Fabio Gagliardi Cozman

Eng. Eletricista, Escola Politécnica da USP, 1989

Controlador de Trajetória para o Robô Móvel Ariel - Solução de
Controle Ótimo

Dissertação apresentada à Es-
cola Politécnica da USP para
obtenção do título de Mestre em
Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Eigi Miyagi

São Paulo, 1991

Fabio Gagliardi Cozman

Eng. Eletricista, Escola Politécnica da USP, 1989

Controlador de Trajetória para o Robô Móvel Ariel - Solução de
Controle Ótimo

Dissertação apresentada à Es-
cola Politécnica da USP para
obtenção do título de Mestre em
Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Eigi Miyagi

São Paulo, 1991

A
meus avós Luis e Dirce
e
meus tios Pedro Luis, Nelson e Rubens,
pela ajuda durante
minha formação acadêmica.

Conteúdo

1	Introdução	21
1.1	Definições Básicas	21
1.2	Breve Histórico	22
1.3	Arquiteturas de Controle	23
1.4	Objetivo do Trabalho	25
1.5	Organização do Trabalho	28
2	Modelo do Ariel	31
2.1	Descrição do Robô	31
2.2	Relações Cinemáticas e Dinâmicas em um Referencial Fixo	34
2.2.1	Valores Numéricos	40
2.3	Aproximação Linear do Modelo	42
2.4	Equações de Estado considerando Referencial Fixo	60
2.5	ATGS e Modelagem em Referencial Móvel	63
2.5.1	Princípio do ATGS	63
2.5.2	Aplicação de ATGS no Ariel - Referenciais Móveis	65
2.6	Linearização do Sistema	69
2.6.1	Descrição em Referencial Fixo	69
2.6.2	Descrição em Referenciais Móveis	72
2.7	Considerações de Controlabilidade	74
3	Projeto do Controlador de Trajetória	77

3.1	Estrutura do Índice de Desempenho	77
3.2	Relação entre a Matriz de Realimentação Ótima e a estrutura de Controle em Malha Fechada	79
3.3	Relação entre a Matriz de Realimentação e o Índice de Desempenho	83
3.4	Obtenção do Índice	85
3.5	Solução da Equação de Riccati	92
3.5.1	Trajectoria Reta em Referencial Móvel	92
3.5.2	Trajectoria Reta em Referencial Fixo	93
3.5.3	Trajectoria Circular em Referencial Móvel	94
3.5.4	Trajectoria Circular em Referencial Fixo	95
4	Implementação do Controlador de Trajetória	97
4.1	Características do Programa de Controle	97
4.1.1	Parâmetros e Instruções do Programa de Controle	97
4.1.2	Execução de Trajetórias no Programa de Controle	98
4.1.3	Geometria do Ambiente no Programa de Controle	101
4.1.4	Estrutura do Controlador no Programa de Controle	103
4.1.5	Tratamento de Informações pelo Programa de Controle	103
4.2	Discretização dos Controladores	105
4.2.1	Trajectoria Reta em Referencial Móvel	106
4.2.2	Trajectoria Reta em Referencial Fixo	108
4.2.3	Trajectoria Circular em Referencial Móvel	109
4.2.4	Trajectoria Circular em Referencial Fixo	110
4.3	Análise de Desempenho do Controlador de Trajetória	111
4.4	Análise dos Controladores Internos	111
4.5	Análise do Controlador Completo	112
4.5.1	Controlador em Trajetória Reta	115
4.5.2	Controlador em Trajetória Circular	120

4.5.3	Execução de Trajetórias Complexas	127
5	Conclusão	131
5.1	Resumo do Trabalho	131
5.2	Contribuições do Trabalho e Sugestões para Desenvolvimento Futuro . . .	133
A	Controlabilidade do Sistema Linearizado	137
A.1	Relação entre $\delta\mathcal{X}^D$ e $\mathcal{Z}$	137
A.2	Geração de δx_M e δy_M a partir de Condições Iniciais e Finais	138
A.3	Verificação da Controlabilidade para Sistemas Invariantes no Tempo	139
A.3.1	Trajétória Reta em Referencial Fixo	139
A.3.2	Trajétória Reta em Referencial Móvel	140
A.3.3	Trajétória Circular em Referencial Móvel	140
B	Principais Resultados Utilizados	141
B.1	Considerações Iniciais	141
B.2	O Caso de Sistemas Lineares	142
B.3	Erro Estacionário Nulo em Sistemas Lineares do Tipo 0	145
B.4	Sistemas Periódicos	146
B.5	Discretização do Problema Linear Quadrático	148
C	Matrizes de Transição	151
C.1	Sistema Linearizado em Torno de Trajetória Reta	151
C.1.1	Referencial Móvel	151
C.1.2	Referencial Fixo	151
C.2	Sistema Linearizado em Torno de Trajetória Circular em Referencial Móvel	152
D	Visão Global do Ariel	153
D.1	Descrição do Estado Atual do Projeto do Ariel	153
D.2	Aspectos técnicos do Programa de Controle	154

D.2.1	Utilização do Programa	156
D.2.2	Estruturas de Dados do Programa	157
D.2.3	Simulação dos Motores	166
D.3	Rotina de Simulação do Sistema do Ariel Completo e Aproximado	167
D.4	Rotinas de Solução de Equações de Riccati	169
D.5	Programas Utilizados no Trabalho	172

Lista de Figuras

2.1	Aspecto Final do Ariel	32
2.2	Estágio Atual de Desenvolvimento do Ariel	32
2.3	Estrutura Eletrônica do Ariel	33
2.4	Abstração Utilizada na Modelagem	34
2.5	Elementos Dinâmicos do Motor	37
2.6	Forças atuantes no Ariel	38
2.7	Relação entre velocidade e coeficiente de atrito	41
2.8	Comparação entre Modelo Completo e Modelo Aproximado - Trajetória Reta, cargas 0 kg, 50 kg	48
2.9	Comparação entre Modelo Completo e Modelo Aproximado - Trajetória Reta, cargas 100 kg, 300 kg	49
2.10	Comparação entre Modelo Completo e Modelo Aproximado - Trajetória Circular, sem carga	50
2.11	Comparação entre Modelo Completo e Modelo Aproximado - Trajetória Circular, carga 50 kg	51
2.12	Comparação entre Modelo Completo e Modelo Aproximado - Trajetória Circular, carga 100 kg	52
2.13	Comparação entre Modelo Completo e Modelo Aproximado - Rotação	53
2.14	Análise de Resultados de Operação Real - Trajetória Reta	54
2.15	Análise de Resultados de Operação Real - Trajetória Reta, modelo modificado	55
2.16	Análise de Resultados de Operação Real - Trajetória Reta, velocidades -0.5m/s, 0.3m/s e 0.82m/s	56
2.17	Análise de Resultados de Operação Real - Trajetória Circular, velocidade 0.5 m/s	57

2.18	Análise de Resultados de Operação Real - Trajetória Circular, velocidade 0.3 m/s	58
2.19	Análise de Resultados de Operação Real - Rotação	59
2.20	Introdução de α_d no Sistema do Ariel - Primeira Forma de Visualização . .	61
2.21	Introdução de α_d no Sistema do Ariel - Segunda Forma de Visualização . .	61
2.22	Mudança de Sistema de Coordenadas do Ambiente	62
2.23	Operação do ATGS	64
2.24	Exemplo da Diferença entre Controladores Convencionais e ATGS	65
2.25	Referencial Móvel em Trajetória Reta	66
2.26	Referencial Móvel em Trajetória Circular	68
3.1	Estrutura de Controle com Aplicação de Ganhos de Realimentação	81
3.2	Estrutura de Controle	82
3.3	Estrutura de Controle Simplificada	82
3.4	Lugar de Raízes para Malha Interna - zero em -10	87
3.5	Lugar de Raízes para Malha Interna - zero em -3	87
3.6	Lugar de Raízes para Malha Interna - zero em -5	88
3.7	Perfis de Velocidade para Diferentes Posições do Zero do Controlador Interno	89
3.8	Lugar das Raízes para Controlador - zero do controlador externo em -2 . .	90
3.9	Lugar das Raízes para Controlador - zero do controlador externo em -0.1667	91
3.10	Estrutura de Controle Final	91
3.11	Relação entre q_2 e n	92
3.12	Solução da Equação de Riccati para Trajetória Reta em Referencial Móvel	93
3.13	Solução da Equação de Riccati para Trajetória Reta em Referencial Fixo .	94
3.14	Solução da Equação de Riccati para Trajetória Circular em Referencial Móvel	95
3.15	Solução da Equação de Riccati para Trajetória Circular em Referencial Fixo	96
4.1	Tela do Edição de Parâmetros do Programa de Controle	99
4.2	Tela de Opções de Execução do Programa de Controle	100

4.3	Sistemas de Coordenadas Global e Local	102
4.4	Reta de Final no Caso de Reta	102
4.5	Reta de Final no Caso de Circunferência	103
4.6	Estrutura de Controle	104
4.7	Estrutura de Controle Final	104
4.8	Tela de Apresentação de Resultados Gráficos no Programa de Controle . .	105
4.9	Controladores dos Motores em Trajetória Reta com velocidades de 0.5 m/s e -0.5 m/s	113
4.10	Controladores dos Motores em Trajetória Reta (velocidade 0.3 m/s) e Cir- cular ($v = 0.5$ m/s e 0.3 m/s)	114
4.11	Erros de Posição e Orientação apenas com Controladores Internos	115
4.12	Controlador de Trajetória Completo - Trajetória Reta - (0,0) a (2,0) e (0.5,0) a (2.5,0)	117
4.13	Controlador de Trajetória Completo - Trajetória Reta - (0,0) a (3,3) e (1,2) a (5,5)	119
4.14	Controlador de Trajetória Completo - Trajetórias Retas	121
4.15	Controlador de Trajetória Completo - Trajetórias Circulares de raio 1 m - Centros (0,1) e (0.5,1.5)	122
4.16	Controlador de Trajetória Completo - Trajetórias Circulares de raio 1 m - Centros (0,1) e (0.5,1.5) e erro de orientação inicial	124
4.17	Controlador de Trajetória Completo - Trajetórias Circulares de raio 1 m - Centros (1,2) e (0,0)	125
4.18	Controlador de Trajetória Completo - Trajetórias Circulares de raio 1 m - Centros (1,2) e (0,0) e erro de orientação inicial	126
4.19	Trajetória em Forma de 8	128
4.20	Trajetória realizada em Segmentos de Reta	129
4.21	Trajetória formada por União de Segmentos de Reta e Arcos de Circunferência	130

Agradecimentos

A meu orientador, Prof. Dr. Paulo Eigi Miyagi, pela efetiva orientação durante o desenvolvimento desta dissertação.

Aos professores Julio César Adamowski e Marcelo Godoy Simões, responsáveis pela construção do Robô Móvel Ariel.

Ao professor Marcos Ribeiro Pereira Barretto, pela orientação durante meu período de estagiário na Mecatrônica.

Aos professores Celso Furukawa e Newton Maruyama, pelo auxílio constante desde meu período de estagiário.

Aos engenheiros Marcio José Chiaramonte e Nilson Noris Franceschetti, responsáveis em grande parte pela construção dos circuitos eletrônicos do Ariel.

Aos professores Dr. José Sotelo Júnior e Dr. Eduardo L.L. Cabral pelas sugestões oferecidas no Exame de Qualificação.

Aos professores Dr. José Jaime da Cruz, Paulo Sérgio Pereira da Silva e Dr. Roberto Moura Salles, do Departamento de Engenharia Elétrica da EPUSP, pelas inúmeras sugestões e contribuições.

Aos Doutores Alberto Elfes (IBM Co.) e Takashi Mizutani (Mitutoyo Co.), pesquisadores visitantes no Departamento de Engenharia Mecânica, pelas sugestões e apreciações esclarecedoras.

A minha família e minha namorada pela paciência com que me apoiaram durante o trabalho.

Resumo

Este trabalho estuda o Sistema de Controle de um Robô Móvel, termo que designa veículos sem motorista humano e com capacidade de trafegar por rotas livremente escolhidas.

As Arquiteturas de Controle utilizadas em Robôs Móveis são analisadas. A Arquitetura adotada neste trabalho, de caráter funcional, é apresentada e discutida.

O trabalho se concentra nos níveis mais simples de Controle, relacionados ao Controle de Trajetória, cujo objetivo é garantir que o Robô Móvel percorra uma rota pré-definida.

Um Controlador de Trajetória é proposto e projetado. O Controlador resulta da aplicação da Teoria de Controle Ótimo a um modelo de Robô Móvel em Referencial Fixo. Uma técnica recente de controle de robôs (técnica de ATGS) é empregada para melhorar a robustez do Controlador. O desempenho do Controlador obtido com uso de ATGS é comparado com o desempenho do Controlador obtido inicialmente.

Com o objetivo de validar esta proposta de Controlador de Trajetória, resultados fornecidos por simulações são discutidos. A análise do Controlador foi respaldada com dados experimentais obtidos junto a um Robô Móvel, denominado *Ariel*, desenvolvido no Laboratório de Automação e Sistemas (Mecatrônica) da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

Abstract

This work studies the Control System of a Mobile Robot, term which refers to vehicles without human driver and with ability to follow arbitrary routes.

This work analyses the Control Architectures frequently employed in Mobile Robots. The Architecture here adopted is a functional one, which is presented and described.

This work focuses on the simplest levels of Control, those which are mainly related to the Trajectory Control, and whose objective is to guarantee that the Mobile Robot follows a specified route.

A Trajectory Controller is proposed and designed. The Controller is based on Optimal Control Theory. A recently developed technique for robot control (called ATGS technique) is used in order to improve the Controller robustness.

Simulation results are discussed in order to validate the proposed Controller. The Controller analysis is tested in a real Mobile Robot (named *Ariel*) currently developed at Laboratório de Automação e Sistemas (Mecatrônica), at Escola Politécnica of Universidade de São Paulo.

1. 1000 1000 1000
 2. 1000 1000 1000
 3. 1000 1000 1000
 4. 1000 1000 1000
 5. 1000 1000 1000
 6. 1000 1000 1000
 7. 1000 1000 1000
 8. 1000 1000 1000
 9. 1000 1000 1000
 10. 1000 1000 1000
 11. 1000 1000 1000
 12. 1000 1000 1000
 13. 1000 1000 1000
 14. 1000 1000 1000
 15. 1000 1000 1000
 16. 1000 1000 1000
 17. 1000 1000 1000
 18. 1000 1000 1000
 19. 1000 1000 1000
 20. 1000 1000 1000
 21. 1000 1000 1000
 22. 1000 1000 1000
 23. 1000 1000 1000
 24. 1000 1000 1000
 25. 1000 1000 1000
 26. 1000 1000 1000
 27. 1000 1000 1000
 28. 1000 1000 1000
 29. 1000 1000 1000
 30. 1000 1000 1000
 31. 1000 1000 1000
 32. 1000 1000 1000
 33. 1000 1000 1000
 34. 1000 1000 1000
 35. 1000 1000 1000
 36. 1000 1000 1000
 37. 1000 1000 1000
 38. 1000 1000 1000
 39. 1000 1000 1000
 40. 1000 1000 1000
 41. 1000 1000 1000
 42. 1000 1000 1000
 43. 1000 1000 1000
 44. 1000 1000 1000
 45. 1000 1000 1000
 46. 1000 1000 1000
 47. 1000 1000 1000
 48. 1000 1000 1000
 49. 1000 1000 1000
 50. 1000 1000 1000
 51. 1000 1000 1000
 52. 1000 1000 1000
 53. 1000 1000 1000
 54. 1000 1000 1000
 55. 1000 1000 1000
 56. 1000 1000 1000
 57. 1000 1000 1000
 58. 1000 1000 1000
 59. 1000 1000 1000
 60. 1000 1000 1000
 61. 1000 1000 1000
 62. 1000 1000 1000
 63. 1000 1000 1000
 64. 1000 1000 1000
 65. 1000 1000 1000
 66. 1000 1000 1000
 67. 1000 1000 1000
 68. 1000 1000 1000
 69. 1000 1000 1000
 70. 1000 1000 1000
 71. 1000 1000 1000
 72. 1000 1000 1000
 73. 1000 1000 1000
 74. 1000 1000 1000
 75. 1000 1000 1000
 76. 1000 1000 1000
 77. 1000 1000 1000
 78. 1000 1000 1000
 79. 1000 1000 1000
 80. 1000 1000 1000
 81. 1000 1000 1000
 82. 1000 1000 1000
 83. 1000 1000 1000
 84. 1000 1000 1000
 85. 1000 1000 1000
 86. 1000 1000 1000
 87. 1000 1000 1000
 88. 1000 1000 1000
 89. 1000 1000 1000
 90. 1000 1000 1000
 91. 1000 1000 1000
 92. 1000 1000 1000
 93. 1000 1000 1000
 94. 1000 1000 1000
 95. 1000 1000 1000
 96. 1000 1000 1000
 97. 1000 1000 1000
 98. 1000 1000 1000
 99. 1000 1000 1000
 100. 1000 1000 1000

Tabela de Símbolos

- a_A Largura do Ariel [m].
- A Matriz de Estados do Sistema do Ariel Linearizado em torno de trajetórias definidas em Referencial Fixo.
- A^c Matriz de Estados do Sistema do Ariel Linearizado em torno de Trajetórias Circulares em Referencial Fixo.
- $A^{c'}$ Matriz de Estados do Sistema do Ariel Linearizado em torno de Trajetórias Circulares em Referencial Móvel.
- A^r Matriz de Estados do Sistema do Ariel Linearizado em torno de Trajetórias Retas em Referencial Fixo.
- $A^{r'}$ Matriz de Estados do Sistema do Ariel Linearizado em torno de Trajetórias Retas em Referencial Móvel.
- b_A Comprimento do Ariel [m].
- B Matriz de Entrada do Sistema do Ariel Linerizado.
- B^c Matriz de Entrada do Sistema do Ariel Linearizado em torno de Trajetórias Circulares em Referencial Fixo.
- $B^{c'}$ Matriz de Entrada do Sistema do Ariel Linearizado em torno de Trajetórias Circulares em Referencial Móvel.
- B^r Matriz de Entrada do Sistema do Ariel Linearizado em torno de Trajetórias Retas em Referencial Fixo.
- $B^{r'}$ Matriz de Entrada do Sistema do Ariel Linearizado em torno de Trajetórias Retas em Referencial Móvel.
- C Matriz raiz quadrada da matriz Q .
- D Ponto de contato da roda direita com o chão.
- D Superscrito que indica que a variável se relaciona ao Sistema Linearizado do Ariel modificado para a discussão de Controlabilidade.
- e_m Erro medido pelo Controlador baseado em ATGS no Caso de Circunferência [m].

e_r Força contra-eletromotriz em um motor (motor direito ou esquerdo) [V].

E Ponto de contato da roda esquerda com o chão.

$E_{ij}, i = 1, \dots, 6; j = 1, \dots, 6$ Equação escalar composta pelos elementos da linha i e coluna j de uma equação matricial.

F_d Força na direção do versor $\hat{i}$ no ponto D [N].

F_e Força na direção do versor $\hat{j}$ no ponto E [N].

f_m Coeficiente de atrito no motor (motor direito ou esquerdo) [Ns].

$f(x, y)$ Função de duas variáveis x e y .

f_x Derivada parcial da função f em relação a x .

f_y Derivada parcial da função f em relação a y .

G Baricentro do Ariel.

G_a Função de transferência entre a diferença de velocidades Δv e posição δy_M no caso de Sistema do Ariel Linearizado em torno de Trajetórias Retas em Referencial Móvel.

G_m Função de transferência dos motores

$G_i, i = 1, \dots, 3$ Funções de transferência dos Controladores obtidos na solução por Otimização para Sistema Linearizado em torno de Trajetórias Retas em Referencial Móvel.

G^1, G^2 Matrizes utilizadas na prova de controlabilidade do Sistema do Ariel Linearizado.

H Hamiltoniano de Otimização.

i_r Corrente de armadura no motor (motor direito ou esquerdo) [A].

J Funcional representativo do Índice de Desempenho.

J_A Momento de inércia do Ariel [kg m²].

J_m Momento de inércia do motor (direito ou esquerdo) [kg m²].

K Ganho estacionário do motor (direito ou esquerdo).

$\mathcal{K}$ Matriz de Ganhos de Realimentação.

$\mathcal{K}^c$ Matriz de Ganhos de Realimentação para Trajetórias Circulares em Referencial Fixo.

$\mathcal{K}^{c'}$ Matriz de Ganhos de Realimentação para Trajetórias Circulares em Referencial Móvel.

$\mathcal{K}^r$ Matriz de Ganhos de Realimentação para Trajetórias Retas em Referencial Fixo.

$\mathcal{K}^{r'}$ Matriz de Ganhos de Realimentação para Trajetórias Retas em Referencial Móvel.

- K_e Constante de tensão no motor (direito ou esquerdo) [Vs/rad].
- K_{PWM} Ganho de tensão nos circuitos de acionamento PWM do motor (direito ou esquerdo).
- K_{RED} Fator de redução dos redutores mecânicos acoplados ao eixo do motor (direito ou esquerdo).
- K_t Constante de torque do motor (direito ou esquerdo) [Nm/A]
- K_u Constante de ajuste do valor de velocidade ao valor máximo de excursão do Conversor D/A.
- k_1, k_2 Ganhos proporcional e derivativo do ATGS.
- $K_1, K_2, \dots, K_6$ Constantes utilizadas na modelagem do motor (direito e esquerdo).
- L Distância entre os pontos D e E .
- M Ponto médio entre os pontos D e E .
- m_A Massa do Ariel (massa do Robô e carga) [kg].
- M_{cont} Matriz de Controlabilidade de Sistema Invariante.
- n Vetor unitário que aponta na direção normal a uma curva $f(x, y) = 0$.
- N_d Força de atrito atuando no ponto D (na direção do versor $\mathbf{j}$) [N].
- N_e Força de atrito atuando no ponto E (na direção do versor $\mathbf{j}$) [N].
- $\circ$ Subscrito que indica que uma variável qualquer está tomada na trajetória nominal.
- P Matriz solução da equação de Riccati no problema de Otimização para Sistemas Lineares.
- $q_{ii}, q_i, i = 1, \dots, 6$ Elementos positivos da matriz Q .
- Q Matriz de peso do estado no Índice de Desempenho Quadrático para vetor de estados $\mathcal{X}'$.
- Q' Matriz de peso do estado no Índice de Desempenho Quadrático para vetor de estados $\mathcal{X}$.
- $r_{ii}, r_i, i = 1, 2$ Elementos positivos da matriz R .
- r_c Raio da Circunferência [m].
- R Matriz de peso das entradas no Índice de Desempenho Quadrático.
- R_a Resistência de armadura do motor (direito ou esquerdo) [Ω].
- R_A Raio da roda (direita ou esquerda) [m].

s Operador de Laplace.

S Matriz de peso do estado final no problema de Otimização Linear Quadrático.

t Tempo [s].

t* Instante fixo arbitrário.

t Vetor unitário na direção tangencial de uma função $f(x, y) = 0$.

T Constante de tempo do motor (direito ou esquerdo) [s].

^T Superscrito que indica operação de transposição em uma matriz.

T_c Torque produzido no motor (direito ou esquerdo) exigido para movimentação do Ariel [Nm].

T_m Torque perdido no motor (direito ou esquerdo) [Nm].

T_r Torque total produzido no motor (direito ou esquerdo) [Nm].

u_d Entrada Modificada (derivada de $\bar{u}_d$) do Sistema do Ariel relativa ao motor direito [m/s].

u_e Entrada Modificada (derivada de $\bar{u}_e$) do Sistema do Ariel relativa ao motor esquerdo [m/s].

$\bar{u}_d$ Entrada do Sistema do Ariel relativa ao motor direito [m/s].

$\bar{u}_e$ Entrada do Sistema do Ariel relativa ao motor esquerdo [m/s].

u₁^D, u₂^D Entradas do Sistema modificado, com vetor de estados auxiliar $\mathcal{X}^D$ [m/s].

U Vetor de entradas do Sistema do Ariel.

U^D Vetor de entradas do Sistema do Ariel para vetor de estados auxiliar $\mathcal{X}^D$.

v Velocidade do ponto *M* [m/s].

v Vetor tangencial no ATGS [m/s].

v^D Variável do Sistema auxiliar $\mathcal{X}^D$.

v_d Velocidade do ponto *D* [m/s].

v_e Velocidade do ponto *E* [m/s].

v_r Velocidade do ponto *D* ou *E* [m/s].

V_r *Recovery vector* utilizado no ATGS.

V_r Tensão de entrada no motor (direito ou esquerdo) [V].

x Eixo de coordenadas no Referencial Fixo.

x_c Variável comandada no ATGS [m].

x_m Variável medida no ATGS [m].

x_M Abscissa do ponto M no Referencial Fixo [m].

x'_M Abscissa do ponto M em um outro Referencial [m].

$\mathcal{X}$ Vetor de Estados do Sistema do Ariel.

$\mathcal{X}'$ Vetor de Estados do Sistema em Referencial Móvel.

$\mathcal{X}^D$ Vetor de Estados do Sistema auxiliar.

y Eixo de coordenadas no Referencial Fixo.

y_c Variável comandada no ATGS [m].

y_m Variável medida no ATGS [m].

y_M Ordenada do ponto M no Referencial Fixo [m].

y'_M Ordenada do ponto M em um outro Referencial [m].

$\mathcal{Z}$ Vetor composto pelas primeiras, segundas e terceiras derivadas de x_M e y_M .

$a, b, c, d, \dots, r, s, t, u$ Elementos da matriz P .

W_1, W_2 Funções do estado de um sistema linear utilizadas na definição de Controlabilidade e Observabilidade uniformes.

α_d Aceleração do ponto D [m/s²].

α_e Aceleração do ponto E [m/s²].

$\alpha_0, \alpha_1, \beta_0, \beta_1$ Constantes utilizadas na definição de Controlabilidade e Observabilidade uniformes.

δ Indica que a variável que segue é uma variação em relação à trajetória nominal.

Δu Variável auxiliar (diferença entre entradas) [m/s].

Δv Variável auxiliar (diferença entre velocidades) [m/s].

$\Delta \alpha^D$ Variável auxiliar (diferença entre acelerações) [m/s²].

τ Variável de definição da Matriz de Transição de um sistema linear.

θ Ângulo formado pelos eixos x e x' de dois Referenciais considerados [rad].

Θ_1, Θ_2 Funções utilizadas na definição do problema de Otimização.

λ Vetor de multiplicadores de Lagrange.

ξ Vetor de estados de sistemas auxiliares para prova de controlabilidade do Sistema do Ariel.

ξ_i Elementos do vetor ξ .

σ Constante utilizada na definição de Controlabilidade e Observabilidade uniformes.

ϕ_{ii} Elementos da matriz de transição de um sistema linear.

Φ Matriz de transição de um sistema linear.

ψ Ângulo entre o eixo x e o eixo longitudinal do Ariel em um Referencial Fixo [rad].

ψ' Ângulo entre o eixo x e o eixo longitudinal do Ariel em outro Referencial [rad].

ω_d Velocidade angular da roda direita [rad/s].

ω_e Velocidade angular da roda esquerda [rad/s].

ω_o Velocidade angular do Ariel em movimento circular nominal [rad/s].

ω_r Velocidade angular da roda (direita ou esquerda) [rad/s].

∇f Gradiente da função $f(x, y)$.

Capítulo 1

Introdução

1.1 Definições Básicas

Veículos Autônomos, ou seja, veículos que não possuem motorista humano, têm sido estudados e construídos em diversos centros industriais e de pesquisa nos últimos anos.

Os Veículos Autônomos podem ser classificados em [46]:

- Veículo Autônomo a caminho fixo: o veículo possui um número finito e invariável de possíveis trajetórias. Veículos Autônomos destinados a ambientes industriais pertencem geralmente a esta categoria. A principal desvantagem destes veículos é a necessidade de reestruturação dos caminhos quando ocorrem alterações no ambiente.
- Veículo Autônomo a caminho indefinido: as trajetórias podem ser arbitrariamente definidas; o veículo deve segui-las com base em recursos próprios de sensoramento e decisão.

O segundo tipo de Veículo Autônomo é comumente denominado Robô Móvel. Considera-se neste trabalho apenas veículos pertencentes a esta categoria. Em especial, o Robô Móvel estudado neste trabalho é voltado exclusivamente para transporte de pequenas cargas e está sendo desenvolvido no Laboratório de Automação e Sistemas (Mecatrônica) da EPUSP. O Robô recebeu o nome de *Ariel* e é assim referenciado neste trabalho.

Hoje em dia, Robôs Móveis constituem um suporte para pesquisas experimentais em diversas áreas do conhecimento. Os principais tópicos de pesquisa são o sensoramento, a organização interna do ambiente, o planejamento de trajetórias e a determinação de estratégias de controle robustas [4] [5].

Robôs Móveis podem ter variado grau de autonomia e compreensão acerca de seu ambiente de operação. De forma geral, classificam-se os ambientes de trabalho de um Robô Móvel em *estruturados* e *não estruturados*. Um ambiente é dito tão mais estru-

turado quanto mais se sabe previamente a respeito de sua configuração. Um ambiente desconhecido e imprevisível é totalmente não estruturado.

O sensoriamento das condições internas e externas de um Robô Móvel é de extrema importância. Os sensores utilizados em um particular Robô Móvel podem estar envolvidos com o sensoriamento das condições internas do Robô (torque dos motores, temperatura dos circuitos de potência), caso em que são denominados sensores internos; ou podem estar envolvidos com o sensoriamento das condições externas do Robô (distância a obstáculos, temperatura dos objetos circundantes), caso em que são denominados sensores externos. Considera-se neste trabalho *sistema sensorial* de um Robô Móvel o conjunto de sensores externos [45].

1.2 Breve Histórico

A primeira instalação industrial com uso de um Veículo Autônomo a caminho fixo remonta a 1954 na DEMAG-Barrett (EUA) [47]. A pesquisa em Robôs Móveis também se iniciou há bastante tempo. Na década de 60, foram desenvolvidos dois Robôs Móveis pioneiros no Stanford Research Institute (SRI), para estudo de controle em tempo real e inteligência artificial.

Construído no SRI em 1969, o Robô Móvel Shakey foi equipado com câmeras e sensores suficientes para que adquirisse uma versão própria do mundo à sua volta. O sistema computacional a bordo do Robô responsabilizava-se por processar a informação dos sensores e controlar os motores, podendo alterar o plano de trajetória conforme o ambiente à sua volta se modificasse. O projeto do Shakey separava decisões sobre a trajetória (decisões inteligentes relativas à trajetória) de decisões dos controladores dos motores (decisões automáticas, apenas relativas ao seguimento da trajetória). Shakey tinha, no entanto, sérios problemas. Dificuldades no controle tornavam este Robô muito instável durante seus movimentos.

O projeto do Stanford Cart, construído quase simultaneamente ao Shakey, voltou-se a diferentes aspectos. O maior interesse dos pesquisadores foi o sistema de percepção e controle (ao contrário do Shakey, voltado ao planejamento de trajetórias). A trajetória, definida por seus pontos inicial e final e pela posição dos obstáculos, era planejada por um programa denominado Navigator, em separado das decisões automáticas relativas ao controle dos motores.

Um dos projetos mais antigos e mais famosos de Robô Móvel é o projeto do Hilare, desenvolvido no LAAS (Laboratoire D'Automatique et d'Analyse Des Systemes), Toulouse, França. O projeto do Hilare atacou de forma ordenada muitas das questões fundamentais em um Robô Móvel, apresentando soluções em geral simples e confiáveis e adotando sempre a filosofia de dividir as tarefas de controle em blocos. A rota era gerada por um programa denominado Planejador. A navegação, hierarquicamente subordinada ao planejamento, detinha-se nos problemas de detecção e desvio de obstáculos, bem como no detalhamento das rotas fornecidas pelo Planejador.

Não havia na década de 60, porém, equipamento poderoso o suficiente para a materialização de muitas idéias. Os Veículos Autônomos estavam muito aquém das especificações de flexibilidade desejadas [4] [5].

A tecnologia de microprocessadores da década de 80 modificou tal situação. O estudo de Robôs Móveis foi impulsionado pela possibilidade de utilização de grande poder computacional a bordo dos Robôs. A pesquisa voltou-se a desafios relativos ao sensoramento e ao estudo de modelos computacionais do ambiente de um Robô Móvel; iniciou-se, na mesma época, o interesse por veículos dotados de pernas (dos quais não nos ocupamos nesse trabalho) [7] [8].

Um número significativo de projetos de Robôs Móveis surgiu no decorrer da década de 80 (de [1] a [44]). Robôs de grande porte (e mesmo gigantesco [21]) e com grande flexibilidade foram concluídos e amplamente testados. Os algoritmos e técnicas de processamento sensorial e de interpretação do ambiente receberam cuidadosa atenção. Apesar disso, não existe ainda consenso sobre quais metodologias e soluções devem ser adotadas nas diferentes situações com as quais se defronta um Robô Móvel.

Os sensores mais frequentemente utilizados em Robôs Móveis são câmeras [3] [4] [19] [26] e emissores/receptores de ultra-som [16] [22] [31]. Vários Robôs são equipados com outros sensores: *laser* [17], infravermelho [24], e existem Robôs que se baseiam apenas em mapas prévios do ambiente e computação interna da posição [1] [6]. Estudam-se ativamente métodos que permitam combinar informações provenientes de múltiplos sensores [35].

1.3 Arquiteturas de Controle

Toda a pesquisa relacionada a Robôs Móveis indica uma grande preocupação em dividir o conjunto de atividades de um Robô em blocos, com o objetivo de tornar a estrutura do Robô fácil de ser trabalhada. A importância relativa de cada um dos blocos, bem como sua autonomia, se refletem na *Arquitetura* do sistema de Controle, ou seja, a estrutura de interligação e troca de informações, dados e tarefas no interior de um Robô Móvel.

Uma divisão clássica, denominada *funcional*, tem a seguinte estrutura:

- Um bloco denominado Planejador, destinado a definir as rotas e tarefas do Robô. O grau de complexidade e/ou capacidade de precisão desse bloco depende do grau de estruturação do ambiente do Robô Móvel.
- Um bloco de sensoramento do ambiente e decorrentes atividades de processamento e interpretação da informação sensorial. Podem existir blocos suplementares destinados a modelar o ambiente de trabalho do Robô.
- Um (ou mais) bloco(s) responsável(is) pela execução de rotas planejadas. Este bloco de atividades, em geral, tenta resolver o problema de Navegação: dado um mapa

(prévio ou obtido simultaneamente à trajetória) e uma rota, executar a trajetória com o menor erro possível.

O problema de Navegação, que pode ser bastante complexo (dependendo do ambiente), engloba o Controle de Trajetória, ou seja, *a manutenção do Robô em uma trajetória, dado que as atividades de sensoramento já foram executadas e a trajetória é conhecida e livre de obstáculos*. Em muitos Robôs esta atividade é atribuída a um bloco separado dos demais, denominado Piloto.

A disposição acima delineada define blocos conforme suas funções específicas. Arquiteturas funcionais são utilizadas na maioria dos projetos de Robôs Móveis atualmente em andamento.

Uma nova concepção de Arquitetura, denominada *subsumption architecture*, foi proposta por Brooks [24] e vem sendo ativamente estudada [25]. Ao contrário das Arquiteturas funcionais, as atividades realizadas internamente ao Robô são divididas por comportamentos (*behaviours*), cada um responsável por uma atividade específica. Dentro de cada unidade comportamental podem co-existir informações sensoriais, algoritmos de planejamento e módulos de controle de trajetória. Todas as unidades comportamentais atuam simultaneamente e comunicam-se assincronamente. Cada uma "fiscaliza" um determinado aspecto das tarefas do Robô. Uma hierarquia entre as unidades comportamentais permite que, num determinado instante, apenas aquelas que possuem maior importância para o Robô sejam executadas. A *subsumption architecture* é aplicável apenas a pesquisas sobre Robôs que simulam comportamento inteligente mas limitado; o Robô está sempre restrito a agir conforme um (ou uma combinação) dos comportamentos previstos. Não foi possível, ainda, aplicar os princípios constitutivos desta Arquitetura em projetos de Robôs com grande flexibilidade operacional.

A arquitetura utilizada no Ariel é funcional¹. Os blocos, na implementação atual, estão abaixo delineados.

Sensoriamento Realiza a coleta de medidas de sensores e obtém as informações desejadas sobre o ambiente. O Robô conta com dois sensores internos de velocidade, instalados junto aos motores. Os sensores (tacômetros) produzem uma saída de tensão proporcional à velocidade angular do eixo dos motores. O Laboratório de Automação e Sistemas (Mecatrônica) desenvolve sensores de ultra-som destinados a medidas de distância. O objetivo é utilizar um conjunto de quatro sensores de ultra-som como sensores externos de Robô, permitindo-o compor uma imagem aproximada do seu ambiente de trabalho.

Armazenagem de Informações Acumula ordenadamente as informações coletadas pelos sensores e informações provenientes de mapeamento prévio. Informações em diferentes níveis de abstração podem ser enviadas para cada um dos diferentes blocos

¹ A definição da Arquitetura e seus blocos funcionais faz parte do projeto global do Ariel e está descrita no Apêndice D.

e devem estar disponíveis. Este bloco foi implementado de forma reduzida e não tem conexão direta com os demais módulos, devido à ausência de sensores externos².

Planejamento Define rotas para o Robô Móvel a partir dos mapas armazenados e da especificação dos pontos inicial e final de trajetória³.

Navegação Recebe informações sobre o estado do ambiente e procura evitar choques e situações imprevistas, bem como supervisiona a qualidade da trajetória executada. Este bloco não foi implementado, pois o projeto do sistema sensorial por ultra-som não está concluído.

Pilotagem Executa o Controle de Trajetória, conforme anteriormente definido. O presente trabalho centra-se no projeto e implementação deste bloco funcional.

Atuação Engloba as atividades relacionadas aos atuadores. A versão atual do Ariel conta com circuitos acionadores responsáveis pelo envio de tensão aos motores de tração. O trabalho descreve em detalhes a implementação feita deste bloco.

A inter-relação entre os blocos funcionais é restrita, para evitar sobrecarga na comunicação; os blocos superiores enviam ordens aos imediatamente inferiores e recebem respostas a respeito do cumprimento das ordens. Para evitar superposição ou conflitos de decisões entre os blocos, nenhum bloco questiona ordens superiores. Uma ordem é recebida e cumprida da melhor maneira possível (dentro da competência do bloco funcional considerado), sem que haja tentativa de alterar ou mesmo melhorar, tal ordem.

Este trabalho se ocupa basicamente do bloco de Pilotagem. Para que o Controlador de Trajetória proposto fosse concluído, no entanto, foi necessária a implementação do bloco de Atuação (simplificado)⁴. O tratamento da informação sensorial disponível, por ser crucial à Pilotagem, é focado em maiores detalhes no decorrer do trabalho.

