UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

GUILHERME ERNESTO SERRAT DE OLIVEIRA CREMONINI

**Aplicação do método inverso de condução de calor na avaliação de fluidos de
resfriamento para têmpera**

São Carlos

2014

GUILHERME ERNESTO SERRAT DE OLIVEIRA CREMONINI

Aplicação do método inverso de condução de calor na avaliação de fluidos de resfriamento para tmpera

Verso corrigida

Dissertao apresentada ao programa de Ps-Graduao em Cincia e Engenharia de Materiais da Universidade de So Paulo, para obteno do ttulo de Mestre em Cincias.

rea de concentrao: Desenvolvimento, Caracterizao e Aplicao de Materiais.

Orientadora: Profa. Dra. Luralice de Campos Franceschini Canale

So Carlos

2014

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTA TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

C915a Cremonini, Guilherme Ernesto Serrat de Oliveira
Aplicação do método inverso de condução de calor na
avaliação de fluidos de resfriamento para temperatura /
Guilherme Ernesto Serrat de Oliveira Cremonini;
orientadora Luralice de Campos Franceschini Canale.
São Carlos, 2014.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação
em Ciências e Engenharia de Materiais e Área de
Concentração em -- Escola de Engenharia de São Carlos
da Universidade de São Paulo, 2014.

1. Temperatura. 2. Tratamento térmico. 3. Problema
inverso de condução de calor. 4. Coeficiente de
transferência de calor. 5. Fluxo de calor. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **GUILHERME ERNESTO SERRAT DE OLIVEIRA CREMONINI**.

Título da dissertação: "Aplicação do método inverso de condução de calor na avaliação de fluidos de resfriamento para têmpera".

Data da defesa: 26/06/2014

Comissão Julgadora:

Resultado:

Profa. Associada **Lauralice de Campos Franceschini Canale**
(Orientadora)
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Profa. Dra. **Rosamel Melta Munõz Riofano**
(Faculdade de Tecnologia Dr. Thomaz Novelino/FATEC-Franca)

APROVADO

Prof. Dr. **Jan Vatauvuk**
(Universidade Presbiteriana Mackenzie – São Paulo)

Aprovado

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Ciências e Engenharia de Materiais:
Prof. Titular **Waldek Wladimir Bose Filho**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Titular **Denis Vinicius Coury**

Dedico este trabalho aos meus pais, Marco e Eufemia, e à minha irmã, Larissa.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Marco e Eufemia, pelo apoio.

À professora Lauralice de Campos Franceschini Canale, pela oportunidade e orientação.

Ao professor Antonio Carlos Canale, pela coorientação.

Ao Dr. Soren Segerberg, pela confecção da sonda utilizada nesse trabalho.

Ao Dr. George E. Totten, pela ajuda durante o trabalho.

Aos funcionários e colegas do departamento de Engenharia de Materiais.

À CAPES, pela bolsa de estudos.

RESUMO

CREMONINI, G. E. S. de O. **Aplicação do método inverso de condução de calor na avaliação de fluidos de resfriamento para têmpera.** 171p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014.

A têmpera dos aços envolve a austenitização de uma peça seguida por um resfriamento rápido para promover a formação de microestrutura martensítica. É necessário avaliar os meios de têmpera para manter o processo de têmpera sob controle. Os parâmetros mais importantes no processo de resfriamento são o coeficiente de transferência de calor e/ou o fluxo de calor entre o meio de têmpera e a peça a ser resfriada. Um dos métodos de se avaliar os meios de têmpera (meios de resfriamento) e saber o que está acontecendo dentro da peça durante o resfriamento do ponto de vista térmico é o problema inverso de condução de calor. O problema inverso de condução de calor consiste na determinação de parâmetros como fluxo de calor, taxa de resfriamento e temperatura em qualquer posição através da peça, assim como o coeficiente de transferência de calor. Esses parâmetros são obtidos a partir de medições de temperatura em um ou mais pontos dentro da peça. O escopo deste trabalho foi desenvolver um software baseado no problema inverso condução de calor para avaliar meios de resfriamento para têmpera. A validação deste código foi feita usando água, óleo de soja, óleo mineral e solução aquosa de NaNO_3 .

Palavras chaves: têmpera, tratamento térmico, problema inverso de condução de calor, coeficiente de transferência de calor, fluxo de calor.

ABSTRACT

CREMONINI, G. E. S. de O. **Application of the inverse method of heat conduction in the quenchants evaluation to quenching.** 171p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2014.

Steels quenching involves part austenitization followed by a fast cooling to promote martensitic microstructure formation. It is necessary to evaluate quenchants in order to keep the quenching process under control. The most important cooling process' parameters are the heat transfer coefficient and/or the heat flux between the quenchant and the part to be cooled. One of the methods to evaluate quenchants (cooling media) and to know what is happening inside the part during the cooling in the thermal point of view is the inverse heat conduction problem. The inverse heat conduction problem consists in the determination of parameters like heat flux, cooling rate and temperature in any position across the part, as well as the heat transfer coefficient. These parameters are obtained from temperature measurements in one or more points inside the part. The scope of this work was to develop a software based in the inverse heat conduction problem in order to evaluate quenchants for quenching. The validation of this code was made using water, soybean oil, mineral oil and NaNO_3 aqueous solution.

Key words: quenching, heat treatment, inverse heat conduction problem, heat transfer coefficient, heat flux.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Curva TTT do aço AISI/ABNT 1050. Adaptado de (SILVA; MEI, 2006). ..	33
Figura 2 – Curva TTT do aço AISI/ABNT 4340. Adaptado de (SILVA; MEI, 2006). ..	34
Figura 3 - Sonda Wolfson (dimensões em mm).	36
Figura 4 – Temperatura e taxa de resfriamento ($^{\circ}\text{C/s}$) medida no centro de uma barra de 25 mm de diâmetro (SILVA; MEI, 2006).	38
Figura 5 – Modos de transferência de calor durante a têmpera de uma sonda cilíndrica. Adaptado de (HERNÁNDEZ-MORALES et al., 2011).	39
Figura 6 – Efeito da temperatura de banho nas curvas de resfriamento numa sonda de Wolfson. Meio de têmpera água: com velocidade de agitação de 0,25 m/s. Adaptado de (BATES; TOTTEN; BRENNAN, 1991).....	45
Figura 7 – Efeito da temperatura de banho nas taxas de resfriamento numa sonda de Wolfson. Meio de têmpera água com velocidade de agitação de 0,25 m/s. Adaptado de (BATES; TOTTEN; BRENNAN, 1991).....	46
Figura 8 – Efeito da concentração de NaCl na taxa de resfriamento. Adaptado de (TOTTEN; BATES; CLINTON, 1993).	47
Figura 9 – Efeito da temperatura de banho de NaCl na taxa de resfriamento. Adaptado de (TOTTEN; BATES; CLINTON, 1993).	48
Figura 10 – Curvas de resfriamento comparando água, óleo convencional e óleo rápido. Adaptado de (TOTTEN; BATES; CLINTON, 1993).	50
Figura 11 – Curvas de taxa de resfriamento em meio de têmpera de solução aquosa de polímeros com concentração de 15%, temperatura 30°C e agitação 0,5 m/s de uma sonda Wolfson. Adaptado de (LIŠČIĆ et al., 2010).	52
Figura 12 – Coeficientes de transferência de calor usando o problema inverso de transferência de calor (linha sólida) e usando o modelo de transferência de calor parabólico (linha pontilhada) (LOZANO et al., 2012).	61
Figura 13 – Visualização gráfica do processo iterativo envolvendo a equação (33). ..	72
Figura 14 – Visualização gráfica da equação (34).	73
Figura 15 – Visualização gráfica da solução (2).....	77
Figura 16 – Visualização gráfica da solução (1).....	77
Figura 17 – Representação do funcionamento das variáveis “n” e “s” para o cálculo das derivadas por diferenças finitas centrais.....	80

Figura 18 – Representação do funcionamento das variáveis “n” e “s” para o cálculo das derivadas por diferenças finitas avançadas.	81
Figura 19 – Sonda Wolfson modificada (dimensões em mm).....	88
Figura 20 – Visualização da sonda durante ensaio.	88
Figura 21 – LabJack U6-PRO.....	89
Figura 22 – Interface LabJack.	90
Figura 23 – Sobreposição das curvas de resfriamento (temperatura por tempo) referentes ao meio de têmpera NaNO_3 , gráfico “tipo 1”.....	96
Figura 24 – Sobreposição dos resultados das diferenças referentes à equação (70) para a solução aquosa de NaNO_3 , gráfico “tipo 2”.....	97
Figura 25 – Desmembramento da Figura 24, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para a solução aquosa de NaNO_3 , gráfico “tipo 3”.....	98
Figura 26 – Desmembramento da Figura 24, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para a solução aquosa de NaNO_3 , gráfico “tipo 3”.....	99
Figura 27 – Desmembramento da Figura 24, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas centrais para a solução aquosa de NaNO_3 , gráfico “tipo 3”.....	100
Figura 28 – Desmembramento da Figura 24, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas centrais para a solução aquosa de NaNO_3 , gráfico “tipo 3”.....	101
Figura 29 – Sobreposição dos resultados das diferenças em porcentagem referentes à equação (71) para a solução aquosa de NaNO_3 , gráfico “tipo 4”.....	102
Figura 30 – Desmembramento da Figura 29, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para a solução aquosa de NaNO_3 , gráfico “tipo 5”.....	103
Figura 31 – Desmembramento da Figura 29, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para a solução aquosa de NaNO_3 , gráfico “tipo 5”.....	104
Figura 32 – Desmembramento da Figura 29, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas centrais para a solução aquosa de NaNO_3 , gráfico “tipo 5”.....	105

Figura 33 – Desmembramento da Figura 29, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas centrais para a solução aquosa de NaNO_3 , gráfico “tipo 5”	106
Figura 34 – Sobreposição das curvas de resfriamento (temperatura por tempo) referentes ao meio de têmpera água destilada, gráfico “tipo 1”.	107
Figura 35 – Sobreposição dos resultados das diferenças referentes à equação (70) para a água destilada, gráfico “tipo 2”	108
Figura 36 – Desmembramento da Figura 35, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para a água destilada, gráfico “tipo 3” ...	109
Figura 37 – Desmembramento da Figura 35, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para a água destilada, gráfico “tipo 3” ...	110
Figura 38 – Desmembramento da Figura 35, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas centrais para a água destilada, gráfico “tipo 3”	111
Figura 39 – Desmembramento da Figura 35, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas centrais para a água destilada, gráfico “tipo 3”	112
Figura 40 – Sobreposição dos resultados das diferenças em porcentagem referentes à equação (71) para água a destilada, gráfico “tipo 4”	113
Figura 41 – Desmembramento da Figura 40, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para a água destilada, gráfico “tipo 5” ...	114
Figura 42 – Desmembramento da Figura 40, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para a água destilada, gráfico “tipo 5” ...	115
Figura 43 – Desmembramento da Figura 40, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas centrais para a água destilada, gráfico “tipo 5”	116
Figura 44 – Desmembramento da Figura 40, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas centrais para a água destilada, gráfico “tipo 5”	117
Figura 45 – Sobreposição das curvas de resfriamento (temperatura por tempo) referentes ao meio de têmpera óleo de soja, gráfico “tipo 1”.	118
Figura 46 – Sobreposição dos resultados das diferenças referentes à equação (70) para o óleo de soja, gráfico “tipo 2”	119
Figura 47 – Desmembramento da Figura 46, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para o óleo de soja, gráfico “tipo 3”	120
Figura 48 – Desmembramento da Figura 46, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para o óleo de soja, gráfico “tipo 3”	121

Figura 49 – Desmembramento da Figura 46, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas centrais para o óleo de soja, gráfico “tipo 3”.	122
Figura 50 – Desmembramento da Figura 46, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas centrais para o óleo de soja, gráfico “tipo 3”.	123
Figura 51 – Sobreposição dos resultados das diferenças em porcentagem referentes à equação (71) para o óleo de soja, gráfico “tipo 4”.	124
Figura 52 – Desmembramento da Figura 51, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para o óleo de soja, gráfico “tipo 5”.	125
Figura 53 – Desmembramento da Figura 51, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para o óleo de soja, gráfico “tipo 5”.	126
Figura 54 – Desmembramento da Figura 51, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas centrais para o óleo de soja, gráfico “tipo 5”.	127
Figura 55 – Desmembramento da Figura 51, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas centrais para o óleo de soja, gráfico “tipo 5”.	128
Figura 56 – Sobreposição das curvas de resfriamento (temperatura por tempo) referentes ao meio de têmpera óleo mineral “Lubrifort Temp 116”, gráfico “tipo 1”	129
Figura 57 – Sobreposição dos resultados das diferenças referentes à equação (70) para o óleo mineral “Lubrifort Temp 116”, gráfico “tipo 2”	130
Figura 58 – Desmembramento da Figura 57, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para o óleo mineral “Lubrifort Temp 116”, gráfico “tipo 3”	131
Figura 59 – Desmembramento da Figura 57, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para o óleo mineral “Lubrifort Temp 116”, gráfico “tipo 3”	132
Figura 60 – Desmembramento da Figura 57, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas centrais para o óleo mineral “Lubrifort Temp 116”, gráfico “tipo 3”	133
Figura 61 – Desmembramento da Figura 57, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas centrais para o óleo mineral “Lubrifort Temp 116”, gráfico “tipo 3”	134
Figura 62 – Sobreposição dos resultados das diferenças em porcentagem referentes à equação (71) para o óleo mineral “Lubrifort Temp 116”, gráfico “tipo 4”.	135

Figura 63 – Desmembramento da Figura 62, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para o óleo mineral “Lubrifort Temp 116”, gráfico “tipo 5”.	136
Figura 64 – Desmembramento da Figura 62, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para o óleo mineral “Lubrifort Temp 116”, gráfico “tipo 5”.	137
Figura 65 – Desmembramento da Figura 62, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas centrais para o óleo mineral “Lubrifort Temp 116”, gráfico “tipo 5”.	138
Figura 66 – Desmembramento da Figura 62, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas centrais para o óleo mineral “Lubrifort Temp 116”, gráfico “tipo 5”.	139
Figura 67 – Cisalhamento de valores.....	142
Figura 68 – Condutividade térmica do inconel 600.	147
Figura 69 – Calor específico do inconel 600.	147
Figura 70 – Tela principal do programa.....	148
Figura 71 – Tela das ferramentas úteis do programa.....	149
Figura 72 – Arquivos gerados pelo software.	150
Figura 73 – Exemplo de arquivo “.txt” gerado para o ponto 1.	151
Figura 74 – Exemplo de arquivo “.xls” gerado para o ponto 1.....	151
Figura 75 – Exemplo de arquivo “.txt” gerado para o ponto 2 ao ponto 4.	152
Figura 76 – Exemplo de arquivo “.xls” gerado para o ponto 2 ao ponto 4.....	152
Figura 77 – Exemplo de curva de resfriamento com legenda.	153
Figura 78 – Exemplo de curva de resfriamento sem legenda.	153
Figura 79 – Exemplo de curva “temperatura x fluxo de calor” com legenda.....	154
Figura 80 – Exemplo de curva “temperatura x fluxo de calor” sem legenda.....	154
Figura 81 – Exemplo de curva “temperatura x taxa de resfriamento” com legenda.	155
Figura 82 – Exemplo de curva “temperatura x taxa de resfriamento” sem legenda.	155
Figura 83 – Exemplo de curva “temperatura x coeficiente de transferência de calor” com legenda.....	156

Figura 84 – Exemplo de curva “temperatura x coeficiente de transferência de calor” sem legenda.	156
Figura 85 – Convergência da somatória.	157

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Efeito da agitação na severidade de têmpera (H) - (LIŠČIĆ et al., 2010).	41
Tabela 2 – Parâmetros do modelo usados para cálculo do fator H de um aço inoxidável tipo 304. Adaptado de (BATES; TOTTEN; BRENNAN, 1991).	42
Tabela 3 – Taxa de resfriamento a 705°C (1300°F) versus fator H. Adaptado de (TOTTEN; BATES; CLINTON, 1993)	42
Tabela 4 – Números de Grossmann e coeficiente de filmes para meios de têmpera selecionados (TOTTEN; BATES; CLINTON, 1993).	43
Tabela 5 – Comparação de coeficientes de transferência de calor. Adaptado de (NARAZAKI; TOTTEN; WEBSTER, 2002).	54
Tabela 6 – Valores da emissividade térmica do inconel 600 em função da temperatura.	91
Tabela 7 – Valores da condutividade térmica do inconel 600 em função da temperatura.	91
Tabela 8 – Valores do calor específico do inconel 600 em função da temperatura ..	92
Tabela 9 – Resumo de resultados para a solução aquosa de nitrato de sódio	140
Tabela 10 – Resumo de resultados para a água destilada	140
Tabela 11 – Resumo de resultados para o óleo de soja	141
Tabela 12 – Resumo de resultados para o “Lubrfort Temp 116”	141
Tabela 13 – Valores máximos e mínimos na prova do número de derivadas	145
Tabela 14 – Determinação da frequência de corte para derivadas por diferenças finitas centrais	159
Tabela 15 – Determinação da frequência de corte para derivadas por diferenças finitas avançadas.....	159

LISTA DE SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACR	Alkali polyacrylate (Poliacrilatos alcalinos)
AISI	American Iron and Steel Institute
ASTM	American Society for Testing and Materials
GLY	Polyoxyalkylene glycols (Polialquileno glicóis)
HTC	Heat transfer coefficient (coeficiente de transferência de calor)
IHCP	Inverse heat conduction problem (Problema inverso de condução de calor)
M90	Posição onde 90% da austenita transformada em martensita
Mi	Temperatura de início de formação de martensita
Ms	Temperatura de inicio de formação de martensita
PAG	Polyoxyalkylene glycols (Polialquileno glicóis)
PVA	Polyvinyl alcohols (Álcoois polivinílicos)
PVP	Polyvinyl pyrrolidones (Polivinil-pirrolidonas)
SAE	Society of Automotive Engineers
TRC	Transformação por resfriamento contínuo
TTT	Tempo-temperatura-transformação

LISTA DE SÍMBOLOS

h	Coeficiente de transferência de calor
k	Condutividade térmica
H	Número de Grossmann
Bi	Número de Biot
r_o	Raio
D	Diâmetro
A	Parâmetro referente à equação (4)
B	Parâmetro referente à equação (4)
C	Parâmetro referente à equação (4)
D	Parâmetro referente à equação (4)
X	Taxa de resfriamento à 705°C referente à equação (4)
h	Coeficiente efetivo de transferência de calor
$NaCl$	Cloreto de sódio
KNO_3	Nitrato de potássio
KNO_2	Nitrito de potássio
$NaNO_3$	Nitrato de sódio
$NaNO_2$	Nitrito de sódio
$T_0(t)$	Temperatura em função do tempo obtida no centro geométrico de uma sonda cilíndrica
∞	Infinito
n	Variável da somatória
r	Raio da sonda cilíndrica
α	Difusividade térmica
$d^n T_0(t)$	N-ésimo diferencial da temperatura de aquisição da sonda cilíndrica no centro geométrico

dt^n	N-ésimo diferencial do tempo de aquisição da sonda cilíndrica
$T(r,t)$	Temperatura obtida para raio “r” e tempo “t”
ρ	Densidade
c_p	Calor específico
Δt	Período de aquisição das temperaturas
x_1	Distância da superfície ao termopar mais interno
x_2	Distância da superfície ao termopar na posição intermediária
x_3	Distância da superfície ao termopar na posição mais externa
n	Distância da superfície ao ponto de interesse
$a(t)$	Constante em função do tempo
$b(t)$	Constante em função do tempo
$c(t)$	Constante em função do tempo
$T_1(t,x_1)$	Temperatura em função do tempo obtido com o termopar mais interno
$T_2(t,x_2)$	Temperatura em função do tempo obtido com o termopar na posição intermediária
$T_3(t,x_3)$	Temperatura em função do tempo obtido com o termopar mais externo
$T(x,t)$	Temperatura em função do tempo para a posição “x”
q	Fluxo de calor
ΔT	Diferença de temperaturas
Δx	Diferença de posição
$q_{\text{superfície}}$	Fluxo de calor na superfície
$T_{\text{superfície}}$	Temperatura da superfície
$T_{\text{meio de têmpera}}$	Temperatura do meio de têmpera
K_n	Número de Kondratjev
Bi_v	Número de Biot generalizado
C.R.	Taxa de resfriamento (cooling rate)
T_n	Temperatura do termopar da sonda referente ao tempo discreto t_n

T_{n+1}	Temperatura do termopar da sonda referente ao tempo discreto t_{n+1}
T_0	Temperatura do fluido de têmpera
t_{n+1}	Tempo discreto $n+1$
t_n	Tempo discreto n
K	Fator de forma de Kondratjev
V	Volume do cilindro
A	�rea da superfície do cilindro
z	Altura do cilindro
L_c	Razão entre volume e a área superficial do corpo
V	Volume do corpo
A_s	área superficial do corpo
Q	Calor
A	�rea superficial da sonda
T_p	Temperatura da sonda
T_q	Temperatura do meio de têmpera
C_p	Calor específico do material da sonda
V	Volume da sonda
t	Tempo
dT_p/dt	Taxa de resfriamento da sonda
m	Variável do algoritmo de Bengt Fornberg
s	Variável do algoritmo de Bengt Fornberg
n	Variável do algoritmo de Bengt Fornberg
d	Variável do algoritmo de Bengt Fornberg
α_1	Difusividade referente à 1� iteração
$T(r,t)_1$	Temperatura obtida para raio “ r ” e tempo “ t ” referente à 1� iteração
α_2	Difusividade referente à 2� iteração
$T(r,t)_2$	Temperatura obtida para raio “ r ” e tempo “ t ” referente à 2� iteração

$T(r,t)_{n-1}$	Temperatura obtida para raio “r” e tempo “t” referente à enésima menos uma iteração
$T(r,t)_n$	Temperatura obtida para raio “r” e tempo “t” referente à enésima iteração
α_{n-1}	Difusividade referente à enésima menos uma iteração
α_n	Difusividade referente à enésima iteração
k_n	Condutividade térmica referente à enésima iteração
T.R.	Taxa de resfriamento
Δt	Diferença de tempo
$T(r,t_{n+1})$	Temperatura na posição r e no tempo discreto t_{n+1}
$T(r,t_n)$	Temperatura na posição r e no tempo discreto t_n
dT	Diferencial de temperatura
dr	Diferencial de espaço (raio)
T	Temperatura na superfície da sonda cilíndrica
T_{00}	Temperatura do meio de têmpera
$q(r_{\max},t)$	Fluxo de calor no raio máximo em função do tempo
$T(r_{\max},t)$	Temperatura no raio máximo em função do tempo
ε	Emissividade térmica
σ	Constante de Stefan-Boltzmann
$r_{\max}$	Raio máximo
α_c	Difusividade térmica referente a cada subdivisão do raio
$T(c,t)$	Temperatura em função do tempo para a subdivisão do raio “c”
X	Número de subdivisões do raio
c	Fração do raio
k_c	Condutividade térmica referente a cada subdivisão do raio
c_{pc}	Calor específico referente a cada subdivisão do raio
T_x	Temperatura no tempo discreto “x”
T_{x+z}	Temperatura no tempo discreto “x+z”

T_{x-z}	Temperatura no tempo discreto “x-z”
Δ	Delta
T_{x+16}	Temperatura no ponto “x+16”
T_{x-8}	Temperatura no ponto “x-8”
T_{x+8}	Temperatura no ponto “x+8”
$T(x,t)_{i+1}$	Temperatura em função do tempo para a posição “x” na iteração i+1 iteração
$T(x,t)_i$	Temperatura em função do tempo para a posição “x” na iteração i
f	Frequência de aquisição
r_a	Raio da sonda estimado
f_n	Frequência de aquisição estimada
f_{n-1}	Frequência de aquisição estimada anterior

SUMÁRIO

1) INTRODUÇÃO	31
1.1) Objetivo.....	32
2) REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	33
2.1) Diagramas TTT	33
2.2) Função do meio de têmpera	35
2.3) Mecanismos de resfriamento durante a têmpera	36
2.4) Severidade.....	39
2.5) Meios de têmpera	44
2.5.1) Água	44
2.5.2) Soluções salinas.....	46
2.5.3) Óleos	49
2.5.4) Soluções aquosas de polímeros.....	51
2.5.5) Banho de sais.....	53
2.5.6) Gases	53
2.6) Técnicas para estimar o coeficiente de transferência de calor	54
2.6.1) Problema inverso de condução de calor.....	55
2.6.2) Modelo de transferência de calor parabólico	59
2.6.3) Método de Kobasko.....	61
2.6.4) Método da capacitância de calor concentrado (Lumped heat capacitance method).....	64
2.7) Determinação dos coeficientes das derivadas por diferenças finitas.....	66
3) MATERIAIS E MÉTODOS	67
3.1) Solução de Burggraf	67
3.1.1) Solução (1) da equação de Burggraf para difusividade térmica variável ..	67
3.1.2) Solução (2) da equação de Burggraf para difusividade térmica variável ..	71
3.1.3) Comparação entre solução (1) e solução (2).....	76
3.2) MatLab.....	78
3.3) Wolfram Mathematica	79
3.3.1) Derivadas por diferenças finitas avançadas	81

3.3.2) Derivadas por diferenças finitas centrais	84
3.4) Ensaio de resfriamento.....	87
4) RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	93
4.1) Escolha da melhor solução	93
4.1.1) Resultados referentes ao meio de têmpera NaNO_3	95
4.1.2) Resultados referentes ao meio de têmpera água destilada	106
4.1.3) Resultados referentes ao meio de têmpera óleo de soja	117
4.1.4) Resultados referentes ao meio de têmpera óleo mineral “Lubrifort Temp 116”	128
4.1.5) Resumo dos resultados e decisão da melhor solução	139
4.2) Prova do número de derivadas	143
4.3) Detalhes sobre o cálculo das derivadas	145
4.4) Prova do número de iterações	146
4.5) Interface do software	148
4.6) Saídas do software.....	150
4.7) Convergência	157
4.8) Discussões	159
5) CONCLUSÕES.....	163
REFERÊNCIAS	165

1) INTRODUÇÃO

A têmpera, tratamento térmico muito utilizado na indústria metal-mecânica, consiste em aquecer aços até a temperatura de austenitização, que, dependendo do aço, pode chegar até 1280°C, esperar pela uniformização da temperatura ao longo do corpo e resfriar rapidamente em um meio de têmpera apropriado. Quando esse resfriamento é suficientemente rápido ocorre a formação de martensita que é um microconstituente de elevada dureza e fragilidade. Dependendo da taxa de resfriamento e composição química do aço, é possível ocorrer a formação de outras microestruturas de menor dureza como ferrita, perlita e bainita. O papel da têmpera é promover um controle sobre as propriedades mecânicas dos aços através dos microconstituintes gerados por ela de modo a alterar, entre outras propriedades, a resistência à tração, tenacidade e dureza (PACHECO *et al.*, 2007), (SEDIGHI; MCMAHON, 2000).

