ODAIR ALVES DE LIMA

SUSPENSÃO DE PARTÍCULAS GROSSAS EM CÉLULAS MECÂNICAS
DE FLOTAÇÃO

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção
do Título de Doutor em Engenharia.

São Paulo
2009

ODAIR ALVES DE LIMA

SUSPENSÃO DE PARTÍCULAS GROSSAS EM CÉLULAS MECÂNICAS DE FLOTAÇÃO

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção
do Título de Doutor em Engenharia.

Área de concentração:
Engenharia Mineral

Orientador:
Prof. Dr. Laurindo de Salles Leal Filho

São Paulo
2009

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 14 de julho de 2009.

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

FICHA CATALOGRÁFICA

Lima, Odair Alves de

**Suspensão de partículas grossas em células mecânicas de flotação / O.A. de Lima. – ed.rev. -- São Paulo, 2009.
230 p.**

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo.

1.Hidrodinâmica 2.Agitação de líquidos 3.Flotação de minérios 4.Fosfatos I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo II.t.

À minha família, especialmente a minha Mãe, dona Maria,
por seu amor, carinho e dedicação.

AGRADECIMENTOS

O autor gostaria de expressar seus sinceros agradecimentos:

Ao Prof. Dr. Laurindo de Salles Leal Filho, pela orientação do trabalho e discussão apurada dos resultados, sempre analisando os resultados sob o prisma das condições normalmente encontradas nos circuitos industriais de flotação no Brasil.

Ao Centro Tecnológico de Hidráulica – CTH, na pessoa do Eng. Flávio Spínola Barbosa, pelo empréstimo de equipamentos, sem os quais boa parte desta pesquisa estaria comprometida, e pela consultoria técnica, elucidando dúvidas operacionais e interpretativa dos resultados.

Ao Centro de Tecnologia de Processos da Metso Minerals (Austrália), representados pelo Dr. Walter Valery e pela Dr^a. Kym Runge, por autorizarem a publicação, nesta tese, de resultados experimentais realizados em célula piloto Metso RCSTM de 3m³.

À prof. Dr^a. Gisela Tunes, pelo auxílio na análise estatística dos resultados experimentais.

À CAPES, à FDTE e à FUSP pelo suporte financeiro, em períodos distintos, durante a realização deste trabalho.

À Ivani Villanova pelo auxílio na preparação das amostras minerais.

Ao grupo do LFQI: Marisa, Thiago, Célio, Ricardo, Daniela, Paulo, Adriana e Kelly pelo convívio harmonioso e saudável.

À Maria Cristina Martinez Bonésio, bibliotecária do PMI, pela cordialidade e pelo auxílio na correção da lista de referências deste trabalho.

À Projete Liberdade Capoeira, por me proporcionar momentos de grande descontração e reflexão, e também pela oportunidade de conhecer pessoas que jamais esquecerei.

Aos amigos que descobri durante esse período: Henrique, Gustavo, Laura, Vinícius, Gus, Mari, Catarina e Andréia, que, mesmo que sem perceberem, foram fundamentais para conclusão deste trabalho.

A minha companheira e amiga Juliana (Ju), que esteve ao meu lado durante boa parte desta jornada, sempre com muito amor e carinho.

A minha família, minha mãe, meus irmãos e irmãs, que sempre me apoiaram incondicionalmente nessa busca incessante do conhecimento.

Obrigado!

*Wir müssen wissen
Wir werden wissen*

*Nós precisamos saber
Nós vamos saber*

(David Hilbert, 1862-1943)

RESUMO

Várias tentativas de correlacionar o tamanho da partícula e a resposta da flotação nas maiores usinas do Brasil (usinas de minério de ferro e fosfato) têm mostrado que partículas grossas ($d_p \geq 100 \mu\text{m}$) não flutam eficientemente. Uma vez que a suspensão de sólidos é uma condição necessária para a coleta de partículas, o estudo da suspensão de partículas grossas em células de flotação é totalmente justificado e constitui o objetivo desta tese. Neste trabalho, a suspensão de sólidos foi estudada em célula Denver e Wemco de laboratório (6 L) com os minerais apatita, quartzo e hematita, classificados como grossos ($d_p \geq 100 \mu\text{m}$). Estudo complementar foi realizado em célula piloto Metso (3000 L), no processamento de minério de Ni, no oeste australiano. A circulação de fluido nas células Denver e Wemco foi caracterizada pelo número de bombeamento do impelidor (N_Q) e pela velocidade da água (v_b), medida na descarga do impelidor, numa faixa de operação normalmente utilizada nos ensaios de flotação ($900\text{rpm} \leq N \leq 1300\text{rpm}$). Para condições não-aeradas, $N_Q = 0,043$ e $12,7\text{cm/s} \leq v_b \leq 18,3\text{cm/s}$ para célula Denver, e $N_Q = 0,57$ e $15,0\text{cm/s} \leq v_b \leq 21,8\text{cm/s}$, para Wemco. Em condições aeradas ($0,05\text{cm/s} \leq J_G \leq 0,15\text{cm/s}$ para Denver e $0,52\text{cm/s} \leq J_G \leq 0,95\text{cm/s}$ para Wemco), assim como nas bombas centrífugas, a capacidade de bombeamento do impelidor diminui consideravelmente: $0,028 \leq N_Q \leq 0,038$ e $8,4\text{cm/s} \leq v_b \leq 17,3\text{cm/s}$ para Denver e $0,42 \leq N_Q \leq 0,53$ e $11,6\text{cm/s} \leq v_b \leq 19,8\text{cm/s}$ para Wemco. Medidas obtidas com um transdutor de pressão, colocado próximo da região rotor/estator (células Denver e Wemco) ilustraram a capacidade dos impelidores de gerarem turbulência em células mecânicas de flotação. A rotação mínima do impelidor (N_{js}) em que nenhuma partícula permanece no fundo do tanque por mais do que 1 segundo (Critério 1-s de Zwietering) foi determinada para ambas as células (Denver e Wemco), em condições aeradas (N_{jsG}) e não-aeradas (N_{jsU}). Um modelo empírico foi utilizado para relacionar a rotação crítica de suspensão (N_{js}) com as propriedades sólido (diâmetro- d_p , massa específica- ρ_s)-líquido (massa específica- ρ_L ; concentração mássica de sólidos- X , viscosidade- ν)-gás (J_G). Os resultados indicaram a influência dessas variáveis no valor de N_{js} , de acordo com o expoente de cada termo: $(\Delta\rho/\rho_L)^{0,36-0,42} > (d_p)^{0,3} > (X)^{0,2} > (\nu)^{0,06-0,07}$. Através dos resultados de suspensão de apatita, levando em consideração seu tamanho e velocidade terminal (v_t) e N_{js} foi possível relacionar o *status* da suspensão (segregação, suspensão e arraste) com a rotação do impelidor (N/N_{jsU}) versus (v_t/v_b). Verificou-se que os valores de (N/N_{jsU}) e (v_t/v_b) mais favoráveis para a suspensão de partículas grossas não são os mesmos para partículas finas. O perfil de distribuição axial de apatita ($d_p = 127 \mu\text{m}$) em célula Denver, mostrou que quanto maior o valor de N , mais uniforme será a distribuição vertical de sólidos na célula, enquanto que em baixas rotações há uma segregação de sólidos no fundo do tanque. Quando a velocidade superficial de ar, em célula Metso, variou de $J_G = 0,92 \text{ cm/s}$ para $J_G = 1,59 \text{ cm/s}$, aumentou a concentração de partículas grossas próximo ao fundo do tanque. O Modelo de Sedimentação-Dispersão possibilitou a identificação dos limites das zonas turbulenta e quiescente, nas células Denver e Metso. Em ambas as células, quanto maior a taxa de aeração, menor a espessura da zona turbulenta.

Palavras-chave: Célula Mecânica de Flotação. Hidrodinâmica. Suspensão de Sólidos.

ABSTRACT

Several attempts to correlate particle size and flotation response at the biggest Brazilian plants (iron ore and phosphate) have concluded that coarse particles ($d_p \geq 100\mu\text{m}$) do not float efficiently. As solids suspension is a necessary precondition for particle collection, the study of coarse particle suspension in mechanical cells is fully justified and it is the objective of this thesis. In this work, particle suspension was studied in laboratory Denver and Wemco flotation cells ($6,0\text{ dm}^3$) with apatite, quartz and hematite coarse particles. Complementary study was carried out in pilot scale with a Metso ($3,000\text{ dm}^3$) cell which processed Ni ore in Western Australia. Fluid circulation in Denver and Wemco laboratory cells was characterized by the impeller pumping number (N_Q) and also by water velocity (v_b) measured at the impeller's discharge under a typical range of working rotational speed ($900\text{ rpm} \leq N \leq 1,300\text{ rpm}$). For ungassed conditions, Denver impeller showed $N_Q=0.043$ and $12.7\text{ cm/s} \leq v_b \leq 18.3\text{ cm/s}$, whereas Wemco type showed $N_Q=0.57$ and $15.0\text{ cm/s} \leq v_b \leq 21.8\text{ cm/s}$. Under gassed conditions ($0.05\text{ cm/s} \leq J_G \leq 0.15\text{ cm/s}$ for Denver; $0.52\text{ cm/s} \leq J_G \leq 0.95\text{ cm/s}$ for Wemco), like centrifugal pumps, the impeller pumping capacity decreased markedly: $0.028 \leq N_Q \leq 0.038$ and $8.4\text{ cm/s} \leq v_b \leq 17.3\text{ cm/s}$ for Denver and $0.42 \leq N_Q \leq 0.53$ and $11.6\text{ cm/s} \leq v_b \leq 19.8\text{ cm/s}$ for Wemco. Measures using a pressure transducer placed near the stator/impeller discharge region (Denver and Wemco) illustrated the ability of both impellers to create turbulence in the cells. The impeller's rotational speed (N) at which no particle remains on the cell bottom for more than one second (Zwietering's 1-s Criterium) was determined for Denver and Wemco cells under gassed (N_{jsg}) and ungassed (N_{jsu}) conditions. An empirical model was used to correlate N_{js} to particle (diameter- d_p , specific gravity- ρ_s)-liquid (specific gravity- ρ_L ; solids mass concentration- X , viscosity- ν)-gas (J_G) properties. The results of the model indicated a ranking for the influence of the variables on N_{js} based on its power: $(\Delta\rho/\rho_L)^{0.36-0.42} > (d_p)^{0.3} > (X)^{0.2} > (\nu)^{0.06-0.07}$. Regarding apatite particles, taking into account its size, terminal settling velocity (v_t) and N_{jsu} , it was possible to address the status of particle suspension (segregation, suspension and dragging) to impeller rotation (N/N_{jsu}) versus fluid velocity at the discharge of the impeller (v_t/v_b). It was verified that the values of (N/N_{jsu}) and (v_t/v_b) more favorable to promote the suspension of the coarsest particles are not the same for the finest ones. Distribution of apatite particles ($d_p=127\mu\text{m}$) along the height of Denver cell indicated that when N increases, particles become more uniformly distributed along the impeller's axis, whereas at lower values of N , a segregation occurs on the cell bottom. At Metso pilot cell, when air feed was increased from $J_G=0.92\text{ cm/s}$ to 1.59 cm/s , the concentration of coarse particles ($D_{50} > 100\mu\text{m}$) on the lower part of the cell increased markedly. The adoption of the Sedimentation-Dispersion Model to Denver and Metso cells allowed the identification of the limit of the turbulent zone versus quiescent zone within the cell. In both cells, the higher was the air flow-rate, the lower was the height of the turbulent zone.

Keywords: Mechanical Flotation Cell. Hydrodynamics. Solids suspension.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Capítulo 1

Figura 1.1 – Recuperação média de quartzo e apatita em função do tamanho de partículas em usinas brasileiras.	25
--	----

Capítulo 2

Figura 2.1 - Exemplo de células mecânicas de flotação de aeração forçada.....	32
Figura 2.2 - Célula de flotação Wemco.	33
Figura 2.3 - Principais tipos de células e rotores utilizados em células mecânicas.....	34
Figura 2.4 - Modelos de células de flotação mais utilizados no Brasil.....	35
Figura 2.5 - Deformação e dispersão de bolhas de ar devido às flutuações de pressão turbulenta em células de flotação.....	39
Figura 2.6 - Dispersão de bolhas de ar em tanque com agitação com impelidor tipo turbina de pás retas.....	40
Figura 2.7 - Medição do J_G em célula mecânica industrial.	43
Figura 2.8 - Representação de um fluxo turbulento, ilustrando as flutuações de velocidade e pressão.....	47
Figura 2.9 - Espectro de energia em escoamentos turbulentos.	49
Figura 2.10 - Pseudo turbulência em tanque com agitação.	51
Figura 2.11 - Pseudo turbulência ilustrada pela oscilação do coeficiente de autocorrelação.	52
Figura 2.12 - Flotação de esferas de vidro em função da dissipação de energia média	54
Figura 2.13 - Efeito da concentração volumétrica de diferentes sólidos na taxa de dissipação local de energia.	55
Figura 2.14 – Circulação de polpa em célula de flotação.....	57
Figura 2.15 - Descarga de fluido na região rotor/estator.	57
Figura 2.16 – Circulação de polpa em célula de flotação: analogia entre impelidores e bombas centrífugas.....	58
Figura 2.17 - Configuração e nomenclatura típica em tanques com agitação.....	63

Figura 2.18 - Padrões de fluxo em tanques com agitação.	64
Figura 2.19 - Efeito da distância entre o rotor e o fundo do tanque na suspensão de sólidos.	65
Figura 2.20 - Representação da suspensão de sólidos em tanque com agitação em sistema trifásico.....	72
Figura 2.21 – Perfil de concentração de sólidos em célula de flotação.....	76
Figura 2.22 - Arraste hidrodinâmico em célula de flotação.....	79

Capítulo 3

Figura 3.1 – Células de flotação utilizadas: (a) Denver e (b) Wemco.....	84
Figura 3.2 - Unidade piloto de flotação Metso RCS™.....	85
Figura 3.3 – Geometrias dos impelidores (a) Denver e (b) Wemco	87
Figura 3.4 - Impelidor de célula de flotação Metso RCS™.....	87
Figura 3.5 - Alimentação de ar em célula mecânica de flotação.	92
Figura 3.6 – Micromolinete utilizado nos ensaios de bombeamento..	94
Figura 3.7 - Tanque de calibração do micromolinete.	96
Figura 3.8 – Montagem experimental utilizada. Detalhe para o micromolinete na região rotor/estator.	98
Figura 3.9 - Determinação do tempo mínimo de medição da capacidade de bombeamento dos impelidores Denver e Wemco.....	101
Figura 3.10 - Mini transdutor de pressão.....	102
Figura 3.11 – Curva de calibração do transdutor de pressão usado nos ensaios.....	103
Figura 3.12 - Esquema experimental usado para medir a turbulência local nas células Denver e Wemco.....	104
Figura 3.13 – Coluna de vidro para realização dos ensaios de sedimentação.....	105
Figura 3.14 - Aparato utilizado para medir a rotação crítica de suspensão de sólidos.....	108
Figura 3.15 - Viscosidade cinemática da água em função da temperatura.	113
Figura 3.16 – Aparato usado nos ensaios de bancada para coleta de amostras.....	116
Figura 3.17 - Amostrador de polpa.....	118

Capítulo 4

Figura 4.1 – Velocidade radial de fluido na descarga dos impelidores Denver e Wemco.	121
Figura 4.2 - Vazão de bombeamento (Q_b) versus ND^3 para as células Denver e Wemco de laboratório.	123
Figura 4.3 – Efeito da aeração no número de bombeamento dos rotores Denver e Wemco.	124
Figura 4.4 – Efeito da aeração no desempenho de bombas centrífugas.	126
Figura 4.5 - Velocidade radial normalizada dos rotores Denver e Wemco.....	127
Figura 4.6 – Representação esquemática dos pontos onde foi realizado o balanço de energia na célula Denver.....	129
Figura 4.7 – Pontos de entrada/saída de fluido em célula Denver de laboratório.	130
Figura 4.8 – “Altura hipotética de recalque” devido à ação do rotor da célula Denver de laboratório.	131
Figura 4.9 - Turbulência em célula de flotação Denver.	132
Figura 4.10 - Turbulência em célula de flotação Wemco.....	133
Figura 4.11 – Faixas de segregação, suspensão e arraste de apatita em célula de flotação Denver de laboratório.	136

Capítulo 5

Figura 5.1 - Efeito do tamanho do sólido na rotação crítica do impelidor na suspensão de sólidos em sistema não aerado.....	141
Figura 5.2 - Efeito da concentração de sólidos no valor de N_{jsu}	142
Figura 5.3 - Efeito da massa específica relativa sólido-líquido no valor de N_{jsu}	144
Figura 5.4 - Efeito da viscosidade e massa específica do líquido no valor de N_{jsu}	144
Figura 5.5 - Efeito da viscosidade cinemática do líquido no valor de N_{jsu}	146
Figura 5.6 - Efeito da taxa de aeração na rotação crítica de suspensão de sólidos em função do tamanho da partícula sólida.....	148

Figura 5.7 - Efeito da aeração na rotação crítica de suspensão de sólidos em função da concentração mássica de sólidos.....	150
Figura 5.8 - Efeito da aeração na rotação crítica de suspensão de sólidos em função da massa específica relativa sólido-líquido.	152
Figura 5.9 - Efeito da aeração na rotação crítica de suspensão de sólidos em função da viscosidade cinemática do líquido.	153
Figura 5.10 - Variação da rotação crítica de suspensão com a taxa de aeração em célula Denver e Wemco.	155
Figura 5.11 - Impelidor da célula de flotação piloto Bateman.....	158
Figura 5.12 - Comparação entre as rotações críticas de suspensão experimentais e calculadas pelo modelo (Célula Denver).....	160
Figura 5.13 - Comparação entre as rotações críticas de suspensão experimentais e calculadas pelo modelo (Célula Wemco).	160
Figura 5.14 - Comparação dos valores de N_{js} calculados e os valores experimentais para as células de flotação Denver, Wemco e Bateman.	161
Figura 5.15 - Gráfico da distribuição normal de resíduos: (a) Denver; (b) Wemco.....	163
Figura 5.16 - Resíduos vs valores previstos: (a) Denver; (b) Wemco.	164
Figura 5.17 - Efeito da distância entre o rotor e o fundo do tanque na suspensão de sólidos.	165

Capítulo 6

Figura 6.1 - Perfis de concentração de sólidos em célula Denver em condições (a) não-aeradas e (b) aeradas.	171
Figura 6.2 Concentração de sólidos vs rotação do impelidor para diferentes alturas em célula de flotação Denver em condições não-aeradas.....	173
Figura 6.3 - Concentração de sólidos <i>versus</i> rotação do impelidor para diferentes alturas em célula de flotação Denver em condições aeradas.	175
Figura 6.4 - Perfis de concentração de sólidos em função da altura da célula para diferentes condições operacionais.	177

Figura 6.5 - Desvios padrão relativos variando-se a rotação do impelidor e a taxa de aeração.	179
Figura 6.6 - Diâmetros médios (D_{50}) do minério nos fluxos do concentrado, rejeito e alimentação e em função da altura da célula variando-se a rotação do impelidor.....	180
Figura 6.7 - Diâmetros médios (D_{50}) do minério em função da profundidade na célula e a variação no valor do D_{50} no concentrado, rejeito e alimentação da célula em função da velocidade superficial do ar.	181
Figura 6.8 – Ilustração esquemática da determinação do limite entre a zona turbulenta e a zona quiescente em célula de flotação.....	183
Figura 6.9 - Aplicação do modelo de sedimentação-dispersão aos dados de suspensão em célula Denver.	184
Figura 6.10 - Aplicação do modelo de sedimentação-dispersão aos dados de suspensão em célula Metso, variando a rotação do impelidor.	185
Figura 6.11 - Aplicação do modelo de sedimentação-dispersão aos dados de suspensão em célula Metso, variando a taxa de aeração.....	186

LISTA DE TABELAS

Capítulo 2

Tabela 2.1 - Faixa de valores típicos em células mecânicas de flotação.	36
Tabela 2.2 – Grupos adimensionais usados para caracterizar a hidrodinâmica de células mecânicas de flotação.....	37
Tabela 2.3 - Valores de b e n de acordo com o parâmetro K.	62
Tabela 2.4 – Estudos sobre suspensão de sólidos em tanques com agitação.	67
Tabela 2.5 - Correlações para prever a rotação crítica do impelidor para suspensão de sólidos em tanques com agitação.	71

Capítulo 3

Tabela 3.1- Células de flotação estudadas neste trabalho.....	83
Tabela 3.2 - Abordagem experimental.	88
Tabela 3.3 – Composição química do minério de Mt Keith.	90
Tabela 3.4 – Condições operacionais da célula piloto Metso.....	91
Tabela 3.5 – Distribuição granulométrica da alimentação da célula Metso.	91
Tabela 3.6 – Taxas de aeração utilizadas nos experimentos em cada célula.....	93
Tabela 3.7 - Condições operacionais das células Denver e Wemco.....	100
Tabela 3.8 - Tempos de medição nos ensaios de vazão de bombeamento.....	101
Tabela 3.9 - Condições experimentais dos ensaios de medida de turbulência local...	104
Tabela 3.10 - Massas dos minerais utilizados nos ensaios de suspensão.....	109
Tabela 3.11 - Parâmetros para avaliar o efeito do diâmetro e da concentração mássica de sólidos na rotação crítica de suspensão.....	110
Tabela 3.12 - Variáveis usadas para avaliar o efeito da massa específica do sólido..	111
Tabela 3.13 – Viscosidade das soluções de sacarose.....	112
Tabela 3.14 – Avaliação do efeito da viscosidade na suspensão de sólidos.	112
Tabela 3.15 – Magnitude da distância do rotor ao fundo do tanque, granulometria e concentração mássica dos sólidos.....	115

Tabela 3.16 - Variáveis analisadas nos ensaios de suspensão de sólidos.	115
Tabela 3.17 - Rotações dos ensaios de perfil de concentração axial (Denver).....	117
Tabela 3.18 - Cotas para determinação do perfil de concentração dos sólidos (Denver).	117
Tabela 3.19 - Condições experimentais para caracterização do perfil de concentração.	119
Tabela 3.20 - Cotas para determinação do perfil de concentração dos sólidos.	119

Capítulo 4

Tabela 4.1 Número de Bombeamento em função do J_G (célula Denver e Wemco). ...	123
Tabela 4.2 – Velocidade do fluido na entrada do sistema rotor/estator.....	131
Tabela 4.3 Valores teóricos e experimentais de velocidade de sedimentação.	134

Capítulo 5

Tabela 5.1 - Modelo de suspensão de sólidos em células de flotação.....	157
Tabela 5.2 - Parâmetros da correlação adimensional para suspensão de sólidos.....	159

LISTA DE SÍMBOLOS

A_b	área superficial de bolhas, [L ²]
A_c	área da secção transversal da célula, [L ²]
B	razão entre a massa de sólido e a massa de líquido, vezes 100
C	distância do impelidor ao fundo do tanque, [L]
c_D	coeficiente de arrasto, [-]
D	diâmetro do impelidor, [L]
$D_{\#}$	abertura da peneira, [L]
D_S	coeficiente de difusão turbulenta dos sólidos, [L ² T ⁻¹]
D_{50}	diâmetro médio usado para representar o minério de Mt Keith, [L]
d_{32}	diâmetro médio de Sauter, [L]
d_p	diâmetro médio da partícula sólida, [L]
g	aceleração da gravidade, [LT ⁻²]
H	altura do nível do tanque com agitação ou célula de flotação, [L]
H_f	altura da coluna de fluido acima do transdutor de pressão, [L]
H_p	altura da coluna de polpa entre a interface camada de espuma/polpa e o ponto de coleta das bolhas de ar, [L]
H_w	distância entre a extremidade inferior da sonda e a primeira marca que delimita a distância L percorrida pela interface ar-água, [L]
h_d	altura manométrica, [L]
h_1	coluna de fluido até a descarga (ponto 2) do rotor Denver, [L]
h_2	coluna de fluido até a sucção (ponto 1) do estator Denver, [L]
I	nível de turbulência, [-]
J_G	velocidade superficial do ar, [LT ⁻¹]
K_{SL}	constante relacionada com capacidade do impelidor promover a suspensão de sólidos em condições não-aeradas, [T ⁻¹]
K	perdas de energia por atrito e singularidades, [L]

k_G	constante relacionada com a capacidade do impelidor promover a suspensão de sólidos em condições aeradas, $[T L^{-1}]$
L	distância percorrida pela interface líquido-ar nas medições de J_G , [L]
m	massa de polpa, [M]
mca	metro de coluna d'água, [L]
n	número de vezes em que as pás do micromolinetete passaram pelo ponto de detecção
N	rotação do impelidor, $[T^{-1}]$
N_{js}	rotação crítica do impelidor, $[T^{-1}]$
N_Q	número de bombeamento, [-]
N_Z	rotação crítica de Zwietering, $[T^{-1}]$
P_{atm}	pressão atmosférica, $[M L^{-1} T^{-2}]$
Pe^*	número de Peclet modificado, [-]
P_1	pressão de sucção de polpa na região rotor/estator Denver
P_2	pressão na descarga de polpa na região rotor/estator Denver
Q_{ar}	vazão volumétrica de alimentação de ar, $[L^3 T^{-1}]$
Q_b	vazão volumétrica de bombeamento, $[L^3 T^{-1}]$
$R(\tau)$	coeficiente de autocorrelação temporal, [-]
s	parâmetro usado na equação de Zwietering, [-]
S_b	fluxo de área superficial de bolhas, $[T^{-1}]$
t	tempo, [T]
T	diâmetro do tanque, [L]
T'	tempo mínimo de medição em escoamento turbulento, [T]
V	velocidade média temporal, $[L T^{-1}]$
$v(t)$	velocidade instantânea em escoamento turbulento, $[L T^{-1}]$
$v'(t)$	flutuação de velocidade em escoamento turbulento, $[L T^{-1}]$
v_t	velocidade de sedimentação terminal do sólido, $[L T^{-1}]$
v_b	velocidade do fluido na descarga do rotor/estator, $[L T^{-1}]$
V_{ar}	volume de ar que atravessa a secção transversal da célula, $[L^3]$

V_p	volume de polpa, [L ³]
W	potência fornecida à polpa mineral, [ML ² T ⁻³]
w	altura das pás do rotor, [L]
X	concentração mássica dos sólidos, [-]

Letras gregas

ν	viscosidade cinemática do fluido, [L ² T ⁻¹]
ρ	massa específica, [ML ⁻³]
τ	defasagem temporal, [T]
Φ	frequência de rotação das pás do micromolinetete, [T ⁻¹]
ε	fração volumétrica ocupada pelo ar na célula de flotação, [-]

Subscritos

esc	escoamento
G	gás
g	condições aeradas
js	condição mínima de suspensão dos sólidos
L	líquido
S	sólido
u	condições não-aeradas
w	água

SUMÁRIO

Capítulo 1 - Introdução, Relevância e Objetivos 23

1.1 Introdução e relevância.....	23
1.2 Objetivos.....	26

Capítulo 2 - Revisão Bibliográfica 28

2.1 A flotação de minerais	29
2.2 Células de flotação	30
2.2.1 Células mecânicas de flotação.....	31
2.3 Dispersão do ar em células de flotação	38
2.3.1 Velocidade superficial do ar	41
2.3.2 Hold-up em células de flotação	43
2.3.3 Diâmetro de bolhas (d_{32}) e fluxo de área superficial de bolhas (S_b).....	44
2.4 Turbulência em células mecânicas de flotação.....	46
2.4.1 Transferência de energia em escoamentos turbulentos.....	49
2.4.2 Turbulência real e pseudo turbulência em tanques com agitação.....	50
2.4.3 Intensidade da turbulência	53
2.4.4 Amortecimento dos parâmetros de turbulência	55
2.5 Capacidade de bombeamento do impelidor	56
2.6 Suspensão de sólidos em tanques com agitação.....	60
2.6.1 Sedimentação de partículas sólidas.....	61
2.6.2 Padrões de escoamento em tanques com agitação.....	62
2.6.3 O <i>status</i> da suspensão de sólidos em tanques com agitação.....	66
2.6.3.1 Suspensão em sistemas não-aerados.....	66
2.6.3.2 Rotação crítica de Zwietering	69
2.6.3.3 Suspensão em sistemas aerados.....	72
2.6.4 Suspensão de sólidos em célula mecânica de flotação	74
2.6.5 Distribuição de sólidos em tanques com agitação e células de flotação	75
2.6.5.1 Modelo de sedimentação-dispersão de sólidos em tanques com agitação.....	76
2.7 O arraste hidrodinâmico.....	79
2.8 Sobre a literatura de suspensão de sólidos em sistemas com agitação.....	80

Capítulo 3 - Materiais e Métodos..... 82

3.1 Características dos sistemas investigados	83
3.1.1 Características das células de flotação	83
3.1.2 Características dos impelidores das células de flotação	86

3.1.2.1 Impelidor Denver.....	86
3.1.2.2 Impelidor Wemco	86
3.1.2.3 Impelidor Metso RCS™	86
3.2 Abordagem experimental.....	88
3.3 Minerais e minérios utilizados	89
3.3.1 Obtenção e preparação dos minerais puros.....	89
3.3.2 Minério de Níquel	90
3.4 Caracterização hidrodinâmica das células de flotação	92
3.4.1 Cálculo da velocidade superficial do ar	92
3.5 Caracterização hidrodinâmica dos impelidores.....	93
3.5.1 Capacidade de bombeamento do impelidor.....	93
3.5.1.1 Medida da velocidade de descarga do impelidor: o micromolinete.....	94
3.5.1.2 Calibração do micromolinete	95
3.5.1.3 Determinação da capacidade de bombeamento	98
3.5.1.4 Tempo de contagem das medidas.....	100
3.5.2 Medida da turbulência local promovida pelo impelidor.....	102
3.5.2.1 O transdutor de pressão	102
3.5.2.2 Procedimento experimental	103
3.6 Avaliação do <i>status</i> da suspensão de sólidos	105
3.6.1 Velocidade de sedimentação de partículas.....	105
3.6.2 Rotação crítica do impelidor para cumprir o Critério 1-s	106
3.6.3 Os experimentos de suspensão de sólidos.....	107
3.6.4 Variáveis investigadas na suspensão de sólidos	108
3.6.5 Efeito do tamanho da partícula e da concentração de sólidos na rotação crítica de suspensão dos sólidos.....	110
3.6.6 Efeito da massa específica relativa sólido-líquido na rotação crítica de suspensão de sólidos	110
3.6.7 Efeito da viscosidade cinemática na rotação crítica de suspensão de sólidos	111
3.6.8 Efeito da aeração na suspensão de sólidos em sistemas com agitação.....	113
3.6.9 Efeito da distância entre o rotor e o fundo do tanque nos parâmetros do modelo de suspensão	114
3.6.10 Magnitude das variáveis: faixas de trabalho	115
3.7 Determinação do perfil de concentração axial dos sólidos	116
3.7.1 Medidas em célula de laboratório (Denver).....	116
3.7.2 Medidas em célula piloto Metso	117

Capítulo 4 - Resultados e Discussão: Caracterização Hidrodinâmica das Células Denver e Wemco 120

4.1 Analogia entre impelidores e bombas centrífugas	121
4.1.1 Capacidade de bombeamento dos impelidores	121
4.1.2 Número de bombeamento dos impelidores.....	124
4.1.3 Velocidade radial de fluido (normalizada)	126

4.1.4 Impelidores e bombas centrífugas	127
4.2 Turbulência na região rotor/estator das células Denver e Wemco	132
4.3 Condições hidrodinâmicas adequadas à suspensão de partículas grossas de apatita	133
4.4 Conclusões parciais.....	137

Capítulo 5 - Resultados e Discussão: Modelagem da Suspensão de Sólidos - Critério 1-s 140

5.1 Suspensão de sólidos: sistemas sem aeração	140
5.1.1 Efeito do tamanho da partícula sólida	140
5.1.2 Efeito da concentração de sólidos.....	142
5.1.3 Efeito da massa específica relativa sólido-líquido na suspensão de sólidos.....	143
5.1.4 Efeito da viscosidade do fluido na suspensão de sólidos.....	144
5.2 Efeito da aeração na suspensão de sólidos	146
5.2.1 Efeito do tamanho da partícula.....	146
5.2.2 Efeito da concentração mássica de sólidos	149
5.2.3 Efeito da massa específica relativa sólido-líquido na suspensão de sólidos.....	151
5.2.4 Efeito da viscosidade do líquido na suspensão de sólidos.....	153
5.3 Estimação gráfica da constante k_G no modelo de suspensão de sólidos	154
5.4 Estimação numérica dos parâmetros do modelo de suspensão.....	156
5.5 Adimensionalização do modelo de suspensão de sólidos	157
5.6 Verificação da adequação do modelo.....	162
5.6.1 Análise dos resíduos	162
5.6.1.1 Verificação da suposição de normalidade	163
5.6.1.2 Verificação da suposição de variância constante	163
5.7 Efeito da distância entre o fundo do tanque e o impelidor na suspensão de sólidos em célula de flotação	165
5.8 Conclusões parciais.....	166

Capítulo 6 - Resultados e Discussão: Perfil de Concentração Axial de Sólidos em Células de Flotação 168

6.1 Perfil de concentração dos sólidos	168
6.1.1 Experimentos em batelada com célula de bancada Denver	169
6.1.2 Experimentos em célula piloto Metso	176
6.2 Aplicação do modelo de sedimentação-dispersão.....	182
6.2.1 Ensaios em célula Denver.....	183
6.2.2 Ensaios em célula Metso	184
6.3 Conclusões parciais.....	186

Capítulo 7

Considerações Finais.....	188
---------------------------	-----

Apêndices

Apêndice A - Dados de bombeamento, calibração do micromolinetete e análise química da apatita.	203
Apêndice B - Dados de calibração do transdutor de pressão.	209
Apêndice C - Viscosidade das soluções de sacarose.....	210
Apêndice D - Dados de suspensão de sólidos (N_{js}).....	211
Apêndice E - Perfis de concentração de sólidos, células Denver e Metso.	219
Apêndice F - Distribuição granulométrica das amostras coletadas, célula Metso. ...	226
Apêndice G - Condições operacionais da célula Metso e massas específicas da polpa e do minério.	230

Capítulo 1

Introdução, Relevância e Objetivos

1.1 Introdução e relevância

Para que matérias-primas minerais apresentem características físicas e químicas que atendam às especificações do mercado consumidor é necessário submetê-las a um conjunto de operações unitárias que podem envolver manuseio, cominuição, separação por tamanho, separação por espécie (concentração) e desaguamento. A tal conjunto de operações, denomina-se tratamento de minérios.

O tamanho das partículas, assim como suas propriedades físicas e/ou físico-químicas, definem a escolha da operação unitária mais adequada para separar os minerais úteis dos de ganga presentes em um minério. Dentre outras, que fogem ao escopo desta tese, destaca-se a flotação por espuma (do inglês “*froth flotation*”) ou, simplesmente, flotação. Tal operação unitária de concentração faz uso de diferenças nas propriedades físico-químicas interfaciais exibidas pelos minerais que se deseja separar: partículas hidrofóbicas apresentam grande probabilidade de aderir a bolhas de ar e flutuar, enquanto que partículas hidrofílicas tendem a afundar. A grande importância da flotação, quando comparada a outras operações unitárias de concentração (como catação, separação gravítica, magnética e eletrostática) reside no fato de que o caráter hidrofílico ou hidrofóbico das partículas pode ser induzido ou modulado através da ação de reagentes químicos (coletores, espumantes e modificadores), adicionados criteriosamente ao sistema.

A concentração de minerais por flotação demanda o uso de tanques com agitação, que são utilizados no condicionamento da polpa com reagentes químicos (condicionadores), assim como de equipamentos utilizados para a separação entre

partículas hidrofílicas *versus* hidrofóbicas: as células de flotação. Tais equipamentos devem promover condições hidrodinâmicas adequadas à suspensão de partículas, dispersão de bolhas de ar na polpa, colisão entre partículas e bolhas seguida de adesão seletiva das partículas hidrofóbicas às bolhas de ar. A adesão resulta na formação de agregados formados por partículas e bolhas que, se resistirem à turbulência existente no equipamento, vão flutuar, transportando as partículas hidrofóbicas até uma camada de espuma existente no topo das células de flotação, onde as mesmas serão removidas do sistema.

Para que o processo de flotação apresente adequada seletividade e recuperação, é necessária uma favorável conjunção de fatores físico-químicos e hidrodinâmicos. Enquanto os primeiros estão associados às características tecnológicas/mineralógicas do minério, natureza e dosagem dos reagentes, qualidade da água e pH da suspensão; os fatores hidrodinâmicos estão relacionados com as células de flotação *per se* (coluna, mecânica ou pneumática), geometria e condições operacionais (vazão de polpa, vazão de ar, rotação do impelidor, distribuição dos tempos de residência, *status* da suspensão de sólidos). Uma vez ajustados os fatores físico-químicos, são as condições hidrodinâmicas que governam o desempenho do processo.

Em células mecânicas, dentre os parâmetros hidrodinâmicos anteriormente citados, a suspensão de partículas minerais é condição *sine qua non* para que haja coleta de sólidos hidrofóbicos pelas bolhas de ar dispersas na polpa mineral. Uma vez que minerais usualmente contêm partículas que exibem ampla distribuição de tamanhos, especial atenção deve ser dada às de tamanho classificado como “grosso”, isto é, aquelas com diâmetro superior a 100 μm . Conforme ilustra a Figura 1.1, a recuperação dessa classe de partículas é sempre inferior às de tamanho intermediário. Esta menor recuperação pode ser devida tanto à destruição do agregado partícula-bolha (por ação da turbulência) ou por deficiência na suspensão de sólidos. Em ambos os casos, variáveis hidrodinâmicas desempenham papel relevante.

Figura 1.1 – Recuperação média de quartzo e apatita em função do tamanho de partículas em usinas brasileiras. (LEAL FILHO, 2000).

A suspensão de sólidos em sistemas com agitação foi amplamente investigada por Zwietering (1958), estudando a rotação mínima para promover a suspensão completa dos sólidos em tanques com agitação. Após o trabalho de Zwietering, muito tem sido pesquisado nesse assunto, e vários modelos matemáticos foram desenvolvidos (SARAVANAN; PATWARDHAN; JOSHI, 1997; REWATKAR; RAGHAVARAO; JOSHI, 1991; REWATKAR; JOSHI, 1991; NARAYANAN et al., 1969; BALDI; CONTI; ALARIA, 1978; MOLERUS; LATZEL, 1987a; MOLERUS; LATZEL, 1987b; RIEGER; DITL, 1994; MERSMANN et al., 1998)). Todavia, todas essas pesquisas foram realizadas com tanques com agitação, e não em células de flotação. Apesar da existência de trabalhos publicados na literatura corrente sobre suspensão de sólidos em células mecânicas (ARBITER et al., 1969; SCHUBERT; BISCHOFBERGER, 1978; SCHUBERT, 1985, 1986, 1999) muito pouco tem sido investigado sobre a influência da rotação crítica do impelidor na suspensão de sólidos nesses sistemas. Um trabalho

relevante concernente ao assunto foi desenvolvido por Van der Westhuizen e Deglon (2008), que investigaram a rotação crítica de suspensão de sólidos em célula mecânica de flotação em escala piloto.

Uma vez que fornecedores de células de flotação fabricam equipamentos para trabalhar com qualquer tipo de minério, cabe aos compradores, isto é, os profissionais da indústria mineral, encontrar as condições hidrodinâmicas mais adequadas para operá-los, tendo em vista as metas de desempenho esperadas para o processo, como teor e recuperação.

Tal preocupação tem motivado o desenvolvimento de pesquisas realizadas no Laboratório de Fenômenos de Transporte e Físico-Química de Interfaces – LFQI, do Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo da EPUSP, que visam estudar os fundamentos teóricos e aspectos práticos relacionados a células de flotação, auxiliando engenheiros tratamentistas no processo de tomada de decisões. Esta tese visa contribuir para ampliação do conhecimento relacionado à suspensão de sólidos em células mecânicas de flotação.

1.2 Objetivos

Os seguintes pontos constituem os objetivos deste trabalho:

- a) investigar os efeitos das propriedades dos minerais e da fase líquida no *status* da suspensão de partículas grossas (diâmetro maior ou igual a 100 μm) em células mecânicas de flotação;
- b) caracterizar o desempenho de impelidores das células Wemco e Denver em escala de laboratório, e sua influência na suspensão de sólidos;
- c) utilizar um modelo matemático empírico para descrever a rotação mínima do impelidor capaz de promover a retirada dos sólidos do fundo do tanque, comparando os resultados de suspensão em célula de laboratório (Denver e

Wemco, ambas de 6 L) com os reportados na literatura em célula piloto Bateman de 125 L;

- d) caracterizar o *status* da suspensão das partículas, por meio da determinação do perfil de concentração dos sólidos em células de laboratório (Denver) e piloto (célula Metso RCSTM de 3m³), em diferentes condições operacionais (rotação do impelidor e vazão de alimentação de ar);
- e) caracterização hidrodinâmica de células de flotação de laboratório (velocidade superficial do ar) e a de seus respectivos impelidores (capacidade de bombeamento e turbulência).

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

No âmbito da tecnologia mineral, a flotação é uma operação unitária utilizada para separar partículas de espécies minerais que exibem caráter hidrofóbico (natural ou induzido pela ação de agentes coletores) daquelas que exibem caráter hidrofílico. As primeiras, após colidir com as bolhas, tendem à adesão, reportando-se a uma camada de espuma que se forma no topo dos equipamentos que realizam a separação, ou seja, as células de flotação. Os minerais que exibem caráter hidrofílico, por não aderirem a bolhas de ar, tendem a afundar e serem removidos do sistema através da região inferior desses equipamentos.

