DANIEL ARMELIM BORTOLETO

Avaliação da heterogeneidade da bauxita de Juruti (PA) visando à otimização de protocolos de amostragem

São Paulo

(2015)

DANIEL ARMELIM BORTOLETO

Avaliação da heterogeneidade da bauxita de Juruti (PA) visando à otimização de protocolos de amostragem

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mineral

Orientadora: Profª Drª Ana Carolina Chieregati

São Paulo

(2015)

DANIEL ARMELIM BORTOLETO

Avaliação da heterogeneidade da bauxita de Juruti (PA) visando à otimização de protocolos de amostragem

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mineral

Área de Concentração: Engenharia Mineral

Orientador: Profª Drª Ana Carolina Chieregati

São Paulo

(2015)

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, de janeiro de 2015.

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

Catalogação-na-publicação

Bortoleto, Daniel Armelim

Avaliação da heterogeneidade da bauxita de Juruti região oeste do Pará visando as otimização de protocolos de amostragem / D.A. Bortoleto. -- versão corr. -- São Paulo, 2015.
102 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo.

1.Amostragem de minerais 2.Bauxita – Juruti (PA) I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo II.t.

Aos meus pais, minhas irmãs e minha futura esposa.

AGRADECIMENTOS

À Alcoa, representada pelo meu gestor e amigo Antônio Henrique Rietra Pereira, José Carlos Danza, Affonso Bizon e Washington Demicheli.

Aos colegas de trabalho André Viana Cruz, Railson Maciel, Diomedes e André Ricardo, que tanto contribuíram para o trabalho.

Aos demais colegas de trabalho de hoje, Rita, Fátima, Marçal, Gilvana, Marcus, Alessandra, Kauê, Jesunil, Willian, Cícero, Andreia, Diana, Emily, Jammerson, Mônica, Grace, Miguel, Paulo Mello, Elísio, Marta, Gabriel, Ever, Robson, Gustavo, Marquinho, Vinicius, Rinaldo, Clodoaldo, Jaime, Dorliane, Romeu, Henrique Santos, Celso Vidal, Otávio, Jacó, Luis Sergio, Deusdette, Mayara, Allyne, Ribas, Victor, Rhayma, Thiago, Maia, Kadá, Carlos Cruz e Lucivaldo.

Aos professores Arthur Pinto Chaves, José Renato, Homero Delboni e Marcelo Rocha.

Aos amigos Coutinho, Rosana, Danilo, Tharcila, João e Jorgeane.

Aos colegas de trabalho do passado e eternos amigos Taylor e Fabrizzio.

Ao Edson Montoro, pelos ensinamentos estatísticos e amizade.

Ao meu grande mentor Greg Peterson e aos colegas Luke Mcguiness, Bronwyn Larner e Michael Nunes.

À minha orientadora, mentora e amiga Profa. Dra. Ana Carolina Chieregati que, mesmo diante de todas as dificuldades, sempre acreditou em mim.

À minha inspiração, Raiza Cavalcante de Oliveira, companheira, amiga, colega de trabalho e namorada.

Ao meu pai, Antônio Luiz, pelo exemplo, à minha mãe, Gabriela, pelo amor e carinho e às minhas irmãs, Andréa e Marcela, pela paciência.

“As paixões grandes gostam de expandir-se em ocasiões solenes, em face dos espetáculos grandiosos da natureza, em meio das solidões.”

Bernardo Guimarães

RESUMO

O controle de qualidade na indústria mineira visa à extração de recursos naturais com confiabilidade e efetividade a um custo mínimo. A compreensão e a aplicação da teoria da amostragem (*Theory of Sampling* ou TOS), desenvolvida por Pierre Gy, de forma integrada ao gerenciamento do processo, são essenciais para alcançar esse objetivo. Por este motivo, ressalta-se a importância de expor os benefícios de uma amostragem correta a todos os níveis hierárquicos de um empreendimento mineiro, a fim de se obter o engajamento da equipe técnica e operacional, assim como o orçamento necessário para financiar treinamentos e compra de equipamentos adequados para uma amostragem precisa e acurada. Uma amostra jamais apresentará características idênticas àquelas do material de origem, devido à existência do erro fundamental de amostragem, que está associado à heterogeneidade constitucional do material. Ainda existem os demais erros que surgem no decorrer das operações de amostragem, como, por exemplo, o erro de segregação e agrupamento, associado à heterogeneidade distribucional e onde a força da gravidade assume papel preponderante. Cada etapa do processo de amostragem gera um erro que deve ser conhecido para a determinação da confiabilidade das estimativas. Neste contexto, os testes de heterogeneidade são uma ferramenta imprescindível para adquirir o conhecimento sobre a variabilidade natural da jazida e para conduzir a amostragem de uma forma correta, gerando amostras representativas. O presente trabalho estuda a heterogeneidade do minério de alumínio da região oeste do Pará, a partir dos resultados obtidos em diferentes experimentos descritos na literatura com base na teoria da amostragem. Os resultados dos experimentos permitem, então, otimizar os protocolos de amostragem, assim como determinar as massas mínimas representativas para amostras de bauxita.

Palavras-chave: teoria da amostragem; heterogeneidade; bauxita.

ABSTRACT

Quality control in the mineral industry context is directed to extraction of natural resources with reliability, effectiveness and minimum cost. The understanding and application of the Theory of Sampling (TOS), developed by Pierre Gy, integrated with, process management are essential for reaching this objective. For this reason, it is important that all levels of personnel in a mining enterprise are made aware of the benefits of correct sampling so as to gain the engagement of the technical and operational team and equally, the necessary budget for training and purchase of appropriate equipment for sampling that is precise and accurate. Samples will never present exactly the same characteristics as the lot from which they originate because of the constitutional heterogeneity which generates the fundamental sampling error. Other errors arise in sampling operations; for example, the grouping and segregation errors related to distributional heterogeneity, where gravity assumes the most important role. Each stage of the sampling process produces an error which must be known for determining the reliability of the estimates. In this context, the heterogeneity tests are an essential tool for knowing the natural variability of the deposit, and to conduct sampling in a correct manner to generate representative samples. The present work studies the heterogeneity of the aluminum ore in western Pará, based on the results of different heterogeneity experiments described by the TOS. Results allow the optimization of sampling protocols as well as the determination of the minimum masses representative samples of bauxite.

Keywords: theory of sampling; heterogeneity; bauxite.

LISTA DE FIGURAS

2.1.1	–	Forma típica de uma distribuição normal	26
2.1.2	–	Exemplo de uma carta de controle	33
2.1.3	–	Diferença entre precisão e acurácia	34
2.2.1	–	Exemplo de variograma e suas propriedades	38
2.2.2	–	Diagrama de erros	52
2.3.1	–	O conceito do tripé de sustentação	53
2.3.3	–	Exemplo de divisor Jones	56
2.3.4	–	Amostragem incremental e por fracionamento	58
3.1.1	–	Ferrovia e porto da mina de Juruti	59
3.1.2	–	Perfil litológico típico de Juruti	61
3.1.3	–	Esquema de lavra em tiras	62
3.2.1	–	Sondagem	63
3.2.2	–	Amostragem de canaletas	64
3.2.3	–	Torre de amostragem	65
4.1.1	–	Matriz quadrada 300 $\times$ 300 mm	68
4.1.2	–	Fragmentos distribuídos sobre a matriz 300 $\times$ 300 mm	69
4.1.3	–	Matriz quadrada 100 $\times$ 100 mm	69
4.1.4	–	Fragmentos distribuído sobre a matriz 100 $\times$ 100 mm	70
4.1.5	–	Seleção manual aleatória dos fragmentos	71
4.2.1	–	Britador de mandíbulas	73
4.2.2	–	Método de divisão por pilha alongada	74
4.2.3	–	Fluxograma experimental para o teste da árvore	74
4.2.4	–	Condicionamento das amostras	75
4.2.5	–	Esquema do método de divisão	75
4.3.1	–	Peneiramento para obtenção das 14 frações nominais	78
5.1.1	–	Correlação linear entre IH_L e d_N	80
5.2.1	–	Correlação linear entre o produto da Var.Rel.Pad e d_N	82
5.3.1	–	Correlação linear entre o produto da Var.Rel.Pad e d_N	84
5.4.1	–	Diferenças relativas entre as duplicatas	87
5.4.2	–	Comparativo entre as massas mínimas	89

5.6.1 – Correlação linear entre IH_L e d_N 91
5.6.2 – Correlação linear entre o produto da Var.Rel.Pad e d_N 93

LISTA DE TABELAS

2.2.1	_	Antiga e nova notação para os erros de amostragem	47
2.3.1	_	Exemplo de protocolo de amostragem	55
4.4.1	_	Condições experimentais para o HT	71
5.1.1	_	Resultados obtidos a partir das 4 séries	79
5.2.1	_	Resultados estatísticos do STE	81
5.3.1	_	Resultados estatísticos do SFA	83
5.4.1	_	Fatores de Gy utilizados no cálculo da variância	86
5.4.2	_	Protocolo de amostragem	87
5.4.3	_	Massas mínimas	88
5.6.1	_	Resultados obtidos a partir das 4 séries	90
5.6.2	_	Resultados estatísticos do SFA	92
5.6.3	_	Protocolo de amostragem	94

LISTA DE ABREVIATURA E SIGLAS

ASTM	American Society for Testing Materials
DNPM	Departamento Nacional de Produção Mineral
TOS	Theory of Sampling

Sumário

1 INTRODUÇÃO E OBJETIVOS 22
1.1 INTRODUÇÃO 22
1.2 OBJETIVOS 24
2 REVISÃO DA LITERATURA 25
2.1 CONCEITOS DE ESTATÍSTICA 25
2.1.1 Estatística aplicada 25
2.1.2 As distribuições de probabilidades 26
2.1.3 Medidas de tendência central 29
2.1.4 Medidas de dispersão 30
2.1.5 Conceitos de precisão, acurácia e representatividade 33
2.2 TEORIA DA AMOSTRAGEM 35
2.2.1 Teoria da amostragem e a geoestatística 35
2.2.2 Erro e incerteza 38
2.2.3 Heterogeneidade constitucional 39
2.2.4 Heterogeneidade de distribuição 42
2.2.5 Correlação entre heterogeneidade constitucional e distribucional 43
2.2.6 Erros aleatórios e sistemáticos 45
2.2.7 Classificação dos lotes 46
2.2.8 Os erros de amostragem 46
2.3 A AMOSTRAGEM NO SETOR MINERAL 52
2.3.1 Protocolo de amostragem 54
2.3.2 Técnicas de redução de amostras 55
2.3.3 Características dos amostradores 57
3 DESCRIÇÃO DAS OPERAÇÕES 58
3.1 A MINA DE JURUTI 58
3.1.1 Geologia 59
3.2.1 Sondagem 63
3.2.3 Torres de amostragem 65
4 METODOLOGIA 65
4.1 TESTE DE HETEROGENEIDADE 66
4.1.1 Procedimento experimental 68
4.2 TESTE DA ÁRVORE 72
4.2.1 Procedimento experimental 73
4.3 ANÁLISE LIVRE DE SEGREGAÇÃO 76
4.3.1 Procedimento experimental 77
5 RESULTADOS E DISCUSSÃO 78
5.1 TESTE DE HETEROGENEIDADE 78
5.2 TESTE DA ÁRVORE 81
5.3 ANÁLISE LIVRE DE SEGREGAÇÃO 82
5.4 OTIMIZAÇÃO DE PROTOCOLOS DE AMOSTRAGEM 84
5.5 MASSA MÍNIMA REPRESENTATIVA 88
5.6 AVALIAÇÃO DO ERRO DE SEGREGAÇÃO E AGRUPAMENTO 90
5.6.1 Teste de heterogeneidade 90
5.6.2 Análise livre de segregação 91
5.6.3 Avaliação do protocolo de amostragem 93
6 CONCLUSÕES 94

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 97
APÊNDICE A – Dados experimentais obtidos no teste HT 100
APÊNDICE B – Dados experimentais obtidos no teste STE 101
APÊNDICE C – Dados experimentais obtidos no teste SFA 102
APÊNDICE D – Dados experimentais obtidos a partir das amostras duplicatas 104
APÊNDICE F – Dados experimentais obtidos no teste HT 105
APÊNDICE G – Dados experimentais obtidos no teste SFA 107

1 INTRODUÇÃO E OBJETIVOS

1.1 INTRODUÇÃO

Para avaliar o desempenho operacional de um processo de Tratamento de Minérios, ou estimar os recursos minerais de uma jazida, o conhecimento das características físico-químicas do material é de fundamental importância. A determinação destas características para um dado material somente pode ser realizada em uma pequena fração do mesmo, denominada amostra. Ensaios laboratoriais são realizados em pequenas amostras, com massas na ordem de gramas. Deste modo, a metodologia adotada pelo empreendimento mineiro, desde a amostragem até as etapas de cominuição e redução da amostra, deve ser criteriosa a fim de garantir que o material analisado represente o lote original. De nada adianta uma precisão na quarta casa decimal em equipamentos analíticos no laboratório químico se a amostra analisada não for representativa.

A Teoria da Amostragem de Materiais Particulados (*theory of sampling* ou TOS), criada há 50 anos pelo metalurgista Dr. Pierre M. Gy, hoje possui vários seguidores que a utilizam em diversas empresas no mundo visando otimizar suas operações. Entretanto, a TOS ainda é pouco difundida no meio acadêmico e na indústria, e ainda existem muitas empresas que promovem o conceito de amostragem não probabilística. Segundo CARRASCO et al., 2004, o impacto econômico em longo prazo pode chegar à perda de bilhões de dólares caso a TOS não seja aplicada corretamente pela equipe de controle de qualidade de uma operação mineira. O entendimento dos aspectos econômicos de uma amostragem bem conduzida é fundamental para o engajamento dos gerentes, engenheiros de minas, metalurgistas, geólogos e químicos para que forneçam os suprimentos necessários a um controle de qualidade “iterativo”. A palavra “iterativo” deve ser enfatizada a fim de reforçar o sentido de melhoria contínua, especialmente para garantir que os mesmos erros não sejam repetidos ou cometidos com frequência. Este é um ponto essencial para que a TOS se integre definitivamente na rotina das empresas, caso contrário, os benefícios almejados por um controle de qualidade efetivo, continuarão a ser uma recompensa inalcançável.

De acordo com a Teoria da Amostragem de Gy, entre todos os erros existentes, há um que não pode ser eliminado, o chamado erro fundamental de

amostragem (*fundamental sampling error* ou FSE), que está associado à heterogeneidade constitucional do minério. Este é o menor erro existente para uma amostra selecionada em condições ideais, onde os fragmentos são amostrados aleatoriamente um a um. Este cenário é impossível de ocorrer na prática, pois, ao selecionar um incremento para formar uma amostra, este geralmente é composto por um grupo de fragmentos e não por fragmentos individuais. Consequentemente, acrescenta-se um erro a esta seleção e, quanto maior o grupo de fragmentos, maior este erro, definido como erro de segregação e agrupamento (*grouping and segregation error* ou GSE) e associado à heterogeneidade distribucional do minério.

Geralmente, a média do erro fundamental de amostragem tem um valor baixo e, portanto, este erro é caracterizado por sua variância, calculada relativamente ao teor do lote e utilizando-se uma fórmula muito conhecida, chamada “fórmula de Gy”, a qual permite, também, o cálculo das massas mínimas representativas de amostras. A variância referente ao erro de segregação e agrupamento depende do número de incrementos utilizados na composição da amostra, de forma que, quanto maior esse número, menor será a influência deste erro.

Através dos procedimentos experimentais denominados testes de heterogeneidade, e descritos no presente trabalho, é possível calibrar a fórmula de Gy para um determinado material de interesse, permitindo determinar a variância relativa devida ao FSE de uma forma mais acurada para cada tipo de minério.

É importante ressaltar que a Teoria da Amostragem é aplicada somente a materiais fragmentados e, portanto, não deve ser utilizada para o cálculo de massas mínimas de amostras *in situ* ou definição de malhas de sondagem. Este tipo de estudo deve ser realizado por técnicas geoestatísticas.

1.2 OBJETIVOS

O presente trabalho tem por objetivo apresentar e comparar os resultados de diferentes procedimentos experimentais, fundamentados na Teoria da Amostragem, para a avaliação da heterogeneidade de um minério de alumínio da região oeste do Pará. Com base nestes resultados, é possível determinar as constantes de amostragem k e α, que permitem uma avaliação acurada da variância em todas as etapas dos protocolos de amostragem da operação, visando à otimização desses protocolos e à maior previsibilidade nas estimativas da jazida e no produto final.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 CONCEITOS DE ESTATÍSTICA

2.1.1 Estatística aplicada

A Estatística Aplicada é uma ciência que pode auxiliar as empresas a diminuírem os seus custos de produção através da redução da variabilidade, pois toda variação leva ao desperdício. Ela permite também atingir e até exceder o nível de qualidade dos produtos e serviços exigidos pelos clientes.

A metodologia “Seis Sigmas”, desenvolvida na década de 80 pela Motorola, utiliza sistematicamente a Estatística em uma abordagem simples, buscando um gerenciamento dos processos pelo conhecimento. Além destas vantagens, ela permite uma redução dos tempos de ciclos dos processos, melhorando o atendimento aos clientes.

Na visão atual, a Estatística é uma poderosa ferramenta de planejamento, análise, aprendizagem, solução de problemas e, também, um suporte para a tomada de decisão, contribuindo, assim, para a melhoria contínua dos processos (MONTORO et al.,1993).

2.1.1.1 Estatística Descritiva

A Estatística Descritiva são as medidas que descrevem uma distribuição. As representações gráficas são, por exemplo, o histograma e o *box plot* (MONTORO et al.,1993).

2.1.1.2 Estatística Indutiva

A Estatística Indutiva é utilizada na interpretação dos dados, tomada de decisão e planejamento de experimentos, sendo conhecida também como inferência estatística. Alguns exemplos são os testes de hipótese e a análise de variância e de regressão (MONTORO et al.,1993).

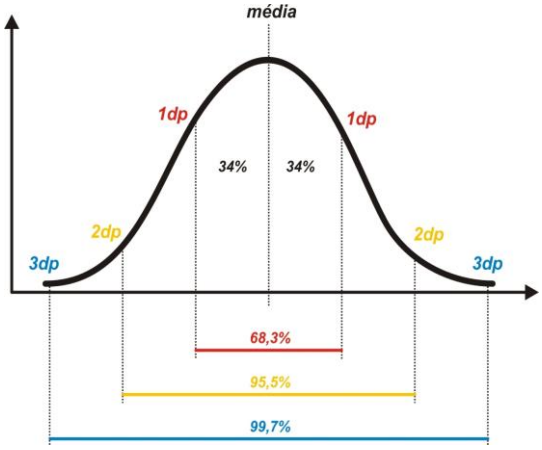
2.1.2 As distribuições de probabilidades

Para um determinado parâmetro de qualidade x_i, a partir de amostras tomadas de um lote, podemos obter várias categorias de valores para x_i, cada uma delas obedecendo-se a uma distribuição de probabilidades específica, como por exemplo, a distribuição normal ou a de Poisson. Os dados destas amostras são variáveis aleatórias, pois, se não fossem, não precisaríamos medi-los em laboratório. Variáveis aleatórias podem ser qualitativas (cor, sabor) ou quantitativas. As quantitativas são subdivididas em discretas quando é uma coisa ou outra (por exemplo, peça defeituosa ou não) ou contínuas (por exemplo, teores de amostras de um metal que obedece a uma distribuição normal).

2.1.2.1 Distribuição normal

A distribuição normal é do tipo contínua, muito utilizada na teoria e na prática. Isto se deve ao fato de que frequentemente ela representa com fidelidade as distribuições reais correspondentes aos espaços amostrais estudados. O seu aspecto lembra a forma de um sino, onde a média está localizada exatamente no meio e seu formato dá uma ideia de dispersão, de modo que, quanto mais aberto o sino, maior o desvio padrão. Se for definida uma área em um intervalo abaixo da curva, esta equivale à frequência observada. Estas frequências possuem a tendência de se concentrar em torno da média (tendência central) e de se distribuir simetricamente e decrescentemente para os extremos.

Figura 2.1.1 – Forma típica de uma distribuição normal (dp = desvio padrão)



Fonte: MONTORO et al.,1993.

Uma variável aleatória obedece a uma lei de distribuição normal quando sua densidade de probabilidade f(x) pode ser escrita como:

$$f(x)=1/(\sigma\sqrt{2\pi})e^{-[(x-\mu)2/2\sigma^2]} \quad 2.1.1$$

onde *μ* é a média populacional e *σ* é o desvio padrão real e desconhecido. As distâncias +-1*σ* da média *μ* são definidas como coordenadas *x* de ambos os pontos de inflexão da função *f(x)*.

2.1.2.2 Distribuição binomial

A distribuição binomial é bastante característica em situações onde podem ocorrer somente duas possibilidades, por exemplo, cara ou coroa, erro ou acerto, sucesso ou fracasso, com defeito e sem defeito. Dois fragmentos totalmente liberados, quando misturados, seguem uma distribuição binomial. A distribuição de probabilidades pode ser escrita como:

$$P(x=k)=c_k^n\, p^r\, q^{n-r} \quad 2.1.2$$

onde c_k^n é a combinação de *r* objetos de um conjunto que contém *n* objetos, *p* é a probabilidade do componente de interesse ser selecionado, *q* é a chance de seleção de outros componentes, *n* é o número de ensaios x, e *r* é o número de sucessos. Algumas considerações devem ser feitas para a distribuição binominal:

- Os ensaios são independentes.
- Existem somente dois resultados possíveis.
- A probabilidade (*p*) é constante para cada ensaio.

Para elementos traço, o valor de *q* torna-se relativamente muito grande e o valor de *p* muito pequeno, o que nos leva à distribuição de Poisson (PITARD, 2009).

2.1.2.3 Distribuição de Poisson

A distribuição de Poisson é do tipo discreta, conhecida como uma distribuição de eventos raros. Este modelo é um caso limite do modelo binomial. Aplicando-se a Equação 2.1.2 a uma situação onde o número de amostras *n* é muito grande, e a chance *p* de selecionar um grão é muito pequena, podemos escrever *P* para dois valores sucessivos de *x*, como se segue:

$$P(r)=\frac{n!}{(n-r)!r!}p^r q^{n-r} \qquad 2.1.3$$

$$P(r)=\frac{n!}{(n-1)!(n-r+1)!}p^{r-1}q^{n-r+1} \qquad 2.1.4$$

Após tirar a razão de *P(r)* e pelo valor sucessivo *P(r-1)* e realizar algumas operações matemáticas, chega-se à seguinte equação:

$$P(x=r)=\frac{\lambda r}{r!}e^{-\lambda} \qquad 2.1.5$$

onde *λ* é o produto *pn*, definido como o número médio hipotético de grãos por amostra. A distribuição de Poisson possui a propriedade única de média igual à variância, que por sua vez, é igual ao número médio hipotético de grãos por amostra:

$$m=\sigma^2=\lambda=np \qquad 2.1.6$$

Assim como ocorre na distribuição binomial, os ensaios devem ser independentes e, além disso, a taxa de ocorrência deve ser constante no intervalo considerado (MONTORO et al., 1993).

2.1.3 Medidas de tendência central

2.1.3.1 Média Aritmética

Também conhecida como média aritmética, é obtida a partir da soma de todos os valores disponíveis e da divisão deste resultado por *n*, que representa a quantidade de valores disponíveis, ou seja, a quantidade de valores somados.

A média é uma medida de fácil aplicação que utiliza todos os valores da amostra, tendo a desvantagem de ser muito influenciada por valores extremos. Pode ser definida fisicamente como o centro de gravidade (MONTORO et al., 1993).

As médias amostrais oscilam em torno da média da população, fazendo com que se tornem ótimas estimadoras de tendência central de uma distribuição. À medida que a amostra cresce, a proximidade do valor estimado com o valor real tende a ser maior, ou seja, o valor amostral se aproxima mais do valor populacional (ANDRIOTTI, 2003).

