PAULO ROGÉRIO MENESES DE SOUSA

ESCALONAMENTO DE TANQUES CONDICIONADORES UTILIZADOS
NA FLOTAÇÃO DE APATITA

Dissertação apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para obtenção
do Título de Mestre em Engenharia.

São Paulo
2010

PAULO ROGÉRIO MENESES DE SOUSA

ESCALONAMENTO DE TANQUES CONDICIONADORES UTILIZADOS NA FLOTAÇÃO DE APATITA

Dissertação apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para obtenção
do Título de Mestre em Engenharia.

Área de Concentração:
Engenharia Mineral

Orientador:
Prof. Dr. Laurindo de Salles Leal Filho

São Paulo
2010

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com anuência de seu orientador.

São Paulo, 20 de dezembro de 2010

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

FICHA CATALOGRÁFICA

Sousa, Paulo Rogério Meneses de
Escalonamento de tanques condicionadores utilizados na
flotação de apatita / P.R.M. de Sousa. - ed.rev.-- São Paulo, 2010.
134 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo. Departamento de Engenharia de Minas e de
Petróleo.

1. Hidrodinâmica 2. Fosfatos 3. Agitação de líquidos (Proces-
sos) I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departa-
mento de Engenharia de Minas e de Petróleo II. t.

Dedico:

Primeiramente a Deus por ter me dado força em todos
esses anos de dificuldades e conquistas.

Aos meus pais Antônio Freire e Maria Aparecida (*in
memoriam*) pelo exemplo de vida, amor, honestidade e
perseverança.

À minha avó Maria e avô José por terem me acolhido,
dando continuidade a educação, amor e apoio.

Ao meu irmão Mário Flávio e Tia Denise, pelo convívio
agradável e harmonioso.

AGRADECIMENTOS

Agradeço:

Ao Prof. Dr. Laurindo de Salles Leal Filho, pela oportunidade em realizar este trabalho, pela orientação, compreensão, e por estar sempre presente para esclarecimentos sobre o trabalho e outros assuntos ligados a Engenharia Mineral.

Ao Prof. Dr. Deovaldo de Moraes Júnior, persistente e amigo que, com diretrizes seguras e muita paciência colaborou muito para o desenvolvimento deste trabalho. Meu agradecimento se estende à Unisanta por permitir o uso de seus equipamentos e instalações.

À CAPES, pela concessão da bolsa de estudos, em períodos distintos, durante a realização deste trabalho.

À USP e todo seu corpo docente, em especial aos professores do curso de Engenharia Mineral, colaborando para meu crescimento científico e intelectual.

Aos técnicos da Unisanta do laboratório de Engenharia Química Gilmar Alcântara e Volnei de Lemos, e ao técnico da oficina de Engenharia Mecânica Irineu da Penha pela disposição e contribuições prestadas.

Aos estagiários do laboratório de operações unitárias da Universidade Santa Cecília pela colaboração nos experimentos realizados.

Ao grupo do LFQI: Thiago, Marisa, Célio, Daniela, Fernando, Odair, Adriana, Kelly, Simone e também à Ivani pelo conhecimento passado.

À Marlene pelo apoio e amizade.

Aos meus familiares e amigos, pela dedicação, apoio, amizade e paciência durante a realização deste trabalho.

A minha namorada Daniele (Dani), que esteve sempre ao meu lado durante o decorrer deste projeto, com muito amor, carinho, apoio e compreensão.

A todos que de uma maneira ou de outra colaboraram para a elaboração deste trabalho.

Obrigado!

São para as pessoas mais fortes
que Deus concede mais desafios.

RESUMO

Este trabalho estudou a aplicação de oito métodos clássicos de escalonamento de tanques condicionadores, testando sua validade para dois tanques de geometria semelhante, mas com diferentes volumes ($V_1=10\text{dm}^3$ x $V_2=49\text{dm}^3$). No interior dos tanques, operavam impulsores (diâmetro $D_1=0,078\text{m}$ x $D_2=0,132\text{m}$) que exibiam três distintos desenhos (2 pás versus 4 pás inclinadas em 45° versus turbina de Rushton). Sua rotação (N_1 no tanque menor x N_2 no tanque maior) visava à suspensão de partículas grossas de apatita (diâmetro médio = $254\mu\text{m}$) em polpas com 40% de sólidos em massa. Para balizar o escalonamento, adotou-se como variável de controle a mínima rotação do impulsor (N_{js}) que é capaz de fazer com que nenhuma partícula repouse no fundo do tanque por mais do que 1 ou 2 segundos ("Critério 1-s"), além de perfis axiais de distribuição de sólidos e a extensão da Zona Turbulenta versus Zona Quiescente no interior dos tanques. A diferença entre o valor previsto de N_{js} para o tanque de 49dm^3 (N_2) pelos métodos de escalonamento versus o valor de N_{js} (N_2) determinado experimentalmente foi expressa como erro percentual (E). Consideraram-se como adequados para a aplicação que constitui o objetivo desta dissertação todos os métodos que exibiram $E<10\%$. Para o impelidor de 2 pás inclinadas, a adequação do método baseado na constância da razão potência/volume ($E=2\%$) e também do método empírico de Rautzen ($E=6\%$), indica a expressão $N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{0,67-0,75}$ para a aplicação desejada. Considerando o impulsor de 4 pás inclinadas, a adequação do método da constância da razão potência/volume ($E=4\%$); assim como dos métodos empíricos de Rautzen ($E=0\%$) e Zwietering (5%), sugere o uso da expressão $N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{0,67-0,85}$. Para a turbina de Rushton, o único método que exibiu $E\leq 10\%$ foi o da constância da relação potência/volume ($E=8\%$), cuja expressão é $N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{0,67}$. Uma vez que a determinação do valor real de N_2 foi baseada numa técnica experimental influenciada pelas limitações do observador, pode-se inferir que uma expressão geral de escalonamento do tipo $N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{0,75}$ atende aos propósitos desta aplicação. Por outro lado, o uso da relação $\frac{P}{V}$ provê um critério mais objetivo para se balizar o escalonamento, haja vista que ele se adequou a todos os três tipos de impelidores contemplados por este estudo.

Palavras-chave: escalonamento, tanques, suspensão de partículas, apatita.

ABSTRACT

This work has studied the application of eight classical methods appointed by literature to accomplish the scale-up of stirred tanks which aimed to suspend slurries of 40% of solids, containing coarse (mean diameter=254 μ m) apatite particles. The validity of the methods was accomplished by using two tanks of similar geometry but different capacity ($V_1=10\text{dm}^3$ versus $V_2=49\text{dm}^3$), together with impellers of different diameter ($D_1=0,078\text{m}$ versus $D_2=0,132\text{m}$) and design (turbine of 2 or 4 blades inclined at 45° and Rushton turbine). To assist the process of validation, the impeller speed (N_{js}) under which no particle rests on the bottom of the tank for more than 1-2 seconds (1-s Criterium") was used together with the axial profile of solids percent distribution plus the extension of the turbulent versus quiescent zones within the two tanks. For any of the eight scale-up methods, the difference between the predicted value of N_{js} (N_2) for the 49dm^3 tank and the actual value (experimental) of the same variable was determined and its magnitude was expressed in terms of the "percent error" (E). The methods that yielded $E<10\%$ were considered as suitable for the aimed application. Considering the 2-inclined blade impeller, low value of E yielded by the method based on the constancy of the ratio power/volume ($E=2\%$) and also by the empiric method of Rautzen ($E=6\%$)

indicate that the expression $N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{0,67-0,75}$ is suitable for the desired application.

Regarding the 4-inclined blade impeller, because the method based on the constancy of the ratio power/volume ($E=4\%$) and also the empiric methods of Rautzen ($E=0\%$) and

Zwietering ($E=5\%$) yielded the lowest values of E, the expression $N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{0,67-0,85}$ is

suitable for the aimed application. Moreover, for the Rushton turbine, only the method based on the constancy of the ratio power/volume ($E=8\%$) was adequate for the aimed

application and, thus, the expression $N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{0,67}$ is suitable for the purpose of this

dissertation. Once the actual value of N_2 is determined by visual observation, it is not possible to get very accurate results. This way, a generic scale-up expression is

proposed: $N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{0,75}$. On the other hand, the ratio $\frac{P}{V}$ may provide a more

objective criterium for scale-up, because the three sort of impellers used in this study yielded $E<10\%$ when the power/volume method was applied for the purpose of scale-up.

Key-words: scale-up, stirred tanks, particle suspension, apatite.

LISTA DE FIGURAS

CAPÍTULO 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Figura 2. 1 - Partes do equipamento e relações geométricas fixadas inicialmente por Rushton, Costich e Everett (1950). 1: Tanque; 2: Nível do líquido; 3: Eixo do motor; 4: Chicanas ou defletores; 5: Impelidor tipo turbina de 6 pás planas. $S_1 = D/T = C/T = 1/3$; $S_2 = C/D = 1$; $S_3 = L/D = 1/4$; $S_4 = W/D = 1/5$;.....	24
Figura 2. 2 - Esquema de tanques cilíndricos verticais com vários tipos de fundos (adaptada de JOAQUIM JR et al., 2007).....	25
Figura 2. 3 - Padrões de escoamento em tanques com agitação mecânica. (a): rotor axial; (b): rotor radial (COKER, 2007).	27
Figura 2. 4 - Tipos de impulsores (HEMRAJANI; TATTERSON, 2004): (a) hélice com três lâminas (axial); (b) turbina com seis pás retas (radial); (c) turbina com seis pás planas fixadas num disco (radial); (d) turbina com seis pás côncavas (misto); (e) turbina com quatro pás inclinadas (axial).	28
Figura 2. 5 - Esquema com agitação operando sem chicanas (RUSHTON; COSTICH; EVERETT, 1950).	28
Figura 2. 6 - Influência da distância entre impelidor e o fundo do tanque no padrão de fluxo e suspensão de sólidos.	29
Figura 2. 7 - Circulação de polpa em tanque com agitação (Adaptada de HEMRAJANI; TATTERSON, 2004).	30
Figura 2. 8 - Descarga de fluido na região rotor/estator (LIMA; LEAL FILHO; BARBOSA, 2006)	31
Figura 2. 9 - Número de potência em função do número de Reynolds para vários tipos de impelidores com chicana 1/10 do diâmetro do tanque (adaptada de RUSHTON; COSTICH; EVERETT, 1950).	33
Figura 2. 10 - Tanque em balanço para medição da potência consumida (RAGHAVA RAO; JOSHI, 1988).....	35

Figura 2. 11 - Níveis de suspensão.(a) parcial: há sólido no fundo do tanque; (b) completa: não há sólido no fundo; (c) uniforme: sólido bem disperso (HEMRAJANI; TATTERSON; 2004).	37
Figura 2. 12 - Suspensão de sólidos com partículas sedimentadas (KNEULE,1985).	38
Figura 2. 13 - Concentração de sólidos em função da altura do tanque para turbina de pás inclinadas (BARRESI; BALDI, 1987).	44
Figura 2. 14 - Perfil de concentração radial de sólidos com vários níveis de rotação para turbina de Rushton (BARRESI; BALDI, 1987).....	44
Figura 2. 15 - Perfil de concentração de sólidos em células de flotação (Adaptada de Yianatos, 2001)	48
Figura 2. 16 - Similaridade geométrica entre tanques de diferentes volumes (Adaptada de RAUTZEN; CORPSTEIN; DICKEY, 1976).	50
Figura 2. 17 - Fatores de scale-up em tanques com impulsores mecânicos (PENNY, 1971).	60

CAPÍTULO 3 – MATERIAIS E MÉTODOS

Figura 3. 1 - Tanque de 0,010 m ³ (10L) com motor em balanço, em vista frontal e superior. 1) Tanque; 2) Base para o dinamômetro; 3) Dinamômetro; 4) Braço, para medição da força com escala gradual; 5) Motor em balanço; 6) Ventilador; 7) Motor-reductor; 8) Suporte para motor; 9) Guia; 10) Sistema com fuso para mover o conjunto na vertical; 11) Suporte com s espelho inclinado; 12) Trilho, para movimentação do suporte do dinamômetro; 13) Impelidor.	62
Figura 3. 2 - Tanque de 0,049 m ³ (49L) com motor em balanço, em vista frontal e superior. 1) Tanque; 2) Dinamômetro; 3) Suporte para o dinamômetro; 4) Suporte para o motor; 5) Braço, para medição da força com escala gradual; 6) Suporte para cabos; 7) Motor sobre rolamentos; 8) Impelidor; 9) Espelho inclinado no suporte do tanque; 10) Ventilador.	63
Figura 3. 3 - (a) Base em aço carbono com tampa em acrílico para o tanque de 10dm ³ ; (b) Base em aço carbono sobre rodas para o tanque de 49dm ³	64
Figura 3. 4 - Esquema utilizado para visualização do fundo do tanque.	64

Figura 3. 5 - Impelidores: (a) Turbina com 4 pás inclinadas a 45°; (b) Turbina com 2 pás inclinadas a 45°; (c) Turbina com 6 pás planas a 90° (Rushton).....	65
Figura 3. 6 - Motor de 1/2 HP sobre rolamentos utilizado no tanque de 0,010 m ³	66
Figura 3. 7 - Vista geral da medição da força com motor em balanço. 1) braço, distância radial do centro do eixo até o ponto de acoplamento do dinamômetro; 2) dinamômetro, medidor de força.	67
Figura 3. 8 - Estrutura móvel sobre um trilho na base para o suporte do dinamômetro.	67
Figura 3. 9 - Braço de medição de força com distância entre os pontos de 25 mm (tanque de 0,010 m ³) e 50 mm (tanque de 0,049 m ³).	68
Figura 3. 10 - Sistema de amostragem: (1) Sistema com mola para abertura do tubo com obstrução na ponta ; (2) Pera automática BRAND.	71
Figura 3. 11 - Pilha alongada utilizada para homogeneização do concentrado de apatita.	74
Figura 3. 12 - Aparato utilizado para medir a rotação crítica de suspensão.	78
Figura 3. 13 - Aparato utilizado nos ensaios de perfil de concentração axial. 1: Nível do líquido; 2: Amostrador; 3: Suporte Universal; 4: Ponto de coleta.	80

CAPÍTULO 4 – RESULTADOS E DISCUSSÕES

Figura 4. 1 – Número de Potência em função do número de Reynolds. Concentração total (X _T) de 40% em peso de apatita (d _p =254 µm); Tanque de 0,010 m ³ (10 dm ³).	84
Figura 4. 2 - Número de Potência em função do número de Reynolds. Concentração total (X _T) de 40% em peso de apatita (d _p =254 µm); Tanque de 0,049 m ³ (49 dm ³).	85
Figura 4. 3 - Número de Froude versus rotação dos impelidores de 2 e 4 pás inclinadas operando nos tanque de 10 e 49 dm ³	89
Figura 4. 4 - Perfil axial de concentração de sólidos nos tanques de 10dm ³ versus 49dm ³ , onde operavam impelidores de 2 pás inclinadas. Concentração total (X _T) de 40% (linha tracejada). H nível do líquido; h ponto de coleta a partir da base dos tanques; P é a potência no eixo por motor em balanço.	91

Figura 4. 5 - Perfil axial de concentração de sólidos em tanques de 10dm ³ versus 49dm ³ , onde operavam impelidores de 4 pás inclinadas. Concentração total (X_T) de 40% (linha tracejada). H nível do líquido; h ponto de coleta a partir da base; P é a potência no eixo por motor em balanço.	92
Figura 4. 6 – Distribuição hipotética da % de sólidos (X) versus altura relativa de amostragem (h/H) com distribuição simétrica em torno da reta vertical X=40%.	93
Figura 4. 7 - Perfil de concentração de sólidos na direção axial em tanques que operavam com impelidor do tipo de Rushton de 6 pás planas. Concentração total (X_T) de 40% (linha tracejada). H nível do líquido; h ponto de coleta a partir da base; N_{js} de 100% é a rotação crítica do impelidor; P é a potência no eixo por motor em balanço.....	95
Figura 4. 8 – Ilustração da determinação do limite entre a zona turbulenta e a zona quiescente dentro de tanques com impulsores mecânicos.....	97
Figura 4. 9 - Aplicação do modelo de sedimentação-dispersão aos dados de suspensão em tanques de 10dm ³ versus 49dm ³ que operam com impelidores de 2 pás inclinadas. Concentração total (X_T) de 40% em peso de apatita. Rotação de trabalho igual a 100% de N_{js}	97
Figura 4. 10 - Aplicação do modelo de sedimentação-dispersão aos dados de suspensão em tanques de 10dm ³ versus 49dm ³ que operam com impelidores de 4 pás inclinadas. Concentração total (X_T) de 40% em peso de apatita. Rotação de trabalho igual a 100% de N_{js}	98
Figura 4. 11 - Aplicação do modelo de sedimentação-dispersão aos dados de suspensão em tanques de 10dm ³ versus 49dm ³ que operam com turbina de Rushton. Concentração total (X_T) de 40% em peso de apatita. Rotação de trabalho igual a 100% de N_{js}	98
Figura 4. 12 - Potência consumida nos tanques de 10 e 49dm ³ , com impelidores de diferentes desenhos (2 pás inclinadas a 45° x 4 pás inclinadas a 45° x turbina de Rushton de 6 pás planas) com concentração (X_T) total de 40% em peso de apatita. N_{js} de 100% é a rotação crítica de suspensão.	100

LISTA DE TABELAS

CAPÍTULO 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Tabela 2. 1 – Valores de número de bombeamento (N_Q) encontrados na literatura.	32
Tabela 2. 2 – Valores de número de potência (N_p) mencionados na literatura.....	34
Tabela 2. 3 - Parâmetros b_1 e n de acordo com o critério K (McCABE; SMITH; HARRIOTT, 1993).....	37
Tabela 2. 4 – Nível de Agitação (NAG) para mover e misturar (GATES; MORTON; FONDY, 1976).	49

CAPÍTULO 3 – MATERIAIS E MÉTODOS

Tabela 3. 1 - Características principais e relações geométricas dos tanques.....	61
Tabela 3. 2 - Exemplo de determinação experimental da potência média dissipada pelo impelidor de 4 pás, operando sob uma rotação de $17,7s^{-1}$	69
Tabela 3. 3 - Valores medidos da rotação do impelidor de 4 pás inclinadas e cálculo da média aritmética acompanhada do respectivo desvio-padrão.	70
Tabela 3. 4 - Velocidade de coleta de polpa em várias alturas dos tanques de $10dm^3$ e $49dm^3$ que operavam com impelidor de 4 pás inclinadas em 45°	71
Tabela 3. 5 - Estimativa da velocidade de ascensão da polpa nos tanques.	72
Tabela 3. 6 - Composição química do minério de apatita.	75
Tabela 3. 7 - Caracterização das fases envolvidas.	76
Tabela 3. 8 - Determinação da rotação crítica (N_{js}) necessária para se cumprir o “Critério 1-s” para o impelidor de 4 pás inclinadas operando nos tanques de $10dm^3$ e $49dm^3$	79
Tabela 3. 9 - Alturas para determinação do perfil de concentração axial de sólidos.....	80

CAPÍTULO 4 – RESULTADOS E DISCUSSÕES

Tabela 4. 1 - Magnitude de N_{js} determinada para os tanques de 10 e 49dm ³ com impelidores de diferentes desenhos.....	83
---	----

CAPÍTULO 5 –VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DOS MÉTODOS DE ESCALONAMENTO

Tabela 5. 1 - Previsão da rotação do tanque de 49dm ³ com base no tanque de 10dm ³ , utilizando-se parâmetros de escalonamento que são baseados em análise dimensional.....	103
Tabela 5. 2 - Resultados obtidos pelo método de Penny (1971).....	105
Tabela 5. 3 - Resultados obtidos pelo método de Rautzen, Corpstein e Dickey (1976)	107
Tabela 5. 4 - Resultados obtidos pelo método de Zwietering (1958).	108
Tabela 5. 5 - Resultados obtidos pelo modelo proposto por esta dissertação.	109
Tabela 5. 6 - Escalonamento de tanques com impelidores de 2 pás inclinadas em 45°.	110
Tabela 5. 7 – Escalonamento de tanques com impelidores de 4 pás inclinadas em 45°.	111
Tabela 5. 8 – Escalonamento de tanques com turbina de Rushton.	113
Tabela 5. 9 - Seleção de Métodos de Escalonamento mais Adequados para Suspensão de Partículas de Apatita em Tanques Condicionadores de Reagentes de Flotação.	114

LISTA DE SÍMBOLOS

Nomenclatura e terminologia padrão para agitação e mistura

Geometria

A	área da seção transversal do tanque [M ²]
B	relação entre a massa de sólido pela massa de líquido, [-]
C	distância do impelidor ao fundo do tanque, [L]
D	diâmetro do impelidor, [L]
$D_{\#}$	abertura da peneira, [L]
d	diâmetro da partícula, [L]
d_p	diâmetro médio da partícula sólida, [L]
H	altura do nível do fluido, [L]
J	largura da chicana, [M]
L	largura das pás do impelidor, [L]
S	parâmetro usado na equação de Zwietering, [-]
T	diâmetro do tanque, [L]
V_t	volume total de polpa, [L ³]
w	altura das pás do impelidor, [L]

Números adimensionais

N_p	número de potência, [-]
N_{Pe^*}	número de Peclet modificado, [-]
N_Q	número de bombeamento, [-]
N_{Re}	número de Reynolds, [-]

Propriedades do fluido e do sólido

m	massa de polpa, [M]
X	concentração mássica dos sólidos, [-]
ρ	massa específica, [ML ³]
μ	viscosidade dinâmica, [ML ⁻¹ T ⁻¹]
ν	viscosidade cinemática, [L ² T ⁻¹]

Dinâmica

C_D	coeficiente de arraste, [-]
D_S	coeficiente de difusão turbulenta dos sólidos, [L ² T ⁻¹]
F	força, [MLT ⁻²]
g	aceleração da gravidade, [LT ⁻²]
K	constante relacionada com a capacidade do impelidor promover a suspensão de sólidos, [-]
N	rotação do impelidor, [T ⁻¹]
N_G	rotação do impelidor segundo Gates, [T ⁻¹]
N_{js}	rotação crítica do impelidor para se atingir o Critério – 1s, [T ⁻¹]
N_Z	rotação crítica de Zwietering, [T ⁻¹]
P	potência consumida, [ML ² T ⁻³]

Cinemática

Q_b	vazão volumétrica de bombeamento, [L ³ T ⁻¹]
t	tempo, [T]
v_t	velocidade de sedimentação terminal do sólido, [LT ⁻¹]
ω	velocidade angular, [T ⁻¹]
v_c	velocidade de coleta da polpa no amostrador [M.T ⁻¹]

Subscritos

js	condição mínima de suspensão dos sólidos
L	líquido
p	partícula
s	sólido
T	tanque

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO, RELEVÂNCIA E OBJETIVOS	20
CAPÍTULO 2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	23
2.1 Tanques Condicionadores.....	24
2.2 Configurações de Fluxo de Polpa no Interior dos Tanques	26
2.3 Capacidade de Bombeamento do Impelidor.....	29
2.4 Potência Consumida em Tanque com Impulsor Mecânico	32
2.5 Suspensão de Sólidos em Tanques com Agitação.....	35
2.7 Modelagem da Distribuição Axial de Sólidos em Tanques com Agitação Mecânica	46
2.8 Ampliação de Escala em Tanques com Agitação.....	50
2.9 Parâmetros de Escalonamento Baseados em Análise Dimensional	51
CAPÍTULO 3 - MATERIAIS E MÉTODOS.....	61
3.1 Descrição dos Tanques Utilizados na Suspensão de Sólidos	61
3.2 Geometria dos Impelidores Utilizados nos Tanques.....	65
3.3 Determinação Experimental da Potência Dissipada no Eixo do Impelidor.....	66
3.4 Outras Determinações Experimentais	70
3.5 Amostra de Apatita Utilizada nos Ensaios de Suspensão	73
3.6 Preparação de Polpas para Suspensão	76
3.7 Avaliação do Estado de Suspensão dos Sólidos nos Tanques	77
3.7.1 Aplicação do critério de Zwietering.....	77
3.7.2 Determinação do perfil vertical de dispersão de sólidos dentro dos tanques.....	79
3.8 Correlações para Ampliação de Escala.....	81
CAPÍTULO 4 - RESULTADOS EXPERIMENTAIS E SUA DISCUSSÃO	82
4.1 Caracterização Hidrodinâmica dos Tanques	84
4.2 Perfil Axial de Concentração de Sólidos em Tanques de Condicionamento	90

4.2.1 Perfil de concentração de sólidos.....	90
4.2.2 Aplicação do modelo Sedimentação-Dispersão.....	96
4.3 Potência Consumida.....	99
4.4 Conclusões Parciais	100
 CAPÍTULO 5 – VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DOS MÉTODOS DE ESCALONAMENTO	 101
5.1 Aplicação de Métodos baseados em Análise Dimensional.....	101
5.2 Aplicação dos Métodos Empíricos	104
5.2.1 Método de Penny	104
5.2.2 Método de Rautzen e colaboradores	106
5.2.3 Método de Zwietering.....	107
5.2.3 Método proposto a partir dos resultados desta dissertação	108
5.3 Comparação dos Métodos de Escalonamento	110
 CAPÍTULO 6 – CONCLUSÃO.....	 115
 REFERÊNCIAS.....	 119
 APÊNDICES.....	 128
 Apêndice A – Perfis de concentração de sólidos nos tanques de 0,010 e 0,049 m ³	 128
Apêndice A1 – Experimentos no tanque de 0,010 m ³	128
Apêndice A2 – Experimentos no tanque de 0,049 m ³	130
 Apêndice B – Potência consumida nos tanques de 0,010 e 0,049 m ³	 132
Apêndice B1 – Dados de potência consumida (0,010 m ³).....	132
Apêndice B2 – Dados de potência consumida (0,049 m ³).....	133

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO, RELEVÂNCIA E OBJETIVOS

Embora o Brasil seja um grande produtor de alimentos, grande parte da terra arável demanda uso intensivo de fertilizantes para se atingir padrões internacionais de produtividade. Neste contexto, destaca-se a importância dos minérios de fosfato, que constituem matéria-prima para a produção de fertilizantes. Tais minérios, da maneira como ocorrem no Brasil, apresentam baixo teor de P_2O_5 (5-20%) e, para serem utilizados como matéria-prima para a manufatura de fertilizantes, é necessário separar o mineral de minério (apatita) dos minerais de ganga (carbonatos, óxidos e silicatos), produzindo-se concentrados com teor de P_2O_5 superior a 30% (LEAL FILHO, 2010).