*Segundo Schulze (1989), os processos que governam a separação podem ser divididos em macro e microprocessos. Os primeiros ocorrem na escala dos equipamentos utilizados, gerando fluxo e distribuição de partículas sólidas e água ao longo do volume da célula (mistura) em decorrência da existência de macroturbulência gerada pelo sistema, enquanto que microprocessos compreendem interações que ocorrem nas escalas de tamanho das partículas e bolhas. Uma sucinta revisão do processo de flotação encontra-se na **seção 2.1**. Os principais equipamentos usados para concentrar minerais por flotação estão reunidos na **seção 2.2**. Embora a dispersão de bolhas de ar nas células de flotação seja decorrência da microturbulência, sua caracterização está associada a macroprocessos, como velocidade superficial do ar, diâmetro de bolhas e hold-up do ar. Uma revisão sobre este tema é apresentada na **seção 2.3**. Aspectos relativos à turbulência em sistemas com agitação são revistos na **seção 2.4**. A ocorrência da colisão e adesão caracteriza a “flotação verdadeira” (“true flotation”), que é efetivamente responsável pelo bom desempenho do processo de separação. Em contraposição a este importante mecanismo gerador de seletividade, existe o indesejado arraste hidrodinâmico ou “entrainment” (**seção 2.7**) que promove o*

transporte de partículas finas, independentemente de sua natureza (hidrofílica ou hidrofóbica) para a camada de espuma.

*No que diz respeito aos macroprocessos, para que partículas hidrofóbicas sejam coletadas por bolhas, é necessário que as primeiras estejam em adequado estado de suspensão no interior das células. Uma revisão sobre este assunto é apresentada na **seção 2.6**. Este assunto, que constitui o foco desta tese, é o resultado da ação mecânica (rotação) do impelidor no interior das células. Tal ação mecânica promove o recalque ou bombeamento de polpa das cotas mais baixas às mais altas das células de flotação. Esse assunto é abordado na **seção 2.5**. Na **seção 2.8** é apresentada uma visão da literatura sobre suspensão de sólidos em tanques com agitação.*

2.1 A flotação de minerais

A flotação é um processo amplamente utilizado no âmbito da Engenharia Mineral, na concentração de partículas sólidas, explotando as diferenças nas suas propriedades de superfície. De acordo com Gaudin (1957), flotação é o processo de separação de sólidos finamente divididos e suspensos em fase aquosa, em que os minerais que têm suas superfícies apropriadamente modificadas pela ação de reagentes químicos, aderem seletivamente a bolhas de ar introduzidas no sistema (partículas hidrofóbicas), enquanto que outras (partículas hidrofílicas) permaneceriam “aderidas” à fase aquosa.

Para que a flotação seja realizada com êxito, algumas tarefas precisam ser inteiramente realizadas pela célula de flotação. Schulze (1984) enumera as seguintes operações que devem ser realizadas no tanque de flotação:

- a) suspensão dos sólidos;
- b) dispersão das bolhas de ar;
- c) mistura dos reagentes;
- d) modificação das interfaces dos minerais que se deseja separar.

Os parâmetros físico-químicos estão relacionados com o item (d), enquanto que as condições hidrodinâmicas governam os outros três (a,b e c), de tal forma que, uma vez ajustada a hidrofobicidade das partículas minerais, a hidrodinâmica do sistema vai ser o fator determinante para o sucesso da operação.

Os processos que governam a separação podem ser divididos em macroprocessos (os que envolvem as questões globais do meio), e os microprocessos, que dizem respeito às interações que ocorrem nas escalas de tamanho partícula-bolha, e que são considerados decisivos para o desempenho da flotação. Schulze (1989) destaca os seguintes microprocessos:

- a) aproximação da partícula com a bolha de ar;
- b) formação de um filme líquido entre a partícula e a bolha, até sua ruptura;
- c) estabilização do agregado partícula-bolha contra as forças externas atuantes na célula de flotação;
- d) transporte do agregado partícula-bolha para a camada de espuma.

Os macroprocessos ocorrem na escala dos equipamentos utilizados, gerando fluxo e distribuição de partículas sólidas e água ao longo do volume da célula (mistura) em decorrência da existência de macro turbulência do sistema.

Para que uma partícula sólida hidrofóbica seja coletada por uma bolha de ar, é necessário que haja a colisão entre ambas, seguida de adesão, isto é, com formação de um agregado partícula/bolha, e ainda, que este agregado seja suficientemente estável para que seja transportado até a camada de espuma e removido da célula de flotação.

2.2 Células de flotação

Dois tipos de equipamentos são hoje majoritariamente utilizados em escala industrial: células mecânicas e colunas de flotação.

Colunas de flotação constituem uma tecnologia mais recente, cuja patente é de 1961, mas o processo industrial só foi implementado em 1981, para a flotação “*cleaner*” de molibdênio, na província de Quebec, no Canadá. No Brasil, as colunas industriais foram introduzidas em 1991 na flotação de quartzo em minério de ferro, na Samarco Mineração (TAKATA, 2006).

A suspensão de partículas grossas em colunas não constitui uma condição muito relevante para o desempenho do processo, devido ao fato da polpa ser alimentada no topo do equipamento e, conseqüentemente, todas as partículas, independentemente do tamanho, são transportadas para a base da coluna, pela ação da gravidade. Deste modo, elas têm múltiplas possibilidades de colidirem com as bolhas de ar que se movem em contra fluxo. Situação diversa, todavia, ocorre em células mecânicas, onde a ação do impelidor se faz necessária para promover a suspensão dos sólidos. Neste contexto, as propriedades das partículas (tamanho e massa específica) e a ação do impelidor constituem variáveis importantes que influenciam o *status* da suspensão e, como consequência, o desempenho do processo.

2.2.1 Células mecânicas de flotação

Células mecânicas de flotação são os equipamentos mais empregados na concentração de minérios ao redor do mundo (WILLS, 1988). O principal motivo para sua ampla utilização se baseia no fato de que, entre os primórdios do processo, em 1906, e o ano de 1981 (advento das colunas em escala industrial), somente este tipo de equipamento foi utilizado na indústria em larga escala.

Assim como os tanques condicionadores de reagentes e bombas centrífugas, células mecânicas são turbomáquinas, isto é, equipamentos cuja ação central se baseia no giro de um rotor que, segundo EK (1992), realiza as seguintes tarefas:

- a) suspensão dos sólidos;
- b) dispersão do ar introduzido em pequenas bolhas;
- c) agitação turbulenta, proporcionando a colisão partícula-bolha;

- d) transferência de polpa de uma célula para outra num circuito em série;
- e) formação de uma camada de espuma no topo das células.

As células mecânicas de flotação dividem-se em dois grupos: células autoaeradas e células de aeração forçada. As de aeração forçada são aquelas em que o ar é injetado na região rotor/estator por meio de compressor externo (NELSON; LELINSKI, 2000). Ao atingir a região do rotor da célula, o ar sofre cisalhamento e consequente dispersão na forma de pequenas bolhas (PATWARDHAN; JOSHI, 1999). Neste tipo de configuração, a rotação do impelidor e a taxa de aeração (vazão de alimentação de ar) são independentes, ou seja, a mudança na magnitude de uma delas não afeta a outra. A Figura 2.1 ilustra dois modelos de células mecânicas de flotação de aeração forçada, fabricadas pela Metso Minerals e pela Outokumpu.

Figura 2.1 - Exemplo de células mecânicas de flotação de aeração forçada: (a) Célula Metso, e; (b) Célula Outokumpu.

As células autoeradas ou subaeradas são aquelas onde a injeção de ar é resultado do gradiente de pressão negativo na região do rotor da célula, promovido pelo giro do impelidor e, quando essa depressão é suficientemente alta, ocorre sucção de ar da atmosfera para o interior do equipamento, não necessitando a utilização de compressor de ar no circuito (PATWARDHAN; JOSHI, 1999). Diferentemente das células de aeração forçada, neste tipo de equipamento as variáveis rotação do impelidor e taxa de aeração não são independentes, isto é, existe impossibilidade de variação de uma delas sem que isso não acarrete uma mudança na outra. Células mecânicas de flotação subaeradas são as mais utilizadas no tratamento de minérios em todo o mundo (ARBITER, 1999). A Figura 2.2 ilustra uma célula de flotação subaerada do tipo Wemco.

Figura 2.2 - Célula de flotação Wemco.

Existem diferentes modelos de células mecânicas de flotação, com distintas geometrias do sistema rotor/estator. A Figura 2.3 ilustra as principais geometrias de rotores utilizados em células de flotação (LEAL FILHO, 2000).

Figura 2.3 - Principais tipos de células e rotores utilizados em células mecânicas. (a), (c), (f), (g), (k) → Impelidor; (b) → Difusores de ar; (d) (e) → Estatores; (h) → Poço de recirculação; (j) → Dispositivo para entrada de polpa; (m) → Dispensor de bolhas de ar (LEAL FILHO, 2000).

Um levantamento realizado por Leal Filho (2000) revelou que, no Brasil, a maioria das células mecânicas de flotação operando em circuitos industriais é do tipo subaerada, destacando-se as células Wemco, como mostra a Figura 2.4.

Figura 2.4 - Modelos de células de flotação mais utilizados no Brasil (LEAL FILHO, 2000).

A escolha do equipamento leva em consideração aspectos econômicos, assim como facilidade de assistência técnica e manutenção. Segundo Wills (1988) os principais critérios para avaliar o desempenho de células de flotação são:

- a) desempenho metalúrgico (recuperação e teor);
- b) capacidade, expressa em toneladas tratadas por unidade de volume;
- c) consumo de energia por tonelada de material tratado;
- d) aspectos relacionados aos custos de aquisição, operacionais e de manutenção.

De acordo com Harris (1986), até 1965 o desenvolvimento das células mecânicas de flotação foi baseado totalmente no empirismo. A partir de 1965, através da identificação de faixas típicas de valores das variáveis do processo e de parâmetros adimensionais, a caracterização hidrodinâmica foi, aos poucos, sendo utilizada no

projeto e escalonamento de células mecânicas de flotação. A Tabela 2.1 ilustra as faixas típicas de valores das condições operacionais, enquanto que a Tabela 2.2 mostra os grupos adimensionais usados para caracterizar a hidrodinâmica de células mecânicas de flotação e suas faixas de valores típicos (HARRIS, 1986).

Com o desenvolvimento da mecânica dos fluidos computacional, a tendência é que o projeto de máquinas de flotação seja fundamentado na simulação da hidrodinâmica do processo, aplicando técnicas da Fluidodinâmica Computacional - CFD (LEAL FILHO; RODRIGUES; RALSTON, 2002; WEBER et al., 1999).

Tabela 2.1 - Faixa de valores típicos em células mecânicas de flotação (HARRIS, 1986).

Variáveis	Faixa de valores
Relação D/T D=Diâmetro do impelidor T=Diâmetro do tanque	0,25 – 0,5
Fração volumétrica de ar	~10 – 15% (Valor médio da célula) ~50% (Na região do impelidor) ~90% (Na camada de espuma)
Tamanho de bolhas	~ 0,5 mm (Fortemente influenciado pela concentração do espumante)
Velocidade periférica do impelidor ($v_p = \pi ND$) N=Rotação do impelidor	~ 6 – 9 m/s
Velocidade superficial do ar (J_G)	~ 0,7 – 4 cm/s
Tamanho dos sólidos	~ 500 – 10 μm
Potência	~ 5,3 – 1,3 kW/m ³

Células mecânicas de flotação aumentaram consideravelmente de volume nas últimas quatro décadas. Segundo Weber et al. (1999), até 1966 aproximadamente 95% das células de flotação existentes, possuíam um volume de, no máximo, 1,70 m³ (60 ft³). Atualmente, de acordo com Villanueva; Weber e Prado (2005) está em operação na empresa mineradora Los Pelambres, no Chile, desde 2004, uma célula Wemco SmartCell nº 250, autoaerada, com capacidade útil de 257 m³. De acordo com os

autores, o que possibilitou o desenvolvimento de tal equipamento foi a ênfase dada a critérios hidrodinâmicos (velocidade superficial do ar, circulação de polpa e grau de mistura) durante o dimensionamento.

Tabela 2.2 – Grupos adimensionais usados para caracterizar a hidrodinâmica de células mecânicas de flotação (HARRIS, 1986).

Parâmetro adimensional	Faixa de valores	Fórmula	Legenda
Número de Reynolds (Re)	~ 10 ⁵ (Células de laboratório) ~ 10 ⁶ (Células industriais)	$Re = \frac{ND^2\rho}{\mu}$	N=rotação do impelidor; D=diâmetro do impelidor; P=pressão; g=aceleração da gravidade; ρ=massa específica do líquido; μ=viscosidade dinâmica do líquido; W=Potência
Número de Potência (N _p)	~ 0,8 – 5 (Dependendo da geometria rotor/estator)	$N_p = \frac{W}{N^3 D^5 \rho}$	
Número de Froude (Fr)	~ 0,3 – 2 (Células industriais)	$Fr = \frac{N^2 D}{g}$	
Número de Euler (Eu)	~ 0,5 – 2 (Escala de laboratório)	$Eu = \frac{P}{N^2 D^2 \rho}$	

O aumento da capacidade de células mecânicas de flotação, de acordo com Harris (1986) está relacionado com custos operacionais mais baixos; melhor controle do processo; eficiência no consumo de energia e, principalmente, por não comprometer o desempenho do processo.

Por muito tempo, a hidrodinâmica dos sistemas de flotação foi relegada a um papel secundário, quando comparada com os parâmetros físico-químicos interfaciais envolvidos na flotação. No entanto, face à crescente quantidade de trabalhos relacionados a essa área de pesquisa, tal cenário tem mudado bastante e, cada vez mais, os fatores hidrodinâmicos são critérios efetivos de projeto e escalonamento em células de flotação (WEBER et al., 1999; ÇILEK; YILMAZER, 2003; VILLANUEVA; WEBER; PRADO, 2005).

2.3 Dispersão do ar em células de flotação

Muito se tem pesquisado sobre a dispersão do ar em células de flotação, seja em células mecânicas ou em colunas (GOMES; FINCH, 2002; DEGLON; EGYA-MENSAH; FRANZIDIS, 2000), numa tentativa de se descrever quantitativamente como os parâmetros de dispersão do ar influenciam o desempenho do processo de flotação. Vários modelos têm sido propostos para descrever a dispersão de ar em células de flotação (DEGLON; SAWYERR; O'CONNOR, 1999; FRANZIDIS; MANLAPIG, 1999; SCHULZE, 1992).

Os parâmetros de dispersão de ar (em células de flotação) são: velocidade superficial do gás (J_G); percentagem de volume do equipamento ocupada pelo ar ou *hold-up* do ar, (ε_g) e o diâmetro médio de bolhas (d_{32}) que é representado pelo diâmetro médio de Sauter. Além de tais variáveis, há ainda uma quantidade derivada das anteriores, que é o fluxo de área superficial de bolhas (S_b), definido como a razão entre a área superficial de bolhas de ar que ascendem no tanque de flotação e a área transversal da célula, por unidade de tempo.

De acordo com Schubert apud Schubert e Bischofberger (1998), a dispersão do ar introduzido em células de flotação é efetuada, principalmente, pelo efeito que a flutuação de pressão atuante dentro do equipamento exerce sobre as bolhas de ar. A Figura 2.5 é ilustrativa de como a flutuação de pressão promove a dispersão das bolhas de ar em células mecânicas de flotação. Uma vez que as flutuações de pressão geram esforços cisalhantes (τ_t), estes causam uma deformação das bolhas de ar esféricas, que é compensada pela pressão capilar (P_c). Toda vez que a tensão cisalhante sobrepujar a pressão capilar, a bolha será deformada e seccionada em unidades menores. Uma vez que o Número de Weber (We) constitui a razão entre forças inerciais e capilares, a quebra das bolhas em unidades menores ocorrerá quando $We > 1$. As tensões de cisalhamento e a pressão capilar são expressas, respectivamente, pelas eqs. (2.1) e (2.2), de acordo com Schulze (1984).

$$\tau_t \approx 1,9\rho_L(\varepsilon \cdot d_b)^{2/3} \quad (2.1)$$

$$P_c = \frac{4\gamma_{LG}}{d_b} \quad (2.2)$$

Em que τ_t é a tensão de cisalhamento atuante na bolha de ar; ρ_L é a massa específica do fluido; ε é a taxa de dissipação média de energia; d_b é o diâmetro da bolha; P_c é a pressão capilar e, γ_{LG} é a energia livre interfacial líquido-gás.

Figura 2.5 - Deformação e dispersão de bolhas de ar devido às flutuações de pressão turbulenta em células de flotação (SCHUBERT; BISCHOFBERGER, 1998).

A capacidade que o rotor possui de promover a dispersão do ar em células mecânicas de flotação pode ser avaliada sob o ponto de vista desta operação em tanques com agitação aerados. De acordo com Chapman et al. (1983a), em tanques com agitação com impelidores simples, duas configurações de escoamento podem ser identificadas (Figura 2.6):

Figura 2.6 - Dispersão de bolhas de ar em tanque com agitação com impelidor tipo turbina de pás retas (CHAPMAN et al. (1983a)).

- a) A fase gasosa controla a hidrodinâmica do sistema ("*flooding*"). Ocorre quando a rotação do impelidor é muito baixa, ou a quantidade de ar introduzida no sistema é maior que sua capacidade para dispersá-lo. Tal situação é prejudicial à dispersão das bolhas de ar em tanques com agitação, conforme ilustra a Figura 2.6a-b;
- b) O impelidor controla a hidrodinâmica do sistema ("*loading*"). À medida que a rotação do impelidor aumenta, este passa então a dispersar as bolhas de ar, provocando a circulação de bolhas de ar na parte superior do equipamento (Figura (2.6c)). Um posterior aumento na rotação do impelidor promove a dispersão completa do ar, em que ocorre a dispersão das bolhas de ar em todo o volume do tanque, como é ilustrado pela Figura 2.6d-e.

A Figura 2.6 também ilustra que, para que o ar seja totalmente disperso no tanque com agitação, é necessário que se atinja uma rotação mínima (ou rotação crítica de dispersão de ar). De acordo com Chapman et al. (1983b), a introdução de ar em sistemas com agitação altera os padrões de fluxo dentro do tanque, e o padrão original de escoamento só é restabelecido quando a rotação do impelidor for maior que a rotação crítica de dispersão das bolhas.

2.3.1 Velocidade superficial do ar

A velocidade superficial do ar (J_G) é definida como o volume de ar que atravessa a secção transversal da célula por unidade de tempo. É uma medida da capacidade de aeração da célula de flotação, e um parâmetro muito importante devido a sua influência no desempenho da flotação. Pode ser expressa de acordo com a eq. (2.3).

$$J_G = \frac{V_{ar}}{t \cdot A_c} \quad (2.3)$$

Em que J_G é a velocidade superficial do ar; V_{ar} é o volume de ar que atravessa a secção transversal da célula (A_c) e t é o intervalo de tempo decorrido nesse processo. Considerando que o ar está uniformemente distribuído, o valor da velocidade superficial média $\bar{J}_G$ pode ser expresso de acordo com a eq. (2.4).

$$\bar{J}_G = \frac{Q_{ar}}{A_c} \quad (2.4)$$

Gorain; Franzidis e Manlapig (1996) desenvolveram um método de medida do $\bar{J}_G$ em circuito industrial. Tal método consistia em observar o tempo (t) gasto para que a interface líquido-ar percorresse uma determinada distância L dentro de um tubo cilíndrico transparente, e posterior aplicação da eq. (2.5).

$$\bar{J}_G = \frac{L}{t} \quad (2.5)$$

Os autores realizaram tais medidas numa célula de flotação de 2,8 m³, utilizando quatro diferentes tipos de impelidores, obtendo valores de J_G que variaram de 0,29 cm/s a 6,4 cm/s, e os resultados foram utilizados para caracterizar a capacidade de dispersão de ar de cada impelidor.

Uma correção dos valores de $\bar{J}_G$ expressos pela eq. (2.5) pode ser efetuada, levando em consideração as diferenças de velocidade de ascensão do ar entre o ponto de coleta (dentro da polpa mineral) e o ponto de medida (fora da polpa, dentro do tubo cilíndrico). A eq. (2.6) ilustra um desses fatores de correção (WEEDON et al., 2005).

$$J_G = \bar{J}_G \cdot \frac{P_{atm} + \rho_p g H_p - \rho_w g H_w}{P_{atm} + \rho_p g H_p} \quad (2.6)$$

Em que $\bar{J}_G$ é o valor experimental da velocidade superficial do ar; P_{atm} é a pressão atmosférica; g é a aceleração da gravidade; ρ_w é a massa específica da água aerada dentro da sonda; H_w é a distância entre a extremidade inferior da sonda e a primeira marca que delimita a distância L percorrida pela interface ar-água; ρ_p é a massa específica da polpa aerada, e H_p é a altura da coluna de polpa entre a interface camada de espuma/polpa e o ponto de coleta das bolhas de ar. A Figura 2.7 ilustra o equipamento utilizado nas medições.

Vários sensores foram desenvolvidos para possibilitar a realização de medidas de J_G em células mecânicas e colunas de flotação (FALUTSU, 1994; GOMEZ; FINCH, 2002; GRAU; HEISKANEN, 2003; TORREALBA-VARGAS, 2004), procurando sempre relacionar o valor desse parâmetro de dispersão com o desempenho metalúrgico do processo.

Figura 2.7 – Medição do J_G em célula mecânica industrial (WEEDON et al., 2005).

2.3.2 Hold-up em células de flotação

A fração volumétrica ocupada pelo ar em células de flotação é chamada *hold-up* do ar. No jargão da Engenharia de Minas, é empregado amplamente o termo em inglês. O *hold-up* do ar é calculado de acordo com a eq. (2.7), em que V_{ar} é o volume ocupado pelo ar; V_p é o volume total de polpa, composta de sólidos, água e ar, e; ε_g é o *hold-up* do ar.

$$\varepsilon_g = \frac{V_{ar}}{V_p} \quad (2.7)$$

Em sistemas de laboratório, de dimensões reduzidas, é possível a determinação do *hold-up* do ar por meio da técnica de expansão do leito (TAVERA; GOMEZ; FINCH, 1996). Em escala industrial esse procedimento não é trivial, visto que promove uma perturbação no sistema, a medida é cheia de incertezas quanto à medição do nível de

polpa, e o resultado fornece apenas uma informação sobre o valor global desse parâmetro, não revelando nada sobre o seu comportamento em cada ponto da célula de flotação, ou seja, não fornece nenhuma informação sobre a dispersão local de ar no equipamento.

2.3.3 Diâmetro de bolhas (d_{32}) e fluxo de área superficial de bolhas (S_b)

Um parâmetro de dispersão de ar utilizado para interpretar o desempenho da flotação é o diâmetro médio de bolhas, que é geralmente representado pelo diâmetro médio de Sauter (d_{32}), definido de acordo com a eq. (2.8), em que d_i é o diâmetro da esfera de igual volume que a bolha.

$$d_{32} = \frac{\sum_i d_i^3}{\sum_i d_i^2} \quad (2.8)$$

As bolhas de ar são geradas na região rotor/estator e, à medida que ascendem em direção à camada de espuma, dependendo da concentração de surfatante, pode ocorrer a coalescência de algumas bolhas, fazendo-as aumentarem de tamanho. Cho e Laskowski (2002) mostraram que existe uma concentração mínima de surfatante a partir da qual não haverá mais coalescência e que, em valores superiores a essa concentração, as características de dispersão das bolhas dependerão das características do difusor (conjunto rotor/estator) e das condições hidrodinâmicas do processo. É a chamada concentração crítica de coalescência (CCC). De acordo com Smith (1985) a coalescência tende a ocorrer nas regiões mais remotas do sistema (zona mais quiescente), e não nas proximidades do impelidor (zona mais turbulenta).

Outra variável de dispersão de ar, derivada das anteriores, é o fluxo de área superficial de bolhas (S_b), definido de acordo a eq. (2.9).

$$S_b = \frac{A_b}{A_c \cdot t} \quad (2.9)$$

Em que A_b é a área superficial de bolhas; A_c é a área da secção transversal da célula, e; t é intervalo de tempo.

Considerando-se bolhas esféricas, e aplicando a definição de velocidade superficial do ar (J_G), o valor de S_b pode ser calculado pelas medidas experimentais de distribuição de tamanhos de bolhas (diâmetro médio de Sauter) e velocidade superficial do ar (J_G), de acordo com a eq. (2.10).

$$S_b = 6 \frac{J_G}{d_{32}} \quad (2.10)$$

S_b é um parâmetro usado para avaliar o desempenho de uma célula de flotação, porque incorpora não só a eficiência na dispersão de gás (através do diâmetro médio de bolhas), mas também a capacidade de aeração da célula de flotação (através da velocidade superficial do ar) em uma única variável (GORAIN; FRANZIDIS; MANLAPIG, 1997; DEGLON; EGYA-MENSAH; FRANZIDIS, 2000; VERA, 2002). Para células industriais, Deglon; Egya-Mensah e Franzidis (2000) reportam valores de S_b numa faixa de 32 a 97 $\text{m}^2/\text{m}^2.\text{s}$, sendo que a maioria dos valores está na faixa 50-70 $\text{m}^2/\text{m}^2.\text{s}$, concordando com os valores obtidos por Yianatos et al. (2001).

2.4 Turbulência em células mecânicas de flotação

Em tanques com agitação, o escoamento é considerado turbulento quando o número de Reynolds do impelidor é superior a 10^4 (PERRY; CHILTON, 1980). Células mecânicas de flotação operam em regimes altamente turbulentos, visto que o número de Reynolds de seus impelidores é da ordem de $\sim 10^6 - 10^7$ em escala industrial (SCHUBERT, 1999; HARRIS, 1976, 1986). Em célula Denver de laboratório, o número de Reynolds é da ordem de $\sim 10^5$ (LEAL FILHO et al., 2006; HARRIS, 1986). Deste modo, em célula mecânica o fluxo turbulento sempre se sobrepõe ao fluxo estacionário influenciando sobremaneira a dispersão de ar, a suspensão de sólidos e a interação entre as primeiras e as últimas (SCHULZE, 1984).

Quando são efetuadas medidas de velocidade (ou pressão) em escoamentos turbulentos, verifica-se que a magnitude do sinal turbulento não permanece constante com o tempo, mas apresenta flutuações em torno de um valor médio.

Considerando um sinal de velocidade turbulenta, supondo escoamento unidirecional, e aplicando a decomposição de Reynolds, a velocidade do fluido pode ser expressa pela eq. (2.11).

$$v(t) = V + v'(t) \quad (2.11)$$

Em que $v(t)$ representa a velocidade instantânea; $v'(t)$ é a flutuação de velocidade, e V é a velocidade média temporal do escoamento, que é definida de acordo com a eq. (2.12) (TENNEKES; LUMLEY, 1972).

$$V = \lim_{T' \rightarrow \infty} \frac{1}{T'} \int_0^{T'} v(t) dt \quad (2.12)$$

Na eq. (2.12), T' representa o intervalo de tempo de medição. Em termos práticos, considera-se tempo de medida um valor de T' suficientemente longo, a fim de evitar variações no valor médio.

Um fluxo turbulento pode ser visualizado como sendo um conjunto de turbilhões de tamanhos variados que se sobrepõem ao escoamento médio. É importante destacar dois tipos de turbilhões: os de grandes dimensões (macro escala) e os de pequenas dimensões, denominados microturbilhões (micro escala). A Figura 2.8 ilustra um fluxo turbulento.

Figura 2.8 – Representação de um fluxo turbulento, ilustrando as flutuações de velocidade e pressão (SCHULZE, 1984).

Os diferentes tamanhos de tubilhões provocam as flutuações de velocidade e pressão em escoamentos turbulentos e desempenham papéis singulares no processo de flotação (SCHULZE, 1984; BUURMAN; RESOORT; PLASCHKES, 1986):

- a) Os grandes turbilhões (macroturbulência) são responsáveis pelas trocas de massa entre camadas adjacentes de fluido, que se encontram sob agitação mecânica. Devido aos esforços turbulentos de cisalhamento por eles criados, o transporte de massa ocorre ao longo de todo o volume da célula, mantendo as partículas em suspensão. De acordo com Pyke et al. (2002), em sistemas com agitação, as dimensões da macroturbulência são constantes e iguais à metade da espessura das pás do impelidor;
- b) Os menores turbilhões (microturbulência) são responsáveis pela dispersão das bolhas de ar na polpa, pelas colisões partícula/bolha, pela preservação/destruição do agregado partícula/bolha. De acordo com a literatura (RAGHAVA RAO; REWATKAR; JOSHI, 1988; BALDI; CONTI; ALARIA, 1978), a suspensão de sólidos em tanques com agitação é o resultados da combinação da macroturbulência e da microturbulência.

No que diz respeito à flotação de partículas grossas, a microturbulência é particularmente importante, visto que:

- a) Sob condições operacionais que produzem muito baixa turbulência, pode ocorrer dificuldade do impelidor retirar as partículas que se encontram depositadas no fundo da célula, gerando, em situações extremas, aterramento do impelidor;
- b) Altos níveis de turbulência são capazes de destruir o agregado partícula-bolha, reduzindo o desempenho do processo (LEAL FILHO et al., 2006). Segundo Schulze (1984), a destruição do agregado ocorrerá sempre que a energia cinética transmitida pelo impelidor ao agregado partícula/bolha for maior que a energia de adesão que mantém a partícula unida à bolha.

2.4.1 Transferência de energia em escoamentos turbulentos

Em escoamentos turbulentos, a transferência de energia ocorre dos maiores para os menores turbilhões. A maior parte do conteúdo energético do escoamento é transportada pelos grandes turbilhões. Estes, por sua vez, perdem aceleração, gerando vórtices progressivamente menores, transferindo continuamente a energia introduzida no sistema pelo movimento das pás do impelidor. Ao atingirem o comprimento de Komolgorov, definido como o menor tamanho que pode ser atingido pelos menores vórtices, ocorrem os processos de dissipação viscosa da energia cinética turbulenta (SCHULZE, 1984). Tal mecanismo pode ser visualizado pelo espectro unidimensional do escoamento, ilustrado pela Figura 2.9.

Figura 2.9 - Espectro de energia em escoamentos turbulentos (Adaptada de Deglon (1998)).

A turbulência é fundamental na suspensão e transporte de sólidos em tanques com agitação. De acordo com Buurman; Resoort; Plaschkes (1986), em regime turbulento, a partícula sólida é suspensa quando a força exercida sobre a partícula, na

direção ascendente, se torna igual a peso da partícula, de tal forma que a turbulência exerce papel fundamental na suspensão de sólidos em sistemas com agitação.

Baldi; Conti e Alaria (1978) propuseram que a suspensão de partículas sólidas em tanques com agitação é causada por turbilhões que retiram tais partículas da base do tanque. Este modelo é reiterado por Buurman; Resoort; Plaschkes, (1986) que reforçam o fato de que, para se obter certo grau de homogeneidade, não basta somente que os sólidos sejam retirados do fundo do tanque, eles precisam ser transportados, em quantidade suficiente, ao longo de todo o volume do equipamento. Tal transporte dos sólidos é efetuado pela circulação global de fluido, que é promovida pelo bombeamento do impelidor (seção 2.5).

2.4.2 Turbulência real e pseudo turbulência em tanques com agitação

Em sistema de agitação mecânica, nas regiões próximas ao rotor, há uma contribuição periódica ao sinal randômico da turbulência (turbulência real) produzido pela passagem das pás do impelidor pelo ponto de medição. É a chamada pseudo turbulência (VAN'T RIET; BRUIJ; SMITH, 1975; WU; PATTERSON, 1989). Em tais sistemas, o sinal turbulento pode ser expresso de acordo com a eq. (2.13).

$$v'_{tot}(t) = v'_{rand}(t) + v'_{per}(t) \quad (2.13)$$

Em que os subscritos “*tot*”, “*rand*” e “*per*” denotam, respectivamente, as contribuições total, randômica e periódica da flutuação do sinal turbulento (WU; PATTERSON, 1989). A Figura 2.10a ilustra um sinal de velocidade turbulenta, na região próxima ao impelidor de um tanque com agitação. Observa-se que há uma periodicidade no valor da velocidade, ilustrada pela Figura 2.10b.

Figura 2.10 – Pseudo turbulência em tanque com agitação (Adaptada de Kresta e Wood (1993)).

De acordo com Rao e Brodkey (1972), uma forma de identificar a ocorrência da pseudo turbulência é a observação de oscilações periódicas no coeficiente euleriano de autocorrelação, $R(\tau)$, definido pela eq. (2.14), para medidas de velocidade turbulenta.

$$R(\tau) = \frac{\overline{v'(t)v'(t+\tau)}}{\overline{v'(t)^2}} \quad (2.14)$$

Em que $v'(t)$ representa as flutuações de velocidade no ponto de medida; τ é a defasagem no tempo ao longo da medição, ou seja, a diferença entre o tempo de medida atual e o tempo em que se iniciou a medição. A Figura 2.11 ilustra o comportamento do coeficiente euleriano de autocorrelação para regiões próximas e distantes do impelidor em tanque com agitação.

Os parâmetros da turbulência real devem ser considerados após a remoção da contribuição periódica ao sinal turbulento. Alguns métodos para retirada da componente periódica são apresentados na literatura (WU; PATTERSON, 1989; RAO; BRODKEY, 1972; KRESTA; WOOD, 1993).

Figura 2.11 – Pseudo turbulência ilustrada pela oscilação do coeficiente de autocorrelação (Adaptada de Rao e Brodkey (1972)).

2.4.3 Intensidade da turbulência

A intensidade da microturbulência depende somente da taxa de dissipação de energia ε e da viscosidade cinemática do fluido (KOLMOGOROV apud SCHUBERT, 1999). A taxa de dissipação média de energia em um tanque com agitação, com uma massa de fluido m e potência W , é calculada de acordo com a eq. (2.15).

$$\bar{\varepsilon} = \frac{W}{m} \quad (2.15)$$

Os valores das taxas de dissipações locais de energia (ε) são bem superiores ao valor médio ($\bar{\varepsilon}$). Schubert (1999) reporta valores locais, na região rotor/estator, 30 vezes maiores que o valor médio.

Leal Filho; Rodrigues e Ralston (2002) estudaram a influência de ε no desempenho da flotação de esferas de vidro ($\theta=89^\circ$), mostrando que há um valor ótimo de dissipação média de energia, que proporciona a máxima recuperação. Para valores abaixo de tal ponto ótimo, por deficiência de suspensão, e acima do mesmo, devido ao excesso de turbulência, a resposta à flotação das esferas de vidro diminui consideravelmente, como ilustra a Figura 2.12.

Outra forma de caracterizar a turbulência de um determinado sistema é através do cálculo da *intensidade relativa* ou *nível de turbulência*, que para o caso de turbulência isotrópica, ou seja, independente da direção, é definida de acordo com a eq. (2.16) (SCHUBERT, 1979).

$$I = \sqrt{\frac{v'_x(t)^2 + v'_y(t)^2 + v'_z(t)^2}{3 \cdot V^2}} \approx \frac{\sqrt{v'(t)^2}}{V} \quad (2.16)$$

Em que I é a intensidade da turbulência; $v'(t)$ é a intensidade da flutuação nas direções x-y-z dos eixos triortogonais, e V é a média temporal.

De acordo com a eq. (2.16), é possível caracterizar o nível de turbulência (intensidade da turbulência) pelo conhecimento da média temporal e do rms (*root-mean-square*) de flutuação do sinal turbulento, que é definido, considerando medidas de velocidade, como a raiz quadrada da média das flutuações de velocidades elevadas ao quadrado ($\sqrt{\overline{v'(t)^2}}$). Quanto maior a intensidade da turbulência (I), maiores serão as flutuações de velocidade do escoamento $[v'(t)]$.

Figura 2.12 – Flotação de esferas de vidro em função da dissipação de energia média (LEAL FILHO; RODRIGUES; RALSTON, 2002).

2.4.4 Amortecimento dos parâmetros de turbulência

De acordo com a literatura (Schubert, 1999; Dohi et al. 2004), a presença de partículas sólidas suspensas em tanques com agitação provoca um amortecimento da intensidade da turbulência do sistema, pela dissipação de energia em torno dessas partículas.

Weiss, 1988 apud Schubert, 1999 investigou o efeito da presença de sólidos, em várias concentrações volumétricas, na taxa de dissipação local de energia, observando uma redução dessa variável à medida que se aumentava a concentração de sólidos, e tal decaimento era também influenciado pelo tamanho das partículas, como pode ser observado na Figura 2.13.

Figura 2.13 - Efeito da concentração volumétrica de diferentes sólidos na taxa de dissipação local de energia (Weiss, 1988 apud Schubert, 1999).

Além do efeito causado pela presença de sólidos, a presença de ar também contribui para o amortecimento nos parâmetros de turbulência (taxa de dissipação de energia, velocidade média do escoamento, magnitude das flutuações de velocidade, nível de turbulência) em tanques com agitação (CHAPMAN et al., 1983c; DEGLON, 1998; DUTTA; PANGARKAR, 1995).

2.5 Capacidade de bombeamento do impelidor

Em células mecânicas de flotação, para que ocorra colisão partícula-bolha, é necessário que estas estejam adequadamente suspensas no meio aquoso. Tal suspensão advém da ação mecânica do impelidor que atua no meio, promovendo continuamente um fluxo ascendente de polpa dentro da célula, como está ilustrado na Figura 2.14. Esse escoamento se contrapõe à tendência natural dos sólidos à sedimentação, decorrente da influência do campo gravitacional da Terra. As linhas de fluxo decorrentes da ação do impelidor encontram-se em uma região da célula denominada Zona de Coleta, região de alta turbulência, onde ocorrem as interações partícula-bolha, ou seja, colisão e adesão (SCHUBERT, 1985; LEAL FILHO et al., 2006). Mais acima na célula, encontra-se uma região mais quiescente, também chamada de Zona de Separação.

Assim como bombas centrífugas, células mecânicas de flotação são membros da família das turbomáquinas. Em tais equipamentos, a polpa entra no sistema paralelamente ao eixo do rotor e é arremessada para a periferia em trajetória normal ao eixo, como ilustrado pela Figura 2.15.

Figura 2.14 – Circulação de polpa em célula de flotação (LIMA; BARBOSA; LEAL FILHO, 2006).

Figura 2.15 - Descarga de fluido na região rotor/estator (LIMA; BARBOSA; LEAL FILHO, 2006).

O impelidor de um tanque com agitação ou célula mecânica de flotação pode ser considerado como uma bomba operando sem carcaça, que continuamente recalca polpa do fundo para as regiões superiores do tanque, podendo então ser caracterizada pela taxa de descarga do impelidor, ou seja, sua capacidade de bombeamento. A Figura 2.16 ilustra uma analogia entre impelidores e bombas centrífugas.

Figura 2.16 – Circulação de polpa em célula de flotação: analogia entre impelidores e bombas centrífugas (LIMA; MARQUES; LEAL FILHO, 2009).

Dessa forma, a vazão de descarga do impelidor pode ser usada para caracterizar sua capacidade de bombeamento. De acordo com Bertrand; Courdec e Angelino (1980), a velocidade desenvolvida pelo fluido é função da geometria, tamanho e rotação do impelidor. O volume de polpa descarregado pelo rotor, por unidade de tempo, é denominado de vazão de bombeamento (Q_b) ou capacidade de bombeamento. A capacidade exibida por rotores de promover a circulação global de fluido no interior de tanques com agitação pode ser caracterizada por Q_b ou por um parâmetro adimensional denominado Número de Bombeamento (N_Q), definido de acordo com a eq. (2.17).

$$N_Q = \frac{Q_b}{ND^3} \quad (2.17)$$

Na eq. (2.17), Q_b é a vazão de bombeamento; N é rotação do impelidor e, D é o diâmetro do impelidor.

Para o caso de uma turbina, a vazão de bombeamento pode ser calculada pela eq. (2.18) ou em termos de valor médio, pela eq. (2.19).

$$Q_b = \pi D \int v_b dw \quad (2.18)$$

$$Q_b = v_b \cdot A_{esc} \quad (2.19)$$

Em que v_b é a componente de velocidade radial, e A_{esc} é a área de escoamento do fluido, definida como área lateral do cilindro cujo diâmetro é igual ao diâmetro do rotor (D), e cuja altura é igual à altura das pás do rotor (w).

Quanto mais alta for a magnitude do N_Q apresentada por um impelidor, maior sua capacidade de executar o bombeamento da polpa dentro da célula. O comportamento de N_Q é função do regime de escoamento (GOMIDE, 1997):

- a) no regime laminar ($Re < 20$) N_Q é constante;
- b) no regime de transição ($20 < Re < 10.000$) é crescente, e;
- c) novamente constante em regime turbulento ($Re > 10.000$).

A literatura (GRAY, 1967; McCABE; SMITH; HARRIOT, 1993) informa uma ampla faixa de valores de N_Q para os mais variados tipos de rotores em tanques com agitação, com ou sem chicanas. A maior parte dos valores de N_Q está na faixa $N_Q < 1$. No entanto, valores de $N_Q > 1$ também são reportados na literatura (GRAY, 1967; BERTRAND; COURDEC; ANGELINO, 1980; HOLMES; VONCKEN; DEKKER, 1964). Tais variações são função do tamanho e da geometria dos impelidores. Células mecânicas de flotação Eimco em escala industrial apresentam $N_Q \sim 0,64$ (Eimco, 1992). Interessante ressaltar que as informações existentes em literatura sobre N_Q é relativa a tanques com agitação e não propriamente células de flotação. Nenhuma informação foi encontrada em literatura corrente sobre N_Q de células de flotação de bancada. Para células industriais, Weedon et al. (2005) realizaram medidas hidrodinâmicas em células Wemco e Denver, reportando valores de $N_Q \sim 0,62$ para célula Wemco e $N_Q \sim 0,05$ para célula Denver.

De acordo com Chapman et al. (1983b) a introdução de ar em um sistema agitado, reduz a capacidade de bombeamento do rotor, diminuindo a circulação de

fluido dentro do tanque. Em sistemas trifásicos (ar+água+sólidos), tal situação é desfavorável à suspensão de sólidos. Tal comportamento de impelidores, frente à presença de ar é semelhante ao de bombas centrífugas.

