AUGUSTO BORELLA HOUGAZ

**ANÁLISE PROBABILÍSTICA DE DURABILIDADE APLICADA
A VEÍCULOS DE CARGA RODOVIÁRIA**

Tese apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de
São Paulo para a obtenção do
Título de Doutor em Engenharia.

São Paulo
2005

AUGUSTO BORELLA HOUGAZ

**ANÁLISE PROBABILÍSTICA DE DURABILIDADE APLICADA
A VEÍCULOS DE CARGA RODOVIÁRIA**

Tese apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de
São Paulo para a obtenção do
Título de Doutor em Engenharia.

Área de Concentração:
Engenharia Mecânica

Orientador:
Prof. Livre-Docente
Carlos Alberto Nunes Dias

São Paulo
2005

“We dance round in a ring and suppose
But the secret sits in the middle and knows”

Robert Frost

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Livre-Docente Carlos Alberto Nunes Dias, que, como orientador e principalmente amigo, durante os anos de trabalho conjunto, foi uma excelente referência tanto profissional como pessoal. Destacam-se sua paciência, sua dedicação e seu constante apoio. Por tudo isso, sua participação foi primordial para a consecução desta tese.

À minha irmã Samia Borella Hougaz que sempre esteve por perto de forma incansável nos bons e maus momentos, culminando com o auxílio na revisão da tese.

Aos meus amigos Fábio e André Moreno Sturaro que, ao longo de toda a minha formação na Escola Politécnica, na graduação e na pós-graduação, foram grandes incentivadores e excelentes companheiros nos momentos de lazer, agüentando muitas vezes um amigo mau-humorado e desagradável.

A todos os meus familiares, amigos e amigas que de alguma forma contribuíram direta ou indiretamente para o meu sucesso.

Ao Professor Titular Edison Gonçalves, ao Professor Livre-Docente Gilberto Francisco Martha de Souza e à Professora Doutora Izabel Fernanda Machado pela valiosa contribuição em passagens da presente tese.

À Masa Implementos Rodoviários Ltda personificada pelo amigo Mário Batista D'Ana que, sempre que necessário, forneceu as informações técnicas relevantes para a modelagem do caminhão semi-reboque tanque estudado no presente trabalho.

Ao Centro de Estruturas Navais e Oceânicas da Universidade de São Paulo (CENO-USP) e ao Departamento de Engenharia Mecatrônica e Sistemas Mecânico pelo fornecimento da infra-estrutura e do apoio logístico indispensáveis na realização de um trabalho deste porte.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro através da concessão de bolsa de doutoramento no Brasil.

RESUMO

Em projetos de veículos, prever adequadamente a durabilidade de um componente estrutural é vital para a redução de custos assim como para se estipular prazos de garantia e de manutenção. Por outro lado, em diversas situações, tal previsão é difícil, pois inúmeros parâmetros não estão sob controle preciso do projetista, dentre eles os mais relevantes são: o carregamento ao qual o componente será submetido e as propriedades de vida em fadiga do material. Desta forma, pode-se aplicar, em conjunto com o MEF, tratamento probabilístico do cálculo da vida em fadiga, resultando em um valor de confiabilidade, a ser usado como esteio do critério de projeto, no intuito de conferir maior significado prático à análise e aos resultados obtidos.

Assim sendo, o presente trabalho descreve e relaciona os principais aspectos de um tratamento probabilístico para cálculo de vida em fadiga, configurando-se um procedimento completo subdividido nas seguintes etapas:

1. Modelagem do carregamento sobre o veículo, visando análise espectral em MEF no domínio da frequência;
2. Cálculo da densidade de probabilidade das amplitudes cíclicas de Rainflow para as tensões atuantes na estrutura, a partir dos resultados da análise espectral em MEF no domínio da frequência;
3. Tratamento probabilístico das propriedades características de vida em fadiga do material;
4. Cálculo da confiabilidade estrutural de vida em fadiga, tomando os resultados prévios dos tratamentos probabilísticos de tensões e de vida em fadiga do material;
5. Demonstração da viabilidade e aplicação prática de tal procedimento, implementando-o para o caso de um semi-reboque tanque autoportante.

As conclusões finais obtidas confirmam o fato de haver mais falhas estruturais em veículos no Brasil do que em países do primeiro mundo, pois se evidenciou que a pior qualidade das vias trafegáveis brasileiras exacerba a probabilidade de falha por fadiga.

Por fim, a metodologia proposta na presente tese, quando implementada em um programa computacional pós-processador de MEF, que automaticamente transforme

os desvios padrão das tensões, resultantes da análise espectral, em probabilidades de falha, pode, mais adequadamente, subsidiar critério de projeto fundamentado na avaliação probabilística de durabilidade de um veículo através de preceitos bem definidos de confiabilidade estrutural.

ABSTRACT

In structural design, forecast correctly the part's lifetime is vital to reduce costs and to estimate the periods of warranty and of maintenance. On the other hand, in many situations, this forecast is difficult because many parameters are not under the engineers control, some examples of this kind of parameters are: the loads acting in the part and the fatigue properties of the material. Therefore, it is possible to apply finite element analysis with a probabilistic approach in fatigue lifetime calculation, what results in reliability values that can be used as design criterion in order to give a broader meaning to the analyses and its results.

Hence, this text describes and establishes the relationship between the main aspects of the probabilistic approach in fatigue lifetime calculation, resulting in the definition of a complete procedure that is divided in the following steps:

1. Modeling of the vehicle's load aiming spectral analysis in the frequency domain;
2. Calculation procedure of the probability density function of Rainflow stress amplitudes applied in the structure upon using the spectral analysis in frequency domain results;
3. Probabilistic approach of fatigue properties of the material;
4. Fatigue reliability calculation through the use of the previous results provided by the probabilistic approach of stresses and of fatigue properties of the material;
5. Implementation of the proposed methodology for fatigue lifetime prediction of a semi-trailer tank.

The conclusion confirms the fact of having much more structural failures in Brazilian vehicles than in European ones. This can be said because the results show that the worsening of the roads quality increases the fatigue failure probability.

Finally, when implemented in a post-processing software for finite element programs that automatically transforms the stresses standard deviation, obtained by spectral analysis, in the fatigue failure probability, the proposed methodology in the present thesis may, more adequately, work as design criterion based on the probabilistic evaluation of the vehicles durability, upon applying well established structural reliability theory.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

LISTA DE SÍMBOLOS

1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Considerações Gerais	1
1.2 Objetivos do Trabalho	3
1.3 Procedimento Determinístico Elementar de Cálculo de Vida em Fadiga..	5
1.4 Divisão em Capítulos da Tese.....	7
2 ANÁLISE ESPECTRAL NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA	9
2.1 Considerações Iniciais	9
2.2 Aspectos Gerais da Modelagem em MEF de Veículo Automotivo	11
2.3 Análise Espectral no Domínio da Frequência.....	12
2.4 Espectros Aplicados	17
<i>2.4.1 Hipóteses</i>	<i>17</i>
<i>2.4.2 Espectros de Pista</i>	<i>18</i>
<i>2.4.3 Espectro Cruzado devido à Desfasagem de Tempo ou “Time Lag”</i>	<i>21</i>
<i>2.4.4 Espectro Cruzado devido à Distância entre Pistas</i>	<i>23</i>
2.5 Aspectos Práticos.....	26
2.6 Considerações Finais	30
3 TRATAMENTO PROBABILÍSTICO RESULTANDO NA	
CONFIABILIDADE DA VIDA EM FADIGA	31
3.1 Função Densidade de Probabilidade (pdf) de Tensões	31
3.2 Caráter Probabilístico das Propriedades de Fadiga do Material	36
<i>3.2.1 Curva S-N Probabilística (P-S-N).....</i>	<i>36</i>
<i>3.2.2 Modelo a partir da Tensão Limite de Resistência Probabilística.....</i>	<i>38</i>
<i>3.2.3 Média e Variância de uma Função Composta por Variáveis Aleatórias</i> <i>com Distribuição Normal</i>	<i>42</i>

3.2.4	<i>Análises Realizadas e Resultados</i>	44
3.2.5	<i>Considerações Finais</i>	50
3.3	Dano Acumulado Probabilístico e Confiabilidade	51
3.3.1	<i>Considerações Iniciais</i>	51
3.3.2	<i>Equacionamento da Função Desempenho</i>	52
3.3.3	<i>Obtenção das Distribuições</i>	55
3.3.4	<i>Simulação de Monte Carlo</i>	57
4	METODOLOGIA PROPOSTA	61
4.1	<i>Considerações Iniciais</i>	61
4.2	<i>Descrição do Procedimento Proposto</i>	61
4.2.1	<i>Modelagem e Análise aplicando-se MEF</i>	61
4.2.2	<i>Confiabilidade ou Probabilidade de Falha</i>	66
4.3	<i>Limitações do Método</i>	69
5	EXEMPLO DE APLICAÇÃO	71
5.1	<i>Considerações Iniciais</i>	71
5.2	<i>Modelo do Semi-Reboque Tanque Autoportante</i>	71
5.2.1	<i>Geometria</i>	71
5.2.2	<i>Conceito Específico para Semi-Reboque Tanque</i>	72
5.2.3	<i>Condições de Contorno</i>	74
5.2.4	<i>Espectros Aplicados</i>	76
5.3	<i>Resultados das Análises</i>	80
5.3.1	<i>Análise Não-Linear</i>	80
5.3.2	<i>Análise Espectral</i>	82
5.4	<i>Tratamento Estocástico das Análises Espectrais</i>	82
5.4.1	<i>Função Densidade de Probabilidade das Tensões</i>	82
5.4.2	<i>Função Densidade de Probabilidade do Material</i>	83
5.4.3	<i>Função Densidade de Probabilidade do Dano Acumulado</i>	84
5.5	<i>Probabilidades de Falha Obtidas</i>	84
6	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	86
6.1	<i>Conclusões</i>	86
6.2	<i>Recomendações para Desenvolvidos Futuros</i>	88
6.2.1	<i>Triaxialidade das Tensões</i>	89

6.2.2 Tratamento Probabilístico da Tensão Média.....	89
6.2.3 Curva Épsilon-N Probabilística.....	89
6.2.4 Composição dos Carregamentos.....	90
6.2.5 Conceito de Distribuição Dirlik-Markov	90
7 LISTA DE REFERÊNCIAS	91
ANEXO A - FUNÇÃO PRÁTICA PARA O CÁLCULO DA COERÊNCIA DO ESPECTRO CRUZADO DEVIDO À DISTÂNCIA ENTRE OS CARREGAMENTOS	93
ANEXO B - PROGRAMA COMENTADO PARA CÁLCULO DOS ESPECTROS APLICADOS NO MODELO	96
ANEXO C - PROGRAMA COMENTADO PARA O CÁLCULO DAS DISTRIBUIÇÕES DAS AMPLITUDES CÍCLICAS DAS TENSÕES DE RAINFLOW	101
ANEXO D - PROGRAMA COMENTADO PARA O CÁLCULO DO PARÂMETRO PROBABILÍSTICO DA CURVA S-N.....	104
ANEXO E - PROGRAMA COMENTADO PARA O CÁLCULO DA DISTRIBUIÇÃO DO DANO ATUANDO NA ESTRUTURA	106
ANEXO F - PROGRAMA COMENTADO PARA A REALIZAÇÃO DAS SIMULAÇÕES DE MONTE CARLO.....	109
ANEXO G - ILUSTRAÇÃO DA EVOLUÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA AO LONGO DAS SIMULAÇÕES DE MONTE CARLO.....	112

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Diagrama S-N e Equacionamento do Cálculo de Vida em Fadiga para o Procedimento Determinístico Elementar	6
Figura 1.2 - Representação Esquemática do Encaminhamento Lógico dos Capítulos da Presente Tese	8
Figura 2.1 - Paralelo entre os Domínios do Tempo e da Frequência.....	10
Figura 2.2 - Ilustração dos Espectros de Perfil de Pista Definidos pela Norma ISO para o Deslocamento Vertical dos Pneus	19
Figura 2.3 - Ilustração da Diferença de Fase da Excitação das Rodas devida á Defasagem de Tempo.....	22
Figura 2.4 - Exemplo de Efeito Cruzado devido à Distância entre Perfis de Pista Paralelos.	24
Figura 2.5 - Exemplo de Efeito Cruzado devido à Distância entre os Carregamentos	26
Figura 2.6 - Configuração do Caso Simples Exemplo.....	28
Figura 2.7 - Configuração do Caso de um Tanque Semi-Reboque.....	29
Figura 3.1 - Exemplo de Distribuição de Dirlik.....	34
Figura 3.2 - Curva característica de $p(s)/N(s)$, representando a contribuição no dano para uma dada amplitude de tensão cíclica s , com $p(s)$ sendo a probabilidade de ocorrência de s e $N(s)$ o número de ciclos de vida esperada do componente submetido à tensão cíclica de amplitude s	34
Figura 3.3 - Modelos de Curva S-N Comparados.....	35
Figura 3.4 - Curva P-S-N com a Representação da Distribuição $f_{NIS}(n)$	38
Figura 3.5 - Representação Gráfica do Modelo Simples da Curva S-N	39

Figura 3.6 - Apenas S_u é Variável Probabilística	47
Figura 3.7 - Apenas b é Variável Probabilística com $cov=20\%$	48
Figura 3.8 - Apenas b é Variável Probabilística com $cov=32,3\%$	48
Figura 3.9 - Apenas S_m é Variável Probabilística	49
Figura 3.10 - S_u , b e S_m são Variáveis Probabilísticas	49
Figura 3.11 - Representação Gráfica do Método do Carregamento X Capacidade ...	54
Figura 3.12 - Ilustração do Exemplo Simples de Aplicação da Simulação de Monte Carlo.....	58
Figura 3.13 - Ilustração do Método da Transformada Inversa.....	59
Figura 3.14 - Ilustração do Método da Transformada Inversa Específico para o Método do Carregamento X Capacidade	60
Figura 5.1 - Modelo Tridimensional Completo do Semi-Reboque Tanque	72
Figura 5.2 - Detalhe dos Componentes da Suspensão	72
Figura 5.3 - Distribuição de Tensões de Von Mises para as duas Modelagens do Tanque após Equilíbrio Estático	74
Figura 5.4 - Ilustrando as Condições de Contorno Aplicadas no Modelo	75
Figura 5.5 - Ilustração dos Acoplamentos nos Componentes da Suspensão	76
Figura 5.6 - Numeração dos Pneus	77
Figura 5.7 - Distância entre os Pneus.....	77
Figura 5.8 - Parte Real de Alguns Espectros aplicados no Modelo	79
Figura 5.9 - Parte Real de Alguns Espectros aplicados no Modelo	79

Figura 5.10 - Tensões de Von Mises após Análise Não-Linear de Equilíbrio Estático	81
Figura 5.11 – Deslocamento Vertical de Pontos Notáveis após Análise Não-Linear de Equilíbrio Estático.....	81
Figura 5.12 - Curva S-N Probabilística para o Material Hipotético	83
Figura A.1 - Ilustração das Funções Coerência do Espectro de Perfil de Pista Proposto por CEBON para Diferentes Valores de b.....	94

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Valores de S_0 em Função da Qualidade da Pista	19
Tabela 2.2 - Unidade dos Diferentes Espectros	21
Tabela 3.1 - Valores Adotados para as Variáveis que Definem b	45
Tabela 3.2 - Médias e Desvios Padrão de b para Diferentes Situações	45
Tabela 3.3 - Valores Adotados para as Variáveis que Definem K.....	46
Tabela 3.4 - Médias e Desvios Padrão de K para Diferentes Situações	47
Tabela 4.1 - Valores de S_0 em Função da Qualidade da Pista (Releitura).....	63
Tabela 5.1 - Distâncias Relativas entre as Rodas.....	78
Tabela 5.2 - Frequências de Corte e Tempo de Processamento.....	78
Tabela 5.3 - Resultados das Análises Espectrais para um Ponto Crítico da Estrutura	82
Tabela 5.4 - Probabilidades de Falha para 10 anos de uso Contínuo.....	84
Tabela 5.5 - Desvio Padrão das Probabilidades de Falha para 10 anos de uso Contínuo.....	85
Tabela 5.6 - Probabilidades de Falha para 20 anos de uso Contínuo.....	85
Tabela 5.7 - Desvio Padrão das Probabilidades de Falha para 20 anos de uso Contínuo.....	85

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CSD	Cross-Spectral Density – Espectro Cruzado de Potência
GL	Graus de Liberdade
MEF	Método dos Elementos Finitos
pdf	Probability Density Function – Função Densidade de Probabilidade
PSD	Power Spectral Density – Espectro de Potência

LISTA DE SÍMBOLOS

$\bullet^*$	Sendo $\bullet$ um número complexo, $\bullet^*$ é o seu complexo conjugado
$[\bullet]$	$\bullet$ é uma grandeza matricial
$\{\bullet\}$	$\bullet$ é uma grandeza vetorial
b	Distância entre perfis de pista paralelos
b	Propriedade determinística de vida em fadiga do material
C	Propriedade probabilística de vida em fadiga do material
C	Capacidade Suportada pela Estrutura
$[C]$	Matriz de amortecimento
$cov(A)$	Coefficiente de variação de A
D	Dano para um ciclo unitário
D_A	Dano Acumulado Atuando na Estrutura
D_S	Dano Suportado pela Estrutura
d_{jk}	Distância longitudinal entre os pneus j e k
F	Número total de GL livres
$F[\bullet]$	Transformada de Fourier de $\bullet$
$F_A(a)$	Função densidade de probabilidade acumulada da variável A em função de a
f	Frequência da onda
$f_A(a)$	pdf da variável A em função de a
$f_{A B}(a)$	pdf condicional da variável A sabendo B em função de a
$g(\bullet)$	Função desempenho em função de $\bullet$
$H_n(\omega)$	Função de transferência para a n-ésima frequência natural
i	Número imaginário tal que $i^2 = -1$
$J_1(\bullet)$	Função de Bessel de primeira ordem (J_1) calculada para o valor $\bullet$
$[K]$	Matriz de rigidez
L	Carregamento Atuando na Estrutura
$[M]$	Matriz de massa
M_n	N-ésimo momento de um PSD

$\tilde{m}_n$	Massa generalizada para o n-ésimo modo de vibrar
N	Número total de frequências naturais calculadas
N	Número de ciclos de vida em fadiga de um material sob uma tensão alternada dada S
N_f	Número de ciclos até a ruptura por fadiga de alto ciclo
N_j	Valor de N para a j-ésima amplitude de tensão alternada $S=S_j$
n_j	Número de ocorrências da j-ésima amplitude de tensão alternada S_j durante o período T
$P[\bullet]$	Probabilidade de ocorrência de $\bullet$
$\{P\}$	Vetor das forças nodais
$\{P_{eff}\}$	Vetor da força efetiva devido aos deslocamentos impostos
$\{\tilde{P}_{eff}\}$	Vetor da força efetiva devido aos deslocamentos impostos considerando-se os deslocamentos pseudo-estáticos
P_f	Probabilidade de falha
$\{P_r\}$	Forças reativas nos GL restritos
$\{Q\}$	Vetor de deslocamentos nodais
$\{Q_d\}$	Vetor de deslocamentos dinâmicos dos GL livres
$\{Q_f\}$	Vetor de deslocamentos dos GL livres
$\{Q_r\}$	Vetor de deslocamentos dos GL restritos
$\{Q_s\}$	Vetor de deslocamentos pseudo-estáticos dos GL restritos
$\{\dot{Q}\}$	Vetor de velocidades nodais
$\{\ddot{Q}\}$	Vetor de acelerações nodais
R	Número total de GL restritos
R	Confiabilidade
S	Amplitude da tensão alternada
S_f	Limite de fadiga
S_j	J-ésima amplitude de tensão alternada
$S_{jj}(\omega)$	PSD do deslocamento vertical da pista no pneu j
$S_{jk}(\omega)$	CSD do deslocamento vertical da pista entre os pneus j e k

S_m	Tensão média estática atuante
$S_{q_j}(\omega)$	PSD do j-ésimo termo do vetor deslocamentos $\{Q\}$
S_u	Limite de resistência mecânica
$S_u(\kappa)$	PSD do deslocamento vertical u devido à pista
T	Tempo de duração do carregamento
T	Período da onda
T_0	Período fundamental pseudo-periódico de um PSD
T_{jk}	Defasagem de tempo entre os pneus j e k
V	Vida em fadiga em anos
V	Velocidade do veículo
$\text{var}(A)$	Variância de A
x_m	Frequência média esperada da resposta de um PSD
y_{ki}	Deslocamentos generalizados para o i-ésimo modo de vibrar devido ao carregamento efetivo do k-ésimo GL livre
γ	Frequência circular no domínio do espaço
γ	Fator de irregularidade espectral de um PSD
γ	Fator de correção da vida em fadiga devido à tensão média S_m
ζ_n	Fator de amortecimento generalizado do n-ésimo modo de vibrar
κ	Número de onda
λ	Comprimento de onda
λ_n	Autovalor do n-ésimo do modo de vibrar
μ	Média
ξ_i	i-ésimo valor gerado randomicamente a partir de uma distribuição equiprovável para valores entre 0 e 1
σ	Desvio Padrão
$\{\Phi_n\}$	Autovetor do n-ésimo do modo de vibrar
Ω	Domínio de falha
ω	Frequência circular em rad/s
ω_n	Frequência circular natural do n-ésimo modo de vibrar

1 INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Gerais

As crescentes relações comerciais, entre os países ao redor do mundo, tiveram como alicerce, dentre outros, o grande avanço tecnológico dos meios de transporte. Este avanço baseou-se, tanto no aumento das malhas de transporte, quanto no desenvolvimento dos veículos. Ao fim da Segunda Guerra Mundial, houve um investimento maciço nas vias rodoviárias, durante a reconstrução européia, por sua maior facilidade de transpor obstáculos quando comparadas com as vias férreas.

Em consequência, o Brasil, que desenvolveu sua malha de transporte a partir da década de 50, por mimetismo e falta de visão nacionalista optou também pela adoção extensiva do transporte rodoviário. Infortunadamente, graças à precariedade gerencial e orçamentária do país, em poucos anos tal malha viária deteriorou-se rapidamente, de modo que, em não havendo investimentos significativos de manutenção, a maioria das rodovias apresenta hoje péssimo estado de trafegabilidade. Por outro lado, as empresas responsáveis pelos projetos dos veículos automotivos, aqui utilizados, têm sede em países de primeiro mundo, onde as normas de projeto são voltadas para pistas de qualidade muito superior à das brasileiras. Assim, pode-se citar que mesmo bons caminhões apresentam falhas mais frequentes quando operando no Brasil, muitas vezes, falhas essas, por fadiga de alto ciclo.

Neste âmbito, o transporte rodoviário, tornado elemento importante nas relações comerciais internacionais brasileiras, merece especial atenção no intuito de se reduzirem as falhas estruturais dos veículos, visando a diminuição dos custos de manutenção e da influência do frete nos produtos brasileiros. Portanto, o estudo e desenvolvimento de práticas de projeto de maior significância estatística, no cálculo da vida em fadiga para estruturas veiculares, mostra-se extremamente relevante no contexto sócio-econômico brasileiro.

Neste ponto, convém ressaltar que os metais, de modo geral, apresentam característica peculiar de comportamento sob solicitações de natureza oscilatória. Mesmo sob níveis baixos de tensões, e desde que estas sejam oscilatórias, pode ocorrer o rompimento por propagação de fissuras, comprometendo-se seriamente a

integridade estrutural. O aço carbono, por exemplo, quando sob tensões alternadas, tem capacidade de resistência cerca de três vezes menor do que seu limite de escoamento, rompendo por fadiga quando se atinge, aproximadamente, 1 000 000 de ciclos de carregamento.

A fadiga dita de baixo ciclo é caracterizada quando existem tensões alternadas de amplitude próxima à tensão de escoamento do material, ocorrendo rompimento após alguns poucos ciclos (como é o caso quando se quebra um pedaço de arame com movimentos de vai e vem impostos pelas mãos). Por outro lado, a fadiga de alto ciclo, como dissemos, ocorre mesmo para níveis de tensão bem abaixo do limite de escoamento, sendo, porém, necessário um grande número de ciclos para causar o rompimento.

Assim, do ponto de vista de análise de durabilidade de estruturas veiculares, é a fadiga de alto ciclo fonte permanente de cuidados e preocupações, devendo ser avaliada já desde as fases iniciais do projeto.

Neste contexto, em adição, se, em grande parte dos cálculos, seja por razão de facilidade, seja por falta de capacitação, são utilizados apenas quesitos determinísticos de projeto, macula-se a realidade, pois esta é repleta de incertezas.

No caso da análise de vida em fadiga de estruturas veiculares, as incertezas encontram-se em vários níveis, podendo citar-se como mais relevantes: o carregamento, que tem caráter randômico, as propriedades de vida em fadiga do material, que apresentam grande variabilidade de resultados obtidos em ensaios de laboratório, e a modelagem, que não necessariamente representa fielmente a realidade. Assim, o tratamento probabilístico, como aqui proposto, tem por objetivo tornar a análise estrutural mais realista, através da adoção de propriedades estatísticas para os parâmetros mais relevantes do projeto.

