NELSON CAMURUGI SENHORINHO SILVA

**METODOLOGIA DE PLANEJAMENTO ESTRATÉGICO DE LAVRA
INCORPORANDO RISCOS E INCERTEZAS PARA A OBTENÇÃO DE
RESULTADOS OPERACIONAIS**

São Paulo
2008

NELSON CAMURUGI SENHORINHO SILVA

**METODOLOGIA DE PLANEJAMENTO ESTRATÉGICO DE LAVRA
INCORPORANDO RISCOS E INCERTEZAS PARA A OBTENÇÃO DE
RESULTADOS OPERACIONAIS**

Tese apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do título de Doutor
em Engenharia.

São Paulo
2008

NELSON CAMURUGI SENHORINHO SILVA

**METODOLOGIA DE PLANEJAMENTO ESTRATÉGICO DE LAVRA
INCORPORANDO RISCOS E INCERTEZAS PARA A OBTENÇÃO DE
RESULTADOS OPERACIONAIS**

Tese apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do título de Doutor
em Engenharia.

Área de concentração: Engenharia
Mineral.

Orientador: Prof. Dr. Giorgio de Tomi

São Paulo
2008

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, dede 200...

Assinatura do autor

Assinatura do orientador

FICHA CATALOGRÁFICA

Silva, Nelson Camurugi Senhorinho

Metodologia de planejamento estratégico de lavra incorporando riscos e incertezas para a obtenção de resultados operacionais / N.C.S. Silva. -- São Paulo, 2008.

124 p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo.

1. Mineração 2. Planejamento estratégico 3. Seqüenciamento da produção 4. Análise de risco I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo II. t.

AGRADECIMENTOS

Ao amigo e orientador Prof. Dr. Giorgio Francesco Cesare de Tomi, pelo fornecimento das diretrizes que possibilitaram o bom desenvolvimento dos trabalhos.

Ao querido amigo Prof. Dr. Ricardo Cabral pela importante ajuda em diversas ocasiões do trabalho, bem como para as impressões da tese.

Aos colegas do Lapol, pelo apoio e amizade.

Aos Professores do Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo da EPUSP, em especial ao Prof. Dr. Homero Delboni Jr. e Prof. Dr. Wildor Hennies, pelos ensinamentos e bom ambiente para a condução das atividades acadêmicas.

Aos meus pais, Eduardo e Ana Maria, minhas irmãs Domenica e Beatriz, agentes diretos de permanente incentivo, vital propulsor na condução dos trabalhos.

À minha querida esposa, Gerusa, pelo companheirismo, paciência, suporte, amor e compreensão dispensadas.

“A mineração sempre exerceu um papel de destaque e de significativa contribuição no desenvolvimento da civilização e do progresso da Humanidade, muito mais do que normalmente é reconhecido pelo cidadão comum. De fato, produtos advindos da mineração permeiam de maneira acentuada nos diversos setores e atividades que compõem nossa sociedade industrializada. O retrospecto cronológico da mineração, reproduz uma importante relação com a História da nossa civilização e não é mera coincidência que as eras culturais dos povos, estejam associadas aos minerais, ou ao seus derivados, como por exemplo as Idades do Bronze e do Ferro.” (HARTMAN, 1987).

RESUMO

O planejamento estratégico de lavra corresponde ao processo para se determinar o “melhor” projeto e sequenciamento da lavra, segundo uma estratégia previamente estabelecida. É considerado um elemento chave para o sucesso de um empreendimento de mineração, uma vez que subsidia o processo decisório sobre a sua condução e desenvolvimento. Métodos de planejamento estratégico de lavra convencionais estão baseados em modelos determinísticos, que não são capazes de tomar em consideração a variabilidade intrínseca dos principais elementos que os compõem, conseqüentemente, podem apresentar resultados bastante distantes da realidade e muitas vezes até comprometer a viabilidade do empreendimento. As incertezas geológicas são consideradas como as principais contribuintes para que projetos de mineração falhem em alcançar as expectativas originalmente projetadas. Este estudo apresenta uma metodologia abrangente, que de forma multi-estagiada, utiliza modelos condicionalmente simulados para quantificar e transferir os riscos associados às propriedades geológicas ao longo do processo de planejamento de lavra. Esta função de transferência integra e incorpora distintos métodos de análises quantitativas, incluindo: Teoria Gráfica; Teoria dos Conjuntos; Realces Flutuantes; e Programação Dinâmica. Seus resultados são finalmente convertidos em atividades de lavra, constituindo um sequenciamento de lavra global, controlado pelos riscos, e adicionalmente refinado a partir de uma interface PERT-GANTT. Logo, análises qualitativas podem também ser consideradas, possibilitando que elementos de flexibilidade e adaptação estratégicas participem deste processo. Os resultados obtidos por esta metodologia, quando comparados aos métodos tradicionais, asseguram um planejamento estratégico de lavra que ao mesmo tempo que maximiza o valor presente líquido, delimitado pelas restrições operacionais e estratégias previamente adotadas, também é capaz de avaliar a sensibilidade do empreendimento às variações dos seus principais componentes, conseqüentemente, oferecendo maior segurança e correção ao processo decisório a este relacionado.

Palavras-Chave: Lavra. Planejamento Estratégico. Sequenciamento. Análises de Riscos e Incertezas.

ABSTRACT

Strategic mine planning corresponds to the process to determine the best mine design and scheduling according to a previously established strategy. It is considered as a key element for the success of a mining venture, once supports the decision process related to its conduct and development. Conventional strategic mine planning methods are based on deterministic models, which are not capable to take into account the intrinsic variability related to its main components. Therefore, it can present results which are fairly distant from the reality and even compromise mine feasibility. Geological uncertainties are considered to be a major contributor to projects which fail to meet expectations. This study presents a comprehensive, multi-stage, mine planning methodology which utilizes conditional simulated models to address the risks and uncertainties associated with geological properties in order to measure, quantify and assess these factors throughout the mine planning process. This transfer function integrates and encompasses different quantitative analysis methods including graph theory, set theory, floating stopes and dynamic programming. Those are driven by risk measurements and the results are converted into mine activities whose final scheduling can be further refined in a PERT-GANTT interface. This also allows for qualitative analysis being undertaken in the final mine scheduling hence ensuring that operating flexibility and strategic adaptability could be also taken into account. The products obtained from this methodology, when compared with traditional methods, ensure that a strategic mine planning could achieve net present value maximization, constrained by operational elements and a strategy previously adopted, and at the same time it is also capable to evaluate the mine sensitivities according to its main components variation. Hence this methodology will offer and deliver higher safety and correction to the decision process associated to the mine venture.

Keywords: Mining. Strategic Planning. Scheduling. Uncertainties and Risk Analysis.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO E OBJETIVOS	1
1.1 INTRODUÇÃO	1
1.1.1 Incertezas e Riscos na Mineração	1
1.1.2 Planejamento Estratégico de lavra	3
1.1.3 Justificativa da Pesquisa	6
1.2 OBJETIVOS	8
1.3 CONTRIBUIÇÃO E ORIGINALIDADE DA TESE	9
 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	 10
2.1 ESTRATÉGIA	10
2.2 ESTRATÉGIA NO PLANEJAMENTO DE LAVRA	11
2.3 INCERTEZAS E RISCOS	16
2.3.1 Simulação Condicional	18
2.3.1.1 Métodos de simulação Condicional	22
2.4 PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA	23
2.4.1 Técnicas de otimização	26
2.4.1.1 Algoritmo de Lerchs&Grossmann	29
2.4.1.2 Programação dinâmica	32
2.4.1.3 Técnica dos realces flutuantes	34
2.4.1.4 Análises críticas dos métodos de otimização	38
2.5 MODELAGEM ECONÔMICA	47
2.6 PLANEJAMENTO DE LAVRA A CÉU ABERTO	49
2.6.1 Otimização dos contornos da cava final	49
2.6.2 Conceito das cavas híbridas	52
2.6.3 Sequenciamento da lavra	59
2.7 PLANEJAMENTO DE LAVRA SUBTERRÂNEA	65
2.8 TÉCNICAS PERT E GANTT	69
 3. DESCRIÇÃO DA METODOLOGIA	 72
3.1. PREMISSAS	72
3.2. DESCRIÇÃO DAS TÉCNICAS	76
3.2.1. Simulação condicional	76

3.2.2. Cálculo e seleção de cavas finais	76
3.2.3. Cálculo e seleção dos realces	78
3.2.4. Determinação dos avanços operacionais	79
3.2.5. Sequenciamento matemático da lavra	79
3.2.6. Sequenciamento combinado	80
4. ESTUDO DE CASO	81
4.1. MODELOS CONDICIONALMENTE SIMULADOS	82
4.2. CRIAÇÃO DOS MODELOS ECONÔMICOS	84
4.2.1. Alternativa de mina subterrânea	86
4.3. PLANEJAMENTO DA MINA A CÉU ABERTO	87
4.3.1. Cálculo das superfícies de cava final	87
4.3.2. Criação das fases e SOE	88
4.3.3. Criação das cavas híbridas	91
4.3.4. Análises estatísticas/fluxo de caixa	94
4.3.5. Sequenciamento da lavra a céu aberto	96
4.4. PLANEJAMENTO DA MINA SUBTERRÂNEA	100
4.4.1. Determinação dos recursos lavráveis	100
4.4.2. Sequenciamento da lavra subterrânea	102
4.5. SEQUENCIAMENTO COMBINADO DA LAVRA	104
5. DISCUSSÃO	107
6. CONCLUSÃO	111
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	113

1. INTRODUÇÃO E OBJETIVOS

1.1 INTRODUÇÃO

O planejamento estratégico de lavra representa o processo para determinar o “melhor” projeto e sequenciamento da lavra, baseado numa estratégia previamente estabelecida. Visa alcançar os objetivos de longo prazo, maximizando os valores econômicos do empreendimento e obedecendo às restrições técnicas, operacionais, ambientais e de segurança. Não é uma atividade que deva ser realizada somente uma única vez (por exemplo, com a finalidade de estudar a viabilidade do projeto), mas sim periodicamente, principalmente devido a uma multitude de razões, as quais podem incluir alterações de variadas fontes: circunstâncias econômicas, condições de mercado, novas informações relacionadas ao corpo mineralizado, dentre outras.

1.1.1 Incertezas e riscos na mineração

Aqui se faz oportuno inicialmente apresentar as diferenças dos conceitos entre incertezas e riscos, utilizados na pesquisa e criação da metodologia proposta. Embora apareçam muitas vezes como sinônimos, estes termos possuem conotação própria, quando aplicados por exemplo ao contexto do planejamento de lavra. Especificamente, o termo risco pode ser referido como uma estimativa do grau de incerteza, onde uma distribuição de probabilidade de dado evento pode ser determinada. Ou seja, como na incerteza não se pode discretizar os eventos para que possam formar uma distribuição de probabilidade, os riscos podem ser estatisticamente determinados e logo, servirem como parâmetro de avaliação para esta grandeza.

É fato conhecido que a mineração é tipicamente um empreendimento que demanda níveis importantes de investimento, além de apresentar significativos riscos relacionados a incertezas diversas. Em contrapartida, pode oferecer recompensas extraordinárias para as empresas, acionistas e a sociedade. Com o

intuito de maximizar estas recompensas ao longo da vida útil da mina, um planejamento estratégico de lavra consistente necessita ser sistemática e cuidadosamente desenvolvido, incorporando e avaliando de forma apropriada as incertezas, e consequentemente os riscos, potencialmente envolvidos, de modo a assegurar que o empreendimento de mineração possa ser conduzido segundo às expectativas originalmente projetadas.

Segundo Potvin (2006), conceber, de maneira antecipada e abrangente, o potencial de um determinado empreendimento de mineração é um fator crítico para o sucesso desse empreendimento. Sendo assim, um planejamento estratégico de lavra eficiente é fundamental para extrair o maior rendimento possível do potencial apresentado e desta forma, garantir o maior retorno e solidez de todo o investimento aplicado. Para cada projeto de mineração, riscos estratégicos precisam ser avaliados e controlados, incluindo principalmente:

- Riscos geológicos: mais comumente relacionados à contabilização de teores e tonelagens, estimados em inventários e relatórios das reservas lavráveis, ou remanescentes;
- Riscos financeiros: relacionados às projeções de preços dos produtos e custos fixos e variáveis, durante a vida útil do empreendimento;
- Riscos metalúrgicos: relacionados à representatividade dos modelos projetados para a recuperação do minério, na usina de beneficiamento;
- Riscos geomecânicos: relacionados aos controles do maciço em resposta à lavra, podendo potencialmente gerar condições inseguras, encarecimento por re-trabalho e reabilitação, maiores diluições e menores recuperações da lavra do minério, além de atrasos na produção;
- Riscos de engenharia: relacionados às falhas e ineficiências na concepção e implementação de sistemas, de modo a não alcançar as metas inicialmente projetadas;

- Riscos ambientais: relacionados ao não cumprimento de metas e premissas acordadas com os órgãos de fiscalização ambiental competentes.
- Riscos sócio-políticos: relacionados a contextos locais específicos, onde podem ocorrer restrições à lavra, em diversos níveis e períodos, principalmente por motivos culturais, sociais e políticos.
- Riscos administrativos e gerenciais: relacionados à perda de controle, monitoramento e referência, que conduzem ao não cumprimento de normas e objetivos pré-estabelecidos.

1.1.2 Planejamento estratégico de lavra incorporando medidas de riscos

Tradicionalmente, os processos de desenvolvimento, projeto e sequenciamento da lavra estão baseados num único modelo determinista do corpo mineralizado, criado a partir de procedimentos de interpolação espacial dos teores, oriundos, por exemplo, de sondagens. As etapas envolvidas são normalmente sequenciais e após a decisão sobre quais métodos de lavra e rotas de beneficiamento do minério a serem aplicados, compreendem a determinação das superfícies de cavas finais, e/ou envoltórias de realces, projeção de avanços operacionais e posteriormente, a criação dos planos de produção, contendo as descrições das atividades e projeções dos fluxos de caixa mais detalhadas, para cada período relacionado.

O problema em derivar todo um planejamento da lavra baseado num único modelo, está principalmente relacionado ao fato de que este será incapaz de reproduzir a variabilidade intrínseca à realidade do depósito mineralizado. Uma vez que é amplamente reconhecido ser impossível conceber uma representação perfeita do depósito mineralizado, tomando-se em conta o fato de que o conhecimento geológico, os dados amostrados e as considerações feitas para a interpretação e avaliação de teores são todas imperfeitas, as decisões tomadas para o planejamento e sequenciamento da lavra também estarão baseadas em dados

imperfeitos. Como consequência disso, o principal produto do planejamento da lavra - o sequenciamento projetado da produção - pode estar comprometido, quando reconciliado com os resultados do sequenciamento real. Isto pode trazer consequências intransponíveis ao projeto, decorrentes, por exemplo, de projeções inesperadas no fluxo de caixa para importantes períodos do empreendimento.

Modelos geoestatísticos, criados a partir de simulações condicionais, oferecem bom contra-ponto para a avaliação das incertezas, a partir das estimativas dos riscos, para os empreendimentos de mineração. Tais modelos podem, por exemplo, representar a possível variação dos teores em setores específicos do depósito estudado, compondo uma função da curva de probabilidade, e desta forma, permitir que se calcule seus índices de riscos envolvidos. Em outras palavras, estes descrevem um intervalo de valores (mínimos e máximos) que, a partir de um determinado modelo, corresponde aos limites inferior e superior dos intervalos de probabilidades.

Se considerarmos, por exemplo, que para um determinado setor do depósito exista um índice de 80% de probabilidade que o valor real do teor esteja entre 15% e 18.5%. Este setor teria um índice de certeza maior, quando comparado com outro setor em que os intervalos mínimo e máximo estivessem entre 10% e 20%, respectivamente. Este tipo de análise, tal como afirmado por Brunt e Rossi (1999), pode ser generalizado para áreas específicas dentro do depósito, ou para o depósito como um todo. E mais, caso cada modelo simulado seja ingressado num processo de otimização matemática para a obtenção de um conjunto de superfícies de cavas finais, ou conjunto de envoltórias de realces, configurará um processo, descrito por Rossi e Brunt (1997), e caracterizado como “Função de Transferência”. Isto possibilitará que se possa transferir e quantificar os riscos nos estágios de planejamento e avaliação da lavra, propriamente contabilizando as incertezas associadas à geologia e respectivos teores, quando do estágio da lavra.

A Figura 1, a seguir, apresenta um diagrama que ilustra a “Função de Transferência” citada acima. Logo, diversos modelos geológicos condicionalmente simulados ingressam nos processos matemáticos para a obtenção dos conjuntos das superfícies de cavas finais e envoltórias de realces. Consequentemente,

análises estatísticas dos seus produtos podem ser determinadas e posteriormente, os índices de riscos e incertezas a serem assumidos para distintos períodos do projeto podem ser controlados, quando do sequenciamento da produção.

Figura 1: Função de Transferência e Modelagem de Risco. Modificado de Brunt e Rossi (1999).

De um modo geral, sob um modelo de incertezas baseado em simulações condicionais é possível avaliar a sensibilidade econômica geral do empreendimento, com relação às incertezas dos teores e tonelagens, tanto para as superfícies e envoltórias matemáticas de lavra, quanto para o projeto e sequenciamento de longo prazo da produção. Neste caso, as ferramentas que utilizam os algoritmos matemáticos para a obtenção das superfícies e envoltórias que orientarão o projeto e sequenciamento da lavra, funcionam como agentes de transferência, capazes de converter modelos de blocos equi-prováveis, em alternativas de projetos, planos e sequenciamento da produção.

1.1.3 Justificativas da pesquisa

Os principais elementos que justificaram a escolha da linha de pesquisa, ora proposta, estão melhor apresentados a seguir:

- Relevância e implicações econômicas - O planejamento estratégico de lavra, normalmente, serve como principal suporte no processo decisório sobre a realização, continuidade, parada/retomada, ou rejeição, de um empreendimento de mineração;
- Utilização global em escala pouco consistente, tanto em abrangência, quanto em integração – Devido à sua complexidade intrínseca, existe uma tendência de acomodar os modelos que servirão de suporte aos processos do planejamento estratégico de lavra em modelos pré-concebidos, buscando a conveniência de resolução por algumas técnicas conhecidas e de fácil implementação e desta forma, desconsiderando potencialmente nuances que possam maximizar as oportunidades de sucesso do projeto, ou mesmo comprometer resultados originalmente previstos, através da não consideração das incertezas e análises dos riscos, intrínsecos aos dados e parâmetros utilizados nestes processos.

De modo a melhor ilustrar os itens apresentados como justificativas da presente pesquisa, a Figura 2 busca sintetizar um processo típico de planejamento de lavra, criado a partir de um modelo determinista. Através dos diagramas apresentados, podemos observar o fluxo dos elementos, dados e produtos que condicionam seu processo. Neste caso, iniciando-se com a realização de sondagens e seguido de interpretação geológica, criação de um único modelo contendo litologias e teores interpolados, criação de superfície de cava final e envoltória de realces, sequenciamento da lavra e respectivos resultados. Estes últimos, normalmente apresentados sob a forma de planilhas, servem de base ao processo decisório aplicado sobre o empreendimento em questão.

Figura 2: Fluxograma representando um planejamento de lavra típico, cujos resultados são apresentados sob a forma de planilhas e suportarão a decisão a ser aplicada ao empreendimento.

A Figura 3, a seguir, ilustra um exemplo contendo resultados obtidos a partir de um planejamento de lavra convencional, representado pelo processo descrito na Figura 2. Através do gráfico, podemos então observar que a estimativa planejada para o inventário de reservas, de um dado empreendimento, apresentou um resultado consideravelmente distante do seu quantitativo real. Desta forma, pode-se evidenciar o potencial risco envolvido em planejamentos estratégicos de lavra convencionais, nos quais, normalmente, não se toma em consideração a variabilidade dos principais componentes a estes relacionados.

Figura 3: Representação gráfica dos resultados contendo os inventários de reservas estimada e real. Modificado de Dimitrakopoulos et. al. (2002).

1.2 OBJETIVOS

O objetivo principal da presente pesquisa foi o desenvolvimento de uma metodologia de planejamento estratégico de lavra, que visa a conversão de recursos em reservas minerais, buscando maximizar o valor do empreendimento sem negligenciar as principais incertezas e riscos potencialmente envolvidos. Sendo assim, podemos relacionar os seus objetivos secundários como:

- Permitir a um Profissional Qualificado, a conclusão de um estudo de viabilidade econômica preliminar de um empreendimento de mineração;
- Possibilitar a aplicação de técnicas capazes de lidar com propriedades probabilísticas, de modo a incorporar e processar medidas de riscos ao longo do desenvolvimento da metodologia;
- Oferecer flexibilidade à metodologia, no sentido de poder acomodar distintas estratégias de planejamento de lavra;

- Obter um sequenciamento final de lavra abrangente, seguro e operacional, criado a partir da interação entre técnicas quantitativas e qualitativas.

1.3 CONTRIBUIÇÃO E ORIGINALIDADE DA TESE

A utilização de algumas técnicas já consagradas na indústria, visou assegurar a operacionalidade e imediata aplicação da metodologia proposta no planejamento estratégico da lavra. O conceito inovador apresentado nesta metodologia está associado à abordagem, à integração entre as variadas técnicas utilizadas (quantitativas e qualitativas), à extensão, ao seu caráter operacional e a aplicação direta para o planejamento estratégico da lavra. Ou seja, de modo a ratificar a operacionalidade dos resultados da presente metodologia, as técnicas utilizadas foram baseadas em técnicas comprovadamente funcionais, flexíveis o suficiente para incorporar os processos e o nível de detalhe necessário, suas distintas variáveis, as várias condicionantes, a grande quantidade de dados a serem processados e ainda permitir a aplicação de variadas formas de extração, tanto a céu aberto, quanto subterraneamente, dentro de um sistema que permita alta integração. O principal benefício da metodologia proposta é assegurar que o processo de avaliação de um empreendimento de mineração tome em consideração a maximização das suas oportunidades de aprovação e sucesso, sem no entanto negligenciar os elementos de incertezas e análises de riscos, inerentes aos dados e parâmetros utilizados, sendo estes melhor controlados quando do sequenciamento final da lavra.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 ESTRATÉGIA

Segundo Nicolau (2001), estratégia é atualmente uma das palavras mais utilizadas no meio empresarial e encontra-se abundantemente presente, quer na literatura especializada, quer nos textos mais comuns, mesmo os de âmbito jornalístico. À primeira vista, parece tratar-se de um conceito estabilizado, de sentido consensual e único, de tal modo que, na maior parte das vezes, entende-se ser desnecessária a sua definição.

Entretanto, como afirma Hambrick (1980), a estratégia é um conceito multidimensional e situacional e isso dificulta uma definição de consenso. Concorda-se, em geral, que as estratégias podem se estabelecer ao nível da organização, ou ao nível de atividades específicas desenvolvidas no seu seio, e que todas as organizações têm subjacente ao seu comportamento, uma estratégia implícita ou explícita.

O conceito de estratégia, aplicado no presente estudo, está mais condizente com aquele apresentado por Chandler (1962), segundo o qual a estratégia é a determinação dos objetivos básicos de longo prazo de uma empresa e a adoção das ações e alocação de recursos necessários para atingir esses objetivos. Sendo este conceito, portanto, estendido à indústria da mineração, mais especificamente ao planeamento da lavra, caracterizado aqui como componente intelectual estratégico, de modo a subsidiar o processo da tomada de decisão na operação da lavra da mina.

2.2 ESTRATÉGIA NO PLANEJAMENTO DE LAVRA

A base do sucesso no gerenciamento de toda empresa de mineração, evidenciada pela competitividade presente na economia de mercado, está geralmente condicionada a eficientes decisões estratégicas, as quais invariavelmente demandam significativos níveis de experiência prática e conhecimento científico.

De uma maneira geral, a palavra estratégia implica:

- Processo;
- Criatividade;
- Equipe;
- Flexibilidade;
- Objetivos.

Whittle (2004), sugeriu que os fatores que fazem com que o planejamento de lavra de uma mina, seja mais complexo do que o planejamento de atividades em outros setores industriais, como sendo os seguintes:

- **A relação entre horizontes de tempo (sequenciamento de lavra).** Ou seja, uma jazida sendo lavrada, corresponde a um recurso sendo consumido. Quando se decide o que deve ser lavrado e processado num dado período, determina-se a porção inicial para o próximo período, e conseqüentemente, limitam-se as opções de como operar a lavra. Esta relação obrigatória, entre períodos de tempo, cria uma necessidade de determinar uma cadeia integrada de eventos, a qual resulta num caminho escolhido para a lavra da jazida, com todas as implicações de capital e decisões operacionais decorrentes. Dois planos distintos, podem, por fim, lavar e processar as mesmas quantidades de tonelagens e teores, entretanto, a ordem e o tempo que estes eventos são realizados, podem fazer com que um plano seja muito superior aos outros, em termos de viabilidade e desempenho econômicos.

- **A mistura de material.** Em muitas circunstâncias, parcelas individuais de um dado material não podem ser utilizadas em separado. Seus valores dependerão de características de outras parcelas, que devem estar disponíveis para um determinado período e aptas a poderem ser combinadas, de modo a que possam, por fim, atingir metas de qualidade previamente definidas. As grandes possibilidades de mistura de material, geram uma quantidade de combinações e permutações, além de inter-dependências entre as variáveis, de significativa demanda para os algoritmos de otimização matemática;
- **Pilhas de estocagem.** Flexibilidade adicional, na operação de lavra da mina, é gerada (a um determinado custo) quando se é possível separar o tempo no qual uma parcela de material é lavrada e processada. As pilhas de estocagem criam, portanto, mais possibilidades de permutações matemáticas e além de requisitar maiores considerações dos algoritmos envolvidos, geram também mais complexidades para a determinação dos cálculos econômicos, uma vez que tornam mais incertas as relações temporais entre a lavra e o processamento do material;
- **Variações e incertezas.** A Natureza dita que teores e propriedades físicas estejam distribuídas, de uma maneira pouco consistente, ao longo do corpo mineralizado. Isto, frequentemente, dificulta considerações na sua categorização, descrição e previsão. A partir de informações normalmente escassas, projeções são realizadas sobre a composição, quantidade e disposição dos corpos mineralizados. As imprecisões e riscos potenciais desta conjuntura, precisam ser compreendidas e suas consequências devem ser cuidadosamente gerenciadas.

