SANTIAGO MARCELO VACCA DILAVARIAN

MODELAGEM MATEMÁTICA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR DURANTE A
FUNDIÇÃO CENTRÍFUGA

SÃO PAULO

2012

SANTIAGO MARCELO VACCA DILAVARIAN

MODELAGEM MATEMÁTICA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR DURANTE A
FUNDIÇÃO CENTRÍFUGA

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do título de
Mestre em Ciências – Programa de
Engenharia Metalúrgica e de Materiais

Orientador: Prof. Dr. Marcelo de Aquino
Martorano

SÃO PAULO

2012

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 6 de setembro de 2012.

Assinatura do autor

Assinatura do orientador

FICHA CATALOGRÁFICA

Vacca Dilavarian, Santiago Marcelo

Modelagem matemática da transferência de calor durante fundição centrífuga / S.M. Vacca Dilavarian. – ed. rev. – São Paulo, 2012.

112 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Metalúrgica e de Materiais.

1.Modelos matemáticos 2.Transferência de calor 3.Fundição centrífuga 4.Interface metal-molde I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Metalúrgica e de Materiais II.t.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Marcelo de Aquino Martorano pela dedicada orientação.

Ao Brasil que, através da Universidade de São Paulo, me deu a oportunidade de fazer este mestrado.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior pela Bolsa concedida.

Ao Instituto de Ensayo de Materiales e à Facultad de Ingeniería da Universidad de la República pelo apoio.

Aos autores de [1] por terem disponibilizado os dados experimentais. Aos autores de [2] por disponibilizarem o código para o cálculo da solução inversa. Ao Mário Boccalini Jr e Fillipy Vinicius Giareta do Instituto de Pesquisas Tecnológicas de São Paulo pelas informações e colaboração. Ao Dr. Silvio Luiz Miranda Brito do Laboratório de Materiais Cerâmicos do Departamento de Engenharia Metalúrgica e de Materiais da Escola Politécnica da USP pelo ensaio de porosimetria.

A minha família e amigos.

RESUMO

A fundição centrífuga é um importante processo de produção de tubos de ligas metálicas e de cilindros de laminação. A transferência de calor no metal durante a fundição centrífuga de tubos foi modelada matematicamente e o coeficiente de transferência de calor na interface metal-molde determinado em função do tempo utilizando a técnica da solução inversa. A solução inversa foi obtida a partir das curvas de resfriamento experimentais disponíveis na literatura para a fundição centrífuga de um tubo de ferro-fundido. O resultado da solução inversa mostrou, pela primeira vez, que o comportamento do coeficiente de transferência de calor na interface metal-molde durante a fundição centrífuga é semelhante ao da fundição estática: tem-se um valor elevado logo após o vazamento, apresentando um decréscimo exponencial com o tempo. Um modelo matemático da transferência de calor na interface metal-molde foi desenvolvido com base nos mecanismos fundamentais de transferência de calor, como a transferência por condução e radiação através do vão formado nesta interface. Para a previsão deste vão, foram considerados os efeitos da contração térmica e da deformação plástica da casca metálica solidificada. A utilização deste modelo matemático para a transferência de calor na interface metal-molde permitiu o cálculo de curvas de resfriamento em excelente aderência às curvas experimentais reportadas na literatura.

Palavras-chave: Modelo matemático, transferência de calor, fundição centrífuga, interface metal-molde.

ABSTRACT

Centrifugal casting is an important process to produce metallic pipes in general and cylinders for steel rolling mills. A mathematical model was proposed for the heat transfer during solidification of centrifugally cast pipes. The heat transfer coefficient at the metal-mold interface was determined as a function of time by the inverse solution technique. The inverse solution was obtained using experimental cooling curves available in the literature for a centrifugally cast-iron pipe. The inverse solution showed, for the first time, that the behavior with time of the heat transfer coefficient at the metal-mold interface is analogous to that observed in traditional static casting processes: an initial relatively large value decreases exponentially with time. A mathematical model for the heat transfer at the metal-mold interface based on fundamental heat transfer principles was proposed. In this model, the heat conduction and radiation in the gap formed at the metal-mold interface, as well as the thermal and plastic deformation of the solid shell, were taken into account. This model, applied to predict the solidification of a cast-iron tube in the centrifugal casting process, enabled the calculation of cooling curves that are in excellent agreement with experimentally measured curves.

Keywords: Mathematical model, heat transfer, centrifugal casting, metal-mold interface.

LISTA DE FIGURAS

Figura 3-1: Um exemplo de (a) produção de tubos por “fundição centrífuga verdadeira” [5] e (b) de fundição “semi-centrífuga” [5].....	5
Figura 3-2: Desenho esquemático típico de uma máquina de (a) fundição centrífuga vertical e (b) de fundição centrífuga horizontal. [4].....	5
Figura 3-3: Nomograma para determinação da velocidade de rotação em função do diâmetro do molde e da força centrífuga desejada (fator G). [5]	7
Figura 3-4 Nomograma para determinação da espessura do molde de aço para fundição centrífuga de tubos [4].	9
Figura 3-5: Condições na interface metal-molde. A condição à esquerda corresponde ao contato conformante, a do centro ao contato não-conformante e a da direita à formação de um vão contínuo na interface. [14].....	16
Figura 3-6: Para uma liga de alumínio: (a) deslocamento do metal e do molde na interface e (b) o coeficiente de transferência de calor na interface metal molde. [34]	16
Figura 3-7: Deslocamento medido e calculado do metal na interface metal-molde para uma liga ferrosa em conjunto com o cálculo do deslocamento térmico e por condensação de lacunas. [37].....	17
Figura 3-8: Subdivisão da cavidade no interior do metal formada durante a fundição centrífuga para o cálculo da transferência de calor por radiação [3].	22
Figura 3-9: Gráfico de h_{ext} (interface metal-molde) em função do tempo segundo a eq. 3-26.	24
Figura 3-10: Curvas de resfriamento medidas durante a fundição centrífuga por Yang et al. [3] a 5, 20, 38 e 50 mm da interface metal-molde.	27
Figura 3-11: Curvas de resfriamento medidas por Heringer et al., sendo T1 e T2 no metal a 35mm e 20mm da interface metal-molde respectivamente, e T3 no molde a 1mm da interface metal-molde.	28

Figura 4-1: Desenho da geometria do metal quando vazado no molde. R_{ext} representa o raio externo do tubo, R_{int} o raio interno e r a coordenada radial de um sistema de referência cilíndrico posicionado no eixo do tubo.....	30
Figura 4-2: Diagrama de fases simplificado assumido no modelo para uma liga binária com reação eutética, onde C_0 é a concentração média de soluto da liga, κ o coeficiente de partição de soluto e C_S a concentração de soluto no sólido, T_f a temperatura de fusão do metal puro e T_L a temperatura <i>liquidus</i> da liga.	32
Figura 4-3. Corte longitudinal do molde da máquina de fundição centrífuga ilustrando o metal e a cavidade formada em seu interior.....	34
Figura 4-4: Arranjo experimental de onde o coeficiente de transferência de calor por convecção adotado no presente trabalho (para o interior da cavidade formada pelo metal) foi obtido. O arranjo consiste em um tubo cilindro (diâmetro interno 393 mm, comprimento 858 mm) em rotação cuja porção central (comprimento 198 mm) foi aquecida externamente com luz infravermelha e foi isolada do resto do tubo através de uma junção isolante térmica. O fluido no interior da cavidade foi ar, a velocidade de rotação variou entre 4 e 800 rpm e a vazão de ar imposta na direção axial foi alterada entre 0 e 530 m ³ /h [55].	36
Figura 4-5: Superfícies nas quais a cavidade interna foi subdividida, formando um recinto fechado.....	37
Figura 4-6: Circuito térmico da: (a) tampa de frente e (b) da tampa de fundo. l_{3M} e l_{4M} indicam a espessura da tampa de frente e de fundo respectivamente, k_{3M} e k_{4M} indicam a condutividade térmica da tampa de frente e de fundo respectivamente, l_{3M} e l_{4M} indicam a espessura do revestimento da tampa de frente e de fundo respectivamente e k_{3M} e k_{4M} indicam a condutividade térmica do revestimento da tampa de frente e de fundo respectivamente. Do lado externo da tampa de frente e da tampa de fundo foram considerados coeficientes globais de transferência (h_{3ca} e h_{4ca} respectivamente) referidos à T_a e à temperatura da água (T_{ag}) de um circuito de refrigeração que a tampa de fundo possui. Do lado interno foram considerados dois coeficientes para cada tampa: um devido à convecção (h_{3c} e h_{4c} para a tampa de frente e fundo respectivamente) e outro devido à radiação, h_{3r} e h_{4r} para a tampa de frente e fundo respectivamente	39

Figura 4-7: Condições na interface metal-molde. A condição à esquerda corresponde ao contato conformante, a do centro ao contato não-conformante e a da direita à formação de um vão contínuo [14].	44
Figura 4-8: Circuito térmico da interface metal molde onde: T_m representa a temperatura do metal na interface, T_r a temperatura da superfície do revestimento na interface metal-revestimento, T_M a temperatura do molde na interface molde-revestimento, R_c é a resistência térmica das regiões de contato entre o metal e o revestimento; e R_{rg} é a resistência térmica por radiação através do gás nas áreas da interface sem contato (ou no caso do vão contínuo na área total da interface); R_{cg} é resistência térmica por condução através do gás nas áreas da interface sem contato (ou no caso do vão contínuo na área total da interface).	44
Figura 4-9: Volume de controle onde foi aplicada a conservação da quantidade de movimento.	47
Figura 4-10: Geometria do molde utilizado por Heringer et al. [1]. Em cinza escuro as superfícies com revestimento de zirconita.	53
Figura 4-11: Curvas de resfriamento medidas por Heringer et al. [1] (T_1 e T_2) no interior do metal a uma distância de 35mm e 20mm da interface metal-molde, respectivamente. Uma curva de resfriamento também foi medida (T_3) no interior do molde a 1 mm da interface metal-molde.	55
Figura 4-12: Ampliação da curva de resfriamento do termopar T_3 no molde a 1mm da interface.	55
Figura 4-13: Desenho esquemático da amostra retirada, indicando com hachuras a superfície que foi caracterizada quanto à sua microestrutura.	56
Figura 4-14: Microestrutura da seção transversal do tubo centrifugado em uma posição: (a) próxima a superfície externa e (b) a 20 mm da superfície externa. A microestrutura apresenta dendritas primárias de austenita que se transformaram em perlita (região mais escura) e uma região interdendrítica (região mais clara) de estrutura eutética conhecida como ledeburita.	57
Figura 4-15: Microestrutura da seção transversal do tubo centrifugado em uma posição: (a) a 40 mm da superfície externa e (b) a 60 mm da superfície externa	5

mm da superfície interna). A microestrutura é análoga à da figura anterior, porém a estrutura colunar não é tão evidente.	57
Figura 4-16: Microestrutura da seção transversal do tubo centrifugado em uma posição: (a) próxima a superfície externa e (b) a 20 mm da superfície externa. Observa-se em detalhe a morfologia lamelar da perlita (região mais escura) e globular da ledeburita (região mais clara).	58
Figura 4-17: Microestrutura da seção transversal do tubo centrifugado em uma posição: (a) a 40 mm da superfície externa e (b) a 60 mm da superfície externa (5 mm da superfície interna). A microestrutura é análoga à da figura anterior.	58
Figura 4-18: Medida do espaçamento secundário utilizando o software Image J.	59
Figura 4-19: Superfície do revestimento aplicado sobre a superfície interna do molde (antes da fundição). Na superfície é visível a presença de poros e trincas (estas trincas subdividem o revestimento e partes de aproximadamente 1 cm ²).	60
Figura 4-20: Amostras de revestimento observadas por lupa estereoscópica: (a) superfície do revestimento (que irá entrar em contato com o metal fundido) e (b) superfície do revestimento na interface molde-revestimento.	61
Figura 4-21: Superfície transversal das amostras de revestimento observadas por lupa estereoscópica. Observam-se os poros em forma de canais.	62
Figura 4-22: Resultado da porosimetria indicando o volume de intrusão de mercúrio na amostra em função do diâmetro de poro.	63
Figura 5-1: Gráfico da posição da interface solido-liquido (R^*) em função do tempo (t^*) calculado por Tao [60] e pelo modelo de transferência de calor no metal proposto neste trabalho.	67
Figura 5-2. Coeficiente h_{int} local e componentes convectiva ($h_{int,c}$) e radiante ($h_{int,r}$) para $z=0,15$ (posição dos termopares no experimento de Heringer et al. [1]) em função da temperatura da superfície interna na cavidade do metal (T_{mi}).	71
Figura 5-3: Coeficiente h_{int} médio e componentes convectiva ($h_{int,c}$) e radiante ($h_{int,r}$) em função da temperatura interna na cavidade do metal (T_{mi}).	72
Figura 5-4: Comportamento de h_{int} local calculado para $T_c = T_{mi}$, $T_c = T_a$ e T_c igual à média entre T_{mi} e T_a	73

Figura 5-5: Comportamento de h_{int} calculado para ω igual 600, 900 e 1200 rpm, os valores entre parêntesis correspondem à força centrífuga na metade de espessura do metal.....	74
Figura 5-6: Valor de $h_{int,r}$ médio calculado para $L = 2D_{int}$, $L = 5D_{int}$ e $L = 10D_{int}$	75
Figura 5-7: $h_{int,r}$ em função de z/L para $T_{mi} = TE$ (1148 °C) e para $L = 2D_{int}$, $L = 5D_{int}$ e $L = 10D_{int}$	76
Figura 5-8: A componente radiante do h_{int} em função da temperatura da superfície interna do metal calculada pelo modelo matemático proposto e pela expressão utilizada por Kang et al. e Kang e Rohatgi [20,51].	77
Figura 5-9: Resultado da solução inversa para h_{ext} como função constante. Erro médio 87,24 °C.....	81
Figura 5-10: Resultado da solução inversa para h_{ext} da eq. 5-10 com $i=2$. . Erro médio 45,50 °C.....	82
Figura 5-11: Resultado da solução inversa para h_{ext} da eq. 5-10 com $i=3$. Erro médio 18,13 °C.	82
Figura 5-12: Resultado da solução inversa para h_{ext} da eq. 5-10 com $i=4$. Erro médio 17,95 °C.	83
Figura 5-13: Gráfico limite de ruptura em função da temperatura para os ferros-fundidos nodulares de composição 4%Si e 4%Si-2%Mo e para o ferro-fundido branco com 34%Cr [72,73]. Em linha preta está a interpolação linear e em linha tracejada, a extrapolação da Tabela 5-7.	85
Figura 5-14: Curvas tensão deformação a varias temperaturas a velocidades de deformação para o aço inoxidável AISI 304. Nota-se que para para baixas taxas de deformação o encruamento é desprezível a partir dos 900 °C.....	86
Figura 5-15: Coeficiente de expansão térmica linear do ferro-fundido nodular perlítico [74]. Em linha tracejada, a extrapolação linear dos dados para temperaturas acima dos valores experimentais.....	87

Figura 5-16: Apresentam-se as curvas de resfriamento medidas e calculadas pelo modelo, o h_{ext} calculado pelo modelo e pela solução inversa. O σ_e utilizado foi o do ferro nodular 4%Si. Erro médio 93 °C	88
Figura 5-17: Apresentam-se as curvas de resfriamento medidas e calculadas pelo modelo, o h_{ext} calculado pelo modelo e pela solução inversa. O σ_e utilizado foi o do ferro nodular com 4%Si-2%Mo, que resultou na melhor aderência ao h_{ext} calculado pela solução inversa. Erro médio 26 °C	88
Figura 5-18: Apresentam-se as curvas de resfriamento medidas e calculadas pelo modelo, o h_{ext} calculado pelo modelo e pela solução inversa. O σ_e utilizado foi o do ferro nodular 34% Cr. Erro médio 55 °C.....	89
Figura 5-19: Apresentam-se as curvas de resfriamento medidas e calculadas pelo modelo, o h_{ext} calculado pelo modelo e pela solução inversa. Modelo simplificado ($\sigma_e = \infty$). 94 °C.	89
Figura 5-20: Espessura do vão calculada pelo modelo matemático da transferência de calor na interface utilizando limite de escoamento correspondente ao do ferro-fundido nodular com 4%Si-2%Mo.	90
Figura 5-21: (a) Fluxo de calor na interface metal-molde calculado pela solução inversa e pelo modelo matemático da transferência de calor na interface (com σ_e correspondente ao da liga 4%Si-2%Mo) e (b) detalhe das curvas para os primeiros 100 s, onde existe a maior discrepância.	91
Figura 5-22: Posição da frente de solidificação para as isothermas em TL e TE. Indica-se a frente interna e externa de solidificação. Indicam-se na figura a posição dos termopares T1 e T2 durante o experimento de Heringer et al. [1].	92
Figura 5-23: Velocidade das isothermas em T_L e T_E para a frente externa de solidificação.....	93
Figura 8-1: Desenho esquemático da geometria do metal no interior do molde sob rotação. R_{ext} representa o raio externo do tubo (igual ao raio interno do molde), R_{int} o raio interior do tubo, e r a coordenada radial em relação ao eixo do molde. O sistema de coordenadas foi desenhado separadamente para uma melhor visualização.....	102

Figura 8-2: À esquerda o domínio do problema. À direita indica-se a notação adotada, onde o nodo vizinho à direita “E” e o vizinho à esquerda “W”. A fronteira do volume à direita “e” e a esquerda “w”. 105

Figura 8-3: Superfícies da cavidade consideradas para o calculo do componente de radiação ($h_{int,r}$) do coeficiente de transferência de calor na superfície interna do tubo. 109

LISTA DE TABELAS

Tabela 3-1: Aplicação e materiais de tubos bimetalicos fabricados por fundição centrífuga [4].	10
Tabela 4-1. Revestimentos das diversas partes internas do molde.	53
Tabela 4-2: Parâmetros de processo utilizados na fundição centrífuga do tubo [1]. .	54
Tabela 4-3: Medida de espaçamento entre braços secundários das dendritas presentes na parede do tubo.....	59
Tabela 4-4: Medição do diâmetro de poros e espessura das amostras de revestimento cerâmico.	62
Tabela 5-1: Parâmetros utilizados para a validação do modelo matemático da transferência de calor no metal.	66
Tabela 5-2: Parâmetros determinados durante o calculo do numero de Fourier de difusão na posição do termopar T2 do experimento de Heringer et al. [1].	69
Tabela 5-3. Propriedades físicas dos materiais considerados no modelo de transferência de calor na cavidade.....	69
Tabela 5-4: Parâmetros de entrada do modelo de transferência de calor na cavidade interna.	70
Tabela 5-5. Parâmetros do modelo de transferência de calor no metal.	78
Tabela 5-6: Parâmetros utilizados na eq. 5-10 para o calculo da solução inversa do modelo.....	80
Tabela 5-7: Funções de extrapolação para temperaturas elevadas do limite de ruptura para as ligas indicadas.....	85
Tabela 8-1: Fórmulas utilizadas para o cálculo de alguns fatores de vista [65].....	111

LISTA DE SIMBOLOS

Simbolo	Descrição
$\vec{F}_V$	força (centrípeta) atuando em todo volume do metal sob rotação (N)
$\vec{F}_p$	força que o metal líquido exerce sobre o sólido (N)
$\vec{F}_\sigma$	força resultante das tensões circunferenciais no sólido (N)
$\vec{g}$	aceleração gravitacional (m/s ²)
$\hat{n}$	versor normal ao contorno do volume de controle (-)
$\vec{v}$	vetor velocidade (m)
ν_{ag}	viscosidade cinemática da água (m ² /s)
$\tilde{\sigma}$	tensor de tensões (Pa)
∂V	fronteira do volume de controle (m ²)
A_{ext}	superfície externa do tubo (m ²)
A_{int}	superfície interna do tubo (m ²)
A_{liq}	superfície correspondente ao líquido na seção de corte (m ²)
A_{sol}	superfície correspondente ao sólido na seção de corte (m ²)
b	Comprimento do tubo (m)

Simbolo	Descrição
Bi	numero de Biot (-)
c	calor específico (J/Kg.K)
C ₀	concentração média de soluto da liga (%massa)
C _L	concentração de soluto no liquido (%massa)
C _S	concentração de soluto no sólido (%massa)
D	diâmetro do bocal de refrigeração da tampa de fundo da centrífuga (m)
d	diâmetro do poro (m)
F _{ij}	fator de vista da superfície i para a superfície j (-)
H	distância de separação entre bocal de refrigeração e a tampa de fundo da centrífuga (m)
h _{3c}	coeficiente de transferência de calor por convecção na superfície interna da tampa de frente da centrífuga (W/m²K)
h _{3ca}	coeficiente de transferência de calor por convecção na superfície externa da tampa de frente da centrífuga (W/m²K)
h _{3r}	coeficiente de transferência de calor por radiação na superfície interna da tampa de frente da centrífuga (W/m²K)
h _{4c}	coeficiente de transferência de calor por convecção na superfície interna da tampa de fundo da centrífuga (W/m²K)
h _{4ca}	coeficiente de transferência de calor por convecção na superfície

Simbolo	Descrição
	externa da tampa de fundo da centrífuga (W/m ² K)
h_{4r}	coeficiente de transferência de calor por radiação na superfície interna da tampa de fundo da centrífuga (W/m ² K)
h_{ext}	coeficiente de transferência de calor na interface metal-molde (W/m ² K)
h_{int}	coeficiente de transferência de calor entre a superfície interna do metal e o ar ambiente (W/m ² K)
$h_{int,c}$	componente convectiva do h_{int} (W/m ² K)
$h_{int,r}$	componente radiante do h_{int} (W/m ² K)
J_i	radiância da superfície i (W/m ²)
k	condutividade térmica (W/m.K)
k_{3M}	condutividade térmica da tampa de frente da centrífuga (W/m.K)
k_{3r}	condutividade térmica do revestimento da tampa de frente da centrífuga (W/m.K)
k_{4M}	condutividade térmica da tampa de fundo da centrífuga (W/m.K)
k_{4r}	condutividade térmica do revestimento da tampa de fundo da centrífuga (W/m.K)
k_{ag}	condutividade térmica da água (W/m.K)
k_{ar}	condutividade térmica do ar (W/m.K)

Simbolo	Descrição
k_g	condutividade térmica do gás presente no vão da interface metal-molde (W/m.K)
k_r	condutividade térmica efetiva do revestimento da superfície interna do molde (W/m.K)
l_{3M}	espessura da tampa de frente da centrífuga (m)
l_{3r}	espessura do revestimento da tampa de frente da centrífuga (m)
l_{4M}	espessura da tampa de fundo da centrífuga (m)
l_{4r}	espessura do revestimento da tampa de fundo da centrífuga (m)
Nu	numero de Nusselt (-)
p	pressão (Pa)
p_{atm}	pressão atmosférica. (Pa)
Pr_{ag}	número de Prandtl da água (-)
q_{ri}	fluxo de calor líquido por radiação deixando a superfície i (W/m ²)
r	coordenada radial (m)
R_c	resistência térmica das regiões de contato entre o metal e o revestimento (m ² K/W)
R_{cg}	resistência térmica por condução através do gás presente no vão da interface metal-molde (m ² K/W)

Simbolo	Descrição
Re	numero de Reynolds (-)
R_{ext}	raio externo do tubo (m)
R_{int}	raio interno do tubo (m)
R_r	resistência térmica do revestimento (m^2K/W)
R_{rg}	resistência térmica por radiação através do vão da interface metal-molde (m^2K/W)
R_{TE}	posição da isoterma da temperatura eutética (m)
Ste	numero de Stefan (-)
T	Temperatura (K)
t	Tempo (s)
T_1	temperatura medida pelo termopar a 35 mm da interface (no metal) ou temperatura do elemento diferencial de superfície interna do metal (K)
T_2	temperatura medida pelo termopar a 20 mm da interface (no metal) ou temperatura da superfície interna do metal (K)
T_3	temperatura medida pelo termopar a 1 mm da interface (no molde) ou temperatura na superfície interna da tampa de frente (K)
T_4	temperatura na superfície interna da tampa de fundo (K)
T_5	temperatura da superfície (5) da cavidade interna (K)