A utilização apropriada de propriedades estatísticas, na representação de parâmetros de projeto de componentes mecânicos, possibilita quantificar o fenômeno estudado a partir de amostras limitadas de dados que o integram. Por exemplo, se forem feitas duas medições de tensões no mesmo veículo, submetido ao mesmo trecho de pista, as

medições não serão iguais, contudo, terão as mesmas propriedades estatísticas. Portanto, são justamente tais propriedades estatísticas que representam o fenômeno, enquanto cada medição representa apenas uma amostra.

Em auxílio a essa intenção de atribuir caráter probabilístico mais intenso ao cálculo estrutural, o aumento da capacidade de processamento dos microcomputadores que associado a novos e mais eficientes métodos matemáticos, introduzidos nos programas de análise estrutural baseados no Método dos Elementos Finitos (MEF), viabiliza a colocação em prática de análises estruturais complexas, mais rápida e eficientemente.

Falando-se em MEF, julga-se que a análise espectral é a ferramenta mais adequada para o tratamento probabilístico porque tem como saída o desvio padrão de tensões atuantes na estrutura. Contudo, tal parâmetro, de per si, não apresenta utilidade direta para o estabelecimento de critérios de projeto de modo que, conseqüentemente, deve sofrer um tratamento adicional que dê condições ao projetista de avaliar probabilisticamente a resistência da estrutura analisada. Por outro lado, como vantagem adicional, a análise espectral é implementada no domínio da frequência, consumindo menos recursos computacionais do que análises transientes no domínio do tempo, embora não se encontre mesma facilidade matemática para a correta aplicação do carregamento.

Assim sendo, em última instância, para os propósitos do procedimento probabilístico proposto, torna-se de grande utilidade a modelagem do carregamento no domínio da frequência, corroborando-se a utilização da análise espectral em MEF para a consecução dos objetivos pretendidos.

1.2 Objetivos do Trabalho

Em projetos de veículos, prever adequadamente a durabilidade de um componente estrutural é vital para a redução de custos assim como para se estipular prazos de garantia e de manutenção. Por outro lado, em diversas situações, tal previsão é difícil, pois inúmeros parâmetros não estão sob controle preciso do projetista, dentre

eles os mais relevantes são: o carregamento ao qual o componente será submetido e as propriedades de vida em fadiga do material. Desta forma, pode-se aplicar, em conjunto com o MEF, tratamento probabilístico do cálculo da vida em fadiga, resultando em um valor de confiabilidade, a ser usado como esteio do critério de projeto, no intuito de conferir maior significado prático à análise e aos resultados obtidos.

Assim sendo, o presente trabalho tem por objetivo descrever e alinhar a aplicação de tratamento probabilístico para os seguintes aspectos e parâmetros de projeto:

1. Cálculo das tensões atuantes na estrutura a partir de análise espectral em MEF no domínio da frequência, o que implica na descrição detalhada da modelagem espectral do carregamento sobre o veículo;
2. Representação das propriedades de vida em fadiga do material. Como será apresentado mais adiante, o esforço para um tratamento probabilístico de tensões mostra-se pouco significativo quando as propriedades do material são consideradas apenas deterministicamente;
3. Cálculo da confiabilidade estrutural de vida em fadiga a partir dos resultados dos tratamentos probabilísticos de tensões e das propriedades de vida em fadiga do material.

A fim de dar um caráter tecnológico a todo o procedimento proposto, sistematicamente serão apresentadas as hipóteses, simplificações e limitações, assim como os aspectos teóricos e práticos da aplicação do mesmo. Todo o procedimento será aplicado, a título de ilustração, na análise de um veículo semi-reboque tanque.

Por fim, apesar de não pertencer ao escopo deste trabalho, pode-se vislumbrar a implementação de todo o procedimento em um pós-processador comercial de análises espectrais em MEF no domínio da frequência, culminando no cálculo de confiabilidade estrutural de vida em fadiga para cada nó do modelo. Isto permitiria uma avaliação expedita pelo analista, no sentido de estabelecer um critério de confiabilidade mínima que defina a aceitação da estrutura.

1.3 Procedimento Determinístico Elementar de Cálculo de Vida em Fadiga

No intuito de dar condições ao leitor de compreender as mudanças no projeto estrutural de vida em fadiga aqui sugeridas, torna-se imprescindível apresentar o procedimento elementar usado na determinação da vida em fadiga de uma estrutura.

Como decorrência da natureza das cargas usualmente atuantes nas estruturas veiculares, as tensões oscilatórias têm caráter multi-harmônico fato que obriga a extração de ciclos componentes de uma amostra para efeitos de contabilização do dano em fadiga. Tradicionalmente, como técnica ainda aceita nos dias de hoje, tal extração de componentes se realiza por procedimento de contagem de ciclos de Rainflow, relacionando valores de amplitude de tensão S_j com os respectivos números de ocorrências n_j . Calcula-se, então, a vida em fadiga do veículo por procedimento semelhante ao apresentado na fig. 1.1.

Nesse âmbito, ressalte-se que a amostra, que serviu para a determinação dos ciclos presentes nas tensões, é, por simplificação, considerada representativa de todo o fenômeno, eventualmente resultando numa avaliação errônea da vida em fadiga, pois, as conclusões tiradas a partir de uma amostra de curto prazo, são extrapoladas para o contexto de longo prazo correspondente à vida operacional do veículo, para o qual um tratamento probabilístico seria mais significativo.

Figura 1.1 - Diagrama S-N e Equacionamento do Cálculo de Vida em Fadiga para o Procedimento Determinístico Elementar

1.4 Divisão em Capítulos da Tese

O capítulo 2 é dedicado às descrições do cálculo espectral no domínio da frequência e de todos os aspectos envolvidos com a modelagem da estrutura de um veículo para tal análise. Na análise espectral, é dada especial atenção à apresentação de suas vantagens e suas desvantagens com relação ao tratamento no domínio do tempo. Já no caso da modelagem, o procedimento de aplicação do carregamento imposto pela pista às rodas do veículo é enfocado de modo especial.

No capítulo 3, estão apresentados todos os aspectos teóricos e práticos da adoção do tratamento probabilístico, considerando os três aspectos do cálculo da vida em fadiga, a saber: tratamento probabilístico das tensões atuantes na estrutura (amplitudes de ciclos de Rainflow), tratamento probabilístico das propriedades de vida em fadiga do material e tratamento probabilístico do dano acumulado; resultando, por fim, na determinação da confiabilidade estrutural de vida em fadiga como avaliação de durabilidade do veículo.

Tomando por base os capítulos 2 e 3, ao capítulo 4 destina-se a função de descrever e alinhar todo o procedimento de cálculo de confiabilidade, usando-se, como ponto de partida, a análise espectral. Assim sendo, o capítulo 4 reúne a essência do presente trabalho no qual conceitos de diferentes áreas do conhecimento, que estavam dispersos, são reunidos a fim de dar maior significância, tanto ao cálculo de vida em fadiga, de modo geral, quanto à utilização de análise espectral no projeto de estruturas veiculares.

Como todo o procedimento proposto só tem significado tecnológico se puder ser implementado de forma eficiente em problemas reais, ao capítulo 5 destina-se a aplicação no caso de um caminhão semi-reboque tanque, visando mostrar sua viabilidade prática e confrontar os resultados teóricos com as observações da realidade de utilização do veículo.

Finalmente, o capítulo 6 dedica-se à exposição das principais conclusões, assim como de recomendações para trabalhos futuros.

A fig. 1.2 ilustra como os diversos temas abordados nesta tese se inter-relacionam, indicando-se a qual capítulo corresponde cada tema, de modo a, no todo, formar-se o encadeamento lógico dos aspectos teóricos tratados.

Figura 1.2 - Representação Esquemática do Encaminhamento Lógico dos Capítulos da Presente Tese

2 ANÁLISE ESPECTRAL NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

2.1 Considerações Iniciais

O aumento significativo na capacidade de processamento dos microcomputadores, associado às novas e mais modernas técnicas matemáticas, introduzidas em programas baseados no MEF, permitiu a colocação em prática de análises estruturais complexas, mais rápida e eficientemente. Por outro lado, o procedimento determinístico de projeto tem sido substituído pelo tratamento estocástico, especialmente em situações em que o carregamento é nitidamente randômico, sendo este o caso dos deslocamentos impostos pela pista aos pneus de um veículo automotivo. Neste contexto, a análise espectral é a ferramenta adequada para o tratamento probabilístico, tendo como principal benefício consumir menos recursos computacionais do que a análise no domínio do tempo. Contudo, a análise espectral torna matematicamente mais laboriosa a correta aplicação do carregamento, nos moldes do que se detalha neste capítulo.

Ao adotar-se a análise espectral, realizada no domínio da frequência, é importante ter claras suas principais diferenças quando comparada a uma análise no domínio do tempo. A figura 2.1, retirada de BISHOP (1999), apresenta um paralelo entre as referidas análises, merecendo destaque os seguintes aspectos:

1 - A análise no domínio do tempo tem como entrada conjuntos finitos de valores para diferentes instantes de tempo e, portanto, não representa o fenômeno como um todo, mas, apenas, uma amostra dele. Por outro lado, a análise no domínio da frequência tem como entrada Espectro de Potência (PSD: Power Spectral Density) que, por sua vez, é obtido a partir de inúmeras amostras de carregamentos, reproduzindo, assim, integralmente o fenômeno (BISHOP, 1999); (CEBON, 1999); (MEIROVITCH, 1986); (NEWLAND, 1984);

2 - O tratamento no domínio da frequência é mais eficiente computacionalmente face ao no domínio do tempo, pois, aplicando-se o MEF, efetuar o cálculo via função de transferência é computacionalmente mais simples do que realizar análises transientes para longas amostras temporais de carregamento (BATHE, 1996); (BISHOP, 1999); (HALFPENNY, 1999);

3 - Até meados da década de oitenta, não era possível transformar satisfatoriamente o PSD de saída de tensões na função densidade de probabilidade (pdf: probability density function) das amplitudes de ciclos de Rainflow, imprescindível para o cálculo de fadiga. DIRLIK (1985) desenvolveu uma expressão adequada para esta transformação, doravante denominada modelador de fadiga, viabilizando o referido cálculo via análise espectral (BISHOP,1999); (HALFPENNY, 1999); (HENDERSON et al., 1999); (MSC/FATIGUE, 1998).

DOMÍNIO DO TEMPO

DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Figura 2.1 - Paralelo entre os Domínios do Tempo e da Frequência

Uma vez justificada a aplicação da análise espectral, através do realce de suas vantagens, não se pode esquecer que, para a realização de tal análise, é preciso considerar-se a estrutura com comportamento linear. Esta hipótese nem sempre é adequada, e torna-se um aspecto negativo do método. Contudo, com relação a um veículo automotivo, o presente trabalho toma como válida a hipótese de que este possui um comportamento linear em torno da posição de equilíbrio estático decorrente da ação do peso próprio e estando o veículo parado. Outro inconveniente, muitas vezes originado na falta de familiaridade com o trato no domínio da frequência, é a dificuldade da correta modelagem do carregamento a ser aplicado no veículo.

Conseqüentemente, este capítulo trata, no âmbito dos veículos automotivos terrestres, os aspectos teóricos e suas conseqüências práticas na modelagem, visando a realização de análise espectral em MEF.

2.2 Aspectos Gerais da Modelagem em MEF de Veículo Automotivo

Diante das características de uma análise espectral, e das limitações impostas pelos recursos computacionais disponíveis, alguns aspectos da modelagem devem ser apresentados claramente:

- 1 - Para satisfazer a necessidade de ocorrer o comportamento linear da estrutura e, sabendo-se que os modelos em MEF não são elaborados na posição de equilíbrio, sugere-se a realização de uma análise não-linear prévia, sob a simples ação da gravidade, com o intuito de levar a estrutura ao seu estado de equilíbrio estático tal que, adicionada a hipótese de que a partir daí a estrutura tem comportamento linear, permite-se a aplicação da análise espectral;
- 2 - A maior eficiência no procedimento de cálculo possibilita a adoção de modelos mais complexos. Neste caso, pode-se representar o veículo de forma completa, incluindo o sistema de suspensão e seus componentes;
- 3 - As únicas condições de contorno, realmente conhecidas de um veículo, são as de contato de seus pneus com o solo. Portanto, a modelagem do sistema de suspensão e de seus graus de liberdade torna-se indispensável para o cálculo correto dos esforços transmitidos pelo solo ao chassi do veículo;
- 4 - Para a aplicação dos deslocamentos verticais atuantes nos pneus, estes últimos devem estar presentes no modelo. Contudo, a correta e completa representação estrutural do pneu é extremamente complexa, o que implica na necessidade de simplificações. Desta forma, para viabilizar a modelagem proposta para análises estruturais, em que a dinâmica veicular não é avaliada, é usual considerar o pneu como sendo um corpo rígido, apesar de isso configurar, sem dúvida, uma limitação. Ressalte-se que embora o comportamento não-linear dos pneus seja importante na análise da dinâmica veicular, como já dito, não é objeto de análise no procedimento aqui proposto;

5 - A adoção da mencionada simplificação na modelagem dos pneus obriga que, na análise espectral, se leve em consideração o efeito de filtro de frequência estabelecido por eles. Neste contexto, adota-se que os comprimentos de onda pequenos, menores do que a dimensão característica da área de contato do pneu com o solo, não são transmitidos à estrutura. Portanto, da avaliação da dimensão dessa área é possível determinar o número de onda de corte do espectro de excitação (CEBON, 1999);

6 - Uma análise espectral passa pela determinação das frequências naturais da estrutura, assim sendo, as massas devem estar corretamente representadas, a fim de tornar mais significativos os resultados obtidos;

7 - A modelagem também adota que o veículo trafega em linha reta para a frente, o que resulta na aplicação de uma velocidade constante na direção longitudinal do mesmo. Movimentos mais complexos, por diferentes vias a diferentes velocidades, devem ser decompostos de modo a satisfazer tal restrição.

2.3 Análise Espectral no Domínio da Frequência

A primeira etapa de preparação da análise espectral, que emprega superposição modal, reside na determinação dos modos de vibrar e das frequências naturais da estrutura. Estas correspondem, respectivamente, aos autovetores e aos autovalores obtidos através da solução do autoproblema da eq. 2.1:

$$[K]\{\Phi_n\} = \lambda_n [M]\{\Phi_n\} \quad (2.1)$$

onde $n = 1, 2, 3, \dots$, $[K]$ é a matriz de rigidez, $[M]$ é a matriz de massa, $\{\Phi_n\}$ um autovetor correspondente a um modo de vibrar e λ_n é um autovalor, igual ao quadrado da respectiva frequência natural circular. A descrição de métodos para a solução do autoproblema não será aqui vista em detalhes, pois pode ser facilmente encontrada na literatura (BATHE, 1996); (ZIENKIEWISCZ, 1989).

Na situação específica de veículos automotivos, como são aplicados apenas os espectros dos deslocamentos verticais nos pneus, não há, então, espectros de forças nodais atuando na estrutura. Sendo assim, a superposição modal será apresentada

apenas para o caso de excitação de base, no qual o vetor de forças nodais é nulo e os deslocamentos prescritos (ou restritos não necessariamente nulos) impostos como condições de contorno não homogêneas, como adiante se verá.

A superposição modal é uma operação linear e está baseada em se somar a contribuição de cada modo de vibrar para se obter a resposta dinâmica da estrutura. A eq. 2.2 apresenta a equação de equilíbrio que rege a resposta dinâmica de um sistema:

$$[M]\{\ddot{Q}\} + [C]\{\dot{Q}\} + [K]\{Q\} = \{P\} \quad (2.2)$$

sendo $\{Q\}$, $\{\dot{Q}\}$ e $\{\ddot{Q}\}$, respectivamente, os vetores deslocamento, velocidade e aceleração nodais; $\{P\}$ é o vetor das forças nodais; e $[C]$ é a matriz de amortecimento. Todos os vetores e matrizes da eq. 2.2 podem ser particionados de forma a separar os Graus de Liberdade (GL) livres, $\{Q_f\}$, e os GL restritos, $\{Q_r\}$, como apresentado a seguir:

$$\begin{bmatrix} [M_{ff}] & [M_{fr}] \\ [M_{rf}] & [M_{rr}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{Q}_f\} \\ \{\ddot{Q}_r\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C_{ff}] & [C_{fr}] \\ [C_{rf}] & [C_{rr}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{Q}_f\} \\ \{\dot{Q}_r\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{ff}] & [K_{fr}] \\ [K_{rf}] & [K_{rr}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{Q_f\} \\ \{Q_r\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{P_r\} \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

Na eq. 2.3, $\{P_r\}$ corresponde às forças reativas nos GL restritos, devido aos deslocamentos impostos; e o vetor nulo aparece porque, pelas razões já apontadas, se adota a ausência de forças atuando nos nós livres. Da eq. 2.3, adotando-se amortecimento desprezível nos GL restritos (ANSYS, 2003), tem-se:

$$[M_{ff}]\{\ddot{Q}_f\} + [C_{ff}]\{\dot{Q}_f\} + [K_{ff}]\{Q_f\} = \{P_{eff}\} \quad (2.4a)$$

em que $\{P_{eff}\}$ é o vetor representando a carga efetiva devida aos deslocamentos $\{Q_r\}$ impostos, no caso de um veículo, às rodas pelo perfil de pista, dado por:

$$\{P_{eff}\} = -[M_{fr}]\{\ddot{Q}_r\} - [K_{fr}]\{Q_r\} \quad (2.4b)$$

devendo-se usar $[K_{ff}]$ e $[M_{ff}]$ na eq. 2.1 para a obtenção dos modos e frequências naturais, pois assim se configura o caso correspondente de vibrações livres. Por outro

lado, antes de se aplicar a superposição modal para resolver a eq. 2.4a, e para aumentar a precisão dos resultados de tensão (CLOUCH et al., 1975), os deslocamentos livres podem ser decompostos em duas parcelas: pseudo-estática $\{Q_s\}$ e dinâmica $\{Q_d\}$:

$$\{Q_f\} = \{Q_s\} + \{Q_d\} \quad (2.5)$$

Os deslocamentos pseudo-estáticos são calculados a partir da eq. 2.4a desprezando-se as forças de inércia e amortecimento e, fisicamente, representa o comportamento da estrutura para a situação na qual o veículo trafega lentamente pela pista. Então, pode-se escrever:

$$\{Q_s\} = [-[K_{ff}^{-1}] \cdot [K_{fr}]] \{Q_r\} = [A_{fr}] \{Q_r\} \Rightarrow [A_{fr}] = -[K_{ff}]^{-1} \cdot [K_{fr}] \quad (2.6)$$

Evidentemente a transformada inversa de $[K_{ff}]$ não é calculada explicitamente, assim $[A_{fr}]$ é obtido com o uso de métodos numéricos como a Eliminação de Gauss ou similar (BATHE, 1996), sendo armazenada para uso posterior.

Agora, substituindo as eqs. 2.5 e 2.6 na eq. 2.4a, a seguinte expressão deve ser resolvida para a determinação dos deslocamentos dinâmicos $\{Q_d\}$:

$$[M_{ff}] \{\ddot{Q}_d\} + [C_{ff}] \{\dot{Q}_d\} + [K_{ff}] \{Q_d\} = \{\tilde{P}_{eff}\} \quad (2.7a)$$

onde, o novo carregamento efetivo $\{\tilde{P}_{eff}\} = \{\tilde{p}_1^{ef}, \dots, \tilde{p}_k^{ef}, \dots, \tilde{p}_F^{ef}\}^T$ depende apenas das acelerações das rodas $\{\ddot{Q}_r\} = \{\ddot{q}_1^r, \dots, \ddot{q}_m^r, \dots, \ddot{q}_R^r\}^T$ e é dado por:

$$\{\tilde{P}_{eff}\} = -[M_{ff}] \cdot [A_{fr}] + [M_{fr}] \{\ddot{Q}_r\} = -[\Psi_{fr}] \{\ddot{Q}_r\} \quad (2.7b)$$

onde

$$[\Psi_{fr}] = \begin{bmatrix} \psi_{11} & \cdots & \psi_{1m} & \cdots & \psi_{1R} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ \psi_{k1} & \cdots & \psi_{km} & \cdots & \psi_{kR} \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi_{F1} & \cdots & \psi_{Fm} & \cdots & \psi_{FR} \end{bmatrix} = [M_{ff}] \cdot [A_{fr}] + [M_{fr}] \quad (2.7c)$$

Agora aplicando a superposição modal para calcular $\{Q_d\} = \{q_1^d, \dots, q_k^d, \dots, q_F^d\}^T$, pode-se escrever:

$$\{Q_d(t)\} = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^F y_{ki}(t) \cdot \{\Phi_i\} \Rightarrow q_j^d(t) = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^F y_{ki}(t) \cdot \phi_{ji} \quad (2.8)$$

sendo

$$\ddot{y}_{ki}(t) + 2 \cdot \zeta_i \cdot \omega_i \cdot \dot{y}_{ki}(t) + \omega_i^2 \cdot y_{ki}(t) = \tilde{m}_i^{-1} \cdot \phi_{ki} \cdot \tilde{p}_k^{ef} \quad (2.9)$$

e onde $\{\Phi_i\} = \{\phi_{1i}, \phi_{2i}, \dots, \phi_{ki}, \dots, \phi_{Fi}\}^T$ e ω_i são o i-ésimo modo de vibrar e a respectiva frequência natural; ϕ_{ji} e ϕ_{ki} os deslocamentos modais nos, respectivamente, j-ésimo e k-ésimo GL do i-ésimo modo de vibrar; tem-se, também, a massa generalizada do i-ésimo modo de vibrar:

$$\tilde{m}_i = \{\Phi_i\}^T [M_{ff}] \{\Phi_i\} \quad (2.10)$$

e o fator de amortecimento generalizado do i-ésimo modo de vibrar:

$$\zeta_i = \frac{\{\Phi_i\}^T [C_{ff}] \{\Phi_i\}}{2 \tilde{m}_i \cdot \omega_i} \quad (2.11)$$

finalmente, $y_{ki}(t)$ é a resposta normal no i-ésimo modo devido ao k-ésimo componente do carregamento efetivo $\tilde{p}_k^{ef}$ que computa os efeitos das acelerações dos deslocamentos de excitação $\ddot{q}_m^r(t)$ aplicados às rodas, tal que:

$$\tilde{p}_k^{ef} = - \sum_{m=1}^R \psi_{km} \cdot \ddot{q}_m^r(t) \quad (2.12)$$

De acordo com a teoria de vibração aleatória (CLOUGH et al., 1975); (MEIROVITCH, 1986); (NEWLAND, 1984), para um processo aleatório ergódico, estacionário e com média gaussiana zero, o espectro (PSD) $S_{q_j}(\omega)$ de $q_j^d(t)$ é a transformada de Fourier da sua função autocorrelação:

$$S_{q_j}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^{+T} q_j^d(t) \cdot q_j^d(t+\tau) d\tau \right] \cdot \exp(i\omega\tau) d\tau \quad (2.13)$$

sendo $i^2 = -1$, donde, com o auxílio da eq. 2.8 e após alguma manipulação algébrica, obtém-se:

$$S_{q_j}(\omega) = \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^N \phi_{ji} \cdot \phi_{jl} \sum_{m=1}^R \sum_{n=1}^R \chi_{mi} \cdot \chi_{nl} \cdot H_i^*(\omega) \cdot H_l(\omega) \cdot S_{mn}(\omega) \quad (2.14)$$

onde

$$\chi_{mi} = \tilde{m}_i \cdot \phi_{mi} \sum_{k=1}^F \psi_{km} \cdot \phi_{ki} \quad \text{e} \quad \chi_{nl} = \tilde{m}_l \cdot \phi_{nl} \sum_{k=1}^F \psi_{kn} \cdot \phi_{kl} \quad (2.15)$$

sendo $S_{mn}(\omega)$ o espectro de excitação das acelerações dos deslocamentos verticais relacionando o m-ésimo e o n-ésimo GL restritos, e com $H_i(\omega)$ e $H_l(\omega)$ sendo as funções de transferência equivalentes para um GL para as, repectivamente, i-ésima e l-ésima frequências naturais, considerando-se a aplicação do PSD das acelerações verticais:

$$H_i^*(\omega) = \frac{1}{\omega_i^2 - \omega^2 - i \cdot (2 \cdot \zeta_i \cdot \omega_i \cdot \omega)} \quad (2.16a)$$

$$H_l(\omega) = \frac{1}{\omega_l^2 - \omega^2 + i \cdot (2 \cdot \zeta_l \cdot \omega_l \cdot \omega)} \quad (2.16b)$$

A apresentação da parte relevante de MEF para o cálculo da análise espectral no domínio da frequência evidencia a necessidade de se aplicar corretamente o carregamento, qual seja, no caso dos veículos automotivos, os espectros dos deslocamentos verticais impostos pelo solo aos pneus. Assim sendo, a seguir estão apresentadas as formas relevantes de espectros a serem representados para uma modelagem consistente.