Se por um lado, a tecnologia atual permite que seja mais fácil e rápida a modelagem geológica e a criação de projetos de minas em três dimensões, esta também traz consigo os seguintes desafios para a criação de um adequado planejamento estratégico de lavra:

- A necessidade de produzir projetos que contenham mecanismos que garantam a devida representatividade dos principais componentes críticos envolvidos (técnicos, econômicos e operacionais);
- A flexibilidade necessária para acomodar as suas variações;
- A velocidade de resposta para identificar, controlar, monitorar e propor soluções alternativas, caso estas sejam necessárias, independente de estarem estas associadas a diferenças de valores entre os teores esperados e os teores reais, alterações da escala de produção, ou mesmo flutuações dos preços dos produtos.

Dessurealt e Scoble (2000), apontaram que novas tecnologias têm sido amplamente reconhecidas como a chave para alcançar melhores índices de competitividade na indústria da mineração, garantindo entre outros benefícios a redução de custos, além de ganhos em flexibilidade e produtividade. Entretanto, o período para a aceitação e mesmo a capacidade de identificar e assimilar os benefícios oriundos de novas tecnologias é significativamente maior na indústria da mineração, em comparação com indústrias de outras atividades. Em grande parte, isto se deve à dificuldade de se avaliar projetos de naturezas tão distintas, que contém índices de incertezas e riscos, incomuns em outras atividades industriais.

Steffen (2005), sugeriu que o processo de planejamento de lavra deva ser desenvolvido segundo o enfoque de 3 horizontes distintos:

- **Planejamento da vida da mina:** deve representar o primeiro passo do processo de planejamento de lavra e visa os seguintes objetivos: definir o inventário das reservas lavráveis de minério, segundo os parâmetros econômicos assumidos; definir a capacidade de produção para a vida da mina remanescente; definir os requisitos de infra-estrutura; determinar os custos de capital fixos e; fornecer informações para tomadas de decisão estratégicas.

- **Planejamento de longo prazo:** deve elaborar a estratégia de lavra e operação, visando os seguintes objetivos: maximizar o retorno financeiro para os investidores; minimizar o risco para os investidores e; maximizar a vida útil da mina.
- **Planejamento de curto prazo:** deve estar restringido pelos objetivos do planejamento de longo prazo, onde se busca que os objetivos traçados no longo prazo possam ser traduzidos para as bases mensais, semanais e diárias. Possui entre os principais objetivos: o controle de qualidade do material lavrado; controle de custos; utilização de equipamentos e; produtividade operacional.

Jerez et al. (2003), afirmaram que desde a Segunda Guerra Mundial e a partir da gradual redução das reservas mais acessíveis, contendo teores mais altos, a indústria da mineração vem sendo pressionada a ter que trabalhar com reservas contendo teores em declínio e com maior complexidade para a sua extração e beneficiamento. Como resultado disso, três aspectos da tecnologia mineral vem se tornando cada vez mais críticos:

- Aperfeiçoamento dos métodos de lavra;
- Tecnologia mais eficiente aplicada na recuperação metalúrgica;
- Planejamento estratégico de lavra mais sofisticado e abrangente.

O planejamento estratégico de lavra consitui-se, portanto, numa atividade que pode conceber uma complexidade nata diretamente proporcional à sua importância. Goodwin et al. (2006), afirmaram que um estudo completo do planejamento de lavra envolve uma miríade de diversas questões e restrições. Dentre estas, podemos relacionar: restrições da capacidade da usina de beneficiamento; restrições geotécnicas; restrições ambientais; múltiplos destinos, com capacidades, taxas de produção e custos operacionais distintos; restrições de acessos e equipamentos; pilhas de estocagem para acomodar múltiplos materiais; preços variáveis dos

produtos; questões de mistura do material a ser lavrado, de modo a alcançar o teor objetivo para a alimentação da usina de beneficiamento; incertezas na composição e quantidade do corpo mineralizado; variações dos preços dos produtos; entre outros

Dimitrakopoulos et al. (2002), sugeriram que as etapas tradicionais dos projetos de mineração incluem: sondagem e amostragem; criação de um modelo representativo do corpo mineralizado; decisão dos métodos de lavra e beneficiamento; estimativas de custos operacionais e de capital; e o desenvolvimento técnico e econômico de um planejamento estratégico da lavra da mina. Além disso, a estimativa dos valores dos indicadores que definem o projeto, os quais incluem a duração total do projeto e o valor presente líquido, seja também gerada, para permitir melhor suporte no processo decisório. Embora complexo na prática, este processo de avaliação de projetos pode ser visto como uma combinação entre o planejamento estratégico e uma compreensão crítica das estimativas das incertezas e riscos oriundos dos parâmetros técnicos, econômicos e ambientais, utilizados no projeto.

O fato é que a estimativa de lucro potencial de um investimento proposto para um projeto de mineração, particularmente no desenvolvimento de novos depósitos, vem gradualmente recebendo maior atenção por parte de investidores e acionistas. De acordo com Mohnot et al. (2001), se tomarmos em conta o fato de que, este tipo de empreendimento demanda o comprometimento irreversível de considerável montante de capital, um julgamento pouco aprofundado pode conduzir a uma grande perda financeira. Como consequência disso, os investidores buscam projetos que contenham estimativas de ganhos e riscos melhor elaboradas e mais abrangentes, o que deve plenamente ser alcançado a partir de um bem elaborado planejamento estratégico da lavra.

Kazakidis e Scoble (2003), defendem que num ambiente de ampla competitividade e incertezas, a flexibilidade operacional e a capacidade de adaptação, são reconhecidamente fatores críticos para o sucesso do empreendimento de mineração. A flexibilidade deve ser parte integrante do projeto e planejamento de lavra. Alternativas flexíveis devem ser avaliadas e planos de contingências devem ser criados, onde sejam julgados necessários. A avaliação da

flexibilidade operacional nas minas pode ser conduzida através da comparação de cenários alternativos, em que seus impactos podem ser medidos para cada cenário particular, baseados na produção da mina e no conjunto de custos operacionais de cada cenário.

Kazakidis et al. (2004), afirmaram que experiência e intuição têm tradicionalmente sido agentes centrais para o processo decisório na mineração, principalmente devido à falta de dados quantitativos. Ainda segundo os autores, análises qualitativas estão baseadas primariamente, no julgamento, conhecimento e experiência de um ou mais especialistas. Logo, nos casos onde somente informações limitadas estejam disponíveis, intervenções subjetivas, baseadas em experiência profissional, conhecimento e opiniões de especialistas, podem formar as bases para estas análises.

2.3 INCERTEZAS E RISCOS

A incorporação das incertezas dos teores num planejamento de lavra permite que se possa quantificar o nível de risco geológico, associado a um determinado empreendimento de mineração e possibilitar melhor suporte ao seu processo decisório. Através da criação de uma determinada quantidade de realizações estocásticas do(s) modelo(s) do(s) corpo(s) mineralizado(s) é possível quantificar o impacto da variabilidade espacial dos teores nos blocos e o seu nível de risco associado.

Proulx et al. (2004), descreveram que avaliações de depósitos minerais utilizam tradicionalmente métodos de estimativas não geoestatísticas e/ou geoestatísticas, de modo a buscar melhores estimativas para os teores locais, representados pelos modelos de blocos. No entanto, quando a densidade das amostras de sondagens é muito escassa, para o nível de detalhe necessário ao planejamento de lavra, estes métodos falham em propriamente representar a variabilidade espacial inerente aos teores interpolados. As decisões de lavra baseadas em estimativas “suavizadas” podem conduzir a que falsas considerações,

sobre a distribuição dos teores do corpo mineralizado, sejam adotadas. O sucesso do empreendimento de mineração, frequentemente, depende da validade destas considerações. Uma caracterização adequada da variabilidade espacial da distribuição dos teores pode conduzir a considerações de lavra mais realísticas e, por conseguinte, uma redução nos riscos do projeto. A Figura 4, a seguir, apresenta uma representação gráfica entre os valores interpolados, valores simulados e valores reais, a partir de algumas amostras com teores de ouro.

Figura 4: Representação gráfica entre valores estimados (*Krigagem*), valores simulados (*simulação sequencial Gaussiana*) e valores reais. Modificado de Chilès e Delfiner (1999).

Gambin (2003), afirmou que, tradicionalmente, a operação de controle de teores no planejamento de lavra é feita a partir da utilização de um modelo de blocos gerado por um estimador tradicional, geralmente *krigagem* ordinária, o qual realiza a melhor estimativa (não tendenciosa e com variância do erro minimizada), a partir das amostras disponíveis. No entanto, esse procedimento é incapaz de incorporar a incerteza associada à estimativa, pois segundo Olea (1999), a variabilidade dos valores estimados é menor que a variabilidade dos dados originais.

Dimitrakopoulos et al. (2002), observaram que a quantificação de incertezas e riscos tem importantes implicações para o projeto e planejamento estratégico da lavra, uma vez que pode impactar no gerenciamento do fluxo de caixa, de maneira significativa. Uma preocupação chave, quando se lida com riscos e incertezas,

particularmente considerando-se implicações econômicas nos processos decisórios e que tem como base estudos de otimização, pode ser resumida pela seguinte expressão: “é preferível estar aproximadamente certo, do que precisamente errado”. Tal afirmação resume uma forma de lidar com as incertezas presentes nos estudos de planejamento estratégico, de qualquer projeto de mineração. Ou seja, ao invés de estar baseado num único modelo, cujas chances são maiores de estar precisamente errado, o planejamento deve, preferencialmente, basear-se em diversos modelos equi-prováveis, dos diversos parâmetros que incidem num projeto de mineração. Como resultado, os investimentos podem ser melhor protegidos e as operações desenvolvidas mais próximas do seu potencial.

A Figura 5, a seguir, apresenta um modelo clássico para ilustrar graficamente o que foi exposto pelos textos acima. Nela, é possível identificar, numa mesma área, as diferenças de abordagens para a determinação dos valores de teores através de métodos determinísticos e probabilísticos.

Figura 5: Representação gráfica entre valores determinísticos e valores probabilísticos, de uma mesma região espacial. Modificado de Gambin (2003).

2.3.1 Simulação Condicional

De acordo com Glacken et al. (2000), a simulação condicional é uma técnica que foi desenvolvida com o intuito de apresentar-se como uma alternativa às

técnicas de estimativas, incluindo: método dos polígonos; inverso da potência da distância; *krigagem* ordinária; ou *krigagem* das indicatrizes. A simulação condicional pode então gerar diversos modelos equi-prováveis para representar o recurso geológico, em contraste com as técnicas de estimativas, que por sua vez geram apenas um único modelo. Como o nome implica, utiliza os princípios da simulação de Monte Carlo (numa alusão ao cassino do principado de Mônaco), onde números aleatórios são sorteados a partir de uma distribuição pré-especificada, enquanto garantem que o produto é condicionado aos dados de entrada e ao modelo geológico. Ou seja, em particular, cada simulação honra a distribuição estatística dos teores de entrada (os teores calculados nos pontos onde havia um valor de entrada já determinado, deverá ser mantido), incluindo a sua variabilidade, tal como caracterizados pelo histograma, variância, ou coeficiente de variância. Cada simulação também honra a continuidade espacial dos dados de entrada, tal como representado no variograma, além de quaisquer outras feições do modelo geológico, previamente criado.

Segundo Costa et al. (2000), uma vez que o modelo condicionalmente simulado honra os valores nos pontos amostrados e reproduz as mesmas características de dispersão do conjunto de dados originais (média, variância, covariância, ou variograma), é então possível resolver questões que se relacionem com a dispersão dos teores encontrados durante a lavra ou beneficiamento. Entretanto, vale ressaltar que a representatividade de uma simulação numérica dependerá da qualidade do conjunto de dados de entrada, além de como o modelo de variograma se aproxima da realidade. Em geral, a utilização de modelos condicionalmente simulados depende do objetivo do estudo em questão. Em particular, tem se mostrado muito conveniente para aplicações onde busca-se um melhor controle sobre a determinação dos contornos e limites da mineralização, contatos minério/estéril, entre outros, incluindo a criação de modelos equi-prováveis para análises de sensibilidade e de risco. Além disso, variações nos atributos de interesse (de engenharia, ou geoquímicos), exercem grande relevância para as estratégias a serem utilizadas no projeto da mina e no sequenciamento da lavra.

Peroni (2001), descreveu que simulações geoestatísticas e métodos de estimativa possuem diferentes objetivos e diferem principalmente num aspecto

determinante: a maneira como é interpretado o erro da estimativa. A utilização de simulação condicional torna-se essencial quando é necessário ser caracterizado o aspecto da distribuição de probabilidades de um determinado bloco de lavra e não simplesmente a associação de um único valor médio a cada bloco dentro do modelo, como proporcionado por um modelo construído por métodos convencionais de estimativa. A grande vantagem da utilização de simulação condicional é que existem múltiplas soluções que honram os dados em suas posições amostrais e também reproduzem o modelo de covariância adotado. Cada uma dessas soluções pode ser vista como uma imagem alternativa da realidade (equi-probabilidade) e o conjunto de todas essas imagens fornecem uma apreciação da incerteza global, considerando-se a realidade representada pelos dados amostrais.

Ainda segundo Peroni (2001), a distribuição dos valores (histograma) correspondentes a um conjunto de realizações provê uma medida de incerteza resultante da falta de conhecimento do fenômeno e propriedades físicas a serem modeladas. Essa distribuição, freqüentemente referida como espaço de incerteza, pode ser utilizada na análise de risco, ou no processo de tomada de decisões. As simulações podem ser realizadas a partir da utilização de um variado número de técnicas, as quais diferem nos fundamentos dos modelos de função aleatória (multi-Gaussianos ou não paramétricos), na quantidade de informações que podem ser tomadas em consideração e na demanda computacional necessária.

Proulx et al. (2004), mencionaram que as simulações estocásticas têm sido utilizadas em diversos campos da ciência, de modo a realizar análises de sensibilidade e de risco. Numa simulação estocástica, reproduzir certas características estatísticas da população global, toma prioridade sobre a precisão local. Por exemplo, o objetivo da simulação de Montecarlo é reproduzir um dado histograma. Entretanto, simulações tradicionais de Montecarlo não são adequadas para variáveis geológicas, uma vez que elas assumem uma variação espacial aleatória destas variáveis.

Costa et. Al (2000), enumeraram que as etapas básicas envolvidas no processo de criação de modelos equi-prováveis são:

- Obter um histograma representativo para os dados de entrada e prosseguir com a transformação dos valores dos dados originais, de modo a obter-se uma distribuição normal padrão;
- Prosseguir com o estudo da variografia a partir dos dados normalizados;
- Selecionar um tamanho de nó da malha, para que seja aleatoriamente simulado;
- Estimar o histograma de valores prováveis no nó da malha;
- Sortear um valor aleatório a partir do histograma;
- Incorporar o valor sorteado no conjunto de dados condicionados;
- Repetir os passos anteriores até que todos os nós da malha (equivalente ao volume definido pelas amostras utilizadas) tenham sido utilizados;
- Reiniciar do primeiro ao último passo acima, de modo a gerar uma nova simulação;
- Transformar de volta os dados simulados para a escala original;
- Validar os resultados, por exemplo a partir de comparações com o variograma, histograma e curvas teor x tonelagem originais.

Coombes et al (2000), alertaram para que muito cuidado possa ser empregado na obtenção de modelos condicionalmente simulados, de modo a evitar sub ou sobre estimativas dos valores dos riscos, o que poderia resultar por exemplo em projetos mais onerosos do que o previsto, ou mesmo perda de oportunidade para a realização do empreendimento. Sendo assim, uma boa simulação requer tanto, ou mais, cuidado do que os métodos de estimativas.

2.3.1.1 Métodos de Simulação Condicional

As simulações condicionais foram desenvolvidas há pouco mais de 30 anos, com o intuito de adicionar restrições de correlações espaciais às simulações estocásticas. Peroni (2001), relatou que além do método original da mudança de faixa (Journel, 1974), existem agora diversos métodos estabelecidos para a realização de simulações geoestatísticas, incluindo os métodos sequenciais (Gaussiano, Indicatrizes), o algoritmo de decomposição LU, *simulated annealing* e o de simulações Booleanas. Extensas comparações destes 6 métodos já foram realizadas e podem ser encontradas em diversas pesquisas na literatura. Os resultados destes estudos revelaram um certo grau de diferenças entre estes métodos de simulação e a sensibilidade dos resultados para um determinado algoritmo. Não é a intenção da presente pesquisa relatar detalhes de prós e contras destas técnicas. Comparações podem ser encontradas por exemplo em Armstrong e Dowd, 1993; Deutsch e Journel, 1998; Chilès e Delfiner, 1999; Coombes et al., 2000.

De um modo geral, para a escolha do método de simulação, devem ser considerados alguns aspectos e logo optar por um método mais adequado ao problema aplicado (Ravenscroft, 1993; Myers, 1996; Goovaerts, 1998; Coombes et al., 2000). Por exemplo:

- Simplicidade do algoritmo matemático e facilidade de entendimento dos conceitos;
- Relação com técnicas conhecidas, buscando uma melhor integração;
- Facilidade de implementação computacional;
- Flexibilidade, o que significa facilidade para alteração de parâmetros e capacidade de reprodutibilidade;

- Capacidade de geração de resultados consistentes, em aplicações não controladas;
- Velocidade de processamento do algoritmo;
- Tamanho dos modelos simulados - Capacidade de criar um grande número de pontos (nós simulados) para contemplar depósitos inteiros;
- Capacidade de gerar múltiplas simulações em paralelo.

2.4 PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA

Senhorinho (2001), ponderou que avanços recentes na programação matemática, implementados em programas informatizados, vêm permitindo que o planejamento estratégico possa auxiliar de maneira mais consistente no processo decisório. De fato, desde a década de 60, o significativo desenvolvimento da ciência da computação e dos modernos computadores e estações de trabalho, vem fazendo com que os modelos de programação matemática, podendo ser constituídos de centenas de milhares de variáveis, e/ou restrições de variáveis inteiras, pudessem experimentar um grau de capacidade de resolução bastante satisfatória, dentro de um período finito de tempo.

Por exemplo, Peroni (2001), demonstrou em sua pesquisa que os modelos geológicos tradicionais (construídos através de interpretações subjetivas do conhecimento geológico e do comportamento que se tem a respeito das rochas), poderiam também ser melhor complementados através do auxílio de ferramentas matemáticas. Estas últimas poderiam participar (através da avaliação das proporções e inter-relações entre as amostras em furos de sondagem), como provedoras de importantes informações, que em interpretação tradicional por seções paralelas dificilmente seriam capturadas. Portanto, a utilização dessas ferramentas vêm a contribuir na construção de um modelo mais coerente, complementando o

conhecimento geológico e de campo, de modo a evitar potenciais discrepâncias, também existentes em modelos puramente matemáticos.

Métodos matemáticos e heurísticos têm sido cada vez mais empregados, de modo a trazer soluções razoáveis para o planejamento estratégico da lavra. Dentre estes, os métodos matemáticos mais utilizados têm sido os de programações linear, inteira, e dinâmica. A aplicação destes métodos, entretanto, principalmente devido ao tamanho do problema, demanda considerações e simplificações. Por conta disso, naturalmente, a otimização dos resultados será sempre questionada.

Girodo (2003), observou que todas as vezes que empregarmos a matemática, com a finalidade de estudar alguns fenômenos de observação, deveremos essencialmente começar por um modelo matemático (determinista, ou probabilista). Inevitavelmente, o modelo deve simplificar as coisas e certos pormenores devem ser desprezados. O bom resultado do modelo depende do fato de que, os pormenores desprezados sejam, ou não, realmente irrelevantes para a elucidação do fenômeno estudado. A resolução do problema matemático pode estar correta e, não obstante, estar em grande discordância com os dados observados, simplesmente porque as hipóteses básicas feitas, não foram confirmadas. Geralmente é difícil afirmar se um modelo matemático especificado é ou não adequado, antes que alguns dados de observação sejam obtidos. Com o intuito de verificar a validade de um modelo, deveremos deduzir um certo número de conseqüências de nosso modelo e, a seguir, comparar esses resultados previstos com as observações.

Ramazan et al. (2005), afirmaram que modelos matemáticos de programação podem ser adequados para serem utilizados no sequenciamento da lavra de longo prazo das minas. Entretanto, não é possível na maioria dos casos, resolver integralmente o problema do sequenciamento, principalmente porque o número de variáveis inteiras requisitadas pode tornar-se muito grande e o seu tempo de processamento inviável. Novas técnicas devem então ser empregadas, no sentido de buscar reconstruir os blocos de lavra, de modo a diminuir o número de variáveis inteiras para o sequenciamento, e ao mesmo tempo, evitar reduzir a qualidade para alcançar uma solução do modelo.

Beasley (1996), descreveu que as variáveis inteiras são variáveis que devem tomar um valor inteiro (0, 1, 2, ...). Um tipo especial de variáveis inteiras é a variável binária. As variáveis binárias podem somente tomar os valores “0” ou “1”. Elas são variáveis inteiras com um valor máximo de 1. Caso todas as variáveis sejam inteiras, então trata-se de um modelo inteiro puro. Caso contrário, trata-se de um modelo inteiro misto, algumas vezes denominado como PIM (Programação Inteira Mista).

Ainda segundo Beasley (1996), existem muitas utilizações práticas para tais variáveis. As variáveis binárias, por exemplo, são utilizadas para especificar que algo pode ou não ser usado. As variáveis inteiras assumem que uma variável deve tomar um valor múltiplo de um determinado valor. Por exemplo, caso se requirite que uma dada variável deva tomar um valor múltiplo de 25, pode-se então ser criada a seguinte equação: $var - 25i = 0$. Onde i é o fator de multiplicação inteiro e var , a variável que deve tomar um valor múltiplo de 25.

Beasley (1996), destacou entretanto, uma desvantagem na utilização das variáveis inteiras. Estes modelos são difíceis de serem resolvidos e o tempo de solução pode aumentar exponencialmente. Quanto mais variáveis inteiras existirem, mais tempo deverá levar para resolver o modelo. Um modelo sem variáveis inteiras pode, por exemplo provavelmente, ser resolvido em 0.1 segundos, enquanto o mesmo modelo, com algumas das variáveis inteiras, pode levar diversos minutos para ser resolvido. Por isso, esforços são feitos no sentido de tentar limitar a solução o tanto quanto possível, através da contenção no uso das variáveis inteiras. Caso possível, limites adicionais nas variáveis podem ser especificados, uma vez que estes podem ser muito úteis para o tempo de solução, tomando-se em conta que atuam para limitar o número de combinações que o algoritmo precisa examinar. Outro aspecto negativo está associado à imprecisão nas análises de sensibilidade, quando variáveis inteiras são utilizadas. As análises de sensibilidade não tomam as restrições inteiras em conta. Isto é praticamente impossível, uma vez que demandaria muito tempo de cálculo. Em particular, os limites entre “de” e “até”, tanto para a função objetivo, quanto para os valores duplos, são aceitáveis. Eles somente se aplicam para a solução atual, sem as restrições inteiras.

2.4.1 Técnicas de Otimização

Segundo Nocedal e Wright (2006), a otimização, contextualizada à engenharia de sistemas, significa o projeto e a operação de sistemas ou processos, com o intuito de torná-los tão bons quanto possível, baseado em algum senso, ou critério definido. As abordagens, para otimização dos sistemas, são variadas e dependem do tipo de sistema envolvido. Em geral, o objetivo de todos os procedimentos de otimização está na obtenção dos melhores resultados possíveis (novamente, baseado num critério definido), sujeito às restrições a eles imposto. De acordo às premissas da otimização moderna, a primeira etapa é obter uma descrição matemática do processo, ou sistema, a ser otimizado. Um modelo matemático do processo é então criado, com base nesta descrição. Dependendo da aplicação, o grau de complexidade do modelo, pode variar do muito simples ao extremamente complexo. Um exemplo de um modelo muito simples é aquele que depende de uma única função algébrica não-linear, com uma variável a ser selecionada pelo otimizador (o “tomador” da decisão). Modelos complexos podem conter milhares de funções lineares e não-lineares, de muitas variáveis. Como parte do procedimento, o otimizador pode selecionar valores específicos, para algumas das variáveis, designar variáveis que estão em função do tempo, ou de outras variáveis independentes, satisfazer restrições que são impostas nas variáveis, atender certos objetivos e administrar incertezas, ou aspectos aleatórios do sistema.

Thomas (1998), retratou que o termo otimização, inserido ao contexto de lavra e planejamento de lavra, está mais associado à definição dos contornos e limites do corpo mineral economicamente lavrável, quando deveria também estar relacionado ao projeto e planejamento a serem utilizados eficientemente no processo de extração, leia-se sequenciamento otimizado de lavra. Desde a década de 60, várias técnicas de otimização vêm sendo utilizadas em diversos setores da mineração, incluindo *Cones Flutuantes*, o *algoritmo de Lerchs-Grossman*, e a *Análises Convexas*. Tais métodos, entretanto, limitam-se a produzir as superfícies e envoltórias de lavra relacionadas a aspectos econômicos e geométricos, desconsiderando, por conseguinte: aspectos de qualidade requisitados pela usina;

operacionalização dos projetos de cavas e realces; locação de acessos; e outros parâmetros, necessários para que então se possa empregar a palavra otimização com maior adequação.

Crawford (2003), apontou que matematicamente, a otimização busca valores ideais para uma série de variáveis contidas numa função objetivo, sujeita a restrições nos valores das variáveis de controle. A otimização pode objetivar os fatores de operação que maximizam uma função objetivo (por exemplo, maximizar o lucro), minimizar a função objetivo (por exemplo, minimizar custos), ou estabelecer a função objetivo para zero (por exemplo, encontrar o número de ocorrências de não conformidade, segundo parâmetros de qualidade em minerais industriais).