2.1.3.2 Média ponderada

Utilizada quando se necessitam atribuir pesos diferentes aos valores obtidos na amostragem, por exemplo, quando duas pilhas de bauxita, com diferentes teores de alumina disponível, forem blendadas. A massa final resultante não pode ser a média aritmética entre os dois teores. Deve ser a média ponderada entre as massas e os teores das duas pilhas.

$$\mathrm{MP}=\frac{(\mathrm{M_1}*\mathrm{T_1}+\mathrm{M_2}*\mathrm{T_2})}{\mathrm{M_1}+\mathrm{M_2}} \qquad 2.1.7$$

onde M_1 e M_2 são as massas das pilhas e T_1 e T_2 são os respectivos teores.

2.1.3.3 Média geométrica

Considerando como exemplo os valores 5, 8 e 25, a média geométrica é obtida pela raiz *n* (no caso cúbica) do produto dos *n* (no caso três) valores disponíveis. Assim, a média geométrica dos valores apresentados é igual à raiz cúbica do produto dos valores, que é igual a 10. A média geométrica é utilizada em

administração e economia para determinação de taxas médias de variação e crescimento em determinados períodos (ANDRIOTTI, 2003).

2.1.3.4 Mediana

A mediana divide um determinado conjunto ordenado de dados em duas partes iguais, de modo que metade dos dados terá valores inferiores e metade superiores a ela. Quando o número de dados é ímpar, a mediana é exatamente o valor central. Quando o número de dados é par, a mediana é a média aritmética dos dois valores centrais. A mediana é fácil de determinar e não é influenciada por valores anômalos como a média e por isso, muito utilizada pela área de recursos humanos para tratar os salários dos funcionários de uma empresa (MONTORO et al., 1993).

2.1.3.5 Moda

Em uma série de dados, o que se repete com maior frequência é chamado de moda. No gerenciamento diário de processos a moda é muito utilizada em gráficos de Pareto no levantamento de falhas.

2.1.4 Medidas de dispersão

2.1.4.1 Amplitude ou *Range*

O *range* é a medida de dispersão mais simples. É obtida pela diferença entre o maior e menor valor de um conjunto de dados.

2.1.4.2 Variância

A variância, representada por s^2, é a média da diferença quadrática das medidas para a média (Equação 2.1.8).

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - x)^2}{n-1} \qquad 2.1.8$$

onde X_i é o valor de cada dado, X a média dos dados e n o número de dados. Como a média é fixada, perde-se um grau de liberdade, por isso a subtração de uma unidade (MONTORO et al., 1993). Uma das vantagens da variância, na prática, é a propriedade de soma, por exemplo, das variâncias em cada etapa do protocolo de amostragem

2.1.4.3 Desvio padrão

O desvio padrão equivale à raiz quadrada positiva da variância. Deste modo, a equação para se obter o desvio padrão é a raiz quadrada da Equação 2.1.8. Normalmente surgem dúvidas sobre usar a subtração de uma unidade no denominador ($n-1$). A grande vantagem de se utilizar o desvio padrão, na prática, é que ele possui a mesma unidade que a variável em estudo (ANDRIOTTI, 2003).

2.1.4.4 Variância relativa e coeficiente de variação

Seja X_i uma variável aleatória contínua com média $\mu = f(Xi)$ e variância $\sigma^2 = g(Xi)$. Então, a variância relativa de X_i, chamada de λ^2, é definida por: $\lambda^2 = \sigma^2 / mi^2$. O coeficiente de variação de X_i é definido como a raiz quadrada da variância relativa, cujo resultado mostra o quão maior (ou menor) o desvio padrão é da média. O coeficiente de variação permite avaliar a regularidade das amostras que estão sendo estudadas e também pode ser chamado de *desvio padrão relativo* (ANDRIOTTI, 2003).

2.1.4.5 Variância relativa padronizada

A variância relativa padronizada permite uma comparação entre as variâncias de diferentes etapas de um processo, sem a interferência de outras variáveis. Por exemplo, a variância dos teores de alumina disponível para o minério de alumínio com uma concentração média de 30% é diferente da variância para uma concentração média de 50%. Para a comparação entre as variâncias sem a influência da diferença de teores, a variância relativa padronizada é a ferramenta estatística adequada. No caso deste exemplo, ela seria calculada pelo produto do teor médio de alumina disponível pela variância relativa dos teores (Equação 2.1.9).

$$\text{VAR Rel. Pad.} = \text{Teor Médio} * \text{VAR Rel.} \qquad 2.1.9$$

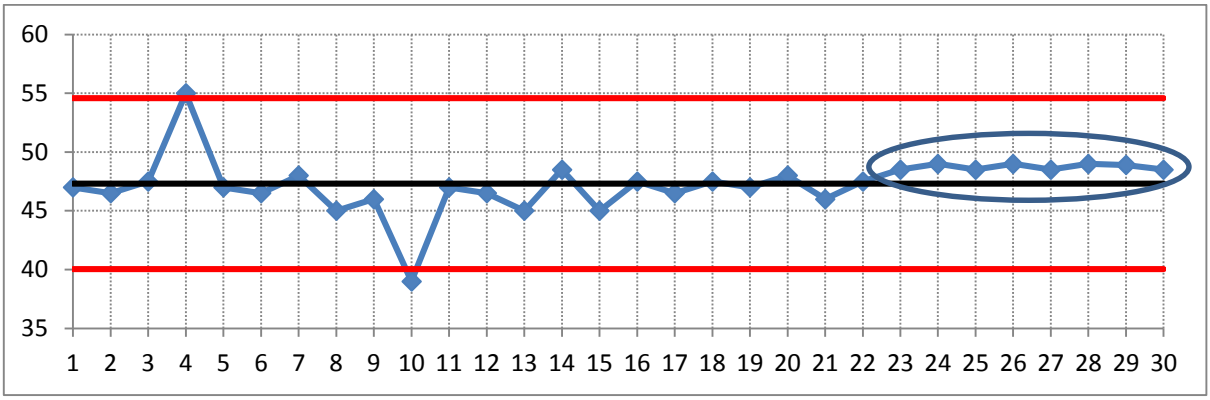
Alguns autores utilizam o termo “variância de estágio único”, que consiste na subtração da variância analítica da variância relativa padronizada. O motivo desta operação é isolar a variância em estudo da variância analítica, entretanto, como esta última se altera frequentemente, e como durante a rotina de análises ela não será eliminada, o autor deste trabalho não recomenda seu uso.

2.1.4.6 Cartas de controle

O objetivo das cartas de controle é a melhoria de um processo. Através delas, a variabilidade é medida, controlada e reduzida através de melhorias contínuas. Existem dois tipos de causas para a variabilidade de um processo: causas comuns e especiais. As comuns são inerentes ao próprio processo, enquanto as especiais são resultantes de algum erro “grosseiro”, como, por exemplo, o erro humano ou o erro gerado por algum equipamento quebrado. As cartas de controle facilitam a identificação e a diferenciação dos dois tipos de causas. Elas são delimitadas pela média e pelos limites de controle, um superior (média mais 3 $\times$ desvio padrão) e outro inferior (média menos 3 $\times$ desvio padrão). Desta forma, enquanto os valores de uma variável aleatória estiverem distribuídos em torno da média e dentro dos limites de controle, a variabilidade é consequência de causas comuns. Quando existem valores fora dos limites de controle, ou viés (Figura 2.1.2), existem causas especiais que devem ser investigadas (STUART et al., 1996).

Pode-se, ainda, classificar como erros aleatórios aqueles associados a causas comuns, e erros sistemáticos aqueles associados a causas especiais (IPEK et al., 1999). Um exemplo de erro sistemático está em destaque na Figura 2.1.2.

Figura 2.1.2 – Exemplo de carta de controle para uma variável aleatória



2.1.5 Conceitos de precisão, acurácia e representatividade

2.1.5.1 Precisão

Precisão e acurácia são conceitos que não podem ser confundidos. Precisão se refere a medir a variabilidade, isto é, a variância dos resultados. Um processo de amostragem é dito preciso, quando o erro de amostragem é pouco disperso ao redor da média, independentemente do fato de a diferença entre essa média e a média real do erro de amostragem ser zero ou diferente de zero (CHIEREGATI; PITARD, 2012).

Figura 2.1.3 – Diferença entre precisão e acurácia

Fonte: www.mundogeo.com.br

2.1.5.2 Acurácia

Acurácia se refere a quão próximo o valor médio das amostras está do valor médio real do lote, independentemente da dispersão dos resultados em torno de seu valor médio. Um processo de amostragem é dito acurado quando o erro de amostragem possui sua média próxima de zero. Neste caso temos uma amostra não enviesada (CHIEREGATI; PITARD, 2012).

2.1.5.3 Representatividade

Um processo de amostragem dito representativo é aquele que une precisão e acurácia. É importante definir uma condição em que se possa garantir antecipadamente a acurácia, ou ausência de viés, no processo de seleção de uma amostra. Uma amostra é correta ou acurada quando qualquer fragmento do lote possui a mesma probabilidade de seleção que qualquer outro. Podemos dizer que uma amostra é representativa se as seguintes condições forem satisfeitas: a amostra é acurada, isto é, correta e não enviesada; e a amostra é precisa, isto é, suficientemente reproduzível.

A representatividade de uma amostra é dada pela soma do quadrado da média do erro de amostragem com sua variância (CHIEREGATI; PITARD, 2012).

2.2 TEORIA DA AMOSTRAGEM

O trabalho do Dr. Pierre Gy é uma síntese inteligente e lógica com a missão de satisfazer o seu teorema e também de criar um guia efetivo para ser utilizado na indústria. Seu teorema foi apresentado para a comunidade científica pela primeira vez em 1967 e se tornaria, mais tarde, a base para a Teoria da Amostragem (PITARD, 2009) chamada pela comunidade mundial de amostragem de TOS (*theory of sampling*).

Após quase 50 anos da enorme contribuição científica e prática de Gy, o setor mineral começa a se preocupar com a aplicação desse conceito, entretanto, a amostragem ainda é negligenciada em muitas operações mineiras (GÓES et al., 2010).

A confiabilidade nos resultados analíticos depende do controle sobre todos os componentes dos erros de amostragem. Esses componentes surgem a partir da heterogeneidade do minério, que se apresenta em duas formas principais: heterogeneidade constitucional e heterogeneidade distribucional. Deste modo, a heterogeneidade pode ser vista como a única fonte de todos os erros de amostragem (Gy, 1995). Amostragem é, ao mesmo tempo, uma técnica e uma ciência, e pode ser considerada simplesmente como uma redução de massa de forma apropriada para ensaios laboratoriais. Entretanto, esta operação deve respeitar uma série parâmetros e, ainda assim, gera erros que devem ser controlados. Os erros mais graves são aqueles gerados quando os aspectos científicos que visam garantir a seleção de amostras representativas são ignorados e a amostragem é realizada de forma não equiprovável.

A TOS é aplicada somente a materiais fragmentados, garantindo dados representativos que serão tratados posteriormente pela Geoestatística, ciência à qual está intimamente correlacionada (FRANÇOIS-BONGARÇON, 2004).

2.2.1 Teoria da amostragem e a geoestatística

A Teoria da Amostragem e a Geoestatística possuem uma grande correlação. Uma não pode ser compreendida, em sua totalidade, sem a outra. Muitos conceitos e recomendações ensinados na TOS, mas frequentemente ignorados por geoestatísticos, são fundamentais para a estimativa de reservas com

precisão e acurácia. Da mesma forma, a TOS precisa dos conceitos ensinados pela Geoestatística, quando aplicada em processos do setor mineral em pequena escala (Fórmula de Gy), média escala (amostragem em regime unidimensional) e larga escala (simulações, estimativas). Na década de 50, enquanto Gy desenvolvia a Teoria da Amostragem, o professor G. Matheron desenvolveu a Teoria das Variáveis Regionalizadas, mais tarde denominada Geoestatística.

2.2.1.1 Variável regionalizada

Em um jogo de dado, o resultado tem a mesma probabilidade de ocorrência, e o resultado atual não depende do anterior. Neste caso, o processo de lançamento de dados pode ser repetido indefinidamente e os resultados sempre serão independentes entre si. No setor mineral, por exemplo, quando uma amostra é coletada para avaliar o teor de um metal de interesse em um determinado ponto, este teor será um valor único, sendo impossível a repetição deste experimento. Outras amostras podem ser coletadas em pontos ao lado ou próximos indefinidamente, entretanto, sempre haverá uma correlação com o resultado da primeira amostra. Com base nisso, pode-se definir uma variável regionalizada como qualquer função numérica com uma distribuição e variação espacial, mostrando uma continuidade aparente, mas cujas variações não podem ser previstas por uma função determinística.

O formalismo geoestatístico é baseado no conceito da dependência espacial e no entendimento de que cada ponto no espaço não apresenta um único valor, mas sim uma distribuição de probabilidade de ocorrência de valores. Este conceito é bem diferente do tradicional, que considera cada observação pontual como o resultado independente de uma variável casual. Uma variável regionalizada é entendida, porém, como uma única realização de uma função casual, possuindo dependência espacial ou temporal. Desse modo, seu entendimento pode descrever melhor o padrão espacial do fenômeno em estudo (YAMAMOTO; BARBOSA, 2013). O variograma é uma poderosa ferramenta da geoestatística que permite uma interpretação baseada na natureza do fenômeno em estudo. Trata-se de uma curva que tabula a degradação da correlação espacial entre dois pontos no espaço quando a distância entre os mesmos aumenta (FRANÇOIS-BONGARÇON, 2004).

2.2.1.2 O efeito pepita

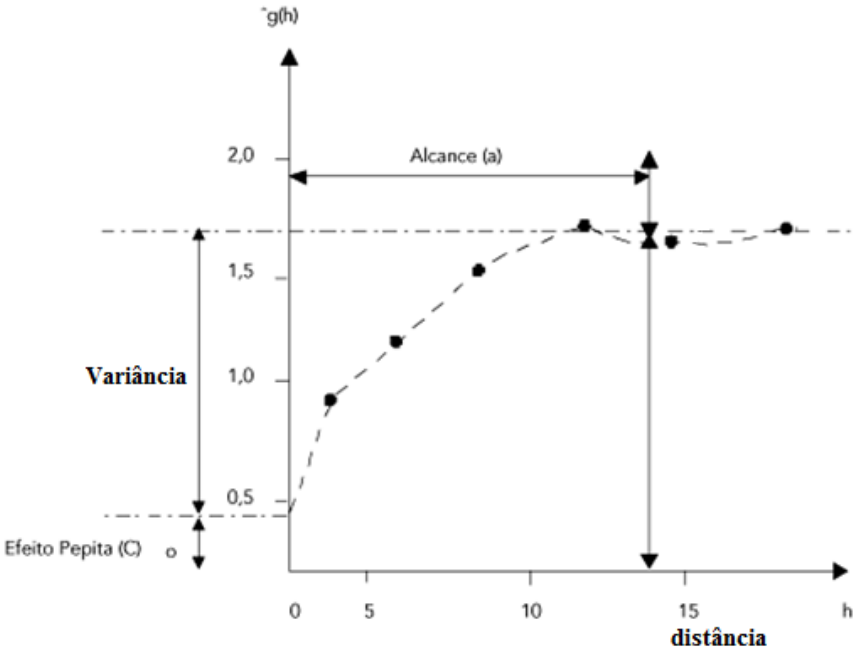
O efeito pepita é um termo geoestatístico também denominado variância aleatória. Reflete a incerteza em pequenas distâncias, principalmente pela falta de conhecimento da heterogeneidade constitucional da variável em estudo. Quanto maior o efeito pepita, maior a variabilidade, tornando maior a dificuldade de uma amostragem representativa.

O efeito pepita possui dois componentes principais: o componente geológico e o componente relativo à amostragem. O componente geológico representa a variabilidade natural inerente à geologia do material. O componente relativo à amostragem representa a variabilidade resultante da tomada da amostra, tamanho da amostra, preparação e análise das amostras (DOMINY, 2007 apud CHIEREGATI, 2012). Em outras palavras, o efeito pepita reflete a reprodução dos dados obtidos a partir de duas amostras coletadas hipoteticamente no mesmo ponto.

O efeito pepita não ocorre somente para metais e minerais preciosos, mas para qualquer material heterogêneo e, portanto, para todos os tipos de minério.

O reconhecimento do efeito pepita é muito importante para as estimativas dos modelos geológicos. No variograma (Figura 2.2.1), o efeito pepita corresponde à variância para uma distância zero entre as amostras, ou seja, o valor da função *g(0)* igual a zero que está correlacionado ao erro fundamental de amostragem.

Figura 2.2.1 – Exemplo de variograma e suas propriedades



Fonte: Elaborado pelo autor

2.2.2 Erro e incerteza

Erro é a diferença entre um valor observado ou calculado e seu valor real. Pode-se citar, como exemplo, a variância em uma série de análises químicas de um padrão certificado ou entre duplicatas de amostras. Incerteza é a falta de certeza sobre alguém ou alguma coisa. Algo que existe somente sob dúvidas e que não é constante.

Historicamente, os estatísticos preferem a palavra incerteza. Com exceção dos materiais homogêneos, que somente existem em teoria, a amostragem de materiais particulados é sempre uma operação aleatória e, portanto, sempre haverá uma incerteza. Entretanto, na prática, existem tanto erros quanto incertezas na amostragem. Os erros de amostragem podem ser facilmente prevenidos e minimizados enquanto a incerteza em um protocolo pré-selecionado é inevitável. Por uma questão de simplificação, já que a palavra erro é mais forte, ela foi adotada como usual pela TOS (GY, 1967 apud PITARD, 2009).

2.2.3 Heterogeneidade constitucional

Heterogeneidade constitucional ou de constituição (CH_L) é o tipo de heterogeneidade existente quando propriedades fundamentais de um fragmento dentro de um lote são consideradas, isto é, são observados um a um. Se todos os fragmentos fossem idênticos, a heterogeneidade constitucional de um lote seria zero, situação impossível de ocorrer na prática. Portanto, a heterogeneidade de constituição relativa aos fragmentos de um lote, a um determinado grau de cominuição, é uma propriedade intrínseca do lote e só pode variar se realizada outra etapa de cominuição (CHIEREGATI; PITARD, 2012).

Ao observar a heterogeneidade constitucional de fragmentos que compõem um lote, dois parâmetros se destacam quando se deseja avaliar sua constituição: teor e massa. Considerando que o teor do fragmento i é dado por a_i, e o teor médio de um lote L é dado por a_L, concluímos que um material homogêneo é dado por $a_i = a_L$ e que a heterogeneidade h_i de um fragmento é proporcional à diferença $a_i - a_L$. Devido à conveniência de se utilizarem fatores relativos adimensionais, pode-se dizer que h_i é proporcional a $(a_i-a_L)/a_L$. Devemos considerar que, dentre estes dois parâmetros, um é qualitativo e quantitativo (teor a_i) e outro é essencialmente quantitativo (massa M_i). Na escala do lote L, a flutuação gerada por um fragmento F_i é função crescente de sua massa M_i. Portanto, h_i é proporcional ao produto $(a_i-a_L)M_i$, e seu valor relativo e adimensional é proporcional a $(a_i-a_L)M_i/(a_L M_\zeta)$. Assim, a heterogeneidade h_i de um fragmento F_i dentro de um lote L é definida como:

$$h_i = \frac{a_i - a_L}{a_L} \cdot \frac{M_i}{M_\zeta} = N_F \frac{a_i - a_L}{a_L} \cdot \frac{M_i}{M_L} \qquad 2.2.1$$

onde M_ζ é a massa média dos fragmentos que compõem o lote, M_L é a massa total do lote, e N_F é o número de fragmentos compõem o lote. É importante ressaltar que o cálculo da heterogeneidade h_i envolve apenas parâmetros intrínsecos dos fragmentos, independentemente do tamanho do lote considerado. Pode-se, então, afirmar que a heterogeneidade constitucional (CH_L) de um lote L é um valor relativo

e adimensional definido pela variância das heterogeneidades h_i dos N_F fragmentos F_i que compõem o lote:

$$CH_L = s^2(h_i) = \frac{1}{N_F} \sum_i \frac{(a_i - a_L)2}{a_L^2} \cdot \frac{M_i^2}{M_L^2} \qquad 2.2.2$$

Entretanto, como não podemos contar o número de fragmentos em um lote, a equação 2.2.2 pode ser simplificada multiplicando-se CH_L pelo termo M_L/N_F, que nada mais é que a média M_ζ de um fragmento. Desta forma, determinamos um novo termo chamado de Fator Constante de Heterogeneidade Constitucional *(IH_L)*, que pode ser definido pela equação 2.2.3:

$$IH_L = \sum_i \frac{(a_i - a_L)^2}{a_L^2} \cdot \frac{M_i^2}{M_L} \qquad 2.2.3$$

Considerando a aproximação paramétrica desenvolvida por Gy, que correlaciona o tamanho e o teor dos fragmentos com a densidade, podemos simplificar a equação 2.2.3 no produto entre dois fatores *X* e *Y* (PITARD, 2009).

$$IH_L = \sum_\alpha \nu_\alpha \cdot \sum_\beta \lambda_\beta \cdot \frac{(a_{\alpha\beta} - a_L)^2}{a_L^2} \cdot \frac{M_{L\alpha\beta}}{M_L} \qquad 2.2.4$$

onde v_α representa a variação do teor dos fragmentos em função do tamanho e λ_β é a variação do teor em função da densidade. Considerando que o teor é muito mais sensível à variação da densidade do que à variação do tamanho do fragmento, $a_{\alpha\beta}$ pode ser substituído por a_β:

$$IH_L = X.Y = \left[\sum_\sigma \frac{\nu_\alpha . M_{L\alpha}}{M_L}\right] . \left[\sum_\beta \lambda_\beta \frac{(a_\beta - a_L)^2}{a_L^2} \cdot \frac{M_{L\beta}}{M_L}\right] \qquad 2.2.5$$

O fator *X* é relativo à fração de tamanho *α*, enquanto *Y* é relativo à fração de densidade *β*. O fator *X* é composto pela multiplicação de três fatores: fator forma (*f*), fator granulometria (*g*) e fator diâmetro (d_{95}). O fator *Y* é composto pela multiplicação de outros dois fatores: fator mineralogia (*c*) e fator liberação (*l*). Todos os fatores serão discutidos nas seções seguintes.

$$IH_L = c.l.f.g.d^3 \quad 2.2.6$$

2.2.3.1 Fator forma (*f*)

O fator forma pode ser definido como um fator de cubicidade e vale 1 quando todos os fragmentos são cubos perfeitos (PITARD, 1993):

- *f* = 0,1 para minerais laminares (mica, biotita, sheelita, etc.);
- *f* = 0,2 para materiais moles e submetidos a tensões mecânicas, como pepitas de ouro;
- *f* = 0,5 para a maioria dos minerais: carvão = 0,446; minério de ferro = 0,495 a 0,514; pirita = 0,470 e cassiterita = 0,530 (GY 1967 apud CHIEREGATI; PITARD, 2012).
- *f* = 0,523 para fragmentos esféricos;
- 1 < *f* < 10 para minerais aciculares (turmalina, asbestos, serpentina, etc.).

2.2.3.2 Fator granulometria (g)

O fator granulometria leva em conta a variação dos tamanhos dos fragmentos no interior de um lote e vale 1 se estivermos lidando com materiais perfeitamente calibrados, o que raramente ocorre:

- *g* = 0,25 para materiais não calibrados (produto de um britador);
- *g* = 0,55 para materiais calibrados (resultado do peneiramento entre duas malhas);
- *g* = 0,75 para materiais naturalmente calibrados (cereais e grãos como feijão, soja, etc.).

2.2.3.3 Fator liberação (*l*)

O fator liberação varia de zero (para materiais perfeitamente homogêneos) até 1 (quando o mineral de interesse está completamente liberado). O fator liberação pode ser calculado utilizando-se uma das duas equações a seguir:

$$l=\frac{a_{max}-a_L}{1-a_L} \qquad 2.2.7$$

$$l=\left(\frac{d_l}{d}\right)^x \qquad 2.2.8$$

onde a_{max} é o teor máximo dos fragmentos maiores; a_L é o teor médio do lote (admite-se que a_L não varia entre as frações granulométricas); d é o diâmetro máximo dos fragmentos; d_l é o diâmetro de liberação e x é um fator que pode ser estimado pelo mineralogista, analisando-se várias seções do material. Não havendo estimativa de x, considera-se o valor de 0,5.