2.4 Espectros Aplicados

A opção pela análise espectral depende, também, da possibilidade de se representar adequadamente o carregamento probabilístico. Nesse sentido, quando se aplica mais de um PSD simultaneamente, como é o caso de um veículo automotivo com um deslocamento prescrito para cada pneu, o uso de espectros cruzados (CSD: Cross-Spectral Density) permite computar a diferença de fase entre as excitações (CEBON, 1999); (HALFPENNY, 1999), uma vez que o PSD não possui tal informação (BISHOP, 1999); (NEWLAND, 1984). Existem diversos tipos de CSD e sua escolha depende do particular fenômeno estudado. Assim, neste âmbito, dois aspectos são de suma importância para a realização da análise espectral: a definição matemática da expressão do espectro de deslocamento vertical dos pneus; e a definição dos espectros cruzados.

No caso de um veículo automotivo, são dois os tipos de espectros cruzados que devem ser aplicados: um refere-se à diferença de fase entre rodas do mesmo lado, que, portanto, trafegam pelo mesmo perfil de pista; o segundo relaciona os perfis de pista entre dois lados do veículo, uma vez que perfis paralelos não são idênticos.

2.4.1 Hipóteses

Não se deve perder de vista as hipóteses, usualmente aceitas, e relacionadas aos perfis de pista das vias automotivas, que se prestam à formulação das expressões apresentadas mais adiante:

- 1 - O perfil de pista das vias automotivas é um processo estacionário, aleatório e Gaussiano (BISHOP, 1999); (CEBON, 1999); (HEATH, 1987); (NEWLAND, 1984);
- 2 - O perfil de pista das vias automotivas é homogêneo e isotrópico (CEBON, 1999); (HEATH, 1987); (NEWLAND, 1984); (SUN, 2002).

Um processo é dito estacionário quando suas propriedades estatísticas são as mesmas a qualquer instante. Matematicamente, significa que elas são mantidas para o sinal no domínio do tempo $x(t)$, adotando-se qualquer origem temporal, o que quer dizer que $x(t)$ e $x(t+\tau)$, para qualquer τ , têm propriedades estatísticas equivalentes. Isso é

importante, pois, assim, a partir do espectro de pista no domínio da frequência, qualquer amostra temporal pode ser obtida, usando-se uma distribuição uniforme entre 0 e 2π para a fase inicial, já que, como dito anteriormente, o PSD não possui informação de fase.

Os termos aleatório e Gaussiano evidenciam o caráter estatístico do fenômeno. O primeiro indica que duas amostras do mesmo fenômeno, apesar de serem diferentes, possuem as mesmas propriedades estatísticas. Enquanto o segundo sugere que a grandeza representada pelo PSD distribui-se estatisticamente na forma da curva normal de Gauss.

A homogeneidade do perfil de pista garante que ao longo dele, para qualquer posição do espaço, suas propriedades estatísticas sejam as mesmas. Já, a isotropia do perfil de pista está associada ao fato das distribuições dos picos nas direções longitudinal e transversal do veículo serem as mesmas, isso é importante devido ao caráter bidimensional do solo e ao fato do veículo ter pneus percorrendo perfis paralelos, mas não idênticos.

A hipótese 1 está relacionada preferencialmente com as propriedades do perfil de pista no domínio do tempo, enquanto a hipótese 2 com as propriedades no domínio do espaço. Elas garantem que, em qualquer posição de tempo e de espaço, o espectro representativo do perfil de pista seja sempre o mesmo. Assim, todos os pneus de um veículo estão submetidos ao mesmo espectro de potência e, ainda, a variável, que define o espectro, pode ser mudada, sempre que necessário, de uma grandeza temporal para uma espacial, ou vice-versa, conforme se vê nas expressões apresentadas a seguir.

2.4.2 Espectros de Pista

Em relação ao espectro de deslocamento vertical, pode-se dizer que, baseada em extensivas medições das pistas européias, uma proposta de padrão ISO foi formulada em 1972 (CEBON, 1999) da seguinte forma:

$$S_u(\kappa) = \begin{cases} S_0 \cdot (2\pi\kappa)^{-3} & 2\pi\kappa \leq 1 \\ S_0 \cdot (2\pi\kappa)^{-2,25} & 2\pi\kappa > 1 \end{cases} \quad (2.17)$$

onde $S_u(\kappa)$ é o espectro do deslocamento vertical em m^3/ciclo ; κ é o número de onda em ciclos/m; e S_0 é uma constante que determina a qualidade da pista, conforme se vê na tabela 2.1.

Tabela 2.1 - Valores de S_0 em Função da Qualidade da Pista

Qualidade da Pista	S_0 ($1\text{E-}6\text{m}^3/\text{cycle}$)
Excelente	2 a 8
Boa	8 a 32
Razoável	32 a 128
Ruim	128 a 512
Péssima	512 a 2048

Da análise da eq. 2.17, constata-se que tais espectros não estão definidos para $\kappa=0$ e têm derivada descontínua para $\kappa=1/2\pi$. Como tais características dificultam, muitas vezes, aplicações práticas de integração e derivação, importantes para o cálculo do espectro cruzado, CEBON (1999) propõe formulação alternativa, como aproximação da norma ISO que elimina os dois problemas citados:

$$S_u(\kappa) = \frac{S_0}{(2\pi\kappa + 0.1)^3 (2\pi\kappa + 1)^{-0.75}} \quad (2.18)$$

Espectros de Perfil de Pista (ISO)

Figura 2.2 - Ilustração dos Espectros de Perfil de Pista Definidos pela Norma ISO para o Deslocamento Vertical dos Pneus

Como o PSD é originalmente definido em função do número de onda, que é uma grandeza no domínio do espaço, precisa ser transformado para outras grandezas, sejam elas ligadas ao espaço ou ao tempo.

A eq. 2.19 a seguir relaciona as grandezas espaciais relevantes de uma onda e a eq. 2.20 as temporais:

$$\lambda[m] \cdot \gamma[\text{rad} / m] = 2\pi \Leftrightarrow \kappa[\text{ciclos} / m] = 1 / \lambda[m] = \gamma[\text{rad} / m] / 2\pi \quad (2.19)$$

$$T[s] \cdot \omega[\text{rad} / s] = 2\pi \Leftrightarrow f[\text{ciclos} / s] = 1 / T[s] = \omega[\text{rad} / s] / 2\pi \quad (2.20)$$

sendo $\lambda[m]$ o comprimento de onda em metros, $\gamma[\text{rad} / m]$ a frequência circular no domínio do espaço em radianos por metro, $\kappa[\text{ciclos} / m]$ o número de onda em ciclos por metro, $T[s]$ o período da onda em segundos, $\omega[\text{rad} / s]$ a frequência circular no domínio do tempo em radianos por segundo e $f[\text{ciclos} / s]$ frequência da onda em ciclos por segundo.

Isto posto, e definida a velocidade $V[\text{m/s}]$, a conversão do tempo para o espaço, e vice-versa, pode ser feita pelas expressões que seguem:

$$\omega[\text{rad} / s] = \gamma[\text{rad} / m] \cdot V[m / s] \quad (2.21)$$

$$f[\text{ciclos} / s] = \kappa[\text{ciclos} / m] \cdot V[m / s] \quad (2.22)$$

$$\lambda[m] = T[s] \cdot V[m / s] \quad (2.23)$$

As expressões que fazem a mudança do argumento do PSD são consequência do fato de a área sob sua curva ter sempre o mesmo significado dimensional (metros quadrados para o PSD de deslocamento vertical), independentemente do domínio para o qual está definido. Portanto, como se vê na tabela 2.2, as unidades do PSD são modificadas conforme a alteração do seu argumento, tal que:

$$\begin{aligned} \text{Área}[m^2] &= S(\omega) \cdot \Delta\omega = S(\gamma) \cdot \Delta\gamma = S(f) \cdot \Delta f = \\ &= S(\kappa) \cdot \Delta\kappa = S(T) \cdot \Delta T = S(\lambda) \cdot \Delta\lambda \end{aligned} \quad (2.24)$$

Tabela 2.2 - Unidade dos Diferentes Espectros

Espectro	Unidade
$S(\omega)$	$\text{m}^2 \cdot \text{s} / \text{rad}$
$S(\gamma)$	m^3 / rad
$S(f)$	m^2 / Hz
$S(\kappa)$	$\text{m}^3 / \text{ciclo}$
$S(T)$	m^2 / s
$S(\lambda)$	m

Das expressões apresentadas, qualquer relação entre as diferentes propostas dimensionais dos espectros pode ser obtida, servindo, como exemplo, as eqs. 2.25 e 2.26:

$$\begin{aligned}
 S(\omega) \cdot \Delta\omega &= S(f) \cdot \Delta f \Rightarrow S(f) \cdot \Delta f = S(\omega) / (\Delta\omega / \Delta f) \\
 \Rightarrow S(f) &= S(\omega) / 2\pi
 \end{aligned}
 \tag{2.25}$$

$$\begin{aligned}
 S(\kappa) \cdot \Delta\kappa &= S(f) \cdot \Delta f \Rightarrow S(f) \cdot \Delta f = S(\kappa) / (\Delta\kappa / \Delta f) \\
 \Rightarrow S(f) &= S(\kappa) / V
 \end{aligned}
 \tag{2.26}$$

Apesar de originalmente definido em função de κ , o espectro de potência é mais amplamente usado em função de f e ω . Ao longo do presente texto, a formulação do PSD é estabelecida em função de diferentes argumentos, sem, contudo, pelo que se viu, haver quaisquer inconsistências.

2.4.3 Espectro Cruzado devido à Desfasagem de Tempo ou “Time Lag”

Inicialmente, consideram-se os pneus, que estejam de um mesmo lado do veículo, como trafegando pelo mesmo perfil de pista. Porém, como os pneus j e k (fig. 2.3) estão separados por uma distância d_{jk} , os perfis, com que eles são excitados, no domínio do tempo, estão em defasagem, conforme ilustra a fig. 2.3 onde, a bem da clareza, apenas um comprimento de onda λ é representado.

Nesse contexto, pode-se afirmar que pneus no mesmo lado do veículo são excitados por um mesmo perfil de pista com defasagem de tempo que depende, concomitantemente, da velocidade do veículo, da distância entre eles e dos comprimentos de onda da excitação (lembrando que o espectro de potência varre uma enorme gama de valores de comprimento de onda). Agora, como comprimento

de onda λ pode ser facilmente relacionado com frequência circular ω , o espectro cruzado, devido à defasagem de tempo entre os pneus, também é função da frequência circular ω , sendo dado, de acordo com CEBON (1999), por:

$$S_{jk}(\omega) = S_{jj}(\omega)e^{-i\omega T_{jk}} \quad (2.27)$$

sendo: $i = \sqrt{-1}$, $S_{jj}(\omega)$ o PSD da pista no j-ésimo pneu e T_{jk} a defasagem de tempo que, por seu turno, é função da velocidade do veículo (V) e da distância (d_{jk}), na direção da velocidade, entre os pontos de excitação j e k, tal que podemos escrever: $T_{jk} = d_{jk}/V$. Desta definição da defasagem de tempo, é possível afirmar que $T_{kj} = -T_{jk}$ e, conseqüentemente, $S_{kj}(\omega) = S_{jk}^*(\omega)$ (*complexo conjugado), concluindo-se que, na simulação de carregamento para o veículo em diferentes velocidades, exigem-se diferentes análises espectrais.

Figura 2.3 - Ilustração da Diferença de Fase da Excitação das Rodas devida á Defasagem de Tempo

Da eq. 2.27, constata-se que o espectro cruzado, devido à defasagem de tempo entre os pneus, é um valor complexo com as partes real e imaginária::

$$S_{jk}(\omega) = S_{jj}(\omega)e^{-i\omega T_{jk}} = S_{jj}(\omega)[\cos(\omega T_{jk}) + i \operatorname{sen}(\omega T_{jk})] \quad (2.28)$$

donde, portanto:

$$\omega T_{jk} = 2\pi \Rightarrow \omega d_{jk} / V = 2\pi \Rightarrow \omega = 2\pi V / d_{jk} \quad (2.29)$$

Assim, para uma dada velocidade e para uma dada distância dos pontos de aplicação do espectro (na direção da velocidade), considerando que o domínio da frequência será discretizado em (n) pontos, tem-se:

$$\delta\omega = 2\pi V / n d_{jk} \quad (2.30)$$

sendo $\delta\omega$ o incremento da frequência circular que, para uma mesma definição satisfatória do espectro cruzado, deve ser tanto maior quanto maior a velocidade do veículo ou menor a distância longitudinal entre os pneus.

2.4.4 Espectro Cruzado devido à Distância entre Pistas

Já o espectro cruzado transversal, que relaciona duas pistas paralelas separadas por uma distância b, pode ser calculado, adotando-se que a pista é isotrópica, pela expressão a seguir (HEATH, 1987):

$$S_{jk}(b, \gamma) = S_{jj}(\gamma) - b \int_0^{+\infty} S_{jj}(\sqrt{\gamma^2 + \vartheta^2}) \cdot J_1(b\vartheta) d\vartheta \quad (2.31)$$

onde γ é o número de onda em rad/m ($\gamma = 2\pi\kappa$); $J_1(\bullet)$ a função de Bessel de primeira ordem; e $S_{jj}(\gamma)$ o espectro do deslocamento vertical da pista, tal que, como

já visto, $S_{jj}(\gamma) = \frac{1}{2\pi} S_{jj}(\kappa)$ (CEBON, 1999); (MEIROVITCH; 1986); (NEWLAND;

1984). Tal espectro cruzado tem a propriedade de computar o efeito de torção no veículo, justamente pelas diferenças entre os perfis de pista para pneus em lados diferentes.

Neste contexto, pequenos comprimentos de onda, relativos a pequenas imperfeições da pista, são sentidos independentemente em cada pneu, enquanto grandes comprimentos de onda, relativos a grandes elevações ou depressões, são sentidos concomitantemente embora não no mesmo exato instante, fato que provoca a torção do veículo. Faixas intermediárias de comprimento de onda provocam um misto desses dois efeitos (fig. 2.4).

Figura 2.4 - Exemplo de Efeito Cruzado devido à Distância entre Perfis de Pista Paralelos.

Para maior praticidade, define-se a função coerência $\eta(b, \gamma)$ (CEBON, 1999); (HEATH, 1987), tal que:

$$\eta(b, \gamma) = S_{jk}(b, \gamma) / S_{jj}(\gamma) \Leftrightarrow S_{jk}(b, \gamma) = \eta(b, \gamma) \cdot S_{jj}(\gamma) \quad (2.32)$$

Das eqs. 2.31 e 2.32, obtém a expressão para o cálculo da função coerência:

$$\eta(b, \gamma) = 1 - \frac{b}{S_{jj}(\gamma)} \int_0^\infty S_{jj}(\sqrt{\gamma^2 + \vartheta^2}) \cdot J_1(b\vartheta) d\vartheta \quad (2.33)$$

Para o cálculo do espectro cruzado entre duas pistas paralelas (eq. 2.31 ou 2.33), deve-se chamar a atenção para o fato de que a função de Bessel J_1 é periódica, exigindo-se para a integração numérica, menores incrementos para maiores valores de b . Em adição, a função que estabelece o espectro de excitação (eq. 2.17) não é definida em $\gamma = 0$, e apresenta descontinuidade em $\gamma = 1$, um processo pouco cuidadoso de integração numérica pode resultar em valores inverossímeis para a função coerência. Devido a tais dificuldades, o Anexo A apresenta uma expressão pré-ajustada, de fácil cálculo, para modelar de forma mais pragmática a função coerência.

Com o intuito de clarear ao leitor que tipo de efeito é computado pelo espectro cruzado devido à distância entre os carregamentos, apresenta-se a fig. 2.5. No exemplo, análogo ao de perfis de pista paralelos (fig. 2.4), tem-se o mesmo espectro aplicado nas bandeiras, contudo, se elas estiverem suficientemente distantes, o carregamento no tempo, que uma sofre, tenderá a ser diferente do da outra. Por outro lado, se estiverem muito próximas, o carregamento no tempo, que sofrem, tenderá a ser o mesmo (HALFPENNY, 1999).

Assim, por tudo que foi dito, tiram-se as principais propriedades que possui a função coerência $\eta(b, \gamma)$ e que devem ser respeitadas para sua correta representação física:

1 - $\lim_{\gamma \rightarrow \infty} \eta(b, \gamma) = 0, \forall b$, isto significa que, à medida que o comprimento de onda das irregularidades diminui, ou seja, γ aumenta, sua influência no lado oposto tende a se extinguir;

2 - $\lim_{b \rightarrow 0} \eta(b, \gamma) = 1, \forall \gamma$, isto significa que, para pneus do mesmo lado do veículo, a correlação entre seus carregamentos, devido à distância transversal entre eles, é total para qualquer comprimento de onda;

- 3 - $\lim_{\gamma \rightarrow 0} \eta(b, \gamma) = \eta_0 \leq 1, \forall \gamma$, isto significa que, para grandes comprimentos de onda, ou seja, pequenos valores de γ , a correlação entre perfis de pista paralelos tende assintoticamente a um valor menor ou igual a 1.
- 4 - $0 \leq \eta(b, \gamma) \leq 1, \forall b, \forall \gamma$, isto significa que o CSD é sempre menor ou igual ao PSD e, conseqüentemente, $\eta(b, \gamma)$ pertence ao intervalo $[0,1]$.

Figura 2.5 - Exemplo de Efeito Cruzado devido à Distância entre os Carregamentos

2.5 Aspectos Práticos

Apresentados os aspectos teóricos da análise espectral no domínio da frequência, e as formas de aplicação do carregamento em MEF para tal análise em um veículo automotivo, ainda faz-se necessário mostrar como tais elementos são e podem ser usados na prática.

Ressalte-se que, antes de se realizar a análise espectral, é imperativo o veículo se encontrar na situação de equilíbrio estático. Como os modelos em MEF não são construídos em tal situação, é recomendável a realização prévia de uma análise não-linear que leve o modelo até referida posição. A não-linearidade, neste caso, é geométrica e decorre dos grandes deslocamentos dos componentes da suspensão até

que a situação de equilíbrio seja atingida. Além do mais, os valores de tensão, obtidos desta análise, são usados como as tensões médias para as quais a curva S-N de fadiga é corrigida.

No que tange às diferentes qualidades de pista, é essencial observar que elas se caracterizam apenas pela constante S_0 da eq. 2.17 ou da eq. 2.18. Este fato é importante, pois, como da eq. 2.14, pode-se ver que o cálculo do espectro de saída tem relação linear com o espectro de entrada, tão somente uma análise espectral básica precisa ser realizada para um valor de referência S_0 , igual a um digamos. A partir disto, para se obter o espectro de saída, relativo a qualquer qualidade de pista, basta multiplicar o espectro de saída da análise básica pelo adequado valor de S_0 , mitigando-se, por consequência, os custos de processamento. Como ao invés de se aplicar uma análise para cada condição de pista (dentre as cinco distintas previstas pela norma ISO) apenas uma é realizada, o tempo de processamento é diminuído em 80%.

Este importante aspecto de diminuição do tempo de processamento adquire maior envergadura quando se lembra que a necessidade de se aplicar o espectro cruzado, devido à defasagem de tempo entre pneus do mesmo lado do veículo, implica em realizar análises distintas para diversos valores de velocidade, quando se deseja simular uma ampla gama de possibilidades, visando uma avaliação fidedigna da vida em fadiga.

A correta e completa representação do comportamento estrutural do pneu é extremamente complexa, o que implica na necessidade de simplificações. Desta forma, para viabilizar a modelagem proposta para análises estruturais espectrais, em que a dinâmica veicular não é avaliada, é usual considerar o pneu como um corpo rígido. Adicionalmente, deve-se levar em consideração, na análise espectral, o efeito de filtro de frequência que o pneu possui. Neste contexto, adota-se que os comprimentos de onda, menores do que o comprimento da área de contato com o solo, não são transmitidos pelos pneus à estrutura. Portanto, tendo-se a conformação do pneu carregado e pressurizado, é possível determinar o número de onda de corte do espectro de excitação.

Por fim, ilustra-se a aplicação dos espectros de carregamento (PSD e CSD) para um veículo com quatro rodas. Ressalte-se que tal exemplo é apresentado para um caso simples, com o intuito de facilitar a compreensão do procedimento. Aplicando-se as eqs. 2.27 e 2.32, é possível escrever, para o caso apresentado na fig. 2.6, a seguinte matriz de espectros:

$$S(\omega) = \begin{bmatrix} S_{11}(\omega) & S_{12}(\omega) & S_{13}(\omega) & S_{14}(\omega) \\ S_{21}(\omega) & S_{22}(\omega) & S_{23}(\omega) & S_{24}(\omega) \\ S_{31}(\omega) & S_{32}(\omega) & S_{33}(\omega) & S_{34}(\omega) \\ S_{41}(\omega) & S_{42}(\omega) & S_{43}(\omega) & S_{44}(\omega) \end{bmatrix} = \quad (2.34)$$

$$= \begin{bmatrix} S_{11}(\omega) & S_{11}(\omega) \cdot e^{-i\omega l_{12}} & \eta(b, \omega) \cdot S_{11}(\omega) \cdot e^{-i\omega l_{13}} & \eta(b, \omega) \cdot S_{11}(\omega) \cdot e^{-i\omega l_{14}} \\ S_{22}(\omega) \cdot e^{-i\omega l_{21}} & S_{22}(\omega) & \eta(b, \omega) \cdot S_{22}(\omega) \cdot e^{-i\omega l_{23}} & \eta(b, \omega) \cdot S_{22}(\omega) \cdot e^{-i\omega l_{24}} \\ \eta(b, \omega) \cdot S_{33}(\omega) \cdot e^{-i\omega l_{31}} & \eta(b, \omega) \cdot S_{33}(\omega) \cdot e^{-i\omega l_{32}} & S_{33}(\omega) & S_{33}(\omega) \cdot e^{-i\omega l_{34}} \\ \eta(b, \omega) \cdot S_{44}(\omega) \cdot e^{-i\omega l_{41}} & \eta(b, \omega) \cdot S_{44}(\omega) \cdot e^{-i\omega l_{42}} & S_{44}(\omega) \cdot e^{-i\omega l_{43}} & S_{44}(\omega) \end{bmatrix}$$

Figura 2.6 - Configuração do Caso Simples Exemplo

Sabendo que $T_{jk} = d_{jk} / V$ e que $T_{kj} = -T_{jk}$, tem-se:

$$S(\omega) = \begin{bmatrix} S_{11}(\omega) & S_{11}(\omega) \cdot e^{-i\omega L/V} & \eta(b, \omega) \cdot S_{11}(\omega) \cdot e^{-i\omega L/V} & \eta(b, \omega) \cdot S_{11}(\omega) \\ S_{22}(\omega) \cdot e^{i\omega L/V} & S_{22}(\omega) & \eta(b, \omega) \cdot S_{22}(\omega) & \eta(b, \omega) \cdot S_{22}(\omega) \cdot e^{i\omega L/V} \\ \eta(b, \omega) \cdot S_{33}(\omega) \cdot e^{i\omega L/V} & \eta(b, \omega) \cdot S_{33}(\omega) & S_{33}(\omega) & S_{33}(\omega) \cdot e^{i\omega L/V} \\ \eta(b, \omega) \cdot S_{44}(\omega) & \eta(b, \omega) \cdot S_{44}(\omega) \cdot e^{-i\omega L/V} & S_{44}(\omega) \cdot e^{-i\omega L/V} & S_{44}(\omega) \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Finalmente, como os pneus estão submetidos ao mesmo espectro de pista, resultando em $S_{11}=S_{22}=S_{33}=S_{44}$, a expressão anterior torna-se:

$$S(\omega) = S_{11}(\omega) \begin{bmatrix} 1 & e^{-i\omega L/V} & \eta(b, \omega) \cdot e^{-i\omega L/V} & \eta(b, \omega) \\ e^{i\omega L/V} & 1 & \eta(b, \omega) & \eta(b, \omega) \cdot e^{i\omega L/V} \\ \eta(b, \omega) \cdot e^{i\omega L/V} & \eta(b, \omega) & 1 & e^{i\omega L/V} \\ \eta(b, \omega) & \eta(b, \omega) e^{-i\omega L/V} & e^{-i\omega L/V} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Convém ressaltar que tal procedimento, extrapolado para o caso do caminhão semi-reboque tanque (fig. 2.7), terá oito pontos de aplicação de espectro e seis distâncias (L) diferentes, resultando numa matriz de espectros com ordem oito.

