UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

SORAIA MARIA RIBEIRO BATTISTI

A modelagem matemática no contexto do ensino das ciências ambientais: uma proposta de aprendizagem significativa para o 6º ano do Ensino Fundamental II

São Carlos

2020

SORAIA MARIA RIBEIRO BATTISTI

A modelagem matemática no contexto do ensino das ciências ambientais: uma proposta de aprendizagem significativa para o 6º ano do Ensino Fundamental II

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo como requisito para a obtenção do Título de Mestre em Ensino em Ciências Ambientais.

Orientador: Prof. Dr. Tadeu Fabricio Malheiros

Área de Concentração: Ensino das Ciências Ambientais

Linha de Pesquisa: Ambiente e Sociedade.

Projeto Estruturante: Escolas Sustentáveis.

Versão Corrigida

São Carlos

2020

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues
Fontes da EESC/USP

B336m	<p>Battisti, Soraia Maria Ribeiro</p> <p>A Modelagem matemática no contexto do ensino das ciências ambientais : uma proposta de aprendizagem significativa para o 6º ano do ensino fundamental II / Soraia Maria Ribeiro Battisti; orientador Tadeu Fabricio Malheiros. -- São Carlos, 2020.</p> <p>Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Rede Nacional para o Ensino das Ciências Ambientais e Área de Concentração em Ensino das Ciências Ambientais -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2020.</p> <p>1. Aprendizagem significativa. 2. Ensino fundamental II. 3. Cálculo de área. 4. Índice pluviométrico. 5. Método Monte Carlos. 6. Sustentabilidade. 7. Modelagem matemática. I. Título.</p>
-------	--

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidata: Licenciada **SORAIA MARIA RIBEIRO BATTISTI**.

Título da dissertação: "A modelagem matemática no contexto do ensino das ciências ambientais: uma proposta de aprendizagem significativa para o 6º ano do Ensino Fundamental II".

Data da defesa: 10/02/2021.

Comissão Julgadora

Resultado

Prof. Associado **Tadeu Fabricio Malheiros**
(Orientador)

(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADA

Profa. Dra. **Maria do Carmo de Sousa**

(Universidade Federal de São Carlos/UFSCar)

APROVADA

Profa. Dra. **Katia Viana Cavalcante**

(Universidade Federal do Amazonas/UFAM)

APROVADA

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Rede Nacional para Ensino das Ciências Ambientais:

Prof. Associado **Juliano José Corbi**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:

Prof. Titular **Murilo Araujo Romero**

*Ao meu esposo pela
compreensão, carinho e
apoio incansável.*

AGRADECIMENTOS

A JESUS CRISTO.

Ao Dr.Tadeu Malheiros, que muito me ensinou contribuindo para o meu crescimento científico.

Ao meu marido Marcos Valério Battisti que está sempre ao meu lado. Ao meu filho Victor Mathews Ribeiro Battisti que é minha fonte de inspiração e paz.

Aos amigos do mestrado Adriana Lima de Carvalho e Adriano Remorini Tralback pela ajuda nessa difícil caminhada solitária. Vocês são parceiros

Ao chefe da seção de atendimento ao usuário, Eduardo Graziosi Silva, pelo serviço de normalização da ABNT.

A Professora Doutora Ana Cláudia Nascimento pelas correções ortográficas e adequações sintático-semanticas.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e da Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico (ANA).

“Raciocínio matemático pode ser considerado um tanto esquematicamente como o exercício de uma combinação de duas instalações, o que podemos chamar de intuição e criatividade.”

ALAN MATHISON TURING

RESUMO

BATTISTI, S. M. R. **A modelagem matemática no contexto do ensino das ciências ambientais**: uma proposta de aprendizagem significativa para o 6º ano do Ensino Fundamental II. 2020. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Ambientais) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2020.

Em geral, a Matemática é ensinada em sala de aula de forma conteudista e sem relação com a realidade do aluno. Isso pode contribuir para o aumento da resistência ao aprendizado matemático e induzir o aluno a pensar, ao longo da sua vida acadêmica, que é uma perda de tempo estudar algo tão desinteressante e sem utilidade prática. Será que a Modelagem Matemática, como metodologia da aula, possibilita na compreensão das habilidades matemáticas comumente encontradas no 6º ano do Ensino Fundamental II? Para responder essa questão definiu-se como objetivo geral, a idealização de um trabalho com projetos que pudessem relacionar aprendizagem significativa, a realidade do aluno e a Matemática, através da metodologia da aula Modelagem Matemática de forma transversal com o tema Meio Ambiente, uma vez que São Carlos-SP sofre com o problema das enchentes em áreas de importância econômica, como o centro da cidade. A Modelagem Matemática presente nesse trabalho parte do princípio que o aluno está tendo um primeiro contato com ela e, portanto, é uma iniciativa do professor que apresenta para o aluno um trabalho já estruturado. Os procedimentos adotados nessa dissertação apoiam-se na coleção M³ Matemática Multimídia, licenciados sob a licença *Creative Commons* que é o Método de Monte Carlo para a determinação de áreas planas, desenvolvido pela Universidade de Campinas (UNICAMP) e, também, no Portal do Professor desenvolvido pelo MEC (Ministério da Educação), onde o professor pode acessar planos de aulas sobre a medição da quantidade de chuvas através de um pluviômetro caseiro. Por fim, foi trabalhado o conceito de fração, através do coeficiente de permeabilidade que é definido como a razão entre a área permeável e a área total dos terrenos das residências dos alunos. Dentro desse contexto, com base no objetivo geral, este trabalho tem como objetivo específico produzir um material didático que possa servir de apoio para aquele professor que tenha interesse em trabalhar matemática e meio ambiente de maneira transversal em suas aulas. A metodologia de pesquisa é qualitativa, ou seja, buscou-se reunir evidências produzidas pelos alunos através das atividades desenvolvidas e relacionadas à metodologia da sala de aula. Tais evidências foram classificadas e analisadas através das categorias de análise “no que avançamos” e “no que não avançamos” em cada experimento proposto. Por sua vez, essas categorias de análise estão relacionadas com as habilidades contempladas no 6º ano no antigo currículo paulista e as competências específicas de matemática contidas na BNCC. É importante ressaltar que a pesquisa identificou que o trabalho, com o produto educacional proposto contribuiu para avanços importantes de 7 das competências específicas de Matemática no Ensino Fundamental, listadas na BNCC. Mostrou também as dificuldades encontradas pelos estudantes no uso da Modelagem Matemática como a necessidade de reforço na centralização do letramento matemático, nas habilidades. Mesmo em um primeiro momento, quando a aprendizagem significativa coincide com a aprendizagem mecânica para a formação de subsunçores, foram observadas dificuldades matemáticas que impossibilitaram avançar no conhecimento matemático presente no Método de Monte Carlo e na medição de chuvas, o que reforça a falta de desenvolvimento de subsunçores para ancorar novos conhecimentos. Sugere-se parceria com a escola em um programa mais amplo de desenvolvimento de projetos matemáticos, uma vez que o processo de aprendizagem significativa requer acompanhamento dos alunos ano a ano para que seja observado seu progresso. A dificuldade do professor em utilizar a Modelagem Matemática está relacionada com as condições de trabalho do profissional como um falta de assistentes no auxílio das atividades em salas numerosas, falta de espaço físico adequado, carga orária excessiva de trabalho em mais de uma unidade escolar.

Palavras-chave: Aprendizagem Significativa. Ensino Fundamental II. Cálculo de área. Índice pluviométrico. Método de Monte Carlo. Sustentabilidade. Modelagem Matemática.

ABSTRACT

BATTISTI, S. M. R. Mathematical modeling in the context of environmental science teaching: a meaningful learning proposal for the sixth year of Elementary School II. 2020. Dissertation (Master of Science in Environmental Science Teaching) – São Carlos School of Engineering, University of São Paulo, São Carlos, 2020.

In general, Mathematics is taught in the classroom in a contentious way and unrelated to the student's reality. This can contribute to increase the resistance to mathematical learning and induce the student to think, throughout his academic life, that it is a waste of time to study something so uninteresting and of no practical use. Does Mathematical Modeling, as a class methodology, make it possible to understand the mathematical skills commonly found in the 6th year of Elementary School? In order to answer this question the general objective was to idealize work with projects that could relate meaningful learning, the student's reality and Mathematics, through the methodology of the Mathematical Modeling class in a transversal way with the theme of Environment, once that São Carlos-SP suffers from the problem of floods in areas of economic importance, such as downtown. The Mathematical Modeling present in this work starts from the principle that the student is having a first contact with it and, therefore, it is an initiative of the teacher who presents the student with an already structured work. The procedures adopted in this dissertation are supported by the M³ Mathematics Multimedia collection, licensed under the Creative Commons license which is the Monte Carlo Method for determining flat areas, developed by the University of Campinas (UNICAMP) and also on the Teacher Portal developed by MEC (Ministry of Education), where the teacher can access lesson plans on measuring the amount of rain through a homemade rain gauge. Finally, the fraction concept was worked on, through the permeability coefficient that is defined as the ratio between the permeable area and the total land area of the students' homes. Within this context, based on the general objective, this work has the specific objective of producing didactic material that can serve as a support for that teacher who is interested in working with mathematics and the environment in a transversal way in his classes. The research methodology is qualitative, that is, it was sought to gather evidence produced by the students through the activities developed and related to the classroom methodology. Such evidence was classified and analyzed through the categories of analysis "in what we advance" and "in what we do not advance" in each proposed experiment. In turn, these categories of analysis are related to the skills contemplated in the 6th year in the old São Paulo curriculum and the specific mathematical skills contained in the BNCC. It is important to highlight that the research identified that the work, with the proposed educational product, contributed to advances in 70% of the specific mathematics competences in Elementary Education, listed in the BNCC. It also showed the need to reinforce the centralization of mathematical literacy, skills. Even at first, when significant learning coincides with mechanical learning for the formation of subunits, mathematical difficulties were observed that made it impossible to advance in the mathematical knowledge present in the Monte Carlo Method and in the measurement of rainfall, which reinforces the lack of development subsumers to anchor new knowledge. It is suggested to partner with the school in a broader program for the development of mathematical projects, since the process of meaningful learning requires monitoring the students year by year in order to observe their progress. The teacher's difficulty in using Mathematical Modeling is related to the professional's working conditions such as a lack of assistants in assisting activities in numerous rooms, lack of adequate physical space, excessive workload in more than one school unit.

Keywords: Significant learning. Elementary school. Area calculation. Rainfall index. Monte Carlo method. Sustainability. Mathematical modeling.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Código alfanumérico das habilidades na prática.....	47
Figura 2: Diferentes momentos da Modelagem Matemática na sala de aula.....	51
Figura 3: (a) Elipse em um quadrado de aresta a e (b) distribuição de pontos aleatórios na superfície do quadrado.....	66
Figura 4: Ilustração da permeabilidade urbana	67
Figura 5: Zoneamento na área urbana de São Carlos - SP.....	68
Figura 6: Representação esquemática de um terreno com as medidas da área permeável e a área do terreno	69
Figura 7: Localização de São Carlos dentro do Estado de São Paulo.....	74
Figura 8: Áreas de Preservação Permanente (APP) ocupadas.....	76
Figura 9: Pontos de alagamento no centro de São Carlos em 20/03/2018. (a) Alagamento na Rua Geminiano Costa no Centro de São Carlos (b) Alagamento em rua do Centro de São Carlos (c) Córrego transbordou e invadiu as lojas do camelódromo em São Carlos (d) Alagamento na Rua José Bonifácio em São Carlos.....	77
Figura 10: Fluxograma das etapas de pesquisa.....	81
Figura 11: Caixa de sapatos e o recorte de papel 8cm x 8cm	83
Figura 12: O mapa do Brasil utilizado no experimento	85
Figura 13: O mapa do Brasil colocado no fundo da caixa de sapatos	85
Figura 14: Distribuição dos grãos de milho sobre o mapa do Brasil	86
Figura 15: Foto de satélite do município de São Carlos - SP.....	88
Figura 16: Desenho esquemático do corte de uma garrafa PET com o auxílio de um estilete.....	89
Figura 17: Desenho esquemático da garrafa PET cortada, com bolas de gude no seu interior, água e corante	89
Figura 18: Desenho esquemático da garrafa PET com água, corante, bolas de gude e a marcação do nível da água em vermelho	90
Figura 19: (a) Desenho esquemático da colocação da régua no pluviômetro e (b) régua de 20 cm em tamanho real	90
Figura 20: Desenho esquemático de um pluviômetro caseiro completo.....	91
Figura 21: (a) Área do terreno da escola limitado pelas linhas amarelas 6589m^2 , (b) e (c) área permeável 1000m^2	94
Figura 22: Anotações de um aluno do 6º ano das quantidades de chuvas durante um período de 14 dias (a) e o gráfico de barras que ele fez (b). Em (c) e (d) vemos os alunos colando a régua, em (e) vemos o pluviômetro quase pronto e em (f) o aluno está cortando a garrafa PET, e (g) observamos os alunos trabalhando o lúdico e motivados para entregar um produto na Feira de Ciências da escola.....	97
Figura 23: Participação dos alunos no método de Monte Carlo.....	99
Figura 24: As etapas do cálculo do coeficiente de permeabilidade da escola. Em (a) encontra-se o esquema da planta da escola elaborada pelos alunos, com suas áreas permeáveis e impermeáveis, em (b) e (c) são dois momentos de medição feitas pelos	

alunos.....	100
Figura 25: Representação de uma residência de um aluno.....	101
Figura 26: O que está na tabela não corresponde ao gráfico de colunas	102
Figura 27: Equívocos encontrados no procedimento do cálculo do método de Monte Carlo.....	103
Figura 28: Resultados representativos onde em (a) o aluno desenha o espaço de interesse, mas não atribui medidas e (b) o aluno desenha locais fragmentados, mas as medidas não correspondem a realidade.....	104

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Classificação e Descrição dos Níveis de Proficiência do SARESP.....	54
Tabela 2: Relação entre os experimentos, conteúdos e habilidades presentes no currículo de Matemática do Estado de São Paulo (vigente durante a pesquisa) e na <i>BNCC</i> (vigente a partir de 2020) contemplados nesta dissertação.....	79
Tabela 3: Modelo que relaciona as grandezas Contagem e Quantidade de grãos de milho.....	84
Tabela 4: Modelo preenchido que relaciona as grandezas Contagem e Quantidade de grãos de milho.....	86
Tabela 5: Modelo apresentado em sala de aula das medidas dos milímetros de chuva coletados no pluviômetro caseiro durante o período de 27/09 até 27/10 do ano de 2019 e o respectivo gráfico de barras.....	92

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Modelo de gráfico de barras das medidas retiradas do pluviômetro que relaciona os milímetros de chuva em um período de 30 dias	93
Gráfico 2: Comparação entre duas salas do 6º ano e os problemas apresentados.....	102

LISTA DE SÍMBOLOS

g	→	grama
kg	→	kilograma
mg	→	miligrama
%	→	porcentagem

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO.....	26
1.INTRODUÇÃO.....	28
1.1 O Tema Transversal Meio Ambiente, o Parâmetro Curricular Nacional (PCN) de Matemática e como tudo isso torna possível projetos com a Modelagem Matemática.....	30
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	37
2.1 Parâmetros Curriculares Nacionais.....	37
2.2 O recurso tecnologia da informação.....	38
2.3 O recurso resolução de problemas.....	39
2.4 Base Nacional Curricular Comum: a BNCC.....	42
2.5 A Modelagem Matemática.....	49
2.5.1 Obstáculos instrucionais.....	53
2.5.2 Obstáculos para os professores.....	56
2.5.3 Obstáculos para os estudantes.....	58
2.5.4 Medindo a quantidade de chuva.....	63
2.5.5 Introdução ao Método de Monte Carlo.....	65
2.5.6 Coeficiente de permeabilidade.....	66
2.6 A aprendizagem significativa e a avaliação na aprendizagem significativa.....	69
3.UM PROBLEMA AMBIENTAL NA ÁREA URBANA DE SÃO CARLOS.....	72
4.OS EXPERIMENTOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA E A RELAÇÃO COM O ANTIGO CURRÍCULO PAULISTA E A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC).....	77
5.METODOLOGIA.....	80
5.1 Situações de Aprendizagem.....	82
5.1.1 O Método de Monte Carlo: o experimento proposto, será que o método funciona?.....	82
5.1.2 Aplicação do Método de Monte Carlo.....	84
5.1.3 O que era esperado dos alunos? A aplicação do método de Monte Carlo no cálculo da área do município de São Carlos – SP.....	87
5.1.4 Montagem de um pluviômetro simples.....	88
5.1.5 Atividade de campo: medição da precipitação.....	92
5.1.6 O que era esperado dos alunos?.....	92
5.1.7 Coeficiente de permeabilidade.....	93
5.1.8 Como serão feitas as análise dos dados?.....	94
6.RESULTADOS.....	94
6.1 No que avançamos no projeto pluviômetro.....	96
6.2 No que avançamos no método Monte Carlo.....	98
6.3 No que avançamos no projeto coeficiente de permeabilidade.....	99
6.4 No que não avançamos no projeto pluviômetro.....	101
6.5 No que não avançamos no método de Monte Carlo.....	103
6.6 No que não avançamos no projeto coeficiente de permeabilidade.....	104
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES.....	104
REFERÊNCIAS.....	110
APÊNDICE.....	112
PRODUTO EDUCACIONAL: PROJETOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA	

APLICADOS NO ENSINO FUNDAMENTAL II NO CONTEXTO DA EDUCAÇÃO AMBIENTAL.....	118
--	-----

APRESENTAÇÃO

Esse material foi idealizado para o professor, dentro de um contexto de aprendizagem significativa e transversalidade da Matemática com as ciências ambientais, sem deixar de lado as discussões pertinentes relacionadas a nossa profissão e as dificuldades na aplicação de projetos.

Nosso campo de pesquisa tomou como alvo as salas de aula em que esta pesquisadora ministra aulas de Matemática, a saber a Escola Municipal de Ensino Básico Carmine Botta, em São Carlos localizada na Rua Philomena Fauvel, 261 – Jardim Beatriz, na cidade de São Carlos. De acordo com o Plano Político Pedagógico (PPP) 2015-2016 da Escola, a mesma caracteriza-se como sendo uma escola pública de qualidade em educação, buscando atender à comunidade num resgate da cidadania, como marco referencial além do conhecimento sistematizado. A caracterização da clientela, presente no PPP da escola, foi concretizada através de um questionário diagnóstico em 2014, distribuído aos alunos por classe. Em geral, a clientela dessa Unidade Escolar pertence à classe média baixa cuja renda per capita encontra-se na faixa entre 2 a 4 salário mínimos, mas com residência própria. O índice de envolvimento dos pais referentes às atividades escolares é expressivo, 80%, o que demonstra o interesse dos mesmos pelo processo ensino-aprendizagem na vida escolar dos filhos. O nível de escolaridade paterna é maior em relação ao das mães, ou seja, 51 % dos pais apresentam Ensino Médio completo enquanto 60% das mães apresentam Ensino Fundamental Completo. Relativamente à infraestrutura, a escola possui 32 classes do Ensino Fundamental, sendo 19 do Fundamental I e 13 do Fundamental II, além de 5 classe da EJA sendo uma turma do Ensino Fundamental I e quatro turmas do Ensino Fundamental II. Apresenta uma biblioteca com sala de informática e horta. A pesquisa foi realizada em duas classe do 6º ano do Ensino Fundamental II. O projeto foi aplicado nas aulas de Matemática com conteúdo pertinente ao 4º Bimestre.

As produções realizadas pelos alunos foram apresentadas na Feira de Ciências da escola. Tal evento é aclamado pela Prefeitura Municipal de São Carlos para que suas escolas municipais façam em suas dependências.

O que você tem em mãos é um material organizado em uma dissertação de mestrado profissional em ciências ambientais e está dividido em 6 capítulos descritos abaixo:

O Capítulo 1 contém elementos motivacionais do desenvolvimento do trabalho – a premissa, a pergunta principal da pesquisa, os objetivos geral e específico - assim como a introdução de elementos teóricos dos PCN, Tema Transversal Meio Ambiente e Modelagem Matemática.

No Capítulo 2 é descrita a cidade de São Carlos, sua localização no Estado de São Paulo, sua importância econômica, seu potencial tecnológico e um problema crônico de enchentes na área urbana, principalmente no Centro da cidade, devido a canalização indevida de rios.

No Capítulo 3 fez-se a relação entre o antigo currículo paulista, a BNCC e os experimentos de Modelagem Matemática.

No Capítulo 4 apresento fundamentação teórica do trabalho, com o PCN de Matemática – os recursos tecnologias da informação, resolução de problemas – que eram sugestões, são incorporados a BNCC como obrigações para que seja garantido aprendizado mínimo para os estudantes, a Modelagem Matemática, as dificuldades de aplicação, os projetos de cálculo de área utilizando o Método de Monte Carlo, pluviômetro e coeficiente de permeabilidade com sua base legal e a Aprendizagem Significativa de Ausubel.

O mestrado profissional demanda a apresentação de um produto educacional como resultado da pesquisa. Desta forma, o Capítulo 5 apresento a metodologia da sala de aula – a Modelagem Matemática com a descrição dos experimentos – que serviu como proposta de produto educacional e que pode servir de apoio para professores da Educação Básica, no âmbito Ensino Fundamental II, que possam querer trabalhar a Matemática e Meio Ambiente em suas aulas, de forma transversal e significativa. Para isso foi necessário referenciar este trabalho nos Parâmetros Curriculares Nacionais, os PCN's, fazer apropriação teórica da Modelagem Matemática e utiliza-la em um contexto de Ensino Fundamental II de forma transversal com a área de Meio Ambiente, constituído pelos PCN's. Escolhi os conteúdos grandezas, medidas e suas unidades, cálculo de áreas, proporcionalidade, estatística porque a partir deles conseguimos descortinar a Matemática através do cotidiano. E, evidentemente, um assunto puxa outro.

Finalmete, o capítulo 6 apresenta as considerações finais e a conclusão a respeito da pesquisa desenvolvida.

Os temas transversais tratam de conteúdos de caráter social e é desejável buscar uma ponte entre conhecimento científico com temas relevantes a nossa sociedade. Como sou professora de Matemática na rede pública sei das dificuldades encontradas pelos pares e pelos alunos, principalmente quando o conhecimento envolve uma linguagem própria e bem desenvolvida ao longo da caminhada da humanidade no nosso planetinha azul.

1.INTRODUÇÃO.

A maneira tradicional de apresentar a Matemática é, em geral, comum a todos os professores: definições, resultados e técnicas de exercícios de aplicação. Essa forma de apresentar o conteúdo, pode criar uma fissura que, ao longo da vida acadêmica do aluno, tende a evoluir para um abismo que os separa, definitivamente, da Matemática.

Esse é o momento em que se escuta de alguns deles (ou de muitos!) que nos odeiam e relacionam a aversão à Matemática, sutilmente desenvolvida durante o percurso acadêmico, com a figura do professor. Durante os meus quase 20 anos de magistério o enredo se repete e lecionar matemática, depois de criada toda essa resistência, fica um desafio similar ao caminhar na areia da praia em dia de forte tempestade com raios e sem a possibilidade de encontrar abrigo.

Acredito que o Mestrado Profissional em Ciências Ambientais oferecido pela USP São Carlos, seja um abrigo onde possamos fazer diferente: estudar, pesquisar e propor novas maneiras de apresentar o conteúdo de Matemática aos nossos alunos e, conseqüentemente, torná-la mais amistosa e atraente com foco no desenvolvimento de habilidades constitutivas a essa disciplina.

A premissa é que a aplicação de um tema diversificado pode transformar a aula em um momento de alegria e descobertas. E esse momento de prazer nos faz refletir sobre a qualidade das aulas e revermos responsabilidades: muitas vezes questionamos a falta de interesse dos nossos alunos nas aulas de Matemática mas, em geral, não são analisadas outras estratégias que possam atingir nosso alunado de forma efetiva.

Observei a necessidade de oferecer alguma situação na qual o aluno pudesse manusear a Matemática sem que ele ficasse com a sensação de ter caído na toca do coelho e se perdido no

país das maravilhas. A ideia é apresentar o assunto sem formalismo¹ com a intenção de criar intimidade entre os alunos e a área do conhecimento em questão; com o aumento da intimidade, preparamos terreno para a confiança e, espera-se que com o aumento da confiança, a semente do interesse em Matemática floresça.

O ambiente de aprendizado na escola em que foi desenvolvido este trabalho é tradicional, ou seja, professor à frente da sala e os alunos o escutando. Logicamente que o interesse dos alunos na Matemática fica muito prejudicado e por isso a ideia em melhorar a participação dos alunos nas aulas.

Esta pesquisa de mestrado profissional tem caráter qualitativo e visa descobrir como podemos fazer diferente, ou seja, utilizar a Modelagem Matemática de forma diferente daquela de costume que abordam conteúdos prontos.

Também é parte da premissa desta pesquisa que a maior aproximação dos conteúdos de aula da realidade do aluno pode despertar ou aumetar seu interesse e a valorização da importância da matemática na sua vida. E neste sentido, buscou-se na questão ambiental a problemática local a ser trabalhada, pois é o espaço onde o aluno está inserido. O tema da água e as enchentes urbanas foram abordados, especialmente em função da realidade do município de São Carlos, onde o projeto de pesquisa se insere.

Do exposto, a pergunta principal que conduz a pesquisa é se a Modelagem Matemática, como metodologia da aula, possibilita na compreensão de habilidades matemáticas comumente encontradas no 6º ano do Ensino Fundamental II quando trabalhadas em conjunto com o tema transversal Meio Ambiente e Aprendizagem Significativa de Ausubel.

Para que isso fosse materializado definiu-se como objeto de estudo a apropriação de conhecimentos de Aprendizagem Significativa de Ausubel, de Modelagem Matemática e do tema transversal Meio Ambiente² com uma proposta que, além da Matemática, ajudasse a

¹ Esse trabalho de pesquisa é desenvolvido no ensino das ciências ambientais com fundamentos teóricos da área de Matemática. É uma pesquisa profissional aplicada porque sua gênese está intimamente relacionada com questões motivacionais da vida profissional do professor, como ele consegue trabalhar a transmissão do conhecimento e como esse profissional da educação consegue transformar o conhecimento formal da sala de aula em algo significativo para seus alunos. Não é uma pesquisa puramente acadêmica. É escrita por professor para professor da rede pública de Ensino Fundamental II com o foco em trabalhar problemas práticos e produzir resultados práticos (Nota da Autora).

² De acordo com Tommasiello, Rocha e Bergamashi (2015) os Parâmetros Curriculares Nacionais tratam o tema transversal “Meio Ambiente” para o Ensino Fundamental; o tema “Educação Ambiental” é tratado nas Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Neste trabalho espera-se que Meio Ambiente seja entendido como a relação entre o homem e a natureza e os problemas provocados pela ação do homem no meio em que vivemos, ou seja, conceitos de educação ambiental no PCN Meio Ambiente (Nota da autora).

despertar a curiosidade dos alunos para a localidade em que vive, ou seja, os problemas encontrados no meio, nesse caso, as enchentes em São Carlos – SP.

Fazendo a transversalidade com a Matemática e explorando os conteúdos específicos do 6º ano, é importante pensar que estamos plantando uma ideia, que começa agora numa jornada para o futuro, de formar pessoas que convivam com o meio ambiente de maneira sustentável, e que percebam a Matemática como uma ferramenta de utilidade social, mas sem esquecer as dificuldades encontradas pelo professor no trabalho com a Modelagem Matemática na Escola de Educação Básica.

Dentro desse contexto, o objetivo geral foi trabalhar com os alunos o tema transversal Meio Ambiente juntamente com a Matemática através da Modelagem Matemática, através de três experimentos matemáticos – Método de Monte Carlo para o cálculo de área, coeficiente de permeabilidade utilizando o conceito de fração e geometria aplicada na manufatura de um pluviômetro caseiro para a coleta de índices pluviométricos - orientados com o tema transversal Meio Ambiente. O objetivo específico desse trabalho foi produzir um material didático que contribua no trabalho do professor em sala de aula.

