WELLINGTON LACERDA GOMES

**INTEGRAÇÃO DE MODELOS ENERGÉTICOS E DE BALANÇO
POPULACIONAL PARA SIMULAÇÃO DE MOAGEM EM MOINHOS
DE BOLAS**

**São Paulo
2014**

WELLINGTON LACERDA GOMES

**INTEGRAÇÃO DE MODELOS ENERGÉTICOS E DE BALANÇO
POPULACIONAL PARA SIMULAÇÃO DE MOAGEM EM MOINHOS
DE BOLAS**

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção do
título de Mestre em Engenharia

**São Paulo
2014**

WELLINGTON LACERDA GOMES

**INTEGRAÇÃO DE MODELOS ENERGÉTICOS E DE BALANÇO
POPULACIONAL PARA SIMULAÇÃO DE MOAGEM EM MOINHOS
DE BOLAS**

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção do
título de Mestre em Engenharia

Área de Concentração:
Engenharia Mineral

Orientador: Prof. Dr. Homero Delboni Jr.

**São Paulo
2014**

FICHA CATALOGRÁFICA

Gomes, Wellington Lacerda

**Integração de modelos energéticos e de balanço populacional
para simulação de moagem em moinhos de bolas / W.L. Gomes
São Paulo, 2014.**

197 p.

**Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica da Universidade de
São Paulo. Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo.**

**1. Cominuição 2. Simulação (Modelagem matemática)
I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de
Engenharia de Minas e de Petróleo II. t.**

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador Professor Doutor Homero Delboni Junior por todo ensinamento e apoio que me concedeu.

Agradeço a todos meus amigos, em especial ao Thiago, Célio, Renato, Thammiris, Juninho, Rogério e Rafael, que conviveram diariamente comigo e me ajudaram no desenvolvimento do presente trabalho.

Por último agradeço a meus pais por todo amor, apoio e paciência, e ao meu irmão por partilhar comigo todas as conquistas e momentos de dificuldade em minha vida.

RESUMO

O método de Bond para dimensionamento de moinho de bolas tem sido utilizado nos últimos 60 anos. Baseado no ensaio de WI este método é aplicável principalmente em circuitos tradicionais, os quais incluem estágios de britagem seguidos por moagem em moinhos de barras e bolas. Apesar da grande aplicação, este método apresenta algumas limitações. Por outro lado, a simulação é uma técnica reconhecida e aplicada para modelagem e simulação de circuitos de cominuição e classificação. Embora ambos os métodos sejam complementares, não há uma integração efetiva entre ambos. Este trabalho apresenta uma técnica que permite através da modelagem e simulação estimar e melhorar o desempenho de moagem em moinhos de bolas. O trabalho tem por base amostragem em circuitos industriais de moagem, bem como o desenvolvimento de ensaios de moagem em laboratório. O desenvolvimento do trabalho será validado através da avaliação dos resultados obtidos em relação ao ambiente industrial de moagem.

Palavras-chave: Moagem. Modelagem. Simulação.

ABSTRACT

The Bond method for ball mill designing has been used for 60 years. Based on Work Index test such method is applied mostly in traditional circuit configuration, which includes multi-staged crushing, followed by rod and ball milling. On the other hand simulation is a well spread and used technique for comminution and classification modeling and simulation. Even though both methods are complementary there is no effective integration between them. This work shows a technique designed to integrate both energy and modeling approaches for ball mill designing. The work is based on industrial data survey results, as well as on laboratory testing, the latter developed specifically for such a purpose. The technique will be validated under an industrial environment for assessing the obtained results.

Keywords: Grinding. Modelling. Simulation.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1. Mecanismo de Compressão (Fonte: Metso Minerals, 2002).	24
Figura 2. Mecanismo de Impacto (Fonte: Metso Minerals, 2002).	25
Figura 3. Mecanismo de Abrasão (Fonte: Metso Minerals, 2002).	25
Figura 4. Movimento da Carga no Interior do Moinho (Fonte: Austin e Klimpel, 1964).	27
Figura 5. Moinhos de Barras (Fonte: Metso Minerals, 2002).	28
Figura 6. Moinho de Bolas (Fonte: Metso Minerals, 2002).	29
Figura 7. Moinho Autógeno/Semi-Autógeno (Fonte: Metso Minerals, 2002).	30
Figura 8. Aplicabilidade das Teorias de Cominuição (Fonte: Hukki, 1961).	34
Figura 9. Esquema do Movimento da Carga dentro do Moinho.	41
Figura 10. Representação Esquemática dos Eventos de Fragmentação e Distribuição Fragmentos, para um Instante Δt , em um Moinho (Fonte: adaptado de Alves, 2006).	50
Figura 11. Distribuição do Parâmetro r/d^* (Fonte: adaptado de Napier-Munn <i>et al.</i> , 1996).	55
Figura 12. Representação Esquemática de um Hidrociclone (Fonte: adaptado de Lenntech).	59
Figura 13. Curva de Partição Experimental (Fonte: adaptado de Delboni Jr., 2012).	63
Figura 14. Curva de Partição Corrigida e Experimental (Fonte: adaptado de Delboni Jr., 2012).	64
Figura 15. Curva Padrão de Partição (Fonte: adaptado de Delboni Jr., 2012).	65
Figura 16. Representação de Todos os Componentes do Erro Global de Estimativa. (Fonte: PITARD, 2010 apud CHAVES, 2011).	76
Figura 17. Fluxograma do Processo de Simulação (Fonte: adaptado de Delboni Jr., 2012).	80
Figura 18. Representação da Relação Energia <i>versus</i> Fragmentação.	88
Figura 19. Curvas t_n <i>versus</i> t_{10} (Fonte: adaptado de Narayanan, 1985).	90
Figura 20. Gráfico de Energia Consumida <i>versus</i> Granulometria do Produto.	92
Figura 21. Fluxograma Sequencial dos Trabalhos Executados.	98
Figura 22. Fluxograma do Circuito de Cominuição da Mineração Serra Grande. ...	100

Figura 23. Fluxograma do Circuito de Cominuição da Vale Fertilizantes – Unidade Araxá.	101
Figura 24. Fluxograma do Circuito de Cominuição da Mineração Mirabela.	102
Figura 25. Gráficos das Distribuições Granulométricas dos Ensaios de Moagem em Laboratório para o Minério da MSG.	110
Figura 26. Gráficos das Distribuições Granulométricas dos Ensaios de Moagem em Laboratório para o Minério da Vale.	113
Figura 27. Gráficos das Distribuições Granulométricas dos Ensaios de Moagem em Laboratório para o Minério da Mirabela.	116
Figura 28. Curva t_n versus t_{10} para o Minério da MSG.	118
Figura 29. Curva t_n versus t_{10} para o Minério da Vale.	119
Figura 30. Curva t_n versus t_{10} para o Minério da Mirabela.	119
Figura 31. Curvas $\ln(r/d_{ilab})$ versus tamanho (mm) para o Minério da MSG.	121
Figura 32. Curvas $\ln(r/d_{ilab})$ versus tamanho (mm) para o Minério da Vale.	122
Figura 33. Curvas $\ln(r/d_{ilab})$ versus tamanho (mm) para o Minério da Mirabela.	124
Figura 34. Comparação entre Granulometrias Industrial e Simuladas para o Minério da MSG.	126
Figura 35. Comparação entre Granulometrias Industrial e Simuladas para o Minério da Vale.	128
Figura 36. Comparação entre Granulometrias Industrial e Simuladas para o Minério da Mirabela.	129
Figura 37. Comparação entre Energia Consumida Industrial e Simulada – Potência por Rowland – MSG.	132
Figura 38. Comparação entre Energia Consumida Industrial e Simulada – Potência por Rowland – Vale.	134
Figura 39. Comparação entre Energia Consumida Industrial e Simulada – Potência por Rowland – Mirabela.	135
Figura 40. Comparação entre Energia Consumida Industrial e Simulada – Potência por Morrell – MSG.	137
Figura 41. Comparação entre Energia Consumida Industrial e Simulada – Potência por Morrell – Vale.	138
Figura 42. Comparação entre Energia Consumida Industrial e Simulada – Potência por Morrell – Mirabela.	140
43. Distribuições Granulométricas Simuladas e do Ensaio de Bond – MSG.	142

44. Distribuições Granulométricas Simuladas e do Ensaio de Bond – Vale.....	142
45. Distribuições Granulométricas Simuladas e do Ensaio de Bond – Mirabela.	143
Figura 46. Gráfico Comparativo entre Produto Industrial <i>versus</i> Produto Simulado – Ensaio 6 – MSG.	148
Figura 47. Gráfico Comparativo entre Produto Industrial <i>versus</i> Produto Simulado – Ensaio 4 – Vale.	150
Figura 48. Gráfico Comparativo entre Produto Industrial <i>versus</i> Produto Simulado – Ensaio 5 – Mirabela.....	153
Figura 49. Comparação entre Energia Consumida por Produto Gerado Industrial <i>versus</i> Simulado Ensaio 2 – Rowland – MSG.....	156
Figura 50. Comparação entre Energia Consumida por Produto Gerado Industrial <i>versus</i> Simulado Ensaio 6 – Rowland – Vale.....	158
Figura 51. Comparação entre Energia Consumida por Produto Gerado Industrial <i>versus</i> Simulado Ensaio 6 – Rowland – Mirabela.	160
Figura 52. Comparação entre Energia Consumida por Produto Gerado Industrial <i>versus</i> Simulado Ensaio 1 – Morrell – MSG.....	162
Figura 53. Comparação entre Energia Consumida por Produto Gerado Industrial <i>versus</i> Simulado Ensaio 6 – Morrell – Vale.....	164
Figura 54. Comparação entre Energia Consumida por Produto Gerado Industrial <i>versus</i> Simulado Ensaio 6 – Morrell – Mirabela.	166

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Fator de Ineficiência de Circuitos Abertos (Rowland, apud Beraldo, 1987).	36
Tabela 2. Distribuição da Carga de Bolas.	84
Tabela 3. Frações Granulométricas do Ensaio de <i>DWT</i>	86
Tabela 4. Distribuição das Cargas de Bolas.....	91
Tabela 5. Resultados do Balanço de Massas do Circuito de Moagem da MSG.	103
Tabela 6. Resultados do Balanço de Massas do Circuito de Moagem da Vale.	104
Tabela 7. Resultados do Balanço de Massas do Circuito de Moagem da Mirabela.	106
Tabela 8. Condições Operacionais dos Ensaios de Moagem em Laboratório.	108
Tabela 9. Distribuições Granulométricas dos Ensaios de Moagem em Laboratório para o Minério da MSG.	109
Tabela 10. Distribuições Granulométricas dos Ensaios de Moagem em Laboratório para o Minério da Vale.	112
Tabela 11. Distribuições Granulométricas dos Ensaios de Moagem em Laboratório para o Minério da Mirabela.....	115
Tabela 12. Resultados dos Ensaios de <i>DWT</i>	118
Tabela 13. Parâmetro r_i/d_{ilab} para o Minério da MSG.	121
Tabela 14. Parâmetro r_i/d_{ilab} para as moagens com o Minério da Vale.	122
Tabela 15. Parâmetro r_i/d_{ilab} para as moagens com o Minério da Mirabela.....	123
Tabela 16. Tamanho de Bola de Reposição dos Circuitos Estudados.	125
Tabela 17. Distribuições Granulométricas Simuladas para o Minério da MSG.	126
Tabela 18. Distribuições Granulométricas Simuladas para o Minério da Vale.	127
Tabela 19. Distribuições Granulométricas Simuladas para o Minério da Mirabela..	129
Tabela 20. Potência do Moinho de Laboratório e Moinhos Industriais.	131
Tabela 21. Energia Consumida por Produto Gerado por malha – Potência por Rowland – MSG.	132
Tabela 22. Energia Consumida por Produto Gerado por malha – Potência por Rowland – Vale.	133

Tabela 23. Energia Consumida por Produto Gerado por malha – Potência por Rowland – Mirabela.....	135
Tabela 24. Energia Consumida por Produto Gerado por malha – Potência por Morrell – MSG.	136
Tabela 25. Energia Consumida por Produto Gerado por malha – Potência por Morrell – Vale.	138
Tabela 26. Energia Consumida por Produto Gerado por malha – Potência por Morrell – Mirabela.....	139
Tabela 27. Resultados dos Ensaios de WI de Bond.	141
Tabela 28. Resultados dos WI Operacionais e WI de Bond.....	144
Tabela 29. Comparações entre P_{80} Industrial com Experimental e Simulado – MSG.	146
Tabela 30. Matriz de Proximidade com Índices de Dissimilaridade – Granulometrias – MSG.	147
Tabela 31. Comparações entre P_{80} Industrial com Experimental e Simulado – Vale.	149
Tabela 32. Matriz de Proximidade com Índices de Dissimilaridade – Granulometrias – Vale.	149
Tabela 33. Comparações entre P_{80} Industrial com Experimental e Simulado – Mirabela.....	151
Tabela 34. Matriz de Proximidade com Índices de Dissimilaridade – Granulometrias – Mirabela.....	152
Tabela 35. Matriz de Proximidade com Índices de Dissimilaridade – Energia Consumida – Rowland MSG.	155
Tabela 36. Matriz de Proximidade com Índices de Dissimilaridade – Energia Consumida – Rowland Vale.	157
Tabela 37. Matriz de Proximidade com Índices de Dissimilaridade – Energia Consumida – Rowland Mirabela.....	159
Tabela 38. Matriz de Proximidade com Índices de Dissimilaridade – Energia Consumida – Morrell MSG.	161
Tabela 39. Matriz de Proximidade com Índices de Dissimilaridade – Energia Consumida – Morrell Vale.	163
Tabela 40. Matriz de Proximidade com Índices de Dissimilaridade – Energia Consumida – Morrell Mirabela.....	165

Tabela 41. Sumário de Desempenho dos Ensaios de Moagem em Laboratório.....	167
Tabela 42. Erros Quadráticos das Estimativas do P_{80} Industrial.	168
Tabela 43. Distâncias Euclidianas das Estimativas das Granulometrias Industriais.	168
Tabela 44. Distâncias Euclidianas das Estimativas do Consumo Energético Industrial.....	170

LISTA DE SÍMBOLOS

$V_c; C_s$	velocidade crítica do moinho (rpm)
D	diâmetro do moinho interno ao revestimento (m)
$d_p; d_f$	tamanhos do produto e alimentação do moinho, respectivamente
S_p, S_f	superfícies do produto e alimentação do moinho, respectivamente
L_b	comprimento da barra (m)
K_{wb}	potência do moinho por tonelada de bola (kW/t _{bola})
D_b	diâmetro de bola (mm)
S_s	fator do tamanho de bola (kW/t _{bola})
$\theta_T; \theta_S$	ângulos do pé e do ombro da carga (radiano)
ϕ_c	fração da velocidade crítica experimental
ϕ	fração da velocidade crítica teórica do moinho
J_t	grau de enchimento do moinho
r	posição radial (m)
r_m	raio do moinho interno ao revestimento (m)
V_r	velocidade tangencial no raio r (m/s)
V_m	velocidade tangencial do moinho no raio interno ao revestimento (m/s)
N_m	taxa rotacional no raio do moinho interno ao revestimento
z	constante em função do grau de enchimento
r_i	raio interno da carga ativa, a qual compreende os limites entre as seções ativa e inativa da carga
P_{net}	potência aplicada à carga do moinho
ρ_p	densidade da polpa
ρ_c	densidade da carga do moinho
s_i	massa da fração i no interior do moinho (t)
f_i	vazão de sólidos da fração i na alimentação do moinho (t/h)
p_i	vazão de sólidos da fração i no produto do moinho (t/h)
$b_{ij}; a_{ij}$	função distribuição de quebra
$k_i; r_i$	função taxa de quebra da fração i (h ⁻¹)
d_i	taxa de descarga da fração i (t/h)
L	comprimento do moinho interno ao revestimento (m)
Q	vazão volumétrica da alimentação do moinho (m ³ /h)

D_b	diâmetro da bola (mm)
X_{max}	tamanho no qual ocorre a máxima taxa de quebra (mm)
C_{vu}	concentração volumétrica de sólidos do <i>underflow</i> (%)
C_v	concentração volumétrica de sólidos da alimentação (%)
I	imperfeição do processo de classificação
d_{50c}	diâmetro mediano de partição (mm)
d_n	tamanho no qual $n\%$ do material é encaminhado ao <i>underflow</i> (mm)
P_{ci}	partição corrigida da fração i
P_{ri}	partição experimental da fração i
R_f	recuperação de água para o <i>underflow</i> (%)
$m; \alpha$	coeficiente de inclinação da curva de partição
D_o	diâmetro do <i>vortex</i> (m)
D_u	diâmetro do <i>apex</i> (m)
D_i	diâmetro do <i>inlet</i> (m)
C_w	porcentagem de sólidos em massa (%)
Q_f	vazão volumétrica de polpa do hidrociclone (m^3/h)
$\rho_s; \rho_l$	peso específico do sólido e do fluido, respectivamente (t/m^3)
P	pressão na entrada do ciclone (kPa)
WF	vazão de água na alimentação do hidrociclone (t/h)
D_c	diâmetro do hidrociclone (mm)
η	viscosidade do líquido (cP)
C_v	concentração volumétrica de sólidos na alimentação (%)
h	altura livre, distância interna entre <i>apex</i> e final do <i>vortex</i> (cm)
S	Q_u/Q_o
$Q_u; Q_o$	vazões volumétricas de <i>underflow</i> e <i>overflow</i> , respectivamente (m^3/h)
ρ_p	densidade da polpa de alimentação (t/m^3);
L_c	comprimento da seção cilíndrica (m)
θ	ângulo da seção cônica ($^\circ$)
g	aceleração da gravidade ($9,81 \text{ m/s}^2$)
R_v	recuperação de polpa para o <i>underflow</i> (%)
d_a	densidade aparente
E_{cs}	energia específica aplicada a um fragmento (kWh/t)
t_n	porcentagem passante na malha igual a $1/n$ do tamanho original do fragmento (%)

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
2	OBJETIVOS	20
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	21
3.1	COMINUIÇÃO	21
3.1.1	MECANISMOS DE FRAGMENTAÇÃO.....	23
3.1.1.1	<i>Mecanismo de Compressão</i>	<i>23</i>
3.1.1.2	<i>Mecanismo de Impacto.....</i>	<i>24</i>
3.1.1.3	<i>Mecanismo de Abrasão</i>	<i>25</i>
3.2	MOAGEM	26
3.2.1	MOINHOS CILÍNDRICOS	27
3.3	TEORIAS DA COMINUIÇÃO.....	30
3.3.1	PRIMEIRA LEI DA COMINUIÇÃO.....	31
3.3.2	SEGUNDA LEI DA COMINUIÇÃO	32
3.3.3	TERCEIRA LEI DA COMINUIÇÃO	33
3.3.3.1	<i>O Modelo de Bond.....</i>	<i>34</i>
3.4	MODELOS DE POTÊNCIA DE MOINHOS DE BOLAS	39
3.4.1	MODELO DE POTÊNCIA BASEADO NA DINÂMICA DA CARGA	40
3.4.1.1	<i>Dinâmica da Carga</i>	<i>41</i>
3.4.1.2	<i>Efeito da Velocidade</i>	<i>42</i>
3.4.1.3	<i>Efeito do Grau de Enchimento.....</i>	<i>42</i>
3.4.1.4	<i>Cálculo da Potência.....</i>	<i>43</i>
3.5	MODELOS DE COMINUIÇÃO	45
3.5.1	MODELOS FUNDAMENTAIS	45
3.5.2	MODELOS FENOMENOLÓGICOS	46
3.5.2.1	<i>Modelo do Balanço Populacional.....</i>	<i>48</i>
3.5.2.2	<i>Modelo Cinético</i>	<i>51</i>
3.5.2.3	<i>Modelo do Misturador Perfeito.....</i>	<i>52</i>
3.6	CLASSIFICAÇÃO	57
3.6.1	HIDROCICLONES.....	58
3.6.2	CURVAS DE PARTIÇÃO	62
3.6.3	MODELOS DE CLASSIFICAÇÃO	67

3.6.3.1	<i>Modelo de Lynch e Rao</i>	67
3.6.3.2	<i>Modelo de Plitt</i>	70
3.6.3.3	<i>Modelo de Nageswararao</i>	72
3.7	AMOSTRAGEM	75
3.7.1	METODOLOGIA DE AMOSTRAGEM.....	76
3.8	MODELAGEM E SIMULAÇÃO	77
3.8.1	SIMULAÇÃO.....	78
4	MATERIAIS E MÉTODOS	81
4.1	CARACTERIZAÇÃO TECNOLÓGICA	81
4.1.1	DISTRIBUIÇÕES GRANULOMÉTRICAS E PORCENTAGEM DE SÓLIDOS.....	82
4.1.2	WI DE BOND PARA MOINHO DE BOLAS	83
4.1.2.1	<i>O ensaio</i>	84
4.1.3	<i>DROP WEIGHT TEST – DWT</i>	86
4.1.3.1	<i>Ensaio de DWT Simplificado</i>	88
4.1.3.2	<i>Ensaio de Abrasão</i>	89
4.1.3.3	<i>Função Distribuição de Quebra - Appearance Function</i>	89
4.1.4	ENSAIOS DE MOAGEM.....	90
4.1.4.1	<i>Determinação do Peso Específico dos Sólidos – Picnometria</i>	92
4.2	MÉTODO	93
4.2.1	PROCEDIMENTO ADOTADO.....	96
5	RESULTADOS	99
5.1	CIRCUITOS ESTUDADOS	99
5.2	BALANÇOS DE MASSAS INDUSTRIAIS	102
5.3	CARACTERIZAÇÃO TECNOLÓGICA	107
5.3.1	ENSAIOS DE MOAGEM EM LABORATÓRIO.....	107
5.3.2	ENSAIOS DE <i>DWT</i>	117
5.3.3	MODELAGEM.....	120
5.3.4	SIMULAÇÃO.....	124
5.3.5	PREVISÃO DO CONSUMO ENERGÉTICO.....	130
5.3.5.1	<i>Previsão do Consumo Energético por Rowland</i>	131
5.3.5.1	<i>Previsão do Consumo Energético por Morrell</i>	136
5.4	COMPARAÇÃO COM WI DE BOND	140
6	ANÁLISES E DISCUSSÕES	146

6.1	DISTRIBUIÇÕES GRANULOMÉTRICAS	146
6.2	CONSUMO ENERGÉTICO	154
6.2.1	CONSUMO ENERGÉTICO POR ROWLAND.....	154
6.2.2	CONSUMO ENERGÉTICO POR MORRELL	161
6.3	DISCUSSÕES FINAIS	167
6.4	MÉTODO DESENVOLVIDO	171
7	CONCLUSÕES	173
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	175
	APÊNDICE A – Granulometria Industrial <i>versus</i> Simulada.....	181
	APÊNDICE B – Consumo Energético Industrial <i>versus</i> Simulado Potência por Rowland	187
	APÊNDICE C – Consumo Energético Industrial <i>versus</i> Simulado Potência por Morrell	193

1 INTRODUÇÃO

Historicamente, o principal método utilizado para dimensionamento de moinhos de bolas foi aquele proposto por Bond (1952). Este método, baseado na moabilidade determinada em laboratório, apesar da ampla aplicação em circuitos clássicos de cominuição (britagem estagiada, moagem de barras seguida de bolas) apresenta limitações em sua aplicação. Entre as limitações pode-se citar a previsão do consumo energético, além das correções propostas por Bond e Rowland Jr. (1983), para circuitos cujos parâmetros diferem das condições do ensaio, como por exemplo, a granulometria de alimentação. Estas limitações são conhecidas e as correções sugeridas são normalmente aplicadas, levando a uma melhoria do modelo de Bond.

Devido às limitações do método de Bond para dimensionamento de circuitos industriais de moagem, a simulação tem sido cada vez mais utilizada para projetos e melhorar desempenho de tais circuitos.

Atualmente, a simulação é uma prática consagrada no dimensionamento dos circuitos industriais de moagem. O reconhecimento da simulação reside na sua capacidade de avaliar o desempenho de circuitos integrados de cominuição, além de determinar a interação entre as diversas unidades do circuito, permitindo assim, mudanças na configuração do circuito proposto, mediante emprego da simulação é possível também mudar tamanho dos equipamentos e o modo como estes são integrados e operados para garantir uma maior eficiência do circuito. Além disso, a simulação fornece detalhes completos do circuito, incluindo distribuições granulométricas, vazões de sólidos e de água. Deste modo, a simulação é aplicada em condições mais amplas em relação ao método de Bond.

O modelo de balanço populacional é o mais comumente utilizado (EPSTEIN, 1947) como base para modelos mecânicos e fenomenológicos.

Estes modelos, embora muito versáteis, apresentam pelo menos um grande problema na medida em que seus parâmetros não podem ser determinados *a priori*, mas devem ser ajustados aos dados de um circuito já existente. Utilizar dados de

operação em planta piloto é uma opção, contudo isto requer uma quantidade de amostra de minério relativamente grande, a qual em estágios iniciais de desenvolvimento de empreendimentos mineiros pode não estar disponível. Além do mais, deve ser estabelecido um procedimento de *scale-up* que permita de maneira coerente e satisfatória o uso dos dados de operação em planta piloto. Testes em escala laboratorial resolvem o problema da quantidade de material da amostra, entretanto o procedimento de *scale-up* continua sendo um entrave ao método.

Pesquisadores como Austin; Luckie e Klimpel (1984), Herbst e Fuerstenau (1980) e Weller *et al.* (1988) realizaram estudos de procedimentos de modelagem que visam integrar de forma adequada ensaios de laboratório e modelos matemáticos sem a necessidade de escalonamento. Infelizmente, o conhecimento da viabilidade destes métodos é muito limitado ou inexistente. Em grande parte devido a isto, a indústria de processamento mineral não é unânime em adotar totalmente esta tecnologia no dimensionamento de quaisquer circuitos industriais de moagem.

Diversas tentativas de integração entre métodos energéticos e modelagem matemática têm sido realizadas, dentre estes os que servem de base a este trabalho foram os desenvolvidos por Morrell e Man (1997) e Man (2001a, 2001b e 2001c). A comparação entre os valores medidos e previstos através da simulação de circuitos de moagem, da distribuição granulométrica de descarga de moinhos de diferentes diâmetros tem demonstrado que o método é promissor. Contudo trabalhos adicionais devem ser realizados para a validação do método, principalmente no que diz respeito aos equipamentos de classificação acoplados aos circuitos de moagem.

2 OBJETIVOS

O presente trabalho tem por objetivo desenvolver um método de integração de modelos energéticos e de balanço populacional para simulação de moagem em moinhos de bolas. O desenvolvimento do método foi baseado em circuitos industriais de moagem com moinho de bolas, assim como, em ensaios laboratoriais.

Os trabalhos de modelagem matemática e simulação foram realizados com o auxílio de programas computacionais, os quais atualmente são bastante difundidos na indústria mineral.

Deste modo o trabalho final visa desenvolver um ensaio de moagem em laboratório padrão que permita com o auxílio de ferramentas matemáticas prever o desempenho de um circuito industrial de moagem em moinho de bolas.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

No presente capítulo são apresentados os conceitos envolvidos no processo de moagem em moinho de bolas, incluindo as etapas de classificação. Também são apresentadas revisões da literatura referente a modelos matemáticos utilizados em circuitos de cominuição e técnicas de simulação empregando tais modelos. Estão também incluídas revisões sobre métodos de caracterização tecnológica dos minérios quanto à cominuição.

3.1 COMINUIÇÃO

A cominuição, palavra derivada do latim *comminuere*, consiste em um método específico e controlado para redução do tamanho de partículas através dos mecanismos de compressão, impacto e abrasão.

Na indústria mineral o processo de cominuição pode ter diversas finalidades, como: obtenção de produto com granulometria pré-determinada; liberação de minerais de interesse da ganga, possibilitando assim sua concentração; adequação da área específica dos minerais para reações químicas subsequentes e/ou ajuste de granulometria para manuseio e transporte do material (CHAVES, 2009).

A distribuição granulométrica dos produtos resultantes dos processos de cominuição é essencial na indústria mineral, sendo que esta influencia diretamente a eficiência dos processos concentradores subsequentes, como concentração gravítica, flotação, lixiviação, etc, onde o excesso de finos ou de grossos pode ser deletéria ao processo.

De acordo com os mecanismos de cominuição e granulometrias envolvidas, os processos industriais são classificados em britagem e moagem. Os circuitos de cominuição podem operar a seco ou via úmida.

No processo de britagem o material é geralmente grosseiro (alimentação de R.O.M. até produtos com dezenas de centímetros), e os principais mecanismos de fragmentação são de compressão ou impacto (CHAVES, 2009). Devido à

granulometria grosseira, a aplicação de energia nas partículas ocorre de maneira praticamente individual, o que resulta em alta energia aplicada por partícula, embora a energia aplicada por unidade mássica seja baixa (KELLY e SPOTTISWOOD, 1982).

Segundo Chaves (2009) no processo de moagem, exceto em moinhos autógenos e semi-autógenos, a granulometria do material trabalhado é geralmente fina, com alimentação da ordem de centímetros até produtos com dezenas de micrômetros. Todos os mecanismos de fragmentação são atuantes, quais sejam de compressão, impacto e abrasão. Na moagem a energia aplicada a uma partícula é pequena, entretanto, a energia total aplicada por unidade de massa é bastante elevada, exatamente o oposto da britagem (KELLY e SPOTTISWOOD, 1982).

A moagem autógena ou semi-autógena possui características distintas dos processos de britagem e moagem em moinho de bolas. A principal característica deste equipamento de cominuição é que o próprio minério é utilizado como corpo moedor, no caso da moagem semi-autógena além do minério, bolas de aço também são utilizadas como corpos moedores. O volume interno do moinho ocupado pela carga de bolas pode variar de 2% a 18%. O material alimentado apresenta granulometria grosseira da ordem de dezenas de centímetros, e provem geralmente dos estágios primários de britagem em britadores giratórios ou de mandíbulas. A energia total por unidade de massa neste processo é alta, e os mecanismos de fragmentação são impacto e atrição para energias específicas altas e médias, e abrasão para baixas energias específicas (NAPIER-MUNN *et al.*, 1996).

Os circuitos de cominuição podem ser configurados de forma aberta ou fechada. Nos circuitos abertos o produto é encaminhado diretamente para a próxima etapa do processo. Em circuitos fechados o produto cominuído é classificado, o material grosso é realimentado no equipamento de cominuição e o material fino é o produto final desta etapa do processo. Os circuitos fechados podem ser diretos ou reversos.

Os circuitos diretos são aqueles em que o material é alimentado no equipamento de cominuição e depois classificado. O circuito reverso ocorre quando o material é primeiramente classificado, e depois apenas o material grosso é encaminhado ao equipamento de cominuição, este por sua vez, após ser cominuído é novamente classificado.

Os circuitos abertos são geralmente utilizados nas etapas iniciais e intermediárias dos processos, enquanto os circuitos fechados são utilizados quando é necessário controlar a granulometria do produto. Segundo Napier-Munn *et al.* (1996), os circuitos fechados são mais eficientes na obtenção da granulometria desejada, pois evitam a sobremoagem, consequentemente diminuindo o consumo energético.

Os processos de cominuição apresentam baixa eficiência mecânica e são grandes consumidores de energia. Beraldo (1987) estimou a eficiência da moagem da ordem de 2% a 3% e, segundo Cohen (1983), a moagem consome 30% a 70% da energia total em usinas de beneficiamento. Por isso, os processos de cominuição representam um grande desafio para a indústria e ciência, uma vez que o seu desempenho é avaliado em função de parâmetros técnicos e da influência destes sobre índices econômicos.

3.1.1 MECANISMOS DE FRAGMENTAÇÃO

A fragmentação de uma partícula ocorre ao longo de pontos ou planos de fraqueza ou de falhas na estrutura atômica do material. A forma como a fragmentação ocorre, bem como a energia envolvida dependem da natureza das partículas e das forças aplicadas. Portanto, a distribuição característica do tamanho do produto depende não só da natureza das forças de coesão interna das partículas, como também da forma e da intensidade de energia que foi aplicada sobre a partícula.