Devido à dificuldade de se estimar o fator liberação, é pratica comum atribuir-lhe um valor conforme o grau de heterogeneidade do material:

- l = 0,05 para materiais muito homogêneos;
- l = 0,1 para materiais homogêneos;
- l = 0,2 para materiais medianos;
- l = 0,4 para materiais heterogêneos;
- l = 0,8 para materiais muito heterogêneos.

2.2.3.4 Fator mineralogia (c)

O fator mineralogia, ou fator constituição mineralógica, pode ser definido como:

$$c=\lambda_M\frac{(1-a_L)^2}{a_L}\frac{(1-a_L)^2}{a_L}+\lambda_g(1-a_L) \qquad 2.2.9$$

onde λ_M é a densidade do mineral de interesse; λ_g é a densidade do mineral de ganga e a_L é o teor do lote.

2.2.4 Heterogeneidade de distribuição

Diferentemente da heterogeneidade de constituição, em que cada fragmento individual de um lote é considerado, a heterogeneidade de distribuição

(DH_L) considera o lote como uma série de grupos, cada um deles constituído por certo número de fragmentos vizinhos. Quando todos os grupos de fragmentos possuem a mesma composição média, por definição se diz que o lote possui uma distribuição homogênea. Para cada constituinte do lote, a respectiva DH_L depende de três fatores: o CH_L, a distribuição espacial dos constituintes e a forma do lote (CHIEREGATI; PITARD 2012).

O DH_L para um lote L representa a diferença típica entre os grupos de fragmentos que, uma vez misturados, produzem um efeito na variância. Chamamos o constituinte de interesse no lote de a_n, o qual faz parte de um grupo de fragmentos G_n; a_L é a média do constituinte dentro do lote; M_n a massa de um grupo de fragmentos no lote; M_L a massa do lote; N_G é o número de grupos de fragmentos dentro do lote; h_n é a contribuição que cada grupo de fragmentos fornece para a heterogeneidade do lote.

$$h_n = \frac{a_n - a_L}{a_L} \cdot \frac{M_n}{M_L} = N_G \frac{a_n - a_L}{a_L} \cdot \frac{M_n}{M_L} \qquad 2.2.10$$

A variância devida à heterogeneidade constitucional de todos os grupos de fragmentos dentro do lote é definida como heterogeneidade de distribuição (PITARD, 2009).

$$DH_L = s^2(h_n) = \frac{1}{N_G} \sum_n h_n^2 = N_G \sum_n \frac{(a_n - a_L)^2}{a_L^2} \cdot \frac{M_n^2}{M_L^2} \qquad 2.2.11$$

2.2.5 Correlação entre heterogeneidade constitucional e distribucional

Variâncias de variáveis aleatórias são aditivas. DH_L da equação 2.2.11 e CH_L da equação 2.2.2 são variâncias e são aditivas: $CH_L \geq DH_L \geq 0$.

Isto significa que o valor máximo para DH_L é igual a CH_L. Isto ocorre quando os grupos de fragmentos são constituídos somente por um fragmento: $[DH_L]_{max}=CH_L$

O mínimo valor para a heterogeneidade distribucional $[DH_L]_{min}=CH_L$ ocorre quando é impossível homogeneizar mais o material. Este é um limite inacessível onde cada grupo de fragmentos dentro do lote pode ser tratado como se fosse uma amostra aleatória.

2.2.5.1 Definição de fator de agrupamento

O fator de agrupamento *Y* é definido como o quociente entre o número de fragmentos e o número de grupos:

$$\frac{1}{Y}=\frac{N_G}{N_F} \qquad 2.2.12$$

N_G e N_F normalmente são números muito grandes e muito diferentes e, por isso, *Y* também é um número grande. Desta forma, por conveniência, a equação é adequada de forma que nunca valha zero:

$$\mathrm{mean}[DHL]_{min}=\frac{1}{1+Y}\,CH_L \qquad 2.2.13$$

Assim, um valor próximo para DH_L é algo entre $[DHL]_{min}$ e CH_L:

$$\frac{1}{1+Y}\,CH_L \leq DH_L \leq CH_L=\frac{1+Y}{1+Y}CH_L \qquad 2.2.14$$

Se N_F=N_G, ou se cada incremento fosse composto somente por fragmentos aleatórios, *Y* seria zero e desta forma $[DH_L]_{min} = CH_L$.

2.2.5.2 Definição de fator de segregação

Durante a maior parte do tempo nos deparamos com uma heterogeneidade de distribuição natural DH_L. Sabemos que o fator variável está entre 1 e 1+*Y*. Adotamos escrever como *ZY*, onde *Z* é definido como fator de segregação, como segue:

$$DH_L=\frac{1+Y.Z}{1+Y}.CH_L=\frac{(1+Y.Z)N_G}{N_F}.CH_L=(1+Y.Z)N_G\sum_i\frac{(a_i-a_L)^2.M_i^2}{a_L^2.M_L^2} \qquad 2.2.15$$

Esta equação demonstra que somente três fatores são responsáveis pela magnitude da heterogeneidade de distribuição:

- CH_L, que é responsável pelo erro fundamental de amostragem (FSE).
- Y, que depende do tamanho dos incrementos extraídos para a composição da amostra.
- Z, que depende dos processos e equipamentos de homogeneização.

2.2.6 Erros aleatórios e sistemáticos

Todos os erros de amostragem são variáveis aleatórias, com exceção de erros que ocorrem de forma contínua e na mesma direção, como por exemplo, em razão de instrumentos descalibrados, operadores destreinados ou métodos de amostragem e de preparação incorretos. Estes erros são caracterizados como sistemáticos.

Os erros aleatórios são inevitáveis e devem ser medidos, controlados e minimizados. Para isso, devem ser tomadas providências no sentido de treinar e motivar a equipe de amostragem e preparação de amostras, manter atenção e controle sobre os processos de amostragem e não sobrecarregar os operadores, pois estes têm o poder de aumentar a variabilidade e até mesmo causar um viés na amostra. Deste modo, dois aspectos precisam ser enfatizados: instrumentos e operadores (CHAVES; LIMA, 2012).

O erro sistemático de amostragem pode ser evitado se as seguintes condições forem satisfeitas:

- Todo o lote deve ser perfeitamente acessível ao amostrador, de modo que exista, para cada constituinte do lote, uma chance idêntica de fazer parte da amostra.
- A distribuição de teores da amostra deve obedecer a uma distribuição normal.

Uma consequência direta das leis de probabilidade é que o teor da amostra somente tem como valor central o teor do lote inicial se não existirem erros sistemáticos de amostragem e se a distribuição do teor da amostra obedecer a uma distribuição normal (PITARD, 2009).

2.2.7 Classificação dos lotes

O lote estudado deve ser classificado quanto ao número de dimensões. Em teoria, sabemos que um lote possui três dimensões. Na prática, uma ou duas dimensões de um lote podem ser desconsideradas. Quanto menor o número de dimensões, mais fácil a solução de problemas de amostragem associados ao lote. De fato, somente os lotes com zero ou uma dimensão possuem soluções economicamente viáveis (CHIEREGATI; PITARD, 2012). Seguem alguns exemplos de lotes de acordo com o número de dimensões:

Tridimensionais: Conteúdo de um navio, de uma caçamba de caminhão, ou um bloco de um depósito mineral.

Bidimensionais: Um lote tridimensional onde a espessura pode ser desprezada.

Unidimensionais: Material sobre transportadoras de correia.

Zero dimensionais: Lotes tridimensionais considerados unidades descontínuas e aleatórias.

Na amostragem, é muito importante ressaltar que trabalhamos com populações que possuem certo grau de correlação devido a fatores como cronologia, forças gravitacionais e formação geológica. Deste modo, todas as populações encontradas em um lote, na prática, são híbridas, isto é, formadas por fragmentos ou unidades parcialmente correlacionadas e parcialmente aleatórias.

2.2.8 Os erros de amostragem

A heterogeneidade pode ser vista como a única fonte de todos os erros de amostragem (GY, 1995). Os itens a seguir representam os erros de amostragem propostos na teoria da amostragem (GY, 1992). Os nomes dos erros foram traduzidos para o português, entretanto, a notação foi mantida no inglês. Uma revisão da notação dos erros de amostragem foi apresentada em outubro de 2009 pelo Dr. Francis Pitard (Tabela 2.2.1) durante a Conferência Mundial de Amostragem e Blendagem realizada na Cidade do Cabo (CHIEREGATI; PITARD, 2012).

Tabela 2.2.1 – Antiga e nova notação para os erros de amostragem

Erro de amostragem	Notação antiga	Notação Nova
Erro global de estimativa	OE	OEE
Erro total de amostragem	TE	TSE
Erro fundamental de amostragem	FE	FSE
Erro de segregação e agrupamento	GE	GSE
Erro de flutuação de heterogeneidade	CE ou IE	HFE
Erro de flutuação de qualidade	WE	IWE
Erro de ponderação do incremento	ME	IME
Erro de materialização do incremento	DE	IDE
Erro de extração do incremento	EE	IEE
Erro de preparação do incremento	PE	IPE

FONTE: CHIEREGATI; PITARD, 2012

2.2.8.1 O erro fundamental de amostragem (FSE)

O erro fundamental de amostragem é o menor erro existente para uma amostra coletada em condições ideais e, por isto, é chamado de erro fundamental de amostragem. Nessas condições ideais, que nunca ocorrem na prática, assume-se que cada fragmento tem a mesma probabilidade de seleção que qualquer outro e, ainda, que cada fragmento é selecionado independentemente dos outros, ou seja, um por um sequencialmente (FRANÇOIS-BONGARÇON, 2002 apud CHIEREGATI, 2012).

A variância relativa devido ao erro fundamental de amostragem para um material é calculada pela chamada “fórmula de Gy”:

$$RV = c\,f\,g\,l\,d_N^3\left(\frac{1}{M_s} - \frac{1}{M_L}\right) \qquad 2.2.16$$

onde *RV* é a variância relativa devida ao erro fundamental e *d* é o diâmetro nominal dos fragmentos. Conforme discutido anteriormente, os fatores *c*, *f*, *g* e *l* (detalhados no item 2.2.3) são tabelados para cada tipo de minério e tamanho de fragmento, *Ms* é a massa da amostra e M_L a massa do lote inicial. O tamanho máximo dos fragmentos refere-se à abertura da malha quadrada que retém não mais que 5% do material, ou seja, o d_{95}. A fórmula de Gy permite, também, o cálculo da massa

mínima representativa de amostras para uma determinada variância relativa máxima admitida.

2.2.8.2 O erro de segregação e agrupamento (GSE)

A heterogeneidade de distribuição de um lote de dimensão zero pode ser exemplificada por uma pilha cônica ou pela caçamba de um caminhão basculante, desde que estes objetos sejam considerados unidades descontínuas e aleatórias. A variação aleatória de constituição entre os fragmentos vizinhos que gera o erro fundamental de amostragem, também oferece às forças gravitacionais uma oportunidade de realizar rearranjos entre os fragmentos, segregando grupos de fragmentos de acordo com sua constituição. Quanto maior a diferença de constituição (composição, forma, tamanho, densidade, etc.), maior a possibilidade de segregação (PITARD, 2009)

Estatisticamente falando, uma amostra não é composta estritamente por fragmentos aleatórios, mas por grupos aleatórios de fragmentos. Desta forma, acrescenta-se um erro a essa seleção, definido como erro de segregação e agrupamento (GSE). Como descrito anteriormente, existem três fatores responsáveis pelo erro de amostragem introduzido por este tipo de heterogeneidade: CH_L, Y e Z (PITARD, 2009).

$$s^2_{GSE} = Y.Z.s^2_{FSE} \qquad 2.2.17$$

O fato de a variância devida ao GSE ser um produto de três fatores sugere que o cancelamento de um deles poderia eliminar o GSE. Entretanto, na prática isto não é possível:

- Não é possível eliminar a variância devida ao FSE, a não ser que a amostra seja o lote inteiro, mas este não é o objetivo da amostragem.
- Não é possível cancelar o fator Y, a não ser que sejam coletados os fragmentos um a um de forma aleatória. Este procedimento não é aplicável na prática, a não ser para a determinação experimental do IH_L, como será visto posteriormente (teste de heterogeneidade). Nos protocolos de amostragem rotineiros, a estratégia correta é a coleta de um maior número de incrementos

em tamanhos menores. Assim, o fator *Y* pode ser drasticamente minimizado. Este procedimento é considerado o mais efetivo para minimizar a variância do GSE.

- Também não é possível cancelar o fator *Z*, que é um resultado da chamada segregação transiente causada pela imperfeição nos processos de homogeneização das amostras. Esta é a maneira mais difícil de minimizar a variância do GSE.

2.2.8.3 O erro de flutuação de heterogeneidade (HFE)

O erro de flutuação de heterogeneidade, ou erro de integração, é gerado devido à movimentação do minério ao longo de um processo produtivo, envolvendo várias etapas, tais como transporte em transportadores de correia e em tubulações de polpa, empilhamento e retomadas, classificadas como lotes unidimensionais influenciados cronologicamente. Desta forma, estes lotes sofrerão variações devido às operações unitárias de transporte (CHIEREGATI; PITARD, 2012). Este é um conceito diferente de heterogeneidade e que pode ser subdividido em:

- Erro de variação de heterogeneidade de curto prazo,
- Erro de variação de heterogeneidade de longo prazo,
- Erro de variação periódica de heterogeneidade (fenômenos cíclicos).

Portanto, podemos dizer que:

$$\mathrm{HFE}=\mathrm{HFE}_1+\mathrm{HFE}_2+\mathrm{HFE}_3 \qquad 2.2.18$$

2.2.8.4 O erro de ponderação do incremento (IWE) e o erro de flutuação de qualidade (QFE)

Durante uma amostragem em transportador de correia, por exemplo, todos os incrementos devem ser proporcionais à vazão mássica do material no instante em que estão sendo amostrados. O erro de ponderação do incremento (IWE) e o erro de flutuação de qualidade (QFE) também possuem os três componentes de heterogeneidade apresentados no item anterior.

Uma amostragem correta deve ser proporcional para que não haja enviesamento nas informações que as amostras produzirão. Certamente, quando a amostragem é proporcional, IWE é desprezível. Entretanto, as vazões mássicas de um fluxo não podem sofrer grandes variações, pois a massa amostrada provavelmente permanecerá constante, aumentando consideravelmente o IWE (CHIEREGATI; PITARD, 2012). Amostradores lineares automáticos selecionam massas de amostras proporcionais ao fluxo, minimizando IWE.

2.2.8.5 O erro de materialização do incremento (IME)

O erro de materialização do incremento (IME) é a soma do erro de delimitação do incremento (IDE), de extração do incremento (IEE) e de preparação do incremento (IPE):

$$\mathrm{IME}=\mathrm{IDE}+\mathrm{IEE}+\mathrm{IPE} \qquad 2.2.19$$

2.2.8.5.1 Erro de delimitação do incremento (IDE)

Uma seleção estatisticamente correta de incrementos para compor uma amostra deve ser feita de forma que todas as partes do lote tenham a mesma chance de serem selecionadas. Desta maneira, a forma geométrica do incremento deve coincidir com um módulo isotrópico de observação que pode ser esférico se considerado um lote tridimensional, circular para lotes bidimensionais, uma fatia uniforme para lotes unidimensionais, como em um fluxo de uma correia transportadora, por exemplo. Como resultado, a inevitável ação da gravidade e, consequentemente, da segregação, e qualquer desvio do módulo de observação ideal gera um enviesamento inconstante. A variância do IDE é facilmente minimizada com o uso de equipamentos adequados em cada etapa do protocolo de amostragem (PITARD, 2004).

2.2.8.5.2 Erro de extração do incremento (IEE)

Quando a ferramenta utilizada na amostragem seleciona um incremento, todo o material selecionado, ou cada fragmento com seu respectivo centro de gravidade dentro da seleção deve ser recuperado para a composição da amostra. Mais uma vez, a influência da gravidade provoca uma perda ou ganho durante a extração de um incremento, contribuindo com a variância do IEE (PITARD, 2004).

2.2.8.5.3 Erro de preparação do incremento (IPE)

Todas as etapas não seletivas de preparação de amostra, como, por exemplo, britagem, moagem, homogeneização, redução, secagem e pulverização, podem gerar perdas, contaminação e alterações nas propriedades do material. Desta forma, para um protocolo de amostragem de um laboratório físico ou de uma torre de amostragem, as ferramentas e equipamentos devem ser muito bem selecionados, a fim de minimizar a variância do IPE (PITARD, 2004).

2.2.8.6 O erro de total de amostragem (TSE)

O erro total de amostragem é definido como a soma do erro de flutuação de heterogeneidade HFE com o erro de materialização do incremento IME gerado em cada estágio da amostragem (CHIEREGATI; PITARD, 2012).

$$\mathrm{TSE} = \mathrm{HFE} + \mathrm{IME} \qquad 2.2.20$$

2.2.8.7 O erro analítico (AE) e o erro global de estimativa (OEE)

O erro analítico não está incluído na última etapa de preparação da amostra para ensaio laboratorial. A variância gerada pelo AE é um fenômeno transiente que se altera de forma considerável de um dia para o outro por sofrer forte influência humana, ou seja, dos técnicos de laboratório e dos equipamentos

analíticos. Desta forma, tanto a amostragem quanto as etapas de análise são processos geradores de erro. O erro global de estimativa (OEE) é dado por:

$$OEE = TSE + AE \qquad 2.2.21$$

Assim, conclui-se que o AE não faz parte do TSE, entretanto, faz parte do OEE (CHIEREGATI; PITARD, 2012).

Figura 2.2.2 – Diagrama dos erros

Fonte: Ana Carolina Chieregati; slide da disciplina PMI5030

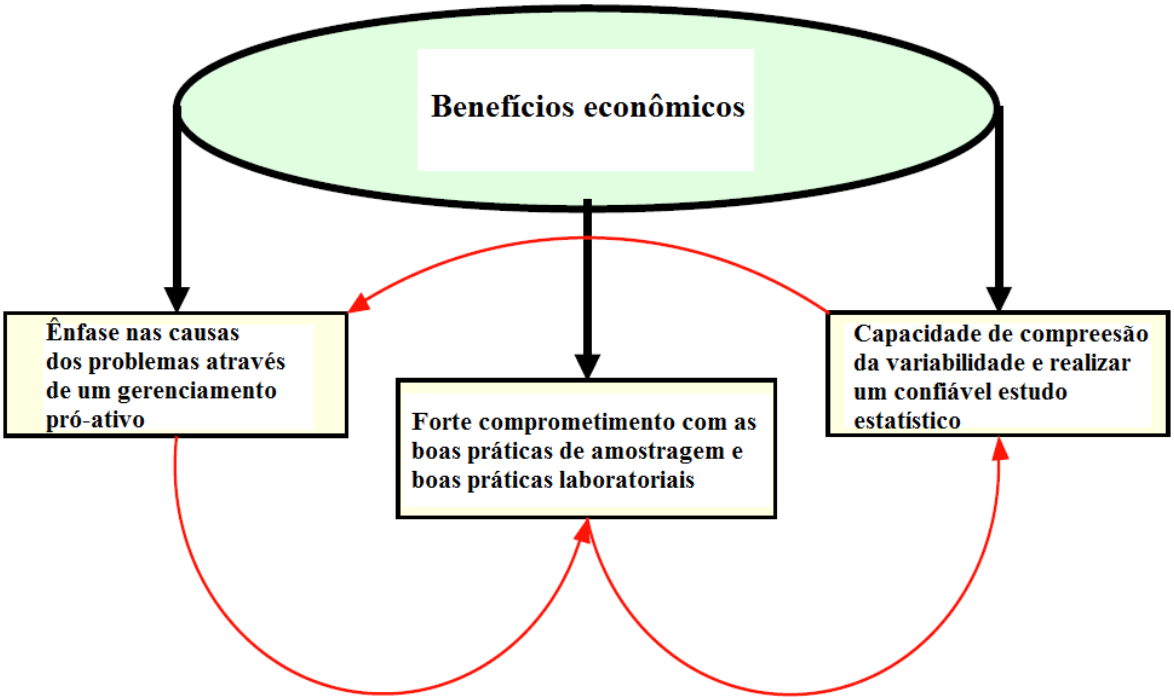
2.3 A AMOSTRAGEM NO SETOR MINERAL

A obtenção de um banco de dados confiável é um valioso ativo para qualquer empresa. Entretanto, para que isto ocorra, é necessária uma estratégia correta e balanceada (Figura 2.3.1), na forma de um tripé de sustentação. Caso uma das bases se rompa, todo o sistema entra em colapso. Normalmente, no setor mineral, a base mais fraca é o estilo de gerenciamento, que não incentiva de forma satisfatória as boas práticas de amostragem, as quais são fundamentais para a real compreensão da variabilidade do processo e, consequentemente, a melhoria do mesmo. A implementação da amostragem correta exige muita disciplina e enorme esforço. Assim como ocorre hoje com assuntos relacionados à saúde e segurança

no trabalho, onde as empresas investem vários milhões de dólares, a amostragem deve estar padronizada internamente com guias, campanhas, treinamentos, auditorias internas e externas.

Um estudo realizado em uma mina de cobre no Chile demonstrou que um sistema de amostragem inadequado, operando no processo de flotação durante um período de 20 anos, foi responsável por uma perda em torno de 2 bilhões de dólares (CARRASCO et al.,2004).

Figura 2.3.1 – O conceito do tripé de sustentação



Fonte: Pitard, 2009.

Durante o processo de implantação, as boas práticas de amostragem devem seguir algumas etapas, tais como:

- Otimização dos protocolos de amostragem. Conforme visto anteriormente, os protocolos de amostragem permitem visualizar a variância em cada etapa do processo, possibilitando a atuação efetiva nas operações críticas. Os protocolos devem ser construídos para todas as etapas onde existe manipulação de amostra, incluindo torres de amostragem e laboratório físico.

- Implementação prática dos protocolos nos processos, utilizando os métodos e equipamentos corretos em cada etapa, em especial nas mais críticas, a fim de minimizar os erros de amostragem.
- Preservação da integridade das amostras. Durante as etapas de manipulação das amostras, deve-se garantir que as mesmas representem o lote original, desta forma, cuidados com contaminação e perdas são importantes para não haver enviesamento dos resultados.
- Minimização dos erros analíticos. Boas práticas laboratoriais devem garantir a confiabilidade nos dados reportados pelo laboratório. Assim como ocorre em outros setores, os laboratórios do setor mineral precisam reportar os dados em curto espaço de tempo, mas não perdendo o foco na qualidade das análises. Cuidados importantes devem ser tomados na aferição dos equipamentos, controles internos utilizando padrão certificado avaliados em cartas de controle, investigações e ações diárias a fim de melhorar a variância dos métodos, como análise de duplicatas, branco e participação em programas interlaboratoriais.

2.3.1 Protocolo de amostragem

O protocolo de amostragem mostra as etapas com os respectivos requerimentos de massa de amostra e diâmetro (d_{95}) dos fragmentos da amostra em cada etapa (Figura 2.3.2). Um protocolo otimizado permite que o desvio padrão relativo devido ao erro fundamental (FSE) e ao erro de segregação e agrupamento (GSE) seja minimizado. O conhecimento sobre a heterogeneidade constitucional e distribucional nos permite desenvolver um protocolo de amostragem adequado para um dado constituinte de interesse.

Tabela 2.3.1 – Exemplo de protocolo de amostragem

Estágio	massa do lote (g)	massa da amostra (g)	d_N (cm)	IH_L (g)	var rel (s^2_{FSE})	desv rel ($s_{FSE\ rel}$)
1. Amostragem primária	15.000.000	15.000	5,00	2,72	0,000181	1,35%
2. Britagem	15.000	15.000	2,54	0,558	0,000000	0,00%
3. Quarteamento primário	15.000	1.650	2,54	0,558	0,000301	1,73%
4. Moagem	1.650	1.650	0,20	0,0015	0,000000	0,00%
5. Quartemaneto secundário	1.650	200	0,20	0,0015	0,000006	0,25%
6. Pulverização	200	200	0,0149	0,000003	0,000000	0,00%
7. Seleção de amostra analítica	200	5	0,0149	0,000003	0,000001	0,08%
TOTAL					**0,000489**	**2,21%**

2.3.2 Técnicas de redução de amostras

Existem diversos métodos para divisão de amostras descritos na literatura, incluindo pilhas cônicas, pilhas alongadas, divisor Jones, divisor de carrossel, mesa homogeneizadora e divisora.