1.4 Objetivo do Trabalho

A pesquisa mundial em Robôs Móveis concentra grande esforço nas maneiras de interpretar a informação sensorial coletada por um Robô Móvel (por exemplo: algoritmos para detecção de salas ou fronteiras) e de planejar rotas e tarefas. Técnicas de Inteligência Artificial foram aplicadas com êxito em muitos aspectos destes problemas. Apesar desse sucesso, a pesquisa corrente em Robôs Móveis detectou a necessidade de combinar técnicas e algoritmos heurísticos com a teoria de Controle, sobretudo para manipulação dos ruídos

²O programa gráfico AutoCAD v.10 foi adaptado para servir como prancheta de desenho de ambientes de trabalho para o Robô e armazenar estes mapas. Pretende-se interligar, no futuro, este programa (que é manipulado em um microcomputador fora do Robô) com o programa de Controle de Trajetória (executado em um microcomputador dentro do Robô).

³O programa AutoCAD v.10 recebeu um algoritmo de busca destinado a varrer a base de dados de armazenagem de mapas do ambiente, e encontrar uma trajetória que ligue dois pontos. Ainda não existe, no entanto, interligação entre este bloco e o microcomputador localizado no Robô.

⁴O estágio atual de implementação dos blocos está rapidamente descrito no Apêndice D.

existentes em sensores [31] [26]. Durante anos, as falhas de informação provenientes desse ruído foram consideradas apenas como geradoras de "erros" não modelados; nenhum esforço de modelagem desse ruído foi feito. Além disso, percebeu-se que muitos problemas de Controle de Trajetória, resolvidos até então pelo bloco de Planejamento, poderiam ser encarados sob o ponto de vista da teoria de Controle [33] [34]. Esse novo enfoque tem gerado alguns dos mais promissores resultados em Robôs Móveis [37] [44]. Procura-se evitar que um número excessivo de problemas rotineiros ocorridos durante a trajetória seja resolvido unicamente pelo Planejador, deixando-o somente responsável por alterações de monta na trajetória. Pequenas correções e alterações são automaticamente realizadas em níveis hierárquicos inferiores. Este enfoque é utilizado nesse trabalho para a construção do bloco de Pilotagem do Robô Móvel utilizado.

As trajetórias consideradas neste trabalho são aquelas definidas pela união de segmentos de reta e arcos de circunferência. Uma trajetória é, portanto, a união de um conjunto de sub-trajetórias, cada uma relativa a um movimento retilíneo ou circular. Essa escolha se justifica, pois:

- Trajetórias assim definidas são de fácil manipulação e podem ser descritas e armazenadas com poucos parâmetros.
- Vários algoritmos de Planejamento (por exemplo o *Algoritmo de Lozano-Perez* apresentado em [48]) produzem trajetórias descritas unicamente por segmentos de reta interligados. Pode-se utilizar curvas circulares entre esses segmentos de reta.
- Pode-se mostrar que trajetórias descritas por segmentos de reta e arcos de circunferência são trajetórias de tempo mínimo entre dois pontos de um ambiente livre, para um Robô Móvel com as mesmas restrições de velocidades que o Ariel [74].

A descrição de trajetórias em segmentos de reta e arcos circulares possui derivada descontínua (a curvatura da trajetória é descontínua nas transições entre movimentos retilíneos e circulares). Por isso, um Robô Móvel não pode seguir tais trajetórias suavemente⁵. A opção por segmentos de reta e arcos de circunferência é justificável, entretanto, mesmo em vista dessas dificuldades. Os erros devidos à passagem do Ariel por pontos de interconexão geram pequenos erros na trajetória, que são compensados pelo Controlador de Trajetória. O problema de minimizar erros é retirado das tarefas de Planejamento (onde a utilização de retas e arcos é preferível) e deixado a cargo do Controlador de Trajetória, conforme a filosofia exposta anteriormente.

Em resumo, procura-se resolver o problema de Controle de Trajetória de um Robô Móvel abordando-o do ponto de vista da teoria de controle, e considerando-o independente do Planejamento de trajetórias. O bloco de Pilotagem, responsável pelo Controle de Trajetória, recebe uma trajetória definida, conhecida e segura, e ocupa-se de segui-la o mais fielmente possível, não se ocupando de alterações no Planejamento da trajetória.

⁵Em vista dessas dificuldades, existem propostas de trajetórias com curvaturas suaves para Robôs Móveis. Essas observações são também usualmente lembradas em discussões sobre trajetórias para robôs manipuladores.

Pode-se encontrar trabalhos na literatura que enfocaram o mesmo problema. Alguns trabalhos significativos nesse sentido são apresentados abaixo.

- Tsumura *et alii*. [2] propuseram dois esquemas de Controle de Trajetória segundo as diretrizes acima, implementando os controladores resultantes em um Robô real e obtendo bons resultados. O primeiro Controlador realizava uma predição do posicionamento do Robô, executando uma correção de curso heurística (segundo um algoritmo criado pelos projetistas). O segundo Controlador, de concepção mais simples, realizava um controle tipo *bang-bang* sobre o direcionamento do Robô Móvel, considerando o erro entre a posição real e a posição desejada do Robô. Os controladores propostos possuíam grande número de parâmetros sintonizados experimentalmente. Não foi feito nenhum esforço de modelagem do Robô e, portanto, nenhuma conclusão sobre estabilidade podia ser adiantada.
- Um trabalho semelhante foi realizado por Hongo *et alii*. [6] em um Robô Móvel voltado para aplicação industrial. Foram consideradas trajetórias divididas em segmentos de reta e arcos de circunferência. Os autores modelaram a dinâmica do Robô e propuseram, com base em um estudo das equações desse modelo e em argumentos heurísticos, um Controlador com características não lineares. Os resultados alcançados foram excelentes. A determinação dos ganhos do controlador (alguns com influência não linear sobre a dinâmica do Robô) e considerações sobre estabilidade foram obtidas somente a partir de simulações.
- O trabalho iniciado por Tsumura *et alii*. (primeiro item acima) foi continuado por Kanayama e Yuta [1], os quais apresentaram uma solução interessante. As trajetórias consideradas eram apenas aquelas compostas por segmentos de retas. O Robô Móvel seguia uma reta indefinidamente, até que um comando o instruisse a seguir outra reta. Para o projeto desse Controlador, os autores conceberam um modelo simplificado e linear de seu Robô Móvel. O Controlador foi projetado segundo a técnica de Alocação de Pólos (os pólos foram simplesmente obtidos através de seguidos testes e simulações) e subsequentes testes com o Robô revelaram ótimas respostas a trajetórias arbitrárias.

Existem ainda outras soluções, baseadas em controladores mais sofisticados. Pommer *et alii*. [28] propõem um controlador baseado na construção de um campo potencial envolvendo a trajetória, com a restrição de que o campo tenha um mínimo na trajetória. O controlador procura orientar o Robô Móvel no sentido de minimizar o campo a que o Robô se encontra submetido. Esta solução, embora apresente problemas de estabilidade (pois a construção do campo pode originar mínimos locais fora da trajetória), tem sido utilizada em muitos Robôs Móveis para desvio de obstáculos [43] [41]. Songnian [29] propôs um controlador inteiramente baseado em *fuzzy logic*, apresentando excepcionais resultados; nesse caso, também, o problema principal é o caráter heurístico do projeto do controlador.

A teoria de Controle de Sistemas Dinâmicos (Teoria de Controle Ótimo) foi utilizada neste trabalho para o projeto do Controlador de Trajetória. Este tipo de abordagem

é extremamente vantajosa, pois fornece uma metodologia para o projeto padronizada e possibilita a inclusão, de forma natural, de considerações acerca da natureza estocástica das medidas de sensores (conforme discutido no Capítulo 5). Considerações sobre a estabilidade do sistema em malha fechada podem ser obtidas de forma rápida procedendo segundo esse método.

O primeiro passo para sistematizar o projeto do Controlador de Trajetória do Ariel foi modelar sua dinâmica e obter de uma descrição do sistema em espaço de estados. A descrição do sistema assim obtida é não linear. A dificuldade de manipulação de um sistema dessa natureza é muito grande, bem como obtenção de resultados concernentes à estabilidade. Optou-se por operar com linearizações do sistema em torno de trajetórias nominais. As condições de estabilidade determinadas para os sistemas linearizados são válidas numa vizinhança das trajetórias nominais. Uma observação importante é que, para a grande maioria das trajetórias nominais representadas por funções do tempo, o sistema linearizado é variante no tempo (conforme discutido no Capítulo 2).

Uma vantagem da utilização da teoria de Controle Ótimo no projeto do Controlador de Trajetória é sua aplicação indistinta a sistemas invariantes e variantes no tempo. Além disso, um único conjunto de parâmetros (representados pelo Índice de Desempenho) serve para projetar o Controlador para várias descrições do sistema. No caso específico do sistema representado pelo Ariel, é possível determinar um Índice de Desempenho com base em considerações físicas bastante razoáveis, como descrito no Capítulo 3. Comprova-se no Capítulo 4 que os resultados obtidos em operação real do Ariel são altamente satisfatórios.

1.5 Organização do Trabalho

O Capítulo 2 discute a solução de controle empregada e detalha a modelagem matemática do Ariel. Conceitos básicos da Teoria de Sistemas (controlabilidade, estabilidade, matrizes de transição) são utilizados com o significado corrente em livros texto de sistemas lineares, podendo ser encontrados em [60]. A linearização do Sistema do Ariel em torno de trajetórias nominais (retas e circunferências) é apresentada neste Capítulo. As especificações técnicas do Ariel, bem como testes preliminares de desempenho efetuados, estão também presentes neste Capítulo.

O Capítulo seguinte parte dessa modelagem e indica as etapas envolvidas no projeto do Controlador propriamente dito:

- Escolha do Índice de Desempenho.
- Controlador de Trajetória obtido por otimização (para Trajetórias Retas e Trajetórias Circulares).

O Capítulo 4 descreve a implementação, testes, resultados e discussões relativos ao Controlador de Trajetória projetado.

As conclusões sobre a pesquisa realizada e novas propostas de trabalho estão contidas no Capítulo final.

Quatro Apêndices foram incluídos no trabalho:

- O Apêndice A contém uma série de resultados concernentes à controlabilidade do sistema dinâmico representado pelo Ariel, linearizado em torno de diversas trajetórias.
- O Apêndice B contém todos os resultados teóricos utilizados no projeto do Controlador de Trajetória.
- O Apêndice C contém uma série de resultados concernentes à obtenção da versão discretizada do Controlador de Trajetória.
- O Apêndice D expõe em linhas gerais o desenvolvimento do projeto do Ariel no Laboratório de Automação e Sistemas (Mecatrônica) da EPUSP, contendo uma breve descrição das características dos programas feitos e utilizados durante o trabalho.

Capítulo 2

Modelo do Ariel

2.1 Descrição do Robô

A figura 2.1 mostra a versão final do Ariel. A figura 2.2 mostra o estágio de desenvolvimento do Ariel sobre o qual foi feito o presente trabalho.

O Ariel é um Robô Móvel de pequeno porte, concebido fundamentalmente para operar em ambientes industriais. Sua fonte de energia é elétrica, fornecida pela rede através de cabos e conversores. Há espaço no interior do Ariel para colocação de 2 baterias automotivas (não instaladas).

Suas principais características são (alguns outros dados importantes para o projeto do Controlador serão introduzidos adiante):

- Comprimento: 1100 mm.
- Largura: 600 mm.
- Altura máxima: 800 mm.
- Massa sem carga: 68 kg.
- Carga máxima permitida: 100 kg.
- Distância entre as rodas traseiras: 730 mm.
- Raio das rodas traseiras: 75 mm.
- Tração realizada por dois motores traseiros de corrente contínua, com torque máximo de 0.75 Nm.
- Velocidade nominal das rodas: 0.5 m/s.
- Velocidade máxima das rodas: 0.82 m/s.

Figura 2.1: Aspecto Final do Ariel

Figura 2.2: Estágio Atual de Desenvolvimento do Ariel

Figura 2.3: Estrutura Eletrônica do Ariel

O Ariel possui um gabinete onde estão instalados:

- Uma plataforma de *hardware* baseada em um microcomputador padrão IBM PC XT, destinada a executar o processamento de todas as atividades de controle e de interface.
- Circuitos de potência necessários para o acionamento dos motores de tração traseiros (os motores são acionados de forma independente).

O microcomputador de bordo realiza atividades de Pilotagem. Fora do Ariel, outro microcomputador, denominado Estação Fixa, possui programas destinados a executar, de forma simplificada, as tarefas de Armazenagem de Informações e Planejamento. As atividades de Sensoriamento e Navegação não estão implementadas¹.

A figura 2.3 mostra toda a eletrônica embarcada no Ariel. O microcomputador interfaceia com o usuário através de teclado e monitor de vídeo, provisoriamente instalados sobre o Ariel. Estas atividades serão futuramente deixadas a cargo da Estação Fixa. O microcomputador de bordo possui programas de interface com usuário e programas de controle dos motores. A interface física do microcomputador com os motores é constituída por placas de circuitos de Conversão Analógico/Digital (conversão de $-5/+5$ V para número binário com 10 *bits*) e Digital/Analógico (conversão de número binário com 8 *bits* para $-5/+5$ volts). Os sinais de referência de velocidade gerados nessas placas são enviados às placas de circuitos de acionamento, que enviam tensão aos motores via técnica PWM. Estas placas representam uma primeira implementação do bloco Atuador. Os sinais de medida de velocidade provenientes dos tacômetros dos motores passam por uma placa de circuitos eletrônicos (destinada a realizar o condicionamento do sinal) antes de chegarem ao Conversor Analógico/Digital.

As duas rodas traseiras do Ariel são acionadas por motores de corrente contínua independentes. O movimento destas rodas impõe tanto a velocidade do Robô quanto sua mudança de orientação. O Ariel possui uma roda dianteira, sem motor acoplado e com orientação livre, apenas para sustentação do Robô.

¹O Apêndice D descreve todos os módulos implementados.

Figura 2.4: Abstração Utilizada na Modelagem ^x

2.2 Relações Cinemáticas e Dinâmicas em um Referencial Fixo

Para efeito de modelagem cinemática, pode-se utilizar uma abstração do Ariel conforme ilustrado na figura 2.4. O Ariel possui duas rodas traseiras de tração com raio R_A , cujas velocidades angulares são ω_d (roda direita) e ω_e (roda esquerda). A distância entre as duas rodas traseiras é simbolizada por L . As velocidades dos pontos D e E , representadas por v_d e v_e , são iguais a:

$$v_d = \omega_d R_A \quad v_e = \omega_e R_A \quad (2.1)$$

Define-se o ponto M como o ponto central do eixo que liga as duas rodas traseiras.

As trajetórias do Robô consideradas nesse trabalho são *as trajetórias percorridas pelo ponto M* . A velocidade do ponto M , representada por v , é considerada a velocidade do Ariel. É conveniente utilizar este ponto (e não o baricentro), pois, sendo M colinear com os centros das rodas de tração, sua velocidade não sofre influência da velocidade angular do Robô. As equações cinemáticas resultantes são mais simples. Durante todo o trabalho, os gráficos demonstrativos de trajetórias simuladas e trajetórias reais são relativos à trajetória do ponto M .

As expressões dos módulos² das velocidades dos pontos D e E em relação ao ponto M são as seguintes (equação de Poisson):

$$v_d = v + \frac{L}{2} \dot{\psi} \quad v_e = v - \frac{L}{2} \dot{\psi}$$

²O trabalho procura usar, sempre que possível, grandezas escalares. Apenas quando necessário grandezas vetoriais são introduzidas e denotadas em negrito.

onde ψ é o ângulo entre o eixo longitudinal do Ariel e o eixo x ; $\dot{\psi}$ representa, portanto, a velocidade angular do Ariel.

Estas equações levam a:

$$\dot{\psi} = \frac{v_d - v_e}{L} \quad (2.2)$$

$$v = \frac{v_d + v_e}{2} \quad (2.3)$$

Denotando por x_M o valor da abscissa do ponto M e por y_M a ordenada desse ponto, é imediato que³:

$$\dot{x}_M = v \cos \psi \quad (2.4)$$

$$\dot{y}_M = v \sin \psi \quad (2.5)$$

Resta modelar a dinâmica dos motores. Todas as forças necessárias à movimentação do Ariel se refletem no torque exigido dos motores.

A discussão que segue, até as expressões 2.6 e 2.7, é válida tanto para o motor direito como para o motor esquerdo, pois são motores de mesma especificação técnica e estão montados em condições idênticas. Por isso, abandona-se por ora os índices indicativos de posição do motor (direita ou esquerda), adotando o subscrito r para indicar grandezas e relações idênticas nos dois motores.

A relação procurada relaciona a tensão imposta ao motor V_r (entrada do motor) ao torque T_c imposto à roda (não ao eixo do motor). Esta relação, adiante explicitada, envolve também a velocidade v_r (velocidade do ponto central da roda considerada, proporcional à velocidade angular do eixo das rodas conforme 2.1).

A relação entre V_r , v_r e T_r (torque produzido no motor) depende da dinâmica do Conversor Digital/Analógico, do acionador PWM e dos redutores mecânicos, conforme ilustrado na figura 2.3. As seguintes considerações são fundamentais:

- O Conversor Digital/Analógico (e o Conversor Analógico/Digital) é um dispositivo estático. Os erros de quantização introduzidos por esses elementos são pequenos e podem ser desprezados.

³Durante o trabalho, Sistema de Coordenadas do Ambiente refere-se a uma particular escolha dos eixos de coordenadas geométricas x e y ; e Sistema de Coordenadas do Modelo designa um sistema de coordenadas no espaço de estados do modelo do Ariel.

- Os circuitos de acionamento PWM recebem sinal do conversor Digital/Analógico ($-5/+5$ volts) e enviam sinal de potência aos motores ($-24/+24$ volts)⁴.
- Um conjunto de redutores mecânicos está colocado entre o eixo do motor e o eixo da roda. Estes redutores podem ser considerados dispositivos estáticos com redução K_{RED} . O torque fornecido pelo motor é, portanto, multiplicado por K_{RED} , assim como a velocidade angular do eixo do motor é dividida por K_{RED} . Além disso, os redutores impõem uma perda de potência devida a atritos.

Um diagrama dos elementos dinâmicos do motor está esquematizado na figura 2.5. Testes efetuados com o motor em vazio (Ariel levantado do chão) permitiram concluir que a constante de tempo elétrica (introduzida pela indutância de armadura) é desprezível e não pode sequer ser mensurada⁵. As relações básicas no motor se tornam:

$$\begin{aligned} V_r - e_r &= i_r R_a \\ e_r &= K_e K_{RED} \omega_r \\ T_r &= K_t i_r \end{aligned}$$

onde:

V_r Tensão de Armadura no motor (entrada do motor) [V]

e_r Força Contra-Eletromotriz do motor [V]

i_r Corrente de Armadura do motor [A]

K_e Constante de Força Contra-Eletromotriz [V/rad s⁻¹]

K_{RED} Redução mecânica

ω_r Velocidade angular da roda, na saída do redutor mecânico [rad/s]

T_r Torque fornecido pelo motor [Nm]

K_t Constante de Torque do Servomotor [Nm/A]

R_a Resistência de Armadura [Ω]

Manipulações algébricas levam a:

$$T_r = \frac{K_t}{R_a} V_r - \frac{K_t K_e K_{RED}}{R_a R_A} v_r$$

⁴A resposta do acionador PWM não é linear, o que influirá nas respostas reais observadas adiante; a modelagem destas não linearidades é complexa e de natureza empírica.

⁵Esta aproximação é comumente adotada na modelagem de servomotores [66].

Figura 2.5: Elementos Dinâmicos do Motor

(R_A é o raio das rodas de tração). Obviamente vale:

$$T_r = T_m + T_c$$

onde:

T_m Torque perdido no motor [Nm]

T_c Torque exigido pela carga (Ariel) [Nm]

O torque perdido no motor é dado por:

$$T_m = \frac{J_m K_{RED}}{R_A} \dot{v}_r + \frac{f_m K_{RED}}{R_A} v_r$$

onde J_m é o momento de inércia do motor e f_m é o coeficiente de perdas de atrito do motor e redutor.

As duas relações anteriores permitem obter:

$$T_c = \frac{K_t}{R_a} V_r - \frac{K_t K_e K_{RED}}{R_a R_A} v_r - \frac{J_m K_{RED}}{R_A} \dot{v}_r - \frac{f_m K_{RED}}{R_A} v_r$$

Esta expressão é a relação procurada entre V_r , v_r e T_c . Esta expressão pode ser aplicada às duas rodas do Ariel, considerando ainda a relação entre T_c e a força aplicada à roda:

$$F_d = \frac{K_{RED}}{R_A} \left(\frac{K_t}{R_a} V_d - \frac{K_t K_e K_{RED}}{R_a R_A} v_d - \frac{J_m K_{RED}}{R_A} \dot{v}_d - \frac{f_m K_{RED}}{R_A} v_d \right) \quad (2.6)$$

$$F_e = \frac{K_{RED}}{R_A} \left(\frac{K_t}{R_a} V_e - \frac{K_t K_e K_{RED}}{R_a R_A} v_e - \frac{J_m K_{RED}}{R_A} \dot{v}_e - \frac{f_m K_{RED}}{R_A} v_e \right) \quad (2.7)$$

As relações entre as velocidades v_d e v_e e as forças F_d e F_e na expressão acima dependem da geometria do Robô e conferem um caráter não-linear às expressões de $\dot{v}_d$ e $\dot{v}_e$.

Figura 2.6: Forças atuantes no Ariel

A figura 2.6 apresenta as forças que atuam no Robô, considerando um referencial preso no Robô com versores $\mathbf{i}$ e $\mathbf{j}$. O equacionamento a seguir considera este sistema de coordenadas, com centro no centro de massa do Ariel (ponto G). Ausência de escorregamento é condição suposta durante a modelagem. Além disso, foi desconsiderada a inércia das rodas, por serem de reduzido peso e dimensões, bem como os atritos de rolamento existentes, e as forças na roda dianteira (com orientação livre).

- Teorema do Movimento do Baricentro:

$$F_d + F_e = m_A \left(\dot{v} - \frac{b_A}{2} \dot{\psi}^2 \right) \quad (2.8)$$

$$N_d + N_e = m_A \left(v \dot{\psi} + \frac{b_A}{2} \ddot{\psi} \right) \quad (2.9)$$

onde b_A é o comprimento do Ariel, m_A é sua massa (considerando também a massa da carga sobre o Robô) e N_d e N_e são forças de atrito nas rodas direita e esquerda respectivamente.

- Teorema do Momento Angular:

$$\frac{L}{2} F_d - \frac{L}{2} F_e - (N_d + N_e) \frac{b_A}{2} = J_A \ddot{\psi} \quad (2.10)$$

onde J_A é o momento de inércia do Robô em relação a um eixo perpendicular ao seu plano de movimento e passando pelo baricentro.

O valor de J_A é obtido por:

$$J_A = m_A \frac{a_A^2 + b_A^2}{12}$$

onde a_A é a largura do Ariel.

Substituindo o valor de $N_d + N_e$ de 2.9 em 2.10, e usando as relações 2.2 e 2.3, obtém-se:

$$F_d + F_e = m_A \left(\frac{\dot{v}_d + \dot{v}_e}{2} - \frac{b_A}{2} \left(\frac{v_d - v_e}{L} \right)^2 \right)$$

$$F_d - F_e = \frac{b_A}{L} \left(\frac{2J_A}{b_A} \left(\frac{\dot{v}_d - \dot{v}_e}{L} \right) + m_A \left(\left(\frac{v_d + v_e}{2} \right) \left(\frac{v_d - v_e}{L} \right) + \frac{b_A}{2} \left(\frac{\dot{v}_d - \dot{v}_e}{L} \right) \right) \right)$$

Manipulações algébricas permitem obter expressões separadas para F_d e F_e :

$$F_d = K_1 \dot{v}_d + K_2 \dot{v}_e - K_3 (v_e^2 - v_d v_e) \quad (2.11)$$

$$F_e = K_2 \dot{v}_d + K_1 \dot{v}_e - K_3 (v_d^2 - v_d v_e) \quad (2.12)$$

onde:

$$K_1 = \left(\frac{m_A}{4} + \frac{J_A}{L^2} + \frac{b_A^2 m_A}{4L^2} \right)$$

$$K_2 = \left(\frac{m_A}{4} - \frac{J_A}{L^2} - \frac{b_A^2 m_A}{4L^2} \right)$$

$$K_3 = \frac{b_A m_A}{2L^2}$$

Igualando as expressões 2.11 a 2.6 e 2.12 a 2.7:

$$K_4 \dot{v}_d + K_2 \dot{v}_e = K_3 (v_e^2 - v_d v_e) + K_5 V_d - K_6 v_d$$

$$K_2 \dot{v}_d + K_4 \dot{v}_e = K_3 (v_d^2 - v_d v_e) + K_5 V_e - K_6 v_e$$

onde:

$$K_4 = K_1 + \frac{J_m K_{RED}^2}{R_A^2}$$

$$K_5 = \frac{K_t K_{RED}}{R_a R_A}$$

$$K_6 = \frac{K_t K_e K_{RED}^2}{R_a R_A^2} + \frac{f_m K_{RED}^2}{R_A^2}$$

As expressões acima podem ser facilmente modificadas para considerar como entrada dos motores não as tensões de armadura V_d e V_e , mas sim os valores de velocidade desejados para as rodas direita e esquerda. Estes valores são mais apropriados para manipulação no microcomputador de Pilotagem, e são denotados por $\bar{u}_d$ (direito) e $\bar{u}_e$ (esquerdo). Um valor de velocidade desejada, por exemplo $\bar{u}_d = 0.5$ m/s, é transformado no interior do microcomputador em um valor de tensão enviado ao conversor D/A, o qual excursiona

entre $-5V$ e $+5V$. O maior valor de velocidade atingido para ambos os motores, em regime estacionário, é 0.82 m/s. Essa conclusão foi obtida através de testes experimentais com os motores, com o Robô sem contato com o solo. O microcomputador converte, portanto, valores de velocidade dentro da faixa ± 0.82 m/s para valores de tensão de saída, através da constante $K_u = \frac{5}{0.82} = 6.1$ Vs/m. As saídas dos conversores D/A alimentam os amplificadores de potência dos motores. Estes amplificadores recebem tensão entre $-5V$ e $+5V$ e entregam tensão entre $-24V$ e $+24V$; portanto tem ganho $K_{PWM} = 4.8$. A tensão de saída é fornecida ao circuito de armadura dos motores. Consequentemente:

$$\begin{aligned} V_d &= K_u K_{PWM} \bar{u}_d = 29.28 \bar{u}_d \\ V_e &= K_u K_{PWM} \bar{u}_e = 29.28 \bar{u}_e \end{aligned}$$

Manipulações algébricas permitem obter:

$$\begin{aligned} \dot{v}_d &= \left(\frac{1}{K_4^2 + K_2^2} \right) (K_4 K_3 (v_e^2 - v_d v_e) \\ &\quad - K_2 K_3 (v_d^2 - v_d v_e) + K_4 K_5 K_u K_{PWM} \bar{u}_d \\ &\quad - K_2 K_5 K_u K_{PWM} \bar{u}_e - K_4 K_6 v_d + K_2 K_6 v_e) \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} \dot{v}_e &= \left(\frac{1}{K_4^2 + K_2^2} \right) (-K_2 K_3 (v_e^2 - v_d v_e) \\ &\quad + K_4 K_3 (v_d^2 - v_d v_e) - K_2 K_5 K_u K_{PWM} \bar{u}_d \\ &\quad + K_4 K_5 K_u K_{PWM} \bar{u}_e + K_2 K_6 v_d - K_4 K_6 v_e) \end{aligned} \quad (2.14)$$

2.2.1 Valores Numéricos

As seguintes constantes são relevantes para a modelagem:

$$\begin{array}{ll} K_t = 5.18 \times 10^{-2} \text{ Nm/A} & K_e = 7.89 \times 10^{-2} \text{ V/rad s}^{-1} \\ J_m = 700 \times 10^{-6} \text{ Kg m}^2 & R_a = 0.7 \Omega \\ K_{RED} = 30 & R_A = 0.075 \text{ m} \\ a_A = 600 \text{ mm} & b_A = 1100 \text{ mm} \\ L = 730 \text{ mm} & \end{array}$$

O coeficiente de perdas por atrito f_m foi obtido experimentalmente. Os motores foram acionados em velocidades estacionárias fixas, com o Ariel levantado do chão. Mediu-se a corrente i_r dos motores, relacionada diretamente com o torque pela constante K_t . O valor de f_m foi obtido através de:

Figura 2.7: Relação entre velocidade e coeficiente de atrito

$$f_m \frac{K_{RED} v_r}{R_A} = T_r = K_t i_r$$

A figura 2.7 apresenta a relação entre a velocidade das rodas e o coeficiente de atrito medido. Tomou-se na modelagem o valor de f_m medido para velocidade nominal, ou seja, 0.5 m/s:

$$f_m = 0.00063 \text{ N s}$$

Obtém-se:

$$\begin{aligned} K_5 &= 29.6 \text{ N V}^{-1} \\ K_6 &= 1034.97 \text{ N s m}^{-1} \end{aligned}$$

Os parâmetros J_A , K_3 , K_4 e K_5 dependem da massa do Ariel (massa do Robô + carga), a qual varia entre 68 kg (sem carga) e 168 kg (carga máxima permitida).

- Robô sem carga ($m_A = 68 \text{ kg}$):

$$\begin{aligned} J_A &= 8.89 \text{ kg m}^2 \\ K_3 &= 70.18 \text{ kg m}^{-1} \\ K_4 &= 184.28 \text{ kg} \\ K_2 &= -38.28 \text{ kg} \end{aligned}$$

Portanto:

$$\begin{aligned}\dot{v}_d &= 0.365(v_e^2 - v_d v_e) + 0.076(v_d^2 - v_d v_e) + 4.51\bar{u}_d + 0.94\bar{u}_e - 5.38v_d - 1.12v_e \\ \dot{v}_e &= 0.076(v_e^2 - v_d v_e) + 0.365(v_d^2 - v_d v_e) + 0.94\bar{u}_d + 4.51\bar{u}_e - 1.12v_d - 5.38v_e\end{aligned}$$

- Robô com carga média ($m_A = 118$ kg, sendo 50 kg de carga sobre o Robô):

$$\begin{aligned}J_A &= 15.43 \text{kg m}^2 \\ K_3 &= 121.78 \text{kg m}^{-1} \\ K_4 &= 237.43 \text{kg} \\ K_2 &= -66.6 \text{kg}\end{aligned}$$

Portanto:

$$\begin{aligned}\dot{v}_d &= 0.47(v_e^2 - v_d v_e) - 0.13(v_d^2 - v_d v_e) + 3.38\bar{u}_d - 0.95\bar{u}_e - 4.03v_d + 1.13v_e \\ \dot{v}_e &= -0.13(v_e^2 - v_d v_e) + 0.47(v_d^2 - v_d v_e) - 0.95\bar{u}_d + 3.38\bar{u}_e + 1.13v_d - 4.03v_e\end{aligned}$$

- Robô com carga máxima ($m_A = 168$ kg, sendo 100 kg de carga sobre o Robô):

$$\begin{aligned}J_A &= 21.98 \text{kg.m}^2 \\ K_3 &= 173.39 \text{kg.m}^{-1} \\ K_4 &= 290.61 \text{kg} \\ K_2 &= -94.61 \text{kg}\end{aligned}$$

Portanto:

$$\begin{aligned}\dot{v}_d &= 0.53(v_e^2 - v_d v_e) - 0.175(v_d^2 - v_d v_e) + 2.69\bar{u}_d - 0.88\bar{u}_e - 3.21v_d + 1.05v_e \\ \dot{v}_e &= -0.175(v_e^2 - v_d v_e) + 0.53(v_d^2 - v_d v_e) - 0.88\bar{u}_d + 2.69\bar{u}_e + 1.05v_d - 3.21v_e\end{aligned}$$

2.3 Aproximação Linear do Modelo

As equações 2.13 e 2.14, representativas dos motores, juntamente com as expressões 2.2, 2.3, 2.4 e 2.5, modelam o Ariel. Este modelo foi extensivamente simulado, para vários valores de entrada e cargas diferentes (sem carga, carga média e carga máxima), e os resultados foram comparados com resultados reais de operação do Robô.

Com o objetivo de permitir uma coleta rápida de dados de experiências, foi feito um programa preliminar destinado a interfacear com o usuário e movimentar o Ariel segundo alguns perfis de velocidade simples e sem preocupação com o controle de trajetória. Basicamente, este programa permite:

- Definir degraus de velocidade de amplitudes arbitrárias e independentes para cada roda.
- Observar graficamente os perfis de velocidade resultantes da aplicação desses degraus.
- Armazenar todas as variáveis relevantes em disco flexível para posterior análise.

Notou-se, em simulações, que o comportamento de v_d e v_e , em condições nominais de operação do Ariel, ou seja, para velocidades médias (menores que 1 m/s) e velocidades angulares baixas ($\dot{\psi}$ menor que 0.5 rad/s), é bastante próximo de um comportamento linear. Devido a isso, procurou-se fazer um modelamento simplificado considerando os motores desacoplados e ausência de efeitos não-lineares. As expressões 2.11 e 2.12 foram simplesmente substituídas por:

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{m_A}{2} \dot{v}_d \\ F_e &= \frac{m_A}{2} \dot{v}_e \end{aligned}$$

As quais, uma vez igualadas respectivamente a 2.6 e 2.7 resultam em:

$$\dot{v}_d = \frac{K}{T} \bar{u}_d - \frac{1}{T} v_d \quad (2.15)$$

$$\dot{v}_e = \frac{K}{T} \bar{u}_e - \frac{1}{T} v_e \quad (2.16)$$

onde:

$$\begin{aligned} K &= \frac{K_5 K_u K_{PWM}}{K_6} \\ T &= \frac{\left(\frac{J_m K_{RED}^2}{R_A^2} + \frac{m_A}{2} \right)}{K_6} \end{aligned}$$

com K_5 e K_6 definidos anteriormente.

- Robô sem carga ($m_A = 68$ kg):

$$\begin{aligned} v_d &= \frac{0.837}{0.141} \bar{u}_d - \frac{1}{0.141} v_d \\ v_e &= \frac{0.837}{0.141} \bar{u}_e - \frac{1}{0.141} v_e \end{aligned}$$

- Robô com carga média ($m_A = 118$ kg, sendo 50 kg de carga sobre o Robô):

$$\begin{aligned} v_d &= \frac{0.837}{0.165} \bar{u}_d - \frac{1}{0.165} v_d \\ v_e &= \frac{0.837}{0.165} \bar{u}_e - \frac{1}{0.165} v_e \end{aligned}$$

- Robô com carga máxima ($m_A = 168$ kg, sendo 100 kg de carga sobre o Robô):

$$\begin{aligned} v_d &= \frac{0.837}{0.189} \bar{u}_d - \frac{1}{0.189} v_d \\ v_e &= \frac{0.837}{0.189} \bar{u}_e - \frac{1}{0.189} v_e \end{aligned}$$

As figuras 2.8 a 2.13 mostram os resultados de uma série de simulações realizadas com os modelos completo⁶ (expressões 2.13 e 2.14) e aproximado (expressões 2.15 e 2.16).

Três tipos de sinais foram impostos nas entradas ($\bar{u}_d$ e $\bar{u}_e$):

- Entradas com valor igual e constante (degraus de velocidade com mesma amplitude), ou seja, o Ariel é forçado a seguir em linha reta (pois $\dot{\psi} = 0$). As figuras 2.8 e 2.9 apresentam as respostas transitórias do modelo completo e aproximado para a roda direita (as respostas para a roda esquerda são idênticas) para diferentes valores de velocidade e carga.

Para velocidade nominal (0.5 m/s), figuras 2.8.a, 2.8.c, 2.9.a e 2.9.c, a diferença entre modelo completo e aproximado é bastante pequena, exceto na última figura. Esta última figura representa uma situação de carga não permitida (300 kg), e foi incluída para demonstrar que o comportamento não linear deve ser considerado para cargas muito elevadas. Para as cargas permitidas (entre 0 kg e 100 kg) o comportamento dos motores é qualitativamente idêntico a linear na velocidade nominal. O regime estacionário dos dois modelos é idêntico e a constante de tempo é aproximadamente a mesma.

Uma ampla faixa de velocidades foi testada, obtendo-se os mesmos resultados. As figuras 2.8.b, 2.8.d, 2.9.b e 2.9.d apresentam resultados obtidos para velocidade de 2 m/s. Esta velocidade está acima da faixa de velocidades atingidas pelos motores e foi incluída para demonstrar que, em Trajetórias Retas, aumentos de velocidade não pioram a aproximação linear dos motores. Mais uma vez, o aumento de carga é importante (a figura 2.9.d apresenta os perfis de velocidade para carga de 300 kg). Durante todas as simulações realizadas com Trajetórias Retas, o comportamento estacionário do modelo completo e aproximado foi muito semelhante para cargas na faixa de 0 a 100 kg.

⁶ Nas figuras, a palavra *completo* indica que o gráfico contém valores de simulação do modelo não linear completo, e *aprox.* indica que o gráfico contém valores de simulação do modelo aproximado.

- Entradas com valores diferentes e constantes de velocidade (degraus de velocidade com diferentes amplitudes), ou seja, o Robô é forçado a seguir uma Trajetória Circular (pois $\dot{\psi}$ tem valor constante).

As figuras 2.10 a 2.12 apresentam resultados de simulação para este caso. Na figura 2.10 considerou-se o Robô sem carga; na figura 2.11 considerou-se o Robô com carga de 50 kg e na figura 2.12 considerou-se o Robô com carga de 100 kg.

Em cada uma das figuras, foram comparados os resultados para modelo completo e aproximado para três casos:

- Situação nominal, ou seja, velocidade de 0.5 m/s e raio de 1 m.
- Aumento de de velocidade (mantendo raio nominal).
- Diminuição de raio (mantendo velocidade nominal).

As duas alterações mencionadas permitem avaliar se ocorre aumento significativo de diferença entre modelo completo e aproximado, uma vez que aumentos de velocidade e diminuição de raio aumentam a influência de termos devidos à rotação.

As figuras indicadas demonstram que movimentos circulares produzem maiores diferenças entre o modelo completo e aproximado do que movimentos retilíneos. Uma das rodas atinge uma velocidade mais alta que a correspondente aproximação linear, enquanto outra atinge uma velocidade mais baixa que a correspondente aproximação linear. Aumentos de velocidade, e sobretudo diminuições de raio de curvatura, levam a diferenças um pouco maiores entre o comportamento dos modelos completo e aproximado, assim como aumentos na carga. De forma geral, porém, o comportamento do modelo completo difere do modelo aproximado linear em termos de parâmetros (os valores de ganho K e constante de tempo T) e não qualitativamente.