A técnica mais comum de resfriamento é a têmpera direta que consiste em imergir a peça austenitizada em um banho líquido. Outras técnicas podem também ser empregadas como, por exemplo, o resfriamento por spray que é utilizado normalmente na têmpera por indução. Gases também são usados como meios de resfriamento, principalmente na têmpera a vácuo.

Na realização da têmpera é possível encontrar diferentes mecanismos e capacidades de extração de calor que estão intimamente ligados com a técnica e o fluido utilizados. Para controle dos resultados de um tratamento térmico, torna-se necessário avaliar com mais precisão os fluidos e técnicas de resfriamento empregados (ZHOU; MAHULIKAR, 2006). Alguns dos parâmetros que interferem na capacidade de extração de calor durante a têmpera são: o tipo de meio de têmpera, temperatura do banho, taxa de agitação e concentração do banho (LIŠČIĆ; SVAIC; FILETIN, 1992). Curvas e taxas de resfriamento são os meios mais tradicionais na caracterização e avaliação dos meios de têmpera. A partir do resfriamento de sondas padronizadas, são obtidas as curvas temperatura versus tempo de resfriamento e temperatura versus taxa de resfriamento. Dessas curvas são extraídos parâmetros como taxa máxima de resfriamento, tempo para atingir

temperaturas entre 200°C e 300°C (normalmente próximos da temperatura M_s) entre outros, permitindo avaliar o desempenho de resfriamento desses fluidos.

Uma maneira bastante eficiente de caracterizar a extração de calor é o coeficiente de transferência de calor entre um corpo em resfriamento e o fluido ao redor, que é uma função dependente da temperatura do corpo e da temperatura do fluido. Normalmente esses cálculos são feitos a partir de dados obtidos das curvas de resfriamento. Embora existam programas de computador que façam esses cálculos, normalmente estes são complexos com vários parâmetros a serem configurados.

Assim, o presente trabalho pretendeu trazer uma contribuição a essa área, fornecendo um programa que tem a capacidade de fornecer informações úteis como taxa de resfriamento, temperatura, fluxo de calor ao longo de qualquer ponto sobre o raio do corpo, além do coeficiente de transferência de calor, considerando a condução de calor como sendo unidimensional em barras cilíndricas, sujeitas a qualquer tratamento térmico a partir de curvas de resfriamento obtidas experimentalmente no centro geométrico de uma sonda padrão.

1.1) Objetivo

O objetivo do presente trabalho é desenvolver um software para o cálculo do desempenho de meios de resfriamento a partir de dados experimentais obtidos com sonda padronizada.

2) REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1) Diagramas TTT

A têmpera dos aços é feita baseada nos diagramas TTT (temperatura-tempo-transformação), que descrevem as transformações de fase fora do equilíbrio. Esses diagramas são únicos para cada composição de aço e definem a sua temperabilidade. A Figura 1 e a Figura 2 ilustram a curva TTT para dois aços diferentes.

Figura 1 – Curva TTT do aço AISI/ABNT 1050. Adaptado de (SILVA; MEI, 2006).

Figura 2 – Curva TTT do aço AISI/ABNT 4340. Adaptado de (SILVA; MEI, 2006).

O tempo de resfriamento está intimamente ligado à formação da microestrutura final dos aços, de forma a ocorrer ou não a difusão. Transformações por difusão são irreversíveis. As microestruturas geradas por difusão dos átomos de carbono são a ferrita, a perlita e a bainita. Diferentemente, a formação da martensita não se dá por difusão e sim por cisalhamento; assim sendo, sua formação depende somente da temperatura e necessita de austenita disponível para sua formação (TOTTEN; BATES; CLINTON, 1993), (SILVA; MEI, 2010), (PACHECO *et al.*, 2007), (ZHOU; MAHULIKAR, 2006).

Quando o resfriamento cruzar as curvas em C, estruturas como ferrita, perlita, bainita irão se formar, consumindo parte ou a totalidade da austenita, não havendo, portanto, austenita para se transformar em martensita ao ser atingida a temperatura M_i.

Assim, o resfriamento do aço deve ser suficientemente rápido para que se atinja a temperatura M_s sem cruzar as curvas em C quando haveria austenita disponível para formar a martensita. Naturalmente, em peças de grandes dimensões, o núcleo se resfriará em velocidades menores comparativamente à superfície, o que acarretará a formação de uma microestrutura mista no centro do componente.

Com a adição de elementos de liga no aço é possível o deslocamento das curvas TTT para a direita, possibilitando assim, retardar a formação de ferrita, perlita e bainita. Todos os elementos de liga, com exceção do cobalto, retardam a formação desses microconstituintes.

Observando-se a Figura 1 e a Figura 2 verifica-se que o aço SAE 4340 apresenta uma maior temperabilidade que o aço AISI 1050. Temperabilidade ou endurecibilidade é a capacidade de um aço transformar-se totalmente ou parcialmente de austenita em martensita a uma dada profundidade a partir da superfície. A maior temperabilidade do aço SAE 4340 em relação ao aço AISI 1050 significa que meios de resfriamento menos severos podem ser usados proporcionando ainda a transformação martensítica. Entretanto na têmpera do aço AISI 1050, o meio de resfriamento deve ser mais severo, para que com maiores velocidades de resfriamento se possa ainda formar martensita.

Assim, a escolha do meio de têmpera mais adequado é de fundamental importância para o sucesso do tratamento térmico. A escolha é baseada no desempenho desse meio, ou seja, da sua capacidade de extração de calor.

2.2) Função do meio de têmpera

Existem diversos meios de têmpera como água, salmoura, óleo e ar. O objetivo de um meio de têmpera é o de retirar o calor o mais rápido possível, mas isto nem sempre é verdade. Sua função principal está no controle de quanto calor é retirado da superfície do corpo na têmpera, pois ao se retirar calor muito rapidamente, ocorrerão gradientes de temperatura muito significativos ao longo do

corpo, que acarretam, juntamente com as mudanças de fases, variações volumétricas. Essas variações volumétricas ao longo do corpo podem ocasionar tensões internas, distorções e trincas. Já, se a remoção de calor for lenta demais, não ocorrerá a formação da microestrutura desejada (BATES; TOTTEN; BRENNAN, 1991), (PACHECO *et al.*, 2007), (PRABHU; FERNANDES, 2009), (BATES; TOTTEN, 1992), (PRABHU; ALI, 2011), (SIMSIR; GUR, 2009), (SEDIGHI; MCMAHON, 2000), (SINGER, 2007).

Assim sendo, a função do engenheiro é ponderar todos os parâmetros da têmpera, como o tipo de fluido de têmpera, a agitação, a temperatura do banho, entre outros, além de seus custos e impactos ambientais. De uma forma geral, o meio de têmpera ideal deve ter altas taxas de resfriamento entre a temperatura de austenitização e M_s , e baixas taxas de resfriamento de M_s até a temperatura ambiente.

2.3) Mecanismos de resfriamento durante a têmpera

Com o objetivo de qualificar e quantificar o poder de resfriamento de meios de têmpera líquidos como água e óleos, tem-se usado abrangentemente ensaios de curvas de resfriamento (FUNATANI; NARAZAKI; TANAKA, 2000). Esses ensaios utilizam sondas padronizadas e um exemplo é a sonda Wolfson normatizada pela ASTM D 6200 a qual apresenta dimensões de 12,5 mm de raio e 60 mm de comprimento fabricada em INCONEL 600 com um termopar tipo K em seu centro geométrico, Figura 3.

Figura 3 - Sonda Wolfson (dimensões em mm).

Em resposta à crescente demanda atual na qualidade de tratamentos térmicos nos produtos, tem-se usado conjuntamente curvas de resfriamentos e programas computacionais, assim possibilitando a criação de testes de maior precisão para controle da qualidade dos meios de têmpera e qualificação de novos meios de têmpera ou sistemas de têmpera (NARAZAKI *et al.*, 1997).

Analizando os fenômenos envolvidos nas curvas de resfriamento, podem ser citados, quando o fluido de têmpera sofre ebulição em temperatura dentro da faixa de temperatura máxima e mínima atingida pelo componente a ser temperado, os seguintes mecanismos de resfriamento durante a têmpera: filme de vapor, nucleação de bolhas e convecção (SOUZA *et al.*, 2013), (PRABHU; ALI, 2011), (LIŠČIĆ; SINGER; BEITZ, 2011), (SEDIGHI; MCMAHON, 2000), (LING; CHERUKURI; KEANINI, 2005), (LING; KEANINI; CHERUKURI, 2003).

O primeiro mecanismo que ocorre é o de filme de vapor, e ele consiste em uma película estável de vapor que se mantém ao redor do metal quente, agindo como um isolante. Esse mecanismo é explicado pelo fenômeno de Leidenfrost onde o meio de têmpera é impossibilitado de ter contato com a peça aquecida. A existência da película persiste enquanto há mais energia sendo transferida pela interface peça-fluido do que a energia necessária para a formação da máxima quantidade de vapor por unidade de área. O modo de transferência de calor principal no resfriamento durante a presença do filme de vapor é por radiação (PRABHU; FERNANDES, 2009), (BABU; KUMAR, 2010). No momento em que o filme de vapor termina, é formado o mecanismo de nucleação de bolhas. A característica maior deste mecanismo é o aumento do contato entre o fluido e a peça (molhamento) onde o fluido novo entra em contato com a peça e vaporiza formando bolhas. A temperatura de transição entre os mecanismos de filme de vapor e de nucleação de bolhas é chamada temperatura de Leidenfrost. Durante a nucleação, a extração de calor é elevada ao máximo pelo fato de que o meio de têmpera muda de estado físico de líquido para gasoso absorvendo grande quantidade de energia (TOTTEN; DAKINS; HEINS, 1988), (TOTTEN; TENSI; LAINER, 1999). O último mecanismo, o de convecção, ocorre quando a temperatura do metal se torna inferior ao ponto de ebulição do meio de têmpera (PRABHU; ASHISH, 2002), (PRABHU; ALI, 2011), (SEDIGHI; MCMAHON, 2000), (ZHOU;

MAHULIKAR, 2006). Na Figura 4 é possível ver uma curva de resfriamento com a presença dos três mecanismos de resfriamento já citados.

Figura 4 – Temperatura e taxa de resfriamento ($^{\circ}\text{C/s}$) medida no centro de uma barra de 25 mm de diâmetro (SILVA; MEI, 2006).

Entretanto, não é possível comparar entre si curvas e taxas de resfriamento, como a da Figura 4, quando se usa sondas diferentes, pois as curvas variam, também, em função da capacidade térmica, área, tamanhos e materiais constituintes das sondas (FUNATANI; NARAZAKI; TANAKA, 2000).

Na Figura 5 é possível visualizar de modo simultâneo os três modos de extração de calor (filme de vapor, nucleação de bolhas e convecção) e a frente de molhamento (que é a fronteira entre o filme de vapor e a nucleação de bolhas) (HERNÁNDEZ-MORALES *et al.*, 2011).

Quanto maior o tempo de remolhamento mais heterogêneo é o resfriamento.

Figura 5 – Modos de transferência de calor durante a têmpera de uma sonda cilíndrica. Adaptado de (HERNÁNDEZ-MORALES et al., 2011).

2.4) Severidade

Ordenando os meios de têmpera em função da sua capacidade de extração de calor do maior para o menor tem-se: salmoura, água, soluções aquosas de polímeros, óleos, gases inertes e ar. Além desses, podem ser citados outros meios de têmpera como soluções cáusticas, sais fundidos e metais fundidos. A severidade das soluções é função da sua concentração.

Além do tipo de fluido, existem outros parâmetros que interferem na capacidade de extração de calor, que são: temperatura e condições da superfície da sonda como a presença de oxidação, velocidade de agitação, temperatura e propriedades termofísicas do meio de têmpera, tamanho, formato e material constituinte da sonda. Dentre todos os parâmetros citados, a agitação e a temperatura do fluido de têmpera são os de mais fácil controle. O efeito do aumento da agitação da água e de alguns outros fluidos diminui o estágio de filme de vapor; já, com o aumento da temperatura, ocorre o contrário, ou seja, aumenta o estágio de filme de vapor (BABU; KUMAR, 2010), (KUMAR, 2013).

A severidade de um meio de têmpera está relacionada com sua capacidade de extração de calor. Quanto mais calor um fluido de têmpera é capaz de extrair, maior é sua severidade. De modo a quantificar a severidade, Grossmann formulou uma correlação simples. Ela envolve o coeficiente de transferência de calor entre fluido e componente (h) e a condutividade térmica desse metal (k) (PRABHU; FERNANDES, 2009), (PRABHU; ALI, 2011), sendo possível visualiza-la na seguinte correlação:

$$H = h/2.k \quad (1)$$

Devido à sua simplicidade, o número de Grossmann (H) é usado de forma extensiva na têmpera de aços.

A origem da correlação de Grossmann baseia-se no número de Biot, segundo a equação:

$$Bi = h.r_o/k \quad (2)$$

Grossmann dividiu Biot pelo diâmetro “D”, o qual é duas vezes o raio, ficando:

$$H = Bi/D = Bi/2.r_o = h/2.k \quad (3)$$

Pode ser visto na Tabela 1 valores de H para alguns meios de têmpera em função da agitação (LIŠČIĆ *et al.*, 2010).

A publicação da Tabela 1 é datada de 1947. Nela Grossmann traz valores de H para alguns meios de têmpera usando como referência a água atribuindo-lhe valor de H igual a 1. Esta tabela foi de grande utilidade para as pessoas que lidam com tratamentos térmicos. Entretanto não há precisão na definição da agitação do meio de têmpera, deixando dúvida na significância da diferença entre suave, moderada, boa, forte e violenta (BATES; TOTTEN; BRENNAN, 1991).

Atualmente tem sido necessário valores do número de Grossmann (H) mais precisos. Um exemplo dessa necessidade são os softwares atuais de previsão de dureza de componentes temperados, pois quanto mais preciso for o H, mais próxima será a simulação.

Tabela 1 – Efeito da agitação na severidade de têmpera (H) - (LIŠČIĆ et al., 2010).

Agitação	Fator-H de Grossmann		
	Óleo	Água	Soda cáustica ou salmoura
Nenhum	0,25 – 0,30	0,9 – 1,0	2
Suave	0,30 – 0,35	1,0 – 1,1	2 – 2,2
Moderada	0,35 – 0,40	1,2 – 1,3	-
Boa	0,40 – 0,50	1,4 – 1,5	-
Forte	0,50 – 0,80	1,6 – 2,0	-
Violenta	0,80 – 1,10	4	5

Dakins, Bates e Totten (1989) desenvolveram um algoritmo, equação (4), que estima valores da severidade H tendo como entrada curvas de resfriamento. Este algoritmo tem como entradas os valores A, B, C e D que variam em função do material e diâmetro da sonda e X que é a taxa de resfriamento a 705°C (1300°F) com unidade em °F/s obtida no centro geométrico de uma sonda cilíndrica. Os valores de A, B, C e D foram obtidos para um aço inoxidável tipo 304 e estão tabelados na Tabela 2. O comprimento da sonda é suficientemente grande para ser considerada semi-infinita, assim sendo possível desprezar os efeitos de resfriamento das extremidades (TOTTEN; BATES; CLINTON, 1993).

$$H = A \cdot X^C \cdot \exp(B \cdot X^D) \quad (4)$$

Na Tabela 3 podem ser vistos diversos valores de H que foram calculados para diferentes taxas de resfriamento e quatro diâmetros de sondas que variam de

12,7 mm (0,5 in.) até 50,8 mm (2,0 in.) sendo empregada a equação (4) e as constantes A, B, C e D da Tabela 2.

Tabela 2 – Parâmetros do modelo usados para cálculo do fator H de um aço inoxidável tipo 304. Adaptado de (BATES; TOTTEN; BRENNAN, 1991).

Diâmetro da sonda		Parâmetros do modelo			
mm	in.	A	B	C	D
12,7	0,5	0,002802	$0,1857 \times 10^{-7}$	1,201	2,846
25,4	1,0	0,002348	$0,2564 \times 10^{-9}$	1,508	4,448
38,1	1,5	0,002309	$0,5742 \times 10^{-9}$	1,749	5,076
50,8	2,0	0,003706	$0,3546 \times 10^{-10}$	1,847	6,631

Tabela 3 – Taxa de resfriamento a 705°C (1300°F) versus fator H. Adaptado de (TOTTEN; BATES; CLINTON, 1993)

Taxa de resfriamento, °F/s				
Diâmetro da sonda, mm (in.)				
12,7 (0,5)	25,4 (1,0)	38,1 (1,5)	50,8 (2,0)	Fator H aproximado
15,2	7,5	4,9	3,6	0,10
30,0	14,6	9,5	6,9	0,20
58,3	27,5	17,1	11,9	0,40
85,2	38,5	23,1	15,7	0,60
109,8	47,8	27,9	18,6	0,80
132,6	58,8	31,9	20,9	1,00
159,5	64,4	36,0	23,3	1,25
182,7	71,8	39,4	25,1	1,50
241,3	88,7	46,7	29,0	2,25
286,9	100,1	51,5	31,5	3,00
333,7	111,2	56,0	33,8	4,00
367,9	119,0	58,9	35,1	5,00
427,2	130,9	62,7	37,0	7,00
476,2	140,0	66,6	38,5	10,00

Tabela 4 – Números de Grossmann e coeficiente de filmes para meios de têmpera selecionados (TOTTEN; BATES; CLINTON, 1993).

	Temperatura do meio de têmpera		Velocidade do meio de têmpera		Número de Grossmann (H)	Coeficiente efetivo do filme	
Meio de têmpera	°C	°F	m/s	ft/min		W/m ² .K	Btu/ft ² .h.°F
Água	32	90	0,00	0	1,1	5000	880
			0,25	50	2,1	9000	1600
			0,51	100	2,7	12000	2100
			0,76	150	2,8	12000	2100
	55	130	0,00	0	0,2	1000	180
			0,25	50	0,6	2500	440
			0,51	100	1,5	6500	1100
			0,76	150	2,4	10500	1850
Óleo rápido	60	140	0,00	0	0,5	2000	350
			0,25	50	1,0	4500	790
			0,51	100	1,1	5000	880
			0,76	150	1,5	6500	1200
25% polyvinyl pyrrolidone	43	110	0,00	0	0,8	3500	620
			0,25	50	1,3	6000	1100
			0,51	100	1,5	6500	1200
			0,76	150	1,8	7500	1300
Óleo convencional	65	150	0,51	100	0,7	3000	530
Óleo para martêmpera	150	300	0,51	100	1,2	5000	880
Ar	27	80	0,00	0	0,05	200	35
			2,54	500	0,06	250	44
			5,08	1000	0,08	350	62

Na Tabela 4 podem ser vistos diversos valores de H , calculados com a equação (4), representando a severidade de têmpera para alguns fluidos como água, óleos, ar e polímeros aquosos sobre diversas agitações e temperaturas. A Tabela 4 inclui ainda o coeficiente efetivo de transferência de calor (h) relativo ao estágio de película (filme) de vapor, sendo este razoavelmente proporcional ao número de Grossmann.

2.5) Meios de têmpera

2.5.1) Água

O uso da água é indicado na têmpera de aços carbonos e de aços de baixa liga de menor temperabilidade. A água é um meio de têmpera de alta severidade, com grande coeficiente de transferência de calor (h), e isso é devido a seus calores específico e latente. O ponto de ebulição da água é baixo se comparado com os óleos (LIŠČIĆ *et al.*, 2010). Uma propriedade química importante da água é sua estabilidade molecular durante o processo de têmpera; entretanto, ela, a água, pode provocar corrosão da superfície da peça temperada.

Outros pontos positivos a favor do uso da água são: não inflamabilidade, disponibilidade imediata, baixo custo, não oferecer perigo à saúde e não causar danos ao meio ambiente quando descartada.

A água fria está entre os meios de têmpera mais severos (TOTTEN; BATES; CLINTON, 1993). A grande severidade da água promove o surgimento de altas tensões internas na peça submetida à têmpera e, como consequência, gera distorções e trincas; assim a aplicação da água está restrita a peças com geometrias simples e simétricas (BATES; TOTTEN; BRENNAN, 1991), (BATES; TOTTEN, 1992). Com o aumento da temperatura de banho, ocorre diminuição da severidade da água ampliando, assim, o seu uso. Nas Figura 6 e Figura 7 pode-se ver o efeito da variação da temperatura sobre o poder de têmpera da água, tendo como parâmetros uma sonda cilíndrica confeccionada em inonel 600 com 12,5 mm de diâmetro e 60 mm de comprimento, chamado de sonda de Wolfson, como já

previamente descrita, e temperatura variando de 40°C a 90°C. A Figura 6 mostra que, com o aumento da temperatura, o estágio de filme de vapor é prolongado e o estágio de nucleação de bolhas diminui. Já na Figura 7 observa-se a redução da taxa de resfriamento com o aumento da temperatura. A presença do estágio de filme de vapor, que na água normalmente é muito longo, é uma desvantagem, pois a extração de calor durante a têmpera é reduzida.

Segundo TOTTEN, BATES e CLINTON (1993), o uso de água fria em combinação a altas taxas de agitação produz tensões residuais menores do que o uso de água quente sem agitação (TOTTEN; BATES; CLINTON, 1993). Isto é porque a presença de agitação gera aumento da uniformização da dureza, assim, diminuindo as distorções e trincas devidas à têmpera (LIŠČIĆ *et al.*, 2010).

Figura 6 – Efeito da temperatura de banho nas curvas de resfriamento numa sonda de Wolfson. Meio de têmpera água: com velocidade de agitação de 0,25 m/s.

Adaptado de (BATES; TOTTEN; BRENNAN, 1991).