2.6 Suspensão de sólidos em tanques com agitação

Para que haja suspensão de sólidos é necessário que sua tendência natural à sedimentação seja sobrepujada pela movimentação ascendente de fluido, promovida pelo giro do rotor. O mecanismo de sedimentação pode ser analisado a partir da velocidade terminal do sólido, que pode ser derivada a partir de um balanço das forças atuantes na partícula, e é expressa pela eq. (2.20), em que c_D é o coeficiente de arraste partícula-fluido, d_p é o diâmetro da partícula, ρ_S e ρ_L são as massas específicas do sólido e do líquido, respectivamente.

$$v_t = \left[\frac{4}{3} \cdot \frac{d_p g}{c_D} \left(\frac{\rho_S - \rho_L}{\rho_L} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.20)$$

Observando os termos da eq. (2.20), verifica-se que, para partículas de um mesmo tamanho, o termo $(\rho_S - \rho_L / \rho_L)$, a massa específica relativa sólido-líquido, é a “força motriz” da velocidade terminal da partícula, de tal modo que dentre as propriedades sólido-líquido listadas anteriormente, a massa específica do sólido exerce uma maior influência na suspensão de sólidos, como mostram os dados da literatura (ZWIETERING, 1958; VAN DER WESTHUIZEN; DEGLON, 2008).

O balanço entre a velocidade ascendente do fluido (v_b) produzido pela ação do rotor e a velocidade de sedimentação das partículas (representada por v_t) determinará a ocorrência de sedimentação ou suspensão de sólidos no tanque com agitação ou célula de mecânica de flotação.

2.6.1 Sedimentação de partículas sólidas

A velocidade terminal de sedimentação livre (*“free settling”*) com que uma partícula esférica sofre decantação pode ser determinada através da eq. (2.21) (MCCABE; SMITH; HARRIOT, 1993).

$$v_t = \left[\frac{4 \cdot g \cdot d_p^{1+n} (\rho_s - \rho_L)}{3 \cdot b_1 \mu^n \rho_L^{1-n}} \right]^{\frac{1}{2-n}} \quad (2.21)$$

Em que g é a aceleração do campo externo; d_p é o diâmetro da partícula considerada como sendo uma esfera; ρ_s é a massa específica do sólido; ρ_L é a massa específica da água; μ é a viscosidade dinâmica da água; v_t é a velocidade terminal da partícula esférica isolada; b_1 e n são variáveis dependentes do regime de escoamento (laminar, transição ou turbulento). Para se conhecer o regime de escoamento, é necessário o cálculo de um fator (parâmetro K) através da eq. (2.22).

$$K = d_p \left[\frac{g \cdot \rho_p (\rho_s - \rho_L)}{\mu^2} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (2.22)$$

Conhecendo-se a magnitude de K , identifica-se o regime de escoamento das partículas e, conseqüentemente, os valores de b_1 e n adequados para serem utilizados na eq. (2.21). Os valores de K , em função do número de Reynolds da partícula (Re_p) estão expressos na Tabela 2.3 (MCCABE; SMITH; HARRIOT, 1993).

Tabela 2.3 - Valores de b e n de acordo com o parâmetro K .

Valores de K	Re_p	Regime de Escoamento	b_1	n
$K < 3,3$	$Re_p < 1,9$	Regime de Stokes	24	1
$3,3 < K < 44$	$1,9 < Re_p < 500$	Regime de transição	18,5	0,6
$44 < K < 2360$	$500 < Re_p < 2 \times 10^5$	Regime de Newton ou turbulento	0,44	0

Nos experimentos desta tese, as eqs. (2.21) - (2.22) e os valores da Tabela 2.3 foram utilizados para calcular a velocidade de sedimentação teórica de partículas sólidas (apatita) em água.

2.6.2 Padrões de escoamento em tanques com agitação

A suspensão de sólidos é uma variável fundamental no processo de flotação, pois maximiza a probabilidade de colisão partícula-bolha, possibilitando a formação posterior de um agregado flotável. No entanto, a imensa maioria da literatura sobre suspensão de sólidos está relacionada a tanques com agitação, e não a células de flotação, de forma que para um melhor entendimento desse tópico, uma breve discussão sobre os padrões de escoamento em tanques com agitação se faz necessária.

O tipo de escoamento de fluidos em tanques com agitação depende do tamanho, da geometria e da rotação do impelidor, das características do fluido, da presença ou ausência de chicanas, do tamanho e proporções do tanque (McCABE; SMITH; HARRIOT, 1993). A Figura 2.17 ilustra a configuração típica de um tanque com agitação, mostrando a nomenclatura normalmente utilizada para identificar as principais dimensões de seus componentes, onde se destacam:

H: Altura do nível de fluido dentro do tanque;

T: Diâmetro do tanque;

C: Distância entre o impelidor e o fundo do tanque;

B: Largura das chicanas do tanque;

D: Diâmetro do impelidor;

w: Altura das pás do impelidor.

Figura 2.17 - Configuração e nomenclatura típica em tanques com agitação (MAVROS, 1992).

O tipo de impelidor afeta os padrões de escoamento em tanques com agitação. Impelidores do tipo axial promovem a movimentação do fluido paralela ao eixo de rotação, e constituem todos aqueles cujas pás do rotor fazem um ângulo menor que 90° com o plano de rotação do impelidor (PERRY; CHILTON, 1980). Hélices e turbinas de pás inclinadas são exemplos desse tipo de impelidor. Em rotores do tipo radial, a descarga de fluido ocorre, principalmente, perpendicular ao eixo de rotação do impelidor. A turbina de Rushton é o exemplo clássico dessa geometria de rotor. A Figura 2.18 ilustra os padrões de fluxo em tanques com agitação quando se utiliza rotores axiais e radiais.

A facilidade ou dificuldade de promover a suspensão de sólidos depende do tipo de escoamento. O padrão de fluxo promovido por um impelidor axial é mais adequado à suspensão de sólidos do que o promovido por um impelidor radial (SHARMA; SHAIKH, 2003).

Figura 2.18 - Padrões de fluxo em tanques com agitação. (a)→ rotor axial; (b) → rotor radial (MAVROS, 1992).

Independentemente do tipo de impelidor, podem ser destacados três padrões de escoamentos distintos em tanques com agitação (ULBRECHT; CARREAU, 1985):

- a) O movimento rotacional do impelidor, faz com que o fluido apresente um escoamento tangencial em torno do impelidor, que é denominado escoamento primário;
- b) As forças centrífugas geradas pelo fluxo primário produzem um escoamento em direção às paredes do tanque que, ao atingi-la, divide-se verticalmente para cima e para baixo, retornando ambos à região do rotor. É o chamado escoamento secundário;
- c) Ao se moverem no interior da fase líquida, as pás do impelidor provocam o aparecimento de região de estagnação do escoamento na sua parte frontal, e formação de vórtice na sua parte posterior. Trata-se do escoamento terciário.

Em um tanque com agitação, as linhas de fluxo do escoamento estão relacionadas com a distância entre o impelidor e o fundo do tanque, e influencia a suspensão de sólidos, como ilustra a Figura 2.19. De acordo com Sharma e Shaikh

(2003) com o aumento desta distância, a energia disponível para suspender os sólidos do fundo do tanque é diminuída e como resultado, a suspensão dos sólidos é comprometida. A determinação dos padrões de fluxo em tanques com agitação pode ser feita diretamente por métodos óticos, ou indiretamente através de traçadores (MAVROS, 1992).

Figura 2.19 - Efeito da distância entre o rotor e o fundo do tanque na suspensão de sólidos.

As propriedades físicas do sólido e do líquido também influenciam no estado de suspensão das partículas em tanques com agitação. De acordo com Lyons (1967), as seguintes propriedades sólido-líquido podem ser destacadas:

- a) Massa específica do sólido (ρ_s);
- b) Concentração de sólidos (X);
- c) Massa específica do líquido (ρ_L);
- d) Tamanho da partícula sólida, caracterizado por seu diâmetro (d_p);
- e) Forma da partícula, que pode ser caracterizada por sua esfericidade (Ψ);
- e) Viscosidade do líquido (μ).

Um trabalho recente publicado por Sousa Pinto; Lima e Leal Filho (2009), reportou o valor de $\Psi = 0,6$ para partículas de apatita de origem ígnea e sedimentar.

2.6.3 O *status* da suspensão de sólidos em tanques com agitação

2.6.3.1 Suspensão em sistemas não-aerados

Para uma determinada geometria e tamanho de impelidor e do tanque e reologia do fluido, a suspensão de sólidos será função apenas da rotação do impelidor que, à medida que aumenta, promove a gradativa suspensão das partículas sólidas do fundo do tanque para cotas mais elevadas, vencendo a natural tendência à sedimentação dos sólidos. A condição de suspensão desejada está condicionada à determinada rotação do impelidor.

A suspensão de sólidos em tanques com agitação não-aerados tem sido amplamente investigada para várias geometrias e tamanhos de tanques e impelidores, e vários modelos matemáticos foram propostos para descrever o mecanismo responsável pela suspensão de sólidos nesses equipamentos.

Devido à grande complexidade em se prever o *status* da suspensão de sólidos em tanques com agitação em função das variáveis operacionais e geometria do tanque, os modelos existentes para caracterizar o valor de rotação mínima para que determinado grau de suspensão de sólidos seja atingido são essencialmente empíricos e semi-empíricos.

A Tabela 2.4 reúne sucintamente alguns dos estudos realizados por vários pesquisadores sobre suspensão de sólidos em sistemas de agitação.

Tabela 2.4 – Estudos sobre suspensão de sólidos em tanques com agitação.

Autor	Argumentação/Contribuição
Nienow (1968)	Estudou o efeito da distância entre o rotor e o fundo do tanque, em tanques com agitação adaptados com impelidores do tipo turbina de pás retas. Constatou que a razão $1/7$ ($C/H=1/7$, com $H=T$) é a que melhor conduz a padrões de escoamentos para promover a suspensão de sólidos da forma mais efetiva.
Gates; Morton e Fondy (1976)	Propuseram uma escala para diversos níveis de agitação em tanques com agitação, e estabeleceram relações que permitiam a determinação da rotação do impelidor para se alcançar os referidos níveis.
Baldi; Conti e Alaria (1978)	Desenvolveram um modelo semi-empírico para descrever a suspensão de sólidos, em que consideraram que suspensão das partículas ocorria devido às perturbações turbulentas presentes no escoamento, e não ao campo de velocidades médio próximo ao fundo do tanque. Microturbilhões seriam os responsáveis pela retirada das partículas do fundo do tanque. Estabeleceram um critério chamado de <u>suspensão homogênea</u> , definido como a rotação do impelidor em que a concentração de sólidos era uniforme em todo o tanque.
Buurman; Resoort; Plaschkes (1986)	Propuseram um modelo fundamentado em considerações de turbulência isotrópica, para descrever o estado de suspensão dos sólidos. As partículas sólidas, uma vez retiradas do fundo do tanque pelos microturbilhões, seriam mantidas em suspensão pela ação dos macrotubilhões. O modelo considerou o efeito do diâmetro do impelidor na suspensão de sólidos, e apresentou bons resultados com os experimentos realizados em escala industrial.

Tabela 2.4 – Estudos sobre suspensão de sólidos em tanques com agitação. (cont.)

Autor	Argumentação/Contribuição
Molerus e Latzel (1987a, 1987b)	Estabeleceram um critério denominado <u>estado de suspensão suficiente</u> , como sendo aquele em que não mais se observasse a movimentação de sólidos no fundo do tanque. Propuseram um modelo matemático para prever a rotação mínima para promover a suspensão suficiente de partículas finas, com diâmetro igual a 66 μm , utilizando equações da turbulência de parede e considerações sobre camada limite. Propuseram também outro modelo para descrever a suspensão de partículas grossas, com diâmetro maior que 220 μm , utilizando equações da teoria de fluidização e relacionando as características de descarga de um impelidor com as de uma bomba centrífuga.
Wichterle (1988)	Propôs um modelo para prever a rotação crítica do impelidor para promover a suspensão de sólidos, baseado na comparação da velocidade de sedimentação teórica da partícula e uma velocidade característica da mesma no fundo do tanque, função do tamanho do sólido. Os valores de rotação crítica calculados pelo modelo apresentaram um bom ajuste com dados experimentais reportados pela literatura.
Rieger e Dittl (1994)	Propuseram um modelo semi-empírico para descrever a suspensão de sólidos, baseado nas equações de continuidade e de Navier-Stokes, em diferentes os regimes de escoamento (turbulento e transição).
Armenante e Nagamine (1998)	Desenvolveram correlações para descrever o fator geométrico s de Zwietering (seção 2.6.3.2) como uma função da relação (T/D) e da distância relativa do rotor ao fundo do tanque, expressa na forma da razão (C/T) .

Tabela 2.4 – Estudos sobre suspensão de sólidos em tanques com agitação. (cont.)

Autor	Argumentação/Contribuição
Mersmann et al. (1998)	Desenvolveram um modelo teórico para prever a rotação mínima de suspensão de sólidos com base em considerações sobre a turbulência em tanques com agitação em escoamento turbulentos. O modelo tem como ponto de partida as equações de balanço de força e energia locais atuantes em uma única partícula de determinado diâmetro e volume, sendo o efeito de concentração de sólidos adicionado posteriormente. Os autores compararam os dados obtidos pela resolução do modelo com os dados publicados na literatura para impelidores tipo hélice, obtendo bons resultados. Para comparar os resultados, foi adotado o critério de suspensão conhecido como <u>critério 90%</u> , proposto por Einkenkel e Mersmann apud Molerus e Latzel (1987a), que propunha que a rotação fosse medida quando a altura dos sólidos no tanque alcançasse 90% da altura do líquido.

Recentemente, técnicas de fluidodinâmica computacional (CFD) têm sido utilizadas na resolução de modelos matemáticos complexos, para descrever a rotação crítica de impelidores para promover a suspensão de sólidos em tanques com agitação, como reportado por Murthy; Ghadge e Joshi (2007), que simularam a suspensão de sólidos em tanques com agitação, obtendo bons resultados de rotação crítica quando comparados com dados da literatura.

2.6.3.2 Rotação crítica de Zwietering

O modelo que mais se destaca é o proposto por Zwietering (1958), em que o autor define como parâmetro de suspensão o chamado “*Critério 1 segundo*”, doravante chamado neste texto, “*Critério 1-s*”. De acordo com esse critério, a rotação crítica do

impelidor (rotação crítica de Zwietering) capaz de promover a suspensão dos sólidos é alcançada quando nenhuma partícula sólida permanece no fundo do tanque por um período de tempo maior que 1 ou 2 segundos, sendo suspensa logo em seguida. Zwietering relacionou a rotação crítica de suspensão com propriedades do sistema sólido-líquido e as características do equipamento, de acordo com a eq. (2.23).

$$N_z = s \nu^{0,1} d_p^{0,2} B^{0,13} \left[g \left(\frac{\rho_s - \rho_L}{\rho_L} \right) \right]^{0,45} \cdot D^{-0,85} \quad (2.23)$$

Em que s é um parâmetro geométrico adimensional, função das relações (D/T) e (C/T) e da geometria do rotor; ν é a viscosidade cinemática da água; B é a razão entre a massa de sólidos e a massa de água, em percentagem; g é a aceleração da gravidade; ρ_L é a massa específica do líquido; D é o diâmetro do impelidor, e d_p é o diâmetro da partícula sólida. No parâmetro geométrico s estão refletidos os efeitos da geometria de cada sistema no estado de suspensão de sólidos. Para determinação desse parâmetro, o autor construiu ábacos para diferentes geometrias de impelidores e diferentes razões (T/C) e (T/D).

Vários autores utilizaram o método de visualização proposto por Zwietering na avaliação da rotação crítica de suspensão de sólidos (SARAVANAN; PATWARDHAN; JOSHI, 1987; RAGHAVA RAO; REWATAR; JOSHI, 1988; OLIVEIRA JR., 1990, dentre outros). A Tabela 2.5 apresenta várias correlações desenvolvidas por vários pesquisadores para prever a rotação crítica de suspensão em tanques com agitação sem aeração. É importante ressaltar que a correlação proposta por Zwietering foi desenvolvida para tanques com agitação sem a presença de ar e, deste modo, a eq.(2.23) pode ser utilizada para se obter a condição de mínima suspensão em condicionadores de polpa, mas nunca em células de flotação, visto que estas operam na presença de ar e ainda sob efeito da presença de um estator, que envolve o impelidor. Van der Westhuizen e Deglon (2008) ilustram bem que a equação de Zwietering não se aplica a células de flotação.

Tabela 2.5 - Correlações para prever a rotação crítica do impelidor para suspensão de sólidos em tanques com agitação.

Autor	Expoentes das variáveis das correlações do tipo Zwietering $N_{js} \propto d_p^a X^b (\Delta\rho/\rho_L)^c v^d$					
	a	b	C	d	Relações geométricas	Tipo de impelidor
Zwietering (1958)	0,20	0,17 ^(*)	0,45	0,1	0,20<(D/T)<0,67	R, A
Nienow (1968)	0,21	0,12	0,43	-	0,25<(C/T)<0,14	R
Baldi, Conti; Alaria (1978)	0,14	0,125	0,42	0,17	0,2<(D/T)<0,33; 0,5<(C/D)<1,5; D/T=0,25	R
Chudacek (1986) apud Sharma e Shaik (2003)	0,55	0,08 ^(**)	-	-	(D/T)=0,33	45°
Saravanan; Patwardhan; Joshi (1997)	0,17	0,149	0,5	-	0,13<(D/T)<0,74	R, A, 45° (I2)
Raghava Rao; Rewatkar; Joshi (1988)	0,11	0,1	0,45		0,07<(D/T)<0,33	R, 45°
Oliveira Jr. (1990)	0,08	0,085	0,37	0,069	(D/T)=0,5; (C/T)=0,33	R
	0,18	0,10	0,32	0,030	(T/D)=3; (C/T)=0,33	
	0,16	0,13	0,28	0	(D/T)=0,5; (C/T)=0,33	
Dutta e Pangarkar (1994)	0,18	0,15	0,42	0,1	-	R, 45°
Narayanan et al. (1969)	0,17	0,22	0,50	-	0,32<(D/T)<0,50	R
Armenante e Nagamine (1998)	0,22-0,24	0,11-0,13	0,50-0,53	0,09	0,217<(D/T)< 0,391; (1/48)<(C/T)< (1/4)	R, A, 45°
Dohi et al. (2004)	0,47	0,22	0,40	-0,25	0,42<(D/T)<0,60; 0,05<(C/T)<0,1	IA, I3

(*) A relação original encontrada por Zwietering (1958) foi $N_{js} \propto B^{0,13}$, em que B é a razão entre a massa de sólidos e a massa de água presente no sistema, multiplicado por 100. No entanto, de acordo com Van der Westhuizen (2004), $B^{0,13} \equiv X^{0,17}$, sendo X a concentração mássica de sólidos.

(**) Concentração volumétrica

R: impelidores radiais;

IA: Impelidores tipo âncora.

A: Impelidores axiais;

45°: Turbina de pás inclinadas 45°;

I2: Impelidor duplo

I3: Impelidor triplo

2.6.3.3 Suspensão em sistemas aerados

Em tanques com agitação aerados, o impelidor tem a função de não somente suspender as partículas sólidas, mas também de promover, simultaneamente, a dispersão de ar, na forma de pequenas bolhas, para o volume do tanque. A Figura 2.20 ilustra, de forma simplificada, o comportamento da suspensão de sólidos em sistema trifásico (sólido+líquido+gás), com o aumento da rotação do impelidor, onde $N^D > N^C > N^B > N^A$, e a sequência A-D representa as mesmas mudanças de escoamentos representados na Figura 2.6.

Figura 2.20 - Representação da suspensão de sólidos em tanque com agitação em sistema trifásico. 1-Sólido; 2-Bolhas de ar; 3-Difusor (REWATKAR; RAGHAVA RAO; JOSHI, 1991).

WONG; WANG; HUANG (1987) avaliaram o efeito da presença do ar em tanques com agitação na rotação crítica de suspensão de sólidos, utilizando três tipos de impelidores. Os autores observaram um aumento linear da rotação crítica com a taxa de aeração do sistema, obtendo uma expressão matemática relacionando a rotação crítica em condições aeradas (N_{jsg}) com a rotação em condições não-aeradas (N_{jsu}), como mostra a eq. (2.24).

$$N_{jsg} = N_{jsu} + a \cdot Q_{ar} \quad (2.24)$$

Em que Q_{ar} é a vazão de ar, e a é uma constante arbitrária que depende do tipo de impelidor utilizado.

Rewatkar; Raghava Rao e Joshi (1991) investigaram a suspensão de sólidos em tanques com agitação em sistema trifásico (sólido+líquido+gás), avaliando o efeito de variáveis como concentração e tamanho do sólido, vazão de ar e geometria do sistema (impelidor+tanque+difusor de ar) na rotação crítica de suspensão de sólidos. Complementando o trabalho anterior, Rewatkar e Joshi (1991) propuseram um modelo para descrever a suspensão de sólidos em sistema trifásico utilizando como ponto de partida o modelo de sedimentação-dispersão (seção 2.6.5.1).

Nienow (1992) apud Van der Westhuizen e Deglon (2008) propôs uma forma diferente para incorporar o efeito da aeração na rotação crítica de suspensão dos sólidos em que o parâmetro a na eq. (2.24) foi considerado proporcional a N_{jsu} de tal forma que essa equação pode ser reescrita da forma expressa pela eq. (2.25).

$$N_{jsg} = N_{jsu} (1 + k_G \cdot Q_{ar}) \quad (2.25)$$

Dohi et al. (2004) desenvolveram um modelo empírico para prever a rotação crítica de suspensão de sólidos em sistema trifásico, partindo dos valores obtidos para um sistema bifásico (sólido+líquido) e levando em consideração variáveis como a velocidade terminal dos sólidos, a taxa de aeração e número de Reynolds da partícula sólida. No entanto, os valores calculados, para muitos pontos, apresentaram um desvio de aproximadamente 20% em relação ao ajuste linear dos dados experimentais e calculados.

2.6.4 Suspensão de sólidos em célula mecânica de flotação

Arbiter; Harris; Yap (1969) conduziram o trabalho pioneiro sobre suspensão de sólidos em células mecânicas de flotação. Os autores verificaram que a introdução de ar em sistemas com agitação provoca a sedimentação de sólidos, e que quanto maior a taxa de aeração, mais significativa é a sedimentação no fundo do tanque.

A suspensão de sólidos em células mecânicas de flotação tem sido estudada por vários pesquisadores (ARBITER; HARRIS, 1976; SCHUBERT; BISCHOFBERGER, 1978; SCHUBERT, 1985; WEBER et al., 1999). Todavia, muito pouco é encontrado na literatura sobre a predição da rotação mínima de suspensão de sólidos em células mecânicas de flotação. Uma publicação encontrada na literatura que aborda a rotação crítica para suspensão de sólidos em células mecânicas de flotação é o trabalho desenvolvido por Van der Westhuizen e Deglon (2008), que propuseram uma correlação para determinar a rotação crítica do impelidor necessária para se cumprir o “Critério 1-s” em célula mecânica de flotação Bateman, em escala piloto (125 L de volume) na presença e ausência de ar, como mostram, respectivamente, as eqs. (2.26) - (2.27).

$$N_{jsg} = K_{SL} d_p^{0,33} X^{0,17} \left(\frac{\rho_S - \rho_L}{\rho_L} \right)^{0,70} \left(\frac{v_L}{v_W} \right)^{0,05} (1 + k_G J_G) \quad (2.26)$$

$$N_{jsu} = K_{SL} d_p^{0,35} X^{0,12} \left(\frac{\rho_S - \rho_L}{\rho_L} \right)^{0,66} \quad (2.27)$$

Em que N_{jsg} é a rotação crítica para se cumprir o Critério 1- s em sistema trifásico (sólido+líquido+ar); N_{jsu} é a rotação crítica para se atingir o Critério 1- s em sistema sólido-líquido; K_{SL} é um parâmetro relacionado com a capacidade do impelidor

promover a suspensão de sólidos em condições não-aeradas; k_G é uma constante relacionada com a capacidade do impelidor promover a suspensão de sólidos em condições aeradas; ν_L é a viscosidade cinemática da polpa; ν_w é a viscosidade cinemática da água a 20°C; d_p é o diâmetro médio da partícula sólida; X é a concentração mássica de sólidos; ρ_S e ρ_L são respectivamente, as massas específicas do sólido e do líquido e J_G é a velocidade superficial do ar.

2.6.5 Distribuição de sólidos em tanques com agitação e células de flotação

O *status* da suspensão de sólidos em tanques com agitação pode ser analisado através da distribuição espacial dessas partículas no sistema. Consequentemente, tal distribuição pode ser avaliada ao longo das direções axial e radial. Via de regra, a maior parte das referências bibliográficas reportam estudos de perfil de concentração ao longo da direção axial (BALDI; BARRESI, 1987; SHAMLOU; KOUTSAKOS, 1988; YIANATOS et al., 2001; VAN DER WESTHUIZEN, 2004). Nesta direção, a máxima altura na qual sólidos são erguidos pela ação do impelidor é denominada altura de suspensão. Deste modo, tal parâmetro indica a extensão vertical da distribuição de sólidos dentro de uma célula de flotação ou condicionador de polpa, embora não se possa afirmar que estejam ou não homogeneamente distribuídos em todo o volume do equipamento.

A concentração de sólidos é medida em diferentes alturas no tanque, obtendo-se um perfil vertical de concentração em cada quota da célula de flotação ou condicionador (BALDI; BARRESI, 1987; SHAMLOU; KOUTSAKOS, 1988; YIANATOS et al., 2001; VAN DER WESTHUIZEN, 2004). Desta forma, um gráfico da concentração de sólidos *versus* a altura do tanque, permite uma visualização da extensão da suspensão das partículas, conforme ilustra a Figura 2.21. Mais ainda, analisando o perfil vertical de distribuição de sólidos da célula de flotação, podemos identificar duas importantes regiões:

- a) Zona de coleta, mais turbulenta e que sofre maior influência da ação do impelidor;
- b) Zona de separação, mais quiescente, e que sofre menor influência da ação do impelidor.

2.6.5.1 Modelo de sedimentação-dispersão de sólidos em tanques com agitação

Baldi e Barresi (1987) propuseram um modelo matemático para descrever a distribuição vertical de sólidos em sistemas com agitação, o chamado “Modelo de Sedimentação-Dispersão de Sólidos”, que considera várias hipóteses simplificadoras, dentre as quais podem ser destacadas:

- a) que não há gradiente de concentração radial de sólidos no interior do tanque;
- b) ao sistema particulado é válida a mecânica do contínuo;
- c) a turbulência é isotrópica e homogênea.

Figura 2.21 – Perfil de concentração de sólidos em célula de flotação (Adaptada de Yianatos (2001)).

As hipóteses simplificadoras do modelo permitem descrever a distribuição axial de sólidos por meio de um balanço de massa do fluxo ascendente de partículas, causado pela dispersão turbulenta de sólidos (suspensão), e da sedimentação de partículas devido à ação da gravidade, conduzindo à eq. (2.28), que após manipulação matemática simples, obtém-se a eq. (2.29) (BARRESI; BALDI, 1987; SHAMLOU; KOUTSAKOS, 1988).

$$v_t \cdot X_h + D_s \left(\frac{dX_h}{dh} \right) = 0 \quad (2.28)$$

$$\frac{d \ln X_h}{dh} = \frac{-v_t}{D_s} \quad (2.29)$$

Em que v_t é a velocidade terminal do sólido; X_h é a percentagem de sólidos a uma certa altura h , e D_s é o coeficiente de dispersão turbulenta dos sólidos. A eq. (2.29) mostra que se amostras de polpa forem retiradas de diferentes profundidades de uma célula de flotação mecânica (ou tanque condicionador) e sua percentagem de sólidos (X) for determinada para cada profundidade, será possível construir um diagrama $\ln X_h$ *versus* h , onde a inclinação da curva será a razão entre a velocidade de sedimentação (v_t) e o coeficiente de dispersão turbulenta dos sólidos (D_s).

Uma forma de observar a qualidade da suspensão de sólidos em uma célula de flotação é através do cálculo do desvio padrão relativo (σ_{rel}), como proposto por Bohnet e Niesmak apud Baldi e Barresi (1987), e definido pela eq. (2.30).

$$\sigma_{rel} = \frac{1}{n} \sum_1^n \left(\frac{X}{\bar{X}} - 1 \right) \quad (2.30)$$

Em que n representa o número de pontos de amostragem; X é a concentração de sólidos em cada ponto e $\bar{X}$ é a concentração média de sólidos em cada perfil.

Schubert (1999), em sua discussão sobre o modelo de sedimentação-dispersão, introduziu o chamado número de Peclet modificado, eq. (2.31), (o número de Peclet representa a razão entre as velocidades de transporte por convecção e dispersão), para definir três diferentes tipos de distribuição vertical de sólidos em células de flotação:

- a) Alto valor de v_t e baixo D_s ($Pe^* > 100$), conduzem ao aterramento do tanque;
- b) Baixo v_t e alto D_s ($Pe^* < 0,1$) levam a uma distribuição homogênea ao longo do perfil axial da célula, e;
- c) Qualquer valor entre estes dois extremos leva a um decaimento exponencial da concentração de sólidos do fundo ao topo do tanque.

$$Pe^* = H \cdot \frac{v_t}{D_s} \quad (2.31)$$

Shamlou e Koutsakos (1988) estudaram a suspensão de sólidos em tanques com agitação, e os resultados de distribuição de sólidos em função da altura do tanque, apresentaram um bom acordo com o modelo de decaimento exponencial de Schubert. Os autores também observaram que, quando são efetuadas medidas de concentração de sólidos em função da altura do equipamento, há um pico de concentração coincidente com a rotação crítica de suspensão. No entanto, tal comportamento foi observado somente com baixas concentrações mássicas de sólidos ($X < 4\%$).

A caracterização do *status* da suspensão de sólidos por meio da amostragem direta de polpa no tanque com agitação deve ser analisada de forma cautelosa, pois de acordo com a Nienow (1985), esse tipo de medição deve ser empregado quando há condições isocinéticas, ou seja, a amostragem deve ser feita em um região onde as partículas e o fluido se movem a uma velocidade de mesma magnitude e direção, e a

velocidade de amostragem também deve ser dessa mesma magnitude e direção. No entanto, ainda segundo esse autor, tais condições são raramente verificadas na prática.

2.7 O arraste hidrodinâmico

No processo de flotação, quando partículas hidrofóbicas formam um agregado estável com bolhas de ar e são transportados para a camada de espuma, diz-se que tais partículas foram recuperadas por flotação verdadeira (*"true flotation"*). Todavia, partículas, independentemente do seu caráter hidrofóbico/hidrofílico, podem ser arrastadas para a camada de espuma. Tal processo de transporte é chamado de arraste hidrodinâmico. De acordo com Trahar (1981) o arraste hidrodinâmico é mais provável de acontecer com partículas menores que 50 μm . A Figura 2.22 ilustra qualitativamente o arraste hidrodinâmico (SCHUBERT, 1999).

Figura 2.22 - Arraste hidrodinâmico em célula de flotação. $R_F \rightarrow$ Recuperação verdadeira e $R_E \rightarrow$ Arraste hidrodinâmico (SCHUBERT, 1999).

Vários autores (SCHUBERT, 1999; TRAHAR, 1981; SMITH; WARREN, 1989; FRANZIDIS; MANLAPIG, 1999) reportam como principais fatores que afetam o arraste de partículas a recuperação da água de alimentação, as propriedades do sólido (tamanho, forma e massa específica), as propriedades reológicas da polpa, o tempo de residência do ar na camada de espuma e a estrutura da camada de espuma.

2.8 Sobre a literatura de suspensão de sólidos em sistemas com agitação

A suspensão de sólidos em tanques com agitação tem sido amplamente investigada, desde o trabalho pioneiro de Zwietering (1958). Por causa da complexidade em se modelar sistemas com agitação, principalmente polifásicos, devido à grande quantidade de variáveis envolvidas, o modelo proposto por Zwietering é certamente o mais simples e que conduz a melhores resultados, como atesta a própria literatura (Nienow, 1985).

Com o desenvolvimento de métodos computacionais na resolução das equações da turbulência, como técnicas de CFD, modelos mais complexos, fundamentados em princípios básicos, estão sendo utilizados para descrever a suspensão de sólidos em tanques com agitação, como mostra o trabalho desenvolvido por Murthy; Ghadge e Joshi (2007), que simularam a suspensão de sólidos em tanques com agitação, obtendo uma boa concordância com alguns dados experimentais publicados na literatura.

A manipulação de equações matemáticas complexas por meio de recursos computacionais é um caminho sem volta, e seguramente são utilizadas por algumas empresas no desenvolvimento de sistemas com agitação. Todavia, para uma avaliação rápida e segura das condições operacionais de um determinado sistema, é necessário o uso de ferramentas simples, que auxiliem no processo de tomada de decisão.

Enquanto que para tanques com agitação há uma vasta gama de trabalhos publicados, envolvendo diferentes tamanhos e geometria de impelidores em várias condições operacionais, para células de flotação, o *status* da suspensão de sólidos foi

avaliado para um modelo de célula mecânica de flotação e publicado por Van der Westhuizen e Deglon (2008), ou seja, muito ainda precisa ser investigado sobre esse tema em células de flotação, sendo este o principal objetivo deste trabalho.

Em virtude da pouca informação disponível sobre suspensão de sólidos em células de flotação, este trabalho vem contribuir para a ampliação do conhecimento sobre esse tema, avaliando a suspensão de sólidos em dois modelos de células de flotação largamente utilizados na indústria mineral do Brasil (Denver e Wemco) e comparando os resultados com os dados reportados na literatura obtidos para célula piloto Bateman (VAN DER WESTHUIZEN; DEGLON, 2008), de tal forma que a mesma correlação geral foi aplicada aos três modelos de equipamentos, e os resultados comparados diretamente.

O desenvolvimento desse campo do conhecimento permitirá ao Engenheiro de Processos Minerais embasar decisões técnicas de mudança das condições operacionais, como rotação do impelidor ou concentração de sólidos, por meio de uma correlação simples, sem a necessidade da utilização de técnicas sofisticadas.

Capítulo 3

Materiais e Métodos

*Neste capítulo são apresentadas as características das células de flotação de laboratório (Denver e Wemco) e piloto (célula Metso RCSTM), ilustrando as diferentes geometrias dos três tipos de equipamentos e rotores utilizados (**seção 3.1**). A abordagem experimental conduzida em cada célula está resumida na **seção 3.2**. Os minerais utilizados nos experimentos em escala de laboratório foram apatita, quartzo e hematita, enquanto que as medidas em escala piloto foram realizadas com um minério de níquel. Informações sobre os minerais e minérios utilizados neste trabalho, bem como a maneira como as amostras foram preparadas, estão reunidas na **seção 3.3**. A caracterização hidrodinâmica das células de flotação foi dividida em duas partes, em que a primeira, apresentada na **seção 3.4**, diz respeito às medidas de velocidade superficial do ar nas células Denver e Wemco. Na **seção 3.5** são apresentados todos os ensaios realizados para caracterizar a capacidade de bombeamento e a turbulência promovida pelos rotores Denver e Wemco. A **seção 3.6** traz o procedimento experimental adotado para modelar a suspensão de sólidos em células de flotação. Os perfis de distribuição de concentração mássica de sólidos em diferentes cotas das células de flotação, em escala de laboratório (célula Denver) e piloto (célula Metso) são apresentados na **seção 3.7**.*

3.1 Características dos sistemas investigados

3.1.1 Características das células de flotação

A suspensão de sólidos em células mecânicas de flotação foi abordada em três diferentes equipamentos, em escala de laboratório e piloto, especificados na Tabela 3.1. Em escala de laboratório, os experimentos foram realizados nas células Denver e Wemco, ilustradas na Figura 3.1. Em escala piloto utilizou-se célula Metso RCS™, mostrada na Figura 3.2.

Tabela 3.1- Células de flotação estudadas neste trabalho.

Características	Denver	Wemco	Metso RCS™
Diâmetro do tanque, (m)	0,165	0,165	1,70
Volume do tanque, (dm ³)	6,0	6,0	3000
Área da seção transversal da célula, m ²	$3,16 \times 10^{-2}$	$3,16 \times 10^{-2}$	2,27
Diâmetro do impelidor, (m)	0,070	0,051	0,33
Descrição da geometria do impelidor	Disco delgado, com 8 pás localizadas em sua parte superior (Figura 3.3).	Turbina de 6 pás, com altura das pás igual ao diâmetro do impelidor (Figura 3.3).	Impelidor semelhante a uma turbina com 6 pás, porém com uma modificação na parte inferior destas (Figura 3.4).

Os ensaios em escala piloto foram realizados na célula Metso RCS™ de 3m³ de volume. A unidade da Metso é composta de uma plataforma superior, onde está localizada a célula de flotação, e uma inferior, onde está localizado um tanque de armazenamento e bombeamento dos fluxos de concentrado e rejeito, oriundos da plataforma superior. Uma vez no tanque, o material é bombeamento novamente como

alimentação da célula de flotação, ou devolvido para o circuito industrial. A célula foi instalada na usina de concentração de níquel de Mt Keith, no oeste da Austrália, sendo alimentada com polpa oriunda da alimentação do circuito “scavenger” da planta industrial. A unidade possui um sistema completamente automatizado, permitindo o controle de variáveis importantes na flotação, tais como vazão de ar, rotação do impelidor ou nível de polpa nos tanques. A Figura 3.2 ilustra o conjunto célula de flotação/tanque de bombeamento da unidade piloto da Metso, enquanto que o desenho do impelidor Metso está ilustrado na Figura 3.4.

(a)

(b)

Figura 3.1 – Células de flotação utilizadas: (a) Denver e (b) Wemco.

Figura 3.2 - Unidade piloto de flotação Metso RCS™.

Durante a realização dos ensaios de suspensão, a célula Metso operou em um sistema de reciclo (*“recycle mode”*), em que a unidade era alimentada com polpa oriunda da alimentação do circuito *“scavenger”* da usina, até que fosse preenchida com uma quantidade tal que permitisse a operação da célula de flotação e do tanque para bombeamento de polpa. Uma vez atingido um nível mínimo, a alimentação da usina para a célula Metso era interrompida, e o equipamento começava a operar recirculando os fluxos do concentrado e rejeito, acumulados no tanque de bombeamento, para a célula de flotação, como alimentação nova. O Apêndice G reúne os fluxos de alimentação, rejeito e concentrado para cada condição operacional na célula Metso.

3.1.2 Características dos impelidores das células de flotação

3.1.2.1 Impelidor Denver

O impelidor da célula Denver possui o formato de um disco achatado, com 7 cm de diâmetro, adaptado com oito pequenas pás, de aproximadamente 0,5 cm de altura, localizadas na sua parte superior. O impelidor está encapsulado pelo estator, e a área para o escoamento de polpa, na região do impelidor, é formada por 12 aberturas retangulares, totalizando 18,24 cm². A Figura 3.3a ilustra o desenho do rotor Denver utilizado.

3.1.2.2 Impelidor Wemco

O rotor Wemco é uma turbina de 6 pás, cuja altura é igual ao diâmetro do rotor ($w=D=5,1$ cm). O estator Wemco possui 32 aberturas circulares de 13 mm de diâmetro. A área total de escoamento é de 69,68 cm². A Figura 3.3b ilustra a geometria do impelidor Wemco.

3.1.2.3 Impelidor Metso RCS™

A célula Metso RCS™ pode ser adaptada com dois impelidores de diferentes tamanhos (RCS 3 e RCS 5) mas com a mesma geometria. Nesta pesquisa foi utilizado o menor deles (RCS 3). A geometria do impelidor é semelhante a uma turbina de 6 pás, porém com uma modificação na parte inferior de cada uma das pás, como ilustra a Figura 3.4. O impelidor possui diâmetro $D=330$ mm, e o estator, 520 mm. O impelidor e o estator possuem um recobrimento polimérico com estrutura interna metálica.

Figura 3.3 – Geometrias dos impelidores (a) Denver e (b) Wemco (Dimensões em mm).

Figura 3.4 - Impelidor de célula de flotação Metso RCS™.

3.2 Abordagem experimental

Devido às características das células de flotação estudadas neste trabalho, nem todos os experimentos puderam ser realizados em cada uma delas. A Tabela 3.2 apresenta a abordagem experimental conduzida particularmente em cada tipo de equipamento.

Tabela 3.2 - Abordagem experimental.

Células	O que se estudou
Denver	<ul style="list-style-type: none"> • Caracterização do desempenho do impelidor (capacidade de bombeamento e turbulência); • Perfil de distribuição axial de sólidos; • Efeito da velocidade superficial do ar no <i>status</i> da suspensão de sólidos; • Determinação da rotação crítica do impelidor para se cumprir o Critério 1-s (apatita, quartzo e hematita); • Modelagem da suspensão de sólidos; • Aplicação dos resultados à suspensão de apatita.
Wemco	<ul style="list-style-type: none"> • Caracterização do desempenho do impelidor (capacidade de bombeamento e turbulência); • Efeito da velocidade superficial do ar no <i>status</i> da suspensão de sólidos; • Determinação da rotação crítica do impelidor para se cumprir o Critério 1-s (apatita, quartzo e hematita); • Modelagem da suspensão de sólidos;
Metso RCS™	<ul style="list-style-type: none"> • Efeito da velocidade superficial do ar no <i>status</i> da suspensão de sólidos; • Perfil de distribuição axial de sólidos (minério de Níquel) em diferentes condições operacionais (rotação do impelidor e vazão de ar); • Distribuição granulométrica de cada perfil de distribuição de sólidos.