- Entradas constantes e simétricas (ou seja, movimento de rotação em torno do ponto M). Nesse caso, os termos devidos a rotação têm influência efetiva na dinâmica do Robô e o comportamento do modelo completo é bastante diferente do comportamento do modelo aproximado linear. A figura 2.13 apresenta resultados de simulação para rotações no sentido horário em duas diferenças de velocidade, 0.6 m/s (velocidades de ± 0.3 m/s, possíveis no Robô real) e 2 m/s (velocidades de ± 1 m/s, não atingíveis no Robô real). No caso do Robô sem carga (figuras 2.13.a e 2.13.b), ainda existe uma forte semelhança qualitativa entre a resposta não linear e a resposta aproximada. A colocação de carga máxima (100 kg, nas figuras 2.13.c e 2.13.d) acarreta diferenças consideráveis entre os resultados não lineares e aproximados, diferenças estas acentuadas para aumentos na diferença de velocidades das rodas.

A análise acima indica que, para velocidades, movimentos e cargas situados na faixa normal de operação (velocidades menores que 0.8 m/s, movimentos retilíneos e circulares, e cargas abaixo de 100 kg), a aproximação linear é suficiente, *desde que o Controlador de Trajetória seja robusto o suficiente para acomodar variações de K e T* . A faixa de variação de K e T é estabelecida adiante, após uma análise detalhada de dados do comportamento do Ariel em operação real.

A aproximação linear dos motores, estabelecida nas equações 2.15 e 2.16, possui o inconveniente de depender da carga sobre o Robô. A variação da carga é uma incógnita, e o Ariel não dispõe de sensores para medi-la diretamente. Por isso, procurou-se fazer uma segunda aproximação, considerando que o Ariel transporta sempre carga média de 50 kg⁷. Esta segunda aproximação, assim como a primeira, deve se apoiar em evidências experimentais, que são agora analisadas⁸.

As figuras 2.14 a 2.19 apresentam resultados comparativos entre o modelo aproximado *linear e com parâmetros constantes* e dados obtidos em operação real do Robô. São analisadas as mesmas situações abordadas anteriormente na comparação entre modelo completo e modelo aproximado linear.

- A figura 2.14 apresenta resultados de operação real para Trajetória Reta (entradas mantidas constantes e de valor igual) em velocidade nominal (0.5 m/s) aplicadas ao Robô com cargas de 0kg, 50 kg e 100 kg. Resultados de simulação para modelo aproximado linear com parâmetros constantes estão colocados juntamente às figuras com dados reais para comparação. O modelo aproximado foi calculado considerando carga média de 50 kg, o que resulta em $K = 0.837$ e $T = 0.165s$.

É possível notar, observando as figuras, que o comportamento do Robô apresenta ganho menor e constantes de tempo maiores que os previstos no modelo aproximado. Isso se deve a:

- Imprecisão no valor das perdas por atrito nos motores e redutores (embutidas no coeficiente f_m , que foi medido experimentalmente com o Robô suspenso).
- Desconsideração de forças de atrito de rolamento e forças na roda dianteira na modelagem.
- Não linearidades no comportamento do acionador PWM. O circuito de acionamento tem não linearidades para tensões baixas. Devido à necessidade de evitar condução simultânea em transistores de mesmo ramo (levando a curto-circuitos da fonte), o circuito possui uma limitação no tempo mínimo de condução quando as velocidades estão próximas de zero. Essa limitação é responsável pelas "quebras" bruscas observadas nas figuras de velocidade no início de aceleração. Esta "quebra" de operação leva, por sua vez, a uma maior constante de tempo.

Devido a estes fatores, os valores de K e T foram levemente modificados para corresponder com precisão às características do Robô em operação real e velocidade nominal. Foram adotados $K = 0.8$ (diminuição de 4% em relação ao calculado) e $T = 0.2s$ (aumento de 20% em relação ao calculado). Como se observa, a constante

⁷Uma solução diferente da aqui adotada seria projetar um Controlador dependente de K e T e identificar estes parâmetros durante funcionamento do Robô. O Capítulo 5 discute esse ponto. Na solução adotada neste trabalho, o Controlador projetado deve ser robusto a tais variações de parâmetros. O Capítulo 4 analisa a sensibilidade do Controlador proposto neste trabalho a grandes variações de condições operacionais.

⁸Nas figuras, a palavra *real* indica que o gráfico mostra dados experimentais.

de tempo é fortemente afetada pela ação não linear do circuito PWM no início de aceleração.

A figura 2.15 apresenta os mesmos resultados experimentais da figura 2.14, comparados agora ao modelo aproximado linear com $K = 0.8$ e $T = 0.2s$. A resposta é bastante próxima, exceto para carga máxima. O modelo aproximado é, portanto, bastante fiel ao comportamento do Ariel *para velocidade nominal*.

As figuras 2.16.a e 2.16.b comparam resultados experimentais e o modelo aproximado para velocidade nominal negativa (-0.5 m/s) para Robô sem carga e com carga máxima, respectivamente. As figuras 2.16.c e 2.16.d apresentam os mesmos dados, para velocidades baixas (0.3 m/s) e altas (0.82 m/s), com carga máxima. Note-se que, embora bastante bom para velocidade nominal negativa, o modelo linear acarreta erros de ganho para velocidades baixas (explicadas devido à ação da zona morta do motor) e para velocidades altas.

- As figuras 2.17 a 2.18 apresentam resultados obtidos em movimentos circulares, para velocidades de 0.5 m/s e 0.3 m/s, raio 1 m e várias cargas. Para movimentos circulares, observa-se que, apesar da existência de erros no valor de ganho para velocidades diferentes da nominal, o comportamento qualitativo dos motores é semelhante ao modelo aproximado, a menos das não linearidades do acionador PWM.
- A figura 2.19 apresenta resultados de movimentos de rotação em torno do ponto M . Os movimentos de rotação introduzem características essencialmente não lineares no sistema, conforme anteriormente analisado. Por isso, as diferenças entre os modelos completo e aproximado são substanciais, sobretudo no que diz respeito aos ganhos estacionários. Além disso, para diferenças de velocidade grandes e cargas elevadas (figura 2.19.d) o comportamento passa a ser bastante diferente do aproximado, devido ao aparecimento de novas constantes de tempo bastante grandes.

Portanto:

Conclusão 2.1 *Para velocidades, trajetórias e cargas nominais⁹, a dinâmica dos motores do Ariel pode ser aproximada por:*

$$\dot{v}_d = \frac{0.8}{0.2} \bar{u}_d - \frac{1}{0.2} v_d$$

$$\dot{v}_e = \frac{0.8}{0.2} \bar{u}_e - \frac{1}{0.2} v_e$$

desde que o Controlador de Trajetória seja robusto a variações de K e T nas faixas:

$$0.65 \leq K \leq 0.9$$

$$0.15 \leq T \leq 0.4$$

⁹Os casos de velocidades e cargas elevadas, bem como trajetórias com raios de curvatura reduzidos, merecem estudo aprofundado e são discutidos no Capítulo 5. No caso do Ariel, porém, tais casos só valeriam para situações que violassem as especificações de projeto.

Grafico (a)
Modelos Completo x Aprox.

Traj. Reta - sem carga - $v = 0.5$ m/s

Grafico (b)
Modelo Completo x Aprox.

Traj. Reta - sem carga - $v = 2$ m/s

Grafico (c)
Modelo Completo x Aprox.

Traj. Reta - carga 50 kg - $v = 0.5$ m/s

Grafico (d)
Modelo Completo x Aprox.

Traj. Reta - carga 50 kg - $v = 2$ m/s

Figura 2.8: Comparação entre Modelo Completo e Modelo Aproximado - Trajetória Reta, cargas 0 kg, 50 kg

Grafico (a)
Modelo Completo x Aproximado

Trajet. Reta - Carga 100 kg - $v = 0.5 \text{ m/s}$

Grafico (b)
Modelo Completo x Aprox.

Trajet. Reta - carga 100 kg - $v = 2 \text{ m/s}$

Grafico (c)
Modelo Completo x Aprox.

Trajet. Reta - carga 300 kg - $v = 0.5 \text{ m/s}$

Grafico (d)
Modelo Completo x Aprox.

Trajet. Reta - carga 300 kg - $v = 2 \text{ m/s}$

Figura 2.9: Comparação entre Modelo Completo e Modelo Aproximado - Trajetória Reta, cargas 100 kg, 300 kg

Grafico (a)
Modelo Completo x Aprox.

Grafico (b)
Modelo Completo x Aprox.

Grafico (c)
Modelo Completo x Aprox.

Figura 2.10: Comparação entre Modelo Completo e Modelo Aproximado - Trajetória Circular, sem carga

Grafico (a)
Modelo Completo x Aprox.

Trajet. Circular - Raio 1 m
Carga 50 kg - $v = 0.5$ m/s

Grafico (b)
Modelo Completo x Aprox.

Trajet. Circular - Raio 0.5 m
Carga 50 kg - $v = 0.5$ m/s

Grafico (c)
Modelo Completo x Aprox.

Trajet. Circular - Raio 1 m
Carga 50 kg - $v = 1$ m/s

Figura 2.11: Comparação entre Modelo Completo e Modelo Aproximado - Trajetória Circular, carga 50 kg

Grafico (a)
Modelo Completo x Aprox.

Trajet. Circular - Raio 1 m
Carga 100 kg - $v = 0.5$ m/s

Grafico (b)
Modelo Completo x Aprox.

Trajet. Circular - Raio 0.5 m
Carga 100 kg - $v = 0.5$ m/s

Grafico (c)
Modelo Completo x Aprox.

Trajet. Circular - Raio 1 m
Carga 100 kg - $v = 1$ m/s

Figura 2.12: Comparação entre Modelo Completo e Modelo Aproximado - Trajetória Circular, carga 100 kg

Grafico (a)
Modelo Completo x Aprox.

Rotacao - sem carga
Diferença de velocidades 0.6 m/s

Grafico (b)
Modelo Completo x Aprox.

Rotacao - sem carga
Diferença de velocidades 2 m/s

Grafico (c)
Modelo Completo x Aprox.

Rotacao - Carga 100 kg
Diferença de velocidades 0.6 m/s

Grafico (d)
Modelo Completo x Aprox.

Rotacao - Carga 100 kg
Diferença de Velocidades 2 m/s

Figura 2.13: Comparação entre Modelo Completo e Modelo Aproximado - Rotação

Gráfico (a)
Dados de Operação Real

Trajectoria Reta
Sem carga - $v = 0.5$ m/s

Gráfico (b)
Dados de Operação Real

Trajectoria Reta
Carga 50 kg - $v = 0.5$ m/s

Gráfico (c)
Dados de Operação Real

Trajectoria Reta
Carga 100 kg - $v = 0.5$ m/s

Figura 2.14: Análise de Resultados de Operação Real - Trajetória Reta

Gráfico (a)
Dados de Operação Real

Trajectoria Reta
Sem carga - $v = 0.5$ m/s

Gráfico (b)
Dados de Operação Real

Trajectoria Reta
Carga 50 kg - $v = 0.5$ m/s

Gráfico (c)
Dados de Operação Real

Trajectoria Reta
Carga 100 kg - $v = 0.5$ m/s

Figura 2.15: Análise de Resultados de Operação Real - Trajetória Reta, modelo modificado

Grafico (a)
Dados de Operacao Real

Trajectoria Reta
Sem carga - $v = -0.5 \text{ m/s}$

Grafico (b)
Dados de Operacao Real

Trajectoria Reta
Carga 100 kg - $v = -0.5 \text{ m/s}$

Grafico (c)
Dados de Operacao Real

Trajectoria Reta
Carga 100 kg - $v = 0.3 \text{ m/s}$

Grafico (d)
Dados de Operacao Real

Trajectoria Reta
Carga 100 kg - $v = 0.82 \text{ m/s}$

Figura 2.16: Análise de Resultados de Operação Real - Trajetória Reta, velocidades -0.5 m/s , 0.3 m/s e 0.82 m/s

Grafico (a)
Dados de Operacao Real

Trajectoria Circular - Raio 1 m
Sem carga - $v = 0.5$ m/s

Grafico (b)
Dados de Operacao Real

Trajectoria Circular - Raio 1 m
Carga 50 kg - $v = 0.5$ m/s

Grafico (c)
Dados de Operacao Real

Trajectoria Circular - Raio 1 m
Carga 100 kg - $v = 0.5$ m/s

Figura 2.17: Análise de Resultados de Operação Real - Trajetória Circular, velocidade 0.5 m/s

Grafico (a)
Dados de Operação Real

Trajectoria Circular - Raio 1 m
Sem carga - $v = 0.3 \text{ m/s}$

Grafico (b)
Dados de Operação Real

Trajectoria Circular - Raio 1 m
Carga 50 kg - $v = 0.3 \text{ m/s}$

Grafico (c)
Dados de Operação Real

Trajectoria Circular - Raio 1 m
Carga 100 kg - $v = 0.3 \text{ m/s}$

Figura 2.18: Análise de Resultados de Operação Real - Trajetória Circular, velocidade 0.3 m/s

Grafico (a)
Dados de Operacao Real

Rotacao
Sem carga - $\Delta v = 0.6 \text{ m/s}$

Grafico (b)
Dados de Operacao Real

Rotacao
Carga 100 kg - $\Delta v = 0.6 \text{ m/s}$

Grafico (c)
Dados de Operacao Real

Rotacao
Sem carga - $\Delta v = 1 \text{ m/s}$

Grafico (d)
Dados de Operacao Real

Rotacao
Carga 100 kg - $\Delta v = 1 \text{ m/s}$

Figura 2.19: Análise de Resultados de Operação Real - Rotação

2.4 Equações de Estado considerando Referencial Fixo

A existência de imprecisões e variações no valor de ganho K dos motores acarreta erros estacionários consideráveis nas velocidades. Os erros de velocidade são permanentemente acumulados nos erros de posição. O Controlador de Trajetória deve ser projetado de forma que erros estacionários, provenientes de falhas na modelagem (distúrbios determinísticos no parâmetro K) sejam cancelados, ou seja, o Controlador deve ter características integrais. Para embutir esse requisito de projeto no problema clássico de Regulador Linear Quadrático (onde não aparecem integrais de variáveis no Índice de Desempenho), duas mudanças são feitas na descrição do Sistema¹⁰:

- Introduzem-se como variáveis de estado as derivadas das velocidades:

$$\dot{v}_d = \alpha_d \quad (2.17)$$

$$\dot{v}_e = \alpha_e \quad (2.18)$$

- Tomam-se novas entradas, iguais às derivadas das entradas anteriores ($u_d = \dot{\bar{u}}_d$ e $u_e = \dot{\bar{u}}_e$). Derivando-se as equações 2.15 e 2.16, obtém-se:

$$\dot{\alpha}_d = \frac{K}{T} \dot{\bar{u}}_d - \frac{1}{T} \alpha_d = \frac{K}{T} u_d - \frac{1}{T} \alpha_d \quad (2.19)$$

$$\dot{\alpha}_e = \frac{K}{T} \dot{\bar{u}}_e - \frac{1}{T} \alpha_e = \frac{K}{T} u_e - \frac{1}{T} \alpha_e \quad (2.20)$$

Note-se que agora as entradas do sistema u_d e u_e não são mais diretamente aplicadas à entrada dos motores, relacionando-se às derivadas das entradas originais.

As figuras 2.20 e 2.21 indicam duas maneiras de visualizar a mudança realizada no sistema para o motor direito:

- As novas entradas atuam não sobre as velocidades, mas sim sobre as acelerações. As velocidades são obtidas simplesmente integrando os sinais de aceleração. A equação 2.19 reflete esta descrição do Sistema, ilustrada na figura 2.20.
- As entradas calculadas pelo Controlador são integradas antes de passarem para os motores e atuarem sobre as velocidades. As acelerações são obtidas simplesmente derivando-se os sinais de velocidade. A figura 2.21 ilustra essa situação.

¹⁰Este artifício matemático foi sugerido por Athans [86] e é apresentado em detalhes no Apêndice B, seção B.3.

Figura 2.20: Introdução de α_d no Sistema do Ariel - Primeira Forma de Visualização

Figura 2.21: Introdução de α_d no Sistema do Ariel - Segunda Forma de Visualização

Obviamente, a segunda forma de visualizar a mudança de variáveis corresponde à implementação prática do Controlador, pois o motor continua sendo comandado por $\bar{u}_d$ (ou $\bar{u}_e$) e produz como saída v_d (ou v_e). A primeira forma de visualizar a mudança reflete as novas equações e tem significado apenas matemático.

As equações 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.17, 2.18, 2.19 e 2.20 e a simplificação acima levam ao seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_M &= \left(\frac{v_d + v_e}{2} \right) \cos \psi \\
 \dot{y}_M &= \left(\frac{v_d + v_e}{2} \right) \sin \psi \\
 \dot{\psi} &= \frac{v_d - v_e}{L} \\
 \dot{v}_d &= \alpha_d \\
 \dot{v}_e &= \alpha_e \\
 \dot{\alpha}_d &= \frac{K}{T} u_d - \frac{1}{T} \alpha_d \\
 \dot{\alpha}_e &= \frac{K}{T} u_e - \frac{1}{T} \alpha_e
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

O vetor de estados, simbolizado por $\mathcal{X}$, é:

$$\mathcal{X} = \begin{bmatrix} x_M \\ y_M \\ \psi \\ v_d \\ v_e \\ \alpha_d \\ \alpha_e \end{bmatrix}$$

Note-se que o sistema 2.21 é invariante a rotações e translações efetuadas no Sistema de Coordenadas do Ambiente em que se move o Ariel. Essas operações estão ilustradas na

Figura 2.22: Mudança de Sistema de Coordenadas do Ambiente

figura 2.22, representando dois Sistemas de Coordenadas do Ambiente (x, y) e (x'_M, y'_M) . Esse tipo de mudança obviamente não afeta as equações relativas a $\alpha_d, \alpha_e, v_d, v_e$. As equações relativas a x'_M, y'_M e ψ' no novo sistema são idênticas às anteriores¹¹ entre os eixos x e y e o ângulo ψ .

Esta propriedade é extremamente vantajosa, pois pode-se modificar o sistema de referência para cada trecho de uma determinada trajetória dividida em sub-trajetórias retilíneas e circulares. As seguintes mudanças são empregadas neste trabalho:

- As trajetórias retilíneas são consideradas sempre sobre o eixo x , com início na origem.
- As trajetórias circulares de raio r_c são consideradas sempre com centro na origem, e o Ariel parte da posição $(0, -r_c)$ com orientação paralela ao eixo x (portanto $\psi(t_o) = 0$).

¹¹As condições iniciais para x_M, y_M e ψ são diferentes das condições iniciais para x'_M, y'_M e ψ' . A relação entre essas variáveis é:

$$x'_M = (x_M - x_1) \cos \theta + (y_M - y_1) \sin \theta \quad y'_M = -(x_M - x_1) \sin \theta + (y_M - y_1) \cos \theta \quad \psi' = \psi - \theta \quad (2.22)$$

onde x_1, y_1 e θ são constantes que definem a mudança de coordenadas.

2.5 ATGS e Modelagem em Referencial Móvel

Sistemas com necessidade de percorrer trajetórias especificadas podem enfrentar dois tipos de erros: erros entre a posição desejada na trajetória e a posição real, e erros entre a posição real e o ponto mais próximo na trajetória. Pode acontecer que, embora a posição real esteja próxima da trajetória (o segundo tipo de erro é pequeno), a diferença entre a posição real e um ponto desejado seja grande.

A discussão que segue é baseada na técnica de ATGS (*Autonomous Trajectory Generating Servomechanism*), um recurso de controle desenvolvido para robôs manipuladores por Mizutani e Hasegawa [83] [84] e que enfoca o projeto de Controladores de Trajetória para sistemas com as características acima mencionadas, deixando livre o projeto dos controladores de motores e atuadores.

2.5.1 Princípio do ATGS

Consideram-se trajetórias genéricas definidas num plano, descritas pela equação:

$$f(x, y) = 0$$

onde x e y são coordenadas cartesianas. Os vetores normal $\mathbf{n}$ e tangencial $\mathbf{t}$ à curva em um determinado ponto são¹²:

$$\mathbf{n} = \frac{\nabla f(x, y)}{|\nabla f(x, y)|} = \frac{[f_x(x, y), f_y(x, y)]}{|\nabla f(x, y)|} \quad \mathbf{t} = \frac{[f_y(x, y), -f_x(x, y)]^T}{|\nabla f(x, y)|}$$

Uma estratégia simples para gerar os sinais de referência é calcular os valores de $(\dot{x}, \dot{y})$ em cada ponto da curva através de:

$$\mathbf{v} = [\dot{x}, \dot{y}] = v\mathbf{t} = \frac{[vf_y, -vf_x]}{|\nabla f|} \quad (2.23)$$

Em um robô manipulador cartesiano os valores de $\dot{x}$ e $\dot{y}$ definem perfeitamente o movimento a ser realizado. Afim de generalizar o ATGS para robôs com braços articulados, Mizutani empregou também a coordenada z no ATGS. Uma vez que o Ariel se move apenas em um plano, pode-se considerar apenas x e y .

A existência de distúrbios em robôs reais faz com que os sinais gerados através da equação 2.23, enviados a um robô, não produzam exatamente a trajetória desejada.

Com o objetivo de eliminar erros e transformar a lei de operação 2.23 em um mecanismo de realimentação, Mizutani [85] introduziu termos de correção tanto em $\dot{x}$ quanto

¹²Os subscritos x e y referem-se à derivadas parciais nas variáveis x e y .

Figura 2.23: Operação do ATGS

em $\dot{y}$. Os sinais de $\dot{x}$ e $\dot{y}$ passam a ser dados por $\mathbf{v} + \mathbf{V}_r$, onde $\mathbf{V}_r$ é o vetor formado por termos de correção. Mizutani propõe o seguinte *recovery vector*:

$$\mathbf{V}_r = [-f(x, y) \cdot f_x(x, y), -f(x, y) \cdot f_y(x, y)]$$

Em cada ponto, os sinais de referência aplicados aos motores tem uma componente tangencial e uma componente normal. A figura 2.23 mostra uma trajetória qualquer, a posição real do robô e as duas componentes que interferem na geração dos sinais de trajetória: o vetor $\mathbf{v}$, tangencial, e o *recovery vector*, normal. As componentes do ATGS são sempre calculadas em relação a um referencial fixo.

Estudos realizados por Mizutani [85] indicam que uma substancial melhoria nas características de estabilidade do ATGS pode ser obtida com a soma de termos com derivada de f no *recovery vector*. As expressões acima recebem, nesse caso, mais um termo, proporcional à derivada $\dot{f}$ com um ganho k_2 . Nesse caso, tem-se¹³:

$$\begin{aligned} \dot{x}_c &= v \frac{f_y(x_m, y_m)}{|\nabla f(x_m, y_m)|} - k_1 f(x_m, y_m) \frac{f_x(x_m, y_m)}{|\nabla f(x_m, y_m)|^2} - k_2 \dot{f}(x_m, y_m) \frac{f_x(x_m, y_m)}{|\nabla f(x_m, y_m)|^2} \\ \dot{y}_c &= -v \frac{f_x(x_m, y_m)}{|\nabla f(x_m, y_m)|} - k_1 f(x_m, y_m) \frac{f_y(x_m, y_m)}{|\nabla f(x_m, y_m)|^2} - k_2 \dot{f}(x_m, y_m) \frac{f_y(x_m, y_m)}{|\nabla f(x_m, y_m)|^2} \end{aligned}$$

A principal vantagem do ATGS é o aumento da imunidade do sistema a erros ou saturações. O Controlador passa a considerar sempre o erro entre a posição real do objeto controlado e o ponto da trajetória mais próximo. Num Controlador de Trajetória comum, é necessário gerar internamente ao Controlador uma "trajetória de referência", em relação à qual os erros em x e y são calculados. No caso de saturação dos atuadores, os erros entre a

¹³O subscrito $_c$ se relaciona aos sinais de posição e velocidade *enviados* ao Ariel; o subscrito $_m$ se relaciona aos sinais de posição e velocidade *medidos*.

Figura 2.24: Exemplo da Diferença entre Controladores Convencionais e ATGS

trajetória de referência e a posição do objeto controlado podem crescer substancialmente, independente de quão próximo o objeto controlado estiver da trajetória. A figura 2.24 compara duas trajetórias circulares, realizadas por um robô manipulador cartesiano com um Controlador comum e um Controlador baseado em ATGS, na qual um dos motores de tração permanece saturados. O Controlador comum leva a uma distorção notável da trajetória. O Controlador baseado em ATGS, ao contrário, força uma maior proximidade entre a trajetória real e a desejada.

A principal desvantagem do ATGS é o caráter heurístico do projeto do Controlador (que é não linear para uma trajetória genérica), refletido na determinação dos ganhos k_1 e k_2 .

2.5.2 Aplicação de ATGS no Ariel - Referenciais Móveis

O Ariel possui, como elementos de atuação, dois motores de tração sujeitos a saturação. Além disso, uma trajetória pode ser traçada a partir de um ponto inicial que, embora seja geometricamente próximo à trajetória desejada, esteja distante da posição inicial especificada pelo usuário. Estas duas situações são típicas de sistemas que percorrem trajetórias pré-estabelecidas, e são justamente apontadas por Hasegawa e Mizutani como situações onde a aplicação de ATGS é vantajosa. Por isto, o presente trabalho procurou adaptar a formulação original do ATGS para o caso de um Robô Móvel, fornecendo também um método para o projeto dos ganhos k_1 e k_2 .

No caso do Ariel, existe uma dificuldade adicional: não é possível atuar diretamente em $\dot{x}_M$ e $\dot{y}_M$. É possível, porém, com algumas aproximações, encontrar maneiras de empregar os conceitos desenvolvidos no ATGS para o Ariel nos casos de Trajetórias Retas e Circulares.

Com o objetivo de discutir a estrutura do Controlador de Trajetória e de sugerir uma forma de projetar os ganhos k_1 e k_2 , bem como relacionar as possibilidades de controle do Ariel com o vetor $[\dot{x}_M, \dot{y}_M]$, são introduzidos a seguir Referenciais Móveis,

Figura 2.25: Referencial Móvel em Trajetória Reta

presos às trajetórias nominais. A descrição do sistema do Ariel nestes Referenciais é simples e possibilita a análise do Controlador por ATGS. Devido a isto, no restante do trabalho o Controlador de Trajetória projetado segundo os conceitos do ATGS é designado *Controlador em Referencial Móvel*. O Controlador comum, por outro lado, é designado *Controlador em Referencial Fixo*.

Trajетórias Retas

Definindo a reta como congruente ao eixo x , ou seja, $f(x, y) = y$ ($\nabla f = [0, 1]$), tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{x}_c &= v_o \\ \dot{y}_c &= -k_1 y_m - k_2 \dot{y}_m \end{aligned} \quad (2.24)$$

A primeira equação representa a condição nominal ($v_d = v_e = v_o$) para geração de uma reta. A segunda equação revela que a estrutura montada com o auxílio do ATGS é idêntica a uma estrutura Proporcional-Derivativa na variável y_c (embora não seja fornecida nenhuma indicação de como atuar em u_d e u_e a partir de $\dot{y}_c$).

A estrutura geral do ATGS pode ser mais facilmente entendida se for tomado um Sistema de Coordenadas Móvel, cujo centro é o ponto mais próximo do Robô na trajetória. A figura 2.25 ilustra esse Referencial Móvel, no qual apenas o *recovery vector* atua. A descrição da dinâmica do Ariel nesse Referencial Móvel é idêntica à descrição em Referencial Fixo anteriormente feita, à exceção da variável x' , que agora é regida por $\dot{x}' = 0$ (isto é, o Ariel está sempre sobre o eixo y' , em relação ao qual atua o controle de forma Proporcional-Derivativa).

Trajelórias Circulares

Definindo a circunferência de raio r_c e centro $(0,0)$ por $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} - r_c$, obtém-se¹⁴:

$$\nabla f = \frac{[x, y]}{r_c} \quad |\nabla f| = 1$$

É interessante atentar para o significado de $f(x, y)$. O valor (em módulo) dessa função em um ponto (x_m, y_m) é igual ao valor do erro radial nesse ponto, ou seja, a distância que o ponto se encontra da circunferência. Define-se:

$$e_m = f(x_m, y_m) = \sqrt{x_m^2 + y_m^2} - r_c$$

Em um Referencial Fixo, com origem no centro da circunferência, as equações do ATGS são:

$$\begin{aligned} \dot{x}_c &= \frac{v_o}{r_c} y_m - \left(\frac{k_1}{r_c} e_m + \frac{k_2}{r_c} \dot{e}_m \right) x_m \\ \dot{y}_c &= -\frac{v_o}{r_c} x_m - \left(\frac{k_1}{r_c} e_m + \frac{k_2}{r_c} \dot{e}_m \right) y_m \end{aligned} \quad (2.25)$$

O vetor $[\dot{x}_c, \dot{y}_c]$ pode ser desmembrado em duas componentes:

- Uma componente tangencial à circunferência, com módulo igual a v_o :

$$\mathbf{v} = [\dot{x}_c, \dot{y}_c]_t = v_o \frac{[y_m, -x_m]}{r_c}$$

- Uma componente normal à circunferência, com módulo $k_1 e_m + k_2 \dot{e}_m$ (*recovery vector*):

$$\mathbf{V}_r = [\dot{x}_c, \dot{y}_c]_n = (k_1 e_m + k_2 \dot{e}_m) \frac{[-x_m, -y_m]}{r_c}$$

A estrutura do ATGS no caso de Trajetórias Circulares simplifica-se com a utilização de um Referencial Móvel (à semelhança do que foi feito para Trajetórias Retas). A figura 2.26 mostra um Referencial Móvel, cujo centro acompanha a trajetória especificada, e no qual a abscissa da posição real é sempre zero. A aplicação de ATGS é natural neste sistema, pois o erro entre a posição real e o ponto mais próximo à trajetória (erro considerado no ATGS) é a ordenada da posição real.

¹⁴Nesta seção, considera-se que $f(x, y) \simeq 0$ (ou seja, o Ariel está próximo à circunferência prescrita); nesse caso, $\sqrt{x^2 + y^2} \simeq r_c$.

Figura 2.26: Referencial Móvel em Trajetória Circular

Uma vez definido este Referencial, a função que gera a circunferência é $f(x, y) = 0$. O problema torna-se idêntico ao caso anterior, de Trajetórias Reta. A estrutura do ATGS é facilmente visualizada neste Referencial e portanto: *trata-se de um Controlador Proporcional-Derivativo atuando na variável y'_M .*

No Referencial Móvel conforme indicado na figura 2.26, a descrição do Sistema do Ariel é a seguinte:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}'_M &= 0 \\
 \dot{y}'_M &= \frac{v'_d + v'_e}{2} \sin \psi' \\
 \dot{\psi}' &= \frac{v'_d - v'_e}{L} - \frac{(v'_d + v'_e) \cos \psi'}{2(r_c - y'_M)} \\
 \dot{v}'_d &= \alpha'_d \\
 \dot{v}'_e &= \alpha'_e \\
 \dot{\alpha}'_d &= \frac{K}{T} u_d - \frac{1}{T} \alpha'_d \\
 \dot{\alpha}'_e &= \frac{K}{T} u_e - \frac{1}{T} \alpha'_e
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

A expressão de $\dot{x}'_M$ obviamente não contém nenhuma informação e pode ser descartada. O ângulo θ , indicado na figura, obedece à equação:

$$\dot{\theta} = \frac{(v'_d + v'_e) \cos \psi'}{2(r_c - y'_M)}$$

Esta descrição do sistema é semelhante à descrição em Referencial Fixo; existe apenas uma nova não linearidade na expressão de $\dot{\psi}'$. Nesse sistema, a aplicação de ATGS levará a uma estrutura semelhante à estrutura encontrada para Trajetórias Retas: o controlador atua sobre a variável y'_M de uma forma Proporcional e Derivativa.

2.6 Linearização do Sistema

Aproximações lineares do Sistema do Ariel 2.21 são obtidas através do truncamento de sua série de Taylor em termos lineares [60] para as descrições em Referencial Fixo e Móvel.

2.6.1 Descrição em Referencial Fixo

A linearização do sistema 2.21 leva a¹⁵:

$$\begin{aligned}\delta \dot{x}_M &= \left(\frac{\cos \psi_o}{2} \right) \delta v_d + \left(\frac{\cos \psi_o}{2} \right) \delta v_e - (v_o \sin \psi_o) \delta \psi \\ \delta \dot{y}_M &= \left(\frac{\sin \psi_o}{2} \right) \delta v_d + \left(\frac{\sin \psi_o}{2} \right) \delta v_e + (v_o \cos \psi_o) \delta \psi \\ \delta \dot{\psi} &= \frac{\delta v_d + \delta v_e}{L} \\ \delta \dot{v}_d &= \delta \alpha_d \\ \delta \dot{v}_e &= \delta \alpha_e\end{aligned}\tag{2.27}$$

$$\begin{aligned}\delta \dot{\alpha}_d &= \frac{K}{T} \delta u_d - \frac{1}{T} \delta \alpha_d \\ \delta \dot{\alpha}_e &= \frac{K}{T} \delta u_e - \frac{1}{T} \delta \alpha_e\end{aligned}\tag{2.28}$$

Ou seja:

$$\delta \dot{\mathcal{X}} = A(t) \delta \mathcal{X} + B \delta \mathcal{U}\tag{2.29}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -v_o \sin \psi_o & \frac{1}{2} \cos \psi_o & \frac{1}{2} \cos \psi_o & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_o \cos \psi_o & \frac{1}{2} \sin \psi_o & \frac{1}{2} \sin \psi_o & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T} \end{bmatrix}\tag{2.30}$$

¹⁵O subscrito _o indica que a variável se refere à trajetória nominal em torno da qual foi feita a linearização.

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{K}{T} & 0 \\ 0 & \frac{K}{T} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Trajetórias Retas

A trajetória nominal é uma reta sobre o eixo x percorrida com velocidade v_o (constante). Uma trajetória desta natureza é descrita por:

$$x_{M_o}(t) = v_o t \quad y_{M_o}(t) = 0 \quad \psi_o(t) = 0$$

Para que isto ocorra (na trajetória nominal), basta que $\dot{\psi} \equiv 0$. As duas rodas de tração terão, portanto, a mesma velocidade nominal v_o :

$$v_{d_o}(t) = v_o \quad v_{e_o}(t) = v_o$$

e portanto:

$$u_{d_o}(t) = \frac{v_o}{K} \quad u_{e_o}(t) = \frac{v_o}{K}$$

Obtém-se:

$$A^r = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_o & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

$$B^r = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{K}{T} & 0 \\ 0 & \frac{K}{T} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Trajetórias Circulares

A trajetória nominal é uma circunferência de centro $(0,0)$ e raio r_c , percorrida à velocidade v_o :

$$x_{M_o}(t) = r_c \sin\left(\frac{v_o}{r_c}t\right) \quad y_{M_o}(t) = -r_c \cos\left(\frac{v_o}{r_c}t\right)$$

É imediato que:

$$\psi_o(t) = \frac{v_o}{r_c}t$$

e também vale:

$$\dot{\psi}_o(t) = \frac{v_o}{r_c} = \frac{(v_{do} - v_{eo})}{L}$$

Considerando que $v_o = \frac{v_{do} + v_{eo}}{2}$, obtém-se:

$$\begin{aligned} v_{do}(t) &= v_o \left(1 + \frac{L}{2r_c}\right) \\ v_{eo}(t) &= v_o \left(1 - \frac{L}{2r_c}\right) \\ \psi_o(t) &= \frac{v_o}{r_c}t \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} u_{do}(t) &= \frac{v_o}{K} \left(1 + \frac{L}{2r_c}\right) \\ u_{eo}(t) &= \frac{v_o}{K} \left(1 - \frac{L}{2r_c}\right) \end{aligned}$$

Obtém-se:

$$A^c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -v_o \sin \omega_o t & \frac{1}{2} \cos \omega_o t & \frac{1}{2} \cos \omega_o t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_o \cos \omega_o t & \frac{1}{2} \sin \omega_o t & \frac{1}{2} \sin \omega_o t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

$$B^c = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{K}{T} & 0 \\ 0 & \frac{K}{T} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

onde $\omega_o = \frac{v_o}{r_c}$.

2.6.2 Descrição em Referenciais Móveis

Trajetórias Retas

Nesse caso, a descrição do sistema é idêntica à descrição do sistema em referencial fixo, a menos da expressão para $\dot{x}'$, cujo conteúdo informativo é nulo. Por isso, toma-se:

$$\mathcal{X}' = \begin{bmatrix} y'_M \\ \psi' \\ v_d \\ v_e \\ \alpha_d \\ \alpha_e \end{bmatrix}$$

Portanto:

$$A^{r'} = \begin{bmatrix} 0 & v_o & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

$$B^{r'} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{K}{T} & 0 \\ 0 & \frac{K}{T} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Trajetórias Circulares

A linearização do sistema descrito em 2.26, a partir de v_o (velocidade) e r_c (raio), leva às mesmas expressões para v_{d_o} e v_{e_o} , bem como para u_{d_o} e u_{e_o} .

Da figura 2.26, nota-se que as trajetórias nominais para x'_M , y'_M e ψ' são simplesmente:

$$x'_{M_o}(t) = 0 \quad y'_{M_o}(t) = 0 \quad \psi'_o(t) = 0$$

A expressão de $\dot{x}'_M$, como no caso anterior, não contém nenhuma informação; por isto, adota-se o vetor de estados $\mathcal{X}'$.

A linearização do sistema 2.26 resulta em:

$$\begin{aligned} \delta \dot{y}'_M &= \left(\frac{\sin \psi'_o}{2} \right) \delta v'_d + \left(\frac{\sin \psi'_o}{2} \right) \delta v'_e + (v_o \cos \psi'_o) \delta \psi' \\ \delta \dot{\psi}' &= \frac{\delta v'_d - \delta v'_e}{L} - \frac{\delta v'_d \cos \psi'_o}{2(r_c - y'_{M_o})} - \frac{\delta v'_e \cos \psi'_o}{2(r_c - y'_{M_o})} + \frac{v_o \sin \psi'_o}{(r_c - y'_{M_o})} \delta \psi' - \frac{v_o \cos \psi'_o}{(r_c - y'_{M_o})^2} \delta y' \\ \delta \dot{v}'_d &= \delta \alpha'_d \\ \delta \dot{v}'_e &= \delta \alpha'_e \\ \delta \dot{\alpha}'_d &= \frac{K}{T} \delta u_d - \frac{1}{T} \delta \alpha'_d \\ \delta \dot{\alpha}'_e &= \frac{K}{T} \delta u_e - \frac{1}{T} \delta \alpha'_e \end{aligned}$$

Substituição das trajetórias nominais leva a:

$$A^{c'} = \begin{bmatrix} 0 & v_o & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{v_o}{r_c^2} & 0 & \frac{1}{L} - \frac{1}{2r_c} & -\frac{1}{L} - \frac{1}{2r_c} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T} \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

$$B^{c'} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{K}{T} & 0 \\ 0 & \frac{K}{T} \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

2.7 Considerações de Controlabilidade

O projeto de um Controlador de Trajetória segundo a teoria de Controle Ótimo depende fundamentalmente da controlabilidade do sistema representado pelo Ariel (Resultado B.1 do Apêndice B).