Por tudo o que já foi descrito é evidente a necessidade de organizar as ideias de forma que professores da Educação Básica interessados no tema possam consultar uma dissertação, produzida no modelo do Mestrado Profissional em Ciências Ambientais na USP em São Carlos – SP, que contribua com reflexões sobre aprendizagem significativa de Ausubel na disciplina de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental II, fazendo uso da Modelagem Matemática como metodologia de ensino, associada ao tema transversal meio ambiente, e que analise as dificuldades em tornar a Modelagem Matemática uma prática na sala de aula.

1.1 O Tema Transversal Meio Ambiente, o Parâmetro Curricular Nacional (PCN) de Matemática e projetos com a Modelagem Matemática.

Qual deve ser o papel da escola dentro de uma sociedade globalizada, plural e quais os conteúdos que devem ser abordados nessa escola? Para responder essa pergunta, foram introduzidos projetos educacionais que incluíssem, na estrutura curricular das escolas, questões que abordavam conteúdos relacionados ao cotidiano da maioria da população sem que fossem perdidos conteúdos tradicionais. Aqueles conteúdos são denominados temas

transversais porque não fazem parte de nenhuma disciplina específica, mas interagem com todas os conteúdos curriculares.

Os temas transversais são, de acordo com o Ministério da Educação (MEC), definidos como ética, saúde, meio ambiente, orientação sexual, trabalho e consumo, e pluralidade cultural³ (MENEZES, 2001). Dentro desse contexto busca-se uma educação que forme cidadãos críticos e conscientes, com capacidade de posicionar-se frente às questões que interferem na vida comunitária, de modo responsável, na qual estão inseridos. Para isso, deseja-se uma ponte entre ciência e o cotidiano, o que aproximaria a escola dos temas significativos do mundo atual (MORENO, 1993), assim como oferecer soluções para o conflito existente entre os diferentes conhecimentos que estão em jogo no processo de ensino-aprendizagem, especialmente neste caso, entre o conhecimento disciplinar e os problemas socioambientais (RIVERO GARCÍA; PORLÁN ARIZA, 1994), a Matemática e a Educação Ambiental respectivamente.

Conforme Tristão (2011, p. 7)

A educação ambiental é um campo de conhecimento e de atividades pedagógicas constituída internacionalmente ao longo das últimas décadas, com o objetivo de compreender e oferecer respostas a um conjunto de problemas decorrentes das relações que envolvem a sociedade, a educação e o meio ambiente.

Ou ainda, adotando esta linha de raciocínio nesta dissertação, de acordo com Leite, Ferreira e Scrich (2009, p. 129),

A Educação Ambiental constitui um processo educativo, cuja finalidade é desenvolver instrumentos pedagógicos e ampliar a prática educativa para que o homem viva em harmonia com o meio ambiente.

No Brasil, está respaldada pela Política Nacional de Educação Ambiental (PNEA) que esclarece, no artigo 10, a integração entre Educação Ambiental e as modalidades do ensino formal, assim como a não especificidade como disciplina (BRASIL, 1999):

³ Conforme descrito em BRASIL (1998), “Muitas questões sociais poderiam ser eleitas como temas transversais para o trabalho escolar, uma vez que o que os norteia, a construção da cidadania e a democracia, são questões que envolvem múltiplos aspectos e diferentes dimensões da vida social. Foram então estabelecidos os seguintes critérios para defini-los e escolhê-los: 1 – Urgência Social; 2 – Abrangência Nacional; 3 – Possibilidade de ensino e aprendizagem no Ensino Fundamental; 4 – Favorecer a compreensão da realidade e a participação social.” (Nota da Autora).

Art. 10. A educação ambiental será desenvolvida como uma prática educativa integrada, contínua e permanente em todos os níveis e modalidades do ensino formal.

§ 1º A educação ambiental não deve ser implantada como disciplina específica no currículo de ensino.

Sua inclusão nos currículos da Educação é orientada no artigo 16 das Diretrizes Curriculares Nacionais (DCNs) para a Educação Ambiental (BRASIL, 2012), como segue:

A inserção dos conhecimentos concernentes à Educação Ambiental nos currículos da Educação Básica e da Educação Superior pode ocorrer:

I - pela transversalidade, mediante temas relacionados com o meio ambiente e a sustentabilidade socioambiental;

II - como conteúdo dos componentes já constantes do currículo;

III - pela combinação de transversalidade e de tratamento nos componentes curriculares.

Dentro dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) a inserção curricular dos temas transversais é justificada pelo “compromisso com a construção da cidadania” através de “uma prática educacional voltada para a compreensão da realidade social.” (BRASIL, 1988). Cabe ressaltar que os temas transversais não são mais uma disciplina na grade curricular; são conteúdos que interagem com as disciplinas já existentes. De acordo com BRASIL (1998, p. 27)

...optou-se por integrá-las no currículo por meio do que se chama de transversalidade: pretende-se que esses temas integrem as áreas convencionais de forma a estarem presentes em todas elas, relacionando-as às questões da atualidade e que sejam orientadores também do convívio escolar.

Em outras palavras, de acordo com Figueiró (2000, p.2), “os temas transversais dizem respeito a conteúdos de caráter social”, que devem “ser ministradas no interior das várias áreas estabelecidas”, e “não como uma área de conhecimento específica.”

No que se refere ao dia a dia na sala de aula, cada vez mais os educadores são desafiados a mudar, inovar, propor e elaborar metodologias para que suas aulas sejam atrativas, motivadoras e que ativem os processos de aprendizagem dos conteúdos (SOUZA

NETO, 2014)⁴. Uma metodologia pode envolver um conjunto de métodos, técnicas, recursos, procedimentos com um objetivo de ensino previamente determinado (SOUZA NETO, 2014).

Pensando nesse contexto, o uso dos recursos didáticos de apoio pode promover melhorias no processo de ensino e aprendizagem, valorizando a participação ativa dos alunos. Os recursos ou instrumentos são parte da metodologia de ensino, valorizam-na e podem facilitar a compreensão dos conteúdos científicos por parte dos alunos. São também, entendidos como componentes operacionais dos métodos didáticos, os quais estão vinculados e concretizam-se com eficiência por meio do projeto político-pedagógico.

O trabalho de projetos com alunos é desejável e está plenamente apoiado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, p. 41)⁵:

Os projetos são uma das formas de organizar o trabalho didático, que pode integrar diferentes modos de organização curricular. A organização dos conteúdos em torno de projetos, como forma de desenvolver atividades de ensino e aprendizagem, favorece a compreensão da multiplicidade de aspectos que compõem a realidade. Professores e alunos compartilham os objetivos do trabalho e os conteúdos são organizados em torno de uma ou mais questões. Uma vez definido o aspecto específico de um tema, os alunos têm a possibilidade de usar o que já sabem sobre o assunto; buscar novas informações e utilizar os conhecimentos e os recursos oferecidos pelas diversas áreas para dar um sentido amplo à questão.

⁴ Tommasiello, Rocha e Bergamassi (2015) faz uma importante observação: “As condições do professor para colocar em prática os PCNs e os respectivos temas transversais, foram analisadas por vários autores desde então, entre eles, Mizukami (1998)” no V Congresso Paulista sobre Formação de Educadores. “A partir da indagação sobre quais competências o professor precisa ter para que os PCNs se concretizem, a autora identificou vários tipos de competências, o que exigiria um “superprofissional”, fato que não condiz com a realidade brasileira. Sem a adesão dos professores, sem recursos para a sua implantação e sem viabilidade de se colocar em prática, muitos autores atestam que os PCNs e, em especial, os temas transversais, foram pouco assimilados nos sistemas de ensino estaduais e municipais das escolas brasileiras, passando à margem das salas de aula.” Os vários tipos de competências (oito na realidade), esperadas do professor, identificadas por Mizukami, citadas por Figueiró (2000), são: 1 – Planejador central do currículo e do ensino; 2 – Ser a figura central do processo ensino-aprendizagem; 3 – Avaliador do progresso do aluno e observador dos eventos da sala de aula; 4 – Educador do desenvolvimento pessoal de cada aluno; 5 – Ser agente do seu processo de aprendizagem e desenvolvimento profissional; 6 – Conhecer profundamente as Áreas de Conhecimento e dos temas transversais; 7 – Educador de estudantes diversos; 8 – Participar do projeto educativo da escola (Nota da Autora).

⁵ Figueiró (2000) faz uma reflexão pertinente sobre as condições reais de trabalho do docente em contrapartida as condições ideais de aplicação dos PCNs. Em geral, o professor precisaria de uma cultural geral sólida e ser um profundo conhecedor das áreas de conhecimento. Mesmo restrito à sua área de atuação, será que o professor teria condições de abordar, transversalmente, em sua área de conhecimento? Estaria preparado para ensinar sobre ética, educação ambiental, orientação sexual, pluralidade cultural e saúde? Tommasiello, Rocha e Bergamassi (2015) complementa Figueiró (2000) quando questiona a exigência do trabalho interdisciplinar do professor sem levar em consideração que sua formação foi fundamentalmente compartimentada. E continua dizendo que para os educadores, os pré-requisitos para o aprimoramento da qualidade de ensino não foram ainda devidamente enfrentados, apesar de conhecidos há décadas, tais como a sólida formação teórica e interdisciplinar dos profissionais da educação (Nota da Autora).

Dentro desse contexto, a Matemática não pode deixar de contribuir para a formação de cidadãos conscientes e participativos, que tenham conhecimento, competência, motivação e que se sintam comprometidos a atuar de forma positiva em relação ao seu meio (BRASIL, 1997a); até porque, a maneira como a humanidade tem tratado o meio ambiente, tem originado preocupações de ordem científica e política.

Somos alertados, pelas mídias televisiva, os jornais, a internet, entre outras, sobre as mudanças climáticas, desmatamentos, a poluição e como tudo isso interfere na nossa qualidade de vida. Essas informações contribuem para despertar o interesse dos alunos pela temática ambiental, revelando várias questões dessa ordem, fornecendo dados e estimativas.

Parece natural utilizar a Matemática, uma disciplina em que as pessoas, em geral, têm dificuldades em fazer conexão com o mundo real, para investigar, analisar e propor, em princípio, reflexões referentes às questões ambientais.

Um dos caminhos para propor a reflexão sobre questões ambientais, de estimular a curiosidade do aluno de forma a contribuir no despertar de uma consciência crítica e analítica, e talvez levá-lo a participar das soluções de problemas de sua comunidade, é a realização de projetos que possibilitem o aprendizado significativo⁶, interagindo conteúdos formais já trabalhados, ou concomitantemente trabalhados, com experiências investigativas. Citando Bassanezi (2002, p. 16)

nessa nova forma de encarar a matemática, a modelagem – que pode ser tomada tanto como um método científico de pesquisa quanto como uma estratégia de ensino-aprendizagem - tem se mostrado muito eficaz.

A Modelagem Matemática⁷ consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real⁸, “por meio da investigação, ação e validação” (LEITE; FERREIRA; SCRICH, 2009, p.

⁶ O termo “educação significativa” é proveniente da teoria da aprendizagem de David Ausubel que relaciona novos conhecimentos adquiridos pelo indivíduo com os conhecimentos prévios que a pessoa possui. Mais detalhes no Capítulo 4 (Nota da Autora).

⁷ Soares (2017a) em apresenta um estado-da-arte, ainda em desenvolvimento, sobre dissertações e teses nos programas de pós-graduação *stricto-sensu* nas áreas de Ensino e Educação entre os anos 1994 e 2014, sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática. Os resultados mostram que esse é um tema em desenvolvimento no Brasil e podemos concluir que é um assunto em ampla expansão no território acadêmico (Nota da autora).

⁸ Bassanezi nos alerta para o fato de que a modelagem matemática não é um instrumento descritivo que irá adaptar-se a qualquer situação da realidade. Segundo o autor, em muitos casos, a introdução de um simbolismo

130). Já o modelo matemático, segundo o próprio Bassanezi (2002, p. 20), “é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado”⁹ e que “possibilita trazer a realidade para a sala de aula, abordando problemas que estão relacionados ao cotidiano dos alunos, viabilizando a interação da Matemática na sala de aula com aquela existente na realidade.” (LEITE; FERREIRA, SCRICH, 2009, p. 130).

Segundo Chevallard (2001, p. 50),

Um aspecto essencial da atividade matemática consiste em construir um modelo (matemático) da realidade que queremos estudar, trabalhar com tal modelo e interpretar os resultados obtidos nesse trabalho, para responder as questões inicialmente apresentadas. Grande parte da atividade matemática, pode ser identificada, portanto, com uma atividade de Modelagem Matemática.

Deseja-se que, quando os alunos começarem a trabalhar modelos matemáticos relacionados ao tema transversal Meio Ambiente, com a coleta, manipulação e interpretação de dados reais, eles comecem a caminhar para a construção do conhecimento, para o pensamento reflexivo e significativo. No entanto, não podemos esquecer das dificuldades em trabalhar com Modelagem Matemática com os alunos do 6º ano do Fundamental II, entre elas a escolha do tema do seu interesse.

Se para Beltrão (2009) o tema da modelagem pode ser indicado pelo professor de forma que se contemplem os conteúdos do currículo, para Bassanezi (2015) o tema deve ser escolhido pelos estudantes e, a partir daí professor e aluno trabalham os conceitos matemáticos juntamente com a Modelagem Matemática.

Tanto o que é aceito por Beltrão (2009) quanto o que é aceito por Bassanezi (2015) apresentam prós e contras para o uso da Modelagem Matemática na sala de aula. No caso de Beltrão (2009), o professor apresenta total domínio sobre a modelagem que apresenta para seu aluno e ainda consegue trabalhar o currículo escolar. Entretanto, como a escolha parte da iniciativa do professor o envolvimento por parte do aluno pode ser menor.

Na proposta de Bassanezi (2015), quando os estudantes trazem o tema e junto com o professor buscam modelar o fenômeno, os alunos terão maior envolvimento porque o tema é

exagerado pode ser mais destrutivo do que esclarecedor e, conforme ele mesmo informa, seria como utilizar granadas para matar pulgas (Nota da Autora).

⁹ Em outras palavras, podemos dizer que a modelagem matemática está relacionada ao processo de criação do modelo que, por sua vez, é o produto da modelagem (Nota da Autora).

de interesse deles. No entanto, o problema pode ser a ausência de controle do professor em relação aos conteúdos que esses fenômenos podem trazer e, então, se o desenvolvimento desse tema em sala de aula vai ser compreensível para os estudantes.

Do exposto acima, a estratégia adotada nesta dissertação foi aquela sugerida por Beltrão (2009), ou seja, um trabalho de modelagem que parte da iniciativa do professor e que já está estruturado, porque este foi o primeiro contato dos estudantes com a Modelagem Matemática. Além disso, os conhecimentos necessários para o desenvolvimento das modelagens são adquiridos do currículo escolar.

Na literatura encontramos trabalhos na mesma linha de investigação desta dissertação. Fernandes (2010) pesquisou se o envolvimento de alunos da 7ª série do Ensino Fundamental em projetos ambientais na escola pública, influencia a qualidade de suas aprendizagens na disciplina de Matemática. Ela trabalhou modelagem matemática com horta escolar na aplicação de cálculo de áreas, relatou o engajamento dos alunos em aplicar a matemática em contextos reais e o êxito no entendimento no cálculo de áreas.

Miyasaki ([201-?])trabalhou, com alunos da 6ª série do Ensino Fundamental, os conteúdos de razão e proporção relacionado ao desperdício de água. De acordo com a pesquisadora, a modelagem matemática se apresenta como uma metodologia viável para a aplicação em sala de aula e com favorecimento de aprendizagem significativa, tanto na conscientização do desperdício de água quanto nas habilidades na resolução dos problemas matemáticos propostos.

De fato, é possível perceber que a Modelagem Matemática é uma metodologia de sala de aula importante no entendimento matemático. No entanto, não devemos esquecer que a escola também é um espaço que deve contribuir com a formação cidadã do seu aluno¹⁰. É desejado que com o incentivo do pensamento crítico do aluno haja convergência da Matemática com a educação cidadã. Evidentemente que o exercício da cidadania é construído ao longo da vida das pessoas, mas esse trabalho contribui para chamar a atenção, já no 6º ano do Ensino Fundamental II, para uma situação ambiental típica da consequência da urbanização não planejada que são as enxentes crônicas na cidade de São Carlos-SP.

Se antes o enfoque da aprendizagem em sala de aula estava baseado no tripé entender, fazer e praticar exercícios, no sentido de aprimorar técnicas matemáticas e focar na teoria de

¹⁰ Conforme o artigo 205 da Constituição Federal e do artigo 1º no § 2º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. (Nota da autora)

fato, agora o trabalho em sala está relacionado com desenvolvimento da consciência crítica do aluno, através de aula expositiva de Matemática no contexto da urbanização e a modificação do meio na cidade de São Carlos - SP. Nessa abordagem fica evidente que o ponto de partida da atividade matemática não é a definição de área, por exemplo, mas usar a Matemática para compreender, se sensibilizar e buscar soluções para o problema que a área urbanizada causa no ambiente.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.

2.1 Parâmetros Curriculares Nacionais.

Segundo Souza Neto (2014, p. 113) o Ministério da Educação tem por objetivo tornar a educação brasileira eficiente. Para isso, teria que garantir um mínimo de conhecimentos que deveriam ser trabalhados nas disciplinas. Os PCNs serviriam como referência, e não leis (DCNs), para elaboração de currículos escolares e um auxílio na elaboração de propostas curriculares estaduais e municipais.

Longe de ser um manual, os PCNs são referências pedagógicas, não obrigatórias e adaptáveis às localidades, que abrange várias áreas do conhecimento reconhecidos como necessários para o exercício da cidadania¹¹.

O eixo orientador dos PCNs (BRASIL, 1997c) enfatiza a participação crítica e autônoma do aluno e, dentro desse contexto, explicita a importância de o aluno valorizar a Matemática como área que estimula o espírito criativo, desbravador e a capacidade de resolver problemas. Por outro lado, o tema Meio Ambiente foi idealmente pensado na formação de cidadãos aptos em decidir e atuar na realidade socioambiental. Decidir para atuar implica em um pensamento matemático estratégico e por isso a parceria¹² entre Matemática e Meio Ambiente¹³ torna-se muito interessante¹⁴.

¹¹ A cidadania está relacionada aos direitos e deveres das pessoas que vivem em sociedade assim como o aproveitamento (usufruto) dos espaços sociais e suas transformações. Aparentemente os PCNs servem como um meio de despertar cultura acadêmica crítica conectada ao caráter social (Nota da autora).

¹² Transversalidade (Nota da autora).

¹³ Logo na apresentação do PCN de Meio Ambiente (BRASIL, 1997a), os organizadores do documento deixam claro que “A intenção deste documento é tratar das questões relativas ao meio-ambiente em que vivemos, considerando seus elementos físicos e biológicos e os modos de interação do homem e da natureza, por meio do trabalho, da ciência, da arte e da tecnologia.” (Nota da autora).

Porém, “a interação do ensino de Matemática com os Temas Transversais é uma questão bastante nova” (BRASIL, 1997c, p. 26), até porque o ensino de Matemática é, em geral, focado no próprio conteúdo, o que implica consequentemente em um ensino distante das questões sociais mais importantes. Tais questões são relacionadas, mas não somente¹⁵, aos seguintes temas transversais: ética, pluralidade cultural, orientação sexual, saúde e meio ambiente, através de projetos escolares. Os PCNs (BRASIL, 1997c, p. 24) explicitam que

Os projetos proporcionam contextos que geram a necessidade e a possibilidade de organizar os conteúdos de forma a lhes conferir significado. É importante identificar que tipos de projetos exploram problemas cuja abordagem pressupõe a intervenção da Matemática, e em que medida ela oferece subsídios para a compreensão dos temas envolvidos.

No PCN de Matemática (BRASIL, 1997c, p. 42) são sugeridos caminhos para “fazer Matemática.” São possibilidades de trabalho que podem ser adotadas em sala de aula, seja nas aulas tradicionais seja em projetos. Dentre as possibilidades de trabalho destacam-se¹⁶: recurso aos jogos, o recurso à história da Matemática, o recurso às tecnologias da informação e o recurso à resolução de problemas.

2.2 O recurso tecnologias da informação.

O PCN de Matemática, na página 35, deixa claro que a tecnologia é acessível à população e questiona o motivo de não introduzi-la na escola para contribuir com a melhoria do ensino de Matemática¹⁷. O PCN dá o exemplo de utilizar calculadoras em situações

¹⁴ Na apresentação do PCN de Matemática (BRASIL, 1998) os organizadores apontam uma característica muito interessante quando nos referimos a motivação de a trabalharmos com outras áreas de conhecimento. Perceba que “[...] a Matemática desempenha papel decisivo, pois permite resolver problemas da vida cotidiana, tem muitas aplicações no mundo do trabalho e funciona como instrumento essencial para a construção de conhecimentos em outras áreas curriculares [...] Há urgência em reformular objetivos, rever conteúdos e buscar metodologias compatíveis com a formação que hoje a sociedade reclama.” (Nota da autora).

¹⁵ No PCN de Matemática encontramos a seguinte informação: “Além dos temas apresentados, cada escola pode desenvolver projetos envolvendo outras questões consideradas de relevância para a comunidade. Temas relacionados à educação do consumidor, por exemplo, são contextos privilegiados para o desenvolvimento de conteúdos relativos à medida, porcentagem, sistema monetário, e, desse modo, podem merecer especial atenção no planejamento de Matemática.” (BRASIL, 1998, p. 28)

¹⁶ Neste trabalho é dado destaque às duas últimas possibilidades (Nota da Autora).

¹⁷ Apesar de honesto, parece ingênuo tal questionamento. O uso efetivo da sala de informática pelos alunos encontra alguns problemas operacionais como: 1 - a grande quantidade de alunos que precisam ser administradas pelo profissional da educação. Em geral é apenas um professor para uma turma maior que trinta

exploratórias e de investigação numérica, que seria tedioso se realizado sem o artefato eletrônico.

Mas aqui estamos mais interessados ao acesso à internet. O PCN de Matemática (BRASIL, 1997c, p. 35) informa que o acesso pode ser feito através dos computadores, mas existe outra possibilidade: através dos smartphones da clientela, cada vez mais presentes nas salas de aulas¹⁸.

O computador pode ser usado como elemento de apoio para o ensino (banco de dados, elementos visuais), mas também como fonte de aprendizagem e como ferramenta para o desenvolvimento de habilidades. O trabalho com o computador pode ensinar o aluno a aprender com seus erros e a aprender junto com seus colegas, trocando suas produções e comparando-as.

2.3 O recurso resolução de problemas.

Citando o PCN de Matemática (BRASIL, 1997c, p. 32):

Ao colocar o foco na resolução de problemas, o que se defende é uma proposta que poderia ser resumida nos seguintes princípios:

- o ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de

alunos e, muitas vezes, esses alunos ficam alheios às aulas de Matemática, acessando sites que não fazem parte do conteúdo das aulas. A partir daí o profissional da educação encontra-se em um dilema: fiscalizar o aluno ou ministrar a aula. 2 – Dependendo da região em que a escola está inserida, os furtos aos equipamentos eletrônicos são um duro golpe na já combalida educação pública e gratuita. As reposições desses materiais furtados não são feitas imediatamente podendo demorar vários meses. 3- Apesar de encontrarmos softwares gratuitos de matemática, sua utilização efetiva ainda é um desafio devido, muitas vezes, a sua complexidade e/ou falta de “intimidade” do profissional da educação e seus alunos com tais softwares. São encontrados vários cursos ou tutoriais na internet sobre tais softwares que demandam tempo e dedicação para o seu aprendizado. Por exemplo o Geogebra e o Winplot que são muito indicados para uma aula diferenciada, mas para os mesmos não são fornecidos cursos de formação presenciais com certificação. O PCN de Matemática, página 35, não ignora o item 3 citado acima e informa sobre a necessidade de “... incorporação de estudos nessa área, tanto na formação inicial como na formação continuada do professor do Ensino Fundamental, seja para poder usar amplamente suas possibilidades ou para conhecer e analisar *softwares* educacionais. Quanto aos *softwares* educacionais é fundamental que o professor aprenda a escolhê-los em função dos objetivos que pretende atingir e de sua própria concepção de conhecimento e de aprendizagem, distinguindo os que se prestam mais a um trabalho dirigido para testar conhecimentos dos que procuram levar o aluno a interagir com o programa de forma a construir conhecimento.” Muito lindo, porém muito vago. Não é informado como isso pode ser feito e toda a responsabilidade de organização do curso de Matemática recai sobre as costas do professor, ou melhor dizendo, na falácia gestão de sala (Nota da Autora).

¹⁸ Talvez seja um pouco problemático “fugir” das salas de informática, disponibilizadas pelas escolas públicas e gratuitas, com os smartphones dos alunos presentes nas salas de aulas devido, principalmente, ao argumento da falta de crédito disponível para o acesso à internet. Em geral, os alunos são resistentes ao uso pedagógico dos seus smartphones e os utilizam, principalmente, para as redes sociais, principalmente o Facebook, ou de comunicação rápida como Whatsapp em assuntos alheios à sala de aula (Nota da Autora).

problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;

- o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;
- aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na história da Matemática;
- o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas. Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações;
- a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

A ideia é, através de problemas matemáticos, ensinar Matemática¹⁹. No entanto (BRASIL, 1998, p. 40)

A prática mais frequente consiste em ensinar um conceito, procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado. Para a grande maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com os números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas.

Ou seja, a prática de entregar o conteúdo ao aluno e avaliar o que ele nos devolve está enraizado na cultura acadêmica em geral (BRASIL, 1998, p. 40)

Consequentemente, o saber matemático não se apresenta ao aluno como um sistema de conceitos, que lhe permite resolver um conjunto de problemas, mas como um interminável discurso simbólico, abstrato e incompreensível. Nesse caso, a concepção de ensino e aprendizagem subjacente é a de que o aluno aprende por reprodução/imitação.

Existe a insistência na orientação do PCN no que se refere a resolução de problemas matemáticos, com a finalidade de ensinar Matemática. Faz sentido agora definir o que são problemas matemáticos. De acordo com o PCN (BRASIL, 1998, p. 41)

¹⁹ Em geral, é complicado trabalhar com os alunos de escola pública e gratuita porque os problemas matemáticos não fazem parte do dia-a-dia deles. O problema do aluno é outro e alheio aos problemas trabalhados em sala de aula. Em algum momento na vida profissional do professor de Matemática já ouviu o questionamento do aluno sobre o motivo de ter que aprender conteúdos complexos quando, no seu dia-a-dia, ele precisa fazer “continhas de mais e de menos” para poder receber o troco no supermercado e na padaria. Deixam claro que, para eles, a Matemática é reduzida às operações de soma e subtração e qualquer outro conteúdo é perda de tempo (Nota da Autora).

Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la.

Fica clara a intenção de resolução do problema com sua análise e formas de obter informações que permitam a construção de uma solução satisfatória. Uma vez que a solução de tal problema seja obtida, faz-se necessário colocar à prova o resultado encontrado (BRASIL, 1998, p. 42)²⁰

Além disso, é necessário desenvolver habilidades que permitam pôr à prova os resultados, testar seus efeitos, comparar diferentes caminhos, para obter a solução. Nessa forma de trabalho, o valor da resposta correta cede lugar ao valor do processo de resolução.

O fato de o aluno ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação refletida que constrói conhecimentos.”

Em relação ao PCN de Meio Ambiente e Saúde, quais as orientações que são utilizadas neste trabalho? Na página 22 é enfática a ideia de “educação como elemento indispensável para a transformação da consciência ambiental.” O que significa isso? Basicamente é aproveitar recursos naturais de maneira responsável e não degradante, diferentemente do que acontece atualmente.

Os recursos naturais explorados de maneira predatória geram evasão de recursos e, como consequência, nas localidades desprovidas de tais recursos é notória a propagação da miséria, da injustiça social e da violência. Enfim, a caracterização da baixa qualidade de vida de uma população inteira, apesar da abundância natural generalizada que o nosso país ainda possui (BRASIL, 1997a, p. 23).