Apatita é um mineral portador de fósforo e cálcio, exibindo ainda outros importantes componentes que variam em função de sua gênese, tais como os ânions flúor, carbonato, cloro ou hidroxila, além dos cátions magnésio e alumínio, dentre outros (KANAZAWA, 1989).

Dentre as operações unitárias comumente utilizadas para separar os minerais presentes em um minério de fosfato, no Brasil, destaca-se o processo de flotação. No âmbito da tecnologia mineral, flotação é um processo de separação de minerais que é conduzido em meio aquoso e na presença de bolhas de ar. Partículas hidrofóbicas aderem às bolhas e flutuam, enquanto que as hidrofílicas não aderem às bolhas e afundam. Desta maneira, é obtida a separação em escala industrial (LEAL FILHO, 2000).

Uma vez que tanto apatita quanto os minerais de ganga são naturalmente hidrofílicos, existe a necessidade de se utilizar surfatantes (ácidos carboxílicos de cadeia longa, oleil sarcosinatos e sulfossuccinatos) para adsorver na superfície das partículas de apatita, transformando seu caráter naturalmente hidrofílico em hidrofóbico. Esses surfatantes são chamados de agentes coletores (LEAL FILHO, 2010). Devido ao fato dos agentes coletores apresentarem tendência de adsorver não somente na superfície das partículas de apatita, mas também sobre a dos minerais de ganga, faz-se necessário utilizar agentes depressores (como o amido de milho) para que, numa etapa prévia à adição do coletor, adsorvam na superfície dos minerais de ganga.

Reagentes de flotação, tais como os agentes coletores e depressores, demandam certo tempo de contato com a polpa mineral (também chamado de tempo de condicionamento) para que possam se adsorver na interface mineral/solução e modificar as propriedades de superfície dos minerais de interesse. Via de regra, em processos industriais, o condicionamento da polpa mineral com reagentes de flotação é executado em tanques que operam sob agitação promovida pela ação de impelidores, que também podem ser chamados de rotores ou impulsores. Tais sistemas mecânicos, ao promoverem um íntimo contato entre o meio aquoso, que contém os reagentes de flotação, e as partículas minerais; favorecem o processo de adsorção e a consequente modificação das propriedades interfaciais da apatita e da ganga.

Via de regra, em processos industriais, o condicionamento da polpa mineral com reagentes de flotação (coletores e depressores) é executado em tanques que operam sob agitação promovida pela ação de impelidores, que também podem ser chamados de rotores ou impulsores. Tais sistemas mecânicos, ao promoverem íntimo contato entre o meio aquoso (que contém os reagentes de flotação) e as partículas minerais; favorecem a adsorção dos reagentes sobre a interface mineral-solução, modificando as propriedades interfaciais dos minerais de interesse.

Durante o condicionamento, as partículas minerais devem estar completamente suspensas no meio aquoso com o intuito de se atingir a máxima área de contato entre as fases, evitando-se o depósito de sólidos em alguma parte do tanque (KUZMANIC; RUSIC, 1999). Métodos de dimensionamento encontrados em literatura partem de tal premissa, embora façam uso de diferentes abordagens práticas, seja através do nível de agitação requerido para uma determinada aplicação (GATES; MORTON; FONDY, 1976) ou através da obtenção de uma condição onde as partículas sólidas não repousem no fundo do tanque por mais do que um ou dois, como é o caso do “Critério 1-s” (ZWIETERING, 1958).

Em virtude da importância de se ter uma adequada suspensão dos sólidos no interior dos tanques condicionadores que operam em escala industrial, engenheiros de processo são, com certa frequência, compelidos a conduzir estudos de otimização das condições operacionais. Tais estudos, se realizados em protótipos que reproduzem razoavelmente as condições operacionais de um tanque real, oferecem a vantagem de

não causar perturbações no sistema produtivo durante os ensaios de otimização, poupando-se tempo e recursos materiais.

Com base na premissa acima colocada, esta dissertação objetiva revisar os critérios de escalonamento de tanques condicionadores, testando sua validade para dois tanques de geometria semelhante, mas que exibem diferentes volumes (10 dm^3 versus 49 dm^3). Tais tanques operam com impelidores de distintos desenhos (turbina de Rushton, turbinas com 2 ou 4 pás inclinadas a 45°), visando manter em suspensão partículas grossas (diâmetro médio= $254\mu\text{m}$) de apatita em polpas que contêm 40% de sólidos em massa.

CAPÍTULO 2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

São várias as aplicações da suspensão de sólidos em líquidos através de tanques dotados de impelidores mecânicos, como dissolução, lixiviação, formação de sólidos (cristalização, precipitação e polimerização), adsorção, dessorção ou manter as partículas sólidas em suspensão para manter a homogeneidade do sistema (JOAQUIM Jr. et al., 2007). O grau de suspensão, todavia, varia de acordo com a necessidade do processo (ZWIETERING, 1958; GATES; MORTON; FONDY, 1976; HIMMELSBACH et al., 2006):

- i. Quando o intuito é apenas dissolver o sólido, uma baixa rotação já é o suficiente para se obter um bom desempenho. Um exemplo desta aplicação é o da lixiviação de carnalita a frio, a partir de minérios de potássio oriundos de salinas;
- ii. Quando se requer um alto grau de homogeneização, como no condicionamento de polpa mineral com reagentes de flotação, uma rotação elevada é requerida.

Suspensão de sólidos é uma operação amplamente utilizada pela Engenharia Mineral, a saber (LIMA, 2009; KELLY; SPOTTISWOOD, 1980):

- i. Quando se deseja homogeneizar a polpa antes de alimentá-la em outra operação unitária de tratamento de minérios, como na separação sólido-líquido (filtração), classificação hidráulica (ciclonagem), ou ainda em alguma operação unitária de concentração, seja flotação, separação magnética ou densitária;
- ii. Quando se deseja realizar a liberação de finos naturais de minérios, através de intenso cisalhamento entre as partículas, como ocorre nas operações de escrubagem ou atrição, muito comuns em minérios lateríticos;
- iii. Em células mecânicas de flotação, para que partículas sólidas possam colidir com bolhas de ar e, caso sejam suficientemente hidrofóbicas, aderir às mesmas e flutuar;

- iv. No condicionamento de polpa com reagentes de flotação, quando se deseja um máximo contato entre partículas sólidas e o líquido que contém os reagentes, almejando facilitar o processo de adsorção dos reagentes na superfície dos minerais de interesse.

2.1 Tanques Condicionadores

Um sistema padrão para a realização de agitação e mistura consiste normalmente em um tanque, motor, eixo, rotor e usualmente chicanas, conforme ilustra a Figura 2.1, que apresenta as relações geométricas utilizadas em projetos.

Figura 2. 1 - Partes do equipamento e relações geométricas fixadas inicialmente por Rushton, Costich e Everett (1950). 1: Tanque; 2: Nível do líquido; 3: Eixo do motor; 4: Chicanas ou defletores; 5: Impelidor tipo turbina de 6 pás planas. $S_1 = D/T = C/T = 1/3$; $S_2 = C/D = 1$; $S_3 = L/D = 1/4$; $S_4 = W/D = 1/5$; $S_5 = J/T = 0,1$; $S_6 = H/T = 1$. (MORAES Jr. D., 1995).

Tanques cilíndricos verticais com fundo plano ou arredondado são os geralmente utilizados em sistemas de agitação. Os tipos cônicos e com filetes ilustrados Figura 2.2c e 2.2g, especificamente para serem empregados em sistemas em que se pretende

suspender sólidos foi estudado por Chudacek (1984). Na Figura 2.2 estão apresentados alguns tipos de fundos para tanques cilíndricos. A escolha do tipo de tampo inferior depende da aplicação a ser realizada.

Figura 2. 2 - Esquema de tanques cilíndricos verticais com vários tipos de fundos (adaptada de JOAQUIM JR et al., 2007).

Os tanques com fundos planos ilustrados na Figura 2.2a e 2.2b são ineficientes quando o propósito é realizar a suspensão de sólidos, já que propiciam o acúmulo dos mesmos na periferia, junto às bordas do tanque (CHUDACEK, 1984).

De acordo com Chudacek (1984), um fundo cônico com um ângulo central entre as geratrizes de 45° é o menos indicado para suspender sólidos devido à necessidade de se girar o fluxo gerado pelo impelidor ao entrar em contato com o fundo em 135° , promovendo perda de grande parte de sua energia. Porém é vantajoso para remoção de produto do tanque (MUSIL; VLK, 1978). Tanque abaulados e semi-esféricos (Figura 2.2e e 2.2f, respectivamente) são muito utilizados por sua excelente resistência mecânica, geralmente em vasos submetidos a pressões negativas ou positivas.

Normalmente o formato da base do tanque utilizado nas pesquisas cujos resultados foram publicados na literatura corrente, é o de Fundo plano (RAUTZEN et al., 1976; BOURNE; SHARMA, 1974; NIENOW, 1968; BALDI et al, 1978; RIEGER; DITL, 1994, dentre outros). Alguns autores (CHUDACEK, 1984; 1985; MUSIL; VLK, 1978) pesquisaram fundos alternativos para casos específicos. O fundo tipo cone-filete (Figura 2.2g) pesquisado por Chudacek (1984), é de formato apropriado para sólidos de difícil suspensão devido ao relevante papel do cone central na distribuição homogênea do fluxo gerado pelo impelidor, tendo em alguns casos uma economia de energia de mais de 50% em relação ao consumo gasto em um tanque com fundo de formato plano.

2.2 Configurações de Fluxo de Polpa no Interior dos Tanques

O movimento da polpa durante a mistura pode ser representado por linhas de fluxo como aquelas exibidas na Figura 2.3. Tais padrões dependem do tamanho e geometria do tanque, do impelidor e chicanas, além das propriedades físicas da polpa, principalmente da viscosidade (RUSHTON; COSTICH; EVERETT, 1950; McCABE; SMITH; HARRIOTT, 2001).

Os impulsores, também denominados de impelidores ou rotores, normalmente são divididos em duas classes (McCABE; SMITH; HARRIOTT, 2001):

- i. Aqueles que promovem fluxo paralelo ao eixo na saída da pá são chamados de impelidores de fluxo axial. Seu padrão típico de escoamento é ilustrado na Figura 2.3a;
- ii. Impelidores que geram corrente na direção do raio ou perpendicular ao eixo na saída da pá, são nomeados de rotores de fluxo radial, cujo padrão típico de escoamento é exibido na Figura 2.3b.

Figura 2. 3 - Padrões de escoamento em tanques com agitação mecânica. (a): rotor axial; (b): rotor radial (COKER, 2007).

A Figura 2.4 apresenta o desenho de vários tipos de impelidores. Os tipos normalmente utilizados em escoamento turbulento são: impelidor do tipo naval (Figura 2.4a), tipo turbina com pás retas ou inclinadas (Figura 2.4c 2.4e, respectivamente). Existem outros impulsores, mas os citados fazem parte de mais de 80% das aplicações industriais (JOAQUIM Jr. et al., 2007). A escolha de um, em detrimento de outros, está condicionada ao desempenho desejado. Os impelidores tipo naval (Figura 2.4a) são de fluxo axial e normalmente utilizados para líquidos de baixa viscosidade. Impulsores tipo turbina (Figura 2.4c e 2.4d) são utilizados em processos que necessitam de mais intensas tensões de cisalhamento como na dispersão de bolhas de ar dentro de células mecânicas de flotação.

Figura 2. 4 - Tipos de impulsos (HEMRAJANI; TATTERSON, 2004): (a) hélice com três lâminas (axial); (b) turbina com seis pás retas (radial); (c) turbina com seis pás planas fixadas num disco (radial); (d) turbina com seis pás côncavas (misto); (e) turbina com quatro pás inclinadas (axial).

Os padrões de fluxo que foram apresentados na Figura 2.3 são obtidos quando o tanque está dotado de chicanas ou defletores. Estes são acessórios muito utilizados na prática industrial, geralmente em número de quatro, arranjadas radialmente e a intervalos de 90°, em volta das paredes do tanque. O uso de chicanas tem por objetivo minimizar a criação de vórtices e melhorar a estabilidade mecânica do sistema (JOAQUIM Jr et al., 2007). Na ausência de chicanas no tanque, ocorre um fluxo tangencial gerado pela ação do impulsor, ou seja, um movimento ao redor do eixo, criando um vórtice no líquido, como mostra a Figura 2.5 com um impelidor tipo axial. O mesmo padrão de fluxo é observado quando se utiliza um impelidor do tipo radial.

Figura 2. 5 - Esquema com agitação operando sem chicanas (RUSHTON; COSTICH; EVERETT, 1950).

A relação entre o rotor e o fundo do tanque (C/T) influencia nos padrões de escoamento e, com isto, na maneira como os fluxos de polpa podem se configurar no interior do tanque (HEMRAJANI; TATTERSON, 2004), como visto na Figura 2.6.

Segundo Tatterson (1994), um impulsor do tipo axial operando muito próximo da base do tanque gera uma descarga radial. Quando operado com um impelidor do tipo axial com descarga descendente nas mesmas condições posicionado bem próximo do fundo do tanque, o mesmo irá promover um padrão de fluxo similar ao do impelidor radial, podendo resultar na redução da capacidade de bombeamento e aumento da taxa de cisalhamento (HEMRAJANI; TATTERSON, 2004). Estas condições não são favoráveis quando o objetivo do processo for manter sólidos em suspensão, já que o padrão de fluxo promovido pelo impulsor axial para esta operação é mais adequado do que o padrão de escoamento gerado pelo impulsor radial (ARMENANTE; NAGAMINE, 1998; SHARMA; SHAIKH, 2003; CHUDACEK, 1984).

Figura 2. 6 - Influência da distância entre impelidor e o fundo do tanque no padrão de fluxo e suspensão de sólidos.

2.3 Capacidade de Bombeamento do Impelidor

A suspensão dos sólidos ocorre quando a ação mecânica do impelidor atuante no meio deve promover um fluxo ascendente de polpa suficiente para vencer a

tendência natural de sedimentação dos sólidos devido ao campo gravitacional da terra, como ilustrado na Figura 2.7 (GOMIDE, 1997).

Dependendo do propósito do processo, é necessário priorizar o bombeamento ou o cisalhamento. Cerca de 80% das aplicações em agitação envolvem bombeamento, incluindo processos de mistura e suspensão de sólidos, como por exemplo, o condicionamento de polpa no processamento mineral. Porém, 20% das aplicações que envolvem cisalhamento são extremamente importantes, como nos processos de tratamento de efluentes, nas células de atrição e células de flotação onde se deseja dispersar bolhas de ar pelo volume da célula (JOAQUIM Jr et al., 2007).

Figura 2. 7 - Circulação de polpa em tanque com agitação (Adaptada de HEMRAJANI; TATTERSON, 2004).

Nas operações com tanques que operam sob a ação de um impelidor, o bombeamento pode ser definido como a vazão volumétrica (Q_b) de fluido deslocado pela rotação do impelidor (Figura 2.8). Tal ação pode ser correlacionada a uma bomba que recalca a polpa das cotas mais baixas até as mais altas do tanque.

Figura 2. 8 - Descarga de fluido na região rotor/estator (LIMA; LEAL FILHO; BARBOSA, 2006)

A vazão volumétrica (Q_b) gerada pelo impelidor é proporcional à velocidade de rotação (N) e ao cubo do diâmetro do impelidor (D). Relação definida como número de bombeamento (N_Q) de acordo com a Equação 2.1.

$$N_Q = \frac{Q_b}{ND^3} \quad (2.1)$$

O número de Bombeamento (N_Q) é função do número de Reynolds, sendo constante no regime laminar, crescente no regime transiente e novamente constante no regime turbulento (GOMIDE, 1994). Quanto mais alta for a magnitude de N_Q apresentada pelo impelidor, maior será a capacidade de bombeamento da polpa dentro do tanque. Segundo Geisler, Buurman e Mersmann (1993), na maioria dos casos em que é requerido suspender sólidos o movimento do fluido é altamente turbulento ($Re > 10^4$), pois, abaixo desse escoamento ($Re < 10^4$) não há turbulência suficiente para suspender as partículas.

De acordo com Zlokarnik (2001), cada impelidor proporciona uma vazão de descarga, que é função da geometria, tamanho e rotação do impelidor.

Na literatura existe uma ampla faixa de valores de N_Q para diferentes tipos de impelidores em tanques com agitação mecânica. Alguns valores de número de bombeamento são mostrados na Tabela 2.1.

Tabela 2. 1 – Valores de número de bombeamento (N_Q) encontrados na literatura.

Tipos de impelidores	Magnitude de N_Q (adimensional)					
	Geisler, Buurman e Mersmann (1993)	Zlokarnik (2001)	McCabe, Smith e Harriott (2001)	Hemrajani e Tatterson (2004)	Dickey (2004)	Kumaresan e Joshi (2006)
Turbina de Rushton	-	-	1,30	0,72	-	0,75
Turbina- pás inclinadas (4 a 45°)	-	0,75	0,87	0,79	0,74	0,88
Hélice- tipo naval	0,50	-	0,50	0,40 - 0,60	-	-

Observa-se na Tabela 2.1 que a turbina de Rushton é aquela que apresenta N_Q com valor mais elevado, acompanhado de maior desvio-padrão ($1,01 \pm 0,29$); enquanto que a turbina de pás inclinadas e turbina do tipo naval apresentam N_Q com menor magnitude e desvio-padrão, respectivamente: $0,81 \pm 0,07$ e $0,50 \pm 0,10$.

2.4 Potência Consumida em Tanque com Impulsor Mecânico

Uma consideração importante no projeto de tanque com agitação é a potência transferida do impelidor para o fluido. A estimativa da potência útil consumida (P) no eixo do impelidor pode ser realizada a partir da relação advinda da análise adimensional, a partir do conhecido, Teorema Pi de Buckingham (BENNETT; MYERS, 1978), e também por medidas experimentais de torque com sistemas em balanço.

A potência consumida em tanques com agitação mecânica pode ser estimada a partir da Equação 2.2.

$$P = N_p \cdot N^3 \cdot D^5 \cdot \rho \quad (2.2)$$

Em que: N_p é o número de potência, adimensional; N é a rotação em rps; D é o diâmetro do impulsor mecânico em metros; ρ é a massa específica do fluido em kg/m^3 .

O número adimensional (N_p), denominado de número de potência, é obtido em geral como função do número de Reynolds (Figura 2.9). Tal curva obtida em laboratório ou em planta piloto é muito utilizada para a estimativa da potência em tanques industriais. Curvas de N_p em função do N_{Re} encontradas na literatura para diferentes impelidores são aplicáveis a líquidos newtonianos para a geometria do tanque em que foi testada.

Figura 2. 9 - Número de potência em função do número de Reynolds para vários tipos de impelidores com chicana 1/10 do diâmetro do tanque (adaptada de RUSHTON; COSTICH; EVERETT, 1950).

Na Tabela 2.2 podem ser vistos alguns valores encontrados na literatura para o número de potência (N_p) de impelidores, quando estes operam sob um número de Reynolds (N_{Re}) acima de 10^4 , onde se espera uma constância na magnitude de N_p .

Tabela 2. 2 – Valores de número de potência (N_p) mencionados na literatura.

Tipos de impelidores	Magnitude de N_p (adimensional)							
	Rushton, Costich e Everett (1950)	Barresi e Baldi (1987)	Raghava Rao e Joshi (1988)	Geisler, Buurman e Mersmann (1993)	McCabe, Smith e Harriott (2001)	Hemrajani e Tatterson (2004)	Dickey (2004)	Kumaresan e Joshi (2006)
Turbina de Rushton	6-6,30	4,80	4,92	-	5,80	-	5,46	
Turbina- pás inclinadas (4 a 45°)	-	1,20	-	-	1,27	1,27	1,37	1,30
Hélice- tipo naval	0,32	-	-	0,50	0,50	-	-	-

Observa-se na Tabela 2.2 que a turbina de Rushton ($N_p=5,55\pm0,75$) apresenta N_p com magnitude mais alta que os outros dois impelidores, assim como mais elevado desvio-padrão: turbina de pás inclinadas ($N_p=1,28\pm0,08$) e hélice do tipo naval ($N_p=0,41\pm0,09$).

A determinação experimental da potência consumida no eixo do impelidor pode ser realizada por medida de torque, com o motor ou tanque em balanço (solto, apoiado sobre rolamentos), e calculada através da Equação 2.3.

$$P = F.b. 2.\pi.N \quad (2.3)$$

Sendo: P a potência em Watts; F a força em N; N a rotação em s^{-1} ; D o diâmetro do impelidor em m; b a distância radial (em metros) do centro do eixo até o ponto de acoplamento do dinamômetro (braço).

A força pode ser medida por um dinamômetro acoplado a um braço no tanque ou motor em balanço, ou pela expressão 2.4, em que m é a massa expressa em kg e a aceleração da gravidade é representada pela letra g.

$$F = m . g \quad (2.4)$$

A Figura 2.10 ilustra um sistema com o tanque em balanço, e com medição de força através de um peso suspenso a um cabo acoplado na base do tanque sobre rolamentos. Este método foi utilizado em épocas passadas, quando não havia disponibilidade de aparelho digital de medição de força (RUSHTON; COSTICH; EVERETT, 1950; RAGHAVA RAO; JOSHI, 1988).

Figura 2. 10 - Tanque em balanço para medição da potência consumida (RAGHAVA RAO; JOSHI, 1988).

2.5 Suspensão de Sólidos em Tanques com Agitação

Quando se trabalha com suspensão aquosa de sólidos em tanques sob agitação, as variáveis físicas que mais influenciam no desempenho do processo são a massa específica, a distribuição granulométrica das partículas e sua forma, a concentração da fase sólida, a massa específica e a viscosidade da fase líquida (JOAQUIM Jr. et al., 2007). Um importante efeito da adição de partículas sólidas em fluido (água) é o

aumento da viscosidade da polpa (WASP et al., 1979) e, devido à carência de informações relativas ao comportamento reológico das mesmas com granulometria típica de operações unitárias de processamento mineral, a estimativa da viscosidade da polpa pode ser obtida a partir das equações válidas para esferas rígidas, e não propriamente para outros tipos de formas de partículas. A equação 2.5 sugerida por Roscoe (1952) pode ser utilizada para estimar a viscosidade de polpas minerais.

$$\mu = \mu^0 \cdot (1 - \Phi)^{-2,5} \quad (2.5)$$

Em que μ é a viscosidade dinâmica da polpa; μ^0 a viscosidade da água na temperatura em que a polpa se encontra e Φ a fração volumétrica ocupada pelo sólido na polpa.