- Pode-se concluir que o sistema não-linear 2.21 é totalmente controlável. Para tanto, a seguinte mudança de coordenadas do modelo é elucidativa¹⁶ (as variáveis não indicadas não são afetadas pela transformação):

$$\begin{aligned} v^D &= \frac{v_d + v_e}{2} \\ \Delta v^D &= v_d - v_e \\ \alpha^D &= \frac{\alpha_d + \alpha_e}{2} \\ \Delta \alpha^D &= \alpha_d - \alpha_e \end{aligned} \tag{2.40}$$

Tem-se as seguintes novas entradas:

$$\begin{aligned} u_1^D &= \frac{u_d + u_e}{2} \\ u_2^D &= u_d - u_e \end{aligned}$$

e os vetores:

$$\begin{aligned} \mathcal{X}^D &= \begin{bmatrix} x_M \\ y_M \\ \psi \\ v^D \\ \alpha^D \\ \Delta v^D \\ \Delta \alpha^D \end{bmatrix} \\ \mathcal{U}^D &= \begin{bmatrix} u_1^D \\ u_2^D \end{bmatrix} \end{aligned}$$

A nova descrição é:

$$\begin{aligned} \dot{x}_M &= v^D \cos \psi \\ \dot{y}_M &= v^D \sin \psi \\ \dot{\psi} &= \frac{\Delta v^D}{L} \end{aligned}$$

¹⁶O superscrito ^D indica que a variável foi obtida através desta transformação.

$$\begin{aligned}
\dot{v}^D &= \alpha^D \\
\dot{\alpha}^D &= \frac{K}{T} u_1^D - \frac{1}{T} \alpha^D \\
\dot{\Delta v}^D &= \Delta \alpha^D \\
\dot{\Delta \alpha}^D &= \frac{K}{T} u_2^D - \frac{1}{T} \Delta \alpha^D
\end{aligned} \tag{2.41}$$

Esta descrição tem uma propriedade interessante: é possível considerar separadamente os movimentos de pura translação (nos quais ψ é zero e v^D varia) dos movimentos de pura rotação (v^D é zero e ψ varia). Os movimentos de translação são obtidos atuando unicamente em u_1^D , ao passo que os movimentos de rotação são obtidos atuando unicamente em u_2^D .

Como o Ariel pode sempre (sendo um corpo rígido), passar de uma posição e orientação definidas a outra posição e orientação através de duas rotações e uma translação, é intuitivo que existem entradas u_1^D e u_2^D que levam o Ariel de um estado qualquer ao estado zero. Mesmo que as condições iniciais de v^D , α^D , Δv^D e $\Delta \alpha^D$ sejam arbitrárias, sempre é possível parar o Robô em uma posição (e orientação) qualquer e então levá-lo à origem por meio de rotações e translações independentes.

- Pode-se provar também que as descrições linearizadas do Ariel são completamente controláveis. O Apêndice A, seção A.3, comprova a controlabilidade dos sistemas linearizados em Trajetórias Retas (Referenciais Fixo e Móvel) e Trajetórias Circulares (Referencial Móvel) através do cálculo das matrizes de controlabilidade. Estas descrições, por serem invariantes no tempo, são de fácil manipulação.

A prova de controlabilidade completa da descrição linearizada em torno de Trajetórias Circulares em Referencial Fixo, no entanto, não é simples, visto que esta descrição é variante no tempo. Apesar disso, pode-se provar que, com certas restrições sobre a trajetória nominal, o sistema linearizado do Ariel em Referencial Fixo (expressão 2.27) é completamente controlável. Isto é discutido a seguir.

A linearização de 2.41 leva a:

$$\delta \dot{\mathcal{X}}^D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -v_o^D \sin \psi_o & \cos \psi_o & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_o^D \cos \psi_o & \sin \psi_o & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T} \end{bmatrix} \delta \mathcal{X}^D + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \delta \mathcal{U}^D \tag{2.42}$$

que é claramente equivalente a 2.27, a menos de uma mudança de coordenadas.

A fim de facilitar a explanação, define-se o vetor auxiliar¹⁷:

¹⁷O superscrito ⁽³⁾ indica terceira derivada em relação ao tempo.

$$\mathcal{Z} = \begin{bmatrix} \delta x_M \\ \delta y_M \\ \delta \dot{x}_M \\ \delta \dot{y}_M \\ \delta \ddot{x}_M \\ \delta \ddot{y}_M \\ \delta x_M^{(3)} \\ \delta y_M^{(3)} \end{bmatrix}$$

No sistema 2.42, a imposição de um valor para o vetor de estados em um instante t^* arbitrário, $\delta \mathcal{X}^D(t^*)$, pode ser inteiramente caracterizado pela imposição de $\mathcal{Z}(t^*)$, desde que ψ_o seja diferenciável e v_o^D seja não nulo¹⁸.

O problema de verificar controlabilidade, portanto, se resume a verificar se, dado um vetor $\mathcal{Z}(t_1)$ em t_1 e $\mathcal{Z}(t_2) = \mathbf{0}$, pode-se ou não construir funções x_M e y_M que satisfaçam estas condições iniciais e finais até a terceira derivada. Tomando separadamente x_M e y_M , o problema é saber se existe uma função definida entre dois instantes de tempo, com condições iniciais e finais até a terceira derivada prescritas. Obviamente existem tais funções¹⁹ e portanto:

Conclusão 2.2 *O Sistema do Ariel linearizado em Referencial Fixo em torno de trajetórias onde ψ_o diferenciável e v_o^D não nulo é controlável. O caso particular de Trajetória Circular ($\psi_o = \frac{v_o}{r}t$) percorrida a velocidade constante é controlável.*

¹⁸Ou seja $\mathcal{Z}(t^*) \rightarrow \delta \mathcal{X}^D(t^*)$. A prova deste fato está no Apêndice A, seção A.1.

¹⁹O Apêndice A, seção A.2, apresenta uma forma de obtê-las.

Capítulo 3

Projeto do Controlador de Trajetória

O projeto do Controlador de Trajetória é feito, neste Capítulo, para as duas diferentes trajetórias nominais (Trajetórias Retas e Circulares). Em operação real, o Ariel passa por trajetórias compostas por sub-trajetórias retas e circulares. O particular projeto de Controlador de Trajetória (para Trajetória Reta ou Circular) utilizado num instante qualquer depende da sub-trajetória nominal que está sendo percorrida naquele instante. O Controlador muda seus parâmetros conforme a trajetória nominal escolhida.

Discute-se a seguir a solução do problema de Otimização para uma descrição específica do sistema considerado: caso de Trajetória Reta em Referencial Móvel. O objetivo é estabelecer o Índice de Desempenho, indispensável na solução por Otimização. O Índice obtido nesta seção é utilizado adiante, com pequenas modificações, nos casos de Trajetória Reta em Referencial Fixo e Trajetória Circular em Referenciais Fixo e Móvel.

Durante o projeto do Índice de Desempenho, o Sistema do Ariel é considerado em sua descrição em tempo contínuo. O Controlador de Trajetória foi implementado, entretanto, em um microcomputador em forma digital. O projeto em tempo contínuo se justifica, pois o período de amostragem varia com a particular implementação do Controlador (poder computacional da plataforma de *hardware* utilizada) e não pode ser fixado previamente. A adaptação dos resultados obtidos neste Capítulo para o domínio discreto é imediata (Resultado B.9 no Apêndice B) e está contida no Capítulo 4.

3.1 Estrutura do Índice de Desempenho

No caso de Reta em Referencial Móvel, as seguintes matrizes definem o sistema controlado:

$$A^{r'} = \begin{bmatrix} 0 & v_o & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T} \end{bmatrix}$$

$$B^{r'} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{K}{T} & 0 \\ 0 & \frac{K}{T} \end{bmatrix}$$

Para esse sistema (controlável), existe solução estável para a equação de Riccati representativa da otimização de um funcional quadrático do tipo B.8 (Apêndice B), ou seja, do tipo $\int_{t_0}^{\infty} (\mathcal{X}^T Q \mathcal{X} + \mathcal{U}^T R \mathcal{U}) dt$, com matrizes Q e R definidas positivas e de dimensões apropriadas¹.

Não existe motivo para ponderar no Índice de Desempenho termos cruzados dos estados (por exemplo, $\delta x \delta y$), nem tampouco termos cruzados entre as entradas (por exemplo, $\delta u_d \delta u_e$). Por isso, as matrizes Q e R são tomadas diagonais:

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_{66} \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & 0 \\ 0 & r_{22} \end{bmatrix}$$

onde q_{ii} e r_{ii} são números positivos.

¹Deve-se notar que o Controlador para esse sistema não é sensível a erros em x_M , conforme o conceito básico do ATGS. Entretanto, se a velocidade for aproximadamente a velocidade de trajeto especificada e os erros em y_M e ψ forem mantidos pequenos, os erros em x_M refletir-se-ão apenas em pequenos atrasos ou adiantamentos (temporais) na execução da trajetória, e não prejudicarão a "forma" da trajetória. Para ter uma idéia do que pode acontecer, pode-se considerar uma situação exagerada: $y_M(0) = 0$, $\psi(0) = 0$, e as duas velocidades v_d e v_e são mantidas idênticas mas iguais à metade da velocidade especificada v (portanto iguais a $\frac{v}{2}$). Nesse caso, o Ariel gastará o dobro do tempo previsto para percorrer um segmento de reta de comprimento qualquer, mas a forma da trajetória será exatamente a desejada (trajetória Reta sobre o eixo x). A ausência da variável x_M na descrição do sistema implicitamente valoriza a "forma" da trajetória em detrimento à precisão temporal de execução da trajetória.

Desta maneira obtém-se uma garantia para a observabilidade do par $[A, C]$, onde C é uma raiz quadrada de Q :

$$C = \sqrt{Q} = \begin{bmatrix} \sqrt{q_{11}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{q_{22}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{q_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{q_{44}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{q_{55}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{q_{66}} \end{bmatrix}$$

A controlabilidade do par $[A, B]$, aliado a essa condição de observabilidade, garantem a estabilidade do sistema de malha fechada, segundo o Resultado B.3 do Apêndice B.

Não existe motivo para ponderar com valores diferentes as variáveis δv_d e δv_e (são relativos a motores idênticos), assim como $\delta \alpha_d$ e $\delta \alpha_e$, e igualmente δu_d e δu_e . As seguintes matrizes (de elementos positivos) refletem essas considerações:

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_5 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} r_1 & 0 \\ 0 & r_1 \end{bmatrix}$$

3.2 Relação entre a Matriz de Realimentação Ótima e a estrutura de Controle em Malha Fechada

A matriz solução da equação de Riccati, P (simétrica), é definida com os seguintes elementos:

$$P = \begin{bmatrix} a & g & h & i & j & k \\ g & b & l & m & n & o \\ h & l & c & p & q & r \\ i & m & p & d & s & t \\ j & n & q & s & e & u \\ k & o & r & t & u & f \end{bmatrix}$$

A matriz de ganhos para Controlador em Trajetória Reta em Referencial Móvel, designada $K^{r'}$, é:

$$\mathcal{K}^{r'} = R^{-1}(B^{r'})^T P = \begin{bmatrix} \frac{1}{r_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{r_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K}{T} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K}{T} \end{bmatrix} P$$

Portanto:

$$\mathcal{K}^{r'} = \frac{K}{Tr_1} \begin{bmatrix} j & n & q & s & e & u \\ k & o & r & t & u & f \end{bmatrix}$$

A aplicação dessa matriz de realimentação no sistema linearizado acima pode ser visualizada no diagrama de blocos da figura 3.1.

A estrutura de controle da figura 3.1 pode ser simplificada se as seguintes identidades na matriz P forem válidas:

$$\begin{aligned} j &= -k \\ n &= -o \\ q &= t \\ r &= s \\ e &= f \end{aligned} \tag{3.1}$$

A solução da equação algébrica de Riccati, uma vez estabelecido o Índice de Desempenho e a controlabilidade do sistema linearizado, é única (Resultado B.1 do Apêndice B). A questão é saber se, com as restrições acima, existe tal solução. A existência de solução com a estrutura suposta é por ora assumida².

Considerando válidas as igualdades acima, a estrutura de controle da figura 3.1 é igual à apresentada na figura 3.2. As seguintes funções de transferência são utilizadas na figura:

$$\begin{aligned} G_m &= \frac{K}{s(Ts + 1)} \\ G_a &= \frac{v_o}{Ls^2} \end{aligned}$$

²Para o funcional com a estrutura adotada, (Q e R diagonais), verificou-se (numericamente) que em todas as soluções da equação de Riccati acontecem as igualdades supostas. Além disso, verificaram-se também as seguintes igualdades:

$$\begin{aligned} h &= -i \\ l &= -m \\ c &= d \end{aligned} \tag{3.2}$$

Figura 3.1: Estrutura de Controle com Aplicação de Ganhos de Realimentação

$$\begin{aligned}
 G_1 &= \frac{K}{T_{r1}}(qs + e) = \mathcal{K}'_{13}s + \mathcal{K}'_{15} \\
 G_2 &= \frac{K}{T_{r1}}(rs + u) = \mathcal{K}'_{23}s + \mathcal{K}'_{25} \\
 G_3 &= \frac{K}{T_{r1}}\left(\frac{ns}{v_o} + j\right) = \frac{\mathcal{K}'_{12}}{v_o}s + \mathcal{K}'_{11}
 \end{aligned}$$

Definindo uma nova entrada $\delta\Delta u = u_d - u_e$, as seguintes operações são imediatas:

$$\begin{aligned}
 \delta\Delta u &= (\delta u_d - \delta u_e) \\
 &= (-G_3\delta y - G_1v_d - G_2v_e) - (G_3\delta y - G_1v_e - G_2v_d) \\
 &= -2G_3\delta y - (G_1 + G_2)\delta\Delta v \\
 \delta\Delta v &= G_m\delta u_d - G_m\delta u_e \\
 &= G_m\delta\Delta u
 \end{aligned}$$

Ou seja, o Controlador se resume a uma dupla de controladores independentes, como ilustrado na figura 3.3:

- Controlador tipo Proporcional-Derivativo para os motores, designado controlador P-D interno.
- Controlador tipo Proporcional-Derivativo para a malha de posição, designado controlador P-D externo.

Figura 3.2: Estrutura de Controle

Figura 3.3: Estrutura de Controle Simplificada

A vantagem de chegar a esta estrutura é que, para seu projeto, podem ser utilizadas técnicas clássicas (lugar das raízes, por exemplo) e vice-versa.

Existe, portanto, uma relação simples entre a matriz $K^{r'}$ e a estrutura de controle em malha fechada. O projeto dos controladores interno e externo implica no projeto de j , n , $q + r$ e $e + u$ (uma vez definido r_1 , elemento de ponderação das entradas na matriz R).

3.3 Relação entre a Matriz de Realimentação e o Índice de Desempenho

O problema clássico de Controle Ótimo é encontrar uma matriz de realimentação K dado um Índice de Desempenho. O problema contrário, ou seja, fornecer um Índice dada uma matriz de realimentação, é denominado *problema inverso* de Controle Ótimo [64]. Em princípio, pode-se encontrar as matrizes Q e R para o Controlador de Trajetória do Ariel a partir da matriz $K^{r'}$ considerada na seção anterior. No entanto, os seguintes fatos dificultam essa solução:

- O problema inverso é, em geral, resolvido através de algoritmos relativamente complexos, que não garantem previamente a estrutura das matrizes Q e R . Para um particular problema de Controle Ótimo, podem existir infinitos Índices de Desempenho que correspondam a uma matriz de realimentação [87]. A escolha prévia da estrutura das matrizes Q e R (diagonais positivas, por exemplo) é impossível.
- Os controladores P-D, projetados conforme acima indicado, relacionam-se à matriz $K^{r'}$ através de j , n , $q + r$ e $u + e$, não fornecendo todos os elementos de $K^{r'}$.

Uma análise mais detalhada da equação algébrica de Riccati para esse problema revela que existem relações simples entre os valores de j , $q + r$ e $e + u$ (que podem ser projetados com facilidade) e os elementos da matriz Q .

A equação algébrica de Riccati (equação B.9) do problema é:

$$\left(\frac{K^2}{T^2 r_1} \right) \begin{bmatrix} j^2 + k^2 & jn + ok & jq + rk & js + tk & je + uk & ju + kf \\ nj + ok & n^2 + o^2 & nq + ro & ns + to & ne + uo & nu + fo \\ gj + rk & qn + or & q^2 + r^2 & qs + tr & qe + ur & qu + fr \\ sj + tk & sn + ot & sq + rt & s^2 + t^2 & se + ut & su + ft \\ ej + uk & en + ou & eq + ru & es + tu & e^2 + u^2 & eu + fu \\ uj + fk & un + of & uq + rf & us + tf & ue + uf & u^2 + f^2 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & av_o & \frac{1}{L}g & -\frac{1}{L}g & h - \frac{1}{T}j & i - \frac{1}{T}k \\ 0 & gv_o & \frac{1}{L}b & -\frac{1}{L}b & l - \frac{1}{T}n & m - \frac{1}{T}o \\ 0 & hv_o & \frac{1}{L}l & -\frac{1}{L}l & c - \frac{1}{T}q & p - \frac{1}{T}r \\ 0 & iv_o & \frac{1}{L}m & -\frac{1}{L}m & p - \frac{1}{T}s & d - \frac{1}{T}t \\ 0 & jv_o & \frac{1}{L}n & -\frac{1}{L}n & q - \frac{1}{T}e & s - \frac{1}{T}u \\ 0 & kv_o & \frac{1}{L}o & -\frac{1}{L}o & r - \frac{1}{T}u & t - \frac{1}{T}f \end{bmatrix} + \\
 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ av_o & gv_o & hv_o & iv_o & jv_o & kv_o \\ \frac{1}{L}g & \frac{1}{L}b & \frac{1}{L}l & \frac{1}{L}m & \frac{1}{L}n & \frac{1}{L}o \\ -\frac{1}{L}g & -\frac{1}{L}b & -\frac{1}{L}l & -\frac{1}{L}m & -\frac{1}{L}n & -\frac{1}{L}o \\ h - \frac{1}{T}j & l - \frac{1}{T}n & c - \frac{1}{T}q & p - \frac{1}{T}s & q - \frac{1}{T}e & r - \frac{1}{T}u \\ i - \frac{1}{T}k & m - \frac{1}{T}o & p - \frac{1}{T}r & d - \frac{1}{T}t & s - \frac{1}{T}u & t - \frac{1}{T}f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_5 \end{bmatrix}$$

A seguinte notação será utilizada: a equação formada pelos elementos da linha i e coluna j das matrizes na equação de Riccati será denotada por E_{ij} .

Note-se que $E_{ij} = E_{ji}$.

Com as igualdades assumidas nos elementos de P , obtém-se:

$$\begin{aligned}
 E_{13} &= E_{14} & E_{15} &= E_{16} \\
 E_{23} &= E_{24} & E_{25} &= E_{26} \\
 E_{33} &= E_{44} & E_{35} &= E_{46} \\
 E_{36} &= E_{45} & E_{55} &= E_{66}
 \end{aligned}$$

As seguintes relações são fundamentais:

- Da equação E_{11} :

$$q_1 = \left(\frac{K^2}{T^2 r_1} \right) 2j^2 \quad (3.3)$$

- Somando as equações E_{33} e E_{34} :

$$q_3 = \left(\frac{K^2}{T^2 r_1} \right) (q^2 + r^2) + 2 \left(\frac{K^2}{T^2 r_1} \right) qr = \left(\frac{K^2}{T^2 r_1} \right) (q + r)^2 \quad (3.4)$$

- Somando as equações E_{55} e E_{56} :

$$\begin{aligned}
 q_4 &= \left(\frac{K^2}{T^2 r_1} \right) (u^2 + e^2) + 2 \left(\frac{K^2}{T^2 r_1} \right) eu + \left((q + r) - \frac{1}{T}(e + u) \right) \\
 &= \left(\frac{K^2}{T^2 r_1} \right) (u + e)^2 + \left((q + r) - \frac{1}{T}(e + u) \right)
 \end{aligned} \quad (3.5)$$

Não existe maneira simples de relacionar o valor de n (o outro parâmetro do Controlador disponível em $K^{r'}$) com o valor de q_2 . O problema inverso se torna, uma vez definidos j , $q+r$ e $u+e$ (e estabelecido um valor para r_1), um problema de determinação de um único parâmetro n . Pode-se resolver numericamente a equação de Riccati para vários valores de q_2 , obtendo-se uma relação gráfica entre q_2 e n (o que é feito adiante).

3.4 Obtenção do Índice

Os parâmetros reais do sistema do Ariel levam às seguintes matrizes:

$$A^{r'} = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{0.73} & -\frac{1}{0.73} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{0.2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{0.2} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$B^{r'} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{0.8}{0.2} & 0 \\ 0 & \frac{0.8}{0.2} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

A função de transferência da malha interna, que relaciona $\delta\Delta u$ e $\delta\Delta v$ é:

$$\frac{\delta\Delta v}{\delta\Delta u} = \frac{G_m}{1 + G_m(G_1 + G_2)} = \frac{\frac{0.8}{s(0.2s+1)}}{1 + \frac{0.8 \left(\frac{K}{Tr_1} [(q+r)s + (u+e)] \right)}{s(0.2s+1)}}$$

O projeto do controlador interno foi norteado pelas seguintes diretrizes:

- Diminuir ao máximo as constantes de tempo relacionadas a $\delta\Delta v$.
- Evitar saturações e comportamentos não lineares nos motores devidas apenas à *ação do controlador interno*.

A segunda premissa acima foi estabelecida para evitar uma excessiva sobrecarga de erros no Controlador devida a saturações nos motores. Teoricamente, o controlador interno pode ser projetado com ganhos altíssimos e, conseqüentemente, respostas transitórias rápidas. Isso, porém, não encontra respaldo no comportamento real dos motores, que tem limites definidos de velocidade. Deve-se notar que, apesar do projeto do Controlador ser feito procurando-se evitar saturações nos motores, nada impede que erros

grandes de posição e orientação levem a esforços de controle suficientes para saturar os motores. O Capítulo 4 discute e apresenta algumas situações de saturação dos motores devidas a erros de posição e orientação. A opção por evitar saturações devidas a erros de velocidade e aceleração justifica-se por ser uma tentativa de minimizar as possíveis situações de saturação dos motores.

O lugar de raízes da função de transferência acima, relacionando $\delta\Delta u$ a $\delta\Delta v$, possui dois pólos (devidos a G_m) e um zero (devido ao controlador). Uma estratégia comum nesse tipo de sistema é colocar o zero à esquerda dos pólos, ajustando o ganho para obter um bom compromisso entre estabilidade relativa e velocidade de resposta. Essa estratégia procura obter a melhor resposta transitória possível. Os motores de tração do Ariel, no entanto, possuem um limite de velocidade de resposta; não é possível posicionar o pólo do sistema em malha fechada (conclusão experimental, discutida adiante) em valores mais negativos que -5 (a constante de tempo não é menor que 0.2 s). Três estratégias de posicionamento do zero do controlador interno são possíveis:

- Colocar o zero do controlador à esquerda do pólo do motor (situado em -5). Um exemplo desta situação está indicado na figura 3.4, através do lugar de raízes da malha interna para uma particular escolha de zero do controlador (igual a -10). Esta alternativa dá origem a malhas mais rápidas, porém com sobressinal. A limitação na velocidade da malha interna do Ariel anula as vantagens dessa abordagem.
- Colocar o zero do controlador à direita do pólo do motor. Um exemplo desta situação está indicado na figura 3.5, através do lugar de raízes da malha interna para uma particular escolha de zero do controlador (igual a -3).
- Cancelar o zero do motor com o zero do controlador. Um exemplo desta situação está indicado na figura 3.6, através do lugar de raízes da malha interna.

A segunda e terceira alternativas produzem pólos reais. A terceira estratégia dá liberdade de posicionamento de um dos pólos, enquanto coloca o outro em -5. O cancelamento de pólos com zeros de controladores deste tipo é técnica comum em Controle Clássico [66]. Por isto, a terceira alternativa foi utilizada para o projeto do controlador interno.

As conclusões acima mencionadas acerca de saturações nos motores, bem como existência (ou não) de sobressinal foram respaldadas em dados experimentais. A figura 3.7 traz quatro perfis de velocidades dos motores direito e esquerdo, em operação real do Ariel (sem carga), correspondentes a diversas colocações de zeros. Os ganhos foram sempre ajustados de forma a obter o menor tempo de subida com o mínimo possível de saturação. Note-se que o tempo de subida de todos os perfis de velocidade é maior que 0.35 s (qualquer que seja a posição do zero do controlador interno, os motores não atingem 63% do sinal de referência em menos de 0.2 s). Note-se que, para zeros em -10 e -20 (à esquerda do pólo do motor) há aparecimento de sobressinal. Para o zero em -5 (cancelamento do pólo do motor), o ganho de 5 foi limite para operação normal do motor. Portanto:

Figura 3.4: Lugar de Raízes para Malha Interna - zero em -10

Figura 3.5: Lugar de Raízes para Malha Interna - zero em -3

Figura 3.6: Lugar de Raízes para Malha Interna - zero em -5

$$\begin{aligned}\frac{K}{Tr_1}(q+r) &= 5 \\ \frac{K}{Tr_1}(e+u) &= 1\end{aligned}$$

O sistema global foi considerado em seguida. Sua função de transferência, com o Controlador P-D externo, é:

$$\frac{\delta y}{\delta \Delta u} = \frac{\frac{0.685}{s^2(0.2s+1)(0.25s+1)}}{1 + \frac{0.685 \left(\frac{K}{Tr_1} (2\frac{n}{0.5}s + 2j) \right)}{s^2(0.2s+1)(0.25s+1)}} = \frac{0.685}{s^2(0.2s+1)(0.25s+1) + 0.685 \left(\frac{K}{Tr_1} (2\frac{n}{0.5}s + 2j) \right)}$$

A colocação do zero do Controlador P-D externo deve ser cuidadosa, pois existem posições deste zero que levam à instabilidade do sistema de malha fechada, independentemente do valor do ganho. A figura 3.8 exemplifica esta situação, com zero do controlador colocado em -2. Escolhendo, porém, o zero próximo à origem, o sistema de malha fechada é estável para uma faixa razoável de ganhos. A figura 3.9 apresenta o lugar das raízes para uma escolha de zero bem próximo à origem (zero em -0.1667). Foi escolhido um ganho de 4, que ainda garante estabilidade para o sistema com boa margem.

$$\frac{K}{Tr_1}(2j) = 4$$

Grafico (a)
Sintonizacao do Cont. Interno

Zero em -3
Sem carga - $v = 0.5 \text{ m/s}$

Grafico (b)
Sintonizacao do Cont. Interno

Zero em -5
Sem carga - $v = 0.5 \text{ m/s}$

Grafico (c)
Sintonizacao do Cont. Interno

Zero em -10
Sem carga - $v = 0.5 \text{ m/s}$

Grafico (d)
Sintonizacao do Contr. Interno

Zero em -20
Sem carga - $v = 0.5 \text{ m/s}$

Figura 3.7: Perfis de Velocidade para Diferentes Posições do Zero do Controlador Interno

Figura 3.8: Lugar das Raízes para Controlador - zero do controlador externo em -2

$$\frac{K}{Tr_1}(4n) = 24$$

Com os valores acima, a estrutura de controle está esboçada na figura 3.10.

A escolha de r_1 é livre, pois as demais variáveis estarão proporcionalmente relacionadas a esse parâmetro³. Escolheu-se r_1 de forma que $\frac{K}{Tr_1} = 0.1$. Assim procedendo, a relação entre os parâmetros da matriz P e os parâmetros de ganho da matriz Kr' é 10:1.

$$r_1 = \frac{K}{0.1T} = 40$$

A estrutura de controle indicada na seção anterior leva aos seguintes valores:

$$\begin{aligned} j &= 20 \\ n &= 60 \\ (q + r) &= 50 \\ (u + e) &= 10 \end{aligned}$$

A figura 3.11 mostra a relação entre q_2 e n , indicando o ponto $n = 60$. As equações 3.3, 3.4, 3.5 e a figura 3.11 levam a:

³Uma escolha comum é $r_1 = 1$.

Figura 3.9: Lugar das Raízes para Controlador - zero do controlador externo em -0.1667

Figura 3.10: Estrutura de Controle Final

Figura 3.11: Relação entre q_2 e n

$$Q = \begin{bmatrix} 320 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2250 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 40 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 40 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$R = \begin{bmatrix} 40 & 0 \\ 0 & 40 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

3.5 Solução da Equação de Riccati

3.5.1 Trajetória Reta em Referencial Móvel

A figura 3.12 mostra os elementos de $\mathcal{K}^{r'}$ obtidos através da solução da equação de Riccati por via numérica com as matrizes Q e R acima indicadas⁴, mostrando que a solução realmente converge para os valores calculados através das fórmulas 3.3, 3.4, 3.5 e pela figura 3.11. Note-se também que as suposições 3.1 de fato se verificam. A variável tempo, indicada no eixo x na figura, tem o seguinte significado: a origem (tempo zero) do gráfico corresponde a um ponto no infinito; o tempo, portanto, regride à medida que o gráfico avança.

$$\mathcal{K}^{r'} = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 7.89 & -2.89 & 1.28 & -0.28 \\ -2 & -6 & -2.89 & 7.89 & -0.28 & 1.28 \end{bmatrix}$$

⁴O Controlador assim obtido corresponde ao Controlador segundo as premissas do ATGS.

Figura 3.12: Solução da Equação de Riccati para Trajetória Reta em Referencial Móvel

3.5.2 Trajetória Reta em Referencial Fixo

Neste caso a matriz de peso Q do Índice de Desempenho foi modificada, de forma a incluir a variável δx_M . Esta variável foi ponderada com o mesmo valor utilizado para δy_M :

$$Q' = \begin{bmatrix} 320 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 320 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2250 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 40 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 40 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

A matriz R é a mesma anteriormente utilizada.

A figura 3.13 mostra os elementos da matriz de realimentação (designada $\mathcal{K}^r$) obtidos através da solução da equação de Riccati por via numérica com as matrizes Q' e R acima indicadas. A variável tempo indicada na figura tem o mesmo significado da seção anterior: a origem (tempo zero) do gráfico corresponde a um ponto no infinito; o tempo, portanto, regride à medida que o gráfico avança.

$$\mathcal{K}^r = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 6 & 8.2 & -2.39 & 1.45 & -0.25 \\ 2 & -2 & -6 & -2.39 & 8.2 & -0.25 & 1.45 \end{bmatrix}$$

Figura 3.13: Solução da Equação de Riccati para Trajetória Reta em Referencial Fixo

3.5.3 Trajetória Circular em Referencial Móvel

O Índice de Desempenho nesse caso é representado por Q e R . Considerou-se inicialmente velocidade nominal de 0.5 m/s e raio nominal r_c de 1 metro. Testes com o Robô⁵ indicaram que a velocidade de 0.5 m/s é inadequada para movimentos circulares com raios iguais ou menores que 1 metro, pois um dos motores fica permanentemente saturado. Devido a isso, diminuiu-se a velocidade nominal para 0.3 m/s em movimentos circulares. Os resultados obtidos com o Controlador são muito bons em simulações e testes realizados (apresentados no Capítulo 4). Aqui, como no projeto do controlador interno, procurou-se evitar que os motores do Ariel entrem em saturação para condições normais de operação; nada impede, porém, que existam condições de erros de posição e orientação (e de fato existem, como mostrado no Capítulo 4) que levem os motores à saturação devido a esforços de controle excessivos.

A matriz de realimentação (designada K^c), obtida através da solução da equação de Riccati (numérica e em tempo reverso) é⁶:

$$K^c = \begin{bmatrix} 0.56 & 3.33 & 6.03 & -2.21 & 1.102 & -0.218 \\ -1.22 & -7.16 & -2.21 & 9.76 & -0.218 & 1.46 \end{bmatrix}$$

Note-se que os elementos da matriz não possuem nenhum tipo de simetria entre si.

⁵Estes testes são apresentados no Capítulo 4.

⁶O Controlador assim obtido corresponde ao Controlador segundo as premissas do ATGS.

Figura 3.14: Solução da Equação de Riccati para Trajetória Circular em Referencial Móvel

A figura 3.14 mostra a solução da equação de Riccati considerando velocidade de 0.3 m/s e raio de 1 m.

3.5.4 Trajetória Circular em Referencial Fixo

Nesse caso, não é possível ignorar a a variável δx_M . Esta variável foi ponderada da mesma forma que δy_M , pois a influência das duas na trajetória (circular) é a mesma. Portanto a matriz Q' foi utilizada em lugar de Q .

Note-se que:

- Como o sistema linear 2.34 é periódico, a completa controlabilidade do sistema implica em sua controlabilidade completa e uniforme. Isso garante também que o sistema de malha fechada obtido é uniformemente estável (Resultado B.4 do Apêndice B).
- A matriz $P(t)$, solução da equação de Riccati, é periódica para tempos finitos; da mesma forma, K^c será periódica para tempos finitos (Resultado B.8 do Apêndice B). Pode-se, portanto, armazenar K^c para um período apenas.

A figura 3.15 mostra os elementos da matriz de realimentação (designada K^c), solução da equação de Riccati com Índice de Desempenho formado por Q' e R , para

Figura 3.15: Solução da Equação de Riccati para Trajetória Circular em Referencial Fixo

execução de um arco de circunferência no sentido horário. Pode-se notar na figura o caráter periódico dos ganhos de realimentação após o desvanescimento dos transitórios.

A matriz de realimentação obtida dessa forma (Q' e R no Índice e velocidade nominal de 0.3 m/s) é, para tempos finitos:

$$\mathcal{K}^c = \begin{bmatrix} 3.3 \sin(0.3t + 1.96) & 3.3 \sin(0.3t + 0.38) & 5.68 & 8.4 & -2.17 & 1.34 & -0.21 \\ 2.25 \sin(0.3t + 1.23) & 2.25 \sin(0.3t - 0.33) & -5.36 & -2.17 & 8.13 & -0.21 & 1.32 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Para o caso de arcos traçados no sentido anti-horário, a matriz de realimentação possui apenas os elementos da segunda coluna com sinal trocado.

Capítulo 4

Implementação do Controlador de Trajetória

Este Capítulo descreve a realização dos Controladores propostos (em Referencial Fixo e em Referencial Móvel). Os Controladores foram implementados através de programas escritos em linguagem C (detalhes técnicos sobre o programa de controle constam do Apêndice D) e portanto são controladores digitais.

A primeira seção deste Capítulo descreve as características do programa de controle desenvolvido. A seção seguinte considera o caráter digital dos Controladores, apresentando as modificações necessárias nos ganhos de realimentação em virtude dos fenômenos de amostragem. Uma vez definidos os Controladores de Trajetória, exaustivos testes de desempenho foram efetuados. A última seção apresenta e discute os resultados obtidos.

4.1 Características do Programa de Controle

4.1.1 Parâmetros e Instruções do Programa de Controle

O programa de controle destina-se a testar e analisar resultados de todos os tipos de trajetórias e Controladores estudados neste trabalho.

O programa manipula dois tipos de dados:

Parâmetros São parâmetros todos os dados que interferem no funcionamento do próprio programa ou dos Controladores. O Apêndice D descreve todos os parâmetros constantes do programa de controle.

O usuário tem liberdade para:

- Escolher o tipo de Controlador: Controlador em Referencial Fixo ou em Referencial Móvel.

- Ajustar os parâmetros (ganhos) de cada Controlador (para Trajetória Reta em Referencial Móvel, Trajetória Reta em Referencial Fixo, Trajetória Circular em Referencial Móvel e Trajetória Circular em Referencial Fixo).
- Ajustar o período de amostragem. Caso o período especificado não seja suficiente para realização dos cálculos de controle, o programa envia uma mensagem de *Overflow* durante execução de trajetória.
- Ajustar parâmetros de simulação de motores e formatos de apresentação e armazenagem de dados (ver seções 4.1.2 e 4.1.5).

Instruções São instruções todos os dados utilizados para definir trajetórias para o Ariel. O programa aceita dois tipos de instruções: Instruções de Segmento de Reta e Instruções de Arco de Circunferência. O usuário pode inserir, através de um arquivo de dados ou durante execução do programa, uma sequência de instruções que definem uma trajetória. Segmentos de reta podem ser percorridos nos dois sentidos (com velocidade positiva e negativa). Arcos de Circunferência podem ser percorridos nos sentidos horário e anti-horário, com velocidade positiva ou negativa. O usuário pode definir a velocidade de execução de cada porção de uma trajetória (cada instrução). Todos os dados relevantes para a especificação de uma instrução estão descritos no Apêndice D.

O usuário pode inserir ou modificar valores de qualquer parâmetro e instrução por meio de arquivos de dados lidos pelo programa de controle a qualquer momento (por meio de comandos do usuário) ou por meio de comandos apropriados. A figura 4.1 mostra uma tela do programa, relacionada à edição de parâmetros pelo usuário.

4.1.2 Execução de Trajetórias no Programa de Controle

O usuário pode ordenar a execução real ou execução simulada da trajetória especificada pelas instruções. A figura 4.2 mostra uma tela do programa de controle, mostrando as opções de execução.

Caso a execução de trajetória seja simulada, os motores do Ariel podem ser simulados segundo diversas funções de transferência: função de primeira ordem, função de segunda ordem com comportamento sub-amortecido ou função de segunda ordem com comportamento super-amortecido (este módulo de simulação está detalhado no Apêndice C).

Caso a execução de trajetória seja real, o programa interfaceia com os circuitos de acionamento dos motores (para envio dos sinais de referência) e com os tacômetros (para recebimento dos sinais de velocidade) através dos Conversores A/D e D/A.