Nesse contexto, fica evidente a importância de se educarem os futuros cidadãos brasileiros para que, como empreendedores, venham a agir de modo responsável e com sensibilidade, conservando o ambiente saudável no presente e para o futuro;

²⁰ O PCN de Matemática não trata de uma situação corriqueira em sala de aula que é a indisciplina sistemática. Observo que grande parte das rebeldias em sala de aula está vinculada à falta de consequências para o aluno que não estuda. Por exemplo, a progressão continuada que foi traduzida nas escolas como aprovação automática. A consequência dessa ideia é que o aluno, sabendo ou não, irá ser promovido. Então, a intenção em ensinar Matemática através da resolução de problemas, apesar de ótima ideia, mas já tratada no livro A ARTE DE RESOLVER PROBLEMAS (How to solve it?), cuja primeira impressão é de 1945 do autor George Polya, fica muito prejudicada. Por que o aluno vai gastar energia em aprender algo que demanda muito tempo e dedicação em desenvolver habilidades de resolução de problemas matemáticos se ele irá conseguir seu objetivo (ser aprovado) de qualquer maneira? (Nota da Autora)

como participantes do governo ou da sociedade civil, saibam cumprir suas obrigações, exigir e respeitar os direitos próprios e os de toda a comunidade, tanto local como internacional; e, como pessoas, encontrem acolhida para ampliar a qualidade de suas relações intra e interpessoais com o ambiente tanto físico quanto social.

Com a implantação da BNCC, os PCNs e as transversalidades que eram sugestões para os professores são transformadas em obrigação com a intenção de garantir um aprendizado mínimo aos estudantes da escola básica. O próximo subitem trata com mais detalhes o que é a BNCC.

2.4 Base Nacional Curricular Comum: a BNCC.

A BNCC, de acordo com BRASIL (2019, p. 15)

Não deve ser vista como um documento que substitui as orientações contidas nos PCNs de 1998, mas, sim, como um documento que orienta o processo de revisão curricular à luz da legislação vigente. Após duas décadas, avanços foram feitos e novos elementos foram inseridos. Nesse sentido, a BNCC vem acrescentar, integrar e trazer novos aspectos e práticas que pretendem ampliar a abordagem dos temas na escola.

A BNCC é um documento que norteia o currículo das escolas, em todo o território brasileiro, e apresenta um conjunto de competências e habilidades acadêmicas que o aluno deverá desenvolver nos Ensinos Infantil, Fundamental I e II, e Ensino Médio, uniformizando assim a rede de educação brasileira.

Ela “é política de Estado” (Menezes, 2019, p. 7) e portanto “não é iniciativa do atual governo nem do anterior” (Menezes, 2019, p. 7). Foi “elaborada por especialistas de todas as áreas do conhecimento” (BRASIL, 2017), tem bases na Constituição de 1988, no artigo 210, que deixa clara a importância de que sejam “fixados conteúdos mínimos para o Ensino Fundamental, de maneira a assegurar formação básica comum e respeito aos valores culturais e artísticos, nacionais e regionais” (BRASIL, 1988). Também retoma a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional de 1996 (BRASIL, 1996) que estabelece as competências e diretrizes para a Educação Infantil, o Ensino Fundamental e o Ensino Médio, que nortearam os currículos e seus conteúdos mínimos de formação básica, nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), vide Capítulo 2 subitem 2.1, e no Plano Nacional de Educação

(BRASIL, 2014), em conformidade com o artigo 214 da Constituição Federal (BRASIL, 1988).

Art. 214. A lei estabelecerá o plano nacional de educação, de duração decenal, com o objetivo de articular o sistema nacional de educação em regime de colaboração e definir diretrizes, objetivos, metas e estratégias de implementação para assegurar a manutenção e desenvolvimento do ensino em seus diversos níveis, etapas e modalidades por meio de ações integradas dos poderes públicos das diferentes esferas federativas que conduzam a:

- I - erradicação do analfabetismo;
- II - universalização do atendimento escolar;
- III - melhoria da qualidade do ensino;
- IV - formação para o trabalho;
- V - promoção humanística, científica e tecnológica do País;
- VI - estabelecimento de meta de aplicação de recursos públicos em educação como proporção do produto interno bruto.

A BNCC indica “o que” ensinar, através das competências e habilidades, e não “como” ensinar. De fato, (BRASIL, 2017, p. 8)

Na BNCC, **competência** é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho.

Ao longo da Educação Básica, as aprendizagens essenciais definidas na BNCC devem concorrer para assegurar aos estudantes o desenvolvimento de dez **competências gerais**, que consubstanciam, no âmbito pedagógico, os direitos de aprendizagem e desenvolvimento.

Tais competências, listadas abaixo, descrevem o que se espera que os estudantes sejam capazes de fazer no decorrer de sua vivência escolar e social, e não necessariamente em cada etapa da vida escolar (MENEZES, 2019). As competências gerais na BNCC são (BRASIL, 2017, p. 9):

1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.

4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.
6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.
7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.
8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.
9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.
10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

A maneira de materializar as competências obrigatórias contidas na BNCC é “mediante o conjunto de decisões que caracterizam o currículo em ação” (BRASIL, 2017, p. 16), ou seja, desde o planejamento da aula até a execução em sala de aula. “Portanto é prerrogativa de escolas e sistemas escolares formular seus currículos e o modo como eles serão cumpridos” (MENEZES, 2019, p. 11), de acordo com contexto escolar, “e caberá às escolas associadas ao sistema escolar do qual for parte realizar o seguinte conjunto de ações:” (MENEZES, 2019, p. 11)

1. Dar contexto ao currículo, relativamente a seu entorno social e cultural, tornando significativas as temáticas tratadas nos componentes curriculares;
2. Preparar sua equipe pedagógica para dar coerência aos objetivos formativos dos componentes curriculares e para promover sua articulação interdisciplinar;
3. Promover situações que estimulem e propiciem o engajamento e a motivação de estudantes e professores;
4. Desenvolver procedimentos de avaliação formativa que orientem a continuidade do ensino, suprimindo deficiências identificadas;
5. Desenvolver e aplicar recursos didáticos e orientações docentes que subsidiem o ensino e a aprendizagem;

6. Promover formação contínua de professores e demais profissionais e buscar ou desenvolver recursos para isso;
7. Aperfeiçoar continuamente a gestão pedagógica da escola, em permanente intercâmbio com o sistema escolar.

Todas as competências expostas acima são preparadas para uma escola com programa de ensino integral, daí a proposta da BNCC com o compromisso com a educação integral (BRASIL, 2017), ou seja, a (MENEZES, 2019, p. 17)

efetiva formação do estudante, promovida pelas competências acima, a BNCC propõe uma educação integral que articula a formação cognitiva e a formação socioemocional, sem a separação da qualificação intelectual da, por exemplo, promoção da autoestima, do respeito e da responsabilidade social.

No que se refere ao conhecimento matemático “é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais” (BRASIL, 2017). De fato (BRASIL, 2017, p. 265)

A Matemática não se restringe apenas à quantificação de fenômenos determinísticos – contagem, medição de objetos, grandezas – e das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório. A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico. Esses sistemas contêm ideias e objetos que são fundamentais para a compreensão de fenômenos, a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos.

Apesar de a Matemática ser, por excelência, uma ciência hipotético-dedutiva, porque suas demonstrações se apoiam sobre um sistema de axiomas e postulados, é de fundamental importância também considerar o papel heurístico das experimentações na aprendizagem da Matemática.

Quanto aos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º anos), é compreendido que nessa fase escolar há uma centralização no letramento matemático (BRASIL, 2017)

definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição).

O desenvolvimento dessas habilidades está intrinsecamente relacionado a algumas formas de organização da aprendizagem matemática, com base na análise de

situações da vida cotidiana, de outras áreas do conhecimento e da própria Matemática. Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional.

mas sem esquecer o desenvolvimento de competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental (BRASIL, 2017):

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Na BNCC, figura 1, “os objetos de conhecimento e as habilidades definidas para cada ano (ou bloco de anos), cada habilidade é identificada por um código alfanumérico cuja composição é a seguinte:” (BRASIL, 2017, p. 30)

Figura 1: Código alfanumérico das habilidades na prática.

Fonte: BRASIL (2017, p. 30)

Os PCNs são referências que serviram como norteadores da atividade docente, mas sem a obrigatoriedade de execução da transversalidade. Isso mudou com a implantação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), promulgada a partir de 2020 (BRASIL, 2019, p. 14)

Enquanto nos PCNs eles eram recomendações facultativas, nas Diretrizes Curriculares Nacionais (DCNs) sinalizaram a sua obrigatoriedade, conforme as Resoluções CNE/CEB Nº 7/2010 e Nº 12/2012, na BNCC eles passaram a ser considerados como conteúdos essenciais para a Educação Básica, em função de sua contribuição para o desenvolvimento das habilidades vinculadas aos componentes curriculares

Após a promulgação da BNCC “os Temas Transversais passaram a ser chamados também de Contemporâneos” (BRASIL, 2019, p. 12).

A inclusão do termo ‘contemporâneo’ para complementar o ‘transversal’ evidencia o caráter de atualidade desses temas e sua relevância para a Educação Básica, por meio de uma abordagem que integra e agrega permanecendo na condição de não serem exclusivos de uma área do conhecimento, mas de serem abordados por todas elas de forma integrada e complementar.

E a transversalidade ganha um significado amplo, importante e marcante na vida escolar (BRASIL, 2013, p. 29²¹ apud BRASIL, 2019, p. 14)

A transversalidade é entendida como uma forma de organizar o trabalho didático-pedagógico em que temas, eixos temáticos são integrados às disciplinas, às áreas ditas convencionais de forma a estarem presentes em todas elas. A transversalidade difere-se da interdisciplinaridade e complementam-se; ambas rejeitam a concepção de conhecimento que toma a realidade como algo estável, pronto e acabado. A primeira se refere à dimensão didático-pedagógica e a segunda, à abordagem epistemológica dos objetos de conhecimento. A transversalidade orienta para a necessidade de se instituir, na prática educativa, uma analogia entre aprender conhecimentos teoricamente sistematizados (aprender sobre a realidade) e as questões da vida real (aprender na realidade e da realidade). Dentro de uma compreensão interdisciplinar do conhecimento, a transversalidade tem significado, sendo uma proposta didática que possibilita o tratamento dos conhecimentos escolares de forma integrada. Assim, nessa abordagem, a gestão do conhecimento parte do pressuposto de que os sujeitos são agentes da arte de problematizar e interrogar, e buscam procedimentos interdisciplinares capazes de acender a chama do diálogo entre diferentes sujeitos, ciências, saberes e temas.

De acordo com Cordeiro (2019, p. 67) “os Temas Transversais “dos PCNs” foram absorvidos, ampliados, ressignificados e processados em documentos oficiais como as legislações que versam sobre a educação básica, Diretrizes Curriculares Nacionais, as Orientações Curriculares e Projetos Político Pedagógicos (PPP)”.

É necessário destacar que a BNCC garante o conhecimento mínimo que devem estar presentes a todos os estudantes brasileiros em sua vida escolar. **No entanto, não existe lei que impeça que sejam desenvolvidas habilidades além daquelas mínimas.**

Em 2020 as escolas Estaduais de São Paulo (incluído as municipais e particulares) começaram a empregar práticas das escola de ensino integral, nas escolas que não são de tempo integral, inclusive com o aumento de carga horária e três novas disciplinas. Tudo isso está de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) cujo foco é a educação integral onde estão contidos os projetos.

Diferentemente dos PCNs, a BNCC é obrigatória e tem como pontos fortes a igualdade, diversidade e equidade para a constituição da ação escolar para os alunos (BRASIL, 2017). Por meio das competências gerais, a BNCC pretende garantir ao estudante brasileiro ano a

²¹ BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica**. Brasília: MEC, 2013. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/docman/julho-2013-pdf/13677-diretrizes-educacao-basica-2013-pdf/file/>. Acesso em: 21 mar. 2018.

ano, desde a educação infantil até o terceiro ano do ensino médio, aquilo que se espera que os alunos aprendam.

Esta dissertação foi desenvolvida sob a luz dos PCNs, mas não está fora de contexto com a BNCC. De fato, a Modelagem Matemática está em acordo com as competências específicas da matemática para o Ensino Fundamental. O próximo subitem trata de esclarecer modelagem matemática tratada nesta dissertação e os desafios em trabalhar com ela em sala de aula.

2.5 A Modelagem Matemática.

Talvez as pessoas não saibam o significado da palavra “matemática”²², mas compreendem que ela está relacionada a números. Não precisamos ficar limitados aos números, podemos ampliar nossa visão a seu respeito e pensar que podemos analisar fenômenos naturais, com a ideia de criar modelos que representem ou expliquem tais fenômenos, que podem ser difíceis ou impossíveis de serem estudados diretamente.

Segundo Chevallard (2001, p. 50)

Um aspecto essencial da atividade matemática consiste em construir um modelo (matemático) da realidade que queremos estudar, trabalhar com tal modelo e interpretar os resultados obtidos nesse trabalho, para responder as questões inicialmente apresentadas. Grande parte da atividade matemática, pode ser identificada, portanto, com uma atividade de Modelagem Matemática.

Por que não utilizar a modelagem matemática na sala de aula, como estratégia pedagógica para ensino e aprendizagem da Matemática? De acordo com Bassanezi (2002, p. 16):

No setor educacional, a aprendizagem realizada por meio da modelagem facilita a combinação dos aspectos lúdicos da matemática com seu potencial de aplicações. E mais, com este material, o estudante vislumbra alternativas no direcionamento de suas aptidões ou formação acadêmica.

²² Manthano é um verbo grego cujo significado é “aprender”. O substantivo máthēma, por sua vez, é derivado do verbo manthano e significa “o resultado da ação de aprender.” O seu plural, mathemata, significa “o conjunto das coisas aprendidas.” Mathematike, adjetivo derivado do substantivo máthēma, significa “a arte do conjunto das coisas aprendidas.” ou melhor dizendo “a arte ou técnica de explicar, entender, conhecer as coisas ou a natureza” (Nota da Autora).

A Modelagem, de acordo com Klüber e Barak (2007), “[...] enquanto uma prática educativa no contexto da Educação Matemática é relativamente recente em nosso país, cerca de 20 anos.”. São encontrados, na literatura, vários autores com suas definições de modelagem matemática:

Um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real (BIEMBENGUT, 1999, p. 19).

Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual (BASSANEZI, 2002, p. 24).

Modelo Matemático é qualquer representação matemática de situação em estudo.” (BARBOSA; CALDEIRA; ARAÚJO, 2007, p. 161).

Neste trabalho, entende-se Modelagem Matemática como “qualquer representação matemática de situação em estudo.” (BARBOSA; CALDEIRA; ARAÚJO, 2007, p. 161).

A Modelagem Matemática pode ser utilizada como método científico, aplicada por exemplo em Química Teórica, Biomatemática, Física Teórica, Economia entre outras, e como estratégia de ensino e aprendizagem da Matemática. Essa estratégia, de acordo com Almeida, Araújo e Bisognin (2011, p. 27), pode ser trabalhada de forma gradativa com os alunos através de três momentos distintos (Figura 2) que pode ser traduzido ou interpretado como níveis de maturidade do aluno em relação à modelagem. Então, o primeiro momento que Almeida, Araújo e Bisognin descrevem, poderia ser entendido como a primeira fase de uma “brincadeira nova”, ou a infância, quando as regras ainda estão sendo exploradas e o aluno começa a tomar conhecimento de um jogo exposto pelo professor. Vejamos o que Almeida, Araújo e Bisognin (2011, p. 27) nos dizem:

o professor é a figura central do processo porque ele coloca o aluno em contato direto com a situação problema que será trabalhada, juntamente com todas as informações necessárias. A investigação do problema, a dedução, a análise e a utilização de um modelo matemático são acompanhadas pelo professor, de modo que ações como a definição de variáveis e de hipóteses, a simplificação, a transição para a linguagem matemática, obtenção e validação do modelo bem como o seu uso para a análise da situação são, em certa medida, orientadas e avalizadas pelo professor.

O segundo momento descrito por Almeida, Araújo e Bisognin ou a segunda fase “do jogo” pode ser entendido como adolescência, ou seja, o aluno já adquire alguma independência em relação ao professor. Vejamos o que Almeida, Araújo e Bisognin (2011, p. 28) nos dizem:

posteriormente, em um segundo momento, uma situação problema é sugerida pelo professor aos alunos, e estes, divididos em grupos, complementam a coleta de informações para a investigação da situação e realizam a definição de variáveis e a formulação das hipóteses simplificadoras, a obtenção e validação do modelo matemático e seu uso para a análise da situação. O que muda, essencialmente, do primeiro momento para o segundo é a independência do estudante no que se refere à definição de procedimentos extra matemáticos e matemáticos adequados para a realização da investigação.

Por fim o terceiro momento descrito por Almeida, Araújo e Bisognin (2011, p. 28), o aluno já caminha sozinho ou com uma menor intervenção do professor, em comparação com os dois primeiros momentos:

os alunos, distribuídos em grupos, são responsáveis pela condução de uma atividade de modelagem, cabendo a eles a identificação de uma situação- problema, a coleta e a análise dos dados, as transições de linguagem, a identificação de conceitos matemáticos, a obtenção e validação do modelo e seu uso para análise de situação, bem como a comunicação desta investigação para a comunidade escolar.

Figura 2: Diferentes momentos da Modelagem Matemática na sala de aula.

Fonte: Almeida, Araújo e Bisognin (2011)

Em Bassanezi (2009, p. 27-29) encontramos uma sequência de etapas que nos permite organizar e construir um modelo matemático. Tais etapas, segundo Bassanezi (2009, p. 26) são chamadas de “atividades intelectuais da Modelagem Matemática” e, aplicadas a uma situação de pesquisa, estão divididas em:

1. Experimentação – É uma atividade laboratorial em que se processa a obtenção de dados, ou seja, é o momento de se tomar conhecimento do tema realizando um levantamento dos dados da situação pesquisada. Os métodos experimentais quase sempre são ditados pela própria natureza do experimento e objetivo da pesquisa;
2. Abstração – É o procedimento que conduz à formulação dos modelos matemáticos. Nesta fase, procura-se estabelecer: a “seleção das variáveis” (que devem ser claramente definidas), a “problematização” (formulação de problemas com enunciados claros, compreensíveis e operacionais, indicando exatamente o que se pretende resolver), a “formulação de hipóteses” (através de observação de fatos, comparação com outros estudos, dedução lógica, experiência pessoal, observação de casos singulares da própria teoria, analogia de sistemas, etc.) e a “simplificação” (muitas vezes, o modelo dá origem a um problema matemático muito complexo; então é necessário voltar ao problema original e restringir algumas informações a fim de se conseguir um problema mais simples, que possa ser resolvido);
3. Resolução – Nesta etapa obtém-se o modelo matemático, substituindo a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente (equações, fórmulas, gráficos, tabelas, etc). Muitas vezes, o modelo só poderá ser resolvido com a ajuda de métodos computacionais. “A resolução de um modelo é uma atividade própria do matemático, podendo ser completamente desvinculada da realidade modelada” (BASSANEZI, 2009, p. 30);
4. Validação - É o processo de aceitação ou não do modelo proposto. As hipóteses e os modelos devem ser testados, comparando suas soluções e previsões com os valores obtidos no sistema real. “O grau de aproximação desejado destas previsões será o fator preponderante para sua validação” (BASSANEZI, 2009, p. 30). A interpretação dos resultados pode ser feita com o auxílio de gráficos para facilitar as avaliações e sugerir aperfeiçoamentos dos modelos;
5. Modificação - Alguns fatores ligados ao problema original podem rejeitar ou aceitar os modelos matemáticos. A modificação ocorre quando na verificação dos dados não se obtém resultados satisfatórios. O aprofundamento da pesquisa implica na sua reformulação. “Nenhum modelo deve ser considerado definitivo, podendo sempre ser melhorado” (BASSANEZI, 2009, p. 31).

A reformulação de modelos é uma das partes fundamentais do processo de modelagem e isto pode ser evidenciado se considerarmos que:

1. Os fatos conduzem constantemente a novas situações;
2. Qualquer teoria é passível de modificações;
3. As observações são acumuladas gradualmente de modo que novos fatos suscitam novos questionamentos;
4. A própria evolução da Matemática fornece novas ferramentas para traduzir a realidade (Teoria do Caos, Teoria Fuzzy, etc.), (BASSANEZI, 2009, p. 31).

No processo de ensino e aprendizagem, esses procedimentos podem colaborar para a implementação da Modelagem Matemática como método de ensino, oferecendo ao professor um direcionamento das atividades em sala de aula.

Nesse sentido, o uso da Modelagem Matemática em sala de aula inicialmente incentivada pelo professor tem por objetivos, de acordo com Biembengut e Hein (2009, p. 18-19):

Aproximar outras áreas do conhecimento da Matemática;

1. Enfatizar a importância da Matemática para a formação do aluno;
2. Despertar o interesse pela Matemática ante a sua aplicabilidade;
3. Melhorar a apreensão dos conceitos matemáticos;
4. Desenvolver a habilidade para resolver problemas;
5. Estimular a criatividade.

Foram apresentados o que é Modelagem Matemática e sugestão de esquema de aplicação em sala de aula. No entanto, pesquisadores como Bassanezi (2002) Franchi (1993), Tavares (2000) e Barbosa, Caldeira e Araújo (2007) relatam as dificuldades, ou melhor dizendo obstáculos, encontradas no uso da Modelagem Matemática em sala de aula. Esses obstáculos são caracterizados em três tipos: instrucionais, para os estudantes e para os professores.

2.5.1 Obstáculos instrucionais.

De acordo com Bassanezi (2002, p. 43)

A maior dificuldade que notamos para a adoção do processo de modelagem, pela maioria dos professores de matemática é a transposição da barreira naturalmente criada pelo ensino tradicional onde o objeto de estudo apresenta-se quase sempre bem delineado, obedecendo a uma sequência de pré-requisitos e que vislumbra um horizonte claro de chegada...o cumprimento do programa da disciplina.

Observo, como profissional da educação, que no Estado de São Paulo as escolas estaduais estão engessadas em um currículo que precisa ser cumprido devido às avaliações bimestrais, ou seja, as Avaliações de Aprendizagem em Processo que medem o que o aluno supostamente aprendeu durante os bimestres, conforme o currículo oficial que contempla as competências cognitivas e habilidades contidas nas Matrizes de referência para a avaliação SARESP – ou Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo - (SÃO PAULO, 2009, p. 13-14) e que precisam ser desenvolvidas no caminhar da vida escolar. Ao final do ano letivo, em princípio nos 3º, 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental II e 3º ano do Ensino Médio, existe uma atenção para a preparação dos alunos voltado para a realização do SARESP.

Ainda de acordo com as Matrizes de referência (SÃO PAULO, 2009, p. 13-14) são definidas o que são as competências e habilidades mencionadas acima:

Competências cognitivas são modalidades estruturais da inteligência. Modalidades, pois expressam o que é necessário para compreender e resolver um problema. Ou seja, valem por aquilo que integram, articulam ou configuram como resposta a uma pergunta. Ao mesmo tempo, são modalidades porque representam diferentes formas ou caminhos de se conhecer. Um mesmo problema pode ser resolvido de diversos modos. As habilidades possibilitam inferir, pela escala de proficiência adotada, o nível em que os alunos dominam as competências cognitivas, avaliadas relativamente aos conteúdos das disciplinas e em cada série ou ano escolares. Os conteúdos e as competências (forma de raciocinar e tomar decisões) correspondem, assim, as diferentes habilidades a serem consideradas nas respostas às diferentes questões ou tarefas das provas.

Tais competências e habilidades são mensuradas conforme uma classificação de acordo com a escala de proficiência (SÃO PAULO, 2017). Abaixo na Tabela 1 vemos essas classificações com as respectivas descrições:

Tabela 1: Classificação e Descrição dos Níveis de Proficiência do SARESP.

CLASSIFICAÇÃO	NÍVEIS DE PROFICIÊNCIA	DESCRIÇÃO
---------------	------------------------	-----------

INSUFICIENTE	ABAIXO DO BÁSICO	Os alunos neste nível demonstram domínio insuficiente dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para a série/ano escolar em que se encontram
SUFICIENTE	BÁSICO	Os alunos neste nível demonstram domínio mínimo dos conteúdos, competências e habilidades, mas possuem as estruturas necessárias para interagir com a proposta curricular na série/ano subsequente.
	ADEQUADO	Os alunos neste nível demonstram domínio pleno dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para a série/ano escolar em que se encontram.
AVANÇADO	AVANÇADO	Os alunos neste nível demonstram conhecimentos e domínio.

Fonte: São Paulo (2009)

De forma semelhante ocorre nas escolas do município de São Carlos e acontecerá com o Brasil uma vez que a Base Nacional Comum Curricular foi implantada em 2020. Outra preocupação para os que querem abordar Modelagem Matemática no ensino é o tempo gasto para trabalhar Modelagem e a extensão curricular que precisa ser cumprido no curso. Conforme Forner e Honorato (2016) após a implantação do “ Currículo Oficial do Estado de São Paulo”, em 2008, foram desenvolvidos materiais didáticos, denominados Caderno do Professor e o Caderno do Aluno, que devem ser utilizados como base no desenvolvimento das competências e habilidades que o Estado julga importante para seu aluno. Mas o que diferencia o material didático oficial do Estado de São Paulo e os livros didáticos? De acordo com Forner e Honorato (2016, p. 3),

O que distingue esse material do livro didático, por exemplo, é o caráter de documento obrigatório a ser seguido por todos os professores. Essa obrigação não se manifesta através de decretos, portarias ou qualquer outro instrumento normativo, mas por meio de uma cobrança velada que está atrelada a resultados em avaliações

que, conseqüentemente, reflete no pagamento de bonificações em dinheiro aos professores que alcançam bons resultados.

Segundo Ciamp et al.²³ (2009, p. 378 apud FORNER; HONORATO, 2016 p. 3) afirma que o material didático oficial do Estado de São Paulo

Trata-se de um receituário que amarra o professor e engessa qualquer iniciativa criativa no interior das escolas, já que não é uma proposta opcional, como o documento eventualmente parece sugerir, mas obrigatória, uma vez que está diretamente vinculada ao desenvolvimento de habilidades para obtenção de melhores resultados no Saresp. Resultados pelos quais os professores serão seguramente responsabilizados, caso a proposta malogre.

“Bom professor” é aquele que prepara seu aluno para o SARESP, seguindo o material da forma como é posto pelo Estado, e garantindo bonificação para todos os professores de uma determinada escola e sua respectiva Diretoria de Ensino.

2.5.2 Obstáculos para os professores.

Em geral, sua formação acadêmica não é transversal e sua atividade profissional é “limitada” a sua área de atuação, o que propicia o surgimento de dificuldades em lidar com situações extramatemáticas. D’Ambrósio (2002) considera que a formação de professores deve focalizar uma Matemática integrada no pensamento e no mundo moderno e não ser um elenco de conteúdos considerados desinteressantes, obsoletos e inúteis.

Ceolim e Caldeira (2017) dizem que estas dificuldades estão associadas a quatro categorias sendo elas a insegurança dos professores a Modelagem em suas aulas, formação inicial insuficiente dos professores, dificuldades com a postura tradicional e conservadora do sistema escolar e dificuldades em envolver os estudantes num ambiente de Modelagem. De acordo com Ceolim e Caldeira (2017, p.766)

Essas categorias evidenciaram que a Modelagem está chegando pouco e de forma tímida à sala de aula da Educação Básica. Isso decorre também de vários fatores específicos ou mais gerais, como o fato de a prática de Modelagem (i) exigir conhecimento além da Matemática; (ii) abordar problemas da realidade em que os estudantes estão inseridos, sendo, muitas vezes, problemas não matemáticos; (iii) envolver práticas pedagógicas interdisciplinares; (iv) também a formação inicial dos

²³ CIAMPI, H. et al. O currículo bandeirante: a proposta curricular de história no Estado de São Paulo, 2008. *Revista Brasileira de História*, São Paulo, v. 29. n. 58, p. 361-382, 2009.

professores não ter sido suficiente para sustentar o desenvolvimento de atividades de Modelagem na Educação Básica, ressaltando que a disciplina de Modelagem desenvolvida na graduação, na maioria das vezes, não faz relação com as práticas de ensino praticadas na Educação Básica; e (v) contrariar o sistema escolar vigente, que apresenta uma estrutura fechada, tanto do espaço físico como do pedagógico, resistindo assim aos novos recursos pedagógicos, pois se trata de um sistema de ensino alicerçado por práticas tradicionais, em que o ensino acontece, na maioria das vezes, entre quatro paredes, com estudantes enfileirados, e com abordagem linear de conteúdos, seguindo a sequência inscrita no livro didático adotado pela escola.