3.3 Minerais e minérios utilizados

3.3.1 Obtenção e preparação dos minerais puros

a) Apatita

Cristais azuis de apatita ígnea, provenientes da região de Ipirá-BA, foram britados, moídos e classificados por peneiramento a úmido, usando peneiras fabricadas pela *Bronzinox Telas Metálicas e Sintéticas Ltda*, nas aberturas 297 μm , 210 μm , 149 μm , 105 μm e 74 μm . Obteve-se uma ampla faixa de distribuição granulométrica do mineral. O diâmetro médio dos sólidos foi calculado como a média aritmética entre as aberturas de duas peneiras consecutivas, como mostra a eq.(3.1). A pureza da amostra foi atestada por análise química (Apêndice A).

$$d_p = \frac{D_{\#}^1 + D_{\#}^2}{2} \quad (3.1)$$

Em que d_p representa o diâmetro médio da partícula; $D_{\#}^1$ e $D_{\#}^2$ representam as aberturas das duas peneiras.

b) Quartzo

Amostra de quartzo da Mina de Descalvado-SP, fornecida pela Mineração Jundu, foi classificada por peneiramento a úmido utilizando peneiras vibratórias nas malhas

210 μm , 149 μm e 105 μm . Após a classificação do material, foram feitas pilhas e retiradas as massas necessárias para realização dos ensaios de suspensão.

c) Hematita

Amostra de hematita, oriunda da Mina do Pico, foi fornecida pela MBR (Minerações Brasileiras Reunidas) e sua massa foi submetida a peneiramento a úmido nas malhas 149 μm e 105 μm . Por se tratar de uma amostra impura, foi necessário executar ensaio de afunda-flutua em líquido de densidade 2,95 (1,1,2,2-tetrabromoetano), onde as partículas de hematita afundaram e as de quartzo (impureza indesejada) flutuaram. Após a separação, as amostras foram lavadas, exaustivamente, com acetona, álcool etílico e água, nessa sequência.

3.3.2 Minério de Níquel

Os experimentos em escala piloto foram realizados na Mina de Mt Keith (BHP Billiton), localizada no oeste australiano, que processa minério de níquel, cuja composição química é ilustrada na Tabela 3.3. As condições operacionais da célula Metso estão sumarizadas na Tabela 3.4.

Tabela 3.3 – Composição química do minério de Mt Keith.

Elemento/Espécie	Teor	Elemento/Espécie	Teor
Ni	0,55 – 0,85 %	SiO ₂	30 – 33 %
Mg	38 – 44 %	As	10 – 40 ppm
S	0,9 – 1,5 %	Cl	300 – 1300 ppm
Fe	4,5 – 6,0 %	-	-

Tabela 3.4 – Condições operacionais da célula piloto Metso.

Vazão de polpa (m ³ /h)	80
Vazão de ar (m ³ /h)	75; 85; 100; 130
Velocidade superficial do ar (cm/s)	0,92; 1,04; 1,22; 1,59
Massa específica da polpa (kg/m ³)	1170
Massa específica do minério (kg/m ³)	2700
^(*) Percentagem de sólidos na alimentação (%)	23 a 27
Rotação do impelidor (rpm)	377; 336; 294
Velocidade periférica do impelidor (m/s)	5,82; 5,80; 5,02

^(*) Uma vez que a célula Metso foi alimentada com polpa oriunda da planta industrial, não houve portanto possibilidade de controle da concentração mássica de sólidos na alimentação da célula.

Para realização dos ensaios, a célula Metso foi alimentada por meio de um desvio da linha de alimentação do circuito “scavanger” de flotação dos grossos, cuja distribuição granulométrica é ilustrada pela Tabela 3.5.

Tabela 3.5 – Distribuição granulométrica da alimentação da célula Metso.

Abertura, μm	Fração retida, %	Fração acumulada, %
+ 600	0,08	0,08
- 600 + 425	0,14	0,22
- 425 + 300	0,77	0,99
- 300 + 212	5,30	6,29
- 212 + 150	11,78	18,07
- 150 + 106	19,50	37,57
- 106 + 75	15,65	53,22
- 75 + 53	13,77	66,99
- 53 + 38	7,95	74,94
- 38	25,06	-
Total	100,00	100,00

3.4 Caracterização hidrodinâmica das células de flotação

3.4.1 Cálculo da velocidade superficial do ar

A velocidade superficial do ar foi calculada dividindo-se a vazão de alimentação de ar, medida por meio de rotâmetro, pela área da seção transversal da célula, de acordo com a eq.(2.4). A montagem experimental utilizada para controle/medida da vazão de ar, nas células de laboratório Denver e Wemco, está ilustrada pela Figura 3.5.

$$\bar{J}_G = \frac{Q_{ar}}{A_c} \quad (2.4)$$

Figura 3.5 - Alimentação de ar em célula mecânica de flotação.

A velocidade superficial do ar foi calculada para todas as células estudadas (Denver, Wemco e Metso). Para a célula Wemco, foi utilizado rotâmetro fabricado pela Omel S/A, modelo Lamda 39214, com faixa de vazão de 0-40 L/min, calibrado para ar. O medidor de vazão usado na célula Denver é de fabricação da Dwyer Instruments,

modelo VBR series, com faixa de vazão de 0-10 L/min, calibrado para ar. O J_G da célula Metso foi calculado a partir das medidas de vazões de alimentação de ar (Q_{ar}), que eram controladas automaticamente via computador ou manualmente, pela abertura controlada das válvulas da linha de ar. A Tabela 3.6 mostra os valores de Q_{ar} e J_G utilizados nos três tipos de células de flotação.

Tabela 3.6 – Taxas de aeração utilizadas nos experimentos em cada célula.

Célula Denver		Célula Wemco		Célula Metso	
Vazão, L/min	Velocidade superficial do ar, cm/s	Vazão, L/min	Velocidade superficial do ar, cm/s	Vazão de ar (m ³ /h)	Velocidade superficial do ar (cm/s)
0	0	0	0	75	0,92
1	0,05	10	0,52	85	1,04
2	0,10	14	0,74	100	1,22
3	0,15	18	0,95	130	1,59

Baixas vazões de ar tiveram que ser usadas para a célula Denver por que esta se mostrou muito sensível à aeração no que tange à suspensão de sólidos. O oposto se verificou com a célula Wemco.

3.5 Caracterização hidrodinâmica dos impelidores

3.5.1 Capacidade de bombeamento do impelidor

Dentre as técnicas que podem ser utilizadas para avaliar a capacidade de bombeamento de impelidores, ou seja, sua vazão de bombeamento, destaca-se o micromolinetete, que apresenta maior praticidade e menor custo que outras técnicas citadas em literatura, como anemometria por efeito Doppler (COSTES; COURDEC,

1988; WU; PATTERSON, 1989). Holmes e colaboradores (HOLMES; VONCKEN; DEKKER, 1964) mediram a descarga volumétrica de turbinas de Rushton, em tanques com agitação, fazendo uso do micromolinete. O micromolinete também tem sido utilizado na Engenharia Hidráulica em diferentes aplicações (WENNIGER; JANAUER, 1991; ORTIZ, 1983).

3.5.1.1 Medida da velocidade de descarga do impelidor: o micromolinete

Neste trabalho foi utilizado um micromolinete desenvolvido pelo Centro Tecnológico de Hidráulica (CTH), órgão do Departamento de Águas e Energia (DAEE) da Secretaria de Saneamento e Energia do Estado de São Paulo. O aparato possui dimensões reduzidas de modo a não interferir no fluxo de fluido. O equipamento fornece saídas de valores de velocidade média para intervalos de tempo fixos, e também pode ser utilizado para registrar valores de velocidade instantânea (ORTIZ, 1983). O micromolinete utilizado era composto por uma haste de aço inoxidável de 50 cm de comprimento, uma gaiola de diâmetro de 1,5 cm e uma hélice de 5 pás com diâmetro de 1,1 cm. Em todas as medições, a hélice foi posicionada radialmente, próxima à descarga do conjunto rotor/estator da célula. A Figura 3.6 ilustra o micromolinete usado nos ensaios de bombeamento.

Figura 3.6 – Micromolinete utilizado nos ensaios de bombeamento (Detalhe para a posição do aparelho na descarga do rotor).

O micromolinete está localizado na extremidade de uma haste metálica, e montado sobre um eixo que permite a rotação livre de suas pás. O sistema hélice-gaiola-mancais funciona adaptado a um condicionador de sinais que produz uma onda quadrada, onde a cada borda positiva da onda corresponde à passagem de uma das pás da hélice pela haste vertical superior, onde está localizado um sensor ótico. O sensor gera pulsos de contagem num processo discreto, definindo o valor exato do total de vezes que as pás da hélice passaram pelo detector. O sinal emitido pelo condicionador é totalizado e armazenado em um contador, que apresenta continuamente em um painel a quantidade de vezes que as pás do micromolinete passam pelo detector ótico. Através de um circuito temporizador, é possível controlar o intervalo de tempo para que a contagem dos pulsos seja totalizada no contador. O circuito temporizador é ajustado manualmente por meio de chaves no painel de controle. Para relacionar o valor totalizado de contagem com a velocidade do escoamento, é feita a aferição do equipamento, por meio de uma curva de calibração, que relaciona a frequência de rotação das pás do micromolinete com a velocidade do fluido.

3.5.1.2 Calibração do micromolinete

Para relacionar a frequência de rotação do micromolinete com a velocidade de escoamento do fluido, é levantada uma curva de calibração. Tal curva foi caracterizada em um tanque de aproximadamente 10 m^3 de volume, onde o fluido de calibração (água) ocupa um volume aproximado de 5 m^3 , na região anular entre dois cilindros concêntricos. A Figura 3.7 ilustra o tanque de calibração e suas dimensões aproximadas.

A calibração do micromolinete é efetuada colocando-o submerso, enquanto que a outra extremidade do equipamento é fixada a um braço mecânico, que imprime ao micromolinete uma trajetória circular, com velocidade constante, ou seja, a uma velocidade constante do braço mecânico (v_m). A calibração é feita relacionando-se v_m

com a frequência de rotação do micromolinete (Φ). A velocidade do braço mecânico (v_m) é calculada de acordo com a eq.(3.2).

$$v_m = \frac{\text{Espaço percorrido em uma volta completa}}{\text{Intervalo de tempo para completar uma volta}} \quad (3.2)$$

O ensaio é feito em várias rotações do braço mecânico, e uma curva de calibração é levantada para determinadas faixas de velocidade do fluido e frequência do micromolinete.

Figura 3.7 - Tanque de calibração do micromolinete.

A curva de calibração é caracterizada para diferentes faixas de frequência (Φ) e velocidade do fluido. Cada faixa de velocidade é ajustada por uma equação linear, como mostra a eq.(3.3). A eq. (3.4) ilustra como a frequência do micromolinete é calculada.

$$v = A + B \cdot \Phi \quad (3.3)$$

$$\Phi = \frac{\text{Número total de contagens}}{\text{Intervalo de tempo de contagem, em segundos}} \quad (3.4)$$

Em que Φ representa a frequência de rotação das pás do micromolinete, em Hz; A e B são os parâmetros do ajuste linear, e; v é a velocidade de escoamento do fluido, em cm/s.

Um detalhe que deve ser considerado no modelo adotado para descrever a velocidade do fluido, é o fato de que o micromolinete constitui um equipamento mecânico e, como tal, apresenta limitações relacionadas com a própria inércia da hélice, de modo que o coeficiente linear é geralmente diferente de zero ($A \neq 0$), sendo que a curva de calibração tem seu uso restrito à faixa de velocidade em que foram ajustados os parâmetros do modelo, e extrapolações devem ser evitadas.

Foi utilizado água como fluido de trabalho, e a velocidade de bombeamento foi medida em condições não-aeradas e aeradas. O efeito da aeração na capacidade de bombeamento do impelidor foi investigado através da variação da velocidade superficial do ar (J_G) nas células Denver e Wemco em escala de laboratório.

3.5.1.3 Determinação da capacidade de bombeamento

A capacidade de bombeamento (Q_b) dos impelidores Wemco e Denver foi calculada a partir das medidas de velocidade (v_b) do fluxo radial de água produzido pelos referidos impelidores em função de sua rotação (N) e da velocidade superficial do ar (J_G).

Para realização das medidas de velocidade, o micromolinete foi colocado na região rotor/estator da célula, radialmente à saída de fluido, como ilustra a Figura 3.8.

Figura 3.8 – Montagem experimental utilizada (Detalhe para o micromolinete na região rotor/estator).

A determinação da velocidade de descarga do impelidor foi feita de acordo com a eq.(3.5), que fornece a frequência de rotação do micromolinete para ser utilizada na curva de calibração do equipamento, expressa pela eq. (3.6).

$$\Phi = \frac{n}{t} \quad (3.5)$$

Em que n é o número de vezes que as pás da hélice do micromolinete passam pelo ponto de detecção do sensor ótico e t é o intervalo de tempo em que as contagens foram efetuadas.

A curva de calibração do micromolinete utilizado nos ensaios é válida para $5 \leq v_b \leq 40 \text{ cm/s}$, e $5 \leq \Phi \leq 60 \text{ s}^{-1}$. Uma vez que a vazão é o produto da velocidade pela área de escoamento, a vazão de bombeamento foi calculada, para cada tipo de célula, de acordo com a eq.(3.7).

$$v_b = 0,65 \cdot \Phi + 2,01 \quad (3.6)$$

$$Q_b = v_b \cdot A_{\text{esc}} \quad (3.7)$$

Em que Q_b é a vazão de bombeamento do impelidor, e A_{esc} é a área do escoamento ($A_{\text{esc}} \sim 18,24 \text{ cm}^2$ para célula Denver e $A_{\text{esc}} \sim 69,68 \text{ cm}^2$ para célula Wemco)

O Número de Bombeamento (N_Q) foi calculado para ambas as células (Denver e Wemco) a partir dos valores de vazão de bombeamento em função da rotação do impelidor, através da eq. (3.8).

$$N_Q = \frac{Q_b}{ND^3} \quad (3.8)$$

Em que N e D são, respectivamente, a rotação e o diâmetro do impelidor. A eq. (3.8) mostra que se for construído o gráfico de Q_b versus ND^3 , a inclinação da curva é o Número de Bombeamento do impelidor (N_Q).

A Tabela 3.7 mostra as condições operacionais das células Denver e Wemco durante as medidas de bombeamento.

Tabela 3.7 - Condições operacionais das células Denver e Wemco.

Variável	Célula Denver	Célula Wemco
J_G , cm/s	$0 \leq J_G \leq 0,15$	$0 \leq J_G \leq 0,95$
Q_{ar} , L/min	$0 \leq Q_b \leq 3$	$0 \leq Q_b \leq 18$
Rotação do rotor, rpm	$900 \leq N \leq 1300$	$800 \leq N \leq 1200$
Volume de fluido, L	4,5	4,5

3.5.1.4 Tempo de contagem das medidas

Sabendo-se que o escoamento na região rotor/estator em células de flotação é eminentemente turbulento, e que em tais escoamentos há uma flutuação de velocidade em torno do valor médio, o tempo mínimo de medição torna-se uma variável importante, de modo que deve ser suficientemente longo para evitar variações no valor médio. Para determinação do tempo mínimo para realização dos experimentos de velocidade de bombeamento, foram realizados ensaios com o micromolinetete para cada condição de aeração, no valor mais elevado de rotação do impelidor, nas células Denver e Wemco, partindo-se da hipótese de que o tempo mínimo necessário para evitar variações na condição mais turbulenta, seja também suficiente para evitar variações no valor médio de cada condição menos turbulenta.

Em cada condição operacional foram realizadas dez medidas de contagem para cada intervalo de tempo considerado (10 s, 15 s, 30 s, 60 s, 120 s, 180 s e 240 s). Foi calculada uma frequência média do micromolinetete, e foram construídos gráficos que ilustram a variação dessa frequência com o intervalo de tempo. O tempo de medição adotado foi aquele a partir do qual não se observou mudança significativa da frequência do micromolinetete em função do tempo. Todos os experimentos foram realizados com uma concentração de surfatante de 30 mg/L de MIBC (Metil-isobutil-carbinol). A Figura

3.9 ilustra a determinação do tempo mínimo de medição da velocidade de bombeamento das células Denver e Wemco, utilizando o micromolinete.

Observa-se na Figura 3.9 que a frequência de rotação do micromolinete varia para tempos de medição curtos; com o aumento desse tempo, a frequência do micromolinete tende a estabilizar-se. O tempo mínimo para realização dos ensaios foi aquele em que a frequência do micromolinete foi considerada constante.

A Tabela 3.8 mostra os tempos de medição da velocidade de bombeamento (v_b) do impelidor, para as células Denver e Wemco, nas vazões de ar usadas em cada célula.

Figura 3.9 - Determinação do tempo mínimo de medição da capacidade de bombeamento dos impelidores Denver e Wemco.

Tabela 3.8 - Tempos de medição nos ensaios de vazão de bombeamento.

Célula Denver		Célula Wemco	
J_G , cm/s	Tempo de medição, s	J_G , cm/s	Tempo de medição, s
0,00	120	0,00	120
0,05	120	0,52	120
0,10	120	0,74	120
0,15	180	0,95	180

3.5.2 Medida da turbulência local promovida pelo impelidor

3.5.2.1 O transdutor de pressão

Para realização das medições de turbulência nas células de flotação Denver e Wemco, foi utilizado um mini transdutor de pressão piezoresistivo, modelo 8510B-2, fabricado pela Endevco, com faixa de operação de 0 a 2 psi (1 psi = 6,89 kPa), com erros de histerese, reprodutibilidade e linearidade menores que 1,5%. As dimensões do transdutor estão ilustradas pela Figura 3.10.

Figura 3.10 - Mini transdutor de pressão (Dimensões em mm).

O transdutor foi aferido estaticamente em bancadas no CTH, usando como referência pressão em metro de coluna d'água (mca), e calibrado até 1 mca, cuja curva de calibração é ilustrada pela Figura 3.11. Os dados da curva de calibração do transdutor estão reunidos no Apêndice B.

O aparato experimental era composto pelo transdutor de pressão; por um condicionador de sinais, que tem a função de amplificar o sinal recebido e eliminar possíveis ruídos; um conversor de sinais analógico/digital (A/D), e um sistema de aquisição e armazenamento de dados, chamado AQUIGERAL, desenvolvido pelo CTH.

Figura 3.11 – Curva de calibração do transdutor de pressão usado nos ensaios.

A taxa de aquisição de dados nos ensaios foi fixada em 900 Hz, evitando-se trabalhar muito próximo da taxa máxima permitida pelo sistema, isto é, 1000 Hz. Devido ao acúmulo de bolhas de ar entre a membrana do transdutor e uma tela de proteção externa, não foi possível realizar as medidas em condições aeradas. Dessa forma, todos os experimentos dizem respeito apenas ao sistema não-aerado.

3.5.2.2 Procedimento experimental

O transdutor foi posicionado a uma distância aproximada de 1 cm do impelidor. Em ambas as células, foi mantida a mesma coluna de fluido acima do transdutor ($H_f=16,5$ cm). Para manter o transdutor em uma posição fixa próxima à descarga do rotor, um pequeno tubo de PVC, com diâmetro de aproximadamente 1,8 cm teve que ser utilizado, impedindo o contato da água com a fiação do aparelho. Para evitar danos

ao circuito eletrônico, a extremidade submersa do tubo de PVC foi rosqueada internamente, onde o transdutor foi fixado, possibilitando a vedação contra a infiltração de água, e possíveis danos ao equipamento. A Tabela 3.9 mostra as condições operacionais dos ensaios de turbulência, e a Figura 3.12 ilustra a montagem experimental utilizada.

Tabela 3.9 - Condições experimentais dos ensaios de medida de turbulência local.

Condição Operacional	Célula Wemco	Célula Denver
Rotação do impelidor, rpm	900; 1000; 1100; 1200; 1300	900; 1000; 1100; 1200; 1300
Distância radial do transdutor ao rotor (aprox.), cm	1	1
Coluna de fluido (água) acima do transdutor, cm	16,5	16,5
Tempo de cada ensaio, s	20	20

Figura 3.12 - Esquema experimental usado para medir a turbulência local nas células Denver e Wemco.

3.6 Avaliação do *status* da suspensão de sólidos

3.6.1 Velocidade de sedimentação de partículas

Para determinação da velocidade terminal de sedimentação de partículas de apatita, uma coluna de vidro transparente (diâmetro=3,34 cm e altura=46 cm) foi preenchida com água a uma temperatura de aproximadamente 20°C. Para delimitar o espaço percorrido pelas partículas, foi desenhada uma linha horizontal (Marca 1), localizada a 20 cm de distância do topo da coluna e outra marca (Marca 2), distante 15cm da primeira. A Figura 3.13 ilustra a coluna onde foram realizados os experimentos de velocidade de sedimentação das partículas.

Figura 3.13 – Coluna de vidro para realização dos ensaios de sedimentação.

Uma massa de aproximadamente dois gramas (2,0 g) de apatita, em quatro diferentes granulometrias ($d_p=254\mu\text{m}$, $d_p=180\mu\text{m}$, $d_p=127\mu\text{m}$ e $d_p=90\mu\text{m}$) foi colocada no topo da coluna, e foi monitorado o intervalo de tempo que as partículas levaram para percorrer a distância Marca 1 – Marca 2. A velocidade terminal foi calculada para cada classe de tamanho de sólido. Os valores experimentais foram comparados com valores teóricos de velocidade terminal, calculados pelo método reportado por McCabe; Smith e Harriot (1993), como ilustrado na seção 2.6.1.

3.6.2 Rotação crítica do impelidor para cumprir o Critério 1-s

O parâmetro utilizado para caracterizar o estado de suspensão das partículas sólidas em célula mecânica de flotação foi o critério de Zwietering (ZWIETERING, 1958), de que nenhuma partícula deve permanecer no fundo do tanque por mais que 1 ou 2 segundos (Critério 1-s). A rotação do impelidor que cumpre o Critério 1-s é chamada de rotação crítica de suspensão de sólidos (rotação crítica de Zwietering) e, em tanques com agitação não-aerados, é geralmente representada por N_z . Outra nomenclatura normalmente empregada é utilizar N_{jsu} pra representar a rotação crítica em condições não-aeradas e N_{jsg} para a condição aerada. O termo N_{js} é utilizado quando não se especifica a condição de aeração. Tal notação será usada neste tese.

Para comparar o *status* da suspensão de sólidos em diferentes sistemas, os experimentos foram realizados com as células Denver e Wemco, ambas operando com aeração forçada, e com as mesmas faixas granulométricas e concentrações mássica de sólidos.

Em um primeiro momento, tentou-se trabalhar com os mesmos valores de vazão de alimentação de ar para ambas as células. No entanto, foi observado experimentalmente que, na célula Denver, para vazões de ar maiores que 4 L/min, a capacidade de suspensão do rotor era severamente prejudicada, impossibilitando a realização dos ensaios em todas as faixas de tamanho para os minerais utilizados (quartzo, apatita e hematita). Por outro lado, para a célula de flotação Wemco, quando

a vazão de ar era inferior a 8 L/min, havia pouca evolução de bolhas de ar na descarga do impelidor. Por causa disso, cada modelo de célula de flotação teve que ser operado com uma vazão de ar própria, que possibilitasse a realização de todos os ensaios de suspensão de sólidos. Daí as diferenças nas faixas de vazões de ar utilizadas nos experimentos com cada tipo de célula, como ilustrados pela Tabela 3.6.

De acordo com Van der Westhuizen (2004), a concentração de espumante afeta a rotação crítica de suspensão dos sólidos em células de flotação, e o valor de 30 mg/L do espumante MIBC é apontado como valor mínimo a ser utilizado. Dessa forma, em todos os experimentos de suspensão de sólidos foi utilizada uma concentração de 30 mg/L de MIBC.

3.6.3 Os experimentos de suspensão de sólidos

A identificação da rotação crítica de suspensão (N_{js}) foi viabilizada por inspeção visual, por meio de um espelho inclinado e iluminado colocado abaixo da cuba de acrílico transparente da célula de flotação, permitindo a visualização do fundo do tanque, possibilitando variar a rotação do impelidor, e observar, simultaneamente, o comportamento dos sólidos no fundo da célula. A Figura 3.14 ilustra o esquema experimental utilizado para verificar o Critério 1-s.

A inspeção visual do cumprimento do Critério 1-s foi viabilizada aumentando-se gradualmente a rotação do impelidor (N), ao mesmo tempo em que se observava o fundo da célula de acrílico transparente. Enquanto havia sólidos depositados no fundo da cuba, continuava-se aumentando lentamente a magnitude de N . À medida que se aumentava N , verificava-se que menos sólidos permaneciam sedimentados no fundo do tanque. O Critério 1-s foi cumprido quando se observava que nenhum sólido permanecia depositado no fundo da célula. Às vezes havia um grupo de partículas que se depositava, mas que, rapidamente, entravam em suspensão.

Figura 3.14 - Aparato utilizado para medir a rotação crítica de suspensão de sólidos.

Nos ensaios de suspensão realizados com a célula Denver, as rotações indicadas no mostrador do equipamento foram corrigidas por meio de uma curva de calibração; nos experimentos com a célula Wemco, a rotação foi lida diretamente no eixo de rotação do impelidor, utilizando um tacômetro digital TAC-10, fabricado pela SPM Instruments.

3.6.4 Variáveis investigadas na suspensão de sólidos

Para caracterizar a rotação crítica de suspensão, foram avaliadas as seguintes variáveis:

- a) Diâmetro médio da partícula (d_p);
- b) Concentração mássica de sólidos (X);

- c) Massa específica do sólido (ρ_s);
- d) Massa específica do líquido (ρ_L);
- e) Viscosidade cinemática do líquido (ν_L);
- f) Vazão de alimentação de ar (Q_{ar});
- g) Geometria do sistema rotor/estator.

A massa de sólidos, para assegurar um volume de polpa constante, foi calculada por meio da eq. (3.9), em que m_s é a massa de sólidos; m_L é a massa de líquido; V é o volume total ocupado pela polpa ($V=4500$ mL); ρ_s e ρ_L são, respectivamente, as massas específicas do sólido e do líquido, e; X é o valor da concentração mássica de sólidos.

$$m_s = \rho_s \left[\frac{\rho_L \cdot V \cdot X}{\rho_s - X\rho_s + X\rho_L} \right] \quad (3.9)$$

A Tabela 3.10 mostra as massas de líquido e de sólido utilizadas nos ensaios de suspensão.

Tabela 3.10 - Massas dos minerais utilizados nos ensaios de suspensão.

Mineral	Fórmula química	Massa específica (kg/m ³)	Concentração mássica, %	Massa de sólido, g	Massa de líquido, g
Apatita	Ca ₅ (PO ₄) ₃ F	3170	5	233	4452
			10	483	4417
			15	751	4295
			25	1356	3990
Quartzo	SiO ₂	2650	5	232	4377
			10	487	4237
			15	754	4142
			25	1333	3932
Hematita	Fe ₂ O ₃	5030	5	233	4451
			10	489	4390
			15	766	4303
			25	1333	4144

3.6.5 Efeito do tamanho da partícula e da concentração de sólidos na rotação crítica de suspensão dos sólidos

Para avaliar o efeito do tamanho e concentração de sólidos na suspensão de partículas, foi utilizado o mineral apatita. A Tabela 3.11 mostra as variáveis pertinentes aos ensaios de suspensão com a apatita. A massa específica da apatita foi determinada por picnometria em triplicata. Foram realizados 64 experimentos para cada tipo de máquina de flotação.

Tabela 3.11 - Parâmetros para avaliar o efeito do diâmetro e da concentração mássica de sólidos na rotação crítica de suspensão.

Propriedades	Célula Wemco	Célula Denver
Faixa granulométrica (μm)	-297 + 210 -210 + 149 -149 + 105 -105 + 074	-297 + 210 -210 + 149 -149 + 105 -105 + 074
Concentração mássica (%)	5, 10, 15, 25	5, 10, 15, 25
Vazão de alimentação de ar (L/min)	0; 10; 14; 18	0; 1; 2; 3
Velocidade superficial do ar (cm/s)	0; 0,52; 0,74; 0,95	0; 0,05; 0,10; 0,15
Massa específica (kg/m^3)	3170	3170

3.6.6 Efeito da massa específica relativa sólido-líquido na rotação crítica de suspensão de sólidos

O efeito da massa específica do sólido na rotação crítica de suspensão de partículas foi avaliado empregando-se os minerais quartzo e hematita, além dos ensaios anteriormente realizados com apatita. As massas específicas foram determinadas por picnometria em triplicata. Foram realizados 32 experimentos (para cada tipo de equipamento: Wemco e Denver). A Tabela 3.12 mostra as variáveis

investigadas para avaliar o efeito da massa específica dos sólidos na rotação crítica de suspensão em célula Wemco.

Tabela 3.12 - Variáveis usadas para avaliar o efeito da massa específica do sólido.

Propriedades	Quartzo	Hematita	Apatita
Faixa granulométrica (μm)	-149 + 105	-149 + 105	-149 + 105
Concentração mássica (%)	5, 10, 15, 25	5, 10, 15, 25	5, 10, 15, 25
Vazão de alimentação de ar (L/min)	0; 10; 14; 18	0; 10; 14; 18	0; 10; 14; 18
Velocidade superficial do ar (cm/s)	0; 0,52; 0,74; 0,95	0; 0,52; 0,74; 0,95	0; 0,52; 0,74; 0,95
Massa específica (kg/m^3)	2650	5030	3170

Os ensaios realizados em célula Denver seguiram exatamente as mesmas condições experimentais reunidas na Tabela 3.12, exceto pela magnitude da vazão de ar alimentado, que foram de 0; 1; 2 e 3 L/min, conforme informa a Tabela 3.11.

3.6.7 Efeito da viscosidade cinemática na rotação crítica de suspensão de sólidos

Para modular a viscosidade cinemática do fluido de trabalho (água), foram preparadas soluções de sacarose de tal forma que soluções com valores de viscosidade cinemática duas e quatro vezes o valor da viscosidade da água fossem obtidas. A quantidade de sacarose foi adicionada de acordo com os dados da literatura (VAN DER WESTHUIZEN, 2004). A Tabela 3.13 traz os dados referentes às soluções de sacarose preparadas para realização dos ensaios de suspensão.

Para verificar o valor da viscosidade das soluções de sacarose, uma alíquota de cada solução foi retirada para realização de ensaios de viscosidade em reômetro de cilindros concêntricos, fabricado pela Brookfield, modelo LVDV III. Os resultados estão

ilustrados no Apêndice C. A massa específica das soluções foi determinada por picnometria em triplicata. Os ensaios para quantificar o efeito da viscosidade somaram 16 experimentos. O mineral utilizado para a realização dos ensaios de viscosidade foi o quartzo em duas diferentes granulometrias. A Tabela 3.14 reúne as variáveis avaliadas nos experimentos de viscosidade.

Tabela 3.13 – Viscosidade das soluções de sacarose.

Concentração da solução (g/L)	Viscosidade dinâmica (mPa.s)	Massa específica (kg/m ³)	Viscosidade cinemática (m ² /s)
263	2,2	1098	2×10^{-6}
436	4,7	1162	4×10^{-6}

Tabela 3.14 – Avaliação do efeito da viscosidade na suspensão de sólidos.

Propriedades	Célula Wemco	Célula Denver
Faixa granulométrica (μm)	-210 +149; -149 + 105	-210 +149; -149 + 105
Concentração mássica (%)	15	15
Velocidade superficial do ar (cm/s)	0; 0,52; 0,74; 0,95	0; 0,05; 0,10; 0,15
Mineral	Quartzo	

Para levar em consideração o efeito da variação de temperatura na viscosidade cinemática da água (ν_w) durante a realização dos ensaios de suspensão, dados de viscosidade da água em função da temperatura foram relacionados. A Figura 3.15 ilustra o comportamento da viscosidade cinemática da água em função da temperatura.

Figura 3.15 - Viscosidade cinemática da água em função da temperatura.

3.6.8 Efeito da aeração na suspensão de sólidos em sistemas com agitação

O efeito da introdução de ar em sistemas com agitação na suspensão de sólidos foi investigado por vários autores (CHAPMAN et al., 1983c; WONG et al., 1987; DUTTA; PANGARKAR, 1995). Neste trabalho, optou-se pela forma utilizada por Van der Westhuizen (2004) pelo fato de possibilitar uma comparação direta entre os resultados obtidos para uma célula de flotação piloto e células de bancada. A eq.(3.10) ilustra a forma como o efeito do ar foi incorporado ao modelo de suspensão, introduzindo-se as variáveis k_G e J_G .

$$N_{jsg} = K_{SL} \cdot d_p^a X^b \left(\frac{\rho_S - \rho_L}{\rho_L} \right)^c \left(\frac{v_L}{v_w} \right)^d (1 + k_G J_G) \quad (3.10)$$

Em que N_{jsg} é a rotação crítica do impelidor capaz de cumprir o Critério 1-s em sistema aerado; K_{SL} é uma constante relacionada à geometria e tamanho do conjunto rotor/estator, e está diretamente ligada com a capacidade de o impelidor promover a suspensão de sólidos em condições não-aeradas; k_G é uma constante relacionada com a capacidade de o impelidor promover a suspensão de sólidos em condições aeradas; d_p é o diâmetro da partícula; X é a concentração mássica de sólidos; ρ_s e ρ_L são as massas específicas do sólido e do líquido, respectivamente; ν_L e ν_W são, respectivamente, as viscosidades cinemáticas do líquido de trabalho e da água a 20°C, e J_G é a velocidade superficial do ar.

Os expoentes do modelo proposto pela eq. (3.10) podem ser estimados separadamente (graficamente), através da linearização da equação, variando-se somente uma variável, mantendo constantes as demais, ou simultaneamente, pela estimativa numérica dos parâmetros, utilizando todos os dados experimentais.

3.6.9 Efeito da distância entre o rotor e o fundo do tanque nos parâmetros do modelo de suspensão

O efeito da distância do rotor ao fundo do tanque foi investigado somente para o parâmetro relacionado com a massa específica relativa sólido-líquido. Para execução de tais medidas, foram realizados ensaios de suspensão em célula de flotação Denver, operando em condições não-aeradas, com os mesmos minerais utilizados nos experimentos de suspensão. A Tabela 3.15 mostra a faixa granulométrica e a concentração mássica de sólidos em função da relação C/T , em que C é a distância do impelidor ao fundo do tanque, e T é o diâmetro do tanque.

Não foi possível realizar este tipo de ensaio com a célula Wemco, por causa da impossibilidade de se ajustar verticalmente a posição do rotor na célula.

Tabela 3.15 – Magnitude da distância do rotor ao fundo do tanque, granulometria e concentração mássica dos sólidos.

Mineral	Granulometria (μm)	Concentração mássica de sólidos (%)	(C/T)
Apatita Ígnea	-149 + 105	5	0,09
			0,15
			0,22
Quartzo	-149 + 105	5	0,09
			0,15
			0,22
Hematita	-149 + 105	5	0,09
			0,15
			0,22

3.6.10 Magnitude das variáveis: faixas de trabalho

Para se ter uma visão global das variáveis investigadas e suas respectivas faixas de variação de magnitude, compilaram-se todas as informações, apresentado-as na Tabela 3.16. Combinações entre estas variáveis e suas respectivas magnitudes resultaram na necessidade de se executar 112 experimentos para cada tipo de célula.

Tabela 3.16 - Variáveis analisadas nos ensaios de suspensão de sólidos.

Mineral	Massa específica (kg/m³)	Diâmetro médio (µm)	Concentração mássica (%)	1 ^(*) Viscosidade cinemática do fluido, x10 ⁻⁶ (m²/s)	J _G (cm/s)	
					Wemco	Denver
Apatita Ígnea	3170	90	5; 10; 15; 25	1,0	0,00	0,00
		127				
		180				
		254				
Quartzo	2650	127		1; 1,9; 3,5	0,52	0,05
		180			0,74	0,10
Hematita	4900	127		1	0,95	0,15

^(*) Valores medidos.

3.7 Determinação do perfil de concentração axial dos sólidos

3.7.1 Medidas em célula de laboratório (Denver)

A caracterização do perfil de concentração axial dos sólidos foi obtida utilizando um amostrador de polpa. Devido ao grande volume ocupado pelo conjunto rotor/estator da célula Wemco, os ensaios foram realizados somente na célula de flotação Denver. O amostrador utilizado para coletar amostras está ilustrado na Figura 3.16. Os experimentos foram realizados com partículas do mineral apatita, numa concentração mássica de 15% ($X=15\%$) e granulometria $-149+105\ \mu\text{m}$. A concentração mássica de sólidos em cada cota foi determinada através das massas coletadas de sólidos, após secagem em estufa a 40°C , e de polpa.

Figura 3.16 – Aparato usado nos ensaios de bancada para coleta de amostras (Detalhe da extremidade do amostrador).

Os ensaios foram realizados em condições aeradas e não-aeradas, em diferentes rotações do impelidor, como mostra a Tabela 3.17. Devido à dificuldade em se coletar amostras a $120\%N_{js}$ (condições aeradas), não foram realizados ensaios nessa condição experimental. A Tabela 3.18 mostra as alturas (cotas) em que as amostras foram coletadas. Observa-se que a posição 5 (altura 5) é muito próxima do topo da cuba, o que representaria a região da célula que está mais próxima da camada de espuma em um sistema de flotação real.

Tabela 3.17 - Rotações dos ensaios de perfil de concentração axial (Denver).

Vazão de ar (L/min)	Velocidade superficial do ar (cm/s)	Célula de flotação	Rotação do impelidor			
			$70\%N_{js}$ (rpm)	$85\%N_{js}$ (rpm)	$100\%N_{js}$ (rpm)	$120\%N_{js}$ (rpm)
0	0	Denver	1032	1254	1475	1800
3	0,15		1400	1700	2000	-

Tabela 3.18 - Cotas para determinação do perfil de concentração dos sólidos (Denver).

Pontos de medida (*)	Cotas (h), cm	Diâmetro do impelidor, cm	Diâmetro da célula de flotação (T), cm	Altura da coluna de água (H_0), cm	Altura relativa (h/H_0)
Altura 1	3,9	7	16,5	17,8	0,22
Altura 2	7,6				0,43
Altura 3	11,2				0,63
Altura 4	14,6				0,82
Altura 5	17,0				0,96

3.7.2 Medidas em célula piloto Metso

A coleta das amostras em diferentes alturas da célula de flotação Metso foi obtida com a utilização de um amostrador de polpa, formado por uma haste metálica,

adaptada com um pequeno cilindro na extremidade inferior, e na parte superior, um mecanismo usado para controlar a abertura e fechamento do cilindro, permitindo a entrada e a descarga de polpa, como ilustrado na Figura 3.17.

Os experimentos foram realizados em diferentes taxas de aeração e rotações do impelidor. Em cada condição operacional foram coletadas amostras em cinco cotas no interior da célula de flotação, bem como amostras da alimentação, do flutuado e do afundado. A Tabela 3.19 reúne as condições experimentais em que os ensaios foram realizados, enquanto que a Tabela 3.20 ilustra o valor das cotas onde foram coletadas as amostras de polpa, bem como informações sobre as dimensões da célula de flotação.

Figura 3.17 - Amostrador de polpa (Dimensões em mm).

Tabela 3.19 - Condições experimentais para caracterização do perfil de concentração.

Experimento 1			Experimento 2			
Rotação do rotor (rpm)	Espessura da camada de espuma (cm)	Vazão de ar (m³/h)	Vazão de ar (m³/h)	Camada de espuma (cm)	Rotação do rotor (rpm)	Velocidade superficial do ar (cm/s)
377	4	75	75	4	377	0,92
336			85	3		1,04
294			100	5		1,22
			130	6		1,59

Tabela 3.20 - Cotas para determinação do perfil de concentração dos sólidos.

Pontos de medida ^(*)	Cotas (h) m	Diâmetro do impelidor (D), m	Diâmetro da célula de flotação (T), m	Altura da célula de flotação (H), m	Altura relativa (h/H)
Altura 1	0,25	0,33	1,70	1,45	0,17
Altura 2	0,50				0,35
Altura 3	0,75				0,52
Altura 4	1,00				0,69
Altura 5	1,25				0,87

^(*) As medidas foram realizadas do fundo para o topo da célula de flotação

As amostras coletadas em cada cota (altura relativa) da célula e as amostras dos fluxos do concentrado, rejeito e alimentação foram pesadas para determinação da massa úmida e levadas para secagem em estufa a 70°C. Após determinação da massa seca, todas as amostras foram peneiradas por via úmida com uma peneira de 37 µm (400 mesh) de abertura, para separação da fração mais fina. A massa retida foi então peneirada com um amplo jogo de peneiras vibratórias (aberturas 600 µm; 425 µm; 300 µm; 212 µm; 150 µm; 106 µm; 75 µm; 53 µm e 38 µm) para avaliação da distribuição granulométrica de cada perfil de concentração em todas as condições operacionais.

Importante salientar que o método de amostragem, tanto em escala de laboratório como em escala piloto, podem apresentar um viés e não ser capaz de descrever quantitativamente o fenômeno. Isso, entretanto, não compromete a análise comparativa dos resultados, que diferem em ordem de magnitude.

Capítulo 4

Resultados e Discussão: Caracterização Hidrodinâmica das Células Denver e Wemco

*Este capítulo apresenta e discute os resultados obtidos com experimentos de caracterização hidrodinâmica das células de flotação Denver e Wemco, em escala de laboratório. A caracterização dos impelidores foi dividida em duas partes: a primeira, **seção 4.1**, apresenta os resultados experimentais sobre a capacidade de bombeamento dos rotores Denver e Wemco, em diferentes rotações dos rotores (N) e velocidade superficial do ar (J_G), ilustrando o efeito da aeração no Número de Bombeamento (N_Q) dos impelidores. Na **seção 4.2** são apresentados os resultados de turbulência, originada pela ação do impelidor nas células de flotação Denver e Wemco. Ao final da discussão, é feita uma analogia entre o desempenho de impelidores e bombas centrífugas, através da comparação do efeito da introdução de ar em sistemas com agitação e a queda de desempenho em bombas centrífugas quando estas operam na presença de ar. Também foi realizado um balanço de energia mecânica entre a entrada e saída do conjunto rotor/estator da célula Denver, calculando-se uma medida virtual de altura de bombeamento. Na **seção 4.3** é apresentada uma aplicação dos resultados de bombeamento do rotor para investigar o status da suspensão de apatita em célula Denver de laboratório, através da identificação de três regiões dentro da célula: segregação, suspensão e arraste. Na **seção 4.4** são apresentadas as conclusões parciais do trabalho, relacionadas a este capítulo.*

4.1 Analogia entre impelidores e bombas centrífugas

Impelidores de sistemas com agitação podem ser comparados a turbomáquinas, onde o fluido (polpa mineral) é constantemente bombeado das cotas mais baixas (fundo do tanque) para as mais altas do equipamento, pela ação constante do giro das pás do rotor. Nas seções seguintes estão os resultados experimentais sobre a capacidade de bombeamento dos rotores das células Denver e Wemco e, ao final, é feita uma analogia entre o bombeamento efetuado por rotores e o desempenho de bombas centrífugas.