Durante execução (seja simulada ou real) de uma trajetória, o Controlador possui ganhos dependentes da particular forma da trajetória. O usuário pode determinar se os Controladores utilizados são em Referencial Móvel ou Fixo. Durante a execução de uma reta, o Controlador se baseia nas matrizes K^r e $K^{r'}$ (conforme o Controlador seja em

Opcoes <u>Executa</u> - Ariel Versao 4.1 - <u>I/o</u> <u>Quit</u>																										
<div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: flex-start;"> <div style="width: 30%;"> <u>Trajectoria</u> <u>Pa</u> </div> <div style="width: 65%; border: 1px solid black; padding: 5px;"> Insira o numero da folha: 7 </div> </div> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <tr> <td style="width: 33%; padding: 5px;"><u>C</u> <u>a</u>)15.000000</td> <td style="width: 33%; padding: 5px;"><u>i</u>)6.000000</td> <td style="width: 33%; padding: 5px;"><u>q</u>)</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><u>b</u>)1.000000</td> <td style="padding: 5px;"><u>j</u>)2.000000</td> <td style="padding: 5px;"><u>r</u>)</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><u>c</u>)1.000000</td> <td style="padding: 5px;"><u>k</u>)2.000000</td> <td style="padding: 5px;"><u>s</u>)</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><u>d</u>)5.000000</td> <td style="padding: 5px;"><u>l</u>)2.000000</td> <td style="padding: 5px;"><u>t</u>)</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><u>e</u>)5.000000</td> <td style="padding: 5px;"><u>n</u>)2.000000</td> <td style="padding: 5px;"><u>u</u>)</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><u>f</u>)2.000000</td> <td style="padding: 5px;"><u>n</u>)0.000000</td> <td style="padding: 5px;"><u>v</u>)</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><u>g</u>)2.000000</td> <td style="padding: 5px;"><u>o</u>)0.000000</td> <td style="padding: 5px;"><u>x</u>)</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><u>h</u>)6.000000</td> <td style="padding: 5px;"><u>p</u>)</td> <td style="padding: 5px;"><u>z</u>)</td> </tr> </table>			<u>C</u> <u>a</u>)15.000000	<u>i</u>)6.000000	<u>q</u>)	<u>b</u>)1.000000	<u>j</u>)2.000000	<u>r</u>)	<u>c</u>)1.000000	<u>k</u>)2.000000	<u>s</u>)	<u>d</u>)5.000000	<u>l</u>)2.000000	<u>t</u>)	<u>e</u>)5.000000	<u>n</u>)2.000000	<u>u</u>)	<u>f</u>)2.000000	<u>n</u>)0.000000	<u>v</u>)	<u>g</u>)2.000000	<u>o</u>)0.000000	<u>x</u>)	<u>h</u>)6.000000	<u>p</u>)	<u>z</u>)
<u>C</u> <u>a</u>)15.000000	<u>i</u>)6.000000	<u>q</u>)																								
<u>b</u>)1.000000	<u>j</u>)2.000000	<u>r</u>)																								
<u>c</u>)1.000000	<u>k</u>)2.000000	<u>s</u>)																								
<u>d</u>)5.000000	<u>l</u>)2.000000	<u>t</u>)																								
<u>e</u>)5.000000	<u>n</u>)2.000000	<u>u</u>)																								
<u>f</u>)2.000000	<u>n</u>)0.000000	<u>v</u>)																								
<u>g</u>)2.000000	<u>o</u>)0.000000	<u>x</u>)																								
<u>h</u>)6.000000	<u>p</u>)	<u>z</u>)																								

Figura 4.1: Tela do Edição de Parâmetros do Programa de Controle. Os parâmetros são divididos em nove diferentes "folhas". A sétima folha, editada acima, corresponde a parâmetros do Controlador para Trajetória Reta em Referencial Fixo.

Figura 4.2: Tela de Opções de Execução do Programa de Controle. O usuário determina a Técnica (o Referencial utilizado, Móvel ou Fixo), o Objetivo (se a trajetória será simulada ou executada realmente). As demais opções não estão implementadas nessa versão.

Referencial Fixo ou Móvel); durante a execução de uma circunferência, o Controlador se baseia nas matrizes $\mathcal{K}^c$ e $\mathcal{K}^{c'}$ (conforme o Controlador seja em Referencial Fixo ou Móvel).

4.1.3 Geometria do Ambiente no Programa de Controle

Existem sempre dois Sistemas de Coordenadas do Ambiente nos quais o programa pode trabalhar:

- Um Sistema de Coordenadas Global, que não é modificado durante toda a execução de uma trajetória. O usuário tem liberdade para modificar o Sistema de Coordenadas Global somente antes da execução da trajetória.
- Um Sistema de Coordenadas Local relacionado a cada sub-trajetória (segmento de reta ou arco de circunferência) que compõe uma trajetória. O Sistema de Coordenadas Local é definido, para cada sub-trajetória, da seguinte forma:
 - Para Trajetória Reta: o Sistema de Coordenadas Local tem eixo x congruente à reta sobre a qual repousa o segmento de reta especificado, e origem no ponto inicial do segmento especificado.
 - Para Trajetória Circular: o Sistema de Coordenadas Local tem origem no centro da circunferência que contém o arco especificado, e eixo y passando pelo centro da circunferência (origem) e pelo ponto inicial do arco especificado.

A figura 4.3 mostra duas possíveis sub-trajetórias: um segmento de reta e um arco de circunferência. Os dois estão definidos na figura em relação a um Sistema de Coordenadas Global. Cada uma das sub-trajetórias define um Sistema de Coordenadas Local conforme indicado na figura.

A única função do Sistema de Coordenadas Global é manter uma notação coerente para a evolução de posição e orientação do Ariel no tempo. Todas as informações de posição e orientação que são manipuladas pelo usuário são tratadas pelo programa em relação ao Sistema de Coordenadas Global. O Controlador, no entanto, opera com informações de posição e orientação relacionadas aos Sistemas de Coordenadas Locais. A cada mudança de sub-trajetória, o programa atualiza o Sistema de Coordenadas Local. As variáveis x_M , y_M e ψ são sempre tomadas em relação aos Sistemas de Coordenadas Locais¹.

O cálculo de δx_M , δy_M e $\delta \psi$ é realizado tomando a diferença entre a posição e a orientação reais e a posição e orientação em uma trajetória ideal. No caso de Controlador em Referencial Fixo, o Controlador gera internamente, durante execução da trajetória, uma trajetória ideal, em relação à qual são calculados erros de posição e orientação.

Um segmento de reta definido como parte da trajetória é considerado concluído quando o Ariel atravessa uma reta, denominada reta de final, perpendicular ao segmento

¹ Note-se que um Sistema de Coordenadas Local não é um Referencial Móvel, mas sim um Referencial que permanece fixo durante a execução de uma sub-trajetória.

Figura 4.3: Sistemas de Coordenadas Global e Local

Figura 4.4: Reta de Final no Caso de Reta

de reta definido e passando pelo ponto final do segmento de reta. A reta de final determina dois semi-planos. Enquanto o Ariel se encontra no semi-plano que contém o segmento definido, o Ariel tenta seguir a reta sobre a qual repousa o segmento; uma vez no outro semi-plano (há uma ultrapassagem da reta de final), o Ariel busca a nova sub-trajetória ou pára (se não houver novas instruções). A figura 4.4 mostra um segmento de reta especificado como parte de uma trajetória e a reta de final, bem como os dois semi-planos acima citados.

Um arco de circunferência definido como parte da trajetória é considerado concluído quando o Ariel atravessa uma reta, denominada reta de final, que passa pelo centro da circunferência (à qual pertence o arco) e pelo ponto final do arco definido. A reta de final determina dois semi-planos; o número de ultrapassagens da reta de final é determinado pelo tamanho do arco. A figura 4.5 mostra uma circunferência (que contém o arco definido) e o ponto de final do arco. A reta de final está mostrada, passando pelo centro da circunferência e pelo ponto de final. Caso o arco seja menor que π radianos, a primeira ultrapassagem da reta de final determina fim do arco definido. A reta de final em si não propicia nenhum mecanismo de controle, sendo apenas um meio de sinalizar o final do

Figura 4.5: Reta de Final no Caso de Circunferência

arco especificado. Caso o arco seja maior que π radianos, o número de ultrapassagens da reta de final é dado pelo inteiro mais próximo ao valor do arco (em radianos) dividido por π .

4.1.4 Estrutura do Controlador no Programa de Controle

A passagem de uma trajetória para outra pode levar a mudanças bruscas nos valores nominais dos estados. Como o Controlador tem ganhos de realimentação para α_d e α_e (derivadas dos sinais de velocidade medidos nos tacômetros), a mudança de trajetória nominal pode causar aparecimento de grandes sinais na entrada dos motores. Por isso, uma modificação simples foi realizada na estrutura do Controlador (seguindo a linha de Athans [86], Apêndice B, seção B.3), na qual a ação derivativa é suprimida. A figura 4.6 reproduz a estrutura do Controlador (considerando acelerações) indicada na seção 3.2.

O sistema representado na figura 4.7 possui uma divisão clara entre as variáveis que podem ser manipuladas pelo Controlador (derivadas e integrais das medidas de velocidade) e aquelas que fisicamente são mensuráveis (velocidades). Os controladores representados por G_1/s , G_2/s e G_3/s são controladores nos quais não existem derivadas de sinais, mas sim ações Proporcional-Integral nos erros de velocidade e posição. Esta estrutura foi utilizada na implementação do Controlador de Trajetória.

4.1.5 Tratamento de Informações pelo Programa de Controle

Os seguintes valores, relevantes para análise do desempenho do Controlador, são armazenados em períodos de tempo ajustáveis pelo usuário:

- Velocidades das rodas v_d e v_e .
- Sinais de referência das rodas.
- Sinais de controle enviados para as rodas u_d e u_e .

Figura 4.6: Estrutura de Controle

Figura 4.7: Estrutura de Controle Final

Figura 4.8: Tela de Apresentação de Resultados Gráficos no Programa de Controle

- Posição e orientação (x, y, ψ) do Robô no Sistema de Coordenadas Global.
- Posições do Robô (x, y) no trajeto ideal (trajetória especificada).

O usuário pode, uma vez concluída a execução (real ou simulada) de uma trajetória, observar graficamente qualquer uma das variáveis acima indicadas. A figura 4.8 mostra uma tela do programa em modo de apresentação de dados: o usuário pode escolher as variáveis que são plotadas na janela gráfica. Estas variáveis estão disponíveis também para armazenagem em disco em dois formatos: formato MATLAB (adequado para processamento e análise no programa matemático MATLAB) e formato FLAT (dados ASCII em colunas verticais, para processamento em programas de impressão gráfica).

4.2 Discretização dos Controladores

Antes da implementação efetiva dos ganhos de realimentação, testes foram realizados para chegar ao menor período de amostragem possível. Trajetórias Retas e Circulares foram

executadas com vários valores de ganho no Controlador. O menor período de amostragem conseguido foi de 15ms. Valores menores de período de amostragem resultaram em *Overflow* no programa de controle.

A partir do período de amostragem, os ganhos do Controlador digital podem ser calculados facilmente a partir do Controlador projetado no Capítulo anterior.

Apresenta-se a seguir os valores das matrizes de ganhos de realimentação para os casos de Trajetórias Retas (em Referenciais Fixo e Móvel) e Circulares (em Referenciais Fixo e Móvel), considerando discretização do problema de Otimização com período de amostragem h de 15ms.

4.2.1 Trajetória Reta em Referencial Móvel

A discretização de $A^{r'}$ e $B^{r'}$ com período de amostragem de 15ms leva às seguintes matrizes (detalhes envolvidos na discretização constam do Apêndice B):

$$A_d^{r'} = \begin{bmatrix} 1 & 0.0075 & 1.5 \times 10^{-4} & -1.5 \times 10^{-4} & 3.7 \times 10^{-7} & -3.7 \times 10^{-7} \\ 0 & 1 & 0.02055 & -0.02055 & 1.5 \times 10^{-4} & -1.5 \times 10^{-4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0.01445 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0.01445 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.9277 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.9277 \end{bmatrix}$$

$$B_d^{r'} = \begin{bmatrix} 5.7 \times 10^{-9} & -5.7 \times 10^{-9} \\ 3 \times 10^{-6} & -3 \times 10^{-6} \\ 4.38 \times 10^{-4} & 0 \\ 0 & 4.38 \times 10^{-4} \\ 0.0578 & 0 \\ 0 & 0.0578 \end{bmatrix}$$

O Índice de Desempenho discretizado, obtido a partir de $A^{r'}$, $B^{r'}$, Q e R é:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \mathcal{X}^T(kh) \bar{Q} \mathcal{X}(kh) + \mathcal{X}^T(kh) \bar{M} \mathcal{U}(kh) + \mathcal{U}^T(kh) \bar{R} \mathcal{U}(kh)$$

no qual comparecem termos cruzados dos estados e entradas. O método de obtenção das matrizes $\bar{Q}$, $\bar{M}$ e $\bar{R}$ está apresentado no Resultado B.9 do Apêndice B. Para realizar esse cálculo, é necessário integrar a matriz de transição $\Phi(t - kh)$ do sistema contínuo de kh a $(k + 1)h$. Esta matriz precisa, portanto, ser calculada simbolicamente. O Apêndice C apresenta a matriz de transição do sistema, bem como as demais matrizes envolvidas no cálculo de $\bar{Q}$, $\bar{M}$ e $\bar{R}$.

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} 4.8 & 0.018 & 2.46 \times 10^{-4} & -2.46 \times 10^{-4} & 8.7 \times 10^{-7} & -8.7 \times 10^{-7} \\ 0.018 & 33.75 & 0.347 & -0.347 & 0.0017 & -0.0017 \\ 2.46 \times 10^{-4} & 0.347 & 15 & -0.0047 & 0.109 & -3 \times 10^{-5} \\ -2.46 \times 10^{-4} & -0.347 & -0.0047 & 15 & -3 \times 10^{-5} & 0.109 \\ 8.7 \times 10^{-7} & 0.0017 & 0.109 & -3 \times 10^{-5} & 0.56 & -2 \times 10^{-7} \\ -8.7 \times 10^{-7} & -0.0017 & -3 \times 10^{-6} & 0.109 & -2 \times 10^{-7} & 0.56 \end{bmatrix}$$

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} -3.3 \times 10^{-6} & 3.3 \times 10^{-6} \\ 1.8 \times 10^{-5} & -2 \times 10^{-5} \\ 0.0022 & 3 \times 10^{-6} \\ 3 \times 10^{-6} & 0.0022 \\ 0.0167 & 1 \times 10^{-8} \\ 1 \times 10^{-8} & 0.0167 \end{bmatrix}$$

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} 0.6 & -5.2 \times 10^{-8} \\ -5.2 \times 10^{-8} & 0.6 \end{bmatrix}$$

Definidos o sistema discretizado ($A_d^{r'}$ e $B_d^{r'}$) e o Índice de Desempenho ($\bar{Q}$, $\bar{M}$, $\bar{R}$), a solução do problema de Controle Ótimo é na forma de uma matriz de ganhos de realimentação $K_d^{r'}$ (o método de obtenção da matriz de ganhos está descrito no Resultado B.10). Para as matrizes acima estabelecidas, o ganho é²:

$$K_d^{r'} = \begin{bmatrix} 1.91 & 5.73 & 7.64 & -2.8 & 1.24 & -0.77 \\ -1.91 & -5.73 & -2.8 & 7.64 & -0.275 & 1.24 \end{bmatrix}$$

Note-se a semelhança entre esta matriz e a matriz $K^{r'}$ (para o sistema contínuo): as duas matrizes tem a mesma estrutura e as maiores diferenças entre seus elementos não atingem 5%. Isto deriva do pequeno valor do período de amostragem; obviamente, um período de amostragem infinitamente reduzido deve produzir matrizes $K^{r'}$ e $K_d^{r'}$ iguais.

Com o objetivo de estudar a diferença entre $K^{r'}$ e $K_d^{r'}$ em relação à h , foram calculadas várias matrizes $K_d^{r'}$ para aumentos de h . A diferença $K^{r'}$ e $K_d^{r'}$ aumenta com aumentos de h . Por exemplo, para um período de 50ms (um quarto das constantes de tempo dos motores), a matriz $K_d^{r'}$ é $\begin{bmatrix} 1.7 & 5.1 & 7 & -2.5 & 1.1 & -0.25 \\ -1.7 & -5.1 & -2.5 & 7 & -0.25 & 1.1 \end{bmatrix}$. A maior diferença entre os elementos de $K^{r'}$ e $K_d^{r'}$ já monta a 15%.

²A existência de solução para este problema depende da controlabilidade do sistema discretizado. Como o sistema original contínuo é controlável e o período de amostragem é mais de 10 vezes menor que a menor frequência natural do sistema, pode-se supor que não há interferência dos processos de amostragem na controlabilidade do sistema [67].

4.2.2 Trajetória Reta em Referencial Fixo

O mesmo método acima empregado é utilizado para obter K_d^r , matriz de ganhos de realimentação em Trajetória Reta em Referencial Fixo, a partir de A^r , B^r , Q' e R .

O sistema discretizado é representado por:

$$A_d^r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.0075 & 0.0075 & 5.5 \times 10^{-5} & 5.5 \times 10^{-5} \\ 0 & 1 & 0.0075 & 1.5 \times 10^{-4} & -1.5 \times 10^{-4} & 3.7 \times 10^{-7} & -3.7 \times 10^{-7} \\ 0 & 0 & 1 & 0.0205 & -0.0205 & 1.5 \times 10^{-4} & -1.5 \times 10^{-5} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0.01445 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0.01445 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.9277 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.9277 \end{bmatrix}$$

$$B_d^r = \begin{bmatrix} 1.1 \times 10^{-6} & 1.1 \times 10^{-6} \\ 5.9 \times 10^{-9} & -5.9 \times 10^{-9} \\ 3 \times 10^{-6} & -3 \times 10^{-6} \\ 4.39 \times 10^{-4} & 0 \\ 0 & 4.39 \times 10^{-4} \\ 0.0578 & 0 \\ 0 & 0.0578 \end{bmatrix}$$

O Índice de Desempenho discretizado é representado por³:

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} 4.8 & 0 & 0 & 0.018 & 0.018 & 8.8 \times 10^{-5} & 8.8 \times 10^{-5} \\ 0 & 4.8 & 0.018 & 2.46 \times 10^{-4} & -2.46 \times 10^{-4} & 8.7 \times 10^{-7} & -8.7 \times 10^{-7} \\ 0 & 0.018 & 33.75 & 0.347 & -0.347 & 0.0017 & -0.0017 \\ 0.018 & 2.46 \times 10^{-4} & 0.347 & 15 & -0.0047 & 0.109 & -3 \times 10^{-6} \\ 0.018 & -2.46 \times 10^{-4} & -0.347 & -0.0047 & 15 & -3 \times 10^{-5} & 0.109 \\ 8.8 \times 10^{-5} & 8.7 \times 10^{-7} & 0.0017 & 0.109 & -3 \times 10^{-5} & 0.56 & -2 \times 10^{-7} \\ 8.8 \times 10^{-5} & -8.7 \times 10^{-7} & -0.0017 & -3 \times 10^{-6} & 0.109 & -2 \times 10^{-7} & 0.56 \end{bmatrix}$$

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} 1.4 \times 10^{-6} & 1.4 \times 10^{-6} \\ -3.3 \times 10^{-7} & 3.3 \times 10^{-7} \\ -1.3 \times 10^{-4} & 1.3 \times 10^{-4} \\ 0.0022 & -1.85 \times 10^{-6} \\ -1.85 \times 10^{-6} & 0.0022 \\ 0.0167 & 2.3 \times 10^{-8} \\ 2.3 \times 10^{-8} & 0.0167 \end{bmatrix}$$

³Como no caso anterior, o cálculo de $\bar{Q}$, $\bar{M}$ e $\bar{R}$ exige a obtenção simbólica da matriz de transição do sistema contínuo. Esta matriz está apresentada no Apêndice C.

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} 0.6 & -3.9 \times 10^{-8} \\ -3.9 \times 10^{-8} & 0.6 \end{bmatrix}$$

A matriz de ganhos de realimentação $\mathcal{K}_d^r$ foi obtida segundo o mesmo método anteriormente utilizado⁴:

$$\mathcal{K}_d^r = \begin{bmatrix} 1.95 & 1.92 & 5.75 & 7.92 & -2.26 & 1.12 & -0.24 \\ 1.95 & -1.92 & -5.75 & -2.26 & 7.92 & -0.24 & 1.12 \end{bmatrix}$$

Note-se que a maior diferença entre os elementos de $\mathcal{K}^r$ e $\mathcal{K}_d^r$ é menor que 5%.

4.2.3 Trajetória Circular em Referencial Móvel

O mesmo método acima empregado é utilizado para obter $\mathcal{K}_d^{c'}$, matriz de ganhos de realimentação, a partir de $A^{c'}$, $B^{c'}$, Q e R .

O sistema discretizado é representado por:

$$A_d^{c'} = \begin{bmatrix} 1 & 0.0045 & 0 & -0.0001 & 0 & 0 \\ -0.0045 & 1 & 0.013 & -0.028 & 0.0001 & -0.0002 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0.0145 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0.0145 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.9277 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.9277 \end{bmatrix}$$

$$B_d^{c'} = \begin{bmatrix} 2 \times 10^{-9} & -4.6 \times 10^{-9} \\ -2 \times 10^{-6} & -4 \times 10^{-6} \\ 4.38 \times 10^{-4} & 0 \\ 0 & 4.38 \times 10^{-4} \\ 0.0578 & 0 \\ 0 & 0.0578 \end{bmatrix}$$

O Índice de Desempenho discretizado é representado por⁵:

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} 4.8 & -0.077 & -6 \times 10^{-4} & 0.0014 & -0.0031 & -3 \times 10^{-4} \\ -0.077 & 33.75 & 0.166 & -0.5 & -0.015 & 0.036 \\ 6 \times 10^{-4} & 0.166 & 15 & -0.0057 & 0.113 & -0.0045 \\ 0.0014 & -0.5 & -0.0057 & 15 & -1 \times 10^{-4} & 0.113 \\ -0.0031 & -0.015 & 0.113 & -1 \times 10^{-4} & 0.56 & -0.0117 \\ -3 \times 10^{-4} & 0.036 & -0.0045 & 0.113 & -0.00117 & 0.56 \end{bmatrix}$$

⁴Mais uma vez, supõe-se o sistema discretizado controlável.

⁵Como no caso anterior, o cálculo de $\bar{Q}$, $\bar{M}$ e $\bar{R}$ exige a obtenção simbólica da matriz de transição do sistema contínuo. Esta matriz está apresentada no Apêndice C.

$$\overline{M} = \begin{bmatrix} -4.3 \times 10^{-6} & 6.3 \times 10^{-6} \\ 1.8 \times 10^{-5} & -2 \times 10^{-5} \\ 0.0022 & 3 \times 10^{-7} \\ 3 \times 10^{-7} & 0.0022 \\ 0.0167 & 1 \times 10^{-8} \\ 1 \times 10^{-8} & 0.0167 \end{bmatrix}$$

$$\overline{R} = \begin{bmatrix} 0.6001 & -2 \times 10^{-8} \\ -2 \times 10^{-8} & 0.6001 \end{bmatrix}$$

A matriz de ganhos de realimentação $\mathcal{K}_d^{c'}$ foi obtida segundo o mesmo método anteriormente utilizado⁶:

$$\mathcal{K}_d^{c'} = \begin{bmatrix} 0.54 & 3.17 & 5.85 & -2.13 & 1.07 & -0.21 \\ -1.15 & -6.85 & -2.14 & 9.45 & -0.21 & 1.42 \end{bmatrix}$$

Note-se que a maior diferença entre os elementos de $\mathcal{K}^{c'}$ e $\mathcal{K}_d^{c'}$ é menor que 5%.

4.2.4 Trajetória Circular em Referencial Fixo

Neste caso, a matriz A^c é variante no tempo. As matrizes discretizadas A_d^c e B_d^c são, portanto, variantes no tempo, assim como $\overline{Q}$, $\overline{M}$ e $\overline{R}$.

A dificuldade de discretizar este problema Linear Quadrático deriva da necessidade de obter a matriz de transição em forma simbólica. Devido aos termos dependentes do tempo na matriz de estado, é quase impossível isolar as equações diferenciais que descrevem o sistema e resolvê-las.

Em virtude desses fatos, a matriz $\mathcal{K}^c$ foi utilizada sem discretização nesse caso. Essa aproximação é justificável, pois a diferença entre as matrizes de ganho contínuas e discretizadas observadas anteriormente são pequenas para período de amostragem de 15 ms.

⁶Mais uma vez, supõe-se o sistema discretizado controlável.

4.3 Análise de Desempenho do Controlador de Trajetória

4.4 Análise dos Controladores Internos

A análise a seguir estuda a sensibilidade da malha interna de controle (controladores dos motores) em relação a variações dos valores de ganho estacionário e de constantes de tempo dos motores (os dois parâmetros do modelo aproximado dos motores).

Foram realizadas Trajetórias Retas em velocidades positivas e negativas, nas quais somente atuaram os ganhos de realimentação relativos às variáveis v_d , v_e , α_d e α_e . Os parâmetros da matriz de ganhos $\mathcal{K}_d^{r'}$ foram utilizados nessa análise preliminar⁷. As figuras 4.9.a, 4.9.b, 4.9.c, 4.9.d, 4.10.a e 4.10.b mostram uma série de Trajetórias Retas executadas apenas com ganhos atuando nos motores.

As figuras retratam diferentes situações às quais o Ariel está submetido:

- As figuras 4.9.a e 4.9.b apresentam o caso de velocidade nominal positiva (0.5 m/s), para diferentes cargas (0, 50 e 100 kg). Os três perfis de velocidade apresentados na figura 4.9.a foram obtidos por medidas de velocidade realizadas na roda direita do Ariel, enquanto os três perfis de velocidade apresentados na figura 4.9.b foram obtidos por medidas de velocidade na roda esquerda do Ariel.
- As figuras 4.9.c e 4.9.d apresentam o caso de velocidade nominal negativa (-0.5 m/s), para diferentes cargas (0 e 100 kg). Os três perfis de velocidade apresentados na figura 4.9.c foram obtidos por medidas de velocidade na roda direita do Ariel, enquanto que os três perfis de velocidade apresentados na figura 4.9.d foram obtidos por medidas de velocidade na roda esquerda do Ariel.
- As figuras 4.10.a e 4.10.b apresentam o caso de velocidade menor que a velocidade nominal para diferentes cargas (0 e 100 kg), novamente para roda direita (figura 4.10.a) e roda esquerda (4.10.b). A velocidade utilizada nestes experimentos foi de 0.3 m/s.

A melhoria no desempenho dos motores, em comparação com o comportamento em malha aberta, é evidente. Em primeiro lugar, o ganho estacionário é sempre unitário (ou seja, o erro estacionário é nulo) para diferentes velocidades e cargas. Isso advém da ação integral exibida pela malha interna do Controlador de Trajetória. Obviamente, as situações de cargas e velocidades elevadas, suficientes para causar manifestação de efeitos não-lineares nos motores (abordados no Capítulo 2) não foram testados, por estarem além das especificações do Ariel.

⁷Os resultados com os ganhos de $\mathcal{K}_d^{r'}$ (Controlador em Referencial Fixo) para v_d , v_e , α_d e α_e (apenas malhas internas) são praticamente idênticos aos apresentados nesta seção.

A figura 4.10.c mostra o desempenho dos controladores dos motores para Trajetória Circular com raio de 1 m percorrida a velocidade de 0.5 m/s. Um dos motores está submetido permanentemente a um sinal de referência bastante alto. No início de aceleração, esta velocidade é suficiente para saturar o Controlador. Os sinais enviados aos motores ($\bar{u}_d$ e $\bar{u}_e$) constam desta figura para demonstrar esse fenômeno. Torques adicionais, por exemplo exigidos para correção de erros de posição, podem levar facilmente o motor com velocidade mais alta a saturar. Dentro da premissa de evitar saturações em condições normais de operação, a velocidade nominal em Trajetória Circular foi reduzida para 0.3 m/s (valor utilizado no Capítulo 3 no projeto do Controlador para Trajetórias Circulares). A figura 4.10.d mostra o desempenho dos controladores dos motores nesta nova velocidade, mantendo o raio de 1 m. Mais uma vez, pode-se observar a ação dos controladores: o erro estacionário é suprimido e a constante de tempo tem pequena excursão, independentemente da carga sobre o Ariel.

A realimentação de v_d , v_e , α_d e α_e apenas não é suficiente para realizar um Controle de Trajetória preciso. A execução de trajetórias simples com o Ariel revela a necessidade da malha de controle de posição. A figura 4.11.a mostra a execução de uma Trajetória Reta entre os pontos (0,0) e (1.6,0) (sobre o eixo x do Sistema de Coordenadas Global do Ambiente). As trajetórias realizadas pelo Ariel em malha aberta e com ganhos de realimentação dados por K_d^r e K_e^r estão apresentadas nesta figura. Como os dois motores são idênticos, a trajetória real deveria pertencer ao eixo x . Entretanto, diferenças entre os motores produzem erros substanciais na trajetória. Apesar da melhoria ocorrida na execução da trajetória com a utilização dos Controladores internos (devido ao cancelamento de erros estacionários nas velocidades v_d e v_e), é evidente a necessidade de um mecanismo de correção de erros em posição e orientação. A figura 4.11.b aborda o mesmo ponto, considerando uma Trajetória Reta entre os pontos (0,0) e (-1.6,0) executada com velocidade negativa (-0.5 m/s). A figura 4.11.b mostra o desempenho do Ariel em malha aberta e com os Controladores dos motores, considerando respectivamente Referenciais Móvel e Fixo. Mais uma vez, evidencia-se a necessidade de mecanismos de correção de erros de posição e orientação.

4.5 Análise do Controlador Completo

A análise a seguir, relativa ao Controlador de Trajetória completo (realimentação de todas as variáveis de estado), foi realizada considerando-se os quatro possíveis casos: Controlador de Trajetória Reta em Referenciais Móvel e Fixo, e Controlador de Trajetória Circular em Referenciais Móvel e Fixo.

Com o objetivo de simplificar a análise dos resultados apresentados, o Ariel (ou seja, o ponto M) inicia as Trajetórias sempre a partir do repouso e, *em todas as trajetórias executadas nesta e nas próximas seções*, sobre o ponto (0,0), com orientação $\psi = 0$ no sistema de Coordenadas Global do Ambiente.

Além disso, é importante lembrar que o Ariel sempre considera seu movimento em um Sistema de Coordenadas Local:

Grafico (a)
Cont. Interno Sintonizado

Vd (Vel. Direita)
Carga 0, 50, 100 kg - $v = 0.5$ m/s

Grafico (b)
Cont. Interno Sintonizado

Ve (Vel. Esquerda)
Carga 0, 50, 100 kg - $v = 0.5$ m/s

Grafico (c)
Cont. Interno Sintonizado

Vd (Vel. Direita)
Carga 0, 100 kg - $v = -0.5$ m/s

Grafico (d)
Cont. Interno Sintonizado

Ve (Vel. Esquerda)
Carga 0, 100 kg - $v = -0.5$ m/s

Figura 4.9: Controladores dos Motores em Trajetória Reta com velocidades de 0.5 m/s e -0.5 m/s

Grafico (a)
Cont. Interno Sintonizado

Vd (Vel. Direita)
Carga 0, 100 kg - $v = 0.3$ m/s

Grafico (b)
Cont. Interno Sintonizado

Ve (Vel. Esquerda)
Carga 0, 100 kg - $v = 0.3$ m/s

Grafico (c)
Cont. Interno Sintonizado

Trajectoria Circular - Raio 1 m
Carga 50 kg - $v = 0.5$ m/s

Grafico (d)
Cont. Interno Sintonizado

Trajectoria Circular - Raio 1 m
Carga 50 kg - $v = 0.3$ m/s

Figura 4.10: Controladores dos Motores em Trajetória Reta (velocidade 0.3 m/s) e Circular ($v = 0.5$ m/s e 0.3 m/s)

Figura 4.11: Erros de Posição e Orientação apenas com Controladores Internos

- No caso de Trajetória Reta, o Sistema de Coordenadas Local está sobre a reta, com origem no ponto inicial do segmento de reta especificado.
- No caso de Trajetória Circular, o Sistema de Coordenadas Local tem como origem o centro da circunferência e eixo y_M passando pela origem e pelo ponto inicial do arco especificado.

Em todas as figuras nas quais a trajetória do Ariel é impressa, o eixo horizontal corresponde à variável x_M , medida em metros, e o eixo vertical corresponde à variável y_M , medida em metros.

4.5.1 Controlador em Trajetória Reta

Todos os dados apresentados e discutidos nesta seção foram obtidos utilizando Controladores com todos os ganhos de realimentação indicados pelas matrizes de ganho K_d^r e K_d^r .

- A figura 4.12.a apresenta resultados de execução de uma Trajetória Reta entre os pontos (0,0) e (2,0), velocidade 0.5 m/s, utilizando Controlador de Trajetória em Referencial Fixo e Controlador de Trajetória em Referencial Móvel.

A trajetória executada pelo Ariel é, com pequenos erros, idêntica à trajetória desejada. A figura 4.12.b mostra o perfil de velocidades para Controladores em Referencial Móvel e Referencial Fixo. Pode-se notar o efeito de realimentação de δx_M (este efeito só existe no Controlador em Referencial Fixo) através da comparação entre estes perfis de velocidade: o Controlador em Referencial Móvel procura apenas corrigir desvios relacionados à forma da trajetória prescrita⁸; o Controlador em Referencial Fixo, por outro lado, procura corrigir desvios tanto em relação à forma da trajetória (essencialmente relacionados aos erros em y_M) quanto desvios *sobre* a trajetória (relacionados aos erros em x_M). O Controlador em Referencial Fixo submete, portanto, os motores a um período de aceleração maior que o Controlador em Referencial Móvel.

A diferença entre os Controladores (em Referencial Fixo e em Referencial Móvel) se acentua à medida que o erro na variável x_M aumenta.

- A figura 4.12.c apresenta resultados de execução de uma Trajetória Reta entre os pontos (0.5,0) e (2.5,0), velocidade 0.5 m/s, utilizando Controlador de Trajetória em Referencial Fixo e Controlador de Trajetória em Referencial Móvel. Note-se que existe um erro inicial em x_M de meio metro. Em operação real, este erro pode ser advindo de imprecisão ou erros na construção de mapas ou do acúmulo de erros em trajetórias passadas.

A figura 4.12.d mostra o perfil de velocidades para Controladores em Referencial Móvel e Referencial Fixo. Devido ao grande erro na variável x_M , o Controlador em Referencial Fixo satura durante um longo período de tempo. Durante a saturação, os motores operam em malha aberta e consequentemente ocorrem erros de posição. No momento em que os motores saem de saturação, o Controlador força o Ariel a corrigir estes erros de posição. O efeito dessas mudanças de velocidade se reflete na trajetória, como pode ser visto na figura 4.12.c.

- A figura 4.13.a apresenta os resultados de execução de uma Trajetória Reta entre os pontos (0,0) e (3,3), velocidade 0.5 m/s, utilizando Controlador de Trajetória em Referencial Fixo e Controlador de Trajetória em Referencial Móvel. Note-se que não existe erro inicial de posição. A orientação do Ariel, ou seja, a variável ψ ao contrário, tem um erro inicial de $\frac{\pi}{4}$ radianos.

A trajetória executada pelo Ariel é, após a ocorrência de transitórios iniciais, idêntica à trajetória desejada, tanto para o Controlador em Referencial Fixo quanto para o Controlador em Referencial Móvel. Note-se a ocorrência de sobressinal em posição para os dois Controladores.

A figura 4.13.b mostra o perfil de velocidades para Controladores em Referencial Móvel e Referencial Fixo. O Controlador em Referencial Fixo, por tentar corrigir erros *sobre* a reta especificada simultaneamente aos erros *em relação* à reta, exige dos motores maiores velocidades durante os transitórios.

⁸Este comportamento concorda com as diretrizes do ATGS.

Trajetoria Reta - (0,0) a (2,0)
Carga 50 kg - $v = 0.5$ m/s

Trajetoria Reta - (0.5,0) a (2.5,0)
Carga 50 kg - $v = 0.5$ m/s

Figura 4.12: Controlador de Trajetória Completo - Trajetória Reta - (0,0) a (2,0) e (0.5,0) a (2.5,0)

- As figuras 4.13.c e 4.13.d comparam o desempenho do Ariel em uma Trajetória Reta entre os pontos (1,2) e (5,5), velocidade 0.5 m/s, para Controlador de Trajetória em Referencial Fixo e Controlador de Trajetória em Referencial Móvel. Este é um caso crítico, pois existem grandes erros iniciais de posição (tanto na variável x_M quanto na variável y_M) e orientação.

A diferença de comportamento entre o Controlador em Referencial Móvel e Referencial Fixo é evidente. O Controlador em Referencial Fixo, por tentar corrigir erros *sobre* a reta especificada simultaneamente aos erros *em relação* à reta, exige dos motores velocidades inatingíveis e os leva à saturação. A saturação dos motores torna praticamente inócua a ação da realimentação em orientação e o Robô demora a atingir a reta especificada. O Controlador em Referencial Móvel, por outro lado, considera apenas o erro inicial em y_M e ψ ; por isso, o erro em x_M não causa saturações nem dificuldades em atingir a reta especificada rapidamente.

Deve-se ressaltar que o Controlador de Trajetória em Referencial Móvel é de implementação muito mais simples. O cálculo do erro existente em y_M é simples (distância entre o ponto M e a reta especificada), assim como o cálculo do erro em ψ (ângulo entre o eixo longitudinal do Ariel e a reta especificada). O cálculo do erro em x_M , ao contrário, não é tão simples, pois exige a geração, internamente ao Controlador, de uma trajetória de referência. A seguinte conclusão resume estas observações:

Conclusão 4.1 *Para Trajetórias Retas, o Controlador de Trajetória em Referencial Móvel oferece vantagens notáveis, tanto do ponto de vista de simplicidade de implementação quanto de desempenho (em virtude da maior imunidade a limites de velocidade dos motores).*

Devido a seu melhor desempenho, o Controlador em Referencial Móvel foi exaustivamente testado para várias diferentes Trajetórias Retas (o Ariel sempre parte do repouso em (0,0) com $\psi = 0$).

A figura 4.14 apresenta, como exemplo, quatro diferentes trajetórias nominais. As três primeiras trajetórias são realizadas a velocidade nominal positiva (0.5 m/s) e a última é realizada a velocidade nominal negativa (-0.5 m/s). As trajetórias são (o Ariel sempre parte de (0,0) com orientação $\psi = 0$):

- Reta de (0,1) a (6,1)
- Reta de (0.5,0) a (0.5,-6)
- Reta de (-0.5,1) a (-0.5,-6)
- Reta de (0,1) a (4,1)

Trajetoria Reta - (0,0) a (3,3)
Carga 50 kg - $v = 0.5$ m/s

Trajetoria Reta - (1,2) a (5,5)
Carga 50 kg - $v = 0.5$ m/s

Figura 4.13: Controlador de Trajetória Completo - Trajetória Reta - (0,0) a (3,3) e (1,2) a (5,5)

Em todas estas trajetórias, há grandes erros iniciais (em orientação ou posição ou ambos). Pode-se notar que mesmo sob amplos erros iniciais, o Controlador tem capacidade de levar o Ariel à trajetória especificada⁹.

4.5.2 Controlador em Trajetória Circular

Nas trajetórias analisadas nesta seção, o Ariel foi comandado para dar voltas em torno de uma circunferência com raio sempre igual a 1 metro e velocidade de percurso igual a 0.3 m/s. Os Controladores foram implementados com todas as realimentações indicadas pelas matrizes de ganho $K_d^{c'}$ e K_d^c .

As figuras 4.15.a e 4.15.b comparam o desempenho do Ariel em uma trajetória circular de raio 1 metro e centro (0,1), percorrida a velocidade 0.3 m/s, para Controlador de Trajetória em Referencial Fixo e Controlador de Trajetória em Referencial Móvel. O ponto inicial do arco especificado é (0,0). Devido à inexistência de erros iniciais de posição e orientação, a trajetória é fielmente seguida.

A diferença entre os Controladores (em Referencial Fixo e em Referencial Móvel) é notável à medida que ocorrem erros iniciais de posição e orientação.

- As figuras 4.15.c e 4.15.d comparam o desempenho do Ariel em uma trajetória circular com centro (0.5, 1.5), velocidade 0.3 m/s, para Controlador de Trajetória em Referencial Fixo e Controlador de Trajetória em Referencial Móvel. O ponto inicial do arco especificado é (0.5,0.5). Note-se que existem erros iniciais em x_M e y_M de meio metro. O erro inicial de orientação, no entanto, é nulo.