Ainda segundo Crawford (2003), matemáticos e especialistas em pesquisa operacional concordam que é muito difícil construir um modelo próximo ao real, para que então seja otimizado. Além disso, frequentemente não existe acordo sobre o que deva ser otimizado, ou seja, qual critério deverá ser utilizado na otimização. Por exemplo, o gerente da mina pode desejar otimizar as operações para maximizar a produção do trimestre atual, ou reduzir a variabilidade de teores de contaminantes do material enviado para a usina de beneficiamento, enquanto o departamento financeiro da empresa, pode sugerir que se deva maximizar o fluxo de caixa para os próximos 10 anos. E isso implica numa grande dificuldade de criação de modelos adequados à otimização, principalmente quando existe a necessidade de uma otimização multi-objetivos.

Lane (1999), afirmou que a otimização é uma palavra que no contexto de planejamento industrial, e no planejamento de lavra em particular, vem gradualmente sendo aceita como descritiva de um conjunto de técnicas que introduzem métodos matemáticos analíticos nas atividades de planejamento. As técnicas personificam um processo em 3 estágios:

- 1) A criação de um modelo matemático da atividade, ou de parte da atividade. Um modelo matemático compreende uma coleção de variáveis, possivelmente num grande número, cujos valores definem o planejamento. Relações entre as variáveis

são estabelecidas através de uma série de equações, que determinam a estrutura do modelo. Um conjunto de valores para todas as variáveis, que é consistente com todas as equações, torna-se um planejamento possível. Por exemplo, as variáveis poderiam ser os níveis de produção anuais para a vida remanescente da mina. As equações podem então relacionar tonelagens, teores e capacidades.

2) A adoção de um critério. Este precisa ser alguma medida única de qualidade ou desempenho, que estabelecerá o mérito de um determinado plano. Precisa estar em função de algumas das variáveis no modelo. Consequentemente, torna-se possível calcular um valor para o critério, a partir de uma função objetivo, associado com cada plano possível.

3) O desenvolvimento de um algoritmo para encontrar o conjunto de valores das variáveis do modelo, o qual por meio de incrementos, alcança o valor máximo do critério adotado. O algoritmo pode ser alguma rotina matemática para maximização, ou simplesmente algum procedimento de cálculo projetado para buscar por um máximo. A exceção aplica-se a algoritmos heurísticos, ou aproximativos.

Sevim e Hasan (1998), descreveram que o que torna o planejamento da produção da mina um problema único e complexo, no sentido de que técnicas de otimização possam ser melhor aplicadas, está baseado no fato da produção anual e da vida útil do projeto não serem conhecidos desde o início do empreendimento. Ou seja, as 4 principais variáveis do planejamento da produção da mina (teor de corte, limites da lavra, sequenciamento da produção e taxas de produção), interagem de uma maneira cíclica e estão relacionados de tal maneira que, um teor de corte precisa ser definido para determinar a extensão do corpo mineralizado, consequentemente, os limites da lavra. Logo, os limites da lavra são utilizados para produzir um sequenciamento da produção, incluindo a produção anual e a sequência da lavra. Posteriormente, a taxa de produção selecionada e a sequência de lavra são usadas para calcular as receitas e custos, os quais por sua vez, estabelecem o teor de corte econômico. Como visto nesta relação cíclica, o valor de uma dada variável não pode ser determinado, caso o valor da variável anterior não seja conhecido. Este é um problema de otimização multi-variável, que requer soluções

simultâneas. Infelizmente, tal solução não é simples de se obter. Depois de 3 décadas de esforços contínuos, o planejamento da produção de longo prazo das minas, como um todo, continua um problema não totalmente resolvido.

Modelos de sistema utilizados para otimização, podem ser classificados em distintas maneiras: linear x não-linear; estático x dinâmico; determinístico x estocástico; ou invariáveis no tempo x variáveis no tempo. Na formulação de um modelo a ser usado na otimização, todos os aspectos importantes devem ser incluídos, de forma que deverão ser tomados em conta, para a sua solução. O modelo pode melhorar a visualização de muitos aspectos inter-relacionados, realçando potenciais problemas, que anteriormente não poderiam ser capturados, com base nas análises de porções individuais. Um sistema pode conceber distintos modelos, que diferem em detalhe e complexidade. Certos modelos (por exemplo, modelos de programação linear), permitem o desenvolvimento de algoritmos com soluções rápidas e funcionais, enquanto outros, nem tanto.

2.4.1.1 Algoritmo de Lerchs e Grossmann

Khalokakaie et al. (2000), afirmaram que um dos mais importantes elementos de projeto de minas a céu aberto é a determinação da cava final. As cavas finais podem ser re-projetadas diversas vezes ao longo da vida da mina, em resposta às mudanças nos parâmetros de projeto, tão logo novas informações sejam obtidas e estas possam impactar em alterações dos valores técnicos e econômicos. Nos últimos 40 anos, a determinação das cavas finais Otimizadas, tem sido uma das áreas mais ativas da pesquisa operacional na indústria da mineração e como consequência, muitos algoritmos já foram publicados. O critério de otimização mais comum nestes algoritmos tem sido a maximização das receitas econômicas, a partir dos limites da cava projetada, sujeita a restrições de acessos.

“Utilizando-se da técnica de programação dinâmica, Lerchs e Grossmann desenvolveram, juntamente com um algoritmo de otimização bi-dimensional de

cavas, um tratamento algébrico para a discretização da jazida em blocos tecnológicos. Um algoritmo derivado da Teoria Gráfica, trata o problema através da procura do fecho máximo em um gráfico associado. O benefício B associado ao bloco de lavra i , representado por B_i , pode ser otimizado como a busca da combinação de blocos que maximizem o benefício global, respeitando as restrições pertinentes ao estudo. A programação dinâmica oferece como grande vantagem a qualidade da solução”. (NORONHA e GRIPP, 2001).

“O método trabalha a partir de um modelo de blocos, criado segundo um modelo geológico, e progressivamente constrói matrizes de blocos relacionados que devem, ou não, serem lavrados. A matriz resultante define uma superfície de cava final, que possui o maior valor econômico possível, sujeito a restrições de ângulos de taludes gerais para a cava. Esta superfície inclui todo bloco que deve ser lavrado, levando em conta o estéril a ser decapeado, de modo a torná-lo acessível. Ele também exclui todo bloco que não deve ser lavrado. Estes blocos são dispostos segundo um valor econômico total positivo, consistido do valor do produto recuperável, diminuído dos custos de lavra e beneficiamento. Blocos de estéril e de ar têm valores negativos e zero, respectivamente. Os objetivos típicos são: maximizar o Valor Presente Líquido (VPL) ou a Taxa Interna de Retorno (TIR). O método sinaliza cada bloco que potencialmente pode ser lavrado. Durante o processo de otimização, estas sinalizações podem ser ativadas ou desativadas muitas vezes. Um bloco é sinalizado para ser lavrado se finalmente pertence a um grupo de blocos cujo valor total é positivo. Estes grupos são chamados ramificações”. Whittle (1990).

O método de otimização de Lerchs&Grossmann tri-dimensional atinge seu objetivo através da manipulação dos valores econômicos dos blocos e dos arcos, que identificam as relações espaciais entre os blocos selecionados a serem extraídos. Além destas, o algoritmo não utiliza nenhuma outra informação. Em outras palavras, exceto pela informação dada pelos arcos, este desconhece as posições espaciais dos blocos.

Para o cálculo dos valores econômicos nos blocos, segundo Hanson (1994), o algoritmo de Lerchs e Grossmann utiliza três regras básicas, para os propósitos de otimização.

- O valor precisa ser calculado partindo-se da premissa de que o bloco já tenha sido decapeado. Em outras palavras, nenhum custo deve ser aplicado para o decapeamento necessário para se ter acesso ao bloco, uma vez que o otimizador já calcula e toma em conta os valores necessários à remoção dos blocos sobrejacentes a este, no momento da sua extração. Em particular, qualquer teor de corte para definir o minério, deve refletir os custos de beneficiamento e de lavra, mas não o custo de decapeamento. Se algum custo de decapeamento é incluído, esta atividade será paga duas vezes.
- O valor deve ser calculado partindo-se da premissa de que o bloco será lavrado. Logo, se o bloco contém algum minério, o valor do minério deverá ser adicionado, mesmo se o resultado total do valor do bloco continuar negativo. O otimizador não selecionará tal bloco para a lavra, mas se este tiver que ser lavrado, poderá agregar algum valor, o que poderá ajudar nas despesas de decapeamento do conjunto de blocos selecionado. Assim como ocorre na prática.
- Qualquer custo que deve cessar assim que a lavra pára, precisa ser excluído tanto do custo de lavra quanto do custo de processamento. Inversamente, qualquer custo que não cesse se a lavra parar, precisa ser incluído na função benefício que valoriza todos os blocos.

A Figura 6, a seguir, apresenta um exemplo extraído de Whittle, 1990. Nele é possível verificar uma seção vertical contendo os valores econômicos líquidos, deduzidos de todos os custos, obtidos em cada conjunto de ramificações, que relacionam os blocos através de arcos e que determinarão a forma da cava final na seção.

Figura 6: Representação gráfica do algoritmo de Lerchs&Grossmann 3-D, Whittle (1990).

2.4.1.2 Programação Dinâmica

A programação dinâmica é uma técnica de programação desenvolvida para resolver problemas de decisões sequenciais, ou multi-estagiadas. Possui propriedades que podem reduzir significativamente o tempo de processamento de alguns algoritmos, transformando funções exponenciais, em funções polinomiais. Desde que se possa descobrir uma estrutura, ou caminho de procura dentro do espaço de soluções, muitos problemas do mundo real podem apresentar solução, dentro de um período razoável de tempo, a partir da utilização de programação dinâmica. Isto devido à característica deste método em prover uma maneira de criar algoritmos personalizados, os quais buscam, sistematicamente, por todas as possibilidades de solução (consequentemente, assegurando correção), enquanto armazenam resultados, de modo a evitar re-contabilização (logo, promovendo eficiência).

Silva (2002), afirma que ao contrário da programação linear, não há um padrão de problema da programação dinâmica. A resolução de um problema de otimização, recorrendo à programação dinâmica, conduz à decomposição daquele numa sequência de problemas isolados (mais simples), ligados entre si por via recursiva. Basicamente, resolve um problema de multi-variáveis, através da resolução de uma série de problemas de uma única variável.

Deve-se a Bellman (1959), o Princípio da Otimização: “Uma política ótima possui a propriedade de que, qualquer que seja o estado e as decisões iniciais, as decisões remanescentes devem constituir-se numa política ótima, com relação ao estado resultante da primeira decisão”.

Para garantir a otimização da decisão inerente à mudança, de um estado de uma etapa, para outro estado da etapa seguinte, é necessário estabelecer uma relação matemática que defina o encargo associado à transição (função de transição). Em regra, os problemas de programação dinâmica são resolvidos recuando-se temporalmente no momento da decisão. Ou seja, inicia-se o processo de cálculo na última etapa do problema (última decisão) e deduz-se, a partir desta, sucessivamente, as decisões ótimas das etapas anteriores, até que seja atingida a etapa inicial.

Como regra geral, um problema é susceptível a ser abordado através de programação dinâmica, se nele forem identificadas 3 características básicas:

- Ser um problema de decisão que pode ser decomposto em etapas de decisão distintas;
- Em cada etapa de decisão, seja possível definir o estado da solução;
- Em cada etapa, decide-se para cada estado, qual o estado da etapa seguinte que oferece melhor retorno para a solução do problema (mudança de estado).

A Figura 7, a seguir, apresenta um exemplo clássico, solucionado por Edsger Dijkstra (1959) e denominado o problema do caminho mínimo, ou mais curto, em que foram aplicados os princípios de programação dinâmica. O problema em questão, buscou solucionar um problema de minimização de custo de transporte entre a casa de um aluno e a Universidade. As opções de transporte são representadas pelas letras “B” a “M”.

Figura 7: Representação gráfica de um problema clássico para programação dinâmica, Dijkstra (1959).

2.4.1.3 Técnica dos Realces Flutuantes

Segundo Alford (1995), a otimização e análises de sensibilidade dos limites de cava final são procedimentos bem aceitos e difundidos em planejamentos de mina a céu aberto. Entretanto, ferramentas para auxiliar no projeto de minas subterrâneas, de modo a obter-se opções Otimizadas para a seleção do desenvolvimento principal, geometria dos realces e análises dos teores de corte, não estão facilmente disponíveis. Os planejadores normalmente baseiam-se na experiência e nas limitadas análises, para definir as alternativas de projetos de lavra subterrânea.

Objetos de pesquisa, em projetos de minas subterrâneas, que são passíveis de otimização, incluem:

- Desenvolvimento primário (localização de poço e acessos de rampas);
- Avaliação e seleção de métodos de lavra alternativos;
- Localização e espaçamento de subníveis;
- Envoltória dos realces;
- Sequenciamento dos realces;

- Mistura do minério;
- Transporte do minério;
- Sequenciamento das atividades (perfuração, detonação, limpeza, transporte, pilha de estocagem, processamento do minério), e;
- Ventilação.

Muitos destes objetos de pesquisa, mencionados acima, não possuem formulações matemáticas simples. Frequentemente, muitas das aplicações publicadas na literatura estão relacionadas a objetos de pesquisas desenvolvidos para estudos numa mina específica e conseqüentemente, não estão disponíveis como produtos comerciais, que poderiam ser aplicados em maior escala.

A seleção da combinação de recursos lavráveis, que produzem envoltórias “ótimas” segundo uma orientação matemática, para os projetos de realces, constitui um desafio para a engenharia da lavra subterrânea. Alford (1995), descreveu uma abordagem de um algoritmo denominado “Realces Flutuantes”, que pode ser utilizado para encontrar envoltórias de recursos lavráveis em minas subterrâneas. Este trabalho de uma maneira análoga ao algoritmo de “Cones Flutuantes”, Pana (1973), utilizado para definir a superfície que representa a cava final numa mina a céu aberto.

A geologia e respectivas zonas mineralizadas podem ser modeladas através de modelos de blocos regularizados, ou com sub-blocos. Podem estar incluídos no modelo as feições estruturais e geotécnicas, bem como quaisquer áreas já exauridas. Os mecanismos de entrada para este algoritmo incluem as dimensões mínimas de lavra do realce, o teor de corte, o teor objetivo, assim como o método pelo qual a diluição será calculada.

As geometrias das envoltórias que representarão os realces, podem ser especificadas através da definição de dimensões mínimas, baseadas nas 3 direções ortogonais. Formas alternativas de geometrias podem ser também utilizadas. A partir desta configuração, as envoltórias (representando os realces) percorrem todo o modelo de blocos, que contém teores e demais parâmetros estimados. O conjunto

de blocos, encerrado pelas envoltórias (aqui denominadas de realces flutuantes), que produz um valor dentro do limite pré-definido, é sinalizado como lavrável pelo algoritmo. A partir daí, são feitas simulações através da expansão das envoltórias. A idéia é verificar se a partir da dimensão mínima, poderão ser incluídos blocos adicionais, que possam contribuir para a valorização do critério adotado. A forma das envoltórias é sempre alterada cada vez que novos blocos possam acrescentar nos resultados. O processo segue até que nenhum bloco adicional possa ser determinado como lavrável, segundo os critérios pré-definidos.

Uma forma final das envoltórias, que orientarão os projetos de realces, levará em conta considerações operacionais de projeto. O projeto final de realce deverá ser tão próximo quanto possível da envoltória interna, obedecendo assim a orientação matemática para a lavra dos blocos calculados e priorizados pelo algoritmo, e situar-se dentro da envoltória externa, de modo a maximizar o benefício econômico. Estas envoltórias possuem uma função similar à superfície da cava final em projetos de mina a céu aberto. A envoltória pode ser usada para avaliar um modelo de blocos, para visualização e para melhor detalhar o projeto da mina.

Os critérios de otimização, para gerar o conjunto das envoltórias que orientarão o projeto de realces, podem ser definidos entre: maximizar tonelagens de minério (minimizando teor de corte de estéril), maximizar teor, maximizar metal contido, ou maximizar o valor econômico acumulado.

Lacourt e De Tomi (1996), relacionam os principais benefícios da utilização do método de realces flutuantes, em:

- Estimativas dos recursos geológicos não serem baseadas em critérios puramente subjetivos (sentimento do planejador);
- Toma em consideração as principais restrições de lavra (condições geomecânicas e aspectos operacionais do método de lavra empregado);
- É um processo analítico, facilitando análises de sensibilidade, por exemplo para teores de corte;

- Fornece informações rápidas e com satisfatória eficiência, de modo a melhor respaldar o processo decisório na localização do desenvolvimento capital (galerias, travessas, rampas, poços, entre outros);
- Favorece os trabalhos de auditabilidade das reservas.

Além disso, aplicações da técnica podem também compreender:

- Simulação de diferentes cenários de custos;
- Seleção de equipamentos de lavra;
- Seleção de métodos de lavra, dimensões dos realces, entre outros;
- Identificação dos limites econômicos físicos para a lavra;
- Seleção de estratégias de sequenciamento da lavra;
- Contabilização do efeito da diluição.

Vale ainda salientar que estas podem conceber uma abordagem iterativa, conduzida de modo a avaliar os efeitos econômicos de corpos satélites, mediante ajuste do teor de corte e teor de alimentação, com o intuito de levar em conta o desenvolvimento primário necessário para acessar e extrair cada corpo satélite.

A Figura 8, a seguir, apresenta vistas distintas com resultados das envoltórias, encontradas pela técnica de realces flutuantes, que deverão orientar o projeto de realces. A vista maior corresponde a uma seção horizontal, revelando a interseção do recurso geológico e das envoltórias, numa dada elevação. A vista menor, apresenta uma visão tri-dimensional, contendo as 5 envoltórias resultantes do processo de realces flutuantes. A outra vista tri-dimensional, apresenta, além das 5 envoltórias calculadas pela técnica de realces flutuantes, a modelagem do recurso geológico interpretado.

Figura 8: Apresentação de vistas com as envoltórias calculadas e o recurso geológico.

De maneira similar à técnica de cones flutuantes, esse método também caracteriza-se por ser mais uma busca heurística, do que propriamente uma otimização matemática. Entretanto, a característica heurística dos realces flutuantes é certamente um ponto de partida adequado para a maioria das análises. Cuidados devem ser tomados para análises de corpos mineralizados estreitos, ou bandados, de modo a garantir que os seus resultados sejam válidos.

2.4.1.4 Análises Críticas dos Métodos de Otimização

Apesar de matematicamente preciso, a determinação do ótimo está delimitada tanto pelo modelo, quanto pelo método de otimização empregado. “É suficientemente difícil encontrar um consenso sobre o que constitui um planejamento muito bom, quanto mais o melhor planejamento. Os méritos de diferentes planejamentos podem geralmente ser classificados em categorias, de um modo geral definidos como pobre, medíocre e bom, porém, eleger o melhor dentre os bons é uma questão de julgamento. Isto requer uma afinidade de opiniões entre participantes informados e profissionais experientes. Muitos fatores necessitam ser reconciliados (locais, políticos, ambientais, técnicos e econômicos) e a reconciliação precisa ser alcançada em meio a muitas incertezas relacionadas a teores, recuperações, custos, mercado e preços” (Lane, 1999).

Esta descrição do melhor planejamento é claro que não representa uma definição por si. É um comentário na maneira como decisões de lavra são tomadas na prática e os aspectos que as influenciam.

Como uma melhor definição do melhor está fora de foco, tentativas de fazer comparações diretas entre planos otimizados não são produtivas. Consequentemente, uma avaliação de otimização precisa tomar a forma de uma revisão de técnicas, com ponderações sobre suas fraquezas. A seguir serão transcritos vários trechos de Lane (1999), relacionados aos 4 enfoques abordados pelo autor e que representam relevantes ponderações sobre uso de técnicas de otimização para o planejamento da lavra: a abordagem; o modelo; o critério; e os dados.

A Abordagem

As críticas de otimização para este enfoque são mais de natureza de advertências ao planejador, do que propriamente falhas fundamentais. O ponto é que o planejamento é uma atividade criativa, enquanto a otimização é analítica. Nenhuma otimização irá realmente formular uma estratégia, esta somente vai refinar uma que já foi adotada. Em outras palavras, num processo global de planejamento, a otimização é uma atividade secundária e não primária.

Um exemplo extremo é a estratégia de aplicar uma lavra a céu aberto ou subterrânea. Caso uma mina subterrânea seja fundamentalmente uma estratégia superior, então nenhuma otimização de cava produzirá um resultado melhor. Isto é óbvio, porém existem variantes não tão óbvias. Muitas vezes é possível lavar simultaneamente tanto a céu aberto quanto de forma subterrânea, como também é possível lavar o minério primeiro por mina a céu aberto e então por mina subterrânea. Estas estratégias mistas, além de introduzir um grau adicional de complexidade, repercutem nas rotinas de otimização e cuidado extra precisa ser tomado em suas aplicações.

Muitas outras combinações surgem na prática. Múltiplas cavas, cavas com pilhas de estocagem intermediárias e outros processos alternativos são mais alguns dos exemplos típicos. Em cada caso, uma estratégia precisa ser inicialmente formulada e somente então técnicas de otimização podem ser desenvolvidas ou modificadas, para que possam ajustar-se às circunstâncias.

O modelo

Devido à complexidade de cada aplicação, a modelagem sempre envolve um grau de compromisso entre a realidade e a manuseabilidade. A questão é saber até que ponto, em termos de realidade, o modelo pode ser aceitável, com o intuito de se chegar a uma representação à qual seja solucionável na prática. Logicamente que sempre existirá a tentação de se adotar um modelo já conhecido para ser solucionado. A programação linear é um histórico exemplo. É uma técnica poderosa, bem conveniente a sistemas de computação e foi uma das primeiras a alcançar sucesso e aceitação na indústria. Como uma consequência, muitos profissionais buscaram aplicações e foram frequentemente persuadidos a distorcer a aplicação em si, de modo a ajustar-se à técnica.

Na mineração, existem três principais tipos de modelos comumente empregados no desenvolvimento de planos de lavra de longo prazo. Estes são: modelos geológicos, modelos de mina e modelos econômicos.

- **Modelos geológicos**

É uma prática padrão adotar-se uma representação de blocos regularizados para um corpo mineralizado. A conveniência computacional de tais modelos supera outras considerações, no mínimo no presente estado da arte. Entretanto, a grande questão é saber como definir valores para os blocos, quando a maioria deles, frequentemente 95% ou mais, nem mesmo contém nenhum valor amostrado. Com o intuito de responder a esta questão, alguma consideração precisa ser assumida para determinar o padrão de variações de teores dentro do depósito.

A metodologia comum é primeiro subdividir o depósito em regiões que são razoavelmente homogêneas geologicamente, então utilizar um procedimento de interpolação determinística para calcular médias móveis a partir de algumas bases (resultados dos valores amostrados). As técnicas de interpolação determinísticas variam desde métodos mais simples como vizinhos próximos, ou inverso da potência da distância, até as mais sofisticadas, como a *krigagem*. Estas produzem um único valor para cada bloco e aparentemente configuram uma base sólida para o planejamento. Infelizmente, em muitos casos, estas não refletem a inerente variabilidade do depósito.

Em circunstâncias onde a amostragem seja escassa para suportar um modelo determinístico, deve-se fazer uso de modelos estocásticos. Uma técnica capaz de lidar bem com este tipo de condição é a simulação condicional, a qual calcula valores aleatórios para os blocos, que são consistentes com os dados originais. Esta técnica apesar de possuir certa dificuldade conceitual, além de demandar maior capacidade computacional, comprovadamente retrata melhor a variabilidade de teores do depósito.

- Modelos de mina

Os exemplos dominantes são de minas a céu aberto. A cava é geralmente representada por uma série de níveis (concebidos como bancos) e um conjunto de perímetros, um em cada nível, que se expandem de forma ascendente, de um nível a outro. Técnicas computacionais variam desde a definição da base da cava e então a projeção ascendente, sob ângulos de talude especificados, até algoritmos da teoria Gráfica, do tipo proposto por Lerchs e Grossmann (1965).

Muito do ímpeto por trás destes desenvolvimentos provém da aparente facilidade com o qual os problemas podem ser expressos numa forma matemática e do desafio apresentado pela busca por soluções eficientes e rigorosas.

Na prática, maior atenção tem sido concentrada na delimitação da superfície da cava final, porque esta provou ser o problema de mais conveniente resolução. O

problema genérico, de como sequenciar a produção no tempo, desde a superfície virgem até a envoltória da cava final, representa um vasto esforço computacional, além da capacidade de computadores atuais. Consequentemente, tentativas têm sido feitas para adaptar algoritmos de cavas finais, de modo a identificar cavas incrementais, também chamadas de fases, e então buscar o sequenciamento num tempo razoável. Entretanto, a qualidade do sequenciamento encontrado ainda necessita ser comprovada.

Uma complicação adicional surge a partir do impacto de implicações econômicas de um sequenciamento baseado no teor de corte. Isto pode ser calculado pela aplicação de outra técnica de otimização. Entretanto, qualquer modificação do teor de corte afeta o sequenciamento. Este tipo de abordagem sobrecarrega novamente o tempo total de processamento.

Operações subterrâneas são menos afeitas a técnicas de otimização. O uso de sistemas computacionais poderosos permitem avaliações intensas de técnicas heurísticas, baseadas na tentativa e erro, de modo a orientar projetos de desenvolvimento e lavra. Estes estão baseado em modelos gráficos computacionais, mas comumente não incorporam algoritmos de otimização em grande escala.

- Modelos econômicos

Estes encontram vasta aplicação por toda atividade industrial e de comércio. Como consequência, sistemas muito sofisticados foram desenvolvidos, os quais são capazes de modelar operações em qualquer grau de detalhe necessário. Na mineração, eles são comumente usados no planejamento, orçamento e avaliações econômicas.

Técnicas de otimização frequentemente referem-se a critérios econômicos, que requerem projeções de fluxos de caixa. Para estes muito detalhe é necessário, com o intuito de alcançar parâmetros realísticos. Entretanto, a previsão em diversas áreas é muitas vezes de confiabilidade duvidosa.

