**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS**

João Vitor de Carvalho Fontes

**Controle de um manipulador planar paralelo com
redundância cinemática**

São Carlos

2019

João Vitor de Carvalho Fontes

**Controle de um manipulador planar paralelo com
redundância cinemática**

Tese apresentada à Escola de Engenharia de
São Carlos da Universidade de São Paulo,
para obtenção do título de Doutor em Ciên-
cias - Programa de Pós-Graduação em Enge-
nharia Mecânica.

Área de concentração: Dinâmica e Mecatrô-
nica

Orientadora: Profa. Dra. Máira Martins da
Silva

ESTE EXEMPLAR TRATA-SE DA
VERSÃO CORRIGIDA.
A VERSÃO ORIGINAL ENCONTRA-
SE DISPONÍVEL JUNTO AO
DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA MECANICA DA
EESC-USP.

**São Carlos
2019**

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

F682c Fontes, João Vitor de Carvalho
 Controle de um manipulador planar paralelo com
 redundância cinemática / João Vitor de Carvalho Fontes;
 orientadora Máira Martins da Silva. São Carlos, 2019.

 Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Mecânica e Área de Concentração em Dinâmica
e Mecatrônica -- Escola de Engenharia de São Carlos da
Universidade de São Paulo, 2019.

 1. Controle. 2. Manipulador paralelo. 3.
Redundância cinemática. 4. Desempenho dinâmico. I.
Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **JOÃO VITOR DE CARVALHO FONTES**.

Título da tese: "Controle de um manipulador planar paralelo com redundância cinemática".

Data da defesa: 01/03/2019.

Comissão Julgadora:

Resultado:

Profa. Associada **Maíra Martins da Silva**

(Orientadora)

(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Prof. Associado **Adriano Almeida Gonçalves Siqueira**

(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Prof. Associado **Tarcísio Antonio Hess Coelho**

(Escola Politécnica/EP-USP)

APROVADO

Prof. Dr. **Marcos Silveira**

(Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"/UNESP - Bauru)

APROVADO

Prof. Dr. **Paulo José Paupitz Gonçalves**

(Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"/UNESP - Bauru)

Aprova do

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica:

Prof. Associado **Gherhardt Ribatski**

Decano da Comissão de Pós-Graduação:

Prof. Titular **Humberto Breves Coda**

Este trabalho é dedicado a todos aqueles que fizeram esta conquista ser possível.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço à Profa. Dra. Máira Martins da Silva, que me orientou para que eu crescesse profissional e pessoalmente, por ter se tornado minha amiga e ter me inserido em seu grupo de trabalho por todos estes anos. Agradeço todo o empenho e competência para que este projeto pudesse se tornar realidade e todas as horas dedicadas a me ajudar a construir uma consciência acadêmica ampla, sólida e ética.

Agradeço à pessoa mais importante que já entrou na minha vida, meu marido Daniel Pigatto, que aceitou construir uma vida comigo há quase seis anos e que, por todo esse tempo, sempre me fez ser uma versão melhor de mim. Agradeço todo o incentivo, companheirismo, paciência e amor que temos em nossa relação.

Aos meus pais, José Augusto e Maria Aparecida, que nunca mediram esforços para eu ter estudo em minha vida. Às minhas irmãs, Ana Clara e Ana Beatriz, por entenderem e incentivarem as minhas posições e escolhas de vida. Também agradeço a minha cunhada, Fernanda Pigatto, por ser presente na minha vida e por fazer nosso ambiente familiar tão agradável.

Ao meu grupo de amizades e colaborações, Rayner Pires, Mariana Rodrigues, Rogers Cristo e Guilherme Santana, por terem aberto espaço em suas vidas para mim, proporcionando diversão, companheirismo e algumas produções.

Em especial, agradeço a minha amiga do coração e madrinha de casamento, Natássya Silva, pelas conversas de trabalho, pelas colaborações e pelo tempo de descontração que tivemos juntos, com muitas risadas, séries, jogos e passeios.

Também agradeço especialmente ao meu amigo do coração, de longa data e padrinho de casamento, João Deluca, que nunca mediu esforços para mantermos a amizade mesmo à distância e por todas as nossas conversas, me ajudando sempre nas minhas escolhas, além, é claro, de momentos de diversão e jogos.

Aos meus amigos de Curitiba, Myriam Delgado, Armando Delgado, Ricardo Lüders, Luciana Silveira, Sofia Lüders, Karina Vaz, Nelissa Vaz, Levino Júnior e Alencar Guth, que me acolheram de forma tão afetuosa e guiaram eu e meu marido na construção de nossas vidas nessa cidade.

Aos meus amigos de São Carlos, Rodolfo Silva, Felipe Andrade, Danilo Cardoso, Lucas Martins, Luana Próspero, Ana Paula Guimarães, Giuliana Venter e João Paulo Orlando, que dividiram diversos momentos de descontração.

Agradeço as minhas amigas queridas, Angélica Castro e Kamila Andrade, que mesmo tão longe se fazem tão presentes em minha vida.

Agradeço à professora Kalinka Branco do ICMC pelos conselhos e por sempre estar de portas abertas para mim. Também agradeço aos docentes do departamento de engenharia mecânica da EESC, que sempre contribuíram em conversas e em disciplinas cursadas.

Aos meus colegas de laboratório, João Santos, Andrés Ruiz, Renzo Bastos, Fernanda Colombo e Hiparco Vieira, que colaboraram na implementação desse projeto e que trabalharam junto a mim.

Aos alunos de graduação que desenvolveram iniciações científicas e trabalhos de conclusão de curso dos quais eu pude participar ativamente e que auxiliaram no desenvolvimento deste projeto: Daniel Frederice, Ricardo Peixoto e Rodrigo Bona.

Por fim, agradeço à Universidade de São Paulo pela estrutura e condições dadas para o desenvolvimento do projeto, ao CNPq pelo apoio financeiro por meio da bolsa científica 140561/2015-3 e do projeto universal 470314/2010-9 e, também, à FAPESP pelo fomento através do projeto regular 2014/01809-0.

É impossível citar todos os nomes que passaram pela minha vida durante este projeto, por isso deixo meu agradecimento a todos que, de uma forma ou de outra, tiveram alguma participação.

“There’s a lot of things you need to get across this universe. Warp drive... wormhole refractors... You know the thing you need most of all? You need a hand to hold.”

The Doctor, Season 6, Episode 6

RESUMO

FONTES, J. V. C. **Controle de um manipulador planar paralelo com redundância cinemática.** 2019. 130p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2019.

Manipuladores paralelos são aqueles que possuem mais de uma cadeia cinemática que liga a base ao efetuador final. Esta característica proporciona vantagens sobre os manipuladores em série, como maior robustez, maior carga útil e maior velocidade. Por outro lado, as singularidades presentes nos manipuladores paralelos diminuem a área de trabalho prejudicando o desempenho dos mesmos. Uma técnica para evitar as singularidades é a redundância cinemática, que consiste em adicionar atuadores às cadeias cinemáticas possibilitando a reconfiguração do manipulador. Além disso, a redundância cinemática pode melhorar também a rigidez, a robustez, a precisão do sistema, entre outras características, provando ser uma boa alternativa para melhorar o desempenho de manipuladores. Entretanto, alguns dos problemas encontrados em manipuladores paralelos com níveis de redundância altos são os modelos com dinâmica acoplada, que dificultam a implementação de simulações, e o controle ainda mais complexo do que manipuladores paralelos não redundantes. Portanto, esta tese apresenta um estudo sobre o controle de um manipulador paralelo versátil redundante e o impacto dos níveis de redundância cinemática sobre seu desempenho dinâmico. O protótipo consiste de um manipulador paralelo planar atuado por três motores rotacionais e três guias lineares acionadas por motores rotacionais. O acionamento ou não do movimento da guia linear define a redundância do sistema garantindo a versatilidade do protótipo, que pode apresentar de nenhum a três níveis de redundância cinemática. Essa variação permite a avaliação do impacto de diferentes níveis de redundância cinemática no manipulador. Além disso, dois controles baseados no modelo do manipulador, o controle torque calculado e o controle com linearização por retroalimentação, foram implementados para minimizar o impacto da dinâmica acoplada e não linearidades. Estes controles foram comparados com um controle tradicional como referência de comparação. Os resultados demonstraram que o desempenho do manipulador é melhorado utilizando três níveis de redundância e o controle torque calculado em termos de erro de posição e torques executados.

Palavras-chave: Controle. Manipulador paralelo. Redundância cinemática. Desempenho dinâmico.

ABSTRACT

FONTES, J. V. C. **Control of a parallel planar manipulator with kinematic redundancy**. 2019. 130p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2019.

Parallel manipulators are those that have more than one kinematic chain linking the base to the end-effector. This feature provides advantages over serial manipulators, such as greater robustness, higher payload and higher speed. On the other hand, the singularities present in the parallel manipulators decrease the workspace and impair their performance. One technique to avoid the singularities is the kinematic redundancy, which consists of adding actuators to the kinematic chains allowing the reconfiguration of the manipulator. In addition, kinematic redundancy can also improve stiffness, robustness, accuracy, and other features proving to be a good alternative to improve the performance of manipulators. However, some of the problems encountered in parallel manipulators with high levels of redundancy are models with coupled dynamics, that hamper simulations, and even more complex control than non-redundant parallel manipulators. Therefore, this thesis presents a study on the control of a versatile redundant parallel manipulator and the impact of kinematic redundancy levels on its dynamic performance. The prototype consists of a parallel planar manipulator actuated by three rotational motors and three linear guides driven by rotational motors. Whether or not linear motion is triggered defines the redundancy of the robotic system, ensuring the versatility of the prototype, which can vary from no to three levels of kinematic redundancy. This variation allows the impact evaluation of different levels of kinematic redundancy in the manipulator. In addition, two controls based on the manipulator model, the computed torque control and the feedback linearization control were implemented to minimize the impact of coupled dynamics and nonlinearities. These controls were compared with a traditional control as reference. The results demonstrated that the manipulator performance is improved by using three levels of redundancy and the computed torque control in terms of position error and executed torques.

Keywords: Control. Parallel manipulator. Kinematic redundancy. Dynamic performance.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – (a) Par2: robô de cinemática paralela projetado e desenvolvido pela Fundación Fatronik e pelo CNRS (<i>Centre National de la Recherche Scientifique</i>); (b) KUKA: robô de cinemática em série fabricado e distribuído pela KUKA Roboter.	25
Figura 2 – Modelo de manipulador: (a) 3RRR não redundante; (b) $(4)\text{RRR}$ com redundância de atuação; (c) $1(\text{P})\text{RRR}+2\text{RRR}$ com redundância cinemática.	27
Figura 3 – Esquema de problemas em manipuladores cinematicamente redundantes.	31
Figura 4 – Representação dos parâmetros do manipulador 3RRR	38
Figura 5 – Da esquerda para a direita, exemplos de redundância cinemática, redundância de atuação e redundância de medidas (as linhas tracejadas representam os sensores e as setas com linhas cheias representam os atuadores).	39
Figura 6 – Reconfiguração do sistema proporcionando que a trajetória seja realizada livre de singularidades (linha em vermelho).	41
Figura 7 – Reconfiguração do sistema proporcionando o aumento da área de trabalho, diminuindo a área onde a precisão não é adequada (área em amarelo) e permitindo que a trajetória seja realizada com a precisão desejada.	41
Figura 8 – Manipulador planar $(\text{P})\text{RRR}+2\text{RRR}$ construído pelo Instituto de Sistemas Mecatrônicos, Universidade de Leibniz, Hanover, Alemanha. . . .	42
Figura 9 – Esquema de controle que utiliza apenas estruturas de controle PID de forma descentralizada.	48
Figura 10 – Esquema de controle torque calculado que utiliza o modelo dinâmico e previsões das posições e velocidades para alimentação direta.	49
Figura 11 – Esquema de controle que utiliza o modelo dinâmico completo para linearização por realimentação.	50
Figura 12 – Representação de força e momento em um corpo qualquer.	52
Figura 13 – Construção do manipulador e seus elementos definidos em camadas de mecanismo, de projeto e simulação e de controle, especificando também as características temporais de cada etapa entre <i>online</i> e <i>offline</i>	54
Figura 14 – Modelo do manipulador robótico paralelo com 3 graus de liberdade e 3 níveis de redundância.	57
Figura 15 – Motor EC 60 <i>flat</i> e controlador EPOS2.	58
Figura 16 – Placa de processamento dSPACE1103.	58
Figura 17 – Guia linear.	59

Figura 18 – (a) Câmera oCam 5MP e (b) placa de processamento ODROID-XU4.	60
Figura 19 – Protótipo construído 3(P)RRR.	60
Figura 20 – Versatilidade do manipulador robótico: configurações não redundante e redundantes.	61
Figura 21 – Modelo cinemático de 3(P)RRR.	63
Figura 22 – Esquema de comunicação CAN entre os <i>drivers</i> e a dSPACE.	77
Figura 23 – Esquema de bloco do Simulink utilizado para o controle torque calculado e o PID desacoplado das juntas.	78
Figura 24 – Esquema de bloco do Simulink utilizado para o controle linearizado por retroalimentação.	79
Figura 25 – Imagem capturada pela câmera do manipulador com os marcadores verde e vermelho.	80
Figura 26 – Comparação entre os torques experimentais e calculados dos motores (a) 1, (b) 2 e (c) 3.	84
Figura 27 – Comparação entre os torques experimentais e calculados dos motores (a) 4, (b) 5 e (c) 6.	85
Figura 28 – Trajetória, representada na cor azul, realizada em simulação e experimentalmente.	86
Figura 29 – Torque máximo atingido para cada configuração, resolução de redundância e controle com dados agrupados por esquema de controle.	89
Figura 30 – Valor eficaz do erro linear do efetuador atingido para cada configuração, resolução de redundância e controle com dados agrupados por esquema de controle.	90
Figura 31 – Valor eficaz do erro angular do efetuador atingido para cada configuração, resolução de redundância e controle com dados agrupados por esquema de controle.	91
Figura 32 – Valor eficaz do erro das juntas atingido para cada configuração, resolução de redundância e controle com dados agrupados por esquema de controle.	92
Figura 33 – Valor eficaz do erro das guias lineares atingido para cada configuração, resolução de redundância e controle com dados agrupados por esquema de controle.	92
Figura 34 – Torque máximo atingido para cada configuração, resolução de redundância e controle com dados agrupados por configuração de redundância.	94
Figura 35 – Valor eficaz do erro do efetuador atingido para cada configuração, resolução de redundância e controle com dados agrupados por configuração de redundância.	94
Figura 36 – Valor eficaz do erro angular do efetuador atingido para cada configuração, resolução de redundância e controle com dados agrupados por configuração de redundância.	95

Figura 37 – Valor eficaz do erro das juntas atingido para cada configuração, resolução de redundância e controle com dados agrupados por configuração de redundância.	96
Figura 38 – Valor eficaz do erro das guias lineares atingido para cada configuração, resolução de redundância e controle com dados agrupados por configuração de redundância.	96
Figura 39 – Trajetórias desejada e executadas pelo manipulador 3RRR controlado por PID nas juntas e pelo manipulador 3(P)RRR com pré-posicionamento e controle torque calculado.	97
Figura 40 – Posições angulares desejada e executadas pelo manipulador 3RRR controlado por PID nas juntas e pelo manipulador 3(P)RRR com pré-posicionamento e controle torque calculado	98
Figura 41 – Comparação entre os torques experimentais executados (a) pelo 3RRR com PID nas juntas e (b) pelo 3(P)RRR com pré-posicionamento e controle torque calculado.	98
Figura 42 – Torques experimentais executados pelo 3(P)RRR com reposicionamento contínuo e controle torque calculado.	99
Figura 43 – Esquemas de comunicação.	118
Figura 44 – Comparação entre o modelo OSI e o protocolo CANopen/CAN.	119
Figura 45 – Dicionário de objetos acessado pelo EPOS Studio.	120
Figura 46 – COB-IDs utilizados na comunicação SDO.	121
Figura 47 – (a) COB-IDs utilizados na comunicação PDO; (b) Características do canal PDO de recebimento.	122
Figura 48 – (a) Mapeamento do canal PDO de recebimento; (b) Escolha de objetos para serem mapeados no canal PDO de recebimento.	122
Figura 49 – (a) Mapeamento do canal PDO de transmissão; (b) Escolha de objetos para serem mapeados no canal PDO de transmissão.	123
Figura 50 – Caixa de comunicação NMT no ambiente Simulink.	124
Figura 51 – Configuração da caixa de comunicação NMT: (a) aba de configuração da mensagem; (b) aba de composição da mensagem.	124
Figura 52 – Estrutura da comunicação CAN no Simulink.	125
Figura 53 – Visualização do <i>layout</i> criado no programa <i>ControlDesk</i> para leitura e escrita de dados em tempo real.	125
Figura 54 – Esquemas dos modos de operação da EPOS2.	127

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Cadeias e corpos dos manipuladores.	62
Tabela 2 – Parâmetros utilizados para definir os manipuladores.	84
Tabela 3 – Valores de máximo torque, distanciamento das singularidades e função objetivo para cada combinação de nível de redundância cinemática e processo de resolução de redundância.	87
Tabela 4 – Estados da EPOS2 e seus respectivos comandos de acesso.	123
Tabela 5 – Torque máximo atingido para cada configuração, otimização e controle.	129
Tabela 6 – Erro linear máximo do efetuador atingido para cada configuração, otimização e controle.	129
Tabela 7 – Erro angular máximo do efetuador atingido para cada configuração, otimização e controle.	129
Tabela 8 – Erro máximo das guias lineares atingido para cada configuração, otimização e controle.	129
Tabela 9 – Erro máximo das guias lineares atingido para cada configuração, otimização e controle.	130

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
CNRS	<i>Centre National de la Recherche Scientifique</i>
FAPESP	Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo
GA	<i>Genetic Algorithm</i>
IDM	<i>Inverse Dynamic Model</i>
IKM	<i>Inverse Kinematic Model</i>
LR	Controle Linearizado por Retroalimentação
PID	Proporcional Integral Derivativo
RAM	<i>Random-access memory</i>
SQP	<i>Sequential Quadratic Programming</i>
TC	Torque Calculado
USB	<i>Universal Serial Bus</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	25
1.1	Pergunta científica	30
1.2	Hipótese	30
1.3	Objetivos	30
1.4	Estrutura do texto	32
2	CONCEITOS E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	33
2.1	Manipuladores paralelos: definições e características	33
2.2	Singularidades	36
2.3	Redundância	38
2.3.1	Redundância cinemática	39
2.4	Otimização	43
2.5	Controle de manipuladores paralelos	45
2.6	Modelagem cinemática e dinâmica	50
2.6.1	Cinemática inversa	50
2.6.2	Cinemática direta	51
2.6.3	Dinâmica inversa	51
2.7	Etapas para construção e implementação de um manipulador	53
2.8	Considerações finais do capítulo	55
3	DESCRIÇÃO E MODELAGEM DO PROTÓTIPO	57
3.1	Manipulador planar com redundância cinemática 3(P)RRR	57
3.2	Modelagem do Manipulador	61
3.2.1	Cinemática inversa	62
3.2.2	Cinemática direta	64
3.2.3	Jacobiana	65
3.2.4	Velocidades e acelerações	67
3.2.5	Dinâmica	69
3.3	Resolução da Redundância	71
3.4	Controle implementado	76
3.5	Considerações finais do capítulo	81
4	RESULTADOS	83
4.1	Verificação do modelo	83
4.2	Resultados simulados	85
4.3	Resultados experimentais	87

4.3.1	Comparação entre diferentes níveis de redundância	88
4.3.2	Comparação entre diferentes estruturas de controle	93
4.3.3	Avaliações complementares dos resultados	97
4.4	Considerações finais do capítulo	99
5	CONCLUSÕES	101
5.1	Contribuições	101
5.2	Limitações e dificuldades	102
5.3	Trabalhos futuros	103
5.4	Produção Intelectual	104
5.4.1	Artigos completos publicados em periódicos	104
5.4.2	Capítulos de livros publicados	104
5.4.3	Trabalhos completos publicados em anais de congressos	105
5.4.4	Trabalhos submetidos	107
	REFERÊNCIAS	109
	APÊNDICES	115
	APÊNDICE A – SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO IMPLEMENTADO	117
A.1	CAN e CANopen	117
A.2	Modos de operação da EPOS2	126
	APÊNDICE B – DADOS EXPERIMENTAIS	129

1 INTRODUÇÃO

Manipuladores são formados por um grupo de corpos chamados elos, os quais, por sua vez, quando conectados por juntas, são chamados de cadeia cinemática. Considerando sua arquitetura, os manipuladores paralelos se diferenciam dos manipuladores em série por possuírem mais de uma cadeia cinemática que atuam de forma conjunta para mover o efetuador final. Além disso, pode-se dizer que manipuladores paralelos possuem cadeias cinemáticas fechadas, isto é, tomando a base do manipulador como ponto inicial, é possível descrever diferentes caminhos pelas cadeias do manipulador que se unem em um ponto final, sendo este o efetuador final. Já os manipuladores em série possuem a cadeia cinemática aberta, isto é, apenas uma cadeia cinemática ligando a base ao efetuador final (DONELAN, 2007). Exemplos destes manipuladores são ilustrados na Figura 1.

Figura 1 – (a) Par2: robô de cinemática paralela projetado e desenvolvido pela Fundación Fatronik e pelo CNRS (*Centre National de la Recherche Scientifique*); (b) KUKA: robô de cinemática em série fabricado e distribuído pela KUKA Roboter.

Fonte: Company et al. (2011) e KUKA Roboter do Brasil Ltda. (2016).

A Figura 1a ilustra o robô Delta Par2, um manipulador paralelo que pode atingir altas acelerações chegando até 400 m/s^2 com grande precisão (COMPANY et al., 2011), geralmente empregado em operações pega-e-põe de peças leves. Um manipulador em série é representado na Figura 1b pelo robô KUKA, muito empregado na indústria automobilística (KUKA Roboter do Brasil Ltda., 2016). Comparando estes dois tipos de manipuladores, os manipuladores paralelos são capazes de atingir altas acelerações e possuem alta relação

entre a capacidade de carga e a massa da máquina, rigidez superior, precisão melhorada, entre outras características vantajosas (MERLET, 1996; MERLET, 2006).

O manipulador paralelo, apesar de possuir características positivas, apresenta também características indesejadas, tais como baixa relação entre a área de trabalho e o espaço de montagem do manipulador e a presença de singularidades no interior da área de trabalho. Quando o efetuador está próximo de áreas singulares podem ocorrer perda de rigidez, exigência de grandes esforços para realizar uma tarefa, entre outros problemas (MERLET, 2006).

Para evitar os problemas causados pelas singularidades, é possível aplicar o conceito de redundância para melhorar a arquitetura do manipulador e, assim, evitar ou eliminar as singularidades. A redundância pode ser dividida em três diferentes segmentos (MERLET, 2006):

- **Redundância de medidas:** sensores são adicionados ao manipulador não redundante de forma que a quantidade de sensores seja maior que o número de graus de liberdade do efetuador final. Esta redundância geralmente é utilizada para calibrar robôs e reduzir o erro de posição (MARQUET et al., 2002);
- **Redundância de atuação:** adição de um atuador na junta passiva do manipulador não redundante ou a adição de uma cadeia cinemática ativa ao manipulador não redundante. De acordo com Liu et al. (2001), este tipo de redundância permite eliminar singularidades. Porém, manipuladores com redundância de atuação apresentam um controle desafiador (MOHAMED; GOSSELIN, 2005) e podem diminuir a área de trabalho (ROCHA; SILVA, 2013);
- **Redundância cinemática:** adição de uma junta ativa em uma das cadeias cinemáticas do manipulador não redundante. A redundância cinemática permite que a configuração do manipulador seja alterada, podendo assim evitar singularidades (KOTLARSKI et al., 2009; KOTLARSKI; HEIMANN; ORTMAIER, 2011).

Dos tipos de redundância apresentados, dois deles permitem eliminar ou evitar as singularidades, a redundância de atuação e a redundância cinemática.

As juntas dos manipuladores podem ser de diferentes tipos. Nestes exemplos, as juntas rotacionais são representadas pela letra R e as prismáticas pela letra P. Cadeias cinemáticas podem ser representadas pela juntas que as compõem, portanto uma cadeia cinemática com três juntas rotacionais é representada por RRR. O texto sublinhado (R e P) representa as juntas ativas que atuam o manipulador. Assim, o manipulador 3RRR (Figura 2a) é um manipulador paralelo planar não redundante, pois se trata de um manipulador com 3 cadeias cinemáticas constituídas por 3 juntas de revolução (RRR) proporcionando para o efetuador final 3 graus de liberdade.

Figura 2 – Modelo de manipulador: (a) $3\underline{R}RR$ não redundante; (b) $(4)\underline{R}RR$ com redundância de atuação; (c) $1(\underline{P})\underline{R}RR+2\underline{R}RR$ com redundância cinemática.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Também são ilustrados na Figura 2 alguns exemplos de aplicação de redundância cinemática, no manipulador $1(\underline{P})\underline{R}RR+2\underline{R}RR$, e de redundância de atuação, no $(4)\underline{R}RR$, sendo que o símbolo entre parênteses representa o local onde ocorre a redundância. Para obter a configuração do manipulador $(4)\underline{R}RR$ foi adicionada uma cadeia ao manipulador não redundante. Este manipulador proporciona a eliminação das singularidades, entretanto a redundância de atuação gera esforços internos que devem ser controlados para não prejudicar a estrutura do manipulador (LUCES; MILLS; BENHABIB, 2016).

Já para a arquitetura $1(\underline{P})\underline{R}RR+2\underline{R}RR$, uma junta prismática foi colocada em uma das cadeias cinemáticas do manipulador $3\underline{R}RR$ permitindo que o sistema se reconfigure e, ao mesmo tempo, mantenha o mesmo número de graus de liberdade do efetuador final. Nota-se que em ambos os casos o efetuador final possui 3 graus de liberdade, porém o

sistema ganha um grau de liberdade passando de 3 para 4 graus no caso do manipulador com redundância cinemática, $1(\underline{P})\underline{R}RR+2\underline{R}RR$.

A redundância cinemática pode aumentar o desempenho dos manipuladores paralelos e, além disso, utilizando o grau de liberdade a mais do sistema, as máquinas paralelas podem se reconfigurar de acordo com diferentes estratégias e critérios de otimização (MOHAMED; GOSSELIN, 2005; THANH et al., 2012). Para atingir esse comportamento melhorado, um controle adequado deve ser implementado. De acordo com Paccot, Andreff e Martinet (2009), manipuladores paralelos possuem uma dinâmica acoplada que leva a um comportamento não linear. Logo, este comportamento deve ser considerado para a implementação de um controle do sistema e, portanto, utilizar a linearização por realimentação e alimentação direta, como o cálculo da dinâmica inversa, são estratégias para compensar o comportamento não linear da dinâmica do sistema. No caso de manipuladores paralelos com redundância cinemática, o problema se torna ainda mais complexo devido ao aumento de graus de liberdade do sistema.