A trajetória executada pelo Ariel tende à trajetória desejada, tanto para o Controlador em Referencial Fixo quanto em Referencial Móvel, após um transitório.

As figuras 4.16.a, 4.16.b, 4.16.c e 4.16.d repetem as trajetórias anteriores, modificando-se agora o ponto inicial do arco especificado.

- A figura 4.16.a mostra as trajetórias realizadas pelo Ariel com trajetória especificada circular de raio 1m e centro (0,1) (velocidade especificada de 0.3 m/s) para Controlador em Referencial Móvel e Controlador em Referencial Fixo. O ponto inicial do arco é (1,1), ou seja, existe um erro inicial de orientação de $\frac{\pi}{2}$ radianos.

A consequência desta mudança é que, embora o Ariel esteja próximo da trajetória especificada, há uma grande diferença entre a evolução temporal da trajetória especificada e a trajetória do Ariel. Obviamente, isto não afeta o Controlador em Referencial Móvel, mas tem resultados importantes para o Controlador em Referencial Fixo.

⁹O Controlador de Trajetória projetado para o Ariel é, devido ao caráter não-linear do sistema controlado, localmente estável. Por isto, condições de erro extremamente adversas podem levar à instabilidade do sistema. Tais situações, no entanto, não foram encontradas em simulações exaustivas.

Figura 4.14: Controlador de Trajetória Completo - Trajetórias Retas

Grafico (b)
Trajetorias em Operacao Real

Circular - raio 1 m - centro (0,1)
Carga 50 kg - $v = 0.3$ m/s

Grafico (d)
Trajetorias em Operacao Real

Circular - raio 1 m - centro (0.5,1.5)
Carga 50 kg - $v = 0.3$ m/s

Figura 4.15: Controlador de Trajetória Completo - Trajetórias Circulares de raio 1 m - Centros (0,1) e (0.5,1.5)

O Controlador em Referencial Fixo tenta seguir uma trajetória que percorre, no tempo, a circunferência; isto distorce a forma da trajetória percorrida pelo Ariel.

A figura 4.16.b mostra os perfis de velocidade para esta trajetória do Controlador em Referencial Fixo (os perfis de velocidade do Controlador em Referencial Móvel são idênticos aos mostrados na figura 4.15.b).

- A figura 4.16.c mostra as trajetórias realizadas pelo Ariel com trajetória especificada circular de raio 1m e centro (0.5,1.5) (velocidade especificada de 0.3 m/s) para Controlador em Referencial Móvel e Controlador em Referencial Fixo. O ponto inicial do arco é (1.5,1.5), ou seja, existe um erro inicial de orientação de $\frac{\pi}{2}$ radianos.

Assim como no caso anterior, há uma grande diferença entre a evolução temporal da trajetória especificada e a trajetória do Ariel. Isto tem consequências importantes para o Controlador em Referencial Fixo.

A figura 4.16.d mostra os perfis de velocidade para esta trajetória do Controlador em Referencial Fixo (os perfis de velocidade do Controlador em Referencial Móvel são idênticos aos mostrados na figura 4.15.d).

As figuras 4.17 e 4.18 ilustram uma análise similar à anterior para duas diferentes trajetórias: circunferência com centro em (1,2) e circunferência com centro em (0,0).

- Na trajetória especificada da figura 4.17.a (centro da circunferência em (1,2), raio de 1 m e velocidade especificada de 0.3 m/s), o início do arco é o ponto (1,1); os dois Controladores produzem resultados similares, embora o Controlador em Referencial Móvel exija menos dos motores. A figura 4.17.b mostra os perfis de velocidade.
- A figura 4.17.c tem trajetória especificada circular com centro em (0,0), raio de 1 m e velocidade especificada de 0.3 m/s, com ponto inicial do arco especificado em (0,-1). Após transitórios, as trajetórias executadas pelo Ariel são idênticas à trajetória especificada para ambos os Controladores.
- Na figura 4.18.a, a trajetória especificada é idêntica ao primeiro item acima (figura 4.17.a); o ponto inicial do arco, porém, é (2,2) (ou seja, existe um erro de orientação inicial de $\frac{\pi}{2}$ radianos). Note-se que, enquanto o Controlador em Referencial Móvel opera da mesma forma que a apresentada na figura 4.17.a, o Controlador em Referencial Fixo *não consegue permanecer na trajetória especificada*.
- A figura 4.18.c se refere à mesma trajetória especificada no segundo item acima (figura 4.18.c); o ponto inicial do arco, porém, é (1,0) (ou seja, existe um erro de orientação inicial de $\frac{\pi}{2}$ radianos). A trajetória realizada pelo Controlador em Referencial Fixo é mais distorcida, pois o Controlador tenta seguir uma trajetória mais distante no tempo.

A diferença de desempenho entre o Controlador em Referencial Móvel e em Referencial Fixo é notável: o primeiro valoriza a realização de uma trajetória com a forma

Figura 4.16: Controlador de Trajetória Completo - Trajetórias Circulares de raio 1 m - Centros (0,1) e (0.5,1.5) e erro de orientação inicial

Circular - raio 1 m - centro (1,2)
Carga 50 kg - $v = 0.3$ m/s

Circular - raio 1 m - centro (0,0)
Carga 50 kg - $v = 0.3$ m/s

Figura 4.17: Controlador de Trajetória Completo - Trajetórias Circulares de raio 1 m - Centros (1,2) e (0,0)

Circular - raio 1 m - centro (1,2)
Carga 50 kg - $v = 0.3$ m/s

Circular - raio 1 m - centro (0,0)
Carga 50 kg - $v = 0.3$ m/s

Figura 4.18: Controlador de Trajetória Completo - Trajetórias Circulares de raio 1 m - Centros (1,2) e (0,0) e erro de orientação inicial

especificada (circunferência); o segundo procura minimizar o mais rapidamente possível os erros em x_M e y_M .

Pode-se concluir que:

Conclusão 4.2 *Para Trajetórias Circulares, o Controlador de Trajetória em Referencial Móvel oferece vantagens notáveis, tanto do ponto de vista de simplicidade de implementação¹⁰ quanto de desempenho.*

4.5.3 Execução de Trajetórias Complexas

Com o objetivo de verificar o desempenho do Controlador de Trajetória em Referencial Móvel em trajetórias reais, foram realizadas várias trajetórias de teste. Algumas trajetórias são ilustradas abaixo.

- A figura 4.19 ilustra os resultados de execução de uma trajetória em forma de 8 (figura 4.19.a). A figura 4.19.b mostra os perfis de velocidade da trajetória.

Dois outros exemplos de trajetórias são mostrados:

- A figura 4.20 apresenta uma trajetória dividida em segmentos de reta em diferentes orientações, sem união por arcos de circunferência. O objetivo é testar a capacidade do Controlador a descontinuidades em posição e orientação da trajetória.
- A figura 4.21 apresenta uma trajetória complexa, com segmentos de reta e arcos de circunferência, destinada a testar os vários módulos do Controlador.

¹⁰Da mesma forma que no caso de Trajetórias Retas, o Controlador de Trajetória em Referencial Móvel é de implementação mais simples, pois não é necessário gerar uma trajetória de referência.

Gráfico (b)
Trajetórias em Operação Real

Carga 50 kg

Figura 4.19: Trajetória em Forma de 8

Gráfico (a)

Gráfico (b)
Trajetórias em Operação Real

Figura 4.20: Trajetória realizada em Segmentos de Reta

Grafico (b)
Trajetorias em Operacao Real

Carga 50 kg

Figura 4.21: Trajetória formada por União de Segmentos de Reta e Arcos de Circunferência

Capítulo 5

Conclusão

Este Capítulo procura traçar um resumo dos objetivos e resultados deste trabalho, bem como oferecer uma análise crítica dos pontos positivos e negativos do Controlador de Trajetória proposto. Uma série de sugestões para pesquisas futuras são discutidas.

5.1 Resumo do Trabalho

O objetivo do trabalho foi projetar e implementar um sistema de Controle de Trajetória para um Robô Móvel. O sistema de controle tem a finalidade de manter o Robô em uma trajetória especificada e livre de obstáculos, com mínimo erro possível.

Uma Arquitetura de Controle foi definida para caracterizar com clareza as atribuições do Controlador de Trajetória. A Arquitetura escolhida é funcional e possui blocos de Sensoriamento, Armazenagem de Informações, Planejamento, Navegação, Pilotagem e Atuação. O Controle de Trajetória foi deixado a cargo do bloco de Pilotagem. O Controlador de Trajetória foi projetado considerando-se total independência entre os diversos blocos funcionais, de forma que o Controlador somente se preocupa em executar ordens recebidas. Não existe nenhuma atividade de otimização nem questionamento de ordens providas de outros blocos funcionais.

Todas as idéias discutidas nesse trabalho foram testadas em operação real em um Robô Móvel denominado Ariel, desenvolvido no Laboratório de Automação e Sistemas (Mecatrônica) da EPUSP.

O projeto do Controlador foi calcado na teoria de Controle Ótimo. Inicialmente, um estudo da dinâmica do Robô Móvel foi feito. O modelo não-linear do Ariel foi exaustivamente simulado e comparado com aproximações lineares. O objetivo deste estudo foi validar a utilização de modelos simples para os motores (equações diferenciais lineares de primeira ordem). As aproximações puderam ser feitas sem grandes problemas qualitativos, embora tenha se evidenciado a necessidade de considerar variações de parâmetros nos ganhos estacionários e constantes de tempo dos motores.

A descrição do sistema obtida no processo de modelagem leva a um sistema não linear nas variáveis de posição x_M e y_M . Para contornar essa dificuldade, o Controlador opera com sistemas obtidos por linearização do Sistema do Ariel em torno de trajetórias nominais. O modelo do Ariel foi linearizado em torno de dois diferentes tipos de trajetória: Trajetórias Retas e Trajetórias Circulares. O Robô pode executar quaisquer rotas definidas através da união de segmentos de reta e arcos de circunferência. Para cada um dos tipos de trajetória, os parâmetros do Controlador de Trajetória são diferentes (em virtude da utilização de diferentes modelos linearizados). A execução da rota é acompanhada por mudanças nos parâmetros do Controlador, concomitantes com as mudanças na descrição das trajetórias.

A partir de um trabalho desenvolvido no Japão por Mizutani e Hasegawa, destinado ao Controle de Trajetória de robôs manipuladores, foi utilizada uma particular descrição do sistema, na qual o Referencial é Móvel e repousa sobre a trajetória nominal. Esta modificação no Referencial provoca uma diferença no cálculo de erro de posição: o erro no Referencial Móvel é igual à distância entre a posição real do Ariel e o ponto mais próximo na trajetória. Em um Referencial Fixo, o erro de posição é o erro entre a posição real do Robô e a posição nominal. A utilização de Referenciais Móveis produz um sistema de Controle de Trajetória mais robusto, conforme discutido por Mizutani e Hasegawa. O Sistema do Ariel representado em Referenciais Móveis foi também linearizado.

Uma vez definidos os sistemas lineares sobre os quais atua o Controlador de Trajetória, foi projetado um Índice de Desempenho para Trajetória Reta em Referencial Móvel. Este particular sistema foi escolhido devido à sua simplicidade e à facilidade de relacionar o Índice escolhido com o desempenho do Controlador. Verificou-se que é possível relacionar o projeto do Índice de Desempenho a um projeto clássico de sistema SISO. Um estudo baseado em Lugar das Raízes, respaldado por dados experimentais acerca dos limites de operação dos motores, permitiu projetar o Controlador (para Trajetória Reta em Referencial Móvel) e consequentemente o Índice de Desempenho.

O Índice de Desempenho foi utilizado para todas as descrições linearizadas do Sistema do Ariel:

- Sistema Linearizado em torno de Trajetória Reta em Referencial Móvel.
- Sistema Linearizado em torno de Trajetória Reta em Referencial Fixo.
- Sistema Linearizado em torno de Trajetória Circular em Referencial Móvel.
- Sistema Linearizado em torno de Trajetória Circular em Referencial Fixo.

Obtiveram-se dessa forma quatro diferentes versões para o Controlador de Trajetória: duas para Referencial Fixo (Trajetórias Retas e Circulares) e duas para Referencial Móvel (Trajetórias Retas e Circulares).

Estes Controladores foram então implementados no Robô real. Para tanto, foi feito um programa (destinado a operar no microcomputador de bordo) com as tarefas de interface com o usuário, execução de trajetórias e análise e armazenagem de dados. Experimentos em operação real do Ariel demonstraram que os Controladores são robustos a

variações de parâmetros no modelo (devidas às aproximações lineares feitas na modelagem) e apresentam comportamento estabilizante em uma região em torno das trajetórias.

Os experimentos demonstraram que a idéia contida no ATGS e refletida no projeto dos Controladores em Referenciais Móveis leva a um Controlador mais robusto de mais simples implementação.

5.2 Contribuições do Trabalho e Sugestões para Desenvolvimento Futuro

O trabalho procurou em linhas gerais guiar-se pelos mais recentes desenvolvimentos na área de Robôs Móveis. A procura de métodos que possam fundamentar a fusão de informações e o controle (nos mais diversos níveis) de um Robô com comportamento autônomo tem sido constante nos últimos anos. Nesse sentido, o trabalho contribuiu fornecendo uma ferramenta para o projeto de um nível específico de controle (o nível de Controle de Trajetória). A teoria de Controle Ótimo mostrou-se apropriada para este fim, sobretudo por poder ser aplicada no Sistema do Ariel no caso de considerar-se ruídos em sensores [53] [49].

Outro ponto básico em qualquer projeto de controle é a modelagem do objeto controlado. que acontece em robôs manipuladores). Os trabalhos de Krogh [33] [34], que proporcionam os mais acurados modelos de Robôs Móveis disponíveis, centram-se em modelos com quatro rodas. Este trabalho procurou modelar a dinâmica de um Robô Móvel com três rodas (tração e direção traseiras). Futuras aplicações de Robôs Móveis em altas velocidades e grandes cargas podem beneficiar-se da modelagem desenvolvida no presente trabalho.

A maioria dos projetos de Robôs Móveis coloca uma vasta quantidade de recursos computacionais à disposição dos Controladores. Os Controladores de Trajetória em geral não estão claramente separados dos demais sistemas de controle. Este trabalho, por se concentrar no Controlador de Trajetória, demonstra que, com algumas simplificações razoáveis, é possível realizar o Controle de Trajetória com pouco gasto computacional e, conseqüentemente, períodos de amostragem reduzidos.

O trabalho procurou auxiliar também, de uma forma mais geral, os projetos de sistemas de controle cujo objetivo é seguir uma trajetória pré-determinada, sejam Robôs Móveis, robôs manipuladores ou máquinas operatrizes, através da introdução de Referenciais Móveis apropriados. A consideração dos sistemas controlados nesses Referenciais permite ao projetista a escolha de uma lei de controle qualquer de sua preferência, fugindo a esquemas rígidos como o ATGS original (que é baseado nos ganhos k_1 e k_2).

O trabalho descrito não se encerra com a implementação do Controlador de Trajetória. Um problema encontrado no trabalho, que merece especial atenção, é a mensuração das velocidades. Os sensores (tacômetros) de velocidade estão sujeitos a erros de calibragem e a ruídos de altas frequências. O projeto de um Observador de Estados para

reconstruir os sinais de x_M , y_M e ψ a partir da leitura de v_d e v_e deve ser o primeiro passo no sentido de melhorar o desempenho do Controlador. Este trabalho não se ocupou desta etapa pelas seguintes razões:

- Os sensores de velocidade (tacômetros) devem ser, de acordo com o cronograma do projeto do Ariel, substituídos por sensores ópticos de posição (*encoders*). Estes sensores ópticos, já adquiridos, são de alta resolução (10 pulsos por grau) e serão montados diretamente em contato com o chão (isto evitará que escorregamentos das rodas passem despercebidos pelos sensores). O aumento de precisão obtido com estes sensores ópticos possivelmente levará ao abandono dos sensores atuais. A construção de um Observador de Estados para os sensores atuais, portanto, é pouco justificável.
- Além dos sensores ópticos mencionados, o projeto prevê a colocação de sensores de ultra-som no Ariel, com a finalidade de medir distâncias entre o Robô e objetos distribuídos em seu ambiente de trabalho [45]. Quatro sensores de ultra-som com capacidade de medida de distância serão instalados no Ariel, um em cada canto do Robô.

Os sensores de ultra-som para esta finalidade estão sendo desenvolvidos presentemente no Laboratório de Automação e Sistemas [110]. Cada um dos sensores se apoiará em um motor de passo e terá mobilidade para medir distâncias em diversos ângulos. As medidas dos quatro sensores serão combinadas para gerar uma medida de posição do Ariel. O processamento de informação dos sensores está sendo estudado no Laboratório de Automação e Sistemas atualmente [111]. O trabalho desenvolvido atualmente neste sentido segue a linha de Durrant-White e Leonard [31] e propõe uma modelagem estocástica das medidas dos sensores de ultra-som; a combinação dessas medidas com as medidas efetuadas pelos sensores internos (tacômetros ou *encoders*) será feita por um filtro de Kalman. A construção de um Observador de Estados ou um filtro de Kalman no presente estágio de desenvolvimento dos sensores do Robô seria uma atitude precipitada, visto que uma estrutura de Observador mais global está sendo ainda estudada e projetada.

Uma limitação do trabalho, inerente à solução de linearização adotada, é a desconsideração dos efeitos não lineares devidos a altas velocidades. Embora o Ariel não atinja no momento velocidades onde efeitos não lineares sejam relevantes, ampliações na potência dos motores podem tornar necessária a análise acurada do modelo não linear.

Uma sugestão para pesquisa é a criação de um mecanismo de identificação dos parâmetros dos motores, acoplado a um controlador adaptativo a estes parâmetros [108]. Como discutido no Capítulo 2, a dinâmica dos motores, embora qualitativamente linear em baixas velocidades e cargas, apresenta variações consideráveis de parâmetros (parâmetros K e T dos motores).

O Controlador de Trajetória implementado neste trabalho depende, intrinsecamente, da escolha da velocidade nominal (pois os parâmetros obtidos por solução das equações

de Riccati dependem da velocidade nominal). A utilização do mesmo Controlador de Trajetória projetado para uma velocidade nominal em outras faixas de velocidade é possível, e, conforme enfocado no trabalho, não leva a degradações sérias de desempenho. Apesar disso, não é possível garantir que estas mudanças de ponto de operação nominal *sempre* continuem produzindo comportamento estável do sistema em malha fechada. Um Controlador parametrizado por velocidade, ou cujos parâmetros dependam de alguma forma da velocidade nominal, deve ser estudado. Outro problema sério decorrente da dependência do Controlador em relação a um valor nominal de velocidade é que o Controlador sempre opera com desvios δu_d e δu_e em relação ao valor nominal. O Controlador não tem autonomia para reduzir a velocidade quando necessário. É óbvio, entretanto, que a redução de velocidade seria uma maneira de diminuir a ação das forças de inércia rotacionais e consequentemente diminuir escorregamentos. Em um trabalho sobre a relação entre a velocidade de percurso de trajetória de Robôs Móveis e as limitações dinâmicas de um Robô, Graettinger e Krogh [34] demonstram que escorregamentos podem ser evitados por redução de velocidade, e propõem um método para variar a velocidade nominal conforme os limites dinâmicos do Robô são ultrapassados. Projetar um Controlador de Trajetória com capacidade para atuar diretamente na velocidade de percurso, tendo em vista problemas de saturação dos motores ou escorregamentos, é um trabalho importante para o futuro.

Outros Controladores de Trajetória podem ser projetados e testados no Ariel. Um Controlador projetado segundo requisitos de robustez fortes (insensibilidade a variações de parâmetros e a distúrbios dinâmicos) seria interessante. A incorporação de todas as não-linearidades do modelo do Ariel no projeto de um Controlador válido para quaisquer condições de velocidade e cargas pode gerar um trabalho de grande interesse, sobretudo com aplicação da teoria de controle destinada a abordar sistemas não-lineares.

O trabalho desenvolvido nesta etapa pode ser complementado também com a extensão do Controlador de Trajetória para casos de trajetórias diferentes das abordadas, como elipses ou *splines*. Uma vez definidas as trajetórias nominais como funções do tempo, o projeto é simples, pois pode-se usar o Índice de Desempenho e a estrutura fornecida no decorrer deste trabalho.

Um aspecto relativo à questão das trajetórias nominais que não foi abordado no trabalho, mas que merece especial atenção, é relacionado à conexão entre trajetórias. No Controlador implementado, a mudança de Trajetórias Retas para Circulares é simultânea à mudança dos parâmetros do Controlador. Isso pode ser modificado, impondo-se uma trajetória suave de transição, ou diminuindo-se a velocidade de transição. Uma possibilidade interessante é colocar no Controlador uma capacidade de previsão da trajetória seguinte, permitindo uma maior suavidade no momento de transição entre trajetórias.

Apêndice A

Controlabilidade do Sistema Linearizado

A.1 Relação entre $\delta\mathcal{X}^D$ e $\mathcal{Z}$

O objetivo desta seção é demonstrar que existe uma relação direta entre $\mathcal{Z}$ e $\delta\mathcal{X}^D$ em um instante arbitrário t^* (que pode ser o instante inicial t_o ou o instante final t_f) para trajetórias nominais em que ψ_o seja diferenciável e v_o^D seja não nulo.

Obviamente $\delta x_M(t^*)$ e $\delta y_M(t^*)$ estão perfeitamente determinados a partir de $\delta\mathcal{X}^D(t^*)$.

Da mesma forma, $\delta\dot{x}_M(t^*)$ e $\delta\dot{y}_M(t^*)$ estão caracterizados a partir de $\delta\psi(t^*)$ e $\delta v^D(t^*)$. De 2.42 tem-se:

$$\begin{bmatrix} \delta\dot{x}_M(t^*) \\ \delta\dot{y}_M(t^*) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -v_o^D \sin \psi_o & \cos \psi_o \\ v_o^D \cos \psi_o & \sin \psi_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\psi(t^*) \\ \delta v^D(t^*) \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Dados $\delta v^D(t^*)$ e $\delta\psi(t^*)$, é sempre possível encontrar $\delta\dot{x}_M(t_o)$ e $\delta\dot{y}_M(t_o)$, pois o determinante da matriz que relaciona essas grandezas é sempre diferente de zero (igual a $-v_o^D$).

Derivando as expressões de $\delta\dot{x}_M$ e $\delta\dot{y}_M$ obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_M(t^*) \\ \ddot{y}_M(t^*) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{v_o^D \sin \psi_o}{L} & \cos \psi_o \\ \frac{v_o^D \cos \psi_o}{L} & \sin \psi_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\Delta v^D(t^*) \\ \delta\alpha^D(t^*) \end{bmatrix} + G^1 \begin{bmatrix} \delta\psi^D(t^*) \\ \delta v^D(t^*) \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

onde G^1 é uma matriz que depende de parâmetros constantes e de $\psi_o(t^*)$. O determinante da primeira matriz é $-\frac{v_o^D}{L}$, e portanto existe uma relação biunívoca entre $\delta\ddot{x}_M(t^*)$, $\delta\ddot{y}_M(t^*)$ e $\delta\Delta v^D(t^*)$, $\delta\alpha^D(t^*)$.

Uma nova derivação e algumas manipulações algébricas levam a:

$$\begin{bmatrix} \delta x_M^{(3)}(t^*) \\ \delta y_M^{(3)}(t^*) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{v_o^D \sin \psi_o}{L} & \frac{K \cos \psi_o}{T} \\ \frac{v_o^D \cos \psi_o}{L} & \frac{K \sin \psi_o}{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \Delta \alpha^D(t^*) \\ \delta u_1^D(t^*) \end{bmatrix} + G^2 \begin{bmatrix} \delta \psi(t^*) \\ \delta v^D(t^*) \\ \delta \Delta v^D(t^*) \\ \delta \alpha^D(t^*) \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

onde G^2 é uma matriz que depende de parâmetros constantes e de $\psi_o(t^*)$. O determinante da primeira matriz é $-\frac{K v_o^D}{TL}$, e portanto existe uma relação biunívoca entre $\delta x_M^{(3)}(t^*)$ e $\delta y_M^{(3)}(t^*)$ e $\delta \Delta \alpha^D(t^*)$ e $\delta u_1^D(t^*)$. O valor de $\delta u_1^D(t^*)$ é arbitrário e pode ser modificado conforme necessário; resulta, portanto, que quaisquer conjuntos de terceiras derivadas e qualquer valor de $\delta \Delta \alpha^D(t^*)$ são compatíveis entre si.

Isto é, pode-se obter uma relação entre as terceiras derivadas de δx_M e δy_M em t^* , dados os valores obtidos em A.1 e A.2 e $\delta \alpha(t^*)$.

As relações A.1, A.2 e A.3 indicam que, dado $\delta \mathcal{X}^D$ em t_o , pode-se designar valores convenientes para as condições iniciais de δx_M e δy_M e suas primeiras, segundas e terceiras derivadas (no caso das terceiras derivadas, há liberdade para impor uma outra relação entre $\delta x_M^{(3)}$ e $\delta y_M^{(3)}$ além de A.3). Com essas condições iniciais (e condições finais obtidas analogamente), obtém-se entradas conforme o segundo item acima, entradas essas que, uma vez aplicadas no sistema, produzem de fato as trajetórias $\delta x_M(t)$ e $\delta y_M(t)$. Para que estas considerações sejam válidas, é necessário que ψ_o seja diferenciável e v_o^D seja diferente de zero.

A.2 Geração de δx_M e δy_M a partir de Condições Iniciais e Finais

Para a variável δx_M (o mesmo vale para a variável δy_M) considere-se um sistema auxiliar associado:

$$\dot{\xi} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \xi + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \rho$$

$$\xi = \begin{bmatrix} \xi_o \\ \vdots \\ \xi_{q-1} \end{bmatrix}$$

Como o sistema acima é controlável, é possível encontrar uma trajetória que leva um conjunto qualquer de condições iniciais impostas a esses dois sistemas a um conjunto

qualquer de condições finais¹. Em particular, tome-se os seguintes vetores de condições iniciais e finais:

$$\xi_i(t_o) = \delta x_M^{(i)}(t_o) \quad (\text{A.4})$$

$$\xi_i(t_f) = \delta x_M^{(i)}(t_f) \quad (\text{A.5})$$

A trajetória de ξ_o assim obtida é claramente de classe C^q . Fazendo $\xi_o(t) \equiv \delta x(t)_M$ (o que é admissível, desde que as condições iniciais e finais são idênticas), conclui-se que, dados dois conjuntos de condições de contorno em t_o e t_f , para δx_M e suas $q - 1$ primeiras derivadas, sempre é possível encontrar uma trajetória $\delta x_M(t)$ de classe C^q (que satisfaça as condições iniciais e finais).

A.3 Verificação da Controlabilidade para Sistemas Invariantes no Tempo

O resultado acerca da controlabilidade do sistema linearizado do Ariel, obtida com auxílio dos resultados acima expostos, pode ser comprovada para as descrições invariantes (Sistema Linearizado em torno de retas em Referenciais Móvel e Fixo, e Sistema Linearizado em torno de circunferências em Referencial Móvel).

A.3.1 Trajetória Reta em Referencial Fixo

O sistema é descrito pelas matrizes A^r e B^r . As sete primeiras colunas da matriz de controlabilidade neste caso são:

$$M_{cont} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K}{2T} & \frac{K}{2T} & -\frac{K}{2T^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{Kv}{LT} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K}{LT} & -\frac{K}{LT} & -\frac{K}{LT^2} \\ 0 & 0 & \frac{K}{T} & 0 & -\frac{K}{T^2} & 0 & \frac{K}{T^3} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K}{T} & 0 & -\frac{K}{T^2} & 0 \\ \frac{K}{T} & 0 & -\frac{K}{T^2} & 0 & \frac{K}{T^3} & 0 & -\frac{K}{T^4} \\ 0 & \frac{K}{T} & 0 & -\frac{K}{T^2} & 0 & \frac{K}{T^3} & 0 \end{bmatrix}$$

O determinante desta matriz é $\frac{K^7 v}{T^7 L^2}$, e portanto o sistema é controlável.

¹Existem infinitas entradas que podem satisfazer essas condições. Pode-se encontrar uma entrada, por exemplo, minimizando um funcional qualquer ou construindo uma entrada com mínima energia conforme [88].

A.3.2 Trajetória Reta em Referencial Móvel

O sistema é descrito pelas matrizes $A^{r'}$ e $B^{r'}$. As cinco primeiras e a sétima colunas da matriz de controlabilidade neste caso são:

$$M_{cont} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{Kv}{LT} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K}{LT} & -\frac{K}{LT^2} \\ 0 & 0 & \frac{K}{T} & 0 & -\frac{K}{T^2} & \frac{K}{T^3} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K}{T} & 0 & 0 \\ \frac{K}{T} & 0 & -\frac{K}{T^2} & 0 & \frac{K}{T^3} & -\frac{K}{T^4} \\ 0 & \frac{K}{T} & 0 & -\frac{K}{T^2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

O determinante desta matriz é $\frac{K^6 v}{T^6 L^2}$, e portanto o sistema é controlável.

A.3.3 Trajetória Circular em Referencial Móvel

O sistema é descrito pelas matrizes $A^{c'}$ e $B^{c'}$. As cinco primeiras e a sétima colunas da matriz de controlabilidade neste caso são:

$$M_{cont} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{Kv}{T} \left(\frac{1}{L} + \frac{1}{2r_c} \right) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K}{T} \left(\frac{1}{L} + \frac{1}{2r_c} \right) & -\frac{K}{T^2} \left(\frac{1}{L} + \frac{1}{2r_c} \right) \\ 0 & 0 & \frac{K}{T} & 0 & -\frac{K}{T^2} & \frac{K}{T^3} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K}{T} & 0 & 0 \\ \frac{K}{T} & 0 & -\frac{K}{T^2} & 0 & \frac{K}{T^3} & -\frac{K}{T^4} \\ 0 & \frac{K}{T} & 0 & -\frac{K}{T^2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

O determinante desta matriz é $\frac{K^6 v}{T^6} \left(\frac{1}{L} + \frac{1}{2r_c} \right)^2$, e portanto o sistema é controlável.

Apêndice B

Principais Resultados Utilizados

B.1 Considerações Iniciais

Nesta seção pretende-se introduzir brevemente os conceitos básicos de Controle Ótimo. O objetivo é otimizar um funcional, procurando encontrar valores ótimos para as entradas de um sistema (em malha aberta ou malha fechada). O funcional é denominado Índice de Desempenho, e tem a forma:

$$J(\mathcal{X}, \mathcal{U}, t) = \Theta_1(\mathcal{X}(t_o), \mathcal{X}(t_f), t_o, t_f) + \int_{t_o}^{t_f} \Theta_2(\mathcal{X}, \mathcal{U}, t) dt$$

submetido a um sistema genérico $\dot{\mathcal{X}} = f(\mathcal{X}, \mathcal{U}, t)$, onde $\mathcal{X}$ e $\mathcal{U}$ têm sentido imediato (variáveis de estado e entradas do sistema).

Uma formulação elegante de todas as relações entre entradas, estados e multiplicadores de Lagrange pode ser obtida com a definição do Hamiltoniano do problema:

$$H(\mathcal{X}, \mathcal{U}, t) = \Theta_2(\mathcal{X}, \mathcal{U}, t) + \lambda^T f(\mathcal{X}, \mathcal{U}, t)$$

O problema de otimização está resolvido a partir da solução das seguintes equações:

$$\frac{\partial H}{\partial \mathcal{U}} = 0 \quad (\text{B.1})$$

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial \mathcal{X}} \quad (\text{B.2})$$

A equação vetorial B.2 é denominada equação do co-estado do sistema. A equação vetorial B.1 recebe o nome de condição de estacionaridade. Essas equações têm suas condições iniciais definidas por uma série de relações, conhecidas como condições de transversalidade. A solução desse conjunto de equações, submetidas a condições de contorno,

é um dos problemas mais difíceis no projeto de controladores em Controle Ótimo. Uma série de limitações pode ser indicada no uso desta técnica:

- A solução ótima difere para cada estado inicial do sistema.
- A solução do problema é obtida em malha aberta.
- Há necessidade do armazenamento de toda a solução antes do início da aplicação das entradas ao sistema.

B.2 O Caso de Sistemas Lineares

Um exemplo importante para o qual o problema de Controle Ótimo possui solução em malha fechada é o caso de sistemas lineares com Índices de Desempenho quadráticos [53] (chamado Problema Linear Quadrático), onde limitações indicadas na seção anterior podem ser evitadas.

Tome-se o sistema linear:

$$\dot{\mathcal{X}} = A\mathcal{X} + B\mathcal{U} \quad (\text{B.3})$$

com $\mathcal{X}(t_o)$ conhecido e com o Índice de Desempenho:

$$J(\mathcal{X}_o, \mathcal{U}, t_o) = \mathcal{X}^T(T)S\mathcal{X}(T) + \int_{t_o}^T \mathcal{X}^T Q(t)\mathcal{X} + \mathcal{U}^T R(t)\mathcal{U} dt \quad (\text{B.4})$$

Sob fracas suposições ($S(T) \geq 0$, $Q \geq 0$ e $R > 0$, e S , Q e R com entradas limitadas e contínuas), existe solução para este problema de otimização, dada por:

$$\mathcal{U} = -\mathcal{K}(t)\mathcal{X} \quad (\text{B.5})$$

onde:

$$\dot{P}(t, T) = - \left(A(t)^T P(t, T) + P(t, T) A(t) + Q - P(t, T) B(t) R^{-1} B(t)^T P(t, T) \right) \quad (\text{B.6})$$

$$\begin{aligned} P(T, T) &= S \\ \mathcal{K}(t) &= R(t)^{-1} B(t)^T P(t, T) \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

A equação B.6 é denominada equação de Riccati. Com as suposições acima indicadas satisfeitas, a matriz $P(t, T)$ (solução da equação) existe para todo $t \leq T$.

Este tipo de solução é extremamente satisfatória por evitar a dependência de condições iniciais e gerar uma solução em malha fechada. Apesar disso, a matriz $\mathcal{K}$ (solução do problema) é uma matriz variante no tempo. Para que a solução seja implementada,

há necessidade de armazenamento dessa matriz para $t \in [t_0, T]$. Esse problema pode, no entanto, ser evitado considerando-se a minimização do seguinte funcional:

$$J(t_0) = \int_{t_0}^{\infty} \mathcal{X}^T Q \mathcal{X} + \mathcal{U}^T R \mathcal{U} \, dt \quad (\text{B.8})$$

O problema acima pode não ter solução, mesmo se $Q \geq 0$ e $R > 0$, pois a integral pode divergir. O seguinte resultado indica a existência de solução:

Resultado B.1 *Considere o problema de Controle Ótimo com o sistema linear B.3 e o Índice de Desempenho representado pelo funcional B.8, com $Q \geq 0$, $R > 0$, Q e R com entradas contínuas e limitadas, e com o sistema linear B.3 completamente controlável. Então a solução do problema obedece às equações B.5, B.7, B.6 (com condição de contorno $P(T, T) = 0$), e, além disso, garantimos que existe a matriz $P(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} P(t, T)$*

Para o caso de sistemas invariantes, o seguinte resultado é fundamental:

Resultado B.2 *Dadas as mesmas condições anteriores, e além disso que as matrizes A , B , Q e R sejam constantes, então existe a matriz $P = \lim_{T \rightarrow \infty} P(t, T) = \lim_{t \rightarrow \infty} P(t, T)$ onde $P(t, T)$ é obtida como no Resultado B.1, e a solução do problema segue as mesmas equações referidas no Resultado B.1. Nesse caso, devido à invariância no tempo de P , o ganho $\mathcal{K}$ (solução do problema) é invariante, e a matriz P pode ser obtida a partir da seguinte equação algébrica:*

$$PBR^{-1}B^TP = PA + A^TP + Q \quad (\text{B.9})$$

A lei de controle ótimo (em malha fechada) é:

$$\mathcal{U}(t) = -\mathcal{K}\mathcal{X} = -R^{-1}B^TP\mathcal{X}(t) \quad (\text{B.10})$$

Uma condição fundamental no projeto de qualquer controlador é a garantia de estabilidade do sistema em malha fechada. Um método simples e imediato de projetar um controlador estável para um sistema linear é utilizar a teoria de Controle Ótimo, aliada a algumas condições do sistema. A fim de esclarecer essas condições, deve ser estabelecida a seguinte definição [58]:

Definição B.1 *Um sistema linear (ou, sinteticamente, o par $[A, B]$) é uniformemente controlável se existem constantes positivas σ , α_0 , α_1 , β_0 , β_1 tal que ¹:*

$$1. \alpha_0 I \leq W_1(t_0, t_0 + \sigma) \leq \alpha_1 I, \text{ para todo } t_0$$

¹A notação $\leq$ entre matrizes significa que a subtração da primeira matriz pela segunda resulta numa matriz positiva definida.

$$2. \beta_0 I \leq \Phi(t_o, t_o + \sigma) W_1(t_o, t_o + \sigma) \Phi^T(t_o, t_o + \sigma) \leq \beta_1 I, \text{ para todo } t_o$$

onde $\Phi(t, t_o)$ é a matriz de transição do sistema e

$$W_1(t_o, t) = \int_{t_o}^t \Phi(t, \tau) B(\tau) B^T(\tau) \Phi^T(t, \tau) d\tau$$

A definição de controlabilidade uniforme para um sistema implica que o sistema pode ser levado a qualquer estado em um tempo finito (e independente do estado inicial), com aplicação de um esforço de controle finito. Temos também, dualmente:

Definição B.2 Um sistema linear (ou, sinteticamente, o par $[A, C]$) é uniformemente observável se existem constantes positivas $\sigma, \alpha_0, \alpha_1, \beta_0, \beta_1$ tal que:

$$1. \alpha_0 I \leq W_2(t_1 - \sigma, t_1) \leq \alpha_1 I, \text{ para todo } t_1$$

$$2. \beta_0 I \leq \Phi(t_1 - \sigma, t_1) W_2(t_1 - \sigma, t_1) \Phi^T(t_1 - \sigma, t_1) \leq \beta_1 I, \text{ para todo } t_1$$

onde

$$W_2(t, t_1) = \int_t^{t_1} \Phi^T(\tau, t) C^T(\tau) C(\tau) \Phi(\tau, t) d\tau$$

O seguinte resultado revela as condições para estabilidade da solução de Otimização:

Resultado B.3 Dado o sistema B.3 e o Índice de Desempenho B.8 para os quais valem as mesmas condições do Resultado B.1, e ainda para os quais vale:

1. O par $[A(t), B(t)]$ é uniformemente completamente controlável.

2. O par $[A(t), C(t)]$, onde $C(t)$ é qualquer matriz tal que $C(t)C^T(t) = Q(t)$, é uniformemente completamente observável.

então, a solução do problema de Controle Ótimo representado pelo sistema e Índice de Desempenho referidos é a mesma exposta no Resultado B.1, e, além disso, garante-se que o sistema obtido em malha fechada com o controlador projetado é exponencialmente assintoticamente estável, sendo $K(t)$ uma matriz com todas as entradas limitadas.