Figura 2.7 - Configuração do Caso de um Tanque Semi-Reboque

2.6 Considerações Finais

Neste capítulo, foi descrita a forma de aplicação do carregamento atuando na estrutura de um veículo automotivo, no contexto de sua análise espectral no domínio da frequência em MEF. Implementado o modelo e realizada sua análise, torna-se imperativo tratar o espectro de saída das tensões de sorte que seja possível o uso desses resultados em termos de projeto com estimativa de durabilidade. Assim sendo, o próximo capítulo descreve os procedimentos de tratamento probabilístico dos resultados para as tensões, com o intuito precípuo de se definir valor de confiabilidade estrutural, útil como requisito de um critério de projeto firmado em base probabilística.

3 TRATAMENTO PROBABILÍSTICO RESULTANDO NA CONFIABILIDADE DA VIDA EM FADIGA

3.1 Função Densidade de Probabilidade (pdf) de Tensões

A obtenção da função densidade de probabilidade para as amplitudes de ciclos de Rainflow (BISHOP, 1999); (DIRLIK, 1985); (HALFPENNY, 1999); (HENDERSON et al., 1999); (MSC/FATIGUE, 1998), das tensões alternadas atuando em uma estrutura, não é um problema recente e foi inicialmente estudada na indústria naval, onde o comportamento das ondas marítimas sugere a aplicação de análises no domínio da frequência.

Fazendo-se referência à fig. 2.1, o procedimento para o cálculo da referida pdf, a partir do PSD de tensões, é chamado de modelador de fadiga. Ao longo dos anos, diversos modeladores de fadiga foram propostos: Wirsching, Chaudhury e Hancock propuseram procedimentos específicos para a indústria naval; enquanto Tunna propôs um procedimento que tem aplicação específica na indústria férrea. Todos estes procedimentos tiveram como ponto de partida a solução proposta por Bendat para espectros de banda estreita. Contudo, como tal solução tem mais limitadas aplicações práticas, originaram-se, então, novos modelos. De todos estes citados, o método proposto por Wirsching é o que possui maior aplicabilidade em diversas áreas de projeto (BISHOP, 1999); (HALFPENNY, 1999); (MSC/FATIGUE, 1998).

Mais apropriadamente, por fim, DIRLIK (1985) desenvolveu um modelador de fadiga com aplicação mais ampla em termos de projeto e, ao contrário dos procedimentos anteriores, com a consideração de banda larga (BISHOP, 1999); (HALFPENNY, 1999); (HENDERSON et al., 1999); (MSC/FATIGUE, 1998). Sua formulação para a pdf foi calculada de forma empírica por simulações de Monte Carlo, com a geração de amostras no tempo a partir do PSD de tensões e posterior contagem de Rainflow. Tal processo, que exigiu um grande trabalho computacional, originou a expressão a seguir:

$$f_s(s) = \frac{\frac{D_1}{Q} e^{\frac{-Z}{Q}} + \frac{D_2 Z}{R^2} e^{\frac{-Z^2}{2R^2}} + D_3 Z e^{\frac{-Z^2}{2}}}{2\sqrt{M_0}} \quad (3.1)$$

onde os parâmetros D_1 , D_2 , D_3 , Q e R e a variável Z são descritos em função dos momentos do PSD ($M_n = \int_0^{+\infty} \omega^n S(\omega) d\omega$), como segue:

$$D_1 = \frac{2(x_m - \gamma^2)}{1 + \gamma^2} \quad (3.2.a)$$

$$D_2 = \frac{1 - \gamma^2 - D_1 + D_1^2}{1 - R} \quad (3.2.b)$$

$$D_3 = 1 - D_1 - D_2 \quad (3.2.c)$$

$$Q = \frac{1,25(\gamma - D_3 - D_2 R)}{D_1} \quad (3.2.d)$$

$$R = \frac{\gamma - x_m - D_1^2}{1 - \gamma - D_1 + D_1^2} \quad (3.2.e)$$

$$Z = \frac{S}{2\sqrt{M_0}} \quad (3.2.f)$$

O fator de irregularidade espectral, que comparece nessas expressões, é dado por:

$$\gamma = \frac{M_2}{\sqrt{M_0 M_4}} \quad (3.3)$$

enquanto a frequência média esperada da resposta é dada por:

$$x_m = \frac{M_1}{M_0} \sqrt{\frac{M_2}{M_4}} \quad (3.4)$$

e o período fundamental das tensões pseudo-periódicas é dado por:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{M_2}{M_4}} \quad (3.5)$$

No contexto do procedimento proposto neste trabalho, a análise, para cada nó do modelo de MEF, fornece o PSD de saída de tensões, a partir do qual é possível calcularem-se os momentos do espectro: M_0 , M_1 , M_2 e M_4 . A fig. 3.1 esquematiza a forma da distribuição de Dirlik, enquanto a fig. 3.2 ilustra o dano causado para uma dada amplitude de tensão, multiplicado pela probabilidade de ocorrência de tal amplitude. Para este exemplo, meramente ilustrativo, onde foi analisado o modelo de um caminhão semi-reboque tanque igual ao apresentado no Capítulo V, adota-se o material determinístico e pretende-se mostrar a importância das amplitudes, com baixa probabilidade de ocorrência, no cálculo da vida em fadiga, comprovando-se a relevância do tratamento probabilístico dado às amplitudes dos ciclos de Rainflow das tensões (HOUGAZ et al., 2003b). Neste artigo, são brevemente apresentados os aspectos teóricos e práticos da análise espectral de veículos, com conteúdo similar ao do Capítulo II da presente tese. Contudo, ao contrário do que será feito ao longo deste capítulo, no artigo as propriedades de fadiga do material foram consideradas determinísticas.

Ressalte-se que o efeito das amplitudes com baixa probabilidade de ocorrência no cálculo da vida em fadiga, comprovado pelas figs. 3.1 e 3.2, reforça a pertinência do tratamento no domínio da frequência uma vez que, no domínio do tempo, é penoso captar tais amplitudes, pois esse cômputo exigiria simulação por um período de carregamento excessivamente longo.

Figura 3.1 - Exemplo de Distribuição de Dirlik

Figura 3.2 - Curva característica de $p(s)/N(s)$, representando a contribuição no dano para uma dada amplitude de tensão cíclica s , com $p(s)$ sendo a probabilidade de ocorrência de s e $N(s)$ o número de ciclos de vida esperada do componente submetido à tensão cíclica de amplitude s .

Figura 3.3 - Modelos de Curva S-N Comparados

Neste ponto, é importante salientar que o esforço despendido para o tratamento probabilístico dos ciclos de Rainflow mostrar-se-ia infrutífero caso as propriedades de vida em fadiga do material fossem tratadas apenas deterministicamente (HOUGAZ et al., 2003b). Tal fato se explica pela grande influência que os parâmetros de fadiga do material têm no cálculo da vida, considerada a variabilidade vista na fig. 3.3 que ilustra cinco curvas de fadiga diferentes, usadas para um caso prático de referência. Assim, uma variação de 5%, para mais ou para menos, tanto na tensão de limite de resistência do material, como na tensão de limite de fadiga, pode levar a valores de vida discrepantes em cerca de 500%, culminando na principal conclusão do artigo (HOUGAZ et al., 2003b) de que o tratamento probabilístico das propriedades do material é necessária para fornecer maior abrangência e significado ao tratamento probabilístico das tensões.

Neste contexto, justifica-se a aplicação de uma modelagem probabilística mais ampla, que caracterize estatisticamente tanto as propriedades de fadiga do material quanto o dano acumulado sobre a estrutura, nos moldes que adiante proporemos.

3.2 Caráter Probabilístico das Propriedades de Fadiga do Material

A preocupação com as incertezas da vida em função das propriedades de fadiga decorre, também, da substancial variabilidade dos resultados obtidos em laboratório para a caracterização do material (FUCHS et al., 1980); (MEYERS et al., 1999); (OSGOOD, 1982); (SUDARARAJAN, 1995). Em adição, a eq. 3.6, característica na representação do material, impõe relação exponencial entre amplitude de tensão e número de ciclos a que o material resiste, exacerbando-se influência da retrocitada variabilidade no cálculo da vida em fadiga.

Neste âmbito, portanto, a própria obtenção da curva característica de fadiga do material deve ser submetida a um tratamento estatístico, havendo, contudo, grande dificuldade em se obter da bibliografia curvas probabilísticas de fadiga para materiais (P-S-N), por duas razões principais: uso esparso do tratamento probabilístico, resultando no desinteresse pela pesquisa de tais curvas; e interesse de se proteger resultados experimentais importantes, obtidos através de grande investimento de tempo e dinheiro.

Desta forma, sugere-se uma modelagem alternativa para a obtenção da curva P-S-N, tão somente a partir da distribuição estatística do limite de resistência do material, para quando dados experimentais mais completos não estiverem disponíveis. Apesar de o modelo de material, assim proposto, depender apenas das propriedades estatísticas do limite de resistência, a descrição do estudo, que conduz a tal conclusão, está mais amplamente apresentada a seguir, pela verificação de como todos os diversos parâmetros da curva S-N interferem em sua representação probabilística.

3.2.1 Curva S-N Probabilística (P-S-N)

A curva S-N de um material relaciona a amplitude de tensão cíclica (s), atuando no componente estrutural, com o número de ciclos permissíveis (N) até a ocorrência de falha por ruptura completa, no estágio final de propagação da fissura. Assim, sendo N_T o número de ciclos total de serviço do componente, a falha por fadiga ocorrerá quando $N_T > N$.

Por tudo que já foi dito, para um dado valor da amplitude cíclica, observa-se uma grande variabilidade de N e, conseqüentemente, a ocorrência da falha é incerta, tornando-se apropriado o enfoque por procedimento de confiabilidade no tratamento da vida em fadiga, usando-se, em última instância, avaliação de durabilidade do componente estrutural.

Assim, da bibliografia (DAI et al., 1992); (SUDARARAJAN, 1995); (WIRSCHING et al., 1977), pode-se admitir que a função densidade de probabilidade de N , sabendo-se S (eq. 3.7), é uma distribuição lognormal, com média dada pela eq. 3.6, e desvio padrão constante, para qualquer S , chegando-se ao esquematizado na fig. 3.4 para a curva P-S-N.

Para os nossos propósitos, portanto, a característica S-N do material adquire caráter probabilístico se interpretada sob nova ótica:

$$NS^b = C \quad (3.6)$$

b e C sendo parâmetros do material, com b determinístico e C estocástico, tal que a distribuição estatística de N dado S é:

$$f_{N|S}(n) = \frac{1}{n\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln(n) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (3.7)$$

onde μ e σ são, respectivamente, a média e o desvio padrão do logaritmo neperiano de N . Agora, notando-se que para $S=1$ temos $N=C$, σ será, para todo N , o desvio padrão do logaritmo neperiano de C que, por seu turno, também possui distribuição lognormal (SUDARARAJAN, 1995); (WIRSCHING et al., 1977).

Figura 3.4 - Curva P-S-N com a Representação da Distribuição $f_{N|S}(n)$

3.2.2 Modelo a partir da Tensão Limite de Resistência Probabilística

A modelagem clássica da curva S-N passa por considerá-la uma reta no gráfico log-log (fig. 3.5) onde S é a amplitude da tensão alternada e N é o número de ciclos que provoca falha por fadiga, para um dado valor de S. Neste caso, por hipótese, quando $N=1$ temos $S=S_u$, sendo S_u a tensão de limite de resistência estática do material, e quando $N=N_f$ temos $S=S_f$, sendo S_f a tensão limite de resistência à fadiga e N_f o número de ciclos para a determinação desse limite.

Neste trabalho, por liberdade, adotou-se $N_f=10^7$ embora o mais comum na literatura seja 10^6 . Isto, contudo, não induz falta de generalidade no método proposto pois este pode ser adaptado, com facilidade, para outro modelo de curva S-N, de forma a atender aos anseios mais específicos do projetista. Por outro lado, o próprio tratamento probabilístico, aqui proposto, torna tal questão de pouca relevância, pois o par (N_f, S_f) tem, apenas, a função de definir um ponto de referência para a reta do diagrama S-N. Nesse âmbito, é preciso acrescentar que, até, alguns materiais, como o alumínio, não possuem limite de fadiga bem definido, de sorte que a caracterização

do par (N_f, S_f) tem conotação muito mais matemática, por razões do modelo do material, do que física.

Figura 3.5 - Representação Gráfica do Modelo Simples da Curva S-N

Para tornar a presente análise mais abrangente, será aplicada a correção de Goodman modificada (FUCHS et al., 1980); (MEYERS et al., 1999); (OSGOOD, 1982) para levar em conta o efeito da tensão média na vida em fadiga. No entanto, para se ter maior facilidade de programação, facilitando-se a avaliação da influência das propriedades estatísticas da tensão média, ao invés de corrigir-se o valor da amplitude de tensão cíclica ajustar-se-á a própria curva S-N. Desta maneira, agregando-se apenas uma pequena dificuldade conceitual por se modificar o procedimento padrão, a eq. 3.8 apresenta tal correção para ambos os pontos notáveis (1 e 2 na fig. 3.5) que definem a curva S-N:

$$S_{cor} = \gamma \cdot S \quad \text{com} \quad \gamma = 1 - \frac{S_m}{S_u} \quad (3.8)$$

Como o modelo para a curva S-N é uma reta no gráfico log-log, pode-se reescrevê-la pela seguinte expressão:

$$\ln(S_{cor}) = \alpha \ln(N) + \beta \quad (3.9)$$

agora ajustada pelo efeito da tensão média segundo o critério de Goodman modificado. A maioria dos dados experimentais disponíveis corrobora os critérios de Goodman e de Gerber, sendo o de Goodman o mais conservador (FUCHS et al., 1980); (MEYERS et al., 1999); (OSGOOD, 1982). Ressalte-se que qualquer outro critério poderia ser adotado, conforme o interesse do projetista, mudando-se apenas as equações sem que se perca a essência do procedimento geral.

Do ponto notável $N=1$, que corresponde a $S_{cor} = \gamma \cdot S_u$, pode-se deduzir o parâmetro β por:

$$\ln(\gamma S_u) = \alpha \ln(1) + \beta \Rightarrow \beta = \ln(\gamma S_u) \quad (3.10)$$

enquanto de $N = N_f$ e $S_{cor} = \gamma \cdot S_f$, deduz-se o parâmetro α por:

$$\ln(\gamma S_f) = \alpha \ln(N_f) + \ln(\gamma S_u) \Rightarrow \alpha = \frac{\ln(\gamma S_f) - \ln(\gamma S_u)}{\ln(N_f)} = \frac{\ln\left(\frac{S_f}{S_u}\right)}{\ln(N_f)} \quad (3.11)$$

Passando-se, agora, ao modelo probabilístico para a curva S-N, como proposto em SUDARAJAN (1995) e WIRSCHING et al. (1977) e, doravante, adotado no presente texto, pode-se escrever:

$$NS_{cor}^b = C \quad (3.12)$$

em que b e C são constantes do material de natureza potencialmente estatística. Nesse âmbito, considerando que SUDARAJAN (1995) e WIRSCHING et al. (1977) indicam o uso de b como uma variável determinística e de C como a variável probabilística com distribuição lognormal, a eq. 3.12 pode ser reescrita na forma da eq. 3.9:

$$\ln(C) = \ln(N) + b \ln(S_{cor}) \quad (3.13)$$

onde se adota C com distribuição lognormal, optando-se, adicionalmente pela mudança de variável tal que $K = \ln(C)$, que tem distribuição normal, com média e

desvio padrão relacionados com os de C, de sorte que se possa aplicar a metodologia descrita no item 3.2.3. Assim, então, a eq. 3.13 torna-se:

$$K = \ln(N) + b \ln(S_{cor}) \Rightarrow \ln(S_{cor}) = \frac{-1}{b} \ln(N) + \frac{K}{b} \quad (3.14)$$

Comparando-se, agora, as eqs. 3.9, 3.11 e 3.14, deduz-se b por:

$$\alpha = \frac{\ln\left(\frac{S_f}{S_u}\right)}{\ln(N_f)} = \frac{-1}{b} \Rightarrow b = -\frac{\ln(N_f)}{\ln\left(\frac{S_f}{S_u}\right)} \quad (3.15)$$

enquanto, das eqs. 3.9, 3.10 e 3.14, deduz-se K por:

$$\beta = \ln(\gamma \cdot S_u) = \frac{K}{b} \Rightarrow K = b \ln(\gamma \cdot S_u) \quad (3.16)$$

Uma vez que N_f também tem uma distribuição lognormal (DAI et al., 1992); (SUDARARAJAN, 1995); (WIRSCHING et al., 1977), realiza-se nova troca de variável tal que, definindo $N_{f-\ln} = \ln(N_f)$ para que $N_{f-\ln}$ tenha distribuição normal, com média e desvio padrão relacionados com os de N_f , mais uma vez, a fim que se possa aplicar a metodologia descrita no item 3.2.3, conseqüentemente, da eq. 3.15 vem:

$$b = -\frac{N_{f-\ln}}{\ln\left(\frac{S_f}{S_u}\right)} \quad (3.17)$$

Por outro lado, da eq. 3.8, para $S=S_u$, pode-se afirmar que:

$$\gamma S_u = \left(1 - \frac{S_m}{S_u}\right) S_u = S_u - S_m \quad (3.18)$$

que, substituída na eq. 3.16, fornece:

$$K = b \ln(S_u - S_m) \quad (3.19)$$

Viu-se, portanto, que partindo do modelo clássico para a curva S-N, é possível reescrever sua expressão apenas em função dos parâmetros: b e K ($\ln(C)$), que por seus turnos, decorrem diretamente das propriedades do material (S_u , S_f e N_f) e da tensão média (S_m), como a seguir:

$$b(S_u, S_f, N_{f-\ln}) = -\frac{N_{f-\ln}}{\ln\left(\frac{S_f}{S_u}\right)} \quad (3.20)$$

$$K(S_u, b, S_m) = b \ln(S_u - S_m) \quad (3.21)$$

Desta forma, admitindo que as variáveis (S_u , S_f , N_f e S_m) que definem b e K sejam estocásticas, é necessário aplicar procedimento para o cálculo estatístico da média e do desvio padrão de cada um desses parâmetros.

3.2.3 Média e Variância de uma Função Composta por Variáveis Aleatórias com Distribuição Normal

Antes de apresentar o procedimento para determinação da média e da variância de uma função composta por variáveis aleatórias com distribuição normal, algumas relações precisam ser lembradas. O desvio padrão (σ) de uma variável estocástica é igual à raiz quadrada da sua variância (var) (DAI et al., 1992); (MEYER, 1983); (SUDARARAJAN, 1995):

$$\sigma = \sqrt{\text{var}} \Leftrightarrow \text{var} = \sigma^2 \quad (3.22)$$

enquanto, por outro lado, este mesmo desvio padrão (σ) se relaciona com a média (μ) a partir do coeficiente de variação (cov), da seguinte forma (DAI et al., 1992); (MEYER, 1983); (SUDARARAJAN, 1995):

$$\sigma = \text{cov} \cdot \mu \Leftrightarrow \text{cov} = \frac{\sigma}{\mu} \quad (3.23)$$

Isto posto, seja Z uma variável estocástica definida como função de n variáveis estocásticas:

$$Z = f(X) = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (3.24)$$

sendo $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$ e $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$ os vetores, respectivamente, das médias e dos desvios padrão do vetor das variáveis $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$. Realizando, agora, expansão em série de Taylor, até os termos de segunda ordem e em torno das médias, obtém-se:

$$\begin{aligned} Z = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \approx & f(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial f(X)}{\partial X_i} \Big|_{X=\mu} \text{Var}(X_i - \mu_i) \\ & + \frac{1}{2!} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 f(X)}{\partial X_i \partial X_j} \Big|_{X=\mu} (X_i - \mu_i)(X_j - \mu_j) \end{aligned} \quad (3.25)$$

A partir da eq. 3.25, pela suposição de que as variáveis $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ sejam independentes, pode-se mostrar (DAI et al., 1992) que a média de $Z = f(X)$ é dada por:

$$\mu_Z \approx f(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 f(X)}{\partial X_i^2} \Big|_{X=\mu} \text{Var}(X_i) \quad (3.26)$$

Analogamente, considerando apenas os dois primeiros termos da expansão em série de Taylor da eq. 3.25, e também adotando variáveis $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ independentes, tem-se (DAI et al., 1992):

$$\text{var}(Z) \approx \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial f(X)}{\partial X_i} \Big|_{X=\mu} \right]^2 \text{var}(X_i) \quad (3.27)$$

Para a definição de médias e variâncias dos parâmetros da curva P-S-N do material, os resultados das eq. 3.26 e eq. 3.27 devem, agora, ser aplicados em b e K , definidos, respectivamente, por eq. 3.20 e eq. 3.21. Nisto, no máximo três variáveis

estocásticas, por hipótese, independentes e com distribuição normal, precisam ser computadas.

3.2.4 Análises Realizadas e Resultados

3.2.4.1 Derivadas Literais

Tanto para b , quanto para K , para o cálculo da variância é preciso obter apenas a primeira derivada em relação a todas as suas variáveis (eq. 3.27), enquanto, para o cálculo da média, é necessário determinar a segunda derivada em relação a todas as suas variáveis (eq. 3.26).

Assim, sejam $J1$ e $J2$ tais que:

$$J1(\bullet) = \left[\frac{\partial(\bullet)}{\partial X_1} \quad \frac{\partial(\bullet)}{\partial X_2} \quad \dots \quad \frac{\partial(\bullet)}{\partial X_n} \right] \text{ e } J2(\bullet) = \left[\frac{\partial^2(\bullet)}{\partial X_1^2} \quad \frac{\partial^2(\bullet)}{\partial X_2^2} \quad \dots \quad \frac{\partial^2(\bullet)}{\partial X_n^2} \right] \quad (3.28)$$

Derivando a eq. 3.20, obtém-se:

$$J1(b) = \left[\frac{\partial(b)}{\partial S_u} \quad \frac{\partial(b)}{\partial S_f} \quad \frac{\partial(b)}{\partial N_{f-\ln}} \right] = \left[-\frac{N_{f-\ln}}{S_u \ln\left(\frac{S_f}{S_u}\right)^2} \quad \frac{N_{f-\ln}}{S_f \ln\left(\frac{S_f}{S_u}\right)^2} \quad -\frac{1}{\ln\left(\frac{S_f}{S_u}\right)} \right] \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned} J2(b) &= \left[\frac{\partial^2(b)}{\partial S_u^2} \quad \frac{\partial^2(b)}{\partial S_f^2} \quad \frac{\partial^2(b)}{\partial N_{f-\ln}^2} \right] \\ &= \left[\frac{-2N_{f-\ln}}{S_u^2 \ln\left(\frac{S_f}{S_u}\right)^3} + \frac{N_{f-\ln}}{S_u^2 \ln\left(\frac{S_f}{S_u}\right)^2} \quad \frac{-2N_{f-\ln}}{S_f^2 \ln\left(\frac{S_f}{S_u}\right)^3} - \frac{N_{f-\ln}}{S_f^2 \ln\left(\frac{S_f}{S_u}\right)^2} \quad 0 \right] \end{aligned} \quad (3.30)$$

Analogamente, derivando a eq. 3.21, escreve-se:

$$J1(K) = \left[\frac{\partial(K)}{\partial S_u} \quad \frac{\partial(K)}{\partial b} \quad \frac{\partial(K)}{\partial S_m} \right] = \left[\frac{b}{S_u - S_m} \quad \ln(S_u - S_m) \quad \frac{-b}{S_u - S_m} \right] \quad (3.31)$$

$$J2(K) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2(K)}{\partial S_u^2} & \frac{\partial^2(K)}{\partial b^2} & \frac{\partial^2(K)}{\partial S_m^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-b}{(S_u - S_m)^2} & 0 & \frac{-b}{(S_u - S_m)^2} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Objetivando-se um melhor enquadramento do modelo probabilístico do material, nas avaliações que se seguem, as variáveis que definem b e K foram consideradas de duas formas distintas: probabilística; ou deterministicamente; tal que quando determinística o desvio padrão é nulo e, quando probabilística, é não nulo e arbitrariamente fixado para efeitos de análise de sensibilidade.

3.2.4.2 Parâmetro b

Para a realização do estudo de sensibilidade, visto nas tabelas 3.1 e 3.2, adotou-se o valor característico de 10% para os coeficientes de variação de S_u e S_f (SUDARARAJAN, 1995), enquanto, adotou-se 30% para N_{f-ln} , pois este é o limite inferior da faixa sugerida pela mesma bibliografia (entre 30% e 50%).

Tabela 3.1 - Valores Adotados para as Variáveis que Definem b

	Média	Desvio Padrão	cov
S_u	450	45	0,10
S_f	150	15	0,10
N_{f-ln}	$\ln(1E7)$	$\ln(130)$	0,30

Tabela 3.2 - Médias e Desvios Padrão de b para Diferentes Situações

S_u	det	prob	det	det	prob	prob	det	prob
S_f	det	det	prob	det	prob	det	prob	prob
N_{f-ln}	det	det	det	prob	det	prob	prob	prob
μ_b	14,671	14,860	14,726	14,671	14,914	14,860	14,726	14,914
σ_b	-	1,335	1,335	4,431	1,889	4,628	4,628	4,816
covb	-	0,090	0,091	0,302	0,127	0,311	0,314	0,323

det indica que a variável foi considerada determinística e prob que ela foi considerada probabilística.