Conforme Beraldo (1987) há três mecanismos de fragmentação que estão sempre presentes nos processos de cominuição, quais sejam, compressão, impacto e abrasão.

3.1.1.1 Mecanismo de Compressão

O mecanismo de compressão ocorre quando a energia é aplicada de forma lenta e permite que, com a propagação de fraturas, o esforço seja aliviado. Assim a

energia aplicada é pouco superior à energia necessária para causar a primeira fratura (BERALDO, 1987). Este tipo de fratura é o que ocorre em britadores e produz poucos fragmentos de grande diâmetro conforme ilustra a Figura 1.

Figura 1. Mecanismo de Compressão (Fonte: Metso Minerals, 2002).

3.1.1.2 *Mecanismo de Impacto*

O mecanismo de impacto acontece quando a energia é aplicada de forma rápida, e portanto, muito superior à energia necessária para causar a primeira fratura (BERALDO, 1987). É o tipo de fratura que acontece nos moinhos, na zona de queda dos corpos moedores, e gera distribuição granulométrica fina conforme ilustra a Figura 2.

Figura 2. Mecanismo de Impacto (Fonte: Metso Minerals, 2002).

3.1.1.3 *Mecanismo de Abrasão*

O mecanismo de abrasão é o resultado do atrito entre as partículas do minério e entre corpos moedores e partículas; provoca o aparecimento de pequenas fraturas e provoca o surgimento de partículas de distribuição granulométrica fina ao redor da partícula original conforme ilustra a Figura 3. É um processo com alto consumo de energia (PEREIRA, 1989).

Figura 3. Mecanismo de Abrasão (Fonte: Metso Minerals, 2002).

3.2 MOAGEM

A moagem é o último estágio do processo de fragmentação, e segundo Taggart (1951) é classificada em: moagem grossa (produto com tamanho máximo entre 3,36 mm e 0,841 mm); moagem intermediária (produto com tamanho máximo de 0,600 mm e com no máximo 75% passante em 0,074 mm), e moagem fina (produto com tamanho máximo de 0,074 mm).

Os equipamentos normalmente empregados são os moinhos cilíndricos ou tubulares (barras, bolas ou seixos) e o moinho de martelos. Embora a moagem possa ser conduzida a seco ou a úmido, esta última apresenta vantagens, pois a água é um excelente meio de transporte e de dissipação de calor (CHAVES, 2009).

As principais variáveis de um moinho são suas dimensões (diâmetro e comprimento), a potência instalada e as variáveis operacionais (grau de enchimento, velocidade de rotação e porcentagem de sólidos da polpa alimentada).

Segundo Luz *et al.* (2004), o grau de enchimento é a porcentagem do volume interno do moinho ocupado com corpos moedores, incluindo os vazios entre os mesmos. A porcentagem de sólidos ótima é função da distribuição granulométrica da carga circulante do circuito e deve ser cuidadosamente avaliada, uma vez que a quantidade de água adicionada causa mudanças no tempo de residência das partículas no interior do moinho, na viscosidade e na densidade da polpa, que levam a variações no desempenho do processo de moagem.

A velocidade de rotação e o grau de enchimento influenciam o movimento da carga dentro do moinho. Sob baixas rotações e alto grau de enchimento, a carga rola sobre ela mesma, fenômeno a que Taggart (1951) denominou movimento de “cascata”. Com o aumento progressivo da rotação e diminuição do grau de enchimento, os corpos moedores são lançados em trajetórias parabólicas, movimento denominado “catarata”. A Figura 4 ilustra ambos os movimentos.

Figura 4. Movimento da Carga no Interior do Moinho (Fonte: Austin e Klimpel, 1964).

A velocidade em que ocorre a centrifugação completa de um único corpo moedor é denominada velocidade crítica, e é função do diâmetro interno ao revestimento do moinho. A rotação do moinho é geralmente referida como porcentagem da velocidade crítica. A velocidade crítica do moinho é representada pela equação 1 que se segue.

$$V_c = \frac{42,305}{\sqrt{D}} \quad (1)$$

Onde:

V_c = velocidade crítica do moinho (rpm);

D = diâmetro do moinho interno ao revestimento (m).

3.2.1 MOINHOS CILÍNDRICOS

Moinhos de barras são moinhos cilíndricos com relação comprimento/diâmetro maior que 1,25 : 1, e que utilizam barras cilíndricas como corpos moedores. São usados em circuito aberto para obtenção de produto grosseiro ou para preparação de produto para alimentação em moinho de bolas. Raramente são utilizados em

circuito fechado. A Figura 5, a seguir, apresenta esquemas de três moinhos de barras com três diferentes tipos de descarga.

Figura 5. Moinhos de Barras (Fonte: Metso Minerals, 2002).

Moinhos de bolas podem ser utilizados em um único estágio. Entretanto, geralmente são utilizados em estágio secundário precedidos de moinho de barras ou autógeno/semi-autógeno. São utilizados também na remoagem.

A carga de corpos moedores é composta por bolas de aço ou ferro fundido, podendo as de aço serem fundidas ou forjadas. A forma de fabricação influencia na dureza das bolas.

Moinhos de seixos são moinhos que utilizam seixos competentes em lugar de bolas. São frequentemente utilizados para moagem de materiais que não podem ser

contaminados por corpos moedores metálicos, neste caso utilizando corpos moedores de ágata, sílex, coríndon ou cerâmica.

Figura 6. Moinho de Bolas (Fonte: Metso Minerals, 2002).

Moinhos autógenos e semi-autógenos são moinhos que utilizam o próprio minério como corpo moedor conforme ilustra a Figura 7. Nos moinhos semi-autógenos a carga moedora é composta por bolas de aço também.

Figura 7. Moinho Autógeno/Semi-Autógeno (Fonte: Metso Minerals, 2002).

3.3 TEORIAS DA COMINUIÇÃO

Historicamente, a modelagem matemática de circuitos de cominuição tem sido dependente do poder da computação, para a resolução dos cálculos necessários. Entretanto, antes do avanço da computação, todos os modelos de cominuição relacionavam a energia aplicada com a fragmentação resultante do material alimentado, sendo esta expressa como a malha onde uma determinada porcentagem é passante, geralmente 50%, 80% ou 90%, ou ainda como a proporção de produto final gerado.

Nos estudos e experimentos realizados sempre foi evidente que para atingir similares relações de redução, quanto menor o produto desejado, maior é a energia requerida (LYNCH, 1977). Também foi observado que a energia consumida e a fragmentação resultante, se relacionam de acordo com a expressão da equação 2 (CHARLES, 1957), que se segue.

$$dE = -K \frac{dx}{x^n} \quad (2)$$

Onde:

dE = incremento de energia aplicada a uma massa unitária de minério;

dx = incremento na diminuição de tamanho das partículas;

x = tamanho das partículas;

K = constante dependente do minério;

n = expoente dependente da lei considerada.

Foram desenvolvidas diferentes teorias relacionando a energia aplicada com a fragmentação resultante, nas quais cada autor propôs diferentes estimativas para a constante n . Três destas teorias são bastante conhecidas na indústria mineral, são as chamadas “leis da cominuição”, as quais são correlações entre energia aplicada e uma ou mais características físicas das partículas, tais como volume ou área superficial.

3.3.1 PRIMEIRA LEI DA COMINUIÇÃO

Proposta por Rittinger em 1867, a “primeira lei da cominuição”, considera que a energia específica necessária para a quebra é diretamente proporcional à nova superfície gerada por volume, disto surgiu a equação 3 referente à primeira teoria da cominuição.

$$E = K \left(\frac{1}{dp} - \frac{1}{df} \right) \quad (3)$$

Onde, dp e df representam respectivamente, os diâmetros do produto e da alimentação e correspondem àquele tamanho de partícula com área superficial equivalente à média aritmética das áreas do conjunto de partículas.

Devido à dificuldade e ou impossibilidade de determinar o tamanho mínimo da partícula, Figueira; Almeida e Pereira Neto (1995), propuseram utilizar o tamanho 80% passante para dp e df e consideraram este modelo aplicável em operações de moagem com relações de redução próximas a seis.

Um outro método é a determinação da área superficial através do permeâmetro Blaine. Com a determinação da área específica, a expressão (equação 4) da teoria de Rittinger é dada por:

$$E = K (S_p - S_f) \quad (4)$$

Onde:

E = energia específica (kWh/t);

K = constante de proporcionalidade;

S_p, S_f = superfícies do produto e da alimentação, respectivamente.

3.3.2 SEGUNDA LEI DA COMINUIÇÃO

Desenvolvida por Kick em 1883, a “segunda lei da cominuição”, considera a energia específica diretamente proporcional à redução de volume das partículas, para corpos geometricamente similares. A equação 5, a seguir, representa a relação proposta por kick.

$$E = K \ln \left(\frac{d_f}{d_p} \right) \quad (5)$$

As variáveis são as mesmas da teoria de Rittinger, com a diferença que o tamanho característico é a média logarítmica da população de partículas ensaiadas.

Estudos posteriores constataram que as duas primeiras “leis da cominuição” não se superpõem. Sendo a primeira válida para granulometrias finas, enquanto a segunda é válida para granulometrias grossas. A faixa intermediária (alimentação entre 4 mm e 125 mm) ainda não era previsível.

3.3.3 TERCEIRA LEI DA COMINUIÇÃO

Proposta por Bond em 1952, a “terceira lei da cominuição”, considera a energia específica necessária para a quebra inversamente proporcional à raiz quadrada do tamanho das partículas. A expressão consagrada por Bond (1961) é representada pela equação 6 que se segue.

$$E = K \left(\frac{1}{\sqrt{d_p}} - \frac{1}{\sqrt{d_f}} \right) \quad (6)$$

Bond define o tamanho como a malha (μm) em que 80% do material é passante, e a constante K como $10 \times WI$. O índice WI (*Work Index*) é uma característica do minério e indica o trabalho em kWh necessário para reduzir uma tonelada curta (907 kg) de material, desde um tamanho inicial infinito até um tamanho final de 80% passante em $100 \mu\text{m}$ (PEREIRA, 1989). Este índice é determinado laboratorialmente, através de um procedimento desenvolvido e padronizado por Bond (1961).

Em 1957 Charles e Holmes propuseram, independentemente, outra expressão para a correlação da energia consumida e fragmentação resultante, que ficou conhecida como “Lei Geral”, onde a relação entre a variação do diâmetro das partículas e da energia é inversamente proporcional a uma fração exponencial do diâmetro. A expressão proposta é apresentada a seguir na equação 7.

$$E = K \left(\frac{1}{d_p^{(n-1)}} - \frac{1}{d_f^{(n-1)}} \right) \quad (7)$$

Segundo Prasher (1987), todas as expressões para a correlação de energia consumida e fragmentação resultante, necessitam de correções para suas devidas aplicações.

Em 1961, Hukki confirmou que Charles e Holmes estavam certos e que as leis de cominuição anteriores se aplicam a determinados intervalos granulométricos, propondo a equação 8.

$$\partial E = -K \left(\frac{\partial d}{\partial f(d)} \right) \quad (8)$$

Figura 8. Aplicabilidade das Teorias de Cominuição (Fonte: Hukki, 1961).

Do gráfico da Figura 8, proposto por Hukki (1961), depreende-se que a teoria de Kick ($n = 1$), é aplicável em processos de britagem, enquanto que as teorias de Rittinger ($n = 2$) e Bond ($n = 1,5$) são válidas para moagens ultrafinas e moagens convencionais, respectivamente. Segundo Donda (1998), a aplicação da teoria de Rittinger para moagens ultrafinas é melhor do que o modelo de Bond, pois esta permite a determinação do consumo energético específico em função da área específica, além do mais o método de Bond demanda um tempo de trabalho laboratorial muito maior.

3.3.3.1 O Modelo de Bond

Bond (1952 e 1961) propôs um modelo empírico para caracterizar a resistência à moagem de minérios através do assim denominado Índice de Moabilidade ou *Work Index (WI)*, para moinhos de barras e bolas operando em circuitos clássicos de cominuição (britagem estagiada, moagem de barras seguida de moagem de bolas).

Embora característico do material, o valor do WI é função da relação de redução requerida, ou seja, varia de acordo com a malha de controle do circuito estudado.

O modelo de Bond (terceira lei da cominuição) ganhou grande aceitação na indústria mineral, e tem sido muito utilizada no dimensionamento de novas instalações de moagem nas últimas décadas. Isto se deve ao fato de que o método desenvolvido por Bond para caracterizar um minério possa ser ajustado para uma grande variedade de outros minérios.

É importante ressaltar que o trabalho útil da moagem, em termos de tamanho do produto da moagem é uma fração reduzida da energia consumida em equipamentos de cominuição (BERALDO, 1987) e que a maior parte da energia consumida é perdida.

Apesar da grande aplicação, o método de Bond é demasiadamente limitado na previsão do consumo energético e, em situações em que se deseja melhorar o desempenho de circuitos de moagem ou utilizar equipamentos que diferem daqueles padronizados por Bond (como por exemplo, moinhos autógenos, moinhos verticais e prensas de rolos). Além do mais, apresenta importantes desvios quando aplicado a minérios com tendência de geração excessiva de finos, ou mesmo que contenham uma parcela significativa de finos naturais.

Outra grande deficiência do método de Bond é a sua ineficaz relação com o processo global dos circuitos de moagem. Assim, por exemplo, o método de Bond não considera a importância da água no sistema de moagem a úmido operando em circuito fechado com hidrociclones, onde a eficiência destes últimos é dependente da partição de água. Tampouco é possível, a partir da equação 7 proposta por Bond, ou em qualquer uma das teorias anteriores prever a razão de carga circulante para o sistema, cujo o impacto é determinante para o comportamento operacional do circuito (ALVES, 2006).

As condições padrão estabelecidas por Bond contemplam moinho de bolas do tipo *overflow*, com diâmetro interno ao revestimento de 2,44 m (8'), moagem via úmida em circuito fechado com carga circulante de 250%. Com base em tais condições e, a partir de vários dados industriais e de laboratório para diversos materiais diferentes, Bond (1983) desenvolveu fatores de correção, denominados fatores de eficiência, de forma a correlacionar seu modelo com outras condições

diferentes daquelas padronizadas em seu modelo. Estes fatores foram complementados por Rowland Jr. (1983), que considera oito fatores de eficiência como pontos padrão de referência para o cálculo da potência necessária aos moinhos e validade dos W 's determinados em laboratório. São descritos a seguir os oito fatores de eficiência do modelo de Bond.

EF_1 - Moagem a seco

Para moagem a seco utiliza-se fator 1,3 e para moagem a úmido fator 1. Isto é devido ao fato que a moagem a úmido é mais eficiente que a moagem a seco.

EF_2 - Circuito aberto em moinhos de bolas

A moagem em circuito fechado é mais eficiente do que a moagem em circuito aberto. Segundo Beraldo (1987), “como as curvas de distribuição granulométrica em circuito aberto ou em circuito fechado são distintas, a especificação dos produtos de circuito aberto deve ser feita em relação à porcentagem retida em uma determinada malha”. A tabela 1 mostra como o fator de eficiência é determinado pela porcentagem retida na malha de controle.

Tabela 1. Fator de Ineficiência de Circuitos Abertos (Rowland, apud Beraldo, 1987).

Porcentagem do Produto Passante na Malha de Referência	Fator de Eficiência – EF_2
50	1,035
60	1,05
70	1,10
80	1,20
90	1,40
92	1,46
95	1,57
98	1,70

EF_3 - Fator de diâmetro

Até um diâmetro de 3,81 m, o fator de eficiência EF_3 do moinho cresce e acima de 3,81 m esta eficiência se mantém constante. Sendo D o diâmetro interno do moinho em metros, o fator de eficiência EF_3 é dado por (equações 9 e 10):

$$EF_3 = \left(\frac{2,44}{D} \right)^{0,2} \text{ para } D < 3,81m \quad (9)$$

$$EF_3 = 0,914 \text{ para } D > 3,18 m \quad (10)$$

EF_4 - Fator de tamanho excessivo na alimentação

Considera a energia adicional necessária quando a alimentação é muito grossa. Os tamanhos ótimos para alimentação da moagem (F_0) são definidos pelas equações 11 e 12 apresentadas a seguir:

$$F_0 = 16.000 \left(\frac{13}{WI} \right)^{0,5} \text{ para moinho de barras} \quad (11)$$

$$F_0 = 4.000 \left(\frac{13}{WI} \right)^{0,5} \text{ para moinhos de bolas} \quad (12)$$

A relação de redução R_r é dada pela equação 13:

$$R_r = \left(\frac{F_{80}}{P_{80}} \right) \quad (13)$$

A partir dos valores de F_0 e R_r , calcula-se o valor de EF_4 pela equação 14:

$$EF_4 = \frac{R_r + (WI - 7) + \left(\frac{F - F_0}{F_0} \right)}{R_r} \quad (14)$$

EF_5 - Material fino

Este fator, estabelecido por Bond, é utilizado para produtos mais finos do que 80% passante em 74 μm e é calculado pela equação 15:

$$EF_5 = \frac{P_{80} + 10,3}{1,145 P_{80}} \quad (15)$$

EF_6 - Relação de redução em moinho de barras

Este fator deve ser aplicado a moinho de barras, em circuito aberto, sempre que a relação de redução estiver fora do intervalo, $R_{ro} - 2 < R_r < R_{ro} + 2$, sendo R_{ro} a relação de redução ótima, L_b o comprimento das barras, e D o diâmetro do moinho interno ao revestimento. As equações 16 e 17 apresentam os cálculos para R_{ro} e EF_6 , respectivamente.

$$R_{ro} = 8 + \frac{5L_b}{D} \quad (16)$$

$$EF_6 = 1 + \frac{(R_r - R_{ro})^2}{150} \quad (17)$$

EF_7 - Relação de redução baixa em moinhos de bolas

Este fator é aplicado somente quando a relação de redução no moinho de bolas é inferior a 6. O cálculo do EF_7 é realizado pela equação 18.

$$EF_7 = \frac{R_r - 1,22}{R_r - 1,35} \quad (18)$$

EF_8 - Moagem em moinho de barras

O fator EF_8 varia de acordo com a forma de preparação da alimentação e tratamento do produto do moinho.

a. Moinho de barras em circuito único:

a₁. Alimentação do moinho proveniente de circuito aberto de britagem,
 $EF_8 = 1,4$;

a₂. Alimentação do moinho proveniente de circuito fechado de britagem,
 $EF_8 = 1,2$.

b. Moinho de barras em circuito barra/bolas:

b₁. Alimentação do moinho proveniente de circuito aberto de britagem,
 $EF_8 = 1,2$.

b₂. Alimentação do moinho proveniente de circuito fechado de britagem,
 $EF_8 = 1,0$.

3.4 MODELOS DE POTÊNCIA DE MOINHOS DE BOLAS

O modelo clássico para cálculo da potência de moinhos de bolas é aquele desenvolvido por (ROWLAND JR. e KJOS, 1978), no qual a potência depende dos seguintes parâmetros: diâmetro interno do moinho, grau de enchimento, porcentagem da velocidade crítica e tamanho de bola. As equações 19 e 20 apresentam, a seguir, as fórmulas para o cálculo da potência de moinho de bolas.

$$Kw_b = 4,879 D^{0,3} (3,2 - 3fV_b) fC_s \left(1 - \frac{0,1}{2^{9-10fC_s}} \right) + S_s \quad (19)$$

$$S_s = 1,102 \left(\frac{D_b - 12,5 D}{50,8} \right) \quad (20)$$

Onde:

Kw_b = potência do moinho por tonelada de bola (kW/t_{bola});

D = diâmetro interno do moinho (m);

fV_b = fração do moinho preenchido por bolas;

fC_s = fração da velocidade crítica;

S_s = fator do tamanho de bola (kW/t_{bola});

D_b = diâmetro de bola (mm).

O fator do tamanho de bola (S_s) é aplicado para moinhos com diâmetro interno maior que 3,3 (10 ft) e também para tamanhos de bolas menores de 1/80 de D .

Rowland propôs uma correção para cálculo da potência de moinhos de bolas com diâmetro menor do que 2,44 m, conforme apresentado na equação 21, a seguir.

$$Kw_b = 4,879 D^{0,3} \text{sen} \left(51 - 22 \left(\frac{2,44-D}{2,44} \right) \right) (3,2 - 3fV_b) fC_s \left(1 - \frac{0,1}{2^9 - 10fC_s} \right) \quad (21)$$

É importante salientar que a literatura não descreve o tamanho mínimo do moinho para o qual tal equação pode ser utilizada. Nos moinhos de menor diâmetro, a equação proposta inclui um redutor de potência, devido ao fato do menor ângulo de elevação dos corpos moedores.

3.4.1 MODELO DE POTÊNCIA BASEADO NA DINÂMICA DA CARGA

Com base na dinâmica da carga, um novo modelo para cálculo da potência de moinhos tubulares foi desenvolvido no JKRCM (MORRELL, 1996a, 1996b) a partir de um grande banco de dados. O modelo descreve simplificadamente a dinâmica da carga no interior do moinho, bem como os efeitos da “piscina de lama” que se forma nos moinhos.

As equações do modelo descrevem a dinâmica da carga do moinho pela posição do “pé” e “ombro” da carga e suas variações com a velocidade e grau de enchimento do moinho.

As seções seguintes descrevem em detalhe os efeitos das principais variáveis operacionais na potência de moinhos e bolas, segundo o modelo do Morrell.

3.4.1.1 Dinâmica da Carga

A dinâmica da carga pode ser descrita como várias linhas de corrente localizadas na seção ativa da carga, como apresentado na Figura 9.

Figura 9. Esquema do Movimento da Carga dentro do Moinho.

A velocidade das partículas em cada linha de corrente da carga pode ser expressa em termos da velocidade do moinho, enquanto que sua posição pode ser expressa em relação ao raio do moinho. Ainda, pode-se obter uma velocidade tangencial normalizada (V_n) associada a uma posição radial normalizada (R_n), conforme apresentado nas equações 22 e 23, a seguir.

$$R_n = \frac{r}{r_m} \quad (22)$$

$$V_n = \frac{V_r}{V_m} \quad (23)$$

Onde:

r = posição radial (m);

r_m = raio do moinho interno ao revestimento (m);

V_r = velocidade tangencial no raio r (m/s);

V_m = velocidade tangencial do moinho no raio interno ao revestimento (m/s).

3.4.1.2 *Efeito da Velocidade*

Com o aumento da velocidade de rotação do moinho o ângulo do “ombro da carga” aumenta acarretando em uma elevação maior da carga. A posição do “pé da carga” não apresenta grande variação com a velocidade do moinho, conforme já descrito por Liddell e Moys (1998).

3.4.1.3 *Efeito do Grau de Enchimento*

O aumento do grau de enchimento acarreta em aumento do ângulo do “ombro da carga” e diminuição do ângulo do “pé da carga”.

Quanto maior o grau de enchimento menor é a velocidade de rotação para que a carga centrifugue, isto é, a velocidade de centrifugação não depende apenas de um balanço das forças gravitacional e centrífuga. Contudo, a influência destes efeitos são ignorados.

Entretanto, a interação da carga entre si não pode ser desprezada. Pois devido a pressão exercida pela carga, o material abaixo empurra o material acima, ocasionando uma elevação da carga maior do que aquela que ocorre quando há apenas o movimento de partículas no moinho. Este fenômeno está relacionado com a velocidade do moinho e a magnitude das forças de atrito da carga. O fenômeno torna-se mais significativo quanto maior for o grau de enchimento do moinho.

3.4.1.4 Cálculo da Potência

A partir da descrição matemática da dinâmica da carga e sua variação com a velocidade e grau de enchimento do moinho é possível formular as equações para o cálculo da potência do moinho. A abordagem adotada é considerar a proporção das energias potencial e cinética transferidas para a carga. Na sequência são apresentadas as equações 24 e 25 para cálculo dos ângulos do pé e ombro da carga.

$$\theta_T = A(1 - e^{-B(\phi_c - \phi)}) + \pi/2 \quad (24)$$

$$\theta_S = \pi/2 - (\theta_T - \pi/2)(E + FJ_t) \quad (25)$$

Onde:

$\theta_T; \theta_S$ = ângulos do pé e do ombro da carga (radiano);

$A; B$ = constantes em função do grau de enchimento (J_t);

ϕ_c = fração da velocidade crítica experimental, onde a carga está centrifugando totalmente, é também função do grau de enchimento;

ϕ = fração da velocidade crítica teórica do moinho;

$E; F$ = constantes em função da velocidade crítica teórica do moinho (ϕ);

J_t = grau de enchimento do moinho.

Para uma dada posição (r), a velocidade tangencial (V_r) pode ser expressa em função da taxa rotacional (N_r), conforme descrito na equação 26.

$$N_r = \frac{V_r}{2\pi r} \quad (26)$$

A partir da relação linear entre a velocidade tangencial normalizada (V_n) e posição radial normalizada (R_n), e expressando a velocidade tangencial em função da taxa rotacional surge a relação apresentada na equação 27.

$$N_r = \frac{N_m r_m (r - z r_i)}{r (r_m - z r_i)} \quad (27)$$

$$z = (1 - J_t)^{0,4532} \quad (28)$$

Onde:

N_m = taxa rotacional no raio do moinho interno ao revestimento;

z = constante em função do grau de enchimento;

r_i = raio interno da carga ativa, a qual compreende os limites entre as seções ativa e inativa da carga.

Considerando a potência como energia por unidade de tempo, a taxa de energia potencial e cinética que é transferida para a carga permite estimar a potência aplicada ao moinho, conforme apresentado na equação 29.

$$P_{net} = \frac{\pi g L N_m r_m}{3(r_m - z r_i)} \{2r_m^3 - 3z r_m^2 r_i + r_i^3 (3z - 2)\} \{ \rho_c [\text{sen}(\theta_s) - \text{sen}(\theta_T)] + \rho_p [\text{sen}(\theta_T) - \text{sen}(\theta_{TO})] \} + L_{\rho_c} \left\{ \frac{\pi N_m r_m}{(r_m - z r_i)} \right\}^3 \{ (r_m - z r_i)^4 - r_i^4 (z - 1)^4 \} \quad (29)$$

Onde:

P_{net} = potência aplicada à carga do moinho ;

ρ_p = densidade da polpa;

ρ_c = densidade da carga do moinho;

θ_{TO} = ângulo do pé da carga para moinhos de descarga por *overflow* (3,395 radianos). Para moinho com diafragma $\theta_{TO} = \theta_T$.

3.5 MODELOS DE COMINUIÇÃO

Apesar da grande aplicação do modelo empírico e energético de Bond na indústria mineral, pesquisadores como Austin, Lynch e Whiten empregaram grande esforço na formulação e verificação de relações matemáticas teóricas, que caracterizem os diversos mecanismos de fratura que ocorrem na moagem em moinho de bolas. Tais modelos incluem os parâmetros relacionados às variáveis operacionais dos processos de cominuição. Os resultados indicam níveis de precisão e detalhe satisfatórios para várias aplicações de relevância prática, quais sejam:

- Evolução de circuitos alternativos de processamento;
- Otimização de desempenho de instalações existentes;
- Dimensionamento de novas instalações;
- Controle de processos.

Há duas classes de modelos de cominuição, os quais sua aplicação prática na indústria mineral foi bem sucedida, são eles:

- Modelos Fundamentais: consideram as interações entre partículas e elementos do moinho, obtendo relações entre as condições físicas dentro do equipamento e a fragmentação obtida no produto;
- Modelos Fenomenológicos: consideram o equipamento de cominuição como um elemento de transformação entre a granulometria da alimentação e do produto.

3.5.1 MODELOS FUNDAMENTAIS

Os modelos fundamentais consideram a interação entre cada elemento no interior do moinho e são baseadas na mecânica newtoniana.

O objetivo dos modelos fundamentais é gerar uma relação detalhada entre as condições físicas no interior do moinho e o processo envolvido. Uma grande característica destes modelos é a sua dependência da computação. Os primeiros trabalhos desenvolvidos nesta área foram realizados no *Comminution Centre* da Universidade de Utah, sob direção de J. A. Herbst e mais tarde P. King, assim como o trabalho de P. Radziszewski da Universidade de Quebec. Mishra e Rajamani (1992, 1994a e 1994b), Inoue e Okya (1994, 1995) fizeram grandes contribuições nesta área também.

Para melhorar o desempenho computacional de tais modelos, estes pesquisadores selecionaram zonas dos moinhos para cada problema da modelagem. Radziszewski *et al.* (1989) reduziram a demanda computacional dividindo o moinho em zonas de impacto, abrasão e baixa ação e depois caracterizaram cada uma das zonas. A simples aplicação da Lei Dinâmica de Newton torna qualquer modelo bastante complexo. Enquanto, as bolas e/ou barras de aço sejam consideradas perfeitamente elásticas, as partículas de minério entre elas não são. Mishra e Rajamani (1994a) aproximaram o comportamento das bolas com um modelo de mola e amortecimento.

3.5.2 MODELOS FENOMENOLÓGICOS

Estes modelos também conhecidos como “*Black Box Models*” (*BBM*) ou Modelos da Caixa Preta, são aqueles que preveem a distribuição granulométrica do produto a partir da distribuição granulométrica da alimentação, da caracterização de quebra do minério e da experiência com operações similares, ou seja, um banco de dados modelado com algum algoritmo apropriado.

São conhecidos como modelos fenomenológicos, pois representam o fenômeno de quebra, não levando necessariamente em consideração os princípios físicos envolvidos no processo. Portanto, estes modelos estimam a distribuição granulométrica do produto em função da distribuição granulométrica, características do minério alimentado e dureza da alimentação e das condições operacionais como mostrado na equação 30, a seguir.

$$P = F(f, b, m, s, C) \quad (30)$$

Onde:

- P = distribuição granulométrica do produto;
- f = distribuição granulométrica da alimentação;
- b = matriz ou vetor normalizado de quebra do minério;
- m = fatores relacionados ao equipamento;
- s = condições operacionais, incluindo vazão de alimentação;
- C = conjunto de parâmetros derivados experimentalmente de operações similares.

Os conceitos envolvidos no processo de cominuição destes modelos estão descritos a seguir:

- Função Seleção ou (Taxa de Quebra): é a frequência dos eventos de fragmentação que ocorrem no equipamento de cominuição e, representa a velocidade de desaparecimento das partículas para cada faixa granulométrica. É expressa pela relação entre a massa cominuída e a massa inicial para uma determinada faixa granulométrica. O comportamento dinâmico da carga do moinho determina a forma e magnitude desta função;
- Função Quebra ou Função Distribuição de Quebra (*appearance function*): representa a distribuição granulométrica resultante das partículas devido à aplicação de energia a elas. Esta fragmentação depende das características do minério e da forma que a energia é aplicada;
- Função Classificação: classifica cada fração granulométrica após um evento de quebra, e antes do evento posterior. Desta forma, partículas classificadas como grossas são encaminhadas ao próximo evento de fragmentação, enquanto que as classificadas como finas são descarregadas do equipamento de cominuição. Segundo Silva *et al.* (2007), é pouco importante para modelos de moinho de bolas, no entanto, é essencial para modelos de britagem e de moinho de barras.

A notação vetorial pode ser utilizada nestes modelos para representar as vazões de alimentação e produto de cada fração granulométrica presente nos fluxos. Da mesma forma, a matriz quebra de um determinado tamanho torna-se um vetor de quebra para cada fração granulométrica, assim como as razões de quebra também podem ser representadas por vetores. Alguns pesquisadores preferem trabalhar com funções contínuas ou integrais ao invés de somatórios. Contudo, funções analíticas não tem obtido sucesso nestas aplicações, e fazem parecer que estes modelos são mais complexos do que realmente são.

Para modelagem de moinho de bolas há duas variações desta classe de modelos que são bastante difundidas na indústria mineral, quais sejam, o Modelo Cinético e o Modelo do Misturador Perfeito. Apesar de que, por um longo período estes modelos tiveram uma grande rivalidade acadêmica, o trabalho de (MORRELL; STERNS; WELLER, 1993), confirmou que para determinadas condições assumidas, ambas abordagens convergem para modelos comuns. Atualmente, ambos os modelos são largamente utilizados na indústria mineral e sua diferença essencial está no que é assumido sobre a carga no interior do moinho e a tempo de residência das partículas.