Simbolo	Descrição
T_a	temperatura ambiente (K)
T_{ag}	temperatura da água do circuito de refrigeração da tampa de fundo (K)
T_c	temperatura do ar na cavidade interior formada durante a fundição centrífuga (K)
T_E	temperatura eutética (K)
T_f	temperatura de fusão do metal puro (K)
T_i	temperatura de vazamento (K)
T_L	temperatura <i>liquidus</i> da liga (K)
T_m	temperatura do metal na interface metal-molde (K)
T_M	temperatura do molde na interface metal-molde (K)
T_{mi}	temperatura do metal na superfície interna da cavidade do tubo (K)
T_r	temperatura da superfície do revestimento na interface metal-revestimento (K)
V	volume de controle (m ³)
v_{ag}	velocidade da água na saída do bocal de refrigeração da tampa de fundo (m/s)
γ	tensão superficial (N/m)
δ	espessura do vão na interface entre o metal e o molde (m)

Simbolo	Descrição
ΔH_f	calor latente de fusão (J/Kg)
δ_r	espessura do revestimento da superfície interna do molde (m)
ε_i	emissividade da superfície i (-)
ε_m	emissividade do metal (-)
ε_r	emissividade do revestimento da superfície interna do molde (-)
ε_s	fração local de sólido (-)
θ	ângulo de contato ente a parede do poro e o mercúrio (ou metal líquido) (-)
κ	coeficiente de partição de soluto (%massa/%massa)
ν_{ar}	viscosidade cinemática do ar (m ² /s)
ρ	Densidade (Kg/m ³)
σ	constante de Stefan-Boltzmann (W.m ⁻² K ⁻⁴)
σ_e	limite de escoamento (Pa)
$\sigma_{\theta\theta}$	tensão tangencial (Pa)
σ_{rr}	tensão radial (Pa)
$\sigma_{r\theta}$	tensão cisalhante (Pa)
ω	velocidade de rotação (rad/s)

SUMARIO

1.	INTRODUÇÃO	1
2.	OBJETIVO.....	3
3.	REVISÃO DE LITERATURA	4
3.1.	Introdução	4
3.1.1.	Força centrífuga	6
3.1.2.	Molde e Revestimento.....	8
3.1.3.	Vazamento	9
3.1.4.	Aplicações.....	10
3.2.	Transferência de Calor na Fundição	11
3.2.1.	Interface Metal-Molde.....	13
3.3.	Modelos matemáticos da Transferência de Calor na Fundição Centrífuga	18
3.3.1.	Condições de Contorno na Transferência de Calor da Fundição Centrífuga.....	20
3.4.	Técnica de Solução inversa	25
3.5.	Medida de Curvas de Resfriamento na Fundição Centrífuga.....	27
4.	METODOLOGIA.....	29
4.1.	Modelo Matemático da Transferência de Calor no Metal	29
4.2.	Modelo Matemático da Transferência de Calor na Cavidade Interna do Metal.....	34
4.2.1.	Superfície interna do tubo - Transferência de calor por convecção	35
4.2.2.	Superfície interna do tubo - Transferência de calor por radiação.....	36
4.3.	Transferência de Calor na Interface Metal-Molde – Solução Inversa.....	42
4.4.	Transferência de Calor na Interface Metal-Molde - Modelo Matemático	43

4.4.1.	Cálculo do Início da Formação do Vão Contínuo na Interface Metal-Molde.....	46
4.5.	Dados Experimentais para Fundição Centrífuga	52
4.5.1.	Experimento de Fundição de um Tubo em Centrífuga Horizontal	52
4.5.2.	Análise Microestrutural do Tubo Centrifugado	56
4.5.3.	Caracterização do Revestimento Cerâmico da Superfície Interna do Molde.....	60
5.	RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	65
5.1.	Validação do Modelo Matemático de Transferência de Calor no Metal .	65
5.2.	Validação da hipótese da regra das alavancas	68
5.3.	Análise do Modelo de Transferência de Calor na Cavidade Interior	69
5.4.	Solução Inversa do Modelo matemático.....	78
5.5.	Análise do Modelo Matemático de Transferência de Calor na Interface Metal-Molde.....	83
6.	CONCLUSÕES	94
7.	REFERENCIAS.....	95
8.	APÊNDICES.....	102
8.1.	Escoamento Estacionário do Metal Líquido na Fundição Centrífuga ...	102
8.2.	Discretização da Equação Diferencial da Condução de Calor no Metal	105
8.3.	Cálculo dos Fatores de Vista.....	109
8.4.	Calculo das Forças atuantes na Casca Sólida	112

1. INTRODUÇÃO

A fundição centrífuga é um importante processo de fabricação de peças metálicas com geometria de revolução, particularmente tubos. Na fundição centrífuga, o metal líquido é vazado dentro de um molde em movimento de rotação, usualmente a alta velocidade. Nestas condições o metal líquido adquire o movimento de rotação e a forma da cavidade do molde. No entanto, devido a este movimento, forma-se uma cavidade cilíndrica interna na peça metálica, muitas vezes formando um tubo. Quando se deseja obter internamente uma cavidade com geometria diferente, machos são utilizados.

Usualmente os moldes utilizados na fundição centrífuga são metálicos, o que resulta em taxas de extração de calor, gradientes de temperatura e velocidades de solidificação relativamente elevados, produzindo geralmente uma estrutura colunar que cresce a partir da parede do molde em direção à cavidade interna no metal. A aceleração centrípeta resultante do movimento de rotação aumenta o gradiente de pressão no metal líquido na direção perpendicular ao eixo de rotação, auxiliando na alimentação da contração de solidificação no interior da zona pastosa. Logo, a porosidade de contração (microrrechupe) nas peças produzidas por fundição centrífuga é geralmente menor do que nas peças obtidas por fundição estática, resultando em propriedades mecânicas superiores.

Devido às dificuldades práticas em se monitorar os fenômenos de solidificação sob o movimento de rotação, a modelagem matemática da fundição centrífuga surge como uma importante ferramenta de pesquisa fundamental e tecnológica. O entendimento da transferência de calor durante qualquer processo de solidificação, incluindo a fundição centrífuga, é um dos primeiros passos na sua modelagem matemática. Praticamente todos os fenômenos físicos que ocorrem durante a fundição são influenciados pela transferência de calor. Um modelo matemático para a transferência de calor, principalmente em moldes metálicos, requer o entendimento da transferência de calor na interface metal-molde, geralmente modelada utilizando-se um coeficiente global de transferência de calor.

Vários trabalhos publicados na literatura trataram da transferência de calor na interface metal-molde durante a fundição estática, concluindo que esta transferência depende de vários fatores, como por exemplo da contração térmica que o metal sofre após a solidificação (contração no estado sólido). Nestes trabalhos, foram identificados os mecanismos fundamentais de transferência de calor que ocorrem na interface metal-molde. No caso da fundição centrífuga, o efeito de rotação pode afetar a transferência de calor nesta interface, mas devido à dificuldade em se realizar medidas de temperatura no metal e no molde sob rotação, praticamente não há dados experimentais sobre este efeito. Em 1994 Yang et al. [3] mediram curvas de resfriamento durante a fundição centrífuga em um molde de areia horizontal de uma camisa de cilindro de motor. Em 2009 Heringer et al. [1] mediram curvas de resfriamento durante a fundição centrífuga horizontal de um tubo de liga ferrosa. Apesar de obterem dados importantes, estes autores não fizeram uma análise mais profunda da transferência de calor na fundição centrífuga, particularmente da transferência de calor na interface metal-molde.

2. OBJETIVO

Os objetivos do presente trabalho são: (1) modelar matematicamente a transferência de calor durante a fundição centrífuga de tubos, (2) determinar o coeficiente de transferência de calor na interface metal-molde utilizando dados experimentais disponíveis na literatura para a fundição centrífuga de um tubo de ferro-fundido e (3) propor um modelo matemático baseado em princípios fundamentais para descrever a transferência de calor na interface metal-molde durante a fundição centrífuga de tubos.

3. REVISÃO DE LITERATURA

3.1. Introdução

A fundição centrífuga é um processo onde o metal líquido é vazado no interior de um molde mantido em rotação. O processo foi patenteado por A. G. Eckhardt em 1809 na Inglaterra e utilizado inicialmente em 1848 nos Estados Unidos da América [4]. A partir de 1920 começou a ser utilizada em grande escala para a fabricação de tubos de ferro fundido e desde então tem sido aplicado a uma gama muito maior de formas e ligas [5].

A fundição centrífuga é realizada utilizando-se diferentes métodos. Chama-se “fundição centrífuga verdadeira” o método onde o metal é vazado num molde cilíndrico sob rotação, resultando em uma peça tubular com cavidade interna. Para se obter uma superfície interna diferente da cilíndrica, são utilizados machos dentro do molde. Quando a geometria da peça é diferente de um tubo, o processo chama-se de “semi-centrífugo”. Na fabricação de várias peças irregulares dentro de um mesmo molde sob rotação, o método é chamado de “centrifugado” ou “fundição sob pressão” [6]. Na Figura 3-1 indica-se (a) a fundição centrífuga de tubos (fundição verdadeira) e (b) a fundição de uma peça de geometria irregular (fundição semi-centrífuga).

A fundição centrífuga classifica-se também segundo a orientação do eixo de rotação do molde. A fundição vertical é utilizada no método “semi-centrífugo” e “centrifugado”, enquanto a fundição centrífuga verdadeira é realizada de forma vertical, horizontal ou inclinada. A fundição horizontal (ou com baixa inclinação) é preferida para produtos mais compridos. Na Figura 3-2 apresenta-se um desenho de uma máquina de fundição vertical e de uma centrífuga horizontal.

Figura 3-1: Um exemplo de (a) produção de tubos por “fundição centrífuga verdadeira” [5] e (b) de fundição “semi-centrífuga” [5].

Figura 3-2: Desenho esquemático típico de uma máquina de (a) fundição centrífuga vertical e (b) de fundição centrífuga horizontal. [4]

3.1.1. Força centrífuga

Quando o metal líquido é vazado no interior de um molde cilíndrico em rotação, também adquire movimento de rotação. Nestas condições, o metal líquido adere à superfície interna do molde, formando um tubo e a sua superfície interior forma uma cavidade cilíndrica. A aceleração de uma partícula do metal líquido é dada pela expressão clássica da aceleração centrípeta ($\vec{a}_c$) no movimento circular uniforme

$$\vec{a}_c = -\omega^2 \vec{r} \quad 3-1$$

onde ω representa a velocidade angular e $\vec{r}$ o raio em relação ao eixo de rotação. Quando se define um referencial com movimento de rotação, aparece a força centrífuga ($\vec{f}_c$) que é uma força não-inercial de ação a distância. A força centrífuga pode ser calculada, por unidade de volume, como

$$\vec{f}_c = \rho \omega^2 \vec{r} \quad 3-2$$

onde ρ é a densidade. No caso da fundição estática existe apenas a força gravitacional ($\rho \vec{g}$). Na fundição centrífuga, a força centrífuga pode ser controlada mediante a velocidade de rotação do molde, o que permite controlar o campo de pressão no líquido e a força de empuxo que causa a flutuação de impurezas neste líquido. Uma maior velocidade de rotação causa uma flotação mais rápida destas impurezas em direção à superfície interna do metal, aumenta a pressão e o gradiente de pressão no líquido reduzindo a formação de bolhas de gás e porosidade de contração. Assim, o metal produzido por fundição centrífuga possui uma menor quantidade de impurezas e defeitos de fundição quando comparado com a fundição estática tradicional [5].

A razão da força centrífuga pela força gravitacional é denominada de fator G, como descrito abaixo

$$G = \frac{\vec{f}_c}{\rho \vec{g}} = \frac{\omega^2 r}{g}$$

3-3

Este fator é usualmente utilizado para quantificar a magnitude da força centrífuga atuando no metal. A relação entre o fator G, o diâmetro interno do molde e a velocidade de rotação esta dada no nomograma da Figura 3-3.

Figura 3-3: Nomograma para determinação da velocidade de rotação em função do diâmetro do molde e da força centrífuga desejada (fator G). [5]

A velocidade de rotação influencia a magnitude da força centrífuga e determina a forma do metal. Durante o vazamento também controla a transferência de quantidade de movimento do molde para o metal. Quando a velocidade que o

metal adquire não é suficiente o fenômeno chamado de chuva (“raining”) acontece, no qual gotas de metal se desprendem da parte superior do metal (na fundição horizontal). Para evitar este fenômeno, a velocidade de rotação deve resultar em uma força centrífuga (no diâmetro interior do molde) entre 3 a 4,5 vezes a força gravitacional [5]. Porém para obter os benefícios da fundição centrífuga acima descritos, as velocidades de rotação devem ser ainda mais elevadas. Usualmente utilizam-se velocidades de rotação que resultam em uma força centrífuga entre 10 a 150 vezes a força gravitacional ($10 < G < 150$) [5].

3.1.2. Molde e Revestimento

Os moldes utilizados para fundição centrífuga podem ser descartáveis ou permanentes. Estes últimos são utilizados na maioria dos casos. Os moldes descartáveis são feitos em areia, cerâmica ou gesso e utilizados para peças únicas ou lotes de pouca quantidade, de grandes dimensões ou com uma geometria impossível de ser retirada a peça de um molde permanente. Os moldes permanentes podem ser de grafita, ou metálicos. Os moldes metálicos são preferidos devido à maior vida útil. Em moldes de grafita, o desgaste é o mecanismo de falha que determina a sua vida útil, que usualmente é inferior a 100 corridas. No caso de moldes metálicos, a fadiga térmica é o mecanismo de falha que determina a sua vida útil. Para aumentar esta vida útil, o aço ligado AISI 4340 é preferido como material de fabricação, seguido do aço carbono (AISI 1020) e finalmente o ferro-fundido cinzento. Quando o critério de seleção do material é baseado no custo, a sequência de materiais preferidos é invertida. O ferro-fundido tem a dificuldade adicional de ser susceptível à fratura por choque térmico quando refrigerado a água [6].

A espessura do molde é determinada em função do material do molde e do diâmetro interno a partir de nomogramas [4,6]. Na Figura 3-4 apresenta-se um nomograma típico para moldes de aço refrigerados a água [4]. O molde, quando o metal é vazado, absorve calor aumentando a sua temperatura e liberando calor pela superfície externa, que troca calor com o ar ambiente ou com algum sistema de refrigeração à água. Uma menor temperatura inicial do molde produzirá uma maior

taxa de resfriamento no metal [5]. A temperatura inicial do molde não afeta significativamente a estrutura do fundido em comparação a outros parâmetros de processo [4,5]. Janco [6] recomenda manter a temperatura do molde abaixo dos 427°C. O pré-aquecimento do molde também influi na sua expansão térmica durante a fundição, afetando na formação de trincas a quente. Para reduzir este problema, o molde é preaquecido a 300 °C ou mais [5].

Nos moldes metálicos, utiliza-se um revestimento de material refratário na superfície interna por dois motivos fundamentais. O revestimento atua como uma resistência térmica na interface metal-molde, limitando a temperatura do molde e aumentando a sua vida útil. Este revestimento também diminui a taxa de extração de calor do metal e facilita a extração da peça após a solidificação. Os revestimentos são geralmente fabricados à base de bentonita, sílica, alumina ou zirconita [4,6]. Usualmente são aplicados por aspersão de uma suspensão aquosa ou a seco.

Figura 3-4 Nomograma para determinação da espessura do molde de aço para fundição centrífuga de tubos [4].

3.1.3. Vazamento

Durante o vazamento do metal líquido, procura-se que o metal adquira de forma rápida o movimento de rotação imposto pelo molde. Para isso, é desejado vazar o metal tangencialmente à parede do molde. Um vazamento lento promove maior gradiente térmico no metal e portanto favorece a estrutura colunar sobre a equiaxial. Uma temperatura de vazamento relativamente elevada promove a formação de estruturas colunares e aumenta o risco do trincamento a quente,

enquanto uma baixa temperatura de vazamento produz grãos mais finos e aumenta o risco de dobras (uma porção de metal solidificado sobre outra já em estado sólido) [5].

3.1.4. Aplicações

A fundição centrífuga é aplicável praticamente a qualquer liga metálica (com exceção aos aços de alto-carbono, devido à segregação elevada [4]), e também a materiais não metálicos como vidro ou cimento. Algumas aplicações específicas da fundição centrífuga são os tubos fabricados de: aços de alta resistência e baixa liga, aços inoxidáveis dúplex, aços Cromo Molibdênio e tubos bimetálicos nas combinações dadas na Tabela 3-1. [4]

Tabela 3-1: Aplicação e materiais de tubos bimetálicos fabricados por fundição centrífuga [4].

Material externo	Material interno	Aplicação
Ferro fundido branco	Ferro fundido cinzento	Rolamentos
Ferro fundido com 27% Cr	Ferro fundido ao níquel	Cilindros de moenda
Aço baixa liga	Aço ao manganês e molibdênio	Cilindros de laminação
Aço baixa liga	Ferro fundido martensítico ao níquel ou ferro fundido branco com 27%Cr	Resistência ao desgaste
Ferro fundido branco ao cromo e níquel	Ferro fundido nodular	Cilindros de moenda
Ferro fundido branco ao cromo	Ferro fundido cinzento	Cilindros de moenda
Aço inoxidável	Ferro fundido cinzento	Cilindros para indústria de papel
Aço baixa liga	Ferro cinzento perlítico ou aço inoxidável ou superliga	Tubulações para ambientes corrosivos

3.2. Transferência de Calor na Fundição

A transferência de calor na fundição é essencialmente um problema de transferência de calor com mudança de fase, ou seja, solidificação. Durante a solidificação ocorre a liberação de calor latente, que deve ser considerado no equacionamento. A equação da conservação da energia na sua forma geral sem incluir o efeito de transformação de fase é

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T = \vec{\nabla} \cdot (k \vec{\nabla} T) \quad 3-4$$

onde ρ representa a densidade, c o calor específicos, T a temperatura, t o tempo, k a condutividade térmica, e $\vec{v}$ a velocidade. Devido ao número de Prandtl relativamente baixo para os metais líquidos, o termo convectivo ($\rho c \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T$) é desprezado frente ao termo condutivo ($\vec{\nabla} \cdot (k \vec{\nabla} T)$) obtendo a eq. de conservação de calor a qual pode ser aplicada ao sólido e ao líquido obtendo

$$\rho_s c_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot (k_s \vec{\nabla} T_s) \quad 3-5$$

$$\rho_L c_L \frac{\partial T_L}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot (k_L \vec{\nabla} T_L) \quad 3-6$$

onde ρ_s representa a densidade do metal sólido, T_s e T_L o campo de temperaturas no sólido e líquido respectivamente, k_s e k_L a condutividade térmica no sólido e líquido respectivamente e c_s e c_L o calor específico no sólido e no líquido respectivamente. Quando se aplica a conservação da energia na interface sólido-líquido, obtém-se uma equação conhecida como a condição de Stefan

$$k_s \frac{\partial T_s}{\partial n} - k_L \frac{\partial T_L}{\partial n} = \rho_s \Delta H_f \frac{dS_n}{dt} \quad 3-7$$

onde n é uma coordenada na direção normal à interface sólido-líquido e S_n é a posição da interface. O sistema de eq. acima (eq. 3-5 a 3-7) é conhecido como o

“método de dois domínios”. A equação acima requer uma descrição da geometria da interface sólido-líquido, a qual pode ser complexa, como no caso dendrítico, e a princípio é desconhecida. Contudo, utilizando o método chamado de "método de domínio único", não é necessário conhecer os detalhes geométricos da interface sólido-líquido e a equação de conservação da energia, uma vez desprezado o termo convectivo, fica

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \vec{v} \cdot (k \vec{\nabla} T) + \rho \Delta H_f \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} \quad 3-8$$

onde ΔH_f o calor latente de fusão e ε_s a fração local de sólido. Esta equação possui duas incógnitas: T e ε_s . Para completar este modelo deve ser assumido um comportamento da fração local de sólido em função da temperatura. Este comportamento pode ser obtido a partir do diagrama de fases da liga e requer o conhecimento da composição local do líquido, criando um acoplamento entre a equação da conservação da energia e a equação da conservação de espécies químicas. Quando se considera que a difusão de soluto no líquido e no sólido é completa, a fração de sólido pode ser determinada a partir da regra das alavancas de equilíbrio. Se a difusão é considerada nula no sólido e existe mistura completa no líquido, a equação de Scheil pode ser utilizada. Se outros comportamentos intermediários são assumidos podem ser aplicados modelos mais complexos [7].

O método do calor específico equivalente é uma variante da equação 3-8, onde o calor latente de fusão é incluído em um termo definido como

$$c_e = \left(c - \Delta H_f \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial T} \right) \quad 3-9$$

onde c_e é o calor específico equivalente, logo a eq. 3-8 fica

$$\rho c_e \frac{\partial T}{\partial t} = \vec{v} \cdot (k \vec{\nabla} T) \quad 3-10$$

A interface metal-molde é a principal superfície onde ocorre a extração de calor do metal. Portanto os fenômenos de transferência de calor que ocorrem na

interface metal-molde durante a fundição têm sido objeto de abundante pesquisa teórica e experimental. O balanço de energia na interface metal-molde pode ser escrito como

$$h_{ext}(T_M - T_m) = k \frac{\partial T}{\partial n} \quad 3-11$$

onde h_{ext} representa o coeficiente global de transferência na interface metal-molde, T_M e T_m a temperatura do metal e do molde na interface, respectivamente.

A transferência de calor na interface metal-molde tem sido estudada há muitas décadas. Matuschka em 1929 reconheceu que na interface metal-molde ocorre a separação entre o metal e o molde formando-se um vão, devido à contração térmica do metal e à expansão térmica do molde. Desde então o problema tem sido tratado teórica e experimentalmente e é, ainda hoje, um tema em estudo [7]. O simples fato de se calcular a transferência de calor na interface metal-molde com um coeficiente global de transferência implica assumir que a interface comporta-se de forma quase-estacionária. Esta condição é verdadeira no limite de um volume de espessura nula. Como a espessura da interface metal-molde é pequena em comparação a sua área, esta hipótese tem sido utilizada sempre nos estudos da transferência de calor na interface metal molde. No próximo item, será detalhado o comportamento da interface metal-molde durante a fundição.

3.2.1. Interface Metal-Molde

As investigações sobre transferência de calor na interface metal-molde durante a solidificação podem ser divididas em três grupos. No primeiro grupo [2,8-30], as investigações concentram-se em medir curvas de resfriamento no metal e no molde, utilizando termopares. Logo, o campo de temperaturas é determinado utilizando algum tipo de interpolação e extrapolação. Conhecido o campo de temperaturas, são determinadas T_M , T_m e $\partial T/\partial n$ na interface, permitindo a determinação do h_{ext} utilizando a eq. 3-11, para cada instante de medição. Uma alternativa que supõe um melhor tratamento dos dados experimentais é calcular o

coeficiente de transferência de calor na interface metal-molde através da solução inversa de um modelo de transferência de calor e das curvas de resfriamento medidas. Esta técnica foi descrita em detalhe no item 3.4. O resultado destas investigações é o h_{ext} em função do tempo. Sabau [31] obteve o h_{ext} experimental em função do tempo utilizando uma outra metodologia: foi empregado um sensor de fluxo de calor do tipo termo-pilha e termopares no metal e no molde para medir T_M e T_m . A termo-pilha é um dispositivo construído por vários termopares em série, entre duas posições próximas gerando assim uma resposta elétrica proporcional à diferença de temperatura entre as posições, o que permite calcular o gradiente de temperatura (proporcional à taxa de fluxo de calor) na posição de medição.

Estas investigações experimentais tem evidenciado o comportamento do h_{ext} em função do tempo, que inicialmente possui altos valores que decrescem conforme avança o tempo, mas também tem auxiliado no entendimento do que acontece na interface metal-molde durante o processo de fundição. A teoria com maior aceitação [14] estabelece que, durante o vazamento, o metal em estado líquido entra em contato com o molde e, como o molde possui uma determinada rugosidade, o líquido penetra nas depressões do perfil de rugosidade dependendo da pressão e tensão superficial [32]. Assim uma porção da interface encontra-se em contato íntimo enquanto na outra existe uma separação preenchida por algum gás.