4.1.1 Capacidade de bombeamento dos impelidores

A Figura 4.1 ilustra os resultados experimentais obtidos para a velocidade radial de fluido, na descarga do impelidor de ambas as células de flotação (Denver e Wemco). Todos os dados experimentais de bombeamento estão reunidos no Apêndice A.

Figura 4.1 – Velocidade radial de fluido na descarga dos impelidores Denver e Wemco.

Pode ser observado na Figura 4.1 que a velocidade radial de fluido, na descarga dos rotores das células de flotação, apresenta um comportamento linear, diretamente proporcional à rotação do impelidor, o que concorda com dados obtidos para tanques de mistura reportados por Bertrand; Courdec e Angelino (1980). Está claro na Figura 4.1 que a introdução de ar no sistema provoca uma diminuição da velocidade do fluido, independentemente da geometria e diâmetro do impelidor. Essa observação é corroborada pelos dados reportados na literatura (CHAPMAN et al., 1983b; DEGLON, 1998).

Analisando os resultados ilustrados na Figura 4.1, observa-se que:

- a) Em célula Wemco, um aumento na vazão de ar de $Q_{ar} = 0$ L/min ($J_G = 0,0$) para $Q_{ar} = 18$ L/min ($J_G = 0,95$ cm/s) provocou uma diminuição na capacidade de bombeamento do rotor, de ~32% na rotação mais elevada ($N = 1200$ rpm), e de ~27% para a menor rotação ($N = 815$ rpm);
- b) Em célula Denver, um aumento na vazão de ar de $Q_{ar} = 0$ L/min ($J_G = 0,0$) para $Q_{ar} = 3$ L/min ($J_G = 0,15$ cm/s) ocasionou uma queda na velocidade do fluido de ~40% na maior rotação do impelidor ($N = 1300$ rpm), e de ~33% na menor delas ($N = 900$ rpm).

Observa-se também que, apesar da maior vazão de ar utilizada, o rotor da célula Wemco confere uma maior velocidade ao fluido do que aquela gerada pela ação do rotor Denver. Tal comportamento é, provavelmente, devido às diferenças de geometrias do mecanismo rotor/estator de cada equipamento: na célula Denver o impelidor está quase que totalmente encapsulado pelo estator; enquanto na célula Wemco, o estator é mais aberto, e o impelidor está mais “livre” do que na célula Denver.

A partir dos dados de velocidade de fluido, e conhecendo-se a área de escoamento na região rotor/estator das células Denver e Wemco, foram calculadas as vazões de bombeamento (Q_b), de acordo com a eq. (3.7), para cada tipo de equipamento.

A Figura 4.2 ilustra os resultados obtidos de Q_b versus ND^3 , onde se observa que a vazão de bombeamento segue o mesmo comportamento apresentado pela velocidade radial do fluido, ou seja, diretamente proporcional à rotação do impelidor.

Novamente, pode ser observado que a introdução de ar provoca uma queda na capacidade de bombeamento dos rotores.

Figura 4.2 - Vazão de bombeamento (Q_b) versus ND^3 para as células Denver e Wemco de laboratório.

Na Figura 4.2, a inclinação das curvas de Q_b versus ND^3 , fornece o grupo adimensional Número de Bombeamento (N_Q) dos impelidores, para cada condição de aeração, conforme ilustra a Tabela 4.1.

Tabela 4.1 Número de Bombeamento em função do J_G (célula Denver e Wemco).

Célula Denver		Célula Wemco	
J_G , cm/s	N_Q	J_G , cm/s	N_Q
0,00	0,043	0,00	0,57
0,05	0,038	0,52	0,53
0,10	0,036	0,74	0,46
0,15	0,028	0,95	0,42

4.1.2 Número de bombeamento dos impelidores

A partir dos dados de capacidade de bombeamento, foi calculado o N_Q dos impelidores Denver e Wemco. A Figura 4.3 ilustra o efeito da presença de ar na capacidade de bombeamento de rotores (representada por N_Q)

Figura 4.3 – Efeito da aeração no número de bombeamento dos rotores Denver e Wemco.

Observa-se na Figura 4.3 uma redução na magnitude no valor do número de bombeamento (N_Q) à medida que a vazão de ar aumenta, evidenciando a queda na capacidade de bombeamento de rotores, como comentado anteriormente. É possível observar que (Tabela 4.1 e Figura 4.3):

- Dentro da faixa de valores investigados, pode-se considerar que N_Q diminui linearmente com o aumento da aeração, em ambas as células, com coeficientes de correlação de $R^2=0,8593$ para célula Wemco e, $R^2=0,9191$ para célula Denver;
- Para célula Denver, o valor de N_Q diminuiu de $N_Q \sim 0,043$ ($J_G=0,0$) para $N_Q \sim 0,028$, quando a aeração aumentou para $Q_{ar}=3$ L/min ($J_G=0,15$

cm/s), o que corresponde a uma queda de aproximadamente 35% no valor de N_Q ;

- c) Para célula Wemco, o valor de N_Q caiu de $N_Q \sim 0,57$ para $N_Q \sim 0,42$, à medida que vazão de ar aumentou de zero ($Q_{ar}=0,0$) para $Q_{ar}=18$ L/min ($J_G=0,95$ cm/s), correspondendo a uma queda de aproximadamente 25% no valor de N_Q .

Os resultados de N_Q obtidos para célula Wemco estão em acordo com os dados encontrados no catálogo do fabricante (EIMCO, 1992) que reportam o valor de $N_Q \sim 0,64$, e também com os resultados reportados por Weedon et al. (2005), cujos valores calculados foram de 0,62 para célula Wemco, e $N_Q \sim 0,05$ para células de flotação Denver, ambas em escala industrial. Nenhuma informação sobre o número de bombeamento de células de flotação Denver de bancada foi encontrada na literatura.

O valor de N_Q da célula Denver obtido neste trabalho é semelhante ao valor reportado por Gray (1967) para impelidores de geometria tipo disco, em que $N_Q=0,031$. Tal convergência de valores é devido à semelhança geométrica entre impelidores com geometria de disco e o rotor da célula de flotação Denver.

A redução da capacidade de bombeamento de rotores de tanques com agitação/células mecânicas de flotação pode ser comparada à queda de rendimento em bombas centrífugas quando estas operam na presença de ar. A Figura 4.4 ilustra o deslocamento da curva de bombeamento de uma bomba centrífuga à medida que se aumenta a fração volumétrica de ar no fluido a ser bombeado. Em células mecânicas de flotação, tal queda no bombeamento da polpa, no que tange à suspensão de sólidos, provoca uma maior taxa de sedimentação destes no fundo do tanque, especialmente quando se considera a suspensão de partículas grossas ($d_p > 100 \mu m$). O efeito da aeração na suspensão de sólidos será considerado em maiores detalhes (seções 5.2; 6.1 e 6.2).

Somada à redução da capacidade de bombeamento do impelidor, há ainda a redução da taxa de dissipação de energia quando ar/gás é introduzido em sistemas com agitação (DOHI et al., 2004; CHAPMAN et al., 1983b; DEGLON, 1998), o que

promove a sedimentação das partículas, sendo necessário um aumento na rotação do impelidor para manter os sólidos em suspensão.

Figura 4.4 – Efeito da aeração no desempenho de bombas centrífugas (Adaptado de Yedidiah (1996)).

4.1.3 Velocidade radial de fluido (normalizada)

Para comparar a velocidade radial de fluido (v_b) com a velocidade periférica do rotor ($v_p = \pi ND$), foram construídos os gráficos ilustrados na Figura 4.5, que mostram o efeito da aeração e da rotação do impelidor na velocidade radial normalizada, v_b/v_p .

De acordo com os resultados ilustrados na Figura 4.5, a velocidade normalizada varia de acordo com a taxa de aeração do sistema, e independe da rotação do impelidor. Bertrand; Courdec e Angelino (1980) observaram comportamento semelhante da velocidade normalizada em relação à rotação do rotor em tanques com agitação com impelidor tipo turbina. Resultados experimentais mostram que em escoamentos turbulentos em tanques com semelhança geométrica, a velocidade normalizada pela

velocidade periférica independe da rotação do impelidor e do tamanho do tanque (COSTES; COURDEC, 1988).

Figura 4.5 - Velocidade radial normalizada dos rotores Denver e Wemco.

4.1.4 Impelidores e bombas centrífugas

Impelidores de células mecânicas de flotação podem ser comparados a bombas centrífugas, em que a polpa é continuamente bombeada para as cotas mais altas da célula de flotação. Em bombas centrífugas, para se conhecer a altura manométrica de bombeamento de fluidos, é efetuado um balanço de energia mecânica na sucção da bomba e no recalque, eq. (4.1), válida para escoamento permanente, apenas uma entrada e uma saída e fluido incompressível.

$$h_d = \frac{\Delta P}{\rho_L g} + \Delta h + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + K \quad (4.1)$$

Em que:

ΔP representa a diferença de pressão entre a entrada da bomba (P_1) e a altura de recalque (P_2);

ρ_L é a massa específica do fluido;

g é a aceleração da gravidade;

Δh representa a diferença de nível entre a entrada e a saída da bomba (h_1 e h_2);

v_1 e v_2 são as velocidades do fluidos na entrada e na tomada de recalque da bomba;

K representa as perdas por atrito e singularidades do sistema;

h_d é a altura manométrica alcançada pelo fluido.

Para ilustrar que impelidores de células de flotação podem ser comparados a bombas centrífugas, pode-se efetuar um balanço de energia mecânica entre a entrada e a descarga do conjunto rotor/estator, de forma que é possível se calcular o valor de h_d (energia fornecida à polpa devido à ação do rotor), para diferentes rotações. Deve-se notar, entretanto, que tal abordagem constitui somente uma ilustração, de modo que h_d não deve ser interpretado como altura manométrica, mas somente como um valor hipotético de altura. Tendo isto em mente, foi realizado um balanço de energia mecânica na célula Denver. A Figura 4.6 mostra um desenho esquemático do conjunto rotor/estator desse equipamento, ilustrando os pontos de medida de velocidade de bombeamento e pressão na saída do sistema (subíndice 2) e os pontos relacionados à entrada de água (subíndice 1).

De acordo com a Figura 4.6, podem ser efetuados os balanços expressos pelas eqs. (4.2) e (4.3).

$$P_2 = P_{atm} + \rho_L \cdot g \cdot h_2 - \frac{1}{2} \rho_L \cdot v_2^2 \quad (4.2)$$

$$P_1 = P_{atm} + \rho_L \cdot g \cdot h_1 - \frac{1}{2} \rho_L \cdot v_1^2 \quad (4.3)$$

Pela combinação das eqs. (4.2)-(4.3), obtém-se a diferença de pressão (ΔP) entre a sucção e a descarga da bomba (sistema rotor/estator), como ilustrado pela eq. (4.4).

$$P_2 - P_1 = \Delta P = \rho_L \cdot g(h_2 - h_1) + \frac{1}{2} \rho_L (v_1^2 - v_2^2) \quad (4.4)$$

A velocidade da água na descarga do sistema rotor/estator (v_2) corresponde àquela medida com o micromolinete (v_b) para diferentes rotações do impelidor. Doravante, v_2 será chamada v_b , para efeito de coerência com a nomenclatura usada nesta tese.

Figura 4.6 – Representação esquemática dos pontos onde foi realizado o balanço de energia na célula Denver.

Dentre os termos presentes na eq. (4.4), somente a velocidade de sucção da água (v_1) não é conhecida. Na Figura 4.7, está ilustrado o estator Denver, que possui 4 pequenas aberturas na sua parte superior, cada uma com aproximadamente 1,0 cm de diâmetro, e onde se observa os pontos de entrada e saída de fluido.

Figura 4.7 – Pontos de entrada/saída de fluido em célula Denver de laboratório.

Na Figura 4.7, v_1 , P_1 e A_1 ($A_1 \sim 3,14 \text{ cm}^2$) representam a velocidade de sucção de água, a pressão e a área de escoamento na entrada do conjunto rotor/estator. Os termos v_b , P_2 e A_{esc} ($A_{esc} \sim 18,24 \text{ cm}^2$) representam as mesmas variáveis na descarga do rotor/estator.

Aplicando a equação da continuidade entre os pontos (1) e (2), e desconsiderando a entrada de fluido pela base, pode-se determinar o valor de v_1 , como mostra a eq. (4.5). A Tabela 4.2 ilustra os valores de v_1 calculados para cada rotação do impelidor.

$$v_1 = \frac{A_{esc}}{A_1} \cdot v_b \quad (4.5)$$

Substituindo as eqs. (4.5)-(4.4) na eq. (4.1) foi possível construir uma curva de h_d versus Q_b para o impelidor da célula Denver em condições não-aeradas, como ilustra a Figura 4.8. As perdas por atrito e por singularidade foram consideradas irrelevantes.

Tabela 4.2 – Velocidade do fluido na entrada do sistema rotor/estator.

Rotação, rpm	v_b , cm/s	v_1 , cm/s	P_2-P_1 , din/cm ²	h_d , cm
900	12,7	73,8	680,6	1,6
1000	14,2	82,5	1340,3	2,9
1100	15,5	90,0	1967,9	4,3
1200	16,8	97,6	2659,8	5,7
1300	18,3	106,3	3520,4	7,5

Figura 4.8 – “Altura hipotética de recalque” devido à ação do rotor da célula Denver de laboratório.

Fazendo um paralelo com bombas centrífugas, a Figura 4.8 ilustra que o aumento da vazão de bombeamento do impelidor (Q_b) tem a capacidade de bombear o fluido (no caso, água) a cotas cada vez mais altas, à medida que se aumenta a rotação do impelidor.

4.2 Turbulência na região rotor/estator das células Denver e Wemco

Pode ser observado na Figura 4.9 que o impelidor Denver promove uma intensa turbulência na polpa, evidenciada pela flutuação do sinal turbulento em torno do valor médio (linha contínua). Comportamento semelhante foi verificado em célula Wemco (Figura 4.10). Os experimentos, em ambas as células, foram realizados com o mesmo nível de água, com uma coluna de fluido constante de 16,5 cm, acima do transdutor. A reta contínua representa a média temporal do sinal turbulento.

Figura 4.9 - Turbulência em célula de flotação Denver.

Figura 4.10 - Turbulência em célula de flotação Wemco.

4.3 Condições hidrodinâmicas adequadas à suspensão de partículas grossas de apatita

A suspensão de sólidos em sistemas com agitação é o resultado do balanço entre a velocidade ascendente do fluido (v_b), produzida pela ação do impelidor, *versus* a velocidade terminal dos sólidos (v_t), resultado da força gravitacional. Tal balanço determinará se haverá uma tendência de partículas, de determinado tamanho e massa específica, alcançarem diferentes alturas dentro da célula:

- a) Partículas mais finas e/ou leves apresentam tendência de se concentrarem nas cotas mais altas da célula ou até serem arrastadas para a camada de espuma;

- b) É provável que partículas grossas e/ou pesadas se concentrem nas cotas mais baixas do tanque.

Para avaliar a relação entre os mecanismos de suspensão e sedimentação, foram realizados ensaios de suspensão de sólidos em célula Denver, em condições não-aeradas, utilizando o mineral apatita, com quatro classes de tamanho ($d_p=254\ \mu\text{m}$, $d_p=180\ \mu\text{m}$, $d_p=127\ \mu\text{m}$ e $d_p=90\ \mu\text{m}$), numa concentração mássica de 25% de sólidos, e rotação do impelidor numa faixa normalmente utilizada em ensaios de flotação em escala de laboratório ($900\ \text{rpm} \leq N \leq 1500\ \text{rpm}$).

A velocidade de sedimentação das partículas de apatita foi determinada experimentalmente e também calculada através das equações reportadas por McCabe; Smith e Harriot (1993) (seção 2.6.1), enquanto que a velocidade radial do fluido (promovida pela ação do rotor) foi determinada experimentalmente (seção 4.1.1). A Tabela 4.3 ilustra as velocidades experimentais de sedimentação terminal para cada tamanho de partícula, comparando-os com os valores teóricos de velocidades. Convém salientar que a velocidade teórica foi calculada considerando partículas esféricas. As partículas de apatita apresentam, no entanto, uma forma diferente da esférica, com esfericidade $\Psi = 0,6$, de acordo com Sousa Pinto; Lima e Leal Filho (2009).

Tabela 4.3 Valores teóricos e experimentais de velocidade de sedimentação.

Diâmetro médio da partícula, μm	Velocidade de sedimentação terminal a 20°C , $(\times 10^{-2})\ \text{m/s}$		Rotação crítica de suspensão (N_{jsu}), s^{-1}
	Experimental	Teórico	
90	$0,87 \pm 0,07$	1,03	23,0
127	$1,90 \pm 0,17$	1,78	28,2
180	$2,69 \pm 0,14$	2,65	32,0
254	$3,73 \pm 0,12$	3,93	37,0

Para caracterizar o *status* da suspensão de partículas em célula Denver de laboratório, foram identificados três comportamentos relevantes (Figura 4.11):

- a) Quando as partículas apresentavam tendência de se acumularem no fundo do tanque em larga extensão, chamou-se tal comportamento de “segregação”. Tal situação, em circuito industrial favorece o aterramento do rotor;
- b) Quando as partículas apresentaram-se distribuídas ao longo do perfil axial do tanque, denominou-se tal comportamento de “suspensão”, situação desejada em qualquer operação industrial;
- c) Quando as partículas apresentavam tendência a se concentrarem no topo do tanque, chamou-se tal situação de “arraste”, situação indesejável, devido à probabilidade de ocorrência de arraste hidrodinâmico para a camada de espuma (“*entrainment*”).

Dois grupos adimensionais, (v_t/v_b) e (N/N_{jsu}) , foram utilizados para compor um diagrama para representar o *status* da suspensão de sólidos em célula mecânica de laboratório. A razão (v_t/v_b) representa o balanço entre a tendência natural das partículas à sedimentação (v_t) *versus* a velocidade do fluido na descarga do rotor (v_b). O termo (N/N_{jsu}) representa o balanço entre a rotação de operação do impelidor (N) e a rotação do impelidor mínima (N_{jsu}) para promover a retirada dos sólidos do fundo da célula.

O *status* da suspensão de sólidos foi determinado visualmente, observando o comportamento dos sólidos à medida que se aumentava a rotação do impelidor, corroborando o critério de 60% da rotação crítica, sugerido por Van der Westhuizen (2004), como limite entre as regiões de segregação e suspensão de sólidos.

Figura 4.11 – Faixas de segregação, suspensão e arraste de apatita em célula de flotação Denver de laboratório.

Na Figura 4.11, pode ser observado que:

- Em baixas rotações do impelidor ($N < 60\%$ de N_{jsu}), a quantidade de partículas na região de segregação aumenta consideravelmente, principalmente para as partículas mais grossas ($d_p=254\mu m$), concentrando-se na região de “segregação” ($v_t/v_b > 0,08$);
- Enquanto que as partículas de apatita com diâmetro médio de $180 \mu m$ e $127\mu m$ ficaram predominantemente na região de “suspensão” ($0,60 \leq N/N_{jsu} < 1$ e $0,06 < v_t/v_b < 0,10$);
- A tendência ao arraste ocorreu somente com os sólidos mais finos ($d_p=90\mu m$) quando $N \geq 1300$ rpm ($N/N_{jsu} \geq 1$, $v_t/v_b \leq 0,03$). Nessa condição

experimental, as partículas mais finas concentraram-se na parte superior da polpa mineral, tornando-se assim, mais suscetíveis a serem transportadas da polpa para a camada de espuma por arraste hidrodinâmico, em vez de flotação verdadeira (*"true flotation"*). Uma vez que minérios de fosfato são compostos do mineral apatita apresentando a ampla faixa de tamanhos, a rotação do impelidor (N) pode ser adequada para a suspensão de partículas finas, mas não para a suspensão ótima dos grossos, e vice-versa.

4.4 Conclusões parciais

Com base nos resultados apresentados neste capítulo, é possível concluir que:

1. Célula de flotação Wemco, em escala de laboratório, de 6 L de volume, operando com $900 \text{ rpm} \leq N \leq 1200 \text{ rpm}$, e vazão de ar Q_{ar} na faixa de $0 \leq Q_{ar} \leq 18 \text{ L/min}$ ($0 \leq J_G \leq 0,95 \text{ cm/s}$) apresentou Número de Bombeamento $N_Q = 0,57$ para condição não-aerada ($Q_{ar} = 0 \text{ L/min}$), e $N_Q = 0,42$, para a maior vazão de ar ($Q_{ar} = 18 \text{ L/min}$). Os valores são coerentes com os valores reportados na literatura para células industriais (WEEDON et al., 2005).
2. Célula Denver de flotação, em escala de laboratório, de 6 L de volume, operando na faixa de $900 \text{ rpm} \leq N \leq 1200 \text{ rpm}$, e $0 \leq Q_{ar} \leq 3 \text{ L/min}$ ($0 \leq J_G \leq 0,15 \text{ cm/s}$) apresentou Número de Bombeamento $N_Q = 0,043$ para condições não-aeradas, e $N_Q = 0,028$ para a condição de maior aeração. Esses valores estão próximos dos encontrados por Weedon et al. (2005) para célula Denver industrial.
3. Impelidores de células mecânicas de flotação podem ser comparados a bombas centrífugas, em que a polpa mineral é bombeada para as cotas superiores da

célula de flotação. Quanto maior a rotação do impelidor, maior será a altura que a polpa alcançará dentro do tanque;

4. No que concerne à suspensão de partículas de apatita em célula Denver de laboratório é possível concluir que:
 - a) A suspensão de partículas é promovida pelo fluxo ascendente de polpa gerado pela rotação do impelidor e pode ser caracterizado por sua velocidade de bombeamento (v_b), que é medida na descarga do sistema rotor/estator. Contrapondo-se ao fluxo ascendente de polpa, existe a força gravitacional que compele as partículas a sedimentarem com certa velocidade terminal (v_t) que é dependente do seu diâmetro (d_p). A razão $(\frac{v_t}{v_b})$ representa o compromisso entre os mecanismos de suspensão *versus* sedimentação. Para um impelidor de célula de laboratório que opera em sua faixa usual de rotação ($900 \text{ rpm} \leq N \leq 1200 \text{ rpm}$), suspendendo partículas de apatita com diâmetro $90 \mu\text{m} \leq d_p \leq 254 \mu\text{m}$, tal razão varia na faixa de $0,03 \leq \frac{v_t}{v_b} \leq 0,20$;
 - b) Para cada tamanho de partícula, existe uma rotação crítica do impelidor (N_{jsu}) acima da qual nenhuma partícula se acumula no fundo da célula por mais que 1 segundo (Critério 1-s). A razão (N/N_{jsu}) constitui um número adimensional que informa se a rotação do impelidor está longe ou perto dessa rotação crítica (N_{jsu});
 - c) Para diversos tamanhos de partículas, através de observação visual, foi possível identificar três comportamentos dentro da célula de flotação: “segregação” (concentração de partículas no fundo do tanque), “suspensão” (distribuição das partículas ao longo do perfil axial do tanque) ou “arraste” (concentração de partículas nas cotas superiores do tanque);

- d) Para cada tamanho de partícula, através de representação gráfica dos parâmetros adimensionais $\frac{v_t}{v_b}$ versus $\frac{N}{N_{jsu}}$ foi possível associar os fenômenos “segregação”, “suspensão” e “arraste” como números adimensionais que representam as condições hidrodinâmicas presentes na célula, explicitadas nos itens (a) e (b);
- e) As partículas mais grossas ($d_p=254 \mu\text{m}$ e $\frac{v_t}{v_b} > 0,10$) apresentam tendência à segregação ($\frac{N}{N_{jsu}} < 0,6$) ou suspensão ($0,6 < \frac{N}{N_{jsu}} < 0,7$), mas nunca ao arraste. Por outro lado, as partículas mais finas ($d_p=90 \mu\text{m}$ e $\frac{v_t}{v_b} \sim 0,04$) apresentaram tendência à suspensão ($0,7 < \frac{N}{N_{jsu}} < 0,9$) ou arraste ($\frac{N}{N_{jsu}} > 1$), mas nunca à segregação. Partículas com diâmetro na faixa de $90\mu\text{m} \leq d_p \leq 254\mu\text{m}$ apresentaram comportamento intermediário;
- f) As condições hidrodinâmicas ($\frac{v_t}{v_b}, \frac{N}{N_{jsu}}$) mais adequadas para promover a suspensão das partículas mais grossas não correspondem àquelas que são mais adequadas para promover a suspensão das partículas mais finas, e vice-versa.

Capítulo 5

Resultados e Discussão: Modelagem da Suspensão de Sólidos - Critério 1-s

Neste capítulo, **seções 5.1-5.5**, são apresentados os efeitos do tamanho e da concentração de sólidos, da viscosidade do líquido e da taxa de aeração (velocidade superficial do ar) na rotação crítica de suspensão de sólidos para os impelidores das células de flotação Denver e Wemco, em escala de laboratório. Um modelo matemático empírico é utilizado a fim de comparar diretamente os resultados obtidos para as células de bancada com os obtidos por Van der Westhuizen e Deglon (2008) para célula de flotação piloto. Na **seção 5.6** é efetuada uma análise estatística dos resíduos para verificação da adequação do modelo aos dados experimentais. A **seção 5.7** ilustra os resultados experimentais de N_{js} e do parâmetro relacionado à massa específica sólido-líquido, quando se variou a distância entre o impelidor e o fundo do tanque. Conclusões parciais são apresentadas na **seção 5.8**.

5.1 Suspensão de sólidos: sistemas sem aeração

5.1.1 Efeito do tamanho da partícula sólida

É esperado que o tamanho da partícula exerça uma forte influência na suspensão de sólidos devido ao seu efeito na velocidade de sedimentação das partículas. A Figura 5.1 ilustra os resultados obtidos para a rotação crítica de

suspensão de sólidos em condições não-aeradas (N_{jsu}) em função do tamanho da partícula para várias concentrações mássicas de sólidos, para as células Denver e Wemco. Todos os dados de rotação crítica (N_{js}) estão reunidos no Apêndice D.

Figura 5.1 - Efeito do tamanho do sólido na rotação crítica do impelidor na suspensão de sólidos em sistema não aerado.

Pode ser observado que, para célula Denver, os valores dos expoentes do diâmetro da partícula (d_p) apresentaram-se dentro de uma faixa mais estreita, enquanto que para célula Wemco, houve uma maior variação no valor desse parâmetro. Tais variações podem ser devido à dificuldade em se realizar as medidas, principalmente nesse equipamento. Para célula Denver, a rotação crítica de suspensão variou de $N_{jsu} \propto d_p^{0,29}$ até $N_{jsu} \propto d_p^{0,32}$, e de $N_{jsu} \propto d_p^{0,29}$ até $N_{jsu} \propto d_p^{0,44}$ para célula Wemco. Considerando-se os valores médios, a rotação crítica de suspensão é proporcional a $d_p^{0,31}$ e $d_p^{0,36}$, para as células Denver e Wemco, respectivamente. Tais valores são próximos dos obtidos por Van der Westhuizen (2004) quando da investigação da suspensão de sólidos em célula piloto Bateman. Como apontado por esse autor, o efeito do tamanho da partícula tem um papel mais forte na suspensão de sólidos em células de flotação do que em tanques com agitação convencionais, sem a presença do estator. Em tais equipamentos, de acordo com Zwietering (1958), $N_{jsu} \propto d_p^{0,20}$.

5.1.2 Efeito da concentração de sólidos

A concentração dos sólidos exerce influência na suspensão de partículas devido ao seu efeito na capacidade de bombeamento do impelidor, no amortecimento da turbulência do sistema e na viscosidade da polpa. A Figura 5.2 ilustra o comportamento da rotação crítica de suspensão em função da concentração mássica de sólidos para as granulometrias investigadas neste trabalho.

Figura 5.2 - Efeito da concentração de sólidos no valor de N_{jsu} .

Observa-se na Figura 5.2 que o efeito da concentração de sólidos na rotação crítica do impelidor não é tão forte quanto o efeito do tamanho das partículas. De acordo com esses resultados, a rotação crítica de suspensão varia entre $N_{jsu} \propto X^{0,20}$ e $N_{jsu} \propto X^{0,25}$ para célula Denver, e entre $N_{jsu} \propto X^{0,11}$ até $N_{jsu} \propto X^{0,20}$ para célula Wemco para os diferentes tamanhos de partículas. Em termos de valores médios, $N_{jsu} \propto X^{0,22}$ para Denver e $N_{jsu} \propto X^{0,16}$ na Wemco. Esses resultados são próximos tanto daqueles obtidos para tanques com agitação (ver Tabela 2.5), como para células mecânicas de flotação ($N_{jsu} \propto X^{0,12}$, eq. (2.27)), sugerindo que o efeito da concentração das partículas na suspensão de sólidos é semelhante em tanques com agitação e células mecânicas de flotação.

Os resultados ilustrados pelas Figuras 5.1 – 5.2 sugerem que os efeitos relacionados ao tamanho e concentração dos sólidos são semelhantes entre si, para célula Denver e Wemco, independentemente da geometria e tamanho dos rotores. Também é possível observar que os valores das rotações críticas do impelidor da célula Denver são sempre superiores àqueles apresentados pela Wemco. Isso é, provavelmente, devido às diferentes geometrias dos impelidores, o que afeta a circulação de polpa nas células, como mostrado anteriormente (seção 4.1).

5.1.3 Efeito da massa específica relativa sólido-líquido na suspensão de sólidos

É esperado que a massa específica das partículas exerça uma grande influência na suspensão dos sólidos devido ao fato de que a massa específica relativa sólido-líquido, para partículas numa mesma faixa de tamanho, é a força motriz que leva à sedimentação dos sólidos. Quanto maior a massa específica relativa, mais difícil será a obtenção efetiva da suspensão das partículas.

A Figura 5.3 ilustra o efeito dominante da massa específica dos sólidos na suspensão das partículas em célula Denver e Wemco. De acordo com tais resultados, a rotação crítica de suspensão, em sistemas não-aerados, é proporcional, em termos médios, a $(\Delta\rho/\rho_L)^{0,41}$ e $(\Delta\rho/\rho_L)^{0,42}$ para célula Denver e Wemco, respectivamente. Esses valores, apesar de serem praticamente iguais entre si, são completamente distintos do valor reportado por Van der Westhuizen e Deglon (2008), que estudaram a suspensão de sólidos em célula mecânica piloto de 125 L, e obtiveram, para sistema não-aerado, $N_{jsu} \propto (\Delta\rho/\rho_L)^{0,63}$. Os valores obtidos para as células Denver e Wemco estão mais próximos do valor reportado por Zwietering (1958) para tanques com agitação, ou seja, $N_{jsu} \propto (\Delta\rho/\rho_L)^{0,45}$.

Figura 5.3 - Efeito da massa específica relativa sólido-líquido no valor de N_{jsu} .

5.1.4 Efeito da viscosidade do fluido na suspensão de sólidos

De acordo com Van der Westhuizen e Deglon (2008), a viscosidade do fluido pode afetar o *status* da suspensão devido a sua influência no coeficiente de arraste e no amortecimento da turbulência. A Figura 5.4 mostra o comportamento da rotação crítica de suspensão de sólidos em função da viscosidade cinemática do fluido, para célula Denver e Wemco, para duas frações granulométricas de sólidos.

Figura 5.4 - Efeito da viscosidade e massa específica do líquido no valor de N_{jsu} .

Na Figura 5.4 pode ser observado que a viscosidade do fluido somente exerce um pequeno efeito na rotação crítica de suspensão de sólidos, o que está em acordo com os dados reportados pela literatura. No entanto, a adição de sacarose provoca a variação tanto da viscosidade como da massa específica do fluido, de modo que os resultados ilustrados pela Figura 5.4 representam o efeito conjunto da viscosidade e da massa específica do líquido na rotação crítica de suspensão.

Para levar em consideração somente o efeito da viscosidade, o valor da rotação de suspensão foi dividido pelo termo que caracteriza o efeito da massa específica do fluido na rotação crítica, de acordo com a eq.(5.1). Os resultados são ilustrados pela Figura 5.5.

$$\frac{N_{js}}{\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_L}\right)^c} \propto \left(\frac{\nu_L}{\nu_w}\right)^d \quad (5.1)$$

Na Figura 5.5 é possível perceber que o efeito da viscosidade na rotação crítica de suspensão exerce um menor efeito em relação às outras propriedades sólido-líquido, independentemente da geometria da célula de flotação. A variação no valor deste parâmetro é provavelmente devido à dificuldade em se realizar as medidas. A Figura 5.5 ilustra somente os resultados obtidos com a fração -149 + 105 μm ($d_p=127\mu\text{m}$), devido ao fato de que os ensaios realizados para verificar o efeito da viscosidade estão diretamente ligados ao efeito da massa específica relativa sólido-líquido na rotação crítica, e somente foram realizados ensaios para verificar o efeito da massa específica com a fração -149 + 105 μm . Os resultados do efeito da viscosidade na rotação crítica de suspensão de sólidos, usando a fração -210 + 149 μm ($d_p=180\mu\text{m}$) serão utilizados somente para a estimativa numérica dos parâmetros do modelo de suspensão.

Figura 5.5 - Efeito da viscosidade cinemática do líquido no valor de N_{jsu} .

5.2 Efeito da aeração na suspensão de sólidos

A introdução de ar em sistemas com agitação provoca uma deterioração no *status* da suspensão. De acordo com Arbiter; Harris e Yap (1976) após um valor crítico de aeração, ocorre um dramático aumento na sedimentação de sólidos dentro do equipamento.

5.2.1 Efeito do tamanho da partícula

O efeito do tamanho da partícula na suspensão de sólidos foi avaliado a partir de experimentos realizados com o mineral apatita. A Figura 5.6 ilustra o efeito da adição de ar na rotação crítica de suspensão em função do tamanho da partícula, nas células de flotação Denver e Wemco. Como esperado, é possível observar na Figura 5.6 que a adição de ar provoca um aumento da rotação crítica de suspensão de sólidos, independente do tipo de célula de flotação.

A literatura reporta algumas razões para a maior rotação do impelidor exigida pelo sistema em condições aeradas:

- a) A incorporação de ar ao sistema provoca a diminuição da energia dissipada pelo rotor, sendo necessário o aumento da rotação para compensar essa diminuição de energia (CHAPMAN et al., 1983b; DOHI et al., 2004);
- b) A presença de ar provoca um amortecimento dos parâmetros de turbulência do sistema (CHAPMAN et al., 1983b). Uma vez que a turbulência é componente essencial para suspensão de sólidos, uma maior rotação do rotor seria necessária para compensar tal amortecimento.

Figura 5.6 - Efeito da taxa de aeração na rotação crítica de suspensão de sólidos em função do tamanho da partícula sólida.

5.2.2 Efeito da concentração mássica de sólidos

A Figura 5.7 mostra o efeito da aeração na suspensão de sólidos, em função da concentração mássica de sólidos, para as células Denver e Wemco. Os resultados mostram que houve uma pequena variação no expoente do termo relacionado à fração mássica de sólidos (X), para ambas as células de flotação, podendo dizer que $N_{jsg} \propto X^{0,17}$ exceto os valores obtidos na célula Wemco para a fração mais fina ($d_p=90\mu\text{m}$) e alta taxa de aeração ($J_G=0,95 \text{ cm/s}$). Tal fato ilustra a dificuldade em realizar as medidas nesse equipamento, principalmente em altas vazões de ar.

Também pode ser observado na Figura 5.7 que os expoentes do termo relacionado à fração mássica de sólidos, tanto para a célula Denver como para a Wemco, foram muito próximos entre si, independentemente das diferenças de geometria e tamanho dos rotores.

O efeito da concentração de sólidos em células de bancada (6 L) foi muito semelhante ao resultado obtido para célula piloto (125 L), reportado por Van der Westhuizen e Deglon (2008), sugerindo uma independência desse parâmetro em relação a fatores geométricos.

Figura 5.7 - Efeito da aeração na rotação crítica de suspensão de sólidos em função da concentração mássica de sólidos.

5.2.3 Efeito da massa específica relativa sólido-líquido na suspensão de sólidos

A Figura 5.8 ilustra o efeito da massa específica relativa sólido-líquido na rotação crítica de suspensão em condições aeradas, para as células Denver e Wemco. Pode ser observado na Figura 5.8 que, considerando-se os valores médios dos expoentes dos termos relacionados à massa específica relativa sólido-líquido, a rotação crítica de suspensão de sólidos pode ser escrita da forma $N_{jsg} \propto (\Delta\rho/\rho_L)^{0,46}$ para ambas as células de flotação, salvo o resultado obtido para a célula Wemco operando a alta taxa de aeração ($J_G=0,95$ cm/s).

O valor 0,46 do parâmetro relacionado à massa específica relativa sólido-líquido, apesar de concordar com os resultados apresentados por Saravanan; Patwardhan e Joshi (1997), é distinto do valor reportado por Van der Westhuizen e Deglon (2008) quando investigaram a suspensão de sólidos em célula de flotação piloto Bateman de 125 L de volume. Para célula essa célula $N_{jsg} \propto (\Delta\rho/\rho_L)^{0,68}$.

As razões para essa diferença ainda são desconhecida para este autor, e demandam mais estudos para serem elucidadas. Talvez a diferença de escala possa estar afetando a magnitude deste parâmetro. Como há na literatura somente um trabalho publicado abordando esse tema (VAN DER WESTHUIZEN; DEGLON, 2008), muita pesquisa certamente deverá ser conduzida, a fim de lançar luz sobre alguns pontos a respeito de fatores que possam influenciar o valor dos parâmetros do modelo.

Figura 5.8 - Efeito da aeração na rotação crítica de suspensão de sólidos em função da massa específica relativa sólido-líquido.

5.2.4 Efeito da viscosidade do líquido na suspensão de sólidos

A Figura 5.9 ilustra o efeito da viscosidade do líquido na suspensão de sólidos em condições aeradas.

Figura 5.9 - Efeito da aeração na rotação crítica de suspensão de sólidos em função da viscosidade cinemática do líquido.

Na Figura 5.9, para os maiores valores de J_G na célula Wemco, estão ilustrados os efeitos combinados da viscosidade e da massa específica do fluido, visto que não foi possível a separação desses efeitos. Os resultados ilustrados na Figura 5.9 mostram que a viscosidade cinemática do fluido não exerce efeito significativo na rotação crítica de suspensão de sólidos em célula mecânica de flotação. Tal resultado concorda com a literatura corrente sobre o efeito da viscosidade na suspensão de sólidos em tanques com agitação, e também corrobora os resultados obtidos por Van der Westhuizen e Deglon (2008) para descrever o efeito da viscosidade do líquido na rotação crítica de suspensão de sólidos em células mecânicas de flotação.

5.3 Estimação gráfica da constante k_G no modelo de suspensão de sólidos

Como utilizado por Van der Westhuizen (2004), a constante k_G , que representa a capacidade que rotor possui para promover a suspensão de sólidos em sistemas aerados, pode ser estimada graficamente, a partir da manipulação da equação geral do modelo, expressa pela eq. (5.2), obtendo-se a eq. (5.3).

$$N_{jsg} = N_{jsu} + N_{jsu} k_G J_G \quad (5.2)$$

$$\frac{N_{jsg} - N_{jsu}}{N_{jsu}} = \frac{\Delta N_{js}}{N_{jsu}} = k_G J_G \quad (5.3)$$

A constante k_G pode ser estimada graficamente como a inclinação da curva de $(\Delta N_{js}/N_{jsu})$ versus a velocidade superficial do ar (J_G). A Figura 5.10 ilustra o aumento relativo da rotação crítica de suspensão em função da velocidade superficial do ar.

Figura 5.10 - Variação da rotação crítica de suspensão com a taxa de aeração em célula Denver e Wemco.

A Figura 5.10 ilustra o aumento relativo da rotação crítica de suspensão para todas as condições experimentais, o que explica a alta variabilidade dos pontos. Todavia, pode-se notar que há um aumento na rotação crítica de suspensão com o aumento da taxa de aeração, concordando com os resultados obtidos por Dohi e colaboradores (Dohi et al., 2004) para tanques com agitação, e com os resultados reportados por Van der Westhuizen e Deglon (2007, 2008) para células de flotação.

Pode ser observado na Figura 5.10 que o valor de k_G para célula Denver é maior que o valor do mesmo parâmetro para célula Wemco (2,181 vs 0,199 s.cm⁻¹). O parâmetro k_G está relacionado com a habilidade do impelidor de suspender sólidos em condições aeradas, e é função da geometria e tamanho do conjunto rotor/estator da célula de flotação. Os impelidores das células usadas nesta pesquisa possuem geometria completamente distintas. O impelidor Denver é um disco de 7 cm de diâmetro, com oito (8) pequenas pás localizadas na sua parte superior, enquanto que o rotor Wemco é um impelidor tipo turbina de 6 pás, com 5,1 cm de diâmetro e de altura igual ao diâmetro ($w=D$). Dessa forma, é de se esperar que o valor do parâmetro k_G seja diferente para cada tipo de equipamento.

5.4 Estimação numérica dos parâmetros do modelo de suspensão

A estimação numérica dos parâmetros do modelo de suspensão de sólidos foi obtida por regressão não-linear, utilizando o software *Statistica® Release 8*, por meio do método de Levenberg-Marquardt. Os parâmetros do modelo foram estimados simultaneamente, usando-se todos os dados de suspensão obtidos para cada tipo de célula de flotação. Os parâmetros a , b , c , e , K_{SL} e k_G foram estimados de acordo como anteriormente ilustrado pela eq.(3.10).

$$N_{jsg} = K_{SL} d_p^a X^b \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_L} \right)^c \left(\frac{v_L}{v_w} \right)^d (1 + k_G J_G) \quad (3.10)$$

A Tabela 5.1 mostra os valores estimados numericamente para as células em escala de bancada Denver e Wemco utilizadas nesta pesquisa, e também os valores obtidos para uma célula mecânica de flotação em escala piloto Bateman, utilizada por Van der Westhuizen e Deglon (2007, 2008). Os parâmetros foram estimados com um intervalo de confiança de 95% ($\alpha=0,05$).