Diferentes técnicas e índices podem ser aplicados para otimizar as características de um manipulador paralelo com redundância cinemática. O planejamento do movimento das juntas redundantes pode ser feito em tempo real, utilizando gradientes das funções objetivo, ou é possível considerar a simulação da trajetória como um todo e realizar uma otimização previamente à execução da tarefa (AHUACTZIN; GUPTA, 1999). Este planejamento é dado o nome de resolução de redundância (MERLET, 1996).

O índice mais utilizado para identificar a distância entre o efetuador final e as áreas singulares é o condicionamento da matriz Jacobiana, desta maneira, pode-se otimizar o movimento das juntas redundantes para manter o efetuador o mais longe possível das áreas singulares. Outros índices podem ser mencionados, como a manipulabilidade, o determinante da matriz Jacobiana, a manipulabilidade dinâmica, o máximo torque para executar uma tarefa, entre outros (PATEL; SOBH, 2015).

Utilizando alguns destes índices e diferentes processos para o planejamento do movimento da redundância, já foi demonstrado ser possível aumentar o espaço de trabalho (GOSSELIN; SCHREIBER, 2016), reduzir as vibrações dos elos (BIAN; GAO; YUN, 2011), aumentar a precisão (KOTLARSKI; ABDELLATIF; HEIMANN, 2008), entre outras características. Apesar disso, a maioria dos trabalhos encontrados na literatura são feitos em ambiente simulado, o que pode gerar dúvidas de quanto o desempenho do manipulador pode ser melhorado experimentalmente vencendo os desafios de controle e de movimentação das redundâncias.

Apesar de muitas características terem sido o foco de estudo para melhoria com a redundância cinemática (LUCES; MILLS; BENHABIB, 2016), o desempenho dinâmico foi ignorado por muito tempo dentro da comunidade científica. Isto se deve à necessidade de se construir um modelo dinâmico complexo utilizado para calcular os esforços de atuação

do manipulador. Por esse motivo, apenas [Abadi, Mahzoon e Farid \(2018\)](#) apresentam um estudo sobre como a redundância cinemática pode diminuir os esforços para executar trajetória em um manipulador paralelo. Este trabalho demonstra a atualidade do problema de se buscar um melhor desempenho dinâmico utilizando a redundância cinemática.

A redundância cinemática acrescenta graus de liberdade ao sistema, o que eleva a complexidade de controle do manipulador já que mais juntas devem ser acionadas simultaneamente para atuar o manipulador. Além disso, os manipuladores paralelos possuem dinâmica acoplada que, associada aos desafios gerados pela redundância cinemática, elevam ainda mais a complexidade do controle.

Os trabalhos que apresentam resultados sobre controle em manipuladores paralelos com redundância cinemática não demonstram uma comparação entre estruturas diferentes de controle para demonstrar a necessidade ou não de controles mais complexos do que os tradicionais.

[Kotlarski, Heimann e Ortmaier \(2011\)](#) apresentaram um protótipo para validar experimentalmente a melhoria da precisão do manipulador ao evitar as áreas singulares utilizando redundância cinemática. Este protótipo consiste do manipulador $1(\underline{P})\underline{R}\underline{R}\underline{R}+2\underline{R}\underline{R}\underline{R}$ com um nível de redundância cinemática construído a partir de um manipulador $3\underline{R}\underline{R}\underline{R}$. O controle utilizado neste trabalho é feito de forma desacoplada com controle proporcional integral derivativo (PID) nas juntas ativas considerando um modelo dinâmico do manipulador, distúrbios como atrito e a interação dinâmica entre os atuadores não redundantes e redundantes. Apesar do trabalho de [Kotlarski, Heimann e Ortmaier \(2011\)](#) apresentar uma estrutura para o controle utilizado, não há discussão sobre o comportamento dinâmico do sistema, isto é, se o controle é robusto a distúrbios, eventuais mudanças de parâmetros do modelo dinâmico ou comparação com um controle PID desacoplado.

O trabalho de [Abadi, Farid e Mahzoon \(2019\)](#), sendo o mais recente trabalho encontrado, apresenta um estudo de resolução de redundância cinemática e um controle baseado no modelo para um novo manipulador espacial com redundância cinemática. Os resultados simulados apresentados dizem respeito apenas às melhorias atingidas pela resolução de redundância em desviar de singularidades, mas nenhuma comparação entre controladores foi feita. Além disso, os autores indicam que o controle baseado no modelo foi eficaz em diminuir a influência de distúrbios.

Em resumo, poucos trabalhos utilizam mais de um nível de redundância cinemática e, ainda, nenhum realiza a comparação entre os diferentes níveis para definir o impacto dos níveis de redundância em manipuladores paralelos. Portanto, é possível observar na comunidade científica uma crescente busca em melhorar o desempenho de manipuladores paralelos utilizando tanto técnicas de projeto, como a inclusão da redundância cinemática, quanto técnicas de controle, como estruturas complexas de controle baseadas no modelo. Entretanto, ainda há a necessidade de um estudo mais aprofundado que contemple

a validação experimental do impacto de diferentes estruturas de controle e níveis de redundância cinemática.

Visando tal estudo, esta tese apresenta um manipulador paralelo planar com até três níveis de redundância cinemática denominado 3(P)RRR. Este manipulador é utilizado na comparação entre diferentes níveis de redundância cinemática já que a ativação ou não da junta redundante permite definir diferentes configurações redundantes. Duas abordagens para a definição da movimentação das juntas são apresentadas. Além disso, duas estruturas de controle baseado no modelo são comparadas com o controle tradicional PID nas juntas para definir o impacto destes controles em relação à atuação e aos erros de posicionamento.

1.1 Pergunta científica

A principal pergunta científica desta tese é: controles baseados no modelo e a redundância cinemática podem melhorar o desempenho dinâmico de manipuladores paralelos planares?

Esta pergunta pode ser dividida em três outras perguntas pelas quais o estudo é guiado:

1. A resolução de redundância cinemática melhora o desempenho dinâmico de manipuladores paralelos?
2. Existem impactos diferentes no desempenho dinâmico para manipuladores com diferentes níveis de redundância?
3. Controles baseados no modelo do manipulador, como o controle torque calculado e o controle com linearização por retroalimentação, melhoram o desempenho dos manipuladores paralelos redundantes quando comparados com controles tradicionais, como o PID nas juntas?

1.2 Hipótese

A hipótese para solucionar a pergunta científica identificada é que é possível melhorar o desempenho dinâmico de manipuladores paralelos redundantes associando estruturas de controle baseadas no modelo do manipulador utilizando um modelo verificado e representativo. Além disso, implementar técnicas de resolução de redundância que possuem um índice dinâmico como função custo para definir a movimentação das redundâncias e que aumentam seu impacto dependendo do nível de redundância do manipulador 3(P)RRR.

1.3 Objetivos

Os problemas relacionados aos manipuladores paralelos com redundância cinemática podem ser divididos em dois grupos. O primeiro grupo tem como desafio principal definir

as posições das juntas ativas para melhorar o desempenho do manipulador. O processo de se determinar a melhor movimentação das juntas em um manipulador redundante é chamado de resolução de redundância. O segundo grupo visa controlar as juntas ativas dos manipuladores para seguirem as posições desejadas já otimizadas de forma mais adequada. A Figura 3 ilustra os problemas de forma esquemática, sendo X_d a posição desejada do efetuador final, isto é, a tarefa a ser realizada, θ_d a posição otimizada desejada das juntas e θ a posição real das juntas.

Figura 3 – Esquema de problemas em manipuladores cinematicamente redundantes.

Fonte: Elaborada pelo autor.

O objetivo principal deste trabalho é comparar estruturas de controle baseadas no modelo com o controle desacoplado PID nas juntas, estudar o impacto de níveis de redundância cinemática do manipulador e definir técnicas que solucionem a resolução de redundância visando otimizar o desempenho dinâmico em um manipulador paralelo planar com três níveis de redundância cinemática 3(P)RRR.

Para atingir o objetivo principal, alguns objetivos específicos foram definidos:

- Adaptar os modelos cinemático e dinâmico do manipulador planar para mais de um nível de redundância cinemática de forma que estes sejam utilizados na implementação das otimizações e do controle;
- Implementar métodos de resolução de redundância para calcular as posições desejadas das juntas ativas (q_d) a fim de atingir um melhor desempenho dinâmico;
- Construir e implementar um manipulador redundante com três níveis de redundância e implementar a comunicação adequada para realizar a validação experimental;
- Realizar a verificação do modelo utilizando dados do manipulador;
- Implementar controles baseados no modelo e um controle desacoplado PID nas juntas para servir como referência de comparação;
- Comparar os diferentes níveis de redundância cinemática;

- Validar experimentalmente os controles implementados e validar experimentalmente se a redundância cinemática é uma boa solução para atingir um melhor desempenho dinâmico.

As principais contribuições deste trabalho são o controle para manipuladores paralelos com mais de um nível de redundância cinemática e a validação experimental da melhoria do desempenho dinâmico em manipuladores paralelos pela utilização da redundância cinemática. Estas contribuições favorecem tanto a indústria, que se beneficia com manipuladores mais ágeis e com motores menos potentes para realizar uma mesma tarefa, quanto a comunidade científica, que mantém como referência um estudo sobre o controle de manipuladores paralelos com redundância cinemática, podendo, assim, validar experimentalmente outros estudos da área e ampliar o conhecimento de controle para este tipo de manipulador.

1.4 Estrutura do texto

Esta tese está organizada da seguinte maneira:

- O capítulo 2 apresenta os conceitos gerais de manipuladores e define o manipulador estudado neste trabalho. Também são discutidos os conceitos de singularidades e redundância. Trabalhos sobre controle de manipuladores com redundância cinemática são elencados e, por fim, as etapas para a construção de um manipulador são apresentadas;
- O capítulo 3 relata a descrição do protótipo construído, o modelo desenvolvido, os métodos de resolução de redundância implementados e os esquemas de controle;
- O capítulo 4 contém os resultados simulados e experimentais obtidos e as discussões relacionadas;
- O capítulo 5 apresenta as conclusões da tese.

2 CONCEITOS E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os manipuladores robóticos podem ser agrupados em série ou em paralelo de acordo com a cadeia cinemática. Manipuladores seriais são aqueles que possuem a cadeia cinemática aberta, tendo seus elos todos conectados um após o outro. Esta característica dá aos manipuladores em série a vantagem de possuírem uma modelagem dinâmica desacoplada e, portanto, mais simples quando comparados aos manipuladores paralelos (MERLET, 2006).

Já os manipuladores paralelos possuem cadeias fechadas, isto é, diferentes cadeias se unem em um mesmo ponto ou corpo para atuarem o efetuator final. Esta característica resulta em um modelo mais complexo, mas, por outro lado, dá maior rigidez e distribuição de carga entre as cadeias, proporcionando mais agilidade ao manipulador.

Algumas características devem ser consideradas na escolha de um manipulador para uma determinada tarefa a ser executada. A precisão é um fator importante em casos de risco. A velocidade de execução da tarefa pode levar a uma maior produção industrial. Melhor desempenho dinâmico pode baratear o custo de um manipulador, pois se pode utilizar motores menos potentes em sua estrutura. Devido às vantajosas características dos manipuladores paralelos, eles são utilizados em diversas áreas, por exemplo, em processos cirúrgicos que exigem grande precisão (KOBLE et al., 2012) ou na indústria em processos de pega-e-põe que necessitam de grande velocidade (CORBEL et al., 2010). Entretanto, por causa da tradição e do bom funcionamento com controle desacoplado, os manipuladores seriais são aplicados em larga escala na indústria.

O foco deste trabalho é avaliar a melhoria do desempenho de um manipulador paralelo redundante para demonstrar que este tipo de manipulador pode ser competitivo em diversas áreas. Para isso, é fundamental o conhecimento em manipuladores paralelos, os quais são representados por diferentes configurações e características específicas que serão apresentadas neste capítulo, tornando possível a definição e o conhecimento do manipulador estudado. Também são discutidos temas sobre algoritmos de otimização, controle e modelagem utilizados neste estudo.

2.1 Manipuladores paralelos: definições e características

Merlet (2006) define manipulador paralelo como um mecanismo de cadeia fechada cujo efetuator final é ligado à base por mais de uma cadeia cinemática independente. Esta definição de manipulador paralelo é muito abrangente, pois pode ser representada por várias configurações de manipuladores, sendo não redundante ou redundante, espacial ou planar, entre outras. Portanto, deve-se enumerar algumas características desejadas para a

definição do manipulador a ser estudado:

- No mínimo duas cadeias sustentam o efetuador final. Cada uma dessas cadeias contém no mínimo um atuador e um sensor apropriado para medir as variáveis associadas à atuação;
- O número de atuadores deve ser igual ao número de graus de liberdade do efetuador final;
- A mobilidade do efetuador final é nula quando os atuadores estão fixos.

Estas características definem um manipulador paralelo não redundante. Este tipo de mecanismo é notável pelas seguintes consequências:

- O mínimo de duas cadeias cinemáticas já permite a distribuição de carga;
- O número de atuadores e de sensores é mínimo;
- Quando os atuadores estão parados, o efetuador final também permanece parado.

Pode-se restringir ainda mais a classificação de um manipulador paralelo se houver a consideração de que o número de cadeias é igual ao número de graus de liberdade do efetuador final. Isto implica que cada cadeia tenha apenas um atuador. Este tipo de manipulador é denominado manipulador completamente paralelo e pode ser identificado pelo índice de paralelismo *par* dado por (EARL; ROONEY, 1983):

$$par = \frac{k_l}{l_{dof} - 1}, \quad (2.1)$$

onde k_l é o número de laços independentes, ou seja, a diferença entre o número de juntas de um grau de liberdade e o número de corpos em movimento do sistema, e l_{dof} é o número de graus de liberdade do sistema. O índice varia entre 0 e 1, sendo o valor 0 para manipuladores em série e 1 para manipuladores completamente paralelos.

A definição de manipuladores completamente paralelos permite que os manipuladores sejam caracterizados pelo movimento, podendo ser separados em dois principais casos: manipuladores planares, com no máximo três graus de liberdade em um plano (dois de translação e um de rotação), ou manipuladores espaciais com no máximo seis graus de liberdade. Para este estudo será utilizado o manipulador planar com três graus de liberdade. Esse manipulador é escolhido por possuir um projeto mais simples do que manipuladores espaciais e pela possibilidade de se estender aos manipuladores espaciais as técnicas aplicadas aos manipuladores planares.

Para completar a definição do manipulador a ser estudado, é preciso determinar quantos corpos rígidos formam cada cadeia cinemática do manipulador que satisfazem as características definidas acima. A fórmula de Grübler pode ser usada para determinar o número de corpos de um manipulador a partir do número de graus de liberdade do efetuador final m (MERLET, 2006):

$$m = 3(l_c - n_j - 1) + \sum_{i=1}^{n_j} d_i, \quad (2.2)$$

onde l_c é o número de corpos do manipulador, incluindo a base, n_j é o número total de juntas e d_i é o número de graus de liberdade da junta i .

Sabe-se que o manipulador planar possui três graus de liberdade ($m = 3$), portanto, possui três cadeias cinemáticas e, assumindo que elas sejam idênticas, pode-se denominar como n_c o número de corpos rígidos em cada cadeia. Assim, o mínimo de juntas de um grau de liberdade em cada cadeia é $n_c + 1$ e, com isso, pode-se obter as relações representadas na Equação (2.3) e usadas para reescrever a Equação (2.2):

$$l_c = 2 + 3n_c, \quad n_j = 3(n_c + 1), \quad \sum_{i=1}^{n_j} d_i = 3(n_c + 1), \quad (2.3)$$

$$3 = -6 + 3(n_c + 1). \quad (2.4)$$

Conclui-se que cada cadeia cinemática possui dois corpos rígidos ($n_c = 2$) e três juntas independentes ($n_c + 1$). Utilizando dessas informações, pode-se calcular o índice de paralelismo. Sabendo que a quantidade de corpos em movimento é 7 (6 elos e o efetuador final) e o número de juntas é 9, o valor encontrado de *par* é 1, comprovando a definição de manipulador completamente paralelo.

Como especificado anteriormente, uma cadeia cinemática pode ser representada pela sequência de suas juntas que, no caso do manipulador paralelo planar, podem ser prismáticas (P) ou rotacionais (R). Seguindo a notação de que $\underline{R}$ é a junta atuadora, o manipulador $3\underline{R}RR$ é o manipulador paralelo mais comum devido ao fato de os atuadores estarem fixos à base, o que permite o uso de motores de baixo custo e diminui o peso de equipamentos que se movimentam (BONEV; GOSSELIN, 2001).

Considerando todas estas características apresentadas, a definição do manipulador tomado como base deste estudo é um manipulador completamente paralelo planar de três graus de liberdade com três cadeias idênticas formadas por dois corpos rígidos ligados entre si, à base e ao efetuador final por juntas rotacionais, denominado $3\underline{R}RR$. Sendo o manipulador $3\underline{R}RR$ um sistema mecânico, inevitavelmente ele possui singularidades. Elas são posições do sistema onde ocorre instantânea mudança de graus de liberdade do sistema, isto é, as matrizes jacobianas que relacionam as velocidades dos atuadores com as

velocidades do efetuador final têm seu *rank* diminuído (GOSSELIN; ANGELES, 1990). Este conceito será melhor discutido na Seção 2.2.

2.2 Singularidades

Considere um manipulador paralelo com m_{act} atuadores e n_{dof} graus de liberdade, sendo que Θ e $\mathbf{X}$ são os vetores que representam as variáveis de entrada e saída respectivamente. Considerando um manipulador não redundante, é correto dizer que o número de atuadores e de graus de liberdade são iguais e, portanto, a dimensão dos vetores Θ e $\mathbf{X}$ é a mesma, n_{dof} .

A relação entre as coordenadas de entrada e saída pode ser escrita por uma função F implícita de Θ e $\mathbf{X}$ com dimensão n_{dof} :

$$F(\Theta, \mathbf{X}) = \mathbf{0} \quad (2.5)$$

onde $\mathbf{0}$ é o vetor de zeros com dimensão n_{dof} .

Como Θ e $\mathbf{X}$ são dependentes do tempo, a diferenciação em relação ao tempo da função F apresenta como resultado a relação entre as velocidades de saída e entrada do sistema:

$$\mathbf{A}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{B}\dot{\Theta} = \mathbf{0} \quad (2.6)$$

onde $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ são matrizes $n_{dof} \times n_{dof}$ chamadas de Jacobianas e são dependentes de Θ e $\mathbf{X}$.

A classificação apresentada por Gosselin e Angeles (1990) demonstra que a posição de singularidade ocorre quando a matriz $\mathbf{A}$ ou a matriz $\mathbf{B}$ é singular. Assim, conclui-se que as singularidades podem ser de três tipos diferentes que apresentam significados físicos distintos:

1. O primeiro tipo de singularidade ocorre quando:

$$\det \mathbf{B} = 0 \quad (2.7)$$

Este tipo de singularidade corresponde a uma configuração em que o efetuador final está em um *deadpoint*. Neste caso, o efetuador final alcança uma fronteira da sua área de trabalho ou uma fronteira interna limitante de diferentes sub-regiões da área de trabalho. Em outras palavras, este tipo de singularidade consiste no conjunto de pontos em que o cálculo da cinemática inversa não pode ser determinado. Uma vez que a nulidade de $\mathbf{B}$ (a dimensão do seu espaço nulo) é diferente de zero, é possível encontrar vetores não nulos de $\dot{\Theta}$ para o qual $\dot{\mathbf{X}}$ vai ser sempre igual a zero,

e assim, a velocidade $\dot{\mathbf{X}}$ desejada não pode ser produzida como saída. Tipicamente, estas seriam velocidades ortogonais ao limite da área de trabalho ou dirigidas para o exterior da área de trabalho. Em tal configuração, é considerado que o efetuador final perde um ou mais graus de liberdade.

2. O segundo tipo de singularidade ocorre quando:

$$\det \mathbf{A} = 0 \quad (2.8)$$

Já este tipo de singularidade corresponde a uma configuração em que o atuador se encontra em um *deadpoint*. Esta configuração corresponde àquela em que o efetuador final é localmente móvel mesmo quando os atuadores estão fixos. Ao contrário do primeiro, este tipo de singularidade encontra-se dentro da área de trabalho e corresponde a um ponto ou um conjunto de pontos onde o problema está no cálculo da cinemática direta. Considerando que o espaço nulo de $\mathbf{A}$ não está vazio, existem vetores não nulos de velocidade de saída $\dot{\mathbf{X}}$ que irão corresponder a uma velocidade $\dot{\Theta}$ igual a zero das juntas atuadoras. Em tal configuração, considera-se que o efetuador final ganha um ou mais graus de liberdade.

3. O terceiro tipo de singularidade possui uma natureza diferente dos demais, uma vez que exige condições sobre os parâmetros dos elos. Isto ocorre quando, em certas configurações, ambos $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ tornam-se simultaneamente singulares. Se forem satisfeitas determinadas condições específicas sobre os parâmetros de ligação, a cadeia pode chegar a configurações em que a relação de posição, dada por F (Equação (2.5)), degenera. Este caso corresponde a configurações em que o sistema pode sofrer pequenos movimentos quando os atuadores são bloqueados ou em que um movimento das entradas não produz movimento nas saídas.

Bonev e Gosselin (2001) realizaram um estudo sobre singularidades em um manipulador 3RRR e determinaram em quais configurações cada tipo de singularidade ocorre neste manipulador. Considerando a representação ilustrada na Figura 4, a singularidade do tipo 1 ocorre quando o efetuador final atinge os limites da área de trabalho, a singularidade do tipo 2 ocorre quando as retas formadas pelos elos mais próximos do efetuador final se interceptam em um mesmo ponto ou quando estas são paralelas. Satisfazendo-se a condição de que o tamanho do elo 1, l_1 , é igual ao tamanho do elo 2, l_2 , sabe-se que a singularidade do tipo 3 ocorre quando $B_i \equiv O_i$.

Além disso, diferentes índices são propostos para determinar a proximidade entre o efetuador final e as singularidades. Pela definição das singularidades, Kobler et al. (2012) utiliza o $\det \mathbf{A}$ como índice de proximidade das áreas singulares e realiza um planejamento de movimento para que o efetuador final se afaste das singularidades. Já

Figura 4 – Representação dos parâmetros do manipulador 3RRR.

Fonte: Bonev e Gosselin (2001).

o trabalho de Reveles, Pamanes e Wenger (2016) apresenta um método de como tratar a mudança de modos de trabalho do manipulador 3RRR utilizando o condicionamento da Jacobiana para evitar as singularidades. A validação experimental demonstrou que este tipo de procedimento é viável na solução deste problema. Alba-Gomez, Wenger e Pamanes (2005) demonstraram que é necessário fazer uma homogenização da matriz $\mathbf{A}$ para o condicionamento corresponder à distância entre as singularidades e o efetuador final.

Portanto, conhecendo o espaço das singularidades no manipulador é possível determinar estratégias para que este problema seja solucionado. A redundância é um exemplo dessas estratégias que leva à necessidade de solucionar um problema de otimização, denominado resolução de redundância, o qual, além de desviar de singularidades, pode melhorar outras características dependendo dos objetivos secundários propostos pela resolução de redundância.

2.3 Redundância

Considere um manipulador com n_{dof} graus de liberdade e m_{act} atuadores, logo, é correto notar que o espaço das juntas possui m_{act} graus de liberdade. Segundo Conkur e Buckingham (1997), pode-se dizer que o sistema é redundante quando m_{act} é projetado para ser maior que n_{dof} . Porém, Merlet (2006) também faz a consideração de que ocorre redundância quando o número de sensores é maior que o número de graus de liberdade do

sistema. Assim, a redundância pode ser separada em três principais segmentos, como já apresentado: redundância de medidas; redundância cinemática; e redundância de atuação (Figura 5).

Figura 5 – Da esquerda para a direita, exemplos de redundância cinemática, redundância de atuação e redundância de medidas (as linhas tracejadas representam os sensores e as setas com linhas cheias representam os atuadores).

Fonte: Merlet (2006).

A redundância de atuação e a redundância cinemática se mostraram eficazes para solucionar o problema de singularidades, porém estas aplicações podem ser tratadas para atingir diferentes objetivos secundários. Os trabalhos de Rocha e Silva (2013), Corbel et al. (2010) e Company et al. (2011) indicam que a redundância de atuação pode melhorar o desempenho dinâmico de um manipulador. Abadi, Mahzoon e Farid (2018) também demonstraram que, com uma adequada resolução de redundância, é possível obter melhor desempenho dinâmico com manipuladores cinematicamente redundantes. Uma revisão apresentada por Luces, Mills e Benhabib (2016) mostrou que muitos esforços já foram feitos para o controle de manipuladores com redundância de atuação, porém não foi apresentado nenhum artigo sobre controle de manipuladores com redundância cinemática, apenas foram apresentados artigos que solucionam a resolução da redundância cinemática. Logo, este é mais um motivo para que a pesquisa aqui realizada estude o controle de manipuladores com redundância cinemática.

2.3.1 Redundância cinemática

Os manipuladores com redundância cinemática possuem infinitas soluções para a cinemática inversa, isto quer dizer que para uma mesma posição fixa do efetuador final, as juntas podem se movimentar alterando a configuração do manipulador. Esta característica é denominada *self-motion* (LENARČIČ, 2014) ou auto-configuração.

A característica de auto-configuração permite que o manipulador se movimente de diferentes maneiras para executar a tarefa principal (movimentação do efetuador) realizando tarefas secundárias, por exemplo evitando singularidades. Estas tarefas secundárias podem

ser definidas escolhendo uma característica a ser melhorada e realizando o processo de resolução de redundância.

Diferentes aspectos do manipulador podem ser otimizados, por exemplo, diminuição da vibração dos elos (BIAN; GAO; YUN, 2011), precisão (KOTLARSKI; ABDELLATIF; HEIMANN, 2008), desempenho dinâmico (FONTES; SANTOS; SILVA, 2014b), energia consumida (RUIZ; FONTES; SILVA, 2015), aumento da área de trabalho (GOSSELIN; SCHREIBER, 2016), entre outros. Além disso, existe ainda uma quantidade diferentes de índices que podem ser estudados para identificar a melhoria do desempenho de manipuladores pela redundância cinemática (PATEL; SOBH, 2015; XIE; LIU; LI, 2014). Para isso, diferentes métodos de resolução de redundância podem ser feitos.

Os processos de resolução de redundância podem ser tratados localmente ou globalmente. O método de resolução de redundância local consiste em definir uma função custo, que, considerando o ponto atual da configuração, direciona o movimento da junta redundante contra o gradiente da função custo. Já o método de resolução de redundância global considera o intervalo de tempo em que ocorre a tarefa, isto é, o movimento das juntas redundantes é definido dentro de um intervalo de tempo específico da execução da tarefa por um processo de otimização (AHUACTZIN; GUPTA, 1999).