Para que ocorra a suspensão, a movimentação ascendente de sólidos causada pelo impelidor deve sobrepujar a força descendente causada pela tendência natural dos sólidos à sedimentação. Para isso, é necessário o conhecimento da velocidade terminal de sedimentação do sólido, sendo esta a velocidade constante atingida pela partícula quando lançada num fluido inicialmente em repouso. O cálculo da velocidade terminal de sedimentação é realizado através da Equação 2.6, independentemente do regime de escoamento (McCABE; SMITH; HARRIOTT, 2001).

$$v_t = \left[\frac{4 \cdot g \cdot d_p^{1+n} (\rho_s - \rho_L)}{3 \cdot b_1 \eta^n \rho_L^{1-n}} \right]^{\frac{1}{2-n}} \quad (2.6)$$

Sendo b_1 e n parâmetros que caracterizam o regime de escoamento; g a aceleração da gravidade; d_p o diâmetro da partícula; ρ_s e ρ_L as massas específicas do sólido e do líquido, respectivamente; η a viscosidade dinâmica do líquido, e; v_t a velocidade terminal da partícula. Os parâmetros b_1 e n podem ser obtidos a partir do cálculo do parâmetro K , expresso na Equação 2.7.

$$K = d_p \left[\frac{g \cdot \rho_L (\rho_s - \rho_L)}{\mu^2} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (2.7)$$

Conhecendo o valor de K, consulta-se a tabela 2.3 para se determinar b_1 e n , levando-os na Equação 2.6.

Tabela 2. 3 - Parâmetros b_1 e n de acordo com o critério K (McCABE; SMITH; HARRIOTT, 1993)

Valores de K	Re_p	Regime de Escoamento	b_1	n
$K < 3,3$	$Re_p < 1,9$	Regime laminar (Stokes)	24	1
$3,3 < K < 44$	$1,9 < Re_p < 500$	Regime de transição	18,5	0,6
$44 < K < 2360$	$500 < Re_p < 2 \times 10^5$	Regime turbulento (Newton)	0,44	0

Há vários objetivos quando se trabalha com sólidos em suspensão em tanques com impulsores mecânicos (McCABE; SMITH; HARRIOTT, 2001; HIMMELSBACH et al., 2006). Em processos de lavagem ou dissolução de sólidos o estado de suspensão completa pode ser suficiente. Já em processos com operações contínuas ou vários tanques em série a homogeneidade do sistema é requerido. Com o aumento da rotação do impelidor um melhor grau de homogeneidade é alcançado (HIMMELSBACH et al., 2006) como mostrado na Figura 2.11.

Figura 2. 11 - Níveis de suspensão.(a) parcial: há sólido no fundo do tanque; (b) completa: não há sólido no fundo; (c) uniforme: sólido bem disperso (HEMRAJANI; TATTERSON; 2004).

No caso de suspensão incompleta, parte da fase sólida permanece depositada no fundo do tanque ou desliza pela superfície do mesmo. Uma pequena quantidade de filetes estacionários de sólidos fica na base do tanque ou sua periferia como ilustrado a Figura 2.12, onde somente um fluxo de fluido estagnado existe. Esta condição, porém, é suficiente para a dissolução de sólidos altamente solúveis.

Figura 2. 12 - Suspensão de sólidos com partículas sedimentadas (KNEULE,1985).

A suspensão é definida como completa quando nenhuma partícula sólida permanece no fundo do tanque por mais do que um ou dois segundos (ZWIETERING, 1958), critério conhecido como rotação crítica de suspensão ou “Critério 1-s”, que constitui uma situação desejável para se obter suspensão completa. Quando esta condição é alcançada, geralmente há gradientes de concentração de sólidos na direção axial do tanque, havendo uma região de líquido claro na parte superior do tanque. Esse gradiente terá pouca influência no desempenho do processo quando se tratar de dissolução de sólidos ou reação química e o coeficiente de transferência de massa não aumentará muito com aumentos adicionais da velocidade do impelidor (McCABE; SMITH; HARRIOTT, 2001).

Para obter certo grau de homogeneidade na polpa que está submetida à agitação em um tanque, não basta que as partículas sólidas estejam suspensas, elas devem estar distribuídas uniformemente por todo o volume de líquido do tanque

(BUURMAN; RESOORT; PLASCHKES, 1986). Esta condição é particularmente desejável quando um fluxo contínuo e representativo de sólidos do sistema é necessário, por exemplo, quando tanque com agitação for utilizado para alimentar continuamente um reator químico.

Um estado de suspensão completa das partículas na água somente é atingido quando a rotação do impelidor (N) é maior ou igual a um certo valor crítico (N_{js}) que resulta numa situação onde nenhum sólido permanece na base do tanque por mais de 1 ou 2 segundos. Tal condição é denominada de “Critério 1-s” (ZWIETERING, 1958) e N_{js} é chamada de rotação crítica. Por outro lado, o “Critério 1-s” não garante que as partículas estarão distribuídas uniformemente ao longo de todo o volume do tanque.

A determinação da rotação crítica de suspensão (N_{js}) é de grande valia pois, antes de se atingir o “Critério 1-s”, a área total da superfície das partículas que se encontra em contato com a água (e os reagentes de flotação nela contidos) não está sendo eficientemente utilizada.

Zwietering (1958) desenvolveu uma das primeiras compreensíveis correlações de N_{js} (VAN DER WESTHUIZEN; DEGLON, 2007). A partir do estudo realizado por Zwietering, muito tem sido investigado sobre o assunto. Alguns estenderam os estudos com a correlação de Zwietering em termos de variáveis ou tipos de impelidores, considerando o efeito de cada variável independente da outra (NIENOW, 1968; RAGHAVA RAO; REWATKAR; JOSHI, 1988). Expressões empíricas similares à de Zwietering, mas com os dados experimentais correlacionados por regressão não-linear múltipla foram sugeridas por Chudacek (1986). Modelos semi-teóricos gerais também foram propostos (NARAYANAN et al., 1969; MUSIL; VLK, 1978; GATES; MORTON; FONDY, 1976; BALDI; CONTI; ALARIA, 1978; BUURMAN; RESOORT; PLASCHKES, 1986; MOLERUS; LATZEL, 1987a,b; WICHTERLE, 1988; RIEGER; DITL, 1992).

A correlação desenvolvida por Zwietering (1958) para a rotação crítica (N_{js} ou N_z) baseou-se em um sistema não aerado, como são os condicionadores de polpa utilizados em circuitos industriais de flotação. Tal correlação é representada pela Equação 2.8.

$$N_{js} = \frac{S \nu^{0,1} d_p^{0,2} B^{0,13} \left[g \left(\frac{\rho_s - \rho_L}{\rho_L} \right) \right]^{0,45}}{D^{0,85}} \quad (2.8)$$

Sendo: S um parâmetro geométrico adimensional que é função de variáveis geométricas (D/T, C/T, tipo de impelidor); ν a viscosidade cinemática da água; d_p o diâmetro da partícula sólida; B a razão entre a massa de sólidos e a massa de água, em percentagem; g a aceleração da gravidade; ρ_s e ρ_L respectivamente, as massas específicas do sólido e do líquido, e; D o diâmetro do impulsor.

Nienow (1968) pesquisou a influência da distância entre o impulsor e o fundo do tanque utilizando rotor tipo turbina de seis pás planas, usando como base a correlação de Zwietering. O autor constatou que a suspensão é alcançada de maneira mais eficiente com impelidores posicionados com altura relativa à base do tanque pequena (C/T= 1/7). Porém, atenção deve ser tomada quando se aumenta o tamanho do rotor já que no cálculo da potência consumida o diâmetro do impulsor é elevado à quinta potência.

Narayanan e colaboradores (1969) propuseram uma expressão teórica para a rotação crítica (N_{js}), derivada de um balanço das forças verticais atuantes na partícula, sendo que a força descendente é causada pelo campo gravitacional da terra e a força ascendente devido ao arraste provocado pelo componente vertical da velocidade do fluido.

Gates, Morton e Fondy (1976) criaram uma escala para diversos níveis de agitação, e estabeleceram relações capazes de calcular a rotação do impelidor gerando o nível de agitação desejado nos tanques.

Baldi, Conti e Alaria (1978) concluíram que a suspensão dos sólidos ocorre devido às perturbações turbulentas e não ao campo de velocidade médio existente próximo a base do tanque. Assumindo que existem turbilhões de determinado tamanho crítico que são capazes de arrancar as partículas que estão em repouso. Turbilhões com escala menor que o tamanho crítico não possuem energia suficiente para mover as partículas sólidas do fundo do tanque, enquanto que turbilhões maiores que o crítico possuem menor frequência, tendo menor probabilidade de suspender as partículas.

Utilizando balanços de energia cinética, Musil e Vlk (1978) analisaram o efeito da altura do impelidor em relação à base do tanque para rotor do tipo axial em tanques com fundo tipo cônico. Eles identificaram duas diferentes regiões: uma em que a distância entre o rotor e o fundo do tanque (C/T) não teve efeito sobre a rotação crítica, e outra em que uma dependência linear da rotação crítica sobre a relação C/T foi observada. Mais tarde, Musil, Vlk e Jiroudková (1984) estenderam este trabalho para um tanque com fundo cônico truncado, ou seja, com se um cone fosse cortado pela metade na direção horizontal. Entretanto, a relação C/T foi afetada pelo formato do fundo devido à recirculação forçada, gerando filetes (CHUDACEK, 1985).

Conti, Sicardia e Specchia (1981) propuseram correlações empíricas baseadas no estudo de Baldi et al. (1978), em que a rotação crítica pode ser encontrada como uma função quadrática complexa da relação (C/T), para turbinas de disco com oito pás.

Molerus e Latzel (1987a) definiram um critério denominado de estado de suspensão suficiente, estado alcançado quando não se encontram traços de partículas sólidas se movendo na base do tanque. Em seus estudos foram utilizadas células de condutividade postas no fundo do tanque com o intuito de monitorar a concentração de sólidos. Os autores empregaram equações matemáticas para prever a suspensão de partículas finas, critério este baseado na camada limite.

Os mesmos autores (MOLERUS; LATZEL, 1987b) propuseram um modelo para suspensão de partículas grossas, tomando como princípio equações da teoria de fluidização.

Em um extensivo estudo de suspensão de sólidos usando turbinas com pás inclinadas (RAGHAVA RAO; REWATKAR; JOSHI, 1988), uma correlação foi proposta em que o efeito de variáveis físicas e geométricas foram incluídas, mas a relação (C/T) não foi incluída. Tal parâmetro de grande importância, devido à relação com os padrões de fluxo gerados e economia de energia (NAGATA, 1975; NIENOW, 1968; BALDI; CONTI; ALARIA, 1978; TATTERSON, 1994; CONTI; SICARDIA; SPECCHIA, 1981).

Wichterle (1988) propôs um modelo para estimar a rotação crítica de suspensão de sólidos baseado na comparação da velocidade terminal de sedimentação com a velocidade característica atuante na partícula no fundo do tanque. Modelo segundo o

próprio autor (Wichterle), simples e com resultados satisfatórios em comparação com dados da literatura.

Rieger e Dittl (1994) desenvolveram um modelo semi-empírico para descrever a suspensão de sólidos, baseando-se nas equações da continuidade e em diferentes regimes de escoamento (transição e turbulento).

Armenante e Nagamine (1998) propuseram equações para a rotação crítica (N_{js}) em que a relação C/T e o diâmetro do impulsor, foram incluídas. Tal investigação teve como foco a determinação da rotação crítica de suspensão e potência dissipada requerida para impelidores operando com distâncias relativamente pequenas ($0,021 \leq C/T \leq 0,25$). As equações de regressão que incorporadas à dependência exponencial da rotação crítica na relação (C/T) , obtiveram melhores ajustes quando comparadas com a dependência linear.

Armenante, Nagamine e Susanto (1998) deram seqüência ao trabalho de Armenante e Nagamine (1998), porém, utilizando distâncias relativamente maiores do impulsor em relação ao fundo do tanque ($0,13 < C/T < 0,40$), comparando o efeito do parâmetro geométrico S definido sem auxílio de gráficos via regressão com aqueles obtidos empiricamente por Nienow (1968) e Zwietering (1958), obtiveram bons resultados em comparação com a literatura.

O modelo utilizado por Kraume e Zehner (2002) procede de um estado de suspensão de sólidos homogênea. Estado alcançado quando os sólidos em suspensão chegassem a 90% do nível total do líquido. A descrição física dessas condições é baseada no balanço de energia mecânica para as duas fases envolvidas.

Sharma e Shaikh (2003) desenvolveram correlações para a rotação crítica e potência crítica de suspensão de sólidos incorporando o efeito da distância entre o rotor e o fundo do tanque. Eles analisaram três regiões e propuseram duas equações, já que a terceira região ($C/T > 0,35$) não foi considerada importante industrialmente pelos autores. Na primeira região ($D/T < 0,35$, $C/T < 0,1$) a rotação e a potência crítica permaneceram constantes, já na segunda região ($0,35 > C/T > 0,1$) houve um aumento na rotação e na potência com o aumento da altura do impelidor. Segundo os próprios autores, com o aumento da distância do impelidor em relação ao fundo do tanque, a

energia disponível para suspender as partículas do fundo diminui, com isso compromete o rendimento do impulsor.

Van der Westhuizen e Deglon (2008) e Lima, Deglon e Leal Filho (2009) investigaram a rotação crítica de suspensão de sólidos em sistema trifásico (células de flotação), em estudos baseados no critério de Zwietering, foi adicionado à correlação um parâmetro relacionado à aeração do sistema. Os dados experimentais de Lima, Deglon e Leal Filho (2009) da rotação crítica de suspensão nas células em escala de bancada também foram comparados com os resultados de uma célula mecânica de flotação em escala de piloto.

Recentemente, simulações foram realizadas, utilizando modelo computacional de fluidodinâmica (CFD) para prever a rotação crítica de suspensão em tanques com agitação, obtendo bons resultados quando comparados com dados da literatura (SAHU et al., 1999; CEKINSKI apud JOAQUIM Jr et al., 2007; MURTHY; GHADGE; JOSHI, 2007).

Embora o “Critério 1-s” garanta que nenhuma partícula se deposite no fundo do tanque, em algumas situações, além da rotação mínima de suspensão, é necessário o conhecimento da distribuição das partículas sólidas ao longo perfil vertical do tanque (axial), sendo normalmente necessário que essas partículas estejam uniformemente dispersas por todo o volume de líquido do tanque (YAMAZAKI; TOJO e MIYANAMI, 1986). Em alguns casos as características do produto dependem da qualidade da suspensão. O excesso de turbulência, causado pela alta rotação do impelidor, e a imperfeição na suspensão de sólidos, podem provocar um baixo rendimento no processo, além do consumo excessivo de energia.

Uma maneira de avaliar o status de suspensão dentro de tanques que operam com impulsores mecânicos é através de medidas de concentração de sólidos em varias alturas na direção axial e radial, gerando um perfil de concentração de sólidos. Desta maneira um gráfico da concentração de sólidos em função da altura do tanque, permite a visualização da distribuição de sólidos ao longo das direções axial e radial dentro do tanque. A Figura 2.13 ilustra um exemplo de perfil de concentração axial de sólidos.

Normalmente os estudos são realizados na direção axial, negligenciando a direção radial por não haver variação significativa (YAMAZAKI; TOJO; MYANAMI, 1986;

BARRESI; BALDI, 1987; KUZMANIC; RUSIC, 1999). No perfil radial, Barresi e Baldi (1987) observaram um gradiente de concentração de sólidos elevado na zona abaixo do impelidor, porém na parte superior um bom grau de homogeneidade foi encontrado, como ilustrado na Figura 2.14.

Figura 2. 13 - Concentração de sólidos em função da altura do tanque para turbina de pás inclinadas (BARRESI; BALDI, 1987).

Figura 2. 14 - Perfil de concentração radial de sólidos com vários níveis de rotação para turbina de Rushton (BARRESI; BALDI, 1987).

A medida da concentração de sólidos é normalmente realizada através da remoção de pequenas amostras de polpa em várias alturas dentro do tanque. O objetivo de tal amostragem é obter uma quantidade de amostra que represente cada ponto coletado (NASR-EL-DIN; MacTAGGART; MASLIYAN, 1996). Rushton apud Barresi e Baldi (1987), sugeriu que o perfil de concentração de sólidos deve ser calculado perto da parede lateral do tanque, cerca de 5% do diâmetro do tanque, devido ao efeito de parede e, à medida que se aproxima do eixo do rotor, há um aumento da concentração de sólidos, principalmente na parte inferior do tanque (BARRESI; BALDI, 1987).

A relação entre a concentração de sólidos no tanque e a que está no tubo de retirada de amostra, depende da posição e formato do amostrador, além da velocidade de amostragem (NASR-EL-DIN; MacTAGGART; MASLIYAH, 1996; KUZMANIC; RUSIC, 1999). Entretanto, amostragem representativa é extremamente difícil de ser obtida em tanques com agitação (Nienow, 1985) devido à diferença de inércia entre o fluido e partículas de diferentes tamanhos e densidades (NASR-EL-DIN, 1987).

De acordo com Nienow (1985), tal retirada de amostra deve ser realizada em condições isocinéticas, ou seja, a amostragem deve ser feita numa região onde o fluido e as partículas se movimentam em uma velocidade de mesma magnitude e direção e a velocidade de amostragem também deve ser desta mesma magnitude e direção.

Mesmo com essas sérias deficiências, a retirada de amostras de tanques para determinar a concentração de sólidos é um método que tem sido utilizado por inúmeros pesquisadores (BALDI; CONTI; GIANETTO, 1981; BUURMAN; RESOORT; PLASCHKES, 1986; BARRESI; BALDI, 1987 a,b; MacTAGGART; NASR-EL-DIN; MASLIYAH, 1993; NASR-EL-DIN; MacTAGGART; MASLIYAH, 1996; KUZMANIC; RUSIC, 1999).

Normalmente ensaios de coleta de amostras são realizados com auxílio de um tubo posicionado na parede lateral do tanque acoplado a uma bomba peristáltica, tornando o aparato com um custo elevado, além de necessitar grande quantidade de amostra (BARRESI; BALDI, 1987 a,b; NASR-EL-DIN; MacTAGGART; MASLIYAH, 1996; KUZMANIC; RUSIC, 1999) ou métodos óticos (YAMAZAKI; TOJO; MYANAMI, 1986; SHAMLOU; KOUTASAKOS, 1989) não usuais em tanques de condicionamento,

já que são restritos a concentrações volumétricas relativamente baixas, menores que 1 ou 2%.

Nasr-El-Din, MacTaggart e Masliyah (1996) realizaram comparações entre testes realizados com sonda de condutividade e o método tradicional de retirada de amostras com diferentes formatos de sondas de coleta. Esta técnica foi utilizada para avaliar os erros associados com as varias técnicas para coleta de amostras, além de medir o perfil de concentração de sólidos em tanques com agitação com alta concentração de quartzo (30% em volume). Os autores encontraram bons resultados, porém, alertando que muito cuidado deve ser tomado quando o método de condutividade for utilizado, devido a variação de resistência ao se utilizar um sólido não condutor com líquido condutor (água de torneira, por exemplo).

2.7 Modelagem da Distribuição Axial de Sólidos em Tanques com Agitação Mecânica

Barresi e Baldi (1987) propuseram um modelo matemático, denominado de Modelo de Sedimentação-Dispersão de Sólidos que parte de algumas hipóteses simplificadoras como:

- i. Não há gradiente de concentração radial dentro do tanque;
- ii. A turbulência é homogênea e isotrópica;
- iii. Para a fase sólida, é válida a mecânica do contínuo.

Com a utilização das hipóteses simplificadoras acima salientadas e partindo da equação da continuidade escrita na forma de um gradiente de concentração de sólidos ao longo da coordenada axial, realizou-se um balanço entre as forças ascendentes e descendentes que atuam sobre as partículas, obtendo-se a Equação 2.9. A partir de um tratamento matemático simples, foi possível obter a Equação 2.10, que permitiu descrever a distribuição axial de sólidos no interior do tanque.

$$v_t \cdot X_h + D_s \left(\frac{dX_h}{dh} \right) = 0 \quad (2.9)$$

$$\frac{d \ln X_h}{dh} = \frac{-v_t}{D_s} \quad (2.10)$$

Em que: v_t é a velocidade terminal de sedimentação das partículas; X_h é a percentagem de sólidos a uma determinada altura; D_s representa o coeficiente de difusão turbulenta dos sólidos.

Analisando-se a Equação 2.10, verifica-se que, a partir do perfil de concentração de sólidos em várias alturas do tanque agitado, é possível construir um gráfico que ilustra a variação do logaritmo da concentração em função da altura, onde a inclinação da curva representa a razão entre a velocidade de sedimentação (v_t) e o coeficiente de difusão turbulenta (D_s).

Tal modelo possibilita a identificação do limite entre duas zonas predominantes no interior do tanque: a zona turbulenta, mais próxima ao impelidor, e a zona quiescente, nas cotas mais altas (Figura 2.15). Situação foi explanada por Lima (2009), com base nos resultados reportados por Yianatos (2001).

Para calcular o grau de homogeneidade do sistema, utiliza-se normalmente o parâmetro denominado “qualidade de suspensão”, definido como a relação entre o desvio padrão e a média do perfil de concentração, como proposto por Bohnet e Niesmak apud Chudacek (1986), expresso pela equação 2.11.

$$\sigma_{rel} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_1^n \left(\frac{X}{\bar{X}} - 1 \right)^2} \quad (2.11)$$

Em que: n representa o número de pontos de amostragem; X é a concentração em cada cota; $\bar{X}$ é a concentração média em cada perfil.

Figura 2. 15 - Perfil de concentração de sólidos em células de flotação (Adaptada de Yianatos, 2001)

Schubert (1999), em sua discussão sobre o modelo de sedimentação-dispersão, utilizou o número de Peclet modificado (N_{pe^*}), expresso na Equação 2.12, para definir três diferentes tipos de distribuição vertical de sólidos em tanques com agitação:

- i. Alta v_t e baixo D_s ($N_{pe^*} > 100$) levam ao aterramento do tanque;
- ii. Baixa v_t e alto D_s ($N_{pe^*} < 0,1$) levam a uma distribuição homogênea ao longo do volume do tanque;
- iii. Situações entre esses dois extremos levam a uma queda exponencial da concentração de sólidos do topo para o fundo do tanque.

$$N_{pe^*} = T \cdot \frac{v_t}{D_s} \quad (2.12)$$

Sendo: T o diâmetro do tanque; v_t a velocidade de sedimentação das partículas e D_s o coeficiente de difusão turbulenta.

Gates, Morton e Fondy (1976) utilizaram os princípios de sedimentação/dispersão para propor um modelo semi-empírico de dimensionamento de

tanques condicionadores, fundamentando-se na estimativa da velocidade terminal de sedimentação das partículas de maior diâmetro presentes num minério que se deseja suspender em meio aquoso. A idéia básica é balancear as forças descendentes e ascendentes atuantes nas partículas. Os autores criaram uma escala (Tabela 2.4) para diversos níveis de agitação, e estabeleceram relações capazes de calcular a rotação do impelidor gerando o nível de agitação desejado nos tanques.

Em tanques de condicionamento é comum se adotar o grau de agitação 9 e 10 para se atingir um alto nível de homogeneidade.

Tabela 2. 4 – Nível de Agitação (NAG) para mover e misturar (GATES; MORTON; FONDY, 1976).

Escala de Agitação (NAG)	Descrição
1-2	O nível de agitação 1-2 caracteriza as aplicações que requerem o mínimo nível de suspensão de sólidos. Impelidores capazes de atingir esse nível de agitação deverão: <ul style="list-style-type: none"> a) Produzir o movimento de todos os sólidos no tanque com agitação; b) Permitir o movimento dos sólidos no fundo do tanque; os sólidos são periodicamente suspensos.
3-5	Nesta escala está a maioria dos processos químicos industriais para suspensão de sólidos. Faixa de escala utilizada para dissolver sólidos. Impelidores capazes de atingir esse nível de agitação deverão promover: <ul style="list-style-type: none"> a) A suspensão de todos os sólidos do fundo do tanque; b) A suspensão uniforme de sólidos até, pelo menos, um terço da altura do
6-8	Caracteriza aplicações em que os níveis de suspensão dos sólidos se aproxima da uniformidade dentro do tanque com agitação. Impelidores capazes de atingir esse nível de agitação deverão promover uma suspensão uniforme de sólidos até 95% da altura do nível de líquido.
9-10	A uniformidade na suspensão de sólidos é máxima. Impelidores capazes de atingir esse nível de agitação deverão promover uma suspensão uniforme de sólidos até 98% da altura do equipamento.

2.8 Ampliação de Escala em Tanques com Agitação

Um dos maiores problemas em lidar com suspensões de sólidos é a determinação de um projeto confiável de ampliação de escala de tanque em tamanho de laboratório ou piloto para um tanque industrial (GEISLER, 1993), possivelmente devido à dificuldade de se manter constantes todas as relações de fluxo e cisalhamento no processo de escalonamento. Sendo os principais parâmetros os geométricos, dinâmicos e cinemáticos (COULSON; RICHARDSON, 2004; JOAQUIM Jr. et al., 2007). Realizar ampliação de escala geralmente é um processo difícil e de alto custo, sendo em alguns casos praticamente impossível (COUPER et al., 2005). Normalmente se utilizam recursos como a semelhança geométrica entre os equipamentos com mostra a Figura 2.16, no qual todas as relações entre as dimensões importantes do tanque menor como o diâmetro do impelidor e do tanque, altura do nível do líquido, entre outras, são mantidas constantes no tanque maior (RAUTZEN; CORPSTEIN; DICKEY, 1976; JOAQUIM Jr. et al., 2007).