3.5.2.1 *Modelo do Balanço Populacional*

O modelo do balanço populacional ou *Population Balance Model (PBM)* foi desenvolvido por Epstein em 1947, entretanto, foi continuamente desenvolvido por outros autores, com destaques para Austin e Kimpel (1964), Austin; Klimpel e Luckie (1984), Kelsall; Reid e Stewart (1969), Herbst e Fuerstenau (1968 e 1980) e Herbst; Lo e Rajamani (1985).

O *PBM* é um modelo de taxa de primeira ordem, pois nele é considerado que o produto gerado no interior do moinho por intervalo de tempo é determinado por uma única fração granulométrica presente no interior do moinho. Desta forma, cada fração apresenta uma constante própria que representa sua taxa de desaparecimento k_i , utilizada para calcular sua taxa de quebra como demonstrado na equação 31 a seguir.

$$Massa Moída = k_i s_i \quad (31)$$

Onde:

k_i = taxa de quebra (h^{-1});

s_i = massa da i-ésima fração granulométrica no interior do moinho.

A premissa de quebra de primeira ordem traz uma simplicidade ao modelo que facilita sua utilização. No entanto, o mesmo torna-se limitado na aplicação a faixas de operação muito amplas. Por isso, assume-se que o número de impactos em cada intervalo de energia é aproximadamente constante. Logo, se o número de partículas for muito superior ou inferior ao número de impactos, a premissa de primeira ordem torna-se inválida.

A taxa de quebra k_i pode ser estimada a partir de ensaios de laboratório, ou ser retrocalculada através da equação básica do *PBM*. A dedução desta equação tem por base o balanço de massas para uma faixa granulométrica individual, como demonstrado a seguir:

$$\text{Alimentação} + \frac{\text{Material Fragmentado de}}{\text{Faixas Superiores}} = \text{Produto} + \frac{\text{Material Fragmentado que}}{\text{Sai da Faixa Considerada}}$$

$$f_i + \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} k_j s_j = p_i + k_i s_i \quad (32)$$

Onde:

f_i = vazão de sólidos da alimentação do moinho, correspondente à i-ésima fração granulométrica (t/h);

p_i = vazão de sólidos do produto do moinho, correspondente à i-ésima fração granulométrica (t/h);

b_{ij} = função distribuição de quebra, correspondente a fração da j-ésima faixa granulométrica, que aparece na i-ésima faixa granulométrica devido à fragmentação;

k_j = função taxa de quebra correspondente à j -ésima fração granulométrica (h^{-1});

s_j = massa da carga no interior do moinho, correspondente à j -ésima fração granulométrica (t).

Para melhor esclarecimento, a Figura 10 a seguir, apresenta um esquema dos eventos de fragmentação e distribuição de fragmentos para um instante Δt , dentro de um moinho.

Figura 10. Representação Esquemática dos Eventos de Fragmentação e Distribuição Fragmentos, para um Instante Δt , em um Moinho (Fonte: adaptado de Alves, 2006).

Portanto, durante um intervalo Δt , algumas partículas serão fragmentadas e seus fragmentos redistribuídos entre as malhas inferiores segundo a distribuição resultante. Para os sólidos retidos em uma malha i qualquer, a função taxa de quebra k_i representa a velocidade de fragmentação, ou seja, a fração das partículas que se fraturam por unidade de tempo. O produto $(k_i \Delta t)$ representa a fração, em massa, do material retido na malha i , no instante t , que é fragmentado pela ação do meio moedor durante o período Δt imediatamente posterior. A função quebra b_{ij} representa a fração, em massa, dos fragmentos provenientes da fratura de partículas retidas na malha j que serão retidos na malha i inferior.

A vantagem deste modelo é apresentar resultados significativos em termos de índices técnicos e econômicos de desempenho, permitindo a otimização de instalações industriais e de projetos de equipamentos de cominuição. Esta otimização é realizada por meio de simulações da operação de circuitos de cominuição, que possibilitam a seleção de alternativas integradas de melhor desempenho sob o enfoque técnico de processo ou mesmo econômico, tais como capital de investimento e custos operacionais (LYNCH; MORRELL, 1992).

3.5.2.2 Modelo Cinético

O Modelo Cinético ou *Kinetic Model (KM)* desenvolvido por Leonard Austin, no início da década de 1970 tem como base o modelo de balanço populacional, e emprega a distribuição granulométrica contida nos três fluxos, quais sejam, a alimentação, a carga e o produto do moinho, e pode ser representado pela equação 33 abaixo:

$$p'_i = f'_i - k_i \lambda s'_i + \lambda \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} k_j s'_j \quad (33)$$

Onde,

$$\lambda = \frac{\sum s_i}{\sum f_i} \quad (34)$$

ou seja, λ representa o tempo de residência médio.

O modo comumente utilizado para determinação do tempo de residência médio é através de um traçador, geralmente um sal solúvel em água, adicionado à alimentação do moinho e cuja concentração no produto fornece, após correções, o valor do parâmetro λ .

Quando o circuito de moagem é fechado por uma etapa de classificação, Weller (1981) descreve que o tempo de residência médio global é calculado, assumindo que os tempos de residência do traçador, da água e dos sólidos em todas as frações granulométricas são iguais. Desta forma, é possível estimar o tempo de residência médio dos sólidos λ e a carga de sólidos total no interior do moinho $\sum s_i$, assumindo que a densidade de polpa da descarga e no interior do moinho é igual.

Contudo, esse método fornece uma estimativa do tempo de residência médio de toda a carga do moinho, sendo necessário o cálculo deste parâmetro para cada faixa granulométrica, ou seja, é necessário estimar s'_i . Segundo estudos de Kelsall; Reid e Stewart (1969) e Weller (1981), pode-se assumir que a distribuição do tempo de residência, possa ser modelada a partir de um conjunto formado por uma série de misturadores perfeitos iguais. Deste modo, o método insere dois novos parâmetros, a fração de retenção do misturador completo e o número de pequenos misturadores.

Como são misturadores perfeitos podemos assumir que, $s'_i = p'_i$. Utilizando o produto de um misturador como alimentação do próximo, é possível calcular k_i , conseqüentemente, pode-se calcular também a carga total do moinho s_i , a partir do produto de cada misturador (p_{in}), do número total de misturadores e da vazão total de sólidos.

3.5.2.3 Modelo do Misturador Perfeito

O texto da presente seção é baseado em Napier-Munn *et al.* (1996)

O Modelo do Misturador Perfeito ou *Perfect Mixing Model (PMM)* proposto por Whiten (1976) pode ser considerado um caso particular do *PBM*, e atualmente é o principal modelo empregado em modelagem de circuitos industriais de moagem.

O *PMM* baseia-se também no balanço de massas para cada faixa granulométrica e na igualdade dos fluxos que entram e saem. Entretanto, Whiten,

usa a terminologia r_i para a taxa de quebra e a_{ij} para a função distribuição de quebra (*appearance function*). Como o conteúdo do moinho está perfeitamente misturado, a carga do moinho está relacionada com o produto através de uma taxa de descarga d_i para cada faixa granulométrica de acordo com a equação 34 a seguir.

$$p_i = d_i s_i \quad (34)$$

O balanço de massas para cada faixa granulométrica é então dado pela equação 35 abaixo.

$$f_i + \sum_{j=1}^i r_j s_j a_{ij} = p_i + r_i s_i \quad (35)$$

Subtraindo-se a condição de j igual a i na somatória da massa proveniente da fragmentação de frações mais grossas que a considerada, chega-se à forma mais comum da equação básica do *PMM* (DELBONI JR., 2012), conforme ilustrada na equação 36 abaixo.

$$f_i - p_i + \sum_{j=1}^{i-1} r_j s_j a_{ij} - r_i s_i (1 - a_{ii}) = 0 \quad (36)$$

Os vetores f_i , p_i e s_i representam, respectivamente, a taxa de alimentação do moinho, a taxa de descarga do moinho e o conteúdo interno do moinho (carga) em cada intervalo granulométrico. A variável a_{ij} representa a fração retida na malha i proveniente da malha j , após um evento de fragmentação, e o parâmetro r_i corresponde à frequência desses eventos para a i -ésima faixa granulométrica.

Segundo Napier-Munn *et al.* (1996) uma limitação de ordem prática importante, sob o ponto de vista da modelagem matemática, é a impossibilidade de se quantificar diretamente a distribuição granulométrica do minério contido na câmara interna dos moinhos.

Para tanto, as duas equações básicas do *PMM* (Equações 34 e 36), foram modificadas de forma a possibilitar a sua aplicação em modelagem de moinhos, permitindo a normalização dos parâmetros taxa de quebra e descarga. Logo

combinando as duas equações do *PMM* chega-se à equação 37 apresentada a seguir.

$$f_i - p_i \left(1 + \frac{r_i}{d_i} (1 - a_{ii}) \right) + \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} \left(\frac{r_i}{d_i} \right) p_i = 0 \quad (37)$$

Portanto, o quociente r/d torna-se o principal parâmetro do modelo, e pode ser determinado através da distribuição granulométrica da alimentação e do produto do moinho, além de uma função quebra que represente com fidelidade o minério processado (NAPIER-MUNN *et al.*, 1996).

A divisão do parâmetro r/d pelo tempo de residência médio das partículas no interior do moinho leva à normalização do mesmo, independente das dimensões e condições operacionais do moinho de bolas estudado. A equação 38, a seguir, ilustra a normalização do parâmetro r/d .

$$\frac{\frac{r_i}{d_i}}{\left(\frac{D^2 L}{4Q} \right)} = \frac{r_i}{d_i^*} \quad (38)$$

Onde:

D = diâmetro interno do moinho (m);

L = comprimento do moinho interno ao revestimento (m);

Q = vazão volumétrica da alimentação do moinho (m³/h).

Portanto, o modelo matemático da operação de moinhos fica definido pelas características do minério a_{ij} (*appearance function*), e pela interação das características do equipamento e minério, representada por r/d^* , enquanto que este é representado por uma curva quadrática definida por 3 ou no máximo 4 pontos, como ilustrado na Figura 11. Para que se possa cobrir toda a faixa granulométrica estudada, utiliza-se o método *spline function* (WHITEN, 1972).

Figura 11. Distribuição do Parâmetro r/d^* (Fonte: adaptado de Napier-Munn *et al.*, 1996).

Em circuitos de moagem o parâmetro taxa de quebra normalizada (r/d^*), o qual representa o desempenho do moinho, pode ser simulado para algumas variáveis operacionais e físicas do moinho. Como demonstra a equação 39 que se segue.

$$\left(\frac{r_i}{d^*_i}\right)_{\text{simulado}} = (\text{Fator de escala}) \times \left(\frac{r_i}{d^*_i}\right)_{\text{calibrado}} \quad (39)$$

Os fatores de escala das variáveis passíveis de alteração estão descritos a seguir (DELBONI JR., 2012).

F_A - Efeito do Diâmetro (D) do Moinho

$$F_A = \sqrt{\left(\frac{D_{sim}}{D_{ajus}}\right)} \quad (40)$$

F_B - Efeito do Grau de Enchimento (GE) do Moinho

$$F_B = \left[\frac{(1 - GE_{sim})GE_{sim}}{(1 - GE_{ajus})GE_{ajus}} \right] \quad (41)$$

F_C - Efeito da Velocidade (Vel - Porcentagem da Velocidade Crítica) do Moinho

$$F_C = \left(\frac{Vel_{sim}}{Vel_{ajus}} \right) \quad (42)$$

O fator de correção proposto acima somente é válido, para o limite de variação da velocidade crítica do moinho (C_s) entre, $55\% C_s < V_m < 78\% C_s$. E V_m , corresponde à velocidade do moinho.

F_D - Efeito da Variação das Características de Moabilidade (WI) do Minério

$$F_D = \left(\frac{WI_{ajus}}{WI_{sim}} \right)^{0,8} \quad (43)$$

F_E - Efeito do Diâmetro (D_b) de Bolas

Segundo Morrell 1992 considerando que no interior do moinho ocorram os mecanismos de cominuição de impacto e atrição/abrasão, as seguintes relações abaixo podem ser assumidas:

Quebra por impacto $\propto D_b^3$ (massa da bola)

Quebra por atrição/abrasão $\propto 1/D_b^3$ (área da superfície da bola)

Assume-se que a quebra por impacto ocorra predominantemente para frações granulométricas acima de um tamanho X_{max} , enquanto que a quebra por atrição/abrasão é predominante nas frações abaixo do X_{max} . O tamanho X_{max} é

assumido como equivalente àquele em que ocorre a máxima taxa de quebra. Deste modo, o X_{max} pode ser relacionado com o diâmetro da bola pela equação 34.

$$X_{max} = KD_b^2 \quad (44)$$

Onde,

X_{max} = tamanho no qual ocorre a máxima taxa de quebra (mm);

D_b = diâmetro de bola (mm);

K = constante (aproximadamente $4,4 \times 10^{-4} \text{ mm}^{-1}$).

$$X > X_{max} (r/d^* \sim D_b) \quad \rightarrow \quad F_E = \left(\frac{D_{b \text{ sim}}}{D_{b \text{ ajus}}} \right)^2 \quad (45)$$

$$X < X_{max} (r/d^* \sim 1/D_b) \quad \rightarrow \quad F_E = \left[\left(\frac{1}{D_{b \text{ sim}}} \right) / \left(\frac{1}{D_{b \text{ ajus}}} \right) \right] \quad (46)$$

3.6 CLASSIFICAÇÃO

Os circuitos de cominuição têm a função de reduzir de forma controlada, o tamanho das partículas até um determinado tamanho adequado às próximas etapas do processo de uma usina de beneficiamento. O controle do tamanho adequado de um produto de cominuição é efetuado por processos de peneiramento, geralmente granulometria grossas (etapas de britagem), ou classificação, granulometrias médias e finas (etapas de moagem). O peneiramento é realizado com base no tamanho geométrico das partículas, enquanto a classificação é efetuada com base na velocidade de sedimentação das partículas em um meio fluido, geralmente este meio fluido em processos de beneficiamento de minérios é a água.

Como este trabalho tem como objetivo estudar o processo de moagem em moinho de bolas, não serão discutidos equipamentos, processos e modelos que envolvam peneiramento, sendo que este é utilizado industrialmente principalmente em circuitos de britagem.

Circuitos de moagem são altamente influenciados pelo desempenho dos equipamentos de classificação a eles conectados, uma vez que estes determinam as cargas circulantes, capacidades dos equipamentos e granulometria dos produtos. Além do mais, é mais simples e prático realizar mudanças de desempenho nos circuitos de moagem, através de alterações nos equipamentos de classificação do que nos próprios moinhos.

A classificação em circuitos de moagem em moinho de bolas é realizada predominantemente por dois tipos de equipamentos, quais sejam, classificadores espirais e hidrociclones. Entretanto, devido às vantagens dos hidrociclones em relação aos classificadores espirais estes tem perdido cada vez mais espaço na indústria mineral. A seguir são listadas as vantagens dos hidrociclones:

- Capacidade elevada em relação ao seu volume e área ocupada;
- Controle operacional relativamente simples;
- Opera em faixas granulométricas muito finas;
- Custo de investimento pequeno;
- Alta disponibilidade, devido principalmente ao seu baixo custo.

Por este motivo, neste trabalho apenas a classificação em hidrociclones é estudada em detalhes.

3.6.1 HIDROCICLONES

Hidrociclones têm várias aplicações na indústria mineral, podendo ser utilizados em operações de espessamento, deslamagem, pré-concentração, classificação seletiva e classificação em circuitos fechados de moagem, este último tema de estudo do presente capítulo.

O hidrociclone consiste em uma câmara cilíndrico-cônica, ou seja, composto por duas seções, uma cilíndrica na parte superior e outra cônica na parte inferior, com uma entrada tangencial (*inlet*) e duas saídas, quais sejam *apex* e *vortex*.

- *Inlet*: duto localizado tangencialmente à parte superior, da parte cilíndrica;
- *Apex*: orifício localizado na parte inferior do hidrociclone, pelo qual sai o fluxo grosso (*underflow*);
- *Vortex*: tubo coaxial localizado na parte superior do hidrociclone, por onde flui o produto mais fino (*overflow*).

Figura 12. Representação Esquemática de um Hidrociclone (Fonte: adaptado de Lenntech).

Conforme ilustrado na Figura 12, o funcionamento de um hidrociclone ocorre da seguinte maneira, a polpa é injetada sob pressão no equipamento através do *inlet* e, devido à sua entrada tangencial e a geometria da parte cilíndrica, a polpa adquire um movimento rotacional. O movimento rotacional e a geometria do hidrociclone faz com que apareça um fluxo de ar vertical ascendente no centro do hidrociclone (*vórtice*), o qual arrasta uma parcela da polpa para a saída superior (*vortex*), enquanto o restante da polpa flui em movimento espiral descendente à saída inferior (*apex*).

Segundo Kelly e Spottiswood (1982), a velocidade da polpa no interior do hidrociclone pode ser descrita por três componentes: tangencial, vertical e radial. A componente tangencial confere o movimento rotacional à polpa sendo mínima no centro do hidrociclone aumentando progressivamente em direção à periferia.

A componente vertical determina se uma partícula será encaminhada ao *apex* ou *vortex*, isto é, determina a partição de sólidos da classificação. Já a componente radial, faz com que as partículas sejam direcionadas às paredes do hidrociclone. As partículas mais grossas e densas, por possuírem mais massa, são encaminhadas às regiões mais próximas às paredes do hidrociclone, e são descarregadas em movimento espiral descendente pelo *apex*, constituindo o *underflow* (fluxo de partículas mais grossas). Por outro lado, as partículas mais finas e leves, por não possuírem massa suficiente para serem arrastadas às paredes do hidrociclone, seguem o fluxo vertical em direção ao *vortex*, formando assim o *overflow* (fluxo de partículas mais finas).

O diâmetro de corte é o parâmetro que caracteriza a classificação em hidrociclones. Comumente o d_{95} , tamanho no qual passa 95% da massa do *overflow*, é utilizado para representar o diâmetro de corte (CHAVES, 2012).

O desempenho da classificação em hidrociclones é influenciado por suas variáveis geométricas e pelas condições operacionais (CORREIA, 2010 e CHAVES, 2012), como é descrito a seguir.

Diâmetro do hidrociclone

Define a capacidade do equipamento e tem grande influência no diâmetro de corte da classificação. Quanto maior o diâmetro do equipamento, maior a capacidade e maior o diâmetro de corte.

Área do *Inlet*

Quanto maior a área do *inlet*, maior será a capacidade e diâmetro de corte da classificação.

Comprimento da seção cilíndrica e ângulo da seção cônica

Influenciam o tempo de residência da polpa no interior do hidrociclone. O aumento da seção cilíndrica e diminuição do ângulo da seção cônica aumentam o tempo de residência, e conseqüentemente, diminuem o diâmetro de corte;

Diâmetro do *Vortex*

Possibilita regular a capacidade do hidrociclone e diâmetro de corte. O diâmetro máximo é limitado pela possibilidade do material ser encaminhado diretamente ao *overflow*. Assim, a altura deve ser suficiente para ultrapassar o ponto inferior do *inlet*.

Diâmetro do *Apex*

Influencia o diâmetro de corte e o modo de operação da classificação. Uma boa operação de classificação em hidrociclones tem a descarga do *underflow* na forma de cone. Quando o diâmetro é insuficiente, ocorre a operação em cordão, em que partículas grossas dirigem-se ao *overflow*. Se o diâmetro for muito maior que o recomendado, a descarga de *underflow* ocorre na forma de spray, assim ocorre uma grande diluição do *underflow* e partículas finas são encaminhadas a este fluxo. Entretanto, há outras características de operação que definem o modo de descarga do *underflow*.

O critério SPOC (LAGUITTON, 1985) define que operações em cordão ocorrem para alimentação com concentração volumétrica de sólido maior que 35%. O critério SPOC é definido pela equação 47. Plitt; Flintoff e Stuffco (1987) propuseram um critério alternativo para prever operações em cordão, o qual é representado pela equação 48.

$$C_{vu} > 56 + 0,2(C_v - 20) \quad (47)$$

$$C_{vu} > 62,3 \left[1 - \exp\left(\frac{x_{50}}{60}\right) \right] \quad (48)$$

Onde:

C_{vu} = concentração volumétrica de sólidos do *underflow* (%);

C_v = concentração volumétrica de sólidos da alimentação (%);

x_{50} = tamanho mediano de partículas do *underflow* (μm).

Distribuição granulométrica da alimentação

Influência o diâmetro de corte e a forma de descarga do *underflow*. Quanto maior a presença de finos na alimentação, maior será a viscosidade da polpa, o que pode levar a um bloqueio parcial ou total do vórtice, acarretando em operação em cordão e, conseqüentemente, aumentando o diâmetro de corte;

Pressão de alimentação

O aumento da pressão de alimentação acarreta em aumento da capacidade volumétrica do hidrociclone, bem como diminuição do diâmetro de corte.

3.6.2 CURVAS DE PARTIÇÃO

A análise quantitativa de uma operação de classificação é, geralmente, realizada pelas curvas de partição. Define-se partição de uma operação de classificação como a proporção da alimentação que é encaminhada ao fluxo que contém a maioria relativa de grossos. No caso de hidrociclones, refere-se ao *underflow*. Esta definição permite considerar a partição em caráter global, isto é, razão das vazões totais de sólidos de *underflow* e alimentação, ou em caráter individual para cada fração granulométrica. A Figura 13, a seguir, apresenta de modo esquemático uma curva de partição experimental.

Figura 13. Curva de Partição Experimental (Fonte: adaptado de Delboni Jr., 2012).

Portanto, a curva ilustrada na Figura 12 obtida a partir das partições em cada faixa granulométrica é chamada de Curva de Partição Experimental. Observa-se, no entanto, que a curva não passa pela origem, e nem pelo ponto de 100%, fato este devido à ineficiência das operações de classificação, na qual partículas finas são arrastadas para o *underflow* (*by pass*), e partículas grossas arrastadas ao *overflow*. Esta imperfeição do processo pode ser medida, através da equação 49, a seguir.

$$I = \frac{d_{75} - d_{25}}{2d_{50c}} \quad (49)$$

Onde:

I = imperfeição do processo de classificação;

d_{50c} = diâmetro mediano de partição;

d_{75} = tamanho no qual 75% do material é encaminhado ao *underflow*;

d_{25} = tamanho no qual 25% do material é encaminhado ao *underflow*.

Entretanto, o método proposto por Kelsall (1953) para quantificar a ineficiência das operações de classificação, é atualmente o mais utilizado. Este método associa a todas as faixas granulométricas o mesmo valor de *by pass*, o qual é igual à

recuperação de água no *underflow*. Portanto, subtraindo-se a parcela do *by pass* em cada faixa granulométrica (equação 50), obtêm-se a Curva de Partição Corrigida, ilustrada a seguir na Figura 14.

$$P_{ci} = \frac{P_{ri} - R_f}{1 - R_f} \quad (50)$$

Onde:

P_{ci} = partição corrigida para a i-ésima fração granulométrica;

P_{ri} = partição experimental para a i-ésima fração granulométrica;

R_f = partição de água para o *underflow*, igual ao *by pass*;

Figura 14. Curva de Partição Corrigida e Experimental (Fonte: adaptado de Delboni Jr., 2012).

Yoshioka e Hotta (1955) deram uma grande contribuição para os estudos das curvas de partição de processos de classificação. Em seu trabalho, propuseram a normalização da Curva de Partição Corrigida, através da divisão dos valores das

abscissas (tamanho) pelo diâmetro mediano de partição d_{50c} . Deste modo criaram a Curva Padrão de Partição (Figura 15), a qual apresenta grande importância para a modelagem matemática de processos de classificação em hidrociclones.

Figura 15. Curva Padrão de Partição (Fonte: adaptado de Delboni Jr., 2012).

A importância da Curva Padrão de Partição reside no fato de ser possível parametrizá-la, uma vez que segundo Lynch e Rao (1975), esta é independente do diâmetro do hidrociclone em operação e das condições operacionais do sistema, para uma determinada alimentação e assumindo que hidrociclones de diferentes diâmetros possuem geometrias proporcionais.

Foram realizados muitos estudos sobre a parametrização desta curva, contudo independente da equação empregada, três são os parâmetros necessários para caracterizar a operação de classificação em hidrociclones, quais sejam:

- Coeficiente de inclinação (α) da curva padrão de partição no segmento próximo ao d_{50c} . É um parâmetro de dispersão e é, ainda que erroneamente, associado à eficiência da classificação por muitos autores;
- Diâmetro mediano de partição (d_{50c}) indica o tamanho no qual as partículas possuem a mesma probabilidade de serem encaminhadas ao *underflow* e *overflow*. Logo, trata-se de um parâmetro de posição;
- Partição de água ao *underflow* (R_i) está associada à parcela correspondente ao *by pass*.

As equações paramétricas mais utilizadas para representar a Curva Padrão de Partição de processos de classificação são aquelas propostas por Reid (1971) e Plitt (1971). A desenvolvida por Plitt (equação 51) é uma adaptação da distribuição de Rosin-Rammler, enquanto que a expressão desenvolvida por Whiten (1966, apud Napier-Munn *et al.* 1996) é representada pela equação 52.

$$P_{ci} = 1 - e^{-\ln 2(x_i)^m} \quad (51)$$

$$P_{ci} = \frac{e^{\alpha x_i} - 1}{e^{\alpha x_i} + e^{\alpha} - 2} \quad (52)$$

Onde:

P_{ci} = partição corrigida para a i -ésima fração granulométrica;

x_i = d_i/d_{50c} ;

d_i = tamanho considerado;

$m; \alpha$ = coeficiente de inclinação da curva padrão de partição.

As parametrizações de Reid (1971) e Plitt (1971) apresentam as vantagens de poderem ser obtidas através de um gráfico bi-logarítmico e, possibilitarem o cálculo da inclinação (m), por meio de uma simples regressão linear. Já a equação proposta por Whiten (1966, apud Napier-Munn *et al.* 1996), requer regressões não-lineares para o cálculo da inclinação, α .

Há situações em que a curva de partição não corresponde ao formato “S” esperado, como das parametrizações descritas anteriormente. Nestes casos, métodos numéricos, por exemplo, *spline function*, método discretizante (DELBONI JR., 1989) são utilizados para parametrizar tais curvas de partição.

3.6.3 MODELOS DE CLASSIFICAÇÃO

Assim como na cominuição, os modelos de classificação podem ser classificados em fundamentais e fenomenológicos. Os modelos fundamentais baseiam-se na mecânica dos fluidos e nas teorias de sedimentação. Diversos pesquisadores tem realizado trabalhos nesta linha e alcançado bons progressos, como Charkraborti e Miller (1992), Devulapalli e Rajamani (1996) e Concha *et al.* (1996).

Entretanto, estes modelos ainda não apresentam a acurácia desejada para operações de classificação em hidrociclones, principalmente em operações com concentração volumétrica alta de sólidos. Logo, como requerem uma grande capacidade computacional, seu uso em simulação e otimização em usinas de beneficiamento ainda é inadequado.

Por estes motivos, os modelos fenomenológicos e/ou empíricos são atualmente os mais difundidos e utilizados na simulação e otimização de processos de classificação. Os principais modelos de classificação em hidrociclones, os quais serão apresentados neste trabalho, são aqueles propostos por Lynch e Rao (1975), Plitt (1976) e Nageswararao (1978 e 1995).

Estes modelos, cada um com suas peculiaridades, têm por base equações referentes ao cálculo de parâmetros que caracterizem o processo de classificação em hidrociclones.

3.6.3.1 Modelo de Lynch e Rao

O modelo de Lynch e Rao (1975) foi desenvolvido a partir de ensaios em escala piloto. É portanto um modelo empírico e sua estrutura está baseada nas correlações

observadas experimentalmente, entre a performance da classificação (Curva Padrão de Partição, d_{50c}), das variáveis geométricas e das condições operacionais.

O modelo de Lynch e Rao (1975) assume que a Curva Padrão de Partição depende das condições operacionais, deste modo é necessário apenas um ensaio para a determinação do parâmetro de inclinação α da curva de partição.

Lynch e Rao escolheram três parâmetros para caracterizar o processo de classificação em hidrociclones, quais sejam, diâmetro mediano de partição, vazão volumétrica de polpa e partição de água ao *underflow*. A curva de partição foi representada pela expressão desenvolvida por Whiten (1966, apud Napier-Munn *et al.* 1996) mostrada na equação 52. A expressão para o cálculo do diâmetro mediano de partição é apresentada na equação 53, a seguir.

$$\log d_{50c} = K_1 D_0 - K_2 D_U + K_3 D_I + K_4 C_W - K_5 Q_f - K_6 R_{420} + K_7 P_{53} \quad (53)$$

Onde:

d_{50c} = diâmetro mediano de partição (mm);

D_0 = diâmetro do *vortex* (cm);

D_u = diâmetro do *apex* (cm);

D_i = diâmetro do *inlet* (cm);

C_W = porcentagem de sólidos mássica da alimentação (%);

Q_f = vazão volumétrica de polpa (L/min);

R_{420} = porcentagem da alimentação retida na malha 420 μm (%);

P_{53} = porcentagem da alimentação passante na malha 53 μm (%);

$K_1 = 0,0418$; $K_2 = 0,0543$; $K_3 = 0,0304$; $K_4 = 0,0319$; $K_5 = 0,00006$; $K_6 = 0,0042$;

$K_7 = 0,0004$, para calcário.

Segundo Lynch (1977), os valores das constantes determinados para um minério específico, não devem ser utilizados para minérios diferentes. Contudo, uma

vez determinado o valor de d_{50c} , é possível realizar uma correção para minerais com densidades diferentes, como mostra a equação 54 a seguir.

$$\frac{(d_{50c})a}{(d_{50c})b} = \left[\frac{(\rho_s)b - \rho_l}{(\rho_s)a - \rho_l} \right]^{0,5} \quad (54)$$

Onde:

$(d_{50c})a$ = diâmetro mediano de partição do *mineral a* (mm);

$(d_{50c})b$ = diâmetro mediano de partição do *mineral b* (mm);

$(\rho_s)a$ = peso específico do *mineral a* (g/cm³);

$(\rho_s)b$ = peso específico do *mineral b* (g/cm³);

ρ_l = peso específico do fluido (g/cm³).

Os parâmetros R_{420} e P_{53} foram adicionados posteriormente à equação, pois estudos demonstraram que a distribuição granulométrica da alimentação afeta o desempenho da classificação. A seguir, são apresentadas as equações 45 e 46, para o cálculo dos parâmetros vazão volumétrica de polpa e partição de água ao *underflow*, respectivamente.

$$Q_F = K D_0^{0,73} D_i^{0,86} P^{0,42} \quad (55)$$

$$R_f = K_1 \frac{D_u}{WF} - \frac{K_2}{WF} + K_3 \quad (56)$$

Onde:

P = pressão na entrada do ciclone (kPa);

K = constante empírica, igual a seis para calcário;

R_f = partição de água ao *underflow*;

WF = vazão de água da alimentação (t/h);

$K_1 = 193$; $K_2 = 271,6$; $K_3 = 1,61$; para calcário.

3.6.3.2 Modelo de Plitt

Plitt (1976) desenvolveu um modelo semi-empírico, assim como Lynch e Rao, também baseado em ensaios em escala piloto. Entretanto, diferente do modelo de Lynch e Rao, Plitt desenvolveu uma equação específica para calcular o coeficiente de inclinação (m) da curva padrão de partição.

Para Plitt, um modelo de operação de hidrociclones deve determinar quatro parâmetros fundamentais em função das condições operacionais e variáveis geométricas do equipamento, os quais são listados a seguir.

- Diâmetro mediano de partição (d_{50c});
- Partição de polpa entre *overflow* e *underflow* (S);
- Coeficiente de inclinação da curva padrão de partição (m);
- Capacidade ou pressão de entrada (Q_f ou P).

Plitt descreve a curva de partição pela equação adaptada de Rosin-Rammler (equação 42). Duas revisões do modelo foram publicadas posteriormente por Plitt; Finch e Flintoff (1980) e Flintoff; Plitt e Turak (1987). São apresentadas a seguir, as equações 57, 58, 59 e 60, para o cálculo dos quatro parâmetros de desempenho de classificação em hidrociclones do modelo de Plitt.