A pilha alongada é construída com a mesma técnica do empilhamento *chevron*, mediante sucessivas pilhas elementares que podem ser feitas de forma manual, de preferência sobre uma mesa, por questões ergonômicas, e com um balde apropriado. Alguns cuidados devem ser levados em consideração durante a construção de uma pilha alongada, tais como: cada elemento da pilha deve ser construído no sentido oposto ao da construção do elemento anterior; ao chegar à extremidade da pilha, o derramamento do minério deverá ser interrompido e o restante do minério dentro do balde deverá ser retornado ao lote original ou deverá ser completado para a composição da próxima camada; concluída a construção da pilha, as extremidades deverão ser retomadas e espalhadas sobre ela (CHAVES; LIMA, 2012).

O divisor Jones é muito utilizado (Figura 2.3.3). A alimentação do divisor deve ser feita com pá ou com a caneca que acompanha o equipamento, de modo que a amostra a ser dividida se espalhe de forma homogênea sobre a área riflada. É comum encontrar na literatura alguns critérios correlacionados à largura do rifle com o diâmetro da maior partícula. Entretanto, esta preocupação é válida principalmente para amostradores dinâmicos, quando se deve respeitar a abertura do rifle três vezes maior que o d_{95} dos fragmentos. O divisor Jones utiliza como

princípio a Teoria da Amostragem, ou seja, o maior número de incrementos na amostra final resulta na minimização do erro de segregação (GSE).

$$\mathrm{GSE} = \frac{\mathrm{FSE}}{\mathrm{N}} \qquad 2.3.1$$

onde GSE é a variância do erro de segregação e agrupamento, FSE é a variância do erro fundamental de amostragem e N o número de incrementos. Desta forma, segundo Francis Pitard (comunicação pessoal, 2013), cada rifle do divisor Jones faz o papel de um incremento.

Figura 2.3.3 – Exemplo de divisor Jones

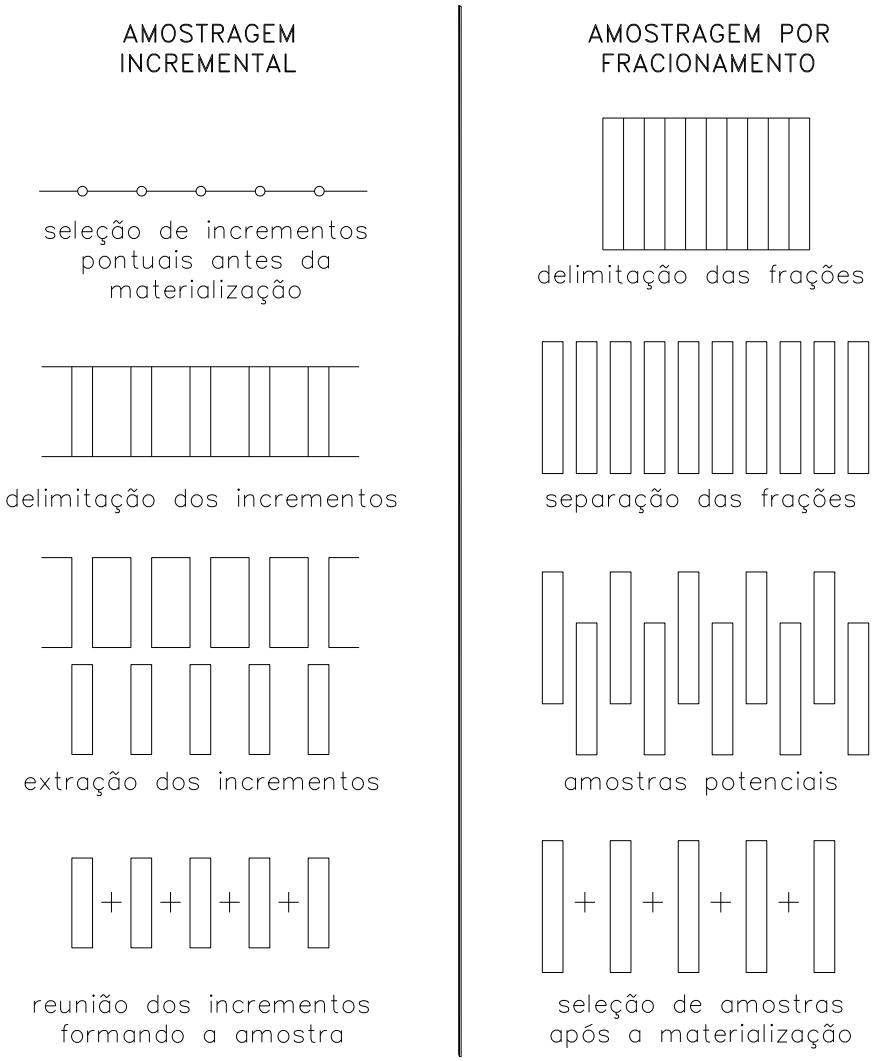
A pilha cônica, normalizada pela ASTM, é condenada por muitos consultores e literatura. Segundo Allen (1970), o método de divisão de amostras por pilha cônica apresenta um desvio de 6,81%, enquanto que o divisor Jones apenas 0,125%. Entretanto, o trabalho não utiliza minério no procedimento experimental e não leva em consideração a variância dos teores. Isto sugere que uma investigação mais criteriosa deve ser realizada, especialmente para minérios contendo metais preciosos ou minerais de minério de elevada densidade.

A mesa homogeneizadora e divisora consiste em uma calha vibratória com vazão e altura de descarga variável e que segue uma trajetória circular sobre uma mesa. A alimentação é com a amostra seca através de um silo, formando uma pilha circular com seção triangular que pode ser dividida com uma ferramenta triangular (GÓES et al., 2010).

2.3.3 Características dos amostradores

A amostragem pode ser feita de duas formas: incremental ou por fracionamento (Figura 2.3.4). Desta forma, a partir de um material fragmentado, a amostra pode ser formada por incrementos coletados em uma torre de amostragem, por exemplo, para a composição da amostra que, finalmente, será fracionada através de uma ou mais técnicas de redução mencionadas no item 2.3.2.

Figura 2.3.4 – Amostragem incremental e amostragem por fracionamento



Fonte: CHIEREGATI; PITARD, 2012.

3 DESCRIÇÃO DAS OPERAÇÕES

3.1 A MINA DE JURUTI

No ano 2000, a Alcoa decidiu adquirir os direitos de pesquisa na região de Juruti, no oeste do Pará, da empresa Reynolds Metals. Iniciou-se um trabalho de pesquisa e prospecção nos platôs Capiranga, Guaraná e Mauari, localizados nos

limites municipais. Diante da decisão de investimento em mineração de bauxita, a Alcoa estabeleceu o processo de licenciamento e construção do empreendimento.

A mina de bauxita de Juruti opera desde 2009 e possui uma reserva de 700 milhões de toneladas métricas de minério, um dos maiores depósitos de minério de alumínio do mundo. A capacidade produtiva inicial da mina foi de 2,6 milhões de toneladas métricas anuais e, atualmente, produz em torno de 3 milhões.

O empreendimento é constituído de lavra a céu aberto, usina de classificação, ferrovia e porto (Figura 3.1.1). A ferrovia, construída pela empresa, com aproximadamente 55 quilômetros de extensão, opera com 42 vagões, cada um com capacidade para transportar 80 toneladas. O terminal portuário de Juruti (Figura 3.1.2), localizado às margens do Rio Amazonas, tem capacidade para acomodar navios de até 75 mil toneladas, similares aos que navegam no Canal do Panamá.

Figura 3.1.1 – Ferrovia e porto da Mina da Alcoa em Juruti-Pa

3.1.1 Geologia

A região onde está inserida a área das jazidas é constituída, predominantemente, por rochas sedimentares do Siluriano até o Quaternário e que se sobrepõem às rochas do embasamento, representado pelo Pré-Cambriano, em discordância com os sedimentos do Siluriano. O Siluriano é representado pela formação Trombetas e o Devoniano pelas formações Maecurú, Ererê e Curuá, constituídas por arenitos e siltitos (as duas primeiras) e por folhetos (a terceira). O Carbonífero-Permiano é representado pelas formações Faro, Monte Alegre, Itaituba

e Nova Olinda. O Cretáceo-Terciário é representado pela formação Alter do Chão, constituída por sedimentos continentais avermelhados. O Terciário corresponde aos sedimentos da formação Barreiras. O Quaternário está representado por cascalhos, areias, siltes e argilas (DNPM, 1976).

3.1.1.1 Geologia local

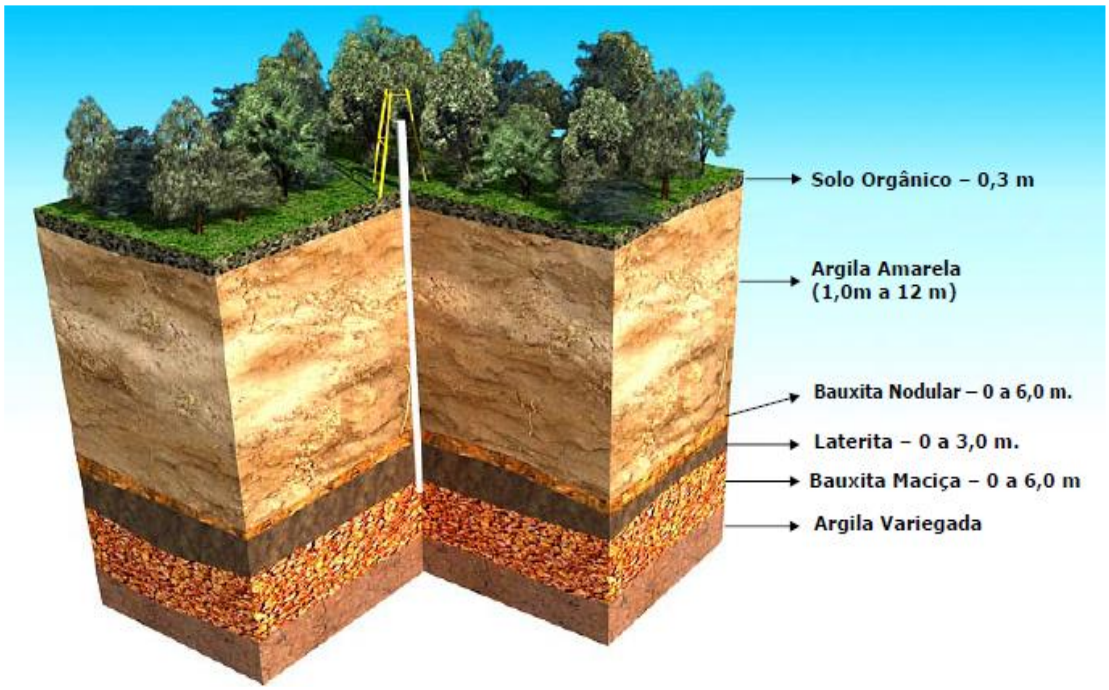
Os depósitos de bauxita da Amazônia oriental, formados por processos de intemperismo sobre rochas sedimentares da formação Alter do Chão, geraram um perfil geológico bastante persistente, com horizontes de bauxita relativamente bem definidos e contínuos. Na macro-área de Juruti, o depósito de bauxita que corresponde aos platôs Mauari, Guaraná, Capiranga e Central, apresenta um topo aplainado, com cotas da ordem de 130 a 140 metros, com encostas abruptas e bastante ravinadas, recortadas por inúmeras drenagens. O nível chega a atingir 80 metros com relação ao nível do Lago Grande de Juruti. Da mesma forma que os depósitos de Porto Trombetas, o depósito de Juruti corresponde a um horizonte laterítico posicionado no topo desta sequência (BIGARELLA & ANDRADE, 1965 apud SÊNIOR, 2005).

O perfil litológico típico do depósito de Juruti do topo para a base é descrito na sequência (SÊNIOR, 2005) e representado na Figura 3.1.2.

- Argila Belterra: cobertura de argila caulinítica, amarelada, bem uniforme e permeável, cuja espessura atinge 12 metros nos centros dos platôs.
- Bauxita Nodular: representado por um horizonte descontínuo, chegando a atingir 6 metros de espessura. Consiste em nódulos de gibbsita, finamente cristalina, de tamanhos variáveis distribuídos em matriz caulinítica.
- Laterita: horizonte de baixa sílica com espessura de até três metros e consideráveis variações na dureza. Em alguns locais este material pode ser classificado como bauxita ferruginosa devido aos elevados teores de Al_2O_3.
- Bauxita Maciça (bauxita): a espessura varia entre 0 e 6 metros é essencialmente constituída por gibbsita (45 a 85%), hematita (6 a 40%) caulinita (6 a 32%) e secundariamente por noselita, quartzo e anatásio.

- Argila Variegada: consiste em um horizonte composto por argilas cauliníticas de cores variegadas, em geral avermelhadas e rosadas com trechos esbranquiçados, contendo, eventualmente, alguma gibbsita.

Figura 3.1.2 – Perfil litológico típico de Juruti



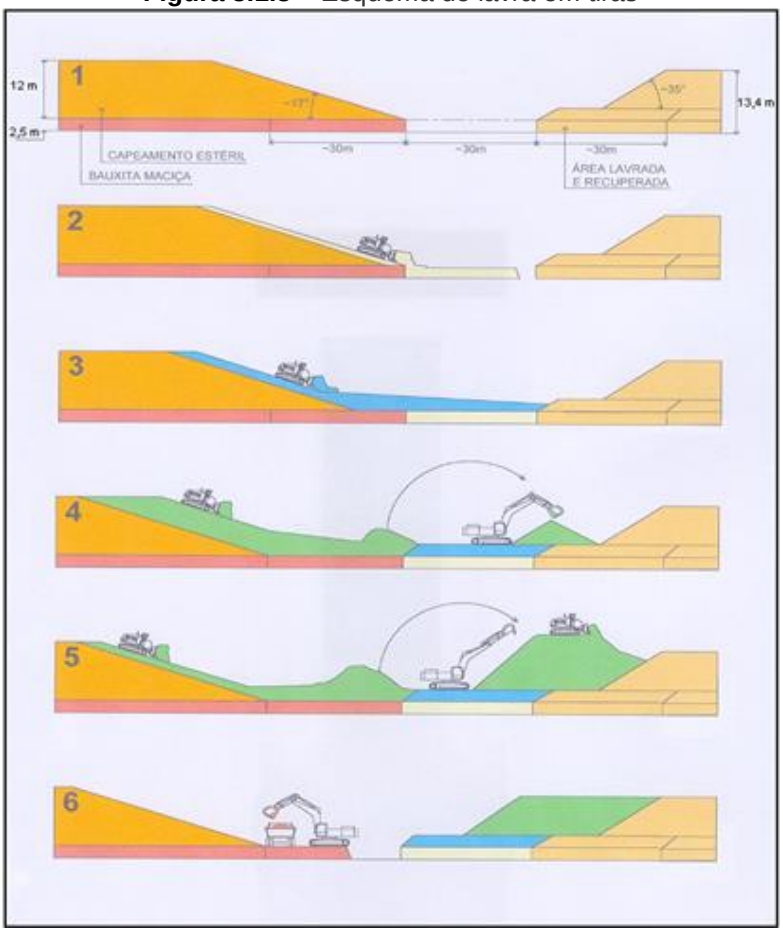
Fonte: Alcoa Inc.

O principal horizonte mineralizado, de valor econômico, é a bauxita maciça que apresenta variações de espessura e de seus conteúdos mineralógicos, correspondendo, em termos de avaliação geoestatística, a variogramas com elevadas amplitudes, indicando uma correlação espacial entre as amostras em grandes extensões (SÊNIOR, 2005).

3.1.2 Método de lavra

As características dos depósitos e bauxita dos platôs Capiranga, Central Sul, Mauari e Guaraná conduzem à aplicação do método de lavra em tiras (*strip mining*) para o melhor aproveitamento das reservas minerais. Neste método de lavra por camadas, o minério e o estéril são removidos ao longo de cortes paralelos de pequena largura e grandes comprimentos, denominados tiras. O estéril removido em uma tira é depositado na tira anterior de onde já foi removido o minério. Deste modo, o minério da tira atual fica exposto para a lavra. Este método está muito bem ilustrado na Figura 3.1.3.

Figura 3.1.3 – Esquema de lavra em tiras



Fonte: Alcoa Inc.

3.2 ETAPAS DA AMOSTRAGEM

A amostragem na Mina de Juruti é realizada desde a fase de pesquisa e prospecção, através de sondagem rotativa em malha de 200 metros, passando pelo acompanhamento das frentes de lavra, através de amostragem por canaletas, e pelas torres de amostragem após o beneficiamento e no porto, antes do embarque nos navios.

3.2.1 Sondagem

A sondagem é realizada com apoio de um compressor de ar para tomada das amostras em tubos de PVC com diâmetro de 152,4 mm (Figura 3.2.1). Este tipo de amostragem é realizado para pesquisa e prospecção de novos alvos, assim como para controle de curto prazo em uma malha de 200 m $\times$ 200 m.

Figura 3.2.1 – Sondagem

3.2.2 Amostragem por canaletas

A amostragem por canaletas é utilizada para o planejamento de curto prazo nas frentes da mina antes da lavra, após o minério estar exposto. Realizada a cada 25 metros, permite uma maior previsibilidade do minério destinado ao beneficiamento. Conforme pode ser visto na Figura 3.2.2, esta amostragem consiste na delimitação de um volume no talude que é removido com o uso de martelete. A delimitação é feita com um gabarito de 125 ×125 mm e com barbantes.

Figura 3.2.2 – Amostragem de Canaletas

3.2.3 Torres de amostragem

As torres de amostragem (Figura 3.2.3) estão localizadas em dois pontos do processo produtivo. Após a usina de classificação para controle de qualidade do minério beneficiado e antes do embarque do navio para a certificação do produto final. Através de um amostrador primário, o minério é tomado em fluxo cadente e enviado para as torres por transportador de correia. Uma vez nas torres, existe um amostrador do tipo corte transversal secundário para tomada de amostra para análise granulométrica e um terciário após um britador de mandíbulas, para tomada de amostra para estimativa de umidade e teores de alumina disponível, sílica reativa e ferro.

Figura 3.2.3 – Torre de amostragem

4 METODOLOGIA

A fórmula de Gy (Equação 2.2.16) é apropriada para calcular a variância do erro fundamental de amostragem (FSE) em qualquer estágio do protocolo de amostragem e mesmo antes de a amostra ser coletada. Entretanto, a fórmula pode ser inacurada por utilizar fatores aproximados para os diferentes tipos de minérios. Para calcular a variância do erro fundamental de amostragem e as massas mínimas (assumindo uma variância máxima) das amostras sem usar os

fatores de Gy, existem experimentos que permitem calibrar os parâmetros de amostragem, a saber: teste de heterogeneidade (*heterogeneity test* ou HT); experimento da árvore (*sampling tree experiment* ou STE) e análise livre de segregação (*segregation free analysis* ou SFA).

Os três experimentos HT, STE e SFA estimam as constantes de amostragem chamadas de *k* e *α* para um determinado tipo de minério em estudo, como descrito na equação 4.1.

$$s^2 = k\, d_N^{\alpha}\left(\frac{1}{M_S} - \frac{1}{M_L}\right) \qquad 4.1$$

onde *k* é uma constante específica para um dado tipo de minério, e *α* é o expoente da fórmula cúbica original de Gy.

4.1 TESTE DE HETEROGENEIDADE

Uma estimativa acurada para os parâmetros de amostragem *k* e α, sem o desenvolvimento de um teste minucioso, não é possível. No teste de heterogeneidade (HT), os fragmentos que compõem a amostra são coletados um a um de forma aleatória, esforço que previne o experimento contra os efeitos negativos da variância residual, principalmente associada ao erro de segregação no cálculo do Fator Constante de Heterogeneidade Constitucional (IH_L), definido anteriormente na equação 2.2.3. Para a estimativa do IH_L, Pitard (2004) propõe um método indireto baseado na equação 2.2.5, onde a densidade λ_β do fator *Y* pode ser substituída pela relação M_q/v_q, resultando em um estimador EST Y e considerando que cada fragmento faz parte de um *cluster* no critério de densidade (Equação 4.1.1).

$$\text{EST Y} = \sum \frac{(a_q - a_Q)^2}{v_q\, a^2_Q} \frac{M_q^2}{M_Q} \qquad 4.1.1$$

O fator *X* da equação 2.2.5 representa o produto de *f*, *g* e d^3. É razoável considerar uma aproximação para o volume como o produto de *f* e d^3, podendo-se reescrever a equação para estimativa de IH_L da seguinte forma:

$$\text{EST IH}_\text{L} = (\text{EST X})\ (\text{EST Y}) = (g.v_q)\ (\sum \frac{(a_q\text{-}a_Q)^2}{v_q\, a^2{}_Q} \frac{M_q{}^2}{M_Q}) \qquad 4.1.2$$

Suprimindo os volumes individuais v_q da equação 4.1.2, finalmente obtemos a equação 4.1.3.

$$\text{EST IH}_\text{L} = g \sum \frac{(a_q\text{-}a_Q)^2}{a^2{}_Q} \frac{M_q{}^2}{M_Q} \qquad 4.1.3$$

O método indireto de estimativa de IH_L consiste na seleção de um número de fragmentos *Q* de forma aleatória a partir de uma fração granulométrica do material investigado. No caso de minérios com metal de interesse em baixa concentração, utiliza-se $Q \geq 100$. Para minérios como a bauxita, com teores elevados, utiliza-se $Q \geq 50$. Cada amostra formada pelo número *Q* de fragmentos deve ser pesada a fim de se obter a massa M_q, e analisada, resultando no teor a_q. Assim, a massa total M_Q e o teor médio a_Q são calculados. O valor utilizado para o fator granulometria é tabelado conforme visto no item 2.2.3. O número de fragmentos *n* presente em cada fração granulométrica deve ser maior que 10 vezes o número de grupos coletados *p* multiplicado pelo número de fragmentos *Q* coletados por grupo (Equação 4.1.4). Uma vez com todas as variáveis calculadas, determina-se o EST IH_L através da equação 4.1.3.

$$n > 10Qp \qquad 4.1.4$$

O mesmo experimento é, então, repetido para 3 ou 4 frações granulométricas, visando avaliar a variação do EST IH_L para diferentes tamanhos de fragmento.

4.1.1 Procedimento experimental

Após a confirmação do número total de fragmentos por fração granulométrica, a amostra de bauxita obtida a partir de vários cortes na torre de amostragem da mina foi homogeneizada e distribuída sobre uma matriz, de forma que os fragmentos pudessem ser coletados aleatoriamente e que todos tivessem a mesma chance de ser selecionados. Para isto, utilizou-se uma matriz com quadrados de 100 mm $\times$ 100 mm para a fração mais fina e outra de 300 mm $\times$ 300 mm para as frações mais grossas. Ambas foram realizadas sobre uma mesa para facilitar a seleção dos fragmentos, conforme pode ser visto nas figuras 4.1.1, 4.1.2, 4.1.3 e 4.1.4. O passo seguinte foi a formação dos grupos de amostras. Cada grupo constituído por 50 fragmentos coletados um a um aleatoriamente nas frações mais grossas e por 100 fragmentos na fração mais fina. Os grupos de fragmentos constituíram 50 amostras para cada fração granulométrica estudada, as quais foram pesadas e enviadas para determinação de alumina disponível por titulação complexométrica.