Considerando os métodos de resolução de redundância globais, a movimentação da junta redundante também pode ser dividida em dois tipos, pré-posicionamento ou reposicionamento contínuo. Estes movimentos são definidos por Kotlarski, Abdellatif e Heimann (2008) como *offline* e *online*. É importante ressaltar que os termos *offline* e *online* passam a impressão de realização em tempo real ou não, o que não ocorre. Logo, os termos pré-posicionamento e posicionamento contínuo são mais adequados e serão utilizados daqui em diante. A movimentação de pré-posicionamento aloca as juntas redundantes em posições ótimas fixas antes da movimentação do efetuador final, assim requisitando menor esforço computacional para ser calculado. Já o reposicionamento contínuo faz com que as juntas redundantes se movimentem ao mesmo tempo que o efetuador final realiza sua trajetória, o que proporciona maior potencial de melhoria do desempenho do sistema redundante.

Métodos globais de resolução para um manipulador cinematicamente redundante são apresentados por Kotlarski, Abdellatif e Heimann (2008), Kotlarski et al. (2010), Kotlarski, Heimann e Ortmaier (2011). Os resultados destes trabalhos comprovam, por meio de validação experimental e numérica, que a redundância cinemática contribui para a melhoria do desempenho do manipulador em termos de precisão, porém estes trabalhos estudam apenas um nível de redundância.

Kotlarski et al. (2009) fazem um estudo comparativo entre dois manipuladores, um não redundante e outro uma vez cinematicamente redundante. O objetivo é obter uma área de trabalho útil em que se possui um mínimo de erro de posição aceitável e livre

de singularidades. Uma trajetória do efetuador final com singularidades é determinada para demonstrar que é possível realizar a mesma trajetória livre de singularidades com a reconfiguração do sistema (Figura 6). Realiza-se a resolução de redundância utilizando o determinante da matriz Jacobiana para o problema proposto e os resultados demonstram que o manipulador redundante possui uma área de trabalho maior com precisão aceitável (Figura 7). Nota-se que as áreas que não possuem a precisão desejada (áreas em amarelo) se encontram próximas às posições de singularidades.

Figura 6 – Reconfiguração do sistema proporcionando que a trajetória seja realizada livre de singularidades (linha em vermelho).

Fonte: Kotlarski et al. (2009).

Figura 7 – Reconfiguração do sistema proporcionando o aumento da área de trabalho, diminuindo a área onde a precisão não é adequada (área em amarelo) e permitindo que a trajetória seja realizada com a precisão desejada.

Fonte: Kotlarski et al. (2009).

Kotlarski, Heimann e Ortmaier (2011) apresentam um protótipo de um manipulador cinematicamente redundante, como pode ser visto na Figura 8, com o qual realizam a

validação experimental de algoritmos de resolução de redundância que melhoraram a precisão do manipulador.

Figura 8 – Manipulador planar (P)RRR+2RRR construído pelo Instituto de Sistemas Mecatrônicos, Universidade de Leibniz, Hanover, Alemanha.

Fonte: [Kotlarski, Heimann e Ortmaier \(2011\)](#).

O trabalho de [Cha, Lasky e Velinsky \(2007\)](#) relata um manipulador redundante projetado de forma que a junta prismática seja um dos elos de cada cadeia cinemática, formando um manipulador três vezes cinematicamente redundante denominado 3R(P)RR. Um método de resolução de redundância local é realizado para evitar áreas singulares utilizando redundância cinemática. O método se provou adequado para aplicações em tempo real como um algoritmo de determinação do movimento das guias redundantes.

Um trabalho similar é realizado por [Niemann et al. \(2013\)](#) que apresentam algoritmos para tratar do custo computacional de resolução de redundância em um manipulador 3(P)RRR em tempo real. O método consiste em diminuir sistematicamente os pontos de otimização, o que leva a uma diminuição do esforço computacional necessário e a maior aplicabilidade em tempo real.

[Fontes, Santos e Silva \(2014b\)](#) e [Fontes, Santos e Silva \(2014a\)](#) demonstram, utilizando o máximo torque necessário para realizar uma trajetória como função objetivo da resolução de redundância, que quanto maior o nível de redundância do manipulador paralelo maior o desempenho dinâmico do manipulador. Estes resultados também comprovam que o método de resolução de redundância interfere na eficiência dinâmica do manipulador.

[Nazari e Notash \(2012\)](#) e [Yixin Chen, McInroy e Yong Yi \(2003\)](#) mostram que a redundância cinemática pode ser utilizada para recuperar a movimentação do manipulador

após a falha de um dos motores e este ficar fixo utilizando uma trava. A junta redundante pode assumir a movimentação e continuar a tarefa do efetuador final.

O trabalho de [Kobler et al. \(2012\)](#) é um exemplo de aplicação de um manipulador paralelo com redundância cinemática para uma cirurgia cerebral na qual são necessárias alta precisão e rigidez do manipulador. Estas características podem ser melhoradas por meio do posicionamento da redundância cinemática do manipulador, calculado por técnicas de resolução de redundância. Este posicionamento foi realizado utilizando o determinante da matriz jacobiana.

Outro exemplo de aplicação são robôs móveis com manipuladores acoplados que podem ser tratados como manipuladores com redundância cinemática. O trabalho de [Khoukhi, Hamdan e Al-Sunni \(2012\)](#) apresenta um robô móvel com um manipulador paralelo acoplado e um método de resolução de redundância local que utiliza o gradiente da manipulabilidade do manipulador. O modelo é simulado e se demonstra efetivo para movimentar o robô e o manipulador de forma adequada.

A otimização das características dos manipuladores por redundância cinemática já foi demonstrada por diferentes métodos simulados, porém apenas algumas delas foram validadas experimentalmente. Para isso, é necessário realizar o controle adequado para um protótipo e executar comparações entre os manipuladores não redundantes e redundantes. Logo, o controle de manipuladores paralelos deve ser abordado e este conhecimento expandido para manipuladores com redundância cinemática. Além do controle, para a melhoria do desempenho é importante conhecer os algoritmos de otimização implementados nos métodos de resolução de redundância que fornecem as soluções do posicionamento da redundância cinemática, que são detalhados na seção seguinte.

2.4 Otimização

A otimização é utilizada quando se necessita encontrar os valores do argumento de uma função que a maximiza ou minimiza. Sem perda de generalização, é possível definir uma função $F(\mathbf{x})$ real que descreve uma determinada característica de um sistema e, considerando que quanto menor o valor da função $F(\mathbf{x})$ melhor o desempenho, o problema da otimização consiste em encontrar o valor $\mathbf{x}_0$ que minimiza $F(\mathbf{x})$.

O problema da otimização pode ser definido matematicamente como:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_0 &= \arg \min F(\mathbf{x}) \\ \text{sujeito a : } \mathbf{x} &\in \mathfrak{R} \end{aligned} \tag{2.9}$$

A função $F(\mathbf{x})$ geralmente é chamada de função objetivo ou função custo, $\mathbf{x}$ de variável de otimização e $\mathbf{x}_0$ de solução ótima. Alguns problemas de otimização possuem

restrições sobre a variável de otimização. Assim, deve-se acrescentar essas restrições em forma de equações ou inequações às quais a variável $\mathbf{x}$ está sujeita.

Além disso, a solução ótima encontrada pode ser considerada uma solução global quando o problema é convexo, isto é, não há outra solução ótima para este problema. Em casos mais complexos, um problema de otimização não convexo apresenta muitas soluções ótimas e a solução ótima encontrada é tomada como um ótimo local, podendo até existir outros pontos que apresentem um menor valor para a função custo.

De maneira geral, existem muitos algoritmos para solucionar os problemas de otimização. Alguns são baseados no gradiente da função custo, outros são baseados em comportamentos fundamentados na biologia, genética e ecologia. Foram utilizados dois algoritmos com princípios diferentes de forma combinada para resolver o problema de otimização proposto nesta tese, o algoritmo genético (*genetic algorithm*, GA) e a programação sequencial quadrática (*sequential quadratic programming*, SQP).

O algoritmo genético é uma classe particular de algoritmos evolutivos que utiliza os conhecimentos da genética e da biologia evolutiva como hereditariedade, mutação, seleção natural e recombinação (ou *crossing over*) para encontrar um valor ótimo de uma função objetivo. Uma população das variáveis de otimização é criada no começo do algoritmo e, utilizando os valores calculados da função custo desta população, cada indivíduo é avaliado. Se o indivíduo tiver valores altos ou fora das restrições, ele é eliminado. Os valores intermediários são cruzados utilizando as técnicas do algoritmo e os menores valores são mantidos para a próxima geração. Este processo se repete quantas vezes for desejado ou até atingir uma tolerância de proximidade de todos indivíduos para o mesmo valor. Este valor final é o valor ótimo da otimização. Este algoritmo pode ser custoso dependendo do número de indivíduos de cada geração, podendo demorar muito tempo para ser processado e, algumas vezes, não atingindo um ótimo global de um problema convexo (RAO, 2009).

Portanto, o algoritmo genético tem a vantagem de que não há a necessidade de se determinar um valor para inicializar o seu processo e realiza uma avaliação da função custo em um conjunto de pontos a cada passo, sendo assim mais abrangente. Isto evita que o algoritmo encontre uma solução ótima dependente de um valor inicial. Entretanto, este algoritmo possui o tempo de processamento longo e muitas vezes pode definir como solução um ponto que ainda poderia ser melhorado.

O algoritmo de otimização SQP é um dos mais recentemente desenvolvidos e, talvez, um dos métodos que possuem convergência mais rápida. O método tem uma base teórica que está relacionada com a solução de um conjunto de equações lineares usando o método de Newton, e na obtenção de equações lineares simultâneas utilizando condições de Kuhn-Tucker e as funções de restrição escritas pelo método de Lagrange (RAO, 2009). Ele é utilizado quando as funções envolvidas no problema, isto é, a função custo e as funções de restrição, são deriváveis duas vezes e contínuas. Entretanto este algoritmo depende de

um valor inicial para começar o processo de otimização e, portanto, para problemas muito complexos, ele se finaliza em um ótimo local próximo do valor inicial.

Assim, o SQP é um algoritmo baseado no gradiente da função custo e necessita de um ponto inicial, o que faz com que ele determine uma solução ótima precipitadamente. Entretanto é muito rápido e eficiente para determinar um ótimo local próximo do ponto inicial.

A combinação dos dois algoritmos se dá por uma utilização sequencial, isto é, primeiramente se utiliza o algoritmo genético para que este encontre uma solução sub-ótima para o problema que esteja próximo de um ótimo local e, então, utiliza-se esta solução como uma aproximação inicial para o algoritmo SQP e, assim, determina-se a solução ótima.

Considerando que este método é capaz de definir uma movimentação ótima das juntas, ainda é necessário prover um controle que execute as trajetórias otimizadas. Logo, diferentes estruturas de controle para manipuladores paralelos são discutidas na próxima seção.

2.5 Controle de manipuladores paralelos

Os manipuladores paralelos são lembrados por possuírem rigidez e precisão. Entretanto, para atingir as características esperadas, o controle implementado deve ser adequado (MERLET, 2002). De acordo com Paccot, Andreff e Martinet (2009), as soluções apresentadas para implementar controles que consigam atingir um desempenho adequado envolvem a identificação de modelo e revisitações ao projeto mecânico.

O controle de manipuladores paralelos possui maior complexidade quando comparado ao controle de manipuladores em série devido ao acoplamento das cadeias e, consequentemente, à maior complexidade dos modelos. De fato, Boudreau e Nokleby (2012) e Gallant, Boudreau e Gallant (2012) afirmam que manipuladores paralelos possuem a dinâmica acoplada dificultando a implementação de um controle desacoplado nas juntas. Além disso, a adição de atuadores para introduzir a redundância cinemática aumenta a complexidade dos controles de manipuladores redundantes fazendo com que esse assunto seja atual e desafiador.

Artigos recentes utilizam técnicas baseadas em modelo para controlar manipuladores paralelos. O torque calculado por retroalimentação foi utilizado por Sabet et al. (2017) em conjunto com duas técnicas estocásticas para controlar uma plataforma de Stewart e modelar as incertezas do modelo. Os resultados simulados demonstraram que ambas as técnicas foram capazes de modelar as incertezas e controlar a plataforma de forma eficiente.

Sikora et al. (2017) propõem um controle baseado no modelo utilizando o espaço

das juntas e das tarefas para atingir altas acelerações com melhor precisão quando comparado ao controle desacoplado nas juntas. O manipulador empregado neste estudo foi um manipulador R4 com redundância de atuação. Os resultados simulados e experimentais demonstraram que o controle baseado no modelo apresenta grande melhoria.

Muitos trabalhos de controle para manipuladores paralelos com redundância de atuação podem ser encontrados na literatura de acordo com a revisão sistemática de [Luces, Mills e Benhabib \(2016\)](#). Considerando a redundância cinemática, poucos trabalhos especificam o controle para manipuladores paralelos redundantes como os apresentados a seguir.

O trabalho de [Thanh et al. \(2012\)](#) apresenta um manipulador com um nível de redundância, que para ser controlado, é necessário realizar a identificação do modelo dinâmico do manipulador. Além da validação do método proposto de como se obter os parâmetros dinâmicos do sistema e da modelagem complexa, este trabalho também apresenta importantes informações sobre o controle. O controle adotado por [Thanh et al. \(2012\)](#) é o definido como torque calculado, pois como a identificação do modelo se mostrou muito próxima do real, o sistema com a alimentação direta a partir do torque calculado do modelo já apresenta grande parte da ação de controle. Portanto, um controle PID de realimentação nas juntas foi suficiente para atingir o desempenho e a robustez esperados compensando características não modeladas. Após a identificação, o controle torque calculado implementado por [Thanh et al. \(2012\)](#) foi utilizado por [Kotlarski, Heimann e Ortmaier \(2011\)](#) para demonstrar experimentalmente que a redundância melhora a precisão de manipuladores paralelos.

[Yang et al. \(2013\)](#) apresentam um manipulador paralelo que pode andar fixando e movimentando as cadeias cinemáticas que o suportam no chão. Este manipulador apresenta redundância de atuação quando todas as cadeias estão fixas no chão e redundância cinemática quando uma cadeia se comporta como uma perna para andar e se posicionar mais a frente. Apesar de ser apresentada a validação experimental neste trabalho, não foi demonstrado como foi feito o controle do manipulador no modo com redundância cinemática. Entretanto este trabalho demonstra a versatilidade da redundância cinemática com um controle apropriado.

Por meio de simulações, o trabalho de [Assal \(2015\)](#) apresenta um manipulador paralelo com um nível de redundância e define um controle baseado na pseudo-inversa da Jacobiana que controla tanto o movimento do efetuador final como também a movimentação da junta redundante. Apesar de ser promissor, esta técnica não garante que o manipulador irá passar ou não por uma singularidade, sem ter o conhecimento prévio do movimento da junta redundante. Para resolver este problema, determina-se quais são as posições singulares e estes valores são definidos como restrições para a movimentação da junta redundante. A simulação do algoritmo de controle se mostrou eficaz para controlar o

manipulador redundante.

O mais recente trabalho de [Abadi, Farid e Mahzoon \(2019\)](#) indica que o controle torque calculado foi eficaz em diminuir a influência de distúrbios em um manipulador espacial com redundância cinemática. Entretanto, este trabalho apresenta apenas resultados simulados e não há comparação com outras estruturas de controle.

Os trabalhos apresentados demonstram que os manipuladores paralelos com redundância cinemática podem ser controlados por técnicas baseadas ou não no modelo do manipulador. Porém, nenhum trabalho apresentou um controle adequado para esse tipo de manipulador com mais de um nível de redundância cinemática com resultados experimentais com comparações entre técnicas baseadas ou não no modelo do manipulador.

A maioria dos trabalhos na literatura de controle de manipuladores paralelos apenas usam o conhecimento já adquirido de manipuladores em série, entretanto as estratégias de controle devem ser pensadas e comparadas para que se observe uma melhoria no desempenho dos manipuladores paralelos ([PACCOT; ANDREFF; MARTINET, 2009](#)). Para isso, são apresentados três esquemas que costumam ser usados para implementar controles em manipuladores ([SICILIANO et al., 2009](#)). Nesses esquemas são utilizadas as seguintes notações:

$\mathbf{X}_d$ é a posição desejada do efetuador final;

$\boldsymbol{\theta}_d$ é a posição desejada das juntas;

$\dot{\boldsymbol{\theta}}_d$ é a velocidade desejada das juntas;

$\ddot{\boldsymbol{\theta}}_d$ é a aceleração desejada das juntas;

$\boldsymbol{\theta}$ é a posição atual das juntas;

$\dot{\boldsymbol{\theta}}$ é a velocidade atual medida das juntas;

$\ddot{\boldsymbol{\theta}}$ é a aceleração atual medida das juntas;

$\mathbf{e}$ é o erro de posição das juntas;

PID é o controle PID implementado;

IKM (*Inverse Kinematic Model*) é o modelo da cinemática inversa;

IDM (*Inverse Dynamic Model*) é o modelo da dinâmica inversa;

$\mathbf{u}_{pid}$ é a ação de controle gerada pela retroalimentação (*feedback*);

$\mathbf{u}_{ff}$ é a ação de controle de alimentação direta (*feedforward*);

$\mathbf{w}$ é a ação de controle total;

$\boldsymbol{\tau}$ é o torque aplicado na planta.

O primeiro esquema (Figura 9) apresentado é o controle desacoplado PID nas

juntas. Ele realiza a atuação das juntas baseada apenas proporcionalmente ao erro entre a posição desejada e a posição real do manipulador. Este esquema é o mais simples dos que são apresentados nesta seção o qual exige pequeno esforço computacional, entretanto não leva em consideração as não linearidades e o acoplamento do sistema sendo estas características definidas como distúrbios dentro da lógica de controle.

O esquema de controle apresentado leva a uma estrutura de controle descentralizada, já que cada junta é considerada independente das outras. O controlador deve garantir um bom desempenho em termos de rejeição de distúrbios e realizar o seguimento da trajetória desejada.

Figura 9 – Esquema de controle que utiliza apenas estruturas de controle PID de forma descentralizada.

Fonte: Elaborada pelo autor.

A lei de controle que rege o controle PID é:

$$\tau = \mu_{pid} = K_p e + K_d \frac{de}{dt} + K_i \int_0^t e \, d\rho \quad (2.10)$$

Considerando um conhecimento prévio do modelo do manipulador, é possível adicionar um sinal de alimentação direta para reduzir os efeitos de distúrbios originados das não linearidades do sistema. Assim, o segundo esquema (Figura 10) considera o modelo dinâmico utilizando de previsões das posições, velocidades e acelerações desejadas para computar um sinal de alimentação direta. De acordo com [Siciliano et al. \(2009\)](#), esse esquema de controle é denominado torque calculado.

A lei de controle para o controle com alimentação direta torque calculado é:

$$\tau = IDM(\theta_d, \dot{\theta}_d, \ddot{\theta}_d) + \mu_{pid} \quad (2.11)$$

Um controle desacoplado PID nas juntas é utilizado em conjunto com um sinal de alimentação direta centralizado definido pela trajetória de referência e o modelo dinâmico para compensar as forças de Coriolis, centrífugas, de atrito, entre outras. Embora o distúrbio seja eliminado totalmente apenas quando o modelo for perfeito, o que em termos práticos é impossível, ainda assim o controle torque calculado é eficaz para diminuir os distúrbios e aumentar a eficiência do controlador.

Figura 10 – Esquema de controle torque calculado que utiliza o modelo dinâmico e predições das posições e velocidades para alimentação direta.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Além disso, o controle torque calculado pode ser computacionalmente custoso já que o modelo deve ser calculado na ordem de milissegundos. Portanto, é necessário verificar se é possível de ser executado no período de tempo da comunicação para que o comportamento do manipulador não se degenere.

O terceiro e último esquema baseia-se na ideia de se obter uma relação linear entre entrada e saída. Portanto, é desejado realizar uma linearização da dinâmica do sistema obtida por meio de uma retroalimentação de estado. A possibilidade de definir tal controlador é garantida pela forma particular da dinâmica do sistema.

A lei de controle para o controle com retroalimentação é:

$$\tau = IDM(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}_d + \mu_{pid}) \quad (2.12)$$

O esquema de blocos resultante é ilustrado na Figura 11, na qual dois ciclos de controle são representados; um ciclo interno baseado no modelo da dinâmica do manipulador e um ciclo externo operando no erro de rastreamento. A função do ciclo interno é obter uma relação de entrada e saída linear e desacoplada, enquanto que o laço externo é necessário para estabilizar o sistema global. O controlador para o laço externo é simplificado, uma vez que opera em um sistema linear e invariante no tempo. Observe que, assim como o torque calculado, a implementação deste esquema de controle requer o cálculo da matriz de inércia e do vetor de Coriolis, termos centrífugos, gravitacionais, entre outros.

Esta técnica é muito atraente do ponto de vista de controle já que há o cancelamento das não-linearidades. No entanto, ela baseia-se na suposição de cancelamento perfeito de termos dinâmicos, e, portanto, é bastante natural levantar questões sobre a sensibilidade e problemas de robustez devido à compensação inevitavelmente imperfeita. A implementação de leis de controle de dinâmica inversa requer que os parâmetros do modelo dinâmico do sistema sejam conhecidos com precisão e as equações de movimento sejam computadas em

Figura 11 – Esquema de controle que utiliza o modelo dinâmico completo para linearização por realimentação.

Fonte: Elaborada pelo autor.

tempo real. Estas condições são difíceis de se verificar na prática.

Por um lado, o modelo é geralmente conhecido com um certo grau de incerteza devido ao conhecimento imperfeito do manipulador e à existência de dinâmicas não modeladas. Por outro lado, o cálculo da dinâmica inversa deve ser realizado na amostragem da ordem de milissegundos, de modo a assegurar a suposição de se operar no domínio do tempo contínuo. Isso pode gerar graves restrições na arquitetura de *hardware* e *software* do sistema de controle.

Considerando as vantagens e as desvantagens das estruturas de controle apresentadas, estas serão implementadas e comparadas para determinar qual apresenta melhor desempenho em relação aos esforços dos atuadores e erros de posição do efetuador e das juntas.

2.6 Modelagem cinemática e dinâmica

Nesta seção são apresentados os métodos para modelar cinemática e dinamicamente o manipulador. Estas modelagens são simuladas pelo software MATLAB e as otimizações são realizadas por funções já presentes neste mesmo software.

2.6.1 Cinemática inversa

Nesta seção é detalhado o método responsável pelo cálculo das posições das juntas Θ a partir de uma dada posição da plataforma $\mathbf{X}$. Para atingir este objetivo, é utilizado o método analítico apresentado por Merlet (2006) discutido abaixo.

Considerando A como o ponto de ligação da base com o primeiro elo de uma cadeia cinemática e B como o ponto de ligação do último elo dessa cadeia cinemática com o efetuador final, pode-se determinar um vetor $\bar{\mathbf{A}}\mathbf{B}$ a partir da posição do efetuador final:

$$\bar{\mathbf{A}}\mathbf{B} = H_1(\mathbf{X}) \quad (2.13)$$

Mas também é possível obter um vetor para cada elo desta cadeia cinemática em função da posição do efetuador final $\mathbf{X}$ e das juntas Θ de todos os elos.

$$\bar{\mathbf{A}}\mathbf{B} = H_{21}(\mathbf{X}, \Theta) + H_{22}(\mathbf{X}, \Theta) + \dots + H_{21n}(\mathbf{X}, \Theta) = H_2(\mathbf{X}, \Theta) \quad (2.14)$$

Como as duas equações se referem ao vetor $\bar{\mathbf{A}}\mathbf{B}$, podem ser igualadas:

$$H_1(\mathbf{X}) = H_2(\mathbf{X}, \Theta) \quad (2.15)$$

Assim, é possível determinar Θ dada uma posição do efetuador final $\mathbf{X}$.

2.6.2 Cinemática direta

A cinemática direta tem o mesmo princípio que a cinemática inversa, isto é, escrever equações que relacionam a posição do efetuador $\mathbf{X}$ em relação às posições das juntas Θ . Entretanto, a cinemática inversa é feita para cada cadeia do manipulador separadamente, tornando o processo muito mais simples algebricamente. Já a cinemática direta é solucionada com um sistema de equações não lineares descrito pela geometria de todas cadeias do manipulador.

Muitas vezes, a cinemática direta é solucionada por métodos de aproximação numérica e com propósitos de um trabalho *offline*, isto é, não são calculadas em tempo real (MERLET, 2002).

Uma das técnicas que torna factível o cálculo da cinemática direta em tempo real é a utilização de sensores extras, isto é, redundância de medidas, para simplificar o cálculo da cinemática direta (MERLET, 2002).

Nesta tese, foram tratados dois métodos para diferentes finalidades: o cálculo da cinemática direta por meio de aproximação numérica para realizar a identificação do modelo e sensores extras para a definição da cinemática direta em tempo real.

2.6.3 Dinâmica inversa

A dinâmica inversa de um manipulador consiste em encontrar os torques necessários de atuação (τ) para realizar uma dada trajetória do efetuador final, conhecendo posição, velocidade e aceleração ($\mathbf{X}$, $\dot{\mathbf{X}}$ e $\ddot{\mathbf{X}}$) do mesmo.

Existem várias abordagens para se determinar a modelagem dinâmica de um sistema. Pode ser utilizado o formalismo lagrangiano ou equações de Newton-Euler, entre outros (MERLET, 2006). Neste trabalho são utilizadas as equações de Newton-Euler em conjunto com o princípio de trabalho virtual também utilizado em vários trabalhos da área (WANG et al., 2009; WU et al., 2009; WU; WANG; YOU, 2011; K, 2012).

Considere um corpo de massa m que apenas realize movimento planar, logo a representação de uma força $\mathbf{F}$ e o momento $\mathbf{M}$ aplicados em um ponto P qualquer do corpo para realizar o movimento em torno deste ponto é apresentada na Figura 12.

Figura 12 – Representação de força e momento em um corpo qualquer.

Fonte: Elaborada pelo autor.

A formulação de Newton-Euler descreve as forças necessárias para o movimento de translação do corpo como sendo:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}_g \quad (2.16)$$

onde G é o ponto em que se encontra o centro de massa do corpo e $\mathbf{a}_g$ é a aceleração deste ponto.

Como o ponto de aplicação das forças é o ponto P , é interessante escrever a aceleração do ponto G a partir da aceleração do ponto P , $\mathbf{a}_p$:

$$\mathbf{a}_g = \mathbf{a}_p + \ddot{\rho}\mathbf{r} - \dot{\rho}^2\mathbf{r} \quad (2.17)$$

onde $\mathbf{r}$ é a distância do ponto P ao ponto G .