Plitt não utilizou o Sistema Internacional (SI) nas equações do seu modelo, portanto as dimensões das variáveis desta seção não estão de acordo com a lista de símbolos apresentada no início deste trabalho.

$$d_{50c} = \frac{F_1 39,7 D_c^{0,46} D_i^{0,6} D_o^{1,21} \eta^{0,5} \exp(0,063 C_v)}{D_u^{0,71} h^{0,38} Q_f^{0,45} \left(\frac{\rho_s - 1}{1,6}\right)^k} \quad (57)$$

Onde:

d_{50c} = diâmetro mediano de partição (μm);

D_c = diâmetro do hidrociclone (cm);

D_o = diâmetro do *vortex* (cm);

D_u = diâmetro do *apex* (cm);

D_i = diâmetro do *inlet* (cm);

η = viscosidade do líquido (cP);

C_v = concentração volumétrica de sólidos na alimentação (%);

h = altura livre, distância interna entre *apex* e final do *vortex* (cm);

k = expoente hidrodinâmico, determinado experimentalmente. Utiliza-se convencionalmente $k = 0,5$ para regimes laminares, e $k = 1$ para regimes turbulentos;

Q_f = vazão volumétrica de polpa (L/min);

ρ_s = peso específico dos sólidos (g/cm^3);

F_1 = constante empírica.

$$m = F_2 1,94 \exp \left[- \left(\frac{1,58 S}{1+S} \right) \left(\frac{D_c h}{Q_f} \right)^{0,15} \right] \quad (58)$$

Onde:

m = coeficiente de inclinação da curva padrão de partição;

S = Q_u/Q_o ;

Q_u ; Q_o = vazões volumétricas do *underflow* e *overflow*, respectivamente (L/min);

F_2 = constante empírica.

$$P = \frac{F_3 4,7 Q_f^{1,78} \exp(0,0055C_v)}{D_c^{0,37} D_i^{0,94} h^{0,28} (D_u^2 + D_o^2)^{0,87}} \quad (59)$$

Onde:

P = pressão na entrada do ciclone (kPa);

F_3 = constante empírica.

$$S = \frac{F_4 18,62 \rho_p^{1,11} \left(\frac{D_u}{D_o}\right)^{3,31} h^{0,54} (D_u^2 + D_o^2)^{0,36} \exp(0,0054C_v)}{D_c^{1,11} P^{0,24}} \quad (60)$$

Onde:

ρ_p = densidade da polpa de alimentação (g/cm³);

F_4 = constante empírica.

Originalmente as equações do modelo de Plitt não deveriam ser modificadas, ou seja, as constantes definidas deveriam ser utilizadas para quaisquer classificações em hidrociclones. No entanto, estudos posteriores demonstraram que são necessários fatores empíricos (F_n) de correção, para que o modelo possa ser utilizado para um conjunto particular de condições e diferentes minérios.

A grande vantagem do modelo de Plitt é oferecer uma completa previsão do desempenho de classificação em hidrociclones, sendo que para uma primeira boa aproximação, não é necessário estimar dados empíricos. Uma grande desvantagem é a utilização da equação adaptada de Rosin-Rammler para representar a curva de partição, a qual não permite prever o efeito anzol, o qual é comum quando se tem grande recuperação de sólidos para o *undeflow*.

3.6.3.3 Modelo de Nageswararao

O modelo de Nageswararao (1978 e 1995) foi desenvolvido diretamente a partir do modelo de Lynch e Rao (1975). Assim como os modelos apresentados

anteriormente, este foi elaborado com base em dados experimentais obtidos a partir de testes em escala piloto. Nageswararao estimou expoentes empíricos para quatro equações referentes ao cálculo dos parâmetros, que descrevem o processo de classificação em hidrociclones, quais sejam, diâmetro mediano de partição, partição de água e de polpa ao *underflow* e vazão volumétrica da alimentação.

As equações (61, 62, 63 e 64), apresentadas a seguir, representam o cálculo dos parâmetros diâmetro mediano de partição (d_{50c}), partição de água (R_f), partição de polpa (R_v) e vazão volumétrica de alimentação (Q), respectivamente.

$$d_{50c} = K_{D0} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{-0,5} \theta^{0,15} \left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{0,2} D_c^{0,35} \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{0,52} \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{-0,47} \lambda^{0,93} \left(\frac{P}{\rho_p g D_c}\right)^{-0,22} \quad (61)$$

$$R_f = K_{W1} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{-0,5} \theta^{-0,24} \left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{0,22} \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{-1,19} \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{2,40} \lambda^{0,47} \left(\frac{P}{\rho_p g D_c}\right)^{-0,53} \quad (62)$$

$$R_v = K_{V1} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{-0,25} \theta^{-0,24} \left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{0,22} \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{-0,94} \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{1,83} \left(\frac{P}{\rho_p g D_c}\right)^{-0,31} \quad (63)$$

$$Q_f = K_{Q0} \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{0,45} \theta^{-0,1} \left(\frac{L_c}{D_c}\right)^{0,2} \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{0,68} D_c^2 \left(\frac{P}{\rho_p}\right)^{0,5} \quad (64)$$

Onde:

D_c = diâmetro do hidrociclone (m);

D_o = diâmetro do *vortex* (m);

D_u = diâmetro do *apex* (m);

D_i = diâmetro do *inlet* (m);

L_c = comprimento da seção cilíndrica (m);

θ = ângulo da seção cônica (graus);

P = pressão na entrada do ciclone (kPa);

ρ_p = densidade da polpa de alimentação (t/m³);

g = aceleração da gravidade (9,81 m/s²);

- Q_f = vazão volumétrica de polpa (m^3/h);
 R_f = recuperação de água para o *underflow* (%);
 R_v = recuperação de polpa para o *underflow* (%);
 K 's = constantes empíricas;
 C_v = concentração volumétrica de sólidos da alimentação (decimal);
 λ = termo de correção referente à livre até a impedida velocidade terminal de sedimentação (STEINOUR, 1944), determinada pela concentração volumétrica de sólidos na alimentação:

$$\lambda = \frac{10^{1,82C_v}}{8,05(1 - C_v)^2} \quad (65)$$

As constantes de proporcionalidade K 's permitem a calibração das suas respectivas equações, as quais dependem exclusivamente do minério alimentado aos hidrociclones. Desta forma, o processo de classificação em hidrociclones pode ser modelado e simulado para diferentes condições operacionais. Entretanto, deve-se ter precaução que modificadores de viscosidade, por exemplo, presença de argilas, mesmo que em pequenas quantidades têm grande efeito nas constantes de calibração.

Uma das grandes diferenças entre os modelos de Plitt e Nageswararao é que este último assume que a curva de partição independe das condições operacionais, e é válida para hidrociclones que possuem relações geométricas proporcionais, portanto, é necessário ao menos um ensaio para que se possa determinar a inclinação (α) da curva de partição. Enquanto, que o modelo de Plitt introduziu uma equação para o cálculo deste parâmetro.

Uma das características favoráveis ao modelo de Nageswararao em relação ao modelo de Plitt, é que o primeiro permite o cálculo direto das partições globais de sólidos e água, a partir dos parâmetros R_f e R_v . Já o modelo de Plitt calcula apenas a relação entre as vazões volumétricas de *underflow* e *overflow*. Deste modo, é necessário empregar um procedimento iterativo para que se possa determinar as vazões dos produtos.

3.7 AMOSTRAGEM

O processo de amostragem pode ser definido como um conjunto de operações que visam recolher, de um universo, uma parcela significativa que o represente da melhor maneira possível não inserindo mudanças significativas em suas propriedades. Segundo Gy (1998), "o único objetivo da amostragem é reduzir a massa de um lote L sem inserir mudanças significativas em suas outras propriedades".

A Teoria da Amostragem desenvolvida por Pierre Gy é construída com base no conceito de que, se um número suficiente de unidades de uma população é selecionado com mínima variância (precisas) e sem enviesamento (acuradas), o valor médio das unidades irá se aproximar daquele da população total (YAMAMOTO, 1992), isto é, o conjunto das unidades selecionadas é uma amostra representativa da população.

Para que um circuito de moagem seja totalmente representado, todos os fluxos que o compõem devem ser amostrados. A tomada da amostra de cada fluxo deve ser equiprobabilística, ou seja, todas as partículas que compõem o fluxo devem ter a mesma probabilidade de serem coletadas, e fazerem parte da amostra composta.

A tomada das amostras e posteriores quarteamentos e manuseios devem ser realizados de forma a eliminar ou minimizar os possíveis erros de amostragem. A Figura 16 ilustra o fluxograma dos erros de amostragem e suas conexões, segundo (PITARD, 2010 *apud* CHAVES, 2011).

Figura 16. Representação de Todos os Componentes do Erro Global de Estimativa. (Fonte: PITARD, 2010 apud CHAVES, 2011).

3.7.1 METODOLOGIA DE AMOSTRAGEM

A tomada das amostras dos fluxos de um circuito de moagem pode ser realizada de forma manual ou automática, tanto para os fluxos de polpa como para os em transportadores de correia. O método automático quando presente deve ser utilizado, pois elimina possíveis erros humanos.

Independente da técnica empregada, cada incremento deve ser obtido de forma que todo o fluxo transversal seja cortado pelo amostrador utilizado, sendo necessário que a abertura do amostrador tenha três vezes o tamanho da maior partícula que compõe o fluxo ou, no mínimo 10 mm. Além do mais, o corte transversal do fluxo deve ser realizado com velocidade constante.

A amostragem em transportadores de correia pode ser realizada de forma incremental por cortes transversais tomados no final da correia. Entretanto, preferencialmente a amostra é tomada sobre o transportador de correia parado. Para a amostragem utilizando este método, é necessário o uso de um gabarito de placas paralelas que delimite toda a correia transversalmente. Este método apresenta algumas desvantagens:

- É uma operação que demanda bastante tempo;
- Interrompe temporariamente a produção da usina;
- É necessário adotar certas medidas de segurança, devido aos riscos que a operação envolve.

A amostragem de fluxos de polpas é preferencialmente realizada de maneira incremental. Contudo, deve-se tomar o cuidado especial em evitar que a polpa transborde do amostrador. Segundo Napier-Munn *et al.* (1996), os amostradores de polpa devem ser adotados de acordo com a granulometria do fluxo.

3.8 MODELAGEM E SIMULAÇÃO

Nos trabalhos de dimensionamento e otimização de circuitos de cominuição a modelagem é uma etapa fundamental, a qual antecede as etapas de simulação e otimização. A modelagem ou calibração consiste no ajuste dos dados reais e/ou experimentais ao modelo empregado, ou seja, consiste em estimar os parâmetros do modelo que permitirão executar simulações do circuito estudado. Na modelagem de um circuito de cominuição estão inclusos parâmetros do minério, parâmetros de desempenho do processo, condições operacionais, características operacionais e físicas dos equipamentos, etc.

O ajuste dos dados ao modelo a fim de que este represente a operação real da melhor maneira possível, deve minimizar as diferenças entre os dados experimentais e calibrados. Portanto, a qualidade dos dados utilizados influencia de maneira

determinante os ajustes dos dados ao modelo, o que implica na qualidade dos resultados de simulação posteriores.

Contudo, segundo Delboni Jr. (1989) a estratégia de diminuir o desvio atribuído ao ajuste do modelo a qualquer custo pode acarretar em erros grosseiros, que posteriormente serão transferidos às simulações. Deste modo, para uma boa calibração é necessário conhecer as restrições e limitações dos modelos matemáticos empregados, bem como os valores típicos das constantes presentes nas equações (NASCHENVENG, 2003). Isto é, o resultado da calibração e simulação de um circuito de cominuição deve ser previsto de antemão.

Uma vez calibrados os parâmetros dos modelos empregados é possível executar os trabalhos de simulação a partir destes parâmetros, os quais representam da melhor maneira a operação real do circuito estudado.

3.8.1 SIMULAÇÃO

A simulação é uma técnica utilizada para estudar o comportamento de um determinado sistema através da utilização de modelos que tem por objetivo fornecer resultados, totais ou parciais, das propriedades e comportamentos deste sistema em uma escala menor.

A simulação permite manipular o modelo e ainda estudar detalhadamente as diferentes respostas deste em um ambiente virtual, transpondo-o para o real. A evolução da informática tem grande contribuição no desenvolvimento de programas de simulação utilizados atualmente em projetos mineiros.

Tratando-se de circuitos de cominuição, os resultados que a simulação fornece são vazão e porcentagem de sólidos, distribuições granulométricas, consumos energéticos etc.

A simulação permite avaliar e explorar diferentes cenários de operação dos circuitos de cominuição com rapidez e eficácia, evitando a necessidade de ensaios complexos e dispendiosos. Os passos da prática de simulação e otimização de circuitos de cominuição é listada a seguir:

- Caracterização do minério a partir de ensaios de laboratório;
- Tomada dos parâmetros de desempenho e condições operacionais do circuito;
- Ajuste dos dados ao modelo (calibração);
- Aplicação das simulações, para explorar os meios de otimizar o circuito através de mudanças no fluxograma, nos equipamentos ou condições operacionais;
- Analisar, avaliar e implementar as mudanças desejadas.

Desta forma, os trabalhos de simulação são utilizados para estabelecer uma condição de operação otimizada ou desejada do processo. A Figura 17 a seguir, ilustra um fluxograma das etapas envolvidas em um trabalho de modelagem e simulação em circuitos de cominuição.

Figura 17. Fluxograma do Processo de Simulação (Fonte: adaptado de Delboni Jr., 2012).

4 MATERIAIS E MÉTODOS

Primeiramente o trabalho consistiu na amostragem industrial de diferentes circuitos de moagem. Estas amostragens servem como base para definição das condições e índices técnicos de desempenho para o posterior tratamento de dados. Nesta etapa todos os fluxos dos circuitos foram amostrados, como alimentação, produto e fluxos intermediários.

Seguida da amostragem foi realizado o tratamento das amostras, o qual inclui a caracterização tecnológica do minério quanto à cominuição, determinação da distribuição granulométrica, da densidade e da porcentagem de sólidos dos fluxos amostrados nos diferentes circuitos industriais.

A partir dos dados obtidos foi determinada a consistência destes e foram realizados ajustes quando necessários através do balanço de massas dos circuitos amostrados. O balanço de massas consiste em calcular valores com desvios aceitáveis em relação aos dados experimentais, de forma que sejam consistentes e respeitem o princípio de conservação de massa do circuito. No balanço de massas leva-se em consideração a experiência e conhecimento do operador, assim como os procedimentos adotados durante a amostragem.

Os resultados desta etapa foram a base para a modelagem matemática dos circuitos de moagem amostrados e definição dos parâmetros para simulação dos mesmos.

4.1 CARACTERIZAÇÃO TECNOLÓGICA

Após as etapas de secagem, homogeneização e quarteamento das amostras foram determinadas as distribuições granulométricas e porcentagens de sólidos das mesmas. Uma parcela das amostras da alimentação dos circuitos industriais foi destinada à caracterização tecnológica do minério através de ensaios de laboratório, como determinação do WI, *DWT (Drop Weight Test)* e ensaios de moagem em

escala de bancada. A execução destes ensaios tem a finalidade de fornecer parâmetros que são utilizados na simulação dos circuitos industriais amostrados.

Os trabalhos de caracterização tecnológica foram realizados no Laboratório de Simulação e Controle de Processos Minerais (LSC/EPUSP) e Laboratório Tratamento de Minerais e Resíduos Industriais (LTM/EPUSP), ambos localizados no Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

4.1.1 DISTRIBUIÇÕES GRANULOMÉTRICAS E PORCENTAGEM DE SÓLIDOS

Dois métodos podem ser empregados para a determinação da porcentagem de sólidos dos fluxos amostrados, nos respectivos circuitos de moagem industrial. Um refere-se ao método da balança Marcy, a qual indica a densidade da polpa amostrada e, conhecendo-se o peso específico do minério, é possível determinar a porcentagem de sólidos mássica do fluxo, a partir da equação 66, apresentada a seguir.

$$C_W = 100 \times \frac{\rho_s(\rho_p - 1)}{\rho_p(\rho_s - 1)} \quad (66)$$

Onde:

C_W = porcentagem de sólidos mássica (%);

ρ_s = peso específico dos sólidos;

ρ_p = densidade da polpa.

O outro método trata-se da diferença de massas da polpa e massa de sólidos seca. O procedimento consiste em pesar todo o conteúdo da amostra de polpa, e após seca realizar uma nova pesagem de todo o conteúdo de sólidos seco. Assim, através da equação 67 é possível determinar a porcentagem de sólidos mássica do fluxo.

$$C_W = 100 \times \frac{m_s}{m_p} \quad (67)$$

Onde:

m_s = massa de sólidos seca da amostra;

m_p = massa de polpa amostra.

As distribuições granulométricas são determinadas através do peneiramento a úmido a partir de uma alíquota de cada amostra, a qual primeiramente é homogeneizada por pilha alongada e depois quarteada uma fração representativa que é destinada ao peneiramento a úmido.

O peneiramento a úmido é conduzido em bancada utilizando-se três bacias preenchidas por água. Cada ensaio é conduzido de modo a que em cada bacia, a peneira fique com a tela submersa e, através de movimentos circulares e ascendentes repetidos, o material seja sucessivamente peneirado em cada uma das três bacias, até que a fração retida fique praticamente livre de partículas finas. Um indicador de eficiência elevada do processo é manter a água da terceira bacia praticamente isenta de sólidos.

4.1.2 WI DE BOND PARA MOINHO DE BOLAS

É utilizado no ensaio um moinho com diâmetro e comprimento internos iguais a 305 mm (12") com cantos arredondados e revestimento interno liso. Durante o ensaio o moinho gira com rotação de 70 rpm, equivalente a 91,4% da velocidade crítica. A carga de corpos moedores é formada por 285 bolas de aço, segundo a distribuição apresentada na Tabela 2, a seguir.

Tabela 2. Distribuição da Carga de Bolas.

Tamanho de Bolas mm (polegada)	Quantidade
36,8 (1,45")	43
27,9 (1,1")	67
25,4 (1")	10
19,1 (0,75")	71
15,5 (0,61")	94
Total	285

4.1.2.1 O ensaio

O material a ser ensaiado é britado sucessivamente, até que todo material seja passante na malha 3,35 mm (6# *Tyler*). É importante salientar a necessidade de se efetuar a cominuição do material em estágios, devido ao efeito deletério da presença de finos em excesso, comum na cominuição realizada em estágios únicos.

Após os estágios de cominuição e peneiramento iniciais, o material é homogeneizado e quarteado, e uma fração é encaminhada ao peneiramento para determinação da distribuição granulométrica da alimentação, possibilitando o cálculo do F_{80} .

Uma outra fração do material é colocada sob pequenas doses, em uma proveta de 1000 mL até que, através de batimentos sucessivos seja obtido 700 mL de material compactado. Este material serve como alimentação do moinho para o primeiro ciclo do ensaio. Efetua-se o cálculo da densidade aparente através da equação 68.

$$d_a = \frac{m_s}{V_p} \quad (68)$$

Onde:

d_a = densidade aparente;

m_s = massa de sólidos adicionada à proveta;

V_p = volume preenchido pela amostra (neste caso 700 mL).

O material é despejado no interior do moinho e este acionado até que atinja um número pré-determinado de rotações iniciais. O material é então descarregado e peneirado na malha selecionada (malha de controle).

A seleção da malha de controle é de extrema importância, pois influencia diretamente o resultado do WI . A malha de controle é selecionada de acordo com o P_{80} desejado para o dado minério e determina o *top size* do produto. Isto é, escolhe-se a malha em que é esperado que o material do último ciclo do ensaio passante por ela, tenha P_{80} igual do produto desejado para o minério em questão.

A fração passante na malha de controle é separada, enquanto que ao material retido será adicionado material fresco, de modo a repor o peso original da carga.

O material assim composto é reconduzido ao moinho para o próximo ciclo do teste. O número de rotações deste próximo ciclo é calculado de modo a produzir uma carga circulante de 250%. Assim, o número de rotações requerido é obtido a partir dos resultados do ciclo antecedente, de modo a produzir uma fração passante igual a 1/3,5 da carga total dentro do moinho.

Os ciclos de moagem do teste são repetidos até que o peso líquido da fração passante na malha de controle por revolução do moinho (G_{bp}) se estabilize, ou seja, os valores dos últimos dois ciclos apresentem valores semelhantes.

A média dos últimos três valores do G_{bp} é o valor final a ser considerado nos cálculos subsequentes. O teste termina com a determinação das distribuições granulométricas do produto passante na malha de controle e da carga circulante do material referente ao último ciclo. O cálculo do WI (kWh/st) é efetuado mediante a equação 69 apresentada a seguir.

$$WI = \frac{44,5}{P_c^{0,23} G_{pb}^{0,82} \left(\frac{10}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{10}{\sqrt{F_{80}}} \right)} \quad (69)$$

Onde:

P_c = tamanho da malha de controle (μm);

F_{80}, P_{80} = tamanho no qual 80% da alimentação e do produto do último ciclo são passantes, respectivamente (μm);

G_{bp} = valores de gramas por revolução referente aos três últimos ciclos do ensaio (g/rev).

4.1.3 *DROP WEIGHT TEST – DWT*

Ensaio de *DWT* são empregados para avaliar características de amostras de minério quanto à cominuição, além de servirem como índice comparativo entre amostras de diferentes minérios. A metodologia de caracterização tecnológica empregada neste ensaio baseia-se em índices paramétricos da relação entre energia aplicada e fragmentação resultante, segundo duas faixas de intensidade de energia. Os valores altos de energia aplicada são obtidos mediante impactos sobre partículas, no equipamento denominado *CI* – Célula de Impacto.

Os ensaios de fragmentação por impacto são executados de acordo com os procedimentos descritos por Napier-Munn (1996). Este procedimento estabelece que fragmentos de amostras de minério sejam peneirados em cinco frações granulométricas pré-determinadas, e preparado três lotes com um número estabelecido de fragmentos, para cada uma das cinco frações granulométricas. A Tabela 3, a seguir, apresenta as frações granulométricas e o número de fragmentos por lote de cada uma.

Tabela 3. Frações Granulométricas do Ensaio de *DWT*.

Fração (mm)	Quantidade de Fragmentos por Lote
- 63,0 + 53,0	10
- 45,0 + 37,5	15
- 31,5 + 26,5	30
- 22,4 + 19,0	30
- 16,0 + 13,2	30

Assim, a partir dos fragmentos peneirados e preparados em lotes, cada fragmento é submetido individualmente ao impacto com energia específica (E_{cs}) entre 0,25 kWh/t e 2,5 kWh/t. As partículas fragmentadas de cada lote são então reunidas e encaminhadas ao peneiramento, do qual se obtém o parâmetro selecionado de distribuição granulométrica, t_{10} , o qual representa a porcentagem de material passante na malha um décimo (1/10), do tamanho original do fragmento.

O ensaio de *DWT* visa determinar a partir dos resultados de distribuição granulométrica e energia específica aplicada (E_{cs}), os parâmetros A e b , os quais parametrizam a função que relaciona a energia aplicada (E_{cs}) com a fragmentação resultante (t_{10}), através da equação 70 apresentada a seguir.

$$t_{10} = A (1 - e^{-b E_{cs}}) \quad (70)$$

Onde,

t_{10} = porcentagem passante na malha igual a 1/10 do tamanho original do fragmento;

E_{cs} = energia específica aplicada ao fragmento de minério (kWh/t);

A ; b = parâmetros dependentes da resistência à quebra do minério.

A função acima representa o comportamento característico do minério ensaiado, quando submetido a impactos. O fenômeno de fragmentação é convenientemente descrito por uma curva com rápido crescimento inicial, determinado pelo parâmetro b , tendendo posteriormente a um valor assintótico determinado pelo parâmetro A , conforme ilustra o gráfico da Figura 18.

Figura 18. Representação da Relação Energia *versus* Fragmentação.

Os parâmetros A e b são característicos de cada amostra de minério ensaiada. Em termos práticos, isto significa que o processo de fragmentação não ocorre a partir de um determinado valor de energia aplicada às partículas.

Assim, quanto menores os valores dos parâmetros A e b , maior a resistência da amostra à fragmentação por impacto. Por apresentarem a mesma tendência, o produto dos parâmetros A e b , denominado *Índice de Quebra (IQ)* constitui-se em um índice singular de caracterização quanto ao impacto.

4.1.3.1 *Ensaio de DWT Simplificado*

Amostras de testemunhos de sondagens, ou ainda aquelas que apresentam limitações de massa e tamanho de fragmentos, impedem a realização de ensaios *DWT* conforme preconizados pelo método do ensaio na célula de impacto.

Para contornar este problema Chieragati (2000) e Chieragati e Delboni Jr. (2002), propuseram o ensaio de *DWT Simplificado*, o qual é realizado apenas com a fração - 22,4 + 19,0 mm. Segundo os autores, confrontando os resultados obtidos nos ensaios de *DWT Completo* e *Simplificado* é possível estabelecer uma relação entre os parâmetros obtidos para ambos os ensaios.

4.1.3.2 Ensaio de Abrasão

O parâmetro representativo da resistência da amostra à fragmentação por abrasão é o índice de abrasão denominado t_a , o qual representa a faixa de intensidade de energia baixa. Este índice é obtido por meio de ensaio de tamboramento em condições padronizadas, quais sejam, 3 kg de amostra de fragmentos na fração - 53,0 + 37,5 mm, submetidos a 10 minutos de tamboramento em moinho de diâmetro e comprimento de 305 mm (12"), com presença de aletas.

Após o término do ensaio o produto é peneirado e determina-se o valor do parâmetro t_{10} . O valor do índice t_a é numericamente igual a 10% do valor do t_{10} . Deste modo, quanto menor o valor do t_a , maior a resistência da amostra à fragmentação por abrasão.

4.1.3.3 Função Distribuição de Quebra - Appearance Function

O cálculo da *appearance function* para moinho de bolas também é determinado a partir dos resultados do ensaio de DWT, seguindo os procedimentos descritos na seção anterior.

A partir das distribuições granulométricas obtidas calculam-se os parâmetros t_n 's, os quais representam a porcentagem passante na malha $1/n$, do tamanho original. Como a energia específica aplicada (E_{cs}) no ensaio depende largamente das características físicas do minério como, peso específico e forma, Narayanan (1985) propôs utilizar uma fração média para a realização do ensaio de - 5,6 + 4,75 mm, assim como utilizar a relação apresentada na equação 71 a seguir, para parametrizar os parâmetros A e b .

$$t_{10} = A + b \ln(E_{cs}) \quad (71)$$

Definidos os parâmetros A e b para o minério estudado, calcula-se o valor do t_{10} para uma energia específica média de 2,1475 kWh/t. Obtido estes valores, pode-se

obter a *appearance function*, a partir do gráfico da Figura 19, desenvolvido por Narayanan (1985).

Figura 19. Curvas t_n versus t_{10} (Fonte: adaptado de Narayanan, 1985).

As curvas apresentadas na Figura 18 representam a média de diversos minérios e permite prever a distribuição granulométrica resultante (t_n 's), para um determinado nível de fragmentação (t_{10}).

4.1.4 ENSAIOS DE MOAGEM

O moinho utilizado para a realização dos ensaios de moagem em escala de bancada foi um moinho de laboratório de aço carbono 1020, com diâmetro e comprimento iguais a 254 mm (10").

A preparação das amostras para os ensaios de moagem em escala bancada foi a mesma aplicada para o ensaio de moabilidade de Bond, a qual consiste em britar o material sucessivamente, até que todo ele seja passante na malha 3,35 mm (6#

Tyler). Após os estágios de cominuição e peneiramento iniciais, o material foi homogeneizado e quarteado, e uma fração foi encaminhada ao peneiramento a úmido para determinação da distribuição granulométrica da alimentação.

A fração - 0,212 + 0,150 mm, do peneiramento da alimentação foi utilizada para determinação do peso específico dos sólidos por picnometria (procedimento descrito na seção seguinte).

Os ensaios foram realizados a úmido, a 70% de sólidos, e com grau de enchimento de 33%. Foram utilizadas três cargas de bolas diferentes de acordo com *top size* das bolas. As três cargas possuem curvas de distribuição de tamanhos paralelas. A Tabela 4 apresenta a distribuição das cargas de bolas utilizadas.

Tabela 4. Distribuição das Cargas de Bolas.

Tamanho de Bola (mm)	Carga de Bolas – Quantidade de Bolas		
	Top Size 38 mm	Top Size 30 mm	Top Size 25 mm
38	43	-	-
30	67	140	-
25	10	33	261
20	71	80	62
15	94	75	188
Total	285	329	511

Para cada condição operacional estipulada foram realizados três ensaios em tempos diferentes. A massa de sólidos para cada ensaio foi calculada a partir do grau de enchimento do moinho, volume de vazios da carga de bolas e peso específico dos sólidos.

O procedimento de execução dos ensaios de moagem consistiu em dividir a carga de bolas e a massa de sólidos do ensaio, em três frações iguais. O moinho foi carregado em sequência alternada, de um terço de carga de bolas e um terço de massa de minério. Após este procedimento foi adicionada a massa de água necessária para que a polpa atinja 70% de sólidos. O moinho foi então fechado e foi dado início ao ensaio.

Após o término de cada ensaio, o moinho e a carga de bolas foram lavados e todo o material foi posto para secar em estufa a 100 °C. Após seco, o material foi

homogeneizado por pilha alongada e foi quarteada uma alíquota para determinação da distribuição granulometria do produto moído, através do peneiramento a úmido.

Conhecendo-se a potência aplicada ao moinho de laboratório, foi possível definir o consumo energético necessário para gerar uma determinada massa de produto abaixo de um determinado tamanho. A Figura 20 apresenta a curva típica de energia consumida por produto gerada para um determinado tamanho.

Figura 20. Gráfico de Energia Consumida *versus* Granulometria do Produto.

4.1.4.1 Determinação do Peso Específico dos Sólidos – Picnometria

A fração + 0,212 mm - 0,150 mm da alimentação de cada amostra de minério foi homogeneizada por pilha alongada e quarteada em alíquotas de 10 g.

Os ensaios para determinação do peso específico dos sólidos foram conduzidos em picnômetro de vidro de 50 mL. Foi utilizada uma balança de precisão com três casas decimais. Conforme o procedimento estabelecido, inicialmente o picnômetro vazio e seco foi pesado (M_1), bem como preenchido integralmente por água (M_4). Na sequência secou-se o picnômetro e o material foi adicionado ao mesmo, o conjunto foi então pesado (M_2). O volume vazio do picnômetro foi completado com água e novamente o conjunto foi pesado (M_3).

O procedimento foi repetido para três alíquotas. O peso específico dos sólidos foi então calculado pela equação 72 abaixo.

$$\rho_s = \frac{M_2 - M_1}{(M_4 - M_1) - (M_3 - M_2)} \quad (72)$$

Onde:

ρ_s = peso específico do sólido;

M_1 = massa do picnômetro vazio;

M_2 = massa do picnômetro com minério;

M_3 = massa do picnômetro com minério e preenchido integralmente por água;

M_4 = massa do picnômetro preenchido integralmente por água.

4.2 MÉTODO

O método utilizado para integração de modelos energéticos e de balanço populacional na otimização e dimensionamento de circuitos de moagem em moinho de bolas foi baseado nos trabalhos inicialmente desenvolvidos por Morrell e Man (1997) e Man (2001a, 2001b, 2001c).

Estes trabalhos consistiram em desenvolver uma metodologia simplificada baseada em ensaios de laboratório, a qual permite gerar os parâmetros de calibração necessários para uma modelagem matemática e, conseqüentemente, o escalonamento e dimensionamento de moinhos de bolas industriais com aceitável grau de confiança.

O desenvolvimento da metodologia foi baseado em circuitos industriais de moagem de bolas em operação. A formulação do método englobou seis componentes principais, os quais são listados a seguir:

- Ensaios de laboratório;
- Modelo matemático para moinho de bolas;
- Modelo matemático de classificação em hidrociclones;
- Modelo de potência para moinho de bolas;
- Critérios para *scale-up*;
- Programa computacional de simulação.