Figura 2. 16 - Similaridade geométrica entre tanques de diferentes volumes (Adaptada de RAUTZEN; CORPSTEIN; DICKEY, 1976).

2.9 Parâmetros de Escalonamento Baseados em Análise Dimensional

Parâmetros de ampliação de escala baseados em análise adimensional são apresentados na literatura por Nagata (1975). Tais parâmetros também foram reportados por outros autores (CONNOLLY; WINTER, 1969; WERNERSSON; TRAGARDH, 1999; BADINO Jr; SCHMIDELL, 2001), todos eles baseados na constância de alguns parâmetros:

- i. Número de Reynolds;
- ii. Capacidade de bombeamento do impelidor (N_Q);
- iii. Relação potência por volume.

Há também correlações empíricas, como aquela que foi proposta por Rautzen, Corpstein e Dickey (1976), e aplicada a sistemas geometricamente similares, que para suspensão de sólidos, foi encontrado um expoente de $\frac{3}{4}$ para a relação da rotação em função do diâmetro do impelidor.

Normalmente manter a potência no sistema por unidade de volume constante é o método mais utilizado. Porém a escolha do critério depende do tipo de processo em questão (WERNERSSON; TRAGARDH, 1999; BADINO Jr; SCHMIDELL, 2001).

Para se obter bons resultados na ampliação de escala de tanque com agitação mecânica, alguns passos devem ser seguidos de acordo com Leng (1991):

- i. Definir a necessidade do processo;
- ii. Identificar todos os parâmetros operacionais;
- iii. Rever o histórico do processo;
- iv. Selecionar os parâmetros importantes do processo;
- v. Definir a geometria do tanque inicial – formato do tanque e impelidor, posição do impelidor, chicanas, dentre outros.

Um dos métodos que ainda muitas investigações são baseadas é o critério de Zwietering (1958), um dos primeiros autores a introduzir uma equação de ampliação de escala empírica baseando-se em análise adimensional. Porém, segundo Zlokarnik

(1998) embora o critério 1-s seja simples de ser realizado, não é um método muito exato devido sua sensibilidade, por lidar com uma unidade dimensional e, portanto, não ser conveniente para ampliação de escala.

De acordo com Wernersson e Tragardh (1999) e Badino Jr e Schmidell (2001), os seguintes parâmetros globais para ampliação de escala em tanques com impulsores mecânicos com a finalidade de suspender sólidos podem ser destacados:

- i. Constância da potência no sistema não aerado por unidade de volume do meio (P/V);
- ii. Constância da velocidade na extremidade do impelidor (v_p);
- iii. Constância do tempo de mistura (t_m);
- iv. Constância da capacidade de bombeamento do impulsor (Q_b/V);
- v. Constância do número de Reynolds (N_{Re}).

Para efetuar o escalonamento de um tanque com impulsor mecânico operando com sólidos em suspensão, diversos autores propõem correlações baseadas na relação potência/volume como função do diâmetro do impelidor (WASP; KENNY; GANDHI, 1979; CONNOLLY; WINTER, 1969; McCABE; SMITH; HARRIOTT, 2001). Este critério ainda é um dos mais utilizados para ampliação de escala (BADINO JR, 2001).

Em tanques cilíndricos com chicanas, em regimes de escoamentos laminar e de transição, tem-se que:

$$N_p = f\left(\frac{1}{N_{Re}}\right) \quad (2.13)$$

Sendo:

N_p o número de potência ($P / (N^3 D^5 \rho)$) (adimensional);

N_{Re} o número de Reynolds ($ND^2\rho / \mu$) (adimensional);

P a potência transmitida na agitação (W);

N a frequência de rotação (rpm);

ρ a massa específica do fluido (kg/m^3);

μ a viscosidade do fluido ($\text{kg. m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$);

D o diâmetro do impulsor (m).

Logo,

$$\frac{P}{N^3 D^5 \rho} \propto \frac{\mu}{\rho N D^2} \quad (2.14)$$

Como a massa específica (ρ) e viscosidade dinâmica (μ) se mantêm constantes no aumento de escala, tem-se que a potência dissipada é proporcional ao quadrado da rotação vezes o cubo do diâmetro do impelidor, conforme ilustra a equação 2.15.

$$P \propto \frac{N^3 D^5}{N D^2} \quad \text{ou} \quad P \propto N^2 D^3 \quad (2.15)$$

No regime turbulento ($N_{Re} > 10^4$), N_p é constante (RUSHTON; COSTICH; EVERETT, 1950), logo:

$$N_p = \frac{P}{N^3 D_i^5 \rho} = \text{constante} \quad (2.16)$$

Portanto

$$P \propto N^3 D^5 \quad (2.17)$$

O volume do tanque (V) é dado por (Equação 2.18):

$$V = \pi \frac{T^2}{4} H \quad (2.18)$$

Em que:

D é o diâmetro do tanque (m);

H é a altura da coluna de líquido (m);

Como se pretende, na ampliação de escala, manter semelhança geométrica, e sabendo-se que (Equação 2.19):

$$T \propto D \quad \text{e} \quad H \propto D \quad (2.19)$$

Logo, tem-se que (Equação 2.20):

$$V \propto D^3 \quad (2.20)$$

Dividindo-se as Equações 2.15 e 2.17 pela Equação 2.20, tem-se:

$$\frac{P}{V} \propto N^2 \rightarrow \text{Regime laminar/ Transição} \quad (2.21)$$

$$\frac{P}{V} \propto N^3 D^2 \rightarrow \text{Regime turbulento} \quad (2.22)$$

Na ampliação de uma escala 1 para uma escala 2, mantendo-se como critério P/V constante, tem-se, para o regime turbulento de agitação (Equação 2.23):

$$\left(\frac{P}{V}\right)_1 = \left(\frac{P}{V}\right)_2 \quad (2.23)$$

E, portanto:

$$N_1^3 D_1^2 = N_2^3 D_2^2 \text{ ou } N_2 = N_1 \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{2/3} \quad (2.24)$$

Outro critério muito importante na ampliação de escala é a velocidade na extremidade do impelidor (V_p), também chamada de “tip velocity” ou velocidade periférica do impelidor. Ela se relaciona com a frequência de rotação (N) e com o diâmetro do impelidor (D), de acordo com a Equação 2.25.

$$v_p = \pi DN \quad (2.25)$$

De acordo com a Equação 2.25:

$$v_p \propto ND \quad (2.26)$$

No procedimento de ampliação de escala 1 para escala 2, mantendo-se constante v_p , tem-se:

$$(v_p)_1 = (v_p)_2 \quad (2.27)$$

Portanto,

$$N_1 D_1 = N_2 D_2 \text{ ou } N_2 = N_1 \frac{D_1}{D_2} \quad (2.28)$$

Uma característica comum visualizada, quando se aplica o estudo de variação de escala é que fluidos agitados em fermentadores de grandes dimensões exibem características não uniformes. O contrário observado em pequenos fermentadores, já que a mistura é praticamente instantânea, tanto em processo contínuo quanto em batelada (BADINO Jr; SCHMIDELL, 2001).

Norwood e Metzner (1960) propuseram uma relação entre o fator tempo de mistura (θ) e o número de Reynolds (N_{Re}) para sistemas com agitação, sendo a grandeza θ definida de acordo com a Equação 2.29.

$$\theta = \frac{t_m (ND^2)^{2/3} g^{1/6} D^{1/2}}{H^{1/2} T^{3/2}} \quad (2.29)$$

Em que:

θ é o fator tempo de mistura (adimensional);

t_m é o tempo de mistura (s);

N é a frequência de rotação (rps);

D é o diâmetro do impelidor (m);

g é a aceleração da gravidade ($m.s^{-2}$);

H é a altura de coluna de fluido (m);

T é o diâmetro do tanque (m);

Para valores de $N_{Re} > 10^5$, e sabendo-se que H e T são proporcionais a D , tem-se:

$$t_m \propto \frac{D^{1/6}}{N^{2/3}} \text{ ou } t_m \propto \left(\frac{D}{N^4} \right)^{1/6} \quad (2.30)$$

Na ampliação de escala 1 para escala 2, mantendo-se t_m constante, tem-se:

$$(t_m)_1 = (t_m)_2 \quad (2.31)$$

$$\left(\frac{D_1}{N_1^4}\right)^{1/6} = \left(\frac{D_2}{N_2^4}\right)^{1/6} \text{ ou } N_2 = N_1 \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^{1/4} \quad (2.32)$$

No interior de um tanque com agitação, onde existe um bom grau de mistura, existe também um tempo de circulação característico (t_c). A capacidade de bombeamento (Q_b/V) dada pela relação entre a vazão de circulação do fluido no interior do tanque e o volume de líquido, expressa esse tempo de circulação ($t_c=1/Q_b$), sendo:

$$Q_b \propto ND^3 \quad (2.33)$$

E, sabendo-se que $V \propto T^3$ e $T \propto D$, logo:

$$\frac{Q_b}{V} \propto \frac{ND^3}{D^3} \quad (2.34)$$

E, portanto:

$$\frac{Q_b}{V} \propto N \quad (2.35)$$

Na translação de uma escala 1 para uma escala 2, matendo-se a relação Q_b/V constante, tem-se que:

$$\left(\frac{Q_b}{V}\right)_1 = \left(\frac{Q_b}{V}\right)_2 \quad (2.36)$$

Logo,

$$N_1 = N_2 \quad (2.37)$$

Outro critério de ampliação de escala ligado diretamente ao grau de agitação dentro de tanques com agitação é o número de Reynolds (N_{Re}). Este é expresso pela Equação 2.38.

$$N_{Re} = \frac{\rho ND^2}{\mu} \quad (2.38)$$

Devido ao fato das propriedades físicas, ρ e μ permanecerem constantes na variação de escala, tem-se que:

$$N_{Re} \propto ND^2 \quad (2.39)$$

Mantendo-se o número de Reynolds constante no processo de escalonamento, então:

$$(N_{Re})_1 = (N_{Re})_2 \quad (2.40)$$

E, portanto:

$$N_1 D_1^2 = N_2 D_2^2 \text{ ou } N_2 = N_1 \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 \quad (2.41)$$

Quando da utilização dos critérios de escalonamento expostos nesta seção, as equações obtidas, apresentam relações entre frequência de rotação (N) e dimensões (D) para as duas escalas em estudo.

Penny (1971) desenvolveu um procedimento de ampliação de escala para sistemas geometricamente similares, utilizando correlações logarítmicas lineares com a relação da potência por unidade de volume em função de números adimensionais como o número de Reynolds e de Froude, mesma taxa de transferência de calor por unidade de volume, além de suspensão de sólidos. O diagrama foi construído a partir de dados experimentais em laboratório com as geometrias de Rushton, porém não foi mencionado pelo autor o tamanho do protótipo mínimo utilizado.

Para cada tipo de processo é escolhido um critério, dentre os quais se destacam, por exemplo:

- i. Mesmo tempo de mistura, turbulento, se o tanque for, por exemplo, um reator químico;
- ii. Mesma velocidade na ponta do impelidor, turbulento, prático para operações em que se deseja evitar a quebra de materiais como em uma floculação;
- iii. Mesmo coeficiente de transferência de calor, quando o tanque é um aquecedor ou resfriador e;
- iv. Sólidos em suspensão, quando se objetiva evitar a sedimentação de partículas.

A relação experimental de ampliação de escala da potência por unidade de volume do tanque industrial $(P/V)_2$ pela potência por unidade de volume do tanque de bancada $(P/V)_1$, em função da relação entre o volume útil do tanque industrial pelo volume útil do tanque de bancada (V_2/V_1) aplicada para suspensão de sólidos em regime turbulento, além de outros critérios estão ilustrados na Figura 2.17 fornecida Penny (1971). A técnica é bastante empregada no projeto de tanques que realizam suspensão de partículas através da rotação dos impulsores. Tal método é bastante utilizado pela indústria petroquímica.

Figura 2. 17 - Fatores de scale-up em tanques com impulsores mecânicos (PENNY, 1971).

CAPÍTULO 3 - MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 Descrição dos Tanques Utilizados na Suspensão de Sólidos

As unidades experimentais foram compostas por dois tanques cilíndricos de $0,010\text{m}^3$ (diâmetro= 0,234 m) e $0,049\text{m}^3$ (diâmetro= 0,397 m), respectivamente, dotados de impelidor, motor em balanço (para medida da potência consumida pelo eixo do impelidor), dinamômetro, ventilador, motor-reductor e espelho inclinado posicionado na sua porção inferior foram utilizados em experimentos de suspensão de sólidos em meio aquoso. Ambos aparatos experimentais encontram-se ilustrados na Figura 3.1 ($0,010\text{m}^3$) e Figura 3.2 ($0,049\text{m}^3$) Os tanques foram construídos em acrílico transparente, utilizando-se relações geométricas fixadas por Rushton (1950), para que técnicas de ampliação de escala possam ser aplicadas. Tais relações geométricas, assim como a dimensões dos tanques são apresentadas na Tabela 3.1.

Tabela 3. 1 - Características principais e relações geométricas dos tanques.

Características	Tanque 1	Tanque 2
Diâmetro do tanque-T (m)	0,234	0,397
Volume do tanque- V_T (m^3)	0,010	0,049
Diâmetro do impelidor-D (m)	0,078	0,132
Altura do impelidor em relação a base-C (m)	0,078	0,132
Altura da pá do impelidor-W (m)	0,016	0,026
Largura da pá do impelidor-L (m)	0,020	0,033
Largura das chicanas-J (m)	0,023	0,040
Altura do nível do líquido-H (m)	0,234	0,397
Tipos de impelidores	Axial com 2 e 4 pás inclinadas (45°); Radial com 6 pás planas fixadas num disco(90°).	
Relações geométricas	$S_1 = D/T = C/T = 1/3$; $S_2 = C/D = 1$; $S_3 = L/D = 1/4$; $S_4 = W/D = 1/5$; $S_5 = J/T = 0,1$; $S_6 = H/T = 1$. Fixadas de acordo com Rushton (1950).

Figura 3. 1 - Tanque de $0,010 \text{ m}^3$ (10L) com motor em balanço, em vista frontal e superior. 1) Tanque; 2) Base para o dinamômetro; 3) Dinamômetro; 4) Braço, para medição da força com escala gradual; 5) Motor em balanço; 6) Ventilador; 7) Moto-reductor; 8) Suporte para motor; 9) Guia; 10) Sistema com fuso para mover o conjunto na vertical; 11) Suporte com o espelho inclinado; 12) Trilho, para movimentação do suporte do dinamômetro; 13) Impelidor.

Figura 3. 2 - Tanque de $0,049 \text{ m}^3$ (49L) com motor em balanço, em vista frontal e superior. 1) Tanque; 2) Dinamômetro; 3) Suporte para o dinamômetro; 4) Suporte para o motor; 5) Braço, para medição da força com escala gradual; 6) Suporte para cabos; 7) Motor sobre rolamentos; 8) Impelidor; 9) Espelho inclinado no suporte do tanque; 10) Ventilador.

Construiu-se também uma base em aço carbono com tampa em acrílico (para o tanque menor) e uma base de aço carbono sobre rodas para melhor mobilidade (tanque maior) (Figura 3.3). Para monitoramento visual da deposição de sólidos no fundo do tanque, empregou-se um espelho inclinado como mostra a Figura 3.4.

Figura 3. 3 - (a) Base em aço carbono com tampa em acrílico para o tanque de 10dm³; (b) Base em aço carbono sobre rodas para o tanque de 49dm³.

Figura 3. 4 - Esquema utilizado para visualização do fundo do tanque.

3.2 Geometria dos Impelidores Utilizados nos Tanques

A Figura 3.5 ilustra os tipos de impelidores utilizados no trabalho experimental desta dissertação. Eles foram:

- i. Turbina com 4 pás inclinadas a 45° (Figura 3.5a) que promove um fluxo predominantemente axial, ou seja, na direção paralela ao eixo do impelidor;
- ii. Turbina com 2 pás inclinadas a 45° (Figura 3.5b) que também promove um fluxo predominantemente axial;
- iii. Turbina com 6 pás planas a 90° fixadas em um disco, conhecida como turbina de Rushton (Figura 3.5c), que promove um fluxo perpendicular ao eixo do impelidor (fluxo predominantemente radial).

Figura 3. 5 - Impelidores: (a) Turbina com 4 pás inclinadas a 45° ; (b) Turbina com 2 pás inclinadas a 45° ; (c) Turbina com 6 pás planas a 90° (Rushton).

Conforme se apresentou e discutiu na seção 2.2 desta dissertação (Tabela 2.1 e 2.2), os impelidores utilizados no desenvolvimento experimental apresentavam os seguintes números de bombeamento (N_Q) e potência (N_p), respectivamente:

- i. Turbinas com 4 pás inclinadas, $N_Q=0,81\pm0,07$ e $N_p=1,28\pm0,08$;
- ii. Turbinas de Rushton, $N_Q=1,01\pm0,29$ e $N_p=5,55\pm0,75$.

3.3 Determinação Experimental da Potência Dissipada no Eixo do Impelidor

Conforme se viu na seção 2.4 desta dissertação, a determinação experimental da potência consumida no eixo do impelidor pode ser realizada por medida de torque, com o motor em balanço (solto, apoiado sobre rolamentos, de acordo com a Figura 3.6) e calculada através da Equação 2.3.

Figura 3. 6 - Motor de 1/2 HP sobre rolamentos utilizado no tanque de 0,010 m³.

A força pode ser medida por um dinamômetro acoplado a um braço no tanque ou motor em balanço, conforme ilustra Figura 3.7. Para isto, confeccionou-se uma estrutura móvel sobre um trilho na base da bancada para o suporte do dinamômetro em acrílico (Figura 3.8), visando obter a força em vários pontos do braço (Figura 3.9). Neste desenvolvimento experimental, utilizou-se dinamômetro de marca KRATOS modelo DDK2.

Figura 3. 7 - Vista geral da medição da força com motor em balanço. 1) braço, distância radial do centro do eixo até o ponto de acoplamento do dinamômetro; 2) dinamômetro, medidor de força.

Figura 3. 8 - Estrutura móvel sobre um trilho na base para o suporte do dinamômetro.

Figura 3. 9 - Braço de medição de força com distância entre os pontos de 25 mm (tanque de 0,010 m³) e 50 mm (tanque de 0,049 m³).

Nas Equações de 3.1 até 3.5 estão apresentadas as equações empregadas para se obter experimentalmente, com motor ou tanque em balanço, a potência consumida no eixo do impelidor.

$$P = F \cdot v_p \quad (3.1)$$

$$v_p = \omega \cdot \frac{D}{2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot N}{60} \cdot \frac{D}{2} = \frac{\pi \cdot D \cdot N}{60} \quad (3.2)$$

$$v_p = \frac{\pi \cdot D \cdot N}{60} \quad (3.3)$$

$$P = F \cdot v_p = F \cdot r \cdot \omega = F \cdot r \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot N}{60} \quad r = b = \text{braço} \quad (3.4)$$

$$P = F.b. \frac{2. \pi. n}{60} \quad [\text{Watts}] = [\text{N}][\text{m}]\left[\frac{1}{\text{s}}\right] = \left[\frac{\text{J}}{\text{s}}\right] \quad (3.5)$$

Sendo: P a potência em Watts; F a força em N (Obs.: a força pode ser medida por um dinamômetro); v_p a velocidade periférica do impelidor em m/s; ω a velocidade angular em rad/s; b é o braço, distância radial do centro do eixo até o ponto de acoplamento do dinamômetro.

Com o tanque em balanço sobre rolamentos, ou seja, com um dinamômetro acoplado a um braço no tanque, calcula-se a potência que é dada pelo produto $F.b.2.\pi.N$. Um exemplo de determinação experimental da potência dissipada pelo impelidor é ilustrada na Tabela 3.2, onde se verifica que a magnitude da potência (P) corresponde à média de três valores que foram obtidos sob diferentes magnitudes de força (F) e braço (b). Observa-se ainda que cada valor médio de potência traz embutido um erro percentual da ordem de 4%.

Tabela 3. 2 - Exemplo de determinação experimental da potência média dissipada pelo impelidor de 4 pás, operando sob uma rotação de $17,7\text{s}^{-1}$.

Rotação (s^{-1})	Força (N)	Braço (m)	Potência (W)	Média $\pm$ desvio
17.7	0.71	0,425	32.26	(32,17 $\pm$ 1,39) W
	1.14	0,275	33.52	
	2.30	0,125	30.74	

3.4 Outras Determinações Experimentais

A medição da rotação do impelidor (N) foi realizada por um tacômetro de modelo DT-22365. Os valores obtidos em cada leitura eram expressos em rotações por minuto (rpm). Eles eram anotados em uma tabela e, posteriormente, convertidos em rotações por segundo (s^{-1}), dividindo-se o valor medido por 60. Cada valor de N reportado ao longo desta dissertação representa a média de 5 medidas realizadas de modo seqüencial, onde se encontra embutido um erro de 0,6%, conforme se verifica na Tabela 3.3.

Tabela 3. 3 - Valores medidos da rotação do impelidor de 4 pás inclinadas e cálculo da média aritmética acompanhada do respectivo desvio-padrão.

Valores Medidos de rotação		Média±desvio
(rpm)	(rps)	(17,8±0,1) s^{-1}
1064	17,7	
1077	18,0	
1070	17,8	
1076	17,9	
1067	17,8	

Para a coleta de polpa em várias alturas dentro do tanque, utilizou-se um tubo de acrílico que exibia 9mm de diâmetro interno. Ele era dotado de um sistema de abertura por mola que evitava refluxo da amostra após coleta. No topo do sistema de amostragem, acoplou-se uma pera automática de marca BRAND, para realizar a sucção da polpa retirada do tanque, conforme ilustra a Figura 3.10.

Figura 3. 10 - Sistema de amostragem: (1) Sistema com mola para abertura do tubo com obstrução na ponta ; (2) Pera automática BRAND.

A velocidade de coleta de polpa (v_c) foi calculada a partir de experimentos com o impelidor de 4 pás inclinadas. Em cada procedimento de coleta, anotou-se a altura (A) da coluna de polpa dentro do tubo e o tempo (t) de coleta, calculando-se, com isto, a velocidade de coleta $\left(v_c = \frac{A}{t} \right)$, obtendo-se os valores apresentados na Tabela 3.4.

Tabela 3. 4 - Velocidade de coleta de polpa em várias alturas dos tanques de 10dm³ e 49dm³ que operavam com impelidor de 4 pás inclinadas em 45°.

Altura de Coleta (h/H)	Velocidade de coleta (cm/s)	
	Tanque de 10dm ³	Tanque de 49dm ³
0,2	34±7	36±6
0,4	29±4	33±3
0,6	28±4	32±3
0,8	30±4	33±4
0,9	35±2	34±3

Observa-se na Tabela 3.4 que, na cota mais baixa $\left(\frac{h}{H} = 0,2 \right)$ de ambos tanques, a velocidade de coleta exibiu magnitude e desvio padrão superiores aos verificados nas

cotas mais altas $\left(\frac{h}{H} > 0,2\right)$. Uma vez que o impelidor se localizava na cota $\frac{h}{H}=0,33$, então o ponto de amostragem localizado na cota $\frac{h}{H}=0,2$ encontrava-se abaixo do impelidor, o que poderia explicar tal discrepância. Complementarmente, também se pode comentar que, para o tanque de 10dm^3 , na cota mais alta $\left(\frac{h}{H} = 0,9\right)$ de amostragem, verificou-se pequena discrepância na magnitude de v_c e desvio-padrão comparados aos valores determinados para as cotas intermediárias $\left(0,2 < \frac{h}{H} < 0,9\right)$, indicando que o sistema de amostragem utilizado demanda melhoramentos.

Sabendo-se que o impelidor de 4 pás possui um número de bombeamento (N_Q) na faixa de 0,75 a 0,88 (Capítulo 2), podemos tomar um valor médio de $N_Q=0,82$. Com base nesses valores, pode-se inferir a vazão de bombeamento do impelidor (Q_b), visto que conhecemos a rotação do impelidor (N) e seu diâmetro (D). Dividindo-se a magnitude de Q_b pela área (A) da seção transversal dos tanques em estudo, podemos estimar a velocidade de ascensão da polpa no tanque. Os resultados são apresentados na Tabela 3.5.

Tabela 3. 5 - Estimativa da velocidade de ascensão da polpa nos tanques.