Figura 4.1.1 – Matriz quadrada 300 x 300 mm para a distribuição das amostras

Figura 4.1.2 – Fragmentos distribuídos sobre a matriz 300 x 300 mm

Figura 4.1.3 – Matriz quadrada 100 x 100 mm para a distribuição das amostras

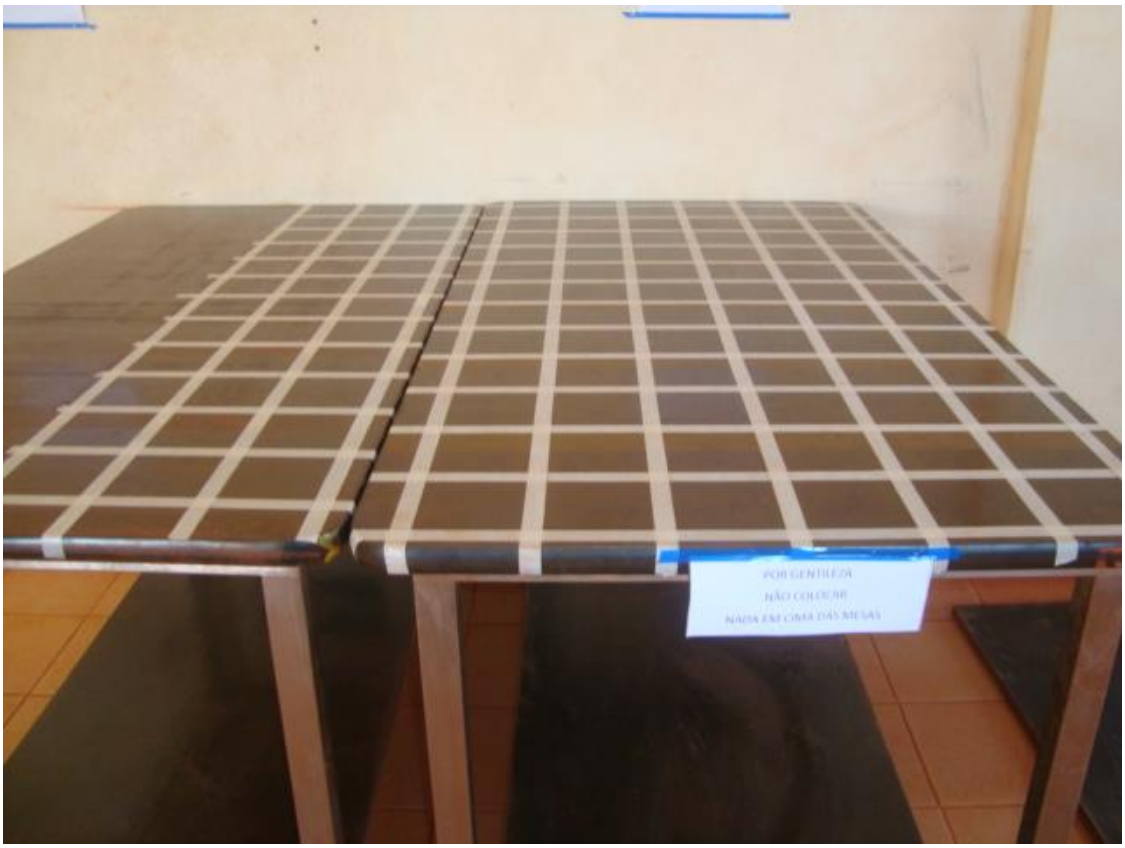
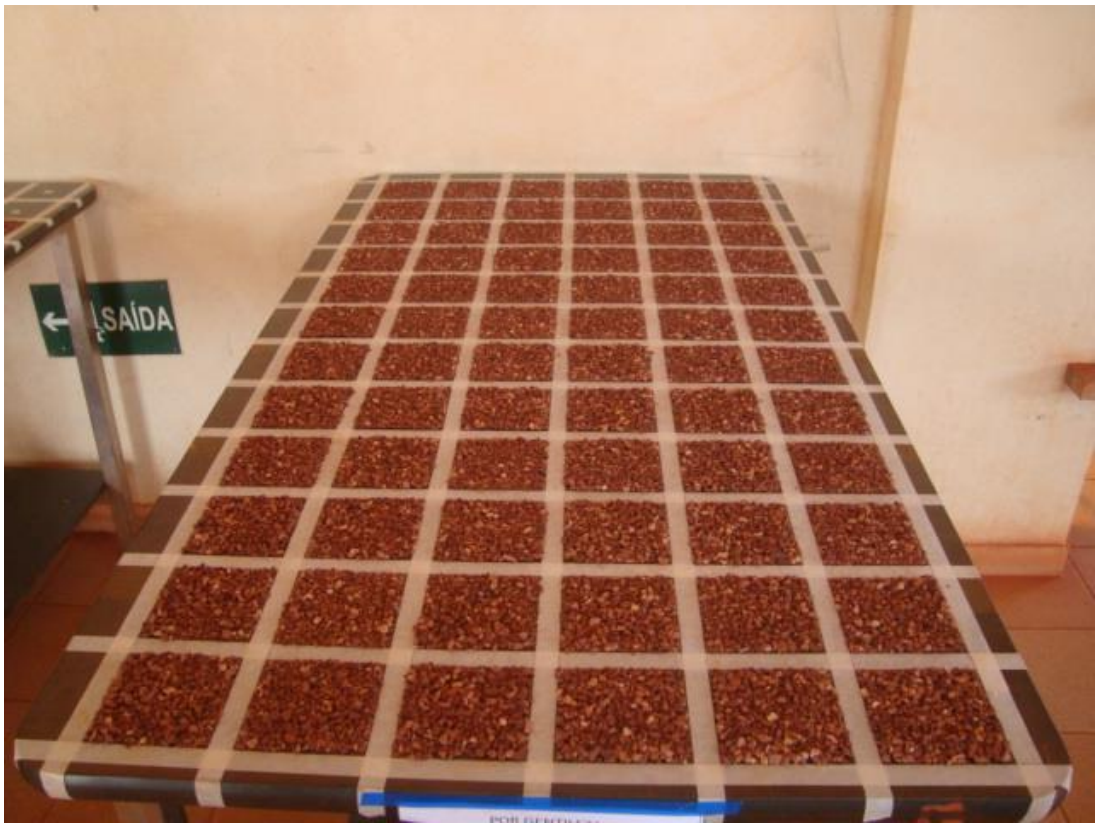


Figura 4.1.4 – Fragmentos distribuídos sobre a matriz 100 x 100 mm



A etapa seguinte é a seleção dos fragmentos (Figura 4.1.5) para formar as amostras. Na malha 300 mm × 300 mm, com 50 quadrados, foi tomado um fragmento por quadrado, resultando em um total de 50 fragmentos por amostra. Na malha 100 mm × 100 mm, com 100 quadrados, foi tomado um fragmento por quadrado, resultando em um total de 100 fragmentos por amostra.

Alguns cuidados devem ser considerados, como não sobrepor os fragmentos e revezar diferentes pessoas para executar a tarefa. Estes cuidados visam garantir a aleatoriedade, isto é, dar a mesma chance de seleção a todos os fragmentos e evitar possível viés.

As frações granulométricas utilizadas para o teste foram:

- -38,1 mm +25,4 mm,
- -25,4 mm +12,7 mm,
- -12,7 mm +6,3 mm,
- -6,3 mm +1,2 mm.

Estas frações foram selecionadas por representarem etapas de preparação de amostras da mina de bauxita, onde os estudos ocorreram.

A Tabela 4.1.1 exibe as condições do experimento, como: malhas utilizadas por fração granulométrica; número de fragmentos por quadrado nas malhas; massa utilizada dentro de cada fração granulométrica.

Tabela 4.1.1 – Condições experimentais para o teste de heterogeneidade

Fração Granulométrica (mm)	Massa (g)	Malha (mm)	Fragmentos por malha
-38,1 +25,4	95300	300 × 300	60
-25,4 +12,7	66000	300 × 300	157
-12,7 +6,3	50200	300 × 300	797
-6,3 +1,2	7900	100 × 100	551

Figura 4.1.5 – Seleção manual aleatória dos fragmentos

Uma vez selecionadas as 50 amostras para cada uma das quatro frações granulométricas em estudo, estas passaram por pesagem, cominuição e divisão até a etapa de pulverização para ensaios laboratoriais, onde foram analisados os teores de alumina disponível por titulação complexométrica.

4.2 TESTE DA ÁRVORE

O procedimento experimental denominado teste da árvore (STE), proposto por François-Bongarçon (FRANÇOIS-BONGARÇON, 1995 apud MINNITT et al., 2007) segue uma análise detalhada da aplicação da fórmula de Gy na determinação do erro fundamental de amostragem. Esse trabalho, empreendido por Bongarçon, abriu uma nova compreensão e abordagem na interpretação sobre amostras emparelhadas de uma forma que o FSE fosse avaliado para um dado material, calculando-se os parâmetros de amostragem *k* e *α*.

Em sua forma simplificada, a fórmula de Gy relaciona a variância do erro fundamental de amostragem com o tamanho dos fragmentos e o inverso da massa da amostra (Equação 4.2.1).

$$s^2 = \frac{K d_N \alpha d_N^{\alpha}}{Ms} \qquad 4.2.1$$

A equação anterior pode ser representada de outra maneira, aplicando o logaritmo dos dois lados e resultando na Equação 4.2.2:

$$\ln(s^2 M_s) = \alpha \ln(d_N) + \ln(k) \qquad 4.2.2$$

Esta é uma equação linear do tipo *y=mx+c* que correlaciona o produto entre a variância do erro fundamental e a massa da amostra com o d_{95} dos fragmentos que compreendem a amostra. A estimativa da variância é derivada de quatro sequências de 30 análises químicas a partir de frações granulométricas com diferentes diâmetros nominais. A curva de calibração linear é obtida plotando-se $ln(s^2 Ms)$ versus $ln(d_N)$. A melhor reta ajustada entre os quatro pontos permite a estimativa dos parâmetros de amostragem *k* e *α* (MINNITT et al., 2007).

- a inclinação da reta é o *α*,
- o intercepto da linha com o eixo *y* é o *ln(k)*.

4.2.1 Procedimento experimental

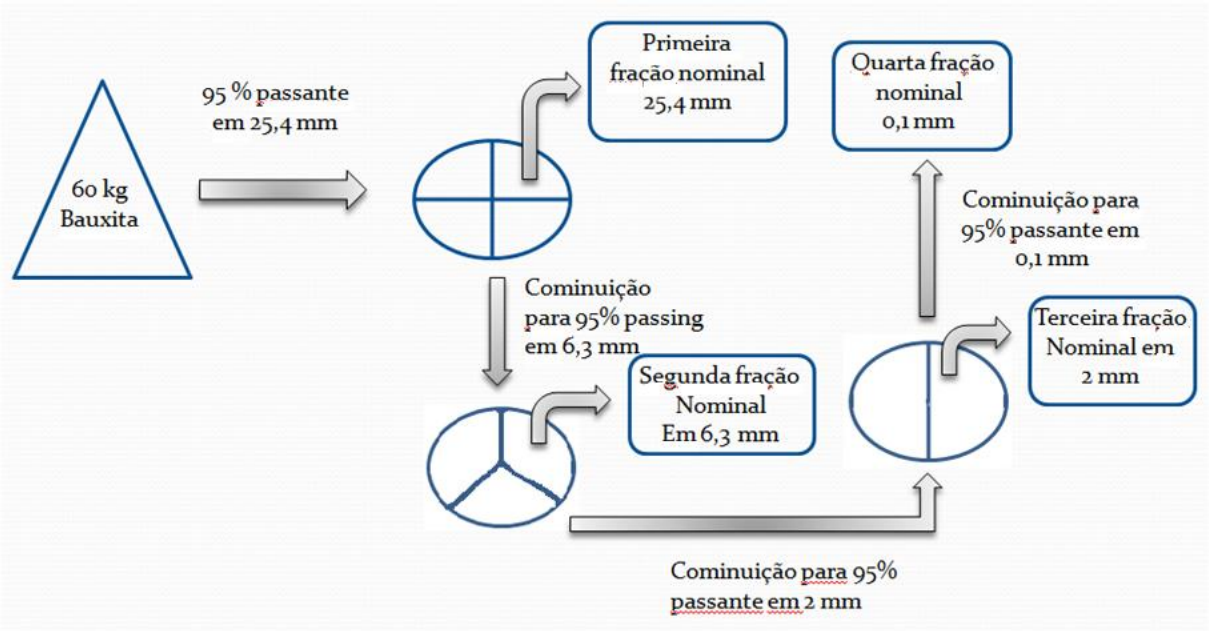
Uma amostra de 60 kg de bauxita, retirada a partir de vários cortes do amostrador primário da torre de amostragem, foi britada com um britador de mandíbulas (Figura 3.2.1) a d_{95} igual a 25,4 mm.

Figura 4.2.1 – Britador de mandíbulas

Com o uso de um divisor Jones, um quarto do material foi separado para compor a primeira fração nominal passante em 25,4 mm. O material remanescente foi britado a d_{95} de 6,3 mm e divido em três partes por meio de pilha alongada (Figura 4.2.2). Uma destas três porções foi separada para representar a segunda fração nominal passante em 6,3 mm. As outras duas porções remanescentes foram homogeneizadas e cominuídas em moinho de rolos a d_{95} de 2 mm para serem divididas no Jones em duas partes, uma delas separada para formar a terceira fração nominal. O material remanescente foi pulverizado a d_{95} de 0,1 mm formando a quarta fração nominal. Os diâmetros selecionados para frações nominais foram escolhidos de acordo com o atual protocolo de amostragem do laboratório físico da mina de bauxita, onde os estudos foram realizados. Um diagrama do procedimento está representado na Figura 4.2.3.

Figura 4.2.2 – Método de divisão por pilha alongada

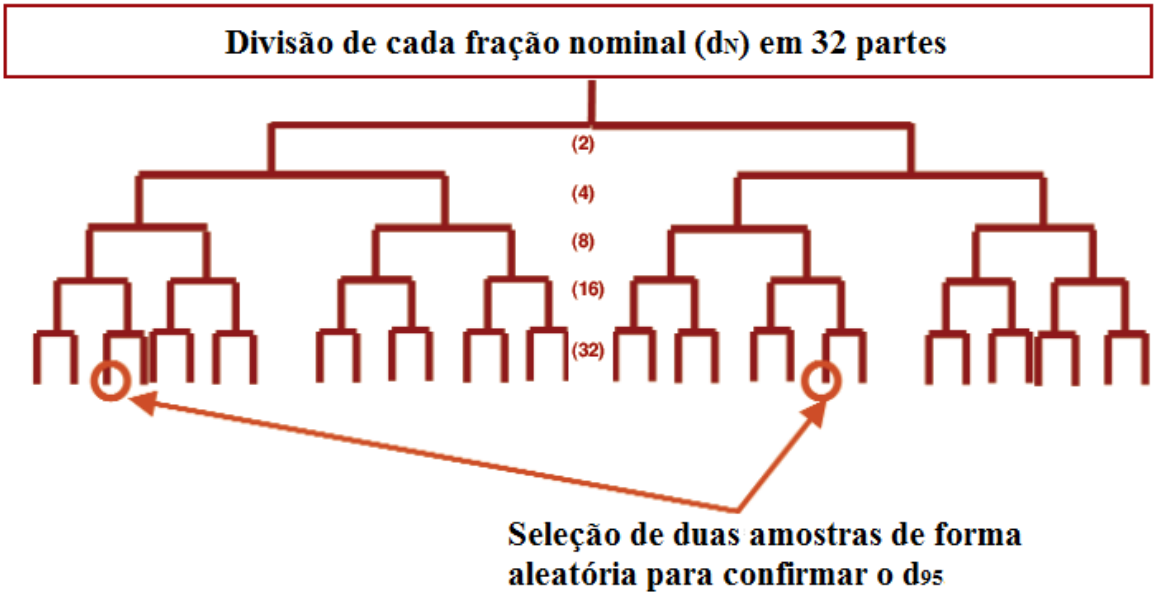
Figura 4.2.3 – Fluxograma experimental para o teste da árvore



A etapa seguinte foi a divisão de cada fração nominal em 32 partes em divisor tipo Jones, acondicionadas posteriormente em sacos plásticos (Figura 4.2.4). Deste total, duas amostras foram selecionadas para confirmação do diâmetro nominal e as demais passaram por cominuição e redução de massa até a etapa de pulverização e envio para ensaio de laboratório, onde foram analisados os teores de alumina disponível por titulação complexométrica. A Figura 4.2.5 mostra o diagrama do processo de divisão.

Figura 4.2.4 – Condicionamento das 32 amostras em sacos plásticos

Figura 4.2.5 – Esquema do método de divisão em Jones para as quatro frações nominais



Fonte: (MINNITT et al., 2007)

4.3 ANÁLISE LIVRE DE SEGREGAÇÃO

Este é o mais recente dos três métodos estudados no presente trabalho. Incentivado pelas possíveis desvantagens do teste de heterogeneidade (HT) e do teste da árvore (STE), o professor Richard Minnitt, da Universidade de Witwatersrand, na África do Sul, desenvolveu o teste cujo nome pode ser traduzido para “análise livre de segregação” (MINNITT et al., 2011). O teste parte do mesmo conceito do STE desenvolvido por François-Bongarçon, mas com um maior número de frações nominais separadas entre si por 14 peneiras. O diâmetro médio de cada fração, entre duas peneiras, é dado pela Equação 4.3.1:

$$d_N = \sqrt[3]{\frac{(d_{max}^3 + d_{min}^3)}{2}} \qquad 4.3.1$$

Cada fração nominal foi dividida com divisor Jones em 32 amostras para serem analisadas em laboratório. Deste modo, a variância dos teores de alumina disponível, associada a cada tamanho de fragmento, permite a obtenção de uma curva de calibração linear para a estimativa dos parâmetros de amostragem *k*, *α* e do diâmetro de liberação d_l. Escolhem-se as peneiras que serão utilizadas no teste de modo que a razão $r=d_{max}/d_{min}$ seja razoavelmente consistente, para que todos os pontos representem a variância relativa dada pela equação 4.3.2:

$$s^2 = c\, f\, g'\, l\, d^3 \left(\frac{1}{M_s} - \frac{1}{M_L}\right) \qquad 4.3.2$$

O fator granulometria *g* foi substituído por *g’*, onde *g’=g’(r)* lida como a curva do fator granulométrico *g’* versus a razão $r=d_{max}/d_{min}$ para os materiais com granulometria muito próximas, onde $d_N = d_{max}$. O fator liberação é a razão entre a média dos volumes dos fragmentos não liberados e liberados, dado pela equação 4.3.3:

$$l = \left(\frac{dl}{dmax}\right)^{(3-\alpha)} \qquad 4.3.3$$

Substituindo a equação 4.3.3 na equação 4.3.2 e aplicando logaritmo dos dois lados, obtém-se a equação linear 4.3.4:

$$\mathrm{Ln}\ (s^2\ M_s) = \alpha\ \ln(d_{MAX}) + \ln\ (k) \qquad 4.3.4$$

Assim como para o STE, as constantes de amostragem *k* e *α* são estimadas, sendo ln(*k*) o intercepto da curva com o eixo *Y* e *α* a inclinação da curva.

O método SFA é um procedimento simples e o quarteamento do material proveniente de peneiramento em faixas estreitas de tamanho é sujeito a menos enviesamento. Uma vez que os tamanhos dos fragmentos são precisamente calculados pelo peneiramento entre duas malhas próximas, o erro de e segregação e agrupamento (GSE) é praticamente eliminado, daí o nome *segregation free analysis*.

4.3.1 Procedimento experimental

O material utilizado no experimento, aproximadamente 300 kg de bauxita, foi obtido a partir de vários cortes do amostrador da torre de amostragem da mina, onde o estudo se procedeu. Este material foi peneirado nas 14 frações nominais a seguir:

- -38,1 mm +25,4 mm,
- -25,4 mm +12,7 mm,
- -12,7 mm +6,3 mm,
- -6,3 mm +1,4 mm,
- 1,4 mm +0,84 mm,
- -0,84 mm +0,60 mm,
- -0,60 mm +0,50 mm,
- -0,50 mm +0,30 mm,
- -0,30 mm +0,23 mm,
- -0,23 mm +0,15 mm,
- -0,15 mm +0,10 mm,
- -0,10 mm +0,07 mm,

- -0,07 mm + 0,05 mm,
- -0,05 mm +0,03 mm.

Figura 4.3.1 – Peneiramento para obtenção das 14 frações nominais

A etapa seguinte foi a divisão de cada fração nominal em 32 partes no divisor Jones, condicionadas posteriormente em sacos plásticos. Deste total, duas amostras foram selecionadas para confirmação do diâmetro nominal e as demais passaram por cominuição e redução de massa até a etapa de pulverização e envio para ensaio de laboratório, onde foram analisados os teores de alumina disponível por titulação complexométrica.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 TESTE DE HETEROGENEIDADE

Para as 50 amostras obtidas a partir de cada uma das 4 malhas, foram determinados os teores de alumina disponível e as massas resultantes (Anexo 1). Com estes resultados pôde-se, então, calcular o valor de EST IH_L conforme a Equação 4.1.3 para cada uma das frações granulométricas escolhidas para o teste.

O valor utilizado para o fator granulometria foi 0,25, com base nos critérios descritos no item 2.2.3. Os valores de M_Q e a_Q foram determinados de acordo com as Equações 5.1.1 e 5.1.2 respectivamente (KOYAMA et al., 2010):

$$M_Q = \sum M_q \qquad 5.1.1$$

$$a_Q = \frac{1}{M_Q} \sum a_q . M_q \qquad 5.1.2$$

O teste de heterogeneidade permite a correlação entre o diâmetro nominal de cada fração granulométrica (Equação 5.1.3) com o fator constante de heterogeneidade EST IH_L (Pitard, 1993).

$$d_N = \sqrt[3]{\frac{(d_1^3 + d_2^3)}{2}} \qquad 5.1.3$$

onde d_1 e d_2 representam as aberturas das peneiras superior e inferior utilizadas no peneiramento prévio de cada fração.

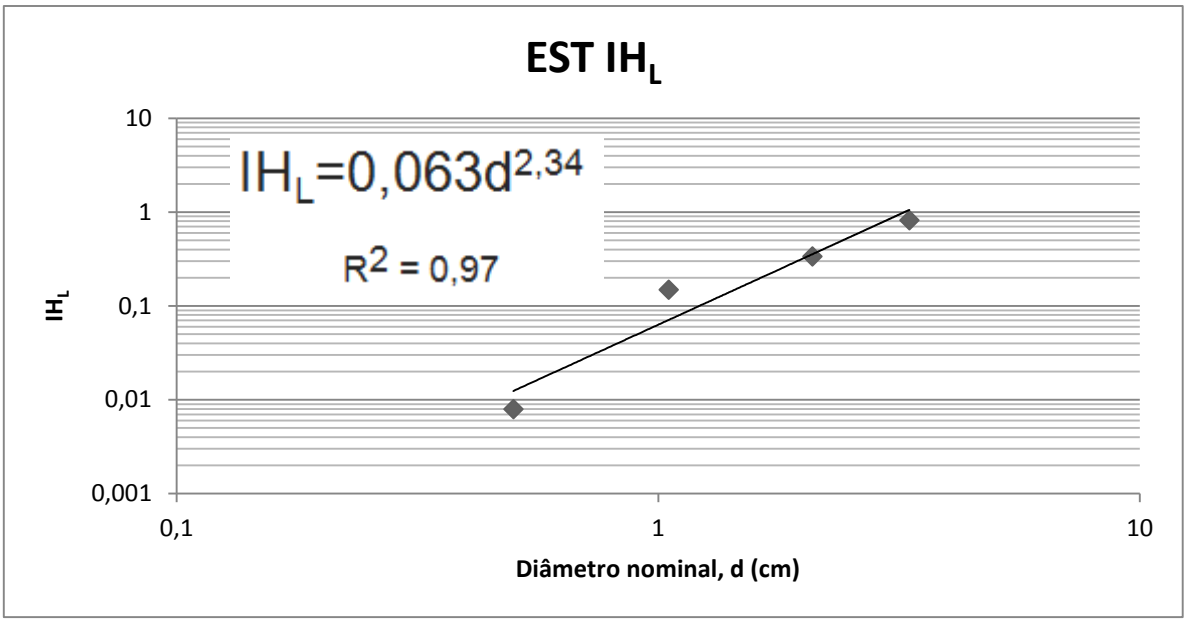
Os resultados dos fatores de heterogeneidade, assim como os diâmetros nominais, estão representados na Tabela 5.1.1.

Tabela 5.1.1 – Resultados obtidos a partir das 4 séries de 50 amostras

Diâmetro Nominal (d_N)	EST IH_L
3,32 cm	0,823
2,09 cm	0,337
1,05 cm	0,149
0,5 cm	0,008

Os resultados podem ser representados na forma de gráfico bi-log correlacionando os valores de EST IH_L com os respectivos valores de d_N (Figura 5.1.1).