Figura 7 – Efeito da temperatura de banho nas taxas de resfriamento numa sonda de Wolfson. Meio de tmpera gua com velocidade de agitao de 0,25 m/s.

Adaptado de (BATES; TOTTEN; BRENNAN, 1991).

2.5.2) Solues salinas

O termo salmoura significa uma soluo aquosa contendo diversas porcentagens de sais tais como o cloreto de sdio e o cloreto de clcio. As salmouras apresentam taxas de resfriamento superiores s da gua quando submetidas s mesmas condies de agitao e temperatura. Assim, as solues salinas sob agitaes baixas podem atingir severidades equivalentes da gua sob agitaes fortes (BATES; TOTTEN; BRENNAN, 1991).

Devido aos sais dissolvidos na soluo aquosa, as solues salinas apresentam estgios de filme de vapor menores do que os da gua, podendo ocorrer at a eliminao completa desse estgio dependendo da concentrao salina na soluo. Com a adio de NaCl na soluo aquosa, ocorre um aumento progressivo do poder de resfriamento, sendo que a mxima taxa de resfriamento ocorre quando a concentrao de NaCl est entre 10% e 15%, Figura 8. Quando o parmetro a ser considerado a temperatura, a mxima taxa de resfriamento das

soluções salinas ocorre quando o banho está a 20°C, Figura 9 (TOTTEN; BATES; CLINTON, 1993).

Figura 8 – Efeito da concentração de NaCl na taxa de resfriamento. Adaptado de (TOTTEN; BATES; CLINTON, 1993).

Figura 9 – Efeito da temperatura de banho de NaCl na taxa de resfriamento.

Adaptado de (TOTTEN; BATES; CLINTON, 1993).

A severidade da salmoura pode ser reduzida com o aumento da temperatura. Contudo, o estágio de filme de vapor não é afetado se comparado ao que acontece na água.

A fim de se evitar os problemas de corrosão, soluções cáusticas podem ser usadas, apresentando comportamento similar às soluções salinas já descritas.

2.5.3) Óleos

A classificação usual dos óleos para têmpera é: óleos lentos, óleos convencionais, óleos rápidos e óleos para martêmpera ou óleos quentes (BATES; TOTTEN; BRENNAN, 1991). A maioria dos óleos são derivados do petróleo, mas podem ser orgânicos, derivados, por exemplo de sementes.

A severidade dos óleos é, de modo geral, menor que a da água, das soluções salinas e das soluções causticas. Como vantagem dos óleos, em relação a esses meios de têmpera, está o modo mais uniforme de extração de calor na superfície do corpo que está sofrendo a têmpera, assim a probabilidade de ocorrer distorções e trincas é minimizada.

Uma das características dos óleos lentos e convencionais em relação aos outros óleos está na presença do estágio de filme de vapor comparativamente mais longo. Essa característica reduz as taxas de resfriamento, o que torna esses óleos não recomendados para aços de baixa temperabilidade (BATES; TOTTEN; BRENNAN, 1991).

Comparando-se os óleos rápidos com os óleos lentos e convencionais, Figura 10, os óleos rápidos apresentam poder de resfriamento maior e duração da fase de filme de vapor menor. No estágio de nucleação de bolhas, os óleos rápidos apresentam taxas de resfriamento moderadamente superiores se comparados aos óleos lentos e convencionais. No último estágio, o de convecção, não há grandes diferenças nas características do poder de resfriamento entre eles. Na fabricação dos óleos rápidos são adicionados aditivos que aumentam o molhamento, desestabilizando a formação do filme de vapor.

Figura 10 – Curvas de resfriamento comparando água, óleo convencional e óleo rápido. Adaptado de (TOTTEN; BATES; CLINTON, 1993).

Segundo TOTTEN, BATES e CLINTON (1993) a capacidade de um óleo molhar a superfície da peça submetida à têmpera é diretamente proporcional à sua severidade e, quanto maior for a viscosidade desse óleo, menor será a sua capacidade de molhar a peça (molhamento). Assim, quanto menor for a viscosidade do óleo, maiores serão as taxas de resfriamento produzidos por ele (TOTTEN; BATES; CLINTON, 1993).

Segundo TOTTEN, BATES e CLINTON (1993) a adição de aditivos e a presença de agitação elevam em muito a severidade da têmpera dos óleos. Já o aumento da temperatura do banho não afeta significativamente a severidade dos óleos.

Atualmente, com a crescente consciência ecológica e importância das questões ambientais, há uma demanda por produtos amigáveis com o meio ambiente. Assim, os tradicionais óleos minerais vêm sendo substituídos por óleos de

fontes renováveis (bioquenchants) como os óleos vegetais provenientes de sementes (PRABHU; FERNANDES, 2009).

2.5.4) Soluções aquosas de polímeros

Segundo Liščić et al. (2010), os polímeros para têmpera vendidos nos Estados Unidos em 1978 eram subdivididos em cinco grupos principais: os álcoois polivinílicos (polyvinyl alcohols, PVA), polialquileno glicóis (polyoxyalkylene glycols, GLY ou PAG), polivinil-pirrolidonas (polyvinyl pyrrolidones, PVP), poliacrilatos alcalinos (alkali polyacrylate, ACR) e álcoois polivinílicos mais polioxialquilenoglicóis (polyvinyl alcohols mais polyoxyalkylene glycols, PVA e GLY ou PVA e PAG). Esses polímeros podem substituir os óleos em algumas aplicações ou podem também produzir taxas de resfriamentos intermediárias entre os óleos e a água (LIŠČIĆ *et al.*, 2010).

Os polialquilenos glicóis (GLY ou PAG) são uma classe de soluções aquosas de polímeros com uma propriedade diferente das demais classes de polímeros já citadas. Esta propriedade diferente é que esses polímeros são solúveis em água a temperaturas inferiores a 63°C-85°C, e insolúveis acima desse patamar. Esta propriedade se chama solubilidade inversa, e isto altera as taxas de transferência de calor da peça para o meio de têmpera. Assim, quando uma peça é submetida à têmpera nos polialquilenos glicóis, o polímero precipita e se deposita na superfície da peça, e essa camada age como um isolante. Além de agir como isolante essa camada aumenta o molhamento do meio de têmpera, o que reduz o estágio de filme de vapor. Enquanto a temperatura da peça não se torna inferior à faixa de temperatura máxima de solubilidade, a camada persiste. Quando esse patamar é alcançado, o polímero volta a se dissolver na solução (BATES; TOTTE; BRENNAN, 1991), (ESHRAHGI-KAKHKI; GOLOZAR; KERMANPUR, 2011). Esta propriedade traz benefícios como a uniformidade da têmpera e a diminuição dos riscos de distorções e trincas.

Já as polivinil-pirrolidonas (PVP), em comparação com os PAG, permitem maiores taxas de resfriamento na faixa de temperatura superior (algo em torno de

700°C) e taxas de resfriamento semelhantes na faixa de temperatura inferior (algo em torno de 300°C), Figura 11. As propriedades termodinâmicas das PVP são comparáveis às dos óleos rápidos.

Figura 11 – Curvas de taxa de resfriamento em meio de têmpera de solução aquosa de polímeros com concentração de 15%, temperatura 30°C e agitação 0,5 m/s de uma sonda Wolfson. Adaptado de (LIŠČIĆ et al., 2010).

Os poliacrilatos alcalinos (ACR) apresentam baixas taxas de resfriamento na faixa de temperatura superior, o que proporciona a formação de microestruturas de difusão como a perlita fina e a bainita.

2.5.5) Banho de sais

A temperatura de banho dos fluidos usados na martêmpera e austêmpera varia de 150°C a 550°C. Essa temperatura é estabelecida pela temperatura M_s , que corresponde ao início da transformação martensítica. Há um bom tempo atrás, o meio de têmpera mais utilizado para a martêmpera e austêmpera era o chumbo; entretanto, seus vapores são tóxicos. Hoje em dia os sais fundidos são os meios de têmpera mais usados nesses tratamentos térmicos (LIŠČIĆ *et al.*, 2010).

A severidade dos banhos de sais pode aumentar em muito com adição de água e a presença de agitação. Entre os sais mais utilizados como meio de têmpera pode-se citar o nitrato de potássio (KNO_3), o nitrito de potássio (KNO_2), o nitrato de sódio ($NaNO_3$) e o nitrito de sódio ($NaNO_2$) (LIŠČIĆ *et al.*, 2010).

2.5.6) Gases

A realização da têmpera a gás normalmente é feita com o uso de um forno a vácuo que, após a austenitização estar completa, é pressurizado com um gás. Esse tipo de têmpera promove a obtenção de severidades que vão desde semelhantes ao ar parado até severidades quase que comparáveis com a da água. Os fatores principais que influenciam a severidade dos gases são o tipo de gás, a velocidade do fluxo e a pressão do gás (NARAZAKI; TOTTEN; WEBSTER, 2002).

Os principais gases usados como meios de têmpera são em ordem crescente de severidade: o argônio, o nitrogênio, o hélio e o hidrogênio. A Tabela 5 apresenta valores do coeficiente de transferência de calor para vários gases em diversas pressões.

Tabela 5 – Comparação de coeficientes de transferência de calor. Adaptado de (NARAZAKI; TOTTEN; WEBSTER, 2002).

Meio de têmpera	Coeficiente de transferência de calor, W/m ² .K
Ar parado	50 - 80
N�trog�nio (1 bar)	100 - 150
Sais derretidos	350 - 500
N�trog�nio (10 bar)	400 - 500
Hélio (10 bar)	550 - 600
Hélio (20 bar)	900 - 1000
�leo parado	1000 - 1500
Hidrog�nio (20 bar)	1250 - 1350
�leo circulando	1800 - 2200
Hidrog�nio (40 bar)	2100 - 2300
�gua circulando	3000 - 3500

2.6) Tcnicas para estimar o coeficiente de transferncia de calor

Como visto, a severidade do resfriamento funo do tipo de meio utilizado e de parmetros do processo, como agitao, temperatura, etc. Assim, para que a escolha do meio de resfriamento acontea de maneira eficiente, necessrio conhecer o poder de resfriamento de uma condio de tmpera.

Para realizar anlises numricas dos processos de tmpera de suma importncia o conhecimento do coeficiente de transferncia de calor ou do fluxo de calor. Eles so condies de contorno que ajudam na anlise dos meios de tmpera. Um detalhe interessante que normalmente, tanto o coeficiente de transferncia de calor como o fluxo de calor no so constantes, ou seja, variam em funo do tempo (FUNATANI; NARAZAKI; TANAKA, 2000), (LI; SINGER; BEITZ, 2011), (HEMING; XIEQING; JIANBIN, 2003).

A seguir esto descritas algumas tcnicas para determinar o poder de resfriamento dos meios de tmpera.

2.6.1) Problema inverso de condução de calor

O conceito de problema inverso de condução de calor (do inglês *inverse heat conduction problem* - IHCP) consiste em utilizar medições de temperatura e/ou fluxos de calor no interior do corpo para prever quantidades térmicas desconhecidas em qualquer outro ponto ao longo do corpo, assim resolvendo diversos problemas físicos de engenharia térmica. Como exemplo clássico de problema inverso de condução de calor pode ser citado a determinação de fluxo de calor na superfície de um corpo tendo como entrada um histórico de medições de temperaturas feitas em seu interior. Assim pode-se dizer que o problema inverso determina a causa a partir do efeito, sendo a causa o fluxo de calor na superfície e o efeito, a variação de temperatura dentro do corpo (BURGGRAF, 1964) (SPARROW; HAJI-SHEIKH; LUNDGREN, 1964), (OZISIK; ORLANDE, 2000), (AZIM *et al.*, 2006), (GADALA; VAKILI, 2011), (PRABHU; ASHISH, 2002), (WEBER, 1981), (SEDIGHI; MCMAHON, 2000), (LING; CHERUKURI; KEANINI, 2005), (LING; KEANINI; CHERUKURI, 2003), (BECK; BLACKWELL; HAJI-SHEIKH, 1996), (ZHOU; MAHULIKAR, 2006).

Solucionar problemas inversos de transferência de calor são de extrema dificuldade. Os problemas inversos de transferência de calor são classificados matematicamente como mal colocados; já os problemas de transferência de calor normais são designados como bem colocados. O significado de problema bem colocado consiste em ele atender a três condições: (1) a solução deve existir, (2) a solução deve ser única, (3) a solução deve ser estável sob pequenas variações nos dados de entrada (isto é, condição de estabilidade). Já para um problema ser mal colocado, basta ele violar pelo menos uma das três condições que definem um problema bem colocado. A grande limitação dos problemas inversos é a possibilidade de instabilidades nas soluções, instabilidades estas que são derivadas dos erros inerentes às medições (PRABHU; ASHISH, 2002), (OZISIK; ORLANDE, 2000), (SOTI *et al.*, 2007), (HERNANDEZ-MORALES; BRIMACOMBE; HAWBOLT, 1992), (WELLS; DAUN, 2009), (WEBER, 1981), (ZHOU; MAHULIKAR, 2006).

Antes da metade do século vinte os problemas inversos eram considerados sem interesse físico pelos matemáticos, físicos e engenheiros por serem classificados como mal colocados. Isso era devido ao entendimento que problemas

mal colocados seriam insolúveis ou teriam soluções sem sentido, assim não tendo importância prática. Tikhonov, Alifanov e Beck revolucionaram as soluções dos problemas inversos de transferência de calor. Eles geraram soluções como: o *procedimento de regularização de Tikhonov (Tikhonov's regularization procedure)*, as *técnicas de regularização iterativas de Alifanov (Alifanov's iterative regularization techniques)* e *função de aproximação de estimativa de Beck (Beck's function estimation approach)*. Essas e outras soluções de problemas inversos reformulam o problema inverso em um problema bem colocado aproximado. Muitos dos métodos que solucionam problemas inversos de transferência de calor se baseiam nos mínimos quadrados. Tikhonov aperfeiçoou os mínimos quadrados em seu procedimento de regularização adicionando termos de suavização, assim conseguindo diminuir os efeitos de instabilidade devidos aos erros de medição. Alifanov gerou outro avanço em sua técnica de regularização iterativa adicionando um critério de parada de modo a estabilizar a solução final em relação aos erros presentes nos dados de entrada. Esses métodos citados reformulam o problema inverso em um problema bem colocado aproximado pelo uso de alguma técnica de regularização (estabilização) (OZISIK; ORLANDE, 2000).

As soluções dos métodos numéricos inversos fazem o uso de técnicas que diminuem as instabilidades das respostas e que eliminam a excessiva sensibilidade a erros e ruídos provenientes das medições. Até hoje foram propostas diversas técnicas que solucionam o problema inverso de modo a filtrar os ruídos e as instabilidades. Nem sempre uma solução numérica para o problema inverso garante uma resposta satisfatória, pois a qualidade da resposta depende de condições no cálculo numérico como, por exemplo, o intervalo de tempo da medição, a magnitude do ruído e do erro associada aos dados medidos, entre outros (NARAZAKI *et al.*, 1997), (NARAZAKI *et al.*, 1999), (KIM; OH, 2001), (KUMAR, 2004).

Hoje em dia a associação das diversas técnicas que solucionam os problemas inversos de transferência de calor e o auxílio dos computadores, que cada vez estão mais rápidos e capazes, tem gerado soluções viáveis e de grande êxito.

2.6.1.1) Tipos de soluções para problemas inversos de condução de calor

As soluções dos problemas inversos são de grande dificuldade, de forma que praticamente não há soluções exatas. Dentre as soluções de problemas inversos de condução de calor conhecidos na atualidade podem ser destacadas as soluções exatas (como já citada) e as soluções aproximadas tais como procedimentos iterativos, técnicas de regularização, soluções estocásticas e métodos de identificação de sistema, métodos baseados na procura de soluções aproximadas em um subespaço do espaço de solução, técnicas combinadas ou métodos numéricos diretos (GRYSA, 2011), (HERNANDEZ-MORALES; BRIMACOMBE; HAWBOLT, 1992), (LING; KEANINI; CHERUKURI, 2003).

Algumas soluções que usam os métodos descritos acima são: a solução de Burggraf, a transformada de Laplace aproximada, o método de Trefftz, o método de especificação de função, o método de solução fundamental, decomposição em valores singulares, o método de regularização de Tikhonov, o método do gradiente conjugado, o método de Levenberg-Marquardt, método de filtro de Kalman e o método dos elementos finitos (GRYSA, 2011), (BLANC; RAYNAUD; CHAU, 1998), (HERNANDEZ-MORALES; BRIMACOMBE; HAWBOLT, 1992), (KUMAR, 2004), (LIU, 1996), (BECK; BLACKWELL; HAJI-SHEIKH, 1996).

Vale ressaltar que as soluções exatas não são necessariamente superiores às soluções aproximadas por se chamarem soluções exatas (BURGGRAF, 1964). O uso comum de medições não precisas, ou seja, medições com presença de erros, nas soluções exatas geram respostas que propagam os erros de modo a reduzir sua “exatidão”.

2.6.1.2) Solução exata do problema inverso de condução de calor – solução de Burggraf

Burggraf (1964) desenvolveu uma solução exata do problema inverso de condução de calor unidimensional na forma de uma série convergente para um corpo de prova cilíndrico. Em seu artigo ele faz uma demonstração matemática dessa solução. A solução de Burggraf está descrita a seguir:

$$T(r, t) = T_0(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r^{2n}}{2^{2n} (n!)^2} \frac{1}{\alpha^n} \frac{d^n T_0(t)}{dt^n} \quad (5)$$

Sendo $T_0(t)$ a temperatura em função do tempo obtida no centro geométrico do cilindro, n uma variável da somatória, r o raio do corpo de prova, α a difusividade térmica e $T(r, t)$ a temperatura em função do tempo na posição r .

A difusividade térmica é uma correlação descrita pela equação (6).

$$\alpha = \frac{k}{\rho \cdot c_p} \quad (6)$$

Onde k é a condutividade térmica, ρ é a densidade e c_p é o calor específico.

Devido à equação (5) ser uma série infinita, para seu uso ser prático é necessário uma convergência rápida da série, de forma que com um número não muito grande de parcelas na somatória se chegue em uma solução bem próxima à obtida com a serie infinita. A convergência da série está limitada ao tamanho relativo da correlação:

$$\frac{r^2}{\alpha \cdot \Delta t} \quad (7)$$

Sendo r o raio da sonda, α a difusividade térmica e Δt o inverso da frequência de aquisição das temperaturas. A partir de um dado valor obtido com a equação (7) a solução de Burggraf não converge.

É interessante ressaltar que não é necessário o conhecimento prévio das condições de contorno no cilindro para a solução da equação (5) (GRYSA, 2011).

2.6.2) Modelo de transferência de calor parabólico

O modelo de transferência de calor parabólico é um método simples capaz de mostrar a distribuição de temperatura ao longo do corpo em função do tempo em um cilindro durante a têmpera. A suposição feita por esse método é que a distribuição de temperatura ao longo do raio segue um comportamento parabólico (LOZANO *et al.*, 2012).

O modelo proposto por Lozano *et al.* (2012) é baseado na lei de Fourier (lei da condução) e apresenta durante a transferência de calor um perfil de distribuição de temperatura parabólica na seção radial. Este modelo considera a condução de calor como sendo unidimensional. A quantidade mínima de pontos necessária para resolver a equação parabólica é de três pontos a cada instante, o que faz obter três constantes por tempo. Assim, para usar essa técnica, é necessário, no mínimo, a medição de três temperaturas em três posições distintas ao longo do raio. O posicionamento ideal dos termopares são: um no centro do cilindro, outro o mais próximo possível da superfície, e outro no meio do raio. No modelo de transferência de calor parabólico, a origem do sistema é assumida na superfície do corpo e o eixo x vai da superfície em direção ao centro. Além da temperatura da superfície, qualquer temperatura ao longo do raio pode ser determinada por este método (LOZANO *et al.*, 2012). A matriz que representa este método esta expressa a seguir:

$$\begin{bmatrix} (x_1 - n)^2 & (x_1 - n) & 1 \\ (x_2 - n)^2 & (x_2 - n) & 1 \\ (x_3 - n)^2 & (x_3 - n) & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a(t) \\ b(t) \\ c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1(t, x_1) \\ T_2(t, x_2) \\ T_3(t, x_3) \end{bmatrix} \quad (8)$$

Onde:

x_1 = distância da superfície ao termopar mais interno

x_2 = distância da superfície ao termopar na posição intermediária

x_3 = distância da superfície ao termopar na posição mais externa, sendo este o mais próximo possível da superfície

n = distância da superfície ao ponto de interesse referente à temperatura T_n

Assim que solucionado as variáveis $a(t)$, $b(t)$ e $c(t)$ para cada instante, considerando-se $n=0$, é possível achar, de forma simples, a temperatura em qualquer outro ponto durante o processo pela equação parabólica abaixo.

$$T(x, t) = a(t).x^2 + b(t).x + c(t) \quad (9)$$

Com o uso de duas temperaturas, uma na superfície e outra a 0,1 mm de profundidade da superfície, calculadas utilizando o método parabólico, é possível calcular o coeficiente de transferência de calor. Para tal foram associadas a lei de Fourier para condução de calor unidimensional aproximada por deltas e a lei do resfriamento de Newton mostradas a seguir para a determinação do fluxo de calor (q) e do coeficiente de transferência de calor (h):

$$q = -k \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (10)$$

$$h = \frac{q_{superfície}}{T_{superfície} - T_{meio de tempera}} \quad (11)$$

Figura 12 – Coeficientes de transferência de calor usando o problema inverso de transferência de calor (linha sólida) e usando o modelo de transferência de calor parabólico (linha pontilhada) (LOZANO et al., 2012).

A Figura 12 compara as soluções dos cálculos dos coeficientes de transferência de calor obtidos pelo problema inverso de transferência de calor (linha sólida) e pelo modelo de transferência de calor parabólico (linha pontilhada). As soluções foram razoavelmente concordantes entre si, ambos máximos valores de coeficiente de transferência de calor situaram-se em torno dos 3200 $\text{W/m}^2\text{K}$, apesar de diferirem entre si em 100°C a posição onde ocorre esses máximos coeficientes de transferência de calor (LOZANO et al., 2012).

2.6.3) Método de Kobasko

Kobasko desenvolveu um método simples para determinar o coeficiente de transferência de calor (h). Ele correlaciona o número de Kondratjev (K_n) com o número de Biot generalizado (Bi_v). O método consiste em primeiro calcular a taxa de resfriamento (C.R.). Para determinar a taxa de resfriamento são usados os dados temperatura em função do tempo das curvas de resfriamento. As sondas usadas para gerar as curvas de resfriamento são cilíndricas com um termopar no centro

geométrico (PRABHU; FERNANDES, 2009). A transferência de calor nessas sondas deve ser unidimensional, ou seja, a condução é ao longo do raio e para isso a razão comprimento-diâmetro deve ser maior ou igual a 4 (LOZANO *et al.*, 2012). Com esses dados obtidos com o termopar é empregada a equação (12).

$$C.R. = \frac{\ln(T_n - T_0) - \ln(T_{n+1} - T_0)}{t_{n+1} - t_n} \quad (12)$$

Onde:

C.R. = taxa de resfriamento (s^{-1})

T_n = temperatura do termopar da sonda referente ao tempo t_n .

T_{n+1} = temperatura do termopar da sonda referente ao tempo t_{n+1} .

T_0 = temperatura do fluido de têmpera

Tendo em mãos a taxa de resfriamento (C.R.) o número de Kondratjev (K_n) é calculado com a equação (13).

$$K_n = C.R. \left(\frac{K}{\alpha} \right) \quad (13)$$

Onde K é o fator de forma de Kondratjev (para cilindro de altura infinita) e α é a difusividade térmica e podem ser calculados com as equações (14) e (6) respectivamente.

$$K = \frac{r^2}{5,783} \quad (14)$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho \cdot c_p} \quad (6)$$

r = raio do cilindro

k = condutividade térmica

ρ = densidade

c_p = calor específico

Com o número de Kondratjev em mãos a seguinte correlação calcula o número de Biot generalizados (Bi_v).

$$K_n = \frac{Bi_v}{(Bi_v^2 + 1,437 \cdot Bi_v + 1)^{0,5}} \quad (15)$$

E finalmente a equação (16) calcula o coeficiente de transferência de calor (h).

$$h = \frac{Bi_v \cdot k \cdot V}{K \cdot A} \quad (16)$$

Sendo V o volume do cilindro infinito e A a área da superfície do cilindro infinito. A razão V/A é dada pela equação (17).

$$\frac{V}{A} = \frac{z \cdot \pi \cdot r^2}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot z} = \frac{r}{2} \quad (17)$$

Onde z é a altura do cilindro.