Independente do ponto de aplicação, a força $\mathbf{F}$ proporciona a mesma aceleração linear, portanto, pode ser descrita como:

$$\mathbf{F} = m \left(\mathbf{a}_p + \ddot{\rho}\mathbf{r} \begin{bmatrix} -\sin(\rho) \\ \cos(\rho) \end{bmatrix} - \dot{\rho}^2\mathbf{r} \begin{bmatrix} \cos(\rho) \\ \sin(\rho) \end{bmatrix} \right) \quad (2.18)$$

A definição do momento em torno de um ponto qualquer P para um movimento plano pode ser encontrada em Hibbeler (1998), que é dada por:

$$\mathbf{M} = - \left(\int_0^m y dm \right) (a_p)_x + \left(\int_0^m x dm \right) (a_p)_y + \left(\int_0^m r^2 dm \right) \alpha \quad (2.19)$$

onde $\alpha = \ddot{\rho}$ representa a aceleração angular do corpo.

$\mathbf{M}$ representa o torque aplicado no corpo gerado pelas forças externas em relação ao ponto P . As integrais do primeiro e segundo termos no segundo membro da Equação (2.19) são utilizadas para determinar o ponto do centro de massa do corpo, G , relativamente a P . Além disso, a última integral é o cálculo do momento de inércia do corpo em torno do eixo z que passa por P . Assim:

$$\mathbf{M} = -\bar{y}m(a_p)_x + \bar{x}m(a_p)_y + I_p\alpha \quad (2.20)$$

onde $[\bar{x} \ \bar{y}]$ são as coordenadas do centro de massa e podem ser reescritas em função do ângulo ρ :

$$\mathbf{M} = I_p\alpha + mr[-\sin(\rho) \ \cos(\rho)] \mathbf{a}_p \quad (2.21)$$

Para esta modelagem, o princípio de trabalho virtual será empregado, o qual diz que a soma dos trabalhos realizados pelas juntas ativas é igual à soma dos trabalhos recebidos por todos os corpos móveis do sistema, logo:

$$\delta W = \boldsymbol{\tau}^t \delta \boldsymbol{\Theta} = \mathbf{F}^t \delta \mathbf{r} + \mathbf{M} \delta \rho \quad (2.22)$$

Fazendo a relação de $\delta \boldsymbol{\Theta}$ com $\delta \mathbf{r}$ e $\delta \rho$ dada pelas matrizes $\mathbf{H}$ e $\mathbf{G}$, respectivamente, tem-se:

$$\boldsymbol{\tau}^t \delta \boldsymbol{\Theta} = \mathbf{F}^t \mathbf{H} \delta \boldsymbol{\Theta} + \mathbf{M} \mathbf{G} \delta \boldsymbol{\Theta} \quad (2.23)$$

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{H}^t \mathbf{F} + \mathbf{G}^t \mathbf{M} \quad (2.24)$$

Assim, de uma maneira genérica, demonstra-se que é possível determinar os torques exercidos pelas juntas ativas pelo princípio dos trabalhos virtuais.

2.7 Etapas para construção e implementação de um manipulador

De acordo com Merlet (2002), para implementar e construir um manipulador, várias etapas devem ser abordadas para atingir um resultado apropriado. A Figura 13 representa um esquema que relaciona estas etapas em várias camadas diferentes.

O esquema é dividido de duas maneiras diferentes. Primeiramente, é dividido em: *online*, que representa partes reais do mecanismo e etapas que devem ocorrer em tempo real, e *offline*, representado por modelos e etapas que devem ocorrer antes da construção do

Figura 13 – Construção do manipulador e seus elementos definidos em camadas de mecanismo, de projeto e simulação e de controle, especificando também as características temporais de cada etapa entre *online* e *offline*.

Fonte: Adaptada de [Merlet \(2002\)](#).

mecanismos ou da execução de uma tarefa. Posteriormente, ele é dividido em três: camada de mecanismo, camada de projeto e simulação e camada de controle.

A camada de mecanismo é formada pelo próprio mecanismo, sua geometria e modelos:

- Atuadores, sensores, juntas e elos que formam o mecanismo;
- Geometria real que pode ser modelada a partir da calibração;
- Calibração que pode ser feita em tempo real ou com dados obtidos e tratados após a aquisição;

- Geometria modelada que pode ser obtida a partir do projeto e/ou da calibração;
- Topologia que é como as juntas, elos e atuadores estão dispostos para produzir o movimento desejado.

A camada de controle é composta por:

- Comunicação que permite a troca de dados e comandos entre os atuadores e sensores com o controle;
- Controle que garante a execução do movimento desejado obtido a partir do planejamento de movimento;
- Planejamento do movimento que gera a sequência de movimento desejado do manipulador.

Por fim, a camada de projeto e simulação é formada por:

- Projeto, que é um dos primeiros passos para definir a topologia e a geometria do manipulador, como também construção e definição de alguns elementos do manipulador;
- Simulação, que é útil para entender o comportamento cinemático e dinâmico do manipulador, planejar sua movimentação e definir suas estruturas de controle.

Apesar do foco desta tese ser no planejamento de movimento e no controle, deve-se notar que todas as etapas foram contempladas para a obtenção dos resultados finais.

2.8 Considerações finais do capítulo

São poucos os trabalhos que propõem controlar manipuladores com redundância cinemática. Vale notar que os trabalhos apresentados sobre controle experimental (KOTLARSKI; HEIMANN; ORTMAIER, 2011; THANH et al., 2012; YANG et al., 2013) e controle simulado (ASSAL, 2015; ABADI; FARID; MAHZOON, 2019) são recentes e não apresentam um controle para manipuladores com mais de um nível de redundância cinemática. Além disso, os controles apresentados precisam de uma identificação do modelo dinâmico para serem capazes de controlar o manipulador de forma adequada. Por outro lado, os trabalhos que visam otimizar as características dos manipuladores demonstram que mais de um grau de redundância cinemática melhora características dos manipuladores, assim tornando de grande importância o desenvolvimento e validação experimental de um controle para este tipo de manipulador. Visando prover a validação experimental de controle e dos benefícios da redundância cinemática, foram apresentados os conceitos e

as etapas para a construção e implementação do manipulador. No próximo capítulo são apresentados a descrição do manipulador construído, a modelagem, o planejamento de movimento e os controles implementados.

3 DESCRIÇÃO E MODELAGEM DO PROTÓTIPO

Este capítulo apresenta a descrição do manipulador construído, o modelo do manipulador que serve de ponto de partida para desenvolver e implementar a resolução da redundância e o controle do sistema. São também apresentados os métodos para resolução de redundância das juntas ativas e os esquemas de controle adaptados para o manipulador paralelo.

3.1 Manipulador planar com redundância cinemática 3(P)RRR

O manipulador planar não redundante 3RRR já apresentado é tomado como base para se determinar a configuração redundante do manipulador. A introdução da redundância cinemática neste manipulador se dá por meio da adição de juntas prismáticas ao sistema permitindo a mudança de posição dos atuadores do efetuador final.

Portanto, o manipulador consiste do manipulador 3RRR com seus motores fixados em guias lineares permitindo que estes tenham movimento linear. Este movimento linear se dá pelo acionamento de motores rotacionais que atuam o fuso da guia linear, assim garantindo a versatilidade do sistema, acionando ou não as guias lineares (Figura 14).

Figura 14 – Modelo do manipulador robótico paralelo com 3 graus de liberdade e 3 níveis de redundância.

Fonte: Elaborada pelo autor.

A construção do manipulador foi feita em conjunto com outros alunos envolvidos já que este estudo está ligado ao projeto regular da FAPESP (Fundação de Amparo à

Pesquisa do Estado de São Paulo) sob o processo nº 2014/01809-0. As escolhas feitas e a descrição de cada componente serão discutidas a seguir.

Os motores da marca Maxon são acessados por controladores EPOS2 da mesma marca (Figura 15). A leitura de posição é realizada pelos *encoders MILE 1024* instalados em cada motor. A comunicação do computador com o controlador se dá por meio de uma placa dSPACE1103 (Figura 16) adquirida no Projeto Universal CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) 470314/2010-9.

Figura 15 – Motor EC 60 *flat* e controlador EPOS2.

Fonte: [Maxon Motor \(2016\)](#).

Figura 16 – Placa de processamento dSPACE1103.

Fonte: Elaborada pelo autor.

A EPOS2 50/5 é uma unidade responsável pela comutação eletrônica do motor e também possui modos de controle avançados. Além disso, EPOS2 possui diferentes portas

para se realizar a comunicação. Considerando as opções, foram escolhidas duas delas considerando a facilidade de implementação e velocidade de comunicação. Para realizar um dos esquemas de comunicação é utilizada uma placa de aquisição controladora dedicada, DS1103 dSPACE. Os esquemas de comunicação são melhor discutidos no apêndice A.

A guia linear é da empresa Mectrol. Nesta empresa a guia linear com fuso de esferas é denominada *industrial robot* e, devido às dimensões, foi especificada a guia da série KK. O trilho possui 600 mm de comprimento com passo de 10 mm e largura de 60 mm (Figura 17).

Figura 17 – Guia linear.

Fonte: [Mectrol Automação Industrial \(2016\)](#).

Portanto, o manipulador consiste de três guias lineares KK60-10-C-E-600-A-1-F0-S3 da marca Mectrol com comprimento de 600 mm e passo de 10 mm ativadas por motores rotativos *Maxon EC60 flat*. Estes motores, que também são as juntas ativas rotacionais do manipulador, não possuem escovas e são comutados eletronicamente, possuem 100 W de potência com torque nominal de 0,257 N.m e velocidade máxima de 3580 rpm. Em cada motor é conectada uma redução planetária de 3.5:1, o que resulta em um torque nominal aplicado de 0,82 N.m e 1200 rpm de velocidade máxima.

Durante os experimentos de resolução da redundância, surgiu a necessidade de se medir o posicionamento do efetuador, o que foi feito utilizando uma câmera oCam 5MP (Figura 18a) e uma placa de processamento ODROID-XU4 (Figura 18b) ambas da marca HardKernel. A ODROID-XU4 é uma placa de processamento para sistemas embarcados com 4 núcleos de 2 GHz, 4 núcleos de 1,4 GHz e 2 GB de memória RAM (*Random-access memory*). Oferecendo suporte de código aberto, é possível implementar diferentes códigos

em ambiente com base Linux. Neste trabalho, foi utilizado ambiente Ubuntu e linguagem de programação C++.

Figura 18 – (a) Câmera oCam 5MP e (b) placa de processamento ODROID-XU4.

Fonte: [Hardkernel \(2019\)](#).

Fonte: Elaborada pelo autor.

A câmera e a placa de processamento ODROID possuem portas USB (*Universal Serial Bus*) 3.0 capazes de atingir altas velocidades para a troca de dados e, assim, sendo possível atingir uma eficiente taxa de aquisição de imagens.

O protótipo do manipulador 3(P)RRR construído é ilustrado na Figura 19.

Figura 19 – Protótipo construído 3(P)RRR.

Fonte: Elaborada pelo autor.

3.2 Modelagem do Manipulador

Como definido previamente, o manipulador planar redundante $3(\underline{P})\underline{R}RR$ é tomado como base de estudo de comparação entre as configurações redundantes e não redundante. Pode-se dizer que este manipulador é versátil pois diferentes graus de redundância podem ser atingidos movimentando ou não a guia linear de sua posição central. Os manipuladores com redundância cinemática que podem ser avaliados são $(\underline{P})\underline{R}RR+2\underline{R}RR$, com um grau de redundância, $2(\underline{P})\underline{R}RR+\underline{R}RR$, com dois graus de redundância, $3(\underline{P})\underline{R}RR$, com três graus de redundância, e o manipulador não redundante $3\underline{R}RR$. Estes manipuladores estão representados na Figura 20.

Figura 20 – Versatilidade do manipulador robótico: configurações não redundante e redundantes.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Estas configurações possuem diferentes quantidades de elos em suas cadeias, o que altera a modelagem de cada manipulador, entretanto são muito similares. Cada

cadeia cinemática pode possuir três corpos distintos, a guia linear, que apoia o motor não redundante, o elo 1 que conecta o motor não redundante à junta passiva localizada no meio da cadeia cinemática, e o elo 2, que conecta o elo 1 ao efetuador final.

A Tabela 1 apresenta os valores de quais corpos j estão presentes por cadeia i em cada caso de manipulador que são utilizados em suas respectivas modelagens. Os valores de j representam os diferentes corpos em cada guia: a guia linear ativada ($j = 1$), os elos 1 ($j = 2$) e os elos 2 ($j = 3$). Por exemplo, no manipulador $2(\underline{\text{P}})\underline{\text{RRR}}+\underline{\text{RRR}}$ existem 3 corpos nas cadeias 1 e 2 e apenas 2 corpos na cadeia 3.

Tabela 1 – Cadeias e corpos dos manipuladores.

Manipulador	Cadeia i	Corpos j
$3\underline{\text{RRR}}$	1, 2, 3	2, 3
$(\underline{\text{P}})\underline{\text{RRR}}+2\underline{\text{RRR}}$	1, 2, 3	Se $i = 1$, $j = 1, 2, 3$; Se $i = 2, 3$, $j = 2, 3$
$2(\underline{\text{P}})\underline{\text{RRR}}+\underline{\text{RRR}}$	1, 2, 3	Se $i = 1, 2$, $j = 1, 2, 3$; Se $i = 3$, $j = 2, 3$
$3(\underline{\text{P}})\underline{\text{RRR}}$	1, 2, 3	1, 2, 3

Fonte: Elaborada pelo autor.

Estes valores são utilizados na implementação do modelo, assim, considerando qualquer índice que defina um parâmetro inexistente, este é igualado a zero. Com estas configurações é possível analisar o impacto de diferentes graus de redundância do manipulador, mas o foco aqui será apenas a configuração não redundante $3\underline{\text{RRR}}$ e o manipulador com 3 graus de redundância $3\underline{\text{PRRR}}$.

3.2.1 Cinemática inversa

A cinemática inversa consiste em determinar as posições das juntas dada uma posição do efetuador final. Para isso, relações geométricas devem ser construídas a partir de parâmetros conhecidos. Pelo modelo apresentado na Figura 21, os elos 1 e 2 são representados pela conexão dos pontos A ao B e B ao C e seus tamanhos são definidos como l_1 e l_2 , respectivamente. O efetuador final é construído com a forma de um triângulo equilátero com vértices C_i sendo a distância do baricentro até um dos seus vértices representada por h . A origem do sistema de referência O é definida como o centro da área de trabalho e a distância do ponto O até as guias lineares é dada por a .

Definindo x , y e α como as posições lineares e angular do efetuador final, θ_i como o ângulo de rotação da junta i e, por consequência o ângulo de rotação do elo 1 (A_iB_i), β_i como o ângulo de rotação do elo 2 (B_iC_i) e δ_i como a posição da guia linear da cadeia i , pode-se escrever a seguinte equação que calcula o vetor posição do ponto C_i :

$$\mathbf{r}_{C_i} = \mathbf{r}_{B_i} + l_2 \begin{bmatrix} \cos(\beta_i) \\ \sin(\beta_i) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Figura 21 – Modelo cinemático de 3(P)RRR.

Fonte: Elaborada pelo autor.

onde $\mathbf{r}_{B_i}$ e $\mathbf{r}_{C_i}$ são os vetores da posição dos pontos B_i e C_i , respectivamente.

A equação de restrição obtida da Equação (3.1) é:

$$\|\mathbf{r}_{\mathbf{C}_i} - \mathbf{r}_{\mathbf{B}_i}\| = l_2 \quad (3.2)$$

A Equação (3.2) pode ser reescrita como a Equação (3.4) usando a definição de μ_i e ρ_i (Equação (3.3)) que tem como significado físico o vetor $A_i C_i$:

$$\begin{bmatrix} \mu_i \\ \rho_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + h \begin{bmatrix} \cos(\alpha + \lambda_i) \\ \sin(\alpha + \lambda_i) \end{bmatrix} - \delta_i \begin{bmatrix} \cos(\gamma_i) \\ \sin(\gamma_i) \end{bmatrix} - a \begin{bmatrix} \cos(\lambda_i) \\ \sin(\lambda_i) \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\left\| \begin{bmatrix} \mu_i - l_1 \cos(\theta_i) \\ \rho_i - l_1 \sin(\theta_i) \end{bmatrix} \right\| = l_2 \quad (3.4)$$

onde λ_i é o ângulo entre a reta perpendicular à guia linear e a horizontal e, γ_i é o ângulo da guia linear em relação à horizontal.

Desenvolve-se em:

$$-2l_1\rho_i\sin(\theta_i) - 2l_1\mu_i\cos(\theta_i) + \mu_i^2 + \rho_i^2 + l_1^2 - l_2^2 = 0 \quad (3.5)$$

Os argumentos da Equação (3.5) podem ser representados por e_{i1} , e_{i2} e e_{i3} :

$$e_{i1} = -2l_1\rho_i \quad (3.6)$$

$$e_{i2} = -2l_1\mu_i \quad (3.7)$$

$$e_{i3} = \mu_i^2 + \rho_i^2 + l_1^2 - l_2^2 = 0 \quad (3.8)$$

Considerando estes argumentos, o ângulo θ_i pode ser determinado como:

$$\theta_i = 2 \tan^{-1} \left(\frac{-e_{i1} \pm \sqrt{e_{i1}^2 + e_{i2}^2 - e_{i3}^2}}{e_{i3} - e_{i2}} \right) \quad (3.9)$$

Da mesma maneira, β_i pode ser calculado usando a equação vetorial que origina a Equação (3.4):

$$\begin{bmatrix} \mu_i - l_1\cos(\theta_i) \\ \rho_i - l_1\sin(\theta_i) \end{bmatrix} = l_2 \begin{bmatrix} \cos(\beta_i) \\ \sin(\beta_i) \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$$\beta_i = \tan^{-1} \left(\frac{\rho_i - l_1\sin(\theta_i)}{\mu_i - l_1\cos(\theta_i)} \right) \quad (3.11)$$

Das Equações (3.9) e (3.11) nota-se que θ_i possui duas soluções possíveis e β_i é função de θ_i , posição das juntas, e ρ_i e μ_i , da posição do efetuador. Então, por convenção, é escolhido a solução dada pela parte positiva do termo $\pm$ resultando em uma resposta única para θ e β .

3.2.2 Cinemática direta

O problema da cinemática direta consiste em achar a posição do efetuador final a partir das medições de posicionamento das juntas ativas. No caso de manipuladores paralelos, é comum que uma solução algébrica seja impraticável de se obter, o que acontece com o manipulador aqui estudado.

Reavaliando as Equações (3.3) e (3.4) considerando x , y e α como variáveis, é possível notar que não é solucionável sem considerar todas as cadeias cinemáticas em conjunto, já que as três variáveis estão presentes nas equações citadas. Logo é necessário

solucionar um conjunto de equações não lineares. A solução para este problema é muito complexa além de possuir soluções múltiplas. É por este motivo que para solucionar a cinemática direta se recorre a aproximação numérica utilizando a combinação das equações de todas as cadeias dada pela Equação (3.4).

3.2.3 Jacobiana

A matriz jacobiana é definida como a matriz que relaciona o vetor de velocidades dos m_{act} atuadores com o vetor de n_{dof} velocidades do efetuador final. No caso do manipulador 3(P)RRR, tem-se que:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{J}\dot{\mathbf{\Theta}} \quad (3.12)$$

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \dot{x} & \dot{y} & \dot{\alpha} \end{bmatrix}^T \text{ e } \dot{\mathbf{\Theta}} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 & \dot{\theta}_3 & \dot{\theta}_4 & \dot{\theta}_5 & \dot{\theta}_6 \end{bmatrix}^T \quad (3.13)$$

onde $\dot{\theta}_{i+3}$, sendo $i = 1, 2, 3$ é a cadeia cinemática adotada, é

$$\dot{\theta}_{i+3} = \frac{2\pi}{p} \dot{\delta}_i \quad (3.14)$$

A variável p é a movimentação da guia linear para cada rotação do motor que ativa a guia linear.

A matriz jacobiana pode ser determinada pela mesma Equação (3.2) reescrita considerando os valores das medidas do vetor $B_i C_i$ nos eixos x e y e calculando a norma deste vetor:

$$r_{BC_x}^2 + r_{BC_y}^2 = l^2 \quad (3.15)$$

onde r_{BC_x} e r_{BC_y} são as medidas entre os pontos B_i e C_i sobre os eixos x e y , respectivamente.

Fazendo a derivada no tempo da Equação (3.15):

$$r_{BC_x} \dot{r}_{BC_x} + r_{BC_y} \dot{r}_{BC_y} = 0 \quad (3.16)$$

Utilizando as relações geométricas apresentadas e sabendo que r_{BC_x} e r_{BC_y} são numericamente iguais a $l_2 \cos(\beta_i)$ e $l_2 \sin(\beta_i)$, respectivamente, como mostrado na Equação (3.17), as velocidades $\dot{r}_{BC_x}$ e $\dot{r}_{BC_y}$ são calculadas pelas derivadas apresentadas na Equação (3.18):

$$\begin{bmatrix} \mu_i - l_1 \cos(\theta_i) \\ \rho_i - l_1 \sin(\theta_i) \end{bmatrix} = l_2 \begin{bmatrix} \cos(\beta_i) \\ \sin(\beta_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{BC_x} \\ r_{BC_y} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} r_{BC_x} \\ r_{BC_y} \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mu_i - l_1 \cos(\theta_i) \\ \rho_i - l_1 \sin(\theta_i) \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Assim, a Equação (3.16) pode ser expressa como:

$$\begin{aligned} \dot{x}[l_2 \cos(\beta_i)] + \dot{y}[l_2 \sin(\beta_i)] + \dot{\alpha}[l_2 h \sin(\beta_i - \lambda_i - \alpha)] = \\ = \dot{\theta}_i[l_1 l_2 \sin(\beta_i - \theta_i)] + \dot{\delta}_i[l_2 \cos(\beta_i - \gamma_i)] \end{aligned} \quad (3.19)$$

onde i é a cadeia cinemática adotada.

Reescrevendo a Equação (3.19) em termos de $\dot{\theta}_{i+3}$ utilizando a relação dada pela Equação (3.14)

$$\begin{aligned} \dot{x}[l_2 \cos(\beta_i)] + \dot{y}[l_2 \sin(\beta_i)] + \dot{\alpha}[l_2 h \sin(\beta_i - \lambda_i - \alpha)] = \\ = \dot{\theta}_i[l_1 l_2 \sin(\beta_i - \theta_i)] + \dot{\theta}_{i+3} \frac{p}{2\pi} [l_2 \cos(\beta_i - \gamma_i)] \end{aligned} \quad (3.20)$$

A partir da Equação (3.20), a equação matricial que relaciona $\dot{\Theta}$ e $\dot{\mathbf{X}}$ pode ser expressa utilizando a definição de duas matrizes, $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ tal que:

$$\mathbf{A}\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{B}\dot{\Theta} \quad (3.21)$$

onde:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & 0 & b_{14} & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 & 0 & b_{25} & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} & 0 & 0 & b_{36} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

com termos iguais a:

$$a_{i1} = l_2 \cos(\beta_i) \quad (3.24)$$

$$a_{i2} = l_2 \sin(\beta_i) \quad (3.25)$$

$$a_{i3} = l_2 h \sin(\beta_i - \lambda_i - \alpha) \quad (3.26)$$

$$b_{ii} = l_1 l_2 \sin(\beta_i - \theta_i) \quad (3.27)$$

$$b_{ii+3} = \frac{p}{2\pi} l_2 \cos(\beta_i - \gamma_i) \quad (3.28)$$

Assim a matriz jacobiana pode ser expressa por:

$$\mathbf{J} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} \quad (3.29)$$

3.2.4 Velocidades e acelerações

O modelo dinâmico é feito utilizando trabalho virtual como indicado na Seção 2.6.3. Para isso, é necessário obter matrizes que relacionem o deslocamento virtual de cada corpo do manipulador com o deslocamento virtual dos atuadores. Relacionar os deslocamentos dos corpos é o mesmo que relacionar as velocidades dos corpos, então, como a matriz jacobiana é para o efetuador final, devem ser obtidas matrizes similares à jacobiana para todos os corpos móveis do sistema (WU et al., 2009).

Para isso, é definido um vetor posição para cada corpo j da cadeia i :

$$\mathbf{d}_{ij} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{ij} \\ \phi_{ij} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

onde $\mathbf{r}_{ij}$ e ϕ_{ij} são, respectivamente, as posições linear e angular do corpo j da cadeia i .

Então, as velocidades e as acelerações de cada corpo podem ser obtidas pela derivação no tempo da Equação (3.30):

$$\dot{\mathbf{d}}_{ij} = \mathbf{K}_{ij}\dot{\mathbf{\Theta}} \quad (3.31)$$

$$\ddot{\mathbf{d}}_{ij} = \mathbf{K}_{ij}\ddot{\mathbf{\Theta}} + \dot{\mathbf{K}}_{ij}\dot{\mathbf{\Theta}} \quad (3.32)$$

Para facilitar a definição das matrizes Jacobianas $\mathbf{K}_{ij}$, é realizada a separação em duas submatrizes, tal que:

$$\mathbf{K}_{ij} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{ij} \\ \mathbf{G}_{ij} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

$\mathbf{H}_{ij}$ é definida como a matriz que relaciona o vetor $\dot{\mathbf{\Theta}}$ de velocidades das juntas com o vetor $\dot{\mathbf{r}}_{ij}$ de velocidades lineares do corpo j da cadeia cinemática i . Similarmente, a matriz $\mathbf{G}_{ij}$ relaciona o vetor $\dot{\mathbf{\Theta}}$ com a velocidade angular $\dot{\phi}_{ij}$. Consequentemente, $\mathbf{H}_{ij}$ and $\mathbf{G}_{ij}$ são matrizes esparsas de dimensões $2 \times m$ e $1 \times m$, respectivamente.

Como indicado na Tabela 1, a posição da guia linear recebe o valor de $j = 1$, o elo A_iB_i recebe o valor $j = 2$ com ponto de giro A_i e o elo B_iC_i $j = 3$ com ponto de giro B_i .