A transferência de calor logicamente será maior na porção da interface em contato íntimo onde provavelmente ocorrerá a nucleação de sólido. O sólido irá crescer até formar uma casca, que, ao continuar resfriando, produzirá tensões térmicas. Quando a resistência mecânica da casca é suficiente para superar as forças nela aplicadas, a mesma começa a se deformar, sofrendo contração térmica. Alguns autores reconhecem que a casca encontra-se em estado plástico devido às elevadas tensões térmicas que resultam do rápido resfriamento do metal na interface [33-37]. Quando ocorre a contração térmica da casca, a porção da interface em contato íntimo pode-se reduzir drasticamente. Nas paredes laterais e no topo do molde ocorre um afastamento entre o metal e o molde e forma-se um vão contínuo na interface. Alguns autores reconhecem a possibilidade de que um aquecimento da casca pelo metal pode estabelecer novamente o contato entre o metal e o molde ou até fundir a casca solidificada.

Ho e Pehlke [14] estabeleceram os mecanismos de transferência de calor na interface metal-molde. Eles chamaram a condição inicial de contato entre o metal e o molde de contato conformante ("conforming contact"). A condição de contato após a deformação da casca foi chamada de contato não-conformante ("non-conforming contact") e a condição sem contato de vão contínuo ("clearance gap"), como mostra a Figura 3-5. Eles assumiram estado quase-estacionário e fluxo de calor unidimensional na interface para calcular o h_{ext} como uma soma da componente de contato (h_s), a componente de condução através do gás (h_c) e a componente radiante (h_r). A convecção foi desprezada devido às forças viscosas elevadas causadas pela espessura reduzida do vão. Logo o cálculo realizado foi

$$h_{ext} = h_s + h_c + h_r \quad 3-12$$

onde h_s pode ser estimada como

$$h_s \propto \frac{k_{mM}}{c_1} \sqrt{\frac{p}{H}} \quad 3-13$$

onde k_{mM} é a média harmônica da condutividade do metal e do molde, c_1 a maior rugosidade entre a superfície do metal e do molde, p a pressão na interface e H a dureza do metal. O fator de proporcionalidade depende da geometria.

Os coeficientes h_c e h_r podem ser estimados calculando-os na situação idealizada do metal e o molde como duas superfícies planas separadas por uma distância δ (vão)

$$h_c = \frac{k_g}{\delta} \quad 3-14$$

$$h_r = \frac{\sigma(T_m^2 + T_M^2)(T_m + T_M)}{\varepsilon_m^{-1} + \varepsilon_M^{-1} - 1}$$

onde termo σ é a constante de Stefan-Boltzmann, ε_m a emissividade do metal, ε_M a emissividade do molde e k_g a condutividade do gás presente no vão. Para a eq. 3-14 no limite de $\delta \rightarrow 0$ h_r é desprezível frente a h_c .

Figura 3-5: Condições na interface metal-molde. A condição à esquerda corresponde ao contato conformante, a do centro ao contato não-conformante e a da direita à formação de um vão contínuo na interface. [14]

Em um segundo grupo de investigações [16,17,21,27-29,33-39], foram medidas tanto as curvas de resfriamento como o deslocamento do metal e do molde na interface, geralmente utilizando sensores de deslocamento do tipo LVDT (transformador diferencial de variação linear). O valor do h_{ext} (calculado a partir das curvas de resfriamento medidas) e da espessura do vão (calculada a partir das medidas de deslocamento do metal e do molde) são obtidos simultaneamente. Na Figura 3-6 apresenta-se (a) o deslocamento do metal, e (b) o h_{ext} medido para uma liga de alumínio [34]. Observa-se que o metal deforma-se junto com o molde até o início do vão.

Figura 3-6: Para uma liga de alumínio: (a) deslocamento do metal e do molde na interface e (b) o coeficiente de transferência de calor na interface metal molde. [34]

Em um terceiro grupo de investigações [15,24,28,33-37,40-49], desenvolveu-se um modelo matemático para o h_{ext} . Para isso as eqs. 3-12 e 3-13 ou similares foram utilizadas em conjunto com um modelo matemático para determinar a espessura do vão contínuo. Estes modelos baseiam-se na deformação térmica, elástica e plástica do metal e na deformação térmica do molde. Kron et al. [33-37] incorporaram o efeito da condensação de lacunas no metal sólido na deformação do metal. Para a geometria por eles utilizada, o efeito aparentemente é notável tanto para ligas de alumínio, como para as de cobre e ferro. Na Figura 3-7 apresenta-se o deslocamento medido e calculado do metal na interface para uma liga ferrosa, separando-se as parcelas de deslocamento térmico e por condensação de lacunas. [37]

Figura 3-7: Deslocamento medido e calculado do metal na interface metal-molde para uma liga ferrosa em conjunto com o cálculo do deslocamento térmico e por condensação de lacunas. [37]

Como indicado anteriormente o problema da transferência de calor na interface metal-molde é ainda objeto de pesquisa. A natureza física do problema, requer o tratamento acoplado da transferência de calor e das deformações na casca sólida. O comportamento complexo do metal sólido a temperaturas próximas à de

fusão e da mistura sólido-líquido no interior da zona pastosa dificultam ainda mais a modelagem matemática e a aplicação a processos reais.

As investigações acima indicadas foram realizadas na fundição estática. Não há literatura relativa ao comportamento da interface metal-molde durante a fundição centrífuga. No item 3.3 serão apresentados os modelos matemáticos da transferência de calor durante a fundição centrífuga existentes na literatura.

3.3. Modelos matemáticos da Transferência de Calor na Fundição Centrífuga

A transferência de calor na fundição centrífuga foi modelada em diversos trabalhos publicados na literatura [3,20,50-53]. A seguir serão detalhados os modelos matemáticos utilizados para descrever a transferência de calor no interior do metal e nos contornos, especificamente na superfície interna da cavidade formada com o metal em rotação e na interface metal-molde.

A modelagem matemática da transferência de calor no metal foi realizada através da equação da condução de calor assumindo a simetria do campo de temperaturas em relação ao eixo de rotação. Ebisu [50] modelou a transferência de calor no metal durante a fundição centrífuga de um tubo considerando apenas a condução radial utilizando a equação abaixo

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{k}{c_e} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) \quad 3-15$$

onde ϕ foi definida como $\int_{T_d}^T \frac{k}{k_d} dT$, onde k_d é a condutividade térmica em uma temperatura de referencia, r representa a coordenada radial e c_e ao calor específico equivalente (método do calor específico equivalente).

Kang et al. e Kang e Rohatgi [20,51] também modelaram a transferência de calor no metal durante a fundição centrífuga de um tubo utilizando a simetria do campo de temperatura, mas aplicaram o chamado método de dois domínios

assumindo uma interface sólido-líquido plana. As equações utilizadas para modelar a transferência de calor no sólido e no líquido foram, respectivamente,

$$\begin{aligned}\frac{\partial T_s}{\partial t} &= \alpha_s \left(\frac{\partial^2 T_s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) \\ \frac{\partial T_l}{\partial t} &= \alpha_l \left(\frac{\partial^2 T_l}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_l}{\partial r} \right)\end{aligned}\tag{3-16}$$

onde α representa a difusividade térmica, e os subíndices s e l indicam o sólido e o líquido respectivamente. Na interface sólido-líquido foi aplicada a condição de Stefan mostrada abaixo

$$k_s \frac{\partial T_s}{\partial n} - k_l \frac{\partial T_l}{\partial n} = \rho_s \Delta H_f \frac{dS_n}{dt}\tag{3-17}$$

Nastac et al. [52] modelaram matematicamente a fundição centrífuga de tubos. Aplicaram o método do calor específico equivalente e consideraram a simetria do campo de temperatura. A equação por eles utilizada foi

$$\rho c_e \frac{\partial T}{\partial t} = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right)\tag{3-18}$$

Chang et al. [53] modelaram a fundição centrífuga de cilindros maciços. Após considerarem a simetria do campo de temperatura e adotarem a abordagem de domínio único, a equação por eles utilizada foi

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r k \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \rho \Delta H_f \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t}\tag{3-19}$$

Yang et al. [3] modelaram a fundição centrífuga de cilindros de motores de combustão interna. Como nestes cilindros a superfície externa possui diâmetro variável, estes autores consideraram um modelo bidimensional de condução de calor em conjunto com a liberação de calor latente. O equacionamento do modelo, chamado de diferenças finitas "direta", foi construído realizando-se um balanço em

cada subdivisão de uma malha numérica sobreposta ao domínio de cálculo. A equação de balanço de energia foi

$$\int_V \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dV = \oint_S k \frac{\partial T}{\partial n} ds + \int_V q'' dV \quad 3-20$$

onde q'' é o calor liberado por unidade de volume devido à solidificação.

Em resumo, os modelos acima descritos utilizaram: (a) a equação de condução de calor obtida no método de um domínio considerando ou termo fonte para liberação de calor latente [53], ou um calor específico equivalente [3,50,52]; (b) a equação de condução aplicada no líquido e sólido, adotando a abordagem de dois domínios, considerando a aplicação da condição de Stefan na interface sólido-líquido assumida plana [20,51]. Foi modelada a geometria de tubo [20,50-52], de cilindro maciço [53] e de tubo com diâmetro externo variável (camisa de cilindro de motor) [3]. A equação de condução de calor foi geralmente escrita assumindo-se simetria de rotação do campo de temperaturas e considerando apenas fluxo de calor radial [20,50-53]. Em um dos trabalhos considerou-se uma equação de condução bidimensional, levando em consideração o fluxo de calor na coordenada radial e axial [3]. A seguir, será apresentado o equacionamento utilizado para modelar as condições de contorno.

3.3.1. Condições de Contorno na Transferência de Calor da Fundição Centrífuga

Ebisu em 1977 [50] considerou como adiabática a superfície livre formada na região interna do metal, que aparece devido ao movimento de rotação (cavidade interna). A hipótese pode ser justificada quando a relação entre o comprimento e o diâmetro interno do tubo é suficientemente grande. Por outro lado, na interface metal-molde o fluxo de calor foi calculado a partir da equação 3-11, repetida abaixo

$$h_{ext}(T_M - T_m) = -k \frac{\partial T}{\partial r} \quad 3-11$$

onde para o cálculo de h_{ext} foi utilizada a seguinte expressão empírica:

$$h_{ext} = \frac{k_r}{\delta_r} \exp(-\alpha \cdot D) \quad 3-21$$

onde k_r é condutividade térmica do revestimento aplicado na superfície interior do molde, δ_r é a espessura do revestimento, D a espessura da casca de metal solidificado e α um coeficiente de ajuste assumido como 0,803.

Yang et al. em 1994 [3] calcularam a transferência de calor na superfície da cavidade interna do metal como a transferência de calor por radiação dentro de um recinto fechado de superfície opaca, difusa e cinza. A superfície da cavidade foi subdividida em n pedaços isotérmicos ($n-3$ anéis cobrindo a superfície cilíndrica da cavidade, as duas tampas e as aberturas nas tampas), como mostra a Figura 3-8. O sistema de equações que resulta destas hipóteses é

$$q_{ri} = \sum_{j=1}^n (J_i - J_j) F_{ij} \quad 3-22$$

$$q_{ri} = \frac{\varepsilon_i (\sigma T_i^4 - J_i)}{1 - \varepsilon_i}, \quad \text{para superfície cinza, ou} \quad 3-23$$

$$J_i = \sigma T_i^4, \quad \text{para corpo negro}$$

onde i e j variam de 1 até n , q_{ri} é o fluxo de calor por radiação que sai de cada superfície, T_i é a temperatura da superfície i , J_i representa a radiância da superfície i , F_{ij} o fator de vista da superfície i para a j , ε_i a emissividade da superfície i e σ a constante de Stefan-Boltzmann.

Figura 3-8: Subdivisão da cavidade no interior do metal formada durante a fundição centrífuga para o cálculo da transferência de calor por radiação [3].

O fluxo de calor na interface metal-molde foi calculado através da expressão abaixo, de caráter similar à da eq. 3-21

$$q = q^* \cdot \exp(-\alpha \cdot D) \quad 3-24$$

onde q é o fluxo de calor, q^* não foi definido no artigo e α foi considerado igual a 0,02.

Kang et al. em 1994 [20] consideraram a troca de calor por convecção e radiação a partir da superfície interna da cavidade do metal, definido um coeficiente de transferência de calor h_{int} como

$$h_{int} = h_{int,c} + \frac{\sigma \varepsilon_m (T_{mi}^4 - T_c^4)}{(T_{mi} - T_c)} \quad 3-25$$

onde $h_{int,c}$ é a componente convectiva do coeficiente; T_{mi} é a temperatura da superfície interna do metal; ε_m a emissividade do metal e T_c a temperatura do ar na cavidade. O $h_{int,c}$ foi considerado igual a 8,4 W/m² com base no valor utilizado por Ebisu [50] para a troca de calor na superfície externa do molde, considerado como um cilindro em rotação. O segundo termo ao lado direito da Eq. 3-25 representa a componente radiante do coeficiente. Esta expressão é utilizada para representar o fluxo entre uma superfície plana a temperatura T_{mi} que troca calor por radiação apenas com superfícies de temperatura T_c ao seu redor, formando uma cavidade cuja superfície se comporta como um corpo negro. Esta condição é diferente daquela existente na cavidade interna do metal durante a fundição centrífuga. Na

interface metal-molde foi assumido, sem justificativa, $h_{ext} = 2000 \text{ W/m}^2\text{K}$, para simular a fundição de Al em um molde de grafita.

Para simular a fundição de uma liga de Fe em um molde de grafita, Kang e Rohatgi em 1996 [51] utilizaram $h_{ext} = 40.000 \text{ W/m}^2\text{K}$, valor também escolhido sem apresentar justificativas, e $h_{int} = 8,4 \text{ W/m}^2\text{K}$, como assumido por Ebisu [50].

Nastac et al. em 2000 [52] utilizaram a eq. 3-25 para calcular o h_{int} , desprezando a troca por convecção ($h_{int,c} = 0$), para simular a fundição de ligas de Al. Porém, para simular a fundição de ligas do sistema Cu-Sn foi considerado o efeito de convecção adotando $h_{int,c} = 10$ ou $30 \text{ W/m}^2\text{K}$. Para calcular o h_{ext} (interface metal-molde), utilizaram a seguinte equação

$$h_{ext} = \frac{h \cdot k_r}{k_r + \delta \cdot h}, \quad \text{onde } h = h_0 + (h_f - h_0) \left\{ 1 - \left[\min \left(1, \frac{t_0}{t} \right) \right]^\alpha \right\} \quad 3-26$$

onde h_0 , h_f e α são parâmetros que definem o comportamento h_{ext} no tempo; h_0 é o valor inicial de h_{ext} , o qual permanece constante até o início da solidificação, t_0 . Segundo esta expressão h_{ext} decresce continuamente tendendo a h_f . Na Figura 3-9 está apresentado um gráfico de h_{ext} em função do tempo para $h_0 = 20.000 \text{ W/m}^2\text{K}$, $h_f = 300 \text{ KW/m}^2\text{K}$, $\alpha = 0,55$ e $t_0 = 50 \text{ s}$. Estes foram os valores utilizados no trabalho a exceção do t_0 que foi calculado pelo modelo de transferência de calor no metal. $\alpha = 0,55$ foi estimado em função de dados experimentais de lingotamento direto (direct strip casting), os restantes valores foram escolhidos arbitrariamente.

Finalmente, Chang et al. [53] simularam a fundição centrífuga de cilindros maciços, e utilizaram diversos valores de h_{ext} , a saber, 1000, 1200, 1400, 1800 e 2600 $\text{W/m}^2\text{K}$, para velocidades de rotação variando entre 0, 50, 100, 200 e 400 rpm, respectivamente. Não foi apresentada qualquer justificativa para os valores adotados.

Figura 3-9: Gráfico de h_{ext} (interface metal-molde) em função do tempo segundo a eq. 3-26.

3.4. Técnica de Solução inversa

No item 3.2.1 foram indicados os estudos sobre a transferência de calor na interface metal-molde. Vários destes estudos utilizaram a técnica da solução inversa para determinar o coeficiente de transferência de calor na interface metal-molde (h_{ext}). De forma geral, esta técnica permite determinar parâmetros que são geralmente utilizados como condição de contorno e propriedades dos materiais utilizando dados experimentais. No caso da transferência de calor durante a solidificação, o coeficiente de transferência de calor é um parâmetro que é geralmente fornecido ao modelo, pois é utilizado na condição de contorno. Entretanto, como este parâmetro é muitas vezes desconhecido, pode ser obtido a partir da solução inversa utilizando-se dados experimentais de curvas de resfriamento. O método que tem sido utilizado para obter o h_{ext} nas investigações descritas no item 3.2.1 é o método do domínio completo. Neste método o h_{ext} é assumido ser função de parâmetros desconhecidos, mas são calculados de modo a minimizar o erro quadrático definido abaixo entre as curvas de resfriamento medidas e calculadas

$$Eq = \sum_k \sum_j [TC(r_j, t_k, \vec{h}) - TM(r_j, t_k)]^2 \quad 3-27$$

onde TM são as temperaturas medidas experimentalmente na posição r_j e tempo t_k , TC é a temperatura calculada e $\vec{h}$, um vetor definido como $(h_1, \dots, h_i, \dots, h_n)$, onde os valores de h_i são parâmetros internos de alguma função utilizada para definir o comportamento de h_{ext} em função do tempo ou temperatura. O valor mínimo do erro quadrático acontece quando o gradiente de Eq em relação aos h_i é nulo. Esta condição pode ser escrita como

$$\frac{\partial Eq}{\partial h_i} = 0, \quad \text{para } i = 1, \dots, n \quad 3-28$$

Substituindo a eq. 3-27 em 3-28 e aplicando a regra da cadeia resulta em

$$\sum_k \sum_j [TC(r_j, t_k, \vec{h}) - TM(r, t)] \cdot \frac{\partial (TC(r_j, t_k, \vec{h}))}{\partial h_i} = 0, \quad 3-29$$

para $i = 1, \dots, n$

A eq. acima é solucionada de forma iterativa. O valor das temperaturas calculadas (TC) na próxima iteração pode ser aproximado por uma serie de Taylor de primeira ordem como

$$TC(r_j, t_k, \vec{h} + \Delta \vec{h}) = TC(r_j, t_k, \vec{h}) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial (TC(r_j, t_k, \vec{h}))}{\partial h_i} \Delta h_i \quad 3-30$$

Reescrevendo a eq. 3-29 para $(\vec{h} + \Delta \vec{h})$, substituindo o $TC(r, t, \vec{h} + \Delta \vec{h})$ da eq. 3-30 e reordenando tem-se

$$\begin{aligned} & \sum_k \sum_j \frac{\partial TC(r_j, t_k, \vec{h})}{\partial h_1} \frac{\partial TC(r_j, t_k, \vec{h})}{\partial h_i} \Delta h_1 + \dots \\ & + \sum_k \sum_j \frac{\partial TC(r_j, t_k, \vec{h})}{\partial h_n} \frac{\partial TC(r_j, t_k, \vec{h})}{\partial h_i} \Delta h_n \\ & = \sum_k \sum_j [TC(r_j, t_k, \vec{h}) - TM(r_j, t_k)] \frac{\partial TC(r_j, t_k, \vec{h})}{\partial h_i} \quad i \\ & = 1, \dots, n \end{aligned} \quad 3-31$$

onde Δh_i é o valor que deve ser incrementado no coeficiente h_i , após uma estimativa inicial. Desta forma, cada resolução do sistema fornece um conjunto de valores que deve ser adicionado a cada termo h_i que define o h_{ext} . O processo sequencial de resolução do sistema é interrompido quando se atinge o valor mínimo do erro quadrático [2].

3.5. Medida de Curvas de Resfriamento na Fundição Centrífuga

A medida de curvas de resfriamento durante a fundição centrífuga apresenta grandes dificuldades devido ao movimento de rotação do molde e à transmissão das medidas para o sistema de aquisição de dados. Na literatura foram encontrados apenas dois trabalhos onde estas medidas foram conduzidas. Em 1994 Yang et al. [3] mediram curvas de resfriamento durante a fundição centrífuga em um molde de areia horizontal de uma camisa de cilindro de motor. A velocidade de rotação foi de 550 rpm e a liga utilizada apresentava composição química nas faixas (%massa): 3,0-3,5% C, 1,7-2,2% Si, 0,6-1,0% Mn, <0,06% S, 0,3-0,6 P, 0,2-0,5% Cr e Fe (balanço). A temperatura de vazamento foi de 1300 °C e o tempo de vazamento entre 35 e 50 s. Termopares de NiSi-NiAl foram posicionados no metal através de tubos de silício inseridos no molde de areia em quatro posições axiais e a 5, 20, 38 e 50 mm da interface metal-molde, resultando em um total 16 pontos de medição. As medidas foram transmitidas utilizando um sistema de anéis e escovas de cobre e registradas por um sistema de aquisição de dados de temperatura. Na Figura 3-10 estão apresentadas as curvas de resfriamento experimentais, juntamente com curvas calculadas por um modelo matemático por eles proposto.

Figura 3-10: Curvas de resfriamento medidas durante a fundição centrífuga por Yang et al. [3] a 5, 20, 38 e 50 mm da interface metal-molde.

Em 2009 Heringer et al. [1] mediram curvas de resfriamento durante a fundição centrífuga horizontal de um tubo de liga ferrosa (2,88% C, 0,19% Si, 0,4% Mn e Fe em balanço). As curvas de resfriamento foram medidas a 20 e 35 mm da interface metal-molde (posições T2 e T1, respectivamente, na Figura 3-11) e no molde a 1mm da interface metal-molde, posição T3). Todos estes termopares foram posicionados no meio do comprimento do tubo. As medidas dos termopares foram transmitidas para um sistema de aquisição de dados, obtendo-se as curvas de resfriamento indicadas na Figura 3-11. Uma descrição detalhada desta investigação será apresentada no item 4.5.

Figura 3-11: Curvas de resfriamento medidas por Heringer et al., sendo T1 e T2 no metal a 35mm e 20mm da interface metal-molde respectivamente, e T3 no molde a 1mm da interface metal-molde.

4. METODOLOGIA

Neste item apresenta-se a metodologia utilizada para a modelagem matemática da transferência de calor durante a fundição centrífuga de tubos. No item 4.1 a transferência de calor no metal durante a solidificação foi modelada matematicamente. No item 4.2 foi desenvolvido um modelo matemático para calcular o coeficiente de transferência de calor entre a superfície interna do metal e o ambiente. No item 4.3, foram utilizados os modelos dos itens anteriores em conjunto com as curvas de resfriamento medidas por Heringer et al. [1] para calcular o coeficiente de transferência de calor na interface metal-molde utilizando a técnica da solução inversa, através do método do domínio completo. No item 4.4 foi desenvolvido um modelo matemático para calcular o coeficiente de transferência de calor na interface metal-molde. No item 4.5 foram apresentadas as condições do experimento realizado por Heringer et al. [1], as curvas de resfriamento obtidas, a caracterização microestrutural do tubo fundido e a do revestimento utilizado na superfície interna do molde durante a fundição.

4.1. Modelo Matemático da Transferência de Calor no Metal

O metal líquido, quando vazado em um molde cilíndrico em rotação adquire a forma de um tubo como indicado na Figura 4-1, onde R_{ext} representa o raio externo do tubo, R_{int} o raio interno e r a coordenada radial de um sistema de referência cilíndrico posicionado no eixo do tubo. Para modelar a transferência de calor no metal, algumas hipóteses simplificadoras descritas abaixo foram consideradas:

- a) O metal líquido, quando vazado, preenche o interior do molde, adquirindo o formato de um tubo instantaneamente, ou seja, está-se desprezando a etapa de preenchimento na transferência de calor. Esta hipótese é aceitável quando o tempo de solidificação for muito maior do que o tempo de preenchimento.

- b) O campo de velocidades no metal líquido ou sólido em um referencial solidário ao molde é nulo, ou seja, está-se assumindo que o escoamento do metal no interior do molde atinge estado-estacionário instantaneamente (apêndice 8.1).
- c) A transferência de calor por condução no interior do metal líquido ou sólido ocorre unicamente na direção radial. Esta hipótese é aceitável quando as condições de contorno de transferência de calor forem uniformes nas superfícies interna e externa e quando o comprimento do tubo for muito maior que a sua espessura ou quando as tampas do molde apresentarem uma isolamento térmica suficientemente elevada.
- d) A liga metálica é binária de um sistema eutético e a redistribuição de soluto no interior da zona pastosa durante a solidificação ocorre segundo a regra das alavancas, considerando que as linhas *liquidus* e *solidus* do diagrama de fases possam ser aproximadas por retas.
- e) A macrossegregação de composição é considerada desprezível.