2.6.4) Método da capacitância de calor concentrado (Lumped heat capacitance method)

O método da capacitância de calor concentrado (do inglês “Lumped capacitance method”) permite o cálculo do fluxo de calor e do coeficiente de transferência de calor (heat transfer coefficient – HTC) na superfície de um corpo de modo simples. Ele consiste na variação da energia em função do tempo, de modo que a temperatura transiente seja uniforme ao longo de todas as posições dentro do corpo (SUGIANTO *et al.*, 2009). Isto significa que não há gradientes de temperatura dentro do corpo e a temperatura só varia em função do tempo.

Esse método também pode ser usado quando o corpo é bastante fino de forma que os gradientes de temperatura ao longo dele são desprezíveis. Entretanto quando há a presença de gradientes de temperatura significativos, o método mais adequado de solução é o método inverso (PRABHU; ASHISH, 2002).

Baseado na lei de Fourier a não existência de gradiente de temperatura na condução de calor acarreta uma condutividade térmica infinita. Na prática isso não existe. Mas é uma suposição bem aproximada quando a condução de calor no interior do corpo é muito maior do que entre o corpo e sua vizinhança (INCROPERA; DEWITT, 2003), (SEDIGHI; MCMAHON, 2000). Quanto maior a condutividade térmica de um corpo menor é sua resistência térmica e vice-versa.

Para que o método da capacitância concentrada seja válido para modelar um problema é usado o número de Biot (Bi). O número de Biot pode ser dito como a razão entre a resistência de condução pela resistência de convecção. E o número de Biot é calculado como:

$$Bi = \frac{h.L_c}{k} \quad (18)$$

Onde h é o coeficiente de transferência de calor por convecção, k é a condutividade térmica do sólido e L_c é a razão entre o volume do corpo (V) pela sua área superficial (A_s).

$$L_c = \frac{V}{A_s} \quad (19)$$

Quando $Bi < 0,1$ o erro associado a esse método é pequeno, assim sendo válida a utilização do método (INCROPERA; DEWITT, 2003). Quando isso ocorre a perda de calor da sonda “ Q ” é igual à diminuição da energia interna da sonda (PRABHU; ALI, 2011). Assim:

$$q = h(T_p - T_q) = -C_p \rho \frac{V}{A} \left(\frac{dT_p}{dt} \right) \quad (20)$$

Onde:

q é fluxo de calor (W/m^2)

h é o coeficiente de transferência da calor na superfície da sonda ($W/m^2.K$)

A é a área superficial da sonda (m^2)

T_p é a temperatura da sonda (K)

T_q é a temperatura do meio de têmpera (K)

C_p é o calor específico do material da sonda ($J/kg.K$)

ρ é a densidade específica do material da sonda (kg/m^3)

V é o volume da sonda (m^3)

t é o tempo (s)

(dT_p/dt) é a taxa de resfriamento da sonda

O coeficiente de transferência de calor (h) pode ser calculado a partir da taxa de resfriamento (dT_p/dt) usando a equação seguinte:

$$h = C_p \rho \frac{V}{A} \left(\frac{dT_p/dt}{(T_p - T_q)} \right) \quad (21)$$

2.7) Determinação dos coeficientes das derivadas por diferenças finitas

Bengt Fornberg (1998) apresenta em seu artigo um algoritmo que determina os coeficientes das derivadas por diferenças finitas usando o software Wolfram Mathematica ou o Maple (FORNBERG, 1998). O algoritmo usado no Mathematica consiste das equações (22.a), (22.b) e (22.c). O uso do algoritmo é melhor descrito dentro da seção “Materiais e Métodos”, subseção “Wolfram Mathematica”.

$\ll \text{Calculus`Pade`}$	(22.a)
$m =$ $s =$ $n =$ $d =$	(22.b)
$t = \text{Pade}[x^s * \text{Log}[x]^m, \{x, 1, n, d\}];$ $\{\text{CoefficientList}[\text{Denominator}[t], x], \text{CoefficientList}[\text{Numerator}[t], x]/h^m\}$	(22.c)

3) MATERIAIS E MÉTODOS

O trabalho proposto foi desenvolvido em duas etapas. A primeira etapa foi a construção de um programa computacional usando Matlab e a solução de Burggraf. A segunda etapa constituiu em se realizar experimentos de maneira a validar o programa computacional proposto.

3.1) Solução de Burggraf

O núcleo da solução do software proposto nesta dissertação utiliza a solução exata de Burggraf (BURGGRAF, 1964) para cilindros em condução de calor radial unidimensional. A solução de Burggraf, já citada no texto, consiste em:

$$T(r, t) = T_0(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r^{2n}}{2^{2n} (n!)^2} \frac{1}{\alpha^n} \frac{d^n T_0(t)}{dt^n} \quad (5)$$

Essa solução funciona de modo simples para difusividade térmica (α) constante. Entretanto, na prática, o que se observa é a difusividade térmica variando em função da temperatura. Por isso, foram propostos dois modos de solucionar o problema.

3.1.1) Solução (1) da equação de Burggraf para difusividade térmica variável

A suposição que governa a solução (1) consiste em que a difusividade térmica (α) depende da temperatura $T(r, t)$ e a temperatura $T(r, t)$ depende unicamente da difusividade térmica (α). Assim a solução (1) consiste em um

processo iterativo que usa a equação (5) sem alterá-la em nada. Esse processo iterativo utiliza as temperaturas obtidas com o termopar central da sonda, $T_0(t)$, como estimativa inicial para cálculo da difusividade (α_1); com a difusividade (α_1), determina-se $T(r,t)_1$; com $T(r,t)_1$, determina-se (α_2); com a difusividade (α_2), determina-se $T(r,t)_2$. O processo continua até a diferença $T(r,t)_{n-1}$ e $T(r,t)_n$ ser insignificante. Para melhor visualização desse processo iterativo, observe a equação (23).

$$T_o(t) \rightarrow \alpha_1 \rightarrow T(r,t)_1 \rightarrow \alpha_2 \rightarrow T(r,t)_2 \rightarrow \dots \rightarrow \alpha_{n-1} \rightarrow T(r,t)_{n-1} \rightarrow \alpha_n \rightarrow T(r,t)_n \quad (23)$$

A difusividade térmica (α) é a condutividade térmica (k) dividida pela densidade (ρ) e pelo calor específico (c_p), equação (6). Assim, o que realmente ocorre no processo iterativo do algoritmo do software é o cálculo das parcelas k e c_p , que variam em função da temperatura, juntamente com a densidade (ρ), que é tratada como constante, apesar de, na prática, também variar em função da temperatura, pois a enésima condutividade térmica (k_n) gerada pelo processo iterativo é um valor necessário no cálculo do fluxo de calor. Deste modo uma melhor visualização da equação (23) é a equação (24).

$$\alpha = \frac{k}{\rho \cdot c_p} \quad (6)$$

$$T_o(t) \rightarrow \alpha_1 (k_1, c_{p1}) \rightarrow T(r,t)_1 \rightarrow \alpha_2 (k_2, c_{p2}) \rightarrow T(r,t)_2 \rightarrow \dots \rightarrow \alpha_{n-1} (k_{n-1}, c_{p\ n-1}) \rightarrow T(r,t)_{n-1} \rightarrow \alpha_n (k_n, c_{p\ n}) \rightarrow T(r,t)_n \quad (24)$$

A taxa de resfriamento (T.R.) é determinada utilizando-se a derivada por diferenças finitas avançadas de primeira ordem, vista na equação (25).

$$T.R. = \frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{T(r, t_{n+1}) - T(r, t_n)}{t_{n+1} - t_n} \quad (25)$$

Para se determinar o fluxo de calor (q), usam-se os valores da condutividade térmica (k) e da difusividade térmica (α) obtidos no processo iterativo juntamente à lei de condução de calor, também conhecida como lei de Fourier, equação (26), em associação à solução de Burggraf, equação (5), gerando assim a equação (27).

$$q = -k \cdot \frac{dT}{dr} \quad (26)$$

$$q(r, t) = -k \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot r^{2n-1}}{2^{2n-1} (n!)^2 \alpha^n} \frac{d^n T_0(t)}{dt^n} \quad (27)$$

Para se determinar o coeficiente de transferência de calor (h), usam-se os valores da condutividade térmica (k) e da difusividade térmica (α) obtidos no processo iterativo em associação à lei do resfriamento de Newton, equação (28), ou em associação à lei do resfriamento de Newton com a lei de Stefan-Boltzmann, equação (29), caso não se queira desprezar a perda de energia por radiação.

$$q = h \cdot (T - T_{00}) \quad (28.a)$$

$$h = \frac{q(r_{max}, t)}{(T(r_{max}, t) - T_{00})} \quad (28.b)$$

$$q = h \cdot (T - T_{00}) + \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T^4 - T_{00}^4) \quad (29.a)$$

$$h = \frac{q(r_{max}, t) - \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T(r_{max}, t)^4 - T_{00}^4)}{(T(r_{max}, t) - T_{00})} \quad (29.b)$$

Nas equações acima, T_{00} é a temperatura do meio de têmpera, ε , a emissividade térmica do material constituinte da sonda e σ , a constante de Stefan-Boltzmann.

Assim, substituindo-se a equação (5) e a equação (27) na equação (28) gera-se a equação (30).

$$\begin{aligned}
 h &= \frac{q(r_{max}, t)}{(T(r_{max}, t) - T_{00})} \\
 &= \left(-k \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot r_{max}^{2n-1}}{2^{2n-1} (n!)^2 \alpha^n} \frac{d^n T_0(t)}{dt^n} \right) \\
 &\quad / \left(T_0(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r_{max}^{2n}}{2^{2n} (n!)^2 \alpha^n} \frac{d^n T_0(t)}{dt^n} - T_{00} \right)
 \end{aligned} \tag{30}$$

Ou, substituindo-se a equação (5) e a equação (27) na equação (29) gera-se a equação (31).

$$\begin{aligned}
 h &= \frac{q(r_{max}, t) - \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T^4 - T_{00}^4)}{(T(r_{max}, t) - T_{00})} \\
 &= \left(-k \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot r_{max}^{2n-1}}{2^{2n-1} (n!)^2 \alpha^n} \frac{d^n T_0(t)}{dt^n} \right. \\
 &\quad \left. - \varepsilon \cdot \sigma \cdot \left(\left(T_0(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r_{max}^{2n}}{2^{2n} (n!)^2 \alpha^n} \frac{d^n T_0(t)}{dt^n} \right)^4 - T_{00}^4 \right) \right) \\
 &\quad / \left(T_0(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r_{max}^{2n}}{2^{2n} (n!)^2 \alpha^n} \frac{d^n T_0(t)}{dt^n} - T_{00} \right)
 \end{aligned} \tag{31}$$

3.1.2) Solução (2) da equação de Burggraf para difusividade térmica variável

A suposição que governa a solução (2) consiste em que a difusividade térmica (α) depende de $T(r,t)$ e $T(r,t)$ depende da difusividade térmica (α); além disso, a difusividade térmica (α) varia continuamente em função do raio.

Assim, o raio é subdividido em X -partes e em cada parte ocorre um processo iterativo que determina a difusividade térmica, α_c , referente a cada subdivisão do raio, usando a equação (33). A visualização do processo iterativo é melhor observada pela equação (32) e Figura 13.

$$\begin{aligned}
 T_o(t) &\rightarrow \alpha_{c1,1} \rightarrow T(c_1, t)_1 \rightarrow \alpha_{c1,2} \rightarrow T(c_1, t)_2 \rightarrow \dots \rightarrow \alpha_{c1,n-1} \rightarrow T(c_1, t)_{n-1} \\
 &\quad \rightarrow \alpha_{c1,n} \rightarrow T(c_1, t)_n \\
 T_o(t) &\rightarrow \alpha_{c2,1} \rightarrow T(c_2, t)_1 \rightarrow \alpha_{c2,2} \rightarrow T(c_2, t)_2 \rightarrow \dots \rightarrow \alpha_{c2,n-1} \rightarrow T(c_2, t)_{n-1} \\
 &\quad \rightarrow \alpha_{c2,n} \rightarrow T(c_2, t)_n \\
 T_o(t) &\rightarrow \alpha_{c3,1} \rightarrow T(c_3, t)_1 \rightarrow \alpha_{c3,2} \rightarrow T(c_3, t)_2 \rightarrow \dots \rightarrow \alpha_{c3,n-1} \rightarrow T(c_3, t)_{n-1} \\
 &\quad \rightarrow \alpha_{c3,n} \rightarrow T(c_3, t)_n \\
 &\quad \dots\dots\dots \\
 T_o(t) &\rightarrow \alpha_{cn-1,1} \rightarrow T(c_{n-1}, t)_1 \rightarrow \alpha_{cn-1,2} \rightarrow T(c_{n-1}, t)_2 \rightarrow \dots \rightarrow \alpha_{cn-1,n-1} \\
 &\quad \rightarrow T(c_{n-1}, t)_{n-1} \rightarrow \alpha_{cn-1,n} \rightarrow T(c_{n-1}, t)_n \\
 T_o(t) &\rightarrow \alpha_{cn,1} \rightarrow T(c_n, t)_1 \rightarrow \alpha_{cn,2} \rightarrow T(c_n, t)_2 \rightarrow \dots \rightarrow \alpha_{cn,n-1} \rightarrow T(c_n, t)_{n-1} \\
 &\quad \rightarrow \alpha_{cn,n} \rightarrow T(c_n, t)_n
 \end{aligned} \tag{32}$$

Figura 13 – Visualização gráfica do processo iterativo envolvendo a equação (33).

$$T(c, t) = T_0(t) + \sum_{c=1}^X \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{c}{\bar{X}} \cdot r\right)^{2n}}{2^{2n} \cdot (n!)^2 \cdot \alpha_c^n} \frac{d^n T_0(t)}{dt^n} \quad (33)$$

Assim como na solução (1), o processo iterativo real é o cálculo das parcelas constituintes da difusividade térmica (α_c) que são a condutividade térmica (k_c) e o calor específico (c_{pc}), considerando-se densidade (ρ) constante, pois o valor da condutividade térmica (k_c) referente à última iteração em cada subdivisão de raio é um valor necessário no cálculo do fluxo de calor (q).

Tendo-se os valores finais das difusividades térmicas (α_c) obtidas no processo iterativo, eles são inseridos na equação (34) e assim se determina $T(r, t)$. Na Figura 14 pode-se ver $T(r, t)$ como a soma de $T_0(t)$ com a área total da figura.

Figura 14 – Visualização gráfica da equação (34).

$$T(r, t) = T_0(t) + \sum_{c=1}^X \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\left(\frac{c}{X} \cdot r \right)^{2n}}{2^{2n} \cdot (n!)^2 \cdot \alpha_c^n} - \frac{\left(\frac{(c-1)}{X} \cdot r \right)^{2n}}{2^{2n} \cdot (n!)^2 \cdot \alpha_c^n} \right) \cdot \frac{d^n T_0(t)}{dt^n} \quad (34)$$

A taxa de resfriamento (T.R.) é determinada, da mesma forma que na solução (1), utilizando-se a derivada por diferenças finitas avançadas de primeira ordem, equação (25).

$$T.R. = \frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{T(r, t_{n+1}) - T(r, t_n)}{t_{n+1} - t_n} \quad (25)$$

Para se determinar o fluxo de calor (q), usa-se a lei de condução de calor (lei de Fourier), equação (26), em associação à solução de Burggraf modificada, equação (34), e os valores da difusividade térmica (α_c) e da condutividade térmica

(k_c) referentes a cada fração “c” do raio obtidos no processo iterativo gerando assim a equação (35).

$$q = -k \cdot \frac{dT}{dr} \quad (26)$$

$$q(r, t) = \sum_{c=1}^X \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(-k_c) \cdot n \cdot \left(\frac{c}{X} \cdot r\right)^{2n-1}}{2^{2n-1} \cdot (n!)^2 \cdot \alpha_c^n} - \frac{(-k_c) \cdot n \cdot \left(\frac{(c-1)}{X} \cdot r\right)^{2n-1}}{2^{2n-1} \cdot (n!)^2 \cdot \alpha_c^n} \right) \cdot \frac{d^n T_0(t)}{dt^n} \quad (35)$$

O coeficiente de transferência de calor (h) é determinado usando-se os valores da condutividade térmica (k_c) e da difusividade térmica (α_c) obtidos no processo iterativo juntamente com a lei do resfriamento de Newton, equação (28), ou juntamente à lei do resfriamento de Newton em associação com a lei de Stefan-Boltzmann, equação (29), caso não se queira desprezar a perda de energia por radiação.

$$q = h \cdot (T - T_{00}) \quad (28.a)$$

$$h = \frac{q(r_{max}, t)}{(T(r_{max}, t) - T_{00})} \quad (28.b)$$

$$q = h \cdot (T - T_{00}) + \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T^4 - T_{00}^4) \quad (29.a)$$

$$h = \frac{q(r_{max}, t) - \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T(r_{max}, t)^4 - T_{00}^4)}{(T(r_{max}, t) - T_{00})} \quad (29.b)$$

Assim, substituindo-se a equação (34) e a equação (35) na equação (28) gera-se a equação (36).

$$\begin{aligned}
h = & \left(\sum_{c=1}^X \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(-k_c) \cdot n \cdot \left(\frac{c}{X} \cdot r_{max} \right)^{2n-1}}{2^{2n-1} \cdot (n!)^2 \cdot \alpha_c^n} \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{(-k_c) \cdot n \cdot \left(\frac{(c-1)}{X} \cdot r_{max} \right)^{2n-1}}{2^{2n-1} \cdot (n!)^2 \cdot \alpha_c^n} \right) \cdot \frac{d^n T_0(t)}{dt^n} \right) \\
& / \left(T_0(t) \right. \\
& \left. + \sum_{c=1}^X \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\left(\frac{c}{X} \cdot r_{max} \right)^{2n}}{2^{2n} \cdot (n!)^2 \cdot \alpha_c^n} - \frac{\left(\frac{(c-1)}{X} \cdot r_{max} \right)^{2n}}{2^{2n} \cdot (n!)^2 \cdot \alpha_c^n} \right) \cdot \frac{d^n T_0(t)}{dt^n} - T_{00} \right)
\end{aligned} \tag{36}$$

Ou, substituindo-se a equação (34) e a equação (35) na equação (29) gera-se a equação (37).

$$\begin{aligned}
h = & \left(\left(\sum_{c=1}^X \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(-k_c) \cdot n \cdot \left(\frac{c}{X} \cdot r_{max} \right)^{2n-1}}{2^{2n-1} \cdot (n!)^2 \cdot \alpha_c^n} \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. - \frac{(-k_c) \cdot n \cdot \left(\frac{(c-1)}{X} \cdot r_{max} \right)^{2n-1}}{2^{2n-1} \cdot (n!)^2 \cdot \alpha_c^n} \right) \cdot \frac{d^n T_0(t)}{dt^n} \right) \right. \\
& \left. - \varepsilon \cdot \sigma \cdot \left(\left(T_0(t) \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + \sum_{c=1}^X \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\left(\frac{c}{X} \cdot r_{max} \right)^{2n}}{2^{2n} \cdot (n!)^2 \cdot \alpha_c^n} - \frac{\left(\frac{(c-1)}{X} \cdot r_{max} \right)^{2n}}{2^{2n} \cdot (n!)^2 \cdot \alpha_c^n} \right) \cdot \frac{d^n T_0(t)}{dt^n} \right)^4 \right. \right. \\
& \left. \left. - T_{00}^4 \right) \right) \\
& / \left(T_0(t) \right. \\
& \left. + \sum_{c=1}^X \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\left(\frac{c}{X} \cdot r_{max} \right)^{2n}}{2^{2n} \cdot (n!)^2 \cdot \alpha_c^n} - \frac{\left(\frac{(c-1)}{X} \cdot r_{max} \right)^{2n}}{2^{2n} \cdot (n!)^2 \cdot \alpha_c^n} \right) \cdot \frac{d^n T_0(t)}{dt^n} - T_{00} \right)
\end{aligned} \tag{37}$$

3.1.3) Comparação entre solução (1) e solução (2)

Comparando-se a solução (2) com a solução (1), é possível visualizar graficamente a solução (2) na Figura 15 e a solução (1) na Figura 16.

Figura 15 – Visualização gráfica da solução (2).

Figura 16 – Visualização gráfica da solução (1).

3.2) MatLab

A linguagem de programação escolhida para codificar o programa da presente dissertação foi o MatLab® da empresa MathWorks. MatLab® é um acrônimo das palavras inglesas “matrix laboratory” que em português seria “laboratório de matriz”.

MatLab® é classificada como uma linguagem de alto nível pois a gramática da codificação dos algoritmos se aproxima da linguagem humana. Em oposição a uma linguagem de alto nível está a linguagem de máquina que utiliza números binários (0 e 1) na programação. O ambiente interativo do MatLab® facilita a computação numérica, visualização e programação. O MatLab® possibilita a análise de dados, o desenvolvimento de algoritmos, e a criação de modelos e aplicativos. A estrutura da linguagem, as ferramentas, e as funções matemáticas incorporadas ao MatLab® proporcionam a construção de soluções de modo mais rápido do que se elas fossem feitas com outras linguagens tradicionais como C/C++, Java® ou mesmo planilhas. Dentre as aplicações do MatLab® estão o processamento de sinal e comunicação, o processamento de imagem e vídeo, o controle de sistemas, testes e medições, finanças computacionais e biologia computacional (MATLAB..., 2013).

Alguns fatores que tornaram o MatLab® uma linguagem popular são a sua extrema facilidade de uso, a presença de comandos de alto nível para visualização gráfica bidimensional e tridimensional e sua grande velocidade em realizar cálculos (KHARAB; GUENTHER, 2006).

A rapidez do MatLab® em relação a outras linguagens no desenvolvimento de algoritmos está na não necessidade de executar tarefas administrativas de baixo nível tais como declarar variáveis ou especificar tipos de dados e alocação de memória. Declarar uma variável ou especificar um tipo de dado é atribuir uma operação a um valor. Como exemplos de tipos de dados podem ser citados os números reais, os números inteiros, e as strings, que são cadeias de caracteres. O MatLab® apresenta várias operações de matrizes e que, com um comando simples, é capaz de eliminar comandos longos como “for”. Assim, um código em MatLab® normalmente é mais curto do que em outras linguagens como C/C++ (MATLAB..., 2013), (SEDGEWICK; WAYNE, 2013) e (TRATT, 2009).

Outra característica interessante do MatLab® é o “code analyzer” (analisador de código) que verifica automaticamente o código para eventuais problemas e também recomenda modificações que maximizam a performance do algoritmo (MATLAB..., 2013).

O MatLab® integra-se com aplicações escritas em outras linguagens. Dentro do MatLab®, há a possibilidade de chamar um código escrito em C, C++ ou Java (MATLAB..., 2013).

O programa proposto por esta dissertação, desenvolvido através da linguagem MatLab®, utilizou a ferramenta GUIDE para gerar uma interface gráfica. GUIDE é o acrônimo das palavras inglesas “graphical user interface development environment” que em português seria “ambiente de desenvolvimento de interface gráfica do usuário”. Além disso, para gerar o arquivo executável, foi utilizado o toolbox chamado deploytool.

3.3) Wolfram Mathematica

Para a determinação das derivadas $\frac{d^n T_0(t)}{dt^n}$ referentes à equação (5) foi usado o software Mathematica da empresa Wolfram em associação ao algoritmo da equação (22).

O software Mathematica é um dos melhores aplicativos para computações. Alguns recursos de computação numérica do Mathematica incluem a resolução de equações diferenciais algébricas e sistemas híbridos, integração e somatórios, resolução de equações numéricas e álgebra linear. As áreas de aplicação deste software são vastas e incluem estatística e análise de dados, processamento e análise de imagens, geração de imagens volumétricas, sistemas de controle, engenharia de confiabilidade, engenharia financeira, sistemas de informações geográficas e biologia computacional (COMPUTAÇÃO..., 2013), (ÁREAS..., 2013).

Para o cálculo dos coeficientes das derivadas por diferenças finitas foi usado o algoritmo descrito por Bengt Fornberg (FORNBERG, 1998), equação (22).