Ensaios de laboratório

O método inclui a realização de dois ensaios de laboratório, quais sejam *drop weight test* e ensaio de moagem cíclico. Ambos ensaios realizados com uma amostra representativa da alimentação nova do circuito que se deseja escalonar. O objetivo dos ensaios é fornecer os parâmetros para calibração dos modelos do circuito de moagem estudado, como *appearance function*, *breakage rate* e vazão de sólidos.

Modelo matemático para moinho de bolas

O modelo matemático para moinho de bolas utilizado foi o *Perfect Mixing Model* desenvolvido por Whiten (1976), o qual foi utilizado para calibrar o circuito de moagem, a partir dos parâmetros obtidos pelos ensaios de laboratório, bem como prever o seu desempenho para diferentes condições através dos trabalhos de simulação.

Modelo matemático para classificação em hidrociclones

Assim como o modelo para moinho de bolas, o modelo de classificação em hidrociclones também foi empregado para representar e simular esta etapa do circuito estudado. O modelo utilizado foi o desenvolvido por Nageswararao (1978 e 1995).

Modelo de potência para moinho de bolas

O modelo de potência utilizado é aquele desenvolvido por Morrell (1996a, 1996b). O objetivo desta etapa é prever com acurácia a potência do moinho de laboratório utilizado no ensaio cíclico de moagem, permitindo assim o escalonamento deste moinho para um moinho industrial.

Critérios para *scale-up*

Os critérios para *scale-up* foram definidos a partir da comparação dos resultados dos ensaios de laboratório, com os dados dos circuitos industriais estudados. O conjunto de critérios para escalonamento englobam os parâmetros calibrados, os quais são variáveis entre os moinhos de laboratório e industrial, quais sejam: *appearance function*, *breakage rate* e vazão de sólidos.

Programa computacional para simulação

O *software* para simulação além de ser uma ferramenta matemática poderosa, tem como função integrar o modelos de moagem, o qual fornece os parâmetros de escalonamento, com o modelo de classificação, e simular o desempenho global do circuito de moagem. Os trabalhos utilizaram o *software JKSimMet*.

Após a calibração dos modelos matemáticos com base nos ensaios de laboratório, o escalonamento para simulação e previsão de desempenho do moinho industrial pode ser realizado de acordo com a equação 73 apresentada a seguir.

$$\frac{r_i/d_{i_{ind}}}{r_i/d_{i_{lab}}} = \frac{P_{ind} Q_{lab} f(D_b)_{ind}}{P_{lab} Q_{ind} f(D_b)_{lab}} \quad (73)$$

Onde:

P_{ind}, P_{lab} = potência do moinho industrial e de laboratório, respectivamente;

Q_{ind}, Q_{lab} = vazão volumétrica do moinho industrial e de laboratório, respectivamente;

$f(D_b)_{ind}, f(D_b)_{lab}$ = função do diâmetro máximo de bola do moinho industrial e de laboratório, respectivamente.

A função $f(D_b)$ é descrita como o fator de escala F_E na seção 3.5.2.3.

4.2.1 PROCEDIMENTO ADOTADO

O desenvolvimento do presente trabalho foi baseado em três diferentes usinas de beneficiamento em operação, nas quais há de moagem em moinho de bolas, quais sejam, Mineração Serra Grande, Mineração Vale Fertilizantes – Unidade Araxá e Mineração Mirabela.

O procedimento para desenvolvimento do trabalho consistiu na amostragem completa dos respectivos circuitos de moagem em moinho de bolas, isto é, englobando as etapas de moagem e classificação com amostragem de todos os fluxos como alimentação, produto e fluxos intermediários, assim como tomada dos dados físicos dos equipamentos e condições operacionais do circuito.

Todas as amostras foram submetidas à determinação de porcentagem de sólidos e distribuição granulométrica, a partir das quais foi consolidado um balanço de massas global representativo dos circuitos industriais estudados.

Com as amostras de alimentação nova dos circuitos de moagem amostrados foram realizados ensaios de caracterização tecnológica quanto à cominuição, como *DWT*, *WI* e ensaios de moagem em escala de bancada. Com os resultados dos ensaios de laboratório foi realizado o tratamento de dados.

A partir das distribuições granulométricas da alimentação e produto, dos parâmetros físicos e condições operacionais dos ensaios de moagem em

laboratório, bem como da *appearance function* determinada a partir dos ensaios de *DWT*, foi realizada a calibração do moinho de bolas para cada minério estudado.

A calibração do moinho de bolas foi executada com base no *PMM*, compreendendo todos os ensaios e diferentes condições operacionais estudadas e consistiu na determinação do parâmetro ri/di_{lab} para cada minério estudado em cada diferente condição operacional.

Na sequência foi realizada a simulação do moinho de bolas para cada parâmetro ri/di_{lab} determinado. A simulação representou a estimativa do produto do circuito industrial de moagem (*overflow* dos hidrociclones), com base nos parâmetros ri/di_{lab} calibrados, na alimentação nova dos circuitos industriais, bem como tamanho de bolas industrial, o qual descreve como a potência aplicada ao moinho é transferida à carga no interior do mesmo (MORRELL; MAN, 1997).

Após a determinação das estimativas das distribuições granulométricas dos produtos industriais, estas juntamente com a potência calculada para o moinho de laboratório e alimentação nova dos circuitos industriais permitiu prever o consumo energético industrial por produto gerado em determinado malha ($\text{kWh/t}_{\text{gerada na malha } x}$).

A Figura 21 apresenta o fluxograma sequencial dos trabalhos e procedimentos adotados no desenvolvimento do presente trabalho.

Figura 21. Fluxograma Sequencial dos Trabalhos Executados.

5 RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados de todas as etapas que compreendem o desenvolvimento do presente trabalho. Os resultados são apresentados em forma de tabelas e gráficos para melhor entendimento do leitor. As análises e discussões estão abordados no capítulo seguinte.

O presente trabalho foi baseado em três diferentes circuitos industriais que incluem moagem em moinho de bolas, quais sejam, Mineração Serra Grande (MSG), Mineração Vale Fertilizantes – Unidade Araxá (Vale) e Mineração Mirabela (Mirabela). Para maior praticidade e clareza, a partir deste ponto, quando citados os circuitos estudados estão nomeados como: MSG, Vale e Mirabela.

Um fato importante sobre as três operações estudadas é que cada uma possui um circuito de cominuição anterior ao circuito de moagem de bolas bastante distinto um do outro. O circuito de moagem de bolas da MSG recebe o produto da britagem terciária, enquanto os circuitos da Vale e Mirabela recebem o produto de moagens de barras e semi-autógena, respectivamente. Na seção seguinte são apresentados os circuitos de cominuição estudados.

5.1 CIRCUITOS ESTUDADOS

O circuito de cominuição da MSG compreende a britagem primária em britador de mandíbulas com grelha para escalpe dos finos, seguida da britagem secundária em britador cônico com *by pass* dos finos com peneira, sendo este classificado em classificador espiral, com o *overflow* encaminhado à etapa de concentração e o *underflow* à moagem de bolas. Na sequência, ocorre a britagem terciária em circuito fechado reverso com britador cônico e peneira. Os produtos da britagem terciária e *underflow* do classificador espiral são estocados em silo, cujo retomada é encaminhada ao circuito de moagem de bolas, configurado de modo direto e fechado com hidrociclones, conforme apresentado no fluxograma da Figura 22 a seguir.

Figura 22. Fluxograma do Circuito de Cominuição da Mineração Serra Grande.

A Figura 23 apresenta o fluxograma do circuito de cominuição da Vale, o qual compreende a britagem primária em britador de mandíbulas com grelha para escalpe dos finos, o material escalpado se junta ao material britado sendo então encaminhado ao peneiramento primário. O material retido no peneiramento primário é encaminhado à britagem secundária em circuito aberto com britador tipo *sizer*, o produto da britagem secundária é então encaminhado ao peneiramento secundário. O material retido no peneiramento secundário é o produto de concentrado apatítico grosso. Por sua vez, os materiais passantes nos peneiramentos primário e secundário são encaminhados para a pilha de homogeneização. O material retomado da pilha é encaminhado à moagem primária em moinho de barras, seguida de separação magnética, para retirada de magnetita, e pré-classificação com hidrociclones para retirada dos finos naturais. O *underflow* da pré-classificação

é encaminhado ao circuito de moagem secundária em circuito fechado reverso em moinho de bolas.

Figura 23. Fluxograma do Circuito de Cominuição da Vale Fertilizantes – Unidade Araxá.

O fluxograma do circuito de cominuição da Mirabela apresentado a seguir na Figura 24 compreende britagem primária em circuito aberto, com dois britadores distintos, sendo um britador giratório e um de mandíbulas. Na sequência, o material britado é estocado em pilha pulmão, cuja retomada é encaminhada à moagem SAG com britagem de *pebbles* em britador cônico, seguida de moagem de bolas em circuito configurado de modo reverso e fechado com hidrociclones.

Figura 24. Fluxograma do Circuito de Cominuição da Mineração Mirabela.

5.2 BALANÇOS DE MASSAS INDUSTRIAIS

Para os três circuitos estudados foram realizadas amostragens nas etapas de moagem de bolas, as quais incluíram tomadas de amostras de todos os fluxos presentes, quais sejam, alimentação nova do circuito, descarga do moinho, alimentação, *underflow* e *overflow* da classificação.

Após a amostragem em cada circuito estudado, foi realizado o tratamento das amostras que incluiu a determinação da porcentagem de sólidos, da densidade, bem como peneiramento a úmido para determinação da distribuição granulométrica de cada fluxo amostrado. A partir dos dados obtidos com as amostragens e tratamento das amostras foram realizados os balanços de massas para os três circuitos de moagem de bolas estudados.

A Tabela 5 apresenta o resultado do balanço de massas para o circuito da MSG. Durante o período de amostragem apenas a linha de moagem I da MSG estava operando. Portanto, o balanço de massas refere-se apenas a esta linha de moagem, a qual representa em média 70% da etapa de moagem da MSG.

Tabela 5. Resultados do Balanço de Massas do Circuito de Moagem da MSG.

Parâmetros	Alimentação Nova	Moinho de Bolas		Classificação		
		Alimentação	Descarga	Alimentação	Underflow	Overflow
Vazão de Sólidos (t/h)	99,8	654,1	654,1	654,1	554,4	99,8
Peso Específico dos Sólidos (g/cm ³)	2,74	2,74	2,74	2,74	2,74	2,74
Vazão de Água (m ³ /h)	5,3	291,6	291,6	379,7	232,7	147,1
% de Sólidos	95,0	69,2	69,2	63,3	70,4	40,4
Densidade da Polpa	2,52	1,78	1,78	1,67	1,81	1,35
Vazão de Polpa (m ³ /h)	41,7	530,3	530,3	618,4	434,9	183,5
P ₈₀ (mm)	6,20	2,13	0,890	0,890	1,18	0,132
Malha (mm)	Porcentagem Passante Acumulada					
12,7	100	100	100	100	100	100
9,50	99,0	99,8	100	100	100	100
6,35	83,4	96,4	99,0	99,0	98,8	100
4,75	66,9	92,0	97,1	97,1	96,6	100
3,36	50,4	86,8	94,4	94,4	93,4	100
2,36	41,2	81,3	90,3	90,3	88,5	100
1,18	26,7	71,9	83,1	83,1	80,0	100
0,85	23,3	67,8	79,5	79,5	75,8	100
0,59	19,7	60,9	73,2	73,2	68,3	100
0,42	17,1	52,4	65,0	65,0	58,7	100
0,30	15,5	44,1	56,9	56,9	49,2	99,7
0,21	13,3	32,9	45,6	45,6	36,4	95,6
0,15	11,6	22,3	33,7	33,7	24,1	84,9
0,106	10,3	17,6	27,5	27,5	18,8	72,4
0,075	8,7	13,3	21,5	21,5	14,1	60,5
0,053	7,3	10,6	17,3	17,3	11,2	49,9
0,045	6,1	9,3	15,1	15,1	9,9	45,1
0,038	5,3	8,5	13,3	13,3	9,1	40,4

Os resultados do balanço de massas do circuito de moagem da MSG apresentaram P₈₀ para a alimentação nova e produto do circuito (*overflow* da classificação) de 6,20 mm e 0,120 mm, respectivamente, indicando relação de redução para o circuito de 52. Para a malha de controle 0,106 mm (150# Tyler) foram apresentadas porcentagens passantes de 10,3% e 75,5% para a alimentação nova e produto industrial, respectivamente.

A etapa de classificação apresentou partições para o *underflow* de polpa, sólidos e água de 70,3%, 84,8% e 61,3%, com uma carga circulante de 556%.

A Tabela 6 apresenta o resultado do balanço de massas para o circuito da Vale.

Tabela 6. Resultados do Balanço de Massas do Circuito de Moagem da Vale.

Parâmetros	Alimentação Nova	Moinho de Bolas 01		Moinho de Bolas 02		Classificação		
		Alimentação	Descarga	Alimentação	Descarga	Alimentação	Underflow	Overflow
Vazão de Sólidos (t/h)	491,4	471,2	471,2	706,8	706,8	1669,4	1178,0	491,4
Peso Específico dos Sólidos (g/cm ³)	3,20	3,20	3,20	3,20	3,20	3,20	3,20	3,20
Vazão de Água (m ³ /h)	494,8	195,3	195,3	314,6	314,6	1416,0	411,1	1005,0
% de Sólidos	49,8	70,7	70,7	69,2	69,2	54,1	74,1	32,8
Densidade da Polpa	1,52	1,95	1,95	1,91	1,91	1,59	2,04	1,29
Vazão de Polpa (m ³ /h)	648,3	342,5	342,5	535,5	535,5	1938,0	779,2	1159,0
P ₈₀ (mm)	0,951	0,598	0,367	0,598	0,326	0,447	0,598	0,151
Malha (mm)	Porcentagem Passante Acumulada							
19,1	100	100	100	100	100	100	100	100
12,7	99,6	99,9	100	99,9	100	99,9	99,9	100
9,50	99,3	99,7	100	99,7	100	99,8	99,7	100
5,66	98,8	99,4	100	99,4	100	99,5	99,4	100
4,75	98,3	99,3	100	99,3	100	99,5	99,3	100
3,35	97,5	98,9	99,9	98,9	99,9	99,2	98,9	100
2,36	95,5	97,9	99,8	97,9	99,8	98,5	97,9	100
1,68	84,7	95,8	99,4	95,8	99,5	97,0	95,8	100
0,85	77,3	87,0	96,0	87,0	97,0	90,8	87,0	100
0,59	68,4	79,7	91,6	79,7	93,7	85,7	79,7	99,9
0,42	60,2	69,9	84,3	69,9	87,6	78,6	69,9	99,5
0,30	52,5	56,4	72,7	56,4	76,8	68,4	56,4	97,2
0,21	45,0	41,4	58,1	41,4	61,9	55,9	41,4	90,5
0,15	38,4	29,0	44,4	29,0	47,4	43,9	29,0	79,8
0,106	31,5	20,0	33,4	20,0	35,5	33,7	20,0	66,9
0,075	24,6	13,8	25,0	13,8	26,5	25,4	13,8	54,0
0,053	18,2	9,7	19,0	9,7	20,1	19,2	9,7	42,2
0,045	15,7	8,0	16,4	8,0	17,3	16,5	8,0	37,5
0,038	13,4	6,8	14,4	6,8	15,2	14,3	6,8	33,1

Os resultados do balanço de massas do circuito de moagem da Vale apresentaram P_{80} para a alimentação nova e produto do circuito (*overflow* da classificação) de 0,951 mm e 0,151 mm, respectivamente, indicando relação de redução para o circuito de 6. Para a malha de controle 0,149 mm (100# Tyler) foram apresentadas porcentagens passantes de 38,2% e 79,6% para a alimentação nova e produto industrial, respectivamente.

A etapa de classificação apresentou partições para o *underflow* de polpa, sólidos e água de 40,2%, 70,6% e 29,0%, com uma carga circulante de 240%.

A Tabela 7 apresenta o resultado do balanço de massas para o circuito da Mirabela.

Tabela 7. Resultados do Balanço de Massas do Circuito de Moagem da Mirabela.

Parâmetros	Alimentação Nova	Moinho de Bolas 01		Moinho de Bolas 02		Classificação		
		Alimentação	Descarga	Alimentação	Descarga	Alimentação	Underflow	Overflow
Vazão de Sólidos (t/h)	864,0	511,3	511,3	511,3	511,3	1886,6	1022,6	864,0
Peso Específico dos Sólidos (g/cm ³)	3,15	3,15	3,15	3,15	3,15	3,15	3,15	3,15
Vazão de Água (m ³ /h)	382,8	181,5	181,5	163,2	163,2	1706,9	298,6	1409,7
% de Sólidos	69,3	73,8	73,8	75,8	75,8	52,5	77,4	38,0
Densidade da Polpa	1,90	2,01	2,01	2,07	2,07	1,56	2,12	1,35
Vazão de Polpa (m ³ /h)	657,0	343,8	343,8	325,6	325,6	2305,8	623,2	1684,0
P ₈₀ (mm)	0,508	0,557	0,304	0,557	0,247	0,344	0,557	0,149
Malha (mm)	Porcentagem Passante Acumulada							
13,2	100	100	100	100	100	100	100	100
10,0	99,5	99,3	99,5	99,3	99,9	99,6	99,3	100
8,00	98,9	98,5	99,1	98,5	99,8	99,2	98,5	100
6,35	98,4	97,9	98,8	97,9	99,7	98,9	97,9	100
4,00	97,2	96,6	98,4	96,6	99,6	98,2	96,6	100
3,35	96,7	96,1	98,2	96,1	99,6	97,9	96,1	100
2,00	95,0	94,4	97,8	94,4	99,5	97,0	94,4	100
1,68	94,1	93,5	97,6	93,5	99,4	96,5	93,5	100
1,18	91,8	91,3	97,2	91,3	99,2	95,3	91,3	100
0,85	88,5	87,9	96,3	87,9	98,9	93,4	87,9	100
0,59	83,3	82,0	94,3	82,0	97,9	90,2	82,0	100
0,42	76,3	72,4	89,5	72,4	95,0	85,0	72,4	100
0,30	68,2	58,0	79,5	58,0	87,5	76,5	58,0	98,3
0,21	59,1	40,6	63,7	40,6	73,0	64,1	40,6	91,6
0,15	49,9	27,1	48,3	27,1	57,1	51,4	27,1	80,2
0,106	41,2	18,6	36,6	18,6	44,0	40,7	18,6	66,9
0,075	32,9	13,1	27,8	13,1	33,8	31,8	13,1	54,4
0,053	26,3	9,7	21,1	9,7	26,6	25,2	9,7	43,5
0,038	20,4	7,2	16,8	7,2	20,8	19,5	7,2	34,7

Os resultados do balanço de massas do circuito de moagem da Mirabela apresentaram P_{80} 's para a alimentação nova e produto do circuito (*overflow* da classificação) de 0,508 mm e 0,149 mm, respectivamente, indicando relação de redução para o circuito de 6. Para a malha de controle 0,149 mm (100# Tyler) foram apresentadas porcentagens passantes de 49,9% e 80,2% para a alimentação nova e produto industrial, respectivamente.

A etapa de classificação apresentou partições para o *underflow* de polpa, sólidos e água de 27,0%, 54,2% e 17,5%, indicando uma carga circulante de 240%.

5.3 CARACTERIZAÇÃO TECNOLÓGICA

Foi realizada a caracterização tecnológica quanto à cominuição para os três minérios estudados. Os trabalhos de caracterização incluíram ensaios de WI de Bond e ensaios de moagem em escala de bancada com as amostras da alimentação nova dos circuitos de moagem, bem como *DWT* com amostras da alimentação nova das usinas de beneficiamento.

5.3.1 ENSAIOS DE MOAGEM EM LABORATÓRIO

Foram realizados ensaios de moagem em escala de bancada com amostras dos três circuitos amostrados. Para cada minério estudado foram realizados ensaios em seis diferentes condições operacionais, sendo que para cada condição foram realizados ensaios em três tempos diferentes (15, 30 e 45 minutos).

As variáveis modificadas entre os ensaios foram: a porcentagem da velocidade crítica, o tamanho máximo de bolas e a presença ou não de levantadores na carcaça do moinho. A Tabela 8 apresenta as diferentes condições dos ensaios de moagem em laboratório.

Tabela 8. Condições Operacionais dos Ensaios de Moagem em Laboratório.

Ensaio	Moinho	% Velocidade Crítica	Tamanho Máximo de Bola (mm)
Ensaio 1	Com Levantadores	72	38
Ensaio 2	Com Levantadores	75	38
Ensaio 3	Com Levantadores	69	38
Ensaio 4	Com Levantadores	72	30
Ensaio 5	Com Levantadores	72	25
Ensaio 6	Sem Levantadores	72	38

A Tabela 9 apresenta os resultados dos ensaios de moagem para o minério da MSG. Na sequência, a Figura 25 apresenta os gráficos de distribuições granulométricas obtidas a partir dos ensaios de moagem com o minério da MSG, comparando-as com o produto industrial (*overflow* da classificação), para as seis condições de moagem estudadas e os três diferentes tempos de moagem.

Nesta etapa dos trabalhos foram portanto executados 18 ensaios de moagem em bancada com o minério da MSG.

Tabela 9. Distribuições Granulométricas dos Ensaios de Moagem em Laboratório para o Minério da MSG.

Malha (mm)	Alimentação	Ensaio 1			Ensaio 2			Ensaio 3			Ensaio 4			Ensaio 5			Ensaio 6		
		15 min	30 min	45 min	15 min	30 min	45 min	15 min	30 min	45 min	15 min	30 min	45 min	15 min	30 min	45 min	15 min	30 min	45 min
		Porcentagem Passante Acumulada																	
3,35	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
2,36	90,7	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
1,18	60,8	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
0,85	50,4	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	99,9	100	100
0,59	41,3	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	99,8	100	100
0,42	35,2	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	99,8	100	100	99,7	100	100
0,30	31,9	99,8	100	100	99,8	100	100	99,7	100	100	99,8	100	100	99,7	100	100	99,5	100	100
0,21	27,7	97,8	99,9	100	98,0	99,8	100	97,7	99,9	100	98,5	99,8	100	98,4	100	100	97,9	100	99,9
0,15	23,4	90,9	99,0	99,6	90,8	98,7	99,6	89,0	99,4	99,8	94,3	98,8	99,8	94,2	99,5	99,9	91,3	99,5	99,5
0,106	20,2	78,0	94,9	97,9	80,2	94,2	97,7	77,3	95,9	98,3	81,8	95,5	98,5	85,4	97,1	98,8	81,9	97,2	98,2
0,075	17,5	64,9	83,3	91,0	66,9	81,0	91,5	63,5	84,2	91,2	69,2	85,0	92,5	71,4	88,0	94,1	66,7	90,0	94,0
0,053	14,7	50,4	71,2	78,8	55,1	67,2	79,3	47,7	69,3	75,9	56,4	68,6	81,3	57,6	74,4	82,5	54,0	76,1	84,0
0,045	12,5	43,6	64,6	71,0	49,2	58,5	70,8	40,6	65,1	70,1	51,4	60,8	73,4	49,7	66,1	75,5	47,7	68,2	77,3
0,038	10,5	37,0	57,1	62,0	43,0	48,0	60,8	34,0	62,6	65,8	46,9	53,1	63,6	41,0	56,5	68,2	40,9	59,9	69,7
P ₈₀ (mm)	1,912	0,112	0,069	0,055	0,106	0,073	0,054	0,115	0,069	0,059	0,101	0,068	0,052	0,094	0,062	0,050	0,102	0,059	0,048

Figura 25. Gráficos das Distribuições Granulométricas dos Ensaios de Moagem em Laboratório para o Minério da MSG.

Observando os gráficos da Figura 25, nota-se que para as seis condições estudadas a moagem com tempo de 15 minutos é que mais se aproximou do produto industrial da MSG.

A Tabela 10 apresenta os resultados dos ensaios de moagem para o minério da Vale. Na sequência, a Figura 26 mostra os gráficos de distribuições granulométricas resultantes dos ensaios de moagem executados com o minério da Vale, comparando-as com o produto industrial (*overflow* da classificação), para as seis condições de moagem estudadas e os três diferentes tempos de moagem.

Nesta etapa dos trabalhos foram portanto executados 18 ensaios de moagem em bancada com o minério da Vale.

Tabela 10. Distribuições Granulométricas dos Ensaios de Moagem em Laboratório para o Minério da Vale.

Malha (mm)	Alimentação	Ensaio 1			Ensaio 2			Ensaio 3			Ensaio 4			Ensaio 5			Ensaio 6		
		15 min	30 min	45 min	15 min	30 min	45 min	15 min	30 min	45 min	15 min	30 min	45 min	15 min	30 min	45 min	15 min	30 min	45 min
		Porcentagem Passante Acumulada																	
3,35	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
2,36	94,2	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
1,18	80,5	100	100	100	99,7	100	100	100	100	100	100	100	100	99	100	100	100	100	100
0,85	76,7	100	100	100	99,6	99,9	100	100	100	100	100	100	100	98,9	100	100	100	100	100
0,59	71,1	99,9	100	100	99,3	99,3	100	100	100	100	99,9	100	100	98,6	99,1	100	100	100	100
0,42	65,5	99,6	99,6	100	98,7	98,7	99,8	99,9	99,9	99,9	99,7	100	100	97,8	98,8	100	100	100	100
0,30	61,5	98,8	98,8	99,3	97,4	97,4	98,7	99,5	99,5	99,6	99,1	99,2	100	96,4	98,1	99,9	99,9	99,9	100
0,21	56,4	95,7	95,9	97,8	93,2	94,0	97,7	97,6	98,3	98,8	96,6	97,1	98,3	93,0	96,4	98,1	99,2	99,5	99,5
0,15	50,5	87,1	89,7	93,6	83,7	87,3	93,8	90,5	94,2	96,7	89,1	91,6	96,7	83,8	92,1	96,7	92,9	95,6	97,5
0,106	45,1	76,8	82,7	87,5	71,5	81,2	88,1	80,1	87,7	92,9	79,2	86,9	93,0	72,8	84,3	93,4	84,7	90,8	93,5
0,075	39,3	68,2	76,4	82,6	61,8	74,0	82,7	69,6	81,7	88,7	70,3	81,6	87,9	63,8	77,7	87,8	73,9	85,3	89,9
0,053	35,5	59,5	69,4	76,0	53,9	67,3	75,0	59,8	74,2	83,8	61,4	73,6	82,4	55,4	69,9	81,3	61,9	77,2	84,3
0,045	33,1	55,0	65,4	73,6	50,3	63,8	71,5	55,5	69,7	80,0	56,8	68,7	77,9	51,2	65,4	77,1	57,6	71,9	80,9
0,038	31,9	50,0	61,0	71,5	46,6	59,2	66,9	51,3	63,8	73,9	51,9	63,5	72,3	46,7	58,7	72,9	53,9	69,3	77,1
P ₈₀ (mm)	1,128	0,119	0,092	0,066	0,136	0,100	0,067	0,106	0,070	0,045	0,109	0,070	0,049	0,134	0,085	0,050	0,092	0,060	0,043

Figura 26. Gráficos das Distribuições Granulométricas dos Ensaios de Moagem em Laboratório para o Minério da Vale.

Observando os gráficos da Figura 26, nota-se que para as seis condições estudadas a moagem com tempo de 15 minutos é que mais se aproximou do produto industrial da Vale.

A Tabela 11 apresenta os resultados dos ensaios de moagem para o minério da Mirabela. Na sequência, a Figura 27 apresenta os gráficos de distribuições granulométricas obtidas a partir dos ensaios de moagem executados com o minério da Mirabela comparando-as com o produto industrial (*overflow* da classificação),

para as seis condições de moagem estudadas e os três diferentes tempos de moagem.

Nesta etapa dos trabalhos foram portanto executados 18 ensaios de moagem em bancada com o minério da Mirabela.

Tabela 11. Distribuições Granulométricas dos Ensaios de Moagem em Laboratório para o Minério da Mirabela.

Malha (mm)	Alimentação	Ensaio 1			Ensaio 2			Ensaio 3			Ensaio 4			Ensaio 5			Ensaio 6		
		15 min	30 min	45 min	15 min	30 min	45 min	15 min	30 min	45 min	15 min	30 min	45 min	15 min	30 min	45 min	15 min	30 min	45 min
		Porcentagem Passante Acumulada																	
3,35	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
2,36	87,2	100	100	100	100	100	100	99,9	100	100	99,9	100	100,0	99,1	100	100	99,8	100	100
1,18	60,2	100	100	100	100	100	100	99,8	100	100	99,8	100	100,0	97,9	100	100	99,4	100	100
0,85	50,8	100	100	100	100	100	100	99,8	100	100	99,8	100	100,0	97,7	100	100	99,4	100	100
0,59	41,1	100	100	100	100	100	100	99,7	99,9	100	99,8	100	100,0	97,4	100	100	99,2	100	100
0,42	33,7	100	100	100	99,9	100	100	99,4	99,8	100	99,5	99,8	100,0	96,9	100	100	98,8	100	100
0,30	29,4	99,2	99,9	100	99,3	100	100	98,5	98,7	100	98,9	98,9	99,9	96,3	100	100	97,7	100	100
0,21	23,9	95,5	99,8	100	95,6	100	100	93,1	95,4	100	95,6	96,8	99,5	93,8	99,4	100	88,3	99,9	100
0,15	19,0	80,3	97,6	99,9	80,2	99,3	100	77,9	92,0	99,7	80,0	92,4	99,3	81,9	96,4	100	68,1	98,5	99,9
0,106	14,8	62,5	84,6	97,4	63,8	93,3	99,7	59,5	84,3	96,1	62,9	83,7	92,7	64,7	91,6	98,7	52,1	87,4	98,5
0,075	11,4	49,6	69,6	88,2	51,2	79,0	93,9	47,1	64,4	80,3	48,6	64,8	75,4	51,0	78,7	93,6	40,5	67,6	91,8
0,053	8,9	37,6	55,2	70,2	40,2	60,2	79,1	37,6	49,0	63,5	36,8	48,3	60,8	40,0	60,0	79,0	31,2	52,0	76,4
0,045	7,5	31,8	46,6	58,2	35,3	52,6	68,9	33,1	43,2	57,4	32,3	41,8	53,7	35,3	52,6	69,0	27,5	46,6	66,9
0,038	6,4	26,2	37,3	45,2	30,6	45,7	57,5	28,6	37,8	52,0	28,3	35,9	46,5	30,7	45,9	57,6	24,1	41,9	56,7
P ₈₀ (mm)	2,020	0,149	0,096	0,065	0,150	0,077	0,054	0,158	0,099	0,075	0,150	0,100	0,083	0,145	0,078	0,054	0,185	0,094	0,058

Figura 27. Gráficos das Distribuições Granulométricas dos Ensaios de Moagem em Laboratório para o Minério da Mirabela.

Observando os gráficos da Figura 27, nota-se que para as seis condições estudadas a moagem com tempo de 15 minutos é que se mais aproxima do produto industrial da Mirabela.

Após a execução dos ensaios de moagem em laboratório e tratamento de dados, foi observado que para os três minérios estudados (MSG, Vale e Mirabela), a moagem com tempo de 15 minutos apresentou as granulometrias de produto mais

próximos aos produtos industriais, os quais foram determinados pelos balanços de massas industriais.

Nota-se que os ensaios de moagem em laboratório com tempo de 15 minutos não apresentaram as melhores estimativas granulométricas dos produtos industriais, principalmente para o minério da Vale, ou seja, provavelmente um tempo de moagem menor do que 15 minutos forneceria um produto mais próximo ao industrial para este minério.

Contudo, não foram realizadas campanhas específicas para determinar o tempo de moagem mais adequado para cada minério, pois o objetivo do trabalho é desenvolver um ensaio padrão em laboratório que permita prever o desempenho de circuitos industriais de moagem em moinhos de bolas.

Portanto, para o desenvolvimento do presente trabalho o mesmo tempo de moagem foi utilizado para todos os minérios e circuitos estudados. Além do mais, os produtos dos ensaios de moagem não representam as estimativas granulométricas finais dos produtos industriais, estas foram posteriormente submetidas às etapas de modelagem e simulação, como pode ser observado nas próximas seções.

Para o caso de estudos para uma operação industrial específica, sugere-se campanhas de ensaios de moagem para definição do tempo de moagem mais adequado à operação industrial em questão.