Seguindo esta notação, a representação das velocidades para o ponto A_i é:

$$\dot{\mathbf{r}}_{\mathbf{A}_i} = \dot{\mathbf{r}}_{i1} = \dot{\delta}_i \begin{bmatrix} \cos(\gamma_i) \\ \sin(\gamma_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & \frac{p}{2\pi} \cos(\gamma_i) & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & \frac{p}{2\pi} \sin(\gamma_i) & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 6} \dot{\mathbf{\Theta}} \quad (3.34)$$

onde os valores não nulos se encontram nas colunas $i + 3$, o que fornece:

$$\mathbf{H}_{i1} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & \frac{p}{2\pi} \cos(\gamma_i) & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & \frac{p}{2\pi} \sin(\gamma_i) & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 6} \quad (3.35)$$

Uma vez que A_i é tratado como um ponto, ele não possui velocidade angular, logo:

$$\mathbf{G}_{i1} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{1 \times 6} \quad (3.36)$$

Para o elo $A_i B_i$ a velocidade angular é a velocidade da junta localizada em A_i , $\dot{\theta}_i$. Já a velocidade linear é a mesma do ponto A_i :

$$\mathbf{H}_{i2} = \mathbf{H}_{i1} \quad (3.37)$$

$$\dot{\phi}_{i2} = \dot{\theta}_i = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 1 & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{1 \times 6} \quad (3.38)$$

onde o valor 1 está na coluna i , logo:

$$\mathbf{G}_{i2} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 1 & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{1 \times 6} \quad (3.39)$$

A velocidade linear do ponto B_i pode ser definida e, conseqüentemente, a matriz $\mathbf{H}_{i3}$:

$$\dot{\mathbf{r}}_{B_i} = \dot{\mathbf{r}}_{i3} = \dot{\theta}_i l_1 \begin{bmatrix} -\sin(\theta_i) \\ \cos(\theta_i) \end{bmatrix} + \dot{\delta}_i \begin{bmatrix} \cos(\gamma_i) \\ \sin(\gamma_i) \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

$$\mathbf{H}_{i3} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & l_1(-\sin(\theta_i)) & \cdots & 0 & \cdots & \frac{p}{2\pi} \cos(\gamma_i) & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & l_1 \cos(\theta_i) & \cdots & 0 & \cdots & \frac{p}{2\pi} \sin(\gamma_i) & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 6} \quad (3.41)$$

os valores não nulos estão alocados nas colunas i e $i + 3$.

A determinação de $\mathbf{G}_{i3}$ ocorre do cálculo de $\dot{\mathbf{r}}_{C_i}$ a partir de $\dot{\mathbf{r}}_{B_i}$:

$$\dot{\mathbf{r}}_{C_i} = \dot{\mathbf{r}}_{B_i} + \dot{\beta}_i l_2 \begin{bmatrix} -\sin(\beta_i) \\ \cos(\beta_i) \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

$\dot{\mathbf{r}}_{C_i}$ também pode ser calculada a partir da velocidade do efetuador final:

$$\dot{\mathbf{r}}_{C_i} = [\mathbf{H}_n + h \begin{bmatrix} -\sin(\lambda_i + \alpha) \\ \cos(\lambda_i + \alpha) \end{bmatrix} \mathbf{G}_n] \dot{\Theta} \quad (3.43)$$

onde $\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_n \\ \mathbf{G}_n \end{bmatrix}$ é a matriz Jacobiana.

Com estas definições, $\mathbf{G}_{i3}$ é expressa como:

$$\mathbf{G}_{i3} = \frac{1}{l_2} \begin{bmatrix} -\sin(\beta_i) & \cos(\beta_i) \end{bmatrix} \{ \mathbf{H}_n + h \begin{bmatrix} -\sin(\lambda_i + \alpha) \\ \cos(\lambda_i + \alpha) \end{bmatrix} \mathbf{G}_n - \mathbf{H}_{i3} \} \quad (3.44)$$

Com estas definições de todas as relações de velocidades é possível determinar o modelo dinâmico do sistemas.

3.2.5 Dinâmica

Uma vez que todas as velocidades e acelerações de cada corpo foram definidas, A formulação de Newton-Euler é aplicada em cada corpo sobre seu respectivo ponto de giro. Nesta análise, se assume que as massas de cada motor em A_i , de cada elo $A_i B_i$ e de cada elo $B_i C_i$ são representadas por m_1 , m_2 e m_3 , respectivamente, e a massa do efetuador final é m_n .

O vetor $\mathbf{p}_{ij}$ é formado pela combinação das forças e momentos aplicados no corpo j da cadeia i :

$$\mathbf{p}_{ij} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{ij} \\ \mathbf{M}_{ij} \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

onde:

$$\mathbf{F}_{ij} = \begin{bmatrix} m_j(\ddot{r}_{x_{ij}} + \ddot{\phi}_{ij}s_j(-\sin(\phi_{ij})) - \dot{\phi}_{ij}^2 s_j \cos(\phi_{ij})) \\ m_j(\ddot{r}_{y_{ij}} + \ddot{\phi}_{ij}s_j(\cos(\phi_{ij})) - \dot{\phi}_{ij}^2 s_j \sin(\phi_{ij})) \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

$$\mathbf{M}_{ij} = m_j s_j (\ddot{r}_{x_{ij}}(-\sin(\phi_{ij})) + \ddot{r}_{y_{ij}} \cos(\phi_{ij})) + I_j \ddot{\phi}_{ij} \quad (3.47)$$

s_j é a distância entre o centro de massa e o ponto de giro do corpo j .

Similarmente para o efetuador final, onde o ponto de giro é o centro de massa ($s = 0$), tem-se que:

$$\mathbf{F}_n = \begin{bmatrix} m_n \ddot{x} \\ m_n \ddot{y} \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

$$\mathbf{M}_n = I_n \ddot{\alpha} \quad (3.49)$$

Considerando que todas as informações necessárias para aplicar o princípio de trabalho virtual foram apresentadas, é possível determinar o vetor $\boldsymbol{\tau}$ de torques necessários nas juntas ativas:

$$\boldsymbol{\tau}^t \delta \boldsymbol{\Theta} = \mathbf{p}_n^t \delta \mathbf{X} + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \mathbf{p}_{ij}^t \delta \mathbf{d}_{ij} \quad (3.50)$$

$$\boldsymbol{\tau}^t \delta \boldsymbol{\Theta} = \mathbf{p}_n^t \mathbf{J} \delta \boldsymbol{\Theta} + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \mathbf{p}_{ij}^t \mathbf{K}_{ij} \delta \boldsymbol{\Theta} \quad (3.51)$$

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{J}^t \mathbf{p}_n + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \mathbf{K}_{ij}^t \mathbf{p}_{ij} \quad (3.52)$$

Os vetores $\mathbf{p}_{ij}$ e $\mathbf{p}_n$ podem ser reescritos na forma:

$$\mathbf{p}_{ij} = \mathbf{Z}_{ij} \begin{bmatrix} \ddot{r}_{x_{ij}} \\ \ddot{r}_{y_{ij}} \\ \ddot{\phi}_{ij} \end{bmatrix} + \mathbf{N}_{ij} \begin{bmatrix} \dot{r}_{x_{ij}} \\ \dot{r}_{y_{ij}} \\ \dot{\phi}_{ij} \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

$$\mathbf{p}_n = \mathbf{Z}_n \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

onde:

$$\mathbf{Z}_{ij} = \begin{bmatrix} m_j & 0 & -m_j s_{ij} \sin \phi_{ij} \\ 0 & m_j & m_j s_{ij} \cos \phi_{ij} \\ -m_j s_{ij} \sin \phi_{ij} & m_j s_{ij} \cos \phi_{ij} & I_j \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

$$\mathbf{N}_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -m_j \dot{\phi}_{ij} s_{ij} \cos \phi_{ij} \\ 0 & 0 & -m_j \dot{\phi}_{ij} s_{ij} \sin \phi_{ij} \\ 0 & 0 & \mu_{ij}^{rot} \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

$$\mathbf{Z}_n = \begin{bmatrix} m_n & 0 & 0 \\ 0 & m_n & 0 \\ 0 & 0 & I_n \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

Realizando as transformações das acelerações e velocidades utilizando as Jacobianas encontras, tem-se que:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{M} \ddot{\boldsymbol{\Theta}} + \mathbf{V} \dot{\boldsymbol{\Theta}} \quad (3.58)$$

onde:

$$\mathbf{M} = (\mathbf{J}^t \mathbf{Z}_n \mathbf{J} + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \mathbf{K}_{ij}^t \mathbf{Z}_{ij} \mathbf{K}_{ij}) \quad (3.59)$$

$$\mathbf{V} = (\mathbf{J}^t \mathbf{Z}_n \dot{\mathbf{J}} + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \mathbf{K}_{ij}^t \mathbf{Z}_{ij} \dot{\mathbf{K}}_{ij} + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \mathbf{K}_{ij}^t \mathbf{N}_{ij} \mathbf{K}_{ij}) \quad (3.60)$$

Por fim, o fator de atrito foi adicionado na modelagem dos esforços nas guias lineares, assim:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{M}\ddot{\boldsymbol{\Theta}} + \mathbf{V}\dot{\boldsymbol{\Theta}} + \boldsymbol{\tau}_\mu \quad (3.61)$$

onde

$$\boldsymbol{\tau}_\mu = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \mu_{lin}\dot{\theta}_4 & \mu_{lin}\dot{\theta}_5 & \mu_{lin}\dot{\theta}_6 \end{bmatrix}^t \quad (3.62)$$

e μ_{lin} é o fator de atrito dinâmico da guia linear e é considerado o mesmo para todas as guias.

3.3 Resolução da Redundância

Como os manipuladores com redundância cinemática possuem infinitas configurações cinemáticas, é preciso definir o posicionamento das juntas redundantes entre as possibilidades existentes, isto é, a resolução da redundância.

Esse processo pode ser local ou global. O método local procura ir contra o gradiente de um função custo a cada passo da movimentação do manipulador. Esse processo é mais utilizado quando a função custo possui um cálculo rápido e, geralmente, é implementado em tempo real. O método global é realizado antes da execução de uma tarefa. É realizada uma simulação que considera toda a tarefa para se determinar o valor da função custo.

Para o problema proposto, deseja-se otimizar o desempenho dinâmico. Para isso é determinado que a função custo seja o torque absoluto máximo atingido pelas juntas ativas durante toda a execução de uma desejada trajetória do efetuador final. Como deseja-se analisar toda a tarefa executada, será usado neste trabalho o método global. Já as variáveis do problema de otimização são as posições das juntas redundantes δ_i das guias lineares e as restrições do sistema são os tamanhos das guias lineares (δ_{min} e δ_{max}). Este problema de otimização pode ser expresso por:

$$\begin{aligned} \delta_{i,opt}(t) &= \arg \min_{\delta_i(t)} \|\boldsymbol{\tau}\| \\ \text{sujeito a : } &\delta_{min} \leq \delta_i(t) \leq \delta_{max}. \end{aligned} \quad (3.63)$$

O torque $\boldsymbol{\tau}$ é função dependente das posições das juntas rotacionais ativas θ_i e das posições das guias lineares δ_i . Entretanto, essa resolução de redundância não garante que o manipulador irá evitar singularidades ao executar a tarefa. Para que esta condição seja satisfeita é necessário introduzir o conceito de distância de singularidades, tanto para o tipo 1, como para o tipo 2, representada pela variável v .

Apesar das definições de singularidades serem dadas utilizando o determinante das matrizes Jacobianas (Capítulo 2), este não é o melhor índice para definir a distância que o efetuador final está de uma área singular. Isto ocorre porque a matriz Jacobiana $\mathbf{A}$ multiplica um vetor que possui duas velocidades lineares e uma velocidade angular. Assim, a matriz Jacobiana $\mathbf{A}$ não é homogênea e, portanto, os índices definidos diretamente a partir dela não têm sentido físico.

Para solucionar este problema, a matriz Jacobiana deve ser normalizada utilizando o comprimento característico do manipulador (REVELES; PAMANES; WENGER, 2016). Este comprimento característico deve ser o divisor de todos os elementos da matriz que multiplicam a velocidade angular:

$$\mathbf{A}' = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13}/Lc \\ a_{21} & a_{22} & a_{23}/Lc \\ a_{31} & a_{32} & a_{33}/Lc \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

A definição do comprimento característico é dada por $Lc = \sqrt{2}h$ (ALBA-GOMEZ; WENGER; PAMANES, 2005; REVELES; PAMANES; WENGER, 2016). Utilizando a matriz Jacobiana normalizada $\mathbf{A}'$ pode-se definir a distância entre o efetuador final e as singularidades. O número de condicionamento da matriz $\mathbf{A}'$ pode ser calculado como:

$$v(\mathbf{A}) = \kappa(\mathbf{A}') = \frac{\max \nu(\mathbf{A}')}{\min \nu(\mathbf{A}')} \quad (3.65)$$

onde $\nu(\mathbf{A}')$ são os valores singulares da matriz $\mathbf{A}'$.

Alba-Gomez, Wenger e Pamanes (2005) fizeram uma comparação entre o inverso do número de condicionamento ($\kappa^{-1}(\mathbf{A}')$) da matriz Jacobiana normalizada $\mathbf{A}'$ e a definição geométrica das singularidades ocasionadas por $\mathbf{A}$ e determinaram que o comportamento de ambos são similares, isto é, $\kappa^{-1}(\mathbf{A}')$ pode ser utilizado como índice de distância das singularidades. O valor de $\kappa^{-1}(\mathbf{A}')$ varia entre zero, onde ocorre a singularidade do tipo 2, e um, onde o manipulador tem condicionamento perfeito.

Agora, considerando a singularidade do tipo 1, isto é, quando o determinante da matriz $\mathbf{B}$ é igual a zero, é preciso fazer uma partição da matriz para entender o comportamento físico do sistema. Reescrevendo a Equação (3.23) em duas matrizes quadradas 3x3, tem-se que:

$$\mathbf{B1} = \begin{bmatrix} l_1 l_2 \sin(\beta_1 - \theta_1) & 0 & 0 \\ 0 & l_1 l_2 \sin(\beta_2 - \theta_2) & 0 \\ 0 & 0 & l_1 l_2 \sin(\beta_3 - \theta_3) \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

$$\mathbf{B2} = \begin{bmatrix} \frac{p}{2\pi} l_2 \cos(\beta_1 - \gamma_1) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{p}{2\pi} l_2 \cos(\beta_2 - \gamma_2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{p}{2\pi} l_2 \cos(\beta_3 - \gamma_3) \end{bmatrix} \quad (3.67)$$

A Equação (3.66) da matriz $\mathbf{B1}$ mostra que para que ocorra uma singularidade do tipo 1 é necessário que a cadeia cinemática esteja esticada, isto é, β_i deve ser igual a θ_i . Já a Equação (3.67) da matriz $\mathbf{B2}$ define que para que ocorra a singularidade do tipo 1 é necessário que o segundo elo da cadeia cinemática esteja perpendicular à guia linear da mesma cadeia.

Teoricamente, para que ocorra a singularidade em um manipulador redundante, seria necessário que as duas condições apresentadas ocorressem ao mesmo tempo. Entretanto apenas a condição imposta pela matriz $\mathbf{B1}$ é a que causa uma mudança de modo de trabalho do manipulador e a não possibilidade de atuação no efetuador nesta transição.

Portanto, de acordo com a Equação (3.66), o valor de $\sin(\beta_i - \theta_i)$ deve ser maior que zero para que não ocorra a singularidade e, assim, deve-se buscar maximizar este valor. Considerando que os valores singulares de $\mathbf{B1}$ são proporcionais a $\sin(\beta_i - \theta_i)$, define-se que o índice a ser maximizado é o menor valor singular da matriz $\mathbf{B1}$ dividido por $l1$ e $l2$:

$$v(\mathbf{B}) = \frac{\min \nu(\mathbf{B1})}{l1l2} = \min \sin(\beta_i - \theta_i) \quad (3.68)$$

Para serem incorporados na função objetivo, os valores de $v(\mathbf{A})$, variando entre 1 e ∞ , e de $v(\mathbf{B})$, variando entre 0 e 1 são tratados de formas diferentes. Como deve-se minimizar o valor de $v(\mathbf{A})$, este será somado à função custo e, como se deve maximizar o valor de $v(\mathbf{B})$, este será subtraído da função custo. Como estes valores variam no tempo de acordo com a execução da trajetória, é necessário tomar como índice o pior caso destes valores ao longo da tarefa. Logo, a função multi-objetivo é definida como a norma infinita do torque para executar a tarefa desejada somada do maior índice de distanciamento da singularidade de tipo 2 e subtraída do menor índice de distanciamento da singularidade de tipo 1 atingidos nesta tarefa. Os índices foram normalizados por um peso w que relaciona melhor os índices, já que são de grandezas diferentes:

$$F_{obj} = \|\boldsymbol{\tau}\|_{\infty} + w[\max(v(\mathbf{A})) - \min(v(\mathbf{B}))] \quad (3.69)$$

O termo $\|\boldsymbol{\tau}\|_{\infty}$ define o índice para a avaliação do desempenho dinâmico e o termo $[\max(v(\mathbf{A})) - \min(v(\mathbf{B}))]$ é um índice que define a posição do efetuador em relação as singularidades. Minimizando este termo, se maximiza a distância entre o efetuador final e as singularidades. O valor de w deve ser escolhido de tal forma que se priorize a otimização do índice de desempenho dinâmico. Essa escolha define a hierarquização da função objetivo

onde o objetivo primário é o desempenho dinâmico e o afastamento do efetuador das singularidades é o objetivo secundário.

O problema de otimização pode ser definido por:

$$\begin{aligned}
 \delta_{i,opt}(t) &= \arg \min_{\delta_i(t)} F_{obj} \\
 \text{sujeito a : } &\delta_{min} \leq \delta_i(t) \leq \delta_{max} \\
 &\max(v(\mathbf{A})) \leq R_A \\
 &\min(v(\mathbf{B})) \geq R_B
 \end{aligned} \tag{3.70}$$

Os valores de restrição R_A e R_B são fixados para que a tarefa seja executada dentro de uma área com o comportamento desejado afastado suficientemente das singularidades.

A partir de uma trajetória pré-definida $\mathbf{X}$ do efetuador final e da modelagem apresentada pode-se determinar as posições θ_i e, portanto, utiliza-se as posições δ_i como variáveis da otimização. Entretanto, como será realizada uma trajetória, as posições δ_i também são dependentes do tempo t não podendo ser usadas diretamente como variável. Assim, são realizadas diferentes abordagens para se determinar as variáveis de otimização.

A tarefa pode ser executada de duas maneiras: o primeiro modo de operação, conhecido como pré-posicionamento, é quando a guia linear é posicionada na melhor configuração antes da realização da tarefa; já o segundo modo, denominado reposicionamento contínuo, é quando a guia linear se movimenta ao mesmo tempo que a tarefa do efetuador final é executada.

A abordagem de pré-posicionamento consiste de determinar quais as melhores posições das juntas redundantes antes da movimentação do efetuador final. Em seguida, as guias lineares são fixadas nestas melhores posições para, assim, realizar a trajetória do efetuador final, isto é, a posição da guia linear é a mesma ao longo de toda execução da trajetória do efetuador final.

Já na abordagem de reposicionamento contínuo ocorre a movimentação conjunta das guias lineares e do efetuador final. Para que isso ocorra, uma trajetória para a posição da guia linear deve ser definida para que se minimize a função custo. O método de reposicionamento contínuo pode ser implementado otimizando pontos de condição de contorno de uma trajetória pré-definida para as juntas redundantes.

O pré-posicionamento consiste em encontrar os valores $\delta_{fixo_i, \text{otimo}}$ para cada guia linear que minimiza F_{obj} .

$$\begin{aligned}
\delta_{fixo_i,otimo} &= \arg \min_{\delta_{fixo_i}} F_{obj} \\
\text{subject to : } &\delta_{min} \leq \delta_{fixo_i} \leq \delta_{max} \\
&\max(v(\mathbf{A})) \leq R_A \\
&\min(v(\mathbf{B})) \geq R_B
\end{aligned} \tag{3.71}$$

Após a otimização, as guias são fixadas nas posições $\delta_{fixo_i,otimo}$ e a tarefa pode ser executada pelo efetuador final sem a movimentação das guias lineares.

Considerando o método de reposicionamento contínuo a movimentação das guias lineares é parametrizada no tempo. Dessa forma apenas algumas constantes da função parametrizada são utilizadas como variáveis de otimização. Para isso, é utilizado o método de parametrização polinomial, o qual pode ser calculado utilizando as condições de contorno desejadas para a trajetória, isto é, posições inicial ($\delta_{0_i,otimo}$) e final ($\delta_{f_i,otimo}$), velocidades inicial ($\dot{\delta}_{0_i,otimo}$) e final ($\dot{\delta}_{f_i,otimo}$) e acelerações inicial ($\ddot{\delta}_{0_i,otimo}$) e final ($\ddot{\delta}_{f_i,otimo}$).

Considerando estes valores é possível determinar os coeficientes de um polinômio de grau cinco que descreve a movimentação de cada guia por um sistema linear simples na forma:

$$\mathbf{coef} = \mathbf{D}^{-1}\mathbf{E} \tag{3.72}$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & t_0 & t_0^2 & t_0^3 & t_0^4 & t_0^5 \\ 0 & 1 & 2t_0 & 3t_0^2 & 4t_0^3 & 5t_0^4 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_0 & 12t_0^2 & 20t_0^3 \\ 1 & t_f & t_f^2 & t_f^3 & t_f^4 & t_f^5 \\ 0 & 1 & 2t_f & 3t_f^2 & 4t_f^3 & 5t_f^4 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_f & 12t_f^2 & 20t_f^3 \end{bmatrix} \tag{3.73}$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \delta_{0_i,otimo} & \dot{\delta}_{0_i,otimo} & \ddot{\delta}_{0_i,otimo} & \delta_{f_i,otimo} & \dot{\delta}_{f_i,otimo} & \ddot{\delta}_{f_i,otimo} \end{bmatrix}^T \tag{3.74}$$

Uma vez encontrados os coeficientes do polinômio, este pode ser escrito como:

$$\delta_i(t) = coef(0)t^0 + coef(1)t^1 + coef(2)t^2 + coef(3)t^3 + coef(4)t^4 + coef(5)t^5 \tag{3.75}$$

A partir da parametrização, é possível utilizar apenas os valores das posições iniciais ($\delta_{0_i,otimo}$) e finais ($\delta_{f_i,otimo}$) das guias lineares para executar a otimização, isto porque, para uma trajetória suave, é definido que as velocidades e acelerações iniciais e finais sejam nulas. Portanto, a otimização pode ser descrita como:

$$\begin{aligned}
[\delta_{0_i,otimo}, \delta_{f_i,otimo}] &= \arg \min_{[\delta_{0_i}, \delta_{f_i}]} F_{obj} \\
\text{subject to : } &\delta_{min} \leq \delta_{0_i} \leq \delta_{max} \\
&\delta_{min} \leq \delta_{f_i} \leq \delta_{max} \\
&\delta_{min} \leq \delta_i \leq \delta_{max} \\
&\max(v(\mathbf{A})) \leq R_A \\
&\min(v(\mathbf{B})) \geq R_B
\end{aligned} \tag{3.76}$$

Os algoritmos utilizados para realizar a resolução de redundância são o algoritmo genético e a SQP. Estes dois algoritmos são utilizados de forma combinada como mostrado na Seção 2.4, isto porque os problemas de otimização aqui descritos possuem ótimos locais em posições variadas devido à complexidade que apresentam.

Considerando os dois algoritmos apresentados, a determinação do valor inicial do algoritmo SQP é definida após o processo do algoritmo genético, assim agilizando o processo de otimização e obtendo melhores resultados. Primeiramente, é definida uma parte da população inicial para o algoritmo genético que abranja diferentes configurações do manipulador redundante sendo que o restante da população é gerada aleatoriamente. Após um valor fixo de gerações, o algoritmo genético é parado e assim se define os valores iniciais de entrada para o algoritmo SQP que calcula os valores ótimos finais do problema.

As otimizações são feitas no ambiente MATLAB utilizando a função *fmincon* que realiza o algoritmo SQP e *ga* para o algoritmo genético.

3.4 Controle implementado

O controle e a comunicação têm grande relação no funcionamento do sistema de controle do manipulador. A comunicação deve ser rápida o bastante para que as leituras sejam feitas em um intervalo de tempo da ordem de milissegundos garantindo a aproximação de trabalho em espaço contínuo. Como a descrição do funcionamento da comunicação é puramente técnica, ela está descrita com detalhes no apêndice A. Nesta seção, serão apresentadas apenas algumas características básicas da comunicação.

O *driver* EPOS2 que realiza a comunicação e o controle dos motores possui portas CAN que possibilitam a conexão de todos os *drivers* com a dSPACE (Figura 22). A velocidade de comunicação foi fixada como a mais alta possível para que todos os nodos pudessem se comunicar, sendo esta de 250 kbps. As informações recebidas pela dSPACE são dados de posicionamento, corrente e estado do *driver* (*statusword*). Já as informações enviadas pela dSPACE são dados de corrente desejada e controle (*controlword*) para acionamento ou parada do motor. Estas informações são atualizadas em pouco menos de dez milissegundos, sendo assim uma frequência de aproximadamente de 100 Hz. O sinal de

controle implementado deve calcular o valor de corrente baseado nas constantes do motor correspondente para que o motor execute o torque desejado. A comunicação e o controle foram implementados em ambiente MATLAB/Simulink.

Figura 22 – Esquema de comunicação CAN entre os *drivers* e a dSPACE.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Os controles PID e torque calculado foram implementados de forma conjunta como apresentado na Figura 23. Os ganhos dos controladores PID são os mesmos para os dois controles e, portanto, a diferença se dá pela ativação ou não do cálculo de alimentação direta do modelo da dinâmica inversa.

A sintonização dos ganhos foi feita experimentalmente de maneira que o comportamento dinâmico do manipulador fosse suave e apresentasse o menor erro de posição das juntas possível. A suavidade no comportamento é procurada para que o modelo seja representativo e, assim, se tenha uma previsão do comportamento dinâmico.

Os controles implementados baseados no modelo variam um pouco quando comparados aos esquemas apresentados na Seção 2.5. Isso porque para calcular o modelo dinâmico é necessário conhecer a posição angular β_i das juntas passivas.

Pelo modelo apresentado na Seção 3.2.1, é possível notar que o cálculo de β_i (Equação (3.11)) é dependente das posições das juntas ativas e do efetuator. Para o controle torque calculado apresentado na Figura 10, esse problema é solucionável utilizando o valor das posições desejadas do efetuator, como mostrado na Figura 23.

Já para o controle linearizado por retroalimentação como apresentado na Figura 11 esse cálculo poderia ser feito utilizando a cinemática direta. Entretanto, o problema da cinemática direta em mecanismos paralelos nem sempre é solucionado algebricamente e, portanto, deve ser feita uma aproximação numérica.

Outra solução é utilizar uma medição do posicionamento do efetuator final para retroalimentar o modelo e, assim, calcular o valor de β_i . Logo, optou-se por acrescentar um sensor para medir o efetuator final, uma vez que esse sensor pode ser aplicado em

Figura 23 – Esquema de bloco do Simulink utilizado para o controle torque calculado e o PID desacoplado das juntas.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 24 – Esquema de bloco do Simulink utilizado para o controle linearizado por retroalimentação.

Fonte: Elaborada pelo autor.

outras abordagens futuras. Com esta medição, a lei de controle é alterada para se utilizar o cálculo de θ a partir da medição de $\mathbf{X}$ e as posições atuais das guias lineares δ :

$$\tau = IDM(IKM(\mathbf{X}, \delta), \dot{\theta}, \ddot{\theta}_d + \mu_{pid}) \quad (3.77)$$

Escolheu-se assim definir uma câmera para realizar a medição da posição do efetuador final. Para isso, um processamento da imagem com filtro de cores foi implementado para identificar marcadores fixados no efetuador. Essa medição, enviada para a dSPACE por uma comunicação serial, é utilizada para calcular os valores de β_i e o modelo dinâmico, como mostrado na Figura 24.