O mais difícil, ainda que de longe o mais importante, é a previsão de preços. No entanto, a prática universal na mineração é adotar modelos econômicos determinísticos. É assumido que todas as variáveis no modelo levam valores específicos e que a decisão sobre estes valores é uma simples questão de estimativa. Os valores são por vezes flexionados de acordo a alguns procedimentos de seleção probabilística, tal como em análises de sensibilidade via Montecarlo, mas esta é a única concessão ao fato óbvio de que muitas das variáveis, particularmente o preço, são estocáticas.

O critério

A adoção de um único critério é claramente não realístico, em projetos com significativas implicações econômicas e sociais. É possível impor condições dentro da estrutura de um modelo econômico, para que certas combinações de valores sejam excluídas, mas, mesmo assim, qualquer critério único está baseado na simplificação. Em realidade, um plano precisa envolver algum compromisso entre requisitos conflitantes.

O critério mais comum atualmente em uso é o Valor Presente Líquido, do fluxo de caixa proveniente da operação do empreendimento. A taxa de desconto é geralmente derivada a partir de uma análise do custo de capital, baseado sobre os ativos do modelo de preços. Este modelo, assim como tantos outros modelos econométricos, possui um apelo intuitivo, mas se este ajusta-se ou não aos fatos, está longe de ser provado. As estimativas a partir de dados de mercado tendem a ser grosseiras e os resultados dos índices utilizados, podem apresentar distorções.

Os dados

Este é um problema bem conhecido. No planejamento de lavra, os dados advêm de diversas fontes, cada uma com seus próprios problemas. Os dados de teores já foram mencionados. Grande cuidado geralmente é dispensado para as amostragens e ensaios de laboratório, mas a escassez de dados provenientes destas fontes, sustentadas pelos custos oriundos de dados adicionais, permanecem

um grande obstáculo. Estimativas de custos podem ser feitas através de *softwares* de contabilidade, que geralmente são projetados com propósitos de controle e orçamentos. Entretanto, estes requerem interpretação e ajustes, no caso do planejamento de lavra. *Softwares* de engenharia geralmente são mais convenientes, mas técnicos e engenheiros costumam trabalhar com custos unitários, negligenciando os elementos fixos e variáveis.

Segundo Nilsson (1992), muito tem sido escrito sobre como se encontrar a profundidade ótima de uma cava final. Existem diversos livros, artigos, ensaios, *softwares*, entre outros, que abordam o assunto, porém, parte deles não justifica apropriadamente fatores importantes e que impactam significativamente na superfície final da cava ótima. Ainda segundo Nilsson (1992), por exemplo, não consideram:

- a taxa de desconto;
- como uma futura mina subterrânea irá influenciar a profundidade final da cava;
- investimentos, amortização e depreciação.

Os efeitos da taxa de desconto

De todos os fatores mencionados acima, o problema da taxa de desconto é o mais sério. O dinheiro que temos hoje é mais valioso do que aquele obtido daqui a um ano. Isto é conhecido como o efeito do tempo no valor do dinheiro.

Existem várias razões para isto:

- a inflação pode reduzir o valor do dinheiro no próximo ano;
- se tivermos o dinheiro agora, não existe o risco de algo dar errado e este ser perdido;
- se não tivermos o dinheiro agora, poderemos perder oportunidades de bons investimentos, que poderão não mais existir, quando do resgate do dinheiro, num período posterior.

O meio padrão de quantificar o valor do dinheiro no futuro é através da aplicação de uma taxa particular de desconto, que deve cobrir todas as circunstâncias enumeradas acima. Consequentemente, descontamos futuros rendimentos e custos e reduzimos estes a um Valor Presente Líquido.

Os efeitos de uma futura mina subterrânea

Este problema pode ser expresso por um exemplo ilustrado, que foi incluído no capítulo 23.2 do Mining Engineering Handbook (Nilsson, 1992). A Figura 9, a seguir, apresenta uma seção de um depósito com 4 alternativas de profundidade de cava, as quais são todas seguidas por lavra subterrânea.

Figura 9: Seção com 4 diferentes alternativas de cava final e projeção de mina subterrânea. (Nilsson, 1992)

A Tabela 1, a seguir, resume os resultados econômicos totais das diferentes alternativas. É possível verificar através da Tabela, que, se somente a lavra a céu aberto é estudada, a profundidade da cava final de 250m renderá o maior valor econômico. Consequentemente, pode-se pensar que seja a profundidade final ótima. Entretanto, se compararmos a opção da lavra subterrânea, a cava com a profundidade final de 200m, seguida da opção de lavra subterrânea, rendem o maior valor para o depósito inteiro. A futura operação de lavra subterrânea, consequentemente, reduziu a profundidade ótima da cava, anteriormente assinalada como 250m.

Tabela 1: Valor Presente Líquido de um depósito lavrado a partir de mina céu aberto e subterrânea (Nilsson, 1992)

Profundidade (m)	Mina a Céu Aberto	Mina Subterrânea	TOTAL
	VPL (10^6 US\$)	VPL (10^6 US\$)	VPL (10^6 US\$)
100	290	211	501
150	386	147	533
200	443	98	541
250	456	46	502

Cabe aqui ressaltar, que na presente pesquisa foi adotada uma técnica para que fossem consideradas comparações entre a lavra de blocos a céu aberto, ou subterrânea, durante a determinação das superfícies de cavas finais, pelo algoritmo de Lerch e Grossmann.

Investimentos, amortização e depreciação

Investimentos em equipamentos de mineração precisam normalmente ser incluídos nos custos de um estudo de profundidade final ótima da cava, como um custo anual de propriedade. Mas, investimentos em usina de beneficiamentos, entre outros, não devem ser incluídos. A razão é que tais investimentos não são variáveis com a profundidade da cava. Uma cava profunda pode aumentar os custos futuros operacionais e de manutenção numa usina de beneficiamento, mas, os efeitos disto serão os mesmos, quer uma taxa de desconto esteja incluída ou não. Se os investimentos são financiados por empréstimos, os empréstimos precisam ser pagos de volta, por amortização. Mas, estes pagamentos não são variáveis com a profundidade da cava. E a depreciação é um custo que pode ser deduzido quando impostos federais sejam calculados. Consequentemente, eles não devem ser incluídos.

2.5 MODELAGEM ECONÔMICA

Os modelos econômicos desenvolvidos para a presente pesquisa, foram baseados no conceito do bloco como uma discretização da realidade. Neste sentido, o princípio fundamental no qual se baseia este modelo, consiste em assumir que para cada bloco, definido potencialmente como minério, pode-se associar um benefício econômico operacional, como resultado de sua possível extração e posterior beneficiamento.

A cada bloco deve-se assinalar o atributo valor econômico. O valor econômico representa a quantidade em unidades monetárias que se obtém ao extrair, processar e comercializar o material de interesse no bloco. O Benefício líquido do bloco, é então dado por:

$$\text{Benefício} = \text{Receita} - \text{Custo}$$

Segundo Noronha e Gripp (2001), a função benefício é definida basicamente pelo total da receita, deduzida dos custos. A(s) receita(s) está(ão) relacionada(s) ao(s) quantitativo(s) e preço(s) de venda do(s) produto(s) e os custos dependem do bloco ser minério ou estéril. Para o bloco de minério, os principais custos são: extração, transporte, beneficiamento, movimentação dos produtos, transporte rodoviário e/ou ferroviário, administração, “overhead”, porto e despesas de venda. Para blocos de estéril, temos o custo de extração, remoção, reabilitação e deposição. Os custos são divididos em custos fixos e variáveis. Os custos variáveis afetam principalmente as etapas de perfuração, desmonte, carregamento e transporte.

“Os custos de produção são chamados custos operacionais, o capital necessário para o desenvolvimento e construção do empreendimento é chamado custo de capital. O dinheiro necessário para sustentar o investimento nos primeiros meses de produção até a entrada de receita, é

chamado capital de giro. O valor provisionado todo o ano para pagar os custos associados à exaustão da mina é chamado custo de fechamento. Esses elementos, e mais os investimentos atuais e de reposição, formam o chamado fluxo de caixa, ou fluxo de caixa descontado” (Filho, 2000).

Quando projetamos a produção anual de uma mina, o custo de produção, custos de reabilitação, custos sociais, o preço de venda, os impostos a pagar e o lucro auferido, obtemos uma lista de valores, na maioria positivos, ao longo da vida da mina. Se somarmos esses números, chegaremos a um valor significativo. Entretanto a simples soma não leva em conta o valor do dinheiro no tempo.

Para se calcular um fluxo de caixa, faz-se necessária uma longa lista de elementos. Tais elementos coletivamente representam a diferença entre o sucesso e o fracasso. A seguir estão listados os principais elementos:

- **Reservas:** Existem poucas chances de recuperação, caso ocorram erros nos cálculos das reservas. A mina e a usina de beneficiamento se transformarão em “elefantes brancos”. Reservas que encolhem podem liquidar o Valor Presente Líquido. Deve haver cuidado com o minério transicional entre oxidados e sulfetos, superavaliação da tonelagem ao ligar zonas não-contínuas; falta de dados de sondagem; modelagem geológica errada; subavaliação da tonelagem e superavaliação do teor devido à diluição causada pela escolha de equipamentos impróprios, ou total falta de avaliação (quando o metal não é detectado durante a pesquisa e não é recuperado na usina de beneficiamento, culminando na barragem de rejeito).
- **Recuperação:** Outra situação delicada. Recuperações baixas pressionam os teores e reservas. Um cenário complicado que em geral necessita de mais capital para ser consertado e afeta o VPL. Não existe desculpa por falta de estudo mineralógico ou testes pilotos. Deve-se lembrar da definição de amostra representativa – aquela que representa os vários tipos de minério que serão processados durante a vida útil da mina. Quando enfocamos minério refratário é importante definir a moagem acima da qual o produto não é liberado.

- **Custo de Capital:** O investimento de capital total é um valor mais preciso do que aquele calculado no estudo de viabilidade. O controle do gasto de capital depende de se congelar o projeto num certo ponto. Se o escopo do projeto é alterado, em teoria, um novo custo deveria ser calculado, um novo VPL gerado e o projeto novamente aprovado.

Frequentemente o custo final do projeto é mais alto do que o calculado no estudo de viabilidade, por vários motivos: redesenho da usina de beneficiamento; cotação não confirmada para equipamentos e serviços, redesenho dos equipamentos, mudança de escopo e até fraude em compras e/ou falta de controle durante a construção.

Algumas vezes, entretanto, a estimativa de capital é inflacionada com dupla contingência e os projetos são construídos com custos inferiores àqueles previamente orçados, transformando o gerente do projeto em herói. Isso pode ser positivo, mas, se a contingência dupla aumentar o capital a ponto de inviabilizar o projeto, esta se tornará uma oportunidade perdida.

- **Custo Operacional:** Este é um número complexo de ser obtido, que muitas vezes é mantido em segredo. Um custo operacional direto não leva em conta os juros de empréstimos e *overheads*.

2.6 PLANEJAMENTO DE LAVRA A CÉU ABERTO

2.6.1 Otimização dos contornos da cava final

Senhorinho (2001), afirmou que a cava final representa a superfície maior que maximiza o benefício operacional instantâneo (fluxo de caixa não descontado), de uma jazida possível de ser lavrada a céu aberto. Como esta superfície é uma função de todas as variáveis técnicas e econômicas de um projeto de lavra, sua forma final

é variável e dinâmica através do tempo, o que significa que tanto o benefício operacional da mina, como suas reservas, variam constantemente. Esta situação torna-se mais complexa em projetos que são sensíveis a pequenas mudanças, acarretando a necessidade de se quantificar os riscos para um determinado cálculo e posterior projeto de cava final, e assim, evitar surpresas posteriores.

Deve-se ter em conta, a grande utilidade de se obter os limites máximos que podem alcançar uma cava, refletindo-se na obtenção do potencial da jazida, no que se refere ao cálculo de recursos e limites lavráveis. Isto permite definir a possível vida útil da jazida, como também, definir a localização da usina de beneficiamento, barragens de rejeito, pilhas de disposição de estéril, pilhas de estocagem, ou de outras áreas que requeiram uma posição definitiva e dessa forma, também garantir um melhor controle ambiental da mina. Como regra geral, os locais destinados à usina de beneficiamento, escritórios, assim como a localização das pilhas de deposição de estéril, devem manter-se fora dos limites da cava final, de tal sorte, que estejam seguros e protegidos de quaisquer desmonte de rochas por explosivos, ou movimento vibratório.

O tamanho e a forma da cava dependem dos fatores econômicos, do limite legal de concessão da lavra e das restrições de projeto e produção. Com um incremento no preço, a cava pode expandir em tamanho, assumindo que todos os outros fatores permaneçam constantes. O inverso é obviamente verdadeiro.

Os ângulos de taludes afetam significativamente o tamanho e forma da cava e determinam a quantidade de estéril que precisa ser removida para que o minério possa ser exposto. Ensaios geotécnicos precisam ser realizados para que se possa estimar um modelo de ângulos de taludes da cava. É comum que os ângulos de taludes variem para diferentes setores e profundidades da cava. A inclusão de rampas pode afetar de maneira considerável o ângulo de talude e consequentemente aumentar a quantidade de estéril a ser removida.

Assim que o estágio de pré-produção é finalizado, a criação do acesso principal deve ser iniciada. O acesso principal deve satisfazer restrições tanto do

longo quanto do curto prazos, a partir do menor custo possível. No longo prazo, o acesso principal deve estar localizado de maneira que não seja necessário removê-lo posteriormente, tão longo a cava seja expandida. Ao mesmo tempo, no curto prazo, este deve permitir que as frentes de produção sejam acessadas através da rota mais curta.

Segundo Achireko (1998), o projeto e a otimização dos limites de lavra são de fundamental importância para se obter informações sobre a avaliação do potencial econômico de um depósito mineral, além de possibilitar a projeção para o desenvolvimento dos planos de longo, médio e curto prazos da mina.

O desafio do planejador é projetar a lavra e otimizar seu sequenciamento, de modo a assegurar a minimização da remoção do estéril, garantir a segurança necessária a equipamentos e operadores, além de maximizar o valor presente líquido do minério lavrável.

A determinação de projetos de cavas otimizadas é uma das mais importantes tarefas dentro do processo do planejamento de lavra a céu aberto, a qual precisa ser resolvida bem no começo do planejamento estratégico da lavra. Estes projetos devem ser continuamente reajustados ao longo da vida da mina, devido às alterações e disponibilização de novas informações geológicas, dentre outras.

Whittle (2004), afirmou que a otimização dos limites de cavas finais é uma etapa de análise estática, na qual pouco esforço é dispensado para se determinar quando um determinado bloco será extraído. Logo, não é possível considerar o fato de que preços, custos, capacidades e recuperações, podem mudar ao longo do tempo. Estes parâmetros podem somente ser apropriadamente considerados, durante a etapa de sequenciamento da lavra.

2.6.2 Conceito das Cavas Híbridas

Foi discutido anteriormente, que modelos de simulação condicional são recomendados para a modelagem de depósitos, a partir da criação de diversos valores equi-prováveis assinalados para um determinado atributo de interesse (por exemplo teores, densidades, etc), principalmente quando existem poucas informações disponíveis.

Whittle e Bozorgebrahimi (2004), afirmaram que a simulação condicional cria múltiplos modelos geológicos, cada um contendo uma equi-provável estimativa do recurso real. É então possível gerar contornos de cavas finais para cada um destes modelos geológicos, através do algoritmo de Lerchs e Grossmann, onde cada cava é ótima para o seu correspondente modelo geológico. Isso significa que:

- cada cava obedece às restrições dos ângulos de taludes, tal como modelado pelos arcos da teoria Gráfica; e
- o valor do fluxo de caixa, obtido pelo contorno de cada cava, é maximizado.

Dimitrakopoulos (2003), *apud* Whittle e Bozorgebrahimi (2004) , observou que o valor do fluxo de caixa pode então ser estimado através da aplicação de toda a família de modelos geológicos para o cálculo da cava resultante. Entretanto, a otimização da cava de Lerchs e Grossmann relaciona-se a um modelo individual, que foi usado na sua criação, mais do que para uma família de modelos. Ou seja, para a criação da forma final da cava, não é tomada em conta a família dos modelos.

Os autores propuseram então a utilização de um conceito denominado *cavas híbridas*, as quais são derivadas a partir da família de cavas, que por sua vez, são produzidas a partir da família de modelos geológicos. Portanto, as cavas híbridas são derivadas das cavas Lerchs e Grossmann, são tecnicamente viáveis e possuem características probabilísticas específicas. Com o intuito de descrever a derivação das cavas híbridas é necessário estabelecer certos princípios.

Parte da demonstração da teoria das cavas híbridas, proposta por Whittle e Bozorgebrahimi (2004), será descrita a seguir em mais detalhe, porque dentre as técnicas utilizadas pela metodologia ora apresentada, corresponde à menos tradicional, além de ser um importante elemento que integra a metodologia proposta.

Modelo da Teoria dos Conjuntos para as Cavas Híbridas

Os autores propõem a utilização da Teoria dos Conjuntos para formular os princípios de aplicação das cavas híbridas. Desta forma, considerando um Conjunto Universal, como sendo o conjunto dos blocos que compõem um dado arquivo de modelo de blocos, pode-se formular que, para o conjunto universal U $\{x$ tal que x seja um bloco dentro do modelo $\}$, contendo:

Cava A $\{x$ tal que x seja um bloco contido na cava A , a qual é ótima para a simulação a $\}$

Cava B $\{x$ tal que x seja um bloco contido na cava B , a qual é ótima para a simulação b $\}$

Cava C $\{x$ tal que x seja um bloco contido na cava C , a qual é ótima para a simulação c $\}$

Cava D $\{x$ tal que x seja um bloco contido na cava D , a qual é ótima para a simulação d $\}$, entre outros.

Os conjuntos definidos acima, serão referidos como os ‘conjuntos originais’ (representando todas as cavas Lerchs e Grossmann, criadas em cada uma das simulações).

Princípio 1 - interseções de conjuntos originais correspondem a cavas viáveis.

Uma ilustração de três cavas é apresentada pela Figura 10, a seguir. No modelo da Teoria dos Conjuntos esta é a interseção de três conjuntos originais.

Figura 10: Uma interseção de cavas tecnicamente viáveis produzirá uma cava híbrida viável. (Whittle e Bozorgebrahimi, 2004).

Se o bloco x é um elemento dos conjuntos originais das cavas A e B , então tanto A quanto B devem incluir X (onde X corresponde a todos os blocos que devem ser lavrados caso x seja lavrado). Caso X seja um sub-conjunto tanto de A quanto de B , conseqüentemente x deve incluir X . Isto é verdade para todos os conjuntos X , para todas as incidências de x , que são membros tanto de A quanto de B . Conseqüentemente, $A \cap B$ (a interseção dos conjuntos originais A e B) constituirão uma cava que pode ser lavrada, uma vez que obedece às regras de precedência de lavra. O mesmo pode ser dito de $B \cap C$, $C \cap D$, entre outros.

Através da aplicação de leis associativas, a interseção de qualquer combinação de conjuntos originais, conduzirá a um conjunto que corresponde a uma cava viável.

Princípio 2 - Uniões de conjuntos originais correspondem a cavas viáveis

Uma ilustração de uma união de três cavas é apresentada pela Figura 11. Pelo modelo da Teoria dos Conjuntos esta é a união de três conjuntos originais.

Figura 11: Uma união de cavas tecnicamente viáveis produzirá uma cava híbrida tecnicamente viável. (Whittle&Bozorgebrahimi, 2004).

Uma união de conjuntos originais constituirá uma cava viável. Para qualquer bloco x , o conjunto-original ou conjuntos originais do(s) qual(is) este é um membro, deve incluir X (todos os blocos que devem ser lavrados caso x seja lavrado). A cava pode somente tornar-se inviável, caso os blocos sejam lavrados a partir de um conjunto-original e a determinação das uniões dos conjuntos não conduzam à remoção de nenhum bloco, por estes não renderem valores positivos quando associados à cava final resultante.

Princípio 3 – O conjunto de todos os blocos, os quais são mais do que, ou iguais a m conjuntos originais (A, B, C, D , etc), representa uma cava viável.

Os conjuntos de blocos que são membros de um ou mais conjuntos originais: Todos os elementos de $A \cup B \cup C \cup D$ (a união dos conjuntos A, B, C e D) devem ser membros de um ou mais conjuntos originais, o que de acordo ao Princípio 2, é uma cava viável.

Os conjuntos de blocos que são membros de dois ou mais conjuntos originais: Caso x seja membro de dois ou mais conjuntos originais, então este deve ser um membro de um ou mais da seguinte relação:

$$A \cap B, A \cap C, A \cap D, B \cap C, B \cap D, C \cap D$$

Todos os membros de um ou mais dos conjuntos originais acima, são membros de dois ou mais conjuntos originais. Analogamente, o conjunto de todos os blocos que são membros de dois ou mais conjuntos originais, é igual a:

$$(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (A \cap D) \cup (B \cap C) \cup (B \cap D) \cup (C \cap D)$$

Através da aplicação de ambos os princípios 1 e 2, segue que, o conjunto de todos os blocos que sejam membros de dois ou mais conjuntos originais, corresponde a uma cava viável.

O conjunto de blocos que seja membro de três ou mais conjuntos originais: Caso x seja membro de três ou mais conjuntos originais, então este deve ser um membro de um ou mais da seguinte relação:

$$A \cap B \cap C, A \cap B \cap D, A \cap C \cap D, B \cap C \cap D$$

Todos os membros de um ou mais dos conjuntos originais acima, são membros de três, ou mais conjuntos originais. Analogamente, o conjunto de todos os blocos que são membros de três ou mais conjuntos originais, é igual a:

$$(A \cap B \cap C) \cup (A \cap B \cap D) \cup (A \cap C \cap D) \cup (B \cap C \cap D)$$

Através da aplicação de ambos os princípios 1 e 2, segue que, o conjunto de todos os blocos que sejam membros de três ou mais conjuntos originais, corresponde a uma cava viável.

O conjunto dos blocos que seja membro de quatro conjuntos (todos os conjuntos): Caso x seja um membro de quatro conjuntos originais, então este deve ser um membro de:

$$A \cap B \cap C \cap D$$

Através da aplicação do Princípio 1, isto corresponde a uma cava viável.

Princípio 4 – o conjunto de blocos, os quais são mais do que, ou iguais a m conjuntos originais, é um sub-conjunto do conjunto de blocos, os quais são membros de $m-1$, ou mais conjuntos originais.

Com referência à discussão acima, uma cava híbrida será agora definida:

A Cava-Híbrida (m) é o conjunto de todos os blocos que são membros de m ou mais conjuntos-originais. O conjunto corresponde a uma cava viável, a qual possui a probabilidade de m/n de ser um sub-conjunto da cava ótima para o recurso real. Onde: n é o número de cavas originais.

Cava do limite externo – Cava-Híbrida (1)

Pode ser produzido um contorno de cava, que seja viável, através do cálculo de todos os blocos que sejam membros de qualquer uma das cavas originais. Isto é referido como Cava-Híbrida (1), significando que esta inclui todos os blocos que sejam membros de uma, ou mais cavas originais. Caso n seja suficientemente grande, esta cava irá quase certamente incluir o contorno da cava, a qual seria ótima para o recurso real. Esta cava fornecerá um limite externo para o contorno ótimo.

Cava do limite interno - Cava-Híbrida (n)

Pode ser produzido um contorno de cava, que seja viável, através do cálculo de todos os blocos que sejam membros de todas as cavas originais. Este é referido como Cava-Híbrida (n). Caso n seja suficientemente grande, o contorno resultante irá quase certamente ser um sub-conjunto do contorno ótimo para o recurso real e isto fará com que seja altamente confiável que, a Cava- Híbrida (n) não excederá os limites do contorno ótimo para o recurso real. Esta cava fornecerá um limite interno para o contorno ótimo do recurso real.

Cava para reservas de alta confiança

A cava de limite interno, Cava-Híbrida (n), pode ser usada como de alta confiança para o cálculo de reservas. Pode-se ter bastante confiança que esta cava

não lavrará o recurso real além do necessário. À medida que for sendo lavrada a cava com reservas de alta confiança, poderão haver melhores dados geológicos disponíveis para o recurso remanescente e isto permitirá uma posição mais confortável para se determinar a direção na qual a cava deve ser expandida. Este é um exemplo do mecanismo pelo qual a técnica de Cavas Híbridas pode ser utilizada como guia de projeto, de modo a permitir um certo grau de minimização de riscos, que estejam associados com as altas incertezas dos estágios preliminares do projeto.

A área delimitada pelas cavas Cava-Híbrida (1) e Cava-Híbrida (n), representa a área pela qual o contorno ótimo para o recurso real pode existir. Caso a área seja grande, indica que a variância do modelo do corpo mineralizado, tal como expressado nas simulações, conduz a um alto grau de incerteza, relacionada à posição do limite ótimo da cava final. Caso a área seja pequena, indica que existe um baixo grau de incerteza, relacionada à posição do limite ótimo da cava final.

Os princípios acima podem ser generalizados da seguinte forma:

A probabilidade da cava ótima para o recurso real ser um sub-conjunto da Cava-Híbrida (m) é de m/n .

Esta é a maneira pela qual estimativas de probabilidades específicas podem ser aplicadas. Isto significa que existe um grau quantificável da incerteza associada com qualquer Cava-Híbrida (m). Caso m aumente:

1. o tamanho da cava diminui, e
2. a probabilidade que esta não exceda a cava ótima, para o recurso real, aumenta.

Os autores prevêem que este modelo irá gradativamente ganhar mais espaço na indústria e poderá desta forma, ser aplicado de maneira mais corriqueira. De uma maneira geral, defendem para a determinação das formas das cavas, um equilíbrio aceitável entre certeza (redução do risco) e tamanho (maximização das reservas).

2.6.3 Sequenciamento da Lavra

Determinar o planejamento de longo prazo estratégico para operações de lavra a céu aberto requer, normalmente, a solução de complexas equações matemáticas, as quais estão vinculadas às seguintes restrições operacionais:

- modelos geológico e geotécnico do depósito mineral (representados, por exemplo, por teores e ângulos gerais das cavas);
- condições econômicas para a lavra (por exemplo, valores dos produtos e taxas de desconto, aplicadas para os cálculos dos fluxos de caixa);
- parâmetros técnicos relacionados com a diluição dos teores, recuperação da lavra, largura mínima de acessos para os equipamentos, capacidade da usina e recuperações metalúrgicas, entre outros
- fatores extra-técnicos, como tempo de processamento, recursos (pessoas e orçamento monetário), dentro das faixas que as empresas de mineração estão dispostas a arcar, que sejam flexíveis e possam ser aplicados com o intuito de resolver os problemas relacionados a qualquer mina.