5.3.2 ENSAIOS DE *DWT*

Durante o período de amostragem dos circuitos industriais estudados foram tomadas amostras da alimentação nova da usina, as quais foram submetidas ao ensaio de *DWT*. A partir deste ensaio foi possível determinar as curvas t_n versus t_{10} para cada um dos minérios estudados. A Tabela 12 apresenta os resultados obtidos.

Tabela 12. Resultados dos Ensaios de DWT.

Amostra	<i>A</i>	<i>b</i>	<i>IQ</i>
MSG	44,2	1,12	49
Vale	64,9	1,52	99
Mirabela	63,3	0,73	46

Os valores dos parâmetros *A* e *b* listados na Tabela 12 foram determinados a partir da regressão não linear entre os 15 pares de valores de energia aplicada - E_{cs} , (kWh/t) e fragmentação resultante - t_{10} (%), utilizando a equação 70.

As amostras da MSG e Mirabela apresentaram índices de quebra similares de 49 e 46, respectivamente, indicando resistência ao impacto moderadamente alta. Já a amostra da Vale apresentou índice de quebra de 99 indicando resistência ao impacto muito baixa.

As Figuras 28, 29 e 30 apresentam, a seguir, as curvas t_n versus t_{10} para o minérios da MSG, Vale e Mirabela, respectivamente.

Figura 28. Curva t_n versus t_{10} para o Minério da MSG.

Figura 29. Curva t_n versus t_{10} para o Minério da Vale.

Figura 30. Curva t_n versus t_{10} para o Minério da Mirabela.

Assim como os índices de quebra, as curvas t_n versus t_{10} também apresentaram valores bastante próximos para os minérios da MSG e Mirabela, indicando

resistência ao impacto para a amostra Mirabela um pouco maior. Já a amostra da Vale apresentou para os mesmos valores de t_{10} valores maiores de tn 's, indicando menor resistência ao impacto.

5.3.3 MODELAGEM

A partir dos resultados dos ensaios de moagem em escala de bancada, dados físicos do moinho de laboratório utilizado e condições operacionais e resultados do ensaio de *DWT*, foi realizada a calibração dos respectivos ensaios de moagem para os três minérios estudados.

Como observado anteriormente, apenas os ensaios de moagem com tempo de 15 minutos apresentaram resultados próximos ao produto industrial para os três minérios estudados. Portanto, a modelagem dos ensaios de moagem em laboratório foram realizadas apenas para os ensaios com este tempo de moagem.

A calibração das moagens de laboratório foi baseada no *PMM* e consistiu em determinar o parâmetro r_i/d_{ilab} para cada ensaio. O *software* JKSimMet foi utilizado para efetuar os cálculos e determinação do parâmetro r_i/d_{ilab} .

A Tabela 13 apresenta, a seguir, os parâmetros r_i/d_{ilab} para cada fração granulométrica e diferente condição de moagem para o minério da MSG, enquanto que a Figura 31 apresenta as curvas $\ln(r_i/d_{ilab})$ versus tamanho (mm) para o mesmo minério.

Tabela 13. Parâmetro r_i/d_{ilab} para o Minério da MSG.

Malha (mm)	Parâmetro r_i/d_{ilab}					
	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	Ensaio 4	Ensaio 5	Ensaio 6
2,36	3,19E+01	3,18E+02	2,56E+01	3,80E+02	9,78E+03	8,88E+01
1,67	5,29E+01	4,00E+02	3,97E+01	1,46E+03	5,06E+03	1,07E+02
1,18	8,76E+01	5,04E+02	6,16E+01	5,64E+03	2,62E+03	1,28E+02
0,834	1,44E+02	6,29E+02	9,46E+01	2,13E+04	1,35E+03	1,52E+02
0,590	1,95E+02	6,44E+02	1,22E+02	5,24E+04	6,43E+02	1,59E+02
0,417	1,58E+02	3,83E+02	9,54E+01	4,02E+04	2,48E+02	1,15E+02
0,295	6,00E+01	1,04E+02	3,68E+01	5,73E+03	7,04E+01	4,88E+01
0,209	1,27E+01	1,53E+01	8,16E+00	2,20E+02	1,58E+01	1,37E+01
0,148	1,95E+00	1,61E+00	1,33E+00	4,05E+00	3,09E+00	3,07E+00
0,104	2,74E-01	1,54E-01	2,00E-01	6,17E-02	5,84E-01	6,46E-01
0,074	3,84E-02	1,48E-02	3,00E-02	9,37E-04	1,10E-01	1,36E-01
0,052	5,40E-03	1,42E-03	4,50E-03	1,42E-05	2,09E-02	2,86E-02
0,037	7,58E-04	1,36E-04	6,75E-04	2,16E-07	3,95E-03	6,01E-03

Figura 31. Curvas $\ln(r_i/d_{ilab})$ versus tamanho (mm) para o Minério da MSG.

A Tabela 14, a seguir, apresenta os parâmetros r_i/d_{ilab} para cada fração granulométrica e diferente condição de moagem para o minério da Vale, enquanto

que a Figura 32 apresenta as curvas $\ln(r_i/d_{ilab})$ versus tamanho (mm) para o mesmo minério.

Tabela 14. Parâmetro r_i/d_{ilab} para as moagens com o Minério da Vale.

Malha (mm)	Parâmetro r_i/d_{ilab}					
	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	Ensaio 4	Ensaio 5	Ensaio 6
2,36	3,45E+16	3,50E+08	4,74E+07	2,45E+08	5,38E+07	2,80E+07
1,67	5,10E+13	1,51E+07	3,88E+06	1,23E+07	3,35E+06	2,54E+06
1,18	7,55E+10	6,54E+05	3,17E+05	6,13E+05	2,09E+05	2,30E+05
0,834	1,14E+08	2,85E+04	2,60E+04	3,09E+04	1,31E+04	2,09E+04
0,590	2,48E+05	1,41E+03	2,31E+03	1,78E+03	9,12E+02	2,06E+03
0,417	1,49E+03	1,00E+02	2,55E+02	1,50E+02	8,56E+01	2,56E+02
0,295	3,98E+01	1,21E+01	3,85E+01	2,18E+01	1,24E+01	4,41E+01
0,209	3,85E+00	2,30E+00	7,65E+00	5,10E+00	2,63E+00	1,02E+01
0,148	9,49E-01	6,07E-01	1,85E+00	1,69E+00	7,33E-01	2,88E+00
0,104	4,17E-01	1,97E-01	5,07E-01	6,90E-01	2,42E-01	9,27E-01
0,074	2,29E-01	6,92E-02	1,46E-01	3,07E-01	8,52E-02	3,14E-01
0,052	1,28E-01	2,44E-02	4,20E-02	1,37E-01	3,01E-02	1,07E-01
0,037	7,14E-02	8,62E-03	1,21E-02	6,13E-02	1,07E-02	3,63E-02

Figura 32. Curvas $\ln(r_i/d_{ilab})$ versus tamanho (mm) para o Minério da Vale.

A Tabela 15, a seguir, apresenta os parâmetros r_i/d_{ilab} para cada fração granulométrica e diferente condição de moagem para o minério da Mirabela, enquanto que a Figura 33 apresenta as curvas $\ln(r_i/d_{ilab})$ versus tamanho (mm) para o mesmo minério.

Tabela 15. Parâmetro r_i/d_{ilab} para as moagens com o Minério da Mirabela.

Malha (mm)	Parâmetro r_i/d_{ilab}					
	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	Ensaio 4	Ensaio 5	Ensaio 6
2,36	7,30E+00	5,61E+01	3,04E+01	2,45E+01	9,94E+00	8,63E+00
1,67	2,83E+01	9,37E+01	8,61E+01	5,03E+01	2,09E+01	4,54E+01
1,18	1,10E+02	1,56E+02	2,44E+02	1,03E+02	4,40E+01	2,39E+02
0,834	4,19E+02	2,58E+02	6,79E+02	2,09E+02	9,14E+01	1,22E+03
0,590	1,05E+03	3,32E+02	1,29E+03	3,18E+02	1,50E+02	3,54E+03
0,417	8,38E+02	2,16E+02	8,50E+02	2,20E+02	1,29E+02	2,14E+03
0,295	1,29E+02	5,27E+01	1,19E+02	4,78E+01	4,35E+01	1,34E+02
0,209	5,44E+00	5,98E+00	4,39E+00	3,81E+00	7,09E+00	1,45E+00
0,148	1,12E-01	4,42E-01	6,11E-02	1,47E-01	7,70E-01	5,82E-03
0,104	1,92E-03	2,93E-02	4,67E-04	3,63E-03	7,51E-02	1,81E-05
0,074	3,28E-05	1,93E-03	2,83E-06	7,52E-05	7,32E-03	5,63E-08
0,052	5,61E-07	1,28E-04	1,69E-08	1,54E-06	7,14E-04	1,75E-10
0,037	9,57E-09	8,44E-06	1,00E-10	3,16E-08	6,96E-05	5,43E-13

Figura 33. Curvas $\ln(r_i/d_{i,lab})$ versus tamanho (mm) para o Minério da Mirabela.

A modelagem dos ensaios de moagem em laboratório apresentou valores de cinética de fragmentação (r_i/d_i) medianos e razoavelmente próximos para os minérios da MSG e Mirabela. Enquanto que os ensaios com a amostra da Vale indicou valores de cinética de fragmentação muito altos.

5.3.4 SIMULAÇÃO

A partir dos ensaios de moagem em laboratório calibrados para os três minérios estudados, foram realizadas as simulações para prever o desempenho dos circuitos industriais de moagem em moinho de bolas.

A previsão do desempenho dos circuitos industriais através das simulações dos ensaios de laboratório refere-se tanto a estimativa das distribuições granulométricas do produto industrial (*overflow* da classificação), quanto a energia consumida por produto gerado em kWh/t.

As simulações dos ensaios de moagem em laboratório foram baseadas em dois parâmetros, quais sejam, a distribuição granulométrica da alimentação nova do circuito de moagem industrial e tamanho de bola industrial.

Devido à necessidade da preparação inicial das amostras para execução dos ensaios de moagens em escala de bancada, as distribuições granulométricas da alimentação industrial e dos ensaios de moagens são geralmente bastante distintas. A simulação da alimentação nova industrial visa corrigir esta diferença, possibilitando assim uma estimativa mais acurada do desempenho industrial.

O tamanho de bola é também simulado, pois a carga de bolas dos moinhos é responsável por transferir a potência aplicada ao moinho para o minério (MORRELL; MAN, 1997).

A Tabela 16 apresenta os três tamanhos de bola industrial de reposição utilizados nos circuitos da MSG, Vale e Mirabela.

Tabela 16. Tamanho de Bola de Reposição dos Circuitos Estudados.

Circuito Industrial	Tamanho de Bola de Reposição (mm)
MSG	60
Vale	60
Mirabela	63

A Tabela 17 apresenta as distribuições granulométricas simuladas para as seis diferentes condições com o minério da MSG, bem como as granulometrias da alimentação nova e produto industrial. Na sequência, a Figura 34 apresenta o gráfico comparativo entre as granulometrias simuladas pelos ensaios de laboratório com o produto industrial.

Tabela 17. Distribuições Granulométricas Simuladas para o Minério da MSG.

Malha (mm)	Alimentação Nova Industrial	Produto Industrial	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	Ensaio 4	Ensaio 5	Ensaio 6
Porcentagem Passante Acumulada								
19,1	100	100	100	100	100	100	100	100
12,7	100	100	100	100	100	100	100	100
9,50	99,0	100	100	100	100	100	100	100
6,75	83,4	100	99,7	100	99,7	99,9	100	100
4,75	66,9	100	99,4	100	99,3	99,9	100	99,9
3,35	50,4	100	99,0	99,9	98,8	99,8	100	99,8
2,36	41,2	100	98,7	99,9	98,5	99,8	100	99,7
1,18	26,7	100	98,2	99,8	97,8	99,8	100	99,4
0,85	23,3	100	98,0	99,8	97,6	99,8	100	99,2
0,59	19,7	100	97,8	99,7	97,3	99,8	99,9	99,0
0,42	17,1	100	97,5	99,6	96,8	99,8	99,7	98,6
0,30	15,5	99,7	96,6	99,1	95,5	99,8	99,0	97,6
0,21	13,3	95,6	93,0	96,1	90,7	99,5	95,2	94,3
0,15	11,6	84,9	83,3	85,3	79,8	91,6	85,5	86,3
0,106	10,3	72,4	69,7	70,7	66,4	75,2	71,9	73,8
0,075	8,7	60,5	56,9	57,5	54,1	61,1	58,8	60,7
0,053	7,3	49,9	46,2	46,6	43,9	49,5	47,7	49,4
0,045	6,1	45,1	41,4	41,9	39,4	44,5	42,8	44,4
0,038	5,3	40,4	36,9	37,3	35,1	39,7	38,2	39,6

Figura 34. Comparação entre Granulometrias Industrial e Simuladas para o Minério da MSG.

Observando o gráfico da Figura 34 nota-se que as granulometrias simuladas para o minério da MSG apresentaram, para os seis ensaios realizados, estimativas bastante próximas da granulometria do produto industrial.

A Tabela 18 apresenta as distribuições granulométricas simuladas para as seis diferentes condições com o minério da Vale, bem como as granulometrias da alimentação nova e produto industrial. Na sequência a Figura 35 apresenta o gráfico comparativo entre as granulometrias simuladas pelos ensaios de laboratório com o produto industrial.

Tabela 18. Distribuições Granulométricas Simuladas para o Minério da Vale.

Malha (mm)	Alimentação Nova Industrial	Produto Industrial	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	Ensaio 4	Ensaio 5	Ensaio 6
Porcentagem Passante Acumulada								
19,1	100	100	100	100	100	100	100	100
12,7	99,6	100	100	100	100	100	100	100
9,50	99,3	100	100	100	100	100	100	100
6,75	98,8	100	100	100	100	100	100	100
4,75	98,3	100	100	100	100	100	100	100
3,35	97,5	100	100	100	100	100	100	100
2,36	95,5	100	100	100	100	100	100	100
1,18	84,7	100	100	100	100	100	100	100
0,85	77,3	100	100	100	100	100	100	100
0,59	68,4	99,9	100	100	100	100	100	100
0,42	60,2	99,5	100	99,6	99,8	99,7	99,5	99,8
0,30	52,5	97,2	98,9	96,5	98,7	97,6	96,2	98,8
0,21	45,0	90,5	91,4	87,0	93,7	90,3	86,3	94,7
0,15	38,4	79,8	79,4	74,7	83,7	79,6	73,9	86,3
0,106	31,5	66,9	66,5	61,7	70,4	67,0	60,9	74,1
0,075	24,6	54,0	53,9	49,3	56,7	54,4	48,6	60,6
0,053	18,2	42,2	42,4	38,2	44,3	42,8	37,6	47,8
0,045	15,7	37,5	37,7	33,8	39,3	38,0	33,2	42,5
0,038	13,4	33,1	33,4	29,8	34,7	33,6	29,3	37,7

Figura 35. Comparação entre Granulometrias Industrial e Simuladas para o Minério da Vale.

Assim como para o minério da MSG, as simulações para o minério da Vale também indicaram estimativas bastante próximas do produto industrial para os seis ensaios realizados, conforme pode ser observado no gráfico da Figura 35.

A Tabela 19 apresenta as distribuições granulométricas simuladas para as seis diferentes condições com o minério da Mirabela, bem como as granulometrias da alimentação nova e produto industrial. Na sequência a Figura 36 apresenta o gráfico comparativo entre as granulometrias simuladas pelos ensaios de laboratório com o produto industrial.

Tabela 19. Distribuições Granulométricas Simuladas para o Minério da Mirabela.

Malha (mm)	Alimentação Nova Industrial	Produto Industrial	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	Ensaio 4	Ensaio 5	Ensaio 6
Porcentagem Passante Acumulada								
19,1	100	100	100	100	100	100	100	100
12,7	99,8	100	99,9	100	100	100	100	99,8
9,50	99,4	100	99,6	100	99,9	100	100	99,5
6,75	98,6	100	99,0	100	99,7	100	100	98,8
4,75	97,7	100	98,7	100	99,7	100	99,9	98,4
3,35	96,7	100	98,5	100	99,6	99,9	99,9	98,2
2,36	95,7	100	98,4	99,9	99,6	99,9	99,9	98,1
1,18	91,8	100	98,3	99,9	99,5	99,9	99,8	98,0
0,85	88,5	100	98,3	99,9	99,5	99,8	99,7	98,0
0,59	83,0	100	98,2	99,8	99,5	99,8	99,6	98,0
0,42	76,1	99,9	98,2	99,7	99,5	99,7	99,4	98,0
0,30	68,2	98,3	98,0	99,0	99,2	98,7	98,4	97,8
0,21	58,9	91,6	92,2	93,7	92,5	90,9	92,8	88,2
0,15	49,9	80,2	77,9	80,5	77,2	76,3	80,0	72,7
0,106	41,2	66,9	63,6	65,8	63,3	62,5	65,6	60,0
0,075	33,2	54,4	51,3	53,1	51,1	50,4	52,9	48,3
0,053	26,3	43,5	40,9	42,4	40,7	40,2	42,2	38,5
0,045	23,5	39,0	36,7	38,0	36,5	36,0	37,8	34,5
0,038	20,8	34,7	32,7	33,9	32,5	32,1	33,7	30,7

Figura 36. Comparação entre Granulometrias Industrial e Simuladas para o Minério da Mirabela.

Para todas as seis condições de moagem em laboratório estudadas, as simulações com a amostra Mirabela indicaram estimativas da distribuição granulométrica do produto industrial para o minério bastante próximas, conforme observado no gráfico da Figura 36.

5.3.5 PREVISÃO DO CONSUMO ENERGÉTICO

A partir das granulometrias simuladas e potência aplicada ao moinho de laboratório foram estimadas as energias consumidas por produto gerado para uma determinada fração granulométrica.

A potência aplicada ao moinho de laboratório foi estimada por dois modelos diferentes. Um pela fórmula do Rowland (equação 21) e o outro pelo modelo de potência desenvolvido por Morrell (equação 29).

O cálculo da energia consumida por produto gerado em uma determinada fração granulométrica consistiu na divisão da potência aplicada ao moinho, pela vazão mássica gerada abaixo de um determinado tamanho. A equação 74 demonstra como foi efetuado o cálculo da energia consumida por produto gerado.

$$E_{prodgerado} = \frac{P_{net}}{Q_m(\%P_{Pi} - \%P_{Ai})} \quad (74)$$

Onde:

$E_{prodgerado}$ = energia consumida por produto gerado em um determinado tamanho (kWh/t);

P_{net} = potência aplicada ao moinho (kW);

Q_m = vazão mássica da moagem (t/h);

$\%P_{pi}$, $\%P_{Ai}$ = porcentagens passante na malha i do produto e da alimentação, respectivamente.

A Tabela 20, a seguir, apresenta a potência calculada para cada um dos seis ensaios de moagem em laboratório, pelos modelos de Rowland e Morrell, bem como as potências medidas dos circuitos industriais durante o período de amostragem.

Tabela 20. Potência do Moinho de Laboratório e Moinhos Industriais.

Amostra	MSG		Vale		Mirabela	
Modelo	Rowland	Morrell	Rowland	Morrell	Rowland	Morrell
Ensaio	Potência (kW)					
Ensaio 1	0,0722	0,0808	0,0722	0,0808	0,0722	0,0808
Ensaio 2	0,0747	0,0850	0,0747	0,0850	0,0747	0,0850
Ensaio 3	0,0696	0,0767	0,0696	0,0767	0,0696	0,0767
Ensaio 4	0,0722	0,0808	0,0722	0,0808	0,0722	0,0808
Ensaio 5	0,0722	0,0808	0,0722	0,0808	0,0722	0,0808
Ensaio 6	0,0722	0,0808	0,0722	0,0808	0,0722	0,0808
Industrial	936		2.765		11.447	

Observando a Tabela 20, nota-se que a potência calculada pelo modelo do Morrell é superestimada em relação ao modelo do Rowland. Para os Ensaios 1, 4, 5 e 6 o cálculo da potência aplicada ao moinho pelo modelo do Morrell é 10,6% superior àquela calculada pelo modelo do Rowland. Já para os Ensaios 2 e 3 esta diferença é de 13,8% e 10,2%, respectivamente.

5.3.5.1 *Previsão do Consumo Energético por Rowland*

A Tabela 21 apresenta os resultados de energia consumida por produto gerado para os ensaios moagem em laboratório com a amostra da MSG e para o respectivo circuito industrial. O cálculo da potência do moinho de laboratório foi realizado pelo modelo do Rowland.

Na sequência, a Figura 37 apresenta a comparação em forma de gráfico das energias consumidas por produto gerado, estimadas pelos ensaios de moagem em laboratório com a do circuito industrial.

Tabela 21. Energia Consumida por Produto Gerado por malha – Potência por Rowland – MSG.

Malha (mm)	Energia Consumida por Produto Gerado por malha (kWh/tgerada por malha)						
	Industrial	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	Ensaio 4	Ensaio 5	Ensaio 6
9,50	911	777	796	749	770	762	762
6,75	56,4	48,1	48,9	46,5	47,5	47,2	47,3
4,75	28,3	24,2	24,6	23,4	23,8	23,7	23,8
3,35	18,9	16,2	16,4	15,6	15,9	15,8	15,9
2,36	16,0	13,7	13,8	13,2	13,4	13,4	13,4
1,18	12,8	11,0	11,1	10,6	10,7	10,7	10,8
0,85	12,2	10,5	10,6	10,2	10,3	10,2	10,3
0,59	11,7	10,1	10,1	9,75	9,80	9,78	9,90
0,42	11,3	9,77	9,85	9,50	9,49	9,50	9,64
0,30	11,1	9,68	9,71	9,45	9,31	9,41	9,56
0,21	11,4	9,86	9,81	9,78	9,11	9,59	9,70
0,15	12,8	11,0	11,0	11,1	9,8	10,6	10,5
0,106	15,1	13,2	13,5	13,5	12,1	12,7	12,4
0,075	18,1	16,3	16,6	16,7	15,0	15,7	15,1
0,053	22,0	20,2	20,6	20,7	18,6	19,4	18,7
0,045	24,1	22,2	22,7	22,7	20,5	21,4	20,5
0,038	26,7	24,8	25,3	25,3	22,8	23,9	22,9

Figura 37. Comparação entre Energia Consumida Industrial e Simulada – Potência por Rowland – MSG.

A Tabela 22 apresenta os resultados de energia consumida por produto gerado para os ensaios moagem em laboratório com a amostra da Vale e para o respectivo circuito industrial. O cálculo da potência do moinho de laboratório foi realizado pelo modelo do Rowland.

Na sequência, a Figura 38 apresenta a comparação em forma de gráfico das energias consumidas por produto gerado, estimadas pelos ensaios de moagem em laboratório com a do circuito industrial.

Tabela 22. Energia Consumida por Produto Gerado por malha – Potência por Rowland – Vale.

Malha (mm)	Energia Consumida por Produto Gerado por malha (kWh/tgerada por malha)						
	Industrial	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	Ensaio 4	Ensaio 5	Ensaio 6
12,7	1564	2007	2076	1934	2007	2007	2007
9,50	853,2	1094,5	1132,4	1054,8	1094,5	1094,5	1094,5
6,75	465,4	597,0	617,7	575,4	597,0	597,0	597,0
4,75	333,2	427,5	442,2	412,0	427,5	427,5	427,5
3,35	221,7	284,4	294,3	274,1	284,4	284,4	284,4
2,36	126,0	161,6	167,2	155,7	161,6	161,6	161,6
1,18	36,76	47,15	48,79	45,44	47,15	47,15	47,15
0,85	24,79	31,80	32,90	30,64	31,80	31,80	31,80
0,59	17,87	22,88	23,69	22,06	22,89	22,90	22,89
0,42	14,34	18,16	18,97	17,57	18,29	18,37	18,23
0,30	12,59	15,57	16,98	15,07	16,03	16,53	15,59
0,21	12,39	15,59	17,81	14,30	15,96	17,50	14,53
0,15	13,58	17,60	20,55	15,35	17,53	20,32	15,06
0,106	15,90	20,66	24,74	17,90	20,33	24,57	16,97
0,075	19,17	24,69	30,27	21,66	24,23	30,14	20,09
0,053	23,45	29,84	37,31	26,63	29,40	37,20	24,43
0,045	25,86	32,76	41,27	29,44	32,37	41,14	26,93
0,038	28,63	36,14	45,80	32,67	35,80	45,66	29,81

Figura 38. Comparação entre Energia Consumida Industrial e Simulada – Potência por Rowland – Vale.

A Tabela 23 apresenta os resultados de energia consumida por produto gerado para os ensaios moagem em laboratório com a amostra da Mirabela e para o respectivo circuito industrial. O cálculo da potência do moinho de laboratório foi realizado pelo modelo do Rowland.

Na sequência, a Figura 39 apresenta a comparação em forma de gráfico das energias consumidas por produto gerado, estimadas pelos ensaios de moagem em laboratório com a do circuito industrial.

Tabela 23. Energia Consumida por Produto Gerado por malha – Potência por Rowland – Mirabela.

Malha (mm)	Energia Consumida por Produto Gerado por malha (kWh/tgerada por malha)						
	Industrial	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	Ensaio 4	Ensaio 5	Ensaio 6
12,7	7276,5	36707	5063,7	6432,0	4894,3	4894,3	-
9,50	2079,0	5647,3	1381,0	1645,4	1359,5	1359,5	14683
6,75	814,15	1631,4	538,69	609,93	524,39	531,99	3058,9
4,75	506,19	764,74	334,60	362,83	326,29	330,70	1112,3
3,35	354,95	419,51	235,16	245,67	228,71	231,59	509,82
2,36	268,26	270,90	177,88	180,95	172,74	174,80	303,37
1,18	141,98	113,29	94,004	91,529	91,085	91,998	117,84
0,85	101,33	75,220	66,980	64,262	64,854	65,490	77,116
0,59	68,444	48,141	45,211	42,854	43,725	44,146	48,910
0,42	48,917	33,129	32,198	30,210	31,121	31,468	33,538
0,30	38,653	24,611	24,677	22,831	24,023	24,261	24,769
0,21	35,506	22,046	21,820	21,057	22,913	21,637	25,031
0,15	38,411	26,210	24,863	25,888	27,840	24,423	32,157
0,106	45,301	32,818	30,839	31,986	34,435	30,137	39,071
0,075	54,995	40,471	38,092	39,637	42,658	37,229	48,619
0,053	67,649	50,250	47,295	49,202	52,931	46,231	60,324
0,045	74,870	55,533	52,311	54,383	58,544	51,160	66,619
0,038	83,458	61,641	58,114	60,420	65,084	56,822	74,007

Figura 39. Comparação entre Energia Consumida Industrial e Simulada – Potência por Rowland – Mirabela.

5.3.5.1 Previsão do Consumo Energético por Morrell

A Tabela 24 apresenta os resultados de energia consumida por produto gerado para os ensaios moagem em laboratório com a amostra da MSG e para o respectivo circuito industrial. O cálculo da potência do moinho de laboratório foi realizado pelo modelo do Morrell.

Na sequência, a Figura 40 apresenta a comparação em forma de gráfico das energias consumidas por produto gerado, estimadas pelos ensaios de moagem em laboratório com a do circuito industrial.

Tabela 24. Energia Consumida por Produto Gerado por malha – Potência por Morrell – MSG.

Malha (mm)	Energia Consumida por Produto Gerado por malha (kWh/tgerada por malha)						
	Industrial	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	Ensaio 4	Ensaio 5	Ensaio 6
9,50	911	870	906	825	861	853	853
6,75	56,4	53,8	55,6	51,2	53,1	52,8	52,9
4,75	28,3	27,1	27,9	25,8	26,7	26,5	26,6
3,35	18,9	18,1	18,7	17,2	17,8	17,7	17,8
2,36	16,0	15,3	15,7	14,6	15,0	14,9	15,0
1,18	12,8	12,3	12,6	11,7	12,0	12,0	12,1
0,85	12,2	11,8	12,1	11,2	11,5	11,5	11,6
0,59	11,7	11,2	11,5	10,7	11,0	10,9	11,1
0,42	11,3	10,9	11,2	10,5	10,6	10,6	10,8
0,30	11,1	10,8	11,0	10,4	10,4	10,5	10,7
0,21	11,4	11,0	11,2	10,8	10,2	10,7	10,9
0,15	12,8	12,3	12,5	12,2	11,0	11,9	11,8
0,106	15,1	14,8	15,3	14,9	13,5	14,3	13,8
0,075	18,1	18,2	18,9	18,4	16,8	17,5	16,9
0,053	22,0	22,6	23,5	22,8	20,8	21,7	20,9
0,045	24,1	24,9	25,9	25,0	22,9	23,9	23,0
0,038	26,7	27,7	28,8	27,9	25,5	26,7	25,6

Figura 40. Comparação entre Energia Consumida Industrial e Simulada – Potência por Morrell – MSG.

A Tabela 25 apresenta os resultados de energia consumida por produto gerado para os ensaios moagem em laboratório com a amostra da Vale e para o respectivo circuito industrial. O cálculo da potência do moinho de laboratório foi realizado pelo modelo do Morrell.

Na sequência, a Figura 41 apresenta a comparação em forma de gráfico das energias consumidas por produto gerado, estimadas pelos ensaios de moagem em laboratório com a do circuito industrial.

Tabela 25. Energia Consumida por Produto Gerado por malha – Potência por Morrell – Vale.

Malha (mm)	Energia Consumida por Produto Gerado por malha (kWh/tgerada por malha)						
	Industrial	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	Ensaio 4	Ensaio 5	Ensaio 6
12,7	1564	2244	2361	2131	2244	2244	2244
9,50	853,2	1224	1288	1162	1224	1224	1224
6,75	465,4	667,8	702,5	633,9	667,8	667,8	667,8
4,75	333,2	478,1	503,0	453,8	478,1	478,1	478,1
3,35	221,7	318,1	334,6	302,0	318,1	318,1	318,1
2,36	126,0	180,8	190,2	171,6	180,8	180,8	180,8
1,18	36,76	52,74	55,48	50,07	52,74	52,74	52,74
0,85	24,79	35,56	37,41	33,76	35,56	35,56	35,56
0,59	17,87	25,59	26,94	24,30	25,60	25,62	25,60
0,42	14,34	20,32	21,58	19,35	20,46	20,54	20,39
0,30	12,59	17,41	19,31	16,60	17,93	18,49	17,44
0,21	12,39	17,43	20,25	15,76	17,85	19,57	16,25
0,15	13,58	19,68	23,37	16,91	19,61	22,73	16,85
0,106	15,90	23,11	28,14	19,72	22,73	27,48	18,98
0,075	19,17	27,61	34,43	23,86	27,10	33,71	22,48
0,053	23,45	33,37	42,44	29,34	32,89	41,61	27,32
0,045	25,86	36,64	46,94	32,43	36,20	46,01	30,12
0,038	28,63	40,42	52,08	35,99	40,04	51,07	33,35

Figura 41. Comparação entre Energia Consumida Industrial e Simulada – Potência por Morrell – Vale.

A Tabela 26 apresenta os resultados de energia consumida por produto gerado para os ensaios moagem em laboratório com a amostra da Mirabela e para o respectivo circuito industrial. O cálculo da potência do moinho de laboratório foi realizado pelo modelo do Morrell.

Na sequência, a Figura 42 apresenta a comparação em forma de gráfico das energias consumidas por produto gerado, estimadas pelos ensaios de moagem em laboratório com a do circuito industrial.

Tabela 26. Energia Consumida por Produto Gerado por malha – Potência por Morrell – Mirabela.