Volume do Tanque (m^3)	Área da seção transversal (m^2)	D (m)	N_Q	N (s^{-1})	Q_b (m^3/s)	Velocidade de ascensão da polpa (cm/s)
0,010	0,043	0,078	0.82	17.8	$6,93 \times 10^{-3}$	16,1
0,049	0,124	0,132	0.82	12.0	$2,26 \times 10^{-3}$	18,3

Comparando-se os valores de velocidade de coleta da polpa nos tanques (Tabela 3.4) com os valores estimados de ascensão da polpa nos tanques (Tabela 3.5), pode-se verificar que a velocidade de coleta de amostra foi quase o dobro da velocidade de ascensão da polpa no tanque. Deste modo, a amostragem não pode ser

considerada como sendo isocinética e, conseqüentemente, o perfil vertical de distribuição da % de sólidos que se exibe no Capítulo 4 (Figura 4.4 e 4.5) não pode ser considerado como sendo absoluta expressão da realidade, mas apenas um indicativo de que tal distribuição é muito semelhante nos tanques de diferente escala. Esta constatação de semelhança se presta plenamente aos propósitos deste trabalho.

O sistema de amostragem poderia ser aprimorado de duas maneiras:

- i. Aumentar a rotação do impelidor para 150-200%% da rotação utilizada nos experimentos (N_{js}). Todavia, uma vez que a rotação de trabalho corresponde à rotação crítica (N_{js}) que é necessária para se cumprir o “Critério 1-s”, o tanque estaria trabalhando com rotação muito acima da necessária para se obter um bom contato entre as partículas minerais e a solução que contém os reagentes de flotação. Tal procedimento, se adotado, forçaria uma situação experimental muito distante da que se utiliza na prática industrial;
- ii. Diminuir pela metade a velocidade de coleta (v_c) de polpa no amostrador, através de aumento do diâmetro do tubo que realiza a amostragem. Esta opção é factível e recomendada para trabalhos futuros.

3.5 Amostra de Apatita Utilizada nos Ensaios de Suspensão

Amostra de concentrado de apatita que foi produzido a partir de minério oriundo da jazida do Morro da Mina (Cajati-SP) foi fornecida pela Bunge Fertilizantes. Ela foi classificada por peneiramento a úmido em peneiras vibratórias que apresentavam aberturas de 297 μ m (48 mesh Tyler) e 210 μ m (65 mesh Tyler), respectivamente. Após o peneiramento, a amostra foi secada, destorroada e submetida a uma homogeneização em pilha alongada (Figura 3.11), de onde foram retiradas alíquotas para os ensaios de suspensão das partículas nos tanques agitados.

Uma vez que as partículas que passaram em uma peneira e foram retidas em outra apresentam uma ampla gama de diâmetros compreendidos entre a abertura

dessas peneiras, calculou-se o diâmetro médio das partículas sólidas através da média aritmética entre as aberturas das duas peneiras consecutivas, como demonstra a Equação 3.6.

Figura 3. 11 - Pilha alongada utilizada para homogeneização do concentrado de apatita.

$$d_p = \frac{D_{\#1} + D_{\#2}}{2} \quad (3.6)$$

Em que d_p é o diâmetro médio da partícula sólida e; $D_{\#1}$ e $D_{\#2}$ as aberturas das peneiras. Após homogeneização, uma alíquota do material foi enviada para análises químicas por fluorescência de raios-X, obtendo-se os resultados ilustrados na Tabela 3.6. Uma contra-amostra foi submetida a uma determinação de massa específica por picnometria, resultando no valor de 3146 kg/m^3 .

Tabela 3. 6 - Composição química do minério de apatita.

Elemento/Espécie	Teor (%)	Elemento/Espécie	Teor (%)
P ₂ O ₅	40,00	MgO	0,42
CaO	54,60	Fe ₂ O ₃	0,28
SiO ₂	0,51	Na ₂ O	0,14
F	1,50	Relação CaO/P ₂ O ₅	1,37

Através dos resultados apresentados na Tabela 3.6 e cálculos estequiométricos que tomam como base a composição química de uma amostra pura de apatita (BETEJTIN, 1977), são obtidas as seguintes informações:

- i. Uma vez que a relação CaO/P₂O₅ é maior que 1,32, todo o fósforo contido na amostra é oriundo do mineral apatita (BETEJTIN, 1977) e não de fosfatos secundários. Tal constatação é corroborada pela gênese da jazida que gerou tal amostra (NOTHOLT, A. J. G.; SHELDON, R. P.; DAVIDSON, D. F., 1989);
- ii. Com base no teor de 40% de P₂O₅, pode-se estimar que 95% da massa da amostra é composta de apatita;
- iii. Em virtude do alto teor de flúor (1,50%), pode-se inferir que a apatita presente na amostra é da variedade fluorapatita;
- iv. Partindo-se do teor de CaO total na amostra (54,6%), utilizando-se um valor de 1,32 para a relação CaO/P₂O₅, é possível calcular o teor de CaO oriundo da presença de outros minerais portadores de cálcio que estão presentes na amostra. Deste modo, o teor de cálcio não apatítico é da ordem de 2,6%, o que indica um teor de calcita, na amostra, de até 5%;
- v. Os baixos teores de ferro, magnésio e sílica indicam a presença de traços de silicato de magnésio (flogopita, olivina, piroxênios) e, possivelmente, magnetita.

3.6 Preparação de Polpas para Suspensão

A massa de sólido (m_s) que deveria ser misturada à água para produzir polpas que seriam submetidas a ensaios de suspensão nos tanques condicionadores de $0,010\text{m}^3$ e $0,049\text{m}^3$ foi calculada a partir da Equação 3.7.

$$m_s = \frac{V_T \cdot \rho_s}{\left[\frac{(1 - X_T) \cdot \rho_s}{X_T \cdot \rho_L} + 1 \right]} \quad (3.7)$$

Sendo V_T é o volume total da polpa; ρ_s (3146 kg/m^3) e ρ_L ($997,30 \text{ kg/m}^3$) são as massas específicas do sólido e do líquido, respectivamente; X_T é a concentração global ou total de sólidos, e; m_s é a massa seca de sólido.

A Tabela 3.7 prôve as principais informações sobre as polpas utilizadas em cada tanque. Para cada quantidade de sólido e água, calculou-se a % de sólidos em massa (40%) e também volumétrica (17,5%).

Tabela 3. 7 - Caracterização das fases envolvidas.

Volume do tanque (m^3)	0,010	0,049
Sólido utilizado nos ensaios	Apatita	
Faixa Granulométrica (μm)	-297+210	
Massa de sólido (kg) utilizado nos ensaios	5,50	26,78
Massa de água (kg)	8,25	40,17
Percentagem de sólidos total obtida em massa (%)	40	
Percentagem de sólidos total volumétrica (%)	17,5	
Massa específica da polpa	1376 kg/m^3	
Viscosidade da polpa (24°C)	$3,3 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s (*)}$	

(*) valor estimado pela Equação 2.5.

3.7 Avaliação do Estado de Suspensão dos Sólidos nos Tanques

O estado de suspensão dos sólidos no interior dos tanques foi avaliado através do “Critério 1-s” de Zwetering (1958) e também através do perfil de distribuição de sólidos em várias alturas dentro dos tanques.

3.7.1 Aplicação do critério de Zwietering

Conforme se apresentou e discutiu na seção 2.5 desta dissertação, o critério para suspensão das partículas sólidas adotado para o presente estudo foi o proposto por Zwietering (1958) que, por observação visual, sem retirada de amostras, registra-se a rotação (rotação crítica de Zwietering, N_{js}) acima da qual nenhuma partícula sólida permanece sedimentada no fundo do tanque por mais que 1 ou 2 segundos, ou seja, quando se cumpre o “Critério 1-s”.

A rotação crítica de suspensão N_{js} foi verificada por inspeção visual, por meio de um espelho inclinado e iluminado, posicionado abaixo do tanque de condicionamento (Figura 3.4). Este aparato permite a visualização do fundo do tanque enquanto se varia a rotação do impelidor. Observando o que ocorria no fundo do tanque através de sua imagem refletida no espelho, era possível verificar o comportamento dos sólidos na base do tanque simultaneamente a variações na rotação do impelidor.

Os ensaios com o rotor axial foram realizados sem a presença de filete. Este procedimento se justifica uma vez que, com o aumento da rotação, o sólido particulado que se desprendia do fundo do tanque formava pequenos filetes (observar Figura 2.12) na periferia da base do tanque. O filete supracitado era eliminado com um pequeno aumento da rotação. De acordo com Sharma e Shaikh (2003), possivelmente um dos motivos da grande variação nos valores das rotações mínimas de suspensão reportadas na literatura deve ser devido à inclusão ou não desses filetes, pois

normalmente esse efeito não é mencionado. A Figura 3.12 ilustra o sistema utilizado para verificar o critério adotado (Critério-1s).

Figura 3. 12 - Aparato utilizado para medir a rotação crítica de suspensão.

De acordo com o critério adotado, foram definidas experimentalmente as rotações críticas (N_{js}) para os dois tanques (10dm^3 versus 49dm^3), onde operavam impelidores com 2 ou 4 pás inclinadas, além da turbina de Rushton. Para avaliar o erro de determinação de N_{js} , realizaram-se três medidas consecutivas com o impelidor de 4 pás, em ambos tanques.

Resultados são apresentados na Tabela 3.8, em que se pode inferir um erro percentual da ordem de 2,5% para a determinação de N_{js} . Ainda na Tabela 3.8, observa-se que o desvio-padrão obtido para as determinações de N_{js} nos tanques de 10dm^3 e 49dm^3 foi de 24rpm. Diferenças desta ordem constituem um desafio para serem detectadas por observação visual.

Tabela 3. 8 - Determinação da rotação crítica (N_{js}) necessária para se cumprir o “Critério 1-s” para o impelidor de 4 pás inclinadas operando nos tanques de 10dm^3 e 49dm^3 .

Medidas	$N_{js} \text{ (s}^{-1}\text{)}$	
	Tanque de 10 dm^3	Tanque de 49 dm^3
1ª Medida	17,5	12,0
2ª Medida	18,3	11,7
3ª Medida	17,7	12,2
Média $\pm$ desvio	$17,8 \pm 0,4$	$12,0 \pm 0,3$

3.7.2 Determinação do perfil vertical de dispersão de sólidos dentro dos tanques

A obtenção de um perfil vertical de concentração de sólidos dentro dos tanques, foi realizada através da retirada de amostras de polpa em vários pontos na direção axial (altura), por meio de um dispositivo simples e versátil, como ilustrado na Figura 3.13. Os experimentos foram realizados com minério de apatita com granulometria $-297+210\mu\text{m}$ e concentração mássica de 40% ($X=40\%$). O tanque foi dividido em 5 regiões de igual volume, coletando-se três amostras em cada ponto. No último ponto da região superior do tanque, o amostrador foi posicionado a uma altura de 90% da altura do líquido, devido à proximidade do nível hidrostático.

A coleta de amostras ocorreu durante um intervalo de 2 a 3 segundos, tempo suficiente para a retirada de uma amostra representativa. A concentração de sólidos em cada ponto foi obtida após secagem em estufa (40°C) da polpa coletada. A % de sólidos (X) foi calculada através da Equação 3.8, em que m_s é a massa de sólido seca e m_p a massa de polpa.

$$X_i = \left(\frac{m_s}{m_p} \right) \cdot 100 \quad (3.8)$$

A rotação utilizada foi 100% N_{js} (rotação crítica) para os dois tanques e os três impelidores. A Tabela 3.9 ilustra as alturas em que as amostras foram coletadas.

Figura 3. 13 - Aparato utilizado nos ensaios de perfil de concentração axial. 1: Nível do líquido; 2: Amostrador; 3: Suporte Universal; 4: Ponto de coleta.

Tabela 3. 9 - Alturas para determinação do perfil de concentração axial de sólidos

Pontos de medida em relação a base	Tanque (m ³)				Altura relativa (h/H)
	0,010	0,049	0,010	0,049	
	Cotas (h), m		Altura do nível de líquido (H), m		
Altura 1	0,047	0,079	0,234	0,396	0,20
Altura 2	0,094	0,159			0,40
Altura 3	0,141	0,238			0,60
Altura 4	0,188	0,317			0,80
Altura 5	0,223	0,357			0,90

O modus operandi adotado para a remoção das amostras de polpa a partir de várias alturas no interior do tanque com agitação é descrito abaixo:

- i. Fixou-se uma rotação para o impelidor (100% de N_{js});
- ii. Inseriu-se o sistema de amostragem no tanque com o apoio de um suporte universal e uma garra, posicionando-se a pera de sucção para

- coleta de amostras de polpa em tempos aproximados de 2 ou 3 segundos;
- iii. Retirou-se o excesso de sólido depositado sobre a área externa do tubo de coleta. Com um pedaço de papel, secava-se o excedente de água, para não haver interferência nas pesagens;
 - iv. Colocou-se a amostra em um recipiente de alumínio (de massa conhecida), medindo-se a massa da polpa;
 - v. Aguardou-se a sedimentação do sólido no recipiente de alumínio;
 - vi. Retirou-se o excesso de água, sem descartar o sólido;
 - vii. Secou-se a amostra em estufa a 40°C, até obter massa constante;
 - viii. Retornava-se o sólido ao tanque, completando-se seu volume com água.

3.8 Correlações para Ampliação de Escala

Após determinação experimental das rotações críticas (N_{js}) do impelidor para se atingir o “Critério 1-s” nos tanques de 0,010 e 0,049 m³, para efeito de comparação, foram utilizadas técnicas clássicas encontradas na literatura para se prever a rotação do impelidor no tanque de maior tamanho, a partir dos dados do tanque de menor tamanho, mantendo-se constante:

- i. A potência por unidade de volume;
- ii. A velocidade periférica do impelidor;
- iii. O tempo de mistura;
- iv. O número de Reynolds.

Além dessas técnicas clássicas, utilizaram-se também algumas correlações empíricas, como o procedimento proposto por Penny (1971), que é bastante utilizado na Engenharia Química, com correlações lineares com a relação da potência por unidade de volume em relação a números adimensionais. Foi empregada a correlação empírica desenvolvida por Rautzen, Corpstein e Dickey (1976), o método proposto por Gates, Morton e Fondy (1976) que é uma estimativa da rotação desejada de trabalho, além da correlação clássica de Zwietering.

CAPÍTULO 4 - RESULTADOS EXPERIMENTAIS E SUA DISCUSSÃO

Em processos industriais de flotação, quando se executa o condicionamento de reagentes com a polpa mineral, espera-se que o tanque condicionador seja capaz de suspender as partículas adequadamente, maximizando seu contato com a solução que contém os reagentes. Neste contexto, a rotação crítica (N_{js}) com que se deve operar o impelidor, visando produzir uma situação em que nenhuma partícula mineral repouse no fundo do tanque por mais do que 1 ou 2 segundos (“Critério 1-s”) constitui uma importante variável que pode ser usada para balizar o desempenho dos tanques condicionadores e também o seu escalonamento, independentemente do tipo de impulsor utilizado.

Partindo-se da premissa de que tanques condicionadores devem operar com rotação (N) igual ou superior àquela que é necessária para se atingir o “Critério 1-s” (N_{js}), determinou-se a magnitude de N_{js} para os tanques de 10dm^3 e 49dm^3 onde operavam impulsores com duas e quatro pás inclinadas em 45° , assim como turbina de Rushton. Os resultados são apresentados na Tabela 4.1, onde se observa que:

- i. Os valores de N_{js} determinados para o tanque de menor tamanho (10dm^3) foram sistematicamente superiores aos do tanque de maior tamanho (49dm^3);
- ii. Para um mesmo tanque, seja ele de 10 ou 49dm^3 , variando-se o desenho do impelidor, observa-se a seguinte ordem decrescente para a magnitude de N_{js} : 2 pás > turbina de Rushton > 4 pás.

É importante ainda ressaltar que os ensaios realizados para a determinação da magnitude de N_{js} foram realizados com partículas grossas de apatita ($-297+210\text{ }\mu\text{m}$; $d_p=254\text{ }\mu\text{m}$) e concentração de sólidos de 40% em peso ($X_T=40$). Deste modo, os valores de N_{js} da Tabela 4.1 somente são válidos para esta condição particular. Mais

ainda, como se viu no Capítulo 3, a determinação de N_{js} é feita através de observação visual, onde o critério de julgamento do observador desempenha um papel muito importante na qualidade da determinação. Viu-se no Capítulo 3 que o erro percentual de uma determinação de N_{js} corresponde a 2,5%.

Tabela 4. 1 - Magnitude de N_{js} determinada para os tanques de 10 e 49dm³ com impelidores de diferentes desenhos.

Desenho dos Impulsores	Magnitude de N_{js} (s ⁻¹)	
	Tanque de 10dm ³	Tanque de 49dm ³
2 pás inclinadas (45°)	24,5	17,5
4 pás inclinadas (45°)	17,8	12,0
6 pás planas - Rushton (90°)	21,7	16,7

Além da determinação da magnitude de N_{js} , realizaram-se medidas da potência dissipada pelos impelidores na rotação crítica (100% de N_{js}), assim como acima e abaixo da mesma. Tais valores de rotação e potência foram utilizados para se calcular a magnitude do número de Reynolds (N_{Re}), número de potência (N_P) e número de Froude (N_{Fr}), que foram utilizados para se discutir a hidrodinâmica dos tanques que operavam com um determinado impelidor. Este é o escopo da seção 4.1.

4.1 Caracterização Hidrodinâmica dos Tanques

O comportamento do número de potência (N_P) dos impulsores (turbinas de pás inclinadas versus turbina de Rushton) versus número de Reynolds (N_{Re}) para tanques de 10dm^3 e 49dm^3 são apresentados nas Figuras 4.1 e 4.2, respectivamente. Uma vez que N_P pode ser interpretado como a resistência exercida pela polpa ao movimento de rotação do impelidor em seu seio, N_P depende do regime de fluxo sob o qual opera o impelidor, isto é, do seu N_{Re} .

Figura 4. 1 – Número de Potência em função do número de Reynolds. Concentração total (X_T) de 40% em peso de apatita ($d_p=254\ \mu\text{m}$); Tanque de $0,010\ \text{m}^3$ ($10\ \text{dm}^3$).

Figura 4. 2 - Número de Potência em função do número de Reynolds. Concentração total (X_T) de 40% em peso de apatita ($d_p=254 \mu m$); Tanque de $0,049 m^3$ ($49 dm^3$).

Com os impelidores que operaram dentro do tanque de $10 dm^3$ (Figura 4.1), pode-se dizer que:

- i. O número de potência da turbina de 2 pás inclinadas se estabiliza quando $N_{Re} > 9 \times 10^4$, sugerindo que, a partir de tal valor de N_{Re} ; tal impulsor opera em regime completamente turbulento. Neste caso, a dissipação de energia ocorre predominantemente por diferença de pressão e não por cisalhamento entre as camadas de polpa que se movimentam no interior dos tanques;
- ii. O mesmo raciocínio desenvolvido em (i) pode ser aplicado à turbina de 4 pás inclinadas, onde a magnitude de N_p se estabiliza a partir de um número de Reynolds mais baixo, isto é: $N_{Re} > 6 \times 10^5$;
- iii. Para a turbina de Rushton, a magnitude de N_p não se estabilizou com o aumento do número de Reynolds, indicando que o sistema não atingiu o regime completamente turbulento. Para um $N_{Re} \sim 7,5 \times 10^4$, o número de

potência foi de $N_P \sim 3,0$. Tal valor encontra-se abaixo da faixa de valores reportada pela literatura (Tabela 2.2) e esta discrepância pode ser explicada pela pequena escala do tanque (10dm^3). Para um número de Reynolds da ordem de $7,5 \times 10^4$, a magnitude de N_P para a turbina de Rushton foi o dobro do valor de N_P para a turbina de quatro pás e quase seis vezes o valor de N_P para a turbina de duas pás;

- iv. Para o impelidor de duas pás, o número de potência se estabiliza no valor de $N_P \sim 0,6$. Tal magnitude de N_P contrasta com a faixa de valores reportada pela literatura ($1,20 < N_P < 1,37$, como na Tabela 2.2 para a turbina de 4 pás). Tal discrepância pode ser devida à pequena escala do tanque (10dm^3);
- v. Para o impelidor de quatro pás, o número de potência se estabiliza num valor de $N_P \sim 1,35$, o que está coerente com os valores encontrados na literatura (Tabela 2.2);

Com os impelidores que operaram dentro do tanque de 49dm^3 (Figura 4.2), pode-se dizer que:

- i. O número de potência (N_P) da turbina de duas pás inclinadas se estabiliza quando $N_{Re} > 7,5 \times 10^4$, enquanto que o N_P da turbina de quatro pás inclinadas somente se estabiliza quando $N_{Re} > 1 \times 10^5$. No que concerne à turbina de Rushton, seu N_P não se estabilizou dentro da faixa de N_{Re} estudada ($7 \times 10^4 - 2 \times 10^5$). Deste modo, pode-se inferir que, diferentemente da turbina de Rushton, as turbinas de 2 ou 4 pás inclinadas atingiram o regime totalmente turbulento;
- ii. O valor de $N_P \sim 0,6$ determinado para a turbina de 2 pás permaneceu constante dentro da faixa de N_{Re} estudada ($7 \times 10^4 - 2 \times 10^5$);
- iii. Para $N_{Re} \sim 1 \times 10^5$, o valor de N_P da turbina de Rushton ($N_P \sim 4,3$) foi da ordem de três vezes superior ao N_P da turbina de quatro pás ($N_P \sim 1,35$) e quase nove vezes maior que o N_P da turbina de duas pás inclinadas ($N_P \sim 0,6$).

Para se avaliar a influência da dimensão dos tanques sobre o comportamento do número de potência versus número de Reynolds dos impulsores que neles operam, deve-se comparar os resultados da Figura 4.1 versus Figura 4.2, onde podemos ressaltar que:

- i. Com o impelidor de duas pás inclinadas, tanto no tanque de menor (10dm^3) quanto no de maior dimensão (49dm^3), o número de potência se estabilizou em $N_P \sim 0,6$ quando o escoamento atingiu o regime completamente turbulento;
- ii. No que diz respeito ao impelidor de quatro pás inclinadas, no tanque de menor tamanho (10dm^3), o regime plenamente turbulento foi atingido quando $N_{Re} > 6 \times 10^4$ e a magnitude do número de potência se estabilizou em $N_P \sim 1,35$. No tanque de maior escala (49dm^3), todavia, o regime plenamente turbulento somente foi atingido quando se trabalhou com $N_{Re} > 1 \times 10^5$, isto é, quando o número de potência se estabilizou em $N_P \sim 1,35$;
- iii. Comparando-se os comentários (i) e (ii), é importante realçar que, apesar do N_{Re} ser adimensional, no tanque de maior tamanho (49dm^3), o regime de escoamento da polpa somente se tornou plenamente turbulento sob um número de Reynolds duas vezes mais alto do que no tanque de menor tamanho (10dm^3). Não obstante, após atingir o regime plenamente turbulento, a magnitude de N_P ficou constante, independentemente do tamanho do tanque;
- iv. O comportamento do N_P da turbina de Rushton versus N_{Re} no tanque de menor dimensão (10dm^3) foi completamente diferente do comportamento observado no tanque maior dimensão (49dm^3).

Considerando-se que o número de Froude (N_{Fr}) representa a razão entre as forças inerciais geradas pelo movimento das pás do impelidor ($N^2 \cdot D$) no interior do tanque versus a aceleração da gravidade ($9,81 \text{ m/s}^2$), toda vez que a razão entre inércia e gravidade for maior do que a unidade $\left(\frac{N^2 \cdot D}{9,81} > 1 \text{ ou } N_{Fr} > 1 \right)$, o movimento da polpa

gerado pela rotação das pás do impelidor (inércia) sobrepuja a gravidade, favorecendo a suspensão das partículas. Obviamente a condição $N_{Fr} > 1$ também ocasiona centrifugação da polpa e, com isto, a formação de um vórtex no interior do tanque. Para evitar este fenômeno, os tanques foram dotados de quatro chicanas com largura (J) igual a 10% do diâmetro do tanque ($J=0,1T$).