Para um simples exemplo, considere uma operação que requeira um fluxo contínuo de minério para a usina de beneficiamento e necessite manter taxas de alimentação dentro de limites específicos. Para alcançar estas condições, o operador da lavra precisa assegurar que as frentes contendo quantidades suficientes do minério estejam acessíveis à lavra a todo o momento, sendo que estas podem requerer por vezes, decapeamento de estéril de uma fase, bem antes do tempo pré-definido pelo cenário do máximo VPL.

Outras considerações, como manter o fluxo de caixa acima de certos níveis ou a mistura dos teores, complicam ainda mais o problema para as atividades de

sequenciamento para avanços particulares e fazem com que a tarefa de se encontrar um sequenciamento otimizado seja cada vez mais difícil.

Tolwinski (1998), ponderou que a importância do sequenciamento a longo prazo, para o planejamento de lavra e avaliação de estudos, parece ser reconhecida pela indústria de mineração, por razões que incluem o seguinte:

- para obter estimativas realísticas do VPL, o planejador precisa ter tempo para lavrar em locais específicos da mina e conhecer taxas de lavra e níveis de produção de minério, além da vida útil da mina. Esta informação não é dada nem pela cava final, a qual determina somente qual parte do depósito deve ser considerada para a lavra, nem pelas cavas intermediárias (também referidas por fases), produzidas pela parametrização e fornecimento de linhas gerais, para o desenho dos avanços operacionais.
- o sequenciamento pode ajudar a estabelecer a capacidade Otimizada da usina de beneficiamento e a demanda para os equipamentos de mineração.
- o sequenciamento, o qual leva em conta os principais objetivos e restrições da operação, pode ser usado para comparar várias seqüências de avanços e selecionar a melhor seqüência que atenda estas condições. A experiência mostra que a seqüência de avanços que é Otimizada, com relação a todas as condições, não é necessariamente a única sugerida pela parametrização, que concentra-se exclusivamente no VPL.

De modo a conceber um bom planejamento estratégico de lavra é necessário encontrar o equilíbrio entre dois conceitos, que são tão intimamente relacionados, que formam uma espécie de “engenharia de tensão”. São estes definidos como o projeto da mina (basicamente as cavas finais operacionalizadas) e o sequenciamento da lavra daquele projeto. A tensão entre projeto e sequenciamento, cria o que aparenta ser um problema sem solução, uma vez que toma-se em conta que o período otimizado para a lavra de um determinado bloco de minério depende do seu valor, porém, o cálculo do seu valor, também depende do período em que este deva ser lavrado.

A etapa de sequenciamento é parte integral do processo de otimização da mina, permitindo o melhor controle das restrições econômicas, geométricas, técnicas e ambientais. Este processo inclui recursos computacionais, utilizando técnicas atuais de otimização, tendo como base, dados e parâmetros de situações reais em mineração.

Os primeiros métodos de otimização de cava, não levavam em consideração o valor do dinheiro no tempo, uma vez que estavam baseados no fluxo de caixa não descontado da cava. Claramente os valores dos blocos devem ser descontados, antes que se possa calcular a cava final, porém, num estágio inicial de análise, não se tem idéia da sequência dos blocos a serem lavrados e conseqüentemente, nenhum meio preciso para determinar de quanto os valores dos blocos devem ser então descontados.

A técnica utilizada nesta pesquisa, corresponde àquela presente na ferramenta informatizada denominada comercialmente de *NPV Scheduler*, que aborda a questão de como previamente descontar o valor do bloco, através da determinação da sequência de extração que entrega o maior valor presente líquido descontado teórico. Segundo a ferramenta, esta sequência é denominada “Sequência Otimizada de Extração”, e é utilizada como referência para se determinar o sequenciamento da lavra. Este é alcançado a partir da adição sucessiva dos elementos das restrições de lavra (por exemplo, produção de minério, estéril, teores alimentados na usina, relação estéril/minério, etc.), de modo a produzir um sequenciamento com características mais operacionais. Tais restrições penalizam o máximo valor presente líquido teórico, porém, conduzem a uma solução mais operacional, a qual busca ser a otimizada, segundo as condições de lavra consideradas.

Com o intuito de entregar o maior VPL teórico numa escala de tempo razoável, o *NPV Scheduler* utiliza a abordagem de categorizar grandes porções do depósito a partir dos mais altos aos mais baixos valores. Sendo assim, visa lavrá-los nesta sequência, pois esta é consistente com o princípio de extrair o mais alto VPL do depósito. O *NPV Scheduler* então re-categoriza sucessivamente porções

menores dentro das categorias maiores, tomando em conta restrições operacionais para tanto. O resultado é um planejamento de lavra operacional com o mais alto VPL possível.

De uma maneira geral, o planejamento de lavra a partir de uma única mina a céu aberto é razoavelmente conhecido. Mesmo que o processo seja complexo, ferramentas existem para auxiliar o planejador na criação de uma superfície de cava otimizada, a partir de um modelo do corpo mineralizado. Também, existem ferramentas para auxiliar no planejamento do sequenciamento da produção da cava selecionada. A dificuldade para a situação de múltiplas minas, em particular, está na definição dos melhores avanços operacionais e como encontrar o melhor sequenciamento conjunto da lavra. Para tanto, deve-se adotar um critério de otimização, por exemplo o Valor Presente Líquido, e então conduzir a criação do melhor sequenciamento conjunto da lavra, segundo tal critério adotado.

Muitas técnicas já desenvolvidas, ou falharam para apresentar os benefícios de produzir um sequenciamento mútuo, ou limitaram a definição das minas individualmente, fazendo com que não fosse possível utilizar suas cavas otimizadas, de modo que pudessem interagir como uma única etapa de processamento e desta forma, melhor encontrar um sequenciamento de lavra conjunto, neste tipo particular de contexto.

A abordagem mais simples normalmente utilizada é a modelagem de cada mina, em separado, e então a criação de um sequenciamento manual da produção. Diversos pesquisadores, Tom Tulp (1997) e David Whittle (2001), desenvolveram técnicas que removeram algumas das restrições associadas com o tratamento de múltiplas minas, a partir de um único modelo. Nenhum destes processos, entretanto, pôde ser capaz de remover todas as restrições para aplicação de múltiplas minas e além disso, todos eles requisitavam complexos procedimentos de configuração prévia.

Os principais benefícios do sequenciamento múltiplo, estão relacionados ao fato de oferecerem independência entre as minas, fazendo com que:

- os avanços operacionais possam ser determinados individualmente, de uma maneira que sejam ideais para cada mina;
- a cava final de cada mina seja calculada em separado;
- a ordem de processamento das minas possa ser alterada facilmente; e
- os limites de lavra possam ser ajustados individualmente, para cada mina.

Além disso, a movimentação de material em cada mina pode ser identificada separadamente e controles adicionais, podem permitir restrições a serem aplicadas por minas.

O sequenciamento conjunto de múltiplas minas, permite a flexibilidade adequada para selecionar a cava otimizada e os avanços operacionais para cada mina, independente das outras minas no modelo, enquanto continua produzindo um sequenciamento automático, através da utilização de material de todas as minas.

Hall (2004), definiu que os objetivos do sistema de planejamento de múltiplas minas buscam oferecer um processo que permita ao planejador, maximizar o critério de otimização adotado, a partir de uma interface de modelagem e otimização, que possibilite que múltiplas minas integradas possam ser eficientemente planejadas e sequenciadas.

O sequenciamento conjunto da lavra, a partir da abordagem do *software NPV Scheduler* para minas a céu aberto, é conduzido a partir da seguinte ordem:

- Definir um modelo econômico, para cada um dos cenários de mina estudados;
- Criar uma série de cavas intermediárias, através do algoritmo de Lerchs e Grossman, as quais representam o conjunto de cavas finais, obtidas a partir das variações dos parâmetros econômicos;

- Usar as cavas intermediárias obtidas, de modo a determinar a “Sequência Otimizada de Extração”;
- Usar a “Sequência Otimizada de Extração” e as cavas intermediárias de Lerchs e Grossman, para determinação dos avanços operacionais;
- Utilizar as informações dos modelos econômicos, restringidos pelas superfícies que representam todos os avanços operacionais, de todas as minas envolvidas (particularmente, este é um dos pontos de maior dificuldade operacional, do ponto de vista de aplicação das várias técnicas de sequenciamento conjunto de múltiplas minas, uma vez que a utilização de modelos de blocos com distintas configurações de protótipos – tamanhos de blocos, coordenadas espaciais, atributos, entre outros – demandam grandes esforços de preparação e processamento);
- Definir as metas e controles que deverão ser aplicados, para os horizontes de tempo pré-definidos;
- Utilizar as técnicas de programação dinâmica para encontrar o resultado do sequenciamento conjunto das minas, buscando a maximização do critério adotado na otimização, e tomando-se em conta os controles definidos anteriormente.

O planejador pode então explorar as opções disponíveis para variar o sequenciamento, baseado na ordem pela qual as minas foram consideradas, assim como pelas variáveis anteriores, associadas com os avanços operacionais de uma cava única. Neste ponto, é útil notar quais as minas são as principais contribuintes. Isto ajudará a dirigir a decisão sobre qual ordem devemos lavrar as minas.

2.7 PLANEJAMENTO DE LAVRA SUBTERRÂNEA

Souza (2001), afirmou que a maior parte de todos os conflitos entre a mineração e o meio ambiente reside na definição da disponibilidade do uso do solo pela mineração, ou seja, se a mineração pode ser realizada, ou não, em locais determinados, ou em certas regiões. Em caso positivo, quais deverão ser as restrições impostas. Pela natureza do problema, a tendência é resolvê-lo de forma polarizada, permitindo ou não a atividade mineral, sem maiores esforços na regulamentação dessa atividade no local proposto, inclusive, geralmente com possibilidades de prejuízos para própria comunidade. Em alguns casos, uma convivência pode ser encontrada. Por exemplo, uma mina pode prosseguir com sua lavra subterrânea (mesmo com redução da recuperação de lavra), mas não com as operações a céu aberto. Dessa forma, o problema consiste em determinar como proceder para reduzir os impactos ambientais.

Também, como sugerido pelo texto acima, onde os aspectos ambientais podem determinar uma opção de lavra por métodos subterrâneos, os aspectos econômicos podem viabilizar um projeto de mina subterrânea, comumente, onde os corpos mineralizados estendem-se muito além da superfície, ou quando o capeamento é muito espesso, ou mesmo quando a mineralização ocorre em veios de rochas duras. De uma maneira generalizada, os métodos de lavra subterrânea são empregados de forma a buscar e extrair o material que contribui diretamente e positivamente para o fluxo de caixa do projeto. Isto não é diferente para os métodos de lavra a céu aberto. Entretanto, nestes casos, as minas necessitam incorporar, muitas vezes, grandes porções de material sem valor econômico, ou que mesmo contribuem para depreciar o fluxo de caixa econômico, com o intuito único de permitir acessar as porções de interesse econômico da mina.

Para um cenário de conversão de lavra a céu aberto para lavra subterrânea, também sob um ponto de vista de maximização dos benefícios econômicos, é fundamental uma preparação desta conversão no tempo correto, principalmente tomando-se em conta que um significativo tempo de espera é necessário até que a mina subterrânea possa começar a sua produção. Desde a identificação da

necessidade da conversão, até o início do seu desenvolvimento, o processo de conversão de uma mina a céu aberto numa mina subterrânea precisa passar por diversos estágios: estimativa das reservas subterrâneas, estudo de pré-viabilidade, estudo de viabilidade, aprovação corporativa, licença e permissão de lavra, entre outros. O processo completo pode tomar entre 2 a 10 anos.

Em geral, sob as mesmas condições, a lavra a céu aberto é considerada a primeira escolha. Principalmente devido ao fato de normalmente ser menos onerosa do que a lavra subterrânea. Algumas das suas vantagens são:

- permitem o uso de grandes equipamentos e conseqüentemente maiores produções;
- necessitam menos investimentos de capital e menores custos operacionais;
- permitem maiores taxas de recuperação do minério;
- permitem uma operação mais segura e flexível.

Entretanto, a lavra subterrânea também oferece algumas vantagens, tais como:

- lavra mais seletiva;
- menos influência das condições climáticas na operação e por isso, potencialmente produzindo de maneira mais uniforme ao longo do ano;
- menos visibilidade para impactos ambientais e menor necessidade de movimentação de material

Quando a decisão não está clara, existe a necessidade de um estudo de viabilidade para que possa servir de suporte de uma decisão por um dos dois métodos. Além disso, existem muitos depósitos que podem ser lavrados por ambos os métodos. Ou seja, inicialmente por lavra a céu aberto e então, assim que a cava se torne mais profunda, por lavra subterrânea. Alguns depósitos são lavrados por ambos os métodos de maneira simultânea, normalmente durante o período de transição da lavra a céu aberto para a subterrânea.

Shinobe (1997) sugeriu que, para a consideração do desenvolvimento de uma lavra subterrânea, existem diversos fatores que devem ser avaliados. O mais importante de todos está relacionado à estabilidade do maciço. Consequentemente, estudos de mecânica de rochas são obrigatórios, com o intuito de determinar a sequência de desenvolvimento e método de lavra a serem empregados. O modelo geológico do depósito (orientação, mergulho, espessura, teores, entre outros), a seleção dos métodos de suporte (natural ou artificial), o sistema de ventilação, a presença de água subterrânea e meios de acesso ao depósito (rampas ou poços), são alguns dos mais importantes fatores a serem considerados.

Considerando-se a lavra, geralmente seleciona-se o método de extração que renderá o melhor retorno econômico. Entretanto, este precisa ser seguro e também permitir a extração Otimizada sob as condições geológicas particularmente encontradas. As características físicas, as quais ditam a escolha do método de lavra, podem ser melhor agrupadas em:

1. Propriedades físicas do minério e encaixantes: a qualidade do maciço e a relação entre tensão/deformação, determinarão as dimensões dos realces. Isto, por sua vez, estabelece a adequabilidade para aplicação de um dos três principais métodos de sustentação dos realces, denominados: naturalmente suportados; artificialmente suportados; e não suportados.
2. Dimensões do corpo mineralizado: a largura e a altura do corpo mineralizado ao longo do *strike* (da capa para a lapa), determinam as dimensões máximas possíveis dos vãos, os quais, em alguns casos podem exceder os seus limites admissíveis, desde que estejam baseados em considerações de mecânica de rochas.
3. Mergulho do corpo mineralizado: o mergulho do corpo mineralizado determinará se o transporte por gravidade exercerá um papel na escolha do método de lavra. O mergulho afeta a estabilidade na capa e também pode ser usado para mover o material desmontado para um ponto de coleta central, dentro do realce. Em geral, o mergulho do corpo mineralizado pode ser categorizado em: Mergulho baixo: 0 a 20°; mergulho médio: 20° a 50°; e

mergulho acentuado: 50° a 90°. Como regra universal, o ângulo mínimo para que o material desmontado possa fluir naturalmente por uma passagem de minério, ou realce, é de cerca de 50°.

4. Teor do depósito e preços dos produtos: o teor médio do depósito, juntamente com os preços dos produtos, influenciarão as decisões sobre se serão empregados métodos de lavra maciça, ou lavra seletiva. Depósitos de alto teor médio, combinados com bons preços dos produtos, geralmente, utilizarão métodos de lavra mais seletiva e as empresas deverão requisitar maiores recuperações de lavra (normalmente recuperando-se também os pilares).
5. Feições estruturais: o conjunto de estruturas relacionadas pelas falhas, diques, foliações, juntas, entre outros, podem influenciar a localização de realces e pilares, bem como suas dimensões. Tais parâmetros são responsáveis principalmente pela estabilidade dos realces e constituem principal fonte da diluição não planejada na lavra.
6. Proximidade de outros corpos mineralizados e escavações: a proximidade de outros corpos, ou lentes mineralizadas, pode impactar no método de lavra a ser utilizado. Este precisa tomar em consideração a presença de escavações futuras, ou existentes, nas vizinhanças. Uma vez que a lavra de um determinado corpo, ou lente, pode influenciar na estabilidade das aberturas próximas. A sequência de lavra a ser adotada, deve maximizar a recuperação do minério e minimizar os efeitos da estabilidade nas escavações próximas.
7. Efeitos na superfície: estes podem ser caracterizados a partir da necessidade de regulamentar algumas restrições. Tais como, subsidência (por exemplo, de modo a não interferir em lagos e cidades), restrições ambientais no uso da área, deposição de estéril e resíduos, restrições de descarte de água, clima, topografia, entre outros.
8. Infra-estrutura local: o método de lavra a ser selecionado, deve ser compatível com a capacidade técnica e disponibilidade da mão de obra local.

Além disso, devem ser observados disponibilidades locais para suprimentos de material, suporte das escavações (madeira, cimento, material de enchimento, resíduos, entre outros).

2.8 TÉCNICAS PERT E GANTT

A técnica de avaliação e revisão de programa (*Program Evaluation and Review Technique*), mais conhecida por PERT, é baseada numa abordagem em rede e tem como principal objetivo auxiliar o planejamento e o sequenciamento de atividades inter-relacionadas, para projetos grandes e complexos. Segundo Chinneck (2003), a técnica PERT foi desenvolvida durante o projeto e construção do submarino *Polaris*, nos Estados Unidos, na década de 50, a qual foi considerado na época uma das mais árduas tarefas a serem realizadas. Através da utilização de *softwares* comerciais, como o *Microsoft Project*, as técnicas PERT tornaram-se populares e são rotineiramente utilizadas para diversas finalidades.

O PERT é aplicável a projetos onde os prazos de execução de cada atividade são estabelecidos levando-se em conta um certo nível de incerteza. Dizemos então que o PERT se baseia em estimativas probabilísticas.

A atividade é o elemento básico de um projeto e pode ser realizada durante a execução do projeto. Um projeto pode ser representado por uma rede de atividades. Entretanto, é necessário conhecer e não violar as restrições de ordem tecnológica que existem entre uma atividade e outra. Existem atividades que não podem ser executadas em paralelo, ou antes de uma outra atividade. Tais restrições estabelecem a regra de precedência para formar a rede.

Todas as tarefas individuais, representando todas as etapas de um dado projeto, devem ser visualizadas de uma maneira clara, de modo a que possam ser representadas através de uma rede, composta de eventos e atividades. Um evento denota a realização de uma tarefa específica, num instante de tempo particular.

Uma atividade representa o tempo e os recursos necessários para que se possa progredir de um evento para o outro.

Eventos e atividades devem ser sequenciados na rede, sob um conjunto de regras lógicas. A técnica PERT utiliza uma representação em rede para capturar as relações paralelas, ou de precedências, entre as atividades do projeto. Como regra geral, descrevem informações de atividades, duração e dependências.

Shimizu (1984), ponderou que de modo a aplicar o método PERT num projeto é necessário que o mesmo possua as seguintes características:

- o projeto possa ser decomposto em elementos denominados “Atividades” ou, “Tarefas”;
- as atividades podem ser executadas numa dada sequência, e cada uma pode ser iniciada ou interrompida, de modo independente;
- as atividades são executadas obedecendo as restrições tecnológicas.

Os principais méritos do PERT estão relacionados à sua grande capacidade para propiciar melhores controle e gerenciamento ao projeto. Tais propriedades conferem grande nível de detalhamento no planejamento e apropriada alocação de recursos, dentro das limitações gerais de custos e tempo. Logo, permitem um melhor monitoramento do desenvolvimento das diversas atividades que compreendem o projeto. Além disso, possibilita o re-planejamento dessas atividades, no momento em que alterações de parâmetros, ou metas, necessitem ser re-estabelecidas.

Gráficos GANTT

Um gráfico Gantt, Gantt (1974), corresponde a uma matriz, que lista todas as atividades a serem realizadas. Cada linha contém a identificação única da atividade, a qual normalmente consiste da combinação de letras e números. As atividades são relacionadas segundo sua duração e cada período pode ser expresso em qualquer unidade de tempo, como horas, dias, semanas, meses, anos, ou outras unidades. A

representação gráfica de Gantt consiste de barras horizontais para cada atividade, conectando os valores entre os períodos inicial e final de cada atividade.

As técnicas de PERT e GANTT auxiliam no planejamento de todas as atividades que precisam ser finalizadas como parte de um projeto. Elas atuam como suporte tanto para a preparação de um sequenciamento, quanto para o planejamento de um recurso. A Figura 12, a seguir, apresenta um exemplo de um conjunto de atividades de um projeto de lavra representado pelas técnicas PERT e GANTT.

Figura 12: Atividades de um projeto de lavra representadas em interface PERT e GANTT.

3. DESCRIÇÃO DA METODOLOGIA

Neste capítulo, serão apresentadas e descritas as técnicas empregadas pela metodologia de planejamento estratégico de lavra utilizada na presente pesquisa.

3.1 PREMISSAS

A principal premissa para o desenvolvimento da metodologia proposta foi certificar-se que esta pudesse incorporar, ou estar baseada em algum dos principais códigos ou regras internacionais para a conversão de recursos em reservas. Sendo assim, pautada nos padrões de definição do CIM - Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum - 2004, para a conversão de recursos em reservas minerais, a concepção da metodologia de planejamento estratégico de lavra proposta foi baseada no objetivo de fornecer como produto a um Profissional Qualificado, o pré-requisito mínimo aceitável pelo CIM, neste caso a conclusão de um estudo de viabilidade econômica preliminar. Para a escolha deste código de padrão internacional, não foi utilizado um critério específico de seleção e nem foi uma preocupação desta pesquisa buscar pontos que motivassem uma escolha em particular. A verdade é que existe certo grau de semelhança entre os principais códigos internacionais, no que diz respeito à conversão de recursos em reservas, e o CIM foi uma opção entre estes.

Segundo as normas do CIM, um estudo de viabilidade econômica preliminar corresponde a um estudo abrangente da viabilidade de um empreendimento de mineração, que avançou para um estágio onde métodos eficazes de lavra e de processamento mineral, foram estabelecidos. Além disso, no momento da publicação do inventário de reservas, análises econômicas baseadas em razoáveis considerações técnicas, de engenharia, legais, operacionais, fatores econômicos e avaliação de outros fatores relevantes, devem ser suficientes, de modo que um Profissional Qualificado possa determinar se todo, ou parte do recurso mineral, possa ser classificado como reserva mineral. Um inventário de reserva mineral deve

incluir parâmetros como diluição e perdas, que podem ocorrer durante a operação de lavra.

De um modo geral, a presente metodologia converte recursos em reservas, focando na adição de valor ao projeto e maximização de aspectos de oportunidade, sem no entanto desconsiderar as incertezas e riscos que permeiam o seu processo, concentrando o controle destes elementos num sequenciamento final da lavra abrangente e flexível.

Além da principal premissa supra-citada, durante o processo de seleção das técnicas utilizadas pela metodologia, houve também atenção sobre:

- Operacionalidade das técnicas, no sentido de permitir a utilização não limitada de dados e variáveis e a aplicação imediata destas, proporcionando a obtenção de resultados a partir de ampla variedade de métodos e condições de lavra;
- Utilização de técnicas e algoritmos matemáticos que lidassem com propriedades probabilísticas, com o intuito de incorporar elementos de riscos e incertezas, intrínsecos aos dados, que alimentam o processo de planejamento estratégico da lavra proposto;
- Interação dos resultados quantitativos, proporcionados pela utilização de técnicas matemáticas de simulação, otimização e heurísticas, com intervenções de análises qualitativas, de modo a condicionar uma orientação mais clara e realística para a criação de cada cenário estratégico para as minas;
- Flexibilidade suficiente para permitir a aplicação da metodologia a distintas situações de depósitos, métodos de lavra (por exemplo lavra a céu aberto e/ou lavra subterrânea), entre outros;

- Rapidez para processar novos dados e re-estruturar o planejamento da lavra, segundo novas orientações;
- Capacidade de interação direta, de modo a permitir ajustes e a calibração do nível de detalhe requisitado;

Consequentemente, os elementos descritos acima, formaram uma espécie de pilar sobre o qual, a metodologia ora apresentada, foi desenvolvida. É importante mencionar que esta não está limitada a um determinado cenário de estratégia de lavra, podendo acomodar diferentes variações. Isto significa que distintas combinações de lavra, uma ou múltiplas cavas e/ou minas subterrâneas, podem ser utilizadas a partir de ajustes na disposição dos estágios apresentados. As Figuras 13 e 14, a seguir, representam dois exemplos distintos para a aplicação da metodologia. A Figura 13, utilizada como exemplo no estudo de caso que ilustra a presente metodologia, corresponde a um cenário em que um mesmo corpo mineralizado deverá ser lavrado simultaneamente por lavra a céu aberto e subterrânea. Na Figura 14, a metodologia se aplica a um projeto com dois corpos mineralizados independentes. Sendo que um dos corpos será lavrado a céu aberto e o outro corpo mineralizado será lavrado por via subterrânea.

Figura 13: Metodologia multi-estagiada de planejamento estratégico de lavra aplicada para a lavra simultânea a céu aberto e subterrânea, a partir do mesmo corpo mineralizado.

Figura 14: Metodologia multi-estagiada de planejamento estratégico de lavra aplicada para a lavra simultânea de dois corpos mineralizados, sendo um lavrado a céu aberto e outro, por via subterrânea.

3.2 DESCRIÇÃO DAS TÉCNICAS UTILIZADAS

A seguir está apresentada uma descrição das técnicas utilizadas no desenvolvimento dos estágios presentes na metodologia proposta.