Malha (mm)	Energia Consumida por Produto Gerado por malha (kWh/tgerada por malha)						
	Industrial	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	Ensaio 4	Ensaio 5	Ensaio 6
12,7	7276,5	41057	5758,8	7086,1	5474,3	5474,3	-
9,50	2079,0	6316,4	1570,6	1812,7	1520,6	1520,6	16423
6,75	814,15	1824,8	612,64	671,96	586,53	595,03	3421,4
4,75	506,19	855,35	380,54	399,73	364,95	369,88	1244,1
3,35	354,95	469,22	267,44	270,65	255,81	259,03	570,23
2,36	268,26	303,00	202,30	199,35	193,21	195,51	339,31
1,18	141,98	126,72	106,91	100,84	101,88	102,90	131,80
0,85	101,33	84,133	76,175	70,797	72,539	73,251	86,254
0,59	68,444	53,845	51,418	47,212	48,906	49,377	54,706
0,42	48,917	37,055	36,618	33,282	34,809	35,197	37,512
0,30	38,653	27,527	28,064	25,152	26,870	27,136	27,704
0,21	35,506	24,659	24,815	23,199	25,629	24,201	27,997
0,15	38,411	29,316	28,276	28,521	31,139	27,317	35,968
0,106	45,301	36,707	35,072	35,238	38,515	33,708	43,701
0,075	54,995	45,267	43,321	43,668	47,713	41,640	54,380
0,053	67,649	56,204	53,787	54,205	59,202	51,709	67,472
0,045	74,870	62,113	59,492	59,913	65,482	57,222	74,513
0,038	83,458	68,945	66,092	66,565	72,796	63,556	82,776

Figura 42. Comparação entre Energia Consumida Industrial e Simulada – Potência por Morrell – Mirabela.

As estimativas de energia consumida por produto gerado utilizando os modelos de potência do Rowland ou Morrell são proporcionais, ou seja, a diferença está no deslocamento das curvas.

Como a potência calculada pelo modelo do Morrell foi superior àquela calculada pelo modelo do Rowland para todos os ensaios, há um deslocamento das curvas de energia consumida simuladas pelo Morrell para cima em relação às curvas de energia consumida simuladas pelo modelo do Rowland.

5.4 COMPARAÇÃO COM WI DE BOND

O método de Bond é o mais utilizado e consolidado para dimensionamento de moinho de bolas. Devido a grande importância deste método na indústria mineral, neste capítulo são comparados os resultados das simulações dos ensaios de moagem em laboratório com o ensaio de WI de Bond.

Foram realizados ensaios de WI de Bond com as mesmas amostras utilizadas nos ensaios de moagem em laboratório. A malha teste para a execução dos ensaios

de WI foram selecionadas de acordo com a malha de controle dos circuitos de moagem industriais estudados.

Como os três circuitos industriais de moagem estudados possuem malha de controle próxima a 100# Tyler (0,149 mm), a malha 65# Tyler (0,212 mm) foi selecionada para a execução dos ensaios de WI para os três minérios. Contudo, como para a amostra da Mirabela o resultado não foi satisfatório, um novo ensaio de WI foi realizado com esta amostra na malha 100# Tyler (0,149 mm).

A Tabela 27 apresenta os resultados dos ensaios de WI para os minérios da MSG, Vale e Mirabela.

Tabela 27. Resultados dos Ensaios de WI de Bond.

Amostra	Malha Teste (mm)	Fração da Alimentação Passante na Malha Teste	F ₈₀ (mm)	P ₈₀ (mm)	G _{bp} (g/rev)	WI (kWh/sht)	WI (kWh/t)
MSG	0,212	0,237	2,000	0,160	2,327	11,5	12,7
Vale	0,212	0,275	1,900	0,139	2,815	9,0	9,9
Mirabela	0,212	0,232	1,860	0,188	1,865	15,7	17,3
Mirabela	0,149	0,165	1,860	0,130	1,179	19,1	21,1

Os minérios da MSG, Vale e Mirabela indicaram WI de 12,7; 9,9 e 17,3 kWh/t, para a malha teste 65# Tyler, respectivamente. Contudo, para a amostra Mirabela o ensaio na malha teste 100# Tyler foi o que apresentou o melhor resultado em relação à operação industrial, indicando WI de 21,1 kWh/t.

Os produtos passantes na malha teste do último ciclo dos ensaios de WI, os quais representam o produto dos ensaios, foram peneirados para determinar sua distribuição granulométrica. As Figuras 43, 44 e 45 apresentam os gráficos comparativos entre as granulometrias industrial, simuladas e dos ensaios de WI de Bond para as amostras da MSG, Vale e Mirabela, respectivamente.

43. Distribuições Granulométricas Simuladas e do Ensaio de Bond – MSG.

44. Distribuições Granulométricas Simuladas e do Ensaio de Bond – Vale.

45. Distribuições Granulométricas Simuladas e do Ensaio de Bond – Mirabela.

Observando os gráficos das Figuras 43, 44 e 45, nota-se que para as três amostras estudadas as granulometrias simuladas apresentam estimativas melhores do que o ensaio de Bond para o produto industrial.

Outro fato notado para os três gráficos é que as curvas do ensaio de WI de Bond não apresentam a forma suave para as granulometrias mais grossas, a qual é apresentada nas curvas dos produtos industriais e das granulometrias simuladas.

Para as três amostras estudadas foram calculados os WI operacionais para os circuitos industriais e para os ensaios de moagem em laboratório. A Tabela 28 apresenta os resultados de WI operacionais e WI de Bond para os minérios da MSG, Vale e Mirabela.

Tabela 28. Resultados dos WI Operacionais e WI de Bond.

Amostras		MSG		Vale		Mirabela	
Modelo de Potência		Rowland Jr.	Morrell	Rowland Jr.	Morrell	Rowland Jr.	Morrell
WI _{op} Industrial (kWh/t)		12,1		11,5		30,9	
WI de Bond (kWh/t)		12,7		9,9		21,1	
WI _{op} Laboratório (kWh/t)	Ensaio 1	11,0	12,3	11,7	13,0	12,6	14,1
	Ensaio 2	10,9	12,4	13,4	15,2	14,1	16,0
	Ensaio 3	10,8	11,8	10,3	11,4	13,7	15,1
	Ensaio 4	10,2	11,5	11,0	12,2	13,5	15,1
	Ensaio 5	9,8	10,9	12,8	14,3	12,8	14,3
	Ensaio 6	10,3	11,5	9,7	10,8	13,9	15,6

A Tabela 28 mostra que para as amostras da MSG e Vale, tanto o WI de Bond como o WI operacional de laboratório apresentam boas estimativas do consumo energético industrial. Já para a amostra da Mirabela as estimativas tanto pelos ensaios em laboratório como pelo método de Bond foram bastante discrepantes em relação ao WI operacional industrial.

Como já citado anteriormente, o modelo para cálculo de potência do Morrell superestima a potência aplicada ao moinho relação ao modelo do Rowland. Porém, o uso de ambos os modelos apresentaram boas previsões para o WI operacional industrial, com o modelo do Morrell indicando uma melhor estimativa para o minério da MSG, enquanto que o modelo do Rowland apresentou um melhor resultado para o minério da Vale.

Um dos fatos que pode explicar a discrepância indicada no cálculo do WI operacional industrial para a amostra da Mirabela, pode ser a grande quantidade de material fino na alimentação nova do circuito de moagem deste circuito (49,9% abaixo de 0,150 mm e P₈₀ de 0,508 mm). Esta grande quantidade de material fino deve-se ao fato desta alimentação provir de um produto de moagem SAG, a qual gera uma grande quantidade de material abaixo da malha de controle da operação industrial.

É importante salientar que os ensaios de moagem em laboratório e WI de Bond com a amostra Mirabela não foram realizados com a amostra proveniente da

descarga do moinho SAG, e sim por uma amostra tomada no produto da britagem primária a qual recebeu uma preparação inicial de britagem em britador de rolos.

Uma das possíveis explicações para a discrepância observada, para a amostra da Mirabela, entre o WI operacional industrial e aqueles obtidos através dos ensaios de moagem em laboratório, inclusive com o WI de Bond, é a suposição de que o método de Bond não é aplicável para minérios com grande quantidade de finos naturais.

6 ANÁLISES E DISCUSSÕES

No presente capítulo estão apresentadas as análises detalhadas e discussões dos resultados apresentados no capítulo anterior.

6.1 DISTRIBUIÇÕES GRANULOMÉTRICAS

A Tabela 29 apresenta as comparações entre o P_{80} industrial com os P_{80} experimentais e simulados dos ensaios de moagem em laboratório, e seus respectivos erros relativos para o minério da MSG, conforme apresentado na equação 75.

$$ERRO_{Relativo} = 100 \times \left(\frac{|P_{80\ Ind} - P_{80\ Sim(Exp)}|}{P_{80\ Ind}} \right) \quad (75)$$

Tabela 29. Comparações entre P_{80} Industrial com Experimental e Simulado – MSG.

Ensaio	Experimental		Simulado	
	P_{80} (mm)	Erro (%)	P_{80} (mm)	Erro (%)
Ensaio 1	0,112	15,2	0,137	3,79
Ensaio 2	0,106	19,7	0,131	0,758
Ensaio 3	0,115	12,9	0,151	14,4
Ensaio 4	0,101	23,5	0,116	12,1
Ensaio 5	0,094	28,8	0,129	2,27
Ensaio 6	0,102	22,7	0,125	5,30
Industrial	0,132	-	0,132	-

Os produtos experimentais dos ensaios de moagem em laboratório com o minério da MSG apresentaram valores de P_{80} bastante distinto do produto industrial. Contudo, após as etapas de modelagem e simulação dos respectivos ensaios, os produtos simulados indicaram boas estimativas do valor de P_{80} industrial. A melhor

estimativa foi para o Ensaio 2 com erro relativo de 0,8%, e a pior para o Ensaio 3 com erro relativo de 14,4%. Os Ensaios 1, 5 e 6 também apresentaram boas estimativas com erros relativos de 3,8%, 2,3% e 5,3%, respectivamente.

A Tabela 30, na sequência, apresenta a matriz de proximidade com índices de dissimilaridade comparando os resultados simulados dos ensaios de moagem em laboratório com o produto industrial para o minério da MSG. Este índice representa a raiz quadrada da soma dos quadrados das diferenças entre porcentagem passante industrial ($\%P_{ind}$) e simulada ($\%P_{sim}$), conforme apresentado na equação 76.

$$Distância\ Euclidiana = \sqrt{\sum_{i=1}^j (\%P_{ind} - \%P_{sim})^2} \quad (76)$$

Tabela 30. Matriz de Proximidade com Índices de Dissimilaridade – Granulometrias – MSG.

Matriz de Proximidade - Distância Euclidiana							
	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	Ensaio 4	Ensaio 5	Ensaio 6	Industrial
Ensaio 1	0	6,28	7,11	14,7	7,07	8,76	10,0
Ensaio 2	6,28	0	12,2	10,3	2,60	6,92	6,57
Ensaio 3	7,11	12,2	0	21,6	13,5	15,7	16,5
Ensaio 4	14,7	10,3	21,6	0	8,99	8,11	8,42
Ensaio 5	7,07	2,60	13,5	8,99	0	4,63	4,39
Ensaio 6	8,76	6,92	15,7	8,11	4,63	0	3,98
Industrial	10,0	6,57	16,5	8,42	4,39	3,98	0

Analisando a matriz de dissimilaridade da Tabela 30, nota-se que a maior dissimilaridade ocorreu para a estimativa pelo Ensaio 3 (16,49). O Ensaio 6 apresentou o melhor resultado de estimativa do produto industrial com distância euclidiana de 3,98. Porém, bastante próximo ao Ensaio 6 foi a estimativa do Ensaio 5 com distância euclidiana de 4,39.

A Figura 46 apresenta o gráfico comparativo entre porcentagem passante industrial e simulada para o Ensaio 6 com o minério da MSG. Os gráficos comparativos para os outros ensaios estão apresentados no Apêndice A.

Figura 46. Gráfico Comparativo entre Produto Industrial *versus* Produto Simulado – Ensaio 6 – MSG.

As porcentagens passantes dos produtos industrial e simulado do Ensaio 6 (MSG) foram aproximadas por uma reta através de regressão linear, apresentando um alto coeficiente de determinação ($R^2 = 0,998$), sugerindo que a relação entre as porcentagens passantes industriais e simuladas é linear. Ainda, observou-se uma alta aderência entre as porcentagens passantes industriais e simuladas, indicando uma relação próxima de 1:1, representada pela bissetriz traçada na Figura 46. A regressão linear do produto industrial *versus* produto simulado do Ensaio 6 apresentou coeficientes linear e angular de 0,075 e 0,995, respectivamente, comprovando que a estimativa gerada pela simulação foi aderente aos resultados industriais.

A Tabela 31 apresenta as comparações entre o P_{80} industrial com os P_{80} experimentais e simulados dos ensaios de moagem em laboratório e seus respectivos erros relativos para o minério da Vale.

Tabela 31. Comparações entre P_{80} Industrial com Experimental e Simulado – Vale.

Ensaio	Experimental		Simulado	
	P_{80} (mm)	Erro (%)	P_{80} (mm)	Erro (%)
Ensaio 1	0,119	21,3	0,153	1,14
Ensaio 2	0,136	9,84	0,175	15,7
Ensaio 3	0,106	29,9	0,137	9,17
Ensaio 4	0,109	27,8	0,152	0,792
Ensaio 5	0,134	11,3	0,178	18,1
Ensaio 6	0,092	39,2	0,126	16,3
Industrial	0,151	-	0,151	-

Os produtos experimentais dos ensaios de moagem em laboratório com o minério da Vale apresentaram valores de P_{80} bastante distinto do produto industrial. Contudo, após as etapas de modelagem e simulação dos respectivos ensaios, os produtos simulados indicaram boas estimativas do valor de P_{80} industrial. A melhor estimativa foi para o Ensaio 4 com erro relativo de 0,8%, e a pior para o Ensaio 5 com erro relativo de 18,1%. O Ensaio 1 também apresentou boa estimativa com erro relativo de 1,1%.

A Tabela 32, a seguir, apresenta a matriz de proximidade com índices de dissimilaridade comparando os resultados simulados dos ensaios de moagem em laboratório com o produto industrial para o minério da Vale.

Tabela 32. Matriz de Proximidade com Índices de Dissimilaridade – Granulometrias – Vale.

Matriz de Proximidade - Distância Euclidiana							
	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	Ensaio 4	Ensaio 5	Ensaio 6	Industrial
Ensaio 1	0	11,7	7,47	1,98	13,5	15,2	2,12
Ensaio 2	11,7	0	18,8	12,0	1,83	26,6	11,3
Ensaio 3	7,47	18,8	0	7,23	20,6	8,14	7,63
Ensaio 4	1,98	12,0	7,23	0	13,8	14,7	1,16
Ensaio 5	13,5	1,83	20,6	13,8	0	28,4	13,1
Ensaio 6	15,2	26,6	8,14	14,7	28,4	0	15,3
Industrial	2,12	11,3	7,63	1,16	13,1	15,3	0

Analisando a matriz de dissimilaridade da Tabela 32, nota-se que a maior dissimilaridade ocorreu para a estimativa pelo Ensaio 6 (15,31). O Ensaio 4 apresentou o melhor resultado de estimativa do produto industrial com distância euclidiana de 1,16. Porém, bastante próximo ao Ensaio 6 foi a estimativa do Ensaio 1 com distância euclidiana de 2,12.

A Figura 47 apresenta o gráfico comparativo entre porcentagem passante industrial e simulada para o Ensaio 4 com o minério da Vale. Os gráficos comparativos para os outros ensaios estão apresentados no Apêndice A.

Figura 47. Gráfico Comparativo entre Produto Industrial *versus* Produto Simulado – Ensaio 4 – Vale.

As porcentagens passantes dos produtos industrial e simulado do Ensaio 4 (Vale) foram aproximadas por uma reta através de regressão linear, apresentando um alto coeficiente de determinação ($R^2 = 1,000$), sugerindo que a relação entre as porcentagens passantes industriais e simuladas é linear. Ainda, observou-se uma

alta aderência entre as porcentagens passantes industriais e simuladas, indicando uma relação próxima de 1:1, representada pela bissetriz traçada na Figura 47. A regressão linear do produto industrial *versus* produto simulado do Ensaio 4 apresentou coeficientes linear e angular de 0,760 e 0,992, respectivamente, comprovando que a estimativa gerada pela simulação foi aderente aos resultados industriais.

A Tabela 33 apresenta as comparações entre o P_{80} industrial com os P_{80} experimentais e simulados dos ensaios de moagem em laboratório e seus respectivos erros relativos para o minério da Mirabela.

Tabela 33. Comparações entre P_{80} Industrial com Experimental e Simulado – Mirabela.

Ensaio	Experimental		Simulado	
	P_{80} (mm)	Erro (%)	P_{80} (mm)	Erro (%)
Ensaio 1	0,155	2,65	0,159	5,30
Ensaio 2	0,172	13,9	0,148	1,99
Ensaio 3	0,184	21,9	0,158	4,64
Ensaio 4	0,170	12,6	0,162	7,28
Ensaio 5	0,158	4,64	0,150	0,662
Ensaio 6	0,178	17,9	0,174	15,2
Industrial	0,151	-	0,151	-

Os produtos experimentais dos ensaios de moagem em laboratório com o minério da Mirabela apresentaram valores de P_{80} próximos ao produto industrial para os Ensaios 1 e 5, com erros relativos de 2,6 e 4,6, respectivamente. Contudo, após as etapas de modelagem e simulação dos respectivos ensaios, os produtos simulados indicaram estimativas ainda melhores do valor de P_{80} industrial. A melhor estimativa foi para o Ensaio 5 com erro relativo de 0,7%, e a pior para o Ensaio 6 com erro relativo de 15,2%. Os Ensaios 1, 2 e 3 também apresentaram boas estimativas com erros relativos de 5,3%, 2,0% e 4,6%, respectivamente.

A Tabela 34, a seguir, apresenta a matriz de proximidade com índices de dissimilaridade comparando os resultados simulados dos ensaios de moagem em laboratório com o produto industrial para o minério da Mirabela.

Tabela 34. Matriz de Proximidade com Índices de Dissimilaridade – Granulometrias – Mirabela.

Matriz de Proximidade - Distância Euclidiana							
	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	Ensaio 4	Ensaio 5	Ensaio 6	Industrial
Ensaio 1	0	6,33	3,58	4,98	5,45	8,94	7,87
Ensaio 2	6,33	0	5,50	7,45	1,27	14,5	3,24
Ensaio 3	3,58	5,50	0	2,44	4,75	9,33	7,42
Ensaio 4	4,98	7,45	2,44	0	6,55	7,87	8,87
Ensaio 5	5,45	1,27	4,75	6,55	0	13,4	3,18
Ensaio 6	8,94	14,5	9,33	7,87	13,4	0	15,5
Industrial	7,87	3,24	7,42	8,87	3,18	15,5	0

Analisando a matriz de dissimilaridade da Tabela 34, nota-se que a maior dissimilaridade ocorreu para a estimativa pelo Ensaio 6 (15,55). Os Ensaios 2 e 5 apresentaram os melhores resultados de estimativa do produto industrial com distância euclidiana de 3,24 e 3,18, respectivamente.

A Figura 48 apresenta o gráfico comparativo entre porcentagem passante industrial e simulada para o Ensaio 5 com o minério da Mirabela. Os gráficos comparativos para os outros ensaios estão apresentados no Apêndice A.

Figura 48. Gráfico Comparativo entre Produto Industrial *versus* Produto Simulado – Ensaio 5 – Mirabela.

As porcentagens passantes dos produtos industrial e simulado do Ensaio 5 (Mirabela) foram aproximadas por uma reta através de regressão linear, apresentando um alto coeficiente de determinação ($R^2 = 0,999$), sugerindo que a relação entre as porcentagens passantes industriais e simuladas é linear. Ainda, observou-se uma alta aderência entre as porcentagens passantes industriais e simuladas, indicando uma relação próxima de 1:1, representada pela bissetriz traçada na Figura 48. A regressão linear do produto industrial *versus* produto simulado do Ensaio 5 apresentou coeficientes linear e angular de -2,114 e 1,021, respectivamente, demonstrando que a estimativa gerada pela simulação foi aderente aos resultados industriais.

Após as análises dos três minérios estudados, foi constatado que cada minério se adequou melhor a um ensaio diferente. No entanto, apesar de cada minério ter se

adequado a uma condição operacional diferente, todos os seis ensaios apresentaram estimativas muito próximas do produto industrial.

6.2 CONSUMO ENERGÉTICO

O estudo de previsão do consumo energético industrial a partir dos ensaios de moagem em laboratório foi dividido em duas seções. Uma delas estuda o consumo energético prevendo a potência aplicada ao moinho de laboratório pelo modelo do Rowland, enquanto a outra utiliza o modelo do Morrell para calcular a potência aplicada ao moinho de laboratório.

As análises quantitativas das estimativas do consumo energético industrial a partir dos ensaios de moagem em laboratório foram realizadas através do cálculo das matrizes de proximidade com índices de dissimilaridade para os três minérios estudados e, utilizando os modelos do Rowland e Morrell para cálculo da potência do moinho de laboratório.

As somatórias das distâncias euclidianas apresentadas nas matrizes de proximidade consideram as energias consumidas por produto gerado apenas para as frações granulométricas abaixo de 0,85 mm, quais sejam: -0,85 +0,59 mm; -0,59 +0,42 mm; -0,42 +0,30 mm; -0,30 +0,21 mm; -0,21 +0,15 mm; -0,15 +0,106 mm; -0,106 +0,075 mm; -0,075 +0,053 mm; -0,053 +0,045 mm e -0,045 +0,038 mm.

6.2.1 CONSUMO ENERGÉTICO POR ROWLAND

A presente seção descreve as análises dos estudos de energia consumida por produto gerado, considerando a potência aplicada ao moinho como aquela prevista pelo modelo do Rowland. Portanto, todos os dados energéticos estimados apresentados nesta seção foram calculados com base no modelo de potência do Rowland.

A Tabela 35, a seguir, apresenta a matriz de proximidade com índices de dissimilaridade comparando o consumo energético por produto gerado industrial

com as estimativas obtidas pelas simulações dos ensaios de moagem em laboratório para o minério da MSG.

Tabela 35. Matriz de Proximidade com Índices de Dissimilaridade – Energia Consumida – Rowland MSG.

Matriz de Proximidade - Distância Euclidiana							
	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	Ensaio 4	Ensaio 5	Ensaio 6	Industrial
Ensaio 1	0	0,970	1,10	3,82	1,77	3,38	5,48
Ensaio 2	0,970	0	0,600	4,74	2,72	4,34	4,75
Ensaio 3	1,10	0,600	0	4,74	2,69	4,37	5,05
Ensaio 4	3,82	4,74	4,74	0	2,10	1,01	9,09
Ensaio 5	1,77	2,72	2,69	2,10	0	1,71	7,15
Ensaio 6	3,38	4,34	4,37	1,01	1,71	0	8,46
Industrial	5,48	4,75	5,05	9,09	7,15	8,46	0

Analisando a matriz de dissimilaridade da Tabela 35, nota-se que todos os ensaios apresentaram boas estimativas do consumo energético industrial para a amostra da MSG. A maior dissimilaridade ocorreu para a estimativa pelo Ensaio 4 (9,09), enquanto que o Ensaio 2 indicou a melhor estimativa com distância euclidiana de 4,75. Os ensaios 1 e 3 também apresentaram estimativas muito boas, com distâncias euclidianas de 5,48 e 5,05, respectivamente.

A Figura 49 apresenta o gráfico comparativo entre o consumo energético por produto gerado industrial com as estimativas obtidas pelo Ensaio 2 de moagem em laboratório para o minério da MSG. Os gráficos comparativos para os outros ensaios estão apresentados no Apêndice B.

Figura 49. Comparação entre Energia Consumida por Produto Gerado Industrial *versus* Simulado Ensaio 2 – Rowland – MSG.

As energias consumidas por produto gerado industrial e estimadas pelo Ensaio 2 (MSG) foram aproximadas por uma reta através de regressão linear, apresentando um alto coeficiente de determinação ($R^2 = 0,998$), sugerindo que a relação entre as energias consumidas industriais e simuladas é linear. A regressão linear das energias consumidas por produto gerado industrial e estimadas pelo Ensaio 2 apresentou coeficientes linear e angular de -0,243 e 0,860, respectivamente, demonstrando que a estimativa gerada pelo ensaio de moagem em laboratório foi razoavelmente aderente aos resultados industriais.

A Tabela 36, a seguir, apresenta a matriz de proximidade com índices de dissimilaridade comparando o consumo energético por produto gerado industrial com as estimativas obtidas pelos ensaios de moagem em laboratório para o minério da Vale.

Tabela 36. Matriz de Proximidade com Índices de Dissimilaridade – Energia Consumida – Rowland Vale.

Matriz de Proximidade - Distância Euclidiana							
	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	Ensaio 4	Ensaio 5	Ensaio 6	Industrial
Ensaio 1	0	16,9	7,63	1,07	16,5	12,1	16,5
Ensaio 2	16,9	0	24,4	17,7	1,20	28,9	32,8
Ensaio 3	7,63	24,4	0	6,94	23,9	4,92	9,51
Ensaio 4	1,07	17,7	6,94	0	17,3	11,3	16,0
Ensaio 5	16,5	1,20	23,9	17,3	0	28,5	32,2
Ensaio 6	12,1	28,9	4,92	11,3	28,5	0	7,85
Industrial	16,5	32,8	9,51	16,0	32,2	7,85	0

Analisando a matriz de dissimilaridade da Tabela 36, nota-se que houve uma grande dispersão para a maioria das estimativas do consumo energético dos ensaios de moagem em laboratório em relação ao consumo energético industrial para a amostra da Vale. A maior dissimilaridade ocorreu para a estimativa pelo Ensaio 2 (32,84), enquanto que o Ensaio 6 indicou a melhor estimativa com distância euclidiana de 7,85.

A Figura 50 apresenta o gráfico comparativo entre o consumo energético por produto gerado industrial com as estimativas obtidas pelo Ensaio 6 de moagem em laboratório para o minério da Vale. Os gráficos comparativos para os outros ensaios estão apresentados no Apêndice B.

Figura 50. Comparação entre Energia Consumida por Produto Gerado Industrial *versus* Simulado Ensaio 6 – Rowland – Vale.

As energias consumidas por produto gerado industrial e estimadas pelo Ensaio 6 (Vale) foram aproximadas por uma reta através de regressão linear, apresentando um coeficiente de determinação razoável ($R^2 = 0,941$), sugerindo que a relação entre as energias consumidas industriais e simuladas possuem uma tendência linear. A regressão linear das energias consumidas por produto gerado industrial e estimadas pelo Ensaio 6 apresentou coeficientes linear e angular de 4,042 e 0,893, respectivamente. Observa-se que para este caso a estimativa do consumo energético gerada pelo ensaio de moagem em laboratório é para todas as malhas, superior à energia consumida industrial.

A Tabela 37, a seguir, apresenta a matriz de proximidade com índices de dissimilaridade comparando o consumo energético por produto gerado industrial com as estimativas obtidas pelos ensaios de moagem em laboratório para o minério da Mirabela.

Tabela 37. Matriz de Proximidade com Índices de Dissimilaridade – Energia Consumida – Rowland Mirabela.

Matriz de Proximidade - Distância Euclidiana							
	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	Ensaio 4	Ensaio 5	Ensaio 6	Industrial
Ensaio 1	0	7,25	6,79	7,92	9,92	23,0	52,0
Ensaio 2	7,25	0	5,62	12,9	2,72	29,8	58,7
Ensaio 3	6,79	5,62	0	8,85	7,01	26,4	57,7
Ensaio 4	7,92	12,9	8,85	0	15,1	17,7	50,0
Ensaio 5	9,92	2,72	7,01	15,1	0	32,3	61,4
Ensaio 6	23,0	29,8	26,4	17,7	32,3	0	35,4
Industrial	52,0	58,7	57,7	50,0	61,4	35,4	0

Analisando a matriz de dissimilaridade da Tabela 37, nota-se que houve uma grande dispersão entre as estimativas do consumo energético dos ensaios de moagem em laboratório em relação ao consumo energético industrial para a amostra da Mirabela. A maior dissimilaridade ocorreu para a estimativa pelo Ensaio 5 (61,36), enquanto que o Ensaio 6 indicou a melhor estimativa com distância euclidiana de 35,36.

A Figura 51 apresenta o gráfico comparativo entre o consumo energético por produto gerado industrial com as estimativas obtidas pelo Ensaio 6 de moagem em laboratório para o minério da Mirabela. Os gráficos comparativos para os outros ensaios estão apresentados no Apêndice B.

Figura 51. Comparação entre Energia Consumida por Produto Gerado Industrial *versus* Simulado Ensaio 6 – Rowland – Mirabela.

As energias consumidas por produto gerado industrial e estimadas pelo Ensaio 6 (Mirabela) foram aproximadas por uma reta através de regressão linear, apresentando um coeficiente de determinação razoável ($R^2 = 0,931$), sugerindo que a relação entre as energias consumidas industriais e simuladas possuem uma tendência linear. A regressão linear das energias consumidas por produto gerado industrial e estimadas pelo Ensaio 6 apresentou coeficientes linear e angular de -9,561 e 0,984, respectivamente. Observa-se que para este caso a estimativa do consumo energético gerada pelo ensaio de moagem em laboratório é para todas as malhas, inferior à energia consumida industrial.

6.2.2 CONSUMO ENERGÉTICO POR MORRELL

A presente seção descreve as análises dos estudos de energia consumida por produto gerado, considerando a potência aplicada ao moinho como aquela prevista pelo modelo do Morrell. Portanto, todos os dados energéticos estimados apresentados nesta seção foram calculados com base no modelo de potência do Morrell.

A Tabela 38, a seguir, apresenta a matriz de proximidade com índices de dissimilaridade comparando o consumo energético por produto gerado industrial com as estimativas obtidas pelos ensaios de moagem em laboratório para o minério da MSG.

Tabela 38. Matriz de Proximidade com Índices de Dissimilaridade – Energia Consumida – Morrell MSG.

Matriz de Proximidade - Distância Euclidiana							
	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	Ensaio 4	Ensaio 5	Ensaio 6	Industrial
Ensaio 1	0	1,99	0,902	4,28	1,99	3,78	1,74
Ensaio 2	1,99	0	2,08	6,24	3,98	5,75	3,27
Ensaio 3	0,902	2,08	0	4,52	2,24	4,13	2,43
Ensaio 4	4,28	6,24	4,52	0	2,35	1,14	3,85
Ensaio 5	1,99	3,98	2,24	2,35	0	1,90	1,96
Ensaio 6	3,78	5,75	4,13	1,14	1,90	0	3,02
Industrial	1,74	3,27	2,43	3,85	1,96	3,02	0

Analisando a matriz de dissimilaridade da Tabela 38, nota-se que todos os ensaios apresentaram boas estimativas do consumo energético industrial para a amostra da MSG. A maior dissimilaridade ocorreu para a estimativa pelo Ensaio 4 (3,85), enquanto que o Ensaio 1 indicou a melhor estimativa com distância euclidiana de 1,74. Os outros ensaios também apresentaram estimativas muito boas, com distâncias euclidianas intermediárias a estas.

A Figura 52 apresenta o gráfico comparativo entre o consumo energético por produto gerado industrial com as estimativas obtidas pelo Ensaio 1 de moagem em

laboratório para o minério da MSG. Os gráficos comparativos para os outros ensaios estão apresentados no Apêndice C.

Figura 52. Comparação entre Energia Consumida por Produto Gerado Industrial *versus* Simulado Ensaio 1 – Morrell – MSG.

As energias consumidas por produto gerado industrial e estimadas pelo Ensaio 1 (MSG) foram aproximadas por uma reta através de regressão linear, apresentando um alto coeficiente de determinação ($R^2 = 0,999$), sugerindo que a relação entre as energias consumidas industriais e simuladas é linear. Ainda, observou-se uma alta aderência entre as energias consumidas industriais e simuladas, indicando uma relação próxima de 1:1, representada pela bissetriz traçada na Figura 52. A regressão linear das energias consumidas por produto gerado industrial e estimadas pelo Ensaio 1 apresentou coeficientes linear e angular de -1,555 e 1,096, respectivamente, demonstrando que a estimativa gerada pelo ensaio de moagem em laboratório foi aderente aos resultados industriais.

A Tabela 39, a seguir, apresenta a matriz de proximidade com índices de dissimilaridade comparando o consumo energético por produto gerado industrial com as estimativas obtidas pelos ensaios de moagem em laboratório para o minério da Vale.

Tabela 39. Matriz de Proximidade com Índices de Dissimilaridade – Energia Consumida – Morrell Vale.