Além disso, segundo Ceolim e Caldeira (2017) apontam fragilidades para o desenvolvimento da Modelagem Matemática e que tais fragilidades estão associadas a três fatores que são o fator pessoal-emocional, o fator da competência profissional e o fator institucional — que são fatores que estão ligados diretamente com a exigência de mudanças nas tradicionais práticas pedagógicas.

Na primeira categoria, a da *Insegurança dos professores em utilizar a Modelagem em suas aulas*, fica evidenciado o fator pessoal-emocional. Os professores explicitaram que, para desenvolverem atividades de Modelagem em suas aulas da Educação Básica, há necessidade de mudanças em sua prática pedagógica. Tais mudanças precisam ser implementadas devido a uma característica própria da Modelagem, que é lidar com situações da realidade em que os estudantes estão inseridos e, nesse sentido, podem ser abordadas situações inusitadas.

Na segunda categoria, a da formação inicial insuficiente dos professores, os egressos informam que, possivelmente, não foram devidamente preparados como docentes e que a disciplina de Modelagem Matemática desenvolvida na graduação não proporcionou, de forma significativa, a relação dela com a sala de aula da Educação Básica.

Por fim o fator institucional que, de acordo com Ceolim e Caldeira (2017, p. 767), “o sistema escolar constituído pode ser um forte fator de resistência a novas práticas pedagógicas, pois, geralmente, a implantação de novas práticas de ensino se confronta com o sistema educacional vigente.”. Além das dificuldades citadas, não podemos esquecer a dificuldade em avaliar a atividade de Modelagem Matemática pelos professores. Franchi (1993) relata a dificuldade na avaliação porque é necessário atribuir nota individual, porém, nas atividades de modelagem, os trabalhos são realizados em grupos. Para Biembengut e Hein (2000), a avaliação pode ser em dois aspectos. O primeiro aspecto é subjetivo que se refere a participação, interesse, cumprimento das atividades, criatividade, capacidade em trabalhar em grupo e o desenvolvimento dos trabalhos dos alunos. O segundo aspecto é objetivo, com realização de provas, exercícios e trabalhos.

2.5.3 Obstáculos para os estudantes.

Silva e Guirado (2014, p. 2) nos chamam a atenção que

uma das preocupações da educação brasileira é a formação integral do indivíduo, pois se acredita que só assim será possível o cidadão galgar os degraus superiores na sociedade. A Matemática é integrante na base de formação educacional do indivíduo, caracteriza-se como um campo de saber essencial, ainda mais atualmente, em que a tecnologia é dominante, possibilitando o conhecimento em diversas atividades do cotidiano.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1999, p. 40) é idealizada uma realidade com que estamos, constantemente, procurando.

Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais.

No entanto, vivenciamos uma realidade diferente do que era pretendida. De fato, é entendido que, de acordo com Silva e Guirado (2014, p. 3)

o caos no ensino da Matemática é proveniente de uma Matemática que foi ensinada de maneira tradicional e teórica, distante da realidade dos nossos alunos. A maioria dos alunos não gosta da Matemática ou tem alguma dificuldade para aprendê-la. Muitos não gostam porque não aprendem e/ou não aprendem porque não gostam. Seja qual for o motivo, os alunos quase sempre atribuem suas dificuldades a fatores externos e, muitas vezes, não têm consciência de que fazem parte desse processo e cabe a eles, juntamente com os professores, buscarem soluções para tais problemas.

Um dos problemas vivenciados pelos professores está relacionado ao significado do aprendizado em sala de aula e como ele ocorre se de forma mecânica ou significativa. Em outras palavras, de acordo com Silva e Guirado (2014, p. 4) a

forma como está posto o ensino, os educandos, a partir das exigências impostas pelo sistema, realizam atividades matemáticas (exercícios, testes, provas), porém, não se sabe se a aprendizagem está resultando numa aprendizagem com real significado, ou se apenas está havendo uma memorização ocasional dos assuntos para o cumprimento das atividades solicitadas.

“Muitas vezes, os alunos não conseguem adquirir as habilidades necessárias, seja para elaborar um gráfico a partir de alguns dados” (POZO; CRESPO, 2009, p. 16) ou realizar uma operação básica de divisão.

Tavares (2000) identifica algumas dificuldades como “Compreensão do contexto das situações problemas identificadas” que é a compreensão do enunciado. O que é observado são textos que não exigem esforço intelectual para interpretá-los. Os dados são explícitos, inclusive, em relação ao método matemático que deve ser utilizado na resolução. A falta de habilidade em analisar e interpretar textos dificulta a exploração exigidas nas atividades de Modelagem uma vez que os dados se apresentam em um contexto que necessita ser explorado para serem identificados; enfim, os conceitos e métodos matemáticos não são identificáveis em uma primeira leitura.

A dificuldade de observação de condições ou dados importantes referidos no enunciado podem passar despercebidos pelos alunos porque, em geral, os alunos procuram apenas pelos dados numéricos. Mesmo após algumas leituras alguns dados não são percebidos pelos alunos.

Quanto às dificuldades de identificação dos aspectos essenciais de uma situação e sua tradução em termos matemáticos os discentes apresentam dificuldades em identificar na situação real, ou na situação problema, os conceitos matemáticos envolvidos e não fazem a tradução para expressões matemáticas. Em geral, a deficiência no domínio de conceitos matemáticos implica em dificuldades para identificar os conceitos matemáticos a serem utilizados na situação, o que muitas vezes impede a construção dos modelos matemáticos.

E mais, de acordo com Pozo e Crespo (2009, p. 16)

outras vezes o problema é que eles sabem fazer as coisas, mas não entendem o que estão fazendo e, portanto, não conseguem explica-las nem aplica-las em novas situações. Esse é um déficit muito comum. Mesmo quando os professores acreditam que seus alunos aprenderam algo – e de fato comprovam esse aprendizado por meio de uma avaliação –, o que foi aprendido se dilui ou se torna difuso rapidamente quando se trata de aplicar esse conhecimento a um problema ou situação nova, ou assim que se pede ao aluno uma explicação sobre o que ele está fazendo. Essas dificuldades tornam-se evidente principalmente na resolução de problemas, que os alunos tendem a enfrentar de um modo repetitivo, como simples exercícios rotineiros, em vez de encará-los como tarefas abertas que exigem reflexão e tomada de decisão o que limita sua utilidade ou aplicabilidade por parte dos alunos, mas também seu interesse ou relevância.

Além dessa falta de interesse, em geral, de acordo com Pozo e Crespo (2009, p. 18)

os alunos tendem a assumir posições passivas, esperando respostas em vez de dá-las, e muito menos são capazes de fazer eles mesmos as perguntas; também tendem a conceber os experimentos como “demonstrações” e não como pesquisa; a assumir que o trabalho intelectual é uma atividade individual e não de cooperação e busca conjunta.

Além disso, o aluno é levado a considerar que a Matemática está afastada de repercussões sociais. Do exposto, temos um indicativo dos sentimentos encontrados em sala de aula no que se refere às atitudes dos alunos que são, em geral, um elemento incômodo e agressivo para o trabalho dos docentes.

“De fato, a deterioração do clima educacional nas salas de aula e nas escolas e o desajuste crescente entre as metas dos professores e as dos alunos são alguns dos sintomas mais presentes e inquietantes” (POZO; CRESPO, 2009, p. 19) encontrados na educação contemporânea. Um dos problemas observados é que o desajuste entre o que é ensinado, com seus formatos, conteúdos e metas, e os alunos é cada vez maior, refletindo uma crise na cultura educacional que requer adotar não apenas novos métodos, mas novas metas que nos vincule ao Construtivismo (POZO; CRESPO, 2009)²⁴.

De acordo com Pozo e Crespo (2009, p. 40)

Para muitos professores dos anos finais do Ensino Fundamental a falta de interesse é um desafio que deve ser superado. Os alunos não estão interessados, não querem se esforçar nem estudar e, como consequência, dado que aprender Matemática é um trabalho intelectual complexo e exigente, fracassam. Não há dúvida de que esse é um diagnóstico certo, uma vez que a motivação é um dos problemas mais graves do aprendizado em quase todas as áreas, não só em Matemática.

Durante a vida escolar, devido ao próprio desenvolvimento pessoal, os alunos começam a fixar suas próprias metas, a estabelecer suas preferências e a adotar atitudes dentro da sala de aula, que nem sempre favorecem o aprendizado (POZO; CRESPO, 2009). Sabe-se que o

²⁴ De acordo com Valadares (2011, p.54 apud Novak, 2000, p.17) “ “Em contraste com a noção de construtivismo radical e social, o construtivismo humano toma uma posição moderada sobre a natureza da ciência. Por um lado, acha as opiniões dos “positivistas-lógicos” clássicos intelectualmente indefensáveis; por outro acha que muitos construtivistas criaram um mundo mental relativista que acaba por se destruir a si próprio. Prefere, em vez disso, uma visão da ciência que reconheça um mundo externo cognoscível, mas cujo conhecimento depende em grande parte de uma luta intelectualmente exigente para construir heurísticamente explicações fortes, através de largos períodos de interação com os objetos, factos e outros indivíduos. Na sua forma mais simples acredita que os seres humanos são criadores de significados, que o objetivo da educação é construir significados partilhados e que este objetivo pode ser facilitado através da intervenção ativa de professores bem preparados”. (Nota da autora)

aprendizado requer continuidade, prática, esforço e determinação. É necessário ter razões para se esforçar, é necessário mobilizar-se para o aprendizado (POZO; CRESPO, 2009).

A análise que é feita para interpretar as dificuldades de aprendizado dos alunos cai em seus próprios ombros que, em geral, não têm interesse pelo conhecimento, pelo esforço intelectual ou pela educação em geral, à qual dão pouco ou nenhum valor. Mesmo sendo válido em alguns casos, não esporádicos, a análise da falta de motivação por parte dos alunos deve ser feita de forma mais abrangente devido à própria complexidade da situação. Dito isso, podemos ampliar nosso espectro de análise e evidenciar que, “os alunos não aprendem porque não estão motivados e, por sua vez, não estão motivados porque não aprendem” (POZO; CRESPO, 2009, p. 40). A consequência direta é que a motivação não é uma responsabilidade exclusiva deles, mas também um resultado da educação que recebem e de como é ensinado (POZO; CRESPO, 2009).

Se a motivação em aprender Matemática for extrínseca, ou seja, a motivação é externa ao conhecimento de Matemática, o aluno se esforça não pela Matemática em si, mas por objetivos pessoais fora do contexto. Neste caso, a compreensão e o sentido do que está sendo estudado não importa desde que o objetivo seja atingido. (POZO; CRESPO, 2009). Dessa forma, vemos que a mobilização por motivos extrínsecos requer um eficiente mecanismo de recompensas e castigos, alheio àquilo que se aprende.

Assim trabalhavam as clássicas teorias behavioristas de aprendizagem, que resolviam o problema da motivação de seus aprendizes, fossem eles ratos ou pombos, através da privação de necessidade básica. Assim eles teriam motivos para realizar tarefas em troca das suas necessidades. Mas é claro que os prêmios e castigos que mobilizam os alunos são mais sutis e complexos, uma vez que eles não respondem a uma necessidade primária, mas a um desejo socialmente definido.

O primeiro problema da motivação extrínseca é que se não há recompensa então não há motivos para aprender Matemática. Um segundo problema com o uso de sistemas motivacionais extrínsecos consiste em encontrar prêmios e castigos que funcionem (POZO; CRESPO, 2009).

Em outras épocas o sistema educacional motivava seu aluno através da administração cuidadosa da aprovação e da reprovação. No entanto, hoje em dia, a reprovação para muitos é indiferente, o que interrompe o processo de funcionamento da motivação extrínseca e, como consequência, “vemos o desajuste crescente entre escola e as necessidades sociais de

formação da nova sociedade, alguns alunos valorizam cada vez menos o sucesso ou o fracasso escolar como algo que mereça algum esforço.” (POZO; CRESPO, 2009, p. 41)

Quando a motivação é intrínseca, ou seja, a força motriz que impulsiona o aluno é o desejo de aprender, seus efeitos são duradouros. Ela surge quando o que leva o aluno a esforçar-se é compreender o que se estuda, dar-lhe significado. Neste caso, ele vai dedicar mais esforço a aprender do que a ser aprovado. De acordo com Pozo e Crespo (2009, p. 43)

Esse é o tipo de motivação que predomina em contextos de instrução, em que há menos pressão social para aprender (jogar tênis, dançar samba) e, portanto, cada um pode desenvolver mais seus próprios gostos e preferências. Aprender para obter a satisfação pessoal de compreender ou dominar alguma coisa significa que a meta ou o que mobiliza para a aprendizagem é, justamente, aprender, e não obter alguma coisa “em troca da” aprendizagem.

A motivação intrínseca para funcionar pressupõe, como pré-requisito Pozo e Crespo (2009, p. 43),

que o aluno sinta uma ampla margem de autonomia em seu aprendizado e na definição de suas metas, e que sinta que faz parte de uma comunidade de aprendizagem, na qual outras pessoas compartilham e interiorizam os mesmos valores. Por isso, é pouco frequente que essa motivação intrínseca ocorra durante os anos finais do Ensino Fundamental, a não ser que se faça uma intervenção instrutiva adequada e que seja orientada com o interesse dos alunos, ou seja, no ensino pode-se tomar como ponto de partida os interesses dos alunos, buscar conexões com seu mundo cotidiano.

Pozo e Crespo (2009, p. 44) dizem que

a motivação deve estar baseada na identificação de centros de interesse, no trabalho cooperativo, na autonomia e na participação ativa dos alunos, envolvendo mudanças substanciais na própria organização das atividades escolares, mostrando que a motivação não é algo que está ou não está no aluno, mas que é resultado da interação social na sala de aula.

Dentro desse contexto é interessante aumentar a expectativa de êxito dos alunos nas tarefas. Se, apesar de se esforçar, o aluno tem a perspectiva de que o que ele está fazendo não vai dar em nada, dificilmente ele vai se esforçar. Até porque o aluno se sente motivado quando recebe uma avaliação positiva do professor (POZO; CRESPO, 2009). As atividades podem estar adequadas às capacidades e motivações dos alunos. Essa é outra forma de motivar o aluno de uma forma mais simples e direta. A respeito disso, Pozo e Crespo (2009, p. 45) dizem que

Podemos fazer uma analogia quando dizemos que por mais ajuda que receba e por mais que valorize o êxito na tarefa, é pouco provável que o leitor se sinta motivado em quebrar o recorde mundial de alguma maratona. Mas talvez sinta motivado a participar de uma corrida mais popular. Mas adequar as tarefas às capacidades e aos conhecimentos prévios dos alunos requer saber quais as limitações nessas capacidades e conhecimentos, o que pode ser outra causa das dificuldades de aprendizagem dos alunos.

De tudo o que foi exposto acima sobre motivação, Nunes (2014, p. 34) ressalta “que o desejo de conhecimento como um fim em si próprio é o mais importante na Aprendizagem Significativa, a motivação intrínseca é, pelo menos potencialmente, o mais importante tipo de motivação para aprendizagem em sala de aula.”

Quando são propostos projetos, estamos trabalhando para motivação intrínseca, que contém significado para o aluno através da materialização dos conceitos matemáticos aprendidos em sala de aula. Os próximos subitens irão tratar das Modelagens Matemáticas trabalhadas nessa dissertação.

2.5.4 Medindo a quantidade de chuva.

Todos os dias as pessoas são informadas das condições do tempo, seja pela tv, rádio, jornais ou Internet. Uma combinação de fatores faz parte das informações e previsões. Entre elas, a pressão atmosférica, a temperatura, a umidade e a precipitação, ou seja, a quantidade de chuva em um determinado período. Medir a quantidade de chuva é muito importante pois essa informação auxilia na tomada de decisões referentes à agricultura e principalmente em medidas de emergência que podem evitar tragédias envolvendo deslizamentos e enchentes.

É interessante que seja perguntado aos alunos sobre a importância de medir a quantidade de chuva. Dependendo da intensidade da chuva (em São Carlos 69 mm de chuva, durante meia hora, causaram danos importantes na cidade) as pessoas podem ficar em alerta. Depois disso podemos fazer a discussão sobre o impacto ambiental que o desenvolvimento urbano causa na medida em que impermeabilizamos o solo e canalizamos rios.

Após discussão pode-se propor a atividade de construir um equipamento para medir a quantidade de chuva.

Na turma em que se pretende aplicar o experimento, a saber 6^{os} anos B e D do Ensino Fundamental II, do pluviômetro é muito importante o manuseio de sólidos geométricos. A geometria é um conteúdo com o qual, em geral, os alunos possuem dificuldades de

compreensão. Na Matemática, é de fundamental importância o uso de metodologias diversificadas para a melhor familiarização e aprimoramento do conhecimento geométrico. Assim, a utilização dos sólidos geométricos precisa ser significativa e é importante que os alunos tenham material manipulável. De acordo com o Currículo de Matemática do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2011, p. 40)

Em geometria, no Ensino Fundamental, a preocupação inicial e o reconhecimento, a representação e a classificação das formas planas e espaciais, preferencialmente trabalhadas em contextos concretos com os alunos de 5ª série/6º – ano e 6ª série/ 7º ano.

E ainda, conforme o currículo de Matemática (SÃO PAULO, 2011, p. 39)

A geometria diz respeito diretamente a percepção de formas e de relações entre elementos de figuras planas e espaciais; a construção e a representação de formas geométricas, existentes ou imaginadas, e a elaboração de concepções de espaço que sirvam de suporte para a compreensão do mundo físico que nos cerca.

Essa atividade oferece a possibilidade dos alunos trabalharem com a Matemática envolvida na medição da quantidade de chuva. Os alunos construíram seu próprio pluviômetro e realizaram medições e cálculos para chegar à medida correta da quantidade de chuva na região.

Como medir a quantidade de chuva? O que significa dizer que a previsão de chuva de um determinado mês em uma determinada cidade deve ser de cerca de 200 mm (milímetros)?

A quantidade de chuva é medida com relação ao metro quadrado. Assim possivelmente teremos 200 mm de altura de água em um quadrado de um metro quadrado. Quanto isso representa em litros? Nesse momento, pode ser necessária uma revisão do trabalho de transformação de unidades de medida. O exemplo abaixo pode ser apresentado aos alunos para auxiliar no entendimento dos cálculos envolvidos na atividade.

Convertendo a altura para metros temos $200\text{ mm} = 0,2\text{ metros}$.

$$\text{Volume} = \text{área da base} \times \text{altura} \quad (1)$$

Assim, temos:

$$\text{Volume} = 1\text{ m}^2 \times 0,2\text{ m} = 0,2\text{ m}^3 \text{ (metros cúbicos).}$$

Se 1 metro cúbico = 1000 litros então o volume = $0,2 \times 1000 = 200$ litros.

Isto significa que para cada metro quadrado da cidade, houve uma precipitação total de 200 litros de água ao longo de todo o mês.

Ou ainda, podemos fazer uma demonstração Matemática para constatar que 1 mm de chuva é o mesmo que 1 litro por metro quadrado. Observe:

$$\frac{1L}{m^2} = \frac{10^{-3}m^3}{m^2} = 10^{-3}m = 1 \text{ mm}$$

2.5.5 Introdução ao Método de Monte Carlo.

O que é o método de Monte Carlo? De acordo com o site Wikipedia (2018),

Designa-se por método de Monte Carlo qualquer método de uma classe de métodos estatísticos que se baseiam em amostragens aleatórias massivas para obter resultados numéricos, isto é, repetindo sucessivas simulações um elevado número de vezes, para calcular probabilidades heurísticamente²⁵, tal como se, de fato, se registrassem os resultados reais em jogos de cassino (daí o nome). Este tipo de método é utilizado em simulações estocásticas²⁶ com diversas aplicações em áreas como a Física, Matemática e Biologia. O método de Monte Carlo tem sido utilizado há bastante tempo como forma de obter aproximações numéricas de funções complexas em que não é viável, ou é mesmo impossível, obter uma solução analítica ou, pelo menos, determinística.

Segundo Pillana²⁷ (2002 apud ANGELOTTI et al., 2008, p. 433) o método de Monte Carlo tem esta denominação devido ao carácter aleatório proveniente dos jogos de roleta de Monte Carlo no Principado de Mônaco. Angelotti et al. (2008, p. 433) explica que

a denominação “método de Monte Carlo” tornou-se uma expressão geral associada ao uso de números aleatórios e estatística de probabilidade. Para que uma simulação de Monte Carlo esteja presente em um estudo basta que este faça uso de números aleatórios na verificação de algum problema.

²⁵ De acordo com Gigerenzer e Gaissmaier (2011) heurísticas são processos cognitivos empregados em decisões não racionais, sendo definidas como estratégias que ignoram parte da informação com o objetivo de tornar a escolha mais fácil e rápida (Nota da Autora)

²⁶ Um processo estocástico é aquele que evolui ao longo do tempo de forma aleatória e imprevisível (Nota da Autora).

²⁷ PLLANA, S. **History of Monte Carlo method**. [S. l.: s. n.], 2002. Disponível em: <http://www.geocities.com/CollegePark/Quad/2435/>. Acesso em: 18 mar. 2007.

Para exemplificar o Método de Monte Carlo ou um procedimento de Monte Carlo, podemos estimar a área de uma elipse contida em um quadrado de aresta a (Figura 3a) e a^2 .

Distribui-se aleatória e homogeneamente um conjunto arbitrário de N pontos dentro da área do quadrado (Figura 3b). Contamos quantos pontos estão dentro da área de interesse, ou seja, da elipse (nd). A probabilidade de que um determinado ponto tenha caído dentro da área da elipse é $\frac{nd}{N}$. A área da elipse será determinada como sendo a probabilidade de encontrarmos N pontos dentro da elipse multiplicados pela área do quadrado, ou seja, $\text{Área}(\text{elipse}) = a^2 \cdot \frac{nd}{N}$. Dentro deste contexto, quanto maior o número de pontos distribuídos homogeneamente dentro do quadrado mais próximo do valor exato da área da elipse.

Figura 3: (a) Elipse em um quadrado de aresta a e (b) distribuição de pontos aleatórios na superfície do quadrado.

Fonte: Angelotti et al. (2008)

De acordo com Universidade Estadual de Campinas (2007),

O cálculo da área dos objetos desta atividade poderia ser feito de várias outras maneiras. O principal objetivo do experimento não é a obtenção da área e sim a percepção de como podemos responder perguntas de cálculo utilizando ferramentas probabilísticas.

2.5.6 Coeficiente de permeabilidade.

De acordo com o site 44 arquitetura²⁸ “nossas cidades crescem, em geral, às margens de rios e córregos, em encostas e vales. E essa situação, acrescentada ao clima brasileiro quente e úmido, faz com que um dos maiores problemas urbanos sejam as enchentes.” E acrescenta que

²⁸ Disponível em: <http://44arquitetura.com.br/2018/03/taxa-de-permeabilidade-calculer/>

A partir de meados da década de 1960, com a explosão demográfica urbana, o asfalto tomou conta de praticamente todas as ruas. As águas pluviais ficaram a mercê de escoarem pelas galerias subterrâneas (quando elas existem ou quando os bueiros não estão com impedimento). Além disso, os proprietários de residências criaram o hábito de “concretarem” todo o quintal. Mais uma vez, empecilhos para o escoamento natural da água das chuvas. O resultado de tudo isso? Enchentes e alagamentos como um problema crônico e de difícil solução.

Daí a importância de se respeitar o plano diretor da cidade que determina o coeficiente de permeabilidade mínimo, ou seja, o terreno precisa de uma área para absorver água da chuva de forma natural e jogá-la no lençol freático.

Podemos observar na Figura 4 uma situação corriqueira na cidade de São Carlos que são as enchentes, ou seja, uma cidade impermeável implica em uma cidade alagada.

Figura 4: Ilustração da permeabilidade urbana.

Fonte: EQUIPE ARQUIDICAS (2017)

A Lei nº 18053, de 19 de dezembro de 2016, transcrita a seguir (não totalmente mas só aquilo que é de interesse nesta dissertação) abaixo estabelece a porcentagem mínima do coeficiente de permeabilidade e ilustrada na figura 8.

Art.153 - O Coeficiente de Permeabilidade (CP) é entendido como a relação existente entre a área permeável e a área do terreno de um lote, e corresponde, em cada zona do Município, aos seguintes percentuais²⁹:

- I-No Eixo Estruturante: mínimo de 15% (quinze por cento);
- II-Na Zona 1 - Ocupação Consolidada: mínimo de 15% (quinze por cento);
- III-Na Zona 2 - Ocupação Induzida: mínimo de 15% (quinze por cento);
- IV-Na Zona 3 - Ocupação Condicionada: mínimo de 15% (quinze por cento);

²⁹ O inciso V não se aplica a área urbana. (Nota da Autora)

VI-Na Zona 5A - Proteção e Ocupação Controlada SUC Monjolinho-Espraiado: mínimo de 20% (vinte por cento). (SÃO CARLOS, 2016)

Como calcular o coeficiente de permeabilidade (2)? Observe que é uma fração cujo numerador é a área permeável do terreno e o denominador é a área do terreno (Figura 6)

$$\text{Coeficiente de Permeabilidade} = \frac{a.b}{c.d} \times 100 \% (2)$$

Figura 5: Zoneamento na área urbana de São Carlos-SP.

Fonte: Prefeitura Municipal de São Carlos (2005)

Figura 6: Representação esquemática de um terreno com as medidas da área permeável e a área do terreno.

Fonte: Arquivo da autora.

O Método de Monte Carlo para estimar o tamanho de uma área é um experimento disponíveis no portal da coleção M³ Matemática Multimídia desenvolvidos pela Universidade Estadual de Campinas (2007) e, segundo a Universidade “Os experimentos estão sob uma licença *Creative Commons*³⁰ segundo a qual onde é permitido copiar, distribuir, exibir, executar a obra e criar obras derivadas, mas não é permitido o uso comercial ou o relicenciamento sobre uma licença mais restritiva.” O experimento “Quantidade de chuva” está disponível no Portal do Professor do MEC (BRASIL, 2009) e o experimento impermeabilização do solo é baseado na Lei Municipal nº 18053, de 19 de dezembro de 2016, artigo 13 que define o coeficiente de permeabilidade em 15%.

Depois da descrição teórica dos experimentos tratados nesse trabalho, o próximo subitem trata da Aprendizagem Significativa de Ausubel e avaliação na aprendizagem significativa.

2.6 A aprendizagem significativa e a avaliação na aprendizagem significativa.

As teorias cognitivistas enfatizam o processo de adquirir o conhecimento e a sua relação significativa com a realidade. De acordo com Borssoi e Almeida (2004, p. 96) “A teoria da Aprendizagem Significativa corresponde a uma proposta psicoeducativa, em uma perspectiva cognitivista, formulada por David Ausubel na década de 60.” Ausubel é um autor

³⁰ Mais informações a respeito das licenças *Creative Commons* pesquisar em <https://br.creativecommons.org/> (Nota da Autora).

construtivista e o conceito central da sua teoria é o de aprendizagem significativa. Ausubel³¹ (1980 apud BORSSOI; ALMEIDA, 2004, p. 96) entende

a aprendizagem significativa como um processo de modificação do conhecimento e, para tanto, reconhece a importância dos processos cognitivos dos alunos, que ocorrem em uma interação entre as informações novas e a estrutura cognitiva de cada um.

No processo de aprendizagem significativa, o novo conhecimento “ancora-se”³² em conhecimentos prévios relevantes para a aprendizagem escolar. De acordo com Nunes (2014, p. 34)

A Aprendizagem Significativa preconiza que as ideias novas sejam relacionadas às informações previamente adquiridas pelos discentes através de uma relação não arbitrária e substantiva. Uma relação não arbitrária e substantiva significa que as novas informações serão relacionadas a conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva do aluno, denominados conceitos subsunçores, de forma que este consiga com interpretação própria conceituar o objeto em estudo.