3.2.1 Simulação Condicional

A criação de múltiplos modelos equi-prováveis, obtidos por simulações condicionais, permitiu, em termos probabilísticos, uma melhor compreensão dos riscos e incertezas associadas à avaliação dos recursos geológicos. Tais características, conferiram de maneira contundente, a necessidade da utilização desta técnica como forte aliada do planejamento estratégico da lavra. Os resultados das simulações, serviram como principais dados de entrada da metodologia de planejamento estratégico de lavra, ora proposta. Onde, as principais propriedades simuladas em cada modelo, contendo valores de teores/atributos, foram utilizadas em todo o processo de planejamento da lavra, desde a seleção de projetos de cavas e realces até o sequenciamento da produção. Normalmente pode se utilizar entre 20 e 100 realizações equi-prováveis, principalmente devido ao tempo de processamento para gerar cada realização, como também o processamento necessário ao longo da cadeia de planejamento da lavra. Entretanto, deve-se proceder a procedimentos estatísticos para determinar o número mínimo de realizações para um determinado nível de confiança, que dependerá da variabilidade do espaço amostral.

3.2.2 Cálculo e Seleção das Cavas Finais (*Lerchs e Grossmann e Cavas Híbridas*)

Os procedimentos de otimização de cavas finais utilizaram como critério principal, os valores econômicos derivados em cada modelo equi-provável produzido. Através do algoritmo de Lerchs e Grossmann, controlados pela opção de

lavra subterrânea dos recursos geológicos disponíveis (caso uma alternativa de lavra subterrânea seja considerada para o mesmo corpo mineralizado) e por restrições geotécnicas, foram calculadas as superfícies que correspondem às representações de cavas finais que entregam o maior valor econômico, para cada modelo simulado.

Os modelos de blocos compreendidos em cada cava resultante, puderam ser importados para um programa de computador, que permitiu a manipulação destes arquivos. Foi então possível criar um procedimento para contabilizar quantas vezes um mesmo bloco foi selecionado para participar de cada uma das superfícies de cava final, calculadas pelo algoritmo de Lerchs e Grossmann. Logo, utilizando os conceitos da Teoria dos Conjuntos, foi possível criar um novo conjunto de cavas, denominadas cavas híbridas, a partir da gradação unitária entre os blocos de interseção e de união, para todas as cavas finais calculadas com o algoritmo de Lerchs e Grossmann. Pôde-se então definir estatisticamente, a probabilidade de que cada bloco participou da cava final real e utilizou-se este valor como parâmetro de cálculo de uma função de benefício econômica, que por fim auxiliou no cálculo da cava final resultante. Isto permitiu que o bloco que participou mais vezes do conjunto de cavas finais, possuísse um peso maior para o cálculo final do processo de seleção da superfície de cava final. Ao término deste processo, os conjuntos relacionando todas as cavas finais calculadas pelo algoritmo de Lerchs e Grossmann e mais as cavas finais híbridas, estiveram dispostos de forma a compor uma matriz com os modelos geológicos com os valores simulados, procedendo-se então às avaliações econômicas, onde os valores dos teores simulados, combinados com os pesos resultantes da probabilidade do bloco participar da cava final real, foram utilizados como base para estas avaliações. Por fim, a superfície de cava final que obteve o maior valor econômico médio foi selecionada.

Os blocos contidos pela superfície de cava selecionada foram objeto de procedimentos estatísticos, onde foram calculados a média e o desvio padrão para cada bloco. Tais parâmetros serviram de base para a determinação da distribuição de probabilidade padrão, utilizando os teores obtidos por krigagem como referência, e logo, pôde-se determinar uma medida de risco, relacionada aos teores krigados, para cada bloco dentro da cava final selecionada.

Como uma lavra subterrânea foi também considerada para o mesmo corpo mineralizado, determinou-se por estudos geomecânicos, uma extensão radial além da superfície da cava final, correspondente ao pilar de proteção entre a transição de lavra a céu aberto para subterrânea, e logo, removeu-se todos os blocos inseridos nesta nova superfície. Os blocos remanescentes corresponderam aos recursos que serviram de objeto para a determinação das envoltórias lavráveis, para a mina subterrânea.

3.2.3 Cálculo e Seleção dos Realces (*Realces Flutuantes e Realces Híbridos*)

A técnica de realces flutuantes foi utilizada para, a partir de cada um dos modelos geológicos remanescentes simulados, calcular cenários de envoltórias matemáticas que representaram os recursos lavráveis para a mina subterrânea. Sendo que para cada um dos modelos simulados, foram calculados o conjunto de envoltórias correspondendo aos recursos lavráveis resultantes.

Uma vez criados os conjuntos de envoltórias para cada modelo simulado, pôde-se utilizar dos mesmos conceitos apresentados para a técnica de cavas híbridas, criando-se então novos conjuntos de envoltórias híbridas. Novamente uma matriz foi organizada, desta vez contendo envoltórias criadas por realces flutuantes e envoltórias híbridas. Depois de estatisticamente determinadas as probabilidade de cada bloco em participar do conjunto de envoltórias real, esses valores foram associados aos teores simulados para compor uma função benefício. Logo, cada conjunto foi avaliado, utilizando como base cada modelo simulado. Ao final, o conjunto de envoltórias que entregou o mais alto valor econômico médio, foi selecionado.

Os blocos contidos pelo conjunto de envoltórias selecionado foram objeto de procedimentos estatísticos, onde foram calculados a média e o desvio padrão para cada bloco. Tais parâmetros serviram de base para a determinação da distribuição de probabilidade padrão, utilizando os teores obtidos por krigagem como referência, e logo, pôde-se determinar uma medida de risco, relacionada aos teores krigados,

para cada bloco dentro do conjunto de envoltórias selecionado. Do mesmo jeito procedido com os blocos que foram lavrados a céu aberto.

3.2.4 Determinação dos Avanços Operacionais das Minas a Céu Aberto e Subterrâneas

Para a determinação dos avanços operacionais das minas a céu aberto, foi utilizada uma técnica matemática presente no programa de computação comercial que realiza o cálculo de cava final e o sequenciamento da lavra a céu aberto. A técnica em questão é denominada “Sequência Otimizada de Extração”. Logo, uma vez importadas as cavas finais operacionalizadas, a criação dos avanços operacionais (*pushbacks*) foi determinada a partir de uma combinação interativa da técnica matemática da sequência Otimizada de extração e de intervenções manuais dos resultados matemáticos, de modo a tornar mais realísticos os modelos de avanços de lavra gerados.

Para a determinação dos avanços operacionais das minas subterrâneas, devido ao restrito grau de liberdade intrínseco neste tipo de lavra, normalmente os parâmetros técnicos/operacionais prevalecem, em detrimento dos cálculos matemáticos. Logo, os realces projetados foram segmentados, segundo especificações técnico/operacionais, em unidades compatíveis com o horizonte de tempo estudado (períodos anuais).

3.2.5 Sequenciamento Matemático da Lavra

A técnica de programação dinâmica foi selecionada para a determinação do sequenciamento da lavra nas minas a céu aberto, por apresentar resultados bastante satisfatórios com relativa rapidez de processamento. O critério de maximização adotado foi o critério econômico (VPL) e esta técnica possibilitou a adoção de variáveis multi-objetivos, que serviram de parâmetros de controle no

sequenciamento. A presente metodologia recomenda que os índices de riscos, calculados após a etapa de seleção da cava e inseridos para cada bloco, sirvam como um dos principais ítems de controle no sequenciamento matemático a ser gerado.

Para o sequenciamento da lavra subterrânea foi utilizada uma técnica heurística de ordenamento dos contornos dos realces, calculados pela técnica de realces flutuantes. O critério de ordenamento das envoltórias pôde ser selecionado entre quatro opções: maximizar tonelagem do minério; maximizar o teor; maximizar o conteúdo metálico; ou maximizar o valor acumulado. O sequenciamento das envoltórias foi também controlado pelos índices de riscos inseridos nos blocos.

3.2.6. Sequenciamento combinado

O sequenciamento final, compreendendo os avanços operacionais das minas a céu aberto e subterrânea, foi determinado através de uma combinação entre análises quantitativas (orientações obtidas pelos algoritmos matemáticos) e análises qualitativas, através de uma interface de técnicas PERT e GANTT. A técnica PERT (*Program Evaluation and Review Technique*), foi selecionada principalmente devido à sua grande conveniência para a captação e manuseio de dados complexos e provenientes de distintas fontes. Sua interface permitiu que as atividades relacionadas aos avanços de lavra das minas a céu aberto e subterrâneas pudessem ser combinadas e interagidas, de forma bastante intensa, garantindo a flexibilidade e controle necessários ao monitoramento do sequenciamento de lavra resultante. Isto permitiu um ambiente de grande integração entre os resultados dos sequenciamentos de lavra matemáticos, encontrados nas minas, com os ajustes táticos do sequenciamento, visando tornar o seu resultado, efetivamente operacional. O resultado final, buscou consolidar uma metodologia de planejamento de lavra que pôde maximizar o retorno do capital e ao mesmo tempo, mitigou e controlou os riscos associados a este tipo de empreendimento.

4. ESTUDO DE CASO

O banco de dados utilizado na metodologia de planejamento estratégico de lavra ora proposta, foi, por motivos de confidencialidade, originalmente modificado. Seus parâmetros e valores originais foram descaracterizados em razoável proporção, com relação às suas formas originais e devem, fundamentalmente, servir apenas para os propósitos de apresentação e desenvolvimento da metodologia ora proposta. Além disso, como a metodologia requer que os modelos condicionalmente simulados já tenham sido criados, para que sejam então utilizados como seu principal dado de entrada, não é intenção desta pesquisa apresentar toda a discussão técnica relacionada à geologia, ou ao método/validação para a simulação dos modelos obtidos e utilizados para o estudo de caso apresentado a seguir.

Nesta versão do banco de dados utilizado, correspondente a um depósito mineralizado de cobre e ouro disseminados, além do material estéril, foram concebidos mais 2 principais domínios tipológicos:

- Minério 1;
- Minério 2.

Os métodos de lavra adotados, para a criação dos cenários estratégicos, foram definidos preliminarmente como sendo: a lavra por bancadas a céu aberto; e realces abertos por subníveis, como método de lavra subterrânea. Estes deverão ser aplicados simultaneamente ao mesmo corpo mineralizado. É importante ressaltar que a metodologia pode também ser usada para auxiliar na decisão estratégica de quais métodos de lavra podem ser utilizados e logo, através de análises de sensibilidade, selecionar os métodos que resultam nos maiores benefícios.

Duas rotas metalúrgicas foram definidas para o beneficiamento do minério, sendo estas classificadas como moagem e lixiviação. O ouro participa como subproduto do beneficiamento do cobre e este só é recuperado no minério 1 quando enviado para a moagem. O cobre contido no minério 2 só é recuperado quando

enviado para a lixiviação. A Figura 15, a seguir, apresenta uma seção vertical contendo o modelo de blocos, utilizado para o estudo de caso, legendado pelos domínios tipológicos descritos acima.

Figura 15: Seção vertical apresentando o modelo de blocos legendado pelos domínios tipológicos.

4.1 MODELOS CONDICIONALMENTE SIMULADOS

O banco de dados do estudo de caso utilizado para demonstrar a presente metodologia, compreende um único arquivo de modelo de blocos contendo 40 campos correspondentes aos valores de teores de cobre simulados. Cada uma das simulações dos teores de cobre, pode ser tratada como sendo uma completa representação do teor de cobre interpolado. O elemento ouro não foi tomado em consideração, para que também pudesse servir de base para criação de teores simulados, por duas razões: a principal delas relacionada ao curto período de tempo para que fossem gerados os valores de teores simulados pra este elemento; e para este projeto especificamente, o ouro é um subproduto e sua contribuição para a receita geral do empreendimento, quando comparado com o cobre, se dá numa menor proporção.

A Figura 16, a seguir, apresenta o modelo de blocos (incluindo os teores de cobre simulados) num formato de tabela. A Figura 17, apresenta o mesmo modelo de blocos numa seção vertical, onde uma legenda com intervalos de teores de cobre foi aplicada a cinco teores simulados e mais o teor obtido por Krigagem.

XC (N)	YC (N)	ZC (N)	AU (N)	XPIC...	YINC...	ZPIC...	DENSITY...	ROCKCO...	SIM1 (N)	SIM2 (N)	SIM3 (N)	SIM4 (N)	SIM5 (N)	SIM6 (N)	SIM7 (N)	SIM8 (N)	SIM9 (N)	SIM10 (N)	SIM11 (N)	SIM12 (N)	SIM13 (N)	SIM14 (N)
4935	10755	2105	0.0264	10	10	10	2.56	2	0.0167	0.0404	0.0952	0.0233	0.0016	0.0422	0.0289	0.0156	0	0.02	0.0156	0.0444	0.0578	0.0544
4935	10755	2115	0.0187	10	10	10	2.56	2	0.0811	0.0533	0.0744	0.0844	0.0533	0.0444	0.0389	0.0444	0.0167	0.0519	0.0222	0.0233	0.067	0.061
4935	10755	2125	0.0176	10	10	10	2.56	2	0	0.1464	0.0333	0.0278	0.0044	0.0167	0.0422	0.0311	0.0422	0.0214	0.0544	0.1244	0.0622	0.0874
4935	10755	2135	0.0176	10	10	10	2.56	2	0.063	0.1589	0.0011	0.5313	0.0056	0.0567	0.0412	0.0122	0.0644	0.077	0.0378	0.0533	0.0411	0.0422
4935	10755	2145	0.0253	10	10	10	2.56	2	0.0467	0.3443	0.0078	0.0683	0.0251	0.0156	0.0456	0.0711	0.509	0.0156	0.0344	0.1894	0.0649	0
4935	10755	2155	0.0231	10	10	10	2.56	2	0.0189	0.1901	0.0111	0.0478	0.0844	0.069	0	0.0167	0.0378	0.0067	0.1201	0.0201	0.0622	0.0011
4935	10755	2165	0.0319	10	10	10	2.56	2	0.0833	0.0452	0.0389	0.0722	0.1033	0.0456	0.0356	0.0567	0.0211	0.0556	0.0378	0.0211	0.1433	0.0378
4932.5	10752.5	1.292969	0.0319	5	5	5.585907	2.56	2	0.0156	0.1278	0	0.1067	0.1567	0.0473	0.0833	0.0389	0.0727	0.0711	0.0833	0.01	0.0767	0.0633
4932.5	10757.5	2175	0.0319	5	5	10	2.56	2	0.0156	0.1278	0	0.1067	0.1567	0.0473	0.0833	0.0389	0.0727	0.0711	0.0833	0.01	0.0767	0.0633
4937.5	10752.5	74.89209	0.0319	5	5	9.78299	2.56	2	0.0156	0.1278	0	0.1067	0.1567	0.0473	0.0833	0.0389	0.0727	0.0711	0.0833	0.01	0.0767	0.0633
4937.5	10757.5	2175	0.0319	5	5	10	2.56	2	0.0156	0.1278	0	0.1067	0.1567	0.0473	0.0833	0.0389	0.0727	0.0711	0.0833	0.01	0.0767	0.0633
4932.5	10757.5	30.89502	0	5	5	1.78891	1.8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4937.5	10757.5	1.551025	0	5	5	1.101807	1.8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4935	10765	1805	0.3	10	10	10	2.33	2	0.0856	0.0333	0.0656	0.0267	0.0556	0.0156	0.1569	0.2165	0.0622	0.0011	0.1511	0.0544	0.05	0.0811
4935	10765	1815	0.367	10	10	10	2.33	2	0.1756	0.1642	0.0894	0.0811	0.0422	0.16	0.1078	0.0278	0.1844	0.1544	0.0433	0.0589	0.1841	0.0722
4935	10765	1825	0.229	10	10	10	2.33	2	0.0611	0.3818	0.0611	0.1356	0.0778	0.3409	0.0711	0.0533	0.0876	0.0389	0.2567	0.0189	0.0756	0.0444
4935	10765	1835	0.436	10	10	10	2.33	2	0.1344	0.2644	0.0522	0.1222	0.0233	0.2444	0.1189	0.191	0.1322	0.2163	0.0433	0.0733	0.134	0.0678
4935	10765	1845	0.416	10	10	10	2.33	2	0.1122	0.2148	0.0444	0.0989	0.03	0.0756	0.0933	0.1952	0.1	0.1001	0.1844	0.0844	0.1322	0.0611
4935	10765	1855	0.305	10	10	10	2.33	2	0.0578	0.4522	0.0933	0.0522	0.0922	0.0196	0.2444	0.0914	0.1125	0.2012	0.1433	0.0367	0.1025	0.0044
4935	10765	1865	0.398	10	10	10	2.33	2	0.05	0.1311	0.0389	0.0456	0.06	0.1615	0.0278	0.1444	0.0356	0.19	0.1133	0.0844	0.0811	0.0378
4935	10765	1875	0.364	10	10	10	2.33	2	0.0533	0.5608	0.1236	0.0178	0.09	0.0278	0.226	0.0322	0.1078	0.5363	0.2156	0.1	0.4367	0.18
4935	10765	1885	0.368	10	10	10	2.33	2	0.13	0.0804	0.1278	0.0389	0.1433	0.2449	0.2139	0.1133	0.1293	0.1976	0.0756	0.0856	0.5647	0.0917
4935	10765	1895	0.349	10	10	10	2.33	2	0.0656	0.0944	0.4952	0.0644	0.133	0.1767	0.3857	0.0911	0.1596	0.0389	0.05	0.1726	0.4079	0.1266
4935	10765	1905	0.516	10	10	10	2.33	2	0.1189	0.0167	0.1714	0.1169	0.022	0.0522	0.1301	0.0422	0.448	0.0933	0.08	0.1322	0.4597	0.2065
4935	10765	1915	0.451	10	10	10	2.33	2	0.0375	0.0622	0.1733	0.0633	0.1511	0.1544	0.07	0.1505	0.0833	0.1544	0.0908	0.0911	0.0856	0.1289
4935	10765	1925	0.422	10	10	10	2.33	2	0.0456	0.0067	0.0444	0.1756	0.2344	0.0711	0.1653	0.1046	0.0456	0.3667	0.0789	0.1122	0.0411	0.0456
4935	10765	1935	0.441	10	10	10	2.33	2	0.0378	0.0472	0.09	0.1995	0.0433	0.0633	0.189	0.2178	0.0156	0.1033	0.1831	0.3645	0.2612	0.1056
4935	10765	1945	0.578	10	10	10	2.33	2	0.0522	0.0456	0.0433	0.1579	0.3312	0.0811	0.0422	0.3462	0.0522	0.8815	0.1311	0.2585	0.1078	0.0422
4935	10765	1955	0.639	10	10	10	2.33	2	0.0367	0.0844	0.0533	0.178	0.1819	0.1156	0.0233	0.2024	0.0889	0.5737	0.1133	0.3237	0.1278	0.1133
4935	10765	1965	0.3652	10	10	10	2.61	1	0.0589	0.2961	0.1422	0.0467	0.1533	0.3925	0.211	0.7278	0.1533	0.2344	0.1456	0.1911	0.1811	0.1449
4935	10765	1975	0.9566	10	10	10	2.61	1	0.4752	0.2963	0.5207	0.1211	0.0967	0.1378	0.4135	0.434	0.2713	0.1828	0.6594	0.2207	0.0733	0.1144

Figura 16. Archivo de modelo de bloco contendo 40 valores de teores de cobre simulados.

Fig. 17a: Legendados por teores de cobre Krigados.

Fig. 17b: Legendados por teores de cobre Sim1.

Fig. 17c: Legendados por teores de cobre Sim2.

Fig. 17d: Legendados por teores de cobre Sim3.

Fig. 17e: Legendados por teores de cobre Sim4.

Fig. 17f: Legendados por teores de cobre Sim5.

Através das figuras apresentadas acima, podemos observar o efeito suavizado causado por métodos de estimativas de teores, como a Krigagem (Figura 17a). É também evidente que existem algumas diferenças na distribuição espacial dos teores de cobre entre as 5 simulações.

4.2 CRIAÇÃO DOS MODELOS ECONÔMICOS

É importante salientar que os modelos econômicos criados para o estudo de caso da presente pesquisa, estiveram delimitados pelos parâmetros de configuração das ferramentas comerciais de otimização das superfícies de cava final (algoritmo de Lerchs e Grossmann) e das envoltórias dos realces das minas subterrâneas (técnica de realces flutuantes), incorporando tão somente os preços dos produtos (no caso US\$/t para o cobre e US\$/g para o ouro), os custos unitários de lavra e beneficiamento (US\$/t_{ROM} e US\$/t_{processada}), custos adicionais (por exemplo com eletrólise, refino, comercialização e marketing, entre outros), além de fatores de ajustes de custos por litologia e disposição espacial dos blocos, dos parâmetros de diluição e recuperações de lavra e metalúrgicas. Ou seja, se forem considerados estudos de viabilidade para o projeto, incluindo investimentos, impostos, teoria das opções reais, entre outros, estes elementos podem ser re-incorporados aos resultados do sequenciamento de lavra final, obtidos através da interface PERT-GANTT.

Os modelos econômicos utilizados na presente pesquisa, foram criados através da interface do *software NPV Scheduler*, onde os valores dos teores simulados para cobre e Krigados para ouro, foram ingressados como produtos. Logo, para cada combinação de teor de cobre simulado e do teor de ouro Krigado, foi gerado um modelo econômico, produzindo no total 40 modelos econômicos distintos. O procedimento realizado consistiu da seguinte estratégia:

De modo a não contabilizar mais de uma vez a receita produzida pela extração e beneficiamento de um determinado bloco de minério, a partir dos produtos representados pelos vários teores simulados, o procedimento adotado foi

garantir que os índices de recuperação metalúrgica fossem apropriadamente modificados. Ou seja, para a criação do primeiro modelo econômico somente os destinos (lixiviação, moagem, subterrânea), relacionados com o campo de teor *SIM1*, além do produto obtido pelo campo de teor de ouro krigado, tiveram valores dos índices de recuperação metalúrgica para os diferentes domínios, maiores que zero. Todos os outros produtos tiveram recuperação metalúrgica igual a zero. Desta maneira, assegurou-se que os rendimentos fossem somente derivados a partir de um único campo de teor de cobre simulado, por vez.

A Figura 18, a seguir, apresenta o exemplo da aplicação do índice de recuperação metalúrgica de 65% para os blocos de minério 2, para a primeira simulação, com destino à lixiviação. Neste caso, os valores do campo *Fraction*, foram assinalados como zero para todos as outras simulações.

Figura 18: Exemplo da configuração dos índices de recuperação metalúrgica para cada simulação.

De um modo geral, os elementos utilizados para calcular o valor econômico dos blocos foram:

- preços de venda dos produtos recuperados, onde a recuperação foi definida como uma expressão matemática de alguns atributos presentes nos blocos;

- custos de lavra unitário (minério e estéril) e custos de processamento unitário (minério), além de fatores de ajuste, por tipos de rocha;
- fatores de diluição e recuperação do minério, durante a lavra;
- custo unitário para a reabilitação do estéril lavrado;

4.2.1 Alternativa de Mina Subterrânea para o Cálculo da Superfície de Cava Final

Tendo-se em conta que corpos mineralizados selecionados a serem lavrados tanto por mina a céu aberto, quanto por mina subterrânea, podem impactar na definição do cálculo da superfície de cava final, o algoritmo utilizado para a determinação da superfície de cava final contemplou um mecanismo de comparação entre valores para os blocos que pudessem ser extraídos a partir de qualquer um destes dois métodos. Uma alternativa para avaliar a extração de blocos sob esta condição, pôde ser obtida através da modificação dos valores econômicos líquidos dos blocos (receitas deduzidas dos custos), tal como apresentado a seguir:

Novo Valor = Valor líquido do bloco se lavrado a céu aberto – Valor líquido do bloco se lavrado subterraneamente

A partir daí, definiu-se na rotina de otimização de cálculo de cava final, também um método de lavra subterrânea. Também, atentou-se às seguintes observações:

- os blocos de estéril foram ignorados. Ou seja, caso um bloco contivesse parcelas de estéril e minério, somente os blocos de minério foram tomados em conta para serem lavrados por métodos subterrâneos;

- incluiu-se todos os custos de lavra subterrânea, junto com os custos de beneficiamento;
- alguns parâmetros de lavra a céu aberto foram ignorados. Por exemplo: fatores de ajustes de custos de lavra e beneficiamento (quando importados desde o modelo de blocos); fatores de ajustes por litologia; diluição de lavra; recuperação de lavra e; custos de reabilitação.
- utilização de um código de litologia diferenciado para os blocos a serem comparados, de modo a se selecionar qual o método de lavra a ser aplicado a estes, que entregou o maior valor econômico líquido.

A partir desta conjuntura, caso o bloco, que pôde ser extraído tanto a céu aberto, quanto subterraneamente, obtivesse um valor, representado pela variável *Novo Valor*, positivo, este foi então selecionado para ser lavrado a céu aberto e esteve dentro da superfície resultante de cava final. Desta maneira, evitou-se incluir blocos que renderiam um benefício maior, caso fossem lavrados subterraneamente e buscou-se maximizar os valores econômicos do projeto, como um todo.

4.3 PLANEJAMENTO DA MINA A CÉU ABERTO

4.3.1. Cálculo das Superfícies de Cava Final

A partir de cada um dos 40 modelos econômicos gerados anteriormente, que incluíram a opção de lavra subterrânea, e utilizando a mesma configuração de modelagem geotécnica aplicada na mina a céu aberto para cada simulação, o *software NPV Scheduler*, que contém um algoritmo modificado de Lerchs e Grossmann, determinou cada uma das 40 superfícies de cava final que maximizou o fluxo de caixa não descontado do projeto. Cada uma das 40 superfícies de cava sendo igualmente provável para maximizar o lucro real na lavra a céu aberto.

4.3.2 Criação das Fases e Cálculo das Sequências Otimizadas de Extração

O termo “fases” refere-se a uma terminologia utilizada por ferramentas de otimização de superfícies de cava final. Estas representam as cavas intermediárias criadas, a partir da variação dos parâmetros econômicos, utilizando-se do algoritmo de Lerchs e Grossmann. Cada cava intermediária, corresponde à superfície de cava final de máximo valor correspondente, que está associada a um conjunto de condições de preços/custos, previamente relacionados.

Em geral, a menor cava intermediária é aquela que representa o melhor valor possível a ser lavrado num estágio preliminar, além de ser a cava que continuaria a ser rentável mesmo em condições econômicas menos favoráveis. Similarmente, a maior cava intermediária representa aquela com a maior vida útil, sob as melhores condições econômicas. Como consequência, as cavas intermediárias gradam do mais alto valor para o mais baixo valor.