Figura 4-1: Desenho da geometria do metal quando vazado no molde. R_{ext} representa o raio externo do tubo, R_{int} o raio interno e r a coordenada radial de um sistema de referência cilíndrico posicionado no eixo do tubo.

Com base nas hipóteses acima, a equação de conservação da energia foi definida e solucionada no metal (Figura 4-1). O termo convectivo da eq. será nulo pois o gradiente de temperatura é radial e a velocidade radial é nula. Como mostrado abaixo, a equação de conservação da energia reduz-se à equação de condução de calor unidirecional em coordenadas cilíndricas com termo fonte para considerar o calor latente liberado durante a solidificação

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r k \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \rho \Delta H_f \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} \quad 4-1$$

onde ρ representa a densidade do metal, c o calor específico do metal, T a temperatura, t o tempo, k a condutividade térmica, ΔH_f o calor latente de fusão e ε_s a fração local de sólido.

A solidificação de uma liga com reação eutética ocorre em duas etapas: inicialmente a solidificação primária e depois a solidificação eutética. Na solidificação primária, a concentração de soluto no líquido (C_L) é calculada durante a solidificação pela regra das alavancas, apresentada abaixo [7]

$$C_L = \frac{C_0}{1 - \varepsilon_s(1 - \kappa)}, \quad \kappa = \frac{C_s}{C_L} \quad 4-2$$

onde C_0 corresponde à concentração média de soluto da liga, κ ao coeficiente de partição de soluto e C_s à concentração de soluto no sólido. Na Figura 4-2 apresenta-se o diagrama de fases assumido no modelo, considerando uma liga binária com reação eutética e coeficiente de partição constante. Neste caso, através da semelhança de triângulos, pode-se escrever

$$\frac{T_L - T}{C_L - C_0} = \frac{T_f - T}{C_L} \quad 4-3$$

onde T_f corresponde à temperatura de fusão do metal puro e T_L à temperatura *liquidus* da liga. Rearranjando esta equação obtém-se

$$\frac{T_L - T}{T_f - T} = 1 - \frac{C_0}{C_L} \quad 4-4$$

Substituindo C_L da eq. 4-2 na eq. 4-4, obtém-se a equação final para o cálculo da fração de sólido como

$$\varepsilon_s = \frac{T_L - T}{T_f - T} \left(\frac{1}{1 - \kappa} \right) \quad 4-5$$

A equação acima relaciona a fração local de sólido com a temperatura e é válida durante a solidificação primária ($T_E < T < T_L$, onde T_E representa a temperatura eutética). Para temperaturas superiores à temperatura *liquidus* ou inferiores à temperatura eutética, a fração local de sólido é nula ou um, respetivamente, e o termo fonte desaparece da equação de conservação da energia (eq. 4-1). Durante a solidificação eutética a temperatura é conhecida e igual a T_E , resultando no desaparecimento do primeiro termo à esquerda na eq. 4-1.

Figura 4-2: Diagrama de fases simplificado assumido no modelo para uma liga binária com reação eutética, onde C_0 é a concentração média de soluto da liga, κ o coeficiente de partição de soluto e C_S a concentração de soluto no sólido, T_f a temperatura de fusão do metal puro e T_L a temperatura *liquidus* da liga.

Nas extremidades do domínio da Figura 4-1 foram definidas as condições de contorno onde o fluxo de calor é escrito em função de um coeficiente de transferência de calor específico para estas superfícies, como indicado abaixo

$$h_{int}(T_a - T) = -k \frac{\partial T}{\partial r} \quad \text{para } r = R_{int} \quad 4-6$$

$$h_{ext}(T_M - T) = k \frac{\partial T}{\partial r} \quad \text{para } r = R_{ext} \quad 4-7$$

onde h_{int} é o coeficiente de transferência de calor na superfície interna (cavidade no interior do metal) e h_{ext} o da externa; T_c é a temperatura do ar na cavidade interior e T_M a temperatura do molde na interface com o tubo metálico. A condição inicial foi a de temperatura uniforme igual à de vazamento, ou seja,

$$T = T_i, \quad \text{para } t = 0 \quad 4-8$$

onde T_i é a temperatura de vazamento.

As eqs. 4-1 e 4-5, e as condições de contorno (eqs. 4-6 e 4-7) foram discretizadas utilizando o método dos volumes finitos na formulação implícita [54]. Esta discretização está apresentada no apêndice 8.1. A solução do sistema de equações algébricas obtido a partir da discretização foi implementada em um código computacional na linguagem ANSI C e como um "script" no software Matlab[®].

O computador utilizado possuía um processador Intel Core Quad CPU Q9300 @ 2,50 GHz, 4,00 GB de memória RAM e sistema operacional Windows 7 Enterprise 64-bit, disponível no Laboratório de Simulação em Engenharia de Materiais do Departamento de Engenharia Metalúrgica e de Materiais da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

4.2. Modelo Matemático da Transferência de Calor na Cavidade Interna do Metal

Para determinar o coeficiente h_{int} definido na eq. 4-6 é preciso resolver a transferência de calor que ocorre dentro da cavidade. A cavidade formada no interior do metal durante a fundição centrífuga está apresentada na Figura 4-3. Para modelar a transferência de calor na cavidade foram considerados os mecanismos de convecção e radiação. As seguintes hipóteses simplificadoras foram consideradas:

- a) A transferência de calor na parede do molde e nas tampas ocorre em estado quase-estacionário.
- b) No coeficiente de transferência de calor da superfície interna (h_{int}) está incluída a transferência de calor por radiação e por convecção, como detalhado na próxima seção.
- c) Em relação à transferência de calor por radiação, as superfícies da cavidade definidas pelo metal, tampa de fundo e tampa de frente foram assumidas como opacas, difusas e de corpo cinza, enquanto a abertura foi assumida como corpo negro.

Figura 4-3. Corte longitudinal do molde da máquina de fundição centrífuga ilustrando o metal e a cavidade formada em seu interior.

4.2.1. Superfície interna do tubo - Transferência de calor por convecção

O movimento do ar no interior da cavidade da Figura 4-3 ocorre devido à força de cisalhamento entre este ar e a parede interna do tubo metálico em rotação (convecção forçada) e, em menor proporção, devido à convecção natural causada pelas diferenças de temperatura entre o ar interno da cavidade e o ar do ambiente externo. Seghir-Ouali et al. [55] determinaram a transferência de calor por convecção dentro de um duto cilíndrico em rotação com e sem escoamento axial forçado. Na Figura 4-4 indica-se o arranjo experimental por eles utilizado, o qual consiste em um tubo cilindro em rotação (de diâmetro interno 393 mm e comprimento de 858 mm). A porção central (de 198 mm de comprimento) foi aquecida exteriormente com luz infravermelha e encontra-se isolada termicamente do restante do tubo. O fluido utilizado foi ar e a velocidade de rotação foi variada entre 4 e 800 rpm. A vazão de ar axial foi alterada entre 0 e 530 m³/h.

Estas condições experimentais apresentam grande semelhança àquelas observadas no presente trabalho (Figura 4-3), portanto foi utilizada para calcular o componente convectivo do h_{int} , ou seja, $h_{int,c}$. Quando a vazão axial é nula no arranjo da Figura 4-4, além da convecção forçada de ar na região interna da cavidade existe algum escoamento para o ambiente através dos furos da tampa do cilindro (ver a Figura 4-4). A correlação adimensional obtida pelos autores para a situação sem escoamento axial imposto é

$$Nu = 8,5101 \times 10^{-6} \cdot Re_r^{1,4513}, \quad \text{para } 1,6 \times 10^3 < Re_r < 2,77 \times 10^5 \quad 4-9$$

$$Nu = 2,85 \times 10^{-4} Re_r^{1,19}, \quad \text{para } Re_r > 2,77 \times 10^5 \quad 4-10$$

onde o número de Nusselt é dado por $Nu = 2h_{int,c}R_{int}/k_{ar}$ e o número de Reynolds é definido por $Re_r = 2\omega R_{int}^2/\nu_{ar}$, onde ω representa a velocidade angular do tubo, k_{ar} a condutividade térmica do ar e ν_{ar} a viscosidade cinemática do ar. As propriedades são calculadas à temperatura de filme e o valor de $h_{int,c}$ é referido à temperatura do ambiente.

Figura 4-4: Arranjo experimental de onde o coeficiente de transferência de calor por convecção adotado no presente trabalho (para o interior da cavidade formada pelo metal) foi obtido. O arranjo consiste em um tubo cilindro (diâmetro interno 393 mm, comprimento 858 mm) em rotação cuja porção central (comprimento 198 mm) foi aquecida externamente com luz infravermelha e foi isolada do resto do tubo através de uma junção isolante térmica. O fluido no interior da cavidade foi ar, a velocidade de rotação variou entre 4 e 800 rpm e a vazão de ar imposta na direção axial foi alterada entre 0 e 530 m³/h [55].

4.2.2. Superfície interna do tubo - Transferência de calor por radiação

Na cavidade interna haverá transferência de calor por radiação entre as paredes da cavidade e também com o ambiente através da abertura de vazamento em uma das tampas. As paredes foram assumidas de corpo cinza, opacas e difusas. A abertura de vazamento foi considerada comportar-se como um corpo negro. Assim o conjunto das paredes da cavidade e a abertura de vazamento formam um recinto fechado. Este recinto foi subdividido em 5 superfícies isotérmicas e o fluxo de calor por radiação que sai de cada superfície (q_{ri}) pode ser calculado como [56]

$$q_{ri} = \sum_{j=1}^5 (J_i - J_j) F_{ij} \quad \text{onde } i = 1, \dots, 5 \quad 4-11$$

onde para superfície cinza pode – se também utilizar

$$q_{ri} = \frac{\varepsilon_i (\sigma T_i^4 - J_i)}{1 - \varepsilon_i} \quad 4-12$$

e para superfície de corpo negro $J_i = \sigma T_i^4$

onde, T_i é a temperatura da superfície i , J_i representa a radiância da superfície i , F_{ij} o fator de vista da superfície i para a j , ε_i a emissividade da superfície i e σ a constante de Stefan-Boltzmann. A superfície que forma o recinto foi subdividido em: (1) elemento diferencial de superfície (localizado a uma distância z da tampa de frente), (2) a restante da superfície cilíndrica interna do tubo metálico, (3) a superfície interna da tampa de frente, (4) a superfície interna da tampa de fundo e (5) a abertura de vazamento. A inclusão do elemento de superfície diferencial (1) permite obter o fluxo local de calor por radiação que sai da superfície interna do metal a diferentes distâncias em relação às tampas. A Figura 4-5 indica cada uma destas superfícies.

Figura 4-5: Superfícies nas quais a cavidade interna foi subdividida, formando um recinto fechado.

Aplicando as eqs. 4-11 e 4-12 às superfícies (1) a (5) acima definidas e igualando os fluxos q_{ri} das eqs. 4-11 e 4-12, obtém-se um sistema linear de cinco equações. As incógnitas são as radiâncias J_i (com $i = 1, \dots, 5$), T_3 e T_4 (temperatura interna da tampa de frente e de fundo, respectivamente). As temperaturas T_1 e T_2 são iguais à temperatura do metal na superfície interna (T_{mi}), que é a única variável pela qual o modelo de radiação se encontra acoplado ao modelo de transferência de calor no interior do metal descrito no item 4.1. A temperatura T_5 é igual à temperatura ambiente, T_a .

Desta forma, o sistema de equações torna-se:

$$\begin{aligned}
J_1 \left(\sum_{i \neq 1} F_{1i} + \frac{\varepsilon_1}{1 - \varepsilon_1} \right) + J_2 F_{12} + J_3 F_{13} + J_4 F_{14} + J_5 F_{15} &= \frac{\varepsilon_1}{1 - \varepsilon_1} \sigma T_1^4 \\
J_2 \left(\sum_{i \neq 2} F_{2i} + \frac{\varepsilon_2}{1 - \varepsilon_2} \right) + J_2 F_{22} + J_3 F_{23} + J_4 F_{24} + J_5 F_{25} &= \frac{\varepsilon_2}{1 - \varepsilon_2} \sigma T_2^4 \\
J_3 \left(\sum_{i \neq 3} F_{3i} + \frac{\varepsilon_3}{1 - \varepsilon_3} \right) + J_2 F_{32} + J_3 F_{33} + J_4 F_{34} + J_5 F_{35} &= \frac{\varepsilon_3}{1 - \varepsilon_3} \sigma T_3^4 \\
J_4 \left(\sum_{i \neq 4} F_{4i} + \frac{\varepsilon_4}{1 - \varepsilon_4} \right) + J_2 F_{42} + J_3 F_{43} + J_4 F_{44} + J_5 F_{45} &= \frac{\varepsilon_4}{1 - \varepsilon_4} \sigma T_4^4 \\
J_5 &= \sigma T_5^4
\end{aligned} \tag{4-13}$$

Para completar este sistema de equações, a transferência de calor nas tampas foi calculada assumindo condução unidimensional em estado quase-estacionário através da espessura destas tampas. Na Figura 4-6 o circuito térmico equivalente de cada tampa está apresentado, onde l_{3M} e l_{4M} indicam a espessura da tampa de frente e de fundo respectivamente, k_{3M} e k_{4M} indicam a condutividade térmica da tampa de frente e de fundo respectivamente, l_{3r} e l_{4r} indicam a espessura do revestimento da tampa de frente e de fundo respectivamente e k_{3r} e k_{4r} indicam a condutividade térmica do revestimento da tampa de frente e de fundo respectivamente. Do lado externo da tampa de frente e da tampa de fundo foram considerados coeficientes globais de transferência (h_{3ca} e h_{4ca} respectivamente) referidos à T_a e à temperatura da água (T_{ag}) de um circuito de refrigeração que a tampa de fundo possui. Do lado interno foram considerados dois coeficientes para cada tampa: um devido à convecção (h_{3c} e h_{4c} para a tampa de frente e fundo respectivamente) cujo calculo será indicado e outro devido à radiação, h_{3r} e h_{4r} para a tampa de frente e fundo respectivamente, calculados como:

$$h_{3r} = \frac{q_{r3}}{(T_m - T_c)}, \quad h_{4r} = \frac{q_{r4}}{(T_m - T_c)} \tag{4-14}$$

Formulando-se as equações para os circuitos da Figura 4-6, obtém-se

$$(h_{3c} + h_{3r}) \cdot (T_3 - T_c) = \frac{1}{\frac{1}{h_{3ca}} + \frac{l_{3M}}{k_{3M}} + \frac{l_{3r}}{k_{3r}}} (T_a - T_3) \quad 4-15$$

$$(h_{4c} + h_{4r}) \cdot (T_4 - T_c) = \frac{1}{\frac{1}{h_{4ca}} + \frac{l_{4M}}{k_{4M}} + \frac{l_{4r}}{k_{4r}}} (T_{ag} - T_4) \quad 4-16$$

(a)

(b)

Figura 4-6: Circuito térmico da: (a) tampa de frente e (b) da tampa de fundo. l_{3M} e l_{4M} indicam a espessura da tampa de frente e de fundo respectivamente, k_{3M} e k_{4M} indicam a condutividade térmica da tampa de frente e de fundo respectivamente, l_{3r} e l_{4r} indicam a espessura do revestimento da tampa de frente e de fundo respectivamente e k_{3r} e k_{4r} indicam a condutividade térmica do revestimento da tampa de frente e de fundo respectivamente. Do lado externo da tampa de frente e da tampa de fundo foram considerados coeficientes globais de transferência (h_{3ca} e h_{4ca} respectivamente) referidos à T_a e à temperatura da água (T_{ag}) de um circuito de refrigeração que a tampa de fundo possui. Do lado interno foram considerados dois coeficientes para cada tampa: um devido à convecção (h_{3c} e h_{4c} para a tampa de frente e fundo respectivamente) e outro devido à radiação, h_{3r} e h_{4r} para a tampa de frente e fundo respectivamente

Os coeficientes h_{3c} , h_{4c} e h_{3ca} foram calculados utilizando a solução de Cobb et al. [57] para a transferência de calor por convecção forçada entre um disco vertical sob rotação e ar em repouso. Neste caso tem-se

$$Nu = 0.36Re^{0.5} \quad 4-17$$

onde $Nu = 2hR_{int}/k_{ar}$ (onde h corresponde a h_{3c} , h_{4c} ou h_{3ca} , dependendo da superfície) e $Re = 4\omega R_{int}^2/\nu_{ar}$. As propriedades são calculadas à temperatura do fluido (T_c para h_{3c} e h_{4c} , ou T_a para h_{3ca}).

O coeficiente h_{4ca} foi calculado utilizando a solução da transferência de calor por convecção forçada para um jato impactando perpendicularmente uma placa plana [56]. A área de troca de calor é um círculo concêntrico ao jato (a qual foi considerada de raio R_{int}). Neste caso, tem-se

$$Nu = G2Re^{0.5}(1 + 0.005Re^{0.55})^{0.5} \cdot Pr_{ag}^{0.42}$$

$$A_r = D^2/4R_{int}^2, \quad G = 2A_r^{0.5} \frac{1 - 2.2A_r^{0.5}}{1 + 0.2(H/D - 6)A_r^{0.5}} \quad 4-18$$

onde $Nu = 2hR_{int}/k_{ag}$ e $Re = 2v_{ag}R_{int}/\nu_{ag}$, sendo que H representa a distância de separação entre o bocal que emite o jato e a superfície de impacto, D é o diâmetro bocal que emite o jato, v_{ag} a velocidade da água na saída do bocal, Pr_{ag} , k_{ag} e ν_{ag} são o número de Prandtl a condutividade térmica e a viscosidade cinemática da água respectivamente. Estas propriedades foram calculadas à temperatura de filme. As faixas de validade da eq. 4-18 são

$$2000 < Re < 400000, \quad 2 < H/D < 120,00, \quad 4 < A_r < 0.04 \quad 4-19$$

Ao sistema de eq. 4-13 são adicionadas as eqs. 4-15 e 4-16, obtendo-se o sistema indicado abaixo

$$J_1 \left(\sum_{i \neq 1} F_{1i} + \frac{\varepsilon_1}{1 - \varepsilon_1} \right) + J_2 F_{12} + J_3 F_{13} + J_4 F_{14} + J_5 F_{15} = \frac{\varepsilon_1}{1 - \varepsilon_1} \sigma T_1^4$$

$$J_2 \left(\sum_{i \neq 2} F_{2i} + \frac{\varepsilon_2}{1 - \varepsilon_2} \right) + J_2 F_{22} + J_3 F_{23} + J_4 F_{24} + J_5 F_{25} = \frac{\varepsilon_2}{1 - \varepsilon_2} \sigma T_2^4$$

$$J_3 \left(\sum_{i \neq 3} F_{3i} + \frac{\varepsilon_3}{1 - \varepsilon_3} \right) + J_2 F_{32} + J_3 F_{33} + J_4 F_{34} + J_5 F_{35} = \frac{\varepsilon_3}{1 - \varepsilon_3} \sigma T_3^4$$

$$J_4 \left(\sum_{i \neq 4} F_{4i} + \frac{\varepsilon_4}{1 - \varepsilon_4} \right) + J_2 F_{42} + J_3 F_{43} + J_4 F_{44} + J_5 F_{45} = \frac{\varepsilon_4}{1 - \varepsilon_4} \sigma T_4^4 \quad 4-20$$

$$J_5 = \sigma T_5^4$$

$$\frac{\varepsilon_3}{1 - \varepsilon_3} J_3 + \left(\frac{1}{R_3} + h_{3c} \right) T_3 = \frac{1}{R_3} T_a - \frac{\varepsilon_3}{1 - \varepsilon_3} \sigma T_3^4 + h_{3c} T_c$$

$$\frac{\varepsilon_4}{1 - \varepsilon_4} J_4 + \left(\frac{1}{R_4} + h_{4c} \right) T_4 = \frac{1}{R_4} T_{ag} - \frac{\varepsilon_4}{1 - \varepsilon_4} \sigma T_4^4 + h_{4c} T_c$$

O sistema acima apresenta 7 equações e 7 incógnitas ($J_1, J_2, J_3, J_4, J_5, T_3$ e T_4) e foi solucionado de forma iterativa. Em cada passo da iteração os termos não-lineares na temperatura foram calculados utilizando o valor da temperatura da iteração anterior. Assim em cada iteração resolveu-se um sistema linear, que foi solucionado pelo método de eliminação de Gauss até a convergência. Uma vez determinadas as incógnitas do sistema acima o q_{ri} para cada superfície pôde ser calculado pela eq.4-11 ou 4-12.

O coeficiente de transferência por radiação local ($h_{int,r}$) a uma distancia z da tampa da frente e o coeficiente médio ($\bar{h}_{int,r}$) entre a superfície interna do metal e o ar da cavidade foram definidos respectivamente como

$$h_{int,r} = \frac{q_{r1}}{(T_{mi} - T_a)}, \quad \bar{h}_{int,r} = \frac{q_{r2}}{(T_{mi} - T_a)} \quad 4-21$$

e o h_{int} local e médio ($\bar{h}_{int}$) foram calculados respectivamente como

$$h_{int} = h_{int,c} + h_{int,r}, \quad \bar{h}_{int} = h_{int,c} + \bar{h}_{int,r} \quad 4-22$$

Na equação acima os valores local e médio do termo convectivo foram assumidos iguais a $h_{int,c}$. Utilizando o equacionamento acima, obteve-se o coeficiente h_{int} como uma função da temperatura da superfície interna do metal (T_{mi}).

4.3. Transferência de Calor na Interface Metal-Molde – Solução Inversa

Para determinar a transferência de calor na interface metal-molde a partir dos dados experimentais disponibilizados por Heringer et al. [1], a técnica da solução inversa através do método do domínio completo (apresentada no item 3.4) foi utilizada. O h_{int} como função de T_{mi} foi calculado para as condições experimentais e a função obtida foi incorporada no modelo de transferência de calor no metal. O h_{ext} foi assumido como uma função linear por partes parametrizada nos valores limite de cada intervalo ou seja

$$h_{ext}(t) = \left(\frac{h_{ext}(t_{i+1}) - h_{ext}(t_i)}{t_{i+1} - t_i} \right) \cdot (t - t_i), \quad \text{para } t_i < t \leq t_{i+1} \quad 4-23$$

onde os $h_{ext}(t_i)$ são os parâmetros ajustáveis pelo método do domínio completo e os t_i foram definidos arbitrariamente. A temperatura do molde na interface (T_M) foi considerada ser a temperatura medida pelo termopar inserido próximo à interface, resultando em

$$h_{ext}(T_3 - T) = k \frac{\partial T}{\partial r} \quad \text{para } r = R_{ext} \quad 4-24$$

O código computacional do modelo de transferência de calor no metal foi acoplado ao código do método do domínio completo, cedido pelos autores [2]. Estes códigos acoplados fornecem o coeficiente de transferência de calor na interface metal-molde (h_{ext}), que representa a solução inversa, e o campo de temperaturas no metal para este h_{ext} . Inicialmente, na primeira solução inversa obtida, foi utilizado um h_{ext} constante no tempo. Este valor constante obtido foi adotado como estimativa inicial para uma nova solução inversa, mas agora considerando h_{ext} em função do tempo como linear. Os dados desta solução foram, então, utilizados como estimativa inicial para se obter uma nova solução inversa, agora considerando dois e depois três intervalos de tempo ($i = 4$), que foi a máxima subdivisão adotada.