Deve-se chamar a atenção para dois aspectos realçados pela tabela 3.2:

- Como $\frac{\partial^2(b)}{\partial N_{f-ln}^2} = 0$, quando N_{f-ln} é considerado probabilístico, o valor da média de b não é afetado (eq. 3.26). Além do mais, o tratamento probabilístico das variáveis que definem b provoca pequena alteração no

valor calculado para a média de b, quando comparado com a média determinística;

- Os valores propostos na tabela 3.1 implicam que S_u e S_f influenciem da mesma forma no cálculo do desvio padrão de b. Isto porque, das equações 3.27 e 3.30, quando apenas S_u é probabilístico, tem-se:

$$\sigma_b = \left(\frac{-N_{f-\ln}}{S_u \ln\left(\frac{S_f}{S_u}\right)^2} \right)^2 \text{var}(S_u)^2 = \left(\frac{N_{f-\ln}}{\ln\left(\frac{S_f}{S_u}\right)^2} \right)^2 \frac{(\text{cov}(S_u) \cdot S_u)^2}{S_u^2} = \left(\frac{N_{f-\ln}}{\ln\left(\frac{S_f}{S_u}\right)^2} \right)^2 (\text{cov}(S_u))^2 \quad (3.33)$$

Analogamente, quando apenas S_f é probabilístico, pode-se escrever:

$$\sigma_b = \left(\frac{N_{f-\ln}}{S_f \ln\left(\frac{S_f}{S_u}\right)^2} \right)^2 \text{var}(S_f)^2 = \left(\frac{N_{f-\ln}}{\ln\left(\frac{S_f}{S_u}\right)^2} \right)^2 \frac{(\text{cov}(S_f) \cdot S_f)^2}{S_f^2} = \left(\frac{N_{f-\ln}}{\ln\left(\frac{S_f}{S_u}\right)^2} \right)^2 (\text{cov}(S_f))^2 \quad (3.34)$$

Assim, como os desvios padrão de S_u e S_f são iguais, as eq. 3.33 e 3.34 produzem o mesmo resultado.

3.2.4.3 Parâmetro K

Para a realização do estudo de sensibilidade das variáveis que determinam K adotou-se o valor característico de 10% para o coeficiente de variação de S_u (SUDARARAJAN, 1995). Entretanto, estipulou-se 10% para a tensão média (S_m) e, conforme a indicação da tabela 3.2, o coeficiente de variação de b pode chegar a 32,3%, considerando-se o valor mínimo de 30% para $N_{f-\ln}$, sendo, portanto, adotado tal valor.

Tabela 3.3 - Valores Adotados para as Variáveis que Definem K

	Média	Desvio Padrão	cov
S_u	450	45	0,10
b	14,8	4,78	0,323
S_m	50	5	0,10

Tabela 3.4 - Médias e Desvios Padrão de K para Diferentes Situações

Su	det	prob	det	det	prob	prob	det	prob
b	det	det	prob	det	prob	det	prob	prob
Sm	det	det	det	prob	det	prob	prob	prob
μ_k	88,674	88,580	88,674	88,673	88,580	88,579	88,673	88,579
σ_k	-	1,665	28,642	0,185	28,690	1,675	28,642	28,691
covk	-	0,019	0,323	0,002	0,324	0,019	0,323	0,324

det indica que a variável foi considerada determinística e *prob* que ela foi considerada probabilística.

Mais uma vez, observa-se que o valor da média é pouco afetado pelo tratamento probabilístico das variáveis. No caso de b probabilístico, a média de K não é afetada

pois $\frac{\partial^2(K)}{\partial b^2} = 0$.

Vale ressaltar que o tratamento probabilístico de b interfere significativamente no valor do desvio padrão de K. As figs. 3.6 a 3.10 apresentam as curvas P-S-N para quatro diferentes situações da tabela 3.4, além de uma quinta, na qual apenas b é variável probabilística com coeficiente de variação 20%.

Figura 3.6 - Apenas S_u é Variável Probabilística

Figura 3.7 - Apenas b é Variável Probabilística com $cov=20\%$

Figura 3.8 - Apenas b é Variável Probabilística com $cov=32,3\%$

Figura 3.9 - Apenas S_m é Variável Probabilística

Figura 3.10 - S_u , b e S_m são Variáveis Probabilísticas

As figs. 3.7 e 3.8 permitem afirmar que a adoção de b como variável probabilística provoca um espaçamento exagerado das curvas de iso-probabilidade, mesmo usando valor de coeficiente de variação de 20% abaixo dos 32,3% que, como dito anteriormente, seria o mínimo aceitável conforme a tabela 3.2. Tais resultados ilustram a recomendação da bibliografia (SUDARARAJAN, 1995); (WIRSCHING, 1977) de se considerar b como variável determinística e C como a variável estocástica no modelo apresentado na eq. 3.12.

Por outro lado, a tensão média pouco interfere na dispersão das curvas de iso-probabilidade (fig. 3.9). De qualquer forma, o projetista, que desejar realizar um tratamento probabilístico mais abrangente, pode considerar a tensão média estocástica, a fim de levar em conta as incertezas oriundas da variação da geometria do componente estrutural.

Por fim, o espaçamento entre as curvas da fig. 3.6 é o que mais se aproxima das curvas de iso-probabilidade esperadas para a curva S-N de um material. Assim, quando não estiverem disponíveis as referidas curvas do material, considerar a tensão de limite de resistência S_u , como a variável probabilística no modelo clássico de curva S-N, é uma aproximação bastante razoável.

3.2.5 Considerações Finais

No âmbito do modelo clássico da curva S-N estendido à forma probabilística P-S-N (eq. 3.12), o presente capítulo ilustra a afirmativa de que o parâmetro b deve ser tratado como determinístico. No entanto, com o intuito de suprir a falta de dados disponíveis sobre a curva P-S-N, é possível estimarem-se os valores probabilísticos do parâmetro C , através de K , assumindo o limite de resistência do material S_u como uma variável estocástica. Finalmente, o projetista que desejar levar em conta as incertezas geométricas em sua análise probabilística, para torná-la mais abrangente, pode adotar a tensão média (com correção de Goodman modificada) como uma variável estocástica. De posse das propriedades estatísticas de C , obtidas conforme apresentado anteriormente, a função densidade de probabilidade de N , sabendo S , calcula-se através da eq. 3.7.

Ressalte-se que, com o aumento da necessidade de tratamento probabilístico em todos os campos de projeto estrutural, é imprescindível que a apresentação dos dados das propriedades dos materiais seja estocástica e, caso isto venha a ocorrer para a curva S-N de materiais comuns, o modelo aqui apresentado não será mais útil. Portanto, ele supre momentaneamente a ausência de dados satisfatórios. Nesse contexto, conclamam-se os fornecedores a disponibilizarem, de forma sistemática, dados probabilísticos das propriedades mecânicas dos materiais.

3.3 Dano Acumulado Probabilístico e Confiabilidade

3.3.1 Considerações Iniciais

Em grande parte do tempo, seja por razão de facilidade, seja por falta de capacitação, são utilizados quesitos determinísticos de projeto, apesar da realidade estar repleta de incertezas. Sendo assim, o tratamento probabilístico é justificado, principalmente, quando os fenômenos envolvidos na análise apresentam grande variabilidade. Este é o caso, tanto do carregamento atuando em uma estrutura veicular (deslocamento verticais das rodas), quanto da curva S-N, associada ao fenômeno de fadiga de um material. Desta forma, é razoável supor que o tratamento probabilístico da vida em fadiga seja um procedimento mais confiável e abrangente do que a forma determinística elementar.

No intuito de vislumbrar a utilização de resultados da análise espectral em MEF na determinação da confiabilidade da vida em fadiga, procura-se definir, e determinar, as distribuições envolvidas em seu cálculo e, principalmente, obter o valor de confiabilidade estrutural, aplicando o método do Carregamento X Capacidade (SUDARARAJAN, 1995).

Por fim, ressalte-se que, ao se tratar de confiabilidade, quatro elementos básicos estão envolvidos: probabilidade (elemento utilizado sistematicamente na presente tese); condições de trabalho (aqui definido pela condição de carregamento decorrente da velocidade do veículo e qualidade de pista); período a ser satisfeito (ou seja, no caso da vida em fadiga, tempo de durabilidade do componente); e função desempenho a ser respeitada. No presente capítulo, define-se a função desempenho para o cálculo da confiabilidade da vida em fadiga e apresenta-se o método de

simulação de Monte Carlo (DAI et al., 1992); (SUDARARAJAN, 1995); para a determinação da probabilidade de falha.

3.3.2 Equacionamento da Função Desempenho

O equacionamento da função desempenho será apresentado e simplificado de sorte a ser possível obter a probabilidade de falha, aplicando-se o método do Carregamento X Capacidade, pois este último é um dos métodos mais antigos de confiabilidade estrutural, sendo que sua atratividade repousa em sua simplicidade. Embora tal tratamento possua o inconveniente de considerar o carregamento e a capacidade variáveis estatísticas independentes, tal hipótese é tida como aceitável para as variáveis do problema aqui estudado. Neste contexto, diz-se que a falha ocorre quando o carregamento excede a capacidade, de tal forma que a probabilidade de falha é dada pela probabilidade de o carregamento ser maior que a capacidade. Este procedimento pode ser usado em uma ampla variedade de modos de falha como, por exemplo: escoamento, flambagem, fratura e fadiga.

Assim, sejam X_i , com $i=1,2,\dots,n$, as variáveis básicas que descrevem a estrutura e o carregamento nela atuando. Tais variáveis poderiam ser dimensões, propriedades do material e carregamento. Seja o critério de falha dado por:

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n) < 0 \quad (3.35)$$

onde $g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ é a função desempenho e

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0 \quad (3.36)$$

representa o estado limite ou a região limite do domínio de falha.

A forma típica da eq. 3.35 é:

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n) = [C(X_1, X_2, \dots, X_n) - L(X_1, X_2, \dots, X_n)] < 0 \quad (3.37)$$

sendo C o parâmetro de capacidade (Capacity) da estrutura e L o parâmetro do carregamento (Load).

A probabilidade de falha é dada por:

$$P_f = P[g(X_1, X_2, \dots, X_n) < 0] \quad (3.38)$$

A expressão matemática da probabilidade de falha P_f é:

$$P_f = \int_{\Omega} f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (3.39)$$

em que $f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ é a função densidade de probabilidade conjunta das variáveis básicas X_i , e Ω é o domínio de falha para o qual a eq. 3.36 é satisfeita.

Considerando que existem apenas dois parâmetros: um de carregamento; e um de capacidade, e que eles são independentes, da eq. 3.37, tem-se:

$$g(C, L) = [C - L] < 0 \quad (3.40)$$

Substituindo na eq. 3.39, obtém-se:

$$P_f = \int_{\Omega} f_{C,L}(c, l) dc dl \quad (3.41)$$

em que $f_{C,L}(c, l)$ é a função densidade de probabilidade conjunta das variáveis C e L .

Como C e L são variáveis independentes:

$$f_{C,L}(c, l) = f_C(c) \cdot f_L(l) \quad (3.42)$$

com $f_L(l)$ e $f_C(c)$ sendo as funções densidade de probabilidade de L em $L=l$ e de C em $C=c$, respectivamente, sendo o domínio de falha Ω dado por:

$$L > C \quad (3.43)$$

Substituindo as eqs. 3.42 e 3.43 na eq. 3.39 e fornecendo os limites de integração adequados, pode-se escrever duas expressões equivalentes da probabilidade de falha (SUDARAJAN, 1995):

$$P_f = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^l f_C(c) dc \right] f_L(l) dl = \int_{-\infty}^{\infty} F_C(l) f_L(l) dl \quad (3.44)$$

$$P_f = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_c^{\infty} f_L(l) dl \right] f_C(c) dc = \int_{-\infty}^{\infty} [1 - F_L(c)] f_C(c) dc \quad (3.45)$$

As distribuições de C e L , no problema estudado, serão, respectivamente, o dano acumulado suportado pela estrutura e o dano acumulado atuante na mesma. Na seqüência, estão apresentadas as formas de se obter tais distribuições, com o intuito de viabilizar o cálculo da probabilidade de falha por fadiga de alto ciclo. Soluções analíticas estão disponíveis para diversas condições nas quais as distribuições de C e L são simples e conhecidas. Entretanto, no caso do problema estudado, não há tal tipo de solução e, portanto, sugere-se o uso da simulação de Monte Carlo, pois esta permite a estimativa do erro no cálculo, descartando-se a necessidade de uma integração numérica que exigiria grande discretização, sem realmente apresentar convergência satisfatória (HOUGAZ et al., 2004).

Na fig. 3.11, que ilustra este problema, a área hachurada é freqüentemente confundida com a probabilidade de falha, representada pela região pintada de preto.

Figura 3.11 - Representação Gráfica do Método do Carregamento X Capacidade

3.3.3 Obtenção das Distribuições

3.3.3.1 Dano Acumulado Atuante na Estrutura (D_A)

O dano D , causado por um ciclo de carregamento para um dado valor de amplitude de tensão cíclica S , é o inverso do número de ciclos permissíveis N para o mesmo dado valor de S , ou seja:

$$D = \frac{1}{N} \quad (3.46)$$

Da relação acima, e da eq. 3.7, é possível escrever a distribuição do dano causado por um ciclo de carregamento para um dado valor S (SHEN et al., 2000):

$$f_{DIS}(y) = \frac{1}{y\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln(y) + \mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (3.47)$$

com μ e σ possuindo os mesmos significados e valores que na eq. 3.7. Conclui-se, portanto, que de posse de $f_{NIS}(n)$ é simples obter $f_{DIS}(y)$.

Por outro lado, o dano total acumulado atuante D_A pode ser calculado, sabendo-se o número total N_T de ciclos ao qual está submetida a estrutura definido pela eq. 3.48:

$$N_T = \frac{T}{T_0} \quad (3.48)$$

onde T é o tempo total de duração do carregamento e T_0 o período do carregamento pseudo-periódico (eq. 3.5).

$$D_A = N_T \cdot D = \frac{N_T}{N} \quad (3.49-a)$$

Da expressão acima, pode-se escrever que:

$$dD_A = N_T \cdot dD \Rightarrow dD = \frac{1}{N_T} \cdot dD_A \quad (3.49-b)$$

Em contra partida, valendo:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_{D_A|S}(z) dz = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{D|S}(y) dy = 1 \quad (3.50)$$

das eqs. 3.49 e 3.50, tem-se:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_{D|S}(y) dy = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{D|S}(z) \cdot \frac{1}{N_T} dz = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{D_A|S}(z) dz \Rightarrow f_{D_A|S}(z) = f_{D|S}(z) \cdot \frac{1}{N_T} \quad (3.51)$$

de sorte que se possa obter $f_{D_A|S}$ a partir de $f_{D|S}$ que, por seu turno, está associado às propriedades de vida em fadiga probabilística do material.

O teorema da probabilidade total permite obter $f_{D_A}(z)$ a partir de $f_S(s)$ e de $f_{D_A|S}(z)$. A eq. 3.52 a seguir apresenta o teorema da probabilidade total discreto (MEYER, 1983), a eq. 3.53 o mesmo teorema para distribuições contínuas e, por fim, a eq. 3.54 a forma de obtenção de $f_{D_A}(z)$ (SHEN et al., 2000):

$$P(B) = P(B|A_1) \cdot P(A_1) + P(B|A_2) \cdot P(A_2) + \dots + P(B|A_k) \cdot P(A_k) \quad (3.52)$$

$$P(B) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(B|A) \cdot P(A) dA \quad (3.53)$$

$$\begin{aligned} f_{D_A}(z) &= \int_0^{+\infty} f_{D_A|S}(z) \cdot f_S(s) ds = \int_0^{+\infty} f_{D|S}(z) \cdot \frac{1}{N_T} \cdot f_S(s) ds = \\ &= \frac{1}{N_T} \cdot \int_0^{+\infty} f_{D|S}(z) \cdot f_S(s) ds \end{aligned} \quad (3.54)$$

Na eq. 3.54 $f_{D_A}(z)$ representa a probabilidade de a estrutura ter sofrido um dano total z após N_T ciclos. Esta expressão, que nos dá, então, a distribuição de probabilidade do Dano Atual pressupõe válida a regra linear de Palmgren-Miner (SHEN et al., 2000); (SUDARARAJAN, 1995).

3.3.3.2 Distribuição do Dano Acumulado Suportado pela Estrutura (D_S)

Uma vez, então, determinado o Dano Atual, para o Dano Suportado SUDARARAJAN (1995), visando-se análise de confiabilidade, é razoável modelar a capacidade da estrutura por uma distribuição lognormal $f_{D_S}(z)$ com média 1 e

desvio padrão 0,3. Tal proposição visa levar em conta possível incerteza de avaliação da capacidade da estrutura que decorre do uso da regra linear de Palmgren-Miner para acumulação de dano.

3.3.4 Simulação de Monte Carlo

A aplicação do método de Monte Carlo na análise de problemas probabilísticos estruturais é relativamente recente. O método, que é uma poderosa ferramenta matemática na determinação da probabilidade aproximada de um evento, consiste na geração digital de variáveis e funções randômicas e na análise estatística desses valores.

Entretanto, antes de se descrever a Simulação de Monte Carlo aplicada ao contexto da presente tese, convém apresentar um exemplo ilustrativo clássico e de simples compreensão, esquematizado na fig. 3.12, no qual se deseja determinar a área abaixo da função $f(x)$, ou, na forma equacionada, calcular $I = \int_0^1 f(x)dx$, sendo $f(x)$ qualquer, porém conhecida, tal que:

$$x \in [0,1] \xrightarrow{f(x)} y \in [0,1] \quad (3.55)$$

Considerando-se x e y duas variáveis aleatórias com distribuição equiprovável entre os valores para os quais elas estão definidas, através da geração randômica de diversos pares (x_i, y_i) , varre-se de forma também equiprovável todos os pontos da área definida por x e y . Portanto, para se verificar quais pares se encontram abaixo da função $f(x)$, basta comparar $f(x_i)$ e y_i . Desta forma, para cada par (x_i, y_i) gerado randomicamente faz-se a seguinte avaliação: se $f(x_i) < y_i$ diz-se que ocorre falha, pois y_i não está na região desejada; analogamente, se $f(x_i) \geq y_i$ ocorre sucesso.

Figura 3.12 - Ilustração do Exemplo Simples de Aplicação da Simulação de Monte Carlo

Com um número N suficientemente elevado de simulações, leia-se, pares (x_i, y_i) gerados, calcula-se com boa precisão a integral $I = \int_0^1 f(x)dx$ tal que:

$$I = \frac{\text{Número de tentativas Com Sucesso}}{N} \quad (3.56)$$

Muitas vezes, como é o caso da Simulação de Monte Carlo aplicada ao Método do Carregamento X Capacidade, as variáveis, que se deseja gerar randomicamente, não possuem uma distribuição equiprovável com valores entre 0 e 1 conforme foi definido no exemplo acima. Com o intuito de realizar gerações randômicas respeitando distribuições de densidade de probabilidade conhecidas aplica-se o método da transformada inversa.

Para tanto, partindo-se de uma geração randômica de valores com distribuição equiprovável entre 0 e 1, e utilizando-se o método da transformada inversa ilustrado na fig. 3.13, consegue-se simular uma distribuição qualquer. Assim, se $F_X(x_i)$ for a função densidade de probabilidade acumulada da variável X , com seus valores numéricos compreendidos no intervalo $[0, 1]$, e se ξ_i representar os valores obtidos

por geração randômica equiprovável ($0 \leq \xi_i \leq 1$), o método da transformada inversa é usado para igualar ξ_i a $F_X(x_i)$, como segue:

$$F_X(x_i) = \xi_i \quad \Rightarrow \quad x_i = F_X^{-1}(\xi_i) \quad (3.57)$$

Figura 3.13 - Ilustração do Método da Transformada Inversa

Nas análises de confiabilidade estrutural, a expressão geral do critério de falha é dada pela eq. 3.35 e a probabilidade de falha é dada pela eq. 3.39. Com as devidas simplificações para a aplicação do método do Carregamento X Capacidade, recai-se na verificação do critério da eq. 3.40 de sorte que se tem duas variáveis aleatórias L (Dano Atuante) e C (Dano Suportado) definidas, respectivamente, pela função densidade de probabilidade acumulada do Dano Atuante $f_{D_A}(z)$ com função densidade acumulada $F_{D_A}(z)$, e pela função densidade de probabilidade acumulada do Dano Suportado $f_{D_S}(z)$ com função densidade acumulada $F_{D_S}(z)$. A utilização do método da transformada inversa, torna-se, então, possível, já que, com os de pares

de valores (ξ_i^1, ξ_i^2) gerados randomicamente entre 0 e 1, se obtém os pares (L, C) , conforme ilustrado na fig. 3.14, podendo, assim, verificar estatisticamente qual é a probabilidade de a estrutura falhar por fadiga pelo método da transformada inversa:

$$F_{D_A}(L) = \xi_i^1 \Rightarrow L = F_{D_A}^{-1}(\xi_i^1) \quad (3.58)$$

$$F_{D_S}(C) = \xi_i^2 \Rightarrow C = F_{D_S}^{-1}(\xi_i^2) \quad (3.59)$$

Após um total de N tentativas conduzidas, define-se o critério de sucesso e a confiabilidade da seguinte forma:

$$L \leq C \Rightarrow \text{sucesso} \Rightarrow R = \frac{\text{Número de tentativas Com Sucesso}}{N} \quad (3.60)$$

bem como o critério de falha e a probabilidade de falha da seguinte forma:

$$L > C \Rightarrow \text{falha} \Rightarrow P_f = \frac{\text{Número de Tentativas Com Falhas}}{N} \quad (3.61)$$

Figura 3.14 - Ilustração do Método da Transformada Inversa Específico para o Método do Carregamento X Capacidade

4 METODOLOGIA PROPOSTA

4.1 Considerações Iniciais

Ao longo do presente trabalho, foram descritos os conceitos de diferentes áreas do conhecimento, essenciais para a realização do cálculo de confiabilidade estrutural de vida em fadiga, usando-se, como ponto de partida, a análise espectral em MEF. Como tais conceitos, até aqui, encontram-se de certa forma dispersos, o propósito deste capítulo é o de descrever, e alinhar, de forma mais clara e objetiva, a totalidade do procedimento a ser realizado. Sempre que mandatório, faz-se uma breve alusão às hipóteses já discutidas com maiores detalhes nos capítulos anteriores. Com isso, ressaltando-se que este capítulo pretende destilar a essência da presente tese, a descrição do procedimento proposto será itemizada de modo a concatenar suas etapas mais nítida e diretamente.

4.2 Descrição do Procedimento Proposto

4.2.1 *Modelagem e Análise aplicando-se MEF*

4.2.1.1 Premissas Básicas da Modelagem Estrutural

Como premissas que não devem ser esquecidas, pelas conseqüências que acarretam sobre a qualidade dos resultados, temos:

- 1- Não se objetiva determinar os parâmetros da dinâmica veicular, mas, sim, as tensões atuando na estrutura, com a finalidade precípua de realizar-se o dimensionamento estrutural dos componentes;
- 2- Como é o caso de um veículo terrestre, pressupõe-se que os pneus estejam continuamente em contato com o solo, para o que, fica subentendido, que se trata de veículo trafegando em vias urbanas a velocidades compatíveis;
- 3- Sugere-se a modelagem de todo o conjunto da suspensão, respeitando-se seus graus de liberdade a fim de garantir o correto funcionamento como mecanismo. Este tratamento deve permitir contabilizar a interação entre os

componentes da suspensão quando se aplicam as condições de contorno não homogêneas decorrentes dos contatos dos pneus com o solo;

- 4- Com o intuito de eliminar a complexa modelagem do comportamento dos pneus, é recomendável representá-los por corpos rígidos, já que não há interesse na determinação da dinâmica veicular. No entanto, não se deve esquecer que os pneus funcionam como um filtro passa baixa cuja frequência de corte é dada pelo comprimento de onda igual ao comprimento da área de contato do pneu com o solo;
- 5- Para cada estado de pista considerado, o veículo supostamente trafega em linha reta, para a frente e com velocidade constante, de modo que a dinâmica veicular não interfira no equilíbrio da estrutura.