Para o caso de sistemas invariantes, pode-se relaxar as condições acima, pois existe equivalência entre uniformemente completamente controlável e observável e apenas completamente controlável e observável.

B.3 Erro Estacionário Nulo em Sistemas Lineares do Tipo 0

A solução do Problema Linear Quadrático fornece um controlador por realimentação de estados capaz de levar os estados ponderados no Índice ao menor valor possível. No caso de Índice com horizonte de tempo infinito, o controlador é invariante (como visto na seção anterior) e os estados ponderados no Índice são levados a zero. O erro estacionário é nulo, tanto para sistemas que possuam integradores como para sistemas que não os possuem (denominados sistemas de Tipo 0 [60]), pois o valor final do sistema é zero². O controlador tem como "referência" o valor zero para todos os estados, que é atingido aplicando-se a lei de Controle Ótima. Se o controlador tiver como objetivo levar algum estado a um valor não nulo, problemas aparecem no caso de sistemas do Tipo 0. O erro estacionário do sistema é não nulo, o que torna a integral de t_0 a ∞ do Índice divergente³.

Athans [86] propõe uma solução para o cancelamento do erro estacionário, argumentando que, do ponto de vista de controle clássico, este problema pode ser resolvido com a colocação de um integrador na planta (levando o sistema a um comportamento do Tipo 1). Como a solução do Problema Linear Quadrático não produz ações integradoras do Controlador, Athans apresenta, através de um exemplo, um procedimento capaz de obrigar a solução a ter ação integradora. A proposta de Athans está resumida abaixo:

- Em lugar de projetar o Controlador para o sistema linear original, projeta-se o Controlador para o sistema relacionado ao erro (diferença entre o valor desejado e o valor real). Athans discute o seguinte sistema⁴:

$$\dot{\xi} = -\alpha_o \xi + \beta_o \rho$$

com estado ξ , entrada ρ e valor desejado z_o . O sistema do erro é⁵:

$$\dot{\xi}^e = -\alpha_o \xi^e - \beta_o \rho + \alpha_o z_o$$

onde $\xi^e = z_o - \xi$. A vantagem de utilizar este sistema é considerar explicitamente o termo $\alpha_o z_o$, distúrbio constante que se relaciona ao erro estacionário.

- Uma nova variável de estado é definida, igual à derivada da variável de estado sobre a qual se quer impor erro estacionário nulo. No sistema exemplo, Athans define:

$$\xi_1 = \xi^e \quad \xi_2 = \dot{\xi}^e$$

²O erro estacionário é proporcional ao valor final do sistema [60]; um valor final igual a zero implica em erro estacionário nulo.

³Deve-se notar que essa é justamente a situação no Controlador de Trajetória do Ariel quando ocorrem erros nos parâmetros (sobretudo em K): nesse caso, a aplicação das entradas nominais nos motores (u_d e u_e) não leva aos valores nominais (calculados através do modelo) de velocidade. O Controlador, que atua em δu_d e δu_e , não tem mais o objetivo de colocar estas variáveis em zero; se o fizer, estará provocando um erro estacionário em δv_d e δv_e .

⁴Este sistema, de primeira ordem, é qualitativamente idêntico ao modelo adotado para os motores de tração.

⁵Idêntico, por sua vez, ao modelo do motor linearizado.

O sistema se torna:

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_1 &= \xi_2 \\ \dot{\xi}_2 &= -\alpha_o \xi_2 + \beta_o \dot{\rho}\end{aligned}$$

Para o sistema modificado, o Problema Linear Quadrático é resolvido (Athans discute a existência de solução). Note-se que a realimentação não é feita na entrada original, mas em sua derivada ($\dot{\rho}$ no exemplo).

A solução tem a forma de realimentação de estados, e portanto tanto ξ^e quanto sua derivada serão considerados na composição da entrada $\dot{\rho}$:

$$\dot{\rho} = \mathcal{K}_1 \xi^e + \mathcal{K}_2 \dot{\xi}^e$$

onde $\mathcal{K}_1$ e $\mathcal{K}_2$ são os ganhos de realimentação da solução ótima.

- A obtenção da entrada ρ do sistema a partir da última expressão é imediata:

$$\rho = \mathcal{K}_2 \xi^e + \mathcal{K}_1 \int \xi^e$$

ou seja, o Controlador possui ação integral.

Os mesmos artifícios matemáticos e manipulações de variáveis foram empregados para inserir ação integral no Controlador dos motores do Ariel.

B.4 Sistemas Periódicos

Apesar das definições de sistemas uniformemente controláveis (observáveis) facilitarem a generalização de conceitos utilizados em sistemas invariantes para variantes, a teoria relativa a esta última classe de sistemas não é completa. Não é simples determinar a controlabilidade (observabilidade) uniforme de um sistema variante qualquer. As condições para garantir estabilidade a partir das matrizes $A(t)$ e $B(t)$ também não são simples e dificilmente podem ser empregadas com sucesso.

Para a classe de sistemas lineares variantes no tempo com $A(t)$ e $B(t)$ periódicas, existe, no entanto, uma série de resultados desenvolvidos nos últimos vinte anos (de [93] a [103]).

O seguinte resultado é básico [89]:

Resultado B.4 *Um sistema linear variante no tempo com $A(t)$ e $B(t)$ periódicas é uniformemente completamente controlável (observável) se e somente se é completamente controlável (observável).*

Para sistemas lineares periódicos, existe uma transformação de coordenadas (variante no tempo)⁶ que transforma o sistema em um sistema invariante⁷. Explicitamente [78]:

Resultado B.5 Se $A(t)$ é uma matriz com entradas contínuas e periódicas de período T , a matriz de transição relativa a $A(t)$, $\Phi(t_0, t)$, pode ser escrita:

$$\Phi(t_0, t) = \Phi(t) = P(t)e^{tC}$$

onde $P(t)$ é uma matriz inversível e $P(t)$ e $P(t)^{-1}$ têm entradas contínuas e limitadas. C é uma matriz arbitrária, não única para $A(t)$. Entretanto, os auto-valores de e^{TC} são únicos e denominados expoentes característicos da matriz $A(t)$. A matriz C pode ser obtida resolvendo-se:

$$M = e^{TC}$$

e a matriz M , denominada Monodrômia do sistema, pode ser obtida através de:

$$M = \Phi(0)^{-1}\Phi(T)$$

Resultado B.6 A matriz $A(t)$ é estável se e somente se seus expoentes característicos tem módulo menor que 1.

Os resultados acima são a base para uma série de resultados concernentes a essa classe de sistemas. Interessa-nos aqui saber o comportamento de tais sistemas quando inseridos no contexto de otimização. Temos [99]:

Resultado B.7 Considere o problema de Controle Ótimo Linear referido no Resultado B.1, com a diferença que o sistema B.3 é variante periódico. Nesse caso, a solução $P(t)$ existe e é encontrada como no referido Resultado, e além disso $P(t)$ é periódica.

Resultado B.8 Considere o mesmo problema acima, com controlabilidade completa e uniforme do par $[A, B]$ e observabilidade completa e uniforme do par $[A, C]$ (onde C é uma raiz quadrada de Q). Nesse caso, a solução $P(t)$ com as características estabelecidas no Resultado anterior produz uma matriz K periódica, a qual leva a um sistema em malha fechada uniformemente estável.

⁶Uma transformação de Lyapunov é uma transformação de coordenadas dada por $Y = P(t)X$, onde $P(t)$ e $P(t)^{-1}$ são matrizes com entradas deriváveis e limitadas (X e Y os vetores relacionados pela transformação).

⁷Esse resultado é a base da Teoria de Floquet, que lida com sistemas lineares periódicos.

B.5 Discretização do Problema Linear Quadrático

O sistema linear B.3 submetido a um Índice de Desempenho do tipo B.8 pode ser controlado por meio de um computador digital, com um período de amostragem arbitrário h .

Nesse caso, o sistema se torna:

$$\mathcal{X}((k+1)h) = A_d \mathcal{X}(kh) + B_d \mathcal{U} \quad (\text{B.11})$$

com matrizes A_d e B_d iguais a:

$$\begin{aligned} A_d &= \Phi(h) \\ B_d &= \int_0^h \Phi(\tau) B d\tau \end{aligned}$$

onde $\Phi(\tau)$ é a matriz de transição do sistema contínuo.

O Índice de Desempenho correspondente ao Índice B.8 para o problema discretizado não mais depende de Q e R , mas sim de matrizes $\bar{Q}$, $\bar{M}$ e $\bar{R}$ obtidas a partir de A , B , Q e R [66]. Os dois Resultados a seguir apresentam o método de solução deste problema.

Resultado B.9 *Dado um sistema linear em tempo contínuo submetido a um Índice de Desempenho do tipo B.8 (tomando $t_0 = 0$), o Índice de Desempenho discretizado equivalente é dado por:*

$$J_d = \sum_{k=0}^{\infty} \mathcal{X}^T(kh) \bar{Q} \mathcal{X}(kh) + 2 \mathcal{X}^T(kh) \bar{M} \mathcal{U}(kh) + \mathcal{U}^T(kh) \bar{R} \mathcal{U}(kh) \quad (\text{B.12})$$

onde:

$$\begin{aligned} \bar{Q} &= \int_{(kh)}^{((k+1)h)} \Phi^T(t - kh) \cdot Q \cdot \Phi(t - kh) dt \\ \bar{M} &= \int_{(kh)}^{((k+1)h)} \left(\Phi^T(t - kh) \cdot Q \cdot \int_0^{kh} \Phi(\tau) B d\tau \right) dt \\ \bar{R} &= \int_{(kh)}^{((k+1)h)} \left(\left(\int_{(kh)}^{((k+1)h)} \Phi(\tau) B d\tau \right)^T \cdot Q \cdot \left(\int_{(kh)}^{((k+1)h)} \Phi(\tau) B d\tau \right) \right) dt \end{aligned}$$

Resultado B.10 *A solução do problema de Controle Ótimo representado pelo sistema discretizado B.11 com Índice de Desempenho B.12, e sistema controlável, segue os passos:*

- A matriz $\bar{Q}$ é substituída por $\bar{\bar{Q}} = \bar{Q} - \bar{M}\bar{R}^{-1}\bar{M}^T$.
- A matriz A_d é substituída por $\bar{A}_d = A_d - B_d\bar{R}^{-1}\bar{M}^T$.
- A seguinte equação matricial (na matriz P_d) de Riccati é resolvida:

$$P_d = \bar{\bar{Q}} + \bar{A}_d^T P_d \bar{A}_d - \bar{A}_d^T P B_d (\bar{R} + B_d^T P_d B_d)^{-1} B_d^T P_d \bar{A}_d$$

- A matriz de ganhos $\mathcal{K}$ é calculada a partir de P_d :

$$\mathcal{K} = (\bar{R} + B_d^T P_d B_d)^{-1} B_d^T P_d \bar{A}_d$$

- A lei de Controle Ótimo é:

$$\mathcal{U}(kh) = -\mathcal{K}\mathcal{X}(kh)$$

Apêndice C

Matrizes de Transição

C.1 Sistema Linearizado em Torno de Trajetória Reta

C.1.1 Referencial Móvel

A seguinte matriz de transição é obtida a partir da matriz A^r , relativa ao Sistema do Ariel linearizado em torno de Trajetória Reta¹:

$$\Phi(\tau) = \begin{bmatrix} 1 & 0.5t & 0.685t^2 & -0.685t^2 & \phi_{15} & \phi_{16} \\ 0 & 1 & 1.37t & -1.37t & \phi_{25} & \phi_{26} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0.2(1 - e^{-5t}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0.2(1 - e^{-5t}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e^{-5t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{-5t} \end{bmatrix}$$

onde:

$$\begin{aligned} \phi_{15} &= 0.0054(1 - 5t + 12.5t^2 - e^{-5t}) \\ \phi_{16} &= -0.0054(1 - 5t + 12.5t^2 - e^{-5t}) \\ \phi_{25} &= 0.0548(e^{-5t} + 5t - 1) \\ \phi_{26} &= -0.0548(e^{-5t} + 5t - 1) \end{aligned}$$

C.1.2 Referencial Fixo

A seguinte matriz de transição é obtida a partir da matriz A^r , relativa ao Sistema do Ariel linearizado em torno de Trajetória Reta:

¹As matrizes A_d^r e B_d^r relativas ao sistema discretizado são obtidas a partir desta matriz de transição.

$$\Phi(\tau) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.5t & 0.5t & \phi_{15} & \phi_{16} \\ 0 & 1 & 0.5t & 0.685t^2 & -0.685t^2 & \phi_{25} & \phi_{26} \\ 0 & 0 & 1 & 1.37t & -1.37t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0.2(1 - e^{-5t}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0.2(1 - e^{-5t}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{-5t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{-5t} \end{bmatrix}$$

onde:

$$\begin{aligned} \phi_{15} &= 0.02(e^{-5t} + 5t - 1) \\ \phi_{16} &= 0.02(e^{-5t} + 5t - 1) \\ \phi_{25} &= 0.0054(1 - 5t + 12.5t^2 - e^{-5t}) \\ \phi_{26} &= -0.0054(1 - 5t + 12.5t^2 - e^{-5t}) \\ \phi_{35} &= 0.0548(e^{-5t} + 5t - 1) \\ \phi_{36} &= -0.0548(e^{-5t} + 5t - 1) \end{aligned}$$

C.2 Sistema Linearizado em Torno de Trajetória Circular em Referencial Móvel

A seguinte matriz de transição é obtida a partir da matriz A^c , relativa ao Sistema do Ariel linearizado em torno de Trajetória Circular:

$$\Phi(\tau) = \begin{bmatrix} \cos(0.3t) & \sin(0.3t) & 2.29(1 - \cos(0.3t)) & \phi_{14} & \phi_{15} & \phi_{16} \\ -\sin(0.3t) & \cos(0.3t) & 2.29 \sin(0.3t) & \phi_{24} & \phi_{25} & \phi_{26} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0.2(1 - e^{-5t}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0.2(1 - e^{-5t}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e^{-5t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{-5t} \end{bmatrix}$$

onde:

$$\begin{aligned} \phi_{14} &= -6.23(1 - \cos(0.3t)) \\ \phi_{15} &= 0.3(1.94 - 0.0069e^{-5t} - 0.116 \sin(0.3t) - 1.93 \cos(0.3t)) \\ \phi_{16} &= 0.3(-4.155 + 0.015e^{-5t} + 0.25 \sin(0.3t) + 4.14 \cos(0.3t)) \\ \phi_{24} &= -6.23 \sin(0.3t) \\ \phi_{25} &= 0.034e^{-5t} - 0.034 \cos(0.3t) + 0.579 \sin(0.3t) \\ \phi_{26} &= -0.0745e^{-5t} + 0.0745 \cos(0.3t) - 1.242 \sin(0.3t) \end{aligned}$$

Apêndice D

Visão Global do Ariel

D.1 Descrição do Estado Atual do Projeto do Ariel

O projeto do Ariel foi iniciado em 1988 no Laboratório de Automação e Sistemas, Mecatrônica, contando desde então com apoio financeiro da FAPESP¹.

O projeto do Ariel foi dividido em Estrutura Mecânica, Projeto de Acionamentos, Projeto de Controle e Sensoriamento.

A estrutura mecânica básica está parcialmente concluída, e se completará com a construção de uma plataforma móvel a ser colocada sobre o Ariel. A plataforma será dotada de uma esteira rolante e sensores de proximidade para acoplamento com outras máquinas.

O projeto dos acionamentos se limitou aos acionadores dos motores de tração. Foram construídos dois acionadores via técnica PWM para os motores de corrente contínua com proteção de sobrecorrente.

A primeira preocupação no projeto do controle do Ariel foi a definição da Arquitetura do Sistema, delineada no Capítulo 1. Para a implementação desta estrutura de controle, foram definidas três etapas, relacionadas com o equipamento utilizado para controle.

- A primeira etapa procura testar algoritmos de controle a nível de Pilotagem em equipamentos de fácil manuseio. É a etapa atual de implementação. Os programas de Pilotagem são baseados em um microcomputador padrão IBM PC XT localizado a bordo do Ariel, enquanto que os níveis mais altos de controle serão localizados em um microcomputador padrão IBM PC AT localizado fora do Ariel, recebendo o nome de Estação Fixa. O presente trabalho se insere nesta etapa.
- Na segunda etapa, o microcomputador de bordo receberá placas de circuitos de-

¹Os trabalhos descritos neste Apêndice são resultantes das atividades da equipe de desenvolvimento do Ariel, da qual o autor faz parte.

dicadas, baseadas em microprocessadores, cuja tarefa será executar os algoritmos de Pilotagem. O microcomputador de bordo se ocupará do processamento de informação sensorial e da interface com a Estação Fixa.

- A terceira etapa envolve uma total reestruturação dos equipamentos de bordo do Ariel. Pretende-se construir uma estrutura centrada em barramento padrão VME voltada a multiprocessamento. Dois sub-sistemas baseados em microprocessadores 68020 deverão comandar o Robô: um se encarregará de gerenciamento dos sub-sistemas e da interface com Estação Fixa, enquanto outro se concentrará em atividades de interpretação de informações sensoriais. Vários sub-sistemas se encarregarão de tarefas específicas (por exemplo, controle dos motores da plataforma de transporte).

A Estação Fixa deverá funcionar como bloco de Planejamento. Com este objetivo, o microcomputador que opera como Estação Fixa recebeu o programa AutoCAD numa versão adaptada. Este microcomputador ainda não está ligado ao microcomputador de bordo do Ariel. Um programa em AutoLISP (versão da linguagem LISP interpretada pelo AutoCAD) foi realizado para executar as seguintes tarefas:

- Permitir inserção de mapas e rotas, bem como definir caminhos permitidos para o Robô.
- Encontrar caminhos entre dois pontos prescritos, através de uma busca *breadth first* [81] na base de dados de caminhos permitidos.

Pretende-se construir um canal de rádio entre a Estação Fixa e o Ariel, permitindo-se, dessa forma, que as rotas planejadas na Estação sejam transmitidas ao Robô.

O bloco de Navegação não foi implementado nessa versão, dependendo fortemente para isso da instalação de elementos de sensoramento externo. O Laboratório de Automação e Sistemas, Mecatrônica, desenvolve atualmente sensores de ultra-som, destinados no futuro a servirem de sensores de detecção de obstáculos e de fonte de informações genéricas sobre o ambiente para o Ariel [45]. A utilização completa de todos os sensores no Robô depende da capacidade de processamento interna ao Ariel; o processamento correto de toda a informação será possível com a montagem do sistema de processamento baseado em VME (terceira etapa).

Atualmente, a equipe envolvida no projeto trabalha na construção de circuitos processadores dedicados e da parte mecânica necessária à finalização da segunda etapa do projeto, contando com apoio financeiro da FAPESP.

D.2 Aspectos técnicos do Programa de Controle

Para executar todas as tarefas de controle, foi desenvolvido um programa em linguagem C denominado ARIEL versão 4.1. Uma versão preliminar deste programa foi desenvolvida

durante o primeiro ciclo de projeto (financiando pela FAPESP) e se encontra documentado no Relatório Final de Projeto [107]. O ARIEL v.4.1 é uma versão ampliada deste programa preliminar. Maiores informações sobre o programa AGV podem ser encontradas no Manual de Usuário do Programa ARIEL [109].

O programa ARIEL é composto por:

- Arquivo executável ARIEL.EXE.
- Arquivos de parâmetros e instruções com terminação .AGV, sendo:
 - PAR.AGV - arquivo default de parâmetros.
 - INS.AGV - arquivo default de instruções.
 - Arquivos INS1.AGV, INS2.AGV e INS3.AGV com trajetórias de demonstração.

Os arquivos default são carregados assim que o programa é inicializado.

- Arquivo de help, AGV.HLP.
- Arquivos de código fonte em linguagem C para Compilador MicroSoft C 5.0:
 - ARIEL.C
 - SUPORTE.C
 - SUPORTE1.C
 - SUPORTE2.C
 - SUPORTE3.C
 - SUPORTE4.C
 - CONTROLE.C

Para utilizar o programa são necessários os arquivos ARIEL.EXE, PAR.AGV, INS.AGV. Com estes arquivos, basta teclar ARIEL (para monitor tipo CGA) ou ARIEL 16 (para monitor tipo EGA) para que o programa seja carregado corretamente.

O programa possui a seguinte estrutura:

- Todas as operações internas são baseadas em parâmetros carregados a partir de arquivos .AGV. Todos os parâmetros podem ser alterados pelo usuário durante a execução do programa.
- Todas as instruções destinadas ao Ariel são carregadas via arquivos .AGV (com sintaxe adiante especificada). As instruções podem ser alteradas livremente pelo usuário durante a execução do programa.
- As instruções podem ser simuladas ou realmente enviadas ao Ariel.
- Todos os resultados da execução de instruções podem ser visualizados durante a execução do programa (graficamente) ou armazenadas em disco em vários formatos para posterior processamento.

D.2.1 Utilização do Programa

Uma vez iniciado, o programa interfaceia com o usuário por meio de menus. As diretrizes básicas para operar com os menus são as seguintes:

- Uma vez em um menu, a tecla F1 ativa o HELP relativo *àquele menu*.
- O "cursor" está sempre sobre a opção que não apresenta nenhuma moldura.
- O "cursor" pode ser movimentado utilizando as teclas RIGHT e DOWN (para a próxima opção) ou LEFT e UP (para a opção anterior).
- A tecla ENTER ativa a opção sobre a qual se encontra o "cursor".
- Pressionar as teclas maiúscula ou minúscula correspondentes *ao character em maiúsculo em uma opção* ativam a opção, independente da posição do "cursor".
- A tecla ESCAPE apaga o menu onde está o "cursor" e volta ao menu anterior.

A estrutura de menus do programa de controle pode ser sumarizada como segue (maiores detalhes podem ser encontrados em [109]):

Opções: Permite que o usuário atue sobre as estruturas de dados responsáveis pelo armazenamento de parâmetros e instruções e sobre a configuração de *hardware* do sistema. São três opções:

Trajetória: Permite que o usuário leia ou edite os arquivos de instruções.

Parâmetros: Permite que o usuário leia ou edite os arquivos de parâmetros.

Configura: Permite que o usuário altere a configuração do sistema. São permitidas alterações no período de amostragem, na quantidade de memória utilizada no programa e na base de tempo do microcomputador. Opções para uso de barramento VME e rádio de comunicação com Estação Fixa foram providenciadas, mas não tem efeito na implementação atual.

Executa: Força a execução de instruções destinadas ao Ariel. O usuário tem várias opções para controlar a forma de execução da trajetória:

- A execução pode ser simulada ou real.
- O usuário determina o tipo de Controlador (em Referencial Móvel ou Fixo).

Uma série de opções foram providenciadas (controle de posição, limites de aceleração, frenagem gradual no final de trajetória) sem implementação atual.

I/o: Possibilita a visualização gráfica ou armazenagem em disco das variáveis envolvidas na execução de instruções do Ariel. O usuário pode escolher quais variáveis serão plotadas ou armazenadas.

D.2.2 Estruturas de Dados do Programa

Existem três estruturas de armazenagem de informações no interior do programa: **vp-par**, responsável pela armazenagem dos parâmetros; **vp_instrui**, responsável pela armazenagem das instruções e **vp_plot**, responsável pela armazenagem das variáveis gráficas. Essas estruturas estão divididas em *folhas*: cada folha é um conjunto de dados. Podemos referenciar um parâmetro localizado na segunda posição da folha 3 denotando-o **vp-par[3][2]**. O elemento que ocupa a posição 0 em qualquer folha sempre define o tamanho da folha (quantas posições estão ocupadas)².

A Estrutura de Armazenagem de Parâmetros

Cada parâmetro ocupa um elemento em uma folha de **vp-par** (o número máximo de folhas permitido é 18).

As folhas de definição de parâmetros têm a seguinte estrutura:

- Folha 0: Parâmetros Gerais de Funcionamento

- 0 [0] - (a) Número de parâmetros da folha.
- 0 [1] - (b) Número de folhas de parâmetros.
- 0 [2] - (c) Período de Amostragem para execução de controle (em segundos). Pode ser alterado pela opção Opções ⇒ Configura ⇒ Per. amostragem.
- 0 [3] - (d) Clock enviado ao Temporizador do Microcomputador (em Hertz). Pode ser alterado pela opção Opções ⇒ Configura ⇒ Clock timer.
- 0 [4] - (e) Radio: 0 se não houver Radio, 1 se houver Radio. Pode ser alterada pela opção Opções ⇒ Configura ⇒ Radio.
- 0 [5] - (f) Z80: 0 se não houver Z80, 1 se houver Z80. Pode ser alterada pela opção Opções ⇒ Configura ⇒ Z80.
- 0 [6] - (g) Tamanho máximo permitido para os vetores de armazenagem. Pode ser alterada pela opção Opções ⇒ Configura ⇒ Tam. plotagem. *Use apenas essa opção para alterar este valor; nunca o modifique por edição durante a execução do programa!!*
- 0 [7] - (h) VME: 0 se não houver VME, 1 se houver VME. Pode ser alterada pela opção Opções ⇒ Configura ⇒ VME.
- 0 [8] - (i) Modo de Leitura de Arquivos de Parâmetros e Instruções: se 0, é feita leitura de arquivos default PAR.AGV e INS.AGV; se 1, o programa pergunta ao usuário o nome do programa a ser lido.
- 0 [9] - (i) Tipo do Arquivo Lido: se 1, arquivo de parâmetros; se 1 arquivo de instruções; se 2, ambos. A opção 2 é inócua nesta versão.

²Cada uma das estruturas de dados é implementada internamente ao programa como um vetor de ponteiros; cada uma das folhas é um vetor apontado por um destes ponteiros.

- 0 [10] - (j) Tamanho do Passo de Armazenagem: as estruturas de armazenagem guardam valores em períodos de tempo que são múltiplos inteiros do período de amostragem. O número de períodos é denominado Passo.
- 0 [11] - (k) A fim de determinar o Passo, todas as instruções destinadas ao VAT são analisadas previamente à sua execução. Uma estimativa do tempo gasto para execução é feita e armazenada nessa variável.
- 0 [12] - (l) Número de Vetores de Plotagem, ou seja, o número de variáveis que podem ser armazenadas.
- 0 [13] - (m) Flag-estimativa: se 0, permite cálculo automático da estimativa de tempo de execução; se 1, o programa utiliza a estimativa corrente em `vp-par[0][10]` (isto deve ser feito criteriosamente).
- 0 [14] - (n) Flag-passo: se 0, permite cálculo automático do Passo de Armazenagem; se 1, o programa utiliza o Passo corrente em `vp-par[0][9]` (isto deve ser feito criteriosamente).

• Folha 1: Parâmetros para Simulação

- 1 [0] - (a) Número de parâmetros desta folha.
- 1 [1] - (b) Tipo do Modelo Direito. Tipo 1 significa modelo de primeira ordem em forma de Constante de Tempo; tipo 2 significa modelo de segunda ordem super-amortecido em forma de Constantes de Tempo; tipo 3 significa modelo de segunda ordem sub-amortecido.
- 1 [2] - (c)
 - 1. Para tipo 1: Constante de Tempo.
 - 2. Para tipo 2: Primeira Constante de Tempo.
 - 3. Para tipo 3: Fator de Amortecimento.
- 1 [3] - (d)
 - 1. Para tipo 1: Ganho em Tensão Contínua.
 - 2. Para tipo 2: Segunda Constante de Tempo.
 - 3. Para tipo 3: Frequência Natural.
- 1 [4] - (e)
 - 1. Para tipo 1: sem valor.
 - 2. Para tipo 2: Ganho em Tensão Contínua.
 - 3. Para tipo 3: Ganho em Tensão Contínua.
- 1 [5] - (f) Mesmo que `vp-par[1][1]` para Motor Esquerdo.
- 1 [6] - (g) Mesmo que `vp-par[1][2]` para Motor Esquerdo.
- 1 [7] - (h) Mesmo que `vp-par[1][3]` para Motor Esquerdo.
- 1 [8] - (i) Mesmo que `vp-par[1][4]` para Motor Esquerdo.
- 1 [9] - (j) Limite de Sinal de Velocidade (m/s) que pode ser enviado para o Motor Direito.

1 [10] - (k) Mesmo que `vp-par[1][9]` para Motor Esquerdo.

- Folha 2: Parâmetros do VAT

2 [0] - (a) Número de Parâmetros desta Folha.

2 [1] - (b) Largura do VAT (em metros).

2 [2] - (c) Comprimento do VAT (em metros).

2 [3] - (d) Raio das Rodas de Tração (em metros).

- Folha 3: Opções Default do Programa

3 [0] - (a) Número de Parâmetros desta Folha.

3 [1] - (b) Opção Objetivo: se 1, o VAT é simulado; se 2, ocorre execução real das instruções. Pode ser alterado através de Executa $\Rightarrow$ Opções $\Rightarrow$ Objetivo.

3 [2] - (c) Opção Freio: se 0, não ocorre frenagem no final de trajetórias; se 1, ocorre frenagem. Pode ser alterado através de Executa $\Rightarrow$ Opções $\Rightarrow$ Freio.

3 [3] - (d) Opção Posição: se 0, não ocorre Controle de Posição no final de trajetórias; se 1, ocorre Controle de Posição. Pode ser alterado através de Executa $\Rightarrow$ Opções $\Rightarrow$ Posição.

3 [4] - (e) Opção Aceleração: se 0, não ocorre limitação de Aceleração; se 1, o valor de aceleração enviado aos motores é limitado. Pode ser alterado através de Executa $\Rightarrow$ Opções $\Rightarrow$ Aceleração.

3 [5] - (f) Opção Técnica: possibilita escolha da técnica utilizada para controle:

1. Se 1 : Controle tipo ATGS.

2. Se 2 : Controle Ótimo.

3. Se 3 : Estratégia Mista (ATGS e Controle Ótimo).

Pode ser alterado através de Executa $\Rightarrow$ Opções $\Rightarrow$ Técnica.

3 [6] - (g) Opção Nível: possibilita, para qualquer técnica de controle, escolha do nível em que os controladores vão atuar:

1. Se 1 : Controladores dos Motores tipo Proporcional.

2. Se 2 : Controladores dos Motores tipo Proporcional-Integral.

3. Se 3 : Controladores dos Motores tipo Proporcional-Integral-Derivativo (nesta versão, equivale ao anterior).

4. Se 4 : Controladores dos Motores tipo Proporcional-Integral e Controlador de Trajetória com ação Proporcional.

5. Se 5 : Controladores dos Motores tipo Proporcional-Integral e Controlador de Trajetória com ação Proporcional-Derivativa.

6. Se 6 : Controladores dos Motores tipo Adaptativo e Controlador de Trajetória com ação Proporcional (esta opção não é válida nesta versão).

7. Se 7 : Controladores dos Motores tipo Adaptativo e Controlador de Trajetória com ação Proporcional-Integral (esta opção não é válida nesta versão).

8. Se 8 : Sem controladores; apenas sinal de referência é enviado aos motores.
Pode ser alterado através de Executa $\Rightarrow$ Opções $\Rightarrow$ Técnica.

- Folha 4: Condições Iniciais para Variáveis em Simulação

4 [0] - (a) Número de Parâmetros desta Folha

4 [3] - (d) Coordenada $x(0)$ da posição inicial.

4 [4] - (e) Coordenada $y(0)$ da posição inicial.

4 [5] - (f) $\psi(0)$ (Orientação inicial).

- Folha 5: Parâmetros de I/O

5 [0] - (a) Número de Parâmetros desta Folha.

5 [1] - (b) Pixel X do canto inferior direito da janela gráfica. Pode ser alterado através de I/O $\Rightarrow$ Plotagem $\Rightarrow$ Opções $\Rightarrow$ Top_x.

5 [2] - (c) Pixel Y do canto inferior direito da janela gráfica. Pode ser alterado através de I/O $\Rightarrow$ Plotagem $\Rightarrow$ Opções $\Rightarrow$ Top_y.

5 [3] - (d) Pixel X do canto superior esquerdo da janela gráfica. Pode ser alterado através de I/O $\Rightarrow$ Plotagem $\Rightarrow$ Opções $\Rightarrow$ Bot_x.

5 [4] - (e) Pixel Y do canto superior esquerdo da janela gráfica. Pode ser alterado através de I/O $\Rightarrow$ Plotagem $\Rightarrow$ Opções $\Rightarrow$ Bot_y.

5 [5] - (f) Máximo valor que pode ser visualizado no eixo X de plotagem. Se colocado em 0, o programa ajusta automaticamente o valor para 20 % além do maior valor da variável a ser plotada. Pode ser alterado através de I/O $\Rightarrow$ Plotagem $\Rightarrow$ Opções $\Rightarrow$ Max. x.

5 [6] - (g) Máximo valor que pode ser visualizado no eixo Y de plotagem. Se colocado em 0, o programa ajusta automaticamente o valor para 20 % além do maior valor da variável a ser plotada. Pode ser alterado através de I/O $\Rightarrow$ Plotagem $\Rightarrow$ Opções $\Rightarrow$ Max. y.

5 [7] - (h) Mínimo valor que pode ser visualizado no eixo X de plotagem. Se colocado em 0, o programa ajusta automaticamente o valor para 20 % abaixo do menor valor da variável a ser plotada. Pode ser alterado através de I/O $\Rightarrow$ Plotagem $\Rightarrow$ Opções $\Rightarrow$ Min. x.

5 [8] - (i) Mínimo valor que pode ser visualizado no eixo Y de plotagem. Se colocado em 0, o programa ajusta automaticamente o valor para 20 % abaixo do menor valor da variável a ser plotada. Pode ser alterado através de I/O $\Rightarrow$ Plotagem $\Rightarrow$ Opções $\Rightarrow$ Min. y.

5 [9] - (j) Retenção de limites: caso colocado em 0, calcula limites para visualização na tela conforme calculados a partir de novos dados; caso colocado em 1, os limites serão iguais aos existentes no momento da passagem para 1. Pode ser alterado através de I/O $\Rightarrow$ Plotagem $\Rightarrow$ Opções $\Rightarrow$ Retenção.

- 5 [10] - (k) Determina o número de linhas de GRID na direção horizontal (se igual a 0, não existem linhas). Pode ser alterado através de I/O $\Rightarrow$ Plotagem $\Rightarrow$ Opções $\Rightarrow$ Grid (note que essa opção modifica simultaneamente o valor de GRID na direção horizontal e vertical).
- 5 [11] - (l) Determina a presença de indicadores dos valores máximos e mínimos das variáveis plotadas (0 se não existe numeração, 1 se existe). Nesta versão, essa opção é inócua.
- 5 [12] - (m) Determina o tipo de linha na qual é plotado o gráfico (número igual ao determinado para a função de definição do padrão de linha da biblioteca MicroSoft C). Nesta versão, essa opção é inócua.
- 5 [13] - (n) Se 0, o programa desenha gráficos sem título; se 1, o programa pergunta o título do gráfico e o imprime. Pode ser alterado através de I/O $\Rightarrow$ Plotagem $\Rightarrow$ Opções $\Rightarrow$ Título.
- 5 [14] - (o) Determina o formato dos dados que serão armazenados em disco:
1. Se 1, as variáveis são guardadas em formato FLAT do Matlab
 2. Se 2, as variáveis são guardadas em formato MAT do Matlab
 3. Se 3, as variáveis são guardadas em formato M do Matlab
 4. Se 4, as variáveis são guardadas em formato apropriado para LOTUS
- Pode ser alterada através de I/O $\Rightarrow$ Armazena $\Rightarrow$ Opções.
- 5 [15] - (p) Determina o número de linhas de GRID na direção vertical (se igual a 0, não existem linhas). Pode ser alterado através de I/O $\Rightarrow$ Plotagem $\Rightarrow$ Opções $\Rightarrow$ Grid (note que essa opção modifica simultaneamente o valor de GRID na direção horizontal e vertical).

- Folha 6: Livre

- Folha 7: Parâmetros para o Controlador de Reta

- 7 [0] - (a) Número de Parâmetros desta Folha.
- 7 [1] - (b) Ganho Proporcional do Controlador do Motor Direito.
- 7 [2] - (c) Ganho Proporcional do Controlador do Motor Direito.
- 7 [3] - (d) Ganho Integral do Controlador do Motor Direito.
- 7 [4] - (e) Ganho Integral do Controlador do Motor Esquerdo.
- 7 [5] - (f) Limite de Saturação do Controlador do Motor Direito.
- 7 [6] - (g) Limite de Saturação do Controlador do Motor Esquerdo.
- 7 [7] - (h) Ganho Proporcional do Controlador de Trajetória (realimentação de posição) Direito.
- 7 [8] - (i) Ganho Proporcional do Controlador de Trajetória (realimentação de posição) Esquerdo.
- 7 [9] - (j) Ganho Integral do Controlador de Trajetória (realimentação de orientação) Direito.

- 7 [10] - (k) Ganho Integral do Controlador de Trajetória (realimentação de orientação) Esquerdo.

• Folha 8: Parâmetros para Controlador ATGS de Circunferência

- 8 [0] - (a) Número de Parâmetros desta Folha.
8 [1] - (b) Ganho Proporcional do Controlador do Motor Direito.
8 [2] - (c) Ganho Proporcional do Controlador do Motor Direito.
8 [3] - (d) Ganho Integral do Controlador do Motor Direito.
8 [4] - (e) Ganho Integral do Controlador do Motor Esquerdo.
8 [5] - (f) Limite de Saturação do Controlador do Motor Direito.
8 [6] - (g) Limite de Saturação do Controlador do Motor Esquerdo.
8 [7] - (h) Ganho Proporcional do Controlador de Trajetória (realimentação de posição) Direito.
8 [8] - (i) Ganho Proporcional do Controlador de Trajetória (realimentação de posição) Esquerdo.
8 [9] - (j) Ganho Integral do Controlador de Trajetória (realimentação de orientação) Direito.
8 [10] - (k) Ganho Integral do Controlador de Trajetória (realimentação de orientação) Esquerdo.

• Folha 9: Parâmetros para o Controlador Ótimo de Circunferência

- 9 [0] - (a) Número de Parâmetros desta Folha.
9 [1] - (b) Ganho Proporcional do Controlador do Motor Direito.
9 [2] - (c) Ganho Proporcional do Controlador do Motor Direito.
9 [3] - (d) Ganho Integral do Controlador do Motor Direito.
9 [4] - (e) Ganho Integral do Controlador do Motor Esquerdo.
9 [5] - (f) Limite de Saturação do Controlador do Motor Direito.
9 [6] - (g) Limite de Saturação do Controlador do Motor Esquerdo.
9 [7] - (h) Ganho Proporcional do Controlador de Trajetória (realimentação de posição) Direito.
9 [8] - (i) Ganho Proporcional do Controlador de Trajetória (realimentação de posição) Esquerdo.
9 [9] - (j) Ganho do termo em x do Controlador de Trajetória (realimentação de orientação) Direito.
9 [10] - (k) Ganho do termo em y de Trajetória (realimentação de orientação) Direito.
9 [11] - (l) Ganho do termo em x do Controlador de Trajetória (realimentação de orientação) Direito.