Como pode ser observado na Tabela 5.1, os parâmetros estimados numericamente apresentam uma boa concordância com os valores obtidos graficamente. Os parâmetros relacionados ao tamanho da partícula, concentração mássica dos sólidos e viscosidade do líquido são muito próximos entre si para os três tipos de células, o que é um resultado relevante, considerando-se que os equipamentos variam consideravelmente com relação ao tamanho e geometria da célula e do conjunto rotor/estator. O parâmetro obtido por Van der Westhuizen e Deglon (2008) para computar o efeito da massa específica relativa sólido-líquido é maior do que os valores encontrados nesta pesquisa, que apresentam resultados similares tanto para célula Denver como para célula Wemco, e estão mais próximos dos valores obtidos para

tanques com agitação (ZWIETERING, 1958; BALDI; CONTI; ALARIA, 1978; SARAVANAN; PATWARDHAN; JOSHI, 1997).

Tabela 5.1 - Modelo de suspensão de sólidos em células de flotação.

Tipo de célula	$N_{jsg} = K_{SL} d_p^a X^b \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_L} \right)^c \left(\frac{v_L}{v_W} \right)^d (1 + k_G J_G)$					
	$K_{SL} (s^{-1}m^{-a})$	a	b	c	d	$k_G (s/m)$
Denver 6 L ($R^2=0,9772$)	407,7±42,3	0,30±0,01	0,20±0,01	0,42±0,02	0,07±0,01	201,7±8,5
Wemco 6 L ($R^2=0,9073$)	267,3±60,0	0,30±0,02	0,15±0,02	0,36±0,03	0,06±0,03	22,8±3,0
Bateman 125 L ($R^2=0,9643$)	144,6±19,7	0,31±0,02	0,16±0,01	0,68±0,03	0,06±0,02	40,6±2,0

As constantes K_{SL} e k_G são completamente distintas entre si, o que já era esperado, uma vez que tais parâmetros são influenciados pela geometria e tamanho do conjunto rotor/estator da célula de flotação. O valor da constante K_{SL} para a célula Bateman é também devido à distância do impelidor ao fundo da célula utilizado pelos autores (aproximadamente 15%). Para as células Denver e Wemco, essa distância foi mantida praticamente constante em 9% em relação ao diâmetro do tanque (C/T).

5.5 Adimensionalização do modelo de suspensão de sólidos

Com o objetivo de apresentar todos os termos da eq. (3.10) como fatores adimensionais, salvo as constantes K_{SL} e k_G , uma correlação modificada é proposta, dividindo-se o diâmetro médio da partícula sólida por uma dimensão característica da célula, neste caso, o diâmetro do impelidor. Tal procedimento foi realizado com as células Denver e Wemco investigadas nesta pesquisa, e também para a célula piloto Bateman de 125 L de volume, a fim de que os resultados pudessem ser comparados

diretamente. Devido à forma do impelidor da célula Bateman, ilustrado na Figura 5.11, o diâmetro do rotor foi considerado como a média aritmética entre as dimensões da base e do topo do impelidor. A correlação modificada é ilustrada pela eq. (5.4).

$$N_{jsg} = K_{SL} \left(\frac{d_p}{D} \right)^a X^b \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_L} \right)^c \left(\frac{v_L}{v_W} \right)^d (1 + k_G J_G) \quad (5.4)$$

Figura 5.11 – Impelidor da célula de flotação piloto Bateman (VAN DER WESTHUIZEN, 2004).

Os parâmetros do modelo foram reestimados numericamente, utilizando todos os dados experimentais para cada tipo de célula de flotação, e estão ilustrados na Tabela 5.2. Os resultados mostram que somente a constante K_{SL} sofre uma alteração apreciável. Tal resultado sugere que a adição do diâmetro do impelidor na correlação para prever a rotação crítica de suspensão de sólidos, afeta somente a constante K_{SL} , e todos os outros parâmetros do modelo permanecem essencialmente constantes.

Observações semelhantes foram reportadas por Dohi et al. (2004) avaliando a suspensão de sólidos em tanques com agitação.

Tabela 5.2 - Parâmetros da correlação adimensional para suspensão de sólidos.

Tipo de célula	$N_{jsg} = K_{SL} \left(\frac{d_p}{D} \right)^a X^b \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_L} \right)^c \left(\frac{v_L}{v_W} \right)^d (1 + k_G J_G)$					
	$K_{SL} \text{ (s}^{-1}\text{)}$	a	b	c	d	$k_G \text{ (s/m)}$
Denver 6 L ($R^2=0,9772$)	181,4±13,3	0,30±0,01	0,20±0,01	0,42±0,02	0,08±0,01	201,7±8,5
Wemco 6 L ($R^2=0,9045$)	108,1±16,2	0,30±0,02	0,15±0,02	0,35±0,03	0,05±0,03	23,9±3,0
Bateman 125 L ($R^2=0,9643$)	73,7±7,6	0,31±0,02	0,16±0,01	0,68±0,03	0,06±0,02	40,6±2,0

As Figuras 5.12 e 5.13 ilustram a comparação dos valores experimentais com os valores calculados de rotações críticas de suspensão de sólidos para célula Denver e Wemco, respectivamente. Para célula Denver, pode ser observada uma boa concordância entre os valores experimentais e calculados pelo modelo, e que todos os pontos experimentais ficaram compreendidos entre as linhas de desvios de $\pm 10\%$ em relação à reta identidade. Para a célula de flotação Wemco, pode ser observado que a grande maioria dos resultados experimentais está compreendida entre as linhas de desvios de $\pm 10\%$ em relação à reta identidade, que fornece a igualdade entre os valores calculados e experimentais. Tais observações mostram que o modelo empírico adotado neste trabalho pode ser utilizado para prever a rotação crítica de suspensão de sólidos em células mecânicas de flotação Denver e Wemco em escala de laboratório e em escala piloto como ilustram os resultados obtidos por Van der Westhuizen e Deglon (2008).

Figura 5.12 - Comparação entre as rotações críticas de suspensão experimentais e calculadas pelo modelo (Célula Denver).

Figura 5.13 - Comparação entre as rotações críticas de suspensão experimentais e calculadas pelo modelo (Célula Wemco).

Para comparar os resultados de rotações críticas de suspensão de sólidos obtidos nas células de bancada Denver e Wemco, e na célula piloto Bateman, foi construída a Figura 5.14, onde pode ser observado que, dentre os três modelos de células de flotação, as rotações críticas do impelidor da célula Denver apresentam os maiores valores, ao passo que a célula Bateman apresenta os menores valores de rotações críticas de suspensão.

Figura 5.14 - Comparação dos valores de N_{js} calculados e os valores experimentais para as células de flotação Denver, Wemco e Bateman.

Para as células de bancada (Denver e Wemco), a diferença de rotação crítica, ilustrada na Figura 5.14, é devido às diferentes geometrias dos impelidores de cada um dos modelos de células de flotação. Como comentado anteriormente, o rotor da célula Denver é um disco fino com pequenas aletas distribuídas na sua parte superior e o rotor da célula Wemco é uma turbina de pás retas, com altura das pás igual ao diâmetro do

rotor. Associado a esses fatores, há ainda as diferentes geometrias do estator da célula: a célula Denver possui um estator mais fechado, que encapsula quase que totalmente o rotor da célula, enquanto que o estator da célula Wemco é mais aberto. Tais geometrias do conjunto rotor/estator afetam a capacidade de bombeamento do rotor, afetando também sua capacidade de promover a suspensão dos sólidos.

As baixas rotações críticas do impelidor Bateman estão associadas não somente a diferenças de geometrias como também ao maior diâmetro do rotor dessa máquina de flotação.

5.6 Verificação da adequação do modelo

Para verificar se o modelo está adequado para representar os dados é necessário verificar se as suposições feitas não foram violadas, ou seja, se os erros e_i apresentam distribuição normal, são independentes e com variância constante. A violação dessas suposições pode ser investigada pela inspeção dos resíduos. Se o modelo estiver adequado, os resíduos devem se apresentar de maneira aleatória, não apresentando nenhum padrão evidente.

5.6.1 Análise dos resíduos

A diferença entre o valor observado y e o valor ajustado pelo modelo $\hat{y}$ é o chamado resíduo, definido pela eq. (5.5)

$$e_i = y - \hat{y} \quad (5.5)$$

A verificação da adequação do modelo foi realizada com o software *Statistica Release 8*.

5.6.1.1 Verificação da suposição de normalidade

Para verificar se os resíduos seguem uma distribuição normal, o procedimento formal é a construção de gráfico de probabilidade normal dos resíduos, ilustrado pela Figura 5.15, para os resíduos gerados pelos modelos matemáticos utilizados para descrever a rotação crítica de suspensão de sólidos em célula Denver e Wemco.

Figura 5.15 - Gráfico da distribuição normal de resíduos: (a) Denver; (b) Wemco.

Pode ser observado na Figura 5.15 que há uma proximidade entre os pontos e a linha contínua, o que indica que a suposição de normalidade dos resíduos não está seriamente violada (CALADO; MONTGOMERY, 2003).

5.6.1.2 Verificação da suposição de variância constante

Para constatar a suposição de variância constante, os resíduos devem estar aleatoriamente distribuídos em torno do valor médio, que deve ser igual a zero. A

verificação da aleatoriedade dos resíduos é obtida por meio do gráfico que relaciona os resíduos com os valores previstos da variável dependente. A Figura 5.16 fornece o gráfico dos resíduos em função dos valores previstos da variável prevista N_{js} .

Figura 5.16 - Resíduos vs valores previstos: (a) Denver; (b) Wemco.

A Figura 5.16 indica que, para os resultados obtidos em célula Denver (Figura 5.16a), há uma distribuição randômica dos resíduos em torno da origem, o que sugere não-violação da suposição de variância constante dos resíduos. Para célula Wemco (Figura 5.16b), verifica-se que os resíduos estão dispersos aleatoriamente em torno do valor zero. Nota-se uma pequena tendência a resíduos menores para valores previstos de N_{js} menores, o que pode indicar pequena falta de homogeneidade da variância dos resíduos. No caso da violação da suposição de igualdade das variâncias dos erros (homocedasticidade dos erros), os estimadores dos parâmetros do modelo ainda apresentam boas propriedades (são não viciados e consistentes) e, portanto, as estimativas obtidas podem ser utilizadas (NETER; WASSERMAN; KUTNER, 1985).

5.7 Efeito da distância entre o fundo do tanque e o impelidor na suspensão de sólidos em célula de flotação

Devido à grande discrepância apresentada pelos parâmetros do modelo de suspensão relacionados à massa específica relativa sólido-líquido entre células de bancada e a piloto Bateman, foi investigado o efeito da distância entre o fundo do tanque e o impelidor na suspensão de sólidos. A Figura 5.17 ilustra os resultados obtidos.

Na Figura 5.17, T representa o diâmetro do tanque e C é a distância entre o impelidor e o fundo do tanque. Observa-se que, à medida que C aumenta, há um aumento na rotação crítica de suspensão, no entanto, não há variação significativa no parâmetro (expoente) que quantifica o efeito da massa específica relativa sólido-líquido, que permanece essencialmente constante, e praticamente igual aos valores encontrados para as outras condições experimentais realizadas em célula Denver, que por sua vez, são muito próximos daqueles encontrados para célula Wemco.

Figura 5.17 - Efeito da distância entre o rotor e o fundo do tanque na suspensão de sólidos.

A proximidade entre tais valores sugere que os parâmetros do modelo relacionados às propriedades físicas do sólido e do líquido não variam com a geometria do impelidor ou com a distância entre o rotor e o fundo do tanque. Todos esses efeitos seriam absorvidos pela constante K_{SL} .

Os resultados apresentados na Figura 5.17 concordam entre si, no entanto, são bem distintos dos valores encontrados por Van der Westhuizen (2004) para célula piloto Bateman que, como comentado anteriormente, encontraram o valor de 0,68 para esse mesmo parâmetro.

5.8 Conclusões parciais

Os resultados apresentados no presente capítulo permitem concluir que:

1. O modelo matemático utilizado por Van der Westhuizen e Deglon (2008) para descrever a rotação crítica de suspensão em célula piloto (Bateman) foi aplicado aos dados experimentais obtidos com as células de bancada (Denver e Wemco), e os resultados sugerem que os expoentes do modelo são independentes do tamanho e da geometria da célula. Exceção deve ser feita ao parâmetro relacionado à massa específica dos sólidos, cujos resultados em escala de bancada, $N_{jsg} \propto (\Delta\rho/\rho_L)^{0,36-0,42}$, concordaram com os valores reportados na literatura para tanques com agitação, no entanto discordaram do valor reportado por Van der Westhuizen e Deglon (2008) para células de flotação, em que $N_{jsg} \propto (\Delta\rho/\rho_L)^{0,68}$;
2. A rotação crítica do impelidor necessária para cumprir o Critério 1-s é influenciada pelos seguintes parâmetros, apresentados em ordem decrescente de seus respectivos expoentes: massa específica dos sólidos > diâmetro da partícula > concentração de sólidos. A viscosidade do líquido exerceu pouca influência no valor de N_{js} , $N_{jsg} \propto (v_L/v_w)^{0,06-0,07}$;

3. Baseando-se nos resultados experimentais deste trabalho e incorporando aqueles que foram publicados por Van der Westhuizen e Deglon (2008), foi proposta uma nova correlação adimensional para modelar a rotação crítica do impelidor para atingir o Critério 1-s, levando em consideração o diâmetro do

$$\text{impelidor: } N_{jsg} = K_{SL} \left(\frac{d_p}{D} \right)^a X^b \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_L} \right)^c \left(\frac{v_L}{v_W} \right)^d (1 + k_G J_G)$$

Os valores das constantes K_{SL} e k_G , que são inerentes às particularidades de cada célula, e a magnitude dos expoentes a , b , c e d encontram-se na Tabela 5.2.

4. Os valores de N calculados pelo modelo apresentaram um bom acordo com os dados experimentais, visto que se apresentarem numa faixa de $\pm 10\%$ de desvio em relação à reta identidade.

Capítulo 6

Resultados e Discussão: Perfil de Concentração Axial de Sólidos em Células de Flotação

*Para caracterizar a distribuição de sólidos em função da altura, isto é, em várias cotas dentro da célula, amostras de polpa foram coletadas em modelo de laboratório Denver e na piloto Metso. A **seção 6.1** apresenta e discute os resultados obtidos para cada um dos equipamentos. São discutidos também, para os experimentos realizados na célula Metso, o efeito da aeração e da rotação do impelidor no tamanho médio dos sólidos, representado pelo D_{50} , encontrado em cada altura na célula de flotação. Na **seção 6.2** o modelo de sedimentação-dispersão é aplicado aos dados experimentais, possibilitando a identificação de duas importantes regiões de uma célula de flotação: uma zona de maior turbulência, próxima ao impelidor, que possivelmente representa a Zona de Coleta e outra menos turbulenta, próxima ao topo da célula, que se pode fazer analogia com a Zona de Separação. Conclusões parciais são apresentadas no final do capítulo (**seção 6.3**).*

6.1 Perfil de concentração dos sólidos

Outra maneira de caracterizar o *status* da suspensão de partículas sólidas em tanques com agitação (células mecânicas) é através do levantamento do perfil de concentração de sólidos ao longo do eixo do impelidor, isto é, em várias alturas do tanque (cuba). A apresentação e discussão dos resultados desta abordagem experimental constituem o escopo desta seção.

6.1.1 Experimentos em batelada com célula de bancada Denver

Suspensões aquosas contendo 15% de sólidos em peso ($X_a=15\%$) foram preparadas com partículas de apatita de tamanho: $-149 + 105 \mu\text{m}$ ($d_p=127 \mu\text{m}$). Tais suspensões foram submetidas a agitação em cuba de célula Denver de bancada sob várias rotações do impelidor (N), cuja magnitude foi expressa em percentagem do valor crítico ($70\%N_{js}$; $85\%N_{js}$; $100\%N_{js}$ e $120\%N_{js}$) capaz de promover o “Critério 1-s”. Os experimentos foram realizados em condições não-aeradas ($Q_{ar}=0$, $J_G=0$), e aeradas ($Q_{ar}=3 \text{ L/min}$, $J_G=0,15$).

Para cada rotação de trabalho (representada pela respectiva rotação de referência), amostras de polpa eram coletadas em cinco diferentes posições verticais ou cotas dentro da cuba ($h_1, h_2, \dots, h_5$), todas elas expressas como fração da altura total, ou seja, $(\frac{h_i}{H_0})$, em que (H_0) é a altura da coluna de água ($H_0=17,8 \text{ cm}$).

Utilizando a representação de resultados adotada por Van der Westhuizen (2004), a posição de coleta das amostras de polpa $(\frac{h_i}{H_0})$ foi colocada como função da percentagem de sólidos local (X). Os resultados são apresentados na Figura 6.1, que exhibe resultados de experimentos realizados na presença e ausência de ar.

Na ausência de aeração (Figura 6.1a), pode-se verificar que:

- a) Independentemente da rotação de trabalho adotada, em uma cota que corresponde a 96% da altura total da coluna de polpa $(\frac{h_i}{H_0}=0,96)$, a percentagem de sólidos local (X) foi inferior a 5%, isto é, muito abaixo da alimentação $X_a=15\%$. Isto significa que a turbulência gerada pela ação do impelidor não é suficientemente alta para homogeneizar a polpa em cota tão alta dentro da célula. Certamente tal região é muito menos turbulenta que aquelas posicionadas em cotas mais baixas;

- b) Quando o impelidor girou a uma rotação de 120% do valor crítico capaz de gerar o “Critério 1-s”, a percentagem de sólidos local ($14\% < X < 18\%$) ficou próxima daquela que alimentou o sistema ($X_a = 15\%$) em quase todas as posições da célula ($\frac{h_i}{H_0} = 0,22$; $\frac{h_i}{H_0} = 0,43$; $\frac{h_i}{H_0} = 0,63$ e $\frac{h_i}{H_0} = 0,82$). Pode-se então afirmar que tal rotação promoveu uma homogeneização do fundo da cuba até 80% da altura total da coluna de polpa. Esses resultados corroboram os reportados na literatura de que uma distribuição uniforme é alcançada quando se opera com rotações do impelidor da ordem de 150 a 170% da rotação crítica (OLDSHUE; HERBST: POST, 1995 apud VAN DER WESTHUIZEN, 2004);
- c) Quando o impelidor operou com 100% de N_{jsu} , a ação do impelidor foi capaz de criar duas regiões dentro da célula. A região mais próxima do rotor $0 < \frac{h_i}{H_0} \leq 0,63$ apresentou-se homogênea e exibiu percentagem de sólidos local de $X \sim 23\%$, valor muito mais alto do que o de alimentação $X_a = 15\%$. Uma região menos homogênea, localizada na posição $0,63 < \frac{h_i}{H_0} \leq 0,96$, que apresentou percentagem de sólidos local (X) menor que o valor de alimentação ($X < 15\%$). Observou-se nesta rotação de trabalho que a ação do impelidor ficou mais restrita às cotas inferiores da célula e a região representada pelas cotas mais altas se mostrou mais quiescente;
- d) A rotação de trabalho de $85\%N_{jsu}$ gerou um perfil de distribuição de sólidos semelhante ao produzido pela rotação $100\%N_{jsu}$, porém com uma maior segregação de sólidos;
- e) Quando o impelidor operou com $70\%N_{jsu}$, verificou-se um perfil de distribuição de sólidos radicalmente diferente dos demais, apontando a existência de uma região praticamente isenta ($X \sim 0\%$) de partículas de apatita nas cotas superiores da cuba ($0,63 < \frac{h_i}{H_0} \leq 0,96$). Para as cotas mais

baixas, isto é, mais próximas do impelidor ($0 < \frac{h_i}{H_0} \leq 0,60$), verifica-se uma grande segregação de partículas de apatita, onde na posição $\frac{h_i}{H_0} = 0,22$ a concentração local de sólidos é de quase 40%.

Figura 6.1 - Perfis de concentração de sólidos em célula Denver em condições (a) não-aeradas e (b) aeradas.

Para condições aeradas ($J_G = 0,15$ cm/s) (Figura 6.1b), verifica-se que:

- Perfis de distribuição vertical de sólidos semelhantes quando se trabalhou com rotações de $85\%N_{jsg}$ e $100\%N_{jsg}$. Também não se verificou mudança expressiva na distribuição vertical de sólidos na mesma rotação em condições não-aeradas;
- O perfil de distribuição vertical de sólidos, obtido com rotação de $70\%N_{jsg}$, foi diferente daqueles obtidos com rotações mais altas ($85\%N_{jsg}$ e $100\%N_{jsg}$) em condições aeradas e semelhante àquele obtido com a mesma rotação em condições não-aeradas.

De acordo com os resultados da Figura 6.1a e 6.1b, para uma rotação de $70\%N_{js}$ e, por consequência, em rotações mais baixas que este valor, pode-se observar que:

- a) A concentração de sólidos (X) cai acentuadamente à medida que cotas mais altas da célula ($\frac{h_i}{H_0} \geq 0,63$) são atingidas, independentemente da presença ou ausência de ar. Fica evidente que a ação do impelidor, seja por macro (bombeamento) ou micro (flutuações de pressão) turbulência não atinge tais cotas, criando uma região menos turbulenta, mais quiescente. Tal região pode ser associada à Zona de Separação que é ilustrada na Figura 2.21;
- b) As partículas sólidas se concentram nas cotas mais baixas ($\frac{h_i}{H_0} < 0,60$) da célula, caracterizando a situação denominada “segregação”, semelhante à que aparece na Figura 4.11.

Para analisar o comportamento da concentração de sólidos em função da altura na célula de flotação, foram construídos gráficos da percentagem de sólidos *versus* a rotação do impelidor, relativo ao valor crítico de suspensão, para a célula Denver operando em condições aeradas e não-aeradas (N/N_{js}). Tal abordagem constitui o chamado *critério de suspensão acima da base*, que diz que se amostras de polpa forem coletadas em diferentes alturas (cotas) em várias rotação do impelidor, em um tanque com agitação, existe uma altura, próxima ao fundo do tanque, em que a concentração de sólidos é máxima (ou apresenta algum tipo de mudança no comportamento), e a rotação do impelidor em que isso ocorre coincide com a rotação crítica de suspensão (BOURNE; SHARMA apud CHAPMAN et al., 1983a). As Figuras 6.2 e 6.3 ilustram os resultados dessa abordagem.

Figura 6.2 Concentração de sólidos vs rotação do impelidor para diferentes alturas em célula de flotação Denver em condições não-aeradas.

Resultados obtidos na ausência de ar (Figura 6.2) mostram que:

- Na posição h_1 ($\frac{h_i}{H_0} = 0,22$), mais próxima ao fundo da célula, quando a rotação aumenta de $70\%N_{jsu}$ para $120\%N_{jsu}$, a percentagem de sólidos local (X) decresce quase linearmente de $X \sim 38\%$ para $X \sim 20\%$;
- Nas posições h_4 ($\frac{h_i}{H_0} = 0,83$) e h_5 ($\frac{h_i}{H_0} = 0,96$), mais próximas ao topo da célula, quando a rotação aumenta de $70\%N_{jsu}$ para $120\%N_{jsu}$, a percentagem de sólidos local (X) aumenta, evidenciando maior capacidade do impelidor em promover o transporte das partículas de apatita até as cotas mais altas da célula;
- Nas cotas intermediárias h_2 ($\frac{h_i}{H_0} = 0,43$) e h_3 ($\frac{h_i}{H_0} = 0,63$), quando a rotação do impelidor aumenta de $70\%N_{jsu}$ para $120\%N_{jsu}$, a percentagem

de sólidos local (X) sai de valores abaixo de 15% ($X < X_a$), atinge um máximo por volta de 80-100% N_{jsu} e torna a cair.

Resultados obtidos na presença de ar (Figura 6.3) ilustram que:

- a) Na posição h_1 ($\frac{h_i}{H_0} = 0,22$), mais próxima ao fundo da célula, quando a rotação aumenta de 70% N_{jsg} para 100% N_{jsg} , a percentagem de sólidos local (X) decresce de $X \sim 38\%$ para $X \sim 20\%$. Este comportamento é semelhante àquele verificado na ausência de ar;
- b) Nas posições h_4 ($\frac{h_i}{H_0} = 0,83$) e h_5 ($\frac{h_i}{H_0} = 0,96$), mais próximas ao topo da célula, quando a rotação aumenta de 70% N_{jsg} para 100% N_{jsg} , a percentagem de sólidos local (X) aumenta, evidenciando maior capacidade do impelidor em promover o transporte das partículas de apatita até as cotas mais altas da célula. Este comportamento também é bastante semelhante àquele verificado na ausência de ar;
- c) Na cota intermediária h_3 ($\frac{h_i}{H_0} = 0,63$), se verifica um aumento da percentagem de sólidos local (X) de $X \sim 5\%$ para $X \sim 20\%$ quando a rotação cresce de 70% N_{jsg} para 100% N_{jsg} . Tal comportamento também não difere muito daquele verificado na ausência de ar;
- d) O comportamento da concentração de sólidos local (X) na cota intermediária h_2 ($\frac{h_i}{H_0} = 0,43$) é o único que difere radicalmente daquele obtido na ausência de ar: X permaneceu praticamente constante ($X \sim 22\%$) quando a rotação do impelidor cresceu de 70% N_{jsg} para 100% N_{jsg} .

Figura 6.3 - Concentração de sólidos *versus* rotação do impelidor para diferentes alturas em célula de flotação Denver em condições aeradas.

Enfatizando, o comportamento das partículas grossas ($d_p > 100 \mu\text{m}$) sob condições aeradas *versus* não-aeradas, pode-se comentar que a percentagem de sólidos local nas cotas mais altas e mais baixas da célula apresenta comportamento semelhante. A grande diferença reside no meio da célula ($\frac{h_i}{H_0} = 0,43$, por exemplo), onde a concentração de sólidos se mostrou ser independente da rotação do impelidor, para condição aerada. Outra importante generalização é que, independentemente da presença ou ausência de ar, à medida que a rotação do impelidor aumenta, a percentagem de sólidos local (X) converge para o valor de alimentação ($X_a = 15\%$) em todas as cotas da célula, indicando uma tendência à homogeneização da polpa. Mais ainda, tanto em condições aeradas e não-aeradas, a curva do perfil de concentração axial de sólidos, na rotação crítica de suspensão (N_{js}) cruza a linha que representa a concentração de sólidos alimentada ao sistema ($X_a = 15\%$) em aproximadamente 75% da altura da célula.

Com relação ao critério de concentração acima da base, observa-se que as cotas onde a concentração de sólidos exibe um valor máximo, nas Figuras 6.2 – 6.3, os valores de rotação do impelidor não coincidem com os de rotação crítica. Tais resultados estão em acordo com dados reportados na literatura, que diz que para concentração de sólidos maiores que 4% ($X > 4\%$) a rotação crítica de suspensão ocorre antes do ponto de máxima concentração (VAN DER WESTHUIZEN, 2004; SHAMLOU; KOUTSAKOS, 1989). Todos os dados relacionados às medidas de caracterização do perfil de concentração de sólidos estão reunidos no Apêndice E.

6.1.2 Experimentos em célula piloto Metso

O *status* da suspensão de sólidos em célula piloto Metso (3m^3 de volume) também foi caracterizado através da distribuição vertical de sólidos (h_i/H_C , H_C =altura da célula Metso) *versus* rotação do impelidor (N) e velocidade superficial do ar (J_G). Devido ao fato de não se conhecer a rotação crítica do impelidor (N_{jsg}) capaz de promover o Critério 1-s, não foi possível expressar as rotações em termos de percentagem de N_{jsg} ($\%N_{jsg}$). Deste modo, os resultados são apresentados em rotações absolutas (expressas em rotações por minuto) ao invés de rotações relativas ($\%N_{jsg}$).

A Figura 6.4 apresenta perfis de concentração de sólidos em função da altura da célula (h_i) para diferentes condições operacionais (J_G e N). Elas podem ser comparadas com os perfis obtidos em bateladas através de célula Denver de laboratório que operou com $J_G=0,15$ cm/s (Figura 6.1b). Observando a Figura 6.4a, verifica-se que o perfil vertical de distribuição de sólidos na célula Metso não se alterou em grande extensão quando a rotação do impelidor variou de 294rpm para 377rpm. Esta similaridade na distribuição pode ser atribuída ao fato de que a rotação do impelidor permaneceu dentro de uma estreita faixa de valores (de 294 a 377rpm) em que o equipamento estava projetado para operar. Tal variação ($\Delta=377-294=83\text{rpm}$) certamente não deve representar grande variação na percentagem da rotação crítica (N_{jsg}) necessária para se cumprir o Critério 1-s.

Figura 6.4 - Perfis de concentração de sólidos em função da altura da célula para diferentes condições operacionais.

Comparando-se os perfis da Figura 6.4a obtidos pela célula Metso ($294 \text{ rpm} \leq N \leq 377 \text{ rpm}$) com aqueles obtidos pela célula Denver (Figura 6.1b), pode-se dizer que os perfis exibidos pela célula Metso se assemelham aos obtidos para uma célula Denver de laboratório que operava na faixa de rotação $70\%N_{jsg} \leq N \leq 100\%N_{jsg}$. Observando o perfil da distribuição de sólidos em célula Metso operando com $J_G = 0,92 \text{ cm/s}$ e $N = 377 \text{ rpm}$ nas Figuras 6.4a e 6.4b, verificaram-se valores discrepantes para a percentagem de sólidos medida nas cotas mais baixas. O fato de que os resultados apresentados nas Figuras 6.4a e 6.4b terem sido obtidos em dias diferentes ajuda a explicar a discrepância observada. Uma vez que a célula Metso era alimentada com a polpa da usina de concentração, variações na mineralogia e distribuição granulométrica do minério, no momento em que a célula foi preenchida com a polpa mineral, podem ser responsáveis pela diferença constatada. De fato, o aumento do tamanho das partículas pode causar a retenção de sólidos dentro do tanque¹. Comparando-se as Figuras 6.6a e 6.7a, observa-se que a planta foi alimentada com um minério de granulometria mais grosseira no segundo dia de experimentos, o que explicaria a discrepância entre os dois perfis obtidos.

¹ Prof. Dr. David Deglon – Comunicação pessoal

Na Figura 6.4b tem-se o perfil vertical de distribuição da percentagem de sólidos (X) em função da velocidade superficial do ar (J_G), variado em ampla extensão: de 0,92cm/s até 1,59 cm/s. Observa-se que, quanto maior a oferta de ar à célula, menor foi a percentagem de sólidos medida nas cotas mais altas. Uma vez mais se constata que a presença de ar prejudica a capacidade do impelidor de promover o transporte das partículas das cotas mais baixas para as mais altas da célula.

Utilizando a eq. (2.30), foi calculado o desvio padrão relativo (σ_{rel}) para analisar a qualidade da suspensão de sólidos em uma célula de flotação.

$$\sigma_{rel} = \frac{1}{n} \sum_1^n \left(\frac{X}{\bar{X}} - 1 \right) \quad (2.30)$$

A Figura 6.5 ilustra os resultados obtidos para as situações expressas na Figura 6.4a e 6.4b. Na Figura 6.5, é importante ressaltar:

- a) Mantendo-se constante $J_G=0,92\text{cm/s}$ e variando-se a rotação na faixa $294\text{rpm} \leq N \leq 377\text{rpm}$, verifica-se que o desvio relativo (σ_{rel}) permaneceu praticamente constante. Este comportamento se deve, certamente, ao fato de que a rotação não sofreu variação em extensão tal que ocasionasse modificação no *status* da suspensão de sólidos dentro da célula;
- b) Mantendo-se constante a rotação do impelidor ($N=377\text{ rpm}$) e variando-se a velocidade superficial do ar ($0,92\text{ cm/s} \leq J_G \leq 1,59\text{ cm/s}$), observou-se evidente variação do desvio relativo (σ_{rel}), indicando que a oferta de ar à célula afeta intensamente o *status* da suspensão de sólidos no equipamento.

Figura 6.5 - Desvios padrão relativos variando-se a rotação do impelidor e a taxa de aerção.

As amostras coletadas em várias cotas da célula Metso foram submetidas a peneiramento a úmido, obtendo-se com tal procedimento uma distribuição granulométrica das mesmas, de onde se determinou seu D_{50} , que foi escolhido para representar o tamanho médio das partículas que foram coletadas em cada altura relativa ($\frac{h_i}{H_c}$) da célula sob diferentes condições operacionais. Os resultados são apresentados nas Figuras 6.6 e 6.7. Os dados da distribuição granulométricas das amostras coletadas na célula Metso estão reunidos no Apêndice F.

Figura 6.6 - Diâmetros médios (D_{50}) do minério nos fluxos do concentrado, rejeito e alimentação e em função da altura da célula variando-se a rotação do impelidor.

A Figura 6.6a ilustra os valores de D_{50} obtidos em cada altura relativa quando se variou a rotação do impelidor de 294rpm até 377rpm, mantendo-se $J_G=0.92$ cm/s em todas as amostragens. Observa-se nessa figura que as partículas mais grosseiras, como era de se esperar, concentraram-se na parte inferior do tanque, enquanto que as partículas mais finas se concentraram nas cotas mais altas.

Na Figura 6.6b pode-se notar que a distribuição granulométrica da alimentação divide-se em duas frações de tamanhos distintos:

- Uma fração mais grossa, que segue o fluxo do rejeito (material que afundou na célula de flotação);
- Uma fração mais fina que se reportou ao produto flutuado;
- A rotação do impelidor, talvez por ter sofrido variação de pequena monta se comparada ao valor crítico N_{jsg} , pouco influenciou o valor do D_{50} nos fluxos de alimentação, concentrado e rejeito.

A Figura 6.7 ilustra os valores de D_{50} encontrados quando se manteve constante a rotação do impelidor e variou-se a vazão de ar que alimentou a célula de flotação.

Figura 6.7 - Diâmetros médios (D_{50}) do minério em função da profundidade na célula e a variação no valor do D_{50} no concentrado, rejeito e alimentação da célula em função da velocidade superficial do ar.

Na Figura 6.7a observa-se que as partículas mais grossas encontram-se mais concentradas nas cotas mais baixas enquanto que as mais finas encontram-se predominantemente nas cotas mais altas. Observa-se também que, quanto maior o valor de J_G , menor é o valor de D_{50} das partículas amostradas em uma mesma cota. Este comportamento sugere que a sedimentação das partículas mais grossas está ocorrendo mais intensamente à medida que se aumenta a oferta de ar no sistema. HARRIS (1969), em trabalho pioneiro, reportou que a aeração das células de flotação desempenhava papel preponderante na suspensão das partículas.

Na Figura 6.7b observa-se que o fluxo de concentrado (produto flutuado) é composto de partículas mais finas que os fluxos de alimentação e rejeito (produto afundado). Contudo, quando se aumenta a oferta de ar ao sistema, mais partículas finas se incorporam ao rejeito, indicando que o aumento da taxa de aeração favorece a sedimentação das partículas, prejudicando a suspensão.

Os resultados apresentados e discutidos nesta seção mostram que a suspensão de sólidos em células mecânicas de flotação constitui uma importante variável na análise do desempenho de tais equipamentos, e que mesmo em células de flotação de

pequeno porte, como a célula piloto Metso de 3 m³, há problemas relacionados à suspensão de sólidos. Certamente, à medida que se aumenta o tamanho da célula de flotação, a avaliação da capacidade do impelidor promover a suspensão de sólidos se torna ainda mais relevante.

6.2 Aplicação do modelo de sedimentação-dispersão

Apesar de sua simplicidade, o modelo de sedimentação-dispersão tem sido utilizado por vários pesquisadores para analisar o perfil de distribuição de concentração vertical de sólidos em sistemas com agitação (BALDI; BARRESI, 1987; SHAMLOU; KOUTSAKOS, 1988; VAN DER WESTHUIZEN; DEGLON, 2007).

Como discutido na seção 2.5, células mecânicas de flotação são caracterizadas por uma região de alta turbulência nas proximidades do sistema rotor/estator e outra de mais baixa turbulência nas partes superiores da célula, próxima à camada de espuma, de tal forma que é possível subdividir uma célula de flotação em zona de coleta (zona turbulenta), zona quiescente e camada de espuma.

A aplicação do modelo de sedimentação-dispersão aos dados de distribuição axial de sólidos em tanques com agitação permite, de uma forma simplificada, a identificação das regiões de alta e de baixa turbulência em sistemas com agitação, através da inclinação da curva representada pelo gráfico do logaritmo natural da concentração de sólidos ($\ln X$) *versus* a altura (h) na célula de flotação em que as amostras foram coletadas (h_i), como ilustrado pela eq. (2.29).

$$\frac{d \ln X_h}{dh} = \frac{-v_t}{D_s} \quad (2.29)$$

Uma vez que o nível de turbulência varia de ponto a ponto dentro de uma célula de flotação, é de se esperar que a inclinação da curva $\ln X$ vs h_i varie em função da altura na célula de flotação. Uma forma simplificada e prática de lidar com essa questão é considerar somente duas regiões: uma região de alta (zona de coleta) e outra de

baixa turbulência (zona quiescente). Cada região seria representada por uma única inclinação, de tal modo que as várias inclinações da curva descrita pela eq. (2.29) poderiam ser representadas somente por duas retas. A identificação do limite de tais regiões corresponderia ao encontro dessas retas, conforme ilustra a Figura 6.8.

Figura 6.8 – Ilustração esquemática da determinação do limite entre a zona turbulenta e a zona quiescente em célula de flotação.

6.2.1 Ensaio em célula Denver

A Figura 6.9 ilustra a aplicação do modelo de sedimentação-dispersão aos dados de distribuição vertical de concentração de sólidos em célula de bancada Denver, ilustrando que, nas regiões próximas ao fundo da célula, a turbulência controla a suspensão de sólidos ($v_t/D_s \sim 0$). À medida que cotas superiores são atingidas, a intensidade da turbulência diminui e a velocidade de sedimentação terminal exerce um efeito mais forte em relação ao coeficiente de dispersão turbulenta dos sólidos (D_s). Também pode ser observado que, sob condições aeradas, a razão (v_t/D_s) apresenta

um decaimento mais suave do que aquele experimentado em condições não aeradas. Isso se deve, provavelmente, à ação de amortecimento da turbulência provocada pela introdução do ar no sistema. Observações semelhantes foram reportadas por Van der Westhuizen (2004).

Figura 6.9 - Aplicação do modelo de sedimentação-dispersão aos dados de suspensão em célula Denver.

Também pode ser observado na Figura 6.9 que, à medida que a rotação do impelidor aumenta, maior é a espessura da região de mais alta turbulência (identificada pela interseção das linhas tracejadas). Para condições não-aeradas ($J_G = 0,0 \text{ cm/s}$), pode-se notar que para $N = 70\% N_{jsu}$, a espessura da região mais turbulenta é da ordem de 40% da altura da célula, enquanto que para $N = 100\% N_{jsu}$, sobe para aproximadamente 80%. Comportamento semelhante é observado para condições aeradas ($J_G = 0,15 \text{ cm/s}$).

6.2.2 Ensaios em célula Metso

As Figuras 6.10 e 6.11 ilustram a aplicação do modelo de sedimentação-dispersão aos perfis de concentração vertical de sólidos em célula de flotação Metso,

variando-se a rotação do impelidor e a vazão de ar (velocidade superficial do ar). Na Figura 6.10, quando a rotação do impelidor é variada de 377 rpm para 294 rpm, observa-se que não houve mudança na extensão da zona turbulenta, em torno de 50% da altura da célula. Por outro lado, como mostra a Figura 6.11, quando a taxa de aeração foi variada de 75 m³/h ($J_G=0,92$ cm/s) para 130 m³/h ($J_G=1,59$ cm/s), observou-se uma apreciável redução da espessura da zona turbulenta, passando de aproximadamente 70% da altura da célula nas menores vazões de ar ($Q_{ar}=75$ m³/h e $Q_{ar}=85$ m³/h) para algo em torno de 50% da altura da célula para as maiores vazões de ar ($Q_{ar}=100$ m³/h e $Q_{ar}=130$ m³/h). Tal comportamento mostra que a introdução de ar em células mecânicas de flotação, mantendo-se constante a rotação do impelidor, provoca a sedimentação de partículas sólidas no interior do tanque. Tais observações são coerentes com as constatações reportadas por Arbiter; Harris e Yap (1969).

Figura 6.10 - Aplicação do modelo de sedimentação-dispersão aos dados de suspensão em célula Metso, variando a rotação do impelidor.

Figura 6.11 - Aplicação do modelo de sedimentação-dispersão aos dados de suspensão em célula Metso, variando a taxa de aeração.

6.3 Conclusões parciais

1. Os resultados de experimentos em célula Denver com partículas de apatita com diâmetro igual $127 \mu\text{m}$ mostraram que:
 - a) A variação da rotação do impelidor provoca uma modificação no perfil de concentração axial de sólidos dentro da célula: em rotações maiores que a crítica ($N > N_{js}$), o perfil apresenta uma forma mais achatada, com valores de concentração de sólidos distribuídos mais uniformemente, em torno da concentração de alimentação (X_a); em mais baixas rotações do impelidor ($N < N_{js}$), há o surgimento de uma região de segregação, que se torna mais aparente à medida que a rotação do impelidor diminui;

- b) Para a mesma percentagem do valor crítico de rotação do impelidor ($70\%N_{js}$, $85\%N_{js}$, $100\%N_{js}$), semelhantes perfis de concentração de sólidos foram obtidos, independentemente de o sistema operar com ou sem aeração;
2. Os ensaios em célula piloto Metso mostraram que a introdução de ar em um sistema com agitação provoca a sedimentação de sólidos no fundo do tanque. Quanto mais ar é adicionado ao sistema, maior será a extensão da sedimentação. Mais ainda, a introdução do ar provoca a diminuição do diâmetro médio dos sólidos (D_{50}) em cada cota da célula de flotação. Devido à estreita faixa de rotação do impelidor utilizada nos experimentos Metso ($\Delta N = 377 - 294 = 83 \text{ rpm}$), não foi possível identificar nenhuma mudança no perfil de concentração de sólidos em função da rotação do impelidor;
3. A utilização do modelo de sedimentação-dispersão permitiu identificar os limites das zonas de alta turbulência (zona turbulenta), próxima ao impelidor, e outra de baixa turbulência (zona quiescente), localizada no topo da célula, próximo à camada de espuma. Tais regiões podem ser identificadas *in loco* através da amostragem de polpa ao longo do perfil axial da célula de flotação. As regiões turbulenta e quiescente podem ser associadas às zonas de coleta e de separação, respectivamente.