4.2.1.2 Modelagem do Carregamento Dinâmico

Estando o veículo em movimento, são as irregularidades da pista de rolamento que causam vibrações aleatórias. Neste âmbito, portanto, pressupõe-se:

- 1- Que o perfil de pista é um processo estacionário, aleatório, Gaussiano, homogêneo e isotrópico. Tais características, já descritas em capítulo anterior, garantem que, em qualquer posição de tempo e de espaço, o espectro representante do perfil de pista seja sempre o mesmo. Assim, todos os pneus de um mesmo veículo estão submetidos ao mesmo espectro de potência;
- 2- Que o espectro de potência dos deslocamentos verticais de um pneu deve ser representado pela eq. 4.1 (rep. eq. 2.18) proposta por CEBON (1999), em substituição à forma estabelecida pela norma ISO. A tabela 4.1 faz uma releitura da tabela 2.1 com sugestões específicas de valores para o parâmetro S_0 que caracteriza a qualidade da pista;

$$S(\kappa) = \frac{S_0}{(2\pi\kappa + 0.1)^3 (2\pi\kappa + 1)^{-0.75}} \quad (4.1)$$

Tabela 4.1 - Valores de S_0 em Função da Qualidade da Pista (Releitura)

Qualidade da Pista	Norma S_0 (1E-6m³/cycle)	Releitura S_0 (1E-6m³/cycle)	Valores Sugeridos
Excelente	2 a 8	2^1 a 2^3	$2^2=4$
Boa	8 a 32	2^3 a 2^5	$2^4=16$
Razoável	32 a 128	2^5 a 2^7	$2^6=64$
Ruim	128 a 512	2^7 a 2^9	$2^8=256$
Péssima	512 a 2048	2^9 a 2^{11}	$2^{10}=1024$

Ressalte-se que nos programas de MEF, geralmente, o espectro deve ser definido em função da frequência em Hz ou da frequência circular, exigindo-se, assim, mudança de variável de acordo com as eqs. 4.2 e 4.3:

$$\begin{aligned} f[\text{ciclos} / s] &= \kappa[\text{ciclos} / m] \cdot V[m / s] \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \omega[\text{rad} / s] &= \kappa[\text{ciclos} / m] \cdot 2\pi \cdot V[m / s] \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} S(f)[m^2 / \text{Hz}] &= \frac{S(\kappa)[m^3 / \text{ciclo}]}{V[m / s]} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow S(\omega)[m^2 \cdot s / \text{rad}] &= \frac{S(\kappa)[m^3 / \text{ciclo}]}{2\pi \cdot V[m / s]} \end{aligned} \quad (4.3)$$

- 3- Que os pneus de um mesmo lado do veículo trafegam pelo mesmo perfil de pista embora os perfis, com que eles são excitados, estejam em defasagem no tempo. Tal defasagem depende da frequência da excitação e da velocidade de tráfego do veículo, sendo computada pelo espectro cruzado entre os pneus, j e k, conforme a eq. 4.4 (rep. eq. 2.28), onde S_{jj} é o espectro de potência do perfil de pista:

$$S_{jk}(\omega) = S_{jj}(\omega) e^{-i\omega T_{jk}} = S_{jj}(\omega) [\cos(\omega T_{jk}) + i \sin(\omega T_{jk})] \quad (4.4)$$

- 4- Que duas pistas paralelas, separadas por uma distância b, estão submetidas ao mesmo espectro de potência, mas não à mesma série temporal de deslocamentos verticais. Assim, considerando-se a pista isotrópica, pode-se estabelecer que o espectro cruzado apresentado na eq 4.5 (rep. eq. 2.32) tem por objetivo computar o efeito de torção no veículo, justamente pela

diferença entre os perfis de pista observados pelos pneus, j e k, em lados opostos.

$$S_{jk}(\gamma) = \eta(b, \gamma) \cdot S_{jj}(\gamma) \quad (4.5)$$

Sendo $\eta(b, \gamma)$ a função coerência dada no Anexo A;

No contexto das premissas anteriores, para um veículo com n rodas, a matriz dos espectros dos deslocamentos verticais, que deverá ser aplicada para a realização de análise espectral em MEF, contém os dois tipos de espectros cruzados descritos e é quadrada de ordem n. Para um veículo de quatro rodas, teríamos:

$$S(\omega) = S_{11}(\omega) \begin{bmatrix} 1 & e^{-i\omega L/V} & \eta(b, \omega) \cdot e^{-i\omega L/V} & \eta(b, \omega) \\ e^{i\omega L/V} & 1 & \eta(b, \omega) & \eta(b, \omega) \cdot e^{i\omega L/V} \\ \eta(b, \omega) \cdot e^{i\omega L/V} & \eta(b, \omega) & 1 & e^{i\omega L/V} \\ \eta(b, \omega) & \eta(b, \omega) e^{-i\omega L/V} & e^{-i\omega L/V} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

onde $S_{11}(\omega)$ é o espectro de potência da pista.

4.2.1.3 Análises em MEF

Com relação às análises espectrais pelo MEF deve-se recomendar:

- 1- A realização preliminar de análise não-linear, levando o veículo à posição de equilíbrio estático devido ao efeito da gravidade, com os objetivos de:
 - a. Computar os grandes deslocamentos iniciais para que a hipótese de comportamento linear, em torno da posição de equilíbrio estático, possa ser adotada sem maiores ressalvas;
 - b. Fornecer os valores de tensões médias estáticas S_m , que agem nos pontos de concentração de tensões, de interesse para cálculo da vida em fadiga.

2- A realização de análise espectral enfatizando que:

- a. Adota-se como hipótese aceitável que a estrutura tem um comportamento linear em torno da posição de equilíbrio estático obtida por análise não-linear preliminar;
- b. Justificam-se análises no domínio da frequência por duas razões:
 - i. O tempo de processamento para análises espectrais em modelos de grande porte é bem menor do que para análises no domínio do tempo (BATHE, 1996); (BISHOP,1999); (HALFPENNY, 1999);
 - ii. É necessário representar o carregamento de forma estatística, aplicando-se como excitação espectros de potência para os deslocamentos verticais das rodas. Assim, usa-se simular todo o fenômeno probabilístico, e não apenas uma amostra dele, como seria o caso de análise transiente no domínio do tempo;
- c. Como o espectro cruzado, devido à defasagem de tempo, depende da velocidade de tráfego do veículo, cada nova velocidade exige uma nova análise espectral;
- d. Como o espectro de pista a ser aplicado no modelo (eq. 4.6 ou eq. 2.36) muda apenas por conta da constante S_0 (eq. 2.18) e, ainda, como o cálculo espectral se faz através de uma operação matemática linear, os resultados, para quaisquer valores de qualidade de pista S_0 , podem ser facilmente encontrados a partir dos resultados de uma única análise. Tal fato permite que se realize o cálculo espectral para apenas uma condição de pista, reduzindo-se o tempo de processamento em cerca de 80%, para o computo de todas as cinco condições previstas pela norma ISO;
- e. O número mínimo de modos naturais usados na análise espectral por superposição modal é definido pelo modo que possui frequência

natural maior ou igual à frequência de corte determinada pela interação dos pneus com o solo;

- f. É possível usar diretamente os espectros de saída das tensões de Von Mises $S_{VM}(\omega)$ graças à utilização do modelador de fadiga de Dirlik, com aplicabilidade amplamente reconhecida.

4.2.2 Confiabilidade ou Probabilidade de Falha

Uma vez obtidos os espectros de tensões, processa-se análise de resultados, sob enfoque probabilístico, nos moldes que seguem.

4.2.2.1 Distribuição de Tensões

A priori, os momentos de ordem 0, 1, 2 e 4 dos espectros das tensões de Von Mises $S_{VM}(\omega)$ são calculados de acordo com a eq. 4.7:

$$M_n = \int_0^{+\infty} \omega^n S(\omega) d\omega \quad (4.7)$$

Para cada nó do modelo, com tensões potencialmente causadoras de fadiga, tais momentos permitem, através do modelador de fadiga proposto por DIRLIK (eq. 3.1), obter a função densidade de probabilidade $f_{VM}(s)$ das amplitudes de ciclos de Rainflow das tensões de Von Mises, necessária ao cálculo de confiabilidade.

4.2.2.2 Distribuição das Propriedades de Vida em Fadiga do Material

A função densidade de probabilidade $f_{NIS}(n)$ do número N de ciclos permissíveis para uma dada amplitude de tensão S, já corrigido pelo efeito da tensão média, segue, como inferido e consubstanciado da literatura, uma distribuição lognormal com média μ_N dada pela eq. 4.8 (rep. 3.6) e desvio padrão σ_N igual ao da propriedade estatística C (também com distribuição lognormal).

$$NS^b = C \quad (4.8)$$

Na eq. 4.8 adota-se que o parâmetro b é uma propriedade determinística do material, calculado para uma representação simples da curva S-N da seguinte forma (rep. eq. 3.15):

$$b = -\frac{\ln(N_f)}{\ln\left(\frac{S_f}{S_u}\right)} \quad (4.9)$$

Aplicando-se, agora, modelo estatístico para $K=\ln(C)$ e usando-se as propriedades estatísticas do limite de resistência S_u do material, o valor médio de K (μ_K) pode ser escrito, com o auxílio das eqs 3.22, 3.27 e 3.31, por:

$$\mu_K = S_u + \frac{1}{2} \cdot \frac{-b}{(S_u - S_m)^2} \cdot \sigma_{S_u}^2 \quad (4.10)$$

Já o desvio padrão de K (σ_K) é calculado através das eqs 3.26 e 3.32:

$$\sigma_K = \sqrt{\left(\frac{b}{S_u - S_m}\right)^2 \cdot \sigma_{S_u}^2} \quad (4.11)$$

4.2.2.3 Distribuição do Dano Atuante na Estrutura

A função densidade de probabilidade do dano $f_{Dis}(z)$, causado por um ciclo de carregamento para um dado valor de amplitude de tensão cíclica S , é uma lognormal com média $\mu_D = -\mu_N$ e desvio padrão $\sigma_D = \sigma_N$. Por outro lado, a função densidade de probabilidade do Dano Total Atuante $f_{DA}(z)$ é obtida, a partir de $f_{Dis}(z)$, pela consideração da função densidade de probabilidade das amplitudes cíclicas das tensões de Rainflow $f_S(s) = f_{VM}(s)$, por:

$$f_{DA}(z) = \frac{T_0}{T} \cdot \int_0^\infty f_{Dis}(z) \cdot f_S(s) ds \quad (4.12)$$

onde T_0 é o período fundamental das tensões pseudo-periódicas (eq. 3.5) e T é o período total de vida em fadiga, para o qual se deseja determinar a confiabilidade ou a probabilidade de falha.

4.2.2.4 Distribuição do Dano Acumulado Suportado pela Estrutura

A função densidade de probabilidade do Dano Suportado $f_{D_s}(z)$ é definida por uma distribuição lognormal com média 1 e desvio padrão 0,3. Tal distribuição visa levar em conta o possível erro, da modelagem da capacidade da estrutura, associado ao uso da regra Palmgren-Miner para o compute do dano acumulado.

Uma vez determinadas as densidades de probabilidade de Dano Atuante e Dano Suportado, pode-se passar à análise de confiabilidade como a seguir.

4.2.2.5 Cálculo da Probabilidade de Falha por Simulação de Monte Carlo

Em primeiro lugar, gera-se um par de valores $(\xi_1; \xi_2)$ com distribuição equiprovável entre 0 e 1. A seguir, com o auxílio do método da transformada inversa, ξ_1 dá origem a um valor de carregamento L , com distribuição $f_{D_A}(z)$, e ξ_2 dá origem a um valor de capacidade C , com distribuição $f_{D_s}(z)$. Se $L > C$, diz-se que houve falha, caso contrário, que houve sucesso.

Criando-se vários pares $(\xi_1; \xi_2)$ sucessivamente e repetindo-se o processo, a probabilidade de falha é dada pela eq. 4.13 (rep. eq. 3.61) e a confiabilidade pela eq. 4.14 (rep. eq. 3.60).

$$P_f = \frac{\text{Número de Tentativas Com Falhas}}{\text{Número Total de Tentativas}} \quad (4.13)$$

$$R = \frac{\text{Número de Tentativas Com Sucesso}}{\text{Número Total de Tentativas}} \quad (4.14)$$

Encerra-se, com isso, todo o processo de análise de confiabilidade, através da inspeção por pontos do modelo de MEF potencialmente origem de falha por fadiga de alto ciclo. Isto posto, é possível dizer que, como resultado final, caracteriza-se a durabilidade do veículo.

4.3 Limitações do Método

De modo geral, pode-se listar as seguintes limitações do método, tidas, ainda, merecedoras de alguma revisão:

1. A superposição modal não permite a aplicação direta de amortecimento concentrado, exigindo que ele seja distribuído como amortecimento modal por toda a estrutura. No caso de um caminhão, isto não é tão grave, uma vez que, em via de regra, não há presença de amortecedores concentrados. Porém, carros possuem tais amortecedores, de modo que valores de tensões em locais próximos de seus pontos de fixação devem ser tratados com extrema cautela;
2. O método exige uma simulação no domínio da frequência para cada valor diferente de velocidade, fato que pode se tornar muito penoso e custoso computacionalmente, se o estudo exigir ampla faixa de velocidades;
3. Cada velocidade e cada estado de pista gera um resultado específico de análise espectral probabilística. Assim, como o perfil de operação do veículo compõe-se de diversas velocidades e condições de pista, resta, ainda, complementar o procedimento no que tange a avaliação conjunta final dos resultados de todas as análises espectrais. Neste contexto, vislumbra-se o emprego do conceito da matriz de chaveamento de Markov (ANA, 2004); (JOHANNESSON, 1999) que permite verificar o efeito conjunto de vários estados de solicitação, incluindo-se nisso efeitos de mudanças entre estados;
4. O modelo de material, ora empregado, cumpre a finalidade de contornar a lacuna de dados experimentais sobre propriedades de fadiga. No futuro, com o avanço e disseminação da análise probabilística é possível prever que tal modelo possa vir a ser substituído por outro mais bem fundamentado pela prática;
5. O uso do critério de resistência de Von Mises, que permite a tradução de um estado triaxial de tensões em um uniaxial equivalente, traz, de per si, sérios inconvenientes para o estabelecimento dos ciclos de Rainflow. Um correto tratamento dessa questão fugiu ao escopo deste trabalho, pois ainda hoje, não

se dispõe da literatura uma abordagem que seja amplamente aceita. Neste contexto, de modo implícito, foi adotado o que é imposto pelo modelador de Dirlik.

5 EXEMPLO DE APLICAÇÃO

5.1 Considerações Iniciais

Em primeiro lugar, entende-se que, no âmbito de uma tese de engenharia, deve-se sempre vislumbrar a aplicação prática do tema estudado, de sorte a lhe dar um caráter tecnológico. Assim sendo, o presente capítulo tem por objetivo mostrar ao leitor que a aplicação da metodologia proposta não só é viável, como também pode ser implementada em um computador comum (Pentium IV 1,6 Mhz com 500 Mb de memória RAM). Ressalte-se que, como os critérios de convergência de malhas MEF podem ser encontrados na bibliografia (BATHE, 1996); (ZIENKIEWICZ, 1989), este trabalho não os descreve e não faz uso deles, para que, justamente, com a adoção de uma malha pouco refinada, as análises possam ser realizadas em um computador comum.

Contudo, espera-se que uma empresa, que pretenda implementar tal metodologia no projeto de veículos automotivos, tenha recursos para a utilização de computadores com grande capacidade de processamento, podendo, então, realizar análises que possibilitem avaliar a convergência dos resultados.

Também, a fim de reduzir o tempo de processamento e viabilizar as análises com os recursos disponíveis, escolheu-se apenas um nó na estrutura para a qual a metodologia é verificada. Neste contexto, este capítulo possui três etapas principais: modelagem do semi-reboque tanque autoportante em MEF; determinação das pdf necessárias para o cálculo da confiabilidade; e, finalmente, o cálculo da confiabilidade, aplicando-se a simulação de Monte Carlo.

5.2 Modelo do Semi-Reboque Tanque Autoportante

5.2.1 Geometria

Graças à cortesia da MASA Implementos Rodoviárias Ltda., obtiveram-se as dimensões de um semi-reboque tanque autoportante com capacidade para 18.000 litros, que são mantidas ocultas por razões de sigilo industrial. Entretanto, pode-se afirmar que as dimensões de eixos, dos balancins, das longarinas, dos apoios, dos berços e do tanque estão representadas da forma mais fidedigna possível, a partir dos

dados obtidos na bibliografia (GERTAP, 2001); (MASA, 2002); (MASA, 2003). As figs 5.1 e 5.2 ilustram o modelo implementado, identificando seus principais componentes.

Figura 5.1 - Modelo Tridimensional Completo do Semi-Reboque Tanque

Figura 5.2 - Detalhe dos Componentes da Suspensão

5.2.2 Conceito Específico para Semi-Reboque Tanque

Todo o conjunto da suspensão é representado, respeitando os graus de liberdade de cada componente, a fim de garantir o correto funcionamento do mecanismo. Este

tratamento permite levar em conta a interação entre os componentes e suas flexibilidades. No entanto, tal prática aumenta significativamente os graus de liberdade do modelo, agregando um grande obstáculo à viabilidade da análise.

Com o objetivo de minimizar tal problema para a modelagem do conjunto da suspensão, uma vez que o objetivo não é a obtenção de tensões em toda a estrutura do veículo, mas apenas no chassi e nos componentes da suspensão, uma simplificação consistente do tanque possibilita reduzir a quantidade de graus de liberdade do modelo. Tal simplificação baseia-se em substituir a estrutura de elementos de casca do tanque por uma estrutura de elementos de viga, que tenha as mesmas propriedades, como: massa; momento de inércia a flexão; momento de inércia a torção; e posição do centro de gravidade, similarmente ao tratamento “Tank Hull Girder” usado para projeto de navios (HUGHES, 1983).

A fig. 5.3 ilustra os dois tipos de modelo, enfatizando que o tanque representado por vigas tem as mesmas propriedades (massa, momento de inércia a flexão, momento de inércia a torção e posição do centro de gravidade) que o tanque por placas. Porém, no caso deste último, o peso do líquido é computado pelo efeito da pressão hidrostática aplicada.

No intuito de avaliar a consistência da simplificação do tanque por vigas, a fig. 5.3 também apresenta a distribuição de tensões nos componentes da suspensão, após atingir-se o equilíbrio estático com análise não-linear preliminar (não-linearidade geométrica). A comparação dos resultados da fig. 5.3 permite concluir que tal simplificação é correta e satisfatória para se reduzir o número de elementos do modelo (HOUGAZ et al., 2003a). Ressalte-se que em tal artigo, graças ao uso de análise espectral, ao conhecimento apenas das condições de contorno nas rodas e à necessidade de se levar o veículo à posição de equilíbrio estático antes da realização de análise espectral, sugere-se uma modelagem de todo o conjunto de componentes da suspensão e da estrutura. Por outro lado, devido à falta de interesse nas tensões atuantes no tanque, investigou-se a possibilidade de simplificá-lo pela adoção de elementos viga com as mesmas propriedades geométricas em sua substituição. Tal simplificação mostrou-se eficiente, conforme observado na fig. 5.3.

Figura 5.3 - Distribuição de Tensões de Von Mises para as duas Modelagens do Tanque após Equilíbrio Estático

Em adição, no caso da análise espectral em MEF, a análise modal da estrutura tem que ser realizada. Nesse âmbito, a representação do tanque por vigas é mais adequada, uma vez que a inércia da carga líquida é computada no cálculo das frequências naturais. Por outro lado, a modelagem do tanque por placas não tem o efeito de inércia do líquido contabilizado pela aplicação apenas da pressão hidrostática, o que resulta na determinação de valores equivocados de frequências naturais da estrutura (HOUGAZ et al., 2003a).

5.2.3 Condições de Contorno

Lembrando que, no caso de um veículo terrestre, espera-se que os pneus estejam sempre em contato com o solo. Mesmo que essa hipótese não seja sempre fielmente respeitada, ela é adotada na modelagem em MEF e, portanto, os pneus devem ter seu deslocamento vertical restrito.

Para evitar a ocorrência de deslocamento de corpo rígido do modelo, restringem-se alguns graus de liberdade nas direções longitudinais e transversais do veículo. As restrições longitudinais foram aplicadas nos nós dos elementos que simulam as molas do cavalo mecânico e as restrições transversais nos nós do plano de simetria.

Figura 5.4 - Ilustrando as Condições de Contorno Aplicadas no Modelo

A necessidade de respeitarem-se os graus de liberdade de cada componente, a fim de garantir o correto funcionamento do conjunto da suspensão, resultou na utilização do recurso de acoplar os deslocamentos de nós em que há vínculo mecânico, sendo inclusive possível permitir a rotação relativa entre os componentes ligados por tal acoplamento. A fig. 5.5 ilustra em detalhe os acoplamentos aplicados no conjunto da suspensão do veículo, que estão representados em verde, assim como na fig. 5.4.

Figura 5.5 - Ilustração dos Acoplamentos nos Componentes da Suspensão

5.2.4 Espectros Aplicados

A descrição dos espectros aplicados passa pela definição de quais são as condições de carregamento, ou seja, os pares de qualidade de pista e de velocidade do veículo, a serem simulados. No caso da qualidade de pista, isso não é tão crítico, pois, como já visto previamente, não exige diferentes análises espectrais em MEF, ao contrário da velocidade do veículo, que, para cada novo valor escolhido, demanda uma nova análise espectral. Neste contexto, os valores de velocidade adotados na presente aplicação são quatro: 25 km/h, 50 km/h, 75 km/h e 100 km/h. Os valores de S_0 usados foram, seguindo a sugestão da tabela 4.1: 4E-6 para pista excelente; 16E-6 para pista boa; 64E-6 para pista razoável; 256E-6 para pista ruim; e 1024E-6 para pista péssima. As simulações para as velocidades acima foram realizadas com o valor de S_0 para pista excelente. Assim, os momentos calculados a partir das análises espectrais foram multiplicados por: 4 para obter os momentos para pista boa; 16 para pista razoável; 64 para pista ruim; e 256 para pista péssima.

É imprescindível lembrar que, no caso do semi-reboque tanque estudado, estão presentes 8 rodas, exigindo-se a utilização das distâncias entre elas (fig. 5.7) para o correto cálculo dos espectros cruzados a serem aplicados no modelo, segundo mostra

a numeração na fig. 5.6. Como excitação é aplicada a aceleração do deslocamento vertical, que tem seu espectro obtido a partir do espectro dos deslocamentos verticais definido por CEBON (1999).

Figura 5.6 - Numeração dos Pneus

Figura 5.7 - Distância entre os Pneus

Das figs. 5.6 e 5.7 é possível construir uma tabela que relacione as distâncias entre todos as rodas (tabela 5.1).

Tabela 5.1 - Distâncias Relativas entre as Rodas

Pneu	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,00	4,15	5,40	6,65	0,00	4,15	5,40	6,65
2	-4,15	0,00	1,25	2,50	-4,15	0,00	1,25	2,50
3	-5,40	-1,25	0,00	1,25	-5,40	-1,25	0,00	1,25
4	-6,65	-2,50	-1,25	0,00	-6,65	-2,50	-1,25	0,00
5	0,00	4,15	5,40	6,65	0,00	4,15	5,40	6,65
6	-4,15	0,00	1,25	2,50	-4,15	0,00	1,25	2,50
7	-5,40	-1,25	0,00	1,25	-5,40	-1,25	0,00	1,25
8	-6,65	-2,50	-1,25	0,00	-6,65	-2,50	-1,25	0,00

Para a definição na íntegra dos espectros, adota-se o comprimento da área de contato entre os pneus e o solo com sendo de 0,20 m, implicando que: o comprimento de onda de corte seja $\gamma=0,2\text{ m}$; o número de onda de corte seja $\kappa=5\text{ m}$; e as frequências de corte para as diferentes velocidades simuladas são as apresentadas na tabela 5.2. O uso apenas dos modos naturais da estrutura com frequências naturais inferiores ou iguais às frequências de corte permite efetuar uma significativa redução do tempo de processamento nos modelos, particularmente quando a velocidade do veículo é mais baixa. A tabela 5.2 também apresenta o número de modos utilizados para cada simulação e o tempo total de processamento.

Tabela 5.2 - Frequências de Corte e Tempo de Processamento

Velocidade (km/h)	Velocidade (m/s)	Frequência de Corte (Hz)	Nº de Modos	Tempo (h)
25	6,94	34,72	25	7,50
50	13,89	69,44	50	13,75
75	20,83	104,17	75	40,00
100	27,78	138,89	100	60,00

Como o semi-reboque tanque possui 8 rodas, há um número elevado de espectros calculados, principalmente levando-se em conta que os cruzados, devido à defasagem de tempo, são compostos por uma parte real e outra imaginária. Por outro lado, alguns espectros cruzados são o complexo conjugado de outro, reduzindo um pouco o número de espectros a serem determinados. O Anexo B tem o programa usado para a geração dos espectros do carregamento. Ressalte-se que, para a função coerência $\eta(b, \gamma)$, usou-se a expressão de duas variáveis para o espectro de pista de CEBON (1999) apresentada no Anexo A. As figs. 5.8 e 5.9 ilustram alguns espectros para $S_0 = 4E - 6$ e velocidade de 100 km/h.