Considerando que a percepção do melhor valor é um princípio básico para maximizar o Valor Presente Líquido, a ordem das fases representa o primeiro nível de categorização do valor e o primeiro estágio de determinação da Sequência Otimizada de Extração (SOE).

A Sequência Otimizada de Extração é aplicada bloco a bloco, com o intuito de prover o mais alto Valor Presente Líquido possível. Esta é determinada considerando-se cada fase por vez e então dentro de cada fase considerando-se cada banco (uma unidade “fase-banco”) por vez, a partir do mais alto para o mais baixo nível de referência. Isto é baseado na premissa de que numa mina a céu aberto a lavra geralmente ocorre da superfície para baixo.

Para determinar a sequência dos blocos dentro de uma fase-banco, toma-se em conta que os blocos dentro do banco são classificados segundo o maior valor para o menor valor econômico. Entretanto, o valor que é usado neste processo de classificação para determinar a posição relativa do bloco na sequência de extração

dentro da fase-banco, não é simplesmente o valor intrínseco do bloco, como calculado pelo modelo econômico. Esta abordagem seria simplista e conduziria a sequências de extração que, embora não aleatórias, poderiam nem ser práticas ou desejável, do ponto de vista da lavra. Consequentemente, para cada bloco é definido um valor mais sofisticado, segundo uma classificação conhecida como “valor buscado à frente” e este então é o valor usado para determinar a posição do bloco na sequência de extração. Em resumo, o “valor buscado à frente” é uma função do seu valor intrínseco e do valor dos blocos que este libera abaixo e à sua volta, quando este é removido. O valor representando o “valor liberado” é calculado através da busca do valor total dos blocos numa espécie de “cone voltado pra baixo”, abaixo do bloco sob investigação.

O valor liberado e o valor intrínseco são então combinados numa função matemática para se encontrar o valor buscado à frente – e este será usado para ordenar os blocos do mesmo banco dentro de uma sequência de extração.

Usando este valor buscado à frente para determinar quando um bloco deve ser extraído, pode causar uma mudança considerável na sequência de extração. Um bloco de valor intrínseco baixo pode ser melhor classificado na sequência de extração devido ao valor total que este libera. Isto é o que intuitivamente a equipe de produção realiza quando lavra o minério, ainda que respeitando ao plano estratégico geral. Portanto, uma das consequências desta abordagem matemática é que esta tende a criar maiores grupos de blocos contíguos para a extração e isto é propício para se obter um planejamento eficiente e operacional.

Também, incorporado dentro da sequência está a compreensão de que blocos num banco inferior podem ser extraídos antes de que todos os blocos do banco superior sejam exauridos, caso os blocos inferiores sejam valiosos o suficiente para justificar esta seleção. Consequentemente a sequência de extração contém blocos de múltiplos bancos ao invés de apenas um banco por vez, indicando a lavra nos múltiplos níveis dentro de uma fase – uma vez mais criando grupos de blocos contíguos propiciando a uma lavra eficiente e operacional.

Este processo é repetido para cada banco, em cada fase, até que a cava final seja exaurida. A sequência de extração criada a partir deste método é chamada Sequência Otimizada de Extração (SOE), pois fornece o mais alto VPL possível para a cava final.

Portanto, baseado na sequência Otimizada de extração, foi calculado o Valor Presente Líquido para cada uma das 40 superfícies de cava final. A Figura 19 apresenta um gráfico contendo os resultados de VPL para cada uma das 40 superfícies de cava final, calculadas através do algoritmo de Lerchs e Grossmann. O gráfico também apresenta (a linha em cor azul) o VPL correspondente à superfície de cava final criada a partir dos teores Krigados de cobre.

Figura 19: VPLs resultantes de cada uma das 40 superfícies de cava final, obtidas por L&G.

A distribuição de probabilidade dos Valores Presentes Líquidos gerados a partir das 40 superfícies de cava final, forneceram relevantes informações estatísticas. Em particular, o valor médio e desvio padrão, os quais propiciaram a obtenção de medidas de riscos relacionadas à superfície de cava final obtida com os valores dos teores Krigados de cobre. Esta última definida como referência para os cálculos das medidas de riscos.

Ou seja, usando a média e o desvio padrão dos VPLs das 40 superfícies de cava final, foi possível calcular a probabilidade de alcançar ao menos o VPL definido pela superfície de cava final dos valores de cobre Krigados. Sendo o VPL de

referência obtido igual a US\$ 97.771.985, foi possível calcular o valor da distribuição de probabilidade normal padrão (1):

$$Z = (X - \mu) / \sigma \quad (1)$$

$$Z = (97.771.985 - 105.846.899) / 10.472.996 = -0.771022351$$

Onde 105.846.899, corresponde à média aritmética dos 40 VPLs e 10.472.996 corresponde ao desvio padrão destes valores.

Logo, a probabilidade de alcançar ao menos o VPL de referência foi definido a partir de (2):

$$f(Z) = 1 / \sqrt{2\pi} e^{-Z^2/2} \quad (2), \text{ ou}$$

$$1-\text{NORMSDIST}(-0.771022351) = 77.97\%$$

Onde NORMSDIST (MS Excel) é a função que retorna a distribuição acumulada normal padrão. Este valor pode ser usado como uma medida de probabilidade para alcançar ao menos o VPL determinado através da superfície de cava final de referência, obtida com o uso dos teores de cobre Krigados.

4.3.3 Criação das Cavas Híbridas

A partir da exportação, desde o *software NPV Scheduler*, de cada um dos modelos de blocos contidos para cada uma das 40 superfícies de cavas finais de Lerchs e Grossmann, foi criado o seguinte procedimento, no ambiente do *software Mine2-4D*:

- criação de um único arquivo de modelo de blocos, a partir da adição de todos os 40 arquivos de modelos, cujos blocos estiveram delimitados pelas superfícies de cavas finais Lerchs e Grossmann;

- através da utilização de um campo que identifica espacialmente a posição de cada bloco dentro de um protótipo, foi possível ordenar e contabilizar o número de vezes que dado bloco esteve delimitado pelas superfícies de cavas finais calculadas. Logo o campo COUNT, foi criado contendo valores entre 1 a 40;
- as informações contidas no campo COUNT, foram adicionadas ao modelo de blocos dos recursos geológicos original, que continha entre outros campos os teores simulados pra cobre, novamente utilizando-se do campo de identificação espacial do bloco como referência e controle;
- o conceito de cavas híbridas, baseado na teoria dos conjuntos, foi aplicado e logo geradas 40 superfícies de cavas finais adicionais, denominadas cavas híbridas.

A Figura 20, a seguir, apresenta uma seção vertical Norte/Sul com as interseções das 10 primeiras cavas híbridas geradas, bem como a interseção da superfície de cava final Lerchs e Grossmann encontrada a partir dos teores Krigados de cobre (linha em cor preta).

Figura 20: Seção vertical N/S com as interseções das 10 primeiras cavas híbridas.

A Figura 21 apresenta a mesma seção vertical N/S, desta vez com a interseção do modelo de blocos original dos recursos geológicos, legendado pelo campo COUNT.

Figura 21: Seção vertical N/S com a interseção do modelo de blocos original dos recursos, legendado pelo campo COUNT.

A Figura 22 apresenta uma vista tri-dimensional com o modelo de blocos original dos recursos, legendado pelo campo COUNT.

Figura 22: Vista 3-D com o modelo de blocos original dos recursos, legendado pelo campo COUNT.

Como pode ser observado pelas Figuras 20 e 21, as variâncias dos teores de cobre, expressados pelos 40 modelos simulados, conduz às incertezas com relação à localização da superfície da cava final na porção sul do depósito. A cava híbrida 40 corresponde a superfície de cava interna. Esta pode ser usada como contendo a reserva com mais alto grau de confiança do depósito. A cava híbrida 1 representa a superfície de cava final externa. Esta também expressa alta confiança em relação a que a superfície de cava final Otimizada para a reserva real, não se estenderá além dos seus limites.

4.3.4 Análises Estatísticas/Fluxos de Caixa

As 40 superfícies de cava final Lerchs e Grossmann e também as 40 superfícies de cavas híbridas, foram individualmente avaliadas para cada um dos 40 modelos de simulações dos teores de cobre, resultando num total de 3.200 (80x40) avaliações. Com o intuito de realizar todas as avaliações, foi criado um procedimento automático, no ambiente do *software Mine2-4D*, que substituiu o arquivo de superfície de cava final e o modelo de blocos a ser avaliado, ao final de cada avaliação e além disso, registrava os resultados de cada uma das 3.200 avaliações num arquivo em separado. Parte dos resultados das avaliações estão resumidas pela Tabela 2, a seguir. Na tabela, C-1 é a superfície de cava final LG para a simulação 1, C-2 é a superfície de cava final LG para a simulação 2, etc. H-1 é a superfície de cava Híbrida 1 (que contém qualquer bloco presente em pelo menos uma das 40 cavas finais), H-40 é a superfície de cava Híbrida 40 (que contém somente os blocos presentes em todas as 40 cavas finais).

NOTA: Os valores da tabela estão expressos em milhões de dólares e foram calculados como a soma total do lucro líquido de dada superfície de cava final, calculada a partir de uma função benefício aplicada aos blocos a esta incluídos e relacionados a dada simulação do teor de cobre. Logo para cada bloco, o valor do teor de ouro krigado, o valor do teor de cobre de dada simulação e um peso a este atribuído e calculado a partir da quantidade de vezes que este participou de uma ou

mais superfícies de cava final, além de fatores de recuperação e diluição, foram utilizados para o cálculo de receitas totais.

Tabela 2: Matriz de avaliação econômica das superfícies de cavas finais.

	C-1	C-2	C-3	C-4		C-40	H-1	H-2	H-3	H-4		H-40
SIM1	118.1	104.5	103.3	119.1	...	103.4	115.6	121.3	124.8	115.2	...	101.4
SIM2	115.7	132.3	99.8	101.4	...	110.2	104.5	107.8	112.5	101.4	...	110.7
SIM3	108.2	127.2	115.3	121.2	...	111.4	121.3	125.3	121.3	105.6	...	99.8
SIM4	102.3	114.5	98.8	126.6	...	118.4	110.4	111.1	115.4	112.5	...	95.6
....	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
SIM40	102.6	122.3	102.3	113.2	...	123.5	116.5	118.2	121.3	100.4	...	103.4
MÉDIA	109.7	121.4	104.1	109.8	...	110.4	118.7	115.4	123.2	107.8	...	100.9

A partir dos resultados das avaliações, foi possível selecionar a superfície de cava final que apresentou os melhores resultados econômicos médios. Neste caso, a superfície da cava híbrida 3, que apresentou o melhor desempenho “elástico” médio, para uma combinação da variação dos teores simulados e dos pesos calculados a partir da probabilidade de cada bloco participar da cava final real. Sendo assim, tal superfície de cava final foi selecionada para ser utilizada como referência para as etapas de projeto da mina a céu aberto e também para delimitar o material a ser sequenciado.

Uma vez selecionada a cava final, foi possível extrair todo o material incluído nesta superfície, de maneira que pudéssemos obter os recursos remanescentes para a identificação dos realces lavráveis por método subterrâneo. Além disso, a partir de estudos geomecânicos preliminares, foi estabelecido que uma zona de pilar de proteção entre as lavras a céu aberto e subterrânea, de 20 m em direção radial externa à superfície da cava final selecionada, deveria servir de delimitação aos recursos remanescentes para a mina subterrânea. Logo, todos os blocos inseridos nesta nova superfície foram removidos dos recursos remanescentes.

A partir deste ponto, a metodologia aplicada em cenários que envolvam a lavra simultânea de métodos a céu aberto e subterrâneo num mesmo corpo mineralizado, pode realizar ao mesmo tempo a determinação das envoltórias lavráveis por métodos subterrâneos, como também proceder o sequenciamento da lavra a céu aberto.

4.3.5 Sequenciamento da Lavra a Céu Aberto

A partir dos teores de cobre simulados, foi possível criar novos campos no arquivo de modelo de blocos. Tais campos referem-se a parâmetros e medidas estatísticas necessárias pra que se calcule os índices de risco em cada bloco, relacionados ao teor de cobre de referência, neste caso o teor Krigado de cobre. O procedimento é similar àquele descrito para o cálculo do índice de risco para os VPLs obtidos nas cavas finais LG e comparados ao VPL de referência (item 4.3.1), sendo que desta vez o valor do teor de cobre Krigado para cada bloco foi utilizado como referência. A Figura 23 apresenta o arquivo original de modelo de blocos, em formato de tabela, contendo entre outros campos, MEAN (com as médias aritméticas dos 40 teores de cobre simulados, em cada bloco), ST.DEV (com os desvios padrão em torno das médias, para cada bloco), STDIZE (com os valores normalizados da distribuição dos teores simulados de cobre, de cada bloco) e RISK (com o resultado da medida de risco em alcançar ao menos o valor de teor de cobre de referência, também calculado para cada bloco).

RECORD	ZC (N)	XINC (N)	YINC (N)	ZINC (N)	DENSITY ...	ROCK...	ST.DEV (N)	MEAN (N)	STDIZE (N)	RISK (A8)	SIM1 (N)	SIM2 (N)	SIM3 (N)	SIM4 (N)	SIM5 (N)	SIM6 (N)	SIM7 (N)	SIM8 (N)
13	1855	10	10	10	2.33	2	0.116385	0.0909	0.475147	31.73%	0.0821	0.4191	0.0411	0.1378	0	0.5341	0.0289	0.0878
14	1865	10	10	10	2.33	2	0.06402	0.069585	0.10114	45.97%	0.0178	0.1067	0.0411	0.15	0	0.27	0.027	0.0062
15	1805	10	10	10	2.33	2	0.046695	0.06538	0.01906	49.24%	0.1311	0.0689	0.0911	0.0189	0.0767	0.0211	0.0811	0.0378
16	1815	10	10	10	2.33	2	0.074862	0.06265	-0.137987	55.49%	0.0378	0.0444	0.0367	0.02	0.0233	0.0422	0.0389	0.1144
17	1825	10	10	10	2.33	2	0.056815	0.070328	0.426331	33.49%	0.0289	0.0444	0.0411	0.0933	0.0341	0.2644	0.0456	0.2003
18	1835	10	10	10	2.33	2	0.048741	0.063408	0.178947	42.90%	0.0422	0.03	0.0467	0.0767	0.0906	0.1278	0	0.1484
19	1845	10	10	10	2.33	2	0.041448	0.062707	0.393093	34.71%	0.0856	0.0856	0.0256	0.0955	0.0744	0.1233	0.0744	0.11
20	1855	10	10	10	2.33	2	0.040506	0.048385	0.25959	39.76%	0	0.1	0.0278	0.1156	0.0222	0.0756	0.0711	0.0056
21	1805	10	10	10	2.33	2	0.043843	0.048513	0.043953	48.25%	0	0.0411	0.0289	0.0078	0.0422	0.1288	0.0122	0.1378
22	1815	10	10	10	2.33	2	0.048804	0.043272	0.031514	48.74%	0.0289	0.0322	0.0656	0	0	0.1125	0.0689	0.0856
23	1825	10	10	10	2.33	2	0.105767	0.067657	-0.260544	60.28%	0.0278	0.0422	0.0289	0.0411	0.0244	0.0211	0.01	0.07
24	1835	10	10	10	2.33	2	0.058017	0.06056	0.011893	49.53%	0.0889	0.0233	0.0578	0.0067	0	0.0133	0.0956	0.2237
25	1845	10	10	10	2.33	2	0.086356	0.06573	0.405416	34.26%	0.2165	0.0244	0.03	0.0513	0.0167	0.0011	0.0211	0.5175
26	1855	10	10	10	2.33	2	0.082152	0.08428	0.179544	42.88%	0.1589	0.1372	0.0322	0.0478	0.0844	0.0333	0	0.3709
27	1805	10	10	10	2.33	2	0.083459	0.063755	-0.186379	57.39%	0.0578	0	0.0678	0.0533	0.0578	0.0167	0.0411	0.0095
28	1815	10	10	10	2.33	2	0.040218	0.047907	0.391688	34.76%	0.0779	0.1033	0.0911	0.0956	0.0475	0.0233	0.0567	0.1056
29	1825	10	10	10	2.33	2	0.039692	0.047595	0.55994	28.78%	0.0278	0.0078	0.0468	0.04	0.0311	0.0622	0.1167	0.08
30	1835	10	10	10	2.33	2	0.058569	0.056662	0.06348	47.47%	0.0733	0.0067	0.0153	0.0186	0.0167	0.0456	0.0422	0.2908
31	1845	10	10	10	2.33	2	0.036869	0.054512	0.03385	48.65%	0.0656	0.0868	0.0044	0.0278	0.1	0.0033	0.0163	0.1189
32	1855	10	10	10	2.33	2	0.049928	0.058725	-0.041359	51.65%	0.0789	0.0433	0.0478	0	0.0433	0.0168	0.1121	0.1344
33	1805	10	10	10	2.33	2	0.03489	0.049037	0.272082	39.28%	0.0389	0.06	0.1167	0.0356	0.1356	0.0622	0.0207	0.0578
34	1815	10	10	10	2.33	2	0.068809	0.077402	-0.058452	52.33%	0.2638	0.02	0.0656	0.0156	0.0289	0.0433	0	0.2206
35	1825	10	10	10	2.33	2	0.053439	0.059733	0.463466	32.15%	0.2567	0.04	0.1544	0.0278	0.0228	0.0322	0.1767	0.0844
36	1835	10	10	10	2.33	2	0.095116	0.076857	-0.076191	53.04%	0.0422	0.0656	0.02	0.0822	0.0711	0.0067	0.0256	0.1172
37	1845	10	10	10	2.33	2	0.096919	0.087227	-0.01039	50.41%	0.0314	0.0322	0.0067	0.0758	0.0822	0.0411	0.1767	0.0804
38	1855	10	10	10	2.33	2	0.05612	0.06862	-0.051497	52.05%	0.0911	0.0044	0.0611	0.0156	0.06	0.0344	0.0389	0.1585
39	1805	10	10	10	2.33	2	0.060722	0.062418	0.650379	25.77%	0.0844	0.0744	0.0544	0	0.3384	0.0567	0.0686	0.17
40	1815	10	10	10	2.33	2	0.040794	0.05377	0.383147	35.08%	0.08	0.0789	0.1059	0.0444	0.0844	0.0156	0.0333	0.1837
41	1825	10	10	10	2.33	2	0.048557	0.05417	0.290997	38.55%	0.193	0.0544	0.0211	0.0456	0.0711	0.06	0.02	0.12

Figura 23: Arquivo de modelo de blocos contendo valores de medidas de risco para cada bloco.

O arquivo de modelo de blocos contendo o campo *Risk*, foi usado para a criação do sequenciamento da lavra a céu aberto. Para este estágio, foi utilizada a

técnica de programação dinâmica, embutida no *software NPV Scheduler*. A superfície de cava final, correspondente à cava híbrida 3, foi utilizada para delimitar o material a ser sequenciado.

Foram então importados para o *software NPV Scheduler* o seguintes campos: Densidade; Litologia; Teores de ouro obtidos por Krigagem; O campo MEAN, contendo o valor da média aritmética entre as 40 simulações de teores de cobre; e o campo RISK, com os resultados de medidas de risco em alcançar ao menos o teor de referência, definido para o teor Krigado de cobre. A partir dos campos de produtos (MEAN e AU) e com as mesmas configurações de preços e custos utilizados para os cálculos das superfícies de cava final LG, foi recriado um novo modelo econômico. A superfície da cava híbrida 3 foi definida para delimitar o material a ser sequenciado e logo, calculados o conjunto de fases e sequência Otimizada de extração.

NOTA: É importante ressaltar que o valor do teor Krigado de cobre também poderia ser utilizado como campo a ser importado como produto, para o *software NPV Scheduler*.

Uma vez que a Sequência Otimizada de Extração esteja estabelecida, pode-se iniciar a criação dos avanços operacionais. O objetivo básico é criar uma forma de avanço operacional que alcance algumas metas primárias, como por exemplo, a massa de minério a ser alcançada para cada avanço operacional, assim como uma largura operacional mínima, para acessos de equipamentos de lavra.

Outros parâmetros, os quais podem também ser definidos, incluem restrições de lavra no máximo número de avanços operacionais a serem criados, bem como:

- definição do tamanho mínimo para o “restante” de blocos entre um avanço operacional e a superfície de cava final, os quais precisam ser incluídos num avanço operacional, de modo a evitar que lavra de um avanço operacional posterior não necessite retornar para capturar esta pequena porção de minério;

- definição do grau de “suavização” dos contornos das superfícies de avanços operacionais, com relação às projeções dos ângulos de taludes gerais. Lembrando que uma maior suavização, demandará maior tempo de processamento dos cálculos de projeção de taludes gerais;
- inclusão de áreas do avanço operacional anterior, ou áreas novas.

O *NPV Scheduler* então cria os avanços operacionais através do reordenamento da Sequência Otimizada de Extração, de modo a obter conjuntos de blocos contíguos de minério, para criar uma forma mais operacional de lavra. Os blocos são acumulados em diferentes combinações e estas são comparadas até que uma combinação Otimizada seja alcançada. Este processo já foi “pré-condicionado”, pela maneira a qual a SOE foi criada, com os “valores buscados à frente”, os quais tendem a agrupar o minério em blocos contíguos. Por conta desta abordagem, a criação de diferentes estratégias de avanços operacionais é bastante rápida, enquanto o resto dos blocos e o coeficiente de suavização da projeção das cavas, garantem que o resultado produzirá avanços com acessos, tamanhos e formas operacionais, ao mesmo tempo alcançando critérios de massa de minério.

Uma vez criada a configuração dos avanços operacionais da mina a céu aberto, foi possível configurar os objetivos do sequenciamento da lavra de modo a maximizar o Valor Presente Líquido, enquanto mantivesse sob controle as metas de produção de minério anuais, a relação estéril/minério e o componente de risco, controlado pelo campo *RISK*. A estratégia adotada foi a de reduzir os riscos para os 2 primeiros anos de operação e deixá-lo subir um pouco para os anos remanescentes. O efeito disso está baseado no fato de assegurar certo nível de confiança nos resultados do planejamento estratégico para o início das operações de lavra e permitir que áreas com mais alto risco fossem planejadas para períodos posteriores, onde estas pudessem ter tempo de serem melhor investigadas, por exemplo a partir de campanhas adicionais de sondagem e logo, poder obter maior redução das margens de risco originalmente projetadas, antes que possam ser realmente lavradas.

A Figura 24 apresenta as configurações das metas de controle utilizadas no sequenciamento da lavra. A Figura 25 apresenta um gráfico com o resultado do sequenciamento obtido.

Define Target (Risk)

Label: Risk ☐ Rate per Year ☒ Ratio

Target variable definition	Numerator	Denominator
Rock		
Oxide-Mill		1
Oxide-Leach		1
Sulfide-Leach		1
Oxide-Mill-MEAN		
Oxide-Leach-MEAN		
Sulfide-Leach-MEAN		
Oxide-Mill-RISK	100	
Oxide-Leach-RISK	100	
Sulfide-Leach-RISK	100	
Oxide-Mill-MEAN R		
Oxide-Leach-MEAN R		
Sulfide-Leach-MEAN R		

Display

End Time	Target	Minimum	Maximum
1 2	25.0000	25.0000	35.0000
2 100	35.0000	35.0000	45.0000
3			
4			
5			

OK Cancel

Define Target (Strip)

Label: Strip ☐ Rate per Year ☒ Ratio

Target variable definition	Numerator	Denominator
Rock	1	
Oxide-Mill	-1	1
Oxide-Leach	-1	1
Sulfide-Leach	-1	1
Oxide-Mill-MEAN		
Oxide-Leach-MEAN		
Sulfide-Leach-MEAN		
Oxide-Mill-RISK		
Oxide-Leach-RISK		
Sulfide-Leach-RISK		
Oxide-Mill-MEAN R		
Oxide-Leach-MEAN R		
Sulfide-Leach-MEAN R		

Display

End Time	Target	Minimum	Maximum
1 3	6.0000	5.0000	7.0000
2 6	2.0000	2.0000	4.0000
3 100	0.8000	0.5000	1.0000
4			
5			

OK Cancel

Figura 24: Configuração das variáveis de controle do sequenciamento de lavra.

Figura 25: Resultado do sequenciamento de lavra da mina a céu aberto.

4.4 PLANEJAMENTO DA MINA SUBTERRÂNEA

4.4.1 Determinação dos Recursos Lavráveis das Minas Subterrâneas

Os recursos geológicos remanescentes, obtidos através da exclusão dos blocos calculados a serem lavrados a céu aberto e também pelas zonas de pilares de proteção, foram utilizados como dados de entrada para a técnica heurística dos realces flutuantes. Logo, para cada um dos 40 modelos de teores de cobre simulados, foram criados 40 conjuntos de envoltórias, representando as envoltórias dos recursos lavráveis que servirão de orientação para os projetos de realces da mina subterrânea.

Tomando-se em consideração a necessidade de utilizar um método de lavra subterrânea que possa produzir grandes volumes, para que possa tornar viável um depósito de cobre e ouro disseminados com baixos teores, foi selecionado o método de realces abertos por subníveis. A unidade mínima de lavra (UML), definida como aquela com as menores dimensões operacionais e econômicas de lavra, foi dimensionada como sendo $30 \times 50 \times 50 \text{ m}^3$ (nas direções X, Y e Z, respectivamente). Portanto, para cada modelo de teor de cobre simulado, um conjunto de envoltórias definindo os recursos lavráveis a partir destas dimensões mínimas de lavra e que alcançaram um valor econômico mínimo estipulado, foi gerado. Totalizando 40 conjuntos de envoltórias.

A Figura 26, apresenta um gráfico contendo os valores das tonelagens alcançadas para os 10 primeiros conjuntos de envoltórias, obtidas através da técnica dos realces flutuantes, e referentes às 10 primeiras simulações dos teores de cobre.

Figura 26: Tonelagens resultantes dos 10 primeiros conjuntos de envoltórias lavráveis.