Capítulo 7

Considerações Finais

A literatura corrente reporta que a recuperação de partículas grossas, nesta tese identificadas como aquelas com diâmetro maior que $100\mu\text{m}$, apresentam notável queda de recuperação em processos industriais de flotação. Tal queda pode estar associada a uma deficiência na suspensão de sólidos, o que prejudicaria a colisão entre partículas e bolhas.

A suspensão de partículas minerais em células mecânicas é promovida pela ação do impelidor que gera um fluxo de polpa ascendente capaz de recalcar partículas do fundo ao topo do tanque. Deste modo, um impelidor pode ser caracterizado pelo seu número de bombeamento (N_Q), associado à velocidade do fluido (v_b) na descarga do sistema rotor/estator. A rotação do impelidor, além de promover bombeamento, também gera turbulência dentro do tanque com agitação. Assim como ocorre com as bombas centrífugas, na presença de ar, impelidores perdem capacidade de bombeamento e, conseqüentemente, sua habilidade em suspender partículas (mormente as mais grossas). Neste trabalho, verificou-se que o número de bombeamento de impelidores de células de laboratório sofreu notável redução com a presença de ar, que promove a diminuição da densidade do meio fluido. Para célula Denver, N_Q caiu de 0,043 (ausência de aeração) para $N_Q=0,028$ ($J_G=0,15$ cm/s). Para célula Wemco, N_Q sofreu redução de 0,57 (ausência de aeração) para $N_Q=0,42$ ($J_G=0,95$ cm/s).

A habilidade de impelidores para suspender partículas minerais em células mecânicas também pode ser avaliada através da rotação crítica (N_{js}) necessária para

cumprir o Critério 1-s. Conhecendo-se tal valor crítico, engenheiros podem escolher a magnitude da rotação (N) com que um impelidor deve operar para se atingir um estado de suspensão que atenda às necessidades particulares de um minério ou processo. Utilizando o método proposto por Van der Westhuizen que relaciona N_{js} com variáveis relativas à polpa (concentração de sólidos e velocidade superficial do ar), à água (massa específica e viscosidade) e às partículas sólidas (tamanho e massa específica), nesta tese foram estimados parâmetros do modelo, elegendo as variáveis que mais influenciam a suspensão de partículas minerais em células mecânicas de flotação Denver e Wemco de laboratório, eleição esta baseada no expoente exibido pelas mesmas: massa específica dos minerais [$N_{jsg} \propto (\frac{\Delta\rho}{\rho_L})^{0,36-0,42}$], diâmetro das partículas [$N_{jsg} \propto (d_p)^{0,30}$] e concentração de sólidos [$N_{jsg} \propto X^{0,15-0,20}$]. A viscosidade cinemática do líquido exerceu pouco efeito no valor de N_{js} . Nesse modelo, as características inerentes a cada célula foram representadas pelos parâmetros K_{SL} e k_G que representam a capacidade do impelidor de promover a suspensão das partículas em condições não-aeradas e aeradas, respectivamente.

Contrapondo-se à ação do impelidor, existe a tendência das partículas minerais de sedimentar sob ação da força gravitacional. Tal tendência pode ser caracterizada pela velocidade de sedimentação (v_t) das partículas que, por sua vez, é função do tamanho (d_p) e massa específica (ρ_s) das mesmas. Deste modo, a razão $\frac{v_t}{v_b}$ vai indicar se partículas de determinado tamanho apresentam tendência à suspensão ou sedimentação dentro de uma célula de flotação. Esta tese relacionou variáveis relativas ao impelidor Denver (v_b , N_{js}) com a velocidade de sedimentação (v_t) de partículas de apatita ($90 \mu m \leq d_p \leq 254 \mu m$), caracterizando o *status* de sua suspensão em célula de laboratório. Em diagrama $\frac{v_t}{v_b}$ versus $\frac{N}{N_{jsu}}$ foi possível identificar a tendência das partículas de se acumularem no fundo da cuba (segregação), distribuírem-se ao longo do eixo axial da célula (suspensão) ou até mesmo se concentrarem nas cotas mais altas do tanque, onde estariam mais suscetíveis ao arraste.

O perfil de distribuição de partículas minerais ao longo do eixo vertical das células mecânicas também constitui uma maneira de caracterizar o *status* da suspensão de sólidos nas mesmas. Dependendo da rotação de trabalho do impelidor, as partículas mais grossas tendem a se concentrarem em maior ou menor extensão nas cotas mais baixas e intermediárias da célula, em contraponto às mais finas, que se concentram nas cotas intermediárias e superiores. A distribuição do tamanho de partículas ao longo do eixo vertical da célula sofre grande influência da quantidade de ar introduzida no sistema, visto que a suspensão de partículas grossas e finas se deteriora quando se aumenta a alimentação de ar. Tal comportamento foi claramente observado em escala piloto (célula Metso).

A aplicação em célula Denver e Metso do Modelo de Sedimentação-Dispersão proposto por Baldi e Barresi permitiu que se identificassem duas importantes regiões dentro de células mecânicas de flotação: uma zona de maior turbulência, análoga à Zona de Coleta e outra zona mais quiescente, análoga à Zona de Separação. Na primeira região, o coeficiente de difusão turbulenta dos sólidos (D_s), gerado pela ação do impelidor, é muito superior à velocidade terminal (v_t) de sedimentação dos sólidos, enquanto que na zona quiescente tal velocidade começa a exercer maior influência sobre o comportamento das partículas.

Sugestões para trabalhos futuros

1. Avaliar a suspensão de sólidos em células mecânicas de maior porte e de diferentes modelos;
2. Avaliar o comportamento da suspensão de sólidos em células de flotação para uma faixa de distribuição granulométrica mais ampla, e não classes de tamanhos separadamente;
3. Pesquisar o efeito do grau de hidrofobicidade e a forma das partículas minerais no *status* da suspensão de sólidos.

Referências

ARBITER, N.; HARRIS, C. C.; YAP, R. F. Hydrodynamics of flotation cells. **Transactions of the Metallurgical Society of AIME**, v. 244, p. 134-148, 1969.

ARBITER, N.; HARRIS, C. C.; YAP, R. F. The air flow number in flotation machine scale-up. **International Journal of Mineral Processing**, v. 3, p. 257-280, 1976.

ARBITER, N. Development and scale-up of large flotation cells. In: SYMPOSIUM ADVANCES IN FLOTATION TECHNOLOGY, 1999, Denver. **Advances in flotation technology**. Ed. by B.K. PAREKH and J.D. MILLER. Littleton: SME, 1999. p. 345-352.

ARMENANTE, P. M.; NAGAMINE, E. U. Effect of low off-bottom impeller clearance on the minimum agitation speed for complete suspension of solids in stirred tanks. **Chemical Engineering Science**, v. 53, p. 1757-1775, 1998.

BALDI, G.; CONTI, R.; ALARIA, E. Complete suspension of particles in mechanically agitated vessels. **Chemical Engineering Science**, v. 33, p. 21-25, 1978.

BARRESI, A.; BALDI, G. Solid dispersion in an agitated vessel. **Chemical Engineering Science**, v. 42, n. 12, p. 2949-2956, 1987.

BERTRAND, J.; COURDEC, J. P.; ANGELINO, H. Power consumption, pumping capacity and turbulence intensity in baffled stirred tanks: comparison between several turbines. **Chemical Engineering Science**, v. 35, p. 2157-2163, 1980.

BUURMAN, C.; RESOORT, G.; PLASCHKES, A. Scaling up rules solids suspension in stirred vessels. **Chemical Engineering Science**, v. 41, n. 11, p. 2865-2871, 1986.

CALADO, V; MONTGOMERY, D. **Planejamento de experimentos usando o Statistica**. Rio de Janeiro: E-paper Serviços Editoriais, 2003. 260 p.

CHAPMAN, C. M. et al. Particle-gas-liquid mixing in stirred vessels. Part 1: Particle-liquid mixing. **Chemical Engineering Research & Design**, v. 61, p. 71-81, 1983a.

CHAPMAN, C. M. et al. Particle-gas-liquid mixing in stirred vessels. Part 2: Gas-liquid mixing. **Chemical Engineering Research & Design**, v. 61, p. 82-95, 1983b.

CHAPMAN, C. M. et al. Particle-gas-liquid mixing in stirred vessels. Part 3: Three phase mixing. **Chemical Engineering Research & Design**, v. 61, p.167-181, 1983c.

CHO, Y. S.; LASKOWSKI, J. S. Effect of flotation frothers on bubble size and foam stability. **International Journal of Mineral Processing**, v. 64, p. 69-80, 2002.

COSTES, J.; COUDERC, J. P. Study by laser doppler anemometry of the turbulent flow induced by a rushton turbine in a stirred tank: influence of the size of the unit-I. Mean flow and turbulence. **Chemical Engineering Science**, v. 43, n. 10, p. 2751-2764, 1988.

ÇİLEK, E. C.; YILMAZER, B. Z. Effects of hydrodynamics parameters on entrainment and flotation performance. **Minerals Engineering**, v. 16, n. 8, p. 745-756, 2003.

DEGLON, D. A., **A hydrodynamics investigation of fine particle flotation in a batch flotation cell**. 1998. 187 p. Thesis (Doctor of Philosophy) – University of Cape Town, Cape Town, 1998.

DEGLON, D. A.; EGYA-MENSAH, D.; FRANZIDIS, J. P. Review of hydrodynamics and gas dispersion in flotation cells on South African platinum concentrators. **Minerals Engineering**, v. 13, n. 3, p. 235-244, 2000.

DEGLON, D. A.; SAWYERR, F.; O'CONNOR, C. T. A model to relate the flotation rate constant and the bubble surface area flux in mechanical flotation cells. **Minerals Engineering**, v. 12, n. 6, p. 599-608, 1999.

DOHI, N. et al. Power consumption and solid suspension performance of large-scale impellers in gas-liquid-solid three-phase tank reactors. **Chemical Engineering Journal**, v. 97, n. 2/3, p.103-114, 2004.

DUTTA, N. N., PANGARKAR, V. G. Critical impeller speed for solid suspension in multi-impeller three phase agitated contactors. **The Canadian Journal of Chemical Engineering**, v. 73, p. 273-283, 1995.

EIMCO PROCESS EQUIPMENTS COMPANY. **WEMCO 1+1 mechanical machines**. Salt Lake City, 1992. (WF5-092/BAK 3157).

EK, C. Flotation kinetics. In: MAVROS, P.; MATIS, K. A. (Ed.). **Innovations in flotation technology**: proceedings of the NATO Advanced Study Institute on Innovations in Flotation Technology, 1992, Kallithea, Greece. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1992. p. 183-209. (NATO ASI Series. Series E, Applied Sciences, v. 208).

FALUTSU, M. Direct measurement of gas rate in a flotation machine. **Minerals Engineering**, v. 7, n. 12, p. 1487-1494, 1994.

FRANZIDIS, J. P.; MANLAPIG, E. V. A new, comprehensive, and useful model for flotation. In: SYMPOSIUM ADVANCES IN FLOTATION TECHNOLOGY, 1999, Denver. **Advances in flotation technology**. Ed. by B.K. PAREKH and J.D. MILLER. Littleton: SME, 1999. p. 413-423.

GAUDIN, A. M. **Flotation**. 2nd Edition, New York, McGraw-Hill Book Company, 1957. 573p.

GATES, L. E.; MORTON, J. R.; FONDY, J. G. How to select systems to suspend solids in liquid. **Chemical Engineering**, v. 83, n. 11, p. 144-150, 1976.

GIRGIN, E. H. et al. Bubble size as a function of the impeller speed in a self aeration laboratory flotation cell. **Minerals Engineering**, v. 19, p. 201-203, 2006.

GOMEZ, C. O.; FINCH, J. A. Gas dispersion measurements in flotation machines. **The Canadian Mining and Metallurgy Bulletin**, v. 95, n. 1066, Nov. 2002.

GOMIDE, R. **Operações unitárias**. São Paulo: Gráfica Palas Athenas, 1997. 464 p. v. 2, parte 2: Operações com fluidos.

GORAIN, B. K.; FRANZIDIS, J. P.; MANLAPIG, E. V. Studies on impeller type, impeller speed and air flow rate in an industrial scale flotation cell. Part 4: Effect on bubble surface area flux on flotation performance. **Minerals Engineering**, v. 10, n. 4, p. 367-379, 1997.

GORAIN, B. K.; FRANZIDIS, J. P.; MANLAPIG, E. V. Studies on impeller type, impeller speed and air flow rate in an industrial scale flotation cell. Part 3: Effect on superficial gas velocity. **Minerals Engineering**, v. 9, n. 6, p. 639-654, 1996.

GRAU, R. A.; HEISKANEN, K. Gas dispersion measurements in a flotation cell. **Minerals Engineering**, v. 16, p. 1081-1089, 2003.

GRAU, R. A.; HEISKANEN, K. Bubble size distribution in a laboratory scale flotation cells. **Minerals Engineering**, v. 18, p. 1164-1172, 2005.

GRAY, J. B. Flow patterns, fluid velocities and mixing in agitated vessels. In: UHL, V. W.; GRAY, J. B. **Mixing**: theory and practice. New York: Academic Press, 1967. v. 1, p. 179-278.

HARRIS, C. C. Flotation machines. In: FUERSTENAU, M. C. **Flotation**: A. M. Gaudin Memorial Volume. New York: AIME, 1976. v. 2, p. 753-815.

HARRIS, C. C. Flotation machines design, scale up and performance: data base. In: SOMASUNDARAN, P. (Ed.). **Advances in mineral processing**: proceedings of a symposium honoring Nathaniel Arbiter on his 75th birthday, 1986, New Orleans. Littleton, Society of Mining Engineers of AIME, 1986. Cap. 37, p. 618-635.

HOLMES, D. B.; VONCKEN, R. M.; DEKKER, J. A. Fluid flow in turbine-stirred, baffled tanks. Part I: Circulation time. **Chemical Engineering Science**, v. 19, p. 201-208, 1964.

KRESTA, S. M.; WOOD, P. E. The flow field produced by a pitched blade turbine: characterization of the turbulence and estimation of the dissipation rate. **Chemical Engineering Science**, v. 48, n. 10, p. 1761-1774, 1993.

LEAL FILHO, L. S. **Flotação de oximinerais**: teoria e prática voltada à solução de problemas brasileiros. 2000. 191 p. Tese (Livre Docência) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

LEAL FILHO, L. S.; RODRIGUES, W. J.; RALSTON, J. Importance of hydrodynamics in coarse particle flotation. In: RALSTON, J.; MILLER, J.; RUBIO, J. (Org.) **Flotation and flocculation**: from fundamentals to applications. S.L.: s.n., 2002. p. 203-212. Apresentado na Conference on Flotation & Flocculation, 2002, Kona.

LEAL FILHO, L. S. et al. The role of hydrodynamics in coarse apatite flotation In: **BENEFICIATION of phosphates – technology and sustainability**. Littleton: American Society of Mining, Metallurgy and Exploration, 2006. Cap. 3, p. 25-36.

LIMA, O. A.; LEAL FILHO, L. S.; BARBOSA, F. S. Caracterização hidro-dinâmica de células mecânicas de flotação: capacidade de bombeamento de célula Denver de laboratório. **Revista Escola de Minas**, v. 59, n. 4, p. 415-419, 2006.

LIMA, O. A.; MARQUES, C. V. P.; LEAL FILHO, L. S. Suspension of apatite particles in a self-aerated Denver laboratory flotation cell. **Minerals & Metallurgical Processing**, v. 26, n. 2, p. 74-105, 2009.

LYONS, E. J. Suspension of solids. In: UHL, V. W.; GRAY, J. B. **Mixing**: theory and practice. New York: Academic Press, 1967. v. 2, p. 225-261.

MAVROS, P. Mixing and hydrodynamics in flotation cells. In: MAVROS, P.; MATIS, K. A. (Ed.). **Inovations in flotation technology**: proceedings of the NATO Advanced Study Institute on Innovations in Flotation Technology, 1991, Kallithea, Greece. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1992. p. 211-234. (NATO ASI Series. Series E, Applied Sciences, v. 208.

McCABE, W.; SMITH, J. C.; HARRIOT, P. **Unit operations of chemical engineering**. 5th ed. s.L.: McGraw-Hill, 1993. 1130 p.

MELO, M. V.; SANT'ANNA JR, G. L.; MASSARANI, G. Flotation techniques for oily water treatment. **Enviromental Technology**, v. 24, p. 867-876, 2003.

MERSMANN, A. et al. Theoretical predictions of the minimum stirrer speed in mechanically agitated suspensions. **Chemical Engineering Processing**, v. 37, p. 503-510, 1998.

MOLERUS, O.; LATZEL, W. Suspension of solids particles in agitated vessels-I. Archimedes numbers ≤ 40 . **Chemical Engineering Science**, v. 42, n. 6, p. 1423-1430, 1987a.

MOLERUS, O.; LATZEL, W. Suspension of solids particles in agitated vessels-II. Archimedes numbers > 40 , reliable prediction of minimum stirrer angular velocities. **Chemical Engineering Science**, v. 42, n. 6, p. 1431-1437, 1987b.

MONTGOMERY, D. C. **Design and analysis of experiments**. 6th ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2005. 642 p.

MURTHY, B. N.; GHADGE, R. S.; JOSHI, J. B. CFD simulations of gas-liquid-solid stirred reactor: prediction of critical impeller speed for solid suspension. **Chemical Engineering Science**, v. 62, p. 7184-7195, 2007.

NARAYANAN, S. et al. Suspension of solids by mechanical agitation. **Chemical Engineering Science**, v. 24, p. 223-230, 1969.

NELSON, M. G.; LELINSKI, D. Hydrodynamic design of self aerating flotation machines. **Minerals Engineering**, v. 13, p. 991-998, 2000.

NETER, J.; WASSERMAN, W.; KUTNER, M. H. **Applied linear statistical models**. Homewood. R.D. Irwin, Inc., 2ª Edição, 1985. 1127p.

NIENOW, A. W. The suspension of solid particles. In: HARNBY, N.; EDWARDS, M. F.; NIENOW, A. W. (Ed.). **Mixing in the process industries**. Oxford: Butterworth-Heinemann, 1985. p. 364-393.

NIENOW, A. W. Suspension of solid particles in turbine agitated baffled vessels. **Chemical Engineering Science**, v. 23, p. 1453-1459, 1968.

OLIVEIRA JUNIOR, I. **A agitação de suspensões sólido-líquido: estudo da velocidade completa de suspensão e da potência consumida pelo meio a partir de técnicas derivadas do projeto de experimentos**. 1990. 187p. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1990.

ORTIZ, J. P. Macroturbulência de escoamento a jusante de estruturas de dissipação por ressalto. Estudo teórico-experimental. **Boletim Técnico DAEE**, São Paulo, v. 5, n. 3, p. 237-472, 1982.

PATWARDHAN; A. W.; JOSHI, J. B. Design of gas-inducing reactors. **Industrial and Engineering Chemistry Research**, v. 38, p. 49-80, 1999.

PERRY, R. H.; CHILTON, C. H. **Manual de engenharia química**. 5. ed. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1980. 1 v. (varias paginações).

PYKE, B. et al. From turbulence to attachment and detachment: a general flotation model. In: RALSTON, J.; MILLER, J; RUBIO, J. (Org.) **Flotation and flocculation: from fundamentals to applications**. S.L.: s.n., 2002. p. 77-89. Apresentado na Conference on Flotation & Flocculation, 2002, Kona.

RAGHAVA RAO, K. S. M. S.; REWATKAR, V. B.; JOSHI, J. B. Critical impeller speed for solid suspension in mechanically agitated contactors. **AIChE Journal**, v. 34, p. 1332-1340, 1988.

RAO, M. A.; BRODKEY, R. S. Continuous flow stirred tank turbulence parameters in the impeller stream. **Chemical Engineering Science**, v. 27, p. 137-156, 1972.

REWATKAR, V. B.; RAGHAVA RAO, K. S. M. S.; JOSHI, J. B. Critical impeller speed for solid suspension in mechanically agitated three-phase reactors. 1. Experimental part. **Industrial and Engineering Chemistry Research**, v. 30, p. 1770-1784, 1991.

REWATKAR, V. B.; JOSHI, J. B. Critical impeller speed for solid suspension in mechanically agitated three-phase reactors. 2. Mathematical model. **Industrial and Engineering Chemistry Research**, v. 30, p.1784-1791, 1991.

RIEGER, F.; DITL, P. Suspension of solid particles. **Chemical Engineering Science**, v. 49, n. 14, p. 2219-2227, 1994.

SARAVANAN, K.; PATWARDHAN, A. W; JOSHI, J. B. Critical impeller speed for solid suspension in gas inducing type mechanically agitated contactors. **The Canadian Journal of Chemical Engineering**, v. 75, p. 664-676, 1997.

SCHUBERT, H. Über die hydrodynamic von flotationsprozessen. **Aufbereitungs-Technik**, v. 5, p. 252-260, 1979.

SCHUBERT, H.; BISCHOFBERGER, C. On the microprocesses air dispersion and particle-bubble attachment in flotation machines as well as consequences for the scale up of macroprocess. **International Journal of Mineral Processing**, v. 52, p. 245-259, 1998.

SCHUBERT, H.; BISCHOFBERGER, C. On the hydrodynamics of flotation machines. **International Journal of Mineral Processing**, v. 5, p. 131-142, 1978.

SCHUBERT, H. On the turbulence-controlled microprocesses in flotation machines. **International Journal of Mineral Processing**, v. 56, p. 257-276, 1999.

SCHUBERT, H. On some aspects of the hydrodynamics of flotation processes. In: FORSBERG, K. S. E. **Flotation of sulphide minerals**. Amsterdam: Elsevier, 1985. p. 337-355.

SCHUBERT, H. On the hydrodynamics and the scale-up of flotation processes. In: SOMASUNDARAN, P. (Ed.). **Advances in mineral processing**. New York: AIME, 1986. p. 636-649.

SCHULZE, H. J. **Physico-chemical elementary processes in flotation**. Amsterdam: Elsevier, 1984. 348 p.

SCHULZE, H. J. Hydrodynamics of bubble-mineral particle collisions. **Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review**, v. 5, p. 43-76, 1989.

SCHULZE, H. J. Elements of physically-based modelling of the flotation process. In: MAVROS, P.; MATIS, K. A. (Ed.). **Innovations in flotation technology**: proceedings of the NATO Advanced Study Institute on Innovations in Flotation Technology, 1991, Kallithea, Greece. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1992. p. 171-179. (NATO ASI Series. Series E, Applied Sciences, v. 208).

SHAMLOU, P.A.; KOUTSAKOS, E. Solids suspension and distribution in liquids under turbulent agitation. **Chemical Engineering Science**, v. 44, p. 529-542, 1988.

SHARMA, R. N.; SHAIKH, A. A. Solids suspension in stirred tanks with pitched blade turbines. **Chemical Engineering Science**, v. 58, p. 2123-2140, 2003.

SMITH, J. Dispersion of gases in liquids: the hydrodynamics of gas dispersion in low viscosity liquids. In: ULBRECHT, J.; PATTERSON, G. K. (Ed.). **Mixing of liquids by mechanical agitation**. New York: Gordon and Breach, 1985. p. 139-201. (Chemical Engineering Concepts and Reviews, v. 1).

SMITH, P. G.; WARREN, L. J. Entrainment of particles into flotation froths. **Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review**, v. 5, p. 123-145, 1989.

SOUSA PINTO, T. C.; LIMA, O. A.; LEAL FILHO, L. S. Sphericity of apatite particles determined by gas permeability through packed bed. **Minerals & Metallurgical Processing**, v. 26, n. 2, p. 105-108, 2009.

TAVERA, F. J.; GOMEZ, C. O.; FINCH, J. A. Novel gas hold-up probe and application in flotation columns. **Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy**. Section C: Mineral Processing and Extractive Metallurgy, v. 105, p. 99-104, 1996.

TAKATA, L. A. Flotação em coluna. In: CHAVES, A. P. (Org.). **Teoria e prática do tratamento de minérios**. São Paulo: Signus Editora, 2006. v. 4, p. 45-71: Flotação: o estado da arte no Brasil.

TENNEKES, H.; LUMLEY, J. L. **A first course in turbulence**. Massachusetts: MIT, 1972. 300 p.

TORREALBA-VARGAS, J. A., GOMEZ, C. O.; FINCH, J. A. Continuous air rate measurement in flotation cells: a step towards gas distribution management. **Minerals Engineering**, v. 17, p. 761-765, 2004.

TRAHAR, W. J. A rational interpretation of the role of particle size in flotation. **International Journal of Mineral Processing**, v. 8, p. 289-327, 1981.

ULBRECHT, J.; CARREAU, P. Mixing of viscous non-Newtonian liquids. In: ULBRECHT, J.; PATTERSON, G. K. **Mixing of liquids by mechanical agitation**. New York: Gordon and Breach, 1985. p. 93-137. (Chemical Engineering: Concepts and Reviews, v. 1).

VAN DER WESTHUIZEN, A. P. **The evaluation of solids suspension in a pilot scale mechanical flotation cell**. 2004. 251 p. Thesis (Master of Science) - University of Cape Town, Cape Town, 2004.

VAN DER WESTHUIZEN, A. P.; DEGLON, D. A. Evaluation of solids suspension in a pilot-scale mechanical flotation cell: the critical impeller speed. **Minerals Engineering**, v. 20, p. 233-240, 2007.

VAN DER WESTHUIZEN, A. P.; DEGLON, D. A. Solids suspension in a pilot scale mechanical flotation cell: a critical impeller speed correlation. **Minerals Engineering**, v. 21, p. 621-629, 2008.

VAN'T RIET, K.; SMITH, J. M. The trailing vortex system produced by rushton turbines agitators. **Chemical Engineering Science**, v. 30, p. 1093-1105, 1975.

VERA, M. A. **A touch of froth: how bubble - particle aggregates take the strain**. 2002. 370 p. Thesis (Doctor of Philosophy) – University of Queensland, Brisbane, 2002.

VILLANUEVA, F.; WEBER, A.; PRADO, S. A maior célula de flotação do mundo. **Brasil Mineral**, n. 242, p. 163-165, 2005.

WEBER, A. et al. Scale up and design of large scale flotation equipment. In: SYMPOSIUM ADVANCES IN FLOTATION TECHNOLOGY, 1999, Denver. **Advances in flotation technology**. Ed. by B.K. PAREKH and J.D. MILLER. Littleton: SME, 1999. p. 353-369.

WEEDON, D. et al. **Report on site study at CVRD's flotation plant of Taquari-Vassouras**. [s.L.]: Ian Wark Institute, 2005. Project P260D (AMIRA).

WENIGER, C. M.; JANAUER, G. A. The measurement of current velocities in microphyte beds. **Aquatic Botany**, n. 39, p. 221-230, 1991.

WICHTERLE, K. Conditions for suspension of solids in agitated vessels. **Chemical Engineering Science**, v. 43, n. 3, p. 467-471, 1988.

WILLS, B. A. **Mineral processing technology**. 4th ed. Oxford: Pergamon Press, 1988. 785 p.

WONG, C. W., WANG, J. P., HUANG, S. T. Investigations of fluid dynamics in mechanically stirred aerated slurry reactors. **The Canadian Journal of Chemical Engineering**, v. 65, p. 412-419, 1987.

WU, H.; PATTERSON, G. K. Laser-doppler measurements of turbulent-flow parameters in a stirred mixer. **Chemical Engineering Science**, v. 44, p. 2207-2221, 1989.

YEDIDIAH, S. **Centrifugal pump user's guidebook: Problems and solutions**. Chapman and Hall, New York, 1996. 387 p.

YIANATOS, J. et al. Hydrodynamic and metallurgical characterization of industrial flotation banks for control purposes. **Minerals Engineering**, v. 14, n. 9, p.1033-1046, 2001.

ZWIETERING, N. T. Suspending of solid particles in liquid by agitators. **Chemical Engineering Science**, v. 8, n. 3-4, p. 244-253, 1958.

Apêndices

Apêndice A – Dados de bombeamento, calibração do micromolinete e análise química da apatita.

Apêndice A1 – Curva de calibração do micromolinete usado nos ensaios de bombeamento.

Tabela A1.1 – Curva de calibração do micromolinete ótico.

Frequência medida Φ , Hz	v_b medido (v_{bm}) cm/s	v_b calculada (v_{bc}) cm/s	$v_{bm} - v_{bc}$ cm/s	Erro %
5,2	5,3	5,4	-0,1	-1,55
10,2	8,5	8,6	-0,1	-1,37
14,6	11,4	11,5	-0,1	-0,55
19,1	14,4	14,4	0,0	0,19
24,1	17,6	17,6	0,0	-0,04
28,6	20,6	20,5	0,1	0,40
32,2	23,1	22,8	0,3	1,10
37,0	26,1	26,0	0,1	0,57
42,3	29,3	29,4	-0,1	-0,27
47,2	32,4	32,5	-0,1	-0,46
50,9	35,2	34,9	0,3	0,74
56,0	38,2	38,2	0,0	-0,10
61,1	41,3	41,5	-0,2	-0,58

Apêndice A2 – Dados de bombeamento (célula Denver).

Concentração de surfatante: 30 mg/L

Tabela A2.1 – Dados de bombeamento do impelidor Denver - $J_G=0$.

Rotação do impelidor, rpm	Valor médio de contagem do micromolinete	Tempo de contagem, s	Frequência de rotação do micromolinete, Hz	Velocidade de bombeamento, cm/s	Vazão de bombeamento, cm ³ /s
900	1982,6±44,4	120	16,5±0,4	12,7±0,2	231,8±4,4
1000	2253,6±57,9		18,8±0,5	14,2±0,3	258,5±5,7
1100	2491,8±54,0		20,8±0,5	15,5±0,3	281,9±5,3
1200	2748,8±59,6		22,9±0,5	16,8±0,3	307,2±5,9
1300	3014,0±38,8		25,1±0,3	18,3±0,3	333,3±3,8

Tabela A2.2 – Dados de bombeamento do impelidor Denver - $J_G=0,05$ cm/s.

Rotação do impelidor, rpm	Valor médio de contagem do micromolinete	Tempo de contagem, s	Frequência de rotação do micromolinete, Hz	Velocidade de bombeamento, cm/s	Vazão de bombeamento, cm ³ /s
900	1528,6±69,5	120	12,7±0,6	10,3±0,4	187,1±6,8
1000	1880,6±54,9		15,7±0,5	12,2±0,3	221,8±5,4
1100	2271,8±36,4		18,9±0,3	14,3±0,2	260,3±3,6
1200	2552,0±61,9		21,3±0,5	15,8±0,3	287,9±6,1
1300	2835,0±58,2		23,6±0,5	17,3±0,3	315,7±5,7

Tabela A2.3 – Dados de bombeamento do impelidor Denver - $J_G=0,10$ cm/s.

Rotação do impelidor, rpm	Valor médio de contagem do micromolinete	Tempo de contagem, s	Frequência de rotação do micromolinete, Hz	Velocidade de bombeamento, cm/s	Vazão de bombeamento, cm ³ /s
900	1576,6±75,3	120	13,1±0,5	10,5±0,5	191,8±6,4
1000	1830,8±62,2		15,3±0,5	11,9±0,34	216,9±6,1
1100	2014,6±66,1		16,8±0,6	12,9±0,4	235,0±6,5
1200	2141,6±57,6		17,8±0,5	13,6±0,3	247,5±5,7
1300	2435,8±66,8		20,3±0,6	15,2±0,4	276,4±6,6

Tabela A2.4 – Dados de bombeamento do impelidor Denver - $J_G=0,15$ cm/s.

Rotação do impelidor, rpm	Valor médio de contagem do micromolinete	Tempo de contagem, s	Frequência de rotação do micromolinete, Hz	Velocidade de bombeamento, cm/s	Vazão de bombeamento, cm ³ /s
900	1782,2±38,0	180	9,9±0,2	8,4±0,1	153,6±2,5
1000	1930,0±42,1		10,7±0,2	9,0±0,2	163,3±2,8
1100	2285,2±40,0		12,7±0,2	10,2±0,4	186,6±2,6
1200	2571,1±50,3		14,3±0,3	11,3±0,2	205,4±3,3
1300	2528,8±31,1		14,1±0,2	11,1±0,1	202,6±2,0

Apêndice A3 – Dados de bombeamento (célula Wemco).

Concentração de surfatante: 30 mg/L

Tabela A3.1 – Dados de bombeamento do impelidor Wemco - $J_G=0$.

Rotação do impelidor, rpm	Valor médio de contagem do micromolinete	Tempo de contagem, s	Frequência de rotação do micromolinete, Hz	Velocidade de bombeamento, cm/s	Vazão de bombeamento, cm ³ /s
815	2499,2±60,7	120	20,8±0,5	15,0±0,3	1041,0±21,9
900	2784,2±68,0		23,2±0,6	16,4±0,4	1143,6±24,5
1000	3115,6±87,6		26,0±0,7	18,3±0,4	1263,0±31,6
1100	3357,0±54,5		28,0±0,5	19,4±0,3	1350,0±19,6
1200	3820,8±55,2		31,4±0,5	21,8±0,3	1517,0±19,9

Tabela A3.2 – Dados de bombeamento do impelidor Wemco - $J_G=0,52$ cm/s.

Rotação do impelidor, rpm	Valor médio de contagem do micromolinete	Tempo de contagem, s	Frequência de rotação do micromolinete, Hz	Velocidade de bombeamento, cm/s	Vazão de bombeamento, cm ³ /s
815	2380,8±38,0	120	19,8±0,3	14,3±0,2	998,3±13,7
900	2546,3±32,0		21,8±1,8	15,5±0,1	1081,1±75,5
1000	2844,2±39,3		23,7±0,3	16,7±0,2	1165,2±14,1
1100	3122,8±28,5		26,0±0,2	18,2±0,2	1265,6±10,3
1200	3436,0±24,2		28,6±0,4	19,8±0,3	1378,4±19,2

Tabela A3.3 – Dados de bombeamento do impelidor Wemco - $J_G=0,74$ cm/s.

Rotação do impelidor, rpm	Valor médio de contagem do micromolinete	Tempo de contagem, s	Frequência de rotação do micromolinete, Hz	Velocidade de bombeamento, cm/s	Vazão de bombeamento, cm ³ /s
815	1938,0±43,4	120	16,2±0,4	12,0±0,2	838,8±15,5
900	2208,5±85,6		18,4±0,7	13,4±0,4	936,3±30,8
1000	2549,5±55,4		19,6±0,5	14,2±0,3	987,0±20,0
1100	2682,9±59,6		22,4±0,5	15,9±0,3	1107,1±21,5
1200	2836,7±49,1		23,6±0,4	16,7±0,2	1162,5±17,7

Tabela A3.4 – Dados de bombeamento do impelidor Wemco - $J_G=0,95$ cm/s.

Rotação do impelidor, rpm	Valor médio de contagem do micromolinete	Tempo de contagem, s	Frequência de rotação do micromolinete, Hz	Velocidade de bombeamento, cm/s	Vazão de bombeamento, cm ³ /s
815	2766,7±101,8	180	15,4±0,6	11,6±0,4	815,1±24,4
900	2893,9±47,0		16,1±0,2	12,0±0,2	835,7±11,3
1000	3217,7±52,0		17,9±0,3	13,1±0,2	913,4±12,5
1100	3518,7±65,6		19,6±0,4	14,2±0,2	985,7±15,8
1200	3987,4±65,0		22,2±0,4	15,8±0,2	1098,3±15,6

Apêndice A4 – Análise química do mineral apatita.

Tabela A4.1 – Análise química da apatita.

Espécie/elemento	%	Espécie/elemento	%
F	2,03	MnO	0,05
Na ₂ O	0,06	Fe ₂ O ₃	0,16
MgO	0,04	ZnO	0,01
Al ₂ O ₃	0,04	SrO	0,04
SiO ₂	2,11	Y ₂ O ₃	0,03
P ₂ O ₅	37,5	CeO ₂	0,07
SO ₃	0,95	WO ₃	0,03
Cl	0,11	PbO	0,02
CaO	56,8	ThO ₂	0,01

Apêndice B - Dados de calibração do transdutor de pressão.

Transdutor de pressão modelo 8510

Fabricante: Endevco

Tabela B1.1 –Calibração do transdutor de pressão.

Tensão medida V_M , mV	ΔP medido ΔP_M , mca	ΔP calculado ΔP_C , mca	$\Delta P_M - \Delta P_C$ mca	Erro %
0	0	0	0,00	0,00
508	100	101	-0,58	-0,58
1009	200	200	0,22	0,11
1515	300	300	0,03	0,01
2020	400	400	0,04	0,01
2534	500	502	-1,73	-0,35
3040	600	602	-1,92	-0,32
3548	700	703	-2,50	-0,36
4060	800	804	-3,88	-0,48
4571	900	905	-5,06	-0,56
4988	1000	988	12,38	1,24

Apêndice C - Viscosidade das soluções de sacarose.