Figura 5.8 - Parte Real de Alguns Espectros aplicados no Modelo

Figura 5.9 - Parte Real de Alguns Espectros aplicados no Modelo

Em primeira instância, é importante ressaltar que, para velocidade de 100 km/h, tem-se a presença de frequências naturais até quase 140 Hz, conforme visto na tabela 5.2. Na fig. 5.8, estão os espectros que sentem mesmo perfil de pista, por estarem do mesmo lado do veículo. O espectro RS22 é o da aceleração vertical dos pneus sem nenhum efeito cruzado e, por isso, observa-se que ele é a envoltória dos demais espectros, que, por seus turnos, apresentam apenas efeito do espectro cruzado, devido à defasagem de tempo, por estarem do mesmo lado do veículo.

Já na fig. 5.9 são ilustrados os espectros das rodas 5, 6, 7 e 8 que estão em lado oposto ao do pneu 2, computando-se o efeito cruzado devido a pistas paralelas. Como o pneu 6 não possui defasagem de tempo com relação ao pneu 2, o espectro RS26 é a envoltória dos demais espectros, que, por seus turnos, sofrem a influência dos dois tipos de espectros cruzados.

5.3 Resultados das Análises

5.3.1 Análise Não-Linear

Após a realização da análise não-linear preliminar, para obter a estrutura na posição de equilíbrio estático, podem-se plotar as tensões de Von Mises, que servem como valor de tensão média no cálculo da vida em fadiga. A fig. 5.10 mostra as tensões de Von Mises ao final da análise não-linear.

Tal análise também fornece o deslocamento vertical inicial de alguns pontos da estrutura, apresentados na fig. 5.11. A importância desses valores está pautada na comparação entre o deslocamento obtido através da simulação e o observado na prática, permitindo-se verificar a representatividade do modelo, avaliando sua utilização na análise espectral. Ressalte-se que, de fato, os valores obtidos são consistentes com o comportamento real do semi-reboque tanque estudado para o qual se esperava um deslocamento vertical em torno de 0,135 m.

Figura 5.10 - Tensões de Von Mises após Análise Não-Linear de Equilíbrio Estático

Figura 5.11 – Deslocamento Vertical de Pontos Notáveis após Análise Não-Linear de Equilíbrio Estático

5.3.2 Análise Espectral

A fig. 5.11 mostra, ainda, o ponto para o qual a análise de confiabilidade foi aplicada e, conseqüentemente, para o qual calcularam-se os momentos para distintos carregamentos. Conforme esperado, graças às simetrias do carregamento e da estrutura, os pontos em lados opostos do veículo possuem os mesmo valores de momentos, de sorte que a tabela 5.3 resume os momentos dos espectros das tensões de Von Mises.

Tabela 5.3 - Resultados das Análises Espectrais para um Ponto Crítico da Estrutura

S_0 (m³/ciclo)	V (km/h)	Momentos do Espectro das Tensões de Von Mises			
		M_0 (Pa^2)	M_1 ($\frac{Pa^2}{s}$)	M_2 ($\frac{Pa^2}{s^2}$)	M_4 ($\frac{Pa^2}{s^4}$)
4E-6	25	6,24E+11	1,05E+14	1,83E+16	5,75E+20
	50	4,27E+12	7,36E+14	1,34E+17	5,39E+21
	75	6,32E+12	1,10E+15	2,16E+17	1,43E+22
	100	1,50E+14	1,09E+17	8,12E+19	4,57E+25
16E-6	25	2,50E+12	4,20E+14	7,32E+16	2,30E+21
	50	1,71E+13	2,94E+15	5,36E+17	2,15E+22
	75	2,53E+13	4,41E+15	8,65E+17	5,73E+22
	100	5,99E+14	4,37E+17	3,25E+20	1,83E+26
64E-6	25	9,98E+12	1,68E+15	2,93E+17	9,20E+21
	50	6,83E+13	1,18E+16	2,14E+18	8,62E+22
	75	1,01E+14	1,76E+16	3,46E+18	2,29E+23
	100	2,40E+15	1,75E+18	1,30E+21	7,31E+26
256E-6	25	3,99E+13	6,71E+15	1,17E+18	3,68E+22
	50	2,73E+14	4,71E+16	8,58E+18	3,45E+23
	75	4,04E+14	7,05E+16	1,38E+19	9,17E+23
	100	9,58E+15	6,98E+18	5,20E+21	2,92E+27
1024E-6	25	1,60E+14	2,69E+16	4,69E+18	1,47E+23
	50	1,09E+15	1,88E+17	3,43E+19	1,38E+24
	75	1,62E+15	2,82E+17	5,53E+19	3,67E+24
	100	3,83E+16	2,79E+19	2,08E+22	1,17E+28

5.4 Tratamento Estocástico das Análises Espectrais

5.4.1 Função Densidade de Probabilidade das Tensões

De posse dos momentos dos espectros das tensões de Von Mises, basta aplicar a eq. 3.1 para determinar as funções densidade de probabilidade das amplitudes de ciclos de Rainflow. Portanto, a fim de comprovar a implementação prática, o programa em MATLAB, elaborado para cumprir tal função, está descrito no Anexo C.

5.4.2 Função Densidade de Probabilidade do Material

Também, é importante ter claro que os parâmetros para a curva S-N (b e C) são adotados de sorte que o material hipotético seja similar ao aço 1020 e que a curva S-N seja corrigida com relação à tensão média, aplicando-se o critério de Goodman modificado. Portanto, para o material hipotético, similar ao aço 1020, é razoável usar o limite de resistência $S_u=450\text{MPa}$, com coeficiente de variação de 10%, e o limite de resistência à fadiga $S_f=150\text{MPa}$. Da análise não-linear, tem-se que a tensão média S_m é de 7,2 MPa no ponto de interesse. Assim, os valores obtidos são os seguintes: $b=14,8$; $C=2,9465\text{E}38$; e o desvio padrão de f_{NIS} é 1,6752. A fig. 5.12 ilustra as curvas probabilísticas de vida em fadiga assim determinadas para o material hipotético.

Figura 5.12 - Curva S-N Probabilística para o Material Hipotético

O Anexo D apresenta a programação comentada da função que permite, a partir dos valores de entrada, determinar as propriedades estatísticas de vida em fadiga do material.

5.4.3 Função Densidade de Probabilidade do Dano Acumulado

Conforme já descrito anteriormente, de posse das propriedades estatísticas de vida em fadiga do material, pode-se determinar a distribuição do dano causado por um ciclo de carregamento para uma dada amplitude de tensão $f_{DS}(d)$. Tal função só é útil se combinada com a distribuição das tensões $f_s(s)$ e com a definição do tempo de operação do componente, visando obter a distribuição do dano total atuante. Aqui, prevêem-se 10 e 20 anos de uso contínuo como períodos plausíveis de operação. Passando pela eq. 4.12, o programa produzido para a obtenção da distribuição do dano total encontra-se comentado no Anexo E.

5.5 Probabilidades de Falha Obtidas

Após a implementação de todas as etapas descritas acima, aplicando-se Monte Carlo com 10.000 simulações, é possível obter a probabilidade de falha para cada carregamento (tipo de pista e velocidade do veículo), lembrando que são adotados dois períodos de operação: 10 e 20 anos de uso contínuo. As tabelas 5.4 a 5.7 apresentam os resultados para o ponto crítico da estrutura indicado na fig. 5.11. Os desvios padrão calculados através dos resultados das simulações de Monte Carlo permitem ao projetista determinar o valor de probabilidade de falha, com o intervalo de confiança desejado. No Anexo F, tem-se o programa comentado para a simulação de Monte Carlo.

Tabela 5.4 - Probabilidades de Falha para 10 anos de uso Contínuo

Monte Carlo 10000 simulações		Pista				
		Excelente	Boa	Razoável	Ruim	Péssima
Velocidade	25	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0008
	50	0,0000	0,0000	0,0000	0,0051	0,3814
	75	0,0000	0,0000	0,0005	0,0118	0,4220
	100	0,0931	0,5424	0,8588	0,9519	0,9842

Tabela 5.5 - Desvio Padrão das Probabilidades de Falha para 10 anos de uso Contínuo

Desvio - Monte Carlo 10000 simulações		Pista				
		Excelente	Boa	Razoável	Ruim	Péssima
Velocidade	25	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0006
	50	0,0000	0,0000	0,0000	0,0051	0,0141
	75	0,0000	0,0000	0,0002	0,0118	0,0131
	100	0,0067	0,0136	0,0054	0,0037	0,0033

Tabela 5.6 - Probabilidades de Falha para 20 anos de uso Contínuo

Monte Carlo 10000 simulações		Pista				
		Excelente	Boa	Razoável	Ruim	Péssima
Velocidade	25	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0015
	50	0,0000	0,0000	0,0002	0,0539	0,4011
	75	0,0000	0,0000	0,0014	0,1229	0,4382
	100	0,1203	0,5645	0,8706	0,9598	0,9849

Tabela 5.7 - Desvio Padrão das Probabilidades de Falha para 20 anos de uso Contínuo

Desvio - Monte Carlo 10000 simulações		Pista				
		Excelente	Boa	Razoável	Ruim	Péssima
Velocidade	25	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0005
	50	0,0000	0,0000	0,0002	0,0038	0,0173
	75	0,0000	0,0000	0,0005	0,0073	0,0120
	100	0,0072	0,0131	0,0079	0,0045	0,0035

O Anexo G ilustra a evolução da probabilidade de falha ao longo das simulações de Monte Carlo para os casos nos quais ela é diferente de 0.

É preciso esclarecer que, nas tabelas, onde se lê probabilidade de falha 0 isso não significa que seja realmente 0, mas, sim, um valor muito pequeno, menor que 1/10.000 que é o limite determinado pelo número de simulações de Monte Carlo usado.

Das tabelas 5.4 e 5.6, constata-se que a piora na qualidade de pista tem importante influência na probabilidade de falha, principalmente com o veículo trafegando em alta velocidade. Tais resultados confirmam o fato de haver mais falhas estruturais no Brasil do que em países de primeiro mundo, justamente pelo Brasil possuir estradas reconhecidamente em péssimo estado e caminhoneiros que, muitas vezes, não respeitam os limites de velocidade.

6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

6.1 Conclusões

Fazendo um paralelo entre o processo de desenvolvimento científico e a epígrafe da presente tese (“We dance round in a ring and suppose/ But the secret sits in the middle and knows” por Robert Frost, “Nós dançamos em círculos e supomos/ O segredo está sentado no centro e sabe”), a ciência tenta, com novos modelos, dançar cada vez mais perto do centro onde se encontra a realidade. Ou seja, sistematicamente, propõem-se modelos que visam representar melhor a realidade. Neste intuito, o presente trabalho atinge seu objetivo de descrever e alinhar a aplicação de tratamento probabilístico em diversos níveis do cálculo da vida em fadiga. Além disso, tal tratamento permite dar maior significado aos resultados das análises espectrais no domínio da frequência em MEF, através do estabelecimento de uma probabilidade de falha, para um tempo determinado de operação, em substituição ao desvio padrão de tensões atuantes na estrutura, que é uma grandeza de praticidade muito limitada como critério de projeto.

Acreditando que o esforço de considerar estocásticos, ao invés de determinísticos, o máximo possível de parâmetros no cálculo estrutural, é uma forma consistente de tornar o modelo mais representativo da realidade, a contribuição da presente tese repousa em cinco etapas distintas, quais sejam:

1. **MODELAGEM EM MEF:** Uma vez usada a análise espectral como ponto de partida, define-se a correta forma de aplicação do carregamento para análise estrutural de veículos automotivos em termos de espectro de potência dos deslocamentos verticais das rodas. Já para o caso específico do semi-reboque tanque autoportante, mostrou-se que a simplificação do tanque, adotando o conceito “Hull Girder” de engenharia naval, é uma forma eficiente de representação e permite significativa redução do número de elementos do modelo. Por fim, o conhecimento da teoria da análise espectral, associada à caracterização do espectro do perfil de pista, permite uma economia não desprezível do tempo de processamento;

2. **TRATAMENTO PROBABILÍSTICO DE TENSÕES:** Apresentou-se o procedimento mais indicado, atualmente, para a determinação da função densidade de probabilidade das amplitudes cíclicas de Rainflow, explicando-se como ela é obtida a partir dos resultados da análise espectral em MEF. Aqui, teve-se como objetivo não perder valores de amplitudes que têm baixa probabilidade de ocorrência, mas que, em contrapartida, provocam elevado dano;
3. **TRATAMENTO PROBABILÍSTICO DO MATERIAL:** O fato do esforço para um tratamento probabilístico de tensões mostrar-se infrutífero quando as propriedades do material são consideradas determinísticas, associado à falta de dados disponíveis sobre a curva S-N probabilística dos materiais, culminou no desenvolvimento e na proposta de um modelo que permite definir probabilisticamente a curva S-N do material, a partir dos parâmetros estatísticos da tensão de limite de resistência do mesmo. Tal modelo considera a tensão média (com correção de Goodman modificada) como uma variável probabilística, dando ao projetista a possibilidade de levar em conta as incertezas geométricas em sua análise, a fim de torná-la mais abrangente. Ressalte-se que, com o aumento da necessidade de tratamento probabilístico em todos os campos de projeto estrutural, é imprescindível que a apresentação dos dados das propriedades dos materiais seja estocástica e, caso isto venha a ocorrer para a curva S-N dos materiais comuns, o modelo aqui apresentado não será mais necessário. Portanto, ele supre momentaneamente a ausência de dados satisfatórios e, finalmente, conclamam-se fervorosamente os fornecedores de materiais a disponibilizarem dados probabilísticos das propriedades de vida em fadiga, com o intuito de se consolidar o uso sistemático de tal tratamento em projeto estrutural;
4. **CONFIABILIDADE ESTRUTURAL:** A partir das distribuições probabilísticas das amplitudes cíclicas de tensões de Rainflow e das propriedades de vida em fadiga dos materiais, descreve-se como: se obtém a distribuição do dano carregando a estrutura; se define o dano suportado pela

mesma; e se calcula a confiabilidade estrutural aplicando o método do Carregamento X Capacidade por simulações de Monte Carlo, valendo lembrar que a definição do dano suportado pela estrutura tem o intuito de considerar as imperfeições da regra de Palmgren-Miner para o cálculo do dano acumulado. Os valores de confiabilidade resultantes desta etapa substituem o desvio padrão de tensões da análise espectral e podem ser usados de forma extremamente prática como critério de projeto;

5. CARÁTER TECNOLÓGICO: Não esquecendo de que a engenharia visa estabelecer a ponte entre a teoria e a prática, o desenvolvimento científico em engenharia não deve perder de foco seu caráter tecnológico. Assim, o procedimento foi aplicado, a título de ilustração, para a análise de um veículo semi-reboque tanque autoportante, permitindo, apesar de não ser o escopo deste trabalho, o vislumbamento da implementação de tal procedimento em um pós-processador comercial de análises espectrais em MEF, culminando no cálculo de confiabilidade estrutural de vida em fadiga para cada nó do modelo. Desta forma, possibilitar-se-ia ao analista uma avaliação imediata com relação a um critério de confiabilidade mínima para aceitação da estrutura analisada.

O capítulo 5, no qual realiza-se a aplicação da metodologia proposta, apresenta resultados dos quais conclui-se que a piora da qualidade da pista influi no aumento da probabilidade de falha. Tal resultado corrobora o fato de que no Brasil, possuidor de péssimas rodovias, as falhas de componentes estruturais são mais frequentes que em países de primeiro mundo, possuidores de boas estradas, e dá credibilidade ao procedimento proposto pela presente tese.

6.2 Recomendações para Desenvolvidos Futuros

Mais uma vez fazendo alusão à epígrafe, embora esta tese, modestamente, tenha nos aproximado um pouco mais do centro, onde se encontra a realidade, ainda há, com certeza, muitos aspectos que necessitam ser desenvolvidos. Desta forma, identificam-se os principais aspectos, nos quais o escopo do presente trabalho pode ser melhorado, quais sejam:

6.2.1 Triaxialidade das Tensões

Aqui se adotou a tensão de Von Mises como o valor a ser usado para o cálculo da vida em fadiga, contudo, ele é um critério que reduz a um único valor o estado triplo de tensões e, conseqüentemente, é uma simplificação que pode ser eliminada com a implementação de uma nova forma de computar-se o dano triaxialmente.

Nesse contexto, uma alternativa recai no uso do critério da “máxima tensão principal” (HEINRIETZ et al., 2003); (MERCER et al., 2003); (SAFE TECHNOLOGY, 2001) que, em substituição à tensão de Von Mises, toma, a cada instante, o valor da tensão principal que é máxima em módulo, obtendo-se, com isso, histórico de tensões “equivalentes” com sinais positivos e negativos.

Ainda nessa mesma linha de raciocínio, pode-se pensar em tomar os próprios resultados das tensões de Von Mises, arbitrando-se, para elas a cada instante, o sinal da máxima tensão normal em módulo.

Ambas as proposições, contudo, necessitam que se passe a representar as tensões no domínio do tempo, fato que limita e/ou contraria os princípios básicos do cálculo espectral, carecendo, ainda, de maior investigação teórico-experimental, no sentido de que sejam verificadas suas conseqüências sobre o modelador de fadiga de Dirlik.

6.2.2 Tratamento Probabilístico da Tensão Média

Apesar de prever o tratamento probabilístico da tensão média no modelo estocástico das propriedades de vida em fadiga do material, a aplicação prática realizada considera a tensão média de forma determinística. Portanto, pode-se sugerir a obtenção de um desvio padrão para a tensão média, levando-se em conta as possíveis variações geométricas da estrutura, oriundas do processo de fabricação. As propriedades estatísticas de tais variações seriam originadas pelo controle de qualidade da linha de produção.

6.2.3 Curva Épsilon-N Probabilística

Uma limitação evidente do procedimento proposto é o uso da curva S-N do material, pois o tratamento probabilístico das amplitudes dos ciclos de tensão implica no

cálculo do dano originado por amplitudes, que possuem baixa probabilidade de ocorrência, mas causam fadiga de baixo ciclo. Assim, uma evolução da metodologia proposta é a modelagem estocástica da curva Épsilon-N do material (DOWLING, 1993); (FUCHS, 1980); (MEYERS, 1999), mais apropriada quando há amplitudes cíclicas de tensão causadoras de fadiga de baixo ciclo.

6.2.4 Composição dos Carregamentos

O cálculo da confiabilidade tratado no presente trabalho é obtido para condições determinadas de carregamento: uma qualidade de pista e uma velocidade específicas. Porém, na realidade, um veículo alterna qualidades de pista e velocidades e, portanto, estabelecer um procedimento que contabilize a probabilidade de encontrar uma dada condição de carregamento e que componha as diferentes probabilidades de falha de cada um, sem dúvida dará um caráter mais abrangente ao resultado da confiabilidade final calculada.

6.2.5 Conceito de Distribuição Dirlik-Markov

Ainda, objetivando compor os carregamentos, um procedimento que parece promissor passa pela definição de estados e adoção da matriz Markov (ANA, 2004); (JOHANNESSON, 1999), para computar-se a probabilidade de alternância entre os diferentes estados, que representam as condições de carregamento (qualidade de pista e velocidade). Ressalte-se que a ampliação da abrangência de tal método está justamente em não só compor os carregamentos, mas computar as amplitudes cíclicas de tensão oriundas da alternância de estados. Contudo, a teoria disponível baseia-se na contagem de pares de mínimo e máximo de tensão, o que resulta em uma representação matricial, em substituição à contagem tradicional das amplitudes de tensão. Neste contexto, torna-se necessária a definição do processo para o cálculo da distribuição desta matriz de mínimo e máximo, a partir dos momentos do espectro de tensões atuantes na estrutura. O referido processo é o equivalente à expressão de Dirlik apresentada no capítulo 3, visando a aplicação da matriz Markov para compor o carregamento. Tal expressão, ainda a ser criada, poderia ser batizada de distribuição Dirlik-Markov.

7 LISTA DE REFERÊNCIAS

- [1] ANA, M.B. da; **Análise Probabilística de Fadiga por Cadeia de Markov**, Tese (Doutorado), Universidade de São Paulo, Brasil, 2004.
- [2] **ANSYS, Inc. Theory Reference**, 2003, SAS IP, Inc., USA.
- [3] BATHE, K.J.; **Finite Element Procedures**, Australia: Prentice Hall, 1996. 1037p.
- [4] BISHOP, N.W.M.; **Vibration Fatigue Analysis in the Finite Element Environment**, 1999. Disponível em: www.randomvibration.com/papers.html. Acesso em: março de 2003.
- [5] CEBON, D.; **Handbook of Vehicle-Road Interaction**, Netherlands: Swets & Zeitlinger Publishers, 1999. 600p.
- [6] CLOUGH, R.W.; PENZIEN, J.; **Dynamics of Structures**, New York: McGraw-Hill, 1975. 634p.
- [7] CONFEDERAÇÃO NACIONAL DO TRANSPORTE; **Pesquisa Rodoviária 2002**. Disponível em: www.cnt.org.br/pesquisas/pesq-cnt.htm#. Acesso em: março de 2003.
- [8] DAI, S.H.; WANG, M.O.; **Reliability Analysis in Engineering Applications**, New York: Van Nostrand Reinhold, 1992. 433p.
- [9] DIRLIK, T.; **Application of Computers in Fatigue Analysis**, Tese (Doutorado), University of Warwick, USA, 1985.
- [10] DOWLING, N.E.; **Mechanical Behavior of Materials**, USA: Prentice Hall, 1993. 773p.
- [11] FABER, O. et al.; **Analysis of Loading and Damage Process and Reliability Estimation for Lifespan-oriented Structural Optimization**, Proceedings of European Safety and Reliability Conference, Munich, Germany, 1999, pp. 539-544.
- [12] FUCHS, H.O.; STEPHENS, R.I.; **Metal Fatigue in Engineering**, USA: John Wiley & Sons, 1980. 318p.
- [13] GERTAP; **Modelagem paramétrica de veículos semi-reboque tanque**, São Paulo, 2001.
- [14] HALFPENNY, A.; **A Frequency Domain Approach for Lifetime Estimation from Finite Element Analysis**, International Conference on Damage Assessment of Structures, Dublin, Ireland, 1999.
- [15] HEATH, A.N.; **Application of the Isotropic Road Roughness Assumption**, Journal of Sound and Vibration, Vol. 115(1), pp. 131-144, 1987.
- [16] HEINRIETZ, A.; LEHRKE, H.P.; RUPP, A.N.; **Indentification of Parametric Tire Models for Fatigue Evaluation of Suspension Components**, SAE 2003 World Congress, Detroit, Michigan, USA, 2003.
- [17] HENDERSON, A.R.; PATEL, M.H.; **Frequency Domain Fatigue Damage Estimation Methods suitable for Deterministic Load Spectra**, British Wind Energy Conference 21, Cambridge, England, 1999.
- [18] HOUGAZ, A.B.; DIAS, C.A.N.; **Probabilistic Structural Analysis applied to Spring Leaf Suspension Assembly of a Semi-Trailer Tank Vehicle**, 17th International Congress of Mechanical Engineering, São Paulo, Brasil, 2003.
- [19] HOUGAZ, A.B.; DIAS, C.A.N.; **Análise Probabilística de Tensões em Veículos Automotivos**, XII Congresso e Exposição Internacionais de Tecnologia da Mobilidade – SAE Brasil 2003, São Paulo, Brasil.