Com os resultados apresentados graficamente da magnitude de N_{Fr} em função da rotação (N) do impelidor na Figura 4.3, pode-se verificar que:

- i. Uma vez que N_{Fr} não leva em consideração o desenho do impelidor, todos os pontos relativos a um determinado tanque que, por sua vez, operam com um impelidor de mesmo diâmetro ($D=0,078\text{m}$ ou $D=0,132\text{m}$); pertencem à mesma curva, isto é, a uma mesma função quadrática;
- ii. Quando o tanque de menor volume (cujo impelidor exibe $D=0,078\text{m}$) operou com impelidor de 2 pás inclinadas em 45° , N_{Fr} assumiu valor maior que a unidade ($N_{Fr}=1,7$) mesmo numa condição dinâmica ($N=60\%$ de N_{js}) que não satisfazia o “Critério 1-s”. Não obstante, quando o mesmo tanque operou com o impelidor de 4 pás inclinadas em 45° , sob uma rotação de trabalho de 60% de N_{js} (que obviamente não satisfaz o “Critério 1-s”), N_{Fr} assumiu um valor menor do que a unidade ($N_{Fr}=0,9$);
- iii. O comportamento de N_{Fr} versus rotação do impelidor (N) para o tanque de maior volume (cujo impelidor exibe $D=0,132\text{m}$) exibiu o mesmo comportamento observado para o tanque de menor volume ($D=0,078\text{m}$). Deste modo, o número de Froude, por ignorar a geometria do impelidor, não pode ser considerado como um parâmetro extra para se prever a suspensão de sólidos em tanques condicionadores.

Figura 4. 3 - Número de Froude versus rotação dos impelidores de 2 e 4 pás inclinadas operando nos tanque de 10 e 49 dm³.

Considerando-se o N_{Fr} das turbinas de Rushton ($D=0,078m$ versus $D=0,132$) que operaram nos tanques de menor (10dm³) e maior (49dm³) volume, observou-se $N_{Fr}>1$ mesmo quando se trabalhou com uma rotação ($N=60\%$ de N_{js}) que não satisfazia o “Critério 1-s”. Por serem redundantes, tais resultados não são apresentados no texto desta dissertação. Todavia, eles corroboram a inutilidade de se usar N_{Fr} para a previsão (mesmo que preliminar) da suspensão de sólidos em tanques condicionadores.

4.2 Perfil Axial de Concentração de Sólidos em Tanques de Condicionamento

Em processos industriais de flotação, os reagentes químicos são adicionados aos tanques condicionadores com o intuito de proporcionar um adequado contato entre o meio aquoso (solução que contém os reagentes de flotação) e as partículas minerais que se encontram suspensas em tal meio. Para que o condicionamento seja efetivo, é necessário, então, que as partículas minerais não estejam depositadas no fundo do tanque e, sim, plenamente distribuídas ao longo do volume do tanque. Com base nesta premissa, é importante avaliar o perfil de distribuição de concentração de sólidos ao longo da direção axial do impelidor. Tal perfil, quando vinculado a uma variável operacional de referência, como a rotação mínima (N_{js}) necessária para o cumprimento do “Critério 1-s”, permite que se balize o escalonamento de tanques condicionadores. Este constitui o escopo desta seção.

4.2.1 Perfil de concentração de sólidos

Uma maneira de avaliar a distribuição dos sólidos dentro de tanques com agitação mecânica é através da coleta de amostras em diferentes alturas entre a base e o nível de líquido. Para cada rotação pré-estabelecida, amostras de polpa eram coletadas em cinco diferentes alturas (h_1 , h_2 , h_3 , h_4 , h_5) relacionadas em função da altura do nível do líquido no interior dos tanques, sendo $H = 0,234\text{m}$ para o tanque de 10dm^3 e $H = 0,396\text{m}$ para o de 49dm^3 . A representação dos dados obtidos foi ilustrada em gráficos com a posição de coleta (h/H) em função da concentração de sólidos (X) em cada ponto, expressa em percentagem, de acordo com a descrição utilizada por Van der Westhuizen e Deglon (2007).

A Figura 4.4 ilustra o perfil axial de distribuição de sólidos nos tanques de 10dm^3 e 49dm^3 , dotados de impelidor de 2 pás inclinadas que operava sob a condição $N=N_{js}$.

Observa-se nessa figura que as curvas de % de sólidos ao longo da direção axial (h/H) apresentaram o mesmo perfil de distribuição, independentemente da dimensão do tanque. Deste modo, pode-se inferir que o tanque de maior dimensão (49dm^3) reproduziu razoavelmente as condições de suspensão de partículas minerais que se tinha no tanque de menor dimensão (10dm^3).

Figura 4. 4 - Perfil axial de concentração de sólidos nos tanques de 10dm^3 versus 49dm^3 , onde operavam impelidores de 2 pás inclinadas. Concentração total (X_T) de 40% (linha tracejada). H nível do líquido; h ponto de coleta a partir da base dos tanques; P é a potência no eixo por motor em balanço.

Na Figura 4.4, ainda é importante ressaltar que, embora nenhuma partícula repousasse no fundo do tanque por mais do que 1 ou 2 segundos (completa obediência ao “Critério 1-s”), a concentração de sólidos nas cotas mais altas do tanque eram muito inferiores àsquelas observadas nas cotas próximas à posição do impelidor $\left(\frac{h}{H} = 0,3\right)$.

Mais ainda, nesta mesma Figura 4.4, para o tanque de 49dm^3 , pode-se observar que quase todos os valores de % de sólidos determinados pela amostragem realizada na direção axial foram inferiores ao valor de 40%, isto é, aquele que foi utilizado para se

preparar a polpa que alimentou os tanques. A razão para tal discrepância pode ser devida ao diâmetro do amostrador utilizado não ter sido adequado para realizar a amostragem em condições isocinéticas (Capítulo 3 – Seção 3.4).

A Figura 4.5 ilustra a distribuição axial da % de sólidos para tanques de 10 e 49dm³ que operavam com impelidor de 4 pás inclinadas.

Figura 4. 5 - Perfil axial de concentração de sólidos em tanques de 10dm³ versus 49dm³, onde operavam impelidores de 4 pás inclinadas. Concentração total (X_T) de 40% (linha tracejada). H nível do líquido; h ponto de coleta a partir da base; P é a potência no eixo por motor em balanço.

Na Figura 4.5, pode-se observar que o perfil de distribuição axial da % de sólidos em ambos tanques apresentou grande semelhança, isto é, o tanque de maior dimensão reproduziu razoavelmente as condições de suspensão de partículas de apatita que se tinha no tanque de menor dimensão. Este comportamento é semelhante ao observado para o impelidor de 2 pás (Figura 4.4).

É importante ressaltar, todavia que, se o sistema de amostragem adotado retratasse a real condição do status da suspensão de sólidos nos tanques, a curva h/H

versus X deveria apresentar a simetria ilustrada na Figura 4.6, onde a área do lado esquerdo (A_1) da reta vertical $X=40\%$ deveria ser aproximadamente igual à área do lado direito (A_2). A realidade dos resultados desta dissertação é bem outra: tanto na Figura 4.4 quanto na Figura 4.5, pode-se observar que a área à direita (A_1) é muito maior do que a área da esquerda (A_2). Esta constatação indica que as polpas coletadas pelo sistema de amostragem apresentavam % de sólidos inferior à real em todas as situações.

Figura 4. 6 – Distribuição hipotética da % de sólidos (X) versus altura relativa de amostragem (h/H) com distribuição simétrica em torno da reta vertical $X=40\%$.

A razão do comportamento discrepante da distribuição h/H versus X foi discutida na Seção 3.4 (Capítulo 3) e pode ser explicada pela falha no sistema em realizar amostragem isocinética. De acordo com Brenchley e colaboradores (BRENCHLEY, D. L.; TURLEY, C. D.; YARMAC, R. F, 1980), amostragem isocinética é aquela em que a velocidade do fluido no amostrador é a mesma que o fluido apresenta fora dele. Toda vez que a velocidade de amostragem é maior que a velocidade do fluido fora do amostrador, a quantidade de partículas coletadas é menor que aquela que realmente ocorre no sistema. De acordo com dados das Tabelas 3.4 e 3.5, as amostragens realizadas por este estudo se enquadram nesta situação. Todavia, para o propósito

desta dissertação, isto é, o de comparar o status da distribuição de sólidos nos tanques, os resultados das Tabelas 3.4 e 3.5 são adequados.

Com relação ao N_P dos impelidores que operavam no tanque de menor (10dm^3) versus de maior (49dm^3) escala, verifica-se que:

- i. O impelidor de 2 pás inclinadas (Figura 4.4), obteve um $N_P \sim 0,6$ para ambos tanques, sendo que a relação $\frac{P}{V}$ permaneceu no patamar de 4W/dm^3 ;
- ii. Com impelidor de 4 pás inclinadas (Figura 4.5), observou-se $N_P \sim 1,5$ para o tanque de 10dm^3 e $N_P \sim 1,3$ para o tanque de 49dm^3 . Esta pequena discrepância pode ser devida ao fato de que o “Critério 1-s”, adotado para se reconhecer N_{js} , é baseado em observação visual, além da propagação de erros na determinação da potência. Importante ressaltar, todavia, que a relação $\frac{P}{V}$ ficou no patamar de $\sim 3\text{W/dm}^3$;
- iii. Importante ainda comentar que a relação $\frac{P}{V}$ no tanque para o impelidor com 2 pás foi maior que a do impelidor com 4 pás muito provavelmente ao fato do impelidor com duas pás produzir mais vibração do que o de 4 pás. Tal instabilidade mecânica pode constituir uma fonte de dissipação de energia sem, contudo, tal energia ser utilizada com o propósito de suspensão das partículas.

A Figura 4.7 ilustra o comportamento da distribuição da % de sólidos na direção axial em função da altura (h/H) em que foi feita a amostragem da polpa, para tanques de 10dm^3 versus 49dm^3 que operavam com turbina de Rushton.

Figura 4. 7 - Perfil de concentração de sólidos na direção axial em tanques que operavam com impelidor do tipo de Rushton de 6 pás planas. Concentração total (X_T) de 40% (linha tracejada). H nível do líquido; h ponto de coleta a partir da base; N_{js} de 100% é a rotação crítica do impelidor; P é a potência no eixo por motor em balanço.

- i. A magnitude de N_p no tanque maior foi inferior àquela verificada no tanque menor;
- ii. Os valores de % de sólidos da polpa que foram amostrados na direção axial foram quase todos inferiores a 40% (valor de % de sólidos com que a polpa foi preparada). Estas discrepâncias sugerem que o sistema de amostragem que foi adotado pelo sistema experimental deve ser aprimorado para as condições estudadas;
- iii. O perfil de distribuição dos sólidos no tanque menor não se assemelha ao perfil verificado no tanque maior.

4.2.2 Aplicação do modelo Sedimentação-Dispersão.

A aplicação do modelo de sedimentação-dispersão de Barresi e Baldi (1987), que foi aperfeiçoado por Lima (2009), aos resultados dos perfis de concentração de sólidos permite de uma forma simplificada, a identificação das regiões de alta e baixa turbulência dentro de sistemas com impulsores mecânicos, como discutido na seção 2.7. A partir de tal modelo, gráficos foram feitos para ilustrar a variação do logaritmo neperiano da concentração de sólidos ($\ln X$) em função da altura de coleta (h) de amostras dentro do tanque, como ilustrado pela Equação 2.9.

$$\frac{d\ln X_h}{dh} = \frac{-v_t}{D_s} \quad (2.9)$$

Segundo Lima (2009), a curva $\ln X$ versus h apresenta em cada ponto uma derivada que é representada pelo quociente $\frac{-v_t}{D_s}$, onde v_t é a velocidade terminal de sedimentação das partículas de apatita e D_s é o coeficiente de difusão turbulenta gerado pela ação do impelidor.

Para efeito de simplificação, pode-se representar a curva $\ln X$ versus h por duas retas cuja interseção indica o limite entre a zona mais calma, que ocorre nas cotas mais altas do tanque, versus a zona turbulenta, existente nas cotas mais baixas (Figura 4.8).

As Figuras 4.9-4.11 apresentam as curvas $\ln X$ (concentração de sólidos) versus h (altura dentro do tanque), seguindo a abordagem de Lima (2009), com base no modelo de sedimentação-dispersão de Barresi e Baldi (1987).

Figura 4. 8 – Ilustração da determinação do limite entre a zona turbulenta e a zona quiescente dentro de tanques com impulsos mecânicos.

Figura 4. 9 - Aplicação do modelo de sedimentação-dispersão aos dados de suspensão em tanques de 10dm^3 versus 49dm^3 que operam com impulsos de 2 pás inclinadas. Concentração total (X_T) de 40% em peso de apatita. Rotação de trabalho igual a 100% de N_{js} .

Figura 4. 10 - Aplicação do modelo de sedimentação-dispersão aos dados de suspensão em tanques de 10dm³ versus 49dm³ que operam com impelidores de 4 pás inclinadas. Concentração total (X_T) de 40% em peso de apatita. Rotação de trabalho igual a 100% de N_{js} .

Figura 4. 11 - Aplicação do modelo de sedimentação-dispersão aos dados de suspensão em tanques de 10dm³ versus 49dm³ que operam com turbina de Rushton. Concentração total (X_T) de 40% em peso de apatita. Rotação de trabalho igual a 100% de N_{js} .

No que diz respeito ao limite (L) entre a Zona Turbulenta e a Zona Quiescente observado nos tanques em estudo, com base nas Figuras 4.9-4.11, observa-se que:

- i. Para o impelidor de 2 pás inclinadas operando com rotação de trabalho de 100% da magnitude de N_{js} (Figura 4.9), independentemente da escala dos tanques, L ocorreu quando $\frac{h}{H} \sim 0,8$;
- ii. Para o impelidor de 4 pás inclinadas, sob a condição operacional $N=N_{js}$, L ocorreu quando $\frac{h}{H} \sim 0,75$, tanto para ambos tanques (Figura 4.10);
- iii. Para a turbina de Rushton, sob a condição operacional $N=N_{js}$, a turbulência gerada pelo impelidor atingiu todas as cotas de ambos tanques (Figura 4.11), embora o regime totalmente turbulento não tenha sido atingido, conforme ilustram as Figuras 4.1 e 4.2.

4.3 Potência Consumida

É de importância fundamental conhecer a potência transferida do impelidor para a polpa, com vista ao dimensionamento e escalonamento de tanques condicionadores. Na Figura 4.12 são apresentados os resultados da determinação da potência dissipada pela ação do impelidor nos tanques de 10dm^3 e 49dm^3 que operavam com rotação igual à rotação crítica (N_{js}) para se atingir o “Critério 1-s”. Observa-se que:

- i. Para a turbina de 2 pás, o número de potência apresentou valores muito próximos para os tanques de 10 e 49dm^3 ($N_P \sim 0,6$), enquanto que para o impelidor de 4 pás, ocorreu uma pequena discrepância: $N_P \sim 1,5$ (tanque de 10dm^3) versus $N_P \sim 1,3$ (tanque de 49dm^3);
- ii. Para a turbina de Rushton, os valores de N_P para ambos tanques diferiram em maior extensão: $N_P \sim 4,3$ (tanque de 10dm^3) versus $N_P \sim 4,0$ (tanque de 49dm^3).

Figura 4. 12 - Potência consumida nos tanques de 10 e 49dm³, com impelidores de diferentes desenhos (2 pás inclinadas a 45° x 4 pás inclinadas a 45° x turbina de Rushton de 6 pás planas) com concentração (X_T) total de 40% em peso de apatita. Njs de 100% é a rotação crítica de suspensão.

4.4 Conclusões Parciais

Operando-se os tanques de menor (10dm³) e maior (49dm³) escala com a rotação necessária para se atingir o “Critério 1-s” (N_{js}), foi possível obter perfil semelhante de distribuição axial de sólidos quando se utilizou impelidor de 2 ou 4 pás inclinadas (Figuras 4.4 e 4.5). Ambos tanques operavam em regime completamente turbulento e o limite (L) entre a Zona quiescente versus Zona turbulenta ocorreu aproximadamente na mesma cota ($\frac{h}{H}$) ~ 0,75-0,80, independentemente da escala. Quando se trabalhou com impelidor do tipo turbina de Rushton, não se reproduziu o mesmo perfil de distribuição de sólidos nas duas escalas estudadas. Neste caso, não verificou ocorrência nítida para o limite de separação entre Zona turbulenta e Zona Quiescente em ambos tanques e o impelidor não havia ainda atingido um regime plenamente turbulento, caracterizado pela constância da magnitude de N_P.

CAPÍTULO 5 – VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DOS MÉTODOS DE ESCALONAMENTO

Na flotação de minérios, quando se executa o condicionamento em escala industrial, espera-se que o tanque condicionador seja capaz de misturar adequadamente as partículas minerais com a fase aquosa que contém os reagentes. Uma maneira de se obter tal desejada mistura é garantir que nenhuma partícula repouse no fundo do tanque por mais de 1 ou 2 segundos, isto é, que se cumpra o “Critério 1-s”. Para isto, o impelidor deve operar com uma rotação crítica (N_{js}) que, nesta dissertação, foi determinada por um critério visual. Este, por depender de observação e julgamento feitos pelo operador, permite um certo nível de imprecisão.

No Capítulo 4 desta dissertação, determinou-se o parâmetro N_{js} para o tanque de menor e maior tamanho, tomando-se o cuidado de verificar se tal rotação reproduzia, em ambas escalas, a distribuição axial de sólidos no interior dos tanques, assim como a propagação da turbulência gerada pelo movimento do impelidor até as cotas mais altas. Observou-se que, para os impelidores de 2 e 4 pás, foi possível obter condições razoavelmente semelhantes de distribuição de sólidos nos tanques. A turbina de Rushton, todavia, mostrou-se mais problemática, talvez porque não seja adequada à aplicação desejada.

5.1 Aplicação de Métodos baseados em Análise Dimensional

Trabalhando-se com um tanque condicionador de menor tamanho (tanque-1), e definindo-se uma rotação de trabalho para seu impelidor (N_1), a rotação (N_2) de um tanque de maior tamanho (tanque-2) que exhibe similaridade geométrica com primeiro, pode ser determinada através de métodos de escalonamento que são baseados em análise dimensional. Este assunto foi apresentado e discutido no Capítulo 2 desta

dissertação. De acordo com o que reporta Badino Jr e Schmidell (2001), tais métodos partem da premissa de que, no escalonamento, permanecem constantes os seguintes parâmetros:

- i. A relação entre potência (P) dissipada pelo impelidor e o volume (V) do tanque condicionador, ou seja, $\left(\frac{P_1}{V_1}\right) = \left(\frac{P_2}{V_2}\right)$;
- ii. Velocidade periférica (v_p) do impelidor, ou seja, $N_1 D_1 = N_2 D_2$;
- iii. Tempo de mistura (t_m), ou seja, $t_{m1} = t_{m2}$;
- iv. Razão entre vazão de bombeamento (Q_b) do impelidor e volume (V) do tanque, ou seja, $\left(\frac{Q_{b1}}{V_1}\right) = \left(\frac{Q_{b2}}{V_2}\right)$;
- v. Número de Reynolds (N_{Re}) do impelidor: $N_1 \cdot D_1^2 = N_2 \cdot D_2^2$;

Chamando de tanque-1 o protótipo de 10dm^3 e definindo que a rotação de trabalho (N_1) do seu impelidor é igual à rotação mínima necessária para cumprir o “Critério 1-s” (N_{js}), é possível prever a rotação do tanque-2 (N_2) que atenda ao mesmo critério, partindo-se de premissas diversas, como a constância dos parâmetros: $\frac{P}{V}$, v_p , t_m , $\frac{Q_b}{V}$ e N_{Re} . Os resultados são apresentados na Tabela 5.1 de onde podemos tirar as informações apresentadas e discutidas nos parágrafos seguintes.

Na Tabela 5.1, considerando o impelidor de 2 pás e comparando-se os valores de N_{js} diretamente medidos no tanque de 49dm^3 (coluna 5) versus aqueles que foram calculados (coluna 8), assim como a discrepância entre o valor calculado e medido (coluna 9) é possível verificar que a premissa “ $\frac{P}{V} = \text{constante}$ ” foi aquela que produziu a menor discrepância (erro de 2%) entre o valor de N_{js} medido ($17,5 \text{ s}^{-1}$) e calculado ($17,2 \text{ s}^{-1}$). As demais premissas geraram erros acima de 15%. Mesmo comportamento foi observado para a turbina de 4 pás e turbina de Rushton, onde erros menores que 10% somente foram obtidos quando se adotou a premissa “ $\frac{P}{V} = \text{constante}$ ”. Deste

modo, dentro do universo dos métodos de escalonamento baseados em análise dimensional, somente a premissa “ $\frac{P}{V} = \text{constante}$ ” foi capaz de prever rotações do impelidor com erro menor que 10%.

Tabela 5. 1 - Previsão da rotação do tanque de 49dm³ com base no tanque de 10dm³, utilizando-se parâmetros de escalonamento que são baseados em análise dimensional.

Técnicas de escalonamento (Badino Jr e Schmidell, 2001) (***)	Escala (1) Tanque de 10dm ³			Escala (2) Tanque de 49 dm ³								
	Valores Experimentais de Njs (rps)			Valores Experimentais de Njs (rps)			Valores Previstos de Njs (rps)					
	Geometria dos impelidores (*)			Geometria dos impelidores (*)			Geometria dos impelidores (*)					
	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	(1)	Erro (**)	(2)	Erro	(3)	Erro
$\left(\frac{P}{V}\right) = \text{cte}$ $N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{\frac{2}{3}}$	24,5	17,8	21,7	17,5	12,0	16,7	17,2	2%	12,5	4%	15,3	8%
$(v_p) = \text{cte}$ $N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)$	24,5	17,8	21,7	17,5	12,0	16,7	14,4	17%	10,5	12%	12,8	23%
$(t_m) = \text{cte}$ $N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^{\frac{1}{4}}$	24,5	17,8	21,7	17,5	12,0	16,7	21,4	22%	15,6	30%	19,0	14%
$(Q_b/V) = \text{cte}$ $N_2 = N_1$	24,5	17,8	21,7	17,5	12,0	16,7	24,5	40%	17,8	48%	21,7	30%
$(N_{Re}) = \text{cte}$ $N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2$	24,5	17,8	21,7	17,5	12,0	16,7	8,5	51%	6,2	48%	7,6	55%

(*) Geometria dos impelidores → (1) impelidor de 2 pás inclinadas em 45°; (2) impelidor de 4 pás inclinadas em 45° inclinadas; (3) Impelidor de 6 pás planas (turbina de Rushton).

$$(**)\text{Erro} = 100 \cdot \frac{\sqrt{(N_{\text{REAL}} - N_{\text{CALCULADO}})^2}}{N_{\text{REAL}}}$$

(***) N₁ = rotação na menor escala; N₂ = rotação na maior escala; D₁ = diâmetro do tanque menor; D₂ = diâmetro do tanque maior.

Ainda na Tabela 5.1, é importante ressaltar que, adotando-se como premissa de escalonamento a constância do número de Reynolds, encontraram-se erros relativamente elevados, mas próximos entre si, indicando a possibilidade de se utilizar um fator de correção.

5.2 Aplicação dos Métodos Empíricos

Além dos métodos tradicionais apresentados na Tabela 5.1, foram utilizados quatro métodos empíricos que são indicados pela literatura para realizar a ampliação de escala: i) Penny (1971); ii) Rautzen e colaboradores (1976); iii) Zwietering (1958) e outro método, proposto por esta dissertação, baseado em seus resultados experimentais.

5.2.1 Método de Penny

No método proposto por Penny (1971), mantendo-se a similaridade geométrica do tanque de menor tamanho (índice 1) com o tanque de maior tamanho (índice 2), tem-se a Equação 5.1. Para suspensão de sólidos em regime turbulento, foi desenvolvida a Equação 5.2, obtida da curva (Figura 2.17) fornecida por Penny (1971).

$$\frac{(P/V)_2}{(P/V)_1} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^3 \cdot \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^5 \quad (5.1)$$

$$\frac{(P/V)_2}{(P/V)_1} = (V_2/V_1)^{-0,187902} \quad (5.2)$$

Conhecendo-se as rotações críticas dos diversos impulsores que são necessárias para se atingir o “Critério-1s” (N_1) no tanque de menor escala (10dm^3), com o auxílio das Equações 5.1 e 5.2 é possível prever a rotação (N_2) no tanque de maior escala (49dm^3). Exemplificando o cálculo, tem-se que:

- i. Através da Equação 5.1, calcula-se a relação volumétrica dos tanques, ou

$$\text{seja, } \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{-0,187902} = \left(\frac{0,049}{0,010}\right)^{-0,187902} = 0,742;$$

- ii. Levando-se na equação 5.1 a relação volumétrica calculada a partir da Equação 5.2, além de: $N_1=17,7\text{s}^{-1}$; $D_1=0,078\text{m}$ e $D_2=0,132\text{m}$, tem-se que a magnitude de $N_2=6,7\text{s}^{-1}$.

A Tabela 5.2 apresenta a comparação entre as rotações obtidas experimentalmente e as previstas pelo método proposto por Penny. Os erros foram superiores a 43%.

Tabela 5. 2 - Resultados obtidos pelo método de Penny (1971).