O processamento da imagem é realizado separadamente na placa de processamento ODROID-XU4 atingindo uma velocidade pouco maior que 100 Hz. A resolução da imagem é de 640 x 480 pixels proporcionando uma relação para um pixel do tamanho de 0,8 mm x 0,6 mm. Dois marcadores, um verde e um vermelho, foram posicionados no efetuador de modo que o centro do efetuador seja a média entre os centros dos marcadores. Além disso, a relação angular entre a linha que passa pelos centros dos marcadores e a horizontal representa o ângulo de posicionamento do efetuador (Figura 25).

Figura 25 – Imagem capturada pela câmera do manipulador com os marcadores verde e vermelho.

Fonte: Elaborada pelo autor.

O canal de cores que a câmera usa para enviar a imagem é o YUV, o qual foi usado diretamente para fazer a filtragem. Uma pré-filtragem para identificar uma aproximação do posicionamento dos marcadores é feita uma única vez processando toda a imagem. Após este processo, a imagem é cortada em um tamanho de 24 x 24 pixels para realizar o filtro de identificação dos marcadores. Este corte é atualizado quando ocorre a movimentação do manipulador utilizando o corte do passo anterior, assim a imagem sempre será cortada sem a necessidade de utilizar o filtro em sua totalidade, proporcionando alta velocidade de processamento. Mais detalhes sobre o processamento de imagens pode ser encontrado em [Colombo \(2018\)](#), [Colombo, Fontes e Silva \(2019\)](#)

3.5 Considerações finais do capítulo

Neste capítulo, foram apresentados o manipulador construído, seus componentes e sua modelagem cinemática e dinâmica. Utilizando destes modelos, o método para definir a resolução da redundância foi definido para otimizar o desempenho dinâmico e o condicionamento da Jacobiana. Por fim, foi apresentada a adaptação para implementar os controles baseados no modelo. No próximo capítulo, serão apresentados os experimentos realizados para que fosse possível realizar a comparação dos métodos apresentados.

4 RESULTADOS

Os resultados são apresentados em duas etapas principais. A primeira etapa consiste de uma comparação entre um experimento e uma simulação que realizam o mesmo movimento. Utilizando os dados de torque e movimentação obtidos, uma comparação é realizada entre os torques calculados e os experimentais. A verificação se faz necessária, uma vez que o modelo é usado para resolver a resolução de redundância e implementar os controles baseados no modelo.

A segunda etapa é a comparação dos controles e dos diferentes níveis de redundância cinemática para executar uma mesma trajetória. Esta comparação visa definir se ocorre a melhoria do desempenho tanto em relação aos esforços como de erro de posicionamento variando os níveis de redundância e as estruturas de controle.

4.1 Verificação do modelo

A verificação do modelo é parte importante do estudo já que define a representatividade do modelo dinâmico em relação ao sistema real. Para executar este procedimento, foi definida uma movimentação elipsoidal com senos e cossenos e, a partir dela, uma parte, na qual ocorre altas velocidades e acelerações, foi considerada para realizar a verificação.

O primeiro passo foi realizar o experimento para obter dados de corrente e posição das juntas. A obtenção destes dados apresenta ruídos e, portanto, não é possível gerar uma curva que seja contínua e derivável. Como é necessário calcular as velocidades e as acelerações da tarefa executada, que servem como entradas do modelo dinâmico, os dados obtidos da movimentação foram aproximados para uma soma de senos utilizando a função *cftool* do MATLAB. A partir desta aproximação para um função contínua e derivável, são definidas as velocidades e acelerações da tarefa e são calculados os torques necessários para executar a movimentação da tarefa de acordo com o modelo.

Os parâmetros e seus respectivos valores podem ser observados na Tabela 2. Estes valores aplicados no modelo são definidos a partir do projeto. Além disso, para se determinar os valores de massa e atrito da guia linear, foi executada uma otimização com o intuito de minimizar a diferença entre os esforços calculados pelo modelo e os obtidos do experimento. Nota-se que a variável m_1 é um valor de massa representativa para as inércias da guia linear, motores acoplado e redução.

As comparações para cada motor estão ilustradas nas Figuras 26 e 27. Os motores 1, 2 e 3 são aqueles que acionam os elos da cadeia cinemática e apresentam curvas com pouco ruído. Já os motores 4, 5 e 6 que atuam as guias lineares se mostraram com muito ruído mecânico, como pode ser observado na Figura 27.

É possível notar que o comportamento dinâmico do modelo e do experimento são similares, mesmo com o ruído mecânico. Logo, o modelo descrito pode ser adotado como referência para se prever o comportamento do manipulador.

Tabela 2 – Parâmetros utilizados para definir os manipuladores.

Parâmetros							
a	260 mm	m_1	591,1 kg	I_1	0	λ_1	$\pi/2$
h	59,7 mm	m_2	0,3 kg	I_2	$3,648e^{-3}$ kg.m ²	λ_2	$11\pi/6$
$l1$	191 mm	m_3	0,354 kg	I_3	$6,351e^{-3}$ kg.m ²	λ_3	$7\pi/6$
$l2$	232 mm	m_n	0,78 kg	I_n	$6,96e^{-4}$ kg.m ²	μ_{lin}	$1,13e^{-3}$ N.s

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 26 – Comparação entre os torques experimentais e calculados dos motores (a) 1, (b) 2 e (c) 3.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Assim, o modelo desenvolvido é considerado representativo, podendo ser utilizado tanto na implementação da resolução de redundância, para definir os torques e as movimentações das guias lineares de forma otimizada, quanto nos controles baseados no modelo, já que prevê a dinâmica do sistema.

Figura 27 – Comparação entre os torques experimentais e calculados dos motores (a) 4, (b) 5 e (c) 6.

Fonte: Elaborada pelo autor.

4.2 Resultados simulados

Uma trajetória foi escolhida para realizar a comparação entre os níveis de redundância e entre os esquemas de controle. A tarefa executada é uma trajetória representada por uma reta como demonstra a Figura 28 e descrita por polinômios de grau 5 como descrito anteriormente. O efetuador parte da posição $(0,09 \text{ m}, -0,03 \text{ m})$ e atinge, em um segundo, o ponto final da reta, $(-0,09 \text{ m}, 0,03 \text{ m})$, alterando o ângulo de postura (α) do efetuador final de $0,2 \text{ rad}$ para $0,1 \text{ rad}$. Essa trajetória foi escolhida para que o manipulador não redundante 3RRR possa executar esta tarefa livre de singularidades e, assim, possibilitando uma comparação do desempenho dinâmico justa com os manipuladores redundantes.

As simulações são executadas com o objetivo de se obter os valores da função custo para fins de comparação e para definir a movimentação da redundância cinemática, de acordo com os processos de resolução de redundância descritos na Seção 3.3. Como o manipulador possui três níveis de redundância, é possível utilizar um nível de redundância de três maneiras diferentes, isto é, ativar a guia linear 1 sem ativar as outras duas, ou ativar apenas a guia linear 2 ou apenas a 3. Da mesma maneira isso ocorre para dois

Figura 28 – Trajetória, representada na cor azul, realizada em simulação e experimentalmente.

Fonte: Elaborada pelo autor.

níveis de redundância, ativando as guias 1 e 2, ou 1 e 3, ou 2 e 3. As otimizações foram executadas para todas estas combinações, mas o experimento é realizado apenas para a combinação que possui o menor valor da função custo dentro de cada nível e processo de resolução de redundância.

A resolução de redundância possui alguns parâmetros que devem ser definidos de acordo com o desempenho desejado. Para que as guias não atingissem o limite mecânico e o efetuator se mantivesse longe o suficiente das singularidades, os valores de δ_{max} , $v(\mathbf{A})_{max}$ e $v(\mathbf{B})_{min}$ foram fixados como, 0,23 m, 2 e 0,45, respectivamente. O peso w foi definido como 0,02 para que variações no distanciamento das singularidade não impactassem de forma significativa na função custo, mas, que se encontrado um limite ótimo do torque, se priorizasse a opção de melhor condicionamento.

Na Tabela 3, pode-se observar o máximo torque e os menores valores da distância das singularidades dos tipos 1 e 2 para cada combinação dentro de cada nível e com diferentes otimizações. A ativação da guia é representada pelos números indicados após o nome do manipulador.

Pode-se notar que o melhor desempenho se dá com o manipulador 3(P)RRR com reposicionamento contínuo. Dentro de cada combinação de nível de redundância e processo de resolução de redundância, os melhores casos são (P)RRR+2RRR_3 com pré-posicionamento, (P)RRR+2RRR_1 com reposicionamento contínuo, 2(P)RRR+RRR_12 com pré-posicionamento e reposicionamento contínuo.

Considerando os melhores casos dentro de cada nível e processo de resolução de

Tabela 3 – Valores de máximo torque, distanciamento das singularidades e função objetivo para cada combinação de nível de redundância cinemática e processo de resolução de redundância.

Manipulador/guia ativa	Resolução	$\ \tau\ _{\infty}$ (N.m)	$\max(v(\mathbf{A}))$	$\min(v(\mathbf{B}))$	F_{obj}
3RRR	–	0,2754	2,1359	0,4827	0,3085
(P)RRR+2RRR_1	Pré-pos.	0,2827	2,0522	0,4827	0,3141
(P)RRR+2RRR_2		0,2895	2,1328	0,5127	0,3219
(P)RRR+2RRR_3		0,2774	1,9325	0,4827	0,3064
(P)RRR+2RRR_1	Repos. cont.	0,2697	2,0000	0,4827	0,3000
(P)RRR+2RRR_2		0,2863	2,1302	0,5047	0,3189
(P)RRR+2RRR_3		0,2745	1,8816	0,4827	0,3024
2(P)RRR+RRR_12	Pré-pos.	0,2336	2,0000	0,5143	0,2634
2(P)RRR+RRR_13		0,2520	2,0000	0,4827	0,2823
2(P)RRR+RRR_23		0,2497	2,0000	0,4691	0,2803
2(P)RRR+RRR_12	Repos. cont.	0,2166	2,0000	0,5757	0,2451
2(P)RRR+RRR_13		0,2487	1,8802	0,4827	0,2766
2(P)RRR+RRR_23		0,2349	2,0000	0,5072	0,2647
3(P)RRR	Pré-pos.	0,2072	1,5848	0,6493	0,2259
3(P)RRR	Repos. cont.	0,2017	1,5430	0,6240	0,2200

Fonte: Elaborada pelo autor.

redundância, pode-se notar que a função objetivo diminui com o aumento do nível de redundância. Avaliando a função custo e considerando os dois métodos de resolução de redundância em um mesmo nível de redundância, é possível notar que o método de reposicionamento contínuo se saiu melhor em todos os casos. Além disso, comparando o melhor caso, 3(P)RRR com reposicionamento contínuo, com o pior caso, 3RRR, houve uma diminuição de 26% do máximo torque para realizar a mesma tarefa com o efetuator final. Além disso, ocorre o maior afastamento das singularidades quando os três níveis de redundância são utilizados. Essa comparação demonstra que é possível melhorar o desempenho dinâmico do manipulador e, ao mesmo tempo, afastar o efetuator final de singularidades.

4.3 Resultados experimentais

Definidas as otimizações de cada nível de redundância, o experimento de cada uma com cada esquema de controle foi realizado cinco vezes. Esta repetição permite avaliar a repetibilidade pela média e o intervalo de confiança dos experimentos. A avaliação toma em consideração os esforços para a execução da tarefa, os erros de posicionamento do efetuator e o erro de posicionamento das juntas ativas.

Para a comparação de esforços, todos os motores têm suas correntes medidas durante a execução da tarefa e estas são transformadas em torques fazendo uso das

constantes do motor e da caixa de redução. Após esta transformação, é definido o maior torque absoluto exercido por um dos seis motores como índice de avaliação para os esforços exercidos para cada repetição da tarefa.

O posicionamento do efetuador é formado por duas dimensões lineares e uma dimensão angular, assim estas serão tratados de forma separada. O erro de posicionamento do efetuador é calculado utilizando o posicionamento desejado subtraído do posicionamento calculado pela cinemática direta a partir das medidas da juntas.

Apesar das guias lineares serem acionadas por motores idênticos aos utilizados para a movimentação dos elos da cadeia cinemática, eles são tratados separadamente já que o posicionamento linear da guia impacta diretamente no posicionamento do efetuador. Logo, as guias são avaliadas de acordo com seu posicionamento linear e os motores de acionamento das cadeias são avaliados pelo posicionamento angular.

Portanto, para a avaliação do erro, são considerados o erro de posição linear e angular do efetuador, dos motores que acionam as cadeias cinemáticas e da guia linear. Para cada erro, o valor eficaz é calculado para cada repetição de cada experimento.

Os torques e os erros como definidos anteriormente são os índices utilizados para comparar os diferentes níveis de redundância e os diferentes esquemas de controle. Tal avaliação é apresentada nas próximas subseções.

4.3.1 Comparação entre diferentes níveis de redundância

Os níveis de redundância podem ser ativados utilizando os métodos pré-posicionamento ou reposicionamento contínuo. Logo, combinando as configurações e os métodos de resolução de redundância, podem ser definidas 7 combinações. Além disso, foram implementados três esquemas de controle diferentes, totalizando 21 combinações. Como são muitos casos diferentes, nesta subseção, os resultados são agrupados por esquema de controle e a avaliação feita é em relação à variação das configurações redundantes e métodos de resolução. Na próxima subseção, essa perspectiva é invertida para que seja feita a comparação entre os diferentes esquemas de controle.

Os gráficos apresentados seguem a nomenclatura para os níveis de redundância, resolução de redundância e controles:

- Não red: manipulador não redundante 3RRR ;
- 1 Pré-pos: manipulador $(\text{P})\text{RRR}+2\text{RRR}$ com pré-posicionamento;
- 1 Repos: manipulador $(\text{P})\text{RRR}+2\text{RRR}$ com reposicionamento contínuo;
- 2 Pré-pos: manipulador $2(\text{P})\text{RRR}+\text{RRR}$ com pré-posicionamento;
- 2 Repos: manipulador $2(\text{P})\text{RRR}+\text{RRR}$ com reposicionamento contínuo;

- 3 Pré-pos: manipulador 3(P)RRR com pré-posicionamento;
- 3 Repos: manipulador 3(P)RRR com reposicionamento contínuo;
- PID: controle PID nas juntas;
- TC: controle torque calculado;
- LR: controle com linearização por retroalimentação.

O torque máximo para cada caso é representado na Figura 29. É possível notar que existe uma tendência de diminuição do máximo torque para a execução da tarefa com o aumento do nível de redundância independentemente de qual controle foi utilizado. Além disso, o intervalo de confiança é pequeno quando comparado à média demonstrando a repetibilidade dos testes.

Figura 29 – Torque máximo atingido para cada configuração, resolução de redundância e controle com dados agrupados por esquema de controle.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Considerando apenas o controle PID nas juntas, o melhor caso é o 3(P)RRR com pré-posicionamento que apresentou uma média de torque máximo de 0,3585 N.m determinando uma diminuição de 33% quando comparado com o caso não redundante 3RRR que atingiu média de máximo torque de 0,5370 N.m. Apesar de ser esperado, de acordo com as simulações, que o manipulador 3(P)RRR com reposicionamento contínuo atingisse um desempenho ainda melhor, é possível que o ruído mecânico tenha interferido na medição dos torques.

O controle torque calculado apresenta seu melhor desempenho com o manipulador $2(\underline{P})\underline{RRR}+\underline{RRR}$ com pré-posicionamento atingindo a média de 0,2863 N.m, o que representa uma diminuição de 30% quando comparado à média 0,4069 N.m do manipulador $3\underline{RRR}$. Já o manipulador $3(\underline{P})\underline{RRR}$ atingiu desempenho similar com os dois métodos de resolução de redundância com média em 0,3122 N.m

Da mesma maneira que o controle PID nas juntas, o controle com linearização por retroalimentação obteve o melhor desempenho dinâmico com o manipulador $3(\underline{P})\underline{RRR}$ com pré-posicionamento. Ele desempenhou uma diminuição de 31% do torque máximo quando comparado ao manipulador não redundante $3\underline{RRR}$.

Considerando o posicionamento do efetuador, tanto linear (Figura 30) quanto angular (Figura 31), não é possível notar uma tendência clara com relação ao aumento da redundância cinemática, entretanto é possível observar que a redundância possui algum impacto no erro linear. Já o erro angular possui o intervalo de confiança alto em muitos casos, não sendo possível obter conclusões definitivas sobre esses dados.

Figura 30 – Valor eficaz do erro linear do efetuador atingido para cada configuração, resolução de redundância e controle com dados agrupados por esquema de controle.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Voltando a atenção apenas para os casos com o controle PID nas juntas, os manipuladores com mais níveis de redundância apresentam um erro linear de posição do efetuador menor que o manipulador não redundante. O melhor caso é para o manipulador $2(\underline{P})\underline{RRR}+\underline{RRR}$ com reposicionamento contínuo com uma diminuição de 33% do erro linear quando comparado com o manipulador $3\underline{RRR}$. Entretanto, se considerado o erro

Figura 31 – Valor eficaz do erro angular do efetuador atingido para cada configuração, resolução de redundância e controle com dados agrupados por esquema de controle.

Fonte: Elaborada pelo autor.

angular, os casos do manipulador 3(P)RRR podem ser considerados os melhores.

Com o controle torque calculado, o manipulador 3(P)RRR apresentou uma melhoria expressiva do erro linear comparado com os outros casos com mesmo controle, apresentando uma redução de 57% quando comparado ao manipulador 3RRR. Em relação ao erro angular, não se pode tirar conclusões por ser muito variável.

Já para o controle com linearização por retroalimentação, o erro linear apresenta uma tendência para diminuir com o aumento do nível de redundância, mas para o último caso isso não ocorre. Apesar disso, o melhor caso é o manipulador 3(P)RRR com pré-posicionamento com diminuição de 32% do erro comparado ao manipulador não redundante.

Os erros de posicionamento das juntas são apresentados na Figura 32. Nota-se que existe a tendência de diminuição do erro com o aumento do nível de redundância para o controle com PID nas juntas e torque calculado. Já para o controle com linearização por retroalimentação não ocorre uma clara tendência e, também, os intervalos de confiança em alguns casos são grandes o suficiente para se sobreporem, o que não permite definir conclusões estatísticas.

Para o controle com PID nas juntas, houve uma diminuição de cerca de 20% do erro de posicionamento das juntas comparado ao não redundante quando se utiliza 2(P)RRR+RRR com reposicionamento contínuo, 3(P)RRR com pré-posicionamento e

Figura 32 – Valor eficaz do erro das juntas atingido para cada configuração, resolução de redundância e controle com dados agrupados por esquema de controle.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 33 – Valor eficaz do erro das guias lineares atingido para cada configuração, resolução de redundância e controle com dados agrupados por esquema de controle.

Fonte: Elaborada pelo autor.

3(P)RRR com reposicionamento contínuo. Já para o controle torque calculado, o melhor desempenho ocorre com o manipulador 3(P)RRR com reposicionamento contínuo

diminuindo o erro em 41% comparado ao 3RRR .

A Figura 33 ilustra o erro de posicionamento da guia linear que apresenta diferenças apenas quando há movimentações da guia, o que é esperado. Nos casos de reposicionamento contínuo, os erros da guia linear são maiores comparados com os outros casos. Além disso, o controle com linearização por retroalimentação foi o único que demonstrou uma tendência crescente no erro. Já os outros controles se demonstraram estáveis.

Como esperado a partir dos resultados simulados, a redundância cinemática proporciona uma diminuição de cerca de 30% do máximo torque para executar uma mesma trajetória independente do controle utilizado. Além disso, o erro de posicionamento das juntas e do efetuador diminuiu pelo menos 20% quando houve a utilização dos três níveis de redundância cinemática.

4.3.2 Comparação entre diferentes estruturas de controle

As estruturas de controle foram implementadas para atuar em todos os casos do manipulador. Logo, os resultados são discutidos nesta subseção para cada configuração do manipulador a fim de avaliar a diferença entre os controles. Para isso, os mesmos dados de torque e erro são apresentados com agrupamento por configuração do manipulador. Foram selecionadas as configurações extremas, isto é, com nenhuma redundância e com três redundâncias, para realizar esta comparação: o manipulador não redundante 3RRR ; o manipulador $3(\text{P})\text{RRR}$ com pré-posicionamento; e o manipulador $3(\text{P})\text{RRR}$ com reposicionamento contínuo. Além disso, todos valores são apresentados nos gráficos para ilustrar as tendências de cada caso.

O torque máximo atingido por cada caso é apresentado novamente na Figura 34 com os dados agrupados por configuração do manipulador. No caso do manipulador não redundante, o máximo torque foi reduzido quando os controles baseados no modelo são comparados com o PID. A redução do torque chegou a 24%, diminuindo de 0,537 N.m, realizado pelo PID nas juntas, para 0,4069 N.m, realizado pelo torque calculado.

Os controles baseados no modelo apresentaram resultados similares para o caso do manipulador $3(\text{P})\text{RRR}$ com pré-posicionamento. Comparando ambos com PID nas juntas, a redução foi de 13%.

Já para o caso do manipulador $3(\text{P})\text{RRR}$ com reposicionamento contínuo, o controle torque calculado também se saiu melhor atingindo um torque máximo de 0,3123 N.m, sendo 18% menor que o caso não redundante que atingiu um máximo torque de 0,383 N.m.

Considerando o erro linear e angular do efetuador (Figuras 35 e 36), a tendência é que todos os controles que são baseados no modelo tenham um desempenho melhor que o PID nas juntas. Além disso, o controle torque calculado apresenta o melhor desempenho dentre

os três esquemas em quase todos os casos. É possível que o controle com linearização por retroalimentação seja prejudicado pelo atraso e imprecisão na medição do posicionamento do efetuador. Assim, o modelo utilizado para linearização pode possuir erros suficientes para não ser capaz de atingir resultados melhores.

Figura 34 – Torque máximo atingido para cada configuração, resolução de redundância e controle com dados agrupados por configuração de redundância.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 35 – Valor eficaz do erro do efetuador atingido para cada configuração, resolução de redundância e controle com dados agrupados por configuração de redundância.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Para o caso do manipulador não redundante, o controle com linearização por retroalimentação apresenta o melhor desempenho para o erro linear do efetuador diminuindo em 42% quando comparado com o PID nas juntas. Já para o erro angular, apesar do intervalo de confiança apresentado pelo PID nas juntas ser alto, o controle torque calculado apresenta um melhor desempenho quando comparado ao controle com linearização por retroalimentação.

Figura 36 – Valor eficaz do erro angular do efetuador atingido para cada configuração, resolução de redundância e controle com dados agrupados por configuração de redundância.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Já para os dois casos do manipulador 3(P)RRR, o controle torque calculado atinge o melhor desempenho tanto para o erro linear como para o erro angular do efetuador. A redução atinge 63% do erro linear e cerca de 20% do erro angular quando comparado com o PID nas juntas.

O erro das juntas (Figura 37) apresenta uma mesma tendência para todos os casos: o controle torque calculado é o melhor entre os três controles. A diminuição é de 46% comparando os controles torque calculado e PID nas juntas quando o manipulador não redundante é utilizado. Além disso, o controle com linearização por retroalimentação apresenta um desempenho similar ao torque calculado diminuindo o erro em 38% quando comparado com o PID.

Analisando o 3(P)RRR com pré-posicionamento, o controle torque calculado diminuiu o erro das juntas de forma expressiva quando comparado com as outras estruturas de controle. A redução é de 55% e 50% quando comparado com o controle PID nas juntas e o controle com linearização por retroalimentação, respectivamente.

O caso do 3(P)RRR com reposicionamento contínuo é similar ao anterior. O torque calculado reduz 60% do erro das juntas quando comparado com o PID nas juntas e 53% quando comparado com a linearização por retroalimentação.

O erro da guia linear é apresentado na Figura 38. Como citado anteriormente, os erros maiores da guia linear ocorrem quando há sua movimentação na execução do teste. Comparando este casos, pode-se notar que mais uma vez os controles baseados no modelo se mostraram mais eficiente que o PID nas juntas. Considerando o caso 3(P)RRR com reposicionamento contínuo, o erro do controle torque calculado representa apenas 24% do erro do PID nas juntas.

Figura 37 – Valor eficaz do erro das juntas atingido para cada configuração, resolução de redundância e controle com dados agrupados por configuração de redundância.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 38 – Valor eficaz do erro das guias lineares atingido para cada configuração, resolução de redundância e controle com dados agrupados por configuração de redundância.

Fonte: Elaborada pelo autor.

De forma geral, o controle torque calculado apresentou um desempenho melhor quando comparado aos outros controles diminuindo o torque máximo para executar a tarefa em pelo menos 13% e no máximo 24%. Além disso, a redução do erro de posicionamento foi de cerca de 50% chegando ao máximo de 63% do erro de posicionamento linear do efetuator final. Todos os dados destes resultados podem ser vistos nas tabelas encontradas no Apêndice B.

4.3.3 Avaliações complementares dos resultados

Considerando a combinação do uso da redundância e dos diferentes níveis de controle, a melhor combinação é o manipulador $3(\underline{P})\underline{R}RR$ com pré-posicionamento e o controle torque calculado. Essa escolha se dá pela grande diminuição do erro comparado com os outros casos e pela redução do torque similar ao melhor caso na redução do torque, $2(\underline{P})\underline{R}RR + \underline{R}RR$ com pré-posicionamento.

O caso do manipulador $3(\underline{P})\underline{R}RR$ com pré-posicionamento é comparado com o manipulador não redundante controlado por PID nas juntas. As Figuras 39 e 40 representam a trajetória desejada e as executadas nos experimentos.

Figura 39 – Trajetórias desejada e executadas pelo manipulador $3\underline{R}RR$ controlado por PID nas juntas e pelo manipulador $3(\underline{P})\underline{R}RR$ com pré-posicionamento e controle torque calculado.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Analisando a Figura 39, verifica-se que, de acordo com os resultados já apresentados anteriormente, o manipulador $3(\underline{P})\underline{R}RR$ com pré-posicionamento e controle torque calculado apresenta uma aproximação maior com a movimentação desejada, isto é, com menor erro do que o caso $3\underline{R}RR$ com PID nas juntas. Já a movimentação angular (Figura 40) é muito variável o que resulta em valores altos de erro.

Na Figura 41, é possível comparar visualmente lado a lado os torques exercidos pelo manipulador $3\underline{R}RR$ com PID nas juntas e $3(\underline{P})\underline{R}RR$ com pré-posicionamento e controle torque calculado. Nota-se que os torques exercidos pelo manipulador não redundante atingem valores próximos de 0,5 N.m, enquanto os torques exercidos pelo manipulador

Figura 40 – Posições angulares desejada e executadas pelo manipulador 3RRR controlado por PID nas juntas e pelo manipulador 3(P)RRR com pré-posicionamento e controle torque calculado

Fonte: Elaborada pelo autor.

redundante chegou a valores próximos de 0,3 N.m. Além disso, os torques das juntas redundantes não foram representados nos gráficos, já que são próximos de zero devido a abordagem de pré-posicionamento.