Segundo Ausubel (1988 apud BORSSOI; ALMEIDA, 2004, p. 93) resolver um problema pode ser encarado como um meio para promover a aprendizagem significativa, uma vez que a resolução resulta de um processo de clarificação progressiva sobre relações de meio-e-fim fundamentadas na formulação, verificação e rejeição de hipóteses alternativas.

De acordo com Ausubel (1982) para haver aprendizagem significativa são necessárias duas condições:

1. novos conhecimentos que precisam ser, de acordo com Pelizzari et al. (2002), “lógico e psicologicamente significativo: o significado lógico depende apenas da natureza do conteúdo e o significado psicológico é uma experiência que cada indivíduo tem”;
2. o aluno precisa ter uma disposição para aprender.

Conforme Moreira (2012):

Mas a primeira dessas condições é fortemente dependente do conhecimento prévio do aprendiz, pois se este não existir nenhum novo conhecimento será

³¹ AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia educacional**. Trad. de Eva Nick. 2 ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

³² O termo que Ausubel utiliza para a ideia de ancoragem é subsunçor ou ideia âncora. De acordo com Marco Antonio Moreira, em seu livro *Teorias de Aprendizagem* (p. 151), a palavra “subsunçor” não existe em português, trata-se de uma tentativa de aportuguesar a palavra inglesa “subsumer”. Seria mais ou menos equivalente a inseridor, facilitador ou subordinador (Nota da Autora).

potencialmente significativo. No entanto, a segunda condição também tem a ver com o conhecimento prévio, pois normalmente quanto mais o indivíduo domina significativamente um campo de conhecimentos mais se predispõe a novas aprendizagens nesse campo ou em campos afins.

Caso não haja respeito a essas duas condições, a aprendizagem será mecânica. Neste tipo de aprendizagem as novas informações são memorizadas temporariamente porque as novas informações não interagem com conceitos significativos, presentes na estrutura cognitiva do indivíduo. Conforme Brucki (2011, p. 43),

A aprendizagem mecânica³³, neste caso, as novas ideias não se relacionam de forma lógica e clara com nenhuma já existente na estrutura cognitiva do sujeito, mas são “decoradas”. Desta maneira, elas são armazenadas de forma arbitrária, o que não garante a flexibilidade no seu uso, nem longevidade.

E quando as informações não possuem significado para o aluno, ele não pode utilizá-las em contexto além daquele que ele decorou. Conforme Pelizzari et al. (2002, p. 39) “há três vantagens essenciais em relação à aprendizagem memorística” ou mecânica.

Em primeiro lugar, o conhecimento que se adquire de maneira significativa é retido e lembrado por mais tempo. Em segundo, aumenta a capacidade de aprender outros conteúdos de uma maneira mais fácil, mesmo se a informação original for esquecida. E, em terceiro, uma vez esquecida, facilita a aprendizagem seguinte – a “reaprendizagem”, para dizer de outra maneira.

Ainda, segundo as autoras

A explicação dessas vantagens está nos processos específicos por meio dos quais se produz a aprendizagem significativa onde se implica, como um processo central, a interação entre a estrutura cognitiva prévia do aluno e o conteúdo de aprendizagem. Essa interação traduz-se em um processo de modificação mútua tanto da estrutura cognitiva inicial como do conteúdo que é preciso aprender, constituindo o núcleo da aprendizagem significativa, o que é crucial para entender as propriedades e a potencialidade.

A avaliação no contexto da aprendizagem significativa de acordo com Moreira (2012, p. 23) depende mais de atitude, ou melhor, postura docente, do que novas metodologias ou novas filosofias. Dentro dessas atitudes é necessário discutir como avaliar, ou seja, uma

³³ Não que a aprendizagem mecânica seja de todo ruim. Segundo Brucki (2011) a aprendizagem mecânica é inevitável para conceitos inteiramente novos para o aluno, mas posteriormente ela passará a se transformar em aprendizagem significativa através dos “organizadores prévios”. Ausubel propôs tais organizadores para os casos em que os alunos não possuam subsunçores adequados para dar significado ao novo conhecimento (Nota da Autora).

maneira nova de avaliar além do certo ou errado, sim ou não, além de uma avaliação mecânica. Moreira (2012, p. 24) nos mostra que

A avaliação da aprendizagem significativa implica outro enfoque, porque o que se deve avaliar é compreensão, captação de significados, capacidade de transferência do conhecimento a situações não-conhecidas, não-rotineiras.

A avaliação da aprendizagem significativa deve ser formativa (respeitando o processo de aprendizagem) e recursiva, ou seja, o aluno precisa ter a chance de refazer as tarefas de aprendizagem mais de uma vez se for necessário (aprender com o erro).

Como podemos avaliar os experimentos neste trabalho? Moreira (2012, p. 24) admite

Sem dúvida, bastante difícil a avaliação da aprendizagem significativa. Principalmente porque implica uma nova postura frente à avaliação. É muito mais simples a avaliação do tipo certo ou errado, mas o resultado é, em grande parte, aprendizagem mecânica.

Se o foco for Aprendizagem Significativa então é interessante fugir das avaliações mecânicas. Afinal, na aprendizagem significativa, é muito importante a apropriação e a transformação do conhecimento adquirido. Por exemplo, para a avaliação do experimento que mede a quantidade de chuvas, é sugerido no Portal do Professor que seja feita comparação dos resultados com o restante da turma e posteriormente discussão significativa sobre esses resultados. Nos outros dois experimentos, o Método de Monte Carlo para o cálculo de áreas e o coeficiente de permeabilidade do solo, podemos utilizar o mesmo raciocínio, sempre estimulando a discussão em conjunto e analisando o significado dos resultados.

Enfim, neste capítulo foi apresentado a Fundamentação Teórica em que esta pesquisa está baseada. No próximo capítulo, será discutido sobre enchentes em São Carlos-SP e sua causa.

3. UM PROBLEMA AMBIENTAL NA ÁREA URBANA DE SÃO CARLOS.

São Carlos é uma cidade localizada na região Centro-Leste do Estado de São Paulo (Figura 7), distante 230 quilômetros da capital paulista. Segundo Lima e Amorim (2014, p.185) de acordo com o IBGE, em 2010, o município contava com aproximadamente 222.000 habitantes e 96% da sua população localizava-se na área urbana de 67,25 km². Sua densidade

demográfica era de 201,95 habitantes/km², superior à média do Estado de São Paulo que era de 169,76 habitantes/km² (Lima e Amorim, 2014, p.185).

Atualmente São Carlos é uma cidade com potencial tecnológico evidente, devido à forte educação disponível concentrada principalmente em duas Universidades com reconhecimento internacional, a saber a Universidade de São Paulo (USP) e a Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), ambas responsáveis por fazer São Carlos a cidade número um da América do Sul em número de doutores por habitantes (1 doutor para cada 135 habitantes) enquanto no Brasil essa relação é mais modesta (1 doutor para cada 5423 habitantes), de acordo com Osório e Souza Júnior (2014, p. 1185). E é também um importante centro regional industrial, com a economia fundamentada em atividades industriais e na agropecuária. Esses fatos também contribuem para o elevado Índice de Desenvolvimento Humano (0,805) garantindo assim a 18ª posição no ranking das cidades paulistas em um total de 645 municípios (PROGRAMA DAS NAÇÕES UNIDAS PARA O DESENVOLVIMENTO, 2010).

Segundo Mendes³⁴ (2005 apud LIMA; AMORIM, 2014, p. 184), apesar disso a cidade ainda sofre com as consequências da falta de planejamento urbano desde os primórdios da expansão urbana em 1940. Tal vulnerabilidade foi negligenciada, o que permitiu a ocupação indiscriminada de áreas de várzea e fundos de vale.

Em geral, o processo de urbanização no nosso país está relacionado com o êxodo rural e, como consequência, presenciamos ao longo das décadas o aumento da população e a precariedade na infraestrutura urbana. Conforme Justino, Paula e Paiva (2011, p. 17)

No Brasil, o processo de urbanização acelerada ocorreu após a década de 1960, devido às alterações das relações de trabalho no campo e na cidade, que tiveram como consequências o êxodo rural e o crescimento das cidades brasileiras. Mas, infelizmente, o aumento da população urbana e a ampliação das cidades não foram acompanhados do crescimento adequado de toda a infraestrutura urbana, de modo a proporcionar aos habitantes um sistema de saneamento adequado.

Segundo Fontes³⁵ (2003) apud Justino, Paula e Paiva (2011, p. 17)

³⁴ MENDES, H. C.; SOTO, I.; SILVA, T. G. O. da.; MENDIONDO, E. M. **Histórico de inundações na sub-bacia do Gregório, São Carlos – SP**: notícias de jornal de 1940 a 1996. São Carlos: Núcleo Integrado de Bacias Hidrográficas/EESC/USP, 2005.

³⁵ FONTES; A. R. M.; BARBASSA, A. P. Diagnóstico e Prognóstico da Ocupação e da Impermeabilização Urbana. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, São Paulo, v. 8, n. 2, abr./jun. 2003. p. 137-142.

o processo de urbanização traz profundas modificações no uso do solo, que por sua vez causam marcas permanentes nas respostas hidrológicas das áreas urbanizadas, apresentando os efeitos mais notáveis no aumento do escoamento superficial e na diminuição da infiltração, o que tem como consequência direta a ocorrência de inundações urbanas.

Figura 7: Localização de São Carlos dentro do Estado de São Paulo.

Fonte: ABREU (2006)

De acordo com Lima e Amorim (2014, p. 188), a prefeitura de São Carlos fez um estudo no ano de 2005 para a elaboração do Plano Diretor e constatou que “[...] a cidade se expandiu descontinuamente e ocupando áreas inadequadas como mananciais e planícies de inundação, fato que resultou nos graves problemas de drenagem dos dias atuais.” Ainda de acordo com Lima e Amorim (2014, p. 188) citando o Plano Municipal de Saneamento de São Carlos a partir de 1970 “[...] o conflito entre a expansão urbana e as áreas ambientalmente frágeis se acentuou, principalmente com implantação de vias marginais e a invasão de áreas de proteção ambiental à beira dos córregos”.

De fato, a expansão urbana é um fator importante para o agravamento do fenômeno das enchentes e, de acordo com Lima e Amorim (2014, p. 183)

A partir da segunda metade do século XX, muitas cidades brasileiras registraram um aumento populacional acelerado e tal fato, como destaca - Oliveira (1998, p.2), contribuiu para o “desencadeamento de situações vinculadas à ausência de planejamento para subsidiar o processo de expansão urbana”. A ocupação indiscriminada de áreas impróprias, especialmente aquelas atualmente denominadas Áreas de Preservação Permanente, evidencia um grave problema socioambiental

produzido e reproduzido nos centros urbanos desde a fundação das primeiras cidades brasileiras até os dias atuais e se expressa no elevado grau de vulnerabilidade às enchentes.

Na área urbana de São Carlos as Áreas de Preservação Permanente (Figura 8) dos rios foram ocupadas indiscriminadamente por vias marginais e edificações, sem a preocupação de aumentar áreas permeáveis em terrenos adjacentes. O reflexo dessa situação atualmente se tornou um dos principais problemas socioambientais registrados na cidade, que é a vulnerabilidade as chuvas que causam alagamentos e inundações (LIMA; AMORIM, 2014).

De acordo com Wollman e Sartori (2008, p.2) os alagamentos estão restritos às áreas urbanas, fruto das fortes chuvas sobre um ambiente extremamente urbanizado e solo intensamente impermeabilizado. Grilo³⁶ (1992 apud LIMA; AMORIM, 2014, p. 183) descreve que:

os alagamentos ocorrem, de modo geral, em áreas planas ou com depressões e fundos de vales, com o escoamento superficial comprometido pela topografia e falta ou insuficiência de um sistema pluvial no ambiente urbano. Ainda quanto menor a extensão de áreas verdes, menor a infiltração de água no solo e, conseqüentemente, menor auxílio para o escoamento superficial, as quais poderiam atenuar as causas dos mesmos.

Além disso, muitos rios foram canalizados, obras essas hoje consideradas inadequadas. Esses fatores, em conjunto, são determinantes para a ocorrência de enchentes nas áreas baixas da cidade. Conforme Lima e Amorim (2014, p. 184),

Atualmente as principais áreas de ocorrência de inundações e alagamentos localizam-se nas imediações da região central da cidade, em vias de grande importância para circulação do trânsito local (avenidas situadas próximo às margens de alguns córregos urbanos) e na principal área comercial do centro da cidade (área localizada em fundo de vale e em planície aluvial).

Segundo o site G1 (CHUVA, 2018)

Uma chuva forte atingiu São Carlos (SP) na tarde desta terça-feira (20) e causou diversos pontos de alagamentos, principalmente no Centro da cidade. Ninguém ficou ferido. O temporal começou por volta de 13h30 e durou cerca de 30 minutos. Segundo a Defesa Civil, a chuva prevista para esta terça era de apenas 3 milímetros, mas choveu 69 milímetros, o equivalente a 1/3 do previsto para o mês.

³⁶ GRILO, R. C. **A precipitação pluvial e o escoamento superficial na cidade de Rio Claro/SP**. 1992. Dissertação (Mestrado em Geografia) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1992.

De acordo com Justino, Paula e Paiva (2011, p. 19)

As consequências diretas das inundações urbanas são perdas materiais, perdas de vidas humanas e diversos impactos ambientais. As perdas de vidas humanas, diferentemente dos danos materiais, não podem ser monetariamente mensuradas, constituindo-se, assim, no maior problema decorrente das enchentes.

Figura 8: Áreas de Preservação Permanente (APP) ocupadas.

Fonte: Lima e Amorim (2014)

E Pedrosa³⁷ (1996) apud Justino, Paula e Paiva (2011, p. 19)

cita outro fato comumente verificado nas enchentes urbanas que são epidemias de algumas moléstias de veiculação hídrica, logo após a ocorrência de enchentes. A leptospirose, doença transmitida pela urina do rato, que durante as cheias tem uma maior probabilidade de ocorrência, é a mais comum delas.

De acordo com Tucci³⁸ (2000) apud Justino, Paula e Paiva (2011, p. 19)

³⁷ PEDROSA, V. A. **O controle da urbanização na macrodrenagem de Maceió**: Tabuleiro dos Martins. 1996. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1996.

³⁸ TUCCI, C. E. M. Coeficiente de escoamento e vazão máxima das bacias urbanas. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, Porto Alegre, v. 5, n. 1, p. 61-68, jan./mar. 2000.

a impermeabilização de 7% da área dos lotes já acarreta a duplicação do escoamento superficial e que casos mais extremos, como a impermeabilização de 80% do lote, geram um volume de escoamento superficial oito vezes maior. Assim, o aumento de áreas impermeáveis eleva o escoamento superficial.

Na Figura 9 estão expostas fotos do alagamento da região central da cidade de São Carlos.

Figura 9: Pontos de alagamento no centro de São Carlos em 20/03/2018. (a) Alagamento na Rua Geminiano Costa no Centro de São Carlos (b) Alagamento em rua do Centro de São Carlos (c) Córrego transbordou e invadiu as lojas do camelódromo em São Carlos (d) Alagamento na Rua José Bonifácio em São Carlos.

(a)

(b)

(c)

(d)

Fonte: G1 (CHUVA, 2018)

O próximo capítulo é feita a relação dos experimentos relacionados aos problemas neste capítulo e como estão relacionados com o antigo currículo³⁹ paulista e a BNCC.

4. OS EXPERIMENTOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA E A RELAÇÃO COM O ANTIGO CURRÍCULO PAULISTA E A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC).

³⁹ O antigo currículo paulista foi implantado na educação do Estado de São Paulo em 2009 e ficou vigente até 2018. Ele tinha muito forte a metodologia de sala de aula (vinculada com os Parâmetros Curriculares Nacionais) como por exemplo a Resolução de Problemas, História da Matemática e Modelagem Matemática. Dentro desse contexto, o problema ambiental tratado nessa dissertação é tratado como Situação de Aprendizagem abordado nos três experimentos matemáticos. (Nota da autora)

De acordo com Souza (2018, p. XLIV)

A formação de cidadãos críticos no âmbito escolar está atrelada ao desenvolvimento nos alunos, da capacidade de analisar situações reais de forma reflexiva. Segundo Skovmose⁴⁰ (2018, p.19-20 apud Souza 2004, p. XLIV) destaca que um dos pontos-chave da educação crítica consiste no fato de o processo educacional estar relacionado com problemas existentes fora do universo educacional. E, nesse sentido, destaca que dois dos critérios fundamentais para a seleção de um problema são os seguintes: o subjetivo cujo problema é concebido na perspectiva dos estudantes, com enquadramento em termos próximos das experiências e do quadro teórico dos estudantes, e o objetivo que é o problema que tem relação próxima com problemas sociais objetivamente existentes.

Na Tabela 2 podemos ver como os experimentos estavam relacionados com a grade curricular do 6º ano com o antigo Currículo de Matemática do Estado de São Paulo (São Paulo, p.57-58), e agora alinhados com a BNCC, em vigor a partir de 2020. São propostos três experimentos matemáticos que podem auxiliar o pensamento reflexivo dos alunos e o aprendizado significativo da matemática.:

1-Aplicação do Método de Monte Carlo: propõe-se o cálculo da quantidade de área que foi necessária para a construção da cidade de São Carlos que é uma região sobre rios. Através do Método de Monte Carlo para o cálculo de áreas faremos discussões do problema: a urbanização e o desmatamento andam juntos porque para atender à grande demanda populacional, é preciso abrir novos espaços.

2-Como as moradias impactam na impermeabilização do solo? Através de cálculos de áreas simples, podemos trabalhar o conceito de área e sua importância no processo ambiental. Qual a área de quintal impermeabilizado? Aqui temos o conceito de coeficiente de permeabilidade do terreno, que é a razão entre a área do terreno que não permite a infiltração de água e a área total do terreno. As áreas impermeáveis são as áreas cimentadas do terreno onde a água escorre ou fica parada.

3-É apresentado um experimento de construção de um pluviômetro caseiro com a medição das quantidades de chuvas, momento em que foram discutidos, além dos parâmetros matemáticos, o fato de como as precipitações pluviométricas podem ser um fator complicador dentro das cidades devido às ações modificadoras no meio ambiente pelo do homem. Em

⁴⁰ SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica**: a questão da democracia. 2. ed. Campinas: Papirus, 2004. (Perspectivas em Educação Matemática).

especial foram discutidas as enchentes em São Carlos citando-se que em 2018, por exemplo, pontos importantes da cidade, como o centro comercial, foram alagados. Também refletiu-se sobre quais as implicações na saúde humana, perda de vidas, prejuízos materiais.

Tabela 2: Relação entre os experimentos, conteúdos e habilidades presentes no currículo de Matemática do Estado de São Paulo (vigente durante a pesquisa) e na BNCC (vigente a partir de 2020) contemplados nesta dissertação.

Experimentos	Conteúdos 6º ano	Habilidades 6º ano
Quantidade de chuva	grandezas e medidas	Saber realizar medidas usando padrões e unidades não convencionais; conhecer diversos sistemas de medidas. Conhecer as principais características do sistema métrico decimal: unidades de medida (comprimento, massa, capacidade) e transformações de unidades. Compreender informações transmitidas em tabelas e gráficos. Saber construir gráficos elementares (barras, linhas, pontos) utilizando escala adequada. <i>(EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume, sem o uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento. (EF06MA33) Planejar e coletar dados de pesquisa referentes às práticas sociais escolhidas pelos alunos e fazer uso de planilhas eletrônicas para o registro, representação e interpretação das informações, em tabelas, vários tipos de gráficos e texto.</i>
Método de Monte Carlo para estimar o tamanho de uma área	razão e proporção direta	Compreender o significado das frações na representação de medidas não inteiras e da equivalência de frações. Compreender o uso da notação decimal para representar quantidades não inteiras, bem como a ideia de valor posicional. Compreender a noção de área e perímetro de uma figura, sabendo calculá-los por meio de recursos de contagem e de decomposição de figuras. <i>(EF06MA11) Resolver e elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as 4 operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade da resposta, com e sem uso da calculadora.</i>

		<i>(EF06MA12) Fazer estimativas de quantidades e aproximar números para múltiplos da potência de 10 mais próxima.</i>
Coeficiente de permeabilidade	Conceito de frações	<p>Compreender o significado das frações na representação de medidas não inteiras e da equivalência de frações</p> <p>Saber realizar as operações de adição e subtração de frações de modo significativo.</p> <p><i>(EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume, sem o uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.</i></p> <p><i>(EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contexto de educação financeira, entre outros.</i></p>

Fonte: Brasil (1997b) e Brasil (2017)

No próximo capítulo serão apresentadas as sínteses do PCN de Matemática e do Tema Transversal Meio Ambiente, da BNCC, da Modelagem Matemática e as dificuldades em pô-la em prática em sala de aula, e a Aprendizagem Significativa de Ausubel e a avaliação na Aprendizagem Significativa.

5. METODOLOGIA.

Após as apropriações teóricas apresentadas no capítulo 2, que servem como base para o desenvolvimento desta dissertação, neste capítulo é viabilizada a pesquisa por meio da metodologia. A metodologia de pesquisa é qualitativa, ou seja, significa reunir evidências produzidas pelos alunos, através das atividades desenvolvidas e relacionadas à metodologia da sala de aula que é a Modelagem Matemática. Tais evidências permitirão buscar significados onde será possível compreender e interpretar o nível de compreensão matemática, por parte do aluno, através dos projetos que envolveram a Modelagem Matemática. Ela será abordada através de três experimentos já descritos: 1) o método de Monte Carlo para o cálculo de áreas, 2) a medição da quantidade de chuvas com o auxílio de um pluviômetro caseiro e a construção de tabela e gráfico das medidas que trabalha geometria

na prática juntamente com estatística, 3) o cálculo do coeficiente de permeabilidade do lote (terreno utilizado para fins de edificação) que trabalha o conceito de fração.

Na figura 10 encontra-se o fluxograma das etapas da pesquisa.

Figura 10: Fluxograma das etapas de pesquisa.

Considerações finais e conclusões com foco na aprendizagem significativa de Ausubel.

Fonte: a autora.

5.1 Situações de Aprendizagem.

5.1.1 O Método de Monte Carlo: o experimento proposto, será que o método funciona?

Esta etapa pretende dar alguma confiança aos alunos de que o método funciona no contexto de medida e de experimento, isto é, trata-se de estimativas estatísticas com erros devido à flutuação na amostra, além dos erros de limitações das medidas diretas. O método de Monte Carlo foi trabalhado com grupos de 4 alunos⁴¹.

Sem demonstrar, sabe-se que a relação 3

$$\frac{\text{quantidade média de grãos dentro da figura plana}}{\text{quantidade total de grãos dentro da caixa}} \approx \frac{\text{área da figura plana}}{\text{área do fundo da caixa}} \quad (3)$$

vale para qualquer figura plana que esteja colada no fundo da caixa de sapato. Podemos dizer que a característica aleatória do procedimento está no fato de que os grãos não distinguem um ponto de outro, de forma que, ao final da mistura, os grãos ficam distribuídos de forma homogênea, em média.

No experimento, a distribuição uniforme de 160 grãos em uma área de 374 cm² implica a associação, em média, de um grão para cada

$$\frac{374}{160} \approx 2,34 \text{ cm}^2$$

É claro que o aumento da quantidade de grãos vai aumentar a acurácia da medida da área, desde que a distribuição seja mantida, em média, homogênea na caixa. Sugira aos alunos experimentarem com outras figuras planas de áreas conhecidas, como o triângulo e o retângulo. Entretanto, observe que as contas feitas no experimento e neste guia não darão resultados similares para outras caixas e outras quantidades de grãos.

⁴¹ Esse experimento foi idealizado para ser trabalhado em duplas, mas devido a falta de calculadoras disponíveis na escola, foi necessário fazer quartetos (Nota da autora).

Nesta Etapa os alunos serão apresentados a um procedimento de estimação de áreas e poderão verificar sua efetividade. Tal processo está descrito a seguir:

1. Recorte um quadrado de papel com 8 cm de lado;
2. Cole este quadrado no fundo da caixa de sapato (Figura 11);

Figura 11: Caixa de sapatos e o recorte de papel 8cm x 8cm

Fonte:Universidade Estadual de Campinas (2007)

3. Escolha uma quantidade entre 100 e 300 grãos de milho, de modo que, quando jogados dentro da caixa de sapato, não fiquem muito dispersos;
4. Mexa a caixa de maneira aleatória, a fim de não deixar todos os grãos amontoados em um único canto. É importante que o milho fique distribuído o mais uniformemente;
5. Conte quantos grãos de milho ficaram dentro da região do quadrado colado no fundo da caixa e anote este valor em uma linha de uma tabela como a seguinte;
6. Repita os passos 4 e 5 por, no mínimo, oito vezes e calcule a média da quantidade de grãos de milho que ficaram dentro do quadrado;
7. Determine a razão entre “área do quadrado colado no fundo da caixa” e “área do fundo da caixa”;
8. Calcule a razão entre “quantidade média de grãos dentro do quadrado” e “quantidade total de grãos dentro da caixa”.

Após esses procedimentos, peça para que seus alunos verifiquem se as duas proporções calculadas estão ou não próximas uma da outra. Provavelmente a resposta será afirmativa, o que nos permitirá dizer que a relação 3 apresenta os valores das proporções próximos.

Tabela 3 – Modelo que relaciona as grandezas Contagem e Quantidade de grãos de milho

Contagem	Quantidade
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
Média	

Fonte: Universidade Estadual de Campinas (2007)

5.1.2 Aplicação do Método de Monte Carlo.

Nesta etapa, o objetivo é mostrar como funciona o método e, para isso, será estimada a área da superfície brasileira. Para tal, é necessário apenas que se forneça, a cada grupo, um mapa do Brasil e a distância real entre dois lugares do país. A distância que será fornecida é a distância entre o Monte Caburaí (RR) e o Arroio Chuí (RS), pontos extremos do Brasil ao norte e ao sul respectivamente, que mede, de modo aproximado, 4395 km, como mostra a figura 12.

Figura 12: O mapa do Brasil utilizado no experimento

Fonte: Universidade Estadual de Campinas (2007)

Fornecidos o mapa e a distância a cada grupo, eles terão que seguir os seguintes passos:

1. Recortar um retângulo contendo o mapa do Brasil;
2. Colá-lo no fundo da caixa de sapato (Figura 13);

Figura 13: O mapa do Brasil colado no fundo da caixa de sapatos.

Fonte: Universidade Estadual de Campinas (2007)

3. Escolher uma quantidade de até 300 grãos de milho, de modo que, quando jogados dentro da caixa de sapato, não fiquem muito dispersos;
4. Mexer a caixa de maneira aleatória, de modo que não deixe todos os grãos amontoados em um único canto. É importante que o milho fique distribuído o mais uniformemente possível (Figura 14);

Figura 14: Distribuição dos grãos de milho sobre o mapa do Brasil

Fonte: Universidade Estadual de Campinas (2007)

5. Contar quantos grãos ficaram dentro do mapa do Brasil e anotar este valor em uma linha da tabela 4;

Tabela 4: Modelo preenchido que relaciona as grandezas Contagem e Quantidade de grãos de milho.

Contagem	Quantidade
1	15
2	9
3	18
4	18
5	13
6	19
7	10
8	21
9	12
10	19
Média	15,4

Fonte: Universidade Estadual de Campinas (2007)

6. Repetir os passos 4 e 5 por algumas vezes (quantas desejar) e calcular a média da quantidade de grãos que ficaram dentro do Brasil;
7. Usando a relação 1 da etapa 1, fazer uma estimativa da área do mapa:

$$\frac{15,4}{160} \approx \frac{\text{área do mapa}}{374}$$

$$\text{Área do mapa} \approx 36 \text{ cm}^2$$

8. Medir com a régua a distância entre Caburaí e o Arroio Chuí no mapa que estiver sendo usado. Agora, com a área do mapa em mãos, usar a relação 4 para encontrar uma estimativa para a área real do Brasil (lembre-se de usar as mesmas unidades de medida para todas as variáveis envolvidas):

$$\left(\frac{\text{Distância do Caburaí ao Chuí no mapa}}{\text{Distância real do Caburaí ao Chuí}} \right)^2 \approx \frac{\text{área do mapa}}{\text{área do Brasil}} \quad (4)$$

Agora, com a distância medida no mapa entre o Monte Caburaí e o Arroio Chuí, que em nosso exemplo foi 8,6 cm, podemos estimar a área do território brasileiro:

$$\left(\frac{8,6}{4,4 \times 10^8} \right)^2 \approx \frac{36}{\text{área do Brasil}}$$

$$\text{área do Brasil} \approx 9,4 \times 10^{16} \text{ cm}^2 \approx 9,4 \times 10^6 \text{ km}^2$$

Podemos ver que o valor obtido está razoavelmente próximo do valor real para a área do território de nosso país, que é de aproximadamente $8,5 \cdot 10^6 \text{ km}^2$, um erro inferior a 11%.