4.4. Transferência de Calor na Interface Metal-Molde - Modelo Matemático

Neste item, um modelo para calcular o coeficiente de transferência de calor na interface metal-molde, h_{ext} , será apresentado. O modelo foi desenvolvido procurando um cálculo simples, mas que considerasse os parâmetros relevantes para o processo de fundição centrífuga. O h_{ext} foi calculado utilizando as seguintes hipóteses:

- a) A interface metal-molde é uma região onde inicialmente há contato entre o metal e o molde. Depois, devido à contração térmica da casca metálica que está solidificando, ocorre a formação de um vão contínuo (Figura 4-7), como sugerido por Ho e Pehlke [14].
- b) O molde cilíndrico para a fundição centrífuga de tubos apresenta um revestimento cerâmico na sua superfície interna. O efeito deste revestimento será considerado no cálculo do h_{ext} .
- c) Na interface metal-molde existe estado quase-estacionário de transferência de calor, possibilitando a construção de um circuito térmico equivalente e a definição de resistências térmicas para cada mecanismo de transferência de calor.
- d) Quando existe o contato entre as superfícies do metal e do molde (conformante ou não-conformante), ou seja, quando o vão na interface não é contínuo, a resistência térmica da interface metal-revestimento foi assumida desprezível frente à resistência térmica imposta à condução de calor através do revestimento.
- e) A casca metálica que solidifica contrai-se no momento em que a deformação plástica desta casca não pode mais ocorrer, como sugerido por Kron et al. [33].
- f) A deformação térmica do molde (a partir da formação do vão) é desprezível frente à deformação do metal.
- g) A deformação elástica do metal é desprezível frente à sua deformação térmica.

Figura 4-7: Condições na interface metal-molde. A condição à esquerda corresponde ao contato conformante, a do centro ao contato não-conformante e a da direita à formação de um vão contínuo [14].

Na Figura 4-7 apresenta-se o comportamento da interface metal-molde sugerido por Ho e Pehlke [14]. Utilizando a hipótese de estado quase-estacionário na interface, pode ser construído o circuito térmico da Figura 4-8, onde T_m representa a temperatura do metal na interface, T_r a temperatura da superfície do revestimento na interface metal-revestimento e T_M a temperatura do molde na interface molde-revestimento. As resistências da figura são: R_c a resistência térmica das regiões de contato entre o metal e o revestimento; R_{rg} a resistência térmica por radiação através do gás nas áreas da interface sem contato (ou, no caso do vão contínuo, na área total da interface); R_{cg} a resistência térmica por condução através do gás nas áreas da interface sem contato (ou no caso do vão contínuo na área total da interface) e R_r a resistência térmica do revestimento.

Figura 4-8: Circuito térmico da interface metal molde onde: T_m representa a temperatura do metal na interface, T_r a temperatura da superfície do revestimento na interface metal-revestimento, T_M a temperatura do molde na interface molde-revestimento, R_c é a resistência térmica das regiões de contato entre o metal e o revestimento; e R_{rg} é a resistência térmica por radiação através do gás nas áreas da interface sem contato (ou no caso do vão contínuo na área total da interface); R_{cg} é resistência térmica por condução através do gás nas áreas da interface sem contato (ou no caso do vão contínuo na área total da interface).

Durante o contato metal-molde foi assumido que a resistência térmica da interface metal-revestimento é desprezível frente à do revestimento (ou seja, $R_c + R_{rg} + R_{cg} \ll R_r$). Portanto, a resistência da interface nessas etapas é R_r , calculada como

$$R_r = \frac{\delta_r}{k_r} \quad 4-25$$

onde δ_r é a espessura do revestimento e k_r a condutividade térmica efetiva do revestimento. Quando há formação do vão contínuo, as outras resistências do circuito da Figura 4-8 podem ser calculadas como

$$R_{rg} = \left(\frac{\sigma(T_m^2 + T_r^2)(T_m + T_r)}{\varepsilon_m^{-1} + \varepsilon_r^{-1} - 1} \right)^{-1} \quad 4-26$$

$$R_{cg} = \frac{\delta}{k_g}$$

onde a resistência R_c foi eliminada do circuito já que não existem mais pontos de contato. Nesta equação σ é a constante de Stefan-Boltzmann, ε_m a emissividade do metal, ε_r a emissividade do revestimento, δ a espessura do vão e k_g a condutividade térmica do gás presente no vão. Utilizando o circuito da Figura 4-8, o h_{ext} é dado por

$$h_{ext} = \left(\frac{1}{R_{rg} + R_{cg}} + R_r \right)^{-1} \quad 4-27$$

e substituindo 4-26 em 4-27 o h_{ext} fica

$$h_{ext} = \left(\frac{1}{\left(\frac{\sigma(T_m^2 + T_r^2)(T_m + T_r)}{\varepsilon_m^{-1} + \varepsilon_r^{-1} - 1} \right)^{-1} + \frac{\delta}{k_g}} + \frac{\delta_r}{k_r} \right)^{-1} \quad 4-28$$

onde T_m , que é a temperatura do metal na interface metal-revestimento, faz o acoplamento deste modelo de transferência de calor na interface com o modelo da transferência de calor no interior do metal. A temperatura do revestimento na interface metal-resvestimento, T_r , pode ser calculada utilizando a hipótese de estado-estacionário pela expressão

$$h_{ext}(T_m - T_M) = \frac{\delta_r}{k_r}(T_r - T_M) \quad 4-29$$

A espessura do vão, δ_r , foi calculada como indicado no próximo item.

4.4.1. Cálculo do Início da Formação do Vão Contínuo na Interface Metal-Molde

A previsão do instante de formação do vão contínuo e a evolução de sua espessura requer a previsão das deformações do metal na posição da interface (R_{ext}) durante o crescimento da casca de metal solidificado. Esta previsão, que é extremamente complexa, será realizada neste item de forma aproximada. O equacionamento será construído na forma integral e será considerado que o vão contínuo se forma quando a casca de metal solidificado não é mais capaz de se deformar plasticamente [33].

A equação de conservação da quantidade de movimento foi aplicada sobre um volume de controle envolvendo metade do tubo metálico, cortado através de um plano longitudinal (Figura 4-9). Foram assumidas as seguintes hipóteses:

- a) Antes e durante a solidificação, o escoamento do metal líquido ocorre em estado quase-estacionário (criando o campo de pressão determinado em 8.1);
- b) O metal sólido comporta-se como um material elasto-plástico ideal (não ocorre encruamento);
- c) A deformação térmica do molde é desprezível frente à do metal a partir da formação do vão (antes da formação do vão a deformação do molde não tem efeito);
- d) A deformação elástica do metal é desprezível frente à deformação térmica.

Figura 4-9: O contorno ∂V do volume de controle V (líquido + sólido), onde foi aplicada a conservação da quantidade de movimento, está indicado pela linha pontilhada.

A equação da conservação da quantidade de movimento na forma integral foi aplicada no volume de controle

$$\int_V \left(\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right) dV = \int_{\partial V} \vec{\sigma} \cdot \hat{n} dA + \int_V \rho \vec{g} dV \quad 4-30$$

onde $\vec{\sigma}$ é o tensor de tensões, $\hat{n}$ o versor normal ao contorno do volume de controle, $\vec{v}$ a velocidade do metal (líquido ou sólido), $\vec{g}$ a aceleração gravitacional, V o volume de controle e ∂V a fronteira do volume de controle. Os campos de velocidade e pressão no líquido foram calculados no apêndice 8.1 e resultaram em

$$\begin{aligned} \vec{v} &= r\omega \hat{e}_\theta \\ p &= \rho\omega^2 \frac{r^2 - R_{int}^2}{2} \end{aligned} \quad 4-31$$

onde p é a pressão no metal relativa à pressão atmosférica. Note que a expressão para $\vec{v}$ obtida no líquido também pode ser utilizada no sólido, pois também representa o campo de velocidades de um sólido em rotação. Substituindo $\vec{v}$ na eq. 4-30 e reordenando-a, tem-se

$$\int_V (-\rho r \omega^2 \hat{e}_r - \rho \vec{g}) dV = \int_{\partial V} \vec{\sigma} \cdot \hat{n} dA \quad 4-32$$

onde o termo $r\omega^2\hat{e}_r$ representa a aceleração centrípeta, que no caso da fundição centrífuga é muito maior do que a aceleração gravitacional (usualmente aprox. 100 vezes maior), permitindo a seguinte aproximação

$$-\rho r \omega^2 \hat{e}_r - \rho \vec{g} \cong -\rho r \omega^2 \hat{e}_r \quad 4-33$$

Reduzindo a equação da conservação da quantidade de movimento a

$$\int_V -\rho r \omega^2 \hat{e}_r dV = \int_{\partial V} \vec{\sigma} \cdot \hat{n} dA \quad 4-34$$

O contorno ∂V foi separado nas superfícies externa e interna do metal (A_{ext} e A_{int} respectivamente) e seção de corte. Na seção de corte, a superfície correspondente ao líquido e ao sólido foi separada em A_{liq} e A_{sol} , respectivamente, obtendo-se

$$\int_V -\rho r \omega^2 \hat{e}_r dV = \int_{A_{\text{ext}}} \vec{\sigma} \cdot \hat{n} dA + \int_{A_{\text{int}}} \vec{\sigma} \cdot \hat{n} dA - \int_{A_{\text{liq}}} p \hat{n} dA + \int_{A_{\text{sol}}} \vec{\sigma} \cdot \hat{n} dA \quad 4-35$$

Quando na interface há um vão contínuo, não há força de contato e sobre A_{ext} unicamente atua a pressão do gás no vão, que pode ser aproximada pela pressão atmosférica. Como a pressão no metal foi definida relativa à pressão atmosférica a pressão no gás do vão (e da cavidade interna) também deve ser considerada relativa à pressão atmosférica. Portanto a primeira integral do lado direito é nula, e se o cisalhamento causado pelo ar sobre a superfície interna do tubo de metal líquido for desprezado, a segunda integral ao lado direito também é nula. As integrais restantes são definidas como

$$\vec{F}_V = \int_V -\rho r \omega^2 \hat{e}_r dV, \quad \vec{F}_p = \int_{A_{liq}} p \hat{n} dA, \quad \vec{F}_\sigma = \int_{A_{sol}} \vec{\sigma} \cdot \hat{n} dA \quad 4-36$$

A eq. 4-35 pode ser reescrita como

$$\vec{F}_\sigma = \vec{F}_V - \vec{F}_p \quad 4-37$$

As forças acima foram calculadas no apêndice 8.4 e resultaram em

$$\begin{aligned} \vec{F}_V &= -\frac{2}{3} \rho \omega^2 (R_{ext}^3 - R_{int}^3) b \hat{j} \\ \vec{F}_p &= -\rho \omega^2 \left[\left(\frac{R_{TE}^3 - R_{int}^3}{3} \right) - R_{int}^2 (R_{TE} - R_{int}) \right] b \hat{j} \end{aligned} \quad 4-38$$

onde b é o comprimento do tubo, R_{TE} a posição da isoterma da temperatura eutética. Para determinar $\vec{F}_\sigma$ o tensor de tensões foi calculado no sólido considerando as seguintes hipóteses:

- O estado de tensão é plano (o metal em contração dentro do molde não sofre tensão na coordenada axial) e, devido à simetria de revolução, a tensão cisalhante no plano de corte ($\sigma_{\theta r}$) é nula [58];
- A tensão radial no plano radial (σ_{rr}) foi desprezada frente à tensão circunferencial ($\sigma_{\theta\theta}$) - esta hipótese, para cilindros submetidos a pressão interna, é tanto melhor quanto mais fina for a parede do tubo e é particularmente boa para cilindros com diâmetro interno 10 vezes maior do que a espessura [58] - simplificando o critério utilizado para definir em que estado de tensão ocorre a deformação plástica.

As hipóteses acima permitem assumir que o sólido está sujeito a um estado uniaxial de tensões na direção tangencial. Como o encruamento da casca sólida foi desprezado, tem-se que a máxima força tangencial possível de se aplicar na casca é o limite de escoamento do seu material, permitindo escrever

$$\vec{F}_\sigma = \int_{A_{sol}} \vec{\sigma} \cdot \hat{n} \, dA = \int_{A_{sol}} \sigma_{\theta\theta} b dr \hat{j} \leq \int_{A_{sol}} \sigma_e b dr \hat{j} \quad 4-39$$

onde σ_e representa o limite de escoamento do sólido da casca e $\sigma_{\theta\theta}$ a tensão tangencial na casca. Ao lado direito da inequação acima, tem-se a máxima resultante das tensões circunferenciais que o sólido suporta. Substituindo as expressões de 4-38 na eq. 4-37, obtém-se uma expressão para $\vec{F}_\sigma$. Utilizando esta expressão e a condição da Eq. 4-39, pode-se definir um critério para o momento em que a casca sólida não sofre mais deformação plástica e pode começar a contrair, iniciando a formação do vão.

Logo, o critério para o início da formação do vão contínuo pode ser escrito como

$$\begin{aligned} & -\frac{2}{3}\rho\omega^2(R_{ext}^3 - R_{int}^3) + \rho\omega^2 \left[\left(\frac{R_{TE}^3 - R_{int}^3}{3} \right) - R_{int}^2(R_{TE} - R_{int}) \right] \\ & \leq \int_{A_{sol}} \sigma_e dr \end{aligned} \quad 4-40$$

Note que, como esta inequação foi escrita com base nas tensões do sistema, não aparecem deformações. Porém, enquanto este critério não for cumprido, a deformação plástica do metal iguala-se às deformações térmicas e elásticas do metal e do molde e o vão contínuo não se forma. A partir do momento em que este critério for satisfeito, a deformação plástica não mais ocorre, restando apenas as deformações térmica e elástica do metal e do molde. No entanto, como a deformação elástica do metal e do molde e a deformação térmica do molde foram desprezadas, restou apenas a deformação térmica do metal. Logo, a espessura instantânea do vão (δ) foi calculada a partir desta deformação térmica da casca sólida, descrita através da equação abaixo

$$\delta = R_{ext}\alpha(T_m - T_0) \quad 4-41$$

onde α é o coeficiente de expansão térmica linear do metal da casca sólida e T_0 a temperatura da superfície do metal (T_m) no início da formação do vão. A espessura assim calculada é substituída na eq. 4-28 para calcular o h_{ext} na condição de vão contínuo.

4.5. Dados Experimentais para Fundição Centrífuga

Neste item, inicialmente serão apresentados os dados experimentais da obtenção de um tubo por fundição centrífuga apresentados por Heringer et al. [1] e utilizados neste trabalho para aplicar o método da solução inversa. Posteriormente, será apresentada a caracterização microestrutural da parede do tubo e do revestimento aplicado à superfície interior do molde realizada no presente trabalho.

4.5.1. Experimento de Fundição de um Tubo em Centrífuga Horizontal

Heringer et al. [1] mediram curvas de resfriamento durante a fundição centrífuga horizontal de um tubo de liga ferrosa em molde de ferro-fundido com revestimento cerâmico. O molde utilizado está apresentado na Figura 4-10 e consiste em um cilindro de parede espessa fechado no fundo por uma tampa fixa e na frente por uma tampa móvel. A tampa de frente possui uma abertura para vazamento do metal líquido. As dimensões do molde também estão apresentadas na Figura 4-11. As superfícies internas expostas ao metal líquido são revestidas com uma camada cerâmica de tipo e espessura indicados na Tabela 4-1.

No experimento, termopares tipo R (Pt e Pt-13%Rh) protegidos no interior de um tubo de tântalo foram posicionados no interior da parede do tubo metálico, a 20 e 35 mm da interface metal-molde (posições T2 e T1 respectivamente). Um termopar tipo K (cromel (Ni-10%Cr) e alumel (Ni-2%Mg-2%Al-1%Si)), com proteção metálica em aço inoxidável, foi inserido no molde a 1 mm da interface metal-molde (posição T3). Todos estes termopares foram posicionados em uma seção transversal no meio do comprimento do tubo e conectados a um sistema de aquisição de dados de temperatura para a coleta das curvas de resfriamento durante a fundição.

Figura 4-10: Geometria do molde utilizado por Heringer et al. [1]. Em cinza escuro as superfícies com revestimento de zirconita.

Tabela 4-1. Revestimentos das diversas partes internas do molde.

Componente	Material do revestimento	Espessura do revestimento
Cilindro	Zirconita	2 mm
Tampa de frente	Zirconita	5 mm
Tampa de fundo	Oxido de Magnésio	30 mm

O molde foi preaquecido a uma temperatura aproximada de 65 °C, indicada pelo termopar T3 utilizando-se resistências elétricas posicionadas no interior da cavidade. No entanto, a temperatura na superfície do revestimento cerâmico interno apresentou um valor de aproximadamente 400°C medida com um pirômetro óptico. O molde foi posteriormente colocado sob rotação a uma velocidade constante de 900 rpm. Uma liga de composição (%massa) 2,88% C, 0,19% Si, 0,4% Mn e Fe (balanço) foi vazada a 1440 °C durante 21 s. O metal líquido ficou aderido à parede devido à sua rotação, formando um tubo de espessura de parede igual a 65mm. Os parâmetros de processo estão indicados na Tabela 4-2.

As medidas dos termopares foram realizadas durante a solidificação com o molde sob rotação e foram transmitidas através de um sistema especial de discos para um sistema de aquisição de dados, obtendo-se as curvas de resfriamento.

Tabela 4-2: Parâmetros de processo utilizados na fundição centrífuga do tubo [1].

Velocidade de rotação	900 rpm
Composição química (%massa)	Fe-2,88%C-0,19%Si-0,4%Mn
Temperatura de vazamento	1440 °C
Tempo de vazamento	21s
Temperatura de pré-aquecimento do molde	65 °C
Espessura do tubo metálico	65 mm

As curvas de resfriamento medidas estão apresentadas na Figura 4-11. Inicialmente os termopares T1 e T2 possuem uma temperatura de aproximadamente 600 °C devido ao calor que recebem da resistência para o pré-aquecimento do molde a 65 °C. No início do vazamento (155 s nas curvas da Figura 4-11) as temperaturas T1 e T2 aumentam abruptamente, sendo que T2 é maior devido ao metal entrar em contato primeiro com este termopar. Aos 166 s, T2 atinge a temperatura máxima de 1346,9 °C e aos 172 s, T1 atinge a máxima temperatura de 1325,2 °C. Aos 208 s T1 e T2 igualam-se e, após este instante, a temperatura T1 será maior do que T2 indicando o sentido do fluxo de calor para o molde, como esperado. Aos 1150 s observa-se uma mudança na inclinação das curvas dos termopares T1 e T2 que possivelmente indicam o final da solidificação do tubo [1]. A temperatura do termopar T3 (no molde) aumenta durante o vazamento até atingir 300°C a aproximadamente 500s e mantém-se aproximadamente constante durante o resto do experimento, sofrendo pequenas variações que são apresentadas no gráfico da Figura 4-12.

Figura 4-11: Curvas de resfriamento medidas por Heringer et al. [1] (T1 e T2) no interior do metal a uma distância de 35mm e 20mm da interface metal-molde, respectivamente. Uma curva de resfriamento também foi medida (T3) no interior do molde a 1 mm da interface metal-molde.

Figura 4-12: Ampliação da curva de resfriamento do termopar T3 no molde a 1mm da interface.

4.5.2. Análise Microestrutural do Tubo Centrifugado

Uma análise metalográfica foi realizada em uma amostra retirada do tubo solidificado por Heringer et al. [1], como indicado na Figura 4-13. A superfície examinada é paralela a uma seção transversal do tubo no meio do seu comprimento (superfície hachurada). A superfície foi lixada e polida até pasta de diamante de 1 μm e a microestrutura foi revelada utilizando o reagente Nital (solução de HNO_3 a 3% em álcool).

Figura 4-13: Desenho esquemático da amostra retirada, indicando com hachuras a superfície que foi caracterizada quanto à sua microestrutura.

A microestrutura foi observada em diferentes posições radiais, mostrando uma estrutura de dendritas colunares orientadas na direção radial (Figura 4-14 a Figura 4-17). A microestrutura apresenta dendritas primárias de austenita que se transformaram em perlita (região mais escura) e uma região interdendrítica (região mais clara) de estrutura eutética conhecida como ledeburita. No extremo da amostra correspondente à superfície externa do tubo (Figura 4-14 (a)), observa-se uma protuberância no metal, que é o produto da penetração deste numa trinca ou poro do revestimento. Na Figura 4-15 (b), mostrando o metal próximo à superfície interna do tubo, observa-se um microrrechupe. Nesta região a estrutura colunar parece não existir. Na Figura 4-16 e Figura 4-17 observa-se a estrutura lamelar da perlita e do

eutético irregular (ledeburita). O carboneto de ferro do eutético (cementita) forma uma rede aproximadamente contínua na estrutura do eutético.

Figura 4-14: Microestrutura da seção transversal do tubo centrifugado em uma posição: (a) próxima a superfície externa e (b) a 20 mm da superfície externa. A microestrutura apresenta dendritas primárias de austenita que se transformaram em perlita (região mais escura) e uma região interdendrítica (região mais clara) de estrutura eutética conhecida como ledeburita.

Figura 4-15: Microestrutura da seção transversal do tubo centrifugado em uma posição: (a) a 40 mm da superfície externa e (b) a 60 mm da superfície externa (5 mm da superfície interna). A microestrutura é análoga à da figura anterior, porém a estrutura colunar não é tão evidente.

Figura 4-16: Microestrutura da seção transversal do tubo centrifugado em uma posição: (a) próxima a superfície externa e (b) a 20 mm da superfície externa. Observa-se em detalhe a morfologia lamelar da perlita (região mais escura) e globular da ledeburita (região mais clara).

Figura 4-17: Microestrutura da seção transversal do tubo centrifugado em uma posição: (a) a 40 mm da superfície externa e (b) a 60 mm da superfície externa (5 mm da superfície interna). A microestrutura é análoga à da figura anterior.

Sobre as imagens da Figura 4-14, foi medido o espaçamento médio entre braços secundários de dendrita (s_{II}). Esta medida foi feita utilizando o software Image J para medir o comprimento de vários braços secundários e dividi-lo pelo número de braços (uma dessas medidas indica-se a modo de exemplo na Figura

4-18). Para cada imagem foram realizadas cinco medições, obtendo-se os valor médio e de desvio-padrão apresentados na Tabela 4-3.

Tabela 4-3: Medida de espaçamento entre braços secundários das dendritas presentes na parede do tubo.

Posição	S_{II} (média)	Desvio padrão	Número de medidas
Próximo à sup. externa	41 μm	6 μm	5
A 20 mm da sup. externa	63 μm	7 μm	5

Figura 4-18: Campo utilizado para medida do espaçamento secundário utilizando o software Image J, que inseriu uma linha-teste utilizada na contagem.

4.5.3. Caracterização do Revestimento Cerâmico da Superfície Interna do Molde

Amostras do revestimento aplicado sobre a superfície interna do molde em condições análogas às utilizadas para a obtenção do tubo centrifugado por Heringer et al. [1] foram extraídas para caracterização. A aplicação do revestimento foi realizada vazando uma solução do revestimento à base de Zirconita no molde em rotação a 600 rpm, preaquecido a 300° C.

Na Figura 4-19 observa-se o revestimento após a aplicação. O mesmo encontra-se trincado (estas trincas subdividem o revestimento e partes de aproximadamente 1 cm²) e são visíveis poros na superfície do revestimento. Este padrão de trincas e poros foi também observado na superfície externa do tubo centrifugado por Heringer et al. [1], indicando que o metal líquido penetra nestes espaços (Figura 4-14 (a)). A extração das amostras de revestimento cerâmico foi realizada separando este revestimento com uma fina lâmina de aço, obtendo-se amostras com área aproximada de 1 cm² cada.

Figura 4-19: Superfície do revestimento aplicado sobre a superfície interna do molde (antes da fundição). Na superfície é visível a presença de poros e trincas (estas trincas subdividem o revestimento e partes de aproximadamente 1 cm²).

4.5.3.1. Medida da Espessura do Revestimento do Molde

As amostras retiradas do revestimento interno do molde foram observadas com uma lupa estereoscópica. A superfície deste revestimento está mostrada na Figura 4-20 (a). Na Figura 4-20 (b) está mostrada a superfície do revestimento na interface molde-revestimento e na Figura 4-21, uma vista lateral. Nesta vista nota-se que os poros têm forma de canais cilíndricos que conectam a interface molde-revestimento à superfície deste revestimento em contato com o metal. Estes canais formaram-se possivelmente durante o escape de vapor de água presente na interface molde-revestimento. O diâmetro dos poros foi medido na Figura 4-20 (a) com o software Image J, resultando num valor médio de 206 μm . Na Figura 4-21 foi medida a espessura das amostras (utilizando o software Image J) obtendo uma espessura média de 1819,7 μm . Estes resultados estão na Tabela 4-4.