Primeiramente há a necessidade de se carregar um pacote chamado Padé e para isso digita-se a equação (22.a) no “notebook” do Mathematica. Em seguida insere-se os valores de “m”, “s”, “n” e “d”, equação (22.b), sendo “m” a ordem da derivada, “s” número de elementos do centro em direção à extrema esquerda, “n” número de elementos da extrema esquerda em direção à extrema direita e “d” sempre igual a zero. A seguir, digita-se a equação (22.c), clica-se no menu “Evaluation” e em seguida clica-se em “Evaluate Notebook”. As Figura 17 e Figura 18 ilustram o funcionamento das variáveis “s” e “n” quando calculadas as derivadas por diferenças finitas centrais e avançadas.

$\ll \text{Calculus`Padé`}$		(22.a)
$m =$ $s =$ $n =$ $d =$		(22.b)
$t = \text{Padé}[x^s * \text{Log}[x]^m, \{x, 1, n, d\}];$ $\{\text{CoefficientList}[\text{Denominator}[t], x], \text{CoefficientList}[\text{Numerator}[t], x]/h^m\}$		(22.c)

Figura 17 – Representação do funcionamento das variáveis “n” e “s” para o cálculo das derivadas por diferenças finitas centrais.

Figura 18 – Representação do funcionamento das variáveis “n” e “s” para o cálculo das derivadas por diferenças finitas avançadas.

3.3.1) Derivadas por diferenças finitas avançadas

Valores de “m”, “s”, “n” e “d” para o cálculo das dezesseis primeiras derivadas por diferenças finitas avançadas de precisão 1.

$m = 1 \quad s = 0 \quad n = 1 \quad d = 0$	(38.a)
$\frac{dT_0(t)}{dt} = (-1.T_x + 1.T_{x+1})/\Delta t$	(38.b)

$m = 2 \quad s = 0 \quad n = 2 \quad d = 0$	(39.a)
$\frac{d^2T_0(t)}{dt^2} = (1.T_x - 2.T_{x+1} + 1.T_{x+2})/\Delta t^2$	(39.b)

$m = 3 \quad s = 0 \quad n = 3 \quad d = 0$	(40.a)
$\frac{d^3T_0(t)}{dt^3} = (-1.T_x + 3.T_{x+1} - 3.T_{x+2} + 1.T_{x+3})/\Delta t^3$	(40.b)

$m = 4 \quad s = 0 \quad n = 4 \quad d = 0$	(41.a)
$\frac{d^4 T_0(t)}{dt^4} = (1.T_x - 4.T_{x+1} + 6.T_{x+2} - 4.T_{x+3} + 1.T_{x+4})/\Delta t^4$	(41.b)

$m = 5 \quad s = 0 \quad n = 5 \quad d = 0$	(42.a)
$\frac{d^5 T_0(t)}{dt^5} = (-1.T_x + 5.T_{x+1} - 10.T_{x+2} + 10.T_{x+3} - 5.T_{x+4} + 1.T_{x+5})/\Delta t^5$	(42.b)

$m = 6 \quad s = 0 \quad n = 6 \quad d = 0$	(43.a)
$\frac{d^6 T_0(t)}{dt^6} = (1.T_x - 6.T_{x+1} + 15.T_{x+2} - 20.T_{x+3} + 15.T_{x+4} - 6.T_{x+5} + 1.T_{x+6})/\Delta t^6$	(43.b)

$m = 7 \quad s = 0 \quad n = 7 \quad d = 0$	(44.a)
$\frac{d^7 T_0(t)}{dt^7} = (-1.T_x + 7.T_{x+1} - 21.T_{x+2} + 35.T_{x+3} - 35.T_{x+4} + 21.T_{x+5} - 7.T_{x+6} + 1.T_{x+7})/\Delta t^7$	(44.b)

$m = 8 \quad s = 0 \quad n = 8 \quad d = 0$	(45.a)
$\frac{d^8 T_0(t)}{dt^8} = (1.T_x - 8.T_{x+1} + 28.T_{x+2} - 56.T_{x+3} + 70.T_{x+4} - 56.T_{x+5} + 28.T_{x+6} - 8.T_{x+7} + 1.T_{x+8})/\Delta t^8$	(45.b)

$m = 9 \quad s = 0 \quad n = 9 \quad d = 0$	(46.a)
$\frac{d^9 T_0(t)}{dt^9} = (-1.T_x + 9.T_{x+1} - 36.T_{x+2} + 84.T_{x+3} - 126.T_{x+4} + 126.T_{x+5} - 84.T_{x+6} + 36.T_{x+7} - 9.T_{x+8} + 1.T_{x+9})/\Delta t^9$	(46.b)

$m = 10 \quad s = 0 \quad n = 10 \quad d = 0$	(47.a)
$\frac{d^{10} T_0(t)}{dt^{10}} = (1.T_x - 10.T_{x+1} + 45.T_{x+2} - 120.T_{x+3} + 210.T_{x+4} - 252.T_{x+5} + 210.T_{x+6} - 120.T_{x+7} + 45.T_{x+8} - 10.T_{x+9} + 1.T_{x+10})/\Delta t^{10}$	(47.b)

$m = 11 \quad s = 0 \quad n = 11 \quad d = 0$	(48.a)
$\frac{d^{11}T_0(t)}{dt^{11}} = (-1.T_x + 11.T_{x+1} - 55.T_{x+2} + 165.T_{x+3} - 330.T_{x+4} + 462.T_{x+5}$ $- 462.T_{x+6} + 330.T_{x+7} - 165.T_{x+8} + 55.T_{x+9} - 11.T_{x+10}$ $+ 1.T_{x+11})/\Delta t^{11}$	(48.b)

$m = 12 \quad s = 0 \quad n = 12 \quad d = 0$	(49.a)
$\frac{d^{12}T_0(t)}{dt^{12}} = (1.T_x - 12.T_{x+1} + 66.T_{x+2} - 220.T_{x+3} + 495.T_{x+4} - 792.T_{x+5}$ $+ 924.T_{x+6} - 792.T_{x+7} + 495.T_{x+8} - 220.T_{x+9} + 66.T_{x+10}$ $- 12.T_{x+11} + 1.T_{x+12})/\Delta t^{12}$	(49.b)

$m = 13 \quad s = 0 \quad n = 13 \quad d = 0$	(50.a)
$\frac{d^{13}T_0(t)}{dt^{13}} = (-1.T_x + 13.T_{x+1} - 78.T_{x+2} + 286.T_{x+3} - 715.T_{x+4} + 1287.T_{x+5}$ $- 1716.T_{x+6} + 1716.T_{x+7} - 1287.T_{x+8} + 715.T_{x+9} - 286.T_{x+10}$ $+ 78.T_{x+11} - 13.T_{x+12} + 1.T_{x+13})/\Delta t^{13}$	(50.b)

$m = 14 \quad s = 0 \quad n = 14 \quad d = 0$	(51.a)
$\frac{d^{14}T_0(t)}{dt^{14}} = (1.T_x - 14.T_{x+1} + 91.T_{x+2} - 364.T_{x+3} + 1001.T_{x+4} - 2002.T_{x+5}$ $+ 3003.T_{x+6} - 3432.T_{x+7} + 3003.T_{x+8} - 2002.T_{x+9}$ $+ 1001.T_{x+10} - 364.T_{x+11} + 91.T_{x+12} - 14.T_{x+13}$ $+ 1.T_{x+14})/\Delta t^{14}$	(51.b)

$m = 15 \quad s = 0 \quad n = 15 \quad d = 0$	(52.a)
$\frac{d^{15}T_0(t)}{dt^{15}} = (-1.T_x + 15.T_{x+1} - 105.T_{x+2} + 455.T_{x+3} - 1365.T_{x+4}$ $+ 3003.T_{x+5} - 5005.T_{x+6} + 6435.T_{x+7} - 6435.T_{x+8} + 5005.T_{x+9}$ $- 3003.T_{x+10} + 1365.T_{x+11} - 455.T_{x+12} + 105.T_{x+13} - 15.T_{x+14}$ $+ 1.T_{x+15})/\Delta t^{15}$	(52.b)

$m = 16 \quad s = 0 \quad n = 16 \quad d = 0$	(53.a)
$\frac{d^{16}T_0(t)}{dt^{16}} = (1.T_x - 16.T_{x+1} + 120.T_{x+2} - 560.T_{x+3} + 1820.T_{x+4} - 4368.T_{x+5}$ $+ 8008.T_{x+6} - 11440.T_{x+7} + 12870.T_{x+8} - 11440.T_{x+9}$ $+ 8008.T_{x+10} - 4368.T_{x+11} + 1820.T_{x+12} - 560.T_{x+13}$ $+ 120.T_{x+14} - 16.T_{x+15} + 1.T_{x+16})/\Delta t^{16}$	(53.b)

3.3.2) Derivadas por diferenças finitas centrais

Valores de “m”, “s”, “n” e “d” para o cálculo das dezesseis primeiras derivadas por diferenças finitas centrais de precisão 2.

$m = 1 \quad s = 1 \quad n = 2 \quad d = 0$	(54.a)
$\frac{dT_0(t)}{dt} = (-\frac{1}{2}.T_{x-1} + 0.T_x + \frac{1}{2}.T_{x+1})/\Delta t$	(54.b)

$m = 2 \quad s = 1 \quad n = 2 \quad d = 0$	(55.a)
$\frac{d^2T_0(t)}{dt^2} = (1.T_{x-1} - 2.T_x + 1T_{x+1})/\Delta t^2$	(55.b)

$m = 3 \quad s = 2 \quad n = 4 \quad d = 0$	(56.a)
$\frac{d^3T_0(t)}{dt^3} = (-\frac{1}{2}.T_{x-2} + 1.T_{x-1} + 0.T_x - 1.T_{x+1} + \frac{1}{2}.T_{x+2})/\Delta t^3$	(56.b)

$m = 4 \quad s = 2 \quad n = 4 \quad d = 0$	(57.a)
$\frac{d^4T_0(t)}{dt^4} = (1.T_{x-2} - 4.T_{x-1} + 6.T_x - 4.T_{x+1} + 1.T_{x+2})/\Delta t^4$	(57.b)

$m = 5 \quad s = 3 \quad n = 6 \quad d = 0$	(58.a)
$\frac{d^5 T_0(t)}{dt^5} = \left(-\frac{1}{2} \cdot T_{x-3} + 2 \cdot T_{x-2} - \frac{5}{2} \cdot T_{x-1} + 0 \cdot T_x + \frac{5}{2} \cdot T_{x+1} - 2 \cdot T_{x+2} \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \cdot T_{x+3} \right) / \Delta t^5$	(58.b)

$m = 6 \quad s = 3 \quad n = 6 \quad d = 0$	(59.a)
$\frac{d^6 T_0(t)}{dt^6} = (1 \cdot T_{x-3} - 6 \cdot T_{x-2} + 15 \cdot T_{x-1} - 20 \cdot T_x + 15 \cdot T_{x+1} - 6 \cdot T_{x+2} \\ + 1 \cdot T_{x+3}) / \Delta t^6$	(59.b)

$m = 7 \quad s = 4 \quad n = 8 \quad d = 0$	(60.a)
$\frac{d^7 T_0(t)}{dt^7} = \left(-\frac{1}{2} \cdot T_{x-4} + 3 \cdot T_{x-3} - 7 \cdot T_{x-2} + 7 \cdot T_{x-1} + 0 \cdot T_x - 7 \cdot T_{x+1} + 7 \cdot T_{x+2} \right. \\ \left. - 3 \cdot T_{x+3} + \frac{1}{2} \cdot T_{x+4} \right) / \Delta t^7$	(60.b)

$m = 8 \quad s = 4 \quad n = 8 \quad d = 0$	(61.a)
$\frac{d^8 T_0(t)}{dt^8} = (1 \cdot T_{x-4} - 8 \cdot T_{x-3} + 28 \cdot T_{x-2} - 56 \cdot T_{x-1} + 70 \cdot T_x - 56 \cdot T_{x+1} + 28 \cdot T_{x+2} \\ - 8 \cdot T_{x+3} + 1 \cdot T_{x+4}) / \Delta t^8$	(61.b)

$m = 9 \quad s = 5 \quad n = 10 \quad d = 0$	(62.a)
$\frac{d^9 T_0(t)}{dt^9} = \left(-\frac{1}{2} \cdot T_{x-5} + 4 \cdot T_{x-4} - \frac{27}{2} \cdot T_{x-3} + 24 \cdot T_{x-2} - 21 \cdot T_{x-1} + 0 \cdot T_x \right. \\ \left. + 21 \cdot T_{x+1} - 24 \cdot T_{x+2} + \frac{27}{2} \cdot T_{x+3} - 4 \cdot T_{x+4} + \frac{1}{2} \cdot T_{x+5} \right) / \Delta t^9$	(62.b)

$m = 10 \quad s = 5 \quad n = 10 \quad d = 0$	(63.a)
$\frac{d^{10} T_0(t)}{dt^{10}} = (1 \cdot T_{x-5} - 10 \cdot T_{x-4} + 45 \cdot T_{x-3} - 120 \cdot T_{x-2} + 210 \cdot T_{x-1} - 252 \cdot T_x \\ + 210 \cdot T_{x+1} - 120 \cdot T_{x+2} + 45 \cdot T_{x+3} - 10 \cdot T_{x+4} + 1 \cdot T_{x+5}) / \Delta t^{10}$	(63.b)

$m = 11 \quad s = 6 \quad n = 12 \quad d = 0$	(64.a)
$\frac{d^{11}T_0(t)}{dt^{11}} = \left(-\frac{1}{2} \cdot T_{x-6} + 5 \cdot T_{x-5} - 22 \cdot T_{x-4} + 55 \cdot T_{x-3} - \frac{165}{2} \cdot T_{x-2} + 66 \cdot T_{x-1} \right.$ $+ 0 \cdot T_x - 66 \cdot T_{x+1} + \frac{165}{2} \cdot T_{x+2} - 55 \cdot T_{x+3} + 22 \cdot T_{x+4} - 5 \cdot T_{x+5}$ $\left. + \frac{1}{2} \cdot T_{x+6} \right) / \Delta t^{11}$	(64.b)

$m = 12 \quad s = 6 \quad n = 12 \quad d = 0$	(65.a)
$\frac{d^{12}T_0(t)}{dt^{12}} = (1 \cdot T_{x-6} - 12 \cdot T_{x-5} + 66 \cdot T_{x-4} - 220 \cdot T_{x-3} + 495 \cdot T_{x-2} - 792 \cdot T_{x-1}$ $+ 924 \cdot T_x - 792 \cdot T_{x+1} + 495 \cdot T_{x+2} - 220 \cdot T_{x+3} + 66 \cdot T_{x+4}$ $- 12 \cdot T_{x+5} + 1 \cdot T_{x+6}) / \Delta t^{12}$	(65.b)

$m = 13 \quad s = 7 \quad n = 14 \quad d = 0$	(66.a)
$\frac{d^{13}T_0(t)}{dt^{13}} = \left(-\frac{1}{2} \cdot T_{x-7} + 6 \cdot T_{x-6} - \frac{65}{2} \cdot T_{x-5} + 104 \cdot T_{x-4} - \frac{429}{2} \cdot T_{x-3} + 286 \cdot T_{x-2} \right.$ $- \frac{429}{2} \cdot T_{x-1} + 0 \cdot T_x + \frac{429}{2} \cdot T_{x+1} - 286 \cdot T_{x+2} + \frac{429}{2} \cdot T_{x+3}$ $\left. - 104 \cdot T_{x+4} + \frac{65}{2} \cdot T_{x+5} - 6 \cdot T_{x+6} + \frac{1}{2} \cdot T_{x+7} \right) / \Delta t^{13}$	(66.b)

$m = 14 \quad s = 7 \quad n = 14 \quad d = 0$	(67.a)
$\frac{d^{14}T_0(t)}{dt^{14}} = (1 \cdot T_{x-7} - 14 \cdot T_{x-6} + 91 \cdot T_{x-5} - 364 \cdot T_{x-4} + 1001 \cdot T_{x-3} - 2002 \cdot T_{x-2}$ $+ 3003 \cdot T_{x-1} - 3432 \cdot T_x + 3003 \cdot T_{x+1} - 2002 \cdot T_{x+2} + 1001 \cdot T_{x+3}$ $- 364 \cdot T_{x+4} + 91 \cdot T_{x+5} - 14 \cdot T_{x+6} + 1 \cdot T_{x+7}) / \Delta t^{14}$	(67.b)

$m = 15 \quad s = 8 \quad n = 16 \quad d = 0$	(68.a)
$\frac{d^{15}T_0(t)}{dt^{15}} = \left(-\frac{1}{2} \cdot T_{x-8} + 7 \cdot T_{x-7} - 45 \cdot T_{x-6} + 175 \cdot T_{x-5} - 455 \cdot T_{x-4} + 819 \cdot T_{x-3} \right.$ $- 1001 \cdot T_{x-2} + 715 \cdot T_{x-1} + 0 \cdot T_x - 715 \cdot T_{x+1} + 1001 \cdot T_{x+2}$ $- 819 \cdot T_{x+3} + 455 \cdot T_{x+4} - 175 \cdot T_{x+5} + 45 \cdot T_{x+6} - 7 \cdot T_{x+7}$ $\left. + \frac{1}{2} \cdot T_{x+8} \right) / \Delta t^{15}$	(68.b)

$m = 16 \quad s = 8 \quad n = 16 \quad d = 0$	(69.a)
$\frac{d^{16}T_0(t)}{dt^{16}} = (1 \cdot T_{x-8} - 16 \cdot T_{x-7} + 120 \cdot T_{x-6} - 560 \cdot T_{x-5} + 1820 \cdot T_{x-4}$ $- 4368 \cdot T_{x-3} + 8008 \cdot T_{x-2} - 11440 \cdot T_{x-1} + 12870 \cdot T_x$ $- 11440 \cdot T_{x+1} + 8008 \cdot T_{x+2} - 4368 \cdot T_{x+3} + 1820 \cdot T_{x+4} - 560 \cdot T_{x+5}$ $+ 120 \cdot T_{x+6} - 16 \cdot T_{x+7} + 1 \cdot T_{x+8}) / \Delta t^{16}$	(69.b)

3.4) Ensaio de resfriamento

A sonda utilizada nos ensaios é uma sonda Wolfson modificada. A diferença desta para a sonda Wolfson tradicional é a presença de um segundo termopar tipo K a 2 mm da superfície, que pode ser visualizado na Figura 19. A sonda Wolfson é normatizada pela ASTM D 6200 e apresenta dimensões de 60 mm de comprimento e 12,5 mm de diâmetro e é confeccionada em inconel 600.

A sonda é aquecida até 850°C e imediatamente imersa em 2L do fluido que está sendo avaliado. A Figura 20 mostra o conjunto montado.

Figura 19 – Sonda Wolfson modificada (dimensões em mm).

Figura 20 – Visualização da sonda durante ensaio.

O sistema utilizado para aquisição das curvas de resfriamento foi o LabJack modelo U6-Pro, Figura 21. A interface do LabJack é visualizada na Figura 22.

Os parâmetros do software para os ensaios desta dissertação foram dois canais de aquisição (2 channels) e intervalo de 500 ms (2 Hz). Para alterar o número de canais utilizados, clica-se na seta para cima (+) ou para baixo (-) ao lado de “# Channels” na Figura 22. O mesmo procedimento se faz com o intervalo de aquisição, ou seja, utiliza-se as setas para cima (+) e para baixo (-) ao lado de “Interval (ms)” na Figura 22 para alterar o período de aquisição. As outras configurações são padrões do sistema de aquisição.

Para gerar o arquivo de saída escolhe-se um nome como prefixo em “Data File Prefix” e clica-se na “bola” ao lado de “Write To File”. Para parar a aquisição, clica-se novamente na “bola” ao lado de “Write To File”.

Figura 21 – LabJack U6-PRO.

Figura 22 – Interface LabJack.

Os meios de tmpera utilizados foram: dois litros de gua destilada a 60C, dois litros de leo de soja a 60C, dois litros de leo mineral para martmpera da empresa “Quimifort” modelo “Lubrifort Temp 116” a 60C e dois litros de soluo aquosa de nitrato de sdio (NaNO₃) em 9% de massa temperatura ambiente (27C). Todos os ensaios foram feitos sem agitao.

Algumas das entradas do programa, referentes ao inconel 600, so a condutividade trmica, calor especfico, emissividade trmica e densidade. A densidade considerada constante no variando com a temperatura com valor igual a 8385 kg/m³. As outras propriedades esto nas Tabela 6, Tabela 7 e Tabela 8.

Tabela 6 – Valores da emissividade térmica do inconel 600 em função da temperatura.

Temperatura (°C)	Emissividade térmica ¹
910	0.24
660	0.2
243	0.14
0	0.09

Tabela 7 – Valores da condutividade térmica do inconel 600 em função da temperatura.

Temperatura (°C)	Condutividade térmica (W/m°C) ²
900	30.1
700	25.9
500	21.7
450	20.7
400	19.7
350	18.7
300	17.8
250	16.9
200	16.0
150	15.1
100	14.2
50	13.4
20	14.8 ³

¹ Dados obtidos do livro (CVERNA, 2002)

² Dados obtidos do programa HT-MOD (SÁNCHEZ SARMIENTO, 2003)

³ Dado obtido do livro (CVERNA, 2002)

Tabela 8 – Valores do calor específico do inconel 600 em função da temperatura

Temperatura (°C)	Calor específico (J/kg°C) ⁴
900	611
800	602
700	597
600	591
500	533
400	522
300	509
200	491
100	467
50	451
20	455 ⁵

⁴ Dados obtidos do programa HT-MOD (SÁNCHEZ SARMIENTO, 2003)

⁵ Dado obtido do livro (CVERNA, 2002)

4) RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1) Escolha da melhor solução

Foram propostos dois tipos de soluções para resolver o problema: solução (1), referente à seção (3.1.1), e solução (2), referente à seção (3.1.2). Juntamente a cada tipo de solução usou-se dois tipos de derivadas por diferenças finitas, avançadas e centrais, para solucionar a parcela da conta referente à $\frac{d^n T_0(t)}{dt^n}$.

Na solução (1) foram utilizadas 100 iterações, e na solução (2) foram utilizadas 100 iterações juntamente com 100 elementos, que são a quantidade de partes em que o raio foi subdividido.

Com o termopar central da sonda descrita na seção (3.4) desta dissertação, foram feitas aquisições de curvas de resfriamento (temperatura por tempo). No total foram quatro aquisições de curvas de resfriamento a 2 Hz, uma para cada tipo de meio de têmpera (solução aquosa de NaNO_3 a 27°C, água destilada a 60°C, óleo de soja a 60°C, óleo mineral “Lubrifort Temp 116” a 60°C). Tendo esses dados em mãos, utilizou-se o software, cujo algoritmo é descrito nesta dissertação, para calcular as curvas de resfriamento (temperatura por tempo) na posição de 2 mm de profundidade a partir da superfície, posição esta coincidente com a posição do segundo termopar (termopar mais externo).

Tendo-se os valores calculados referente à posição de 2 mm de profundidade a partir da superfície e os valores da aquisição da curva de resfriamento (temperatura por tempo) do segundo termopar, foram feitos gráficos para avaliar a precisão dos dados calculados.

O primeiro tipo de gráfico (“gráfico tipo 1”) sobrepõe os valores da aquisição do segundo termopar com as quatro combinações de cálculos (solução 1 com derivadas por diferenças finitas avançadas, solução 2 com derivadas por diferenças finitas avançadas, solução 1 com derivadas por diferenças finitas centrais e solução 2 com derivadas por diferenças finitas centrais). Esses gráficos são vistos na Figura 23, para solução aquosa de NaNO_3 , na Figura 34, para água destilada a 60°C, na

Figura 45, para óleo de soja a 60°C, e na Figura 56, para óleo mineral modelo “Lubrifort Temp 116”.

O segundo tipo de gráfico (“gráfico tipo 2”) mostra quatro sobreposições referentes à diferença entre os valores da aquisição do termopar mais externo (temperatura por tempo) e os valores calculados (temperatura por tempo) para a posição de 2 mm da superfície das quatro combinações de resultados (solução 1 com derivadas por diferenças finitas avançadas, solução 2 com derivadas por diferenças finitas avançadas, solução 1 com derivadas por diferenças finitas centrais e solução 2 com derivadas por diferenças finitas centrais), equações (70.a), (70.b), (70.c) e (70.d), para cada um dos meios de tmpera gerando a Figura 24 para a soluo aquosa de NaNO₃, a Figura 35 para a gua destilada, a Figura 46 para o leo de soja e a Figura 57 para o leo mineral “Lubrifort Temp 116”.