É importante ressaltar que uma abordagem iterativa deva ser procedida, de modo a refinar os resultados da técnica de realces flutuantes. Isto significa que uma primeira obtenção dos resultados irá localizar as envoltórias (realces) que são econômicos a partir de algum custo mínimo inicialmente configurado. Uma vez que tais envoltórias forem definidas, os custos de capital, acessos e desenvolvimento, para cada envelope, podem ser melhor detalhados e os modelos econômicos recalculados. O novo valor econômico mínimo pode ser definido e então o reprocessamento da técnica de realces flutuantes determinará se estas envoltórias continuarão econômicas.

As etapas seguintes estiveram relacionadas à criação das envoltórias híbridas, logo, a utilização dos 40 conjuntos de envoltórias geradas pela técnica de realces flutuantes e mais os 40 conjuntos de envoltórias geradas pela teoria de conjuntos (a partir dos mesmos conceitos usados na técnica de criação das cavas híbridas) e a criação da matriz de avaliação, com os 80 conjuntos de envoltórias sendo avaliados para cada um dos 40 modelos geológicos simulados. Uma vez que estes procedimentos já foram descritos e são realizados da mesma maneira que apresentados nos itens 4.3.3 e 4.3.4, estes foram considerados não necessários a serem re-descritos para a seleção do conjunto de envoltórias que entregou o mais alto valor econômico médio. Sendo assim, o conjunto de envoltórias criado pela

técnica de realces flutuantes e relacionado à simulação 2 dos teores de cobre, foi selecionado.

A Figura 27, apresenta uma seção vertical Norte/Sul contendo as interseções da cava final selecionada (cava híbrida 3), do conjunto de envoltórias selecionado (run2) e do modelo de blocos dos recursos com os teores simulados de cobre.

Figura 27: Seção vertical com o modelo de blocos original legendado para cobre e mostrando as interseções da cava e do conjunto de envoltórias selecionado.

4.4.2 Sequenciamento da Lavra Subterrânea

Depois de selecionar qual conjunto de envoltórias que melhor representa a maximização das oportunidades para determinar os recursos lavráveis por mina subterrânea, procede-se à etapa de ordenamento das envoltórias. Nesta etapa, determina-se a melhor sequência de lavra das envoltórias para maximizar o valor econômico acumulado e tal como feito no sequenciamento da lavra a céu aberto, controla-se o nível de risco de forma a obter-se menores índices para os primeiros 2 anos de operação e posterga-se índices maiores para períodos posteriores, também buscando ganhar tempo para reduzir estes índices a partir de novas campanhas de

sondagem. Terminado o sequenciamento, é possível gerar as unidades de lavra correspondentes às atividades dos realces, contendo como atributos os horizontes de sequenciamento matemático definidos pela técnica heurística utilizada acima.

A Figura 28, apresenta uma vista 3-D ilustrando o resultado da sequência das envoltórias, apontando a relação entre atividades predecessoras e sucessoras, obtidas pela técnica de sequenciamento. Estas informações serão consideradas quando do sequenciamento final, combinando atividades de lavra a céu aberto e subterrânea através da interface PERT-GANTT.

Figura 28: Vista 3-D mostrando as envoltórias lavráveis e respectivas relações entre atividades predecessoras e sucessoras.

4.5 SEQUENCIAMENTO COMBINADO DA LAVRA

O sequenciamento combinado, compreendendo os avanços operacionais das minas a céu aberto e subterrâneas, foi determinado através de uma combinação entre análises quantitativas (orientações obtidas por algoritmos matemáticos) e análises qualitativas, ambas convergidas para uma interface PERT-GANTT. A abordagem utilizada para converter elementos de projetos (avanços operacionais da mina a céu aberto e as envoltórias da mina subterrânea) em atividades, para que pudessem ingressar na interface PERT-GANTT, foi baseada na decomposição dos elementos de projetos. Isto permitiu discretizar e preparar os dados dos projetos em unidades de atividades, transferindo todas as informações relacionadas a propriedades de lavra (teores, tonelagens, metros, volumes, áreas, medidas de riscos, entre outros) e atributos (identificação de cada atividade, convenção de nomes, sequenciamento, bancos, níveis, zonas, entre outros) para a interface PERT-GANTT. As análises qualitativas puderam então tomar parte, com o intuito de refinar o sequenciamento, a partir da adição de mais restrições operacionais. Além disso, a aplicação e nivelamento de recursos (equipamentos e mão de obra) e a possibilidade de investigar cenários alternativos, ampliam o leque de opções para uma tomada de decisão melhor suportada, garantindo a necessária flexibilidade e mais acuracidade ao sequenciamento final.

A Figura 29, a seguir, apresenta uma vista em planta relacionando os elementos de projetos da mina a céu aberto e respectivas atividades representadas na interface PERT-GANTT. É importante notar a identificação individual e única de cada elemento de projeto/atividade. Isto se faz necessário para que se possa correlacionar elementos de projetos e atividades.

Figura 29: Vista em planta mostrando a relação entre avanços operacionais da mina a céu aberto e as correspondentes atividades na interface PERT-GANTT.

A Figura 30, apresenta uma vista 3-D com os elementos de projetos da mina a céu aberto e da mina subterrânea, coloridos de acordo a períodos mensais, obtidos após o sequenciamento combinado da interface PERT-GANTT.

Figura 30: Vista 3-D mostrando elementos de projetos da mina a céu aberto e da mina subterrânea coloridos por períodos mensais

A Figura 31, apresenta o sequenciamento final combinado, com a relação de todas as atividades e relatórios correspondentes, a partir da interface PERT-GANTT. É importante observar que os elementos de riscos foram considerados na estratégia de maximização do valor presente líquido do sequenciamento combinado.

Figura 31: Sequenciamento final combinado, mostrando a relação de atividades, os gráficos GANTT e respectivos relatórios mensais por períodos anuais

5. DISCUSSÃO

Considerando que os limites de lavra entregues pelas superfícies de cava final e/ou conjunto de envoltórias de minas subterrâneas, serão influenciados por fatores externos e que muitas vezes não são modelados nas ferramentas de otimização utilizadas para os seus cálculos (por exemplo, processos e modelos de decisão baseados na teoria de opções reais), consequentemente, somente um sequenciamento abrangente e detalhado da lavra pode confirmar e tornar mais realístico os resultados estratégicos projetados. Na verdade, o sequenciamento da lavra compreende os mais importantes produtos do planejamento estratégico. Não é por coincidência que a presente metodologia esforça-se para criar limites de superfícies de cava final e de conjunto de envoltórias de minas subterrâneas, “elásticos”, no sentido de comportar elementos de riscos e incertezas geológicas e ainda selecionar tais limites a partir dos mais altos valores presentes líquidos médios obtidos, buscando oferecer produtos que maximizem as oportunidade de sucesso do projeto, sem desconsiderar medidas de riscos e incertezas, que devem ser melhor administradas e controladas no sequenciamento final da lavra.

De modo a assegurar uma conjunção adequada entre os métodos quantitativos e qualitativos, a metodologia proposta utilizou-se de interfaces PERT-GANTT. A partir desta técnica, foi possível incorporar os elementos de incertezas e riscos, calculados e ingressados desde o momento da criação dos diversos modelos dos recursos geológicos, com o intuito de melhor assegurar os resultados projetados nos fluxos de caixa derivados. Foi também possível combinar os elementos e atividades oriundas de métodos de lavra tão distintos, como as lavras a céu aberto e subterrâneas, como também refinar os resultados orientados matematicamente, de modo a possibilitar que fossem efetivamente operacionais nos planos de produção anuais.

De maneira específica, a condução e o desenvolvimento da metodologia de planejamento estratégico de lavra estudada, revelou importantes características durante o processo de criação e adequação desta, com relação à premissa de

conversão de recursos em reservas minerais, segundo o código internacional do CIM. A seguir serão apresentadas as principais observações derivadas deste processo.

- **Necessidade da utilização de modelos condicionalmente simulados:**

Uma vez que os principais atributos dos modelos baseados em métodos de estimativas, utilizam o conceito da determinação de um valor médio para representar um modelo real e tendo-se em conta que a quantidade de informações sobre dados de entrada, tais como os recursos geológicos, ou modelos econométricos, é frequentemente limitada, estes não são capazes de reproduzir a variabilidade espacial de teores, ou temporal dos preços e custos operacionais, existentes numa operação de mina real. Consequentemente, projetos de lavra estratégicos baseados em modelos determinísticos, não refletem medidas de incertezas, que podem estar associadas aos modelos que servirão de parâmetro no processo decisório da lavra, podendo trazer consequências indesejáveis e imprevisíveis, ao projeto.

- **Medidas quantitativas de riscos e incertezas transferidas ao processo de planejamento estratégico da lavra:** Os diversos modelos simulados, na etapa anterior, devem ingressar nos processos de otimização matemática para os procedimentos de cálculos das diversas superfícies de cavas finais e envoltórias dos realces, sendo obtida uma superfície de cava, ou uma envoltória de realce, para cada modelo condicionalmente simulado. A partir de análises estatísticas dos produtos originados deste processo (superfícies, ou envoltórias), são calculados os índices de riscos e incertezas, que servirão de parâmetro de referência e controle para o sequenciamento matemático da lavra. Normalmente se antecipa a lavra dos blocos que apresentem menores índices de risco e se posterga a lavra de blocos com valores de risco mais altos. Logo, são selecionados os cenários que maximizam o fluxo de caixa descontado, tomando-se em conta um determinado índice de risco pré-estabelecido. Tal abordagem é significativamente distinta daquelas avaliações de projetos tradicionais, onde

são ignorados os aspectos de incertezas geológicas e econômicas e em que seus processos não compreendem a inserção e processamento de múltiplos modelos e cenários equi-prováveis.

- **Flexibilidade para adaptar-se a distintas condições e situações:**

Modelos de otimização matemática, como por exemplo programação inteira mista, ou programação linear, possuem a flexibilidade necessária para considerar a utilização de processadores múltiplos de minério (ex: moagem e lixiviação), como também a utilização de múltiplos elementos (teores, litologias, destinos, entre outros), durante o processo de otimização. Esta flexibilidade dos modelos de programação matemática, pode permitir um resultado do sequenciamento da produção com valores presentes líquidos mais altos, quando comparado ao sequenciamento obtido por métodos tradicionais, que não estão baseados em técnicas de programação matemática. Entretanto, fórmulas de programação inteira mista para sequenciamento da produção, requerem a criação de muitas variáveis binárias, as quais fazem com que modelos baseados neste tipo de técnica, tornem-se muito difíceis, ou impossíveis, de serem resolvidos em operações reais de minas. Sendo assim, devem ser adotadas técnicas que possam simplificar o problema.

De um modo geral, o processo de criação da presente metodologia de planejamento estratégico de lavra, compreende e concebe as demandas e premissas aqui apresentadas e esforça-se em concentrar e integrar as várias etapas que o compõe. Busca então culminar num sequenciamento global da produção, que contenha aspectos e resultados efetivamente operacionais, possuindo o critério de maximizar o benefício econômico do empreendimento, mas acima de tudo, controlado por medidas de incertezas e riscos pré-estabelecidas. Parte do princípio que, somente após determinado o sequenciamento global da produção, idealmente abrangente e criteriosamente desenvolvido, deverão ser apresentadas e analisadas as opções de aprovar, prosseguir, paralizar, ou declinar com os investimentos a serem aplicados ao empreendimento de mineração estudado.

A Figura 32, a seguir, busca enfatizar a aplicação de uma premissa significativa na presente metodologia, em que se evidencia a necessidade da estimativa da incerteza, associada por exemplo ao inventário de reservas de um dado empreendimento. Deste modo, pode-se aumentar consideravelmente as chances de se incluir o quantitativo real de reservas, ainda que desconhecido, nos modelos condicionalmente simulados, consequentemente, permitindo que o processo decisório, sobre o empreendimento em questão, esteja amparado em critérios mais adequados e seguros.

Figura 32: Representações gráficas das distribuições normais dos inventários de reservas obtidos a partir dos diversos modelos condicionalmente simulados e mais o seu quantitativo real.

6. CONCLUSÕES

Após as análises finais dos resultados apresentados por este trabalho, pode-se concluir que:

- A metodologia multi-estagiada de planejamento estratégico de lavra, desenvolvida ao longo da presente pesquisa, permite a conversão de recursos em reservas minerais, visando a maximização do valor do empreendimento de mineração, sem desconsiderar as principais incertezas e riscos, presentes ao longo de todo o seu desenvolvimento.
- Praticamente como um “efeito colateral” do objetivo principal, a metodologia oferece subsídios para que um Profissional Qualificado possa concluir um estudo de viabilidade econômica preliminar e deste modo, ateste que todo, ou parte do recurso seja convertido em reserva mineral.
- A partir da utilização de modelos condicionalmente simulados, como principais dados de entrada, a metodologia emprega técnicas capazes de lidar com propriedades probabilísticas e estas, cumprindo o papel de agentes de transferência, determinam, processam e incorporam medidas de riscos aos seus estágios subsequentes.
- As técnicas foram selecionadas, estruturadas e logo, relacionadas de uma maneira que pudessem processar dados e estratégias de planejamento de lavra distintos, permitindo por exemplo, uma junção entre projetos de minas a céu aberto e subterrânea.
- O sequenciamento final da lavra, obtido a partir de uma interface PERT-GANTT, converge os resultados das técnicas quantitativas, orientadas a maximizar os benefícios econômicos do empreendimento, a partir de estratégias previamente adotadas e controladas por restrições diversas, com a participação de análises qualitativas, de modo a validar, ajustar e refinar os resultados do sequenciamento global. De uma maneira geral, busca-se

antecipar a lavra de blocos com valores econômicos mais altos e que contenham índices de risco menores e então, postergar a lavra de blocos com índices de risco mais altos, para que posteriormente possam ser alvo de maior investigação e logo, reduzir seus intervalos de variação e consequentemente, de riscos, para que então sejam lavrados.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Achireko, P.K.; **Application of Modified Conditional Simulation and Artificial Neural Networks to Open Pit Optimization.** *In: A thesis submitted to the Faculty of Engineering at Dalhousie University Daltech, 1998.*
- Alford, C.; **Optimization in underground mine design.** *In: Proceedings APCOM, 1995.*
- Armstrong, M.; and Dowd, P.A.; **Geostatistical Simulations.** *In: Proceedings of the Geostatistical Simulation Workshop, Fontainebleau, France, 1993.*
- Beasley, J. E.; **Advances in Linear and Integer Programming.** *In: Oxford University press, 1996.*
- Bellman, R.; **A Mathematical Theory of Adaptive Control Process.** *In: Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, Vol. 45, N.08, 1959.*
- Brunt, B.H.V.; Rossi, M.E.; **Mine Planning Under Uncertainty Constraints.** *In: Strategic Mining Planning Conference, Perth, Australia, pg. 181-196, 1999.*
- Chandler, A.; **Strategy and Structure.** *In: MIT Press. Cambridge MA, 1962.*
- Chilès, J.P.; and Delfiner, P.; **Modeling Spatial Uncertainty.** *In: Geostatistics, J. Wiley & Sons ed., 695 pp, 1999.*
- Chinneck, J.W.; **Practical Optimization: A Gentle Introduction.** *In: <http://www.sce.carleton.ca/faculty/Chinneck/po.html>, 2003.*
- CIM; **CIM Definitions Standards on Mineral Resources and Mineral Reserves** *In: CIM Standing Committee on Reserve Definitions, 2004.*
- Coombes, J.; G. Thomas; I. Glacken e; Snowden, V.; **Conditional Simulation - Which Method for Mining?** *In: Geostats 2000, Cape Town, 2000.*
- Costa, J.F.; Zingano, A.C. & Koppe, J.C.; **Simulation – An Approach to Risk Analysis in Coal Mining.** *In: Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum (CIM), 2000.*

- Crawford, G.; **Mine Optimization and Operations Research.** *In: Pincock Perspectives Article, 2003.*
- Dessurealt, S.; Scoble, M.J. **Capital Investment Appraisal for the Integration of New Technology into Mining Systems.** *In: Trans. Instn Min. Metall. (Sect.A: Min. technol.), 109, 2000.*
- Deutsch, C. V.; Journel, A. G.; **GSLIB Geostatistical software and users guide.** *Oxford University Press, New York, 1998.*
- Dijkstra, E. W.; **A Note on two Problems in Connection with Graphs.** *Numerische Mathematik 2, 83-89 pg, 1959.*
- Dimitrakopoulos, R., Farrelly, C.T. & Godoy, M.; **Moving Forward from Traditional Optimization.** *In: The Institution of Mining and Metallurgy, 2002.*
- Filho, E.R.; **Princípios Econômicos na Mineração.** *In: Revista Minérios & Minerales, Ed. 249, Jun 2000.*
- Gambin, F.; **Aperfeiçoamento da estratégia de homogeneização de minério utilizando simulação geoestatística.** *In: Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, Porto Alegre, 2003.*
- Gantt, H.L.; **Work, Wages, and Profits.** *In: Hive Publishing Company, Easton, Pennsylvania, 1974.*
- Girodo, A.C.; **Curso de Estatística Aplicada.** *In: Notas de Curso, 2003.*
- Glacken, I.M.; Noppé, M.; & Titley, M.; **Mining Bench Height Evaluation for the Wallaby Resource – A Conditional Simulation Case Study.** *In: 4th International Mining Geology Conference, Coolum, Qld, 2000.*
- Godoy, M; Dimitrakopoulos, R.; **A Multi-Stage Approach to Profitable Risk Management for Strategic Planning in Open Pit Mines.** *Orebody Modelling and Strategic Mine Planning, Perth, 2004. Pgs 339-345.*
- Goovaerts, P.; **Impact of the simulation Algorithm, Magnitude of Ergodic Fluctuations and Number of Realizations on the Spaces of Uncertainty of Flow Properties.** *In: Stanford, Stanford University, 1998.*
- Goodwin, G.C.; Seron, M.M.; Middleton, R.H.; Zhang, M.; Hennessy, B. F.; Stone, P.M.; Menabde, M.; **Receding Horizon Control Applied to Optimal Mining Planning.** *In: Centre for Complex Dynamic Systems and Control, School of Electrical Engineering and Computer Science, The University of Newcastle, Callaghan, Australia, 2006.*

- Hall, G.; **Multi-Mine Better than Multiple Mines.** *In: Orebody Modelling and Strategical Mining Planning, Perth, Australia, 2004.*
- Hambrick, D.C.; **Operationalizing the Concept of Business-Level Strategy in Research.** *In: Academy of Management Review, Vol. 5, number 4, Pg. 567-575; 1980.*
- Hanson, N.; **Introduction to Pit Optimization.** *Whittle Programming Pty Ltd, 1994.*
- Hartman, H. L.; **Pit Planning and Design.** *In: Mining Engineering - Introductory, John Wiley & Sons, ed., Chapter 5.2, 1987, the University of Alabama, Tuscaloosa, Alabama, pp. 154-159.*
- Jerez, R.; Featherstone, R. & Scheepers, L.; **Strategic Planning Model using Mathematical Programming Techniques.** *In: Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum (CIM), 2003.*
- Journel, A. G.; **Geoestistics for Conditional Simulation of Orebodies.** *In: Economic Geology, n. 69, pgs. 673-680, 1974.*
- Kazakidis, V.N.; Scoble, M.; **Planning for Flexibility in Underground Mine Production Systems.** *In: Mining Engineering magazine 55 Number 8, 2003.*
- Kazakidis, V.N.; Mayer, Z.; and Scoble, M.; **Decision Making using Analytic Hierarchy Process in Mining Engineering.** *In: Mining Technology magazine vol. 113, 2004.*
- Khalokakaie, R.; Dowd, P.A.; Fowell, R.J.; **Lerchs–Grossmann algorithm with variable slope angles.** *In: Mining Technology, IMM Transactions section A, Volume 109, Number 2, 2000.*
- Lacourt, R; e DeTomi, G.; **O Método de Otimização por Realces Flutuantes,** *In: Anais do 6º Seminário de Informática na Mineração, IBRAM, pp. 262-271, Brazil, 1996.*
- Lane, K.; **Optimizaton: Is the Best?.** *In: Proceedings of the Conference Strategic Mining Planning. Whittle Programming, Austrália, 1999.*
- Lerchs, H. & Grossman. I.F.; **Optimum Design Of Open Pit Mines,** *Trans Can Inst Min Metall, 633: 47-54, Cimm, 1965.*
- Menabde, M.; Froyland, G.; Stone, P.; Yeates, G.; **Mining Schedule Optimisation for Conditionally Simulated Orebodies,** *In: Orebody Modelling and Strategic Mine Planning, Perth, 2004.*

- Meyer, M.; **Applying Linear Programming to the Design of Ultimate Pit Limits.** *In: Management Science, Volume 16, N.2, 1969.*
- Mohnot, J.K.; Singh, U.K.; Dube, A.K.; **Formulation of a Model for Determining the Optimum Investment, Operating Cost and Mine Life to Achieve Planned Profitability.** *In: The Institution of Mining and Metallurgy, London, UK, 2001, A129-A132.*
- Myers, D. E.; **Choosing and Using Simulation Algorithms.** *In: Spatial Accuracy Assessment in Natural Resources and Environmental Sciences, Fort Collins, U.S. Department of Agriculture, 1996.*
- Nicolau, I.; **O Conceito da Estratégia.** *In: Instituto para o Desenvolvimento da Gestão Empresarial. Lisboa, Portugal; Set/2001.*
- Nilsson, D.; **Surface vs. Underground Methods.** *In: Mining Engineering Handbook, Vol. 2, H. L. Hartman, ed., Chapter 23.2, 2nd Edition, 1992, Society of Mining, Metallurgy and Exploration, Littleton, CO, pp. 2058-2069.*
- Nocedal, J.; Wright, S.J.; **Numerical Optimization.** *In: <http://www.answers.com/topic/optimization-2>, 2006.*
- Noronha, R.A.; Gripp, A.H.; **Definição e Seleção de Projeto de Cava Final em Minério de Ferro.** *In: Brasil Mining Site, <http://www.brasilminingsite.com.br>, 2001.*
- Olea, R. A.; **Geostatistics for engineers and earth scientists.** *In: Kluwer Massachusetts: Academic Publishers, Norwell, 1999.*
- Pana, M. T.; Davey, R.K.; **Pit Planning and Design.** *In: SME Mining Engineering Handbook, A. B. Cummins and I. Given, ed., AIME, New York, pp. 17.1-17.19, 1973.*
- Peroni, R.L.; **Análise da Sensibilidade do Modelo Geológico no Planejamento de Lavra.** *In: Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, 2001.*
- Potvin, Y.; **Strategic versus Tactical Approaches in Mining.** *In: Australian Centre for Geomechanics – International Seminar, Perth, Australia, 2006.*
- Proulx, A; Tavchandjian, O.; Aubut, A.; **Conditional Simulation as an Effective Tool for Long Range Mine Planning: Application to an Underground Nickel-Sulfide Deposit.** *In: SME Annual Meeting, Denver, Colorado, USA, 2004.*

- Ramazan, S; Dagdalen, K.; Jonhson, T.B.; **Fundamental Tree Algorithm in Optimising Production Scheduling for Open Pit Mine Design.** *In: Mining Techonology, Vol. 114, 2005.*
- Ravenscroft, P.; **Conditional Simulation for Mining: Practical Implementation in a Industrial Environment.** *In: Geostatistical Simulations, Fontainebleu, Kluwer Academic Publishers, 1993.*
- Rossi, M.E.; Brunt, B.H.V.; **Optimizing Conditionally Simulated Orebodies with Whittle 4D.** *In: Optimizing with Whittle Conference, Perth, Australia, pg. 119-128, 1997.*
- Senhorinho, N.C.S.; **Otimização de Cava em Minas de Calcário para Cimento.** *In: Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil, 2001.*
- Sevim; Hasan.; **The Problem of Production Planning in Open Pit Mines.** *In: INFOR, 1998.*
- Shimizu; T.; **Pesquisa Operacional em Engenharia, Economia e Administração: Modelos Básicos e Métodos Computacionais.** *In: Ed. Guanabara Dois, 1984.*
- Shinobe, A.; **Economics of Underground Conversion.** *In: thesis submitted to the Faculty of Graduate Studies and Research in fulfillment of requirements for the Degree of Master of Engineering, McGill University, Montreal, Canada, 1997.*
- Silva, A.C.M; **Investigação Operacional – Programação Dinâmica.** *In: Texto Revisto para o Ano Letivo 2002-2003, 2002.*
- Silva, R. S.; **Aplicação de Tecnologia Wireless para Controle de Qualidade do Planejamento de Lavra Incorporando a Incerteza Geológica.** *In: Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil, 2006.*
- Souza, P.A.; **A dimensão ambiental no planejamento da mineração – um enfoque empresarial.** *In: BAHIA ANÁLISE & DADOS , SEI v.10 n.4 p.280-305, 2001.*
- Steffen, O.; **Planning of Open Pit Mines.** *In: Australian Centre for Geomechanics, CSIRO, Curtin University and University of Western Australia, Austrália, 2005.*
- Thomas, G.S.; **Optimisation of Mine Production Scheduling: The State of the Art.** *In Csiro Exploration and Mining, Csiro, Austrália, 1998.*

- Tolwinski B.; **Scheduling Production for Open Pit Mines.** *In: Proceedings Of Apcom, Londres, Inglaterra, 1998.*
- Tolwinski, B.; Underwood, R.; **An Algorithm to Estimate the Optimal Evolution of an Open Pit Mine,** *23rd Apcom Proceedings, Londres, 1998.*
- Tulp, T.; **Multiple Orebody Systems.** *In: Proceedings Optimising with Whittle Conference, Perth, Australia, 1997.*
- Whittle, D; **Multi-pit scheduling in Four-X.** *In: Whittle Programming. Internal document published on user group list server, 2001*
- Whittle D.; Bozorgebrahimi, A.; **Linking Conditional Simulation and Lerchs-Grossmann Through Set Theory.** *In: Orebody Modelling and Strategic Mine Planning, 2004.*
- Whittle, G.; **Global Asset Optimisation.** *In: Orebody Modelling and Strategic Mine Planning, 2004.*
- Whittle, J.; **Open Pit Optimization.** *In: Surface mining, B. A. Kennedy, ed., Chapter 5.3 2nd Edition, 1990, Society of Mining, Metallurgy and Exploration, Littleton, CO, pp. 470-475.*