Figura 4-20: Amostras de revestimento observadas por lupa estereoscópica: (a) superfície do revestimento (que irá entrar em contato com o metal fundido) e (b) superfície do revestimento na interface molde-revestimento.

Figura 4-21: Superfície transversal das amostras de revestimento observadas por lupa estereoscópica. Observam-se os poros em forma de canais.

Tabela 4-4: Medição do diâmetro de poros e espessura das amostras de revestimento cerâmico.

Posição	Média	Desvio padrão	Número de medidas
Diâmetro dos poros	206,0 μm	29,5 μm	5
Espessura	1819,7 μm	48,5 μm	5

4.5.3.2. Medida da Porosidade do Revestimento do Molde

A porosidade nas amostras retiradas do revestimento do molde foi determinada com um porosímetro por intrusão de mercúrio a alta pressão (Micromeritics Autopore III 9410 Mercury Porosimeter) do Laboratório de Processos Cerâmicos do Departamento de Engenharia Metalúrgica e de Materiais da Universidade de São Paulo. Na Figura 4-22 está apresentado o resultado da porosimetria como um gráfico do volume de intrusão de mercúrio em função do diâmetro de poro. A porosidade total do revestimento é de 47,93%. Os poros de diâmetro maior ou igual a 100 μm formam 18% da porosidade da amostra; estes são os poros visíveis apresentados nas figuras anteriores. O resto da porosidade corresponde a poros menores que 2 μm .

Figura 4-22: Resultado da porosimetria indicando o volume de intrusão de mercúrio na amostra em função do diâmetro de poro.

O porosímetro por intrusão determina o volume de mercúrio que penetra nos poros da amostra em função da pressão no mercúrio. A intrusão de um fluido num poro é função da pressão e tensão superficial do líquido, assim como do diâmetro do poro, como indicado pela equação de Washburn [59] apresentada abaixo

$$p = \frac{-4\gamma \cos \theta}{d}$$

4-42

onde p é a pressão, γ a tensão superficial do líquido, θ o ângulo de contato entre o líquido e o material do poro e d o diâmetro do poro. Portanto, a porosimetria permite obter, conhecendo o volume da amostra, a distribuição de tamanho de poros.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste item serão apresentados os resultados obtidos no presente trabalho. Inicialmente o modelo da transferência de calor no metal será validado através de comparação com uma solução disponível na literatura para o problema de solidificação em coordenadas cilíndricas (item 5.1). No item 5.2 será feita uma análise da validade da hipótese da regra das alavancas, utilizada para equacionar a evolução da fração de sólido local com o decréscimo da temperatura. O modelo de transferência de calor envolvendo a convecção e a radiação na superfície interna do tubo será avaliado no item 5.3 quanto à sensibilidade a parâmetros importantes para a fundição centrífuga. No item 5.4, o coeficiente de transferência de calor na interface metal-molde calculado pela solução inversa será apresentado. Finalmente, no item 5.5 este mesmo coeficiente, agora calculado pelo modelo de transferência de calor na interface metal-molde baseado nos mecanismos fundamentais de transporte de calor, será apresentado e comparado com o resultado da solução inversa.

5.1. Validação do Modelo Matemático de Transferência de Calor no Metal

O código computacional do modelo matemático de transferência de calor no metal durante a fundição centrífuga de tubos foi validado através de comparação de alguns resultados com a solução numérica de Tao [60]. Esta solução foi obtida para a solidificação de um tubo maciço de uma substância pura inicialmente líquida na sua temperatura de fusão. O modelo matemático de Tao [60] está apresentado abaixo

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho c} \nabla^2 T, \quad \text{para } R < r < R_{ext}$$

$$\frac{dR}{dt} = \frac{k}{\rho \Delta H_f} \nabla T, \quad \text{para } r = R$$

5-1

$$-\nabla T = \frac{h_{ext}}{k}(T - T_a), \quad \text{para } r = R_{ext}$$

$$T = T_f, \quad \text{para } t = 0$$

onde T é a temperatura, t o tempo, k a condutividade térmica, ρ a densidade, c o calor específico, r a coordenada radial, R a posição da interface sólido-líquido, R_{ext} o raio do cilindro, ΔH_f o calor latente de fusão, h_{ext} o coeficiente de transferência de calor na superfície do cilindro, T_a a temperatura de referencia e T_f o ponto de fusão.

A solução numérica deste problema foi apresentada na forma gráfica onde o tempo adimensional (t^*) é função da coordenada radial adimensional da interface sólido-líquido (R^*) e dos números de Biot (Bi) e Stefan (Ste). Estes parâmetros adimensionais foram definidos como:

$$R^* = \frac{R}{R_{ext}}, \quad t^* = \frac{tk(T_f - T_a)}{\rho\Delta H_f R_{ext}^2}, \quad Bi = \frac{h_{ext}R_{ext}}{k}, \quad Ste = \frac{c(T_f - T_a)}{\Delta H_f} \quad 5-2$$

Para realizar a comparação, o modelo desenvolvido no presente trabalho para a transferência de calor no metal foi ajustado para simular a solidificação de uma liga de composição eutética na forma de um cilindro maciço. Foram utilizadas as propriedades da Tabela 5-1 para se obter: $Bi=0,5$ $Ste=3$ e $Bi=2$ $Ste=3$. Os parâmetros utilizados na simulação estão também apresentados na tabela. Na Figura 5-1, os resultados do presente modelo e da solução de Tao [60] estão comparados, mostrando uma boa aderência.

Tabela 5-1: Parâmetros utilizados para a validação do modelo matemático da transferência de calor no metal.

ρ (Kg/m ³)	7860
-----------------------------	------

h_{ext} (W/m ²)	53,33 (Bi=0,5), 213,33 (Bi=2)
R_{ext} (m)	0,375
k (W/m.K)	40
c (KJ/KgK)	909
ΔH_f (KJ/Kg)	274,32
T_f (°C)	1130
T_a (°C)	224,65 (Ste=3)
Δt (s)	10
Numero de nós	50

Figura 5-1: Gráfico da posição da interface sólido-líquido (R^*) em função do tempo (t^*) calculado por Tao [60] e pelo modelo de transferência de calor no metal proposto neste trabalho.

5.2. Validação da hipótese da regra das alavancas

A regra das alavancas foi utilizada para modelar a solidificação primária no modelo matemático de transferência de calor no metal. A validade deste modelo para simular a solidificação no experimento de Heringer et al. [1] foi avaliada calculando o número de Fourier de difusão (α) na posição do termopar T2. O número de Fourier foi definido como [61]

$$\alpha = \frac{4D_c t_f}{s_{II}^2} \quad 5-3$$

onde s_{II} é o espaçamento entre braços secundários de dendrita, D_c é a difusividade do soluto e t_f o tempo local de solidificação na posição T2. O carbono equivalente (C_0) da liga fundida por Heringer et al. [1] foi calculado utilizando a seguinte fórmula [62].

$$C_0 = \%C + 0.3(\%Si) + 0.33(\%P) - 0.027(\%Mn) + 0.4(\%S) \quad 5-4$$

obtendo-se o valor de 2,96. Este valor foi introduzido no diagrama de ferro – cementita [63], obtendo uma temperatura liquidus (T_L) de 1304 °C e solidus (T_S) de 1148 °C. Com estes valores o tempo local de solidificação na posição do termopar T2 foi 258 s. O espaçamento de braço secundário foi determinado na análise metalográfica do tubo fundido por Heringer et al. [1], sendo 68,2 μm . O coeficiente de difusão de soluto foi determinado como o coeficiente de difusão de carbono na austenita a 1373 K e num teor de carbono de 1,4 %C, sendo $6,28 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$ [64]. Finalmente, obteve-se $\alpha = 16,4$ (> 1), permitindo aplicar a regra das alavancas. Os parâmetros utilizados para este cálculo estão na Tabela 5-2.

Tabela 5-2: Parâmetros determinados durante o cálculo do número de Fourier de difusão na posição do termopar T2 do experimento de Heringer et al. [1].

C_0 (.m%C)	2,96 [63]
T_L (°C)	1304 [63]
T_S (°C)	1148 [63]
t_f (s)	258
s_{II} (μm)	62.8
D_c (m ² /s)	$6.28 \cdot 10^{-11}$ [64]
α	16,4

5.3. Análise do Modelo de Transferência de Calor na Cavidade Interior

O modelo de transferência de calor na cavidade interna formada pelo metal em rotação foi aplicado nas condições do experimento de Heringer et al. [1]. Inicialmente foram determinadas as propriedades físicas dos materiais considerados no modelo (Tabela 5-3). A refrigeração da tampa de fundo foi estimada com os parâmetros da Tabela 5-4, na qual também são apresentados outros parâmetros relativos ao modelo.

Tabela 5-3. Propriedades físicas dos materiais considerados no modelo de transferência de calor na cavidade.

Propriedade do material		Referência
Superfície interna do metal (óxido de ferro)		
ε	$5.714 \cdot 10^{-5} T - 0.821492$	[65]
Tampas (Ferro cinzento)		
k (W.m ⁻² .K ⁻¹)	$87.541 - 0.075714 T \quad T \geq 623 \text{ K}$	[66]
	$53.312 - 0.020858 T \quad 623 \text{ K} < T \leq 999 \text{ K}$	
	$69.681 - 0.037237 T \quad T > 999 \text{ K}$	

Propriedade do material		Referência
Revestimento da tampa de frente (Zirconita)		
k (W.m ⁻² .K ⁻¹)	6.90987 - 0.00504 T + 1.42322 10 ⁻⁶ T ²	[67]
ε	- 4.62 10 ⁻⁴ T + 1.03 T <= 773 K	[65]
	- 8.48 10 ⁻⁴ T + 1.22 T > 773 K	
Revestimento da tampa de fundo (Óxido de Magnésio)		
k (W.m ⁻² .K ⁻¹)	65.8234 - 0.12738 T + 1.0214 10 ⁻⁴ T ² – 2.9580 10 ⁻⁸ T ³	[67]
ε	- 6.36 10 ⁻⁴ T + 72,5 T <= 1098 K	[65]
	- 8.48 10 ⁻⁴ T + 1.22 T > 1098 K	
Água		
$k_{ag} \cdot 10^3$ (W.m ⁻² .K ⁻¹)	-452+5.65 T - 0.007 T ²	[56]
ν_{ag} (m ² .s ⁻²)	11817 - 58.76 T + 0.0744 T ²	[56]
Pr_{ag}	81.46 - 0.4075 T + 0.0005 T ²	[56]
Ar		
k_{ar} (W.m ⁻² .K ⁻¹)	1.26 10 ⁻² + 5.3 10 ⁻⁵ T	[56]
$\nu_{ar} \cdot 10^6$ (m ² .s ⁻²)	- 7.25659 + 0.05788 T + 6.68015 10 ⁻⁵ T ²	[56]

Tabela 5-4: Parâmetros de entrada do modelo de transferência de calor na cavidade interna.

Parâmetros da refrigeração da tampa de fundo	
Velocidade da água (m/s)	3
Diâmetro do bocal (cm)	5
Distancia do bocal à tampa (cm)	10
Temperatura da água (°C)	25
Outros parâmetros	
Temperatura da cavidade, Tc	(T _{mi} +T _a)/2
Temperatura ambiente, Ta (°C)	25
Velocidade de rotação, ω (r.p.m.)	900

Com estes parâmetros, foram calculados o h_{int} local para a posição $z = 0,15$ m (posição dos termopares no experimento de Heringer et al. [1]) e o h_{int} médio para toda superfície cilíndrica interna que forma a cavidade. Estes coeficientes, assim como a suas componentes convectiva e radiante, estão apresentados na Figura 5-2 e na Figura 5-3, respectivamente. Observou-se uma diferença entre valores locais e médios de até 30%. O efeito da convecção domina até a temperatura da superfície interna de ~ 550 °C, a partir da qual a componente torna-se maior e acima de ~ 1000 °C a convecção é desprezível comparada à radiação. Estes efeitos podem ser explicados pelo fato de que o poder de emissão radiante da superfície interna aumenta com T_{mi}^4 , tornando-se muito elevado para $T_{mi} > \sim 700$ °C, enquanto o coeficiente de troca por convecção sofre um leve decréscimo com a temperatura devido à diminuição da densidade do ar, aumentando a viscosidade cinemática e diminuindo o número de Reynolds o qual é proporcional ao coeficiente de transferência de calor. Estes valores de $h_{int,c}$ são consistentes com valores adotados arbitrariamente na literatura, que estão na faixa entre 0 e 10 W/m²K [51,52].

Figura 5-2. Coeficiente h_{int} local e componentes convectiva ($h_{int,c}$) e radiante ($h_{int,r}$) para $z=0,15$ (posição dos termopares no experimento de Heringer et al. [1]) em função da temperatura da superfície interna na cavidade do metal (T_{mi}).

Figura 5-3: Coeficiente h_{int} médio e componentes convectiva ($h_{int,c}$) e radiante ($h_{int,r}$) em função da temperatura interna na cavidade do metal (T_{mi}).

Para as condições do experimento, os valores numéricos obtidos para o h_{int} médio e local ($z=0,15$ m) foram aproximados pelo polinômio quadrático abaixo para cada caso

$$h_{int} \left(\frac{W}{m^2 K} \right) = 8.10^{-6} T_{mi}^2 (K^2) - 0,0015 T_{mi} (K) + 3,6749 \quad 5-5$$

$$\bar{h}_{int} \left(\frac{W}{m^2 K} \right) = 1.10^{-5} T_{mi}^2 (K^2) - 0,0033 5 T_{mi} (K) + 4,8286 \quad 5-6$$

5.3.1.1. Efeito da temperatura do ar no interior da cavidade

A temperatura do ar na cavidade interna foi assumida igual à média entre a temperatura ambiente e a temperatura da superfície interna do metal. Apesar de utilizar os dois valores de temperatura extremos possíveis para a temperatura, esta hipótese é arbitrária. A temperatura do ar na cavidade, a princípio, pode assumir qualquer valor dentro desta faixa entre a temperatura da superfície interna do metal

e a temperatura ambiente. Portanto o h_{int} local foi calculado assumindo estas duas condições limite ($T_c = T_{mi}$ e $T_c = T_a$) para verificar a magnitude do erro que pode ser causado pela simplificação. Na Figura 5-4 apresenta-se o h_{int} para cada valor de T_c utilizado. A variação no h_{int} é menor que 10% nas condições do experimento analisado e, portanto, não deve introduzir erros consideráveis.

Figura 5-4: Comportamento de h_{int} local calculado para $T_c = T_{mi}$, $T_c = T_a$ e T_c igual à média entre T_{mi} e T_a .

5.3.1.2. Efeito da velocidade de rotação do molde

A velocidade de rotação (ω) afeta o campo de velocidades que irá se desenvolver dentro da cavidade e na região externa, próximo à tampa de frente do molde, afetando as componentes convectiva e radiante do h_{int} . Portanto, a velocidade de rotação foi alterada entre 600 e 1200 rpm, correspondendo a uma variação da força centrífuga na metade de espessura do tubo metálico de 48g a 193g (Figura 5-5). Observa-se uma variação de até 50% a baixas temperaturas, tornando-se desprezível com o aumento da temperatura. Este comportamento ocorre porque o termo convectivo aumenta com o aumento da velocidade de rotação, que aumenta a velocidade relativa do ar, resultando em uma maior troca de

calor por este mecanismo. Quando a temperatura é elevada, o termo radiante passa a dominar e este praticamente não sofre efeito da rotação, a não ser por um efeito indireto da convecção na região externa da tampa do molde, causando um decréscimo da temperatura na região interna da tampa.

Figura 5-5: Comportamento de h_{int} calculado para ω igual 600, 900 e 1200 rpm, os valores entre parêntesis correspondem à força centrífuga na metade de espessura do metal.

5.3.1.3. Efeito da relação diâmetro-comprimento do tubo

O modelo matemático da transferência de calor na cavidade interna do metal, aplicado nas condições do experimento de Heringer [1], foi examinado em relação ao efeito da variação da relação diâmetro/comprimento do tubo. Como o componente convectivo do coeficiente de transferência de calor não sofre efeito desta relação, examinou-se o efeito no componente radiante do h_{int} médio. Foi alterado o comprimento (L) do tubo na faixa de 2 a 10 vezes o diâmetro interno do tubo (D_{int}) e o resultado está apresentado na Figura 5-6.

Observa-se que o efeito da relação L/D_{int} é importante: quanto maior a relação menor o valor do $h_{int,r}$ médio, ou seja, menor a importância da transferência de calor por radiação.

Figura 5-6: Valor de $h_{int,r}$ médio calculado para $L = 2D_{int}$, $L = 5D_{int}$ e $L = 10D_{int}$.

5.3.1.4. Transferência de calor local por radiação ao longo do tubo

O componente local radiante do h_{int} foi examinado em função da distancia à tampa de frente (z) para diferentes comprimentos de tubo. Na Figura 5-7 apresenta-se o $h_{int,r}$ local em função da razão z/L , assumindo uma temperatura da superfície interna do metal igual à temperatura eutética (1148 °C). Observa-se que, próximo às tampas de fundo e de frente, o $h_{int,r}$ aumenta devido à maior troca por radiação com estas tampas e com o ambiente através da abertura na tampa de frente. Devido à refrigeração, a tampa de fundo apresenta uma temperatura menor do que a superfície cilíndrica interna, o que contribui para um maior fluxo de calor por radiação. Próximo à tampa de frente, o máximo valor do $h_{int,r}$ ocorre para valores de z/L próximos a 0,1; mas decresce em posições ainda mais próximas da tampa devido à diminuição do fator de vista para a abertura.

Figura 5-7: $h_{int,r}$ em função de z/L para $T_{mi} = T_E$ (1148 °C) e para $L = 2D_{int}$, $L = 5D_{int}$ e $L = 10D_{int}$.

5.3.1.5. Comparação com modelos adotados na literatura

O coeficiente de transferência de calor médio na superfície cilíndrica da cavidade interna do metal calculado pelo modelo proposto requer o conhecimento da geometria da cavidade, materiais e condições de refrigeração do molde. Porém Kang et al. e Kang e Rohatgi [20,51] e Nastac et al. em 2000 [52] utilizaram a seguinte expressão simplificada para calcular o este coeficiente h_{int}

$$h_{int} = h_{int,c} + \frac{\sigma \varepsilon_m (T_{mi}^4 - T_c^4)}{(T_{mi} - T_c)} \quad 5-7$$

Na Figura 5-8 estão comparados os valores da componente radiante, $h_{int,r}$, calculado pelo presente modelo e os valores calculado pelo segundo termo à direita da Eq. 5-7. Observa-se que a equação acima fornece valores muito maiores que o modelo devido a equação implicar em uma troca com uma superfície externa à temperatura da cavidade, T_c . No entanto, no interior da cavidade a maior troca de calor por radiação ocorre com as tampas e através da abertura de vazamento, que representam um pequeno ângulo sólido para um ponto da superfície cilíndrica

interna da cavidade. Grande parte do ângulo sólido é interceptada pela própria superfície cilíndrica, que está em uma temperatura T_{mi} , mais elevada que T_c , resultando em um menor fluxo.

Figura 5-8: A componente radiante do hint em função da temperatura da superfície interna do metal calculada pelo modelo matemático proposto e pela expressão utilizada por Kang et al. e Kang e Rohatgi [20,51].

Com base na análise realizada acima, pode-se concluir que a transferência de calor por convecção é desprezível frente à transferência de calor por radiação para o caso da solidificação de ligas ferrosas. Desta forma, na fundição centrífuga de tubos de ligas ferrosas, o hint pode ser aproximado pelo $h_{int,r}$ durante a solidificação, sem cometer erros elevados. Pode-se concluir também que, para tubos com uma relação $L/D_{int} \geq 5$, a porção central da superfície cilíndrica interna ($0,2 < z/L < 0,8$) pode ser considerada adiabática, como assumido por [50].

5.4. Solução Inversa do Modelo matemático

Para calcular a solução inversa do modelo matemático da transferência de calor durante a fundição centrífuga de tubos foi necessário primeiro determinar as propriedades físicas da liga utilizada no experimento de Heringer et al. [1]. O teor de carbono foi 2,88 %(massa), que corresponde a 43 %(massa) de cementita e o restante de austenita segundo o diagrama de fases. Assim o calor latente de fusão foi calculado como a média ponderada do calor latente da cementita (291,6 KJ/Kg [68]) e da austenita (263 KJ/Kg [69]), sendo 276,6 KJ/Kg . A condutividade térmica e o calor específico utilizados foram os valores disponíveis para o ferro-fundido branco [68]. A temperatura inicial foi considerada como a máxima temperatura registrada pelos termopares T1 e T2, igual a 1347 °C, que é um valor muito inferior à temperatura de vazamento de 1440 °C reportada por Heringer et al. [1], indicando uma perda de calor acentuada na etapa de vazamento e preenchimento do molde. A partir do diagrama de fases ferro – cementita [63], foram determinados o ponto de fusão do ferro (T_f), a temperatura e composição da reação eutética (T_E e C_E) e o limite de solubilidade do carbono na austenita para a temperatura eutética (C_{SE}). Os parâmetros utilizados no modelo estão apresentados na Tabela 5-5.

Tabela 5-5. Parâmetros do modelo de transferência de calor no metal.

Parâmetro	Valor	Referência
R_{ext} (m)	0,15	
R_{int} (m)	0,085	
ρ (Kg/m ³)	7860	[68]
ΔH_f (KJ/Kg)	276,6	[69]
C_0 (m.%C)	2,96	
C_E (m.%C)	4,3	
C_{SE} (m.%C)	2,11	
T_f (°C)	1538	[63]
T_E (°C)	1148	
T_i (°C)	1347	

Parâmetro	Valor	Referência
T_a (°C)	25	
c (KJ/Kg K)	$0,49704 + 0,13343 \cdot 10^{-3} T$	$T \leq 935 \text{ K}$
	$0,06993 + 0,59 \cdot 10^{-3} T$	$935 \text{ K} < T \leq 1076 \text{ K}$
	$0,55623 + 0,138 \cdot 10^{-3} T$	$1076 \text{ K} < T \leq 1373 \text{ K}$
	$-1,6028 + 1,71 \cdot 10^{-3} T$	$1373 \text{ K} < T \leq 1473 \text{ K}$
	$0,97492 - 4 \cdot 10^{-5} T$	$T > 1473 \text{ K}$
k (W/m K)	$14,312 + 0,015075 T$	$T \leq 633 \text{ K}$
	$47,45 - 0,037319 T$	$633 \text{ K} < T \leq 766 \text{ K}$
	$17,042 + 0,0023883 T$	$T > 766 \text{ K}$
Número de nós da malha	30	
Passo de tempo (s)	0,2	

[68]

Sobre o modelo matemático assim definido, foi aplicado o método do domínio completo descrito nos itens 4.1 e 4.2 para se obter a solução inversa. As curvas de resfriamento T_1 e T_2 obtidas por Heringer et al. [1] foram utilizadas para determinar o erro quadrático definido pela eq. 3-27, tornando-se

$$Eq = \sum_k (T(r = 35mm, t_k) - T_1)^2 + (T(r = 20mm, t_k) - T_2)^2 \quad 5-8$$

A temperatura do molde na interface (T_M) foi considerada ser a temperatura medida pelo termopar T3, resultando em

$$h_{ext}(T_3 - T) = k \frac{\partial T}{\partial r} \quad \text{para } r = R_{ext} \quad 5-9$$

O código computacional do método do domínio completo foi acoplado ao do modelo matemático da transferência de calor e o h_{ext} foi considerado inicialmente como uma função constante. Logo, a função linear por partes assumida para representar o comportamento de h_{ext} com o tempo foi utilizada utilizando-se os instantes de tempo t_i da Tabela 5-6 e a equação abaixo

$$h_{ext}(t) = \left(\frac{h_{ext}(t_{i+1}) - h_{ext}(t_i)}{t_{i+1} - t_i} \right) \cdot (t - t_i) \text{ para } t_i < t \leq t_{i+1} \quad 5-10$$

Tabela 5-6: Parâmetros utilizados na eq. 5-10 para o calculo da solução inversa do modelo.

Numero i	Valor dos t_i
i=2	t1=0 s, t2=2910 s ¹
i=3	t1=0 s, t2=500 s, t3=2910 s
i=4	t1=0 s, t2=500 s, t3=100 s, t4=2910 s

¹ As curvas de resfriamento foram medidas até 2910 s após o vazamento (Figura 4-11).