Geometria do Impelidor	Rotação do impelidor (s ⁻¹)			Erro (*)
	Valor experimental (real)		Valor calculado para o tanque de 49dm ³	
	Tanque de 10dm ³ (**)	Tanque de 49dm ³ (***)		
2 pás inclinadas	24,5	17,5	9,2	47%
4 pás inclinadas	17,8	12,0	6,7	44%
6 pás planas (turbina de Rushton)	21,7	16,7	8,2	51%

$$(*) \text{ Erro} = 100. \frac{\sqrt{(N_{\text{REAL}} - N_{\text{CALCULADO}})^2}}{N_{\text{REAL}}}$$

(**) $D_1=0,078\text{m}$;

(***) $D_2=0,132\text{m}$.

Apesar do método empírico proposto por Penny encontrar larga aplicação nas indústrias química e petroquímica, ele se mostrou muito inadequado para prever a rotação dos impelidores no tanque de maior volume (N_2), independentemente do desenho do impelidor utilizado, seja ele turbinas de 2 pás inclinadas, 4 pás inclinadas ou turbina de Rushton. Em todas as situações estudadas, conforme dados apresentados na Tabela 5.2, erros da ordem de 44 a 51% foram encontrados.

5.2.2 Método de Rautzen e colaboradores

O método proposto por Rautzen, Corpstein e Dickey (1976) é aplicável a sistemas geometricamente similares que, para suspensão de sólidos, foi recomendado pelos autores um expoente de $\frac{3}{4}$ para a relação da rotação em função do diâmetro do impelidor, como ilustrado na Equação 5.3.

$$N_2 = N_1 \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^{3/4} \quad (5.3)$$

Os resultados obtidos com a equação 5.3, aplicados às condições do presente trabalho estão ilustrados na Tabela 5.3, onde se pode verificar que:

- i. Os erros encontrados são substancialmente menores que aqueles encontrados pelo método de Penny;
- ii. Para impelidores axiais, os erros foram menores que 10%, corroborando a utilidade deste método para uso no escalonamento de condicionadores que processam minério de fosfato que contém partículas grossas;
- iii. Para impelidor radial (turbina de Rushton), o erro foi de 12%.

Tabela 5. 3 - Resultados obtidos pelo método de Rautzen, Corpstein e Dickey (1976)

Geometria do Impelidor	Rotação do impelidor (s ⁻¹)			Erro (*)
	Valor experimental (real)		Valor calculado para o tanque de 49dm ³	
	Tanque de 10dm ³ (**)	Tanque de 49dm ³ (***)		
2 pás inclinadas	24,5	17,5	16,5	6%
4 pás inclinadas	17,8	12,0	12,0	0%
6 pás planas (turbina de Rushton)	21,7	16,7	14,6	12%

$$(*) \text{ Erro} = 100 \cdot \frac{\sqrt{(N_{\text{REAL}} - N_{\text{CALCULADO}})^2}}{N_{\text{REAL}}}$$

(**) D₁ = 0,078m

(***) D₂ = 0,132m.

A equação empírica sugerida pelos autores Rautzen, Corpstein e Dickey forneceu valores próximos aos encontrados neste trabalho, com desvio máximo de 12%, ou seja, pode ser utilizado para a aplicação em questão.

5.2.3 Método de Zwietering

Conforme se viu no Capítulo 2 desta dissertação, Zwietering (1958) desenvolveu uma equação (Equação 2.8) que relacionava a rotação crítica (N_{js} ou N_z) necessária para o impulsor promover o “Critério 1-s”. Em tal equação, N_{js} é inversamente proporcional ao diâmetro do impelidor (D), ou seja: $N_{js} \propto \left(\frac{1}{D}\right)^{0,85}$. Seguindo o raciocínio de Zwietering, é possível relacionar a rotação do impulsor do tanque maior (N₂) com a rotação do tanque menor (N₁) e os diâmetros (D₁ e D₂) dos impelidores que operam nos respectivos tanques, conforme reza a Equação 5.4. Os resultados são apresentados na Tabela 5.4.

$$N_2 = N_1 \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^{0,85} \quad (5.4)$$

Tabela 5. 4 - Resultados obtidos pelo método de Zwietering (1958).

Geometria do Impelidor	Rotação do impelidor (s ⁻¹)			Erro (*)
	Valor experimental (real)		Valor calculado para o tanque de 49dm ³	
	Tanque de 10dm ³ (**)	Tanque de 49dm ³ (***)		
2 pás inclinadas	24,5	17,5	15,6	11%
4 pás inclinadas	17,8	12,0	11,4	5%
6 pás planas (turbina de Rushton)	21,7	16,7	13,9	17%

(*) Erro = $100 \cdot \frac{\sqrt{(N_{\text{REAL}} - N_{\text{CALCULADO}})^2}}{N_{\text{REAL}}}$ (**) D₁ = 0,078m (***) D₂ = 0,132m.

Os resultados obtidos a partir da Equação 5.4 são exibidos na Tabela 5.4. Eles sinalizam que:

- i. Para os impelidores de fluxo axial (2 e 4 pás inclinadas em 45°) de mesmo diâmetro, os erros (5% e 11%, respectivamente) foram inferiores àquele obtido para uma turbina de Rushton (erro=17%) de mesmo diâmetro;
- ii. Dentre os impelidores de fluxo axial, o de 4 pás foi aquele que apresentou menor erro (4%).

5.2.3 Método proposto a partir dos resultados desta dissertação

Os resultados de medidas de rotação dos impelidores (turbina de 2 pás, 4 pás e turbina de Rushton) que operaram dentro dos tanques de 10dm³ e 49dm³ alimentaram um modelo que pode ser descrito pela Equação 5.5, onde n caracteriza o tipo de

impelidor utilizado. Como se observa na Tabela 5.5, a magnitude do expoente n varia entre 0,50 e 0,75.

$$N_2 = N_1 \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^n \quad (5.5)$$

Tabela 5. 5 - Resultados obtidos pelo modelo proposto por esta dissertação.

Geometria do Impelidor	Rotação do impelidor (s^{-1})		
	Valor experimental (real)		Valor calculado para o tanque de 49dm ³
	Tanque de 10dm ³ (**)	Tanque de 49dm ³ (***)	
2 pás inclinadas em 45° $N_2 = N_1 \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^{0,64}$	24,5	17,5	17,5
4 pás inclinadas em 45° $N_2 = N_1 \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^{0,75}$	17,8	12,0	12,0
Turbina de Rushton $N_2 = N_1 \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^{0,50}$	21,7	16,7	16,7

(**) $D_1 = 0,078m$ (***) $D_2 = 0,132m$.

Uma vez que a Equação 5.5 foi encontrada em função de muito poucos resultados, não faz sentido avaliar sua robustez através da diferença entre o valor previsto e o valor medido experimentalmente da rotação dos impelidores no tanque de maior volume.

5.3 Comparação dos Métodos de Escalonamento

Resumindo as informações apresentadas e discutidas nas seções 5.1 e 5.2 deste capítulo, é possível compilar um resumo geral do desempenho do escalonamento obtido para os três tipos de impelidores. No que diz respeito ao impelidor de duas pás inclinadas em 45° , tem-se os resultados apresentados na Tabela 5.6.

Tabela 5. 6 - Escalonamento de tanques com impelidores de 2 pás inclinadas em 45° .

Expressões para Escalonamento (*) (**)	Premissas	Valores de N_2 (s ⁻¹)		Erro (***)
		Real	Previsto	
$N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{0,67}$	$\left(\frac{P}{V}\right) = \text{constante}$	17,5	17,2	2%
$N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)$	$v_p = \text{constante}$	17,5	14,4	17%
$N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^{0,25}$	$t_m = \text{constante}$	17,5	21,4	22%
$N_2 = N_1$	$\left(\frac{Q_b}{V}\right) = \text{constante}$	17,5	24,5	40%
$N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2$	$N_{Re} = \text{constante}$	17,5	8,5	51%
$N_2 = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{-0,187902} \cdot N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{1,67}$	Método empírico de Penny	17,5	9,2	47%
$N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{0,75}$	Método empírico de Rautzen	17,5	16,5	6%
$N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{0,85}$	Método empírico de Zwietering	17,5	15,6	11%

(*) $D_1 = 0,078\text{m}$ (**) $D_2 = 0,132\text{m}$ (***) Erro = $100 \cdot \frac{\sqrt{(N_{REAL} - N_{CALCULADO})^2}}{N_{REAL}}$

Observa-se na Tabela 5.6 que a equação de escalonamento baseada na constância da razão $\frac{P}{V}$ (que exibiu erro de 2%) e também a expressão empírica proposta por Rautzen e colaboradores (erro de 6%) foram aquelas que previram um valor para a rotação (N_{js}) do impulsor mais próximo do valor real, isto é, com menor erro. O expoente (n) a que se elevou o fator $\frac{D_1}{D_2}$ foi de $n=0,67$ para o primeiro caso e $n=0,75$ para o segundo. Considerando-se o impelidor que exhibe desenho do tipo 4 pás inclinadas, tem-se os resultados da Tabela 5.7.

Tabela 5. 7 – Escalonamento de tanques com impelidores de 4 pás inclinadas em 45°.

Expressões (*) (**)	Premissas	Valores de $N_2 (s^{-1})$		Erro (***)
		Real	Previsto	
$N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{0,67}$	$\left(\frac{P}{V}\right) = \text{constante}$	12,0	12,5	4%
$N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)$	$v_p = \text{constante}$	12,0	10,5	12%
$N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^{0,25}$	$t_m = \text{constante}$	12,0	15,6	30%
$N_2 = N_1$	$\left(\frac{Q_b}{V}\right) = \text{constante}$	12,0	17,8	48%
$N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2$	$N_{Re} = \text{constante}$	12,0	6,2	48%
$N_2 = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{-0,187902} \cdot N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{1,67}$	Método empírico de Penny	12,0	6,7	40%
$N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{0,75}$	Método empírico de Rautzen et al.	12,0	12,0	0%
$N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{0,85}$	Método empírico de Zwietering	12,0	11,4	5%

(*) $D_1 = 0,078\text{m}$ (**) $D_2 = 0,132\text{m}$ (***) Erro = $100 \cdot \frac{\sqrt{(N_{REAL} - N_{CALCULADO})^2}}{N_{REAL}}$

Na Tabela 5.7 pode-se verificar que a equação baseada na constância da relação $\frac{P}{V}$ (erro de 4%) e as expressões empíricas propostas por Rautzen e colaboradores (erro de 0%) ou Zwietering (erro de 5%) foram aquelas que previram valores para a rotação do impelidor (N_{js}) mais próximas do valor real e, com isto, exibiram os menores erros (<10%). Para a abordagem baseada na constância de $\frac{P}{V}$, o expoente (n) a que se elevou o fator $\frac{D_1}{D_2}$ foi de $n=0,67$, enquanto que nas expressões empíricas propostas por Rautzen e colaboradores e também Zwietering, os expoentes foram de $n=0,75$ e $n=0,85$, respectivamente.

No que diz respeito à turbina de Rushton, tem-se os resultados da Tabela 5.8, onde se observa que o escalonamento baseado na constância da razão $\frac{P}{V}$ (erro de 8%) foi a única abordagem que apresentou erro menor que 10%. Para tal método, o expoente (n) a que se elevou o fator $\frac{D_1}{D_2}$ foi de $n=0,67$, que difere do modelo proposto por esta dissertação ($n=0,50$).

Com base nos resultados apresentados nas Tabelas 5.6-5.8, foi possível selecionar as expressões de escalonamento que se mostraram mais adequadas para prever a rotação de impulsores que exibiam desenhos de 2 pás inclinadas, 4 pás inclinadas e turbina de Rushton. Para efetuar a seleção das técnicas de escalonamento mais adequadas, utilizou-se o critério do menor erro. Os resultados são apresentados na Tabela 5.9.

Observa-se na Tabela 5.9 que, para o impelidor de 2 pás, a expressão $\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^n$ poderia ser elevada ao expoente médio $\bar{n}=0,71$. Para esta situação, a média dos erros é de 4%. O valor de $\bar{n}=0,71$ não difere em larga extensão daquele ($n=0,63$) que foi determinado pelo modelo gerado com os dados experimentais que suportaram esta dissertação (Tabela 5.5).

Tabela 5. 8 – Escalonamento de tanques com turbina de Rushton.

Expressões para Escalonamento (*) (**) (***)	Premissas	Valores de N_2 (s ⁻¹)		Erro (***)
		Real	Previsto	
$N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{0,67}$	$\left(\frac{P}{V}\right) = \text{constante}$	16,7	15,3	8%
$N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)$	$v_p = \text{constante}$	16,7	12,8	23%
$N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^{0,25}$	$t_m = \text{constante}$	16,7	19,0	14%
$N_2 = N_1$	$\left(\frac{Q_b}{V}\right) = \text{constante}$	16,7	21,7	30%
$N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2$	$N_{Re} = \text{constante}$	16,7	7,6	55%
$N_2 = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{-0,187902} \cdot N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{1,67}$	Método empírico de Penny	16,7	8,2	51%
$N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{0,75}$	Método empírico de Rautzen et al.	16,7	14,6	12%
$N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{0,85}$	Método empírico de Zwietering	16,7	13,9	17%

(*) $D_1 = 0,078\text{m}$ (**) $D_2 = 0,132\text{m}$ (***) $\text{Erro} = 100 \cdot \frac{\sqrt{(N_{REAL} - N_{CALCULADO})^2}}{N_{REAL}}$

Ainda na Tabela 5.9, observa-se que:

- i. Para o impelidor de 4 pás, a expressão $\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^n$ poderia ser elevada ao expoente médio $\bar{n}=0,76$. A esta situação está associado um erro médio de 3%. O valor de $\bar{n}=0,76$ não difere daquele valor ($n=0,75$) que resultou do modelo baseado nos dados experimentais que suportaram esta dissertação (Tabela 5.5);

- ii. Para a turbina de Rushton, a expressão $\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^n$ poderia ser elevada ao expoente $n=0,67$. A esta situação está associado um erro de 8%. O valor $n=0,67$ difere muito do expoente ($n=0,50$) que foi determinado pelo modelo gerado pelos dados experimentais que suportaram esta dissertação (Tabela 5.5).

Tabela 5. 9 - Seleção de Métodos de Escalonamento mais Adequados para Suspensão de Partículas de Apatita em Tanques Condicionadores de Reagentes de Flotação.

Desenho do impelidor	Métodos Seleccionados	$\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^n$	Valor médio do expoente	Média dos erros
2 pás inclinadas	Constância de $\frac{P}{V}$	$\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{0,67}$	$\bar{n}=0,71$	4%
	Método de Rautzen e colaboradores	$\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{0,75}$		
4 pás inclinadas	Constância de $\frac{P}{V}$	$\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{0,67}$	$\bar{n}=0,76$	3%
	Método de Rautzen e colaboradores	$\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{0,75}$		
	Método de Zwietering	$\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{0,85}$		
Turbina de Rushton	Constância de $\frac{P}{V}$	$\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{0,67}$	$n=0,67$	8%

CAPÍTULO 6 – CONCLUSÃO

Em processos industriais de flotação, quando se executa o condicionamento de reagentes com a polpa mineral, espera-se que o tanque condicionador seja capaz de suspender as partículas adequadamente, maximizando seu contato com a solução que contém os reagentes. Neste contexto, a rotação crítica (N_{js}) com que se deve operar o impelidor, visando produzir uma situação em que nenhuma partícula mineral repouse no fundo do tanque por mais do que 1 ou 2 segundos (“Critério 1-s”) constitui uma importante variável que pode ser usada para balizar o desempenho dos tanques condicionadores e também o seu escalonamento, independentemente do tipo de impulsor utilizado. No entanto, o uso da variável de processo (N_{js}) como baliza para o escalonamento pode ser ainda mais refinado, exigindo-se que tanto no tanque maior (49dm^3) quanto no protótipo (10dm^3) ocorra um perfil axial de distribuição de sólidos que seja semelhante. Neste caso, o desenho do impulsor vai desempenhar um papel muito preponderante:

- i. Os tanques de 10dm^3 e 49dm^3 que operavam com impulsores de duas ou quatro pás inclinadas em 45° , girando sob a rotação mínima necessária para o cumprimento do “Critério 1-s” (N_{js}), exibiram perfis axiais de distribuição de sólidos que se mostraram muito semelhantes entre si, indicando que, quando os dois tanques operam sob a rotação mínima necessária para se atingir o “Critério 1-s”, a distribuição das partículas grossas de apatita distribuir-se-ão ao longo do eixo do impelidor de forma semelhante;
- ii. Por outro lado, quando se utilizou impelidor do tipo turbina de Rushton, os tanques de 10dm^3 e 49dm^3 não exibiram perfil axial de distribuição de sólidos semelhante. Tal discrepância indica que o cumprimento do “Critério 1-s” não parece ser suficiente para garantir uma mesma distribuição de partículas ao longo da direção axial dos tanques.

Em complemento ao uso dos perfis axiais de distribuição de sólidos, pode-se também utilizar o modelo de sedimentação-dispersão de Baldi e Barresi (1987),

modificado por Lima (2009), para se caracterizar o status da suspensão de partículas em tanques, objetivando balizar o seu escalonamento. Neste caso, utilizar-se-á o limite entre a Zona Turbulenta (que ocorre nas cotas inferiores) e Zona Quiescente (que ocorre nas cotas superiores). Operando os tanques de 10dm³ versus 49dm³ sob a rotação mínima necessária para se atingir o “Critério 1-s” (N_{js}), verificou-se que:

- i. No caso dos impelidores axiais (de 2 ou 4 pás inclinadas em 45°) quando a rotação de trabalho foi de 100% de N_{js} , o limite entre a Zona Turbulenta e Zona Quiescente ocorreu, aproximadamente, entre 70% e 80% da altura dos tanques de 10dm³ e 49dm³, respectivamente;
- ii. No caso da turbina de Rushton, a Zona Turbulenta praticamente ocupou toda a extensão dos dois tanques condicionadores.

Aplicando-se 8 métodos clássicos de escalonamento (três deles de natureza empírica e outros cinco baseados em análise dimensional) a um tanque de 10dm³ e conhecendo-se a magnitude da variável N_{js} relativa a tal tanque (N_1), foi possível prever ou calcular a magnitude da mesma variável no tanque de 49dm³ (N_2 calculada). A magnitude de N_2 que foi calculada (ou prevista) pelos métodos de escalonamento foi comparada a outra, que foi determinada experimentalmente (N_2 real ou experimental). A determinação do desvio (ou erro percentual) entre valor medido (real) versus valor calculado para a magnitude de N_2 permitiu escolher o método de escalonamento que é mais indicado para ser usado em tanques condicionadores que processam partículas grossas de apatita. Tal escolha, todavia, foi dependente do tipo de impelidor utilizado:

→ Para o impelidor do tipo 2 pás inclinadas, dois métodos apresentaram erro percentual menor do que 10% e, por isto, foram eleitos como os mais indicados para uso no escalonamento dos tanques em questão:

- i. O método que se baseia na constância da relação potência/volume, doravante chamado de “Método P/V”, é descrito pela expressão

$$N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^{0,67}$$

e produziu um erro de somente 2%. O método empírico de

Rautzen e colaboradores, doravante chamado de “Método Rautzen”, que é

descrito pela expressão $N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{0,75}$, produziu erro de 6%. Ambos métodos, por apresentarem erro menor que 10%, podem ser considerados como sendo adequados à aplicação desejada;

- ii. A adequação do “Método P/V” e também “Método de Rautzen” a esta aplicação sinaliza que o expoente (n) a que é elevada a razão $\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^n$ encontra-se numa faixa de valores entre 0,67 e 0,75, ou seja,
- $$N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{0,71}.$$

→ Para o impelidor do tipo 4 pás, três métodos de escalonamento apresentaram um erro percentual menor do que 10% e, por isto, foram eleitos como os mais indicados para a aplicação em questão:

- i. O “Método P/V”, que é descrito pela expressão $N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{0,67}$ produziu um erro de somente 4%. O “Método de Rautzen”, descrito pela expressão $N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{0,75}$, produziu erro de 0%. O método empírico proposto por Zwietering, que é descrito pela expressão $N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{0,85}$, produziu erro de 5%, sugerindo ser apropriada a sua adequação ao propósito desta dissertação;
- ii. Em virtude da adequação do “Método P/V”, “Método de Rautzen” e o “Método de Zwietering” a esta aplicação, pode-se inferir que o expoente (n) a que é elevada a razão $\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^n$ se encontra numa faixa de valores entre 0,67 e 0,85, ou seja, $N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{0,76}$.

→ Para a turbina de Rushton, somente o Método P/V apresentou erro percentual menor do que 10% e, em decorrência disto, é o único que se mostrou adequado à aplicação almejada. Deste modo, a expressão de escalonamento mais indicada para este

impelidor é:
$$N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^{0,67}.$$

Uma vez que a determinação do valor real de N_2 foi baseada numa técnica experimental influenciada pelas limitações do observador, pode-se inferir que uma expressão geral de escalonamento do tipo $N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^{0,75}$ atende razoavelmente bem aos propósitos desta aplicação, haja vista que medidas de potência e a conseqüente relação $\frac{P}{V}$ podem constituir um critério extra, e também mais objetivo, para se balizar o escalonamento de tanques condicionadores de reagentes de flotação.

REFERÊNCIAS

AESCHBACH, S.; BOURNE, R. The Attainment of Suspension in a Continuous Stirred Tank. **The Chemical Engineering Journal**, v. 4, p. 234-242, 1972.

ARMENANTE, P. M.; NAGAMINE, E. U. Effect of low off-bottom impeller clearance on the minimum agitation speed for complete suspension of solids in stirred tanks. **Chemical Engineering Science**, v. 53, p. 1757-1775, 1998.

ARMENANTE, P. M.; NAGAMINE, E. U.; SUSANTO, J. Determination of correlations to predict the minimum agitation speed for complete solid suspension in agitated vessels. **The Canadian Journal of Chemical Engineering**, v. 76, p. 413-419, 1998.

ATIEMO-OBENG, V. A.; PENNEY, W. R.; ARMENANTE, P. M. In: PAUL, E. L.; ATIEMO-OBENG, V. A.; KRESTA, S. M. (Ed.). **Handbook of industrial mixing**. Science and practice: Wiley- Interscience, 2004. p. 543-584.

BADINO Jr, A. C.; SCHMIDELL, W. Variação de escala. In: SCHMIDELL, W.; BORZANI, W.; ALMEIDA LIMA, U.; AQUARONE (Ed.). **Engenharia Bioquímica**. São Paulo. Blucher, 2001. p. 333-353.

BALDI, G.; CONTI, R.; ALARIA, E. Complete suspension of particles in mechanically agitated vessels. **Chemical Engineering Science**, v. 33, p. 21-25, 1978.

BALDI, G.; CONTI, R.; GIANETTO, A. Concentration profile for solids suspended in a continuous agitated reactor. **AIChE Journal**, v. 27, n 6, p. 1017-1020, 1981.

BARRESI, A.; BALDI, G. Solid dispersion in an agitated vessel. **Chemical Engineering Science**, v. 42, n. 12, p. 2949-2956, 1987a.

BARRESI, A.; BALDI, G. Solid dispersion in an agitated vessel: effect of particle shape and density. **Chemical Engineering Science**, v. 42, n. 12, p. 2969-2972, 1987b.

BENNETT, C. O.; MYERS, J. E. **Fenômenos de transporte, quantidade de movimento de calor e massa**. Trad. E. W. Leser e outros. São Paulo: McGraw- Hill, 821p., 1978.

BETEJTIN, A. **Curso de mineralogia**. Ed. Moscou: 1977.

BOURNE, R.; SHARMA, R.N. Homogeneous particle suspension in propeller- agitated flat bottomed Tank. **The Chemical Engineering Journal**, v. 8, p. 243-250, 1974.

BRENCHLEY, D. L.; TURLEY, C. D.; YARMAC, R. F. **Industrial Source Sampling**. Ann Arbor, Ann Arbor Publishers Inc., 1980.

BUURMAN, C.; RESOORT, G.; PLASCHKES, A. Scaling up rules for solids suspension in stirred vessels. **Chemical Engineering Science**, v. 41, n. 11, p. 2865-2871, 1986.

CHRISTIE, J. GEANKOPLIS. **Transport processes and unit operations**. 3st Edition, 1993, 921p.

CHUDACEK, M. W. Does your tank bottom have the right shape?. **Chemical Engineering**, v. 1, p. 79-83, 1984.

CHUDACEK, M. W. Relationships between solids suspension criteria, mechanism of suspension, tank geometry, and scale-up parameters in stirred tanks. **Ind. Eng. Chem. Fundam.**, v. 25, p. 391-401, 1986.

CHUDACEK, M. W. Solids suspension behavior in profiled bottom and flat bottom mixing tanks. **Chemical Engineering Science**, v. 40, n. 3, p. 385-392, 1985.

COKER, A. K, LUDWIG's applied process design - for chemical and petrochemical plants. 4 ed. Volume 1, 2007. 996p.

CONNOLLY, J. R.; WINTER, R. L. Approaches to mixing operation scale-up. **Chemical Engineering Progress**, v. 65, n. 8, p. 70-76, 1969.