$\Delta\text{solu��o1_avan��ada} = \text{termopar 2} - \text{solu��o1_avan��ada}$	(70.a)
$\Delta\text{solu��o2_avan��ada} = \text{termopar 2} - \text{solu��o2_avan��ada}$	(70.b)
$\Delta\text{solu��o1_central} = \text{termopar 2} - \text{solu��o1_central}$	(70.c)
$\Delta\text{solu��o2_central} = \text{termopar 2} - \text{solu��o2_central}$	(70.d)

Para melhor visualizao dos componentes dos grficos “tipo 2”, so gerados os grficos “tipo 3”. Cada uma das equaes (70.a), (70.b), (70.c) e (70.d) em combinao com os quatro meios de tmpera utilizados geram um grfico “tipo 3”; assim so dezesseis grficos, sendo eles a Figura 25, a Figura 26, a Figura 27, a Figura 28, a Figura 36, a Figura 37, a Figura 38, a Figura 39, a Figura 47, a Figura 48, a Figura 49, a Figura 50, a Figura 58, a Figura 59, a Figura 60 e a Figura 61.

Foram gerados tambm os grficos “tipo 4” que mostram a sobreposio referente diferena em porcentagem entre os valores da aquisio do termopar mais externo (temperatura por tempo) e os valores calculados (temperatura por tempo) das quatro combinaes de resultados j citados dividido pelos valores da aquisio do termopar mais externo, equaes (71.a), (71.b), (71.c) e (71.d), para cada um dos meios de tmpera gerando a Figura 29 para a soluo aquosa de

NaNO₃, a Figura 40 para água destilada, a Figura 51 para o óleo de soja e a Figura 62 para o óleo mineral “Lubrifort Temp 116”.

$\% \Delta \text{solução1_avançada}$ $= 100 \times (\text{termopar2} - \text{solução1_avançada}) / \text{termopar2}$	(71.a)
$\% \Delta \text{solução2_avançada}$ $= 100 \times (\text{termopar2} - \text{solução2_avançada}) / \text{termopar2}$	(71.b)
$\% \Delta \text{solução1_central}$ $= 100 \times (\text{termopar2} - \text{solução1_central}) / \text{termopar2}$	(71.c)
$\% \Delta \text{solução2_central}$ $= 100 \times (\text{termopar2} - \text{solução2_central}) / \text{termopar2}$	(71.d)

O quinto tipo de gráfico, gráfico “tipo 5”, é a decomposição dos gráficos “tipo 4”. No total são quatro gráficos “tipo 5” referentes as equações (71.a), (71.b), (71.c) e (71.d) para cada meio de têmpera gerando assim dezesseis figuras, Figura 30, Figura 31, Figura 32, Figura 33, Figura 41, Figura 42, Figura 43, Figura 44, Figura 52, Figura 53, Figura 54, Figura 55, Figura 63, Figura 64, Figura 65 e Figura 66.

4.1.1) Resultados referentes ao meio de têmpera NaNO₃

A Figura 23 mostra a sobreposição da curva de resfriamento (temperatura por tempo) medida com o termopar 2 (termopar mais externo) com as curvas de resfriamento calculadas com o software proposto nesta dissertação para a posição de 2 mm abaixo da superfície (posição esta coincidente com o termopar mais externo) referentes às quatro combinações de cálculos (solução 1 com derivadas por diferenças finitas avançadas, solução 2 com derivadas por diferenças finitas avançadas, solução 1 com derivadas por diferenças finitas centrais e solução 2 com derivadas por diferenças finitas centrais) para o meio de têmpera NaNO₃. A Figura 23 é classificada como gráfico “tipo 1”.

Figura 23 – Sobreposição das curvas de resfriamento (temperatura por tempo) referentes ao meio de tâmara NaNO_3 , gráfico “tipo 1”.

A Figura 24 mostra a sobreposição dos resultados das diferenças correspondentes às equações (70.a), (70.b), (70.c) e (70.d) para a solução aquosa de NaNO_3 , sendo essa figura um gráfico “tipo 2”.

Figura 24 – Sobreposição dos resultados das diferenças referentes à equação (70) para a solução aquosa de NaNO_3 , gráfico “tipo 2”.

A Figura 25 é um dos quatro componentes da Figura 24 referente à equação (70.a), ou seja, ela é formada pela diferença entre os valores obtidos com o termopar 2 e os valores referentes à associação da solução 1 com as derivadas por diferenças finitas avançadas para a solução aquosa de NaNO_3 , sendo esse um gráfico “tipo 3”. O pico superior da Figura 25 corresponde a um delta de “29,8°C” e o pico inferior corresponde a um delta de “-95°C”.

Figura 25 – Desmembramento da Figura 24, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para a solução aquosa de $NaNO_3$, gráfico “tipo 3”.

A Figura 26 é um dos quatro componentes da Figura 24 referente à equação (70.b), ou seja, ela é formada pela diferença entre os valores obtidos com o termopar 2 e os valores referentes à associação da solução 2 com as derivadas por diferenças finitas avançadas para a solução aquosa de $NaNO_3$, sendo esse um gráfico “tipo 3”. O pico superior da Figura 26 corresponde a um delta de “25,9°C” e o pico inferior corresponde a um delta de “-104,3°C”.

Figura 26 – Desmembramento da Figura 24, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para a solução aquosa de NaNO_3 , gráfico “tipo 3”.

A Figura 27 é um dos quatro componentes da Figura 24 referente à equação (70.c), ou seja, ela é formada pela diferença entre os valores obtidos com o termopar 2 e os valores referentes à associação da solução 1 com as derivadas por diferenças finitas centrais para a solução aquosa NaNO_3 , sendo esse um gráfico “tipo 3”. A Figura 27 apresenta somente um pico, nesse caso um pico inferior, correspondente a um delta de “-106,5°C”.

Figura 27 – Desmembramento da Figura 24, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas centrais para a solução aquosa de NaNO_3 , gráfico “tipo 3”.

A Figura 28 é um dos quatro componentes da Figura 24 referente à equação (70.d), ou seja, ela é formada pela diferença entre os valores obtidos com o termopar 2 e os valores referentes à associação da solução 2 com as derivadas por diferenças finitas centrais para a solução aquosa de NaNO_3 , sendo esse um gráfico “tipo 3”. A Figura 28 apresenta somente um pico, nesse caso um pico inferior, correspondente a um delta de “ $-125,5^\circ\text{C}$ ”.

Figura 28 – Desmembramento da Figura 24, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas centrais para a solução aquosa de NaNO_3 , gráfico “tipo 3”.

A Figura 29 mostra a sobreposição dos resultados das diferenças em porcentagem correspondentes às equações (71.a), (71.b), (71.c) e (71.d) para a solução aquosa de NaNO_3 , sendo essa figura um gráfico “tipo 4”.

Figura 29 – Sobreposição dos resultados das diferenças em porcentagem referentes à equação (71) para a solução aquosa de NaNO₃, gráfico “tipo 4”.

A Figura 30 é um dos quatro componentes da Figura 29 referente à equação (71.a), ou seja, ela é formada pela diferença em porcentagem entre os valores obtidos com o termopar 2 (em °C) e os valores referentes à associação da solução 1 com as derivadas por diferenças finitas avançadas (em °C) dividido pelos valores obtidos com o termopar 2 (em °C) para a solução aquosa de NaNO₃, sendo esse um gráfico “tipo 5”. O pico superior da Figura 30 corresponde a um delta de “3,79%” e o pico inferior corresponde a um delta de “-24,1%”.

Figura 30 – Desmembramento da Figura 29, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para a solução aquosa de NaNO_3 , gráfico “tipo 5”.

A Figura 31 é um dos quatro componentes da Figura 29 referente à equação (71.b), ou seja, ela é formada pela diferença em porcentagem entre os valores obtidos com o termopar 2 (em $^{\circ}\text{C}$) e os valores referentes à associação da solução 2 com as derivadas por diferenças finitas avançadas (em $^{\circ}\text{C}$) dividido pelos valores obtidos com o termopar 2 (em $^{\circ}\text{C}$) para a solução aquosa de NaNO_3 , sendo esse um gráfico “tipo 5”. O pico superior da Figura 31 corresponde a um delta de “3,29%” e o pico inferior corresponde a um delta de “-26,88%”.

Figura 31 – Desmembramento da Figura 29, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para a solução aquosa de NaNO₃, gráfico “tipo 5”.

A Figura 32 é um dos quatro componentes da Figura 29 referente à equação (71.c), ou seja, ela é formada pela diferença em porcentagem entre os valores obtidos com o termopar 2 (em °C) e os valores referentes à associação da solução 1 com as derivadas por diferenças finitas centrais (em °C) dividido pelos valores obtidos com o termopar 2 (em °C) para a solução aquosa de NaNO₃, sendo esse um gráfico “tipo 5”. A Figura 32 apresenta somente um pico, nesse caso, inferior, correspondente a um delta de “-20,6%”.

Figura 32 – Desmembramento da Figura 29, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas centrais para a solução aquosa de NaNO₃, gráfico “tipo 5”.

A Figura 33 é um dos quatro componentes da Figura 29 referente à equação (71.d), ou seja, ela é formada pela diferença em porcentagem entre os valores obtidos com o termopar 2 (em °C) e os valores referentes à associação da solução 2 com as derivadas por diferenças finitas centrais (em °C) dividido pelos valores obtidos com o termopar 2 (em °C) para a solução aquosa de NaNO₃, sendo esse um gráfico “tipo 5”. A Figura 33 apresenta somente um pico, nesse caso, inferior, correspondente a um delta de “-24,3%”.

Figura 33 – Desmembramento da Figura 29, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas centrais para a solução aquosa de NaNO₃, gráfico “tipo 5”.

4.1.2) Resultados referentes ao meio de tmpera gua destilada

A Figura 34 mostra a sobreposio da curva de resfriamento (temperatura por tempo) medida com o termopar 2 (termopar mais externo) com as curvas de resfriamento calculadas com o software proposto nesta dissertao para a posio de 2 mm abaixo da superfcie (posio esta coincidente com o termopar mais externo) referentes s quatro combinaes de clculos (soluo 1 com derivadas por diferenas finitas avanadas, soluo 2 com derivadas por diferenas finitas

avançadas, solução 1 com derivadas por diferenças finitas centrais e solução 2 com derivadas por diferenças finitas centrais) para o meio de tmpera gua destilada. A Figura 34 classificada como grfico “tipo 1”.

Figura 34 – Sobreposio das curvas de resfriamento (temperatura por tempo) referentes ao meio de tmpera gua destilada, grfico “tipo 1”.

A Figura 35 mostra a sobreposio dos resultados das diferenas correspondentes s equaes (70.a), (70.b), (70.c) e (70.d) para a gua destilada, sendo essa figura um grfico “tipo 2”.

Figura 35 – Sobreposição dos resultados das diferenças referentes à equação (70) para a água destilada, gráfico “tipo 2”.

A Figura 36 é um dos quatro componentes da Figura 35 referente à equação (70.a), ou seja, ela é formada pela diferença entre os valores obtidos com o termopar 2 e os valores referentes à associação da solução 1 com as derivadas por diferenças finitas avançadas para a água destilada, sendo esse um gráfico “tipo 3”. O pico superior da Figura 36 corresponde a um delta de “127,1 $^{\circ}\text{C}$ ” e o pico inferior corresponde a um delta de “-19,7 $^{\circ}\text{C}$ ”.

Figura 36 – Desmembramento da Figura 35, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para a água destilada, gráfico “tipo 3”.

A Figura 37 é um dos quatro componentes da Figura 35 referente à equação (70.b), ou seja, ela é formada pela diferença entre os valores obtidos com o termopar 2 e os valores referentes à associação da solução 2 com as derivadas por diferenças finitas avançadas para a água destilada, sendo esse um gráfico “tipo 3”. O pico superior da Figura 37 corresponde a um delta de “123,9°C” e o pico inferior corresponde a um delta de “-21,2°C”.

Figura 37 – Desmembramento da Figura 35, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para a água destilada, gráfico “tipo 3”.

A Figura 38 é um dos quatro componentes da Figura 35 referente à equação (70.c), ou seja, ela é formada pela diferença entre os valores obtidos com o termopar 2 e os valores referentes à associação da solução 1 com as derivadas por diferenças finitas centrais para a água destilada, sendo esse um gráfico “tipo 3”. O pico superior da Figura 38 corresponde a um delta de “125,9°C” e o pico inferior corresponde a um delta de “-12,4°C”.

Figura 38 – Desmembramento da Figura 35, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas centrais para a água destilada, gráfico “tipo 3”.

A Figura 39 é um dos quatro componentes da Figura 35 referente à equação (70.d), ou seja, ela é formada pela diferença entre os valores obtidos com o termopar 2 e os valores referentes à associação da solução 2 com as derivadas por diferenças finitas centrais para a água destilada, sendo esse um gráfico “tipo 3”. O pico superior da Figura 39 corresponde a um delta de “122,7°C” e o pico inferior corresponde a um delta da “-14°C”.

Figura 39 – Desmembramento da Figura 35, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas centrais para a água destilada, gráfico “tipo 3”.

A Figura 40 mostra a sobreposição dos resultados das diferenças em porcentagem correspondentes às equações (71.a), (71.b), (71.c) e (71.d) para a água destilada, sendo essa figura um gráfico “tipo 4”.

Figura 40 – Sobreposição dos resultados das diferenças em porcentagem referentes à equação (71) para água a destilada, gráfico “tipo 4”.

A Figura 41 é um dos quatro componentes da Figura 40 referente à equação (71.a), ou seja, ela é formada pela diferença em porcentagem entre os valores obtidos com o termopar 2 (em °C) e os valores referentes à associação da solução 1 com as derivadas por diferenças finitas avançadas (em °C) dividido pelos valores obtidos com o termopar 2 (em °C) para a água destilada, sendo esse um gráfico “tipo 5”. O pico superior da Figura 41 corresponde a um delta de “22,2%” e o pico inferior corresponde a um delta de “-9,9%”.

Figura 41 – Desmembramento da Figura 40, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para a água destilada, gráfico “tipo 5”.

A Figura 42 é um dos quatro componentes da Figura 40 referente à equação (71.b), ou seja, ela é formada pela diferença em porcentagem entre os valores obtidos com o termopar 2 (em °C) e os valores referentes à associação da solução 2 com as derivadas por diferenças finitas avançadas (em °C) dividido pelos valores obtidos com o termopar 2 (em °C) para a água destilada, sendo esse um gráfico “tipo 5”. O pico superior da Figura 42 corresponde a um delta de “21,6%” e o pico inferior corresponde a um delta de “-10,4%”.

Figura 42 – Desmembramento da Figura 40, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para a água destilada, gráfico “tipo 5”.

A Figura 43 é um dos quatro componentes da Figura 40 referente à equação (71.c), ou seja, ela é formada pela diferença em porcentagem entre os valores obtidos com o termopar 2 (em $^{\circ}\text{C}$) e os valores referentes à associação da solução 1 com as derivadas por diferenças finitas centrais (em $^{\circ}\text{C}$) dividido pelos valores obtidos com o termopar 2 (em $^{\circ}\text{C}$) para a água destilada, sendo esse um gráfico “tipo 5”. O pico superior da Figura 43 corresponde a um delta de “22,1%” e o pico inferior corresponde a um delta de “-6,6%”.

Figura 43 – Desmembramento da Figura 40, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas centrais para a água destilada, gráfico “tipo 5”.

A Figura 44 é um dos quatro componentes da Figura 40 referente à equação (71.d), ou seja, ela é formada pela diferença em porcentagem entre os valores obtidos com o termopar 2 (em °C) e os valores referentes à associação da solução 2 com as derivadas por diferenças finitas centrais (em °C) dividido pelos valores obtidos com o termopar 2 (em °C) para a água destilada, sendo esse um gráfico “tipo 5”. O pico superior da Figura 44 corresponde a um delta de “21,4%” e o pico inferior corresponde a um delta de “-7,2%”.

Figura 44 – Desmembramento da Figura 40, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas centrais para a água destilada, gráfico “tipo 5”.

4.1.3) Resultados referentes ao meio de tmpera leo de soja

A Figura 45 mostra a sobreposio da curva de resfriamento (temperatura por tempo) medida com o termopar 2 (termopar mais externo) com as curvas de resfriamento calculadas com o software proposto nesta dissertao para a posio de 2 mm abaixo da superfcie (posio esta coincidente com o termopar mais externo) referentes s quatro combinaes de clculos (soluo 1 com derivadas por diferenas finitas avanadas, soluo 2 com derivadas por diferenas finitas

avançadas, solução 1 com derivadas por diferenças finitas centrais e solução 2 com derivadas por diferenças finitas centrais) para o meio de tmpera leo de soja. A Figura 45 classificada como grfico “tipo 1”.

Figura 45 – Sobreposio das curvas de resfriamento (temperatura por tempo) referentes ao meio de tmpera leo de soja, grfico “tipo 1”.

A Figura 46 mostra a sobreposio dos resultados das diferenas correspondentes s equaes (70.a), (70.b), (70.c) e (70.d) para leo de soja, sendo essa figura um grfico “tipo 2”.

Figura 46 – Sobreposição dos resultados das diferenças referentes à equação (70) para o óleo de soja, gráfico “tipo 2”.

A Figura 47 é um dos quatro componentes da Figura 46 referente à equação (70.a), ou seja, ela é formada pela diferença entre os valores obtidos com o termopar 2 e os valores referentes à associação da solução 1 com as derivadas por diferenças finitas avançadas para o óleo de soja, sendo esse um gráfico “tipo 3”. O pico superior da Figura 47 corresponde a um delta de “2,54°C” e o pico inferior corresponde a um delta de “-33,1°C”.

Figura 47 – Desmembramento da Figura 46, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para o óleo de soja, gráfico “tipo 3”.

A Figura 48 é um dos quatro componentes da Figura 46 referente à equação (70.b), ou seja, ela é formada pela diferença entre os valores obtidos com o termopar 2 e os valores referentes à associação da solução 2 com as derivadas por diferenças finitas avançadas para o óleo de soja, sendo esse um gráfico “tipo 3”. O pico superior da Figura 48 corresponde a um delta de “2,48°C” e o pico inferior corresponde a um delta de “-34,9°C”.

Figura 48 – Desmembramento da Figura 46, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para o óleo de soja, gráfico “tipo 3”.

A Figura 49 é um dos quatro componentes da Figura 46 referente à equação (70.c), ou seja, ela é formada pela diferença entre os valores obtidos com o termopar 2 e os valores referentes à associação da solução 1 com as derivadas por diferenças finitas centrais para o óleo de soja, sendo esse um gráfico “tipo 3”. O pico superior da Figura 49 corresponde a um delta não significativo e o pico inferior corresponde a um delta de “-36,6°C”.

Figura 49 – Desmembramento da Figura 46, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas centrais para o óleo de soja, gráfico “tipo 3”.

A Figura 50 é um dos quatro componentes da Figura 46 referente à equação (70.d), ou seja, ela é formada pela diferença entre os valores obtidos com o termopar 2 e os valores referentes à associação da solução 2 com as derivadas por diferenças finitas centrais para o óleo de soja, sendo esse um gráfico “tipo 3”. O pico superior da Figura 50 corresponde a um delta não significativo e o pico inferior corresponde a um delta de “-38,3°C”.

Figura 50 – Desmembramento da Figura 46, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas centrais para o óleo de soja, gráfico “tipo 3”.

A Figura 51 mostra a sobreposição dos resultados das diferenças em porcentagem correspondentes às equações (71.a), (71.b), (71.c) e (71.d) para o óleo de soja, sendo essa figura um gráfico “tipo 4”.

Figura 51 – Sobreposição dos resultados das diferenças em porcentagem referentes à equação (71) para o óleo de soja, gráfico “tipo 4”.

A Figura 52 é um dos quatro componentes da Figura 51 referente à equação (71.a), ou seja, ela é formada pela diferença em porcentagem entre os valores obtidos com o termopar 2 (em °C) e os valores referentes à associação da solução 1 com as derivadas por diferenças finitas avançadas (em °C) dividido pelos valores obtidos com o termopar 2 (em °C) para o óleo de soja, sendo esse um gráfico “tipo 5”. O pico superior da Figura 52 corresponde a um delta de “0,3%” e o pico inferior corresponde a um delta de “-5,2%”.

Figura 52 – Desmembramento da Figura 51, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para o óleo de soja, gráfico “tipo 5”.

A Figura 53 é um dos quatro componentes da Figura 51 referente à equação (71.b), ou seja, ela é formada pela diferença em porcentagem entre os valores obtidos com o termopar 2 (em °C) e os valores referentes à associação da solução 2 com as derivadas por diferenças finitas avançadas (em °C) dividido pelos valores obtidos com o termopar 2 (em °C) para o óleo de soja, sendo esse um gráfico “tipo 5”. O pico superior da Figura 53 corresponde a um delta de “0,29%” e o pico inferior corresponde a um delta de “-5,5%”.

Figura 53 – Desmembramento da Figura 51, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para o óleo de soja, gráfico “tipo 5”.

A Figura 54 é um dos quatro componentes da Figura 51 referente à equação (71.c), ou seja, ela é formada pela diferença em porcentagem entre os valores obtidos com o termopar 2 (em °C) e os valores referentes à associação da solução 1 com as derivadas por diferenças finitas centrais (em °C) dividido pelos valores obtidos com o termopar 2 (em °C) para o óleo de soja, sendo esse um gráfico “tipo 5”. O pico superior da Figura 54 corresponde a um delta não significativo e o pico inferior corresponde a um delta de “-5,8%”.

Figura 54 – Desmembramento da Figura 51, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas centrais para o óleo de soja, gráfico “tipo 5”.

A Figura 55 é um dos quatro componentes da Figura 51 referente à equação (71.d), ou seja, ela é formada pela diferença em porcentagem entre os valores obtidos com o termopar 2 (em °C) e os valores referentes à associação da solução 2 com as derivadas por diferenças finitas centrais (em °C) dividido pelos valores obtidos com o termopar 2 (em °C) para o óleo de soja, sendo esse um gráfico “tipo 5”. O pico superior da Figura 55 corresponde a um delta não significativo e o pico inferior corresponde a um delta de “-6,1%”.

Figura 55 – Desmembramento da Figura 51, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas centrais para o óleo de soja, gráfico “tipo 5”.

4.1.4) Resultados referentes ao meio de tmpera leo mineral “Lubrifort Temp 116”

A Figura 56 mostra a sobreposio da curva de resfriamento (temperatura por tempo) medida com o termopar 2 (termopar mais externo) com as curvas de resfriamento calculadas com o software proposto nesta dissertao para a posio de 2 mm abaixo da superfcie (posio esta coincidente com o termopar mais externo) referentes s quatro combinaes de clculos (soluo 1 com derivadas por

diferenças finitas avançadas, solução 2 com derivadas por diferenças finitas avançadas, solução 1 com derivadas por diferenças finitas centrais e solução 2 com derivadas por diferenças finitas centrais) para o meio de tmpera leo mineral “Lubrifort Temp 116”. A Figura 56 classificada como grfico “tipo 1”.

Figura 56 – Sobreposio das curvas de resfriamento (temperatura por tempo) referentes ao meio de tmpera leo mineral “Lubrifort Temp 116”, grfico “tipo 1”.

A Figura 57 mostra a sobreposio dos resultados das diferenas correspondentes s equaes (70.a), (70.b), (70.c) e (70.d) para o leo mineral “Lubrifort Temp 116”, sendo essa figura um grfico “tipo 2”.

Figura 57 – Sobreposição dos resultados das diferenças referentes à equação (70) para o óleo mineral “Lubrifort Temp 116”, gráfico “tipo 2”.

A Figura 58 é um dos quatro componentes da Figura 57 referente à equação (70.a), ou seja, ela é formada pela diferença entre os valores obtidos com o termopar 2 e os valores referentes à associação da solução 1 com as derivadas por diferenças finitas avançadas para o óleo mineral “Lubrifort Temp 116”, sendo esse um gráfico “tipo 3”. O pico superior da Figura 58 corresponde a um delta de “1,05°C” e o pico inferior corresponde a um delta de “-37°C”.

Figura 58 – Desmembramento da Figura 57, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para o óleo mineral “Lubrifort Temp 116”, gráfico “tipo 3”.