Figura 41 – Comparação entre os torques experimentais executados (a) pelo 3RRR com PID nas juntas e (b) pelo 3(P)RRR com pré-posicionamento e controle torque calculado.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Por fim, para efeito de comparação, os torques das juntas não redundantes e redundantes são apresentados na Figura 42 para o caso de reposicionamento contínuo com a ativação das três guias lineares utilizando o controle torque calculado. É possível notar

que o torque fica próximo de $0,3 \text{ N.m}$ como apresentado anteriormente.

Figura 42 – Torques experimentais executados pelo 3(P)RRR com reposicionamento contínuo e controle torque calculado.

Fonte: Elaborada pelo autor.

4.4 Considerações finais do capítulo

Neste capítulo, os resultados simulados e experimentais foram apresentados e discutidos. Foi visto que a redundância cinemática proporcionou a redução do torque e de erro de posicionamento. Além disso, os controles baseados no modelo se mostraram mais eficientes em termos do torque e erro de posicionamento comparados ao PID nas juntas. Por fim, foi definido que a combinação mais adequada para melhorar o desempenho do manipulador 3RRR é modificar o projeto acrescentando três níveis de redundância cinemática, permitindo assim sua reconfiguração para uma posição ótima, e utilizar o esquema de controle torque calculado.

5 CONCLUSÕES

Manipuladores robóticos são utilizados na indústria em diversas aplicações, por exemplo, manipulação e transporte de materiais, soldagem, corte, montagem e inspeção. Processos repetitivos e desconfortáveis e materiais pesados ou perigosos para os operadores são os principais motivos para se utilizar manipuladores robóticos. Os manipuladores utilizados na indústria, em sua maioria, são aqueles com arquitetura serial por apresentarem dinâmica e controle simples. Apesar dos manipuladores paralelos possuírem características que se sobressaem aos manipuladores em série, eles apresentam singularidades no interior da área de trabalho, diminuindo a área útil de trabalho, e controle complexo com dinâmica acoplada dificultando sua implementação.

A aplicação de redundância cinemática em manipuladores paralelos pode trazer soluções para os problemas hoje enfrentados e gerar avanços na automatização de processos. Considerando que a redundância cinemática permite infinitas configurações para se realizar uma mesma tarefa, é possível utilizar o problema de resolução de redundância para minimizar os esforços exigidos, o que levaria a melhores custo/benefício da produção e fator ecológico, ou ainda, a melhorias do desempenho dinâmico elevando a produtividade.

Esta tese apresentou um estudo sobre como a redundância cinemática impacta no desempenho dinâmico do manipulador. Para isso, realizou-se a validação experimental utilizando um protótipo de um manipulador paralelo planar com três níveis de redundância cinemática. Além disso, implementou-se três estruturas de controle diferentes, uma tradicional como referência e duas baseadas no modelo denominadas controle torque calculado e controle com linearização por retroalimentação, com o intuito de se definir qual abordagem traz mais benefícios ao manipulador.

Os resultados demonstraram que o manipulador com três níveis de redundância com o controle torque calculado apresenta desempenho dinâmico e posicionamento melhores quando comparado às outras estruturas de controle e configurações do manipulador. Assim, estes resultados demonstram e respondem as perguntas científicas estabelecidas para esta pesquisa, concluindo-se que: 1) o desempenho dinâmico melhora com o uso da redundância cinemática; 2) ocorre um impacto maior no desempenho dinâmico com o aumento do nível de redundância cinemática; e 3) os controles baseados no modelo melhoram o desempenho dinâmico quando comparados ao controle tradicional PID.

5.1 Contribuições

Esta tese apresenta como contribuição a validação experimental da melhoria do desempenho dinâmico do manipulador com três níveis de redundância cinemática demons-

trando o impacto dos níveis de redundância nesta melhoria. Além disso, mostrou-se que os controles baseados no modelo são melhores em termos de posicionamento e torques exigidos quando comparados ao controle tradicional PID, sendo o controle torque calculado o melhor dentre eles.

Outras contribuições pontuais podem ser citadas, como:

- Definição e construção do protótipo do manipulador paralelo planar redundante para realização das validações experimentais das otimizações das redundâncias e das estruturas de controle (SANTOS et al., 2015);
- Modelagem da cinemática inversa e da dinâmica inversa como base para as simulações e implementações dos controles baseados no modelo (VIEIRA et al., 2017);
- Implementação de métodos para resolução de redundância cinemática de manipuladores paralelos demonstrando ser possível se afastar de singularidades e aumentar o desempenho dinâmico do manipulador (FONTES; SILVA, 2016);
- Adaptação do controle com linearização por retroalimentação para solucionar os problemas do modelo da cinemática direta. A implementação da câmera como sensor de posicionamento do efetuador se mostrou satisfatória para a implementação do controle (COLOMBO; DE CARVALHO FONTES; SILVA, 2017; COLOMBO; FONTES; SILVA, 2019);
- Validação experimental dos métodos de resolução de redundância para a melhoria do desempenho dinâmico utilizando a redundância cinemática (FONTES; SANTOS; SILVA, 2018; DE CARVALHO FONTES; SILVA, 2018).

5.2 Limitações e dificuldades

A construção de um protótipo comporta vários desafios como a definição de elementos de atuação, material e desenho de projeto. Uma das dificuldades encontradas foi o acesso a fornecedores de motores e guias lineares. Muitos fornecedores foram encontrados no exterior, mas não houve resposta ao contato, o que limitou as opções para a seleção dos itens do manipulador.

O tratamento de imagem foi implementado utilizando uma resolução baixa comparada com as opções dadas pela câmera. O aumento da resolução permitiria atingir maior precisão na medida de posicionamento do efetuador. Entretanto, é necessário ressaltar que aumentar a resolução da imagem diminui a velocidade de aquisição, logo seria necessário definir um limiar entre velocidade de aquisição e resolução.

Os métodos de resolução de redundância apresentados fixam uma ou duas variáveis por guia linear. Isso torna o grupo de soluções da resolução da redundância muito pequeno e limitado, dificultando atingir potenciais soluções ótimas.

Durante os testes experimentais, notou-se que a gravidade age como distúrbio sobre o manipulador uma vez que o plano em que se encontra o manipulador não é totalmente paralelo à horizontal. Isso gera erros e atuação constante no regime.

5.3 Trabalhos futuros

A resolução da redundância pode ser alterada definindo a movimentação como séries de Fourier ou polinômios com grau maior que cinco, aumentando assim o grupo de soluções para o problema de otimização da resolução de redundância e, portanto, permitindo movimentações mais abrangentes que as implementadas neste estudo. Apesar desta maior abrangência, essas abordagens aumentariam a complexidade do problema de otimização, logo seria necessário também estudar qual é o limite possível para esse aumento da complexidade e qual o impacto para a melhoria do desempenho do manipulador.

Os modelos cinemático e dinâmico podem ser aperfeiçoados realizando uma calibração cinemática e uma identificação dinâmica dos parâmetros. Assim, o comportamento do modelo seria ainda mais próximos do comportamento real do sistema. Além disso, a influência da gravidade poderia ser incluída no modelo e seu comportamento mapeado. Com um modelo mais completo seria possível atingir melhores resultados na resolução de redundância e os controles baseados no modelo realizariam uma compensação mais precisa.

Como dito anteriormente, aumentar a precisão da medição de posicionamento do efetuador leva à diminuição da velocidade de aquisição. Logo, poderia ser feito um estudo para analisar o impacto destas variações no controle com linearização por retroalimentação.

Por fim, outras estruturas de controle podem ser implementadas, como ganho escalonado (*gain scheduling*) e controle com modelo preditivo (*model predictive control*). Além disso, poderia ser implementado um modelo dinâmico simplificado, como apenas a matriz de inércia, nos controles torque calculado e com linearização por retroalimentação. Essas novas estruturas de controle poderiam ser comparadas com as já implementadas em termos de desempenho e complexidade de implementação a fim de se definir a melhor abordagem para este tipo de manipulador.

5.4 Produção Intelectual

5.4.1 Artigos completos publicados em periódicos

1. COLOMBO, F. T.; **DE CARVALHO FONTES, J. V.**; DA SILVA, M. M. A Visual Servoing Strategy Under Limited Frame Rates for Planar Parallel Kinematic Machines. *Journal Of Intelligent & Robotic Systems* (Dordrecht. Online), v. 92, p. 1-13, 2019.
2. SILVA, N. B. F.; **FONTES, J. V. C.**; INOUE, R. S.; BRANCO, K. R. L. J. C. Dynamic Inversion and Gain-Scheduling Control for an Autonomous Aerial Vehicle with Multiple Flight Stages. *Journal Of Control, Automation And Electrical Systems*, v. 29, p. 328-339, 2018.
3. VIEIRA, H. L.; **FONTES, J. V. C.**; BECK, A. T.; DA SILVA, M. M. Reliable and Failure-Free Workspaces for Motion Planning Algorithms. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, v. 14, p. 11-9, 2018.
4. **FONTES, J. V. C.**; SANTOS, J. C.; DA SILVA, M. M. Numerical and experimental evaluation of the dynamic performance of kinematically redundant parallel manipulators. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 40, p. 142, 2018.
5. **FONTES, J.**; DA SILVA, M. M. On the dynamic performance of parallel kinematic manipulators with actuation and kinematic redundancies. *Mechanism and Machine Theory*, v. 103, p. 148-166, 2016.

5.4.2 Capítulos de livros publicados

1. VIEIRA, H. L.; **DE CARVALHO FONTES, J. V.**; BECK, A. T.; DA SILVA, M. M. Robust Critical Inverse Condition Number for a 3RRR Robot Using Failure Maps. *Mechanisms and Machine Science*. 1ed.: Springer International Publishing, 2018, v., p. 285-294.
2. **DE CARVALHO FONTES, J. V.**; DA SILVA, M. M. Simulation and Experimental Verification of a Global Redundancy Resolution for a 3PRRR Prototype. *Mechanisms and Machine Science*. 1ed.: Springer International Publishing, 2018, v., p. 315-324.
3. **FONTES, J. V. C.**; VIEIRA, H. L.; DA SILVA, M. M. The Impact of Kinematic Redundancies on the Conditioning of a Planar Parallel Manipulator. *Mechanisms and Machine Science*. 1ed.: Springer International Publishing, 2018, v., p. 449-456.

4. PIGATTO, D. F.; RODRIGUES, M.; **DE CARVALHO FONTES, J. V.**; PINTO, A. S. R.; SMITH, J.; BRANCO, K. R. L. J. C. The Internet of Flying Things. In: Qusay Hassan. (Org.). Internet of Things A to Z. 1ed.: John Wiley & Sons, Inc., 2018, v., p. 529-562.
5. RUIZ, A. G.; **FONTES, J. V. C.**; OLIVEIRA, L. P. R.; COELHO, R. T.; SILVA, M. M. Efficient Kinematic architectures for parallel manipulators. In: Wim Desmet; Bert Pluymers; Simona Moschini. (Org.). EMVeM - Energy efficiency management for vehicles and machines. 1ed. Leuven: KU Leuven, 2016, v., p. 85-98.

5.4.3 Trabalhos completos publicados em anais de congressos

1. VIEIRA, H. L.; **FONTES, J. V. C.**; BECK, A. T.; DA SILVA, M. M. Failure Classification for a 3RRR Manipulator Using RBF Networks. In: Uncertainties 2018 - the ASCE-ICVRAM-ISUMA Conferences, 2018, Florianópolis. Proc. of Uncertainties 2018 - the ASCE-ICVRAM-ISUMA Conferences, 2018. p. 1-8.
2. **FONTES, J. V. C.**; SANTOS, J. C.; VIEIRA, H. L.; SILVA, M. M. Dynamic Modelling and Identification of a Planar PKM with Several Levels of Kinematic Redundancies. In: XVII International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics - DINAME 2017, 2017, São Sebastião. Proc. XVII International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics - DINAME 2017, 2017.
3. RODRIGUES, M.; PIGATTO, D. F.; **FONTES, J. V. C.**; PINTO, A. S. R.; DIGUET, J.; BRANCO, K. R. L. J. C. UAV Integration Into IoIT: Opportunities and Challenges. In: The Thirteenth International Conference on Autonomic and Autonomous Systems, 2017, Barcelona. International Conference on Autonomic and Autonomous Systems (ICAS), 2017. p. 86-91.
4. SILVA, N. B. F.; **FONTES, J. V. C.**; INOUE, R. S.; BRANCO, K. R. L. J. C. Development of a fixed-wing vertical takeoff and landing aircraft as an autonomous vehicle. In: 2017 Latin American Robotics Symposium (LARS) and 2017 Brazilian Symposium on Robotics (SBR), 2017, Curitiba. 2017 Latin American Robotics Symposium (LARS) and 2017 Brazilian Symposium on Robotics (SBR), 2017. p. 1.
5. COLOMBO, F. T.; **DE CARVALHO FONTES, J. V.**; DA SILVA, M. M. Contributing to the Implementation of a Vision-Based Control Strategy for a Planar Parallel Manipulator. In: 24th ABCM International Congress of Mechanical Engineering, 2017, Curitiba. Proceedings of the 24th ABCM International Congress of Mechanical Engineering, 2017.
6. **FONTES, J. V. C.**; SANTOS, J. C.; SILVA, M. M. Communication Schemes For A Kinenmatically Redundant Manipulator Prototype. In: 1º Simpósio do Programa de

- Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (SiPGEM), 2016, São Carlos. 1º Simpósio do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (SiPGEM), 2016.
7. BASTOS, R. F.; **FONTES, J. V. C.**; SANTOS, J. C.; DA SILVA, M. M. Confidence Interval Analysis of Dynamic Performance of 3RRR Manipulator Considering Parameters with Geometric Uncertainty. In: IX Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, 2016, Fortaleza, 2016.
 8. RUIZ, A. G.; **FONTES, J. V. C.**; SILVA, M. M. The Impact of Kinematic and Actuation Redundancy on the Energy Efficiency of Planar Parallel Kinematic Machines. In: 17th International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics, 2015, Natal - RN. Proceedings of the XVII International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics, 2015.
 9. VENTER, G. S.; **FONTES, J. V. C.**; SILVA, M. M. The Impact of Added Regenerative Effect on Nonlinear Chatter Studies. In: 14th IFToMM World Congress, 2015, Taipei. Proceedings of the 14th IFToMM World Congress, 2015.
 10. **FONTES, J. V. C.**; VENTER, G. S.; SILVA, M. M. Assessing the Actuation Redundancy Trade-off Effects on the Dynamic Performance of Planar Parallel Kinematic Machines. In: 14th IFToMM World Congress, 2015, Taipei. Proceedings of the 14th IFToMM World Congress, 2015.
 11. RUIZ, A. G.; **FONTES, J. V. C.**; DA SILVA, M. M. The Influence of Kinematic Redundancies in the Energy Efficiency of Planar Parallel Manipulators. In: ASME 2015 International Mechanical Engineering Congress and Exposition, 2015, Houston. Volume 4A: Dynamics, Vibration, and Control. p. 1-10.
 12. SANTOS, J. C.; FREDERICE, D.; **FONTES, J. V. C.**; DA SILVA, M. M. Numerical Analysis and Prototyping Details of a Planar Parallel Redundant Manipulator. In: 2015 12th Latin American Robotics Symposium (LARS) and 2015 3rd Brazilian Symposium on Robotics (LARSSBR), 2015, Uberlandia. 2015 12th Latin American Robotics Symposium and 2015 3rd Brazilian Symposium on Robotics (LARS-SBR). p. 55.
 13. RUIZ, A. G.; **FONTES, J. V. C.**; SILVA, M. M. Energy Consumption of Redundant Planar Parallel Manipulators: a Comprehensive Study. In: 23rd ABCM International Congress of Mechanical Engineering, 2015, Rio de Janeiro, 2015.
 14. BASTOS, R. F. B.; **FONTES, J. V. C.**; SILVA, M. M. Interval kinematic and dynamic analysis of a planar parallel kinematic manipulator. In: 3rd International Symposium on Uncertainty Quantification and Stochastic Modeling, 2015, Maresias. Proceedings of The 3rd International Symposium on Uncertainty Quantification and Stochastic Modeling, 2016.

15. **FONTES, J. V. C.**; SILVA, M. M. Assessing The Dynamic Performance Of Kinematically Redundant Manipulators. In: 23rd ABCM International Congress of Mechanical Engineering, 2015, Rio de Janeiro, 2015.

5.4.4 Trabalhos submetidos

1. **FONTES, J. V. C.**; SILVA, N. B. F.; SILVA, M. M. Feedforward Control for the Kinematically Redundant Manipulator 3PRRR. In: 15th IFToMM World Congress.

REFERÊNCIAS

- ABADI, B. N. R.; FARID, M.; MAHZOON, M. Redundancy resolution and control of a novel spatial parallel mechanism with kinematic redundancy. **Mechanism and Machine Theory**, Elsevier Ltd, v. 133, p. 112–126, 2019. ISSN 0094114X. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2018.11.014>>.
- ABADI, B. N. R.; MAHZOON, M.; FARID, M. Singularity-free trajectory planning of a 3-rprp planar kinematically redundant parallel mechanism for minimum actuating effort. **Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Mechanical Engineering**, Aug 2018. ISSN 2364-1835. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s40997-018-0234-1>>.
- AHUACTZIN, J. M.; GUPTA, K. K. The kinematic roadmap: a motion planning based global approach for inverse kinematics of redundant robots. **IEEE Transactions on Robotics and Automation**, v. 15, n. 4, p. 653–669, Aug 1999. ISSN 1042-296X.
- ALBA-GOMEZ, O.; WENGER, P.; PAMANES, A. Consistent Kinetostatic Indices for Planar 3-DOF Parallel Manipulators, Application to the Optimal Kinematic Inversion. In: **Volume 7: 29th Mechanisms and Robotics Conference, Parts A and B**. ASME, 2005. v. 2005, p. 765–774. ISBN 0-7918-4744-6. Disponível em: <<http://proceedings.asmedigitalcollection.asme.org/proceeding.aspx?articleid=1589559>>.
- ASSAL, S. F. M. Piecewise Kinematically Redundant Planar Parallel Manipulator for a Hybrid Machine Tool. In: **2015 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT)**. IEEE, 2015. p. 3196–3201. ISBN 9781479977994. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=7125570>>.
- BIAN, Y.; GAO, Z.; YUN, C. Study on vibration reduction and mobility improvement for the flexible manipulator via redundancy resolution. **Nonlinear Dynamics**, v. 65, n. 4, p. 359–368, sep 2011. ISSN 0924-090X. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/s11071-010-9897-x>>.
- BONEV, I. A.; GOSSELIN, C. M. Singularity Loci of Planar Parallel Manipulators with Revolute Joints. **Robotics and Autonomous Systems**, 2001. Disponível em: <<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.93.8910>>.
- BOUDREAU, R.; NOKLEBY, S. Force optimization of kinematically-redundant planar parallel manipulators following a desired trajectory. **Mechanism and Machine Theory**, v. 56, p. 138–155, out. 2012. ISSN 0094114X. Disponível em: <<http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-84863642847&partnerID=tZOtx3y1>>.
- CHA, S.-H.; LASKY, T. A.; VELINSKY, S. A. Singularity Avoidance for the 3-RRR Mechanism Using Kinematic Redundancy. In: **Proceedings 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation**. IEEE, 2007. p. 1195–1200. ISBN 1-4244-0602-1. ISSN 1050-4729. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=4209251>>.
- COLOMBO, F. T. **Torque Calculado no Espaço da Tarefa em Manipuladores Paralelos Planos utilizando Servovisão**. 2018.

COLOMBO, F. T.; DE CARVALHO FONTES, J. V.; SILVA, M. M. da. Contributing to the Implementation of a Vision-Based Control Strategy for a Planar Parallel Manipulator. In: **Proceedings of the 24th ABCM International Congress of Mechanical Engineering**. ABCM, 2017. Disponível em: <<http://abcm.org.br/anais-de-eventos/COB17/0822>>.

COLOMBO, F. T.; FONTES, J. V. de C.; SILVA, M. M. da. A visual servoing strategy under limited frame rates for planar parallel kinematic machines. **Journal of Intelligent & Robotic Systems**, Jan 2019. ISSN 1573-0409. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10846-019-00982-7>>.

COMPANY, O. et al. Par2: a spatial mechanism for fast planar two-degree-of-freedom pick-and-place applications. **Meccanica**, v. 46, n. 1, p. 239–248, jan. 2011. ISSN 0025-6455. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/s11012-010-9413-x>>.

CONKUR, E. S.; BUCKINGHAM, R. Clarifying the definition of redundancy as used in robotics. **Robotica**, v. 15, n. 05, p. 583–586, 1997. ISSN 1469-8668. Disponível em: <http://journals.cambridge.org/article/_S0263574797000672>.

CORBEL, D. et al. Towards 100G with PKM. Is actuation redundancy a good solution for pick-and-place? In: **2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation**. IEEE, 2010. p. 4675–4682. ISBN 978-1-4244-5038-1. ISSN 1050-4729. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=5509921>>.

DE CARVALHO FONTES, J. V.; SILVA, M. M. da. Simulation and Experimental Verification of a Global Redundancy Resolution for a 3PRRR Prototype. In: . [S.l.: s.n.], 2018. v. 3, p. 315–324.

DONELAN, P. S. Singularities of robot manipulators. **Singularity Theory**, World Scientific, p. 189–217, 2007.

EARL, C. F.; ROONEY, J. Some Kinematic Structures for Robot Manipulator Designs. **Journal of Mechanisms Transmissions and Automation in Design**, American Society of Mechanical Engineers, v. 105, n. 1, p. 15, mar. 1983. ISSN 07380666. Disponível em: <<http://mechanicaldesign.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1452105>>.

FONTES, J. V.; SILVA, M. M. da. On the dynamic performance of parallel kinematic manipulators with actuation and kinematic redundancies. **Mechanism and Machine Theory**, v. 103, p. 148–166, 2016. ISSN 0094114X.

FONTES, J. V. C.; SANTOS, J. C.; SILVA, M. M. Optimization strategies for actuators of kinematically redundant manipulators to achieve high dynamic performance. In: **2014 Joint Conference on Robotics: SBR-LARS Robotics Symposium and Robocontrol**. IEEE, 2014. p. 31–36. ISBN 978-1-4799-6711-7. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/articleDetails.jsp?arnumber=7024092>>.

FONTES, J. V. C.; SANTOS, J. C.; SILVA, M. M. da. Torque optimization of parallel manipulators by the application of kinematic redundancy. **Conferência Nacional de Engenharia Mecânica - CONEM**, 2014. Disponível em: <<http://www.conem2014.com.br/ANAIS/PDFS/CONEM2014-0505.PDF>>.

FONTES, J. V. d. C.; SANTOS, J. C.; SILVA, M. M. da. Numerical and experimental evaluation of the dynamic performance of kinematically redundant parallel manipulators. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 40, n. 3, p. 142, mar 2018. ISSN 1678-5878. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/s40430-018-1072-1>>.

GALLANT, A.; BOUDREAU, R.; GALLANT, M. Geometric determination of the dexterous workspace of n-RRRR and n-RRPR manipulators. **Mechanism and Machine Theory**, v. 51, p. 159–171, 2012. ISSN 0094114X. Disponível em: <<http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-84857387527&partnerID=40&md5=03e78edb45886a097ccff88130a83f5c>>.

GOSSELIN, C.; ANGELES, J. Singularity analysis of closed-loop kinematic chains. **IEEE Transactions on Robotics and Automation**, IEEE, v. 6, n. 3, p. 281–290, jun 1990. ISSN 1042296X. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/articleDetails.jsp?arnumber=56660>>.

GOSSELIN, C.; SCHREIBER, L.-T. Kinematically Redundant Spatial Parallel Mechanisms for Singularity Avoidance and Large Orientational Workspace. **IEEE Transactions on Robotics**, Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., v. 32, n. 2, p. 286–300, apr 2016. ISSN 1552-3098. Disponível em: <<http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-84961325545{&}partnerID=tZOtx3y1http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=7393>>.

Hardkernel. **Hardkernel**. 2019. Disponível em: <<https://www.hardkernel.com/shop/ocam-5mp-usb-3-0-camera/>>.

HIBBELER, R. C. **Engineering Mechanics: Dynamics, Volume 2**. [s.n.], 1998. ISBN 0135782619. Disponível em: <http://books.google.com.br/books/about/Engineering/_Mechanics.html?id=wX0eAQAAIAAJ&pgis=1>.

K, S. **Serial and Parallel Robot Manipulators - Kinematics, Dynamics, Control and Optimization**. InTech, 2012. ISSN 978-953-51-0437-7. ISBN 978-953-51-0437-7. Disponível em: <<http://www.intechopen.com/books/serial-and-parallel-robot-manipulators-kinematics-dynamics-control-and-optimization/inverse-dynamics-of-rrr-fully-planar-parallel-manipulator-using-dh-method>>.

KHOUKHI, A.; HAMDAN, M.; AL-SUNNI, F. ANFIS based-kinematic modeling of mobile parallel robot. In: **Proceedings - 2012 14th International Conference on Modelling and Simulation, UKSim 2012**. IEEE, 2012. p. 242–247. ISBN 9780769546827. Disponível em: <<http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-84863092277{&}partnerID=tZOtx3y1http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6205>>.

KOBLER, J. P. et al. Design and analysis of a head-mounted parallel kinematic device for skull surgery. **International Journal of Computer Assisted Radiology and Surgery**, v. 7, n. 1, p. 137–149, jan 2012. ISSN 18616410. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/s11548-011-0619-8>>.

KOTLARSKI, J.; ABDELLATIF, H.; HEIMANN, B. Improving the pose accuracy of a planar 3RRR parallel manipulator using kinematic redundancy and optimized switching patterns. In: **2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation**.

IEEE, 2008. p. 3863–3868. ISBN 978-1-4244-1646-2. ISSN 1050-4729. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=4543804>.

KOTLARSKI, J. et al. Enlarging the useable workspace of planar parallel robots using mechanisms of variable geometry. In: **Reconfigurable Mechanisms and Robots, 2009. ReMAR 2009. ASME/IFTToMM International Conference on**. IEEE, 2009. p. 63–72. ISBN 978-88-89007-37-2. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/articleDetails.jsp?arnumber=5173811>.

KOTLARSKI, J.; HEIMANN, B.; ORTMAIER, T. Experimental validation of the influence of kinematic redundancy on the pose accuracy of parallel kinematic machines. In: **Robotics and Automation (ICRA), 2011 IEEE International Conference on**. [S.l.: s.n.], 2011. p. 1923–1929. ISSN 1050-4729.

KOTLARSKI, J. et al. Optimization strategies for additional actuators of kinematically redundant parallel kinematic machines. In: **Robotics and Automation (ICRA), 2010 IEEE International Conference on**. [S.l.: s.n.], 2010. p. 656–661. ISSN 1050-4729.