A solução inversa foi obtida várias vezes para um número crescente de intervalos a partir de uma função constante ($i=1$), atingindo 3 intervalos ($i=4$), examinando-se o efeito no erro quadrático médio em cada passo. Os resultados obtidos em cada etapa estão apresentados da Figura 5-9 a Figura 5-12. O erro quadrático médio entre as temperaturas medidas e calculadas para $i=1$ até 4 foi de 87,24; 45,50; 18,13 e 17,95 °C, respectivamente. Não houve uma diminuição significativa no erro para i acima de 3.

Observou-se um bom ajuste entre os valores calculados e medidos, sendo que a diferença entre as temperaturas calculadas nas posições T1 e T2 é apreciavelmente maior que a diferencia entre as temperaturas medidas para as mesmas posições. Isto pode indicar que a condutividade térmica utilizada no cálculo é menor que a real ou que o calor latente de fusão utilizado é diferente do real.

O h_{ext} possui inicialmente valores elevados ($\sim 800 \text{ W/m}^2\text{K}$) e decresce com o tempo segundo um comportamento do tipo exponencial. Este comportamento é consistente com a formação do vão num tempo próximo ao final do vazamento. Uma função exponencial foi ajustada (por mínimos quadrados) ao h_{ext} com $i=4$ obtendo-se

$$h_{ext}(\text{W/m}^2\text{K}) = 53,74 + 532,69 \cdot \exp(-0,0016 \cdot t(s)) \quad 5-11$$

onde o coeficiente de correlação foi 0,93. Esta função tende a um patamar de 53,47 W/m²K.

Figura 5-9: Resultado da solução inversa para h_{ext} como função constante. Erro médio 87,24 °C.

Figura 5-10: Resultado da solução inversa para h_{ext} da eq. 5-10 com $i=2$. Erro médio 45,50 $^{\circ}\text{C}$.

Figura 5-11: Resultado da solução inversa para h_{ext} da eq. 5-10 com $i=3$. Erro médio 18,13 $^{\circ}\text{C}$.

Figura 5-12: Resultado da solução inversa para h_{ext} da eq. 5-10 com $i=4$. Erro médio 17,95 °C.

5.5. Análise do Modelo Matemático de Transferência de Calor na Interface Metal-Molde

O modelo matemático para a transferência de calor no metal foi utilizado junto com o modelo do coeficiente de transferência de calor na interface metal molde (h_{ext}) desenvolvido no item 4.4 para simular a fundição centrífuga nas condições do experimento de Heringer et al. [1]. A temperatura do molde na interface (T_M) foi novamente considerada ser a temperatura medida pelo termopar T3. A condutividade térmica efetiva do revestimento (k_{eff}) foi calculada como a condutividade da zirconita dada na Tabela 5-3, corrigida pelo efeito da porosidade através da seguinte equação [70]

$$k_{eff} = k_z(1 - \omega) \quad 5-12$$

onde k_z representa a condutividade da zirconita sem porosidade (Tabela 5-3) e ω é a porosidade do revestimento. A porosidade do revestimento foi obtida no item 4.5.3.2. Porém nesse item foi observado que 18% da porosidade das amostras correspondem a poros macroscópicos, no interior dos quais o metal penetra durante a fundição (Figura 4-14 (a)). Portanto o valor de porosidade medido foi corrigido por este efeito resultando em $\omega = 0,39$.

Não foram encontrados o limite de escoamento (σ_e) ou o limite de ruptura em temperaturas elevadas para o ferro-fundido branco com composição próxima à da liga utilizada por Heringer et al. [1]. Porém, o limite de ruptura para os ferros-fundidos dúcteis (nodular) de composição 4%Si e 4%Si-2%Mo (os quais possuem entre 2,5 e 3,4 %C) e para o ferro-fundido branco ferrítico com 34%Cr (o qual possui entre 1 e 2 %C) foram encontrados para temperaturas máximas de 800 e 1000 °C, respectivamente (Figura 5-13). Devido à falta de melhores dados, estes foram utilizados para estimar o valor do limite de escoamento da liga empregada no experimento de Heringer et al. [1]. Este limite de escoamento é necessário para determinar o instante inicial de formação do vão contínuo no modelo de transferência de calor na interface metal-molde.

Observa-se que em temperaturas elevadas o efeito do encruamento pode ser desprezado nas curvas tensão-deformação encontradas para o aço inoxidável AISI 304 (Figura 5-14), este comportamento foi assumido para o metal e, foi utilizado o limite de ruptura disponível como uma aproximação para o limite de escoamento necessário ao modelo, interpolando linearmente entre os valores experimentais disponíveis e extrapolando para temperaturas maiores do que a faixa disponível. A extrapolação foi realizada utilizando a seguinte equação (utilizada em ferros-fundidos nodulares) [71]

$$\sigma_e(T) = \sigma_e(T_x) e^{-B(T-T_x)} \quad 5-13$$

onde T_x é uma temperatura onde o limite de escoamento é conhecido e B é uma constante que depende do material e que pode ser calculada a partir de dois valores experimentais disponíveis a partir de

$$B = \frac{1}{T_{x,1} - T_{x,2}} \ln \left(\frac{\sigma_e(T_{x,2})}{\sigma_e(T_{x,1})} \right) \quad 5-14$$

$T_{x,1}$ e $T_{x,2}$ foram escolhidas como as duas maiores temperaturas onde o limite de ruptura foi determinado experimentalmente (Figura 5-13). As equações utilizadas para extrapolar o limite de ruptura dos ferros-fundidos em temperaturas elevadas, mostrado na Figura 5-13, estão na Tabela 5-7.

Tabela 5-7: Funções de extrapolação para temperaturas elevadas do limite de ruptura para as ligas indicadas.

Material	Função de extrapolação para o limite de escoamento
Ferro nodular (4%Si-2%Mo)	$\sigma_e(MPa) = 54,4 e^{-0,00500(T(^{\circ}C)-812^{\circ}C)}$
Ferro nodular (4%Si)	$\sigma_e(MPa) = 26,1 e^{-0,00771(T(^{\circ}C)-812^{\circ}C)}$
Ferro branco (34%Cr)	$\sigma_e(MPa) = 50,0 e^{-0,00390(T(^{\circ}C)-1000^{\circ}C)}$

Figura 5-13: Gráfico limite de ruptura em função da temperatura para os ferros-fundidos nodulares de composição 4%Si e 4%Si-2%Mo e para o ferro-fundido branco com 34%Cr [72,73]. Em linha preta está a interpolação linear e em linha tracejada, a extrapolação da Tabela 5-7.

Figura 5-14: Curvas tensão deformação a varias temperaturas a velocidades de deformação para o aço inoxidável AISI 304. Nota-se que para para baixas taxas de deformação o encruamento é desprezível a partir dos 900°C .

Na literatura foi encontrado o coeficiente de expansão térmica linear (α) para o ferro-fundido branco até 400°C e para o ferro-fundido nodular de matriz perlítica foi encontrado até 900°C [74], que está apresentado na Figura 5-15 em função da temperatura. Estes últimos valores foram utilizados para estimar o coeficiente de expansão térmica no experimento. Os valores foram interpolados e extrapolados (para temperaturas elevadas) linearmente, como indicado em linha continua e tracejada na Figura 5-15.

Figura 5-15: Coeficiente de expansão térmica linear do ferro-fundido nodular perlítico [74]. Em linha tracejada, a extrapolação linear dos dados para temperaturas acima dos valores experimentais.

O modelo matemático foi finalmente utilizado para simular a fundição centrífuga conduzida por Heringer et al. [1] a partir dos dados de entrada apresentados. Foram calculadas as curvas de resfriamento para as posições dos termopares T1 e T2 do experimento de Heringer et al. [1], o coeficiente de transferência de calor na interface metal-molde, h_{ext} , e a espessura do vão contínuo, obtidos pelo modelo da interface. Foi utilizado um passo de tempo de 0,2 s e uma malha de 30 nós (igual que durante a solução inversa).

As temperaturas calculadas e medidas e o h_{ext} calculado pelo modelo da interface e pela solução inversa estão apresentados na Figura 5-16 a Figura 5-19 para o limite de escoamento considerado pelas ligas: 4%Si, 4%Si-2%Mo e 34%Cr e para $\sigma_e \rightarrow \infty$, equivalente a considerar que a casca não sofre deformação plástica e o vão contínuo forma-se quando a temperatura do metal na interface metal-molde atinge a temperatura eutética. O erro médio entre as temperaturas medidas e calculadas para estes quatro valores de limite de escoamento foi de 93, 26, 55 e, 94 °C, respectivamente. O melhor ajuste ocorreu para o que corresponde ao do ferro-fundido nodular com 4%Si e 2%Mo (Figura 5-13). Neste caso, o valor do h_{ext} calculado pelo modelo da interface no final da simulação (2910 s) é de 80,7 W/m²K,

enquanto o valor estimado pela eq. 5-11 a partir da solução inversa é de 53,7 W/m²K.

Figura 5-16: Apresentam-se as curvas de resfriamento medidas e calculadas pelo modelo, o h_{ext} calculado pelo modelo e pela solução inversa. O σ_e utilizado foi o do ferro nodular 4%Si. Erro médio 93 °C

Figura 5-17: Apresentam-se as curvas de resfriamento medidas e calculadas pelo modelo, o h_{ext} calculado pelo modelo e pela solução inversa. O σ_e utilizado foi o do ferro nodular com

4%Si-2%Mo, que resultou na melhor aderência ao h_{ext} calculado pela solução inversa. Erro médio 26 °C

Figura 5-18: Apresentam-se as curvas de resfriamento medidas e calculadas pelo modelo, o h_{ext} calculado pelo modelo e pela solução inversa. O σ_e utilizado foi o do ferro nodular 34% Cr. Erro médio 55 °C

Figura 5-19: Apresentam-se as curvas de resfriamento medidas e calculadas pelo modelo, o h_{ext} calculado pelo modelo e pela solução inversa. Modelo simplificado ($\sigma_e = \infty$). 94 °C.

Na Figura 5-20 está apresentado o cálculo da espessura do vão contínuo em função do tempo para o limite de escoamento correspondente ao do ferro-fundido nodular com 4%Si e 2%Mo (melhor ajuste). O início da formação do vão ocorre aos 30 s após o preenchimento do molde, quando a temperatura do metal na superfície atinge 708,63 °C. A partir dos 30 s, o vão cresce de forma aproximadamente linear até os 2000 s, atingindo um patamar.

Figura 5-20: Espessura do vão calculada pelo modelo matemático da transferência de calor na interface utilizando limite de escoamento correspondente ao do ferro-fundido nodular com 4%Si-2%Mo.

Figura 5-21 apresenta-se o fluxo de calor através da interface metal-molde, calculado pela solução inversa e pelo modelo matemático da interface. A aderência entre as curvas é razoável até os 50 s, melhorando partir desse tempo.

(a)

(b)

Figura 5-21: (a) Fluxo de calor na interface metal-molde calculado pela solução inversa e pelo modelo matemático da transferência de calor na interface (com σ_e correspondente ao da liga 4%Si-2%Mo) e (b) detalhe das curvas para os primeiros 100 s, onde existe a maior discrepância.

Na Figura 5-22 apresenta-se o gráfico das frentes de solidificação em função do tempo para a frente que cresce da superfície exterior e a que cresce da superfície interior. O encontro das frentes acontece em $r = 0,0942$ m e $r = 0,0893$ m para as isotermas em $T_L = 1304$ °C e $T_E = 1148$ °C respectivamente (a temperatura T_L utilizada corresponde à do diagrama de fases real e não ao diagrama de fases

simplificado que se utilizou no modelo matemático). Essa região corresponde ao mesmo raio que o da Figura 4-15 (b) onde observa-se um microrrechupe, o qual é indicativo de que essa região foi a última em solidificar. Para o termopar T1 os tempos de início e fim de solidificação são $t = 117$ e 553 s respectivamente, e para o termopar T2 esses tempos são $t = 43$ e 227 s. O início e fim de solidificação ($T_L = 1304$ °C e $T_E = 1148$ °C) nas curvas de resfriamento medidas por Heringer et al. [1] aconteceram aos 57 e 315 s (T2) e 63 e 450 s (T1) respectivamente. O ajuste entre estes dados é regular.

Na Figura 5-23 apresenta-se a velocidade das isothermas da frente que cresce desde a superfície externa. Em ambos casos a velocidade diminui ao início e cresce ao fim.

Figura 5-22: Posição das isothermas TL e TE, indicando a evolução da posição da zona pastosa com o tempo, ou seja, o posicionamento da frente interna e externa de solidificação. A posição dos termopares T1 e T2 utilizados no experimento de Heringer et al. [1] também está mostrada.

Figura 5-23: Velocidade das isothermas em T_L e T_E para a frente externa de solidificação.

6. CONCLUSÕES

As seguintes conclusões podem ser formuladas a partir dos resultados obtidos no presente trabalho:

- 1) O coeficiente de transferência de calor na superfície cilíndrica interna da cavidade do metal calculado pelo modelo proposto aumenta com a temperatura na superfície desta cavidade. O componente radiante deste coeficiente aumenta com a temperatura da superfície, tornando-se dominante acima de $\sim 550\text{ }^{\circ}\text{C}$, enquanto o componente convectivo diminui, mas é dominante até a temperatura de $\sim 550\text{ }^{\circ}\text{C}$. Acima do $\sim 1000\text{ }^{\circ}\text{C}$ a convecção é desprezível frente a radiação.
- 2) O efeito da temperatura do ar na cavidade é desprezível na troca de calor sofrida pela superfície cilíndrica da cavidade interna do metal.
- 3) A variação da velocidade de rotação de 600 a 1200 rpm (aceleração centrípeta de 48g a 193g, respectivamente) pode aumentar o coeficiente de transferência de calor na superfície cilíndrica da cavidade interna do metal em até 50% a temperaturas $\leq \sim 550\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- 4) A transferência de calor por convecção é desprezível frente à transferência de calor por radiação na superfície cilíndrica da cavidade interna do metal em grande parte do tempo da solidificação de tubos de ligas ferrosas.
- 5) O coeficiente de transferência de calor na interface metal-molde obtido pela técnica da solução inversa possui um comportamento em função do tempo semelhante ao reportado na literatura para fundição estática: inicialmente tem-se um valor elevado, que decresce com o tempo de uma forma exponencial.
- 6) O modelo matemático proposto para a transferência de calor na interface metal-molde possibilitou o cálculo de curvas de resfriamento em boa aderência às curvas experimentais apresentadas por Heringer et al. [1] para a fundição centrífuga de um tubo de liga ferrosa. Neste caso, observa-se que a consideração da deformação plástica da casca solidificada para indicar o início da formação do vão contínuo na interface metal-molde melhorou a aderência dos cálculos aos dados experimentais.

7. REFERENCIAS

- [1] HERINGER, R.; BOCCALINI, M.; MARTORANO, M.A.; SERANTONI, C.R. Measurement of cooling curves in centrifugal casting of a ferrous alloy. **Ht2008: Proceedings of the Asme Summer Heat Transfer Conference, Vol 1**, v. n. p. 693-694, 2009.
- [2] MARTORANO, M.A.; CAPOCCHI, J.D.T. Heat transfer coefficient at the metal-mould interface in the unidirectional solidification of cu-8%sn alloys. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 43, n. 14, p. 2541-2552, 2000.
- [3] B. J. YANG, W.T.L., J. Y. SU Numerical simulation and experimental investigation of the solidification of centrifugally-cast cylinder sleeves. **AFS Trans.**, v. n. p. 763-767, 1994.
- [4] VASSEUR, A.R.A.S. Casting: Centrifugal casting. In: eds. Asm handbook, 1990. p 296.
- [5] BEELEY, P.R. Production techniques 3: Further casting techniques. In: eds. Foundry technology, Oxford ; Boston: Butterworth Heinemann; 2001. p. 622-674.
- [6] JANCO, N. **Centrifugal casting**. Des Plaines, Ill., American Foundrymen's Society, 1988.
- [7] STEFANESCU, D.M. **Science and engineering of casting solidification, second edition**. 2nd New York, Springer, 2008.
- [8] D. V. ATTERTON, D.H.H., 1958. The intermediate metal thermocouple in metal/mould interface temperature measurements. In: The British Foundryman Conference, The intermediate metal thermocouple in metal/mould interface temperature measurements. In: The British Foundryman Conference, pp.77-82.
- [9] J.G. HENZEL, J.K. Gap formation in permanent mold castings. **Trans. of the American foundrymen's society**, v. 68, n. p. 373-379, 1960.
- [10] NEHRU, K.V.K. Influence of insulating mold coatings on the solidification of copper castings in metallic molds and thermal behavior of molds. **AFS Cast Metal. Res. J.**, v. 10, n. 3, p. 111-116, 1974.
- [11] SULLY, L.J.D. The thermal interface between casting and chill molds. **AFS Trans.**, v. 84, n. p. 735-744, 1976.

- [12] Y. NISHIDA, H.M. Effect of pressure on the heat transfer at the metal mould-casting interface. **British Foundryman**, v. 69, n. p. 274-278, 1976.
- [13] K. HO, R.D.P. Transient methods for determination of metal-mold interfacial heat transfer. **AFS Transactions**, v. 91, n. p. 689-698, 1983.
- [14] K HO, R.D.P. Mechanism of heat transfer at a metal-mold interface. **Transactions of the American Foundrymens Society**, v. 92, n. p. 587-598, 1984.
- [15] HO, K.; PEHLKE, R.D. Metal-mold interfacial heat-transfer. **Metallurgical Transactions B-Process Metallurgy**, v. 16, n. 3, p. 585-594, 1985.
- [16] J ISAAC, G.P.R., G K SHARMA Experimental investigation of the influence of casting parameters on the formation and distribution of air gap during the solidification of castings in metallic molds. **AFS Trans.**, v. 93, n. p. 29-34, 1985.
- [17] NISHIDA, Y.; DROSTE, W.; ENGLER, S. The air-gap formation process at the casting-mold interface and the heat-transfer mechanism through the gap. **Metallurgical Transactions B-Process Metallurgy**, v. 17, n. 4, p. 833-844, 1986.
- [18] KUMAR, T.S.P.; PRABHU, K.N. Heat-flux transients at the casting chill interface during solidification of aluminum base alloys. **Metallurgical Transactions B-Process Metallurgy**, v. 22, n. 5, p. 717-727, 1991.
- [19] A. V. REDDYA, C.B. Measurements of metal-mold interfacial heat transfer coefficients during solidification of sn and sn-pb alloys. **Experimental Heat Transfer**, v. 6, n. 2, p. 111-129, 1993.
- [20] KANG, C.G.; ROHATGI, P.K.; NARENDRANATH, C.S.; COLE, G.S. A solidification analysis on centrifugal casting of metal-matrix composites containing graphite particles. **Isij International**, v. 34, n. 3, p. 247-254, 1994.
- [21] M. KRISHNAN, D.G.R.S. Determination of heat transfer coefficient between casting and chill in unidirectional heat flow. **AFS Trans.**, v. n. p. 769-774, 1994.
- [22] MUOJEKWU, C.A.; SAMARASEKERA, I.V.; BRIMACOMBE, J.K. Heat transfer and microstructure during the early stages of metal solidification. **Metallurgical and Materials Transactions B-Process Metallurgy and Materials Processing Science**, v. 26, n. 2, p. 361-382, 1995.

- [23] LAU, F.; LEE, W.B.; XIONG, S.M.; LIU, B.C. A study of the interfacial heat transfer between an iron casting and a metallic mould. **Journal of Materials Processing Technology**, v. 79, n. 1-3, p. 25-29, 1998.
- [24] GRIFFITHS, W.D. A model of the interfacial heat-transfer coefficient during unidirectional solidification of an aluminum alloy. **Metallurgical and Materials Transactions B-Process Metallurgy and Materials Processing Science**, v. 31, n. 2, p. 285-295, 2000.
- [25] HALLAM, C.P.; GRIFFITHS, W.D.; BUTLER, N.D. Interfacial heat transfer between a solidifying aluminium alloy and a coated die steel. **Solidification and Gravity 2000**, v. 329-3, n. p. 467-472, 2000.
- [26] PRABHU, K.N.; GRIFFITHS, W.D. Assessment of metal/mould interfacial heat transfer during solidification of cast iron. **Solidification and Gravity 2000**, v. 329-3, n. p. 455-460, 2000.
- [27] TROVANT, M.; ARGYROPOULOS, S. Finding boundary conditions: A coupling strategy for the modeling of metal casting processes: Part i. Experimental study and correlation development. **Metallurgical and Materials Transactions B-Process Metallurgy and Materials Processing Science**, v. 31, n. 1, p. 75-86, 2000.
- [28] TROVANT, M.; ARGYROPOULOS, S. Finding boundary conditions: A coupling strategy for the modeling of metal casting processes: Part ii. Numerical study and analysis. **Metallurgical and Materials Transactions B-Process Metallurgy and Materials Processing Science**, v. 31, n. 1, p. 87-96, 2000.
- [29] TAHA, M.A.; EL-MAHALLAWY, N.A.; EL-MESTEKAWI, M.T.; HASSAN, A.A. Estimation of air gap and heat transfer coefficient at different faces of al and al-si castings solidifying in permanent mould. **Materials Science and Technology**, v. 17, n. 9, p. 1093-1101, 2001.
- [30] MIRBAGHERI, S.M.H. Modeling of effect of the ferrous chills and pressure on the heat transfer coefficient in metal-reheated chill interface. **Materials Letters**, v. 62, n. 6-7, p. 824-827, 2008.
- [31] SABAU, A.S. Measurement of heat flux at metal/mould interface during casting solidification. **International Journal of Cast Metals Research**, v. 19, n. 3, p. 188-194, 2006.
- [32] D.G.R. SHARMA, M.K. Simulation of heat transfer at casting metal-mould interface. **AFS Trans.**, v. 99, n. p. 429-438, 1991.
- [33] KRON, J. **Air gap formation and hot tearing in solidification processing of al- and cu- base alloys**. Stockholm 2004. p. Tese Royal Institute of Technology.

- [34] KRON, J.; BELLET, M.; LUDWIG, A.; PUSTAL, B.; WENDT, J.; FREDRIKSSON, H. Comparison of numerical simulation models for predicting temperature in solidification analysis with reference to air gap formation. **International Journal of Cast Metals Research**, v. 17, n. 5, p. 295-310, 2004.
- [35] KRON, J.; FREDRIKSSON, H. Measurements and modelling of air gap formation in cu-based alloys. **International Journal of Cast Metals Research**, v. 18, n. 1, p. 21-28, 2005.
- [36] KRON, J.; LAGERSTEDT, A.; FREDRIKSSON, H. Measurements and modelling of air gap formation in aluminium based alloys. **International Journal of Cast Metals Research**, v. 18, n. 1, p. 29-40, 2005.
- [37] LAGERSTEDT, A.; KRON, J.; YOSEF, F.; FREDRIKSSON, H. Measurements and modeling of air gap formation in iron-base alloys. **Materials Science and Engineering a-Structural Materials Properties Microstructure and Processing**, v. 413, n. p. 44-51, 2005.
- [38] J -C. HWANG, H.-T.C., S -H. JONG, W -S. HWANG Measurement of heat transfer coefficient at metal/mold interface during casting. **Transactions of the American Foundrymens Society**, v. 102, n. p. 869-876, 1994.
- [39] GUNASEGARAM, D.R.; NGUYEN, T.T. Effect of cooling rate on air gap formation in aluminium alloy permanent mould casting. **International Journal of Cast Metals Research**, v. 19, n. 2, p. 116-122, 2006.
- [40] RICHMOND, O.; TIEN, R.H. Theory of thermal stresses and air-gap formation during early stages of solidification in a rectangular mold. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 19, n. 5, p. 273-&, 1971.
- [41] HADDAD, O.M.; AL-NIMR, M.; SILIETI, M. The effect of the gas-gap formation due to shrinkage on the rate of heat transfer during solidification. **Numerical Heat Transfer Part a-Applications**, v. 40, n. 8, p. 887-900, 2001.
- [42] KIM, K.Y. Analysis of gap formation at mold-shell interface during solidification of aluminum alloy plate. **Isij International**, v. 43, n. 5, p. 647-652, 2003.
- [43] MIRBAGHERI, S. Modeling of metal-mold interface resistance in the al-11.5 wt% si alloy casting process. **Scientia Iranica**, v. 14, n. 1, p. 46-55, 2007.