A Figura 59 é um dos quatro componentes da Figura 57 referente à equação (70.b), ou seja, ela é formada pela diferença entre os valores obtidos com o termopar 2 e os valores referentes à associação da solução 2 com derivadas por diferenças finitas avançadas para o óleo mineral “Lubrifort Temp 116”, sendo esse um gráfico “tipo 3”. O pico superior da Figura 59 corresponde a um delta de “1,05°C” e o pico inferior corresponde a um delta de “-38°C”.

Figura 59 – Desmembramento da Figura 57, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para o óleo mineral “Lubrifort Temp 116”, gráfico “tipo 3”.

A Figura 60 é um dos quatro componentes da Figura 57 referente à equação (70.c), ou seja, ela é formada pela diferença entre os valores obtidos com o termopar 2 e os valores referentes à associação da solução 1 com as derivadas por diferenças finitas centrais para o óleo mineral “Lubrifort Temp 116”, sendo esse um gráfico “tipo 3”. O pico superior da Figura 60 corresponde a um delta de “1,02°C” e o pico inferior corresponde a um delta de “-46°C”.

Figura 60 – Desmembramento da Figura 57, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas centrais para o óleo mineral “Lubrifort Temp 116”, gráfico “tipo 3”.

A Figura 61 é um dos quatro componentes da Figura 57 referente à equação (70.d), ou seja, ela é formada pela diferença entre os valores obtidos com o termopar 2 e os valores referentes à associação da solução 2 com as derivadas por diferenças finitas centrais para o óleo mineral “Lubrifort Temp 116”, sendo esse um gráfico “tipo 3”. O pico superior da Figura 61 corresponde a um delta de “1,02°C” e o pico inferior corresponde a um delta de “-46,7°C”.

Figura 61 – Desmembramento da Figura 57, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas centrais para o óleo mineral “Lubrifort Temp 116”, gráfico “tipo 3”.

A Figura 62 mostra a sobreposição dos resultados das diferenças em porcentagem correspondentes às equações (71.a), (71.b), (71.c) e (71.d) para o óleo mineral “Lubrifort Temp 116”, sendo essa figura um gráfico “tipo 4”.

Figura 62 – Sobreposição dos resultados das diferenças em porcentagem referentes à equação (71) para o óleo mineral “Lubrifort Temp 116”, gráfico “tipo 4”.

A Figura 63 é um dos quatro componentes da Figura 62 referente à equação (71.a), ou seja, ela é formada pela diferença em porcentagem entre os valores obtidos com o termopar 2 (em °C) e os valores referentes à associação da solução 1 com as derivadas por diferenças finitas avançadas (em °C) dividido pelos valores obtidos com o termopar 2 (em °C) para o óleo mineral “Lubrifort Temp 116”, sendo esse um gráfico “tipo 5”. O primeiro pico superior da Figura 63 corresponde a um delta insignificante e o pico inferior corresponde a um delta de “-5,8%”.

Figura 63 – Desmembramento da Figura 62, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para o óleo mineral “Lubrifort Temp 116”, gráfico “tipo 5”.

A Figura 64 é um dos quatro componentes da Figura 62 referente à equação (71.b), ou seja, ela é formada pela diferença em porcentagem entre os valores obtidos com o termopar 2 (em °C) e os valores referentes à associação da solução 2 com as derivadas por diferenças finitas avançadas (em °C) dividido pelos valores obtidos com o termopar 2 (em °C) para o óleo mineral “Lubrifort Temp 116”, sendo esse um gráfico “tipo 5”. O primeiro pico superior da Figura 64 corresponde a um delta insignificante e o pico inferior corresponde a um delta de “-6%”.

Figura 64 – Desmembramento da Figura 62, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas avançadas para o óleo mineral “Lubrifort Temp 116”, gráfico “tipo 5”.

A Figura 65 é um dos quatro componentes da Figura 62 referente à equação (71.c), ou seja, ela é formada pela diferença em porcentagem entre os valores obtidos com o termopar 2 (em °C) e os valores referentes à associação da solução 1 com as derivadas por diferenças finitas centrais (em °C) dividido pelos valores obtidos com o termopar 2 (em °C) para o óleo mineral “Lubrifort Temp 116”, sendo esse um gráfico “tipo 5”. O primeiro pico superior da Figura 65 corresponde a um delta insignificante e o pico inferior corresponde a um delta de “-7,2%”.

Figura 65 – Desmembramento da Figura 62, solução 1 usando derivadas por diferenças finitas centrais para o óleo mineral “Lubrifort Temp 116”, gráfico “tipo 5”.

A Figura 66 é um dos quatro componentes da Figura 62 referente à equação (71.d), ou seja, ela é formada pela diferença em porcentagem entre os valores obtidos com o termopar 2 (em °C) e os valores referentes à associação da solução 2 com as derivadas por diferenças finitas centrais (em °C) dividido pelos valores obtidos com o termopar 2 (em °C) para o óleo mineral “Lubrifort Temp 116”, sendo esse um gráfico “tipo 5”. O primeiro pico superior da Figura 66 corresponde a um delta insignificante e o pico inferior corresponde a um delta de “-7,3%”.

Figura 66 – Desmembramento da Figura 62, solução 2 usando derivadas por diferenças finitas centrais para o óleo mineral “Lubrifort Temp 116”, gráfico “tipo 5”.

4.1.5) Resumo dos resultados e decisão da melhor solução

As Tabela 9, Tabela 10, Tabela 11 e Tabela 12 apresentam o resumo dos resultados. Nessas tabelas a coluna “Delta (Δ)” é a soma dos valores dos picos superiores com os picos inferiores em módulo para as equações (70.a), (70.b), (70.c) e (70.d). Já a coluna “Delta (Δ)”, para as equações (71.a), (71.b), (71.c) e (71.d), é um delta em porcentagem que soma os picos superiores e os picos inferiores; entretanto, a soma dos picos não é linear, pois os picos apresentam grandezas

diferentes devido serem divididos por razões diferentes, mas por simplicidade e estimativa foi considerada a soma das porcentagens como linear.

Tabela 9 – Resumo de resultados para a solução aquosa de nitrato de sódio

Solução aquosa de nitrato de sódio (NaNO_3) a 27°C			
equação	pico superior	pico inferior	Delta (Δ)
(70.a)	+29,8°C	-95°C	124,8°C
(70.b)	+25,9°C	-104,3°C	130,2°C
(70.c)	-----	-106,5°C	106,5°C
(70.d)	-----	-125,5°C	125,5°C
(71.a)	+3,79%	-24,1%	27,89%
(71.b)	+3,29%	-26,88%	30,17%
(71.c)	-----	-20,6%	20,6%
(71.d)	-----	-24,3%	24,3%

Tabela 10 – Resumo de resultados para a água destilada

Água destilada a 60°C			
equação	pico superior	pico inferior	Delta (Δ)
(70.a)	+127,1°C	-19,7°C	146,8°C
(70.b)	+123,9°C	-21,2°C	145,1°C
(70.c)	+125,9°C	-12,4°C	138,3°C
(70.d)	+122,7°C	-14°C	136,7°C
(71.a)	+22,2%	-9,9%	32,1%
(71.b)	+21,6%	-10,4%	32
(71.c)	+22,1%	-6,6%	28,7%
(71.d)	+21,4%	-7,2%	28,6%

Tabela 11 – Resumo de resultados para o óleo de soja

Óleo de soja a 60°C			
equação	pico superior	pico inferior	Delta (Δ)
(70.a)	+2,54°C	-33,1°C	35,64°C
(70.b)	+2,48°C	-34,9°C	37,38°C
(70.c)	-----	-36,6°C	36,6°C
(70.d)	-----	-38,3°C	38,3°C
(71.a)	+0,3%	-5,2%	5,5%
(71.b)	+0,29%	-5,5%	5,79%
(71.c)	-----	-5,8%	5,8%
(71.d)	-----	-6,1%	6,1%

Tabela 12 – Resumo de resultados para o “Lubrfort Temp 116”

“Lubrfort Temp 116” a 60°C			
equação	pico superior	pico inferior	Delta (Δ)
(70.a)	+1,05°C	-37°C	38,05°C
(70.b)	+1,05°C	-38°C	39,05°C
(70.c)	+1,02°C	-46°C	47,02°C
(70.d)	+1,02°C	-46,7°C	47,72°C
(71.a)	-----	-5,8%	5,8%
(71.b)	-----	-6%	6%
(71.c)	-----	-7,2%	7,2%
(71.d)	-----	-7,3%	7,3%

O pico inferior para a solução de nitrato de sódio (NaNO_3), para o óleo de soja e para o óleo mineral “Lubrfort Temp 116” significa que o que foi medido com o termopar 2 é mais severo do que o que foi calculado com o software.

Para se determinar a melhor resposta, escolhe-se aquela com menor delta, pois, quanto menor for o delta, mais próximo o valor calculado se torna do valor medido. Assim, comparando-se a solução 1 e a solução 2, desprezando-se o tipo de derivada, a melhor solução é a solução 1, equações (70.a) e (70.c), pois apresentou menor delta em três dos quatro meios de temperatura (solução aquosa de nitrato de sódio, óleo de soja e óleo mineral “Lubrifort Temp 116”). Já em relação ao tipo de derivada por diferenças finitas, desprezando-se o tipo de solução, a derivada por diferenças finitas centrais obteve menor delta na solução aquosa de nitrato de sódio a 27°C e na água destilada a 60°C, e a derivada por diferenças finitas avançadas obteve menor delta no óleo de soja a 60°C e no óleo “Lubrifort Temp 116” a 60°C. Assim, em relação à quantidade de meios de temperatura houve empate para os dois tipos de derivadas. Entretanto, no artigo de Burggraf (BURGGRAF, 1964), ele sugere o uso preferencial das derivadas por diferenças finitas centrais.

A versão final do software utiliza a solução 1 (seção 3.1.1) e os dois tipos de derivadas por diferenças finitas. No cálculo das derivadas foram utilizadas as derivadas por diferenças finitas de menor ordem de precisão possível, ou seja, precisão 1 para derivadas por diferenças finitas avançadas e precisão 2 para derivadas por diferenças finitas centrais. Como vantagem prática de uma derivada de precisão 1 sobre uma derivada de precisão 2 é que a solução de Burggraf ainda converge mesmo usando o dobro da frequência de aquisição das curvas de resfriamento. Assim o grande motivo de se preservar no software os dois tipos de derivadas é que em favor das derivadas por diferenças finitas centrais está a melhor resposta e em favor das derivadas por diferenças finitas avançadas está a maior resolução possível (maior frequência possível de uso).

4.2) Prova do número de derivadas

A solução exata de Burggraf (BURGGRAF, 1964), equação (5), apresenta uma somatória com infinitos componentes. Na prática tal soma é impraticável de ser

realizada, assim, é feito um truncamento na quantidade de componentes. O truncamento da somatória parou na 16ª derivada, equação (72).

$$T(r, t) = T_0(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r^{2n}}{2^{2n} (n!)^2 \alpha^n} \frac{d^n T_0(t)}{dt^n} \quad (5)$$

$$T(r, t) = T_0(t) + \sum_{n=1}^{16} \frac{r^{2n}}{2^{2n} (n!)^2 \alpha^n} \frac{d^n T_0(t)}{dt^n} \quad (72)$$

A 16ª derivada mostrou-se mais do que suficiente para aproximar a equação (5) pela equação (72). Para provar essa suficiência calculou-se o módulo de quanto o décimo sexto componente da somatória representa na somatória até o décimo sexto componente em porcentagem, equação (73). Para o cálculo da equação (73) utilizou-se os parâmetros difusividade (α) e raio (r) da sonda Wolfson e os dados da curva de resfriamento da solução aquosa de nitrato de sódio (NaNO_3).

$$\left| 100 \times \frac{\frac{r^{32}}{2^{32} (16!)^2 \alpha^{16}} \frac{d^{16} T_0(t)}{dt^{16}}}{\sum_{n=1}^{16} \frac{r^{2n}}{2^{2n} (n!)^2 \alpha^n} \frac{d^n T_0(t)}{dt^n}} \right| \quad (73)$$

Os valores máximos e mínimos em módulo referentes aos cálculos da equação (73) para as derivadas por diferenças finitas centrais e avançadas estão na Tabela 13. Esses valores mostram que a contribuição do décimo sexto componente da somatória sobre a somatória total é muito pequena.

Tabela 13 – Valores máximos e mínimos na prova do número de derivadas

	avanzadas	centrais
máx	$1 \times 10^{-9} \%$	$1,9 \times 10^{-8} \%$
mín	$5,5 \times 10^{-16} \%$	$3,6 \times 10^{-15} \%$

4.3) Detalhes sobre o cálculo das derivadas

Em relação às derivadas por diferenças finitas avançadas, por elas considerarem x-pontos à frente no cálculo das derivadas, a última derivada possível é x-pontos atrás do último valor da curva de resfriamento. A derivada que limita a perda de pontos é a última derivada, no caso a décima sexta. A décima sexta derivada por diferenças finitas avançadas considera em seu cálculo dezesseis pontos à frente; assim, faz com que o cálculo das derivadas termine faltando dezesseis pontos para que se chegue ao fim do arquivo da curva de resfriamento. Para melhor compreensão veja a equação (53.b) referente à décima sexta derivada por diferenças finitas avançadas e observe o último termo (T_{x+16}).

$$\begin{aligned} \frac{d^{16}T_0(t)}{dt^{16}} = & (1.T_x - 16.T_{x+1} + 120.T_{x+2} - 560.T_{x+3} + 1820.T_{x+4} - 4368.T_{x+5} \\ & + 8008.T_{x+6} - 11440.T_{x+7} + 12870.T_{x+8} - 11440.T_{x+9} \\ & + 8008.T_{x+10} - 4368.T_{x+11} + 1820.T_{x+12} - 560.T_{x+13} \\ & + 120.T_{x+14} - 16.T_{x+15} + 1.T_{x+16})/\Delta t^{16} \end{aligned} \quad (53.b)$$

No caso das derivadas por diferenças finitas centrais, consideram-se y-pontos à frente e y-pontos atrás para o cálculo das derivadas. Por se considerarem pontos atrás e ao mesmo tempo para que não se perca o início da curva de resfriamento, dentro do algoritmo foi copiado o primeiro vetor da matriz da curva de resfriamento (tempo x temperatura) y-vezes no início da curva de resfriamento. Assim, sendo a décima sexta derivada que limita a perda de pontos à frente e atrás, copiou-se no início do arquivo da curva de resfriamento dentro do algoritmo o primeiro vetor oito

vezes. Os últimos oito pontos são perdidos, pois a última derivada possível é oito pontos antes do último valor da curva de resfriamento. Em relação às derivadas por diferenças finitas centrais, o uso ideal do software é começar a aquisição das curvas de resfriamento alguns segundos antes de se realizar a têmpera, algo em torno de pelo menos $8/f$ (oito dividido pela frequência de aquisição com unidade em segundos), pois por copiar o primeiro vetor oito vezes no início do arquivo da curva de resfriamento, subentende-se que a sonda estava em equilíbrio térmico, o que nem sempre é verdade. Começando-se a aquisição da curva de resfriamento antes do ponto de interesse, melhora-se o resultado; não sendo isso possível, o programa aproxima o estado de equilíbrio da sonda pela cópia do primeiro vetor oito vezes. Para se entender melhor o que foi dito observe na equação (69.b) o primeiro e último termo da décima sexta derivada por diferenças finitas centrais, T_{x-8} e T_{x+8} .

$$\begin{aligned} \frac{d^{16}T_0(t)}{dt^{16}} = & (1.T_{x-8} - 16.T_{x-7} + 120.T_{x-6} - 560.T_{x-5} + 1820.T_{x-4} \\ & - 4368.T_{x-3} + 8008.T_{x-2} - 11440.T_{x-1} + 12870.T_x \\ & - 11440.T_{x+1} + 8008.T_{x+2} - 4368.T_{x+3} + 1820.T_{x+4} - 560.T_{x+5} \\ & + 120.T_{x+6} - 16.T_{x+7} + 1.T_{x+8})/\Delta t^{16} \end{aligned} \quad (69.b)$$

4.4) Prova do número de iterações

Para determinar quantas iterações mínimas são necessárias para que o software dê uma resposta que convirja, foi executado o software usando-se os dados da sonda Wolfson modificando-se o parâmetro de iterações de 1 a 20 de unidade em unidade. Em seguida foi feita a diferença entre as curvas de resfriamento $T(x,t)_{i+1} - T(x,t)_i$ entre as iterações 1 e 20. Na 15ª menos a 14ª iteração a maior diferença de temperatura ficou em $2,06 \times 10^{-11}$. Assim, para o inconel 600, por serem suas condutividades térmicas e seus calores específicos quase lineares em função da temperatura, Figura 68 e Figura 69, 15 iterações no software são suficientes para dar uma resposta satisfatória.

Figura 68 – Condutividade térmica do inconel 600.

Figura 69 – Calor específico do inconel 600.

4.5) Interface do software

As entradas do software são: o arquivo da curva de resfriamento da sonda referente ao termopar central, o arquivo da condutividade térmica e o arquivo do calor específico do material constituinte da sonda, a densidade do material da sonda tida como constante, o raio da sonda, o número de iterações, um prefixo para os arquivos de saída, escolha do tipo de derivada por diferenças finitas (centrais ou avançadas), a escolha de até quatro pontos ao longo do raio da sonda, com a possibilidade de se calcular ou não o coeficiente de transferência de calor; caso a opção seja calcular o coeficiente de transferência de calor, entra-se com a temperatura do meio de têmpera podendo ou não entrar com a emissividade térmica do material.

Quando se escolhe calcular o coeficiente de transferência de calor, o ponto 1 recebe automaticamente o valor “1” e a edição desse valor é bloqueada. Isso pode ser visto na Figura 70 onde o ponto 1 fica com a cor cinza.

The screenshot shows the main interface of the QuenchLab software. The window has a title bar with the name 'QuenchLab'. Inside, the title 'QuenchLab' is centered at the top. To the right of the title, the copyright information is displayed: 'Copyright Guilherme Ernesto Serrat de Oliveira Cremonini, Lauraice de Campos Franceschini Canale, Antonio Carlos Canale'. Below the title, there is a 'Ferramentas' button. The interface is divided into several sections:

- Arquivos:** This section contains three columns of instructions and buttons. The first column says 'clique no botão abaixo para abrir o arquivo da sonda:' with a button labeled 'arquivo da sonda' and the example file 'exemplo.txt'. The second column says 'clique no botão abaixo para abrir o arquivo da condutividade térmica:' with a button labeled 'arquivo da condutividade térmica' and the example file 'inconel-cond.txt'. The third column says 'clique no botão abaixo para abrir o arquivo do calor específico:' with a button labeled 'arquivo do calor específico' and the example file 'inconel-heat.txt'.
- Outros dados:** This section contains four input fields: 'densidade (kg / m3)' with the value '8385', 'raio da sonda (m)' with the value '0.00625', 'número de iterações' with the value '30', and 'entre com o prefixo dos arquivos de resultados:' with the value 'prefix'.
- Pontos:** This section contains a group box 'Pontos' with a label 'escolha o número de pontos :'. Inside, there are four buttons: '1 ponto', '2 pontos', '3 pontos', and '4 pontos'. Below these buttons, it says 'Você escolheu 4 pontos'. To the right of the buttons, there is a label 'entre com valores entre 0 e 1 :'. Below this label, there are four input fields: 'ponto 1 :', 'ponto 2 :', 'ponto 3 :', and 'ponto 4 :'. The values in these fields are '1', '0.75', '0.5', and '0.25' respectively.
- Derivadas:** This section contains a group box 'Derivadas' with a label 'Escolha o tipo de derivadas por diferenças finitas:'. Inside, there are two buttons: 'centrais' and 'avançadas'. Below these buttons, it says 'Você escolheu derivadas centrais'.
- Panel:** This section contains two buttons: 'Calcular !' and 'Reiniciar'. Below these buttons, it says 'você não clicou em calcular'.
- Right Panel:** This panel contains several options:
 - A label 'deseja calcular o coeficiente de transferência de calor (h)?' with 'sim' and 'não' buttons. Below this, it says 'você escolheu "sim"'.
 - An input field for 'temperatura do meio de têmpera (°C):' with the value '40'.
 - A label 'deseja considerar a radiação térmica?' with 'sim' and 'não' buttons. Below this, it says 'você escolheu "sim"'.
 - A label 'arquivo da emissividade' with a button labeled 'inconel-emi.txt'.

Figura 70 – Tela principal do programa.

Figura 71 – Tela das ferramentas úteis do programa.

Além do software usando o problema inverso de condução de calor, foram feitas algumas ferramentas úteis de manipulação de arquivos relacionados ao software, Figura 71. A primeira ferramenta é um redutor de frequência; sua utilidade está na não necessidade de realizar inúmeras aquisições de curvas de resfriamento, pois, por exemplo, com uma curva de resfriamento de 8 Hz pode-se gerar curvas em 4, 2 ou 1 Hz. A segunda ferramenta estabelece na linha 1 da curva de resfriamento tempo igual a zero; sua utilidade é que as máquinas de aquisição de curva de resfriamento, como o LabJack U6-Pro, podem iniciar a aquisição marcando tempo diferente de zero. A terceira ferramenta remove quantas linhas for desejado do início da curva de resfriamento; sua utilidade está relacionada aos cálculos que envolvem derivadas por diferenças finitas centrais que podem necessitar começar a aquisição da curva de resfriamento alguns segundos antes do ponto de interesse para o cálculo. As outras duas ferramentas são conversores de arquivos “.txt” em “.xls” e conversores de arquivos “.xls” em “.txt”. O formato desses arquivos usados nessas ferramentas são: na primeira coluna o tempo (período) de aquisição e nas outras colunas temperatura ou outro tipo de valor.

4.6) Saídas do software

As saídas do software são descritas nessa seção. No total são gerados até dezesseis arquivos de saída, Figura 72. Desses dezesseis arquivos, um arquivo “.txt” e um arquivo “.xls” são gerados para cada ponto escolhido; são gerados duas imagens “temperatura x tempo” com e sem legenda, Figura 77 e Figura 78, são gerados duas imagens “temperatura x fluxo de calor” com e sem legenda, Figura 79 e Figura 80, são gerados duas imagens “temperatura x taxa de resfriamento” com e sem legenda, Figura 81 e Figura 82, e pode-se ou não gerar duas imagens de “temperatura x coeficiente de transferência de calor” com e sem legenda, Figura 83 e Figura 84. O motivo de se gerar duas imagens de cada tipo é que a legenda eventualmente pode encobrir a curva.

Figura 72 – Arquivos gerados pelo software.

Abaixo, seguem-se exemplos das saídas do software. Os arquivos de saída do ponto 1, Figura 73 e Figura 74, podem ter quatro ou cinco colunas dependendo das entradas do software. Essas colunas são da esquerda para a direita: o período

de aquisição em segundos, a temperatura calculada para esse ponto em °C, o fluxo de calor em W/m^2 calculado para esse ponto, a taxa de resfriamento em °C/s calculado para esse ponto e o coeficiente de transferência de calor em W/m^2K .

Os outros pontos apresentam somente quatro colunas, ou seja, não há a coluna do coeficiente de transferência de calor, Figura 75 e Figura 76. Isso é devido ao fato de que o coeficiente de transferência de calor só existe no raio máximo, ou seja, o ponto 1 com valor igual a “1”.