Figura 5.1.1 – Correlação entre IH_L e d_N



Desta forma, obtém-se uma prática equação (Equação 5.1.4) para o uso em protocolos de amostragem. Esta equação permite calcular, de forma rápida, o fator de heterogeneidade para diferentes diâmetros referentes às diversas etapas de cominuição.

$$\text{EST } IH_L = 0{,}0638.d^{2,34} \qquad 5.1.4$$

A Fórmula de Gy passa a ser representada conforme a Equação 5.1.5, com os parâmetros de amostragem *k* e *α* estimados para a bauxita, no lugar de se utilizarem os fatores tabelados.

$$s^2 = 0{,}0638\ d_N^{2,34}\left(\frac{1}{M_s} - \frac{1}{M_L}\right) \qquad 5.1.5$$

5.2 TESTE DA ÁRVORE

Para as 4 frações granulométricas selecionadas para o experimento, foram determinados os teores de alumina disponível e as massas para cada uma das 30 amostras resultantes das divisões (Anexo 2). Em seguida, os dados foram submetidos ao tratamento estatístico descrito por Minnitt et al. (2007) e estão representados na Tabela 5.2.1:

Tabela 5.2.1 – Resultados estatísticos do STE

Fração (mm)	M.Média (g)	Teor Médio	CV	VAR Rel.	VAR Rel. Pad.	ln(dN)	ln(s^2 × Ms)
`-25,40	477,3	48,17	0,0254	0,0006	0,0312	0,9322	2,7005
`-6,30	460,48	47,86	0,0126	0,0002	0,0076	-0,4541	1,2503
`-2,00	459,96	47,62	0,0195	0,0004	0,0181	-1,6094	2,1219
`-0,10	407,03	48,06	0,0067	0,0000	0,0022	-4,5469	-0,1191

A tabela 5.2.1 apresenta a massa média e o teor médio de cada uma das 30 amostras obtidas por fração granulométrica, os coeficientes de variação (CV) dados pelo desvio/média dos teores, a variância relativa (Equação 4.2.1), a variância relativa padronizada (Equação 4.2.2) e o logaritmo de d_N, obtido pela Equação 4.3.1, apresentada no capítulo 4.

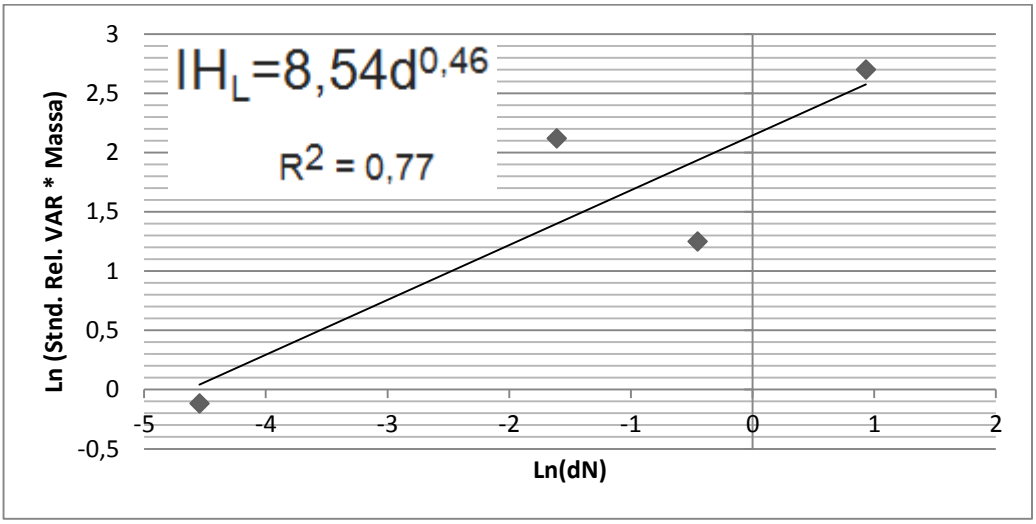
$$\text{VAR Rel.} = \text{CV}^2 \qquad 5.2.1$$

$$\text{VAR Rel. Pad.} = \text{Teor Médio} * \text{VAR Rel.} \qquad 5.2.2$$

De acordo com a equação 4.3.4, a correlação linear entre variância relativa dos teores versus a massa média das amostras (Figura 5.2.1) permite calcular os parâmetros de amostragem *k* e α, portanto:

$$\ln(s^2 \times \text{Ms}) = \text{VAR Rel. Pad.} * \text{M. Média} \qquad 5.2.3$$

Figura 5.2.1 – Correlação linear entre (var. rel. padrão × massa) e d_N



Conforme explicado no capítulo 4, o valor de *α* é dado pela inclinação da reta enquanto que o *ln (k)* equivale ao intercepto da reta com o eixo *Y*. Desta forma, com os parâmetros de amostragem estimados segundo o STE, a fórmula de Gy pode ser representada na forma da Equação 5.2.4:

$$s^2 = 8{,}54\ d_N^{0{,}46}\left(\frac{1}{M_s} - \frac{1}{M_L}\right) \qquad 5.2.4$$

5.3 ANÁLISE LIVRE DE SEGREGAÇÃO

Para todas as 14 frações granulométricas selecionadas para o experimento, foram determinados os teores de alumina disponível e as massas para cada uma das 30 amostras resultantes das divisões (Anexo 3). Em seguida, os dados foram submetidos ao tratamento estatístico descrito por Minnitt et al. (2011) e estão representados na Tabela 5.3.1:

Tabela 5.3.1 – Resultados estatísticos do SFA

Fração (mm)	M.Média (g)	Teor Médio	CV	VAR Rel.	VAR Rel. Pad.	ln(dN)	ln($s^2 \times Ms$)
-38,1 +25,4	360,07	50,98	0,04	0,0019	0,097	0,932	3,556
-25,4 +12,7	168,19	51,17	0,04	0,0013	0,064	0,239	2,381
-12,7 +6,3	176,61	48,77	0,02	0,0004	0,019	-0,454	1,197
-6,3 +1,4	113,37	50,51	0,01	0,0001	0,007	-1,966	-0,223
-1,4 +0,84	59,80	47,74	0,01	0,0001	0,005	-2,465	-1,215
-0,84 +0,60	27,58	49,51	0,01	0,0001	0,004	-2,813	-2,132
-0,60 +0,50	43,29	49,66	0,01	0,0001	0,006	-2,996	-1,300
-0,50 +0,30	26,34	50,32	0,02	0,0003	0,017	-3,507	-0,803
-0,30 +0,23	38,11	49,78	0,01	0,0002	0,008	-3,854	-1,213
-0,23 +0,15	40,08	50,48	0,01	0,0002	0,008	-4,200	-1,097
-0,15+0,10	46,21	53,14	0,01	0,0001	0,003	-4,547	-2,010
-0,10 +0,07	34,32	50,83	0,01	0,0002	0,011	-4,893	-0,942
-0,07 +0,05	40,82	50,53	0,01	0,0001	0,007	-5,240	-1,184
-0,05 +0,03	39,64	50,03	0,01	0,0000	0,002	-5,573	-2,686

A tabela anterior apresenta a massa média e o teor médio de cada uma das 30 amostras obtidas por fração granulométrica, os coeficientes de variação (CV) dados pelo desvio/média dos teores, a variância relativa (Equação 5.3.1), a variância relativa padronizada (Equação 5.3.2) e o logaritmo de d_N, obtido pela Equação 4.3.1, introduzida no capítulo 4.3.

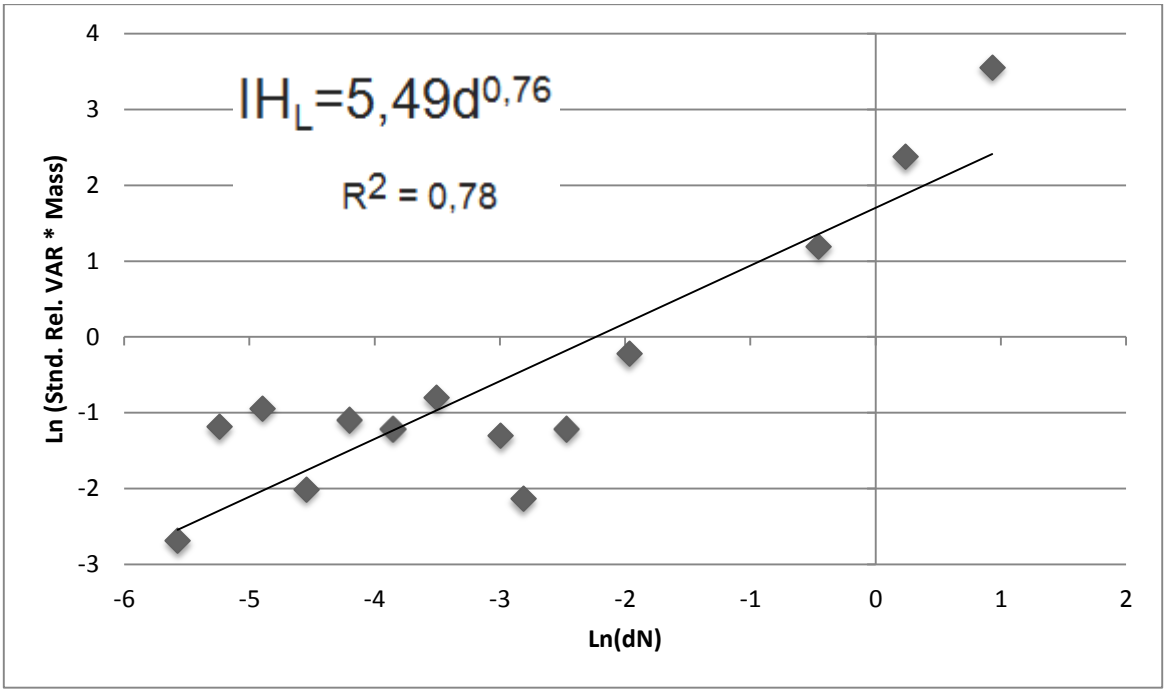
$$\text{VAR Rel.} = \text{CV}^2 \qquad 5.3.1$$

$$\text{VAR Rel. Pad.} = \text{Teor Médio} * \text{VAR Rel.} \qquad 5.3.2$$

De acordo com a equação 4.3.4, a correlação linear entre variância relativa dos teores versus a massa média das amostras (Figura 5.3.1) nos permite calcular os parâmetros de amostragem *k* e *α*, portanto:

$$\ln(s^2 \times \text{Ms}) = \text{VAR Rel. Pad.} * \text{M. Média} \qquad 5.3.3$$

Figura 5.3.1 – Correlação entre (var. rel. padrão × massa) e d_N



Conforme explicado no capítulo anterior, o valor de *α* é dado pela inclinação da reta enquanto que o ln (*k*) equivale ao intercepto da reta com o eixo *Y*. Desta forma, com os parâmetros de amostragem estimados a partir do teste SFA, a fórmula de Gy pode ser representada na forma da Equação 5.3.4:

$$s^2 = 5{,}49\ d_N^{0{,}76}\left(\frac{1}{M_s} - \frac{1}{M_L}\right) \qquad 5.3.4$$

5.4 OTIMIZAÇÃO DE PROTOCOLOS DE AMOSTRAGEM

Um protocolo de amostragem consiste na sequência de etapas de amostragem e preparação de amostras de uma forma esquemática, a qual nos permite avaliar o desvio padrão em cada etapa. Desta forma, é possível detectar as

etapas críticas do protocolo e atuar em cada uma delas de uma forma que seja possível minimizar a variância relativa total do processo. A literatura recomenda que a variância devida ao erro fundamental de amostragem seja menor que 0,5% para amostragens comerciais, menor que 5% para amostragem técnica e controle de processos, e menor que 10% para amostragens exploratórias e ambientais (PITARD, 1993).

Conforme visto anteriormente, a Fórmula de Gy nos permite calcular a variância relativa devida ao erro fundamental, podendo ser calibrada por meio dos testes de heterogeneidade visando à obtenção de estimativas mais confiáveis para a bauxita de Juruti. Segundo Pitard, a fórmula de Gy, especialmente quando calibrada por um teste de heterogeneidade que não selecione os fragmentos um a um (por exemplo, obtenção de amostras por divisor tipo Jones), não nos fornece somente o erro fundamental de amostragem (FSE), mas também o erro de segregação e agrupamento (GSE). Desta forma, para a obtenção dos parâmetros de amostragem k e α, o efeito da segregação deve ser minimizado a fim de se evitar enviesamento da curva de calibração (PITARD, 2004).

O protocolo estudado foi o de amostragem e preparação de amostras provenientes de canaletas no laboratório físico da mina em estudo. O processo consiste nas seguintes etapas:

- amostragem primária por canaleta ou sondagem,
- cominuição da amostra com o uso de um britador de mandíbulas a um d_{95} de 25,4 mm,
- homogeneização em lona e divisão em pilha cônica com o auxílio de uma cruzeta metálica,
- peneiramento a úmido com o uso das peneiras de 0,85 mm, 0,106 mm e 0,038 mm,

- após o peneiramento, o protoloco segue somente para a fração retida na malha de 0,85 mm,
- material é seco em estufa e cominuído a um d_{95} de 2 mm,
- homogeneização e divisão em Jones do material seco,
- pulverização das amostras para ensaio laboratorial.

O cálculo da variância do FSE (também de GSE) em cada etapa pode ser feito usando a Fórmula de Gy e os fatores tabelados de acordo com as características do material, ou com os parâmetros de amostragem *k* e *α* estimados pelos testes de heterogeneidade. A Tabela 5.4.2 representa o protocolo de amostragem em estudo, onde se pode observar a variância em cada uma das etapas, bem como a variância total do processo de amostragem e preparação de amostra. Verifica-se claramente uma diferença nos resultados entre os testes, provavelmente devida às variâncias residuais, em especial a relacionada ao erro de segregação conforme mencionado anteriormente.

A Tabela 5.4.1 mostra os valores dos fatores de Gy para a bauxita da região oeste do Pará utilizados para os cálculos da variância com a Fórmula de Gy (Equação 2.2.16).

Tabela 5.4.1 – Fatores utilizados para o cálculo da variância relativa

Fator	Valores
c	3,6
f	0,5
g	0,25
d_l	0,00036
Al_2O_3	48,10%
λ_M	3,98
λ_G	2,65
IH_L	$0,0085\ d^{2,5}$

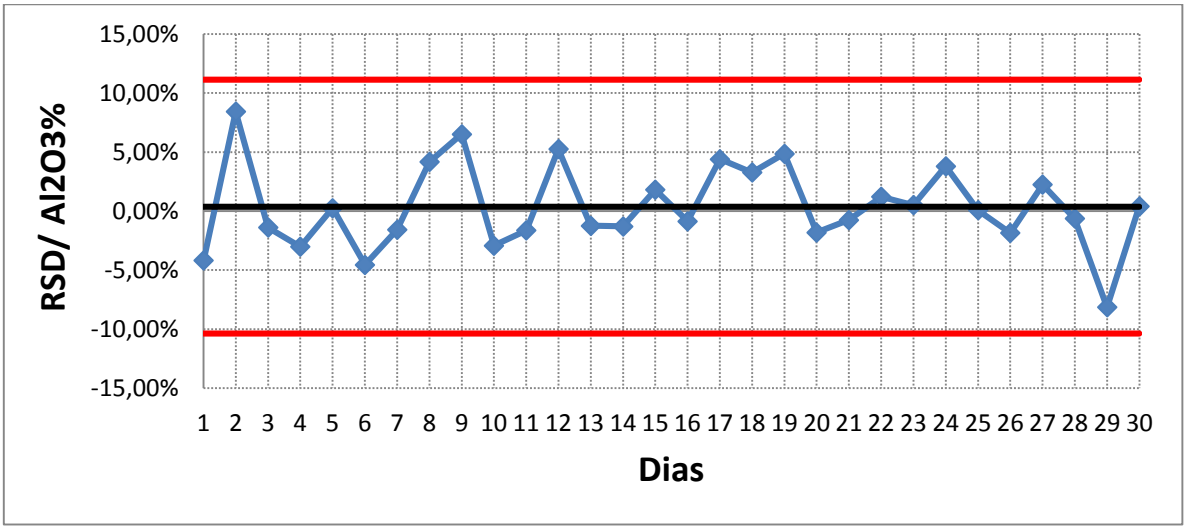
Tabela 5.4.2 – Protocolo de amostragem comparando os três testes de heterogeneidade

Etapa	M_L (g)	M_S (g)	d_N (cm)	S_{FSE} GY	S_{FSE} HT	S_{FSE} STE	S_{FSE} SFA
Amostragem Primária	1,5 E+10	15000	5	0,5628	1,3461	3,4618	3,5328
Cominuição	15000	15000	2,54	0	0	0	0
Divisão Primária	15000	2500	2,54	0,5397	1,3632	6,6183	6,1023
Peneiramento	2500	2500	0,2	0	0	0	0
Divisão Secundária	2500	200	0,2	0,0836	0,2592	13,6578	8,6044
Pulverização	200	200	0,015	0	0	0	0
TOTAL				0,784%	1,933%	15,567%	11,125%

O protocolo mostra as etapas de amostragem e de preparação de amostras da mina de bauxita em estudo, assim como o RSD (desvio padrão relativo) total estimado pela equação de Gy não calibrada, e calibrada pelos testes de heterogeneidade HT, STE e SFA.

Um experimento com amostras em duplicata foi realizado com o objetivo de avaliar o desvio padrão relativo total da rotina de amostragem e preparação das amostras tomadas na frente de lavra seguindo o protocolo representado na Tabela 5.4.2. A partir da primeira etapa de divisão das amostras, amostras produzidas em duplicata seguiram o mesmo processamento em paralelo com a determinação de seus teores de alumina disponível no final. A partir dos dados obtidos (Anexo 4) com 30 repetições, foi possível calcular o desvio padrão relativo das diferenças entre os teores de alumina disponível das duplicatas, representados na Figura 5.4.1:

Figura 5.4.1 – Diferenças relativas entre os teores de Al_2O_3 das amostras duplicatas



O desvio padrão relativo (RSD ou *relative standard deviation*) trata-se do coeficiente de variação (CV), conforme detalhado no item 2.1.4.4. O cálculo foi realizado conforme a Equação 5.4.1:

$$\mathrm{CV} = \frac{(\text{desvio padrão das diferenças absolutas})}{(\text{média aritmética das diferencas absolutas})} \qquad 5.4.1$$

Assim, considerando as diferenças absolutas com um desvio padrão de 1,665 e uma média de 0,16, temos um desvio padrão relativo para o processo igual a 10,24%. O resultado do desvio padrão relativo, resultante de todas as etapas do protocolo de amostragem estudado, permite fazer uma correlação com o desvio padrão estimado pela fórmula de Gy calibrada pelos diferentes testes de heterogeneidade.

5.5 MASSA MÍNIMA REPRESENTATIVA

Além da estimativa da variância relativa das etapas de amostragem e preparação de amostras, a Fórmula de Gy permite calcular a massa mínima representativa da amostra M_S para um dado desvio padrão relativo máximo e para uma dada massa inicial M_L.

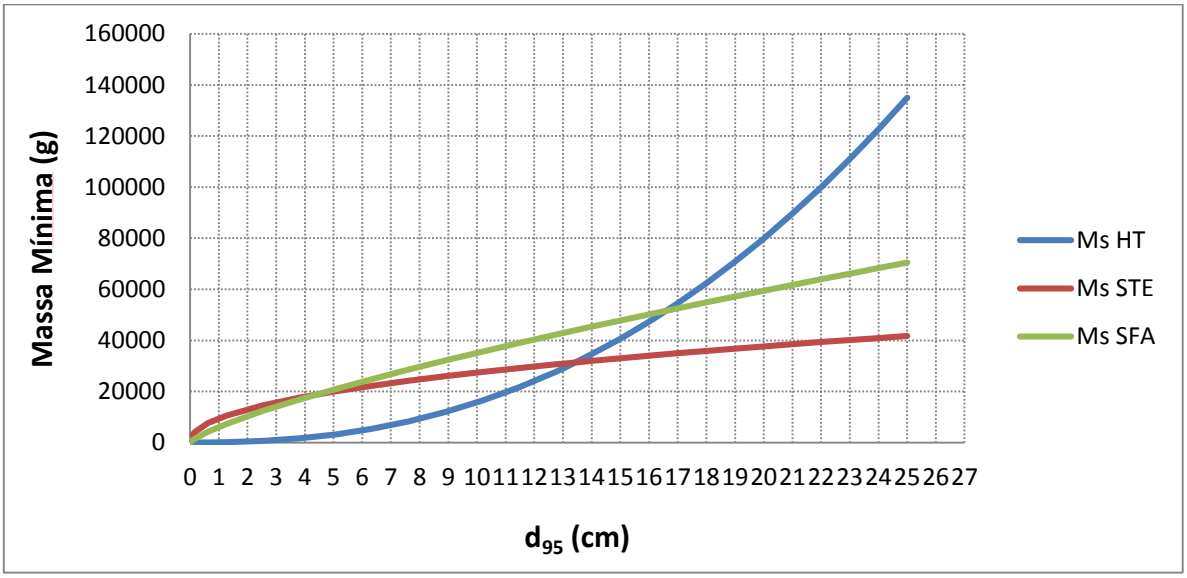
Considerando um máximo desvio padrão relativo de 3%, massa inicial do lote e d_{max} = 5 cm, de acordo com a amostragem primária do protocolo representado na Tabela 5.4.2, pode-se calcular a massa mínima representativa da amostra. Os mesmos cálculos estão expostos na última linha da mesma tabela para um d_{max} = 1 cm.

Tabela 5.4.3 – Massa mínima (MS) para a amostragem primária na mina

Parâmetro	GY	HT	STE	SFA
d_{max} (cm)	5	5	5	5
M_S (g)	530	3063	19895	20728
d_{max} (cm)	1	1	1	1
M_S (g)	9	71	9.486	6.099

O gráfico apresentado na Figura 5.4.2 mostra uma representação da variação da massa mínima com relação ao aumento do d_{95} da amostra do lote inicial.

Figura 5.4.2 – Comparando massas mínimas obtidas pelos testes HT, STE e SFA



Conforme pode ser visto, existem diferenças consideráveis entre os resultados obtidos entre os três testes de heterogeneidade que devem ser levadas em consideração. Nota-se que:

- O teste da árvore (STE) apresenta massas mínimas maiores até diâmetros de fragmentos de aproximadamente 4,6 cm.
- A partir de 4,6 cm, o SFA apresenta massas mínimas maiores que os demais.
- Para diâmetros maiores que 16,7 cm, o teste de heterogeneidade apresenta massas mínimas maiores. Entretanto, vale salientar que os resultados para diâmetros muito grandes devem ser analisados com cautela, visto que a massa mínima para representar diâmetros maiores pode ser superior à massa utilizada para a realização dos testes.

Analisando os resultados apresentados anteriormente, não se pode afirmar que o teste SFA (análise livre de segregação) realmente elimina o erro de segregação e agrupamento, isolando o erro fundamental de amostragem. Entretanto, devido ao fato de os testes terem sido realizados com minérios provenientes de frentes de lavra diferentes, estudos adicionais foram realizados para que se pudesse chegar a uma conclusão mais confiável.

5.6 AVALIAÇÃO DO ERRO DE SEGREGAÇÃO E AGRUPAMENTO

Com o objetivo de avaliar a minimização do erro de segregação e agrupamento pelo teste SFA (análise livre de segregação), os testes HT (teste de heterogeneidade) e SFA foram realizados novamente utilizando-se o mesmo material, obtido a partir de uma amostra de 400 kg selecionada na frente de lavra da Mina de Juruti.

5.6.1 Teste de heterogeneidade

O teste de heterogeneidade foi realizado conforme detalhado nos itens 4.1 e 5.1. Adotaram-se as seguintes malhas:

- -38,1 mm +25,4 mm,
- -25,4 mm +12,7 mm,
- -12,7 mm +6,3 mm,
- -6,3 mm +1,2 mm.