Experimentos de viscosidade das soluções de sacarose

Data do ensaio 17/2/2006

Local EPQI

Temperatura 25°C

Solução sacarose 263 g/L

Rotação, rpm	Tx deformação, s-1	Experimento 1	Experimento 2	Experimento 3	Valor médio
		Tensão, g/cms	Tensão, g/cms	Tensão, g/cms	Tensão, g/cms
20	24,5	0,46	0,48	0,48	0,47
30	36,7	0,73	0,72	0,73	0,73
40	48,9	0,94	0,98	0,96	0,96
50	61,2	1,24	1,25	1,2	1,23
60	73,4	1,53	1,46	1,46	1,48
70	85,6	1,72	1,78	1,73	1,74
80	97,8	2,12	2,12	2,08	2,11
90	110,0	2,27	2,19	2,21	2,22
100	122,0	2,34	2,36	2,37	2,36

Solução sacarose 436 g/L

Rotação, rpm	Tx deformação, s-1	Experimento 1	Experimento 2	Experimento 3	Valor médio
		Tensão, g/cms	Tensão, g/cms	Tensão, g/cms	Tensão, g/cms
20	24,5	0,96	0,92	0,94	0,94
30	36,7	1,45	1,47	1,34	1,42
40	48,9	1,87	1,86	1,83	1,85
50	61,2	2,38	2,40	2,37	2,38
60	73,4	3,02	2,98	2,92	2,97
70	85,6	3,39	3,33	3,35	3,36
80	97,8	4,11	4,11	3,95	4,06
90	110,0	4,56	4,47	4,46	4,50
100	122,0	4,86	4,83	4,83	4,84

Apêndice D – Dados de suspensão de sólidos (N_{js}).Tabela D.1 – Dados de suspensão de sólidos em célula Denver ($J_G=0$). Obs.: (*) Não alcançou rotação crítica

nº do exp	T(°C)	Mineral	d_p , μm	X	ρ_s , kg/m^3	ρ_L , kg/m^3	Massa de solido, kg	Massa de liquido, g	$(\rho_s - \rho_L)/\rho_L$	v (10^{-6}), m^2/s	$\left(\frac{v}{v_w}\right)$	N_{jsu} , rpm	J_G , cm/s
109	22	Apatita	90	0,05	3170	1000	0,233	4452	2,17	0,9434	0,9387	1099	0,0
33	22		127	0,05	3170	1000	0,233	4452	2,17	0,9434	0,9387	1169	0,0
17	23		180	0,05	3170	1000	0,233	4452	2,17	0,9196	0,9150	1375	0,0
1	24		254	0,05	3170	1000	0,233	4452	2,17	0,8966	0,8921	1475	0,0
113	21		90	0,10	3170	1000	0,483	4417	2,17	0,968	0,9632	1250	0,0
37	23		127	0,10	3170	1000	0,483	4417	2,17	0,9196	0,9150	1345	0,0
21	20		180	0,10	3170	1000	0,483	4417	2,17	0,9934	0,9885	1475	0,0
5	23		254	0,10	3170	1000	0,483	4417	2,17	0,9196	0,9150	1701	0,0
117	21		90	0,15	3170	1000	0,751	4295	2,17	0,968	0,9632	1350	0,0
41	22		127	0,15	3170	1000	0,751	4295	2,17	0,9434	0,9387	1526	0,0
25	23		180	0,15	3170	1000	0,751	4295	2,17	0,9196	0,9150	1651	0,0
9	24		254	0,15	3170	1000	0,751	4295	2,17	0,8966	0,8921	1852	0,0
121	22		90	0,25	3170	1000	1,356	3990	2,17	0,9434	0,9387	1551	0,0
61	23		127	0,25	3170	1000	1,356	3990	2,17	0,9196	0,9150	1751	0,0
29	24		180	0,25	3170	1000	1,356	3990	2,17	0,8966	0,8921	1902	0,0
13	24		254	0,25	3170	1000	1,356	3990	2,17	0,8966	0,8921	2203	0,0
49	21	Quartzo	127	0,05	2650	1000	0,233	4377	1,65	0,968	0,9632	1049	0,0
53	22		127	0,10	2650	1000	0,487	4237	1,65	0,9434	0,9387	1250	0,0
57	23		127	0,15	2650	1000	0,754	4142	1,65	0,9196	0,9150	1350	0,0
65	23		127	0,25	2650	1000	1,333	3932	1,65	0,9196	0,9150	1551	0,0
69	21		180	0,15	2650	1000	0,751	4142	1,65	0,9680	0,9632	1475	0,0
97	22		127	0,15	2650	1070	0,793	4675	1,48	1,87	1,8607	1425	0,0
93	21		180	0,15	2650	1070	0,793	4675	1,48	1,87	1,8607	1601	0,0
105	21		127	0,15	2650	1165	0,860	4916	1,27	3,44	3,4229	1500	0,0
101	22	Hematita	180	0,15	2650	1165	0,860	4916	1,27	3,44	3,4229	1551	0,0
73	22		127	0,05	5030	1000	0,233	4451	4,03	0,9434	0,9387	1601	0,0
77	22		127	0,10	5030	1000	0,489	4390	4,03	0,9434	0,9387	1751	0,0
81	22		127	0,15	5030	1000	0,766	4303	4,03	0,9434	0,9387	2004	0,0
85	20		127	0,25	5030	1000	1,333	4144	4,03	0,9934	0,9885	2153	0,0

Apêndices

Tabela D.2 – Dados de suspensão de sólidos em célula Denver ($J_G=0,05$ cm/s).

nº do exp	T(°C)	Mineral	d_p , μm	X	ρ_s , kg/m^3	ρ_L , kg/m^3	Massa de solido, kg	Massa de liquido, g	$(\rho_s - \rho_L)/\rho_L$	u (10^{-6}), m^2/s	$\left(\frac{v}{v_w}\right)$	N_{jsg} , rpm	J_G , cm/s
110	21	Apatita	90	0,05	3170	1000	0,233	4452	2,17	0,968	0,9632	1275	0,05
34	22		127	0,05	3170	1000	0,233	4452	2,17	0,9434	0,9387	1380	0,05
18	23		180	0,05	3170	1000	0,233	4452	2,17	0,9196	0,9150	1541	0,05
2	24		254	0,05	3170	1000	0,233	4452	2,17	0,8966	0,8921	1741	0,05
114	21		90	0,10	3170	1000	0,483	4417	2,17	0,968	0,9632	1400	0,05
38	23		127	0,10	3170	1000	0,483	4417	2,17	0,9196	0,9150	1551	0,05
22	20		180	0,10	3170	1000	0,483	4417	2,17	0,9934	0,9885	1661	0,05
6	23		254	0,10	3170	1000	0,483	4417	2,17	0,9196	0,9150	1922	0,05
118	21		90	0,15	3170	1000	0,751	4295	2,17	0,968	0,9632	1500	0,05
42	22		127	0,15	3170	1000	0,751	4295	2,17	0,9434	0,9387	1751	0,05
26	24		180	0,15	3170	1000	0,751	4295	2,17	0,8966	0,8921	1877	0,05
10	24		254	0,15	3170	1000	0,751	4295	2,17	0,8966	0,8921	2118	0,05
122	21		90	0,25	3170	1000	1,356	3990	2,17	0,968	0,9632	1701	0,05
62	23		127	0,25	3170	1000	1,356	3990	2,17	0,9196	0,9150	1952	0,05
30	24		180	0,25	3170	1000	1,356	3990	2,17	0,8966	0,8921	2128	0,05
14	24		254	0,25	3170	1000	1,356	3990	2,17	0,8966	0,8921	2248	0,05
50	21	Quartzo	127	0,05	2650	1000	0,233	4377	1,65	0,968	0,9632	1270	0,05
54	22		127	0,10	2650	1000	0,487	4237	1,65	0,9434	0,9387	1450	0,05
58	22		127	0,15	2650	1000	0,754	4142	1,65	0,9434	0,9387	1551	0,05
66	23		127	0,25	2650	1000	1,333	3932	1,65	0,9196	0,9150	1701	0,05
70	21		180	0,15	2650	1000	0,751	4142	1,65	0,968	0,9632	1676	0,05
98	22		127	0,15	2650	1070	0,793	4675	1,48	1,87	1,8607	1551	0,05
94	21		180	0,15	2650	1070	0,793	4675	1,48	1,87	1,8607	1776	0,05
106	21		127	0,15	2650	1165	0,860	4916	1,27	3,44	3,4229	1651	0,05
102	22	Hematita	180	0,15	2650	1165	0,860	4916	1,27	3,44	3,4229	1651	0,05
74	23		127	0,05	5030	1000	0,233	4451	4,03	0,9196	0,9150	1902	0,05
78	22		127	0,10	5030	1000	0,489	4390	4,03	0,9434	0,9387	1952	0,05
82	22		127	0,15	5030	1000	0,766	4303	4,03	0,9434	0,9387	2228	0,05
86			127	0,25	5030	1000	1,333	4144	4,03	-	-	(^a)	0,05

Apêndices

Tabela D.3 – Dados de suspensão de sólidos em célula Denver ($J_G=0,10$ cm/s).

nº do exp	T(°C)	Mineral	d_p , μm	X	ρ_s , kg/m^3	ρ_L , kg/m^3	Massa de solido, kg	Massa de liquido, g	$(\rho_s - \rho_L)/\rho_L$	u (10^{-6}), m^2/s	$\left(\frac{v}{v_w}\right)$	N_{jsg} , rpm	J_G , cm/s
111	21	Apatita	90	0,05	3170	1000	0,233	4452	2,17	0,968	0,9632	1400	0,10
35	23		127	0,05	3170	1000	0,233	4452	2,17	0,9196	0,9150	1480	0,10
19	23		180	0,05	3170	1000	0,233	4452	2,17	0,9196	0,9150	1676	0,10
3	24		254	0,05	3170	1000	0,233	4452	2,17	0,8966	0,8921	1882	0,10
115	21		90	0,10	3170	1000	0,483	4417	2,17	0,968	0,9632	1500	0,10
39	23		127	0,10	3170	1000	0,483	4417	2,17	0,9196	0,9150	1636	0,10
23	20		180	0,10	3170	1000	0,483	4417	2,17	0,9934	0,9885	1852	0,10
7	23		254	0,10	3170	1000	0,483	4417	2,17	0,9196	0,9150	2078	0,10
119	21		90	0,15	3170	1000	0,751	4295	2,17	0,968	0,9632	1601	0,10
43	22		127	0,15	3170	1000	0,751	4295	2,17	0,9434	0,9387	1927	0,10
27	24		180	0,15	3170	1000	0,751	4295	2,17	0,8966	0,8921	2058	0,10
11	24		254	0,15	3170	1000	0,751	4295	2,17	0,8966	-	-	0,10
123	21		90	0,25	3170	1000	1,356	3990	2,17	0,968	0,9632	1802	0,10
63	23		127	0,25	3170	1000	1,356	3990	2,17	0,9196	0,9150	2103	0,10
31	24		180	0,25	3170	1000	1,356	3990	2,17	0,8966	-	(^r)	0,10
15	24		254	0,25	3170	1000	1,356	3990	2,17	0,8966	-	(^r)	0,10
51	24	Quartzo	127	0,05	2650	1000	0,233	4377	1,65	0,8966	0,8921	1350	0,10
55	22		127	0,10	2650	1000	0,487	4237	1,65	0,9434	0,9387	1526	0,10
59	22		127	0,15	2650	1000	0,754	4142	1,65	0,9434	0,9387	1726	0,10
67	23		127	0,25	2650	1000	1,333	3932	1,65	0,9196	0,9150	1902	0,10
71	21		180	0,15	2650	1000	0,751	4142	1,65	0,968	0,9632	1802	0,10
99	22		127	0,15	2650	1070	0,793	4675	1,48	1,87	1,8607	1701	0,10
95	22		180	0,15	2650	1070	0,793	4675	1,48	1,87	1,8607	1872	0,10
107	21		127	0,15	2650	1165	0,860	4916	1,27	3,44	3,4229	1751	0,10
103	22		180	0,15	2650	1165	0,860	4916	1,27	3,44	3,4229	1751	0,10
75	23	Hematita	127	0,05	5030	1000	0,233	4451	4,03	0,9196	0,9150	2103	0,10
79	23		127	0,10	5030	1000	0,489	4390	4,03	0,9196	0,9150	2178	0,10
83	22		127	0,15	5030	1000	0,766	4303	4,03	0,9434	-	(^r)	0,10
87			127	0,25	5030	1000	1,333	4144	4,03	1,6694	-	(^r)	0,10

Apêndices

Tabela D.4 – Dados de suspensão de sólidos em célula Denver ($J_G=0,15$ cm/s).

nº do exp	T(°C)	Mineral	d_p , μm	X	ρ_s , kg/m^3	ρ_L , kg/m^3	Massa de solido, kg	Massa de liquido, g	$(\rho_s - \rho_L)/\rho_L$	u (10^{-6}), m^2/s	$\left(\frac{v}{v_w}\right)$	N_{jsg} , rpm	J_G , cm/s
112	21	Apatita	90	0,05	3170	1000	0,233	4452	2,17	0,968	0,963	1500	0,15
36	23		127	0,05	3170	1000	0,233	4452	2,17	0,9196	0,915	1596	0,15
20	23		180	0,05	3170	1000	0,233	4452	2,17	0,9196	0,915	1776	0,15
4	23		254	0,05	3170	1000	0,233	4452	2,17	0,9196	0,915	1977	0,15
116	21		90	0,10	3170	1000	0,483	4417	2,17	0,968	0,963	1576	0,15
40	23		127	0,10	3170	1000	0,483	4417	2,17	0,9196	0,915	1761	0,15
24	20		180	0,10	3170	1000	0,483	4417	2,17	0,9934	0,988	1962	0,15
8	23		254	0,10	3170	1000	0,483	4417	2,17	0,9196	0,915	2253	0,15
120	21		90	0,15	3170	1000	0,751	4295	2,17	0,968	0,963	1751	0,15
44	22		127	0,15	3170	1000	0,751	4295	2,17	0,9434	0,939	2053	0,15
28	24		180	0,15	3170	1000	0,751	4295	2,17	0,8966	0,892	2223	0,15
12	24		254	0,15	3170	1000	0,751	4295	2,17	0,8966	-	(^r)	0,15
124	21		90	0,25	3170	1000	1,356	3990	2,17	0,968	0,963	1927	0,15
64	23		127	0,25	3170	1000	1,356	3990	2,17	0,9196	0,915	2203	0,15
32	24		180	0,25	3170	1000	1,356	3990	2,17	0,8966	-	(^r)	0,15
16	24		254	0,25	3170	1000	1,356	3990	2,17	0,8966	-	(^r)	0,15
52	24	Quartzo	127	0,05	2650	1000	0,233	4377	1,65	0,8966	0,892	1500	0,15
56	22		127	0,10	2650	1000	0,487	4237	1,65	0,9434	0,939	1601	0,15
60	22		127	0,15	2650	1000	0,754	4142	1,65	0,9434	0,939	1827	0,15
68	23		127	0,25	2650	1000	1,333	3932	1,65	0,9196	0,915	2027	0,15
72	21		180	0,15	2650	1000	0,751	4142	1,65	0,968	0,963	1927	0,15
100	22		127	0,15	2650	1070	0,793	4675	1,48	1,87	1,861	1802	0,15
96	22		180	0,15	2650	1070	0,793	4675	1,48	1,87	1,861	1952	0,15
108	21		127	0,15	2650	1165	0,860	4916	1,27	3,44	3,423	1827	0,15
104	22		180	0,15	2650	1165	0,860	4916	1,27	3,44	3,423	1852	0,15
76	22	Hematita	127	0,05	5030	1000	0,233	4451	4,03	0,9434	0,939	2228	0,15
80	23		127	0,10	5030	1000	0,489	4390	4,03	0,9196	-	(^r)	0,15
84	22		127	0,15	5030	1000	0,766	4303	4,03	0,9434	-	(^r)	0,15
88			127	0,25	5030	1000	1,333	4144	4,03	1,6694	-	(^r)	0,15

Apêndices

Tabela D.5 – Dados de suspensão de sólidos em célula Wemco ($J_G=0$).

nº do exp	T(°C)	Mineral	d_p , μm	X	ρ_s , kg/m^3	ρ_L , kg/m^3	Massa de solido, kg	Massa de liquido, g	$(\rho_s - \rho_L)/\rho_L$	u (10^{-6}), m^2/s	$\left(\frac{v}{v_w}\right)$	N_{jsu} , rpm	J_G , cm/s
59	21	Apatita	90	0,05	3170	1000	0,233	4485	2,17	0,968	0,963	813	0,0
33	21		127	0,05	3170	1000	0,233	4485	2,17	0,968	0,963	864	0,0
17	19		180	0,05	3170	1000	0,233	4485	2,17	1,0196	1,015	963	0,0
1	20		254	0,05	3170	1000	0,233	4485	2,17	0,9934	0,988	1055	0,0
63	22		90	0,10	3170	1000	0,483	4421	2,17	0,9434	0,939	912	0,0
47	22		127	0,10	3170	1000	0,483	4421	2,17	0,9434	0,939	954	0,0
21	20		180	0,10	3170	1000	0,483	4421	2,17	0,9934	0,988	1109	0,0
5	21		254	0,10	3170	1000	0,483	4421	2,17	0,968	0,963	1144	0,0
67	22		90	0,15	3170	1000	0,751	4337	2,17	0,9434	0,939	941	0,0
51	20		127	0,15	3170	1000	0,751	4337	2,17	0,9934	0,988	1101	0,0
25	21		180	0,15	3170	1000	0,751	4337	2,17	0,968	0,963	1142	0,0
9	20		254	0,15	3170	1000	0,751	4337	2,17	0,9934	0,988	1271	0,0
71	20		90	0,25	3170	1000	1,356	4116	2,17	0,9934	0,988	977	0,0
55	20		127	0,25	3170	1000	1,356	4116	2,17	0,9934	0,988	1166	0,0
29	23		180	0,25	3170	1000	1,356	4116	2,17	0,9196	0,915	1258	0,0
13	-		254	0,25	3170	1000	1,356	4116	2,17	-	-	(^r)	0,0
75	21	Quartzo	127	0,05	2650	1000	0,233	4412	1,65	0,968	0,963	806	0,00
79	22		127	0,10	2650	1000	0,487	4316	1,65	0,9434	0,939	907	0,00
87	23		127	0,15	2650	1000	0,754	4215	1,65	0,9196	0,915	1007	0,00
94	21		127	0,25	2650	1000	1,333	4000	1,65	0,968	0,963	1116	0,00
114	23		180	0,15	2650	1000	0,751	4243	1,65	0,9196	0,915	1127	0,00
110	23		127	0,15	2650	1070	0,793	4718	1,48	1,87	1,861	1082	0,00
106	22		180	0,15	2650	1070	0,793	4718	1,48	1,87	1,861	1128	0,00
118	23		127	0,15	2650	1165	0,860	4958	1,27	3,44	3,423	982	0,00
122	23		180	0,15	2650	1165	0,860	4958	1,27	3,44	3,423	1083	0,00
102	20	Hematita	127	0,05	5030	1000	0,233	4471	4,03	0,9934	0,988	1231	0,00
98	22		127	0,10	5030	1000	0,489	4351	4,03	0,9434	0,939	1333	0,00
91	22		127	0,15	5030	1000	0,766	4412	4,03	0,9434	0,939	1420	0,00
83	-		127	0,25	5030	1000	1,333	4144	4,03	-	-	(^r)	0,00

Apêndices

Tabela D.6 – Dados de suspensão de sólidos em célula Wemco ($J_G=0,52$ cm/s).

nº do exp	T(°C)	Mineral	d_p , μm	X	ρ_s , kg/m^3	ρ_L , kg/m^3	Massa de solido, kg	Massa de liquido, g	$(\rho_s - \rho_L)/\rho_L$	u (10^{-6}), m^2/s	$\left(\frac{v}{v_w}\right)$	N_{jsg} , rpm	J_G , cm/s
60	21	Apatita	90	0,05	3170	1000	0,233	4485	2,17	0,968	0,9632	920	0,52
44	21		127	0,05	3170	1000	0,233	4485	2,17	0,968	0,9632	932	0,52
18	23		180	0,05	3170	1000	0,233	4485	2,17	0,9196	0,9150	970	0,52
2	23		254	0,05	3170	1000	0,233	4485	2,17	0,9196	0,9150	1068	0,52
64	22		90	0,10	3170	1000	0,483	4421	2,17	0,9434	0,9387	938	0,52
48	23		127	0,10	3170	1000	0,483	4421	2,17	0,9196	0,9150	971	0,52
22	20		180	0,10	3170	1000	0,483	4421	2,17	0,9934	0,9885	1174	0,52
6	24		254	0,10	3170	1000	0,483	4421	2,17	0,8966	0,8921	1207	0,52
68	22		90	0,15	3170	1000	0,751	4337	2,17	0,9434	0,9387	947	0,52
52	25		127	0,15	3170	1000	0,751	4337	2,17	0,8744	0,8700	1158	0,52
26	24		180	0,15	3170	1000	0,751	4337	2,17	0,8966	0,8921	1164	0,52
10	24		254	0,15	3170	1000	0,751	4337	2,17	0,8966	0,8921	1331	0,52
72	20		90	0,25	3170	1000	1,356	4116	2,17	0,9934	0,9885	1005	0,52
30	24		180	0,25	3170	1000	1,356	4116	2,17	0,8966	0,8921	1401	0,52
14	-		254	0,25	3170	1000	1,356	4116	2,17	-	-	(*)	0,52
76	22	Quartzo	127	0,05	2650	1000	0,233	4412	1,65	0,9434	0,9387	835	0,52
80	23		127	0,10	2650	1000	0,487	4316	1,65	0,9196	0,9150	930	0,52
88	23		127	0,15	2650	1000	0,754	4215	1,65	0,9196	0,9150	1027	0,52
115	23		180	0,15	2650	1000	0,751	4243	1,65	0,9196	0,9150	1202	0,52
111	23		127	0,15	2650	1070	0,793	4243	1,48	1,87	1,8607	1101	0,52
107	22		180	0,15	2650	1070	0,793	4718	1,48	1,87	1,8607	1161	0,52
119	23		127	0,15	2650	1165	0,860	4958	1,27	3,44	3,4229	1017	0,52
123	24		180	0,15	2650	1165	0,860	4958	1,27	3,44	3,4229	1109	0,52
103	20	Hematita	127	0,05	5030	1000	0,233	4471	4,03	0,9934	0,9885	1257	0,52
99	22		127	0,10	5030	1000	0,489	4351	4,03	0,9434	0,9387	1360	0,52
92	22		127	0,15	5030	1000	0,766	4412	4,03	0,9434	0,9387	1508	0,52
83	-		127	0,25	5030	1000	1,333	4144	4,03	-	-	(*)	0,52

Apêndices

Tabela D.7 – Dados de suspensão de sólidos em célula Wemco ($J_G=0,74$ cm/s).

nº do exp	T(°C)	Mineral	d_p , μm	X	ρ_s , kg/m^3	ρ_L , kg/m^3	Massa de solido, kg	Massa de liquido, g	$(\rho_s - \rho_L)/\rho_L$	u (10^{-6}), m^2/s	$\left(\frac{v}{v_w}\right)$	N_{jsg} , rpm	J_G , cm/s
61	21	Apatita	90	0,05	3170	1000	0,233	4485	2,17	0,968	0,9632	944	0,74
45	21		127	0,05	3170	1000	0,233	4485	2,17	0,968	0,9632	988	0,74
19	23		180	0,05	3170	1000	0,233	4485	2,17	0,9196	0,9150	1180	0,74
3	23		254	0,05	3170	1000	0,233	4485	2,17	0,9196	0,9150	1360	0,74
65	22		90	0,10	3170	1000	0,483	4421	2,17	0,9434	0,9387	977	0,74
49	23		127	0,10	3170	1000	0,483	4421	2,17	0,9196	0,9150	1054	0,74
23	20		180	0,10	3170	1000	0,483	4421	2,17	0,9934	0,9885	1315	0,74
7	24		254	0,10	3170	1000	0,483	4421	2,17	0,8966	0,8921	1560	0,74
69	22		90	0,15	3170	1000	0,751	4337	2,17	0,9434	0,9387	1007	0,74
27	24		180	0,15	3170	1000	0,751	4337	2,17	0,8966	0,8921	1339	0,74
11	24		254	0,15	3170	1000	0,751	4337	2,17	0,8966	0,8921	1666	0,74
73	20		90	0,25	3170	1000	1,356	4116	2,17	0,9934	0,9885	1083	0,74
57	20		127	0,25	3170	1000	1,356	4116	2,17	0,9934	0,9885	1242	0,74
31	24		180	0,25	3170	1000	1,356	4116	2,17	0,8966	0,8921	1648	0,74
15	-		254	0,25	3170	1000	1,356	4116	2,17	-	-	(¹)	0,74
77	22	Quartzo	127	0,05	2650	1000	0,233	4412	1,65	0,9434	0,9387	939	0,74
81	23		127	0,10	2650	1000	0,487	4316	1,65	0,9196	0,9150	1023	0,74
116	23		180	0,15	2650	1000	0,751	4243	1,65	0,9196	0,9150	1266	0,74
112	23		127	0,15	2650	1070	0,793	4243	1,48	1,87	1,8607	1141	0,74
108	22		180	0,15	2650	1070	0,793	4718	1,48	1,87	1,8607	1228	0,74
120	24		127	0,15	2650	1165	0,860	4958	1,27	3,44	3,4229	1046	0,74
124	24		180	0,15	2650	1165	0,860	4958	1,27	3,44	3,4229	1144	0,74
104	21	Hematita	127	0,05	5030	1000	0,233	4471	4,03	0,968	0,9632	1322	0,74
100	23		127	0,10	5030	1000	0,489	4351	4,03	0,9196	0,9150	1417	0,74
93	-		127	0,15	5030	1000	0,766	4412	4,03	-	-	(¹)	0,74
83			127	0,25	5030	1000	1,333	4144	4,03	-	-	(¹)	0,74

Apêndices

Tabela D.8 – Dados de suspensão de sólidos em célula Wemco ($J_G=0,95$ cm/s).

nº do exp	T(°C)	Mineral	d_p , μm	X	ρ_s , kg/m^3	ρ_L , kg/m^3	Massa de solido, kg	Massa de liquido, g	$(\rho_s - \rho_L)/\rho_L$	u (10^{-6}), m^2/s	$\left(\frac{v}{v_w}\right)$	N_{jsg} , rpm	J_G , cm/s
62	21	Apatita	90	0,05	3170	1000	0,233	4485	2,17	0,968	0,9632	1136	0,95
46	23		127	0,05	3170	1000	0,233	4485	2,17	0,9196	0,9150	1203	0,95
66	22		90	0,10	3170	1000	0,483	4421	2,17	0,9434	0,9387	1153	0,95
70	23		90	0,15	3170	1000	0,751	4337	2,17	0,9196	0,9150	1201	0,95
28	-		180	0,15	3170	1000	0,751	4337	2,17	-	-	(*)	0,95
12	-		254	0,15	3170	1000	0,751	4337	2,17	-	-	(*)	0,95
74	22		90	0,25	3170	1000	1,356	4116	2,17	0,9434	0,9387	1240	0,95
32	-		180	0,25	3170	1000	1,356	4116	2,17	-	-	(*)	0,95
16	-		254	0,25	3170	1000	1,356	-	2,17	-	-	(*)	0,95
78	22	Quartzo	127	0,05	2650	1000	0,233	4412	1,65	0,9434	0,9387	1118	0,95
117	23		180	0,15	2650	1000	0,751	4243	1,65	0,9196	0,9150	1344	0,95
113	23		127	0,15	2650	1070	0,793	4243	1,48	1,87	1,8607	1269	0,95
109	23		180	0,15	2650	1070	0,793	4718	1,48	1,87	1,8607	1380	0,95
121	24		127	0,15	2650	1165	0,860	4958	1,27	3,44	3,4229	1233	0,95
125	24		180	0,15	2650	1165	0,860	4958	1,27	3,44	3,4229	1312	0,95
105	21	Hematita	127	0,05	5030	1000	0,233	4471	4,03	0,968	0,9632	1446	0,95
101	-		127	0,10	5030	1000	0,489	4351	4,03	-	-	(*)	0,95
94	-		127	0,15	5030	1000	0,766	4412	4,03	-	-	(*)	0,95
86	-		127	0,25	5030	1000	1,333	4144	4,03	-	-	(*)	0,95

Apêndice E - Perfis de concentração de sólidos, células Denver e Metso.

Apêndice E1 – Experimentos em escala de laboratório (célula Denver).

Tabela E1.1 – Apatita (-149 + 105 μm ; N=1033 rpm; $Q_{ar}=0$): N=70%N_{jsu}.

Medida	Altura ,cm	m_{polpa} , g	m_s , g	ρ_p (g/cm ³)	h/Z	X, %
1	17,0	9,67	0,00	1,01	0,96	0,00
2		9,58				
3		9,73				
4	14,6	10,23	0,00	1,01	0,82	0,00
5		9,69				
6		9,68				
7	11,2	9,58	0,00	1,01	0,63	0,03
8		9,63				
9		9,66				
10	7,6	10,17	0,95	1,08	0,43	9,24
11		10,20				
12		10,38				
13	3,9	12,93	4,77	1,35	0,22	37,00
14		12,84				
15		12,88				

Tabela E1.2 – Apatita (-149 + 105 μm ; N=1254 rpm; $Q_{ar}=0$): N= 85%N_{jsu}.

Medida	Altura ,cm	m_{polpa} , g	m_s , g	ρ_p (g/cm ³)	h/Z	X, %
1	17,0	9,68	0,00	1,01	0,96	0,03
2		9,59				
3		9,72				
4	14,6	9,68	0,17	1,02	0,82	1,78
5		9,66				
6		9,95				
7	11,2	11,42	2,21	1,17	0,63	19,67
8		11,14				
9		11,20				
10	7,6	11,51	3,01	1,22	0,43	25,33
11		12,04				
12		12,10				
13	3,9	12,05	3,68	1,27	0,22	30,30
14		11,83				
15		12,56				

Tabela E1.3 – Apatita (-149 + 105 μm ; N=1475 rpm; $Q_{ar}=0$): N=100%Njsu.

Medida	Altura ,cm	m_{polpa} , g	m_s , g	ρ_p (g/cm ³)	h/Z	X,%
1	17,0	9,53	0,02	1,01	0,96	0,21
2		9,47				
3		9,52				
4	14,6	10,10	0,74	1,06	0,82	7,42
5		9,86				
6		9,97				
7	11,2	10,99	2,37	1,18	0,63	21,40
8		11,03				
9		11,15				
10	7,6	11,21	2,63	1,20	0,43	23,29
11		11,31				
12		11,36				
13	3,9	11,20	2,70	1,20	0,22	23,63
14		11,33				
15		11,75				

Tabela E1.4 – Apatita (-149 + 105 μm ; N=1770 rpm; $Q_{ar}=0$): N=120%Njsu.

Medida	Altura ,cm	m_{polpa} , g	m_s , g	ρ_p (g/cm ³)	h/Z	X,%
1	17,0	9,80	0,51	1,05	0,96	5,24
2		9,96				
3		9,65				
4	14,6	10,53	1,49	1,12	0,82	14,27
5		10,38				
6		10,41				
7	11,2	10,54	1,79	1,14	0,63	17,00
8		10,33				
9		10,66				
10	7,6	10,73	1,95	1,15	0,43	18,15
11		10,81				
12		10,74				
13	3,9	10,97	2,02	1,16	0,22	18,79
14		10,62				
15		10,66				

Tabela E1.5 – Apatita (-149 + 105 μm ; N=1400 rpm; $Q_{ar}=3$ L/min): N=70%Njsg.

Medida	Altura ,cm	m_{polpa} , g	m_s , g	ρ_p (g/cm ³)	h/Z	X,%
1	17,0	9,12	0,15	1,02	0,96	1,71
2		9,01				
3		8,73				
4	14,6	9,08	0,31	1,03	0,82	3,37
5		9,09				
6		9,45				
7	11,2	9,30	0,40	1,04	0,63	4,31
8		9,16				
9		9,15				
10	7,6	10,88	2,46	1,19	0,43	22,39
11		10,86				
12		11,22				
13	3,9	11,50	4,13	1,35	0,22	37,02
14		11,07				
15		10,87				

Tabela E1.6 – Apatita (-149 + 105 μm ; N=1700 rpm; $Q_{ar}=3$ L/min): N=85%Njsg.

Medida	Altura ,cm	m_{polpa} , g	m_s , g	ρ_p (g/cm ³)	h/Z	X,%
1	17,0	8,71	0,18	1,02	0,96	2,11
2		8,72				
3		8,62				
4	14,6	9,54	0,74	1,07	0,82	7,71
5		9,69				
6		9,58				
7	11,2	10,48	1,94	1,16	0,63	18,76
8		10,29				
9		10,20				
10	7,6	10,21	2,15	1,18	0,43	20,67
11		10,51				
12		10,53				
13	3,9	10,93	2,40	1,19	0,22	22,65
14		10,52				
15		10,30				

Tabela E1.7 – Apatita (-149 + 105 μm ; N=2000 rpm; $Q_{ar}=3$ L/min): N=100%Njsg.

Medida	Altura ,cm	m_{polpa} , g	m_s , g	ρ_p (g/cm ³)	h/Z	X, %
1	17,0	9,03	0,55	1,05	0,96	6,03
2		9,34				
3		9,14				
4	14,6	9,81	0,99	1,09	0,82	10,25
5		9,44				
6		9,62				
7	11,2	10,02	1,84	1,16	0,63	18,65
8		9,85				
9		9,72				
10	7,6	10,00	2,14	1,18	0,43	21,26
11		9,99				
12		10,26				
13	3,9	9,77	2,20	1,19	0,22	21,71
14		10,30				
15		10,38				

Apêndice E2 – Experimentos em escala piloto (célula Metso).

Tabela E2.1 – Dados de suspensão – Experimento 1.

Ponto de amostragem	Rotação do impelidor (N=377 rpm)			Rotação do impelidor (N=336 rpm)			Rotação do impelidor (N=294 rpm)		
	Massa de polpa, g	Massa de sólidos, g	Concentração de sólidos, %	Massa de polpa, g	Massa de sólidos, g	Concentração de sólidos, %	Massa de polpa, g	Massa de sólidos, g	Concentração de sólidos, %
Altura ^(*) 1	1709,0	485,9	28,4	1724,0	461,2	26,8	1742,0	474,4	27,2
Altura 2	1712,0	465,4	27,2	1700,0	441,4	26,0	1729,0	458,9	26,5
Altura 3	1713,0	447,9	26,1	1651,0	408,2	24,7	1634,0	411,6	25,2
Altura 4	1289,0	286,0	22,2	1344,0	292,3	21,7	1248,0	268,8	21,5
Altura 5	936,0	200,4	21,4	912,0	176,1	19,3	915,0	184,1	20,1
Alimentação	1081,0	265,7	24,6	1124,0	261,1	23,2	868,0	210,4	24,2
Concentrado	770,0	136,3	17,7	1170,0	194,8	16,6	3669,0	648,4	17,7
Rejeito	1650,0	444,6	26,9	1551,0	397,4	25,6	2041,0	528,9	25,9

^(*) Todas as amostras foram coletadas do fundo para o topo da célula.

Tabela E2.2 – Condições operacionais – Experimento 1.

	Rotação do impelidor (N=377 rpm)	Rotação do impelidor (N=336 rpm)	Rotação do impelidor (N=294 rpm)
Vazão de polpa, m ³ /h	80	80	80
Vazão de ar, m ³ /h	74	76	76

Apêndices

Tabela E2.3 –Dados de suspensão – Experimento 2.

Ponto de amostragem	$Q_{ar} = 75 \text{ m}^3/\text{h}$			$Q_{ar} = 85 \text{ m}^3/\text{h}$		
	Massa de polpa, g	Massa de sólidos, g	Concentração de sólidos, %	Massa de polpa, g	Massa de sólidos, g	Concentração de sólidos, %
Altura 1	1750,0	554,8	31,7	1730,0	529,4	30,6
Altura 2	1751,0	533,9	30,5	1712,0	513,1	30,0
Altura 3	1746,0	527,0	30,2	1678,0	497,7	29,7
Altura 4	1757,0	512,6	29,2	1706,0	487,6	28,6
Altura 5	1331,0	303,4	22,8	1380,0	325,0	23,6
Alimentação	1008,0	276,9	27,5	902,0	233,1	25,8
Concentrado	2445,0	493,3	20,2	2294,0	464,2	20,2
Rejeito	1485,0	440,8	29,7	1632,0	472,9	29,0

(cont.)

Apêndices

Tabela E2.3 (cont)–Dados de suspensão – Experimento 2.

Ponto de amostragem	$Q_{ar} = 100 \text{ m}^3/\text{h}$			$Q_{ar} = 130 \text{ m}^3/\text{h}$		
	Massa de polpa, g	Massa de sólidos, g	Concentração de sólidos, %	Massa de polpa, g	Massa de sólidos, g	Concentração de sólidos, %
Altura 1	1718,0	474,4	27,6	1682,0	444,1	26,4
Altura 2	1724,0	461,0	26,7	1651,0	419,0	25,4
Altura 3	1726,0	456,1	26,4	1677,0	419,3	25,0
Altura 4	1558,0	337,7	21,7	1450,0	310,8	21,4
Altura 5	1006,0	184,1	18,3	1037,0	194,0	18,7
Alimentação	865,0	206,7	23,9	1112,0	257,5	23,2
Concentrado	1679,0	280,5	16,7	2079,0	360,0	17,3
Rejeito	1825,0	493,8	27,1	1689,0	429,8	25,4

Tabela E2.4 – Condições operacionais – Experimento 2.

Vazão de ar, m^3/h	$Q_{ar} = 75 \text{ m}^3/\text{h}$	$Q_{ar} = 85 \text{ m}^3/\text{h}$	$Q_{ar} = 100 \text{ m}^3/\text{h}$	$Q_{ar} = 130 \text{ m}^3/\text{h}$
Vazão de alimentação de polpa, m^3/h	80	80	80	80
Rotação do impelidor, rpm	377 rpm	377 rpm	377 rpm	377 rpm

Apêndice F - Distribuição granulométrica das amostras coletadas, célula Metso.

Tabela F.1 – Distribuição granulométrica – Experimento 1.

Abertura da peneira, μm	Rotação do impelidor (N=377 rpm)								Rotação do impelidor (N=336 rpm)							
	Massa de sólidos, g								Massa de sólidos, g							
	H ₁	H ₂	H ₃	H ₄	H ₅	Alim.	Conc.	Rej.	H ₁	H ₂	H ₃	H ₄	H ₅	Alim.	Conc.	Rej.
+600	0,07	0,03	0,00	0,00	0,06	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,02	0,01	0,11	0,02	0,00
+425	0,19	0,13	0,07	0,00	0,10	0,10	0,05	0,18	0,12	0,14	0,07	0,10	0,05	0,14	0,04	0,13
+300	1,54	1,27	0,99	0,13	0,15	0,75	0,05	1,17	1,15	1,00	0,63	0,26	0,07	0,59	0,03	0,75
+212	10,10	8,85	7,78	3,23	2,18	5,90	1,52	8,03	8,52	7,51	5,64	3,49	1,91	5,34	1,10	6,49
+150	19,79	17,91	16,61	11,04	8,57	13,43	7,34	17,19	17,19	16,37	12,87	11,40	8,63	11,98	5,76	13,75
+106	23,97	24,60	23,81	19,80	17,70	18,49	17,73	22,92	24,17	20,77	20,02	19,85	17,22	17,94	14,43	18,27
+75	19,32	18,20	18,03	17,47	17,75	16,61	19,08	19,02	18,71	17,85	16,52	18,07	17,55	16,23	15,94	18,02
+53	17,32	17,19	16,97	15,78	16,36	13,61	19,56	15,73	17,00	15,14	14,89	16,31	17,69	14,12	16,35	14,83
+38	7,25	7,60	6,40	7,94	6,64	6,60	10,55	8,47	7,69	6,74	7,38	7,71	8,20	6,33	9,71	8,24
-38	25,37	26,45	25,52	28,01	30,03	22,97	38,11	25,48	26,39	24,64	24,92	29,92	32,77	23,85	35,54	24,36

(cont.)

Apêndices

Tabela F.1 (Cont.) – Distribuição granulométrica – Experimento 1.

Abertura da peneira, μm	Rotação do impelidor (N=294 rpm)								Alimentação Scavenger (g)
	Massa de sólidos, g								
	H ₁	H ₂	H ₃	H ₄	H ₅	Alim.	Conc.	Rej.	
+600	0,02	0,05	0,00	0,00	0,03	0,05	0,04	0,03	0,09
+425	0,15	0,15	0,11	0,02	0,09	0,18	0,03	0,12	0,15
+300	1,26	1,15	0,74	0,16	0,09	1,03	0,06	0,79	0,83
+212	8,62	8,53	6,16	2,83	1,98	6,54	1,38	6,53	5,72
+150	17,62	17,16	14,19	9,86	8,08	12,21	7,09	14,30	12,72
+106	21,54	22,87	20,33	17,80	15,85	19,02	18,14	20,68	21,05
+75	19,68	19,83	17,84	17,15	17,30	16,10	20,02	16,88	16,90
+53	16,70	16,20	15,76	16,30	15,99	15,49	21,66	13,90	14,87
+38	7,00	6,54	6,72	7,22	7,05	7,39	12,25	7,82	8,58
-38	26,68	27,37	25,23	28,9	28,63	22,09	42,84	16,88	27,06

Apêndices

Tabela F.2 – Distribuição granulométrica – Experimento 2.

Abertura da peneira μm	Vazão de ar ($Q_{\text{ar}} = 75 \text{ m}^3/\text{h}$)								Vazão de ar ($Q_{\text{ar}} = 85 \text{ m}^3/\text{h}$)							
	Massa de sólidos, g								Massa de sólidos, g							
	H ₁	H ₂	H ₃	H ₄	H ₅	Alim.	Conc.	Rej.	H ₁	H ₂	H ₃	H ₄	H ₅	Alim.	Conc.	Rej.
+600	0,05	0,08	0,17	0,40	0,32	0,13	0,67	0,45	0,81	0,13	0,34	0,18	0,01	0,14	0,15	0,11
+425	0,24	0,30	0,30	0,19	0,11	0,16	0,11	0,32	0,27	0,20	0,43	0,21	0,05	0,20	0,60	0,23
+300	3,41	4,29	4,06	3,33	0,96	2,42	0,89	3,75	4,38	3,45	3,54	2,77	0,84	2,19	1,43	3,11
+212	11,85	14,09	14,14	12,29	5,36	9,70	4,10	13,25	14,65	13,02	12,50	11,50	6,06	9,48	4,75	11,69
+150	18,31	23,36	24,47	22,07	14,51	16,87	13,17	21,87	23,95	21,53	20,88	21,28	16,12	17,07	13,00	20,55
+106	19,44	25,10	25,88	24,27	21,80	20,08	23,82	23,78	25,36	23,51	23,32	23,25	23,21	20,20	21,12	22,99
+75	14,62	18,83	19,32	19,58	18,55	15,76	22,45	17,34	21,09	18,90	19,22	18,55	20,43	16,00	19,72	17,91
+53	10,98	14,85	14,91	14,41	16,26	12,55	18,87	13,77	14,38	15,10	14,52	14,36	16,96	13,20	18,45	14,41
+38	6,62	8,65	8,92	8,84	10,16	7,57	12,03	7,94	8,23	8,45	8,69	8,46	9,85	7,77	10,38	7,14
-38	12,17	17,14	18,3	19,23	20,88	15,78	27,34	14,36	17,96	19,07	18,97	19,31	23,23	17,44	20,65	16,52

(cont.)

Apêndices

Tabela F.2 (Cont.) – Distribuição granulométrica – Experimento 2.

Abertura da peneira, μm	Vazão de ar ($Q_{\text{ar}}=100 \text{ m}^3/\text{h}$)								Vazão de ar ($Q_{\text{ar}}=130 \text{ m}^3/\text{h}$)								Alim. Scav. (g)
	Massa de sólidos, g								Massa de sólidos, g								
	H ₁	H ₂	H ₃	H ₄	H ₅	Alim.	Conc.	Rej.	H ₁	H ₂	H ₃	H ₄	H ₅	Alim.	Conc.	Rej.	
+600	0,09	0,15	0,23	0,15	0,34	0,34	0,16	0,18	0,09	0,40	0,35	0,19	0,05	0,10	0,41	0,14	0,67
+425	0,23	0,32	0,43	0,22	0,37	0,42	0,30	0,20	0,17	0,24	0,15	0,02	0,02	0,24	0,14	0,10	0,28
+300	3,10	3,14	3,24	1,07	0,95	1,96	0,29	2,71	2,38	2,01	1,93	0,93	0,52	2,16	0,68	1,85	3,07
+212	12,31	11,31	10,92	6,83	3,44	8,51	2,26	11,75	9,61	8,79	8,00	5,35	3,39	9,15	3,13	8,50	10,94
+150	19,87	20,09	19,23	17,28	11,67	14,90	8,65	20,87	18,26	16,59	16,21	13,80	12,69	18,82	10,11	16,75	18,91
+106	22,61	20,80	22,49	23,92	22,95	17,82	17,58	23,69	21,98	20,24	20,16	20,40	20,78	23,36	18,49	20,52	22,98
+75	18,33	17,44	17,11	21,63	20,60	14,96	17,33	19,08	17,70	17,60	17,48	20,33	20,30	20,03	19,36	17,58	18,19
+53	13,14	14,25	14,10	17,95	18,10	11,64	16,02	15,04	14,20	13,99	13,60	16,07	19,21	17,02	17,81	14,94	15,62
+38	7,86	8,42	8,12	10,44	10,49	6,63	9,20	8,92	8,91	8,38	8,90	10,51	12,08	9,91	11,26	8,05	8,65
-38	18,03	18,56	17,08	23,9	23,36	15,92	24,09	18,96	19,67	19	19,59	23,99	30,33	23,8	27,37	19,27	14,5

Apêndice G – Condições operacionais da célula Metso e massas específicas da polpa e do minério.

Tabela G.1 – Vazões de polpa em todos os fluxos (alim., conc. e rejeito) – Experimento 1.

Rotação do impelidor (rpm)	Vazão de alim. (m ³ /h)	Vazão de concentrado (m ³ /h)	Vazão de rejeito (m ³ /h)	Massa específica do minério (kg/ m ³)	Massa específica da polpa (kg/m ³)		
					Alim.	Conc.	Rej.
377	80	21,13	58,87	2700	1183	1125	1204
336	80	20,52	59,48		1171	1117	1192
294	80	20,92	59,07		1180	1037	1195

Tabela G.2 – Vazões de polpa em todos os fluxos (alim., conc. e rejeito) – Experimento 2.

Vazão de ar (m ³ /h)	Vazão de alim. (m ³ /h)	Vazão de concentrado (m ³ /h)	Vazão de rejeito (m ³ /h)	Massa específica do minério (kg/ m ³)	Massa específica da polpa (kg/m ³)		
					Alim.	Conc.	Rej.
75	80	22,67	57,33	2700	1209	1146	1230
85	80	26,36	53,64		1194	1146	1223
100	80	19,43	60,57		1177	1118	1205
130	80	19,40	60,60		1171	1122	1191