5.1.3 O que era esperado dos alunos? A aplicação do método de Monte Carlo no cálculo da área do município de São Carlos – SP.

Conforme já mencionado devemos fornecer a distância real entre dois lugares da cidade. Através do software Google Earth Pro (Figura 15) utilizou-se a ferramenta régua e medimos a distância entre os dois pontos que foi de 12,34 km (reta amarela presente na figura 15). Com este dado podemos seguir o roteiro proposto em 5.1.1, mas agora com o mapa de São Carlos colado no fundo da caixa e estimar a área construída do município.

Os alunos assistiram ao vídeo “Gregório: o córrego indomado”⁴², contido no canal USP CDCC e publicado em 18 de março de 2014, para que pudéssemos fazer discussão a respeito da influência da urbanização nas enchentes em São Carlos.

Figura 15: Foto de satélite do município de São Carlos - SP

Fonte: Google Earth (2018)

5.1.4 Montagem de um pluviômetro simples.

Existem diversos modelos de pluviômetros, mas para a finalidade dessa aula, propomos um pluviômetro muito simples. Basicamente um pluviômetro simples é composto de uma régua escolar simples, um tubo de plástico e um funil. Siga os passos descritos abaixo ou acesse o vídeo⁴³ que ensina a fazer um pluviômetro caseiro com garrafa PET (SOARES, 2017b). Os pluviômetros foram feitos por duplas de alunos. Ficou combinado um período de medição de 30 dias e que cada integrante das duplas faria 15 dias de medidas pluviométricas.

Materiais necessários:

- Uma garrafa PET lisa de 2 litros;
- Pedrinhas ou bolinhas de gude (cerca de 10 unidades ou até superar o fundo ondulado da garrafa);
- Régua de 20 centímetros de papel;

⁴² Disponível em <https://youtu.be/l95Nz1VLOX8>

⁴³ Disponível em www.ufjf.br/ebrapem2015/files/2015/10/gd10_maria_soares.pdf.

- Estilete ou tesoura;
- Fita adesiva colorida;
- Água;
- Anilina ou corante.

Modo de fazer:

Figura 16: Desenho esquemático do corte de uma garrafa PET com o auxílio de estilete.

Fonte: Nova Escola (COMO..., 2014)

1. Com o estilete, corte a garrafa PET na altura em que ela deixa de ser curva e começa a ficar reta, a uma distância aproximada de 10 centímetros do bico (Figura 16);

Figura 17: Desenho esquemático da garrafa PET cortada, com bolas de gude no seu interior, água e corante.

Fonte: Nova Escola (COMO..., 2014)

2. Preencha cerca de 5 centímetros da garrafa com as pedrinhas ou bolinhas de gude.
Complete com água até cobri-las e acrescente algumas gotas de corante (Figura 17);

Figura 18: Desenho esquemático da garrafa PET com água, corante, bolas de gude e a marcação do nível da água em vermelho.

Fonte: Nova Escola (COMO..., 2014)

3. Cole um pedaço de fita colorida na altura do nível da água fazendo uma marca (Figura 18);

Figura 19: (a) Desenho esquemático da colocação da régua no pluviômetro e (b) régua de 20 cm em tamanho real.

Fonte: Nova Escola (COMO..., 2014)

(b)

Fonte: RÉGUA (2012).

4. Com a fita adesiva, fixe a régua na vertical do lado de fora da garrafa fazendo com que o número zero da régua coincida com o nível da água. Corte a parte que ficar além da garrafa (Figura 19 a). Você pode utilizar o modelo acima (Figura 19 b), recortando conforme sua necessidade.

Figura 20: Desenho esquemático de um pluviômetro caseiro completo.

Fonte: Nova Escola (COMO..., 2014)

5. Encaixe o bico da garrafa de ponta-cabeça dentro na abertura do pluviômetro (Figura 20).

A próxima etapa é entender como o pluviômetro funciona e fazer as medidas.

Utilização do pluviômetro:

Coloque o pluviômetro em um lugar plano e aberto, sem que haja nada acima dele ou dos lados que impeça a chuva de atingi-lo. Após a chuva, recolha o objeto e observe quantos milímetros o nível da água subiu na régua. Essa será a medida da chuva para o período em que a medição foi realizada.

5.1.5 Atividade de campo: medição da precipitação.

Cada aluno ou grupo deve realizar a coleta da chuva em período de tempo, efetuar as medidas do seu pluviômetro e efetuar os cálculos acima para chegar a um valor em milímetros. Para discutir os resultados, todos poderiam realizar a medição na escola ou no seu bairro. Essa é uma atividade que apresenta melhores resultados de aprendizagem se tiver continuidade. Assim o professor pode pedir que os alunos façam medidas e registros em tabelas ao longo de um mês, com a construção de gráficos. E também fazer as comparações dos resultados obtidos e comparar as medidas obtidas com as notícias sobre enchentes no Centro de São Carlos – SP. Vamos discutir como altos índices pluviométricos afetam a vida na cidade que tem dificuldade em escoar as águas das chuvas.

5.1.6 O que era esperado dos alunos ?

Os alunos assistiram ao vídeo⁴⁴ “O que é um pluviômetro? Agência Nacional de Águas (ANA) explica.” contido no canal Meteorologista Catia Braga e publicado no dia 25 de março de 2015. O aluno deve construir um pluviômetro conforme as instruções acima e durante 30 dias, as medidas pluviométricas deveriam ser colocadas em uma tabela de duas colunas com a data e os milímetros de água naqueles dias. Após o período de coleta de dados, os alunos deveriam fazer um gráfico de colunas. Veja o modelo abaixo:

Tabela 5: Modelo apresentado em sala de aula das medidas dos milímetros de chuva coletados no pluviômetro caseiro durante o período de 27/09 até 27/10 do ano de 2019 e o respectivo gráfico de colunas.

Dias	27/09	28/09	29/09	30/09	01/10	02/10	03/10	04/10	05/10	06/10
mm de chuva	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
Dias	07/10	08/10	09/10	10/10	11/10	12/10	13/10	14/10	15/10	16/10
mm de chuva	7	1	2	1	3	5	0	0	2	10

Dias	17/10	18/10	19/10	20/10	21/10	22/10	23/10	24/10	25/10	26/10	27/10
mm de chuva	3	4	3	2	0	0	0	0	6	7	3

Fonte: Elaborado pela autora

⁴⁴ Disponível em <https://youtu.be/3Xg1ofhUOGw>

Gráfico 1: Modelo de gráfico de barras das medidas do pluviômetro que relaciona os milímetros de chuva em um período de 30 dias.

Elaborado pela autora. Os dados foram retirados da Tabela 5 e trabalhados no Excel (Office 365).

5.1.7 Coeficiente de permeabilidade.

Para a realização desta etapa foi passado para os alunos um vídeo⁴⁵ explicativo sobre coeficiente de permeabilidade (FARIAS, 2018). Após a visualização do vídeo foi aplicada a tarefa de calcular o coeficiente de permeabilidade do terreno da escola, conforme a relação 2 descrita no subitem 2.5.6. O que era esperado dos alunos? O aluno deverá medir o comprimento e a largura do terreno onde se encontra a escola (Figura 21), e as áreas impermeáveis do terreno⁴⁶. Depois foi pedido aos alunos que adotassem o mesmo procedimento na sua casa representar na forma de desenho e calcular o coeficiente de permeabilidade. Depois os alunos devem responder as perguntas: o valor é maior, menor ou igual a 15%? O valor encontrado está de acordo com o plano diretor da cidade?

⁴⁵ Disponível em: <https://youtu.be/gw9tO7JvjXA>

⁴⁶ Os alunos poderiam simplesmente medir a área permeável, mas a ideia era fazer com que o aluno ganhasse experiência com as medidas, os instrumentos de medição e cálculo. Depois, deveria subtrair da área do lote a área impermeável e o que sobrasse representaria a área permeável (Nota da autora).

Figura 21: (a) Área do terreno da escola limitado pelas linhas amarelas 6589 m², (b) e (c) área permeável 1000 m²

Fonte: Google Earth (2018)

5.1.8 Como serão feitas as análises dos dados?

Concluimos este capítulo, reforçando que fora dedicado a mostrar as modelagens Matemáticas realizadas em sala de aula. O próximo capítulo mostrará os resultados obtidos pelos alunos que foram colocados em duas categorias de análise: “O que avançamos” e “O que não avançamos” no aprendizado significativo. As duas categorias de análise estão relacionadas a Tabela 1 que descreve as habilidades que precisam ser contempladas no 6º ano, e as competências específicas de matemática para o ensino fundamental de acordo com a BNCC (p.56 e 57).

6.RESULTADOS.

Foram propostas aulas pautadas na aprendizagem significativa, essa, por sua vez, focada naquilo que o aluno presencia e sabe, ou seja, os problemas ambientais que a cidade de São Carlos enfrenta e as habilidades Matemáticas desenvolvidas ao longo dos anos escolares, respectivamente. Levando-se em consideração que o trabalho foi desenvolvido no 4º bimestre, é razoável supor que durante os outros três bimestres os alunos tiveram condições de adquirir novos subsunçores, mesmo que não tão elaborados, para realizar as tarefas de acordo com o esperado.

Como estamos tratando de novos conhecimentos, que fique claro, para os alunos, de acordo com Moreira (1999, p. 152) que

a aprendizagem mecânica é sempre necessária quando um indivíduo adquire informações em uma área de conhecimento completamente nova para ele, isto é, a aprendizagem mecânica ocorre até que alguns elementos de conhecimento, relevantes a novas informações na mesma área, existam na estrutura cognitiva e possam servir de subsunçores, ainda que pouco elaborados. A medida que a aprendizagem começa a ser significativa, esses subsunçores vão ficando cada vez mais elaborados e mais capazes de ancorar novas informações.

Por exemplo, para um aluno que conhece leitura e interpretação de textos na língua materna e as quatro operações básicas da Matemática, trabalhar problemas que envolvem áreas e volumes (assuntos desta dissertação) apenas corrobora o conhecimento prévio, dando ao aluno mais estabilidade cognitiva e talvez maior clareza.

Ainda dentro desse campo de desenvolvimento de novos subsunçores Ausubel recomenda o uso de organizadores prévios que sirvam de apoio para a nova aprendizagem. Tais organizadores são materiais introdutórios apresentados antes do material a ser aprendido em si e que servem de ligação entre o que o aluno sabe e o que ele deve saber, ou seja, funcionam como “pontes cognitivas” (MOREIRA, 1999). Dentro deste trabalho os vídeos e as aulas presenciais são, potencialmente, pontes cognitivas.

Quando saímos da aprendizagem mecânica com o uso de algoritmo de divisão, por exemplo, e pedimos para que seja verificado se o terreno, onde está localizada a casa do aluno, está dentro dos parâmetros estipulados por lei, ou quando perguntamos como podemos montar um instrumento de medição de chuva caseiro que nos permita medir a quantidade de chuva durante o dia, coletar e analisar os dados, são criados caminhos para a aprendizagem significativa porque são perguntas que fogem ao comum da aprendizagem mecânica e também ampliam o entendimento e desenvolvem subsunçores.

Qual a motivação dos alunos para realizar os trabalhos propostos? Para responder essa pergunta devemos entender dois momentos distintos no processo de aprendizagem observados neste trabalho. O primeiro momento está relacionado ao lúdico. A tendência comportamental dos estudantes nesse momento é distanciar-se do aprendizado mecânico desenvolvido no confinamento da sala de aula por algo mais descontraído e que possa ser realizado em ambiente aberto.

Nesse momento lidamos com obstáculos instrucionais descritos no subitem 2.5.1, além de acrescentar-se o fato de que as escolas, em geral, não disponibilizam um professor auxiliar no desenvolvimento dos projetos. E esse é um problema porque temos a situação de é o

professor e seus 30 alunos e, às vezes, até um número maior de discentes, em uma sala de aula onde todos os alunos precisam trabalhar em colaboração com o professor.

Por outro lado, independente das dificuldades, cabe o registro de que os alunos ficaram muito motivados com os trabalhos manuais desenvolvidos.

A partir do que foi comentado acima, elencamos a seguir os aspectos nos quais avançamos nos três projetos de Modelagem Matemática. Em seguida, também apresento aqueles nos quais não avançamos nos três projetos de Modelagem Matemática.

6.1 No que avançamos no projeto pluviômetro.

Participação total dos alunos na confecção do pluviômetro com garrafas plásticas de refrigerantes, o que foi muito importante a adesão total dos alunos porque a atividade mecânica de Matemática não consegue o mesmo rendimento dos alunos por motivos já descrito no Capítulo 2. Esse avanço está relacionado com os itens 2 e 8 das competências específicas de matemática.

Os alunos fizeram medidas e construíram gráficos. Esse é outro ponto muito positivo porque, em geral, os alunos não fazem trabalhos fora da escola. Daí a grata surpresa diante do empenho dos alunos envolvidos no projeto em realizar, durante dias consecutivos, a tarefa de tabular e construir os gráficos baseados nas tabelas que eles fizeram. Na figura 22 podemos observar que, apesar do registro pluviométrico não estar completo, ou seja os 30 dias, observa-se que o aluno fez a acertada correlação entre milímetros e centímetros. Observe o dia 04 de outubro em que ele relata 5 cm de chuva e o gráfico de barras mostra 50 mm. Este avanço está relacionado com os itens 3, 4, 5 e 8 das competências específicas de matemática.

Figura 22: Anotações de um aluno do 6º ano das quantidades de chuvas durante um período de 14 dias (a) e o gráfico de barras que ele fez (b). Em (c) e (d) vemos os alunos colando a régua, em (e) vemos o pluviômetro quase pronto e em (f) o aluno está cortando a garrafa PET, e (g) observamos os alunos trabalhando o lúdico e motivados para entregar um produto na Feira de Ciências da escola.

Tiago, Guilherme 6º
 Relatório
 01/10 - não choveu.
 02/10 - não choveu.
 03/10 - não choveu.
 04/10 - Choveu e ficou com 5
 centímetros no pluviômetro.
 05/10 - não choveu.
 06/10 - Choveu e ficou com 10
 centímetros no pluviômetro.
 07/10 - não choveu.
 08/10 - não choveu.
 09/10 - não choveu.
 10/10 - não choveu.
 11/10 - não choveu.
 12/10 - não choveu.
 13/10 - não choveu.
 14/10 - não choveu. Choveu com 3

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

(g)

Fonte: Arquivo da autora

Os alunos entenderam que a Matemática é uma ferramenta de utilidade social. Trabalhamos Matemática num contexto ambiental da cidade em que eles habitam. Este avanço está relacionado com os itens 1 e 8 das competências específicas de matemática.

Os alunos entenderam que precisavam relacionar suas medidas com eventuais enchentes no Centro. Este avanço está relacionado com os itens 2, 3, 4 e 8 das competências específicas de matemática.

Preparação de material para a Feira de Ciências da escola. Os alunos sentiram-se valorizados em ter reconhecimento dos trabalhos, conforme descrito no subitem 2.5.3 que fala sobre motivação. Este avanço está relacionado com os itens 7 e 8 das competências específicas de matemática.

6.2 No que avançamos no método Monte Carlo.

Colagem da figura na caixa, manipulação de régua, contagem dos grãos. Todos os alunos participaram da atividade manual (Figura 23a). Este avanço está relacionado com os itens 2, 7 e 8 das competências específicas de matemática.

Trabalho em grupo e interação com os colegas (trabalho em equipe). Até as pessoas que não estavam acostumadas a trabalhar juntas em sala de aula, interagiram (Figuras 23 b e d). Este avanço está relacionado com o item 8 das competências específicas de matemática.

Preparação de material para a Feira de Ciências da escola (Figura 23c). Este avanço está relacionado com o item 8 das competências específicas de matemática.

Discussão ambiental da localização da cidade de São Carlos entre rios e as enchentes devido à pavimentação. Este avanço está relacionado com o item 1 das competências específicas de matemática.

Figura 23: Participação dos alunos no método de Monte Carlo.

(a)

(b)

(c)

(d)

Fonte: Arquivo da autora

6.3 No que avançamos no projeto coeficiente de permeabilidade.

Os alunos utilizaram instrumentos de medidas para o cálculo das áreas. Foi um avanço porque em geral é utilizado régua para medir figuras geométricas pequenas dentro da sala de aula. Este avanço está relacionado com o item 5 das competências específicas de matemática.

Representação das áreas através dos desenhos (Figuras 24a e 25). Este avanço está relacionado com o item 4 das competências específicas de matemática.

representativo da atividade. Este avanço está relacionado com os itens 2, 3, 4, 5 das competências específicas de matemática.

Pesquisa sobre enchente com cartazes. Importante porque o aluno está se apropriando do conhecimento e expondo em cartazes para ser valorizado na Feira de Ciências. Este avanço está relacionado com o item 7 das competências específicas de matemática.

Trabalho em grupo. Socialização com objetivo de realizar um trabalho será exposto na Feira de Ciências da escola. Este avanço está relacionado com o item 8 das competências específicas de matemática.

Figura 25: Representação de uma residência de um aluno.

Fonte: Arquivo da autora.

O segundo momento está relacionado ao subitem 2.5.3, a dificuldade dos alunos. A parte lúdica, muito apreciada pelos discentes, dá lugar a análise dos dados e sua correlação com a realidade.

6.4 No que não avançamos no projeto pluviômetro.

Problemas na construção dos gráficos: deslocamento da barra em relação ao dia medido. Por exemplo, na Figura 26, no dia 02/10 mostra que choveu 16mm e, esse dado está deslocado para o dia 03/10.

Os gráficos não apresentavam título principal e, também, não apresentavam legendas nos eixos. Observe as figuras 21 (a) e (b), e 25 que são representativas.

Relacionar as chuvas, com os problemas de enchentes. Apesar de que no período estudado não houve problemas nesse sentido.

Nem todos os alunos entregaram as tabelas e os gráficos. Se por um lado a parte lúdica é prazerosa e tem muito engajamento discente, o mesmo não pode ser dito quando o aluno é o protagonista do experimento e precisa trabalhar a Matemática (Gráfico 2). Observamos alguns problemas em comum entre as salas. Enquanto 37% dos alunos do 6º ano B não entregaram atividade, no 6º ano D 23 % não entregaram a atividade. No 6º ano D mais da metade dos alunos entregou alguma tabela sem gráficos.

Figura 26: O que está na tabela não corresponde ao gráfico de colunas.

Data	Quantidade de chuva em mm
28/09	00 mm
29/09	01 mm
30/09	15 mm
01/10	00 mm
02/10	05 mm
03/10	16 mm
04/10	02 mm
05/10	00 mm
06/10	00 mm
07/10	00 mm
08/10	25 mm
09/10	03 mm
10/10	04 mm
11/10	00 mm
12/10	00 mm
13/10	14 mm
14/10	23 mm
15/10	00 mm
16/10	00 mm
17/10	28 mm
18/10	16 mm
19/10	12 mm
20/10	00 mm
21/10	01 mm
22/10	04 mm
23/10	00 mm
24/10	00 mm
25/10	24 mm
26/10	00 mm
27/10	02 mm

(a)

(b)

Fonte: Arquivo da autora.

Gráfico 2: Comparação entre duas salas do 6ºano e os problemas apresentados.

(a)

(b)

Fonte: Arquivo da autora.

6.5 No que não avançamos no método de Monte Carlo.

Seguir as etapas dos procedimentos dos cálculos da área do Brasil para a validação do método. Não conseguiram seguir além, ou seja, não conseguiram seguir as etapas para calcular a área do município de São Carlos. (Figura 27 b)

Trabalhar com conversão de unidades de medidas. (Figura 27 d)

Dificuldades em operações básicas. (Figura 27 a)

Relacionar a área da caixa de papelão com as etapas descritas no Capítulo 3 sobre o método de Monte Carlo. (Figura 27 b)

Figura 27: Equívocos encontrados no procedimento do cálculo do método de Monte Carlo.

Ex: 15,4 = área da mapa
100 = 374

Área mapa = 36 cm²

4,7 = área da mapa
100 = 12

Área do mapa = 0,1245 cm²

Deveria-se usar as mesmas unidades de medida para todas as variáveis envolvidas

distância do Calumbé ao Chui no mapa = 4,7 cm
distância real do Calumbé ao Chui = 4035 km

$(4,7)^2 = 22,09 = 230,24 \quad 0,1245$
 $(4,7 \times 10)^2 = 22,09 = 230,24 \quad 0,1245$

Área do Brasil = 0,004258

A distância real fornecida é a distância entre o Monte Calumbé (RR) e o Cangaço Chui (RS), que são extremos do Brasil ao norte e ao sul respectivamente, que mede, aproximadamente 4035 km, como mostra a figura

Centagem	Quantidade
1	24
2	18
3	0
4	2
5	18
6	12
7	2
8	24
9	6
10	18

(a)

Exemplo: 10 cm x 10 cm = 100 cm²

2ª etapa: contar 100 grãos de feijão

10 cm x 10 cm = 100 cm²

Área = 10 cm x 20 = 200 cm²

3ª etapa: modelo que relaciona as quantidades contadas e quantidade de grãos de feijão

Centagem	Quantidade
1	24
2	18
3	0
4	2
5	18
6	12
7	2
8	24
9	6
10	18

(b)

Ex: 15,4 = 12 cm
144 = 4,4 x 10 = 12,5 cm

12 = Área do Brasil

4,4 = 4,1201333 x 10¹⁰ cm² → Km²

Área Brasil = 4,1201333 x 10¹⁰ Km²

C	Quantidade
1	2
2	4
3	8
4	2
5	18
6	12
7	2
8	4
9	0
10	18

Área de São Carlos = 0,004258 x 10¹⁰ Km²

Passos:

- 1ª) Contar 100 grãos de feijão
- 2ª) Montar a tabela
- 3ª) Calcular a média da Tabela
- 4ª) Calcular a média da Tabela
- 5ª) Relacionar a área do município de São Carlos com a área da caixa de papelão

(c)

Área da caixa = 100 cm²

3ª etapa: modelo que relaciona as quantidades contadas e quantidade de grãos de feijão

Distância real entre dois lugares da cidade de São Carlos = 4035 km

Área de São Carlos = 0,004258 x 10¹⁰ Km²

Área da caixa plana = 10,3 x 10¹⁰ Km²

Área de São Carlos = 0,004258 x 10¹⁰ Km²

Distância da caixa de papelão para a caixa plana = 10,3 x 10¹⁰ Km²

Área de São Carlos = 0,004258 x 10¹⁰ Km²

(d)

Fonte:arquivo da autora.

6.6 No que não avançamos no projeto coeficiente de permeabilidade.

Na medição do coeficiente de permeabilidade do terreno da escola. Os alunos foram divididos em 15 duplas para medir a escola, mas encontraram dificuldades descritas em 2.5.1 no fator instrucional e em 2.5.3, caracterizadas por não conseguir fazer a transposição do que é trabalhado em sala de aula em contexto significativo. Os alunos não tinham acompanhamento *in loco* do professor ou algum professor auxiliar e não conseguiram medir e registrar os dados para o cálculo, apesar das orientações em sala de aula. Dessa forma, o que os alunos produziram foram desenhos sem as medidas do terreno e da área permeável ou fragmentos de áreas com medidas equivocadas (Figuras 28 a e b, respectivamente).

Figura 28: Resultados representativos onde em (a) o aluno desenha o espaço de interesse, mas não atribui medidas e (b) o aluno desenha locais fragmentados, mas as medidas não correspondem a realidade.

(a)

(b)

Fonte: Arquivo da autora

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES.

O conhecimento prévio é o que mais influencia a aprendizagem significativa de novos conhecimentos, mas isso não significa dizer que é sempre uma condição facilitadora. Em alguns casos, pode ser uma condição bloqueadora, um conhecimento que faz resistência a um novo conhecimento, um obstáculo epistemológico. Então, quando o professor trabalha o conhecimento através de projetos e com abordagem significativa observa-se resistência dos estudantes que estão acostumados com o aprendizado mecânico, imposto involuntariamente por um sistema educacional acostumado às práticas mecânicas. Isso não significa que a aprendizagem significativa é sinônimo de aprendizagem correta (MOREIRA, 2012). É uma questão de escolher um modelo dentre muitos.

No cotidiano escolar a avaliação é muito mais behaviorista do que construtivista e determina largamente as práticas docentes. O contexto (administradores escolares, pais, advogados, a sociedade em geral) exige “provas” de que o aluno “sabe ou não sabe”. Esse tipo de avaliação baseada no sabe ou não sabe, no certo ou errado, no sim ou não, é comportamentalista e geralmente promove a aprendizagem mecânica, pois não entra na questão do significado, da compreensão, da transferência. Se o aluno sabe resolver um problema, sabe definir algo, sabe listar as propriedades de um sistema então está tudo bem, mesmo que não tenha entendido o problema, a definição ou o sistema (MOREIRA, 2012). A avaliação da aprendizagem significativa possui outro enfoque porque o que se deve avaliar é compreensão, captação de significados, capacidade de transferência do conhecimento a situações não conhecidas, não rotineiras (MOREIRA, 2012).

Para Ausubel a melhor maneira de evitar a simulação da aprendizagem significativa é propor ao estudante uma situação nova, não familiar, que requeira máxima transformação do conhecimento adquirido (MOREIRA, 2012) mas, nesse trabalho, não foi possível chegar ao nível proposto por Ausubel, em parte, devido às dificuldades encontradas no processo de realização e nesse caso estou falando das dificuldades dos alunos; mas não podemos esquecer que as escolas possuem foco behaviorista.

Quem estuda as teorias da educação sabe que os modelos descritos possuem focos diferenciados e cabe ao onipresente SISTEMA escolher o que melhor convém para a maioria. O fato é que percebemos claramente que o modelo behaviorista e o modelo aprendizagem significativa apresentam um ponto em comum - a aprendizagem mecânica inicial do aluno - mas tornam-se incompatíveis com o passar do tempo. Adotar o sistema behaviorista é pensar em conhecimentos cristalizados e se você os movimentar de alguma forma eles quebram e não sobra nada. O aluno esqueceu e só serviu para resolver provas e acertar respostas escondidas em gabaritos. Por outro lado, adotar a aprendizagem significativa implica na apropriação do conhecimento, transformá-lo e utilizá-lo para a vida.

Evidentemente que a aprendizagem significativa é uma revolução na forma de aprender e ensinar: é romper paradigmas. A proposta de Ausubel é radical e amplia horizontes. Mas não podemos esquecer, insisto, que o modelo adotado nas nossas escolas é, em geral, behaviorista. Dessa forma, o radicalismo de um modelo mais amplo não parece ser a melhor saída pois se o aluno não é acostumado a enfrentar situações novas então não é adequado

propô-las no momento da avaliação (somativa, no caso). Situações novas devem ser propostas progressivamente, ao longo do processo instrucional e, nesse caso, seria natural incluí-las nas avaliações.

A aprendizagem significativa é progressiva, grande parte do processo ocorre na zona cinza, na região do mais ou menos, onde o erro é normal. Portanto, a avaliação da aprendizagem significativa deve ser predominantemente formativa e recursiva. É necessário buscar evidências de aprendizagem significativa, ao invés de querer determinar se ocorreu ou não. É importante a recursividade, ou seja, permitir que o aluno refaça, mais de uma vez se for o caso, as tarefas de aprendizagem. É importante que ele ou ela externalize os significados que está captando, que explique, justifique, suas respostas (MOREIRA, 2012).