- [44] MIRBAGHERI, S.M.H. Modelling of metal-mold interface resistance in the a356 aluminium alloy casting process. **Communications in Numerical Methods in Engineering**, v. 23, n. 4, p. 295-312, 2007.
- [45] MIRBAGHERI, S.M.H.; SHRINPARVAR, M.; CHIRAZI, A. Modeling of metalo-static pressure on the metal-mould interface thermal resistance in the casting process. **Materials & Design**, v. 28, n. 7, p. 2106-2112, 2007.
- [46] SUN, D.W.; ANNAPRAGADA, S.R.; GARIMELLA, S.V.; SINGH, S.K. Analysis of gap formation in the casting of energetic materials. **Numerical Heat Transfer Part a-Applications**, v. 51, n. 5, p. 415-444, 2007.
- [47] VYNNYCKY, M. An asymptotic model for the formation and evolution of air gaps in vertical continuous casting. **Proceedings of the Royal Society a-Mathematical Physical and Engineering Sciences**, v. 465, n. 2105, p. 1617-1644, 2009.
- [48] VYNNYCKY, M. A mathematical model for air-gap formation in vertical continuous casting: The effect of superheat. **Transactions of the Indian Institute of Metals**, v. 62, n. 4-5, p. 495-498, 2009.
- [49] VYNNYCKY, M. Air gaps in vertical continuous casting in round moulds. **Journal of Engineering Mathematics**, v. 68, n. 2, p. 129-152, 2010.
- [50] EBISU, Y. Computer simulations on the macrostructures in centrifugal castings. **AFS Trans.**, v. 85, n. p. 643-659, 1977.
- [51] KANG, C.G.; ROHATGI, P.K. Transient thermal analysis of solidification in a centrifugal casting for composite materials containing particle segregation. **Metallurgical and Materials Transactions B-Process Metallurgy and Materials Processing Science**, v. 27, n. 2, p. 277-285, 1996.
- [52] NASTAC, L.; VALENCIA, J.J.; XU, J.; DONG, H. A computer model for simulation of multi-scale phenomena in the centrifugal casting of metal-matrix-composites. **Materials Processing in the Computer Age**, v. n. p. 171-188, 2000.
- [53] CHANG, S.R.; KIM, J.M.; HONG, C.P. Numerical simulation of microstructure evolution of al alloys in centrifugal casting. **Isij International**, v. 41, n. 7, p. 738-747, 2001.
- [54] PATANKAR, S.V. **Numerical heat transfer and fluid flow**. Washington New York, Hemisphere Pub. Corp. ; McGraw-Hill, 1980.

- [55] SEGHIR-OUALI, S.; SAURY, D.; HARMAND, S.; PHILLIPART, O.; LALOY, D. Convective heat transfer inside a rotating cylinder with an axial air flow. **International Journal of Thermal Sciences**, v. 45, n. 12, p. 1166-1178, 2006.
- [56] INCROPERA, F.P. **Fundamentals of heat and mass transfer**. 6th Hoboken, NJ, John Wiley, 2007.
- [57] COBB, E.C.; SAUNDERS, O.A. Heat transfer from a rotating disk. **Proceedings of the Royal Society of London Series a-Mathematical and Physical Sciences**, v. 236, n. 1206, p. 343-351, 1956.
- [58] SADD, M.H. **Elasticity : Theory, applications, and numerics**. Amsterdam ; Boston, Elsevier Butterworth Heinemann, 2005.
- [59] ABELL, A.B.; WILLIS, K.L.; LANGE, D.A. Mercury intrusion porosimetry and image analysis of cement-based materials. **Journal of Colloid and Interface Science**, v. 211, n. 1, p. 39-44, 1999.
- [60] TAO, L.C. Generalized numerical solutions of freezing a saturated liquid in cylinders and spheres. **Aiche Journal**, v. 13, n. 1, p. 165-&, 1967.
- [61] KURZ, W.; FISHER, D.J. **Fundamentals of solidification**. 4th rev. Uetikon-Zuerich, Switzerland ; Enfield, N.H., Trans Tech Publications, 1998.
- [62] STEFANESCU, D.M. Cast iron: Classification and basic metallurgy of cast iron, properties and selection: Irons, steels, and high-performance alloys. In: eds. Asm handbook, 1990. p. 3–11.
- [63] KRAUSS, G. Carbon and low-alloy steels: Microstructures, processing, and properties of steels, properties and selection: Irons, steels, and high-performance alloys. In: eds. Asm handbook, ASM International; 1990. p. 126–139.
- [64] GEGNER, J., 2006. Concentration- and temperature-dependent diffusion coefficient of carbon in fcc iron mathematically derived from literature data. In: Int Conf Mathematical Modeling and Computer Simulation of Materials Technologies, Concentration- and temperature-dependent diffusion coefficient of carbon in fcc iron mathematically derived from literature data. In: Int Conf Mathematical Modeling and Computer Simulation of Materials Technologies, Ariel, College of Judea and Samaria.
- [65] MODEST, M.F. **Radiative heat transfer**. 2nd Amsterdam ; Boston, Academic Press, 2003.

- [66] PEHLKE, R.D.J., A. WADA, H. **Summary of thermal properties for casting alloys and mold materials.** University of Michigan Ann Arbor, Michigan, 1982.
- [67] PURDUE UNIVERSITY. THERMOPHYSICAL PROPERTIES RESEARCH CENTER.; TOULOUKIAN, Y.S.; AIR FORCE MATERIALS LABORATORY (U.S.) **Thermophysical properties of high temperature solid materials.** New York,, Macmillan, 1967.
- [68] BRANDES, E.A.; BROOK, G.B.; SMITHELLS, C.J. **Smithells metals reference book.** 7th ed / edited by E.A. Brandes and G.B. Brook. Oxford ; Boston, Butterworth-Heinemann, 1998.
- [69] GOETTSCH, D.D.; DANTZIG, J.A. Modeling microstructure development in gray cast irons. **Metallurgical and Materials Transactions a-Physical Metallurgy and Materials Science**, v. 25, n. 5, p. 1063-1079, 1994.
- [70] POIRIER, D.R.; GEIGER, G.H. **Transport phenomena in materials processing.** Warrendale, Pa., Minerals, Metals & Materials Society, 1994.
- [71] KOGOHO, S.; SAKAI, T.; ASAMI, K. Temperature-dependence of tensile-strength and hardness for nodular cast-iron and their mutual correlation. **Journal of Materials Science**, v. 27, n. 16, p. 4323-4328, 1992.
- [72] JENKINS, L.R.; FORREST, R.D. Cast irons: Ductile iron, properties and selection: Irons, steels, and high-performance alloys. In: eds. Asm handbook, 1990. p. 33–55.
- [73] ASM INTERNATIONAL. HANDBOOK COMMITTEE. **Asm handbook.** 10th Materials Park, OH, ASM International, 1990.
- [74] CVERNA, F.; ASM INTERNATIONAL. MATERIALS PROPERTIES DATABASE COMMITTEE **Asm ready reference. Thermal properties of metals.** Materials Park, Ohio, ASM International, 2002.

8. APÊNDICES

8.1. Escoamento Estacionário do Metal Líquido na Fundição Centrifuga

Na Figura 8-1 está representada o domínio do metal líquido no interior do molde sob rotação. R_{ext} representa o raio externo do tubo (igual ao raio interno do molde), R_{int} o raio interno do tubo, e r é a coordenada radial a partir do eixo do molde. O sistema de referência de coordenadas cilíndricas está posicionado no eixo do tubo e foi desenhado separadamente para uma melhor visualização.

Figura 8-1: Desenho esquemático da geometria do metal no interior do molde sob rotação. R_{ext} representa o raio externo do tubo (igual ao raio interno do molde), R_{int} o raio interno do tubo, e r a coordenada radial em relação ao eixo do molde. O sistema de coordenadas foi desenhado separadamente para uma melhor visualização.

A conservação da quantidade de movimento foi aplicada ao domínio do metal considerando seguintes hipóteses:

- Escoamento bidimensional no plano $r - \theta$;
- Estado estacionário;
- Aceleração gravitacional desprezível;
- Simetria do campo de velocidades e de pressão em relação ao eixo do tubo.

A equação de continuidade em coordenadas cilíndricas em estado estacionário é

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad 8-1$$

e a eq. de Navier-Stokes torna-se

$\hat{e}_r$:

$$\begin{aligned} \rho \left(v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} \right) \\ = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_r) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right] \end{aligned} \quad 8-2$$

$\hat{e}_\theta$:

$$\begin{aligned} \rho \left(v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} - \frac{v_r v_\theta}{r} \right) \\ = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_\theta) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right] \end{aligned}$$

As condições de contorno são

$$v_r = 0, \quad v_\theta = \omega R \quad \text{para } r = R_{ext} \quad 8-3$$

$$\vec{\tau} \cdot \vec{n}_i = 0, \quad v_r = 0 \quad \text{para } r = R_{int} \quad 8-4$$

Aplicando a eq. constitutiva do fluido Newtoniano na eq. 8-4 tem-se que

$$\begin{aligned} \tau_{rr} = -2\mu \frac{\partial v_r}{\partial r} = 0, \quad v_\theta = \omega R, \quad \text{para } r = R_{ext} \\ \tau_{r\theta} = -\mu \left(r \frac{\partial}{\partial r} \frac{v_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right) = 0, \quad v_r = 0 \quad \text{para } r = R_{int} \end{aligned} \quad 8-5$$

e aplicando a condição de simetria, às eqs. 8-1, 8-2 e 8-5, obtém-se

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_r) = 0 \quad 8-6$$

$\hat{e}_r$:

$$\rho \left(v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_\theta^2}{r} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) \right) \right] \quad 8-7$$

$\hat{e}_\theta$:

$$\rho \left(v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_r v_\theta}{r} \right) = +\mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_\theta) \right) \right]$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_r}{\partial r} &= 0, & v_\theta &= \omega r, & \text{para } r &= R_{ext} \\ \frac{\partial}{\partial r} \frac{v_\theta}{r} &= 0, & v_r &= 0 & \text{para } r &= R_{int} \end{aligned} \quad 8-8$$

Integrando a eq. 8-6 tem-se $v_r = C_1/r$. Substituindo v_r na eq. 8-8, conclui-se que $C_1 = 0$, e portanto $v_r = 0$. Substituindo este resultado na eq. 8-7 obtém-se

$\hat{e}_r$:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho \frac{v_\theta^2}{r}$$

$\hat{e}_\theta$:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_\theta) \right) = 0 \quad 8-9$$

Integrando-se estas equações e aplicando as condições de contorno, obtêm-se os campos de velocidade e pressão descritos abaixo:

$$\begin{aligned} v_\theta &= r\omega \\ v_r &= 0 \end{aligned} \quad 8-10$$

$$p = \rho \omega^2 \frac{r^2 - R_{int}^2}{2} + p_{atm} \quad 8-11$$

8.2. Discretização da Equação Diferencial da Condução de Calor no Metal

No item 4.1 foram definidas as eqs. 8-12 e 8-13 indicadas abaixo

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r k \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \rho \Delta H_f \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} \quad 8-12$$

$$\varepsilon_s = \frac{T_l - T}{T_f - T} \left(\frac{1}{1 - \kappa} \right) \quad 8-13$$

Este sistema de equações foi discretizado utilizando o método dos volumes finitos na forma implícita. Na Figura 8-2 mostra-se o domínio sobre o qual foram aplicadas as equações. Este domínio foi subdividido em vários anéis de espessura Δr (volumes finitos). O tempo foi discretizado subdividido passos Δt . Na Figura 8-2, à direita, indica-se a notação adotada, onde o nó vizinho à direita é “E” e o vizinho à esquerda é “W”. A fronteira do volume à direita é “e” e a esquerda é “w”. O símbolo “0” indica a variável no passo de tempo anterior [54].

Figura 8-2: À esquerda o domínio do problema. À direita indica-se a notação adotada, onde o nó vizinho à direita “E” e o vizinho à esquerda “W”. A fronteira do volume à direita “e” e a esquerda “w”.

A taxa de formação de massa sólida por unidade de tempo e volume devido à solidificação (Γ_s) foi definida como

$$\Gamma_s = \rho \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} \quad 8-14$$

Substituindo Γ_s no termo fonte da eq. 8-12 e multiplicando-a por r

$$\rho c r \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r} \left(r k \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \Delta H_f r \Gamma_s \quad 8-15$$

Integrando a eq. acima no tempo e no raio para o volume “P” obtém-se a eq. discretizada abaixo

$$\begin{aligned} \rho c \frac{r_e^2 - r_w^2}{2} (T - T^0) \\ = \left(r_e k_e \frac{(T_E - T)}{\Delta r} - r_w k_w \frac{(T - T_w)}{\Delta r} \right) \Delta t \\ + \Delta H_f \Delta t \frac{r_e^2 - r_w^2}{2} \Gamma_s \end{aligned} \quad 8-16$$

Substituindo $\frac{r_e^2 - r_w^2}{2}$ por $r \Delta r$ a equação reduz-se a

$$\rho c r \Delta r (T - T^0) = \left(r_e k_e \frac{(T_E - T)}{\Delta r} - r_w k_w \frac{(T - T_w)}{\Delta r} \right) \Delta t + \Delta H_f r \Delta r \Delta t \Gamma_s \quad 8-17$$

Substituindo os parâmetros definidos abaixo na equação acima obtém-se

$$\begin{aligned} a_0 = \frac{\rho c r \Delta r}{\Delta t}, \quad a_e = \frac{r_e k_e}{\Delta t}, \quad a_w = \frac{r_w k_w}{\Delta t}, \quad a_p = a_0 + a_w + a_e, \\ B = \Delta H_f r \Delta r, \quad A = (a_0 T^0 + a_e T_E + a_w T_w) \end{aligned} \quad 8-18$$

$$T = \frac{A + B \Gamma_s}{a_p} \quad 8-19$$

A eq. 8-14 é discretizada como

$$\Gamma_s = \rho \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_s^0}{\Delta t} \quad 8-20$$

Substituindo ε_s dada pela regra das alavancas (eq. 8-13) na eq. acima resulta em

$$\Gamma_s = \frac{\rho}{\Delta t} \left(\frac{T_l - T}{T_f - T} \frac{1}{1 - \kappa} - \varepsilon_s^0 \right) \quad 8-21$$

A equação acima foi reordenada como uma equação quadrática em Γ_s

$$\begin{aligned} \left(-\frac{B\Delta t}{a_p\rho} \right) \Gamma_s^2 + \left(\frac{T_f\Delta t}{\rho} - \frac{A\Delta t}{a_p\rho} + \frac{B}{a_p} \left(\frac{1}{1-\kappa} \right) - \frac{\varepsilon_s^0 B}{a_p} \right) \Gamma_s \\ + \left(-T_l \left(\frac{1}{1-\kappa} \right) + \frac{A}{a_p} \left(\frac{1}{1-\kappa} \right) + \varepsilon_s^0 T_f - \frac{\varepsilon_s^0 A}{a_p} \right) = 0 \end{aligned} \quad 8-22$$

A equação acima permite calcular Γ_s , a partir do qual a fração de sólido é calculada com a eq. 8-20. Este procedimento é válido no intervalo da solidificação primária, $T_E < T < T_L$. Durante a solidificação eutética, aplica-se $T = T_E$ à eq. 8-19 e obtém-se Γ_s , sendo que a fração de sólido é calculada novamente com a eq. 8-20. Fora do intervalo de solidificação ($T_E > T > T_L$) o Γ_s é nulo e a eq. 8-19 determina a temperatura. O processo acima é válido para os nós internos, enquanto que para os nós da fronteira as equações estão descritas a seguir.

As condições de contorno determinadas no item 4.1 foram discretizadas como indicado abaixo

$$h_{int}(T_c - T) = -k_w \frac{T - T_{mi}}{\Delta r/2} = k_w \frac{T_{mi} - T}{\Delta r/2} \quad \text{para } r = R_{int} \quad 8-23$$

$$h_{ext}(T_M - T) = k_e \frac{T_m - T}{\Delta r/2} \quad \text{para } r = R_{ext} \quad 8-24$$

onde T_{mi} representa a temperatura do metal na superfície interna. As duas equações acima são análogas. Reordenando-as tem-se

$$T_{mi} = \frac{h_{int}T_c + \frac{k_w}{(\Delta r/2)}T}{\frac{k_w}{(\Delta r/2)} + h_{int}}, \quad T_m = \frac{h_{ext}T_M + \frac{k_e}{(\Delta r/2)}T}{\frac{k_e}{(\Delta r/2)} + h_{ext}} \quad 8-25$$

A eq. 8-15 discretizada para os nós da fronteira torna-se

$$\rho cr \Delta r (T - T^0) = \left(r_e k_e \frac{(T_E - T)}{\Delta r} - r_w k_w \frac{(T - T_{mi})}{\Delta r/2} \right) \Delta t + \Delta H_f r \Delta r \Delta t \Gamma_s \quad 8-26$$

$$\rho cr \Delta r (T - T^0) = \left(r_e k_e \frac{(T_m - T)}{\Delta r/2} - r_w k_w \frac{(T - T_w)}{\Delta r} \right) \Delta t + \Delta H_f r \Delta r \Delta t \Gamma_s \quad 8-27$$

Substituindo as eqs. de 8-25 nas eqs. 8-26 e 8-27 obtêm-se respectivamente

$$\begin{aligned} \rho cr \Delta r (T - T^0) &= \left(r_e k_e \frac{(T_E - T)}{\Delta r} - R_{int} \frac{h_{int}(T - T_c)}{1 + \frac{h_{int}(\Delta r/2)}{k_w}} \right) \Delta t \\ &+ \Delta H_f r \Delta r \Delta t \Gamma_s \end{aligned} \quad 8-28$$

$$\begin{aligned} \rho cr \Delta r (T - T^0) &= \left(R_{ext} \frac{h_{ext}(T - T_M)}{1 + \frac{h_{ext}(\Delta r/2)}{k_e}} - r_w k_w \frac{(T - T_w)}{\Delta r} \right) \Delta t \\ &+ \Delta H_f r \Delta r \Delta t \Gamma_s \end{aligned} \quad 8-29$$

Definindo

$$a_{int} = \frac{R_{int} h_{int}}{1 + \frac{h_{int}(\Delta r/2)}{k_w}}, \quad a_{ext} = \frac{R_{ext} h_{ext}}{1 + \frac{h_{ext}(\Delta r/2)}{k_e}} \quad 8-30$$

e substituindo os parâmetros da equação acima e na eq. 8-18, nas eqs. 8-28 e 8-29 resulta em

$$T = \frac{a_0 T^0 + a_w T_w + a_{\text{int}} T_c + B \Gamma_s}{a_p}, \quad T = \frac{a_0 T^0 + a_w T_w + a_{\text{ext}} T_M + B \Gamma_s}{a_p} \quad 8-31$$

para os nós da fronteira interna e externa, respectivamente. O processo de cálculo para os nós da fronteira é análogo, substituindo-se a eq. 8-19 pela eq. 8-31 correspondente.

8.3. Cálculo dos Fatores de Vista

Na Figura 8-3 são apresentadas as superfícies que formam a cavidade no interior do metal. Estas são: (1) um elemento diferencial de superfície (localizado a uma distancia z da tampa de frente), (2) o restante da superfície cilíndrica interna do tubo, (3) a superfície interna da tampa de frente, (4) a superfície interna da tampa de fundo e (5) a abertura de vazamento.

Figura 8-3: Superfícies da cavidade consideradas para o calculo do componente de radiação ($h_{int,r}$) do coeficiente de transferência de calor na superfície interna do tubo.

Os fatores de vista foram calculados utilizando a regra da soma

$$\sum_{j=1}^N F_{ij} = 1 \quad 8-32$$

a relação de reciprocidade

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji} \quad 8-33$$

e as fórmulas compiladas por Modest [65].

Para uma melhor visualização do equacionamento do problema, construiu-se uma matriz de fatores de vista ($\mathbb{F}$) onde o fator de vista F_{ij} equivale ao valor da linha i e coluna j de $\mathbb{F}$. Os fatores de vista que podem ser calculados utilizando as fórmulas compiladas por Modest [65] estão indicados na entrada correspondente de $\mathbb{F}$ com uma letra; esta letra correspondente a equação de uma linha da Tabela 8-1. Os valores nulos são indicados como zero. Nos casos em que o fator de vista foi calculado com a relação de reciprocidade foi colocada a letra R e quando se aplicou a regra da soma, utilizou-se a letra S . Para F_{13} e F_{43} foi utilizada a seguinte relação

$$F_{ij} + F_{ik} = F_{i(j \cup k)} \quad 8-34$$

a qual deriva-se da regra da soma. Assim F_{13} foi calculado como

$$F_{13} = F_{1(5 \cup 3)} - F_{15} \quad 8-35$$

onde $F_{1(5 \cup 3)}$ foi calculado com a formula da linha A da Tabela 8-1, e F_{43} como

$$F_{43} = F_{4(5 \cup 3)} - F_{45} \quad 8-36$$

onde $F_{4(5 \cup 3)}$ foi calculado com a formula da linha C da Tabela 8-1. A matriz $\mathbb{F}$ está apresentada abaixo

$$\mathbb{F} = \begin{bmatrix} 0 & S & eq.835 & A & B \\ 0 & E & R & R & R \\ 0 & S & 0 & R & 0 \\ 0 & D & eq.836 & 0 & C \\ 0 & S & 0 & R & 0 \end{bmatrix}$$

8-37

Tabela 8-1: Fórmulas utilizadas para o cálculo de alguns fatores de vista [65].

A. Fator de vista de um elemento diferencial de superfície dentro de um cilindro circular reto para a base do cilindro.

$$Z = z/r$$

$$F_{d1 \rightarrow 2} = \frac{Z^2 + 2}{2\sqrt{Z^2 + 4}} - \frac{Z}{2}$$

B. Fator de vista de um elemento diferencial de superfície dentro de um cilindro circular reto para um cilindro concêntrico de raio menor na base.

$$r_2 < r_1$$

$$Z = z/r_1, \quad R = r_2/r_1$$

$$X = 1 + Z^2 + R^2$$

$$F_{d1 \rightarrow 2} = \frac{Z}{2} \left\{ \frac{X}{\sqrt{X^2 - 4R^2}} - 1 \right\}$$

C. Fator de vista de um disco para outro paralelo e coaxial, de rádio diferente.

$$R = r_1/a, \quad R = r_2/a$$

$$X = 1 + \frac{1 + R_2^2}{R_1^2}$$

$$F_{12} = \frac{1}{2} \left\{ X - \sqrt{X^2 - 4 \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2} \right\}$$

D. Fator de vista da base de um cilindro reto para a superfície interior deste.

$$H = h/2r$$

$$F_{12} = 2H \left[\sqrt{1 + H^2} - H \right]$$

E. Fator de vista da superfície interna de um cilindro reto para ele mesmo.

$$H = h/2r$$

$$F_{11} = 1 + H - \sqrt{1 + H^2}$$

8.4. Calculo das Forças atuantes na Casca Sólida

As forças $\vec{F}_V$ e $\vec{F}_p$ definidas na eq. 4-36 no item 4.4.1 são

$$\vec{F}_V = \int_V -\rho r \omega^2 \hat{e}_r dV, \quad \vec{F}_p = \int_{A_{liq}} p \hat{n} dA \quad 8-38$$

Integrando a primeira equação tem-se que

$$\vec{F}_V = -\frac{2}{3} \rho \omega^2 (R_{ext}^3 - R_{int}^3) b \hat{j} \quad 8-39$$

A pressão do fluido foi calculada no apêndice 8.1 e resultou em

$$p = \rho \omega^2 \frac{r^2 - R_{int}^2}{2} + p_{atm} \quad 8-40$$

Substituindo na segunda equação de 8-38 e integrando, obtém-se

$$\begin{aligned} \vec{F}_p &= \int_{A_{liq}} \frac{\rho \omega^2}{2} (r^2 - R_{int}^2) \hat{n} dA \\ &= -\rho \omega^2 \left[\left(\frac{R_{TE}^3 - R_{int}^3}{3} \right) - R_{int}^2 (R_{TE} - R_{int}) \right] b \hat{j} \end{aligned} \quad 8-41$$