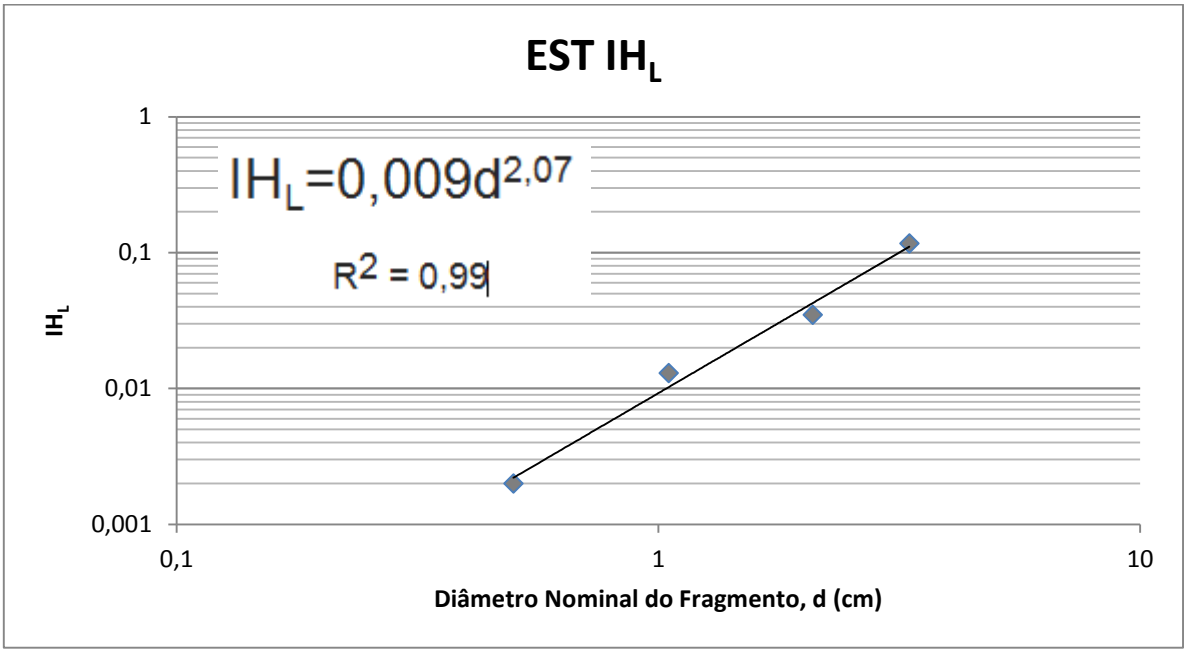
Os resultados obtidos a partir das 4 séries de 50 amostras (Apêndice F) estão na Tabela 5.6.1:

Tabela 5.6.1 – Resultados obtidos a partir das 4 séries de 50 amostras

Diâmetro Nominal (d_N)	EST IH_L
3,32 cm	0,117
2,09 cm	0,035
1,05 cm	0,013
0,5 cm	0,001

Os resultados são representados na forma de gráfico di-log correlacionando os valores de EST IH_L com os respectivos valores de d_N (Figura 5.6.1).

Figura 5.6.1 – Correlação entre IH_L e d_N



Desta forma, obtém-se a Equação 5.6.1 que permite calcular o fator de heterogeneidade para diferentes diâmetros, referentes às diversas etapas de cominuição.

$$\text{EST } IH_L = 0{,}009 . d^{2{,}07} \qquad 5.6.1$$

A Fórmula de Gy passa a ser representada conforme a Equação 5.6.2, com os parâmetros de amostragem *k* e *α* estimados para a bauxita, no lugar de se utilizarem os fatores tabelados.

$$s^2 = 0{,}009\ d_N^{2{,}07}\left(\frac{1}{M_s} - \frac{1}{M_L}\right) \qquad 5.6.2$$

5.6.2 Análise livre de segregação

A análise de livre segregação foi realizada conforme detalhado nos itens 4.3 e 5.3, entretanto, com algumas modificações nas malhas:

- -38,1 mm +25,4 mm,
- -25,4 mm +12,7 mm,
- -12,7 mm +6,3 mm,
- -6,3 mm +1,4 mm,
- 1,4 mm +0,84 mm,
- -0,84 mm +0,60 mm,
- -0,60 mm +0,50 mm,
- -0,50 mm +0,17 mm,
- -0,17 mm +0,11 mm,
- -0,11 mm +0,038 mm,

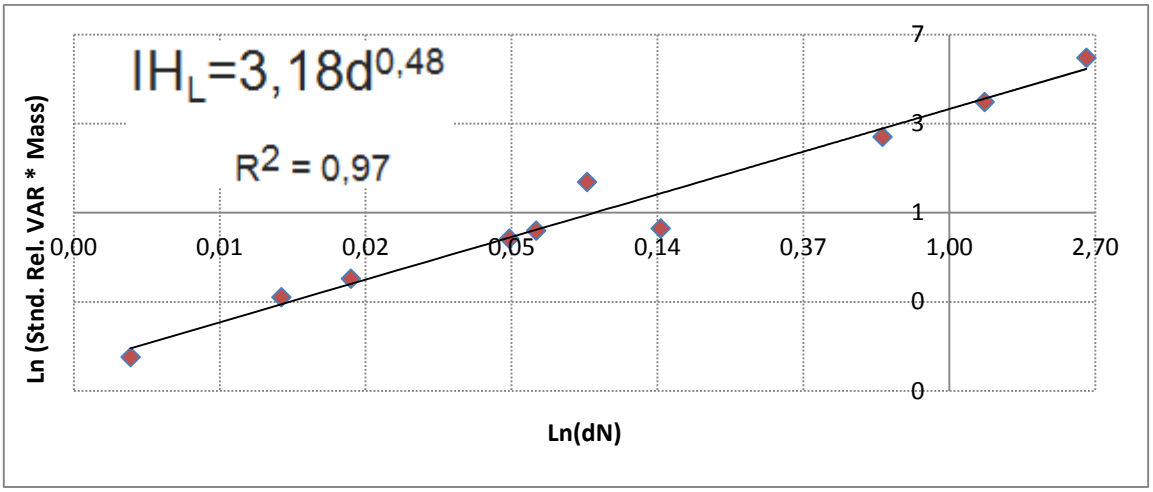
Para todas as 10 frações granulométricas selecionadas para o experimento, foram determinados os teores de alumina disponível e as massas para cada uma das 30 amostras resultantes das divisões (Apêndice G). Em seguida, os dados foram submetidos ao tratamento estatístico descrito por Minnitt et al. (2011) e estão representados na Tabela 5.6.2:

Tabela 5.6.2 – Resultados estatísticos do SFA

Fração (mm)	M.Média (g)	Teor Médio	CV	VAR Rel.	VAR Rel. Pad.	ln(dN)	ln(s^2 × Ms)
-38,1 +25,4	368,1	50,34	0,02	0,0003	0,015	0,932	1,73
-25,4 +12,7	390,3	51,92	0,01	0,0002	0,008	0,239	1,23
-12,7 +6,3	383,4	51,02	0,01	0,0001	0,006	-0,454	0,84
-6,3 +1,4	369,2	50,72	0,01	0,00005	0,002	-1,966	-0,160
-1,4 +0,84	367,9	48,71	0,01	0,00008	0,002	-2,465	0,340
-0,84 +0,60	315,8	51,42	0,01	0,00005	0,003	-2,813	-0,190
-0,60 +0,50	390,1	50,85	0,01	0,00004	0,002	-4,547	-0,280
-0,50 +0,17	375,8	50,19	0,02	0,00003	0,001	-4,07	-0,710
-0,17 +0,11	322,5	49,68	0,01	0,00002	0,001	-4,893	-0,930
-0,11 +0,038	361,8	49,12	0,01	0,0001	0,004	-4,893	0,580

De acordo com a equação 4.3.4, a correlação linear entre variância relativa dos teores versus a massa média das amostras (Figura 5.6.2) nos permite calcular os parâmetros de amostragem *k* e *α*, portanto:

Figura 5.6.2 – Correlação linear entre (var. rel. padrão × massa) e d_N



Desta forma, com os parâmetros de amostragem estimados a partir do teste SFA, a fórmula de Gy pode ser representada na forma da Equação 5.6.3:

$$s^2 = 3{,}18\ d_N^{0{,}48}\left(\frac{1}{M_s} - \frac{1}{M_L}\right) \qquad 5.6.3$$

5.6.3 Avaliação do protocolo de amostragem

Conforme descrito no item 5.4, o protocolo mostra as etapas de amostragem e de preparação de amostras em estudo, assim como o RSD (desvio padrão relativo) total estimado pela equação de Gy não calibrada, e calibrada pelos testes de heterogeneidade HT e SFA a partir de um mesmo material (Figura 5.6.3).

Tabela 5.6.3 – Protocolo de amostragem comparando os três testes de heterogeneidade

Etapa	M_L (g)	M_S (g)	d_N (cm)	S_{FSE} GY	S_{FSE} HT	S_{FSE} SFA
Amostragem Primária	1,5 E+10	15000	5	0,5628	0,42	2,14
Cominuição	15000	15000	2,54	0	0	0
Divisão Primária	15000	2500	2,54	0,5397	0,46	4,07
Peneiramento	2500	2500	0,2	0	0	0
Divisão Secundária	2500	200	0,2	0,0836	0,12	8,23
Pulverização	200	200	0,015	0	0	0
TOTAL				0,784%	0,63%	9,43%

6 CONCLUSÕES

A teoria da amostragem nos propicia o conhecimento do erro que se pode esperar para um dado protocolo de amostragem ou preparação de amostras através dos estudos sobre a heterogeneidade do material. Para que estes estudos possam ser usados de forma confiável, é imprescindível que a amostragem seja realizada de uma forma correta sob o ponto de vista probabilístico.

A fórmula de Gy, muitas vezes criticada pela baixa acuracidade na determinação da variância do erro fundamental de amostragem (FSE), é uma ferramenta de extrema importância, principalmente se as constantes de amostragem k e α forem estimadas por um teste de heterogeneidade adequado e bem executado.

Este trabalho apresentou a comparação entre diferentes métodos para estimar o erro fundamental de amostragem, assim como os cálculos de massa mínima representativa de amostras. Um protocolo de amostragem apropriado requer testes experimentais para que seja determinada a heterogeneidade do depósito, e isto vale para qualquer tipo de minério ou domínio geológico. O teste de heterogeneidade (HT) tem sido utilizado durante décadas e tem provado ser um excelente método para o cálculo de massas mínimas de amostras e para a otimização de protocolos tanto durante a etapa de projeto de empreendimentos mineiros, quanto durante todo o período operacional. Entretanto, os novos testes de heterogeneidade propostos apresentam diferenças significativas nos resultados, as quais devem ser levadas em consideração.

A comparação entre os resultados do teste da árvore (STE) e da análise livre de segregação (SFA) indicam que o erro fundamental de amostragem e o erro de segregação e agrupamento não possuem uma correlação direta. O teste SFA foi desenvolvido com o objetivo de minimizar a influência da variância residual de segregação e agrupamento no enviesamento da curva de calibração, a qual deveria apresentar uma menor variância que a obtida pelo STE. Entretanto, verifica-se que, para fragmentos com diâmetros maiores que 46 mm, o SFA apresenta maiores valores de variância, sugerindo que o erro fundamental de amostragem desempenha um papel mais importante para o material estudado considerando maiores diâmetros de partículas. Além disso, os resultados obtidos nos testes de heterogeneidade HT e SFA, partindo-se de um mesmo material, confirmam que o SFA não elimina por completo o erro de segregação e agrupamento.

Avaliando-se a variância das amostras duplicatas, obedecendo ao protocolo de amostragem e preparação de amostras, verifica-se um valor muito mais próximo ao estimado pelo SFA do que pelos testes HT e STE.

Desta forma, conclui-se que para a bauxita da região de Juruti, o SFA deve ser adotado para a otimização dos protocolos de amostragem devido às seguintes razões:

- minimiza a influência da variância residual de segregação e agrupamento, comparado ao STE,
- apresenta maiores massas mínimas representativas do que o HT, até o diâmetro nominal 167 mm, mostrando-se um teste mais seguro para garantir a representatividade das amostras,
- apresenta uma variância muito mais próxima da variância das amostras duplicatas do que as variâncias estimadas pelos testes HT e STE,
- trata-se de um procedimento mais simples de ser executado que o HT, sem grandes custos para a empresa.

Os resultados mostram, portanto, que a otimização de protocolos de amostragem não é uma tarefa simples, e que diferentes testes de heterogeneidade devem ser realizados, a fim de se avaliar o mais adequado para o protocolo de amostragem de determinado empreendimento mineiro. Este trabalho foi um estudo

para a bauxita da região de Juruti, no oeste do Pará, e suas conclusões não devem ser estendidas para outros tipos de bauxita.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. **Alcoa. Unidade de Juruti, PA.** Apresenta informações relativas a esta unidade, descrevendo recursos e atividades desenvolvidas. 2014. Disponível em: http://www.alcoa.com/brasil/pt/info_page/Juruti.asp. Acesso em: 16 junho 2014.

ALLEN, T.; KHAN, A.A. Critical evaluation of powder sampling procedures. **The Chemical Engineer**, n. 238, p. 108-112, 1970.

ANDRIOTTI, J.L.S. **Fundamentos de estatística e geoestatística.** São Leopoldo: Editora UNISINOS, 2003. 165 p

CARRASCO, P.; CARRASCO, P.; JARRA, E. The economic impact of correct sampling and analysis practices in the copper mining industry. **Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems**, v. 74, n. 1, p. 209-213, 2004.

CHAVES, A.P.; LIMA, J.R.B. Amostragem. In: CHAVES, A.P. et al. **Manuseio de sólidos granulados.** 2.ed. rev. e aprimorada. São Paulo: Oficina de Textos, 2012. Cap. 6, p. 226-322. (Teoria e prática do tratamento de minérios, v. 5).

CHIEREGATI, A. C. et al. Reconciliação pró-ativa em empreedimentos mineiros. **REM:** Revista Escola de Minas, Ouro Preto, v. 61, n. 3, p. 297-302, jul./set. 2008.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO. Escola Politécnica. Ana Carolina Chieregati. **Amostrador setorial estacionário com cúpula.**BR 200706010-A2, 28 jul. 2009.

CHIEREGATI, A.C.; PITARD, F. Fundamentos teóricos da amostragem. In: CHAVES, A.P. et al. **Manuseio de sólidos granulados.** 2.ed. rev. e aprimorada. São Paulo: Oficina de Textos, 2012. Cap. 7, p. 323-364. (Teoria e prática do tratamento de minérios, v. 5).

BRASIL. Ministério das Minas e Energia. Projeto Radambrasil. **Folha SA. 21 Santarém:** geologia, geomorfologia, solos, vegetação, uso potencial da terra. Rio de Janeiro: DNPM, 1976. (Levantamento de Recursos Naturais, v. 10).

FRANÇOIS-BONGARÇON, D. Theory of sampling and geostatistics: an intimate link. **Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems**, v. 74, n. 1, p. 143-148, 2004.

GOES, M.A.C.; LUZ, A.B.; POSSA, M.V. Amostragem. In: LUZ, A.B.; SAMPAIO, J.A.; FRANÇA, S.C.A. (Ed.). **Tratamento de minérios.** 5. ed. Rio de Janeiro: CETEM, 2010. Cap. 2, p. 21-53.

GRIGORIEFF, A.; COSTA, J.F.C.L.; KOPPE, J. O problema de amostragem manual na indústria mineral. **REM:** Revista Escola de Minas, Ouro Preto, v. 55, n. 3, p. 229-233, jul./set. 2002.

GY, P.M. The analytical and economic importance of correctness in sampling. **Analytica Chimica Acta**, v. 190, p. 13-23, 1986.

GY, P.M. **Sampling of heterogeneous and dynamic material systems:** theories of heterogeneity, sampling and homogenizing. Amsterdam: Elsevier, 1992. (Data handling in science and technology, v. 10)

GY P.M. Introduction to the theory of sampling I. Heterogeneity of a population of uncorrelated units**. Trends in Analytical Chemistry**, v. 14, n. 2, p. 67-76, 1995.

GY P.M. **Sampling for analytical purposes.** Chichester: Wiley, 1998.

GY, P.M. Sampling of discrete materials - a new introduction to the theory of sampling I. Qualitative approach. **Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems**, v. 74, n. 1, p. 7-24, 2004.

IPEK H.; ANKARA, H.; OZDAG, H. Technical note: the application of statistical process control. **Minerals Engineering**, v. 12, N. 7, p. 827-835, 1999.

KOYAMA, I.K.; CHIEREGATI, A.C.; ESTON, S.M. Teste de heterogeneidade como método de otimização de protocolos de amostragem. **Brasil Mineral**, N. 299, p. 63-68, set. 2010.

MINNITT, R.C.A.; RICE, P.M.; SPANGENBERG, C. Part 2: Experimental calibration of sampling parameters K and alpha for Gy´s formula by the sampling tree method. **The Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy**, v.107, n. 8, p. 513-518, Aug. 2007.

MINNITT, R.; FRANÇOIS-BONGARÇON, D.; PITARD, F.F. Segregation free analysis for calibrating the constants k and α for use in Gy´s formula. In: WORLD CONFERENCE OF SAMPLING AND BLENDING, 5th., 2011, Santiago. **Proceedings.** Santiago: GECAMIN, 2011. p. 133-150.

MONTORO, E.R.; PORCIÚNCULA, E.W.; OTTONI, M.L. **Estatística aplicada a processos críticos.** Poços de Caldas: ALCOA, 1993.

PITARD, F.F. **Pierre Gy´s sampling theory and sampling practice:** heterogeneity, sampling correctness, and statistical process control. 2nd. ed. Boca Raton: CRC Press, 1993.

PITARD, F.F. Effects of residual variances on the estimation of variance of the fundamental error. **Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems**, v. 74, n. 1, p. 149-164, 2004.

PITARD, F.F. **Pierre Gy's theory of sampling and C.O. Ingamells' poisson process approach.** 2009. Thesis (Doctor of Phylosophy) - Aalborg University, Campus Esbjerg, Denmark, 2009.

SAMPAIO, J.A.; FRANÇA, S.A. **Tratamento de minérios:** práticas laboratoriais. Rio de Janeiro: CETEM/MCT, 2007.

SENIOR ENGENHARIA. **Plano de aproveitamento econômico do projeto Juruti.** Juruti, 2005.

STUART, M.; MULLINS, E.; DREW, E. Statistical quality control and improvement. **European Journal of Operational Research**, v.88, n.2, p. 203-214, Jan. 1996.

YAMAMOTO, J.K.; BARBOSA, L.P.M. **Geoestatística:** conceitos e aplicações. São Paulo: Oficina de Textos, 2013. 215 p.

APÊNDICE A – Dados experimentais obtidos no teste HT

Size	`-38,5+25,4 mm		`-25,4+12,7 mm		`-12,7+6,35 mm		`-6,35+1,41 mm	
Sample	Massa (g)	% Al_2O_3	Massa (g)	% Al_2O_3	Massa (g)	% Al_2O_3	Massa (g)	% Al_2O_3
	M_q	a_q	M_q	a_q	M_q	a_q	M_q	a_q
Am 1	1648,6	49,5	560,6	46,2	65,9	45,72	12,4	48,39
Am 2	1310,7	50,46	426,5	47,23	86,5	50,58	8,7	47,1
Am 3	1510,6	50,39	367,7	48,87	65,7	48,13	10	49,37
Am 4	1390,8	50,67	327,3	48,91	57,2	49,44	8,3	49,95
Am 5	1480	49,43	411,2	45,27	61,1	51,54	11,8	48,69
Am 6	1451,3	49,22	357,3	47,86	63,7	39,2	10,1	49,51
Am 7	1303,2	48,33	345,5	52,54	50,7	49,27	10,7	49,56
Am 8	1506	48,19	398,5	49,64	69	48,76	10,1	48,97
Am 9	1506	46,97	336,9	46,97	69,5	44,37	11,7	49,39
Am 10	1444,6	49,29	398,8	50,43	54,8	50,77	13,9	45,21
Am 11	1679,3	47,72	349,7	45,55	60,6	48,56	10,6	49,76
Am 12	1437,6	49,94	383,5	48,54	52,1	41,79	16,9	45,79
Am 13	1692,1	47,79	379,2	49,12	59,6	50,78	11	48,94
Am 14	1562	49,73	430	48,26	56,5	49,1	13,7	48,59
Am 15	1359,7	50,41	365,4	49,89	57,9	48,42	12,7	48,55
Am 16	1590,2	50,15	390	47,77	52,5	49,8	13,6	49,43
Am 17	1721,2	50,39	390,4	45,94	67,2	45,1	11,6	49,5
Am 18	1361,9	50,9	348,4	41,41	59,6	53,54	12	43,85
Am 19	1597,4	47,81	382,8	47,37	57,8	48,96	13,1	50,04
Am 20	1352	49,03	483,3	47,16	56,6	52,39	14,2	47,52
Am 21	1441,5	49,02	395,2	47,98	68	50,96	15,2	47,77
Am 22	1351,6	49,81	351	50,24	62,2	36,63	13	48,73
Am 23	1681,6	50,96	423	47,67	66,1	46,61	10,8	50,62
Am 24	1382,4	51,8	409,4	47,37	63,5	46,05	10,2	50,41
Am 25	1538,6	48,76	394,6	46,97	63,4	49,11	15,2	47,37
Am 26	1432,8	47,92	398,4	49,15	63,4	47,9	11,1	49,33
Am 27	1606,2	49,74	489,3	48,89	60,5	46,89	11,1	49,52
Am 28	1639	45,93	320,9	51,37	76,9	48,25	11,1	47,46
Am 29	1326,9	48,67	317,9	53,05	77,5	45,61	10,3	50,62
Am 30	1769	51,57	393,8	48,75	68,1	49,91	13,8	51,93
Am 31	1622,8	45,05	311,7	47,7	65,1	49,16	10,5	48,97
Am 32	1532,7	48,29	363,5	48,12	74,5	46,05	12	48,43
Am 33	1326,4	49,11	372	46,98	55,3	47,38	10,1	47,69
Am 34	1527,6	48,95	340,6	49,78	67,9	42,75	9,7	51
Am 35	1433,6	50,19	312,2	44,97	77,5	49,46	11,1	46,28
Am 36	1609,5	51,94	530,8	50,15	62,9	46,24	10,8	49,39
Am 37	1640,9	47,38	521,8	48,8	54,6	49,63	10,6	49,13
Am 38	1711,7	50,98	373,4	46	71,5	41,73	10,9	51,12
Am 39	1513,5	49,77	309,6	49,48	68	49,13	12,8	50,77
Am 40	1670,8	48,6	424,3	47,7	71,4	47,85	11,6	48,41
Am 41	1794,9	48,41	384,2	51,68	55,9	46,81	10,5	48,69
Am 42	1456,5	46,96	372,3	45,77	76,2	45,57	11,6	48,33
Am 43	1728,8	48,97	396,1	50	69,8	47,02	10,1	48,69
Am 44	1400,6	49,65	345,9	46,8	62,1	49,8	11	45,57
Am 45	1486,1	50,51	459,5	48,67	53,3	46,01	11,5	47,28
Am 46	1840,2	49,53	379,2	46,94	59,4	48,45	10,7	48,19
Am 47	1417,1	46,42	300,7	51,4	75,9	46,53	10,6	48,79
Am 48	1437,6	45,91	526,9	48,6	70,9	46,06	11,1	43,89
Am 49	1871,9	49,44	351,5	47,29	54,9	48,12	10,5	48,91
Am 50	1396,8	49,39	385,3	49,2	70,1	49,52	10,5	49,89