Sem dúvida, bastante difícil a avaliação da aprendizagem significativa. Principalmente porque implica uma nova postura frente à avaliação. É muito mais simples a avaliação do tipo certo ou errado, mas o resultado é, em grande parte, aprendizagem mecânica (MOREIRA, 2012).

Fazendo referência direta às práticas contidas nesta dissertação será que os resultados obtidos são satisfatórios? Depende do modelo adotado, ou seja, qual teoria da aprendizagem que está sendo utilizada? Se pensarmos no behaviorismo, o trabalho do aluno fracassou fragorosamente. Os resultados estão errados ou incompletos como, por exemplo, no cálculo da permeabilidade do terreno da escola. Os alunos externaram que nos terrenos das suas residências o coeficiente de permeabilidade é zero, mas sem evidenciar os cálculos matemáticos, como era desejado. Se analisarmos sob a teoria da aprendizagem significativa podemos dizer que o aluno está em processo de entendimento, mas precisa da recursividade para sanar dificuldades nos cálculos matemáticos.

Quando o foco é aprendizagem significativa, o erro é permitido. A discussão do conceito matemático no contexto ambiental é mais ampla, e a forma de construir o conhecimento também é. Nesse contexto, posso dizer que a proposta está em processo de realização, não terminou aqui. O processo de aprendizagem significativa é constante, não fragmentado, e é necessário que seja feito um acompanhamento dos alunos ano a ano para que se possa observar o seu progresso. Além disso, é importante que haja tempo para a recursividade no processo de fortalecimento das habilidades matemáticas que, em um primeiro momento, não foram desenvolvidas pelo aluno.

Observei o que foi descrito no subitem 2.5.3 quando os estudantes apresentaram dificuldades em elaborar gráficos e realizar operação básica de divisão. No entanto, a participação lúdica do aluno foi evidente, deixando clara a disposição desses alunos em fazer Matemática brincando. A premissa desse trabalho é verdadeira.

O aluno construiu pluviômetro, entendeu que ele pode medir a chuva e que, se ele se apoderar do conhecimento, pode fazer medidas que podem indicar um sinal de alerta para a sua segurança e dos seus familiares. Ele pode comparar suas medidas com os acontecimentos de áreas de risco! Então, toda a vez que suas medidas chegarem a um determinado limite pluviométrico ele deve ficar atento.

A mesma linha de raciocínio para os outros dois projetos. Mais do que medir as áreas, ajudar a desenvolver a conscientização ambiental e mostrar qual é o impacto da falta de áreas permeáveis onde o aluno reside e qual é a implicação disso. Os alunos perceberam que estão contribuindo com as enchentes porque seus terrenos estão abaixo do permitido por lei. O mesmo raciocínio pode ser usado quando medimos a área urbana de São Carlos. Os alunos perceberam que o motivo do transbordamento dos rios e o alagamento de áreas públicas é a excessiva urbanização.

No que se refere às habilidades em Matemática, é sabido que elas são de difícil contextualização, o que exige mais dos professores para buscar complementar um desenvolvimento formal com aplicações em contexto real. Se levarmos em consideração que esse trabalho não foi feito em uma escola contemplada com o programa de ensino integral, os desafios para a execução dos projetos dispostos nessa dissertação são maiores do que se os mesmos tivessem sido implantados em uma escola integral cujo aprendizado é claramente voltado para projetos. De fato, por uma série de disposições listadas no subitem 2.5.3, observa-se como é favorável o ambiente para à execução de projetos no contexto de uma aprendizagem significativa.

Em relação à Modelagem Matemática podemos dizer que o estudante está no primeiro momento, ou seja, na fase da novidade e exploração de uma nova ideia. Evidentemente que o estudante precisaria estar em contato com a Modelagem Matemática de forma mais intensa durante a sua vida escolar, para que ele pudesse evoluir para os outros dois momentos já descritos no subitem 2.4, ilustrado na Figura 2.

Foram observadas claramente as dificuldades no uso da Modelagem Matemática que são os obstáculos instrucionais, dificuldades dos professores e também dos estudantes, descritas por Bassanezi (2002) e outros autores.

No que se refere às dificuldades institucionais/dificuldades dos professores, podemos citar a falta de pessoas que pudessem auxiliar na organização das atividades. Nesse caso, a escola, através da Secretaria de Educação, poderia disponibilizar profissionais auxiliares. Mas essa é uma questão que está além do escopo dessa discussão. Poderia dizer que faltam recursos para isso. Dessa forma, dentro da sala, temos um professor que trabalha com uma quantidade numerosa de alunos e muito heterogênea, no que se refere a interesses de aprendizado, apatia e conduta não adequada em sala de aula. Além disso, devido a falta de espaço físico, os trabalhos realizados pelos alunos para a Feira de Ciências da escola foram jogados no lixo. Parte deles foram recuperados pelos próprios alunos indignados com o tratamento dado aos trabalhos pela escola.

A dificuldade do professor está associada não somente a um maior contato com a modelagem, mas a carga horária que dispõe para trabalhar. Infelizmente o professor moderno da educação básica não é exclusivo de uma única unidade escolar e a quantidade de aulas durante o dia pode ser grande, muitas vezes chegando a 52 aulas por semana.

Por fim, as dificuldades dos estudantes. Eles apresentaram indícios que precisam ter seus subsunçores mais desenvolvidos a ponto de realizar mais amplamente os projetos propostos, no que se refere às habilidades matemáticas. Essas dificuldades precisam ser identificadas e compreendidas pelo professor caso precise ou queira fazer uso do produto educacional, ou ainda, se precisar trabalhar com projetos. No entanto, é importante ressaltar avanços importantes no que se refere às competências específicas de Matemática listadas na BNCC. Das 8 competências listadas, avançamos em 7. O que isso quer dizer? Que em comparação com uma aula formal, foi possível maior engajamento por parte dos alunos. Podemos citar que o aluno percebeu que a Matemática é uma ferramenta fruto das necessidades humanas, que ela desenvolve o espírito investigativo para compreender e atuar no mundo, compreenderam que existe uma relação entre diferentes campos da matemática e outras áreas do conhecimento, desenvolvimento da auto estima e perseverança na busca de soluções, organização qualitativa, utilização de ferramentas matemáticas para modelar problemas do

cotidiano, discussão de projetos de caráter de urgência social e trabalho cooperativo com seus pares.

Trabalhar projetos sob a luz dos PCNs é um desafio para poucos. A falta de obrigatoriedade de trabalhar projetos e a falta de solidariedade geral, presentes nas unidades escolares, é uma falha no sistema que a BNCC pode corrigir, uma vez que seu foco está na escola integral e que, pelo menos teoricamente, “promete” dar condições de trabalho para o professor de educação básica desenvolver projetos, como os tratados aqui, de forma satisfatória.

A Matemática com o tema transversal Meio Ambiente proporciona um terreno fértil de discussões e trabalhos lúdicos, além de preparar o aluno para o trabalho com a Matemática em sala de aula. Em geral, o aluno fica menos resistente ao aprendizado matemático ao mesmo tempo que visualiza uma ferramenta de aplicação social. No entanto, conforme já mencionado, o aluno apresentou dificuldades em habilidades matemáticas, o que reforça a necessidade de desenvolvimento de subsunçores, mas como o aluno está menos resistente ao aprendizado matemático, seu desenvolvimento torna-se mais facilitado.

Para que o professor possa trabalhar com o produto educacional é interessante que o aluno apresente habilidades de operações matemáticas básicas, assim como a habilidade de construir gráficos. Para isso, é importante que o professor possa desenvolver um aprendizado mecânico, em princípio, com seus alunos, mais relacionado com o reforço do letramento matemático. Mas isso não garante que o aluno estará pronto para realizar as tarefas propostas com facilidade. É importante que seja garantido a recursividade para que as habilidades matemáticas defasadas sejam trabalhadas sempre que necessário para o aluno.

REFERÊNCIAS

- ABREU, R. L. de. **Map locator of São Paulo's São Carlos city**. 2006. Disponível em: <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=1119524>. Acesso em: 18 mar. 2019.
- ALMEIDA, L. M. W; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. **Práticas de modelagem matemática na educação matemática**: relatos de experiências e propostas pedagógicas. Londrina: EDUEL, 2011.
- ANGELOTTI, W. F. D. et al. Uma abordagem simplificada do método Monte Carlo Quântico: da solução de integrais ao problema da distribuição eletrônica. **Química Nova**, São Paulo, v. 31, n. 2, p. 433-444, 2008. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/S0100-40422008000200044>. Disponível em https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0100-40422008000200044&script=sci_arttext&tlng=pt. Acesso em: 1 set. 2018.
- AUSBEL, D. P. **A aprendizagem significativa**: a teoria de David Ausbel. São Paulo. Moraes, 1982.
- BARBOSA, J. C; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. **Modelagem matemática na educação matemática brasileira**: pesquisas e práticas educacionais. v. 3. Recife: SBEM, 2007. (Biblioteca do Educador Matemático - Coleção SBEM).
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002. Disponível em: www.researchgate.net/publication/256007243_Ensino_-_aprendizagem_com_Modelagem_matematica. Acesso em: 01 out. 2016.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2009.
- BASSANEZI, R. C. **Modelagem matemática**: teoria e prática. São Paulo: Contexto, 2015.
- BELTRÃO, M. E. P. **Ensino de cálculo pela modelagem matemática e aplicações**: teoria e prática. 2009. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.
- BRASIL. Aprova o Plano Nacional de Educação - PNE e dá outras providências. **Diário Oficial da União**: seção 1, Brasília, DF, edição extra, p. 1, 26 jun. 2014. Disponível em: <http://pne.mec.gov.br/18-planos-subnacionais-de-educacao/543-plano-nacional-de-educacao-lei-n-13-005-2014>. Acesso em: 21 abr. 2020.
- BRASIL. [Constituição (1988)]. **Constituição da República Federativa do Brasil**. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/ConstituicaoCompilado.htm
- BRASIL. Lei nº 9.795, de 27 de abril de 1999. Dispõe sobre a educação ambiental, institui a Política Nacional de Educação Ambiental e dá outras providências. **Diário Oficial da União**:

seção 1, Brasília, DF, p. 1, 28 abr.1999. Disponível em:
http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19795.htm. Acesso em: 1 out. 2017.

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. **Diário Oficial da União**: seção 1, Brasília, DF, p. 27833, 23 dez. 1996. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm. Acesso em: 21 abr. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular**: educação é a base. Brasília: MEC, 2017. Disponível em:
http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf. Acesso em: 19 abr. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Portal do Professor. **Medindo a quantidade de chuva**. 2009. Disponível em <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=1481>. Acesso em: 1 jul. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Resolução nº 2, de 15 de junho de 2012. Estabelece as diretrizes curriculares nacionais para a educação ambiental. **Diário Oficial da União**: seção 1, Brasília, DF, p. 70, 18 jun. 2012. Disponível em:
http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/rcp002_12.pdf. Acesso em: 15 nov. 2017.

BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: apresentação dos temas transversais, ética. Brasília: Secretaria da Educação Fundamental, 1997b. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro081.pdf>. Acesso em: 22 dez. 2016.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em
<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 22 dez. 2016.

BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática. Brasília: Secretaria da Educação Fundamental, 1997c. Disponível em:
<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 22 dez. 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio**. Brasília: MEC/SEMT, 1999.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em:
<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 22 dez. 2016.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros curriculares nacionais**: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: temas transversais. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ttransversais.pdf>. Acesso em: 1 fev. 2017.

BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: meio ambiente, saúde**. Brasília: Secretaria da Educação Fundamental, 1997a. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro091.pdf>. Acesso em: 22 dez. 2016.

BRASIL. **Temas contemporâneos e transversais na BNCC: contexto histórico e pressupostos pedagógicos**. [S. l.: s. n.], 2019. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/contextualizacao_temas_contemporaneos.pdf. Acesso em: 21 abr. 2020.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática e implicações no ensino e aprendizagem de matemática**. Blumenau: FURB, 1999.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2000.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2009.

BORSSOI, A. H.; ALMEIDA, L. M. W. de. Modelagem matemática e aprendizagem significativa: uma proposta para o estudo de equações diferenciais ordinárias. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 6, n. 2, p. 91-121, 2004.

BRUCKI, C. M. **O uso de modelagem no ensino de função exponencial**. 2011. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

CEOLIM, A. J.; CALDEIRA, A. D. Obstáculos e dificuldades apresentados por professores de matemática recém-formados ao utilizarem modelagem matemática em suas aulas na educação básica. **Bolema**, Rio Claro, v. 31, p. 760-776, 2017. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n58a12>

CHEVALLARD, Y. **Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Trad. Daysy Vaz de Niraes. Porto Alegre: Artmed, 2001.

CHUVA forte em São Carlos, SP, causa pontos de alagamento; veja fotos e vídeo. **G1 São Carlos e Araraquara**, 20 mar. 2018. Disponível em <https://g1.globo.com/sp/sao-carlos-regiao/noticia/chuva-forte-em-sao-carlos-sp-causa-alagamento-em-diversos-pontos-veja-fotos.ghhtml>. Acesso em: 1 set. 2018.

COMO construir um pluviômetro: aprenda o passo a passo da construção de um pluviômetro para usar com a turma. **Nova Escola**, edição 276, 01 de outubro de 2014. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/3300/como-construir-um-pluviometro>. Acesso em: 5 abr. 2020.

CORDEIRO, N. V. **Temas contemporâneos e transversais na BNCC: as contribuições da transdisciplinaridade**. 2019. Dissertação (Mestrado em Educação) -Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2019.

D'AMBRÓSIO, U. A matemática nas escolas. **Educação Matemática em Revista**, ano 9, n. 11, p. 29-33, abr. 2002.

EQUIPE ARQUIDICAS. **O que é permeabilidade?** 2017. Disponível em: <https://www.arquidicas.com.br/o-que-e-permeabilidade/>. Acesso em: 15 set. 2019.

FARIAS, T. **Taxa de permeabilidade do solo**. 1 vídeo (7 min.). 2018. Publicado pelo canal Engenharia Feminina. Disponível em: <https://youtu.be/gw9tO7JvjXA>. Acesso em: 15 set. 2018.

FERNANDES, M. C. M. **Projetos ambientais na escola pública e sua relação com o processo ensino aprendizagem de matemática**. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

FIGUEIRÓ, M. N. D. A viabilidade dos temas transversais a luz da questão do trabalho docente. **PSI: Revista de Psicologia Social e Institucional**, Londrina, v. 2, n. 1, jun. 2000. Disponível em: <http://ww2.uel.br/ccb/psicologia/revista/textov2n12.htm>. Acesso em 11 out. 2017.

FORNER, R.; HONORATO, A. H. A. A modelagem matemática e o currículo do Estado de São Paulo: algumas vivências e reflexões. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo: [s. n.], 2016. p. 1-8. Disponível em http://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/4571_3245_ID.pdf. Acesso em: 16 set. 2018.

FRANCHI, R. H. **Modelagem matemática como estratégia de aprendizagem do cálculo diferencial e integral nos cursos de engenharia**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 1993.

GIGERENZER, G.; GAISSMAIER, W. Heuristic decision making. **Annual Review of Psychology**, Berlin, v. 62, p. 451-482, jan. 2011. Disponível em https://www.annualreviews.org/doi/full/10.1146/annurev-psych-120709-145346#_i2. Acesso em: 2 set. 2018.

GOOGLE EARTH. 2018. Disponível em: <https://www.google.com.br/intl/pt-BR/earth/>. Acesso em: 1 set. 2018.

JUSTINO, E. A; PAULA, H. M. de; PAIVA, E. C. R. Análise do efeito da impermeabilização dos solos urbanos na drenagem de água pluvial do município de Uberlândia-MG. **Espaço em Revista**, Catalão, v. 13, n. 2, p. 16-38, jul./dez. 2011. Disponível em: <https://www.revistas.ufg.br/espaco/article/view/16884>. Acesso em: 10 set. 2018.

KLÜBER, T. E.; BURAK, D. Modelagem matemática: pontos que justificam a sua utilização no ensino. *In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais [...]**. [S. l.: s. n.], 2007. p. 1-15. Disponível em: http://files.professoragabrielegranada.webnode.com/200000031-14d4d15cf0/MM_utilizacao_no_ensino_kluber_burak.pdf. Acesso em 20 jan. 2018.

LEITE, M. B. F.; FERREIRA, D. H. L.; SCRICH, C. R. Explorando conteúdos matemáticos a partir de temas ambientais. **Ciência e Educação**, Bauru, v. 15, n. 1, p. 129-138, 2009. Disponível em https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1516-73132009000100008&script=sci_abstract&tlng=pt. Acessado em 09/12/2017. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/S1516-73132009000100008>.

LIMA, A. P.; AMORIM, M. C. C. T. Análise de episódios de alagamentos e inundações urbanas na cidade de São Carlos a partir de notícias de jornal. **Revista Brasileira de Climatologia**, Curitiba, ano 10, v. 15, jul./dez. 2014. Disponível em: <https://revistas.ufpr.br/revistaabclima/article/download/33406/25020>. Acesso em: 1 set. 2018.

MENEZES, L. C. De. **BNCC de bolso**: como colocar em prática as principais mudanças da educação infantil ao ensino fundamental. [S. l.]: Editora do Brasil, 2019.

MÉTODO DE MONTE CARLO. *In: WIKIPEDIA: a enciclopédia livre*. 2018. [San Francisco, CA: Wikimedia Foundation, 2018]. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=M%C3%A9todo_de_Monte_Carlo&oldid=52690. Acesso em: 2 set. 2018.

MIYASAKI, D. M. **Modelagem matemática e educação ambiental**: possibilidades para o ensino fundamental. [201-?]. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/359-4.pdf>. Acesso em: 29 abr. 2020.

MIZUKAMI, M. G. N. Diretrizes e Parâmetros Curriculares Nacionais. *In: CONGRESSO ESTADUAL PAULISTA SOBRE FORMAÇÃO DE EDUCADORES*, 5., 1998, Águas de São Pedro. **Anais [...]**. São Paulo: UNESP, 1998.

MOREIRA, M. A. O que é afinal aprendizagem significativa? **Curriculum**, La Laguna, 2012. Disponível em: <http://moreira.if.ufrgs.br/oqueefinal.pdf>. Acesso em: 30 jul. 2018.

MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: E.P.U., 1999.

MORENO, M. Los temas transversales: una enseñanza mirando hacia delante. *In: BUSQUETS, D. et al. Temas transversales*. Madri: Santillana/Aula XXI, 1993.

NUNES, J. M. V. Aprendizagem significativa: despertando a motivação intrínseca via história da matemática. **Aprendizagem Significativa em Revista**, v. 4, n. 2, p. 32-44, 2014. Disponível em: http://www.if.ufrgs.br/asr/artigos/Artigo_ID59/v4_n2_a2014.pdf. Acesso em: 25 abr. 2020.

OLIVEIRA, R. C. de. **Medidas não estruturais na prevenção e controle de enchentes em área urbanas, como subsídios para o planejamento de uso e ocupação do solo: estudo de caso - bacia do córrego do Gregório - São Carlos (SP).** 1998. Dissertação (Mestrado em Hidráulica e Saneamento), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1998.

OSÓRIO, F. L.; SOUZA JÚNIOR, C. R. B. de. Formação sócioterritorial e população no município de São Carlos - SP: contradições inerentes ao “desenvolvimento”. In: SIMPOSIO MINEIRO DE GEOGRAFIA, 1., 2014, Alfenas. **Anais [...]**. Alfenas: UNIFAL-MG, 2014. Disponível em: <http://www.unifal-mg.edu.br/simgeo/system/files/anexos/Felipe%20Lehnenn%20Os%C3%B3rio.pdf>. Acesso em: 18 set. 2018.

PELIZZARI, A. et al. Teoria da aprendizagem significativa segundo Ausubel. **Revista PEC**, Curitiba, v. 2, n. 1, p. 37-42, jul. 2002. Disponível em <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/materiais/0000012381.pdf>. Acesso em: 01 ago. 2018.

POZO, J. I.; CRESPO, M. A. G. **A aprendizagem e o ensino de ciências: do conhecimento cotidiano ao conhecimento científico.** 5. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

PREFEITURA MUNICIPAL DE SÃO CARLOS. **Mapa de zoneamento do Plano Diretor de São Carlos.** 2005. Disponível em: https://www.researchgate.net/figure/Figura-1-Localizacao-das-zonas-urbanas-no-municipio-de-Sao-Carlos-SP_fig1_309286001. Acesso em: 19 abr. 2020.

PREFEITURA MUNICIPAL DE SÃO CARLOS. Secretaria Municipal de Educação. **Projeto Político Pedagógico da EMEB Carmine Botta São Carlos – SP 2015-2016.** São Carlos: Secretaria Municipal de Educação, 2015.

PROGRAMA DAS NAÇÕES UNIDAS PARA O DESENVOLVIMENTO. Ranking decrescente do IDHM dos municípios do Brasil. In: PROGRAMA DAS NAÇÕES UNIDAS PARA O DESENVOLVIMENTO. **Atlas do desenvolvimento humano.** Brasília: PNUD, 2010. Disponível em: <http://www.br.undp.org/content/brazil/pt/home/>. Acesso em: 2 set. 2018.

RÉGUA online. **Régua online em tamanho real.** 2012. Disponível em: <https://www.reguaonline.com/imprimir-regua.html>. Acesso em: 19 abr. 2020.

RIVERO GARCÍA, A.; PORLÁN ARIZA, R. Investigación del medio y conocimiento escolar. **Cadernos de Pedagogía**, Madrid, n. 227, p. 28-31, 1994.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. **Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias.** São Paulo: Secretaria da Educação, 2011.

SÃO PAULO (Estado). **Escala de proficiência de língua portuguesa.** 2017. Disponível em http://saesp.vunesp.com.br/escala_lp.html. Acesso em: 11 set. 2018.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. **Matrizes de referência para a avaliação SARESP**: documento básico. São Paulo: SEE, 2009. v. 1.

SILVA, L. C. M. da; GUIRADO, J. C. A aprendizagem significativa matemática com estratégias consolidadas nas tendências matemáticas. *In*: PARANÁ. Secretaria de estado da Educação. Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE.

Curitiba: SEED/PR, 2014. v. I. Disponível em:

http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_uem_mat_artigo_leila_carla_machado_da_silva.pdf. Acesso em: 16 jan. 2020.

SOARES, M. R. **O estado da arte dos trabalhos acadêmicos de modelagem matemática a partir dos programas de pós-graduação *stricto sensu* das áreas de ensino e de educação da Capes**: as dimensões fundamentais e as direções históricas. 2017a. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2017. Disponível em www.ufjf.br/ebapem2015/files/2015/10/gd10_maria_soares.pdf. Acesso em: 1 dez. 2017.

SOARES, S. **Como fazer um pluviômetro medidor de chuvas**. 1 vídeo (6 min.). 2017b.

Publicado pelo canal 50 Minutos Tutoriais. Disponível em: <https://youtu.be/bLEiMO2E3-w>. Acesso em: 05 abr. 2020.

SOUZA, J. **Matemática realidade & tecnologia**: 6º ano ensino fundamental: manual do professor. São Paulo: FTD, 2018.

SOUZA NETO, A. O que são os PCN? O que afirmam sobre a literatura? **Debates em Educação**, Maceió, v. 6, n. 12, p. 112-128, 2014.

TAVARES, F. Dificuldades reveladas por alunos em contextos de aplicação ou modelação matemática. **MILLENIUM**: Revista do Instituto Superior Politécnico de Viseu, Viseu, ano 4, n. 17, p. 363-375, jan. 2000.

TOMMASIELLO, M. G. C.; ROCHA, E. M. P. da; BERGAMASHI, E. M. M. A educação ambiental como tema transversal no ensino médio na perspectiva dos professores.

Comunicações, Piracicaba, v. 22, n. 2, p. 35-64, 2015. Disponível em

<http://dx.doi.org/10.15600/2238-121X/comunicacoes.v22n2ep35-64>. Acesso em: 1 dez. 2017.

TRISTÃO, V. T. V. **Educação ambiental não formal**: a experiência das organizações do terceiro setor. 2011. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS. **O método de Monte Carlo para estimar o tamanho de uma área**. 2007. Disponível em: <http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1371>. Acesso em: 1 jul. 2018.

VALADARES, J. A teoria da aprendizagem significativa como teoria construtivista.

Aprendizagem Significativa em Revista/Meaningful Learning Review, Porto Alegre, v.1,

n.1, p.36-57, 2011. Disponível em

http://www.if.ufrgs.br/asr/artigos/Artigo_ID4/v1_n1_a2011.pdf. Acesso em: 07 set 2020.

APÊNDICE

PRODUTO EDUCACIONAL: PROJETOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADOS NO ENSINO FUNDAMENTAL II NO CONTEXTO DA EDUCAÇÃO AMBIENTAL.

PROJETOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA
APLICADOS NO ENSINO FUNDAMENTAL II NO
CONTEXTO DA EDUCAÇÃO
AMBIENTAL.

SORAIA BATTISTI
TADEU MALHEIROS

UNIVERSIDADE DE SÃO
PAULO ESCOLA DE ENGENHARIA
DE SÃO CARLOS

Programa de Pós-Graduação em Rede Nacional
para o Ensino das Ciências Ambientais -
PROFCIAMB

PRODUTO EDUCACIONAL

**PROJETOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADOS NO ENSINO
FUNDAMENTAL II NO CONTEXTO DA EDUCAÇÃO AMBIENTAL**

SORAIA MARIA RIBEIRO BATTISTI

Produto educacional
apresentada à Escola de
Engenharia de São Carlos da
Universidade de São Paulo para a
obtenção do título de Mestre em
Ensino em Ciências Ambientais
pelo Programa de Pós-
Graduação em Rede Nacional
para o Ensino das Ciências
Ambientais (PROFCIAMB).

Orientador: Prof. Dr. Tadeu Fabrício
Malheiros

SÃO CARLOS – SP

2020

APRESENTAÇÃO

Este material é produto de dissertação de Mestrado Profissional em Rede para o Ensino de Ciências Ambientais – PROFCIAMB da Universidade de São Paulo campus São Carlos e foi elaborada para apoiar os professores de Matemática que desejam um diálogo transversal com questões ambientais relevantes a realidade do aluno, de forma prazerosa e significativa.

O diálogo que é desejado ter está relacionado ao impacto da impermeabilização do solo em uma cidade que contém rios na área urbana e as enchentes crônicas em épocas de fortes chuvas. Este material apresenta a Modelagem Matemática como possibilidade de estratégia metodológica que pode ser utilizada a partir do 6º ano do Ensino Fundamental II. A primeira Situação de Aprendizagem foi elaborada a partir da coleção M³ Matemática Multimídia, licenciados sob uma licença *Creative Commons*, que é o Método de Monte Carlo para a determinação de áreas planas, desenvolvido pela Universidade de Campinas (UNICAMP). A segunda Situação de Aprendizagem foi baseada no conteúdo contido no Portal do Professor, desenvolvido pelo MEC (Ministério da Educação), onde o professor pode acessar plano de aulas sobre a medição da quantidade de chuvas através de um pluviômetro caseiro e, finalmente, a terceira Situação de Aprendizagem trabalha o conceito de fração através do coeficiente de permeabilidade que é a razão entre a área permeável e a área total do terreno onde estão localizadas as residências dos alunos.

É desejável que, após realizar as atividades propostas, o aluno adquira conhecimentos que possam contribuir para o desenvolvimento da consciência ambiental, para a reflexão sobre o contexto ambiental e na percepção da matemática como uma ferramenta de utilidade social que ajuda a entender a realidade que nos cerca. Pois compreende-se que a questão ambiental é centrada principalmente no desenvolvimento de valores, atitudes, posturas éticas e no domínio de procedimentos, mais que na aprendizagem de conceitos.

Espera-se que as Situações de Aprendizagem aqui apresentadas possam contribuir para a melhoria do processo de ensino – aprendizagem da matemática em sala de aula.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e da Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico (ANA).