CONTI, R.; SICARDI, S.; SPECCHIA, V. Effect of stirred clearance on particle suspension in agitated vessels. **The Chemical Engineering Journal**, v. 22, p. 247-249, 1981.

COUPER, J. R.; PENNEY, W. R.; FAIR, J. R.; WALAS, S. M. Mixing and Agitation. In: COUPER, J. R., et al., 2005 (Ed.). **Chemical Process Equipment** – Selection and Design. Second Edition, 2005. p. 277-328.

CUMBY, T. R. Slurry mixing with impellers: Part 1, theory and previous research. **Journal Agricultural Engineering Research**, v. 45, p. 157-173, 1990.

FASANO, J. B.; BAKKER, A.; PENNEY, W. R. Advanced impeller geometry boosts liquid agitation. **Chemical Engineering**, p 110-116, 1994.

GATES, L. E.; MORTON, J. R.; FONDY, P. L. Selecting agitator systems to suspend solids in liquids. **Chemical Engineering**, p. 144-150, 1976.

GEISLER, R. K.; BUURMAN, C.; MERSMANN, A. B. Scale-up of necessary power input in stirred vessels with suspensions. **The Chemical Engineering Journal**, v. 51, p. 29-39, 1993.

GOMIDE, R. **Operações unitárias**. Parte 2: Operações com fluidos, São Paulo: Gráfica Palas Athenas, 464 p. v. 2, 1997.

HEMRAJANI, R. R.; TATTERSON, G. B. Mechanically Agitated vessels. In: PAUL, E. L.; ATIEMO-OBENG, V. A.; KRESTA, S. M. (Ed.). **Handbook of industrial mixing**. Science and practice: Wiley- Interscience, 2004. p. 343-390.

HICKS, R. W.; DICKEY, D. S. Applications analysis for turbine agitators. **Chemical Engineering**, v. 8, p. 127-133, 1976.

HICKS, R. W.; MORTON, J. R.; FENIC, J. G. How to design agitators for desired process response. **Chemical Engineering**, v. 26, p. 102-110, 1976.

HIMMELSBACH, W.; HOULTON, D.; KELLER, W.; LOVALLO, M. Mixing systems: design and scale-up. **Chemical Engineering**, p. 46-52, 2006.

JOAQUIM Jr, C. F.; CEKINSKI, E.; NUNHEZ, J. R.; URENHA, L. C. **Agitação e Mistura na Indústria** (Ed). Rio de Janeiro. LTC, 2007. p. 222.

KANAZAWA, T. Inorganic phosphate materials. Amsterdam: Elsevier, 1989.

KELLY, E. G.; SPOTTISWOOD, D. J. **Introduction to mineral processing**. Wiley Interscience Inc. New York, 491 pp, 1980.

KNEULE, F. Scale-up in the suspension of solids in agitated vessels. **International Chemical Engineering**, v. 25, n. 2, p. 214-222, 1985.

KRAUME, M.; ZEHNER, P. Concept for scale-up of solids suspension Sample withdrawal from a slurry mixing tank. **The Canadian Journal of Chemical Engineering**, v. 80, p. 1-8, 2002.

KUMANESAN, T.; JYESHTHARAJ, B. Effect of impeller design on the flow pattern and mixing in stirred tanks. **The Chemical Engineering Journal**, v. 115, p. 173-193, 2006.

KUZMANIC, N.; RUSIC, D. Solids concentration measurements of floating particles suspended in a stirred vessel using sample withdrawal techniques. **Ind. Eng. Chem. Res.**, v. 38, p. 2794-2802, 1999.

LEAL FILHO, L. S. **Flotação de oximinerais**: Teoria e prática voltada à solução de problemas brasileiros. (Livre Docência) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

LEAL FILHO, L. S.; MARTINS, M.; HORTA, D. **Concentration of igneous phosphates ores in a froth flotation**: Challeng and Developments. Anais do XXV International Mineral Processing Congress. Brisbane, Austrália, 2010.

LENG, D. E. Succeed at scale-up. **Chemical Engineering Progress**, v.88, p. 23-, 1991.

LIMA, O.A. **Suspensão de partículas grossas em células mecânicas de flotação**. 2009. 230p. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

LIMA, O. A.; DEGLON, D. A.; LEAL FILHO, L. S. A comparison of the critical impeller speed for solids suspension in a bench-scale and a pilot-scale mechanical flotation cell. **Minerals Engineering**, v. 22, p. 1147-1153, 2009.

LIMA, O. A.; LEAL FILHO, L. S.; BARBOSA, F. S. Caracterização hidrodinâmica de células mecânicas de flotação: capacidade de bombeamento de célula Denver de laboratório. **Revista Escola de Minas**, v. 59, n. 4, p. 415-419, 2006.

LUZ, A. B. et al. Tratamento de minérios, 4ª Edição – CETEM, p. 35-40, 2004.

MacTAGGART, R. S; NASR-EL-DIN, H. A; MASLIYAH, J. H. Sample withdrawal from a slurry mixing tank. **Chemical Engineering Science**, v. 48, n. 5, p. 921-931, 1993.

MASSARANI, B. **Fluidodinâmica de sistemas particulados**. 2º edição. E-Papers Serviços Editoriais, Athenas, São Paulo, 464 p. 2002.

McCABE, W.L.; SMITH, J. C.; HARRIOTT, P. **Unit operations of chemical engineering**. 5th ed. s.L.: McGraw-Hill, 1993. 1130 p.

McCABE, W.L.; SMITH, J. C.; HARRIOTT, P. **Unit operations of chemical engineering**. 6th ed. s.L.: McGraw-Hill, 2001. 1114p

MOLERUS, O.; LATZEL, W. Suspension of solid particles in agitated vessels- I. Archimedes numbers ≤ 40 . **Chemical Engineering Science**, v. 42, n. 6, p. 1423-1430, 1987a.

MOLERUS, O.; LATZEL, W. Suspension of solid particles in agitated vessels- II. Archimedes numbers >40 , reliable prediction of minimum stirrer angular velocities. **Chemical Engineering Science**, v. 42, n. 6, p. 1431-1437, 1987b.

MONTANTE, G.; PINELLI, D.; MAGELLI, F. Scale-up criteria for the solids distribution in slurry reactors stirred with multiple impellers. **Chemical Engineering Science**, v. 58, p. 5363-5372, 2003.

MORAES Jr, D. Oxidação da vitamina C quando submetida a agitação em um tanque tipo Rushton. **Anais do 1º Congresso Brasileiro de Engenharia Química - Iniciação Científica**, UFSCAR, São Carlos - SP., 1995, 449 p.

MURTHY, B. N.; GHADGE, R. S.; JOSHI, J. B. CFD simulations of gas-liquid-solid stirred reactor: prediction of critical impeller speed for solid suspension. **Chemical Engineering Science**, v. 62, p. 7184-7195, 2007.

MUSIL, L.; VLK, J. Suspending solid particles in an agitated conical-bottom tank. **Chemical Engineering Science**, v. 33, p. 1123-1131, 1978.

MUSIL, L.; VLK, J.; JIROUDKOVÁ, H. Suspending solid particles in an agitated tank with axial-type impellers. **Chemical Engineering Science**, v. 39, n. 4, p. 621-628, 1984.

NAGATA, S. **Mixing: Principles and Applications**, Wiley, New York, p. 299, 1975.

NARAYANAN, S.; BHATIA, V. K.; GUHA, D. K.; RAO, M. N. Suspension of solids by mechanical agitation. **Chemical Engineering Science**, v. 24, p. 223-230, 1969.

NASR-EL-DIN, H. Comments on scaling-up rules for suspension in stirred vessels. **Chemical Engineering Science**, v. 42, n. 12, p. 2986, 1987.

NASR-EL-DIN, H. A.; MacTAGGART, R. S.; MASLIYAH, J. H. Local solids concentration measurement in a slurry mixing tank. **Chemical Engineering Science**, v. 51, n. 8, p. 1209-1220, 1996.

NAUMAN, E. G.; ETCHELLS, A. W.; TATTERSON, G. B. Mixing – The state of the art. **Chemical Engineering Progress**, v. 84, n. 5, p. 58-, 1988.

NIENOW, A. W. The suspension of solid particles. In: HARNBY, N.; EDWARDS, M. F.; NIENTOW, A. W. (Ed.). **Mixing in the process industries**. London: Butterworth, 1985. p. 297-321.

NIENOW, A. W. Suspension of solid particles in turbine agitated baffled vessels. **Chemical Engineering Science**, v. 23, p. 1453-1459, 1968.

NORWOOD, K. W.; METZNER, A. B. Flow patterns and mixing rates in agitated vessels. **AIChE Journal**, v. 6, p. 432-437, 1960.

NOTHOLT, A. J. G.; SHELDON, R. P.; DAVIDSON, D. F. **Phosphates deposits of the world**, London, Cambridge University Press, 1989.

OLIVEIRA JUNIOR, I. **A agitação de suspensões sólido-líquido: estudo da velocidade completa de suspensão e da potência consumida pelo meio a partir de técnicas derivadas do projeto de experimentos.** 1990. 187p. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1990.

OLDSHUE, J. Y. Fluid mixing in 1989. **Chemical Engineering Progress**, p. 33-42, 1989.

PENNY, W. R. Recent trends in mixing equipment. **Chemical Engineering**, v. 42, n. 12, p. 86-98, 1971.

PERRY, R. H.; CHILTON, C. H. **Manual de engenharia química.** 5. ed. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1980. 1 v.

PHARAMOND, J. C.; ROUSTAN, M.; ROQUES, H. Determination de la puissance consommée dans une cuve aérée et agitée. **Chemical Engineering Science**, v. 30, p. 907-912, 1975.

RAGHAVA RAO, K. S. M. S.; JOSHI, J. B. Liquid- phase mixing and power consumption in mechanically agitated solid-liquid contactors. **Chemical Engineering Journal**, v. 39, p.111-124, 1988.

RAGHAVA RAO, K. S. M. S.; REWATKAR, V. B.; JOSHI, J. B. Critical impeller speed for solid suspension in mechanically agitated contactors. **AIChE Journal**, v. 34, n 8, p. 1332-1340, 1988.

RAUTZEN, R. R.; CORPSTEIN, R. R.; DICKEY, D. S. How to use scale-up methods for turbine agitators. **Chemical Engineering**, v. 25, p. 119-126, 1976.

RIEGER, F.; DITL, P. Suspension of solid particles. **Chemical Engineering Science**, v. 49, n. 14, p. 2219-2227, 1994.

ROSCOE, R. The viscosity of suspensions of rigid spheres. **British Journal of Applied Physics**, v. 3, p. 267-269, 1952.

RUSHTON, J. H. Mixing. **Industrial e Engineering Chemistry**, v. 46, n. 1, p. 133-137, 2002.

RUSHTON, J. H.; COSTICH, J. H.; EVERETT, H. J. Power characteristics of mixing impellers, Parts 1 and 2. **Chemical Engineering Progress**, v. 46, n. 8, 9, p. 395-476, 1950.

RUSHTON, J. H.; OLDSHUE, J. Y. Mixing – present theory and practice. **Chemical Engineering Science**, v. 49, n. 4, p. 161-168, 1953.

SAHU, A. K.; KUMAR, P.; PATWARDHAM, A.W.; JOSHI, J. B. CFD modeling and mixing in stirred tanks. **Chemical Engineering Science**, v. 54, p. 2285-2293, 1999.

SCHUBERT, H. On the turbulence-controlled microprocesses in flotation machines. **International Journal of Mineral Processing**, v. 56, p. 257-276, 1999.

SHAMLOU, P.A.; KOUTSAKOS, E. Solids suspension and distribution in liquids under turbulent agitation. **Chemical Engineering Science**, v. 44, n. 3, p. 529-542, 1989.

SHARMA, R. N.; SHAIKH, A. Solids suspension in stirred tanks with pitched blade turbines. **Chemical Engineering Science**, v. 58, p. 2123-2140, 2003.

STRAUDE, C. D. **Agitação de suspensões sólido-líquido: estudo e técnicas de variação de escala, visando projeto de equipamentos industriais.** 1993. 197p. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1993.

TATTERSON, G. B. **Fluid mixing and gás dispersion in agitated tanks.** 2nd Printing, 1991. 548p.

TATTERSON, G. B. **Scale up and design of industrial mixing processes.** 2nd Edition, 2003. 375p.

TERRON, L. R. Conceitos fundamentais da agitação de líquidos. **Revista Brasileira de Engenharia Química**, v. 8, p. 5-29, 1986.

VAN DER WESTHUIZEN, A. P. **The evaluation of solids suspension in a pilot scale mechanical flotation cell.** 251 p. Thesis (Master of Science) - University of Cape Town, Cape Town, 2004.

VAN DER WESTHUIZEN, A. P.; DEGLON, D. A. Evaluation of solids suspension in a pilot-scale mechanical flotation cell: the critical impeller speed. **Minerals Engineering**, v. 20, p. 233-240, 2007.

WASP, E. J.; KENNY, J. P.; GANDHI, R. L. **Solids-liquid flow slurry pipeline transportation**. cp. 4, p. 47, 1979. 224p.

WERNERSSON, E. S.; TRAGARDH, C. Scale-up of Rushton turbine-agitated tanks. **Chemical Engineering Science**, v. 54, p. 4245-4256, 1999.

WICHTERLE, K. Conditions for suspension of solids in agitated vessels. **Chemical Engineering Science**, v. 43, n. 3, p. 467-471, 1988.

YAMAZAKI, H.; TOJO, K.; MYANAMI, K. Concentration profiles of solids suspended in a stirred tank. **Powder Technology**, v. 48, p. 205-216, 1986.

YIANATOS, J. et al. Hydrodynamic and metallurgical characterization of industrial flotation banks for control purposes. **Minerals Engineering**, v. 14, n. 9, p.1033-1046, 2001.

ZLOKARNIK, M. Problems in the application of dimensional analysis and scale-up of mixing operations. **Chemical Engineering Science**, v. 53, n. 17, p. 3023-3030, 1998.

ZLOKARNIK, M. **Stirring – theory and practice** (Ed). Wiley-VCH, Veriag Gmbh, 2001.

ZWIETERING, T. N. Suspending of solid particles in liquid by agitators. **Chemical Engineering Science**, v. 8, p. 244-253, 1958.

APÊNDICES

Apêndice A – Perfis de concentração de sólidos nos tanques de 0,010 e 0,049 m³.

Apêndice A1 – Experimentos no tanque de 0,010 m³.

Tabela A1. 1 - Tanque de 0,010 m³ (10 L) com concentração total (X_T) de 40% em peso de apatita ($d_p=254 \mu\text{m}$). $N= 24,5 \text{ rps}$ (100% N_{js}); impelidor de 2 pás inclinadas de 45°.

Medida	h = altura (m)	m _{polpa} (g)	$\bar{m}_{polpa}$ (g)	m _{sólido} (g)	$\bar{m}_{sólido}$ (g)	h / Z	X%
1	0,047	12,30	12,73	4,5	5,10	0,20	40,05
2		13,60		5,4			
3		12,30		5,4			
4	0,094	11,90	11,90	5,2	5,13	0,40	43,14
5		11,80		5,1			
6		12,00		5,1			
7	0,141	12,70	12,87	4,7	5,17	0,60	40,16
8		14,10		6,8			
9		11,80		4			
10	0,188	9,90	10,13	2,5	2,27	0,80	22,37
11		11,30		3,7			
12		9,20		0,6			
13	0,223	10,00	9,17	0	0,33	0,90	3,64
14		8,50		0,3			
15		9,00		0,7			

Tabela A1. 2 - Tanque de 0,010 m³ (10 L) com concentração total (X_T) de 40% em peso de apatita (dp=254 μm). N= 17,8 rps (100%Njs); impelidor de 4 pás inclinadas de 45°.

Medida	h = altura (m)	m _{polpa} (g)	$\bar{m}_{polpa}$ (g)	m _{sólido} (g)	$\bar{m}_{sólido}$ (g)	h / Z	X%
1	0,047	4,70	9,93	1,3	3,33	0,20	33,56
2		14,30		5,2			
3		10,80		3,5			
4	0,094	15,40	14,37	6,6	6,10	0,40	42,46
5		12,30		4,9			
6		15,40		6,8			
7	0,141	12,70	13,50	4,6	5,53	0,60	40,99
8		13,80		5,30			
9		14,00		6,7			
10	0,188	9,80	10,53	1,7	1,77	0,80	16,77
11		9,90		1			
12		11,90		2,6			
13	0,223	10,60	10,17	1,2	0,60	0,90	5,90
14		9,80		0,2			
15		10,10		0,4			

Tabela A1. 3 - Tanque de 0,010 m³ (10 L) com concentração total (X_T) de 40% em peso de apatita (dp=254 μm). N= 21,7 rps (100%Njs); impelidor de 6 pás planas (Rushton).

Medida	h = altura (m)	m _{polpa} (g)	$\bar{m}_{polpa}$ (g)	m _{sólido} (g)	$\bar{m}_{sólido}$ (g)	h / Z	X%
1	0,047	10,70	11,20	2,7	2,80	0,20	25,00
2		11,10		2,6			
3		11,80		3,1			
4	0,094	11,80	11,87	4,2	4,23	0,40	35,67
5		12,10		4,1			
6		11,70		4,4			
7	0,141	9,20	9,67	2,7	3,27	0,60	33,79
8		10,70		3,8			
9		9,10		3,3			
10	0,188	10,70	11,40	3,5	4,03	0,80	35,38
11		11,00		3,5			
12		12,50		5,1			
13	0,223	11,00	9,67	4,3	3,07	0,90	31,72
14		8,50		2,3			
15		9,50		2,6			

Apêndice A2 – Experimentos no tanque de 0,049 m³.

Tabela A2. 1 - Tanque de 0,049 m³ (49 L) com concentração total (X_T) de 40% em peso de apatita ($dp=254 \mu m$). $N= 17,50$ rps (100%Njs); impelidor de 2 pás inclinadas de 45°.

Medida	h = altura (m)	m_{polpa} (g)	$\bar{m}_{polpa}$ (g)	$m_{sólido}$ (g)	$\bar{m}_{sólido}$ (g)	h / Z	X%
1	0,079	24,46	25,10	8,0	8,77	0,20	34,94
2		23,10		9,5			
3		27,75		8,8			
4	0,159	23,25	26,00	8,2	11,00	0,40	42,29
5		27,27		12,3			
6		27,49		12,4			
7	0,238	23,35	24,94	8,3	9,41	0,60	37,72
8		23,50		7,1			
9		27,96		12,8			
10	0,317	23,74	21,64	9,1	5,69	0,80	26,29
11		19,68		3,3			
12		21,50		4,6			
13	0,357	19,35	18,77	2,4	1,84	0,90	9,79
14		18,60		2,6			
15		18,35		0,5			

Tabela A2. 2 - Tanque de 0,049 m³ (49 L) com concentração total (X_T) de 40% em peso de apatita ($dp=254 \mu m$). $N= 12,0$ rps (100%Njs); impelidor de 4 pás inclinadas de 45°.

Medida	h = altura (m)	m_{polpa} (g)	$\bar{m}_{polpa}$ (g)	$m_{sólido}$ (g)	$\bar{m}_{sólido}$ (g)	h / Z	X%
1	0,079	24,40	25,67	6,6	7,33	0,20	28,57
2		25,50		7,3			
3		27,10		8,1			
4	0,159	24,50	25,90	10,2	12,07	0,40	46,59
5		26,80		14,5			
6		26,40		11,5			
7	0,238	22,10	23,47	7,9	9,30	0,60	39,63
8		25,80		10,2			
9		22,50		9,8			
10	0,317	33,80	34,37	7,8	8,53	0,80	24,83
11		31,10		5,0			
12		38,20		12,8			
13	0,357	31,70	31,43	4,9	3,9	0,90	12,41
14		32,20		5,5			
15		30,40		1,3			

Tabela A2. 3 - Tanque de 0,049 m³ (49 L) com concentração total (X_T) de 40% em peso de apatita ($d_p=254 \mu\text{m}$). $N= 16,67 \text{ rps}$ (100% N_{js}); impelidor de 6 pás planas (Rushton).

Medida	h = altura (m)	m_{polpa} (g)	$\bar{m}_{\text{polpa}}$ (g)	$m_{\text{sólido}}$ (g)	$\bar{m}_{\text{sólido}}$ (g)	h / Z	X%
1	0,079	21,70	21,07	5,2	5,47	0,20	25,95
2		22,80		6,8			
3		18,70		4,4			
4	0,159	25,80	27,17	10,6	11,83	0,40	43,56
5		27,70		12,3			
6		28,00		12,6			
7	0,238	20,60	19,90	6,3	5,57	0,60	27,97
8		20,40		5,9			
9		18,70		4,5			
10	0,317	20,10	19,80	7,1	6,80	0,80	34,34
11		18,80		5,6			
12		20,50		7,7			
13	0,357	20,80	20,43	9,1	8,27	0,95	40,46
14		18,90		7,1			
15		21,60		8,6			

Apêndice B – Potência consumida nos tanques de 0,010 e 0,049 m³.

Apêndice B1 – Dados de potência consumida (0,010 m³).

Tabela B1. 1 - Tanque de 0,010 m³ (10 L) com concentração total (X_T) de 40% em peso de apatita ($d_p=254 \mu\text{m}$); impelidor de 2 pás inclinadas de 45°.

Rotação crítica (Njs)	Rotação (rps)	Braço (m)	Força (N)	Potência consumida (W)	Potência consumida média (W)
100% Njs	24,5	425	0,60	39,17	37,70
		275	0,85	35,91	
		125	1,98	38,02	

Tabela B1. 2 - Tanque de 0,010 m³ (10 L) com concentração total (X_T) de 40% em peso de apatita ($d_p=254 \mu\text{m}$); impelidor de 4 pás inclinadas de 45°.

Rotação crítica (Njs)	Rotação (rps)	Braço (m)	Força (N)	Potência consumida (W)	Potência consumida média (W)
100% Njs	17,7	425	0,71	32,26	32,17
		275	1,14	33,52	
		125	2,30	30,74	
	17,8	425	0,77	35,09	35,24
		275	1,20	35,39	
		125	2,63	35,25	
	17,8	425	0,75	34,28	35,16
		275	1,18	34,90	
		125	2,70	36,30	
	17,9	425	0,76	34,70	33,92
		275	1,17	34,57	
		125	2,42	32,50	
	18,0	425	0,75	34,35	33,38
		275	1,12	33,19	
		125	2,42	32,60	

Tabela B1. 3 - Tanque de 0,010 m³ (10 L) com concentração total (X_T) de 40% em peso de apatita ($dp=254 \mu m$); impelidor de 6 pás planas (Rushton).

Rotação crítica (Njs)	Rotação (rps)	Braço (m)	Força (N)	Potência consumida (W)	Potência consumida média (W)
100% Njs	21,7	425	3,06	177,04	174,05
		275	4,65	174,08	
		125	10,05	171,02	

Apêndice B2 – Dados de potência consumida (0,049 m³).

Tabela B2. 1 - Tanque de 0,049 m³ (49 L) com concentração total (X_T) de 40% em peso de apatita ($dp=254 \mu m$); impelidor de 2 pás inclinadas de 45°.

Rotação crítica (Njs)	Rotação (rps)	Braço (m)	Força (N)	Potência consumida (W)	Potência consumida média (W)
100% Njs	17,5	750	2,15	177,30	172,56
		450	3,47	171,70	
		200	7,67	168,67	

Tabela B2. 2 - Tanque de 0,049 m³ (49 L) com concentração total (X_T) de 40% em peso de apatita ($dp=254 \mu m$); impelidor de 4 pás inclinadas de 45°.

Rotação crítica (Njs)	Rotação (rps)	Braço (m)	Força (N)	Potência consumida (W)	Potência consumida média (W)
100% Njs	12,0	700	2,58	125,77	124,14
		500	3,55	123,61	
		300	5,89	123,05	
	12,0	700	2,34	114,24	121,66
		500	3,47	121,00	
		300	6,20	129,72	
	12,0	700	2,60	127,12	126,52
		500	3,79	132,36	
		300	5,73	120,07	
	12,0	700	2,54	124,00	123,00
		500	3,42	119,26	
		300	6,01	125,75	
	12,0	700	2,54	123,82	122,96
		500	3,54	123,26	
		300	5,83	121,80	

Tabela B2. 3 - Tanque de 0,049 m³ (49 L) com concentração total (X_T) de 40% em peso de apatita ($d_p=254 \mu\text{m}$); impelidor de 6 pás planas (Rushton).

Rotação crítica (Njs)	Rotação (rps)	Braço (m)	Força (N)	Potência consumida (W)	Potência consumida média (W)
100% Njs	16,67	750	13,44	1055,58	1035,33
		450	22,12	1042,38	
		200	48,13	1008,03	