Matriz de Proximidade - Distância Euclidiana							
	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	Ensaio 4	Ensaio 5	Ensaio 6	Industrial
Ensaio 1	0	20,6	9,64	1,20	18,5	13,5	25,7
Ensaio 2	20,6	0	30,1	21,4	2,81	34,0	45,6
Ensaio 3	9,64	30,1	0	8,90	27,8	4,75	16,5
Ensaio 4	1,20	21,4	8,90	0	19,3	12,6	25,1
Ensaio 5	18,5	2,81	27,8	19,3	0	31,9	43,1
Ensaio 6	13,5	34,0	4,75	12,6	31,9	0	14,9
Industrial	25,7	45,6	16,5	25,1	43,1	14,9	0

Analisando a matriz de dissimilaridade da Tabela 39, nota-se que houve uma grande dispersão entre as estimativas do consumo energético dos ensaios de moagem em laboratório em relação ao consumo energético industrial para a amostra da Vale. A maior dissimilaridade ocorreu para a estimativa pelo Ensaio 2 (45,55), enquanto que o Ensaio 6 indicou a melhor estimativa com distância euclidiana de 14,88.

A Figura 53 apresenta o gráfico comparativo entre o consumo energético por produto gerado industrial com as estimativas obtidas pelo Ensaio 6 de moagem em laboratório para o minério da Vale. Os gráficos comparativos para os outros ensaios estão apresentados no Apêndice C.

Figura 53. Comparação entre Energia Consumida por Produto Gerado Industrial *versus* Simulado Ensaio 6 – Morrell – Vale.

As energias consumidas por produto gerado industrial e estimadas pelo Ensaio 6 (Vale) foram aproximadas por uma reta através de regressão linear, apresentando um coeficiente de determinação razoável ($R^2 = 0,941$), sugerindo que a relação entre as energias consumidas industriais e simuladas possuem uma tendência linear. A regressão linear das energias consumidas por produto gerado industrial e estimadas pelo Ensaio 6 apresentou coeficientes linear e angular de 4,521 e 0,998, respectivamente. Observa-se que para este caso a estimativa do consumo energético gerada pelo ensaio de moagem em laboratório é para todas as malhas, superior à energia consumida industrial.

A Tabela 40, a seguir, apresenta a matriz de proximidade com índices de dissimilaridade comparando o consumo energético por produto gerado industrial com as estimativas obtidas pelos ensaios de moagem em laboratório para o minério da Mirabela.

Tabela 40. Matriz de Proximidade com Índices de Dissimilaridade – Energia Consumida – Morrell Mirabela.

Matriz de Proximidade - Distância Euclidiana							
	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	Ensaio 4	Ensaio 5	Ensaio 6	Industrial
Ensaio 1	0	5,90	9,27	8,86	11,1	25,7	36,7
Ensaio 2	5,90	0	6,38	12,7	5,37	31,1	41,7
Ensaio 3	9,27	6,38	0	12,0	6,61	31,6	45,2
Ensaio 4	8,86	12,7	12,0	0	16,9	19,8	35,2
Ensaio 5	11,1	5,37	6,61	16,9	0	36,1	47,0
Ensaio 6	25,7	31,1	31,6	19,8	36,1	0	22,5
Industrial	36,7	41,7	45,2	35,2	47,0	22,5	0

Analisando a matriz de dissimilaridade da Tabela 40, nota-se que houve uma grande dispersão entre as estimativas do consumo energético dos ensaios de moagem em laboratório em relação ao consumo energético industrial para a amostra da Mirabela. A maior dissimilaridade ocorreu para a estimativa pelo Ensaio 5 (47,00), enquanto que o Ensaio 6 indicou a melhor estimativa com distância euclidiana de 22,46.

A Figura 54 apresenta o gráfico comparativo entre o consumo energético por produto gerado industrial com as estimativas obtidas pelo Ensaio 6 de moagem em laboratório para o minério da Mirabela. Os gráficos comparativos para os outros ensaios estão apresentados no Apêndice C.

Figura 54. Comparação entre Energia Consumida por Produto Gerado Industrial *versus* Simulado Ensaio 6 – Morrell – Mirabela.

As energias consumidas por produto gerado industrial e estimadas pelo Ensaio 6 (Mirabela) foram aproximadas por uma reta através de regressão linear, apresentando um coeficiente de determinação razoável ($R^2 = 0,932$), sugerindo que a relação entre as energias consumidas industriais e simuladas possuem uma tendência linear. A regressão linear das energias consumidas por produto gerado industrial e estimadas pelo Ensaio 6 apresentou coeficientes linear e angular de -10,693 e 1,103, respectivamente. Observa-se que para este caso a estimativa do consumo energético gerada pelo ensaio de moagem em laboratório é para todas as malhas, inferior à energia consumida industrial.

6.3 DISCUSSÕES FINAIS

As análises descritivas dos ensaios de moagem em laboratório apresentada no presente capítulo indicaram que para cada diferente circuito industrial e/ou minério a ser moído existe um procedimento e/ou condição operacional diferente, que favorecerá a previsão de desempenho de um determinado circuito industrial de moagem.

A Tabela 41 apresenta um sumário indicando os ensaios com estimativas mais e menos acuradas das distribuições granulométricas e energias consumidas em relação aos circuitos industriais estudados.

Tabela 41. Sumário de Desempenho dos Ensaios de Moagem em Laboratório.

Amostras	Distribuição Granulométrica		Energia Consumida por Produto Gerado (kWh/t)			
	Mais Acurado	Menos Acurado	Rowland		Morrell	
			Mais Acurado	Menos Acurado	Mais Acurado	Menos Acurado
MSG	Ensaio 6	Ensaio 3	Ensaio 2	Ensaio 4	Ensaio 1	Ensaio 4
Vale	Ensaio 4	Ensaio 6	Ensaio 6	Ensaio 2	Ensaio 6	Ensaio 2
Mirabela	Ensaio 5	Ensaio 6	Ensaio 6	Ensaio 5	Ensaio 6	Ensaio 5

Como citado anteriormente, a Tabela 41 indica que para determinado minério um ensaio apresentou os resultados mais acurados, enquanto que para outro minério o mesmo ensaio apresentou os resultados menos acurados. Contudo, alguns resultados ainda que não sejam os mais acurados fornecem ótimas estimativas dos do desempenho industrial.

A Tabela 42 apresenta os erros relativos dos P_{80} simulados em relação aos industriais, considerando os três minérios estudados.

Tabela 42. Erros Quadráticos das Estimativas do P_{80} Industrial.

Erro Relativo (%)						
	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	Ensaio 4	Ensaio 5	Ensaio 6
MSG	3,79	0,758	14,4	12,12	2,27	5,30
Vale	1,14	15,7	9,17	0,792	18,1	16,3
Mirabela	5,30	1,99	4,64	7,28	0,662	15,2
Total	10,2	18,4	28,2	20,2	21,0	36,8

A Tabela 42 indica que o Ensaio 1 apresentou globalmente as melhores estimativas dos P_{80} industriais com erro relativo total de 10,2%, enquanto que o Ensaio 6 indicou a pior estimativa com erro relativo total de 36,8%.

A Tabela 43 apresenta os resultados dos cálculos das distâncias euclidianas das granulometrias simuladas em relação às granulometrias industriais, para os minérios da MSG, Vale e Mirabela.

Tabela 43. Distâncias Euclidianas das Estimativas das Granulometrias Industriais.

Distância Euclidiana						
	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	Ensaio 4	Ensaio 5	Ensaio 6
MSG	10,0	6,57	16,5	8,42	4,39	3,98
Vale	2,12	11,3	7,63	1,16	13,1	15,3
Mirabela	7,87	3,24	7,42	8,87	3,18	15,5
Total	20,0	21,1	31,5	18,4	20,7	34,8

A Tabela 43 indica que o Ensaio 4 apresentou globalmente as melhores estimativas das granulometrias industriais com distância euclidiana total de 18,4, enquanto que o Ensaio 6 indicou as piores estimativas com distância euclidiana total de 34,8. Observa-se que os Ensaios 1, 2 e 5 também apresentaram ótimas estimativas das granulometrias industriais com distâncias euclidianas totais de 20,0; 21,1 e 20,7, respectivamente.

Para seleccionar o ensaio mais indicado para prever as granulometrias dos produtos industriais as condições operacionais estudadas para os ensaios de

moagem em laboratório, quais sejam, porcentagem da velocidade crítica, tamanho máximo de bolas e presença ou não de levantadores, foram comparadas separadamente.

Para o estudo da porcentagem da velocidade crítica os Ensaio 1, 2 e 3, respectivamente, 72%, 75% e 69% da velocidade crítica indicam que o Ensaio 1 apresentou a melhor previsão global das granulometrias dos produtos industriais.

Comparando os Ensaio 1, 4 e 5 com tamanhos máximo de bolas de 38, 30 e 25 mm, respectivamente, nota-se que o Ensaio 4 apresentou a melhor previsão global das granulometrias dos produtos industriais.

Quanto a presença ou não de levantadores, a comparação entre os Ensaio 1 e 6 indicou que a presença de levantadores (Ensaio 1) apresentou a melhor previsão global das granulometrias dos produtos industriais.

Portanto, para previsão granulométrica do produto industrial para um determinado minério e circuito de moagem indica-se utilizar os procedimentos e condições operacionais do Ensaio 4 (72% da V_C , tamanho máximo de bola de 30 mm e moinho com levantadores).

A Tabela 44 apresenta os resultados dos cálculos das distâncias euclidianas das energias consumidas simuladas em relação às energias consumidas industriais, para os minérios da MSG, Vale e Mirabela e, considerando os modelos do Rowland e Morrell para cálculo da potência do moinho de laboratório.

Tabela 44. Distâncias Euclidianas das Estimativas do Consumo Energético Industrial.

Ensaio	Modelo	Distância Euclidiana			
		MSG	Vale	Mirabela	Total
Ensaio 1	Rowland	5,48	16,5	52,0	74,0
	Morrell	1,74	25,7	36,7	64,1
Ensaio 2	Rowland	4,75	32,8	58,7	96,3
	Morrell	3,27	45,6	41,7	90,5
Ensaio 3	Rowland	5,05	9,51	57,7	72,2
	Morrell	2,43	16,5	45,2	64,2
Ensaio 4	Rowland	9,09	16,0	50,0	75,1
	Morrell	3,85	25,1	35,2	64,1
Ensaio 5	Rowland	7,15	32,2	61,4	101
	Morrell	1,96	43,1	47,0	92,0
Ensaio 6	Rowland	8,46	7,85	35,4	51,7
	Morrell	3,02	14,9	22,5	40,4

Observando a Tabela 44, nota-se que o modelo do Morrell para cálculo da potência do moinho de laboratório indicou melhores resultados para os minérios da MSG e Mirabela, enquanto que para o minério da Vale o modelo do Rowland apresentou melhores resultados.

Analisando globalmente as estimativas do consumo energético industrial, o modelo de potência do Morrell é o que apresenta as melhores estimativas dos consumos energéticos industriais para os seis ensaios estudados.

Considerando o modelo de potência do Morrell, globalmente o Ensaio 6 indicou a melhor estimativa dos consumos energéticos industriais com distância euclidiana total de 40,4, enquanto que o Ensaio 5 indicou a pior estimativa com distância euclidiana total de 92,0. Os Ensaios 1, 3 e 4 também apresentaram boas estimativas dos consumos energéticos industriais com distâncias euclidianas totais de 64,1; 64,2 e 64,1, respectivamente.

Para selecionar o ensaio mais indicado para prever os consumos energéticos industriais as condições operacionais estudadas para os ensaios de moagem em laboratório, quais sejam, porcentagem da velocidade crítica, tamanho máximo de bolas e presença ou não de levantadores, foram comparadas separadamente.

Para o estudo da porcentagem da velocidade crítica os Ensaio 1, 2 e 3, respectivamente, 72%, 75% e 69% da velocidade crítica indicam que os Ensaio 1 e 3 apresentaram as melhores previsões globais do consumo energético industrial e semelhantes entre si.

Comparando os Ensaio 1, 4 e 5 com tamanhos máximo de bolas de 38, 30 e 25 mm, respectivamente, nota-se que os Ensaio 1 e 4 apresentaram as melhores previsões globais do consumo energético industrial e semelhantes entre si.

Quanto a presença ou não de levantadores, a comparação entre os Ensaio 1 e 6 indicou que a ausência de levantadores (Ensaio 6) apresentou a melhor previsão global das granulometrias dos produtos industriais.

Portanto, para previsão do consumo energético industrial para um determinado minério e circuito de moagem indica-se utilizar os procedimentos e condições operacionais do Ensaio 6 (72% da V_C , tamanho máximo de bola de 38 mm e moinho sem levantadores), bem como o modelo do Morrell para cálculo da potência do moinho de laboratório.

6.4 MÉTODO DESENVOLVIDO

Como descrito na seção anterior os Ensaio 4 e 6 são os indicados para previsão da granulometria e consumo energético industrial, respectivamente.

Entretanto, como o objetivo é desenvolver um ensaio padrão de laboratório que permita prever o desempenho de circuitos industriais de moagem em moinhos de bolas, um dos Ensaio 4 ou 6 deve ser selecionado para representar o desempenho global dos circuitos industriais de moagem.

Apesar do Ensaio 4 ter apresentado a melhor previsão global das granulometrias industriais, foi observado (Figuras 34, 35 e 36) que todos os seis ensaios apresentaram boas estimativas das granulometrias industriais para os três minérios estudados.

Portanto, a escolha do ensaio padrão foi baseada nas estimativas dos consumos energéticos. Deste modo, o Ensaio 6 foi selecionado como o ensaio padrão global,

considerando estimativas de granulometrias e consumo energético, bem como o modelo do Morrell para cálculo da potência do moinho de laboratório.

Deste modo, o método desenvolvido consiste em um ensaio de moagem em laboratório e necessita de aproximadamente 3,0 kg do minério que se deseja estudar.

A preparação inicial para o ensaio consiste na britagem do material em britador de rolos, até que todo ele esteja abaixo de 3,35 mm (6# Tyler). O moinho utilizado para o ensaio é de aço carbono 1020 com diâmetro e comprimento iguais a 254 mm (10").

O ensaio é realizado a 70% de sólidos, 33% de grau de enchimento, 72% da velocidade crítica e tamanho máximo de bolas de 38 mm. O tempo de moagem é de 15 minutos.

A partir das condições operacionais e das granulometrias de alimentação e produto do ensaio é realizada a modelagem do mesmo através do modelo do misturador perfeito (*PMM*).

Com o ensaio calibrado é realizada a simulação do mesmo para duas variáveis, quais sejam, alimentação nova do circuito de moagem industrial e tamanho de bolas de reposição industrial. O produto simulado fornece a estimativa do produto industrial.

A partir da alimentação nova do circuito de moagem industrial, do produto simulado e do cálculo da potência do moinho de laboratório utilizando o modelo do Morrell, calcula-se pela equação 74, o consumo energético por produto gerado (kWh/t) para a malha que se deseja.

Assim, para operações industriais existentes o método pode fornecer boas estimativas do desempenho do circuito industrial de moagem, para minérios ainda desconhecidos de novos depósitos ou frentes de lavra, auxiliando na previsibilidade da produção industrial.

7 CONCLUSÕES

Um método para previsão do desempenho de circuitos industriais de moagem em moinhos de bolas através de ensaios de moagem em laboratório foi desenvolvido.

O desenvolvimento do método foi baseado em circuitos industriais de moagem em moinhos de bolas, os quais compreenderam três diferentes configurações de circuitos de cominuição, quais sejam, circuito tradicional para o minério da MSG (britagem estagiada seguida de moagem de bolas), circuito clássico para o minério da Vale (britagem estagiada, moagem de barras seguida de moagem de bolas) e circuito com moagem semi-autógena seguida de moagem de bolas para o minério da Mirabela. Desta maneira, o método foi desenvolvido sem restrições, podendo ser utilizado para prever o desempenho de quaisquer minérios e configurações de circuitos industriais.

Além do mais, o desenvolvimento do método contemplou a amostragem e balanços de massas dos três circuitos industriais estudados, bem como execução de ensaios de moagem em laboratório com os três minérios. Os procedimentos ainda incluíram a modelagem matemática e simulação dos ensaios de moagem com o intuito de se obter previsões dos desempenhos industriais em relação às granulometrias e consumos energéticos.

Diferentes condições operacionais foram estudadas para que se pudesse selecionar e definir o ensaio de moagem em laboratório padrão, que fornecesse a melhor previsão do desempenho industrial.

A partir das análises e comparações entre as granulometrias e consumos energéticos industriais com os resultados das simulações dos ensaios de moagem em laboratório foram selecionados dois ensaios padrão, um para a previsão da granulometria industrial e o outro para previsão do consumo energético industrial. Ainda, entre os dois ensaios, um foi selecionado como o ensaio padrão global, o qual permitiu a melhor aderência considerando as granulometrias e os consumos energéticos industriais.

Conclui-se então que o objetivo proposto para o presente trabalho foi alcançado e, portanto, um método para previsão do desempenho de circuitos industriais de moagem em moinhos de bolas através de ensaios de moagem em laboratório foi desenvolvido. O método desenvolvido apresentou boas estimativas do desempenho industrial, principalmente em relação às granulometrias dos produtos industriais.

Entretanto, sugere-se que a base de dados comparativos seja expandida para que o método possa ser validado e consolidado. Deste modo, sugere-se também estudos para as variáveis grau de enchimento e porcentagem de sólidos dos ensaios de moagem em laboratório.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALVES, V. K. **Otimização de Carga Moedoras Utilizando Ferramentas de Modelamento Matemático e Simulação de Moagem**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2006. 122 p.
- AUSTIN, L. G.; KLIMPEL, R. R. **Theory of grinding operations**. Industrial and Engineering Chemistry, Washington, November, 1964. v. 56, n. 11, p. 18-29.
- AUSTIN, L.G.; KLIMPEL, R.R.; LUCKIE, P.T. **The process engineering of size reduction: ball milling**. AIME, New York, 1984.
- BERALDO, J. L. **Moagem de minérios em moinhos tubulares**. São Paulo: Ed. Edgard Blücher, 1987. 143 p.
- BOND, F. C. **The Third Theory of Comminution**. Transactions AIME, May 1952. p. 484-494.
- BOND, F. C. **Crushing and Grinding Calculations**. Allis Chalmers Publication, 1961.
- BOND, F. C. **Crushing and Grinding Calculations**. Selection Circuits to Prepare Beneficiation Feeds. Allis Chalmers Bulletin, May 1983.
- CHARKRABORTI, N.; MILLER, J. D. **Fluid flow in hydrocyclones: a critical review**. Min Proc and Extr Review, 1992. p. 211-244.
- CHARLES, R. J. **Energy-size reduction relationships in comminution**. Transactions SME/AIME, New York, January, 1957. v. 208, p. 80–88.
- CHAVES, A. P. **Classificação**. Teoria e Prática do Tratamento de Minérios. 4. ed. São Paulo: Ed. Oficina de Textos, 2012. v. 1.
- CHAVES, A. P. **Britagem, Peneiramento e Moagem**. Teoria e Prática do Tratamento de Minérios. 4. ed. São Paulo: Ed. Signus, 2009. v. 3.
- CHAVES, A. P. **Manuseio de Sólidos Granulados**. Teoria e Prática do Tratamento de Minérios. 1. ed. São Paulo: Ed. Signus, 2011. v. 5.
- CHIEREGATI, A.C. **Novo Método de Caracterização Tecnológica para Cominuição de Minérios**. Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2000.
- CHIEREGATI, A. C.; DELBONI JR., H. **Novo Método de Caracterização Tecnológica para Minérios**, Anais XIX ENTMMME, 2002. v. 1, p. 95-102.
- COHEN, H. E. **Energy usage in mineral processing**. Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy. Section C, London, 1983. v. 92, p. 160-163.

CONCHA, F. *et al.* **A phenomenological model of a hydrocyclone.** Proceedings hydrocyclones '96, Cambridge, (Eds: Claxton, Svarovsky and Thew), 1996. p. 83-104.

CORREIA, J. C. G. **Tratamento de Minérios. Classificação e Peneiramento.** CETEM, 5. ed. Rio de Janeiro, 2010. cap. 6, p. 257-296.

DELBONI JR., H. **Ajuste de modelos empíricos de operação de ciclones.** Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1989. 182 p.

DELBONI JR, H. **Modelagem e Simulação de Circuitos de Cominuição e Classificação.** Apostila do curso. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2012.

DEVULAPALLI, B.; RAJAMANI, R. K. **A comprehensive CFD model for particle-size classification in industrial hydrocyclones.** Proceedings hydrocyclones '96, Cambridge, (Eds: Claxton, Svarovsky and Thew), 1996. p. 83-104.

DONDA, J. D. **Estudo do comportamento de um itabirito do quadrilátero ferrífero quanto à superfície.** Dissertação Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1998. 180 p.

EPSTEIN, B. **The Material Description of Certain Breakage Mechanisms Leading to the Logarithmic-Normal Distribution.** J. Franklin Inst, 1947.

FIGUEIRA, V. F.; ALMEIDA, S. L. M.; PEREIRA NETO, J. **Cominuição.** Tratamento de Minérios, CETEM/CNPQ, Rio de Janeiro, 1995. p. 105-205.

FLINTOFF, B. C.; PLITT, L. R.; TURAK, A. A. **Cyclone modeling:** a review of present technology. CIM Bulletin, September, 1987. p. 39-50.

GY, P. M. **Sampling of particulate materials theory and practice.** Amsterdam: Ed. Elsevier, 1982.

HERBST, J.A.; FUERSTENAU D.W. **The zero order production of fines in comminution and its implication in simulation.** Transactions SME/AIME, 1968. p. 531-549.

HERBST, J.A.; FUERSTENAU, D.W. **Scale-Up procedure for Continuous Grinding Mill Design Using Population Balance Models.** International Journal of Mineral Processing, 1980. p 1-31.

HERBST, J. A.; LO, Y. C.; RAJAMANI, K. **Population balance model predictions of the performance of large diameters mills.** Min and Metall proc, 1985. p. 114-120.

HOLMES, J. A. **A Contribution to the study of comminution:** a modified form of Kick's Law. Transactions of the Institute of Chemical Engineering, London, 1957. v. 35, p. 126-156.

HUKKI, R. T. **Minerals beneficiation**: proposal for a solomonic settlement between the theories of von Rittinger, Kick, and Bond. AIME Transactions, New York, January, 1961. v. 220, p. 403-408.

INOUE, T.; OKYA, K. **Grinding mechanism in centrifugal mills**. 8th Euro Symp on Comminution. Stockholm, 1994. p. 431-440.

INOUE, T.; OKYA, K. **Discrete element method to simulate several types of mill**. Progeny, ICRA, 1995.

JKMRC – **Julius Kruttschnitt Mineral Research Center**. Queensland, Australia.

KELLY, E. G.; SPOTTISWOOD, D. J. **Introduction to mineral processing**. New York: Ed. Wiley, 1982. 491 p.

KELSALL, D. F. **A further study of the hydraulic cyclone**. Chemical Engineering Science, December 1953. v. 2, p. 254-272.

KELSALL, D. F.; REID, K. J.; STEWART, P. S. B. **The study of grinding processes by dynamic modeling**. Elec Eng Trans Inst Eng, Australia, 1969. p. 155-169.

KICK, F. **Das Gesetz der Proportionalem Widerstand und Seine Anwendung**. Ed. Felix. Leipiz, 1885.

LAGUITTON, D. **The SPOC manual simulated processing of ore and coal**. CANMET EMR, Canada, 1985.

LENNTECH, **Water Treatment Solutios**. Disponível em:<<http://www.lenntech.com/>> Acesso em: novembro de 2012.

LIDDELL, K. S.; MOYS, M. H. **The effect of mill speed and filling on the behaviour of the load in a rotary grinding mill**. J S Afr Inst.mIn Mettal. 1988. p. 49-57.

LYNCH, A. J.; RAO, T. C. **Modelling and Scale-Up of Hydrocyclone Classifiers**. Proceedings XI Int Min Proc Congress, Cagliari, 1975.

LYNCH, A. J. **Mineral crushing and grinding circuits**: their simulation, optimisation, design and control. New York: Ed. Elsevier, 1977. 342 p.

LYNCH, A. J.; MORRELL, S. **The understanding of comminution and classification and its practical application in plant design and operation**. Comminution: theory and practice. SME, Littleton, 1992. cap. 30, p. 405-425.

MAN, Y. T. **Model-Based procedure for scale-up of wet, overflow ball mills**. Part I. Outline of the methodology. Minerals Engineering, Oxford, 2001a. v. 14, n. 10, p. 1237-1246.

MAN, Y. T. **Model-Based procedure for scale-up of wet, overflow ball mills**. Part II. Worked example. Minerals Engineering, Oxford, 2001b. v. 14, n. 10, p. 1247-1257.

MAN, Y. T. **Model-Based procedure for scale-up of wet, overflow ball mills**. Part III. Validation and discussion. Minerals Engineering, Oxford, 2001c. v. 14, n. 10, p. 1259-1265.

METSO-MINERALS. **Basics in Minerals Processing**. USA, 2002.

MORRELL, S.; STERNS, U. J.; WELLER, K. R. **The application of population balance models to very fine grinding in tower mills**. XIX Int Min Proc Congress (AusIMM), Sydney, 1993. p. 61-66.

MORRELL, S. **Power draw of wet tumbling mills and its relationship to charge dynamics – Part 1**: a continuum approach to mathematical modeling of mill power draw. Trans Inst Min Metall, January-April, 1996a.

MORRELL, S. **Power draw of wet tumbling mills and its relationship to charge dynamics – Part 2**: an empirical approach to modelling of mill power draw. Trans Inst Min Metall, January-April, 1996b.

MORRELL, S.; MAN, Y. T. **Using modelling and simulation for the design of full scale ball mill circuits**. Minerals Engineering, Oxford, 1997. v. 10, n. 12, p. 1311-1327.

MISHRA, B. K.; RAJAMANI, R. K. **Analysis of media motion in industrial mills**. Comminution: Theory and Practice. SME. Ed. Kawatra, 1992. P 427-440.

MISHRA, B. K.; RAJAMANI, R. K. **Simulation of charge motion in ball mills**. Part 1: experimental verifications. Int J of min Proc, 1994a. p. 171-186.

MISHRA, B. K.; RAJAMANI, R. K. **Simulation of charge motion in ball mills**. Part 2: numerical simulations. Int J of min Proc, 1994b. p. 187-197.

NAGESWARARAO, K. **Further developments in the modeling an scale up of industrial hydrocyclones**. PhD Thesis, University of Queensland (JKMRC), 1978.

NAGESWARARAO, K. **A generalized model for hydrocyclone classifiers**. AusIMM Proceedings, Parkville, December 1995. v. 2, n. 300, 21 p.

NAPIER-MUNN, T. J. *et al.* **Mineral Comminution Circuits**: their operation and optimization. Queensland (JKMRC), 1996. 413 p.

NARAYANAN, S. S. **Development of a laboratory single particle breakage technique and its application to ball mill modelling and scale-up**. PhD Thesis, University of Queensland (JKMRC). Queensland, 1985. 209 p.

NASCHENVENG, A. C. **Modelagem e simulação do circuito de moagem da Ultrafértil**. Dissertação de Mestrado - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003. 101 p.

PEREIRA, C.E. **Moagem**. Curso de Beneficiamento de minérios. Belo Horizonte, 1989. p. 60-65.

PITARD, F.F. **Minimization of sampling bias – elimination of incorrect sampling errors**. Horizontal Standard Notes. Broomfield, United States, 2010.

PLITT, L. R. **The Analysis of Solid-Solid Separations in Classifiers**. Can Min Metal Bulletin (CIM), 1971. p. 42-47.

PLITT, L. R. **A mathematical model of the hydrocyclone classifier**. CIM Bulletin, 1976. v. 69, n. 776, p. 114 -123.

PLITT, L. R.; FINCH, J. A.; FLINTOFF, B. C. **Modelling the hydrocyclone classifier**. Euro Symp Particle Tech, Amsterdam, 1980. p. 790-804.

PLITT, L. R.; FLINTOFF, B. C.; STUFFCO, T. J. **Roping in hydrocyclones**. 3rd Int Conf on Hydrocyclones, September, 1987. Elsevier/BHRA. Ed. Wood. p. 21-34.

PRASHER, C. L. **Crushing and grinding process handbook**. 1. ed. New York: Ed. Wiley, 1987. 474 p.

REID, K. J. **Derivation of an Equation for Classifier-Reduced Performance Curves**. Can Metal Quart, 1971. p. 253-254.

RITTINGER, R. P. **Textbook of mineral dressing**. Ernst and Korn. Berlin, 1867.

ROWLAND JR, C. A. **Selection of Rod Mills, Ball Mills, Pebble Mills and Regrind Mills**. Selection Circuits to Prepare Beneficiation Feeds. Allis Chalmers Bulletin, May 1983.

SILVA, K.C. *et al.* **Determinação e utilização de funções quebra e seleção em moagem de minérios de ferro**. Seminário de Redução de Minério de Ferro e Matérias Primas; Simpósio Brasileiro de Minério de Ferro; Anais... ABM, Salvador, 2007. v. 2. p. 610-621.

STEINOUR, H. H. **Rate of sedimentation** (3 parts). Ind Eng Chem, 1994. p. 618-624, 840-847, 901-907.

TAGGART, A. F. **Elements of ore dressing**. New York: Ed. Wiley, 1951. 2. ed. v. 1. cap. 22, p. 388-433.

WELLER, K. R. **Hold-Up and Residence Time Characteristics of Full Scale Grinding Circuits**. IFAC Mining; Mineral and Metal Processing, Montreal, 1980. p. 303-309.

WELLER, K. R. **Hold-Up and Residence Time Characteristics of Full Scale Grinding Circuits**. IFAC Automation in mining; Mineral and Metal Processing; Pergamon, Oxford, 1981. p. 303-307.

WELLER, K.R.; STEMS, U.J.; ARTONE, E. & BRUCKARD, W.J. **Multicomponent Models of Grinding and Classification for Scale-Up from Continuous Small or Pilot Scale Circuit**. International Journal of Mineral Processing, 1988. p. 119-147.

WHITEN, W. J. **The use of periodic spline functions for regression and smoothing**. Aust Comp J, 1972. p. 31-34.

WHITEN, W. J. **Ball mill simulation using small calculators**. Proceedings AusIMM, 1976. p. 47-53.

YAMAMOTO, J. K. **Geoestatística aplicada**. Apostila do curso. Instituto de Geologia da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1992.

YOSHIOKA, N.; HOTTA, Y. **Liquid cyclone as a hydraulic classifier**. Chemical Engineering, Japan, 1955. p. 632–640.

APÊNDICE A – Granulometria Industrial *versus* Simulada

MINÉRIO MSG

MINÉRIO VALE

MINÉRIO MIRABELA

APÊNDICE B – Consumo Energético Industrial *versus* Simulado Potência por Rowland

MINÉRIO MSG

MINÉRIO VALE

Energia Consumida por Produto Gerado (kWh/t)

Energia Consumida por Produto Gerado (kWh/t)

Energia Consumida por Produto Gerado (kWh/t)

Energia Consumida por Produto Gerado (kWh/t)

Energia Consumida por Produto Gerado (kWh/t)

Energia Consumida por Produto Gerado (kWh/t)

MINÉRIO MIRABELA

Energia Consumida por Produto Gerado (kWh/t)

Energia Consumida por Produto Gerado (kWh/t)

APÊNDICE C – Consumo Energético Industrial *versus* Simulado
Potência por Morrell

MINÉRIO MSG

Energia Consumida por Produto Gerado (kWh/t)

Energia Consumida por Produto Gerado (kWh/t)

MINÉRIO VALE

Energia Consumida por Produto Gerado (kWh/t)

Energia Consumida por Produto Gerado (kWh/t)

Energia Consumida por Produto Gerado (kWh/t)

Energia Consumida por Produto Gerado (kWh/t)

Energia Consumida por Produto Gerado (kWh/t)

Energia Consumida por Produto Gerado (kWh/t)

MINÉRIO MIRABELA

Energia Consumida por Produto Gerado (kWh/t)

Energia Consumida por Produto Gerado (kWh/t)