Arquivo	Editar	Formatar	Exibir	Ajuda
0.000000	869.552827	372051.728794	-33.046044	448.496728
0.500000	853.029805	419530.274646	-33.320098	516.008481
1.000000	836.369756	439585.841966	-32.434054	551.987112
1.500000	820.152729	449487.230521	-31.728500	576.152866
2.000000	804.288479	467029.601852	-43.505614	611.064559
2.500000	782.535672	607598.258522	-87.203509	818.274841
3.000000	738.933917	992260.496301	-133.692911	1419.677128
3.500000	672.087462	1360139.408473	-112.275698	2151.821530
4.000000	615.949612	1324321.170400	-66.019305	2299.369844
4.500000	582.939960	1095152.281279	-54.303563	2017.078061
5.000000	555.788179	931037.077346	-45.205039	1805.076417
5.500000	533.185659	806885.464203	-40.242669	1636.068383
6.000000	513.064324	706082.750352	-34.520485	1492.572392
6.500000	495.804082	614897.308683	-32.824672	1349.038618
7.000000	479.391746	545619.981056	-29.822530	1241.762018
7.500000	464.480481	490913.265489	-27.580588	1156.503744
8.000000	450.690187	442455.886713	-23.063344	1077.347111
8.500000	439.158515	388179.569929	-20.160337	972.494774
9.000000	429.078347	351102.936217	-22.337386	902.396495
9.500000	417.909654	329158.741689	-18.237399	870.998500
10.000000	408.790954	300063.724829	-18.232436	813.641770
10.500000	399.674736	278187.442317	-15.152993	773.441708
11.000000	392.098240	242830.635143	-11.506519	689.667280
11.500000	386.344980	220264.127339	-15.890446	635.967431

Figura 73 – Exemplo de arquivo “.txt” gerado para o ponto 1.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	0	869,5528	372051,7	-33,046	448,4967					
2	0,5	853,0298	419530,3	-33,3201	516,0085					
3	1	836,3698	439585,8	-32,4341	551,9871					
4	1,5	820,1527	449487,2	-31,7285	576,1529					
5	2	804,2885	467029,6	-43,5056	611,0646					
6	2,5	782,5357	607598,3	-87,2035	818,2748					
7	3	738,9339	992260,5	-133,693	1419,677					
8	3,5	672,0875	1360139	-112,276	2151,822					
9	4	615,9496	1324321	-66,0193	2299,37					
10	4,5	582,94	1095152	-54,3036	2017,078					
11	5	555,7882	931037,1	-45,205	1805,076					
12	5,5	533,1857	806885,5	-40,2427	1636,068					
13	6	513,0643	706082,8	-34,5205	1492,572					

Figura 74 – Exemplo de arquivo “.xls” gerado para o ponto 1.

Arquivo	Editar	Formatar	Exibir	Ajuda
0.000000	884.202011	187004.539847	-25.735960	
0.500000	871.334031	261003.464815	-29.123864	
1.000000	856.772100	303983.046309	-29.978755	
1.500000	841.782722	326677.808724	-29.792786	
2.000000	826.886329	336938.317736	-32.851169	
2.500000	810.460744	380848.401955	-51.156450	
3.000000	784.882519	560981.012505	-82.957535	
3.500000	743.403752	837898.896628	-96.368711	
4.000000	695.219396	954831.601697	-85.972631	
4.500000	652.233081	894262.730877	-74.167936	
5.000000	615.149113	812269.443758	-60.393552	
5.500000	584.952337	713121.696446	-51.276028	
6.000000	559.314323	622522.713581	-44.716454	
6.500000	536.956095	538387.748508	-39.695458	
7.000000	517.108366	468759.549030	-35.665321	
7.500000	499.275706	411927.781801	-33.711438	
8.000000	482.419986	370880.055380	-29.945751	
8.500000	467.447111	329822.393677	-25.968449	
9.000000	454.462887	290991.911414	-25.027617	
9.500000	441.949078	271021.275668	-22.391730	
10.000000	430.753213	245316.631540	-21.075903	
10.500000	420.215261	227095.491708	-19.296703	
11.000000	410.566910	206777.386875	-15.809036	
11.500000	402.662392	179517.980955	-16.487336	

Figura 75 – Exemplo de arquivo “.txt” gerado para o ponto 2 ao ponto 4.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	0	884,202	187004,5	-25,736						
2	0,5	871,334	261003,5	-29,1239						
3	1	856,7721	303983	-29,9788						
4	1,5	841,7827	326677,8	-29,7928						
5	2	826,8863	336938,3	-32,8512						
6	2,5	810,4607	380848,4	-51,1564						
7	3	784,8825	560981	-82,9575						
8	3,5	743,4038	837898,9	-96,3687						
9	4	695,2194	954831,6	-85,9726						
10	4,5	652,2331	894262,7	-74,1679						
11	5	615,1491	812269,4	-60,3936						
12	5,5	584,9523	713121,7	-51,276						
13	6	559,3143	622522,7	-44,7165						

Figura 76 – Exemplo de arquivo “.xls” gerado para o ponto 2 ao ponto 4.

Figura 77 – Exemplo de curva de resfriamento com legenda.

Figura 78 – Exemplo de curva de resfriamento sem legenda.

Figura 79 – Exemplo de curva “temperatura x fluxo de calor” com legenda.

Figura 80 – Exemplo de curva “temperatura x fluxo de calor” sem legenda.

Figura 81 – Exemplo de curva “temperatura x taxa de resfriamento” com legenda.

Figura 82 – Exemplo de curva “temperatura x taxa de resfriamento” sem legenda.

Figura 83 – Exemplo de curva “temperatura x coeficiente de transferência de calor” com legenda.

Figura 84 – Exemplo de curva “temperatura x coeficiente de transferência de calor” sem legenda.

4.7) Convergência

Assim como descrito na revisão bibliográfica, a convergência da solução de Burggraf está limitada ao tamanho relativo da correlação (7). Para que a equação (5) gere uma resposta há a necessidade de que cada componente da somatória seja menor em módulo que o componente anterior, assim convergindo, Figura 85.

$$\frac{r^2}{\alpha \cdot \Delta t} \quad (7)$$

$$T(r, t) = T_0(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r^{2n}}{2^{2n} (n!)^2 \alpha^n} \frac{d^n T_0(t)}{dt^n} \quad (5)$$

Figura 85 – Convergência da somatória.

De modo prático, para a sonda de Wolfson, a solução de Burggraf, usando derivadas por diferenças finitas avançadas de 1ª ordem de precisão, converge em frequências no entorno de 5,5 Hz.

Já para derivadas por diferenças finitas centrais de 2ª ordem de precisão, usando a mesma sonda Wolfson, a solução de Burggraf converge em frequências no entorno de 3 a 3,25 Hz.

Para chegar nesses valores de frequência limite de convergência, foi usada a curva de resfriamento do óleo de soja a 60°C em 2 Hz e a equação (7). A

determinação da frequência limite de convergência é um pouco subjetiva, e ela foi selecionada considerando-se o ponto onde o ruído nas curvas não é muito significativo, devendo o usuário do software verificar a máxima frequência que vai usar, ponderando a quantidade de ruídos nas respostas do software. O aumento da frequência melhora a resolução da resposta até o ponto em que os ruídos, por serem grandes demais, deixam a resposta sem significado.

O algoritmo da determinação da frequência máxima usa a equação (74) derivada da equação (7) e o seguinte método:

$$\frac{r_a^2}{0,5} = 0,00625^2 \cdot f \quad (74)$$

(1) Escolha inicial da frequência (f) para determinar o raio da sonda (r_a) e avaliar a quantidade de ruído.

(2) Se gerar muito ruído abaixa-se a frequência (f), se gerar pouco ruído aumenta-se a frequência (f).

(3) Com a nova frequência (f) determina-se um novo raio da sonda onde se avalia a quantidade de ruído

(4) volta-se à linha (2) até que a diferença entre a frequência anterior (f_{n-1}) e a frequência posterior (f_n) seja pequena.

Para a determinação da frequência de corte para as derivadas por diferenças finitas centrais foi feito o seguinte, Tabela 14:

Tabela 14 – Determinação da frequência de corte para derivadas por diferenças finitas centrais

f	r_a
4 Hz	0,00884 m
3 Hz	0,00765 m
3,5 Hz	0,00827 m
3,25 Hz	0,00797 m

E para a determinação da frequência de corte para as derivadas por diferenças finitas avançadas foi feito o seguinte, Tabela 15:

Tabela 15 – Determinação da frequência de corte para derivadas por diferenças finitas avançadas

f	r_a
6 Hz	0,01083 m
4 Hz	0,00884 m
5 Hz	0,00988 m
5,5 Hz	0,01036 m
5,75 Hz	0,01059 m

Sendo que a frequência de 5,75 Hz, para as derivadas por diferenças finitas avançadas, obteve muito ruído escolhendo-se assim a frequência 5,5 Hz.

4.8) Discussões

O software desenvolvido gerou respostas satisfatórias, principalmente com o uso de óleos, mesmo usando entradas a 2 Hz. Essas respostas podem melhorar ainda mais com o uso de frequências maiores na entrada, como 3,25 Hz nas

derivadas por diferenças finitas centrais e 5,5 Hz nas derivadas por diferenças finitas avançadas.

Como já citado, o problema inverso de transferência de calor é sensível aos erros de medição. E isto viola o terceiro critério que define um problema bem colocado, que é o critério de estabilidade. A presença de muitos erros na medição pode gerar respostas sem sentido (WELLS; DAUN, 2009).

Juntamente com a sensibilidade a erros, o problema inverso de condução de calor é sensível, também, à frequência de aquisição da curva de resfriamento. Frequências baixas facilitam a inversão. Já, frequências altas aumentam a resolução da resposta. Entretanto, quando a frequência é muito alta, a resposta não converge e ela, a resposta, se torna, também, sem sentido (BLANC; RAYNAUD; CHAU, 1998), (WELLS; DAUN, 2009).

Durante os ensaios das curvas de resfriamento o sistema de aquisição apresentou problemas e a maior frequência em que se conseguiu manter a periodicidade constante na aquisição das curvas de resfriamento foi a 2 Hz, o que acabou atrapalhando um pouco na prova da precisão do software. Assim, não foi possível determinar a frequência máxima onde o software ainda converge.

As diferenças de temperatura observadas entre o calculado com o software, tanto na solução 1 como na solução 2, e o medido com o segundo termopar são justificadas devido à frequência de aquisição utilizada. A dificuldade no uso do problema inverso está por ele ser mal colocado, isto é, ser sensível aos erros de medição, e ter uma frequência limite que depende do tamanho da sonda e da magnitude da difusividade térmica.

Assim, para quedas bruscas de temperatura, que é o caso dos meios de têmpera muito severos, e o uso de uma frequência baixa (2 Hz) resultou numa diferença maior entre o calculado e o real, como observado nos gráficos da seção (4.1.1) e (4.1.2) referentes à solução de NaNO_3 e água destilada. Pode-se dizer que quanto maior a severidade do meio de têmpera, maior tem que ser a frequência de aquisição da curva de resfriamento para que a simulação se aproxime da realidade.

Os outros resultados, como o fluxo de calor e o coeficiente de transferência de calor, seguem assim como os valores de temperatura, uma diferença equivalente entre o real e o calculado, que pode ser diminuída com o aumento da frequência.

Um outro ponto interessante de se comentar é que a solução 1 tem um tempo de processamento pequeno, cerca de um minuto, já a solução 2, por dividir o raio em n -partes, tem um tempo de processamento n -vezes maior, o que, na prática, leva o tempo de processamento passar de uma hora.

O grande avanço do software proposto foi transformar a solução de Burggraf, que usa difusividade térmica constante, para o caso real onde a difusividade térmica varia em função da temperatura, através das iterações entre $T(r,t)$ e a difusividade térmica (α).

5) CONCLUSÕES

Independentemente do método adotado na solução do problema inverso, os resultados indicam uma boa concordância com os valores experimentais medidos.

Assim como houve uma diferença entre a temperatura calculada e a medida, os outros resultados que o software gera, que são taxa de resfriamento, fluxo de calor e coeficiente de transferência de calor, também diferem do real na mesma proporção. De modo a diminuir ainda mais essa diferença entre o calculado e o real está em se descobrir a máxima frequência em que o problema inverso converge para a sonda Wolfson, que deve estar entre 3 Hz para derivadas por diferenças finitas centrais e 5,5 Hz para derivadas por diferenças finitas avançadas, assim como já citado.

Em suma, o programa desenvolvido apresenta-se como uma ferramenta útil no estudo do desempenho dos meios de resfriamento.

REFERÊNCIAS

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM D 6200 – 01**: Standard test method for determination of cooling characteristics of quench oils by cooling curve analysis. West Conshohocken, 2012. 6 p.

ÁREAS de aplicação: características do Wolfram Mathematica. [S. l.]: **Wolfram Research**, 2013. Disponível em: <<http://www.wolfram.com/mathematica/features/application-areas.html>>. Acesso em: 14 Set. 2013.

AZIM, A. et al. Experimental validation of inverse heat conduction method: quenching of steels XC42 and XC80. **The European Physical Journal Applied Physics**, Les Ulis, v. 34, n. 03, p. 243-251, June 2006.

BABU, K.; KUMAR, T. S. P. Mathematical modeling of surface heat flux during quenching. **Metallurgical and Materials Transactions B**, Warrendale, v. 41, n. 1, p. 214-224, Feb. 2010.

BATES, C. E.; TOTTEN, G. E. Quench severity effects on the as-quenched hardness of selected alloy steels. **Heat Treatment of Metals**, Birmingham, v. 19, n. 2, p. 45-48, 1992.

BATES, C. E.; TOTTEN, G. E.; BRENNAN, R. L. Quenching of steel. In: ASM HANDBOOK Committee. **Heat treating**. [Materials Park, Ohio]: ASM International, v. 4, c1991. p. 67-120.

BECK, J. V.; BLACKWELL, B.; HAJI-SHEIKH, A. Comparison of some inverse heat conduction methods using experimental data. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, London, v. 39, n. 17, p. 3649-3657, Nov. 1996.

BLANC, G.; RAYNAUD, M.; CHAU, T. H. A guide for the use of the function specification method for 2D inverse heat conduction problems. **Revue Générale de Thermique**, Paris, v. 37, n. 1, p. 17-30, Jan. 1998.

BURGGRAF, O. R. An exact solution of the inverse problem in heat conduction theory and applications. **Journal of Heat Transfer**, New York, v. 86, n. 3, p. 373-380, Aug. 1964.

COMPUTAÇÃO numérica: características do Wolfram Mathematica. [S. l.]: **Wolfram Research**, 2013. Disponível em: <<http://www.wolfram.com/mathematica/features/numerical-computing.html>>. Acesso em: 14 set. 2013.

CVERNA, F. (Ed.). **ASM ready reference**: thermal properties of metals. Materials Park: ASM International, 2002.

ESHRAGHI-KAKHKI, M.; GOLOZAR, M. A.; KERMANPUR, A. Application of polymeric quenchant in heat treatment of crack-sensitive steel mechanical parts: modeling and experiments. **Materials and Design**, Oxford, v. 32, n. 5, p. 2870-2877, May 2011.

FORNBERG, B. Calculation of weights in finite difference formulas. **SIAM Review**, Philadelphia v. 40, n. 3, p. 685-691, Sept. 1998.

FUNATANI, K.; NARAZAKI, M.; TANAKA, M. Comparisons of probe design and cooling curve analysis methods. In: ASMSOCIETY CONFERENCE AND EXPOSITION, 19., 1999, Materials Park, Ohio. **Proceedings...** Materials Park, Ohio: ASM International, Apr. 2000. p. 255-263, Apr. 2000.

GADALA, M. S.; VAKILI, S. Assessment of various methods in solving inverse heat conduction problems. In: VIKHRENKO, V. **Heat conduction - basic research**. Rijeka: InTech, 2011. cap. 2, p. 37-62. ISBN 978-953-307-404-7.

GRYSA, K. Inverse heat conduction problems. In: VIKHRENKO, V. **Heat Conduction - Basic Research**. Rijeka: InTech, 2011. cap. 1, p. 3-36. ISBN 978-953-307-404-7.

HEMING, C.; XIEQING, H.; JIANBIN, X. Comparison of surface heat-transfer coefficients between various diameter cylinders during rapid cooling. **Journal of Materials Processing Technology**, Amsterdam. v. 138, n. 1-3, p. 399-402, July 2003.

HERNÁNDEZ-MORALES, B. et al. Experimental and computational study of heat transfer during quenching of metallic probes. In: AHSAN, A. **Evaporation, condensation and heat transfer**. [S.l.]: InTech, 2011. cap. 3, p. 49-72.

HERNANDEZ-MORALES, B.; BRIMACOMBE, J. K.; HAWBOLT, E. B. Application of inverse techniques to determine heat-transfer coefficients in heat-treating operations. **Journal of Materials Engineering and Performance**, Materials Park, v. 1, n. 6, p. 763-771, Dec. 1992.

INCROPERA, F. P.; DEWITT, D. P. **Fundamentos de transferência de calor e de massa**. 5^a. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003. 698 p.

KHARAB, A.; GUENTHER, R. B. **An introduction to numerical methods: a MATLAB® approach**. 2^a. ed. Boca Raton: Chapman and Hall/CRC, 2006.

KIM, H. K.; OH, S. I. Evaluation of heat transfer coefficient during heat treatment by inverse analysis. **Journal of Materials Processing Technology**, Amsterdam, v. 112, n. 2-3, p. 157-165, May 2001.

KUMAR, T. S. P. A serial solution for the 2-D inverse heat conduction problem for estimating multiple heat flux components. **Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals**, London, v. 45, n. 6, p. 541-563, 2004.

KUMAR, T. S. P. Influence of steel grade on surface cooling rates and heat flux during quenching. **Journal of Materials Engineering and Performance**, Berlin, v. 22, n. 7, p. 1848-1854, July 2013.

LING, X.; CHERUKURI, H. P.; KEANINI, R. G. A modified sequential function specification finite element-based method for parabolic inverse heat conduction problems. **Computational Mechanics**, Berlin, v. 36, n. 2, p. 117-128, July 2005.

LING, X.; KEANINI, R. G.; CHERUKURI, H. P. A non-iterative finite element method for inverse heat conduction problems. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 56, n. 9, p. 1315-1334, Mar. 2003.

LIŠČIĆ, B. et al. **Quenching theory and technology**. 2nd. ed. Boca Raton: CRC Press, 2010.

LIŠČIĆ, B.; SINGER, S.; BEITZ, H. Dependence of the heat transfer coefficient at quenching on diameter of cylindrical workpieces. **Journal of ASTM International**, West Conshohocken, v. 8, n. 7, p. 1-9, July 2011.

LIŠČIĆ, B.; SVAIC, S.; FILETIN, T. **Workshop designed system for quenching intensity evaluation and calculation of heat transfer data**. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON QUENCHING & CONTROL OF DISTORTION, 1., 1992, Chicago. **Proceedings...** Chicago: ASM International, 1992. p. 17-26.

LIU, J. A stability analysis on beck's procedure for inverse heat conduction problems. **Journal of Computational Physics**, New York, v. 123, n. 1, p. 65-73, Jan. 1996.

LOZANO, D. E. et al. Surface temperature and heat transfer coefficient determination during quenching for martensite fraction prediction using a parabolic heat transfer model. In: INTERNATIONAL QUENCHING AND CONTROL OF DISTORTION CONFERENCE, 6., 2012, Chicago. **Proceedings...** Chicago: ASM International, 2012. p. 746-754.

MATLAB: the language of technical computing. [S. l.]: MathWorks, 2013. Disponível em: <<http://www.mathworks.com/products/datasheets/pdf/matlab.pdf>>. Acesso em: 3 Set. 2013.

NARAZAKI, M. et al. Analysis of quenching processes using lumped-heat-capacity method. In: INTERNATIONAL SEMINAR OF IFHT, 6., 1997. Kyongju. **Proceedings...** Seoul: KSHT, 1997. p. 428-435.

NARAZAKI, M. et al. Influence of validity of heat transfer coefficients on simulation of quenching process of steel. In: ASM HEAT TREATING SOCIETY CONFERENCE AND EXPOSITION, 19., 1999, Materials Park, Ohio. **Proceedings...** Materials Park, Ohio: ASM International, 1999. p. 600-607.

NARAZAKI, M.; TOTTEN, G. E.; WEBSTER, G. M. Hardening by reheating and quenching. In: TOTTEN, G. E.; HOWES, M.; INOUE, T. **Handbook of residual stress and deformation of steel**. Materials Park, Ohio: ASM International, 2002. p. 248-295.

OZISIK, M. N.; ORLANDE, H. R. B. **Inverse heat transfer: fundamentals and applications**. New York: Taylor & Francis, c2000.

PACHECO, P. M. C. L. et al. Modeling of quenching process in steel cylinders. **Mechanics of Solids in Brazil 2007**, [S. l.]: ABCM, 2007. p. 445-458.

PRABHU, K. N.; ALI, I. Comparison of Grossmann and lumped heat capacitance methods for assessment of heat transfer characteristics of quench media. **International Heat Treatment & Surface Engineering**, Leeds, v. 5, n. 1, p. 41-46, Mar. 2011.

PRABHU, K. N.; ASHISH, A. A. Inverse modeling of heat transfer with application to solidification and quenching. **Materials and Manufacturing Processes**, New York, v. 17, n. 4, p. 469-481, 2002.

PRABHU, K. N.; FERNANDES, P. Heat transfer during quenching and assessment of quench severity - a review. **Journal of ASTM International**, West Conshohocken, v. 6, n. 1, p. 1-17, Jan. 2009.

SÁNCHEZ SARMIENTO, G. **HT-MOD** - Heat treating modeling - version 1.0. [S.l.]: Soft-Ing, 2003.

SEDGEWICK, R.; WAYNE, K. Data Types. In: SEDGEWICK, R.; WAYNE, K. **Introduction to programming in Java: an interdisciplinary approach**. Boston: Pearson Addison - Wesley, 2013. Disponível em: <<http://introcs.cs.princeton.edu/java/31datatype/>>. Acesso em: 2 set. 2013.

SEDIGHI, M.; MCMAHON, C. A. The influence of quenchant agitation on the heat transfer coefficient and residual stress development in the quenching of steels. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture**, London, v. 214, n., 7, p. 555-567, 2000.

SILVA, A. L. V. da C. e.; MEI, P. R. **Aços e ligas especiais**. 2ª. ed. São Paulo: Edgard Blücher, c2006.

SILVA, A. L. V. da C. e.; MEI, P. R. **Aços e ligas especiais**. 3ª. ed. São Paulo: Edgard Blücher, c2010.

SIMSIR, C.; GUR, C. H. A review on modeling and simulation of quenching. **Journal of ASTM International**, West Conshohocken, v. 6, n. 2, p. 1-29, Feb. 2009.

SINGER, S. Determination of the heat transfer coefficient in the law of cooling for gas-quenching systems. **Journal of Numerical Analysis, Industrial and Applied Mathematics**, [S. I.], v. 2, n. 1-2, p. 103-114, Apr. 2007.

SOTI, V. et al. Estimation of heat flux in one-dimensional inverse heat conduction problem. **International Mathematical Forum**, [Ruse], v. 2, n. 10, p. 455-464, 2007.

SOUZA, E. C. D. et al. Quenching and heat transfer properties of aged and unaged vegetable oils. **Journal of Petroleum Science Research**, New York, v. 2, n. 1, p. 41-47, Jan. 2013.

SPARROW, E. M.; HAJI-SHEIKH, A.; LUNDGREN, T. S. The inverse problem in transient heat conduction. **Journal of Applied Mechanics**, New York, v. 31, n. 3, p. 369-375, Sept. 1964.

SUGIANTO, A. et al. A comparative study on determination method of heat transfer coefficient using inverse heat transfer and iterative modification. **Journal of Materials Processing Technology**, Amsterdam, v. 209, n. 10, p. 4627-4632, 2009.

TOTTEN, G. E.; BATES, C. E.; CLINTON, N. A. **Handbook of quenchants and quenching technology**. Materials Park: ASM International, c1993.

TOTTEN, G. E.; DAKINS, M. E.; HEINS, R. W. Cooling curve analysis of synthetic quenchants - a historical perspective. **Journal of Heat Treating**, New York, v. 6, n. 2, p. 87-95, Sept. 1988.

TOTTEN, G. E.; TENSI, H. M.; LAINER, K. Performance of vegetable oils as a cooling medium in comparison to a standard mineral oil. **Journal of Materials Engineering and Performance**, Materials Park, v. 8, n. 4, p. 409-416, Aug. 1999.

TRATT, L. WUYTS, R. Dynamically typed languages. **IEEE Software**, Los Alamitos, v. 24, n. 5, p. 28-30, 2007.

WEBER, C. F. Analysis and solution of the ill-posed inverse heat conduction problem. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, London, v. 24, n. 11, p. 1783-1792, Nov. 1981.

WELLS, M. A.; DAUN, K. J. Accurate determination of surface heat fluxes during quenching characterized by boiling water heat transfer. **Journal of ASTM International**, West Conshohocken v. 6, n. 1, p. 1-17, Jan. 2009.

ZHOU, J.-W.; MAHULIKAR, S. P. Cooling characteristics during bath quenching of test probe using inverse heat transfer. **Experimental Heat Transfer**, London, v. 19, n. 4, p. 297-308, 2006.