APÊNDICE B – Dados experimentais obtidos no teste STE

25,4 mm			6,35 mm			2,0 mm			0,10 mm		
Peso Total (g)	Peso (g)	Al2O3 Av	Peso Total (g)	Peso (g)	Al2O3 Av	Peso Total (g)	Peso (g)	Al2O3 Av	Peso Total (g)	Peso (g)	Al2O3 Av
484,8	59,5	47,27	427,6	47,4	47,63	419,5	46,9	48,07	559,1	59,9	47,97
490,4	59,0	49,20	421,9	48,7	48,77	400,1	32,1	47,70	539,0	49,8	47,78
454,0	55,3	46,87	523,3	49,7	48,75	401,0	45,9	48,31	335,0	40,4	48,20
493,3	54,2	47,64	533,9	50,2	47,65	425,9	37,6	48,38	330,7	41,1	47,69
514,3	57,3	50,15	441,7	55,9	47,98	455,5	58,1	48,24	428,0	54,2	48,04
474,7	49,4	50,10	443,5	54,1	46,96	411,2	34,6	47,53	462,0	60,5	47,62
449,1	46,6	49,80	457,0	52,6	47,85	400,1	51,4	47,30	343,7	44,0	47,52
471,1	54,3	46,48	458,9	56,3	48,32	405,0	43,8	47,88	354,5	45,2	47,83
479,8	52,3	49,31	465,9	58,0	47,52	513,6	64,9	47,95	378,5	47,4	47,41
512,6	56,5	48,49	459,5	54,3	47,87	473,7	45,5	48,35	351,4	46,5	47,50
480,6	50,3	50,16	444,2	54,9	47,87	485,0	57,7	49,96	387,4	49,5	48,69
502,3	50,6	49,20	493,6	60,2	48,32	437,7	46,1	47,53	411,6	50,8	48,34
500,6	35,9	48,60	441,9	41,8	47,01	464,2	60,2	47,21	481,3	62,7	48,22
498,8	37,0	49,74	458,0	56,8	47,85	450,8	44,0	47,12	482,0	62,0	48,41
450,8	37,2	47,69	497,8	61,2	48,27	477,7	61,8	44,97	511,3	64,8	48,39
467,3	39,2	48,88	418,1	51,8	47,63	489,4	48,8	48.34	549,0	52,3	48,27
476,7	39,0	48,54	426,4	51,8	47,20	495,1	63,0	48.39	487,3	65,7	48,22
506,2	41,5	48,53	473,3	59,9	47,85	448,2	43,3	48.18	397,9	49,8	48,25
462,1	36,0	48,26	414,7	52,1	48,83	449,1	59,0	47.92	387,0	49,0	48,36
471,8	51,3	47,07	470,6	59,3	48,27	447,5	44,3	48.22	390,4	47,4	48,25
468,5	37,8	47,04	476,7	59,5	48,32	455,5	59,6	48.29	312,3	39,8	48,36
502,9	51,9	45,66	464,3	59,1	48,34	481,9	45,8	48.36	467,1	58,7	48,22
465,2	40,3	46,39	445,9	55,8	47,24	493,5	62,3	48.34	382,4	46,3	48,32
440,0	46,0	48,31	498,2	62,5	47,55	460,3	45,9	48.53	351,9	50,3	48,34
471,3	35,8	47,02	479,2	59,0	48,78	440,1	56,2	47,50	370,4	49,0	48,20
472,3	47,7	47,93	438,1	53,1	48,29	452,6	44,7	47,43	345,6	42,2	47,99
447,9	38,2	47,98	434,9	49,6	47,41	510,1	50,3	47,36	369,5	45,2	47,90
479,0	55,6	48,77	472,8	59,2	47,43	519,2	53,2	46,35	386,1	46,2	48,08
446,5	39,4	47,00	470,3	57,5	46,26	509,1	59,6	47,66	352,0	41,1	47,69
484,2	56,4	47,00	462,2	57,9	47,63	526,1	51,2	47,22	306,6	38,7	47,73

APÊNDICE C – Dados experimentais obtidos no teste SFA

1"		1 / 2 "		1/4"		14 #		20 #		28 #		35 #	
Massa (g)	%Al2O3	Massa (g)	%Al2O3	Massa (g)	%Al2O3	Massa (g)	%Al2O3	Massa (g)	%Al2O3	Massa (g)	%Al2O3	Massa (g)	%Al2O3
396,1	48,44	148,60	49,55	178,80	50,66	108,50	50,34	60,00	48,43	27,70	48,99	42,20	50,11
288,7	50,74	198,70	50,89	166,30	49,12	116,00	49,40	60,40	48,16	28,10	49,37	43,40	50,21
266,5	51,70	152,40	49,48	177,20	49,57	115,20	49,89	58,10	47,37	26,50	49,34	41,80	49,93
290,1	50,09	162,50	50,05	175,60	48,95	112,40	50,37	56,80	48,04	28,10	49,58	42,50	50,05
305,2	51,81	145,60	53,26	178,40	47,32	106,20	51,57	61,20	47,50	27,50	49,02	46,80	49,85
312,9	48,05	188,20	51,52	179,50	48,43	108,40	50,61	60,40	47,49	27,30	49,95	42,80	50,15
350,4	52,87	197,50	44,72	179,60	49,87	117,80	51,13	58,20	47,97	28,30	49,61	43,80	49,63
401,2	55,05	165,20	52,91	179,50	48,97	118,40	51,95	56,70	47,58	28,10	49,42	45,20	49,51
400,5	48,40	148,20	49,38	162,00	48,69	112,40	50,83	61,20	47,67	29,40	49,02	46,50	49,10
394,5	50,12	149,50	50,57	159,80	50,30	110,30	50,13	60,80	47,39	30,40	50,56	42,10	49,24
389,1	50,23	151,20	49,78	159,30	46,95	116,80	50,54	61,40	47,30	29,70	49,19	43,50	49,18
401,2	49,84	148,20	50,63	162,40	49,32	117,80	50,90	60,40	47,75	25,40	49,68	47,10	49,08
402,1	53,58	162,10	52,91	181,00	48,07	107,80	50,91	58,40	48,17	23,50	49,60	46,50	49,41
380,5	48,86	150,10	51,64	190,50	49,39	112,40	51,15	59,20	48,54	28,10	49,49	42,30	49,19
370,5	51,30	142,80	52,57	168,40	48,78	116,80	49,86	61,20	47,80	27,60	50,21	43,10	49,22
392,5	50,79	188,60	51,16	178,10	49,35	112,40	50,59	60,80	48,05	26,50	49,03	42,50	50,24
392,4	47,63	184,50	55,06	179,40	49,61	109,20	50,71	60,40	48,40	24,70	49,43	41,60	49,40
368,9	51,63	198,40	50,08	182,40	47,88	110,20	50,57	59,30	47,31	27,60	48,89	46,20	50,73
410,1	44,65	198,40	50,98	185,20	48,59	115,20	50,82	57,20	48,54	27,30	49,25	42,30	49,85
395,4	54,17	199,10	53,20	169,20	48,49	116,20	49,95	58,20	47,06	28,50	48,80	45,20	51,12
388,4	52,30	148,20	52,97	164,80	46,43	114,80	50,63	57,40	46,70	26,40	50,26	43,50	49,72
375,6	53,94	149,20	51,95	166,70	48,89	110,80	49,30	61,20	47,88	29,30	49,07	43,60	49,42
299,4	51,35	188,60	51,53	185,20	48,67	112,40	50,33	62,40	47,19	27,40	49,53	42,50	49,21
315,4	51,84	187,50	50,94	179,40	49,46	117,50	49,51	59,20	47,32	28,50	49,68	41,20	49,04
346,8	52,83	186,20	51,11	178,30	49,54	116,40	50,23	62,10	47,67	29,50	50,60	40,80	49,94
397,2	52,87	142,50	51,11	184,20	47,15	115,40	49,98	63,50	47,47	26,40	49,89	41,70	48,26
362,4	49,56	145,20	52,13	195,20	49,17	113,40	50,95	59,40	48,01	27,30	49,70	43,50	49,94
299,9	52,85	146,70	51,96	197,50	48,81	110,50	50,69	61,20	46,96	24,80	49,63	42,10	49,63
324,1	50,60	188,70	51,40	178,20	48,06	119,20	50,82	60,10	48,19	29,30	49,37	41,80	49,73
384,2	51,19	183,20	49,60	176,30	48,75	110,40	50,57	57,20	48,27	28,20	49,31	40,60	49,80

48 #		65 #		100 #		150 #		200 #		270 #		400 #	
Massa (g)	%Al2O3	Massa (g)	%Al2O3	Massa (g)	%Al2O3	Massa (g)	%Al2O3	Massa (g)	%Al2O3	Massa (g)	%Al2O3	Massa (g)	%Al2O3
26,30	48,65	39,50	50,32	40,50	50,20	46,50	53,42	33,90	51,87	41,40	50,66	39,70	49,17
26,80	48,29	37,30	49,43	40,60	49,74	46,20	53,76	35,10	50,76	41,00	50,17	39,90	49,76
26,40	50,27	39,50	50,96	39,50	49,78	45,00	53,25	33,80	49,75	40,90	50,28	40,00	50,24
25,90	49,35	39,20	50,10	39,50	50,15	45,90	53,15	33,40	50,36	40,50	50,98	40,10	50,28
25,80	51,14	36,80	49,36	40,20	50,99	46,10	53,70	34,10	50,65	40,70	50,51	39,70	49,95
26,10	49,96	37,20	49,21	40,70	51,17	46,30	53,71	34,20	50,78	41,00	51,56	39,50	50,31
26,20	50,94	35,80	50,00	40,50	49,10	46,70	53,26	35,00	51,40	41,20	50,35	39,60	50,06
27,10	49,26	38,50	49,68	39,50	50,35	47,00	52,87	34,20	49,36	41,30	50,93	40,10	49,79
26,40	50,45	38,50	49,48	40,30	50,35	46,30	52,62	33,90	50,25	40,90	50,49	40,00	50,29
26,90	50,17	39,20	50,26	40,70	50,17	46,50	53,39	34,10	51,70	39,90	50,65	39,00	49,52
26,30	50,98	39,70	48,97	41,00	50,26	45,90	52,69	35,10	51,88	39,80	50,25	39,90	49,90
26,70	49,23	37,20	50,48	41,90	51,07	45,80	52,15	34,10	51,53	41,00	51,04	39,70	49,78
26,80	51,36	36,70	49,75	39,80	50,39	46,10	53,21	34,80	50,04	41,20	50,67	39,80	50,09
26,30	50,06	39,10	50,01	39,20	49,97	46,80	52,76	35,10	51,72	40,90	50,69	40,00	50,12
26,40	51,10	38,20	51,37	39,50	49,33	46,70	53,21	33,20	51,30	41,70	50,59	39,00	50,18
26,50	49,74	36,90	49,00	40,30	51,46	47,10	52,97	33,60	50,33	41,50	51,03	39,00	49,95
26,50	51,83	35,90	50,10	39,70	51,00	47,00	53,44	33,70	50,06	40,80	51,72	40,00	49,81
26,40	49,90	39,00	49,60	39,20	51,34	46,00	52,76	34,60	51,51	40,20	49,91	39,80	50,74
26,90	50,57	40,00	49,73	40,20	49,82	46,20	52,76	37,20	51,06	41,20	49,17	39,70	49,83
25,90	50,33	39,10	49,43	40,70	50,66	46,90	53,13	33,90	50,90	39,90	51,13	40,10	49,97
25,80	51,43	37,20	50,42	40,80	49,72	45,80	53,08	33,70	50,58	39,80	49,75	40,10	50,00
26,10	49,98	37,80	49,36	39,90	51,59	45,30	53,21	33,50	51,70	41,00	49,60	39,50	50,30
26,80	51,44	37,20	49,33	40,10	50,88	46,20	53,68	34,20	51,59	41,20	50,19	39,40	50,06
26,90	48,94	38,20	50,60	38,20	50,55	46,20	53,06	34,70	51,17	41,10	50,77	38,90	50,01
26,00	50,69	39,20	48,66	38,70	49,92	46,70	52,83	35,00	49,81	41,20	50,24	39,20	50,28
26,90	50,69	37,20	49,98	40,70	51,10	46,10	52,71	35,10	51,14	40,90	50,29	39,40	49,74
26,40	51,38	37,00	49,43	40,50	51,35	46,80	53,31	34,20	50,07	40,80	49,35	40,10	50,31
25,80	50,23	38,50	49,62	38,20	51,08	46,10	52,89	35,00	49,76	40,10	51,72	39,50	50,16
25,10	51,75	38,60	48,82	41,00	50,44	45,20	53,77	33,60	50,10	40,30	50,72	38,90	50,30
25,90	49,64	39,20	49,95	40,70	50,52	45,00	53,45	33,70	51,92	41,20	50,47	39,50	50,14

APÊNDICE D – Dados experimentais obtidos a partir das amostras duplicatas

Alumina Disponivel	
Amostra Oficial	Amostra Duplicta
+20#	+20#
49,69	51,76
46,93	42,97
51,35	52,07
46,74	48,16
45,14	45,03
45,01	47,06
53,44	54,29
38,42	36,82
42,52	39,75
40,79	41,98
48,27	49,05
53,11	50,32
53,38	54,05
49,50	50,14
40,25	39,52
50,84	51,28
50,76	48,53
47,37	45,82
47,34	45,04
52,02	52,96
59,30	59,75
50,28	49,67
49,74	49,49
43,61	41,95
38,18	38,15
52,90	53,88
53,54	52,34
46,17	46,46
43,85	47,42
33,91	33,77

APÊNDICE F – Dados experimentais obtidos no teste HT

Size	`+1		`+1/2		`+1/4		`+14#	
Sample	Massa (g)	% Al2O3	Massa (g)	% Al2O3	Massa (g)	% Al2O3	Massa (g)	% Al2O3
	Mq	aq	Mq	aq	Mq	aq	Mq	aq
Am 1	1703,2	51,54868	541	50,64029	77,7	51,69158	12	48
Am 2	1784,6	51,70178	513	51,46703	74,8	52,54894	10,2	47,97
Am 3	1715,8	51,77323	497,5	51,45682	62,9	51,74261	13,4	48,29274
Am 4	1701,2	51,98757	503,9	51,8753	46,1	50,3545	10,5	47,67014
Am 5	1375,9	52,54894	497,6	51,20165	57,9	50,74235	10,9	47,8
Am 6	1317,4	51,84468	464,9	51,8855	52,1	52,07943	10,5	47,57828
Am 7	1239,5	52,0386	440,2	51,99778	51,1	52,47749	13,1	48,63977
Am 8	1754	52,4877	420,5	52,4979	62,7	50,71173	13,5	47,78241
Am 9	1728,7	51,91612	410,6	51,93654	59,9	51,85488	11,9	49,55838
Am 10	1799,1	51,09959	406,5	51,63034	69,2	51,28331	11,9	48,50709
Am 11	1631,8	50,06871	313,8	52,09984	62,3	52,0284	12,6	47,69055
Am 12	1549,9	52,00798	398,4	52,06922	62,9	51,25269	12,2	48,81329
Am 13	1766,6	50,74235	371,3	51,68137	64,3	52,31418	12,2	49,26238
Am 14	1533,7	51,36496	336,9	51,98757	67	53,81457	13,8	47,03732
Am 15	1545,6	51,02814	357	51,24248	64,6	51,63034	13,7	47,8
Am 16	1422,2	52,43666	317,4	50,41574	65,8	52,63059	13,2	47,9
Am 17	1714,2	51,28331	375	52,20191	55,4	53,19196	12,5	47,40476
Am 18	1614,3	51,93654	353,7	50,75256	53,8	50,99752	12,8	48,42543
Am 19	1469,3	52,36522	360,9	50,34429	61,3	52,63059	13,2	47,57828
Am 20	1331,7	51,33434	313	51,16083	51,3	52,3448	14,1	47,9
Am 21	1557,4	52,36522	369,7	51,00773	62	50,65049	12	46,21058
Am 22	1539,5	51,65075	439,4	51,49765	60,5	50,28305	13,2	47,69055
Am 23	1634	50,8138	442,1	50,45656	59,3	53,75333	18,4	48,27233
Am 24	1493,5	51,40579	435,8	51,03835	47,1	51,20165	16,7	47,97
Am 25	1525	52,25294	470,7	50,52801	47,5	50,94649	14,6	47,11897
Am 26	1495,3	51,26289	325,8	51,97736	66,7	52,947	15,9	48,64998
Am 27	1403,2	50,8138	349,9	52,24274	53,7	51,29351	15,7	46,93525
Am 28	1527	51,49765	334,6	51,39558	66,9	53,03886	18	48,29274
Am 29	1470,6	50,95669	375,4	52,43666	47,8	51,90592	16,9	47,97
Am 30	1448,1	51,44661	376,4	52,15088	47,5	52,12026	11,8	47,97
Am 31	1595	51,67116	381,6	52,29377	48,7	53,7125	14,1	47,97
Am 32	1437	52,22232	331,6	52,06922	72,1	52,07943	17,8	49,69106
Am 33	1509,5	52,61018	426,3	51,69158	64,2	52,47749	15,9	47,8
Am 34	1384,4	51,32413	453,2	51,51806	65,2	50,88525	15,5	47,6
Am 35	1359,7	52,42646	460,4	50,93628	75,6	53,05927	16,1	47,09856
Am 36	1637,5	50,98731	411,6	51,22207	81	51,65075	15,8	48
Am 37	1590,7	51,96716	433,6	53,11031	78,8	51,82426	15,4	48,00696
Am 38	1496,2	51,85488	450,6	51,39558	74,2	51,7222	13,9	47,8

Am 39	1585	51,82426	426,8	51,80385	66,2	49,32362	13,8	47,97
Am 40	1537,3	51,85488	384,4	51,5793	67,6	50,53822	15,2	48,90515
Am 41	1498,9	51,81406	385,4	51,34455	47,3	52,30398	15,6	49,08887
Am 42	1509,9	52,38563	408,4	53,27361	49,9	50,94649	13,4	47,97
Am 43	1402,2	50,17078	431,4	51,54868	52,4	49,30321	13,9	48,19068
Am 44	1392,8	51,59972	393	51,55889	52,5	52,52853	15,6	47,9
Am 45	1488,6	51,41599	367,6	52,20191	53,2	53,06948	14,7	47,0067
Am 46	1578,5	50,72194	368,8	52,42646	47,3	52,0284	16,4	49,93602
Am 47	1565	50,94649	429,3	51,8753	51,4	50,78318	14,1	47,9
Am 48	1370,6	52,22232	408,4	51,71199	44,3	51,45682	13,7	48
Am 49	1522,6	50,72194	474,9	50,91587	76,2	52,39584	14,8	47,8
Am 50	1356,1	51,52827	431,2	52,01819	65,4	51,8855	13	47,97

APÊNDICE G – Dados experimentais obtidos no teste SFA

1"		1 / 2 "		1/4"		14 #		20 #		28 #		35 #		80 #		150 #		400 #	
Massa (g)	%Al2O3	Massa (g)	%Al2O3	Massa (g)	%Al2O3	Massa (g)	%Al2O3	Massa (g)	%Al2O3	Massa (g)	%Al2O3	Massa (g)	%Al2O3	Massa (g)	%Al2O3	Massa (g)	%Al2O3	Massa (g)	%Al2O3
395,6	48,83	361,6	51,95	397,3	49,98	402,2	50,85	357,7	48,00	315,6	51,52	408	50,99	402,3	50,14	318,1	49,73	355,4	49,00
392,1	51,47	362,5	53,32	386,2	51,18	384,2	51,36	355,2	48,45	311,6	52,10	405,3	51,11	400	50,41	356	49,76	349,6	49,12
404,1	50,81	389,9	52,18	394,3	50,64	364,2	50,99	331,8	48,50	309	51,74	404,5	51,09	403,5	50,03	361,6	50,17	378	49,07
402,1	50,56	375	51,53	377,5	51,30	384,4	50,89	361,5	48,28	313,9	51,38	401,1	50,78	403,2	50,44	328,1	49,61	366,1	49,14
396,2	50,83	385,1	52,02	402	50,58	360,8	51,17	368,4	48,36	310,6	51,73	394,9	51,18	344,6	49,87	320,3	49,58	356,8	49,17
357,4	49,35	350,5	51,82	379,2	51,12	366,7	51,17	371,5	48,66	317,1	52,14	394,5	51,12	378,6	49,88	333,7	50,04	364,7	49,48
335,2	49,41	408,2	52,60	374,3	50,93	404,7	50,83	375,3	48,56	305,8	51,46	397	50,58	359,7	49,78	322,9	49,79	361,2	49,37
333,9	51,03	404,4	52,38	361,4	51,08	324,1	50,63	378,9	48,22	310,4	51,88	407,1	51,59	404,7	50,32	325	49,62	369,1	49,35
382,7	49,53	410,6	51,94	362,7	51,99	345	50,49	382,2	48,50	318,9	51,60	408,2	50,94	387	49,73	302,3	49,75	371,8	49,34
399,8	51,23	385,7	52,57	377,7	51,13	344	50,91	347,5	48,74	325	50,96	394,8	50,61	408,1	50,23	301,7	49,84	358,3	48,77
359,8	49,70	405,3	51,06	402,4	51,51	293,7	50,48	367,3	48,03	317,4	50,66	374,9	50,54	372,9	49,92	320,7	49,48	352,3	49,12
371,1	50,41	403,8	51,48	369,4	50,81	360,3	50,86	348,4	48,60	314,8	51,78	387	50,65	344,4	50,21	342,2	49,47	353,8	49,35
372,4	49,38	408,2	52,22	393	51,32	322	50,66	366,6	49,32	314,7	51,39	373,5	50,62	387,8	49,96	352,9	49,56	355,6	48,86
383,9	50,74	398,4	52,26	370,7	50,80	357,9	50,59	354,8	48,89	316,2	51,08	439,5	50,39	389,5	49,92	373,6	49,63	371,5	49,20
401,6	50,37	399,1	51,69	381,3	51,33	371,4	50,68	362,8	48,81	299,4	51,32	404,2	50,66	402,2	50,02	393,2	49,88	355,9	49,12
368,8	48,91	415,1	51,14	379,2	51,96	375,2	50,28	407,1	48,82	347,5	51,49	396,7	51,05	328,5	50,36	366,5	49,54	360,2	49,12
369,1	49,97	379,8	52,44	384,3	49,65	386	50,58	357,1	48,55	276,2	51,31	409,9	50,95	335,6	50,07	321,8	49,34	356,4	49,12
409,3	50,82	399,6	52,10	400	51,13	391,1	51,47	357,1	48,28	303,8	51,36	395,8	51,23	348,6	50,36	308	50,03	356,2	49,05
378,9	50,77	383,5	51,52	380,7	51,54	384,9	49,97	357,4	48,54	326,1	51,49	388,6	50,81	347,9	50,51	280,6	49,82	373,7	48,80
377,5	50,25	430,1	53,41	394,1	50,05	400,2	50,46	368,5	49,11	354	51,28	358,9	51,15	366,1	50,30	305,8	49,66	373,5	49,41
336,4	50,96	425,6	51,70	378,4	51,16	370,7	50,48	364,8	48,50	350,3	50,85	376	50,58	347,1	50,29	310	49,70	348,4	48,73
383,4	49,03	390,1	51,93	390,5	51,57	334,7	50,56	372,8	48,86	341,6	51,52	383	50,55	396,6	50,60	306,5	49,47	363,4	49,33
348,7	51,07	364	52,75	353,4	50,00	434,7	50,61	367,7	48,68	320,1	51,06	388	51,27	383	50,56	321	49,05	372,2	49,05
375,8	50,71	389,2	50,94	374	51,16	355	50,98	387,5	49,31	285,4	51,01	368,3	50,18	361,3	50,62	310,3	49,99	384,3	48,90
315,3	50,03	345,9	51,42	345,4	51,24	376,7	50,53	329,4	48,37	314,7	51,63	383,1	50,89	396,4	50,34	311,2	50,07	354,8	49,26
368,3	51,55	408,7	50,42	373,5	50,96	357,4	50,83	329,6	48,81	324,4	51,28	388,2	50,89	386	50,14	282,7	49,69	364,4	49,22
329,5	51,13	365,6	51,21	343,6	50,88	378	51,12	401,6	49,74	320,2	50,74	361,8	50,80	367,9	50,06	309,4	49,70	369	48,94
314,8	48,62	384,3	52,43	413,5	51,73	376,2	50,49	401,4	49,30	298,3	51,53	374,8	50,93	400,4	50,40	293,9	49,53	333,4	48,97
319	51,88	389,5	51,89	433,8	50,82	369,6	50,45	398,9	49,66	314,8	51,32	400,2	51,13	346,8	50,43	298	49,25	336,7	49,30
359,7	50,75	391,1	51,21	427,6	51,14	398,5	50,15	404,8	48,75	296	51,84	335,2	50,37	373,2	49,87	297,8	49,71	385,8	49,01