OS AUTORES

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	6
SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM Nº 1: ÁREAS REGULARES E RAZÕES.....	8
SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM Nº 2: IMPRESSIONADO COM O VOLUME DE CHUVA?.....	10
SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM Nº 3: O MÉTODO DE MONTE CARLO E A MEDIÇÃO DE ÁREA.....	19
3.1 Será que o método Monte Carlo funciona?	19
3.2 Aplicação do método	22
REFERÊNCIAS	26
BIBLIOGRAFIA	27

INTRODUÇÃO

A maneira tradicional de apresentar a Matemática é, em geral, comum a todos os professores: definições, resultados e técnicas de exercícios de aplicação. Essa forma de apresentar o conteúdo, em geral, pode criar uma fissura que, ao longo da vida acadêmica do aluno, tende a evoluir para um abismo de comprimento, largura e profundidade infinitos e que separa, definitivamente, os alunos da Matemática. Esse é o momento em que se escuta de alguns deles (ou de muitos!) que nos odeiam e misturam a aversão à Matemática, sutilmente desenvolvida durante o percurso acadêmico, com a figura do professor. Durante os meus 20 anos de magistério o enredo se repete e lecionar matemática, depois de criada toda essa animosidade, fica tão tranquilo quanto caminhar na areia da praia em dia de forte tempestade com raios e sem a possibilidade de encontrar abrigo.

Acredito o material que você tem em mãos, previamente abordado na minha dissertação, ajude a fazer diferente: mudar a maneira de apresentar o conteúdo de Matemática aos nossos alunos e, conseqüentemente, torná-la mais amistosa e com significados importantes para os alunos. O fato é que a aplicação de um tema diversificado transforma a aula em um momento de alegrias e descobertas. E esse momento de prazer nos faz refletir sobre a qualidade das aulas e revertermos responsabilidades: muitas vezes cobramos a falta de interesse dos nossos alunos nas aulas de Matemática, mas não analisamos outras estratégias que possam atingir nosso alunado de forma significativa. Dentro desse contexto, observei a necessidade de oferecer situações de aprendizagem em que o aluno pudesse aceitar o desafio de aprender Matemática sem que ele ficasse com a sensação de ter caído na toca do coelho e se perdido no país das maravilhas. A ideia é apresentar o assunto sem formalismo, com a finalidade de criar intimidade entre eles e ela; com o aumento da intimidade, preparamos terreno para a confiança e, espera-se que com o aumento da confiança, a semente do interesse em Matemática floresça e dê frutos, ou seja, ajude a formar cidadãos críticos, conscientes e com capacidade de posicionar-se frente às questões que interferem na vida comunitária, de modo responsável, na qual estão inseridos.

Para isso, não devemos esquecer que a escola também é um espaço que deve contribuir com o desenvolvimento da formação cidadã¹ do aluno. É desejado que com o incentivo do pensamento crítico do aluno haja convergência da Matemática com a educação cidadã.

¹ Conforme o artigo 205 da Constituição Federal e do artigo 1º no § 2º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Nota da autora).

Evidentemente que o exercício da cidadania é construído ao longo da vida das pessoas, mas esse trabalho contribui para chamar a atenção, já no 6º ano do Ensino Fundamental II, para uma situação ambiental típica da consequência da urbanização não planejada: as enchentes crônicas na cidade de São Carlos-SP, tema que não é costumeiramente discutido no Ensino Fundamental II.

A forma escolhida para ensinar Matemática, de maneira significativa e contextualizada com a realidade ambiental do meu aluno, foi através da Modelagem Matemática, uma metodologia de sala de aula apoiada pelo Currículo Paulista vigente entre 2009 até 2018 e do tema transversal Meio Ambiente.

Como resultado, da interação entre a Matemática e o tema transversal Meio Ambiente, aulas mais prazerosas, contextualizadas, centradas em um problema comum às crianças, com discussões importantes a respeito das enchentes no município de São Carlos e maior participação dos alunos. Enfim, uma grata surpresa e um grande sucesso.

Por fim, sugiro três vídeos facilmente encontrados na internet, para trabalhar cada situação de aprendizagem:

Situação de Aprendizagem 1: O vídeo “O que é taxa de permeabilidade do terreno e como calculá-la”. Disponível em: <https://youtu.be/gw9tO7JvjXA>

Situação de Aprendizagem 2: o vídeo “Como fazer um pluviômetro medidor de chuvas” que ensina a fazer um pluviômetro caseiro com garrafa PET, disponível em <https://youtu.be/bLEiMO2E3-w>.

Situação de Aprendizagem 3: Gregório, o córrego indomável. Disponível em <https://youtu.be/l95Nz1VLOX8>

Bom trabalho e sucesso!

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM Nº 1: ÁREAS REGULARES E RAZÕES

De acordo com o Portal 44 Arquitetura (2018), “nossas cidades crescem, em geral, às margens de rios e córregos, em encostas e vales. E essa situação, acrescentada ao clima brasileiro quente e úmido, faz com que um dos maiores problemas urbanos sejam as enchentes.” E acrescenta que

A partir de meados da década de 1960, com a explosão demográfica urbana, o asfalto tomou conta de praticamente todas as ruas. As águas pluviais ficaram a mercê de escoarem pelas galerias subterrâneas (quando elas existem ou quando os bueiros não estão com impedimento). Além disso, os proprietários de residências criaram o hábito de “concretarem” todo o quintal. Mais uma vez, empecilhos para o escoamento natural da água das chuvas. O resultado de tudo isso? Enchentes e alagamentos como um problema crônico e de difícil solução. (PORTAL 44 ARQUITETURA, 2018).

Daí a importância de se respeitar o plano diretor da cidade que determina a taxa de permeabilidade mínima, ou seja, o terreno precisa de uma área para absorver água da chuva de forma natural e jogá-la no lençol freático.

Podemos observar na Figura 1 uma situação corriqueira na cidade de São Carlos que são as enchentes, ou seja, uma cidade impermeável implica em uma cidade alagada.

Figura 1: Figura ilustrativa da permeabilidade urbana

Fonte: Equipe Arquidicas (2017)

Para a re alização dessa etapa foi passado para os alunos um vídeo explicativo sobre taxa de permeabilidade, disponível no YouTube com o título “Taxa de Permeabilidade do Solo” contido no canal Engenharia Feminina, publicado em 15 de setembro de 2018 (FARIAS, 2018). Após a visualização do vídeo foi dada a tarefa de calcular a taxa de permeabilidade do seu terreno, conforme o modelo abaixo.

Figura 2: Representação esquemática de um terreno com as medidas da área permeável e a área do terreno

Fonte: Arquivo da autora

A Lei Municipal nº 18053, de 19 de dezembro de 2016 (PREFEITURA MUNICIPAL DE SÃO CARLOS, 2016), transcrita (não totalmente, mas só aquilo que é de interesse neste trabalho) abaixo estabelece a porcentagem mínima do coeficiente de permeabilidade e ilustrada na figura 19.

Art.153 – O Coeficiente de Permeabilidade (CP) é entendido como a relação existente entre a área permeável e a área do terreno de um lote, e corresponde, em cada zona do Município, aos seguintes percentuais²:

No Eixo Estruturante: mínimo de 15% (quinze por cento);

II- Na Zona 1 – Ocupação Consolidada: mínimo de 15% (quinze por cento);

III- Na Zona 2 – Ocupação Induzida: mínimo de 15% (quinze por cento);

IV- Na Zona 3 – Ocupação Condicionada: mínimo de 15% (quinze por cento);

VI -Na Zona 5ª – Proteção e Ocupação Controlada SUC Monjolinho-Espraiado: mínimo de 20% (vinte por cento). (PREFEITURA MUNICIPAL DE SÃO CARLOS, 2016)

² O inciso V não se aplica a área urbana. (Nota da Autora)

Figura 3: Zoneamento na área urbana de São Carlos-SP

Fonte: Prefeitura Municipal de São Carlos (2005)

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM Nº 2: IMPRESSIONADO COM O VOLUME DE CHUVA?

Existem diversos modelos de pluviômetros, mas para a finalidade dessa aula, propomos um pluviômetro muito simples. Basicamente um pluviômetro simples é composto de uma régua escolar simples, um tubo de plástico e um funil.

Materiais necessários:

- Uma garrafa PET lisa de 2 litros;
- Pedrinhas ou bolinhas de gude (cerca de 10 unidades ou até superar o fundo ondulado da garrafa);
- Régua de 20 centímetros de papel;

- Estilete ou tesoura;
- Fita adesiva colorida;
- Água;
- Anilina ou corante.

Modo de fazer:

Figura 4: Desenho esquemático do corte de uma garrafa PET com o auxílio de estilete

Fonte: COMO... (2014)

1. Com o estilete, corte a garrafa PET na altura em que ela deixa de ser curva e começa a ficar reta, a uma distância aproximada de 10 centímetros do bico (Figura 4);

Figura 5: Desenho esquemático da garrafa PET cortada, com bolas de gude no seu interior, água e corante

Fonte: COMO... (2014)

2. Preencha cerca de 5 centímetros da garrafa com as pedrinhas ou bolinhas de gude.

Complete com água até cobri-las e acrescente algumas gotas de corante (Figura 5);

Figura 6: Desenho esquemático da garrafa PET com água, corante, bolas de gude e a marcação do nível da água em vermelho

Fonte: COMO... (2014)

3. Cole um pedaço de fita colorida na altura do nível da água fazendo uma marca (Figura 6).

Figura 7: (a) Desenho esquemático da colocação da régua no pluviômetro e (b) régua de 20 cm em tamanho real

Fonte: COMO... (2014)

4. Com a fita adesiva, fixe a régua na vertical do lado de fora da garrafa fazendo com que o número zero da régua coincida com o nível da água. Corte a parte que ficar além da garrafa (Figura 7a). Você pode utilizar o modelo abaixo (Figura 7b), recortando conforme sua necessidade.

(b)

Fonte: Régua Online (2012)

Figura 8: Desenho esquemático de um pluviômetro caseiro completo.

Fonte: COMO... (2014)

5. Encaixe o bico da garrafa de ponta-cabeça dentro na abertura do pluviômetro (Figura 8).

Como medir a quantidade de chuva?

O que significa dizer que a previsão de chuva de um determinado mês em uma determinada cidade deve ser de cerca de 200 mm (milímetros)?

A quantidade de chuva é medida com relação ao metro quadrado. Assim possivelmente teremos 200 mm de altura de água em um quadrado de um metro quadrado. Quanto isso dá em litros? Nesse momento, pode ser necessária uma revisão do trabalho de transformação de unidades de medida. O exemplo abaixo pode ser apresentado aos alunos para auxiliar no entendimento dos cálculos envolvidos na atividade.

Convertendo a altura para metros temos $200 \text{ mm} = 0,2 \text{ metros}$. $\text{Volume} = \text{área da base} \times \text{altura (1)}$

Assim, temos:

Fonte: a autora

Depois de colher os dados pluviométricos registre a quantidade de chuva em um gráfico. Qual gráfico? Como fazer o gráfico? O gráfico de colunas é para ser usado sempre que é preciso fazer comparação de valores no período.

Construindo um gráfico de colunas com os dados da planilha no papel.

1. Em uma folha de papel quadriculado desenhe dois eixos conforme a figura abaixo. Você obterá uma figura que lembra a letra “L”. O eixo “deitado” você chamará de “dias” e o eixo “em pé” você chamará de “mm”.
2. Marque o eixo “dias” com o número de barras que você precisa desenhar. No exemplo, vemos seis marcações no eixo. No nosso projeto poderão ser vinte e oito, vinte e nove, trinta ou trinta e uma marcações, dependendo do mês ou se o

ano for bissexto.

3. Marque o eixo “mm” com os valores anotados na coluna “mm” da planilha. No exemplo o eixo “mm” foi dividido em seis partes, sendo que cada parte é formada por cinco quadrados menores. Como sugestão, cada parte poderá corresponder a 10 mm. As cores nos eixos são apenas ilustrativas;
4. Estenda a base marcada no eixo “dias” até a altura no eixo “mm”. No exemplo temos 20 mm de chuva no primeiro dia, 30 mm de chuva no segundo dia, 36 mm de chuva no terceiro dia, 12 mm de chuva no quarto dia, 0 mm de chuva no quinto dia e 14 mm de chuva no sexto dia;
5. Coloque o título. Por exemplo, “Chuvas no bairro XXX, na cidade YYY no mês ZZZ de 20KK.”;

Gráfico 1: Modelo de gráfico de colunas que informa a quantidade de chuvas durante os dias, em um bairro de uma cidade, no mês e ano do experimento.

Chuvas no bairro XXX, na cidade YYY, no mês ZZZ e no ano de 20KK

Fonte: a autora

Construindo um gráfico de colunas no Excel

6. No Excel, inserir os dados na planilha (Figura 9). Na coluna B que corresponde a área da “boca” do funil, na célula B2, digite: $= 3,14 * g2 * g2$. No exemplo abaixo, o raio da “boca” do funil é 4 cm. O retângulo verde na planilha em B2, você irá arrastá-lo até o último dia do mês. Vá com a seta do mouse sobre a bolinha verde que está no

vértice do retângulo, pressione e o botão esquerdo do mouse ou touchpad arraste o retângulo para baixo. Os valores serão copiados.

Figura 9: Inserindo os dados na planilha do Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
	Dias do mês de Abril de 2000	A (cm)	V (cm³)	V=A (cm)	mm	raio	Medida da altura da água no pluviômetro											
1	1	50,24	350	6,96656051	69,66561	4												
2	2	50,24	400	7,961783439	79,61783	4												
3	3	50,24	200	3,98089172	39,80892	4												
4	4	50,24	140	2,786624204	27,86624	4												
5	5	50,24	195	3,881369427	38,81369	4												
6	6	50,24	101	2,010390218	20,1035	4												
7	7	50,24	44	0,875796178	8,757962	4												
8	8	50,24		0	0	4												
9	9	50,24		0	0	4												
10	10	50,24		0	0	4												
11	11	50,24		0	0	4												
12	12	50,24		0	0	4												
13	13	50,24		0	0	4												
14	14	50,24		0	0	4												
15	15	50,24		0	0	4												
16	16	50,24		0	0	4												
17	17	50,24		0	0	4												
18	18	50,24		0	0	4												
19	19	50,24		0	0	4												
20	20	50,24		0	0	4												
21	21	50,24		0	0	4												
22	22	50,24		0	0	4												
23		50,24		0	0	4												

Fonte: a autora

7. Na coluna C temos o volume coletado de água no pluviômetro. São valores empíricos. Digite os valores medidos em todas as células nessa coluna, até o último dia do mês. Não se esqueça de medir com a régua a altura da água no pluviômetro. Anote os valores na planilha nas células da coluna G;
8. Na coluna D, na célula D2 digite: $= C2/D2$. Repita o procedimento do item 21 e arraste o retângulo verde até o último dia do mês. Os resultados das divisões serão colocados na coluna automaticamente com esse procedimento;
9. Na coluna E, digite em E2: $= D2*10$ e arraste o retângulo verde até o último dia do mês. Os resultados, em mm, serão colocados na coluna automaticamente com esse procedimento;
10. Cada altura da água tem um volume. Compare os valores da coluna G com aqueles da coluna D. O que você concluiu? Será que precisamos medir o volume de água contido no pluviômetro para encontrar a quantidade de chuva no dia? A partir da sua conclusão, como devemos proceder para medir a quantidade de chuva?
11. Para fazer o gráfico você precisa selecionar a coluna mm, ir em Inserir, selecionar gráfico de colunas (Figura 10).

Figura 10: Planilha de dados e o gráfico de pluviosidade

Fonte: a autora

Quando o gráfico aparecer clique sobre o gráfico. Clique no sinal + e selecione Título dos Eixos, título do gráfico. Digite mm no eixo “em pé” e dias no eixo “deitado”. Coloque o título do gráfico conforme o exemplo abaixo (Figura 11).

Figura 11: Completando o gráfico de pluviosidade com os nomes dos eixos e o título do gráfico

Fonte: a autora

Como se define chuva fraca ou forte? O link <https://www.climatempo.com.br/noticia/como-se-define-chuva-fraca-ou-chuva-forte> traz muita informação a respeito. Você pode fazer medições com seu pluviômetro e saber a intensidade da chuva. Em São Carlos – SP 69 mm de chuva em meia hora causou enchente em 2018.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM Nº 3: O MÉTODO DE MONTE CARLO E A MEDIÇÃO DE ÁREA

O Método de Monte Carlo é usado para fazer estimativa, ou seja, cálculo aproximado. No nosso caso, estimativa da área do Brasil.

- ✓ Caixa de sapato;
- ✓ Milho de pipoca (*ou feijão*);
- ✓ Anexo mapa do Brasil;
- ✓ Tesoura;
- ✓ Régua;
- ✓ Calculadora.
- ✓ Cola

3.1 Será que o método Monte Carlo funciona?

Esta etapa pretende dar alguma confiança aos alunos de que o método funciona no contexto de medida e de experimento, isto é, trata-se de estimativas estatísticas com erros devido a flutuação na amostra, além dos erros de limitações das medidas diretas.

Sem demonstrar, sabe-se que a relação 1

$$\frac{\text{quantidade média de grãos dentro da figura plana}}{\text{quantidade total de grãos dentro da caixa}} \approx \frac{\text{área da figura plana}}{\text{área do fundo da caixa}} \quad (1)$$

vale para qualquer figura plana que esteja colada no fundo da caixa de sapato. Podemos dizer que a característica aleatória do procedimento está no fato de que os grãos não distinguem um ponto de outro, de forma que, ao final da mistura, os grãos ficam distribuídos de forma homogênea, em média.

No experimento, a distribuição uniforme de 160 grãos em uma área de 374 cm² implica a associação, em média, de um grão para cada

$$\frac{374}{160} \approx 2,34 \text{ cm}^2$$

É claro que o aumento da quantidade de grãos vai aumentar a acurácia da medida da área, desde que a distribuição seja mantida, em média, homogênea na caixa. Sugira aos alunos experimentarem com outras figuras planas de áreas conhecidas, como o triângulo e o retângulo. Entretanto, observe que as contas feitas no experimento e neste guia não darão resultados similares para outras caixas e outras quantidades de grãos.

Nesta etapa os alunos serão apresentados a um procedimento de estimação de áreas e poderão verificar sua efetividade. Tal processo está descrito a seguir:

1. Recorte um quadrado de papel com 8 cm de lado;
2. Cole este quadrado no fundo da caixa de sapato (Figura 12);

Figura 12: Caixa de sapatos e o recorte de papel 8cm x 8cm

Fonte: Unicamp (2007)

3. Escolha uma quantidade entre 100 e 300 grãos de milho, de modo que, quando jogados dentro da caixa de sapato, não fiquem muito dispersos;
4. Mexa a caixa de maneira aleatória, a fim de não deixar todos os grãos amontoados em um único canto. É importante que o milho fique distribuído o mais uniformemente;
5. Conte quantos grãos de milho ficaram dentro da região do quadrado colado no fundo da caixa e anote este valor em uma linha de uma tabela como a seguinte;
6. Repita os passos 4 e 5 por, no mínimo, oito vezes e calcule a média da quantidade de grãos de milho que ficaram dentro do quadrado;

7. Determine a razão entre “área do quadrado colado no fundo da caixa” e “área do fundo da caixa”;
8. Calcule a razão entre “quantidade média de grãos dentro do quadrado” e “quantidade total de grãos dentro da caixa”.

Após esses procedimentos, peça para que seus alunos verifiquem se as duas proporções calculadas estão ou não próximas uma da outra. Provavelmente a resposta será afirmativa, o que nos permitirá dizer que a relação 1 apresenta os valores das proporções próximos.

Tabela 2 – Modelo que relaciona as grandezas Contagem e Quantidade de grãos de milho.

Contagem	Quantidade
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
Média	

Fonte: Unicamp (2007)

3.2 Aplicação do método

Nesta etapa, o objetivo é mostrar como funciona o método e, para isso, será estimada a área da superfície brasileira. Para isso, é necessário apenas que se forneça, a cada grupo, mapa do Brasil e a distância real entre dois lugares do país. A distância que será fornecida é a distância entre o Monte Caburaí (RR) e o Arroio Chuí (RS), pontos extremos do Brasil ao norte e ao sul respectivamente, que mede, aproximadamente, 4395 km, como mostra a figura 13.

Figura 13: Mapa do Brasil utilizado no experimento

Fonte: Unicamp (2007)

Fornecidos o mapa e a distância a cada grupo, eles terão que seguir os seguintes passos:

1. Recortar um retângulo contendo o mapa do Brasil;
2. Colá-lo no fundo da caixa de sapato (Figura 14);

Figura 14: O mapa do Brasil colado no fundo da caixa de sapatos

Fonte: Unicamp (2007)

3. Escolher uma quantidade de até 300 grãos de milho, de modo que, quando jogados dentro da caixa de sapato, não fiquem muito dispersos.
4. Mexer a caixa de maneira aleatória, de modo que não deixe todos os grãos amontoados em um único canto. É importante que o milho fique distribuído

o mais uniformemente possível (Figura 15);

Figura 15: Distribuição dos grãos de milho sobre o mapa do Brasil

Fonte: Unicamp (2007)

5. Contar quantos grãos ficaram dentro do mapa do Brasil e anotar este valor em uma linha de uma tabela como a seguinte.

Tabela 3: Modelo preenchido que relaciona as grandezas Contagem e Quantidade de grãos de milho

Contagem	Quantidade
1	15
2	9
3	18
4	18
5	13
6	19
7	10
8	21
9	12
10	19
Média	15,4

Fonte: Unicamp (2007)

6. Repetir os passos 4 e 5 por algumas vezes (quantas desejar) e calcular a média

da quantidade de grãos que ficaram dentro do Brasil;

- Usando a relação 1 da etapa 1, fazer uma estimativa da área do mapa:

$$\frac{15,4}{160} \approx \frac{\text{área do mapa}}{374}$$

$$\text{área mapa} \approx 36 \text{ cm}^2$$

- Medir com a régua a distância entre Caburaí, RR e o Arroio Chuí, RS no mapa que estiver sendo usado. Agora, com a área do mapa em mãos, usar a relação 2 para encontrar uma estimativa para a área real do Brasil (lembre-se de usar as mesmas unidades de medida para todas as variáveis envolvidas):

$$\left(\frac{\text{Distância do Caburaí ao Chuí no mapa}}{\text{Distância real do Caburaí ao Chuí}} \right)^2 \approx \frac{\text{área do mapa}}{\text{área do Brasil}} \quad (2)$$

Agora, com a distância medida no mapa entre o Monte Caburaí e o Arroio Chuí, que em nosso exemplo foi 8,6 cm, podemos estimar a área do território brasileiro:

$$\left(\frac{8,6}{4,4 \times 10^8} \right)^2 \approx \frac{36}{\text{área do Brasil}}$$

$$\text{área do Brasil} \approx 9,4 \times 10^{16} \text{ cm}^2 \approx 9,4 \times 10^6 \text{ km}^2$$

Podemos ver que o valor obtido está razoavelmente próximo do valor real para a área do território de nosso país, que é aproximadamente $8,5 \times 10^6 \text{ km}^2$, um erro inferior a 11%.

Devemos fornecer a distância real entre dois lugares da cidade. Através do software Google Earth Pro (Figura 17) (GOOGLE EARTH, 2018) utilizou-se a ferramenta régua e medimos a distância entre os dois pontos que foi de 12,34 km (reta amarela presente na figura 17). Com este dado podemos seguir o roteiro proposto, mas com o mapa de São Carlos colado no fundo da caixa e estimar a área construída do município. A partir daí foi discutido com os alunos a influência de áreas impermeáveis na área urbana e as enchentes crônicas que castiga nossa cidade ano a ano.

Figura 16: Mapas do Brasil utilizado no projeto Monte Carlo

Fonte: Unicamp (2007)

Figura 17: Foto de satélite do município de São Carlos - SP.

Fonte: Google Earth (2018)

REFERÊNCIAS

COMO construir um pluviômetro: aprenda o passo a passo da construção de um pluviômetro para usar com a turma. **Nova Escola**, edição 276, 01 de outubro de 2014. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/3300/como-construir-um-pluviometro>. Acesso em: 5 abr.2020.

EQUIPE ARQUIDICAS. **O que é permeabilidade?** 2017. Disponível em: <https://www.arquidicas.com.br/o-que-e-permeabilidade/>. Acesso em: 15 set. 2019.

FARIAS, T. **Taxa de permeabilidade do solo**. 1 vídeo (7 min.). 2018. Publicado pelo canal Engenharia Feminina. Disponível em: <https://youtu.be/gw9tO7JvjXA>. Acesso em: 15 set. 2018.

GOOGLE EARTH. 2018. Disponível em: <https://www.google.com.br/intl/pt-BR/earth/>. Acesso em: 1 set. 2018.

PORTAL 44 ARQUITETURA. **O que é taxa de permeabilidade do terreno e como calculá-la**. 2018. Disponível em: <http://44arquitetura.com.br/2018/03/taxa-de-permeabilidade-calculer/>. Acesso em: 15 set. 2019.

PREFEITURA MUNICIPAL DE SÃO CARLOS. **Mapa de zoneamento do Plano Diretor de São Carlos**. 2005. Disponível em: https://www.researchgate.net/figure/Figura-1-Localizacao-das-zonas-urbanas-no-municipio-de-Sao-Carlos-SP_fig1_309286001. Acesso em: 19 abr. 2020.

PREFEITURA MUNICIPAL DE SÃO CARLOS. Lei nº 18.053, de 19 de dezembro de 2016. Estabelece o Plano Diretor do Município de São Carlos, e dá outras providências. Disponível em: <https://leismunicipais.com.br/a/sp/s/sao-carlos/lei-ordinaria/2016/1805/18053/lei-ordinaria-n-18053-2016-estabelece-o-plano-diretor-do-municipio-de-sao-carlos-e-da-outras-providencias>. Acesso em: 18 mar. 2020.

RÉGUA ONLINE. 2012. Disponível em: <https://www.reguaonline.com/imprimir-regua.html>. Acesso em: 19 abr. 2020.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS. O Método de Monte Carlo para estimar o tamanho de uma área. 2007. Disponível em: <http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1371>. Acesso em: 1 jul. 2018.

BIBLIOGRAFIA

AUSBEL, D. P. **A aprendizagem significativa: a teoria de David Ausbel**. São Paulo. Moraes, 1982.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002. Disponível em: www.researchgate.net/publication/256007243_Ensino_-_aprendizagem_com_Modelagem_matematica. Acesso em: 01 out. 2016.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática & implicações no ensino e aprendizagem de matemática**. Blumenau: FURB, 1999.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2000.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2009.

BRASIL. Lei nº 9.795, de 27 de abril de 1999. Dispõe sobre a educação ambiental, institui a Política Nacional de Educação Ambiental e dá outras providências. **Diário Oficial da União**: seção 1, Brasília, DF, p. 1, 28 abr. 1999. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19795.htm. Acesso em: 1 out. 2017.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: temas transversais**. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ttransversais.pdf>. Acesso em: 1 fev. 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Resolução nº 2, de 15 de junho de 2012. Estabelece as diretrizes curriculares nacionais para a educação ambiental. **Diário Oficial da União**: seção 1, Brasília, DF, p. 70, 18 jun. 2012. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/rcp002_12.pdf. Acesso em: 15 nov. 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 22 dez. 2016.

BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: meio ambiente, saúde**. Brasília: Secretaria da Educação Fundamental, 1997a. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro091.pdf>. Acesso em: 22 dez. 2016.

BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: apresentação dos temas transversais, ética**. Brasília: Secretaria da Educação Fundamental, 1997b. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro081.pdf>. Acesso em: 22dez. 2016.

BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: Secretaria da Educação Fundamental, 1997c. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 22 dez. 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio**. Brasília: MEC/SEMT, 1999.

CHEVALLARD, Y. **Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Trad. Daysy Vaz de Niraes. Porto Alegre: Artmed, 2001.

FORNER, R.; HONORATO, A. H. A. A modelagem matemática e o currículo do Estado de São Paulo: algumas vivências e reflexões. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais** [...]. São Paulo: [s. n.], 2016. p. 1-8. Disponível em http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/4571_3245_ID.pdf. Acesso em: 16 set.2018.

BATTISTI, S.M.R. **A modelagem matemática e o tema transversal meio ambiente: uma proposta de situações de aprendizagem, para o 6º ano do ensino fundamental II, no contexto ambiental da cidade de São Carlos-SP**. Dissertação (Mestrado em Ensino em Ciências Ambientais) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, p.114. 2020. No prelo.