- [20] HOUGAZ, A.B. et al.; **Confiabilidade Aplicada ao Projeto de Vida em Fadiga**, XIII Congresso e Exposição Internacionais de Tecnologia da Mobilidade – SAE Brasil 2004, São Paulo, Brasil.
- [21] HUGHES, O.F.; **Ship Structural Design: A Rationally-Based, Computer-Aided, Optimization Approach**, Australia: John Wiley & Sons, 1983. 561p.
- [22] JOHANNESSON, P.; **Rainflow Analysis of Switching Markov Loads**, Tese (Doutorado), Lund University, Suécia, 1999.
- [23] MASA IMPLEMENTOS RODOVIÁRIOS; **Catálogo geral de produtos**, 1^a ed., Guarulhos, 2001.
- [24] MASA IMPLEMENTOS RODOVIÁRIOS; **Manual de instruções para montagem de semi-reboque tanque**, 14^a ed., Guarulhos, 2002.
- [25] MEIROVITCH, L.; **Elements of Vibration Analysis**, 2nd Edition, Singapore: McGraw-Hill, 1986. 560p.
- [26] MERCER, I.; MALTON, G.; DRAPER, J.; **Investigating Fatigue Failure Using Analysis and Testing – Some Do's and Don'ts**, Engineering Integrity Society's Fatigue 2003 Conference, Cambridge, Inglaterra, 2003.
- [27] MEYER, P.L.; **Probabilidade: Aplicações à Estatística**, 2^a Edição, Brasil: Livros Técnicos e Científicos, 1983. 426p.
- [28] MEYERS, M.A.; CHAWLA, K.K.; **Mechanical Behavior of Materials**, USA: Prentice Hall, 1999. 680p.
- [29] **MSC/FATIGUE V8 Quick Start Guide**, 1998, MSC Cooperation, EUA
- [30] NEWLAND, D.E.; **An Introduction to Random Vibration and Spectral Analysis**, 2nd Edition, England: Longman Scientific & Technical, 1984. 377p.
- [31] OSGOOD, C. C.; **Fatigue Design**, 2nd Edition, England: Pergamon, 1982. 606p.
- [32] SAFE TECHNOLOGY; **An Introduction to Biaxial Fatigue Methods**, Safe Technology ltd, Inglaterra, 2001.
- [33] SHEN, H.; LIN, J.; MU, E.; **Probabilistic Model on Fatigue Damage**, International Journal of Fatigue, 22, 2000, pp. 569-572.
- [34] SUN, L.; **Optimum Design of Road-friendly Vehicle Suspension Systems subjected to Rough Pavement Surfaces**, Applied Mathematical Modelling 26, 2002, pp. 635-652.
- [35] SUNDARARAJAN, C. (ed.); **Probabilistic Structural Mechanics Handbook**, USA: Chapman & Hall, 1995. 745p.
- [36] WIRSCHING, P.H.; STAHL, B.; NOLTE, K.G.; **Probabilistic Fatigue Design for Ocean Structures**, Journal of the Structural Division / American Society of Civil Engineering, Vol. 103, No. ST10, 1977, pp. 2049-2062.
- [37] ZIENKIEWICZ, O.C.; TAYLOR, R.L.; **The Finite Element Method**, 4th Edition, Singapore: McGraw-Hill, 1989. Vol.1, 648p.

**ANEXO A - FUNÇÃO PRÁTICA PARA O CÁLCULO DA COERÊNCIA DO
ESPECTRO CRUZADO DEVIDO À DISTÂNCIA ENTRE OS
CARREGAMENTOS**

Conforme exposto no capítulo 2, a função coerência, que correlaciona duas pistas paralelas para a obtenção do espectro cruzado, é definida pela seguinte expressão:

$$\eta(b, \gamma) = 1 - \frac{b}{S_{jj}(\gamma)} \int_0^\infty S_{jj}(\sqrt{\gamma^2 + \vartheta^2}) \cdot J_1(b\vartheta) d\vartheta$$

Deve-se chamar a atenção para o fato de que a função de Bessel J_1 é periódica, exigindo cuidados na integração numérica. Fazendo tal integração para o espectro de carregamento proposto por CEBON (1999) para diferentes valores da distância b entre as pistas, construiu-se a fig. A.1.

Figura A.1 - Ilustração das Funções Coerência do Espectro de Perfil de Pista Proposto por CEBON para Diferentes Valores de b

Observando tais curvas e respeitando as propriedades da função coerência (vide capítulo 2), estabeleceu-se uma função modelo com dois parâmetros. Uma regressão não linear com minimização do erro quadrático originou as relações abaixo:

$$\eta(b[m], \gamma[rad/m]) = \eta_0 \cdot \exp\{[a - (a^d + b^d)^{1/d}] \cdot \gamma\}$$

$$\eta_0 = a / (a^d + b^d)^{1/d}$$

$$a[m] = -10.963298 \cdot (\log b)^3 + 7.205691 \cdot (\log b)^2 + 10.260246 \cdot (\log b) + 39.036770$$

$$d = -0.0145544 \cdot (\log b)^3 + 0.0050185 \cdot (\log b)^2 + 0.0841254 \cdot (\log b) + 1.162724$$

**ANEXO B - PROGRAMA COMENTADO PARA CÁLCULO DOS
ESPECTROS APLICADOS NO MODELO**

```
clear
```

```
***** Definição do intervalo do número de onda a ser aplicado no modelo
```

```
kappaIni=0
```

```
kappaFim=5
```

```
***** Dcretização do número de onda para representação dos espectros  
periódicos
```

```
delKappa=0.025
```

```
n2=round((kappaFim-kappaIni)/delKappa)
```

```
if mod(n2,2)==1
```

```
    n2=n2+1
```

```
end
```

```
delKappa=(kappaFim-kappaIni)/n2
```

```
contini=0
```

```
***** Cálculo de valores para os quais o espectro de CEBON converge o valor
```

```
if kappaIni==0
```

```
    Kappa(1)=5e-5
```

```
    Kappa(2)=1e-4
```

```
    Kappa(3)=5e-4
```

```
    Kappa(4)=1e-3
```

```
    Kappa(5)=5e-3
```

```
    Kappa(6)=1e-2
```

```
    contini=6
```

```
end
```

```
***** Cálculo dos demais valores de Kappa
```

```
for i=1:1:n2
```

```
    Kappa(contini+i)=i*delKappa;
```

```
end
```

```
***** Definição de parâmetros
```

```
Pi=3.14159265359    ***Número Pi
```

```
Vk=100              ***Velocidade em km/h
```

```
So=4e-6             ***Constante do Tipo de Pista
```

```
Vm=Vk/3.6           ***Velocidade em m/s
```

```
b=2*1.00            ***Distância entre Perfis de Pista
```

```
***** Parâmetros da função coerência proposta por DIAS para o espectro de  
CEBON (modelo com dois parâmetros
```

```
a=-10.963298*(log10(b))^3+7.205691*(log10(b))^2+
```

```
+10.260246*(log10(b))+39.036770
```

```
d=-0.0145544*(log10(b))^3+0.0050185*(log10(b))^2+
```

```
+0.0841254*(log10(b))+1.162724
```

```
neta0=a/(a^d+b^d)^(1/d)
```

```

for i=1:1:n2+contini
**** Coerência para diferentes valores de Kappa (Gama=2*Pi*Kappa)
neta(i)=neta0*exp((a-(a^d+b^d)^(1/d))*2*Pi*Kappa(i));
**** Espectro do deslocamento vertical para diferentes valores de Kappa
PSDKappa(i)=So/(((2*pi*Kappa(i)+0.1)^3)*(2*pi*Kappa(i)+1)^(-0.75));
**** Valores de frequência em Hz associados aos valores de Kappa
Freq(i)=Vm*Kappa(i);
**** Valores de frequência circular em rad/s associados aos valores de Kappa
Omega(i)=2*Pi*Vm*Kappa(i);
**** Espectro da aceleração do deslocamento vertical em função da frequência
em Hz
PSDFreq(i)=PSDKappa(i)/(Vm)*Omega(i)^4;
**** Espectro da aceleração do deslocamento vertical em função da frequência
circular em rad/s
PSDOmega(i)=PSDFreq(i)/(2*Pi);
end

**** Distâncias entre os pneus
L12=4.15
L13=5.4
L14=6.65
L15=0
L16=4.15
L17=5.40
L18=6.65
L23=1.25
L24=2.5
L25=-L12
L26=0
L27=1.25
L28=2.5
L34=1.25
L35=-L13
L36=-L23
L37=0
L38=1.25
L45=-L14
L46=-L24
L47=-L34
L48=0
L56=-L25
L57=-L35
L58=-L45
L67=-L36
L68=-L46
L78=-L47

```

******* Cálculo da parte real dos espectros**

```

for i=1:1:n2+contini
RS12(i)=PSDFreq(i)*cos(Omega(i)*L12/Vm);
RS13(i)=PSDFreq(i)*cos(Omega(i)*L13/Vm);
RS14(i)=PSDFreq(i)*cos(Omega(i)*L14/Vm);
RS15(i)=PSDFreq(i)*cos(Omega(i)*L15/Vm)*neta(i);
RS16(i)=PSDFreq(i)*cos(Omega(i)*L16/Vm)*neta(i);
RS17(i)=PSDFreq(i)*cos(Omega(i)*L17/Vm)*neta(i);
RS18(i)=PSDFreq(i)*cos(Omega(i)*L18/Vm)*neta(i);
RS23(i)=PSDFreq(i)*cos(Omega(i)*L23/Vm);
RS24(i)=PSDFreq(i)*cos(Omega(i)*L24/Vm);
RS25(i)=PSDFreq(i)*cos(Omega(i)*L25/Vm)*neta(i);
RS26(i)=PSDFreq(i)*cos(Omega(i)*L26/Vm)*neta(i);
RS27(i)=PSDFreq(i)*cos(Omega(i)*L27/Vm)*neta(i);
RS28(i)=PSDFreq(i)*cos(Omega(i)*L28/Vm)*neta(i);
RS34(i)=PSDFreq(i)*cos(Omega(i)*L34/Vm);
RS35(i)=PSDFreq(i)*cos(Omega(i)*L35/Vm)*neta(i);
RS36(i)=PSDFreq(i)*cos(Omega(i)*L36/Vm)*neta(i);
RS37(i)=PSDFreq(i)*cos(Omega(i)*L37/Vm)*neta(i);
RS38(i)=PSDFreq(i)*cos(Omega(i)*L38/Vm)*neta(i);
RS45(i)=PSDFreq(i)*cos(Omega(i)*L45/Vm)*neta(i);
RS46(i)=PSDFreq(i)*cos(Omega(i)*L46/Vm)*neta(i);
RS47(i)=PSDFreq(i)*cos(Omega(i)*L47/Vm)*neta(i);
RS48(i)=PSDFreq(i)*cos(Omega(i)*L48/Vm)*neta(i);
RS56(i)=PSDFreq(i)*cos(Omega(i)*L56/Vm);
RS57(i)=PSDFreq(i)*cos(Omega(i)*L57/Vm);
RS58(i)=PSDFreq(i)*cos(Omega(i)*L58/Vm);
RS67(i)=PSDFreq(i)*cos(Omega(i)*L67/Vm);
RS68(i)=PSDFreq(i)*cos(Omega(i)*L68/Vm);
RS78(i)=PSDFreq(i)*cos(Omega(i)*L78/Vm);

```

******* Cálculo da parte imaginária dos espectros**

```

IS12(i)=PSDFreq(i)*sin(Omega(i)*L12/Vm);
IS13(i)=PSDFreq(i)*sin(Omega(i)*L13/Vm);
IS14(i)=PSDFreq(i)*sin(Omega(i)*L14/Vm);
IS15(i)=PSDFreq(i)*sin(Omega(i)*L15/Vm)*neta(i);
IS16(i)=PSDFreq(i)*sin(Omega(i)*L16/Vm)*neta(i);
IS17(i)=PSDFreq(i)*sin(Omega(i)*L17/Vm)*neta(i);
IS18(i)=PSDFreq(i)*sin(Omega(i)*L18/Vm)*neta(i);
IS23(i)=PSDFreq(i)*sin(Omega(i)*L23/Vm);
IS24(i)=PSDFreq(i)*sin(Omega(i)*L24/Vm);
IS25(i)=PSDFreq(i)*sin(Omega(i)*L25/Vm)*neta(i);
IS26(i)=PSDFreq(i)*sin(Omega(i)*L26/Vm)*neta(i);
IS27(i)=PSDFreq(i)*sin(Omega(i)*L27/Vm)*neta(i);
IS28(i)=PSDFreq(i)*sin(Omega(i)*L28/Vm)*neta(i);
IS34(i)=PSDFreq(i)*sin(Omega(i)*L34/Vm);
IS35(i)=PSDFreq(i)*sin(Omega(i)*L35/Vm)*neta(i);
IS36(i)=PSDFreq(i)*sin(Omega(i)*L36/Vm)*neta(i);

```

```
IS37(i)=PSDFreq(i)*sin(Omega(i)*L37/Vm)*neta(i);
IS38(i)=PSDFreq(i)*sin(Omega(i)*L38/Vm)*neta(i);
IS45(i)=PSDFreq(i)*sin(Omega(i)*L45/Vm)*neta(i);
IS46(i)=PSDFreq(i)*sin(Omega(i)*L46/Vm)*neta(i);
IS47(i)=PSDFreq(i)*sin(Omega(i)*L47/Vm)*neta(i);
IS48(i)=PSDFreq(i)*sin(Omega(i)*L48/Vm)*neta(i);
IS56(i)=PSDFreq(i)*sin(Omega(i)*L56/Vm);
IS57(i)=PSDFreq(i)*sin(Omega(i)*L57/Vm);
IS58(i)=PSDFreq(i)*sin(Omega(i)*L58/Vm);
IS67(i)=PSDFreq(i)*sin(Omega(i)*L67/Vm);
IS68(i)=PSDFreq(i)*sin(Omega(i)*L68/Vm);
IS78(i)=PSDFreq(i)*sin(Omega(i)*L78/Vm);
end
```

**ANEXO C - PROGRAMA COMENTADO PARA O CÁLCULO DAS
DISTRIBUIÇÕES DAS AMPLITUDES CÍCLICAS DAS TENSÕES DE
RAINFLOW**

```

function [S,pS,T0]=pdfstress(tot,pontos)
***** pdfstress calcula e discretiza os valores de tensão de 0 a tot em pontos
pontos.
***** Ademais, calcula os pdf por Dirlik para todos os carregamentos (pista e
velelidade).
*****CALL: [S,pS,T0]=pdfstress(tot,pontos)
*****tot = tensão máxima.
*****pontos = número de pontos para discretizar as tensões.
*****S = vetor com as tensões discretizadas.
*****pS(Vel,Pista) = matriz com o pdf das tensões para 20 carregamentos.
*****T0(Vel,Pista) = período fundamental, útil para o cálculo da vida em
fadiga.

*****Entrada dos Dados
*****Entrada dos Momentos para diferentes velocidades e pista 4e-6
*****Momentos(Momento,Vel,Pista)
*****Momento=1 => M0; Momento=2 => M1; Momento=3 => M2;
Momento=4 => M4;
*****Vel=1 => 25km/h; Vel=2 => 50km/h; Vel=3 => 75km/h;
Vel=4 => 100km/h
*****Pista=1 => Excelente; Pista=2 => Boa; Pista=3 => Razoável;
Pista=4 => Ruim; Pista=5 => Péssima;

Pi=3.1416
for j=1:1:5
Momentos(1,1,j)=6.24e11*(2^(j*2-2)); %M0
Momentos(2,1,j)=1.05e14*(2^(j*2-2)); %M1
Momentos(3,1,j)=1.83e16*(2^(j*2-2)); %M2
Momentos(4,1,j)=5.75e20*(2^(j*2-2)); %M4

Momentos(1,2,j)=4.27e12*(2^(j*2-2)); %M0
Momentos(2,2,j)=7.36e14*(2^(j*2-2)); %M1
Momentos(3,2,j)=1.34e17*(2^(j*2-2)); %M2
Momentos(4,2,j)=5.39e21*(2^(j*2-2)); %M4

Momentos(1,3,j)=6.32e12*(2^(j*2-2)); %M0
Momentos(2,3,j)=1.10e15*(2^(j*2-2)); %M1
Momentos(3,3,j)=2.16e17*(2^(j*2-2)); %M2
Momentos(4,3,j)=1.43e22*(2^(j*2-2)); %M4

Momentos(1,4,j)=1.50e14*(2^(j*2-2)); %M0
Momentos(2,4,j)=1.09e17*(2^(j*2-2)); %M1
Momentos(3,4,j)=8.12e19*(2^(j*2-2)); %M2
Momentos(4,4,j)=4.57e25*(2^(j*2-2)); %M4

(2^(j*2-2)); %Cálculo do multiplicador de correção do
%tipo de pista(1; 4; 16; 64; 256)
end

```


*******pdf das tensoes via Dirlik**

```

For k=1:1:4          % Varre diferentes velocidades
  for i=1:1:5        % Varre diferentes tipos de pista
    ds=tot/(pontos-1);
    S=ds:ds:pontos*ds;
    M0=Momentos(1,k,i);
    M1=Momentos(2,k,i);
    M2=Momentos(3,k,i);
    M4=Momentos(4,k,i);

    gama=M2/(M0*M4)^0.5;      % Fator de irregularidade espectral
    xm=M1/M0*(M2/M4)^0.5;    % Frequência média esperada da resposta
    T0(k,i)=2*Pi*(M2/M4)^0.5; % Período fundamental
  end
end

```

*******Demais parâmetros**

```

D1=2*(xm-gama^2)/(1+gama^2);
R=(gama-xm-D1^2)/(1-gama-D1+D1^2);
D2=(1-gama-D1+D1^2)/(1-R);
D3=1-D1-D2;
Q=1.25*(gama-D3-D2*R)/D1;

```

*******Inicialização do vetor das tensões S**

```

for j=pontos-1:-1:1
  S(j+1)=S(j);
end
S(1)=S(2)/2;

```

*******Último parâmetro da distribuição**

```

Z=S./(2*M0^0.5);

```

*******Cálculo da distribuição para os diferentes valores de S**

```

for j=1:1:pontos
  pS(j,k,i)=(D1/Q*exp(-Z(j)/Q)+D2*Z(j)/R^2*exp(-Z(j)*Z(j)/(2*R^2))+
    +D3*Z(j)*exp(-Z(j)*Z(j)/2))/(2*M0^0.5);
end          % Fim da varredura dos valores de S
end          % Fim da varredura dos tipos de pista
end          % Fim da varredura das velocidades

```

**ANEXO D - PROGRAMA COMENTADO PARA O CÁLCULO DO
PARÂMETRO PROBABILÍSTICO DA CURVA S-N**

```

function [MK,sK]=PSN(MSu,DesvSu,MSm,DesvSm,valb)
***** PSN determina os parâmetros para a construção da curva probabilística
da Curva S-N
***** CALL: [MK,sK]=PSN(MSu,DesvSu,MSm,DesvSm,valb)
*****MSu = valor médio do limite de resistência do material.
*****DesvSu = desvio padrão do limite de resistência do material.
*****MSm = valor médio da tensão media atuante.
*****DesvSm = desvio padrão da tensão media atuante.
*****b = propriedade do material tal que  $N \cdot S^b = \text{const}$  e  $K = \ln(\text{const})$ .
*****MK = valor médio do parâmetro K.
*****sK = desvio padrão do parâmetro K.

*****Uso de variáveis simbólicas para a derivação da expressão de K(Su; Sm)
syms Su sSu Sm b sSm sb;
E=[Su Sm]; % Vetor com valores médios
sigmas=[sSu sSm]; % Vetor com desvios
var=[sSu^2 sSm^2]; % Vetor da variância
K=b*log(Su-Sm); % Expressão de K(Su; Sm)
J1=jacobian(K,E); % Primeira derivação de K
J2=jacobian(J1,E); % Segunda derivação de K
tam=size(J2); % Número de Varáveis
EK=K;
varK=0;
for i=1:1:tam(1)
    EK=EK+1/2*J2(i,i)*var(i);
    varK=varK+J1(i)^2*var(i);
end;
medias=[MSu valb MSm]; % Vetor com valores numéricos das médias
desvios=[DesvSu 0.1*valb DesvSm]; % Vetor com valores numéricos dos desvios
variaveis={Su b Sm sSu sb sSm};
valores={medias(1),medias(2),medias(3),desvios(1),desvios(2),desvios(3)};
valEK=subs(EK,variaveis,valores); % Substitui os valores na expressão literal da
% média
valEK=subs(valEK); % Faz o cálculo de valor da média de K
varK=subs(varK,variaveis,valores); % Substitui os valores na expressão literal do
% desvio
sK=subs(varK^.5); % Faz o cálculo de valor do desvio de K
MK=valEK; % Joga o valor na variável de transferência

```

**ANEXO E - PROGRAMA COMENTADO PARA O CÁLCULO DA
DISTRIBUIÇÃO DO DANO ATUANDO NA ESTRUTURA**

```
clear;
```

```
*****Cálculo valores das pdf das tensões usando função pdfstress (Anexo C)
```

```
Smax=2000e6;
```

```
pontos=4000
```

```
[S,pS,T0]=pdfstress(Smax,pontos);
```

```
*****Cálculo parâmetros do material usando função PSN (Anexo D)
```

```
MSu=450; DesvSu=45; MSm=7.2; DesvSm=0; m=14.8;
```

```
[K,sK]=PSN(MSu,DesvSu,MSm,DesvSm,m);
```

```
*****Transformação das tensões de Pa para MPa
```

```
fsMPa=pS*1e6;
```

```
SMPa=S/1E6;
```

```
clear pS S;
```

```
*****Número médio de ciclos permissíveis
```

```
Nm=exp(K)./SMPa.^m;
```

```
*****Definição do intervalo de varredura no log da curva S-N
```

```
logN=[150:-200/(conts-1):-50]
```

```
*****Número de ciclos para varredura da curva S-N
```

```
N=exp(logN);
```

```
*****Dano para um ciclo de carregamento
```

```
D=1./N;
```

```
*****Distribuição do dano para um ciclo para uma dada amplitude de tensão
```

```
for i=1:1:pontos
```

```
    pdfD(i,:)=lognpdf(D,-log(Nm(i)),sK);
```

```
end;
```

```
*****Inicialização das variáveis de interesse
```

```
fD=zeros(pontos,4,5);
```

```
FD=zeros(pontos,4,5);
```

```
for vel=1:1:4
```

```
    % Varre diferentes velocidades
```

```
    for pist=1:1:5
```

```
        % Varre diferentes tipos de pista
```

```
*****Dano total de carregamento para o período fundamental
```

```
for i=1:1:pontos    % Varre valores do dano para um ciclo de carregamento
```

```
    fD(i,vel,pist)=0;
```

```
    for j=2:1:pontos    % Varre diferentes os valores de amplitude de tensão
```

```
        fD(i,vel,pist)=fsMPa(j,vel,pist)*pdfD(j,i)*(SMPa(j+1)-SMPa(j))+fD(i,vel,pist);
```

```
    end;
```

```
end;
```

*******Cálculo da vida total em segundos**

```
anos=10 %em anos
vida=anos*365*24*60*60;
```

*******Dano total de carregamento para a vida desejada**

```
Dv=vida*D/T0(vel,pist);
fDv(:,vel,pist)=T0(vel,pist)*fD(:,vel,pist)/vida;
```

*******Distribuição acumulada dano total de carregamento para a vida desejada**

```
FDv(1,vel,pist)=0;
for i=2:1:pontos
    FDv(i,vel,pist)=FDv(i-1,vel,pist)+(fDv(i,vel,pist)+
        +fDv(i-1,vel,pist))/2*(Dv(i)-Dv(i-1));
end;
```

```
    end % Fim da varredura dos tipos de pista
end % Fim da varredura das velocidades
```

*******Salva as funções calculadas em arquivo**

```
filename=['Dv',num2str(pontos),'.mat'];
save(filename,'Dv','FDv','fDv','pontos');
```

**ANEXO F - PROGRAMA COMENTADO PARA A REALIZAÇÃO DAS
SIMULAÇÕES DE MONTE CARLO**

```
clear
```

```
*****Carrega as distribuições do dano total calculadas pelo Anexo E
```

```
load Dv4000 -mat;
```

```
Dl=Dv; %Dano carregando a estrutura (Load)
fDl=fDv; %Distribuição do dano carregando a estrutura (Load)
*****Distribuição acumulada do dano carregando a estrutura (Load)
FDl=FDv;
clear Dv fDv FDv;
```

```
for vel=1:1:4 %Varre diferentes velocidades
    for pist=1:1:5 %Varre diferentes tipos de pista
```

```
*****Inicialização das variáveis do carregamento
```

```
Dv=Dl;
fDv=fDl(:,vel,pist);
FDv=FDl(:,vel,pist);
pontos=length(Dv);
```

```
Dc=1; %Média do dano suportado pela estrutura (Capacity)
sDc=0.3; %Desvio padrão do dano suportado pela estrutura (Capacity)
*****Distribuição do dano suportado pela estrutura (Capacity)
fDc=lognpdf(Dv,log(Dc),sDc);
*****Distribuição acumulada do dano suportado pela estrutura (Capacity)
FDc=logncdf(Dv,log(Dc),sDc);
```

```
*****Geração aleatória da semente do gerador pseudo-randômico rand
```

```
rand('state',sum(100*clock));
MCconst=10000; %Número de simulações de Monte Carlo
MCvec=rand(2,MCconst); %Pares de valores randômicos
```

```
*****Simulação de Monte Carlo
```

```
cont=0; %Inicialização do contador
for i=1:1:MCconst; %Varre o número de simulações de Monte Carlo
    *****Tranformada inversa para o carregamento (invcdf: função criada)
    Dvval(i)=invcdf(Dv,FDv,MCvec(1,i));
    *****Tranformada inversa para a capacidade (invcdf: função criada)
    Dcval(i)=invcdf(Dv,FDc,MCvec(2,i));
    if Dvval(i)>Dcval(i); %Comparação entre capacidade e carregamento
        cont=cont+1; %Contagem das falhas
    end;
```

```
*****Armazenagem da evolução da probabilidade de durante a simulação de Monte Carlo
```

```
evo(i)=cont/i;
end; %Fim da simulação de Monte Carlo
```


[illegible]

**ANEXO G - ILUSTRAÇÃO DA EVOLUÇÃO DA PROBABILIDADE DE
FALHA AO LONGO DAS SIMULAÇÕES DE MONTE CARLO**