KUKA Roboter do Brasil Ltda. **Robôs industriais, unidades de comando, sistemas de robô**. 2016. Disponível em: http://www.kuka-robotics.com/brazil/br/products/industrial/_robots/medium/kr30_3/start.htm.

LENARČIČ, J. Some Computational Aspects of Robot Kinematic Redundancy. In: **Lecture Notes in Computer Science: Parallel Problem Solving from Nature – PPSN XIII**. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1–10. ISBN 978-3-319-10762-2; 978-3-319-10761-5.

LIU, G. F. et al. Analysis and control of redundant parallel manipulators. In: **Robotics and Automation, 2001. Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference on**. [S.l.: s.n.], 2001. v. 4, p. 3748–3754 vol.4. ISSN 1050-4729.

LUCES, M.; MILLS, J. K.; BENHABIB, B. A Review of Redundant Parallel Kinematic Mechanisms. **Journal of Intelligent & Robotic Systems**, Springer Netherlands, p. 1–24, oct 2016. ISSN 0921-0296. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/s10846-016-0430-4>.

MARQUET, F. et al. Enhancing parallel robots accuracy with redundant sensors. In: **Proceedings 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.02CH37292)**. IEEE, 2002. v. 4, p. 4114–4119. ISBN 0-7803-7272-7. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/articleDetails.jsp?arnumber=1014390>.

Maxon Motor. **DC motors and drive systems by maxon motor**. 2016. Disponível em: <http://www.maxonmotor.com/maxon/view/content/index>.

Mectrol Automação Industrial. **Mectrol - Automação Industrial**. 2016. Disponível em: <http://www.mectrol.com.br/>.

MERLET, J.-P. Redundant parallel manipulators. **Laboratory Robotics and Automation**, v. 8, n. 1, p. 17–24, 1996. ISSN 0895-7533. Disponível em: [http://doi.wiley.com/10.1002/\(SICI\)1098-2728\(1996\)8:1<17::AID-LRA3>3.0.CO;2-#](http://doi.wiley.com/10.1002/(SICI)1098-2728(1996)8:1<17::AID-LRA3>3.0.CO;2-#).

_____. Still a long way to go on the road for parallel mechanisms. **Proc. ASME Int. Mech. Eng. Congress and Exhibition**, n. October 2002, p. 95–99, 2002.

_____. **Parallel Robots**. Springer, 2006. Disponível em: <<http://www.springer.com/engineering/mechanical+engineering/book/978-1-4020-4132-7>>.

MOHAMED, M. G.; GOSSELIN, C. M. Design and analysis of kinematically redundant parallel manipulators with configurable platforms. **Robotics, IEEE Transactions on**, v. 21, n. 3, p. 277–287, 2005. ISSN 1552-3098.

NAZARI, V.; NOTASH, L. Motion Recovery of Parallel Manipulators Using Task-Decomposition Approach. In: **Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)**. [s.n.], 2012. v. 7508 LNAI, n. PART 3, p. 226–235. ISBN 9783642335020. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-33503-7_23>.

NIEMANN, S. et al. Reducing the optimization problem for the efficient motion planning of kinematically redundant parallel robots. In: **2013 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics**. IEEE, 2013. p. 618–624. ISBN 978-1-4673-5320-5. ISSN 2159-6247. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6584161>>.

PACCOT, F.; ANDREFF, N.; MARTINET, P. A Review on the Dynamic Control of Parallel Kinematic Machines: Theory and Experiments. **The International Journal of Robotics Research**, v. 28, n. 3, p. 395–416, mar. 2009. Disponível em: <<http://ijr.sagepub.com/content/28/3/395.abstract>>.

PATEL, S.; SOBH, T. Manipulator Performance Measures - A Comprehensive Literature Survey. **Journal of Intelligent & Robotic Systems**, v. 77, n. 3-4, p. 547–570, mar 2015. ISSN 0921-0296. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/s10846-014-0024-y>>.

RAO, S. S. **Engineering Optimization: Theory and Practice**. [s.n.], 2009. 813 p. ISBN 0470183527. Disponível em: <<http://books.google.com/books?id=YNT34dvnQLEC&pgis=1>>.

REVELES, R. D.; PAMANES, G. J. A.; WENGER, P. Trajectory planning of kinematically redundant parallel manipulators by using multiple working modes. **Mechanism and Machine Theory**, Elsevier Ltd, v. 98, p. 216–230, apr 2016. ISSN 0094114X. Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0094114X15002268>>.

ROCHA, D. M.; SILVA, M. M. da. Workspace and singularity analysis of redundantly actuated planar parallel kinematic machines. In: **XV International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics**. Búzios, RJ, Brazil: [s.n.], 2013. p. 1–10.

RUIZ, A. G.; FONTES, J. V. d. C.; SILVA, M. M. da. The Impact of Kinematic and Actuation Redundancy on the Energy Efficiency of Planar Parallel Kinematic Machines. 2015.

SABET, S. et al. Computed Torque Control of the Stewart platform with uncertainty for lower extremity robotic rehabilitation. In: **2017 American Control Conference (ACC)**. IEEE, 2017. p. 5058–5064. ISBN 978-1-5090-5992-8. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/7963739/>>.

SANTOS, J. C. et al. Numerical Analysis and Prototyping Details of a Planar Parallel Redundant Manipulator. In: IEEE. **2015 12th Latin American Robotics Symposium and 2015 3rd Brazilian Symposium on Robotics**

(**LARS-SBR**). IEEE, 2015. p. 55–60. ISBN 978-1-4673-7129-2. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7402141/>.

SICILIANO, B. et al. **Robotics**. London: Springer London, 2009. (Advanced Textbooks in Control and Signal Processing). ISBN 978-1-84628-641-4. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/978-1-84628-642-1>.

SIKORA, C. G. S. et al. Integer based formulation for the simple assembly line balancing problem with multiple identical tasks. **Computers & Industrial Engineering**, v. 104, p. 134–144, feb 2017. ISSN 03608352. Disponível em: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0360835216305010><https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0360835216305010>.

THANH, T. D. et al. Dynamics identification of kinematically redundant parallel robots using the direct search method. **Mechanism and Machine Theory**, v. 55, p. 104–121, set. 2012. ISSN 0094114X. Disponível em: <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-84862577230&partnerID=tZOtx3y1>.

VIEIRA, H. L. et al. Dynamic Modelling and Identification of a Planar PKM with Several Levels of Kinematic Redundancy. In: **XVII International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics - DINAME 2017**. [S.l.: s.n.], 2017.

WANG, L. et al. An Experimental Study of a Redundantly Actuated Parallel Manipulator for a 5-DOF Hybrid Machine Tool. **Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on**, v. 14, n. 1, p. 72–81, 2009. ISSN 1083-4435.

WU, J. et al. Dynamics and control of a planar 3-DOF parallel manipulator with actuation redundancy. **Mechanism and Machine Theory**, v. 44, n. 4, p. 835–849, 2009. ISSN 0094-114X. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0094114X08000839>.

WU, J.; WANG, J.; YOU, Z. A comparison study on the dynamics of planar 3-DOF 4-RRR, 3-RRR and 2-RRR parallel manipulators. **Robotics and Computer-Integrated Manufacturing**, v. 27, n. 1, p. 150–156, 2011. ISSN 0736-5845. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0736584510000797>.

XIE, F.; LIU, X.-J.; LI, J. Performance Indices for Parallel Robots Considering Motion/Force Transmissibility. In: **Intelligent Robotics and Applications, Icira 2014, Pt I**. [s.n.], 2014. v. 8917, p. 35–43. ISBN 978-3-319-13966-1; 978-3-319-13965-4. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1>.

YANG, H. et al. An agile manufacturing system for large workspace applications. In: **Communications in Computer and Information Science**. [S.l.: s.n.], 2013. v. 371, p. 57–70. ISBN 9783642392221. ISSN 18650929.

Yixin Chen; MCINROY, J.; Yong Yi. Optimal, fault-tolerant mappings to achieve secondary goals without compromising primary performance. **IEEE Transactions on Robotics and Automation**, v. 19, n. 4, p. 680–691, aug 2003. ISSN 1042-296X. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org>.

Apêndices

APÊNDICE A – SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO IMPLEMENTADO

Neste trabalho são utilizados dispositivos EPOS2 que já possuem um protocolo de comunicação de alto nível (CANOpen), um *software* auxiliar para configuração dos parâmetros das EPOS2 fornecido pela Maxon EPOS Studio, uma placa de comunicação dSPACE1103 e uma *toolbox* do MATLAB feita pela dSPACE específica para a comunicação CAN (*Controller Area Network*).

A comunicação com as unidades de controle EPOS2 pode ser realizada de duas maneiras: via USB/CAN ou dSPACE/CAN. A Figura 43 apresenta o esquemático destes dois tipos de comunicação. Na comunicação feita por USB, o computador é conectado à primeira EPOS2 que funciona como um *gateway* para comunicação CAN entre as EPOS. Já na comunicação feita via dSPACE, um arquivo gerado pelo computador é enviado para dSPACE via *Ethernet*. Este arquivo então é processado pela dSPACE que realiza a comunicação CAN com todas as EPOS2 executando as tarefas do arquivo. Algumas informações podem ser trocadas em tempo real entre o PC e a dSPACE, como leitura de corrente, posição dos motores, comando para iniciar tarefas, entre outras.

A comunicação USB é feita via MATLAB e a implementação do controle da EPOS2 é realizada utilizando uma biblioteca fornecida pela Maxon adaptada para o caso da aplicação em questão.

Os conceitos utilizados nas duas comunicações são os mesmos, porém a implementação dos esquemas de controle apresentados na seção 2.5 utiliza o esquema dSPACE/CAN. Portanto, a configuração desta comunicação é apresentada na subseção A.1 de forma mais aprofundada, assim como a integração do Simulink com a dSPACE.

A.1 CAN e CANopen

Conhecendo as funções de cada camada definida pelo modelo OSI, é possível definir o que cada protocolo de comunicação utilizado neste projeto realiza. A Figura 44 mostra como os protocolos CAN e CANopen se relacionam com o modelo OSI. O protocolo CAN define as camadas física e de enlace enquanto o CANopen define as camadas de rede, transporte, sessão, apresentação e aplicação. Os dois combinados conseguem definir uma comunicação completa.

Como pôde ser observado, o protocolo CAN define a camada física. Esta camada define o cabeamento, conectores entre outros tipos de conexões e a sinalização, isto é, os níveis de sinal da comunicação e suas atribuições lógicas. Entretanto, o protocolo CAN define apenas quatro cabos, dois de alimentação e dois de comunicação, sendo os conectores abertos para desenvolvedores, assim os conectores utilizados são de quatro pinos na EPOS2

Figura 43 – Esquemas de comunicação.

Fonte: Elaborada pelo autor.

e um RS232 na DS1103.

A sinalização ocorre utilizando o sinal diferencial entre os dois cabos de comunicação. A comunicação varia entre 125 kbps a 1000 kbps dependendo do comprimento do cabo e do número de dispositivos conectados. O cabo possui terminações com resistores já colocados de fábrica na EPOS2 e na placa de aquisição DS1103. Neste trabalho a comunicação CAN consegue atingir uma velocidade de 250 kbps sem ocorrer erros. O protocolo CAN também define a camada de enlace, assim já possui identificação e tratamento de erros, validação de mensagens e controle de acesso ao meio.

Já o CANopen é um protocolo de comunicação de alto nível que realiza uma especificação de perfil de dispositivo baseada no protocolo CAN. O protocolo abrange a estrutura de programação de rede, descrições de dispositivos, definições de interface, perfis de aplicativos e oferece uma padronização da comunicação entre dispositivos e aplicativos de diferentes fabricantes. Devido a estas características, o CANopen tem sido usado em

Figura 44 – Comparação entre o modelo OSI e o protocolo CANopen/CAN.

Modelo OSI	CANopen/CAN
7. Aplicação	2. CANopen
6. Apresentação	
5. Sessão	
4. Transporte	
3. Rede	
2. Enlace de Dados	1. CAN
1. Física	

Fonte: Elaborada pelo autor.

grande escala na indústria, com destaques em automação e aplicações de movimento.

Considerando o modelo OSI, o CANopen abrange as cinco camadas mais superiores: rede (endereçamento, roteamento), transporte (confiabilidade de ponta a ponta), sessão (sincronização), apresentação (dados codificados de maneira padrão, representação de dados) e aplicação. A camada de aplicação descreve como configurar, transferir e sincronizar os dispositivos CANopen e é definido pela padronização CiA 301 dada pela organização *CAN in automation* (CiA).

A configuração de uma CANopen é baseada no dicionário de objetos, que é essencialmente uma tabela que armazena dados de configuração e de processo. É um requisito para todos os dispositivos CANopen implementar um dicionário de objetos pois este permite a compatibilidade entre os dispositivos. Este padrão define um índice de 16 *bits* e um subíndice de 8 *bits*, ou seja, é permitido ter até 65536 índices e até 256 subentradas em cada índice. Esse índice funciona como um endereço do objeto do dicionário que se deseja acessar para se realizar uma leitura ou uma escrita.

A mensagem do protocolo CANopen pode ser dividida em três partes: o COB-ID, a informação de tamanho da mensagem e os dados da informação. O COB-ID contém informações sobre o endereço do dispositivo, *bits* de controle e *bits* que indicam função de leitura ou escrita. O tamanho dos dados de informação podem ser de até 8 *bytes*. Para inicializar a configuração da CANopen de uma EPOS2 é necessário acessar o assistente de configuração “wizard CANopen” no menu do software disponibilizado pela Maxon, EPOS Studio. Neste *wizard* serão configurados os mecanismos de comunicação.

A comunicação com dicionário de objetos pode ser feita por dois mecanismos:

Figura 45 – Dicionário de objetos acessado pelo EPOS Studio.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Service Data Objects (SDOs) e *Process Data Objects* (PDOs) sendo que cada mecanismo possui um específico COB-ID.

O mecanismo SDO é utilizado para configuração dos dispositivos e pequenas alterações durante o funcionamento, mas não é o mais indicado para troca de informações em tempo real. Isto porque o mecanismo SDO permite o acesso a apenas um índice do dicionário de objetos por vez. A estrutura deste mecanismo é baseada em mestre-escravo assim cada escravo possui um canal de comunicação definido por dois COB-IDs: um de requisição mestre-escravo e outro de resposta escravo-mestre. O valor do COB-ID de requisição mestre-escravo é definido por 0600h acrescido do endereço de rede do nó. Este endereçamento por padronização é realizado em ordem crescente iniciado em 1, entretanto isso pode ser definido pelo desenvolvedor. Portanto, por exemplo, em uma rede com três dispositivos escravos e um mestre, os COB-ID de requisição por SDO são definidos pelo valores hexadecimais 0601h, 0602h e 0603h para os dispositivos de endereçamento 1, 2 e 3, respectivamente. Já os COB-IDs de resposta escravo-mestre seguem a mesma regra utilizando o valor 0580h acrescido do endereço do nó. A Figura 46 apresenta os valores para o primeiro nó da comunicação CAN no ambiente do *software* EPOS Studio.

Já o mecanismo PDO é o mais utilizado para troca de informações em tempo real pois utiliza menos *bytes* por mensagem para troca de informações. Isto acontece porque antes da inicialização da comunicação por PDO, ocorre a abertura e a configuração de cada canal PDO onde se define quais índices serão acessados. Os parâmetros de configuração especificam o COB-ID, o tipo de transmissão, o tempo de inibição e o temporizador de eventos. O esquema de comunicação PDO é baseado no esquema produtor-consumidor onde os dispositivos EPOS2 produzem informações que são enviadas para o consumidor dSPACE1103.

Figura 46 – COB-IDs utilizados na comunicação SDO.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Existem diferentes métodos através dos quais uma transferência PDO pode ser iniciada. Esses métodos incluem acionamento por evento, por tempo e *polling* sincronizado. Na transmissão acionada por eventos, a transferência PDO é iniciada quando os dados do processo são alterados. Na transmissão acionada pelo tempo, a transferência PDO ocorre em um intervalo de tempo fixo. No *polling* sincronizado, a transferência PDO é realizada utilizando um sinal SYNC. O sinal de sincronização é frequentemente usado como um temporizador global. Por exemplo, se o mestre CANopen envia uma mensagem SYNC, vários nós podem ser configurados para ler e responder a esse SYNC. Desta forma, o mestre é capaz de obter informações de vários objetos de processo ao mesmo tempo. Considerando estes métodos, a utilização do sinal SYNC é a mais indicada já que todos os motores do manipulador devem ser lidos e atuados o mais simultaneamente possível. O sinal de SYNC possui um canal específico de COB-ID 0080h.

A configuração do PDO é realizada nos passos seguintes do “wizard CANopen”. É possível configurar até quatro canais de escrita e quatro canais de leitura como é demonstrado na Figura 47a. Estes canais comportam uma estrutura de mensagens de até 8 *bytes*. Nota-se que os valores padrões de COB-ID de recebimento (RxPDO) é 0200h, 0300h, 0400h e 0500h somado o endereço do nó, neste caso, 1. Já os valores padrões de COB-ID de envio (TxPDO) são 0180h, 0280h, 0380h e 0480h somado o valor do endereço do nó.

As características destes canais como sincronização, COB-ID e habilitação do canal podem ser determinados no passo ilustrado pela Figura 47b. No caso da aplicação deste trabalho, este canal PDO foi ativado, logo a caixa de seleção “PDO is valid” deve estar marcada. A sincronização deve estar selecionada em “Synchronous, cyclic”, pois este configura o *polling* síncrono. Por fim, o valor de COB-ID utilizado foi o padrão 0201h.

O próximo passo é o de mapeamento do canal PDO, isto é, o que cada dado

Figura 47 – (a) COB-IDs utilizados na comunicação PDO; (b) Características do canal PDO de recebimento.

Fonte: Elaborada pelo autor.

trocado naquele canal significa para os dispositivos, ou ainda, quais objetos estão sendo lidos e escritos. Estas características podem ser visualizadas no passo demonstrado pela Figura 48a. Acessando o botão “Change Mapping” é possível alterar quais objetos estão sendo lidos da rede (Figura 48b). Neste mapeamento é considerado o modo de ativação da EPOS2, isto é, para o modo de controle de posição, o objeto “position demand” deve estar no mapeamento, já que este é o objeto referência para o modo ativado.

Figura 48 – (a) Mapeamento do canal PDO de recebimento; (b) Escolha de objetos para serem mapeados no canal PDO de recebimento.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Para a escrita no canal PDO é possível realizar passos similares aos já apresentados para o de leitura como é ilustrado pelas Figuras 49a e 49b. Da mesma maneira se é desejado obter a leitura da corrente, é necessário que o objeto “current actual value” esteja no

mapeamento.

Figura 49 – (a) Mapeamento do canal PDO de transmissão; (b) Escolha de objetos para serem mapeados no canal PDO de transmissão.

Fonte: Elaborada pelo autor.

A utilização dos dois mecanismos ocorre dependendo do estado do dispositivo sendo que o mecanismo SDO ocorre tanto no modo pré-operacional como operacional e o PDO apenas no modo operacional. Esta mudança é realizada por mensagem *Network Management* (NMT), que são utilizadas apenas para esta finalidade. A mensagem NMT necessita apenas de dois *bytes* sendo que o primeiro é para o comando de transição de estado e o segundo para identificar qual nó deve realizar a mudança de estado. Os estados são definidos por valores específicos que funcionam como comandos de troca de estado quando um dispositivo recebe uma mensagem NMT. Estes valores e os respectivos estados NMT são listados na Tabela 4.

Tabela 4 – Estados da EPOS2 e seus respectivos comandos de acesso.

Estados da EPOS2	Comando (hexadecimal)
Pré-operacional	0080h
Reiniciar comunicação	0082h
Reiniciar dispositivo	0081h
Operacional	0001h
Parada	0002h

Fonte: Elaborada pelo autor.

Toda esta configuração deve ser combinada com o Simulink utilizando a *toolbox* RTICAN desenvolvida pela dSPACE. Cada canal criado por um COB-ID específico possui uma caixa de comunicação no Simulink. As mensagens NMT são enviadas de forma que todos os dispositivos da rede se comportem da mesma maneira. Isto é feito enviando um sinal de valor 0 no segundo *byte* da mensagem (Fig 50). Se for necessário mudar o estado

Figura 50 – Caixa de comunicação NMT no ambiente Simulink.

Fonte: Elaborada pelo autor.

de um dispositivo específico, o valor do segundo *byte* deve ser o endereço do dispositivo. A caixa *Lookup Table* possui os valores que são enviados no primeiro *byte* para que se ative diferentes estados dos dispositivos de acordo com o Quadro 4.

A configuração da caixa NMT TX está demonstrada na Figura 51. A Figura 51a apresenta a primeira aba de configuração onde é necessário especificar o *message identifier*, que no caso implementado, é o COB-ID da mensagem. Para o NMT TX é utilizado o COB-ID igual a 0 por padrão. Também é necessário identificar qual o tamanho da mensagem para que sejam configuradas, na próxima aba, as características de cada *byte* da mensagem.

Figura 51 – Configuração da caixa de comunicação NMT: (a) aba de configuração da mensagem; (b) aba de composição da mensagem.

Fonte: Elaborada pelo autor.

A mesma configuração apresentada na Figura 51 precisa ser realizada para os

outros canais PDO, SDO e SYNC utilizando os respectivos valores de COB-ID, tamanho de mensagem e características da mensagem. A estrutura final de comunicação está apresentada na Figura 52.

Figura 52 – Estrutura da comunicação CAN no Simulink.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Após a conclusão da configuração, foi realizada no Simulink a geração dos arquivos para o processamento de tempo real que são utilizados pela dSPACE. Estes arquivos são abertos utilizando o programa *ControlDesk* da dSPACE no qual é possível realizar algumas alterações e visualizar leituras em um *layout* (Figura 53). Neste *layout* é possível conectar algumas caixas do Simulink para que estes dados sejam acessados.

Figura 53 – Visualização do *layout* criado no programa *ControlDesk* para leitura e escrita de dados em tempo real.

Fonte: Elaborada pelo autor.

A.2 Modos de operação da EPOS2

A EPOS2 utiliza da padronização *CiA 402: CANopen device profile for drives and motion control* que define os modos de operação, isto é, modos de controle dos motores que podem ser de posição, velocidade ou corrente (torque). O funcionamento dos modos de operação possuem algumas conexões que estão ilustradas na Figura 54.

Pode-se dizer que o modo de corrente é o modo de mais baixo nível já que o sinal enviado como referência é diretamente proporcional ao torque aplicado ao motor. Outro motivo é que todos os outros modos são implementados em um nível de abstração superior e geram uma referência para o controle de corrente como ação final do controle. A função de controle de corrente é um controlador PI (proporcional e integrativo) e leva em consideração as características do motor utilizado.

Todos os modos baseados na posição passam pela função de controle de posição. Esta função possui um controlador PID mais a soma de dois valores de alimentação direta, um de velocidade e outro de aceleração desejadas do motor. O modo de posição puro chega em uma referência utilizando esforço sem limitação. Por ser muito brusco, ele não é utilizado em execuções das trajetórias. Já o modo de perfil de posição gera uma trajetória baseada em um perfil para atingir o ponto de referência fornecido. Este perfil é suave podendo ser trapezoidal ou senoidal, o que é útil para atingir posições sem considerar como o movimento será realizado. Por fim, no modo de posição interpolada, o usuário deve fornecer diversos pontos para que o gerador de trajetórias una estes pontos por interpolação e, assim, execute uma tarefa levando em consideração todo o movimento da tarefa.

Os modos baseados na velocidade são similares. A função de controle de velocidade consiste de um controlador PID e uma alimentação direta baseada na aceleração desejada do motor. O modo de velocidade puro pode ser utilizado para testes simples já que este mantém uma velocidade constante do manipulador. O modo de perfil de velocidade é utilizado quando se deseja variar de forma suave a velocidade. Para isso é utilizado um perfil trapezoidal ou senoidal para definir a aceleração da mesma maneira que é feito para o modo de perfil de posição.

Na implementação deste trabalho, foi utilizado o modo de corrente já que se necessita enviar um sinal de controle de acionamento diretamente ao motor. Isto é, a corrente necessária para acionar o motor com um determinado torque é calculada pelo controle implementado na dSPACE. Assim, um sinal de controle é enviado para as EPOS2 de cada motor que acionam o motor com a corrente desejada.

Figura 54 – Esquemas dos modos de operação da EPOS2.

Fonte: Elaborada pelo autor.

APÊNDICE B – DADOS EXPERIMENTAIS

Tabela 5 – Torque máximo atingido para cada configuração, otimização e controle.

Controle	Não red	1 Pré-pos	1 Repos	2 Pré-pos	2 Repos	3 Pré-pos	3 Repos
PID	0,5370	0,4972	0,5674	0,4210	0,4226	0,3585	0,3830
TC	0,4069	0,3889	0,4163	0,2863	0,3337	0,3121	0,3123
LR	0,4604	0,4412	0,4592	0,3517	0,3313	0,3170	0,3123

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 6 – Erro linear máximo do efetuador atingido para cada configuração, otimização e controle.

Controle	Não red	1 Pré-pos	1 Repos	2 Pré-pos	2 Repos	3 Pré-pos	3 Repos
PID	0,0089	0,0088	0,0089	0,0075	0,0059	0,0069	0,0070
TC	0,0057	0,0048	0,0062	0,0071	0,0058	0,0024	0,0026
LR	0,0051	0,0050	0,0058	0,0049	0,0039	0,0035	0,0053

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 7 – Erro angular máximo do efetuador atingido para cada configuração, otimização e controle.

Controle	Não red	1 Pré-pos	1 Repos	2 Pré-pos	2 Repos	3 Pré-pos	3 Repos
PID	0,0201	0,0279	0,0123	0,0312	0,0421	0,0231	0,0209
TC	0,0103	0,0176	0,0069	0,0176	0,0338	0,0194	0,0158
LR	0,0234	0,0468	0,0230	0,0290	0,0429	0,0375	0,0384

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 8 – Erro máximo das guias lineares atingido para cada configuração, otimização e controle.

Controle	Não red	1 Pré-pos	1 Repos	2 Pré-pos	2 Repos	3 Pré-pos	3 Repos
PID	0,0479	0,0472	0,0482	0,0419	0,0377	0,0388	0,0396
TC	0,0269	0,0242	0,0288	0,0288	0,0280	0,0174	0,0157
LR	0,0309	0,0326	0,0325	0,0285	0,0318	0,0280	0,0340

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 9 – Erro máximo das guias lineares atingido para cada configuração, otimização e controle.

Controle	Não red	1 Pré-pos	1 Repos	2 Pré-pos	2 Repos	3 Pré-pos	3 Repos
PID	0,0001	0,0001	0,0007	0,0000	0,0008	0,0001	0,0008
TC	0,0001	0,0001	0,0002	0,0000	0,0002	0,0001	0,0002
LR	0,0000	0,0000	0,0002	0,0000	0,0003	0,0000	0,0004

Fonte: Elaborada pelo autor.