- 9 [12] - (m) Ganho do termo em y de Trajetória (realimentação de orientação) Direito.
- 9 [13] - (n) Fase do termo em x do Controlador de Trajetória (realimentação de orientação) Direito.
- 9 [14] - (o) Fase do termo em y de Trajetória (realimentação de orientação) Direito.
- 9 [15] - (p) Fase do termo em x do Controlador de Trajetória (realimentação de orientação) Direito.
- 9 [16] - (q) Fase do termo em y de Trajetória (realimentação de orientação) Direito.

A Estrutura de Armazenagem de Instruções

Cada instrução de trajetória ocupa uma folha de `vp_instrui` (o número máximo de folhas permitido é 18).

Duas instruções estão definidas nesta versão: Reta e Círculo. As folhas de definição destas instruções tem a seguinte estrutura:

- Segmento de Reta:

- 0 Número de Parâmetros: 17 (fornecido pelo usuário).
- 1 Tipo da Instrução: 1 (fornecido pelo usuário).
- 2 Velocidade (metros/segundo) (fornecido pelo usuário).
- 3 Parâmetro a da reta de final na forma $ax+by+c=0$ (calculado pelo programa).
- 4 Parâmetro b da reta de final na forma $ax+by+c=0$ (calculado pelo programa).
- 5 Parâmetro c da reta de final na forma $ax+by+c=0$ (calculado pelo programa).
- 6 Número de Ultrapassagens da reta de final até que o VAT pare: 0 (calculado pelo programa).
- 7 Valor Máximo que a função da reta especificada (na forma $ax+by+c=0$, calculada pelo programa) pode atingir (acima desse valor o VAT é freado) (fornecido pelo usuário).
- 8 Raio do Círculo (centrado no ponto final do segmento de reta) que define a entrada em modo de controle de posição (não ativo nesta versão); dentro desse círculo, há teste de parada (fornecido pelo usuário).
- 9 Posição x final do segmento de reta (fornecido pelo usuário).
- 10 Posição y final do segmento de reta (fornecido pelo usuário).
- 11 Posição x inicial do segmento de reta (fornecido pelo usuário).
- 12 Posição y inicial do segmento de reta (fornecido pelo usuário).

- 13 Parâmetro a da reta especificada na forma $ax + by + c = 0$ (calculado pelo programa).
- 14 Parâmetro b da reta especificada na forma $ax + by + c = 0$ (calculado pelo programa).
- 15 Parâmetro c da reta especificada na forma $ax + by + c = 0$ (calculado pelo programa).
- 16 Ângulo entre a reta especificada e o eixo x (calculado pelo programa).

● Arco de Circunferência:

- 0 Número de Parâmetros: 18 (fornecido pelo usuário).
- 1 Tipo da Instrução: 2 (fornecido pelo usuário).
- 2 Velocidade (metros/segundo) (fornecido pelo usuário).
- 3 Parâmetro a da reta de final na forma $ax + by + c = 0$ (calculado pelo programa).
- 4 Parâmetro b da reta de final na forma $ax + by + c = 0$ (calculado pelo programa).
- 5 Parâmetro c da reta de final na forma $ax + by + c = 0$ (calculado pelo programa).
- 6 Número de Ultrapassagens da reta de final até que o VAT pare (calculado pelo programa).
- 7 Valor Máximo que a função da circunferência especificada. (na forma $(x - h)^2 + (y - k)^2 - R^2 = 0$) pode atingir (acima desse valor o VAT é freado) (fornecido pelo usuário).
- 8 Raio do Círculo (centrado no ponto final do arco de circunferência) que define a entrada em modo de controle de posição (não ativo nesta versão); dentro desse círculo, há teste de parada (fornecido pelo usuário).
- 9 Coordenada x do centro da circunferência de parada, que é o ponto final do arco de circunferência (calculado pelo programa).
- 10 Coordenada y do centro da circunferência de parada, que é o ponto final do arco de circunferência (calculado pelo programa).
- 11 Coordenada x do centro da circunferência especificada (fornecido pelo usuário).
- 12 Coordenada y do centro da circunferência especificada (fornecido pelo usuário).
- 13 Raio da Circunferência especificada (fornecido pelo usuário).
- 14 Ângulo inicial do arco de circunferência especificada (fornecido pelo usuário).
- 15 Offset angular do arco de circunferência especificada (fornecido pelo usuário).
- 16 Coordenada x do ponto inicial do arco de circunferência (calculado pelo programa).
- 17 Coordenada y do ponto final do arco de circunferência (calculado pelo programa).

A Estrutura de Armazenagem de Variáveis

Existem 14 folhas com valores definidos na estrutura `vp_plot`; cada uma é responsável pelo armazenamento de uma variável específica. São elas:

- Folha 0: Número de Períodos de Amostragem.
- Folha 1: Velocidade da Roda Direita (metros/segundo).
- Folha 2: Velocidade da Roda Esquerda (metros/segundo).
- Folha 3: Erro de Velocidade da Roda Direita (metros/segundo).
- Folha 4: Erro de Velocidade da Roda Esquerda (metros/segundo).
- Folha 5: Esforço de Controle para Motor Direito (metros/segundo).
- Folha 6: Esforço de Controle para Motor Esquerdo (metros/segundo).
- Folha 7: Sinal de Referência para Motor Direito (metros/segundo).
- Folha 8: Sinal de Referência para Motor Esquerdo (metros/segundo).
- Folha 9: Posição x (metros).
- Folha 10: Posição y (metros).
- Folha 11: Orientação ψ (radianos).
- Folha 12: Coordenada x da trajetória ideal.
- Folha 13: Coordenada y da trajetória ideal.

Os Arquivos de Parâmetros e Instruções

Os parâmetros e instruções que compõem `vp_par` e `vp_instrui` são lidos a partir de arquivos ASCII (a sintaxe destes arquivos é padronizada e está detalhada em [109]).

Mecanismos de HELP

Mensagens de HELP são apresentadas com a utilização da tecla F1. Cada mensagem de HELP é relacionada a um *menu*. Todo menu possui um número de help associado. Todas as mensagens de HELP se encontram no arquivo ASCII denominado AGV.HLP (a sintaxe deste arquivo é padronizada e está detalhada em [109]).

D.2.3 Simulação dos Motores

Os motores são simulados pelo programa com equações de diferença no domínio Z correspondentes a modelos em transformadas de Laplace. Existem três modelos possíveis³:

- Modelo de Primeira Ordem, representado pela seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1}$$

K é o ganho em tensão contínua e T é a constante de tempo do modelo.

A implementação digital desta função é a seguinte:

$$G(z) = \frac{K(1 - e^{-\frac{h}{T}})}{(z - e^{-\frac{h}{T}})}$$

- Modelo de Segunda Ordem Super-Amortecido, representado pela seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{K}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)}$$

K é o ganho em tensão contínua, T_1 e T_2 são a primeira e segunda constantes de tempo do modelo respectivamente.

A implementação digital desta função é a seguinte:

$$G(z) = \frac{b_1z^{-1} + b_2z^{-2}}{1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2}}$$

onde:

$$\begin{aligned} b_1 &= K \frac{\frac{1-e^{-\frac{h}{T_1}}}{T_2} - \frac{1-e^{-\frac{h}{T_2}}}{T_1}}{\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}} \\ b_2 &= K \frac{\frac{1-e^{-\frac{h}{T_2}}}{T_1} e^{-\frac{h}{T_1}} - \frac{1-e^{-\frac{h}{T_1}}}{T_2} e^{-\frac{h}{T_2}}}{\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}} \\ a_1 &= -\left(e^{-\frac{h}{T_1}} + e^{-\frac{h}{T_2}}\right) \\ a_2 &= e^{-\left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}\right)h} \end{aligned}$$

³ h é o período de amostragem.

- Modelo de Segunda Ordem Sub-amortecido, com função de transferência:

$$G(s) = \frac{K\omega_o^2}{s^2 + 2\epsilon\omega_o s + \omega_o^2}$$

K é o ganho em tensão contínua, ϵ é o fator de amortecimento (menor que 1) e ω_o é a frequência natural.

A implementação digital desta função é a seguinte:

$$G(z) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$$

onde:

$$\begin{aligned} b_1 &= K \left(1 - \alpha \left(\beta + \frac{\epsilon\omega_o\gamma}{\omega} \right) \right) \\ b_2 &= K \left(\alpha^2 + \alpha \left(\frac{\epsilon\omega_o\gamma}{\omega} + \beta \right) \right) \\ a_1 &= -2\alpha\beta \\ a_2 &= \alpha^2 \\ \alpha &= e^{-\epsilon\omega_o h} \\ \beta &= \cos(\omega h) \\ \gamma &= \sin(\omega h) \\ \omega &= \omega_o \sqrt{1 - \epsilon^2} \end{aligned}$$

D.3 Rotina de Simulação do Sistema do Ariel Completo e Aproximado

Os gráficos de simulações apresentados ao longo deste trabalho mostrando o comportamento do Ariel foram realizados no programa de simulação SIMNON. Um arquivo de definição do Sistema do Ariel denominado ARIEL.T foi escrito na sintaxe particular do SIMNON:

```
CONTINUOUS SYSTEM ariel
STATE x y psi vd ve vdlin velin
DER dx dy dpsi dvd dve dvdlin dvelin
```

```
Jg = (m*(Bb*Bb + Aa*Aa))/12
a= m/4 + Jg/(L*L) + (Bb*Bb*m)/(4*L*L) + (Jm*Kr*Kr)/(R*R)
b= m/4 - Jg/(L*L) - (Bb*Bb*m)/(4*L*L)
c= (Bb*m)/(2*L*L)
```

```
d= (Kt*Kr)/(Ra*R)
e= (Kt*Ke*Kr*Kr)/(Ra*R*R) + (Fr*Kr*Kr)/(R*R)
K0 = 1/(a*a + b*b)
K1 = a*c
K2 = b*c
K3 = a*d
K4 = b*d
K5 = a*e
K6 = b*e
aux1 = ve*ve - vd*ve
aux2 = vd*vd - vd*ve

dx = ((vd+ve)/2)*cos(psi)
dy = ((vd+ve)/2)*sin(psi)
dpsi = (vd-ve)/L
dvd = K0 * (K1*aux1-K2*aux2+K3*Ku*ud-K4*Ku*ue-K5*vd+K6*ve)
dve = K0 * (-K2*aux1+K1*aux2+K3*Ku*ue-K4*Ku*ud-K5*ve+K6*vd)

dvdlin = (Klin/Tlin) * udlin - (1/Tlin) * vdlin
dvelin = (Klin/Tlin) * uelin - (1/Tlin) * velin

ud : 0.5
ue : 0.5
udlin : 0.5
uelin : 0.5
m : 68
Bb : 1.1
Aa : 0.6
L : 0.73
Kr : 30
R : 0.075
Kt : 0.0518
Ke : 0.0789
Fr : 0.00063
Ra : 0.7
Jm : 0.0007
Ku : 29.28
Klin : 0.83
Tlin : 0.141
END
```

D.4 Rotinas de Solução de Equações de Riccati

O programa MATLAB já possui implementadas rotinas para solução da equação algébrica de Riccati em tempo contínuo e discreto. Para obter a solução da equação diferencial de Riccati para o Sistema do Ariel, quatro rotinas foram escritas na sintaxe do programa MATLAB. A rotina abaixo transcrita se refere à equação de Riccati para Trajetória Reta em Referencial Móvel.

```
disp('Solucao da Equacao de Riccati para caso de Reta ')
disp('          Considerando Sistema Global ')

passo_integracao = input('Por favor, insira o passo
de integracao:  ')

P_final = [0 0 0 0 0 0;0 0 0 0 0 0;0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0;0 0 0 0 0 0;0 0 0 0 0 0];

tempo_final = input('Por favor, insira o tempo final:  ')
a = input('Por favor, insira o parametro a: ')
b = input('Por favor, insira o parametro b: ')
c = input('Por favor, insira o parametro c: ')
d = input('Por favor, insira o parametro d: ')
e = input('Por favor, insira o parametro e: ')

Vo = input('Por favor, insira o parametro Vo: ')

lar = 0.73; Ke = .8; Te = .2; Kd = .8;
Td = .2;

Matriz_Q = [a 0 0 0 0 0
            0 b 0 0 0 0
            0 0 c 0 0 0
            0 0 0 c 0 0
            0 0 0 0 d 0
            0 0 0 0 0 d];
Matriz_R = [e 0
            0 e];

Rinv = inv(Matriz_R);
n = 1;
P_atual = P_final;
K11 = (0:passo_integracao*5:tempo_final);
K12 = (0:passo_integracao*5:tempo_final);
K13 = (0:passo_integracao*5:tempo_final);
K14 = (0:passo_integracao*5:tempo_final);
```



```

K15 = (0:passo_integracao*5:tempo_final);
K16 = (0:passo_integracao*5:tempo_final);
K26 = (0:passo_integracao*5:tempo_final);
K21 = (0:passo_integracao*5:tempo_final);
K22 = (0:passo_integracao*5:tempo_final);
K23 = (0:passo_integracao*5:tempo_final);
K24 = (0:passo_integracao*5:tempo_final);
K25 = (0:passo_integracao*5:tempo_final);
tr = (0:passo_integracao*5:tempo_final);
contagem_grafica = 0;
n_grafico = 1;

while    tempo_final > 0

    Matriz_A = [0  Vo  0    0    0    0
                0  0  1/lar -1/lar 0    0
                0  0  0    0    1    0
                0  0  0    0    0    1
                0  0  0    0    -1/Td 0
                0  0  0    0    0    -1/Te];
    Matriz_B = [0 0; 0 0; 0 0; 0 0;
                Kd/Td 0; 0 Ke/Te];

    P_atual = P_atual +
        (passo_integracao)*( Matriz_A' * P_atual
        + P_atual * Matriz_A -
        P_atual * Matriz_B * (Rinv) * Matriz_B' * P_atual
        + Matriz_Q );
    tempo_final = tempo_final - passo_integracao;
    K = inv(Matriz_R) * Matriz_B' * P_atual;

    if contagem_grafica == 4,
        K11(n_grafico) = K(1,1); K12(n_grafico) = K(1,2);
        K13(n_grafico) = K(1,3); K14(n_grafico) = K(1,4);
        K15(n_grafico) = K(1,5); K16(n_grafico) = K(1,6);
        K21(n_grafico) = K(2,1); K22(n_grafico) = K(2,2);
        K23(n_grafico) = K(2,3); K24(n_grafico) = K(2,4);
        K25(n_grafico) = K(2,5); K26(n_grafico) = K(2,6);
        contagem_grafica = 0;
        n_grafico = n_grafico + 1;
    else
        contagem_grafica = contagem_grafica + 1;
    end
    n = n+1;
end

```

As demais rotinas (para Trajetória Reta em Referencial Móvel e para Trajetória Circular em Referenciais Móvel e Fixo) são praticamente idênticas a essa, com modificações apenas nas variáveis *MatrizA* e *MatrizB*.

Com o objetivo de resolver o Problema Linear Quadrático no caso de Sistema Discretizado e Índice de Desempenho do tipo B.12, a rotina de solução do Problema Linear Quadrático do MATLAB foi ligeiramente modificada segundo as diretrizes expostas no Resultado B.10 do Apêndice B. A rotina final é a seguinte:

```
function [k,s] = dclqr(a,b,q,r,h)
%DCLQR Linear quadratic regulator design
    for discrete-time systems from
%    continuous time especifications and index.
%    [K,S] = DLQR(A,B,Q,R,T) calculates the optimal
        feedback gain matrix K
% J.N. Little 4-21-85
% Revised 6-23-86 JNL ; Fabio Cozman, 9 - 24 - 91

error(nargchk(5,5,nargin)); error(abcchk(a,b));

[m,n] = size(a); [mb,nb] = size(b);
[mq,nq] = size(q);
if (m ~= mq) | (n ~= nq)
error('A and Q must be the same size')
end
[mr,nr] = size(r);
if (mr ~= nr) | (nb ~= mr)
error('B and R must be consistent')
end

% Check if q is positive semi-definite and symmetric
if any(eig(q) < 0) | (norm(q'-q,1)/norm(q,1) > eps)
error('Q must be symmetric
        and positive semi-definite')
end
% Check if r is positive definite and symmetric
if any(eig(r) <= 0) | (norm(r'-r,1)/norm(r,1) > eps)
error('R must be symmetric and positive definite')
end

q = q - h/r*h'; a = a - b/r*h';

% eigenvectors of Hamiltonian
[v,d] = eig([a+b/r*b'/a'*q -b/r*b'/a'; -a'\q inv(a)']);

d = diag(d);
```

```

[d,index] = sort(abs(d));
if (~((d(n) < 1) & (d(n+1)>1)))
error('Can''t order eigenvalues')
end
% select vectors with eigenvalues inside unit circle
chi = v(1:n,index(1:n));
lambda = v((n+1):(2*n),index(1:n));
s = lambda/chi;
k = (r+b'*s*b)\(b'*s*a+h');

```

D.5 Programas Utilizados no Trabalho

Os seguintes programas foram utilizados durante a execução do trabalho:

- O Programa de Controle ARIEL 4.1 foi escrito em linguagem C e compilado pelo Microsoft C 5.0 Compiler.
- As versões de teste dos blocos de Planejamento e Armazenagem de Informações foram implementadas em AutoLISP da versão 10.0 do programa AutoCAD.
- As simulações do sistema não-linear e linearizado do Ariel foram feitas no programa SIMNON.
- O projeto dos controladores interno e externo para Trajetórias Retas em Referencial Móvel foi feito com auxílio do programa CONTROL CAD.
- As soluções das equações de Riccati para sistemas contínuos e discretos foram obtidas no programa MATLAB.
- As figuras relacionadas à solução de equação de Riccati e lugar de raízes foram produzidas pelo programa GPP associado ao MATLAB.
- Os gráficos apresentados no trabalho foram produzidos através do programa HARVARD GRAPHICS.
- A derivação das expressões simbólicas utilizadas na discretização do Problema Linear Quadrático (Capítulo 4 e Apêndice C) foi feita com auxílio do programa DERIVE.
- O texto da dissertação foi escrito nos editores WORD4 e NORTON e formatado em $\text{\LaTeX}$.
- As figuras produzidas em comandos do $\text{\LaTeX}$ foram geradas com auxílio do programa $\text{\TeX}$ CAD.

Bibliografia

- [1] KANAYAMA, Y.; YUTA, S. Vehicle Path Specification by a Sequence of Straight Lines **IEEE Journal of Robotics and Automation**, vol. 4, n. 3, June, 1988
- [2] TSUMURA, T.; FUJIWARA, N.; SHIRAKAWA, T. HASHIMOTO, M. An Experimental System for Automatic Guidance of Roboted Vehicle following the Route Stored in Memory, **Proc. 11th Int. Symp. on Industrial Robots**, pp. 187-193, Oct. 1981
- [3] SMITH, M. H.; COLES, L. S.; Design of a Low Cost, General Purpose Robot **Proc. of 3rd IJCAI**, pp. 324-335, 1973
- [4] GIRALT, G. Mobile Robots **NATO ASI Series, Robotics and Artificial Intelligence**, Vol. F11, pp. 365-391., 1984
- [5] STEELE, J. P.; EBRAHIMI, N. D. Control of Mobile Robots **International Journal of Robotics and Automation**, Vol. 1, n. 2, pp. 40-46, 1986
- [6] HONGO, T.; ARAKAWA, H.; SUJIMOTO, G.; TANGE, K.; YAMAMOTO, Y. An Automatic Guidance System of a Self-Controlled Vehicle **IEEE Trans. on Industrial Eletronics**, Vol. IE-34, n. 1, pp.5-10, Jan., 1987
- [7] RAILBERT, M. H. **Legged Robots that Balance**, Cambridge, MIT Press, 1986
- [8] McGHEE, R. B.; ISWANDHI, G. I. Adaptive Locomotion of a Multilegged Robot over Rough Terrain, **IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics**, Vol. 9, n. 4, pp. 176-182, April, 1979
- [9] ARKIN, R. C. Intelligent Mobile Robots in the Workplace: Leaving the Guide Behind **Proc. of I Int. Conference on Industrial and Engi. Applications of Artificial Intelligence and Expert Systems**, Vol. 1, pp.553-561,1988
- [10] RAO, N. V.; IYENGAR, S. S.; OOMMEN, B. J.; KASHYAP, R. L. On Terrain Model Acquisition by a Point Robot Amidst Polyedral Obstacles, **IEEE Journal of Robotics and Automation**, Vol. 4, n., Aug., 1988
- [11] ALTER, I.; LENZ, E. A Free Ranging AGV for an FMC **Annals of the CIRP**, Vol. 37, pp. 407-411, Jan., 1981

- [12] ICHIKAWA, Y.; OZAKI, N. A Heuristic Planner and an Executive for Mobile Robot Control **IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics**, Vol. SMC-15, n.4, pp. 558-563, July, 1985
- [13] SHIH, L. Y. Automatic Guidance of Mobile Robots in Two-Way Traffic **Automatica**, Vol.21, n. 2, pp. 193-198, 1985
- [14] BHATT, R.; GAW, D.; MEYSTEEL, A. Autonomous Robot Controller with a Dual Strategy of Decision Making **Proc. of I Int. Conference on Industrial and Engi. Applications of Artificial Intelligence and Expert Systems**, Vol. 1, pp. 562-569, 1988
- [15] LENG, G. W. An Expert Autonomous Vacuum Cleaner Robot **Proc. of I Int. Conference on Industrial and Engi. Applications of Artificial Intelligence and Expert Systems**, Vol. 1, pp. 598-604, 1988
- [16] DRUMHELLER, M. Mobile Robot Localization Using Sonar **IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, Vol. PAMI-9, n. 2, pp. 325-332, Mar., 1987
- [17] TOURETZKY, D. S.; POMERLEAU, D. A. What's Hidden in the Hidden Layers? **Byte**, Aug. 1989, pp. 227-233
- [18] BURKS, B. L.; de SAUSSURE, G.; WEISBIN, C. R.; JONES, J. P.; HAMEL, W. R. Autonomous Navigation, Exploration, and Recognition using the HERMIES-IIB Robot **IEEE Expert**, Winter 1987, pp. 18-27
- [19] THORPE, C.; HEBERT, M. H.; KANADE, T.; SHAFER, S. A. Vision and Navigation for the Carnegie-Mellon Navlab **IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, Vol. 10, n.3, pp.362-373, May, 1988
- [20] CROWLEY, J. L. Coordination of Action and Perception in a Surveillance Robot **IEEE Expert**, Winter 1987, pp. 32-43
- [21] McTAMANEY, L. S. Real Time Intelligent Control **IEEE Expert**, Winter 1987, pp. 55-68
- [22] ELFES, A. Sonar Based Real World Mapping and Navigation **IEEE Journal of Robotics and Automation**, Vol. RA-3, n.3, pp. 249-265, June, 1987
- [23] HARMON, S. Y. The Ground Surveillance Robor (GSR): An Autonomous Vehicle Designed to Transit Unknown Terrain **IEEE Journal of Robotics and Automation**, Vol. RA-3, n 3, pp. 266-279, June 1987
- [24] BROOKS, R. A Robust Layered Control System for a Mobile Robot **IEEE Journal of Robotics and Automation**, Vol. RA-2, n.1, pp.14-23, March, 1986
- [25] CONNEL, J. H. A Behavior Based Arm Controller **IEEE Trans. on Robotics and Automation**, Vol. 5, n. 6, pp. 784-791 , Dec., 1989

- [26] KRIEGMAN, D. J.; TRIENDL, E.; BINFORD, T. O. Stereo Vision and Navigation in Buildings for Mobile Robots **IEEE Trans. on Robotics and Automation**, Vol. 5, n. 6, pp. 792-803, Dec., 1989
- [27] TSUZUKI, F. S. G.; MOSCATO, L. A.; ADAMOWSKI, J. C. A Sonar Based Environmental Sensory System for Mobile Robots **Proc. Int. Workshop on Sensorial Integration for Industrial Robots: Architecture and Application**, Zaragoza, Espanha, 1989
- [28] POMMIER M.; ZAPATA, R.; THEVENON, J. B.; BADI, E. Motion Planning for Mobile Robots **Proc. Int. Workshop on Sensorial Integration for Industrial Robots: Architecture and Application**, Zaragoza, Espanha, pp. 300-305, 1989
- [29] SONGNIAN, R. A Research in Vision Guided Vehicle **Proc. Int. Workshop on Sensorial Integration for Industrial Robots: Architecture and Application**, Zaragoza, Espanha, pp. 391-393, 1989
- [30] TORRES, C.; MARAVALL, D.; MAZO, M.; PALENCIA, V.; CASTELLANOS, M. P. Three Algorithms Using Reference Model Adaptive Control for Automatic Guided Vehicle **Proc. Int. Workshop on Sensorial Integration for Industrial Robots: Architecture and Application**, Zaragoza, Espanha, pp. 384-387, 1989
- [31] DURRANT-WHYTE, H.; BRADY, M.; HU, H.; LEONARD, J.; PROBERT, P.; RAO, B. S. Y. Mobile Robot Research at the University of Oxford **Proc. Int. Workshop on Sensorial Integration for Industrial Robots: Architecture and Application**, Zaragoza, Espanha, pp. 2-7, 1989
- [32] KUMPEL, K.; SERRADILHA, F. Global Path Planning Avoiding Unknown Obstacles for an Intelligent Autonomous Robot **Proc. Int. Workshop on Sensorial Integration for Industrial Robots: Architecture and Application**, Zaragoza, Espanha, pp. 349-351, 1989
- [33] KROGH, B. H.; FENG, D. Dynamic Generation of Subgoals for Autonomous Mobile Robots using Local Feedback Information, **IEEE Trans. on Automatic Control**, Vol. 34, n. 5, pp. 483-493, May 1989
- [34] GRAETTINGER, T. J.; KROGH, B. H. Evaluation and Time-Scaling of Trajectories for Wheeled Mobile Robots, **Transactions of the ASME**, Vol. 111, pp. 231, June 1989
- [35] LUO, R. C.; KAY, M. G. Multisensor Integration and Fusion in Intelligent Systems, **IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics**, Vol. 19, n. 5, pp. 401-431, Sep./Oct. 1989
- [36] ALEXANDER, J. C.; MADDOCKS, J. H. On the Kinematics of Wheeled Mobile Robots **The International Journal of Robotics Research**, Vol. 8, n. 5, pp. 15-27, Oct. 1989

- [37] DICKMANN, E. D.; MYSLIVETZ; CHRISTIANS, T. An Integrated Spatio-Temporal Approach to Automatic Visual Guidance of Autonomous Vehicles **IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics**, Vol. 37, n. 6, pp. 1273-1284, Nov./Dec. 1990
- [38] ASADA, M. Map Building for a Mobile Robot from Sensory Data **IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics**, Vol. 37, n. 6, pp. 1326-1336, Nov./Dec. 1990
- [39] FENNEMA, C.; HANSON, A.; RISEMAN, E.; BEVERIDGE, J. R.; KUMAR, R. Model-Directed Mobile Robot Navigation **IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics**, Vol. 37, n. 6, pp. 1352-1369, Nov./Dec. 1990
- [40] PAYTON, D. W.; ROSENBLATT, J. K.; KEIRSEY, D. M. Plan Guided Reaction **IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics**, Vol. 37, n. 6, pp. 1370-1382, Nov./Dec. 1990
- [41] FENG, D.; KROGH, B. H. Satisficing Feedback Strategies for Local Navigation of Autonomous Mobile Robots **IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics**, Vol. 37, n. 6, pp. 1383-1395, Nov./Dec. 1990
- [42] LAMADRID, J. F. G.; GINI, M. L. Path Tracking Though Uncharted Moving Obstacles **IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics**, Vol. 37, n. 6, pp. 1408-1422, Nov./Dec. 1990
- [43] BORENSTEIN, J.; KOREN, Y. Teleautonomous Guidance for Mobile Robots **IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics**, Vol. 37, n. 6, pp. 1437-1443, Nov./Dec. 1990
- [44] COX, I. J. Blanche - An Experiment in Guidance and Navigation of an Autonomous Robot Vehicle **IEEE Trans. on Robotics and Automation**, Vol. 7, n. 2, pp. 193-204, April, 1991
- [45] ADAMOWSKI, J. C.; SIMÕES, M. G.; COZMAN, F. G. Desenvolvimento de um Robô Móvel 8º CBA - Congresso Brasileiro de Automática, 1990
- [46] COZMAN, F. G.; BARRETO, M. R. P.; MIYAGI, P. E.; ADAMOWSKI, J. C.; SIMÕES, M. G.; MOSCATO, L. A. O Projeto de Veículos Autônomos de Transporte **Anais do 1º SAI-Simpósio de Automação Integrada**, pág. 119-123, Julho, 1990
- [47] FERREIRA, E. D.; PASKULIN, F. A. AGVs, uma opção para racionalização do Fluxo de Material 9º Seminário de Comando Numérico e Automatização Industrial, pp. 16.1-16.24, 1989
- [48] LOZANO-PÉRES, T.; WESLEY, M. A. An Algorithm for Planning Collision-Free Paths among Polyhedral Obstacles **Comm. Assoc. Comput. Math.**, Vol. 22, pp. 560-570, Oct. 1979
- [49] SAGE, A. P. **Optimum Systems Control**, Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1967

- [50] LEWIS, F. L. **Optimal Control**, New York, John Wiley, 1986
- [51] CRUZ Jr., J. B. **Feedback Systems**, New York, McGraw Hill, 1972
- [52] FRANK, P. M. **Introduction to System Sensitivity Theory**, New York, Academic Press, 1978
- [53] ANDERSON, B. D. O.; MOORE, J. B. **Linear Optimal Control**, Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1971
- [54] ATHANS, M.; FALB, P. L. **Optimal Control: an introduction to the theory and its applications**, New York, M
- [55] CITRON, S. J. **Elements of Optimal Control**, New York, Holt, 1969
- [56] JACOBSON, D. H.; MARTIN, D. H.; PACHTER, M.; GEVECI, T. **Extensions of Linear Quadratic Control Theory**, Berlin, Springer, 1980
- [57] CRUZ, J. J. **Pilotagem Automática de Embarcações com Emprego de Controle Ótimo Estocástico**, São Paulo, Dissertação de Mestrado apresentada à EPUSP, 1981
- [58] KWAKERNAAK, H.; SIVAN, R. **Linear Optimal Control Systems**, New York, John Wiley, 1972
- [59] GABASOV, R.; KIRILOVA, F.; **The Qualitative Theory of Optimal Processes**, New York, Marcel Dekker Inc., 1976
- [60] ZADEH, L. A.; DESOER, C. A. **Linear System Theory: the state space approach**, New York, McGraw Hill, 1963
- [61] FALLSIDE, F. **Control System Design by Pole-Zero Assignment: based on papers presented at a Working Party at Cambridge University, Set. 1974**, London, Academic, 1977
- [62] RUBIO, J. **The Theory of Linear Systems**, New York, Academic Press, 1971
- [63] SINGH, M. G. **System and Control Encyclopedia: theory, technology and applications**, Oxford, Pergamon Press, 1987
- [64] CASTI, J. L. **Dynamical Systems and their Applications: linear theory**, New York, Wiley, 1973
- [65] FREEMAN, H. **Discrete Time Systems** New York, John Wiley, 1965
- [66] OGATA, K. **Discrete Time Control Systems**, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1987
- [67] ASTRON, K. J.; WITTENMARK, B. **Computer Controlled Systems: theory and design**, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1984

- [68] BROMBERG, P. **Matrix Analysis of Discontinuous Control System**, London, McDonald Technical and Scientific, 1969
- [69] GELB, A. **Applied Optimal Estimation**, Cambridge, MIT, 1974
- [70] KRASOVISKII, N. N. **Stability of Motion: applications of Lyapunov's second method to differential systems and equations**, Stanford, University Press, 1963
- [71] HAHN, W. **Stability of Motion**, New York, Springer Verlag, 1967
- [72] HALE, J. K. **Oscillations in Nonlinear Systems**, New York, McGraw Hill, 1963
- [73] GIACAGLIA, G. E. O. **Vibrações Não Lineares** São Paulo, Monografia do Departamento de Engenharia Mecânica da EPUSP, 1989
- [74] HAGERDORN, P. **Oscilações Não Lineares** São Paulo, Edgard Blucher, 1984
- [75] STRUBLE, W. A. **Nonlinear Differential Equations**, New York, McGraw Hill, 1962
- [76] BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C. **Equações Diferenciais e Problemas de Valores de Contorno**, Rio de Janeiro, Guanabara Dois, 1979
- [77] LUKES, D. L. **Differential Equations**, New York, Academic Press, 1982
- [78] MILLER, R. K.; MICHEL, A. N. **Ordinary Differential Equations**, New York, Academic Press, 1982
- [79] VIDYASAGAR, M. **Nonlinear Systems Analysis**, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1978
- [80] CRONIN, J. **Differential Equations: introduction and qualitative theory**, New York, Marcel Decker, 1980
- [81] TANIMOTO, S. L. **The Elements of Artificial Intelligence: an introduction using LISP**, Rockville, Computer Science Press, 1987
- [82] BRADY, M. **Robot Motion: Planning and Control**, Cambridge, MIT Press, 1984
- [83] HASEGAWA, K.; MIZUTANI, T. On the Autonomous Trajectory Generating Servomechanism for Manipulator Control, **Systems Science**, Vol. 9, n. 3, pp. 61-68, 1983
- [84] HASEGAWA, K.; MIZUTANI, T., ZHANG, Y. Autonomous Trajectory Generating Servomechanism with Orientation Control of End-Effector, **Systems Science**, Vol. 12, n. 4, pp. 67-77, 1986
- [85] MIZUTANI, T. **Relatório de Atividades Relativas a Visita ao CTI**, 1985
- [86] ATHANS, M. On the Design of PID Controllers Using Optimal Linear Regulator Theory, **Automatica** Vol. 7, pp. 643-647, 1971

- [87] MOLINARI, B. The Stable Regulator Problem and Its Inverse, **IEEE Trans. on Automatic Control**, Vol. AC-18, n. 5, pp. 454-459, Oct., 1973
- [88] KALMAN, R. E.; HO, Y. C.; NARENDRA, K. S. Controllability of Linear Dynamical Systems, **Contributions to Differential Equations**, Vol. 1, n. 2, pp. 189-213, 1963
- [89] SILVERMAN, L. M.; ANDERSON, B. D. O. Controllability, Observability and Stability of Linear Systems, **SIAM J. Control**, Vol. 6, n. 1, pp. 121-130, 1968
- [90] ANDERSON, B. D. O.; MOORE, J. B. New Results in Linear System Stability, **SIAM J. Control**, Vol. 7, n. 3, pp. 398-414, Aug., 1969
- [91] WOLOVTICH, W. A. On the Stabilization of Controllable Systems, **IEEE Trans. on Automatic Control**, pp. 569-572, Oct., 1968
- [92] DESOER, C. A. Slowly Varying System $\dot{x} = A(t)x$, **IEEE Trans. on Automatic Control**, pp. 780-781, Dec. 1969
- [93] FJELD, M. Optimal Control of Multivariable Periodic Processes, **Automatica**, Vol. 5, pp. 497-506, 1969
- [94] BAILEY, J. E. Optimal Periodic Processes in the Limits of Very Fast and Very Slow Cycling, **Automatica**, Vol. 8, pp. 451-454, 1972
- [95] GUARDABASSI, G.; LOCATELLI, A.; RINALDI, S. Status of Periodic Optimization of Dynamical Systems, **Journal of Optimization Theory and Applications**, Vol. 14, n. 1, pp. 1-21, 1974
- [96] BITTANTI, S.; GUARDABASSI, G.; MAFFEZZONI, C.; SILVERMAN, L. Periodic Systems: Controllability and the Matrix Riccati Equation, **SIAM J. Control and Optimization**, Vol 16, n. 1, pp. 37-40, Jan., 1978
- [97] CORRAL, D. R. On the Stability of Periodically Time Varying Systems, **Int. J. Control**, Vol. 29, n. 3, pp. 497-504
- [98] KONO, M. Eigenvalue Assignment in Linear Periodic Discrete-Time Systems, **Int. J. Control**, Vol. 32, pp. 149-158, 1980
- [99] BITTANTI, S.; COLANERI, P.; GUARDABASSI, G. Periodic Solutions of Periodic Riccati Equations, **IEEE Trans. on Automatic Control**, Vol. AC-29, n. 7, pp. 665-667, July, 1984
- [100] GRASSELLI, O. M. A Canonical Decomposition of Linear Periodic Discrete Time Systems, **Int. J. Control**, Vol 40, n. 1, pp. 201-214, 1984
- [101] BITTANTI, S.; COLANERI, P.; NICOLAO, G. The Difference Periodic Riccati Equation for the Periodic Prediction Problem, **IEEE Trans. on Automatic Control**, Vol. 33, n. 8, pp. 706-712, Aug., 1988

- [102] ROTEA, M. A.; KHARGONEKAR, P.P. Stabilizability of Linear Time Varying and Uncertain Linear Systems, **IEEE Trans. on Automatic Control**, Vol. 33, n. 9, pp. 884-887, Sept., 1988
- [103] AL-RAHMANI, H. M.; FRANKLIN, G. F. Linear Periodic Systems: Eigenvalue Assignment Using Discrete Periodic Feedback, **IEEE Trans. on Automatic Control**, Vol. 34, n. 1, pp. 99-103, Jan., 1989
- [104] SILVERMAN, L. M. Properties and Application of Inverse Systems, **IEEE Trans. on Automatic Control**, pp. 436-437, Aug., 1968
- [105] SAIN, M. K.; MASSEY, J. L. Invertibility of Linear Time-Invariant Dynamical Systems, **IEEE Trans. on Automatic Control**, Vol AC-14, n. 2, pp. 141-149, April, 1969
- [106] SILVERMAN, L. M. Inversion of Multivariable Linear Systems, **IEEE Trans. on Automatic Control**, Vol. AC-14, n. 3, pp. 270-276, June, 1969
- [107] SALES, R. M.; SIMÕES, M. G.; COZMAN, F. G.; ADAMOWSKY, J. C. Relatório Final (FAPESP) do Projeto nº 89/2190-0: Sistema de Acionamento para Veículos Autônomos, São Paulo, 1991
- [108] SIMÕES, M. G.; SILVA, L. E. B.; COZMAN, F. G.; SILVA, V. F. Proposta de um Controlador Adaptativo para Acionamento de um VAT utilizando a técnica de Modelo de Referência, **Seminário Internacional de Motores Elétricos e Acionamentos Reguláveis**, Vol. 2, pag. 227-241, São Paulo, 1991
- [109] COZMAN, F. G; **Manual de Usuário do Programa ARIEL versão 4.1**, 1991
- [110] TSUZUKI, F. S. G. Desenvolvimento de Sensores Ultra-sônicos para Interação de Robôs Móveis com o Ambiente, São Paulo, Dissertação de Mestrado Apresentada à EPUSP, 1990
- [111] FURUKAWA, C. M. Algoritmo de Navegação de Veículos Autônomos em Ambientes Estruturados, São Paulo, Exame de Qualificação apresentado à EPUSP, 1991