UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

Herick Fernando Morales

**A INFLUÊNCIA DAS VARIÁVEIS GERENCIAMENTO, P&D E
TREINAMENTO –DIFERIDO- NA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO DE
EMPRESAS DO SETOR DE BENS DE CAPITAL BRASILEIRO.**

São Carlos
2010

**A INFLUÊNCIA DAS VARIÁVEIS GERENCIAMENTO, P&D E
TREINAMENTO -DIFERIDO- NA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO DE
EMPRESAS DO SETOR DE BENS DE CAPITAL BRASILEIRO.**

Dissertação de Mestrado
Apresentada a Escola de Engenharia de
São Carlos da Universidade de São
Paulo como requisito à obtenção do
título de mestre em Engenharia de
Produção.

Área de Concentração:
Economia, Organizações e gestão do
Conhecimento.

Orientadora: Prof^a. Assoc^a. Daisy
A. N. Rebelatto.

São Carlos
2010

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

M841i Moralles, Herick Fernando
A influência das variáveis gerenciamento, P&D e
treinamento -diferido- na função de produção de empresas
do setor de bens de capital brasileiro / Herick Fernando
Morales ; orientador Daisy Aparecida do Nascimento
Rebelatto. -- São Carlos, 2010.

Dissertação (Mestrado-Programa de Pós-Graduação em
Engenharia de Produção e Área de Concentração em
Economia, Organização e Gestão do Conhecimento) -- Escola
de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo,
2010.

1. Produção (economia). 2. Função de produção.
3. Cobb-Douglas. 4. DEA. 5. Gerenciamento. 6. P&D.
7. Treinamento de mão-de-obra. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Bacharel **HERICK FERNANDO MORALES**.

Dissertação defendida e julgada em 08/06/2010 perante a Comissão Julgadora:

Prof.^a. Associada **DAISY APARECIDA DO NASCIMENTO REBELATTO** – (Orientadora)
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO

Prof. Dr. **ALEXANDRE SARTORIS NETO**
(Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”/UNESP/Campus de Araraquara)

APROVADO

Prof. Associado **WALTER BELLUZZO**
(Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto/USP)

APROVADO

Prof. Associado **AQUILES ELIE GUIMARÃES KALATZIS**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em
Engenharia de Produção

Prof. Titular **GERALDO ROBERTO MARTINS DA COSTA**
Presidente da Comissão da Pós-Graduação da EESC

AGRADECIMENTOS

À Deus pelo dom da vida e por estar comigo mesmo nos momentos em que não estive com ele.

À professora e amiga Daisy que me ouviu quando ninguém mais o fez, e me deu uma oportunidade e um voto de confiança que jamais esquecerei. E, mais do que ensinar me educou e foi fundamental para que eu desenvolvesse meu potencial.

Ao meu pai pelo amor e pelo exemplo de homem que é para mim e por todas as dificuldades que passou para que eu tivesse a melhor educação disponível.

A minha mãe pelo amor e por estar sempre comigo, acreditar sempre no meu potencial e cuidar sempre de mim.

A minha namorada Patricia, a qual amo muito e tenho muito orgulho, e que sempre esteve ao meu lado nos momentos mais difíceis me aconselhando sempre.

A minha irmã por estar sempre por perto quando precisei.

Aos meus amigos de laboratório Naja, Enzo, Mari, Flávia, e todos os outros que ajudaram e estiveram por perto em alguma ocasião.

Ao professor Alexandre Sartoris por ser meu amigo e mestre.

À CAPES pelo auxílio financeiro.

E por fim, aos professores e funcionários do departamento de Engenharia De Produção.

*“Quem nunca errou nunca
experimentou algo novo.”*

Albert Einstein

RESUMO

MORALLES, H. F. **A influência das variáveis gerenciamento, P&D e treinamento -Diferido- na função de produção de empresas do setor de bens de capital brasileiro.** Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

Criada na década de vinte, a função de produção Cobb-Douglas é, ainda hoje, muito popular na literatura microeconômica. Contudo, durante o século XX, o desenvolvimento da informática e das telecomunicações possibilitou diversas mudanças na forma de gestão das firmas.

Como exemplo, é possível citar a implantação de sistemas integrados de gerenciamento e o crescente investimento em pesquisa e desenvolvimento (P&D) de novos produtos e processos, bem como a qualificação da sua mão-de-obra via treinamento.

Nesse sentido, o presente trabalho se propõe a **identificar a influência das variáveis gerenciamento, P&D e treinamento de mão-de-obra na função de produção de empresas do setor de bens de capital brasileiro.**

Para tanto serão desenvolvidos modelos econométricos, baseado em uma função Cobb-Douglas modificada, com especificações que contemplem a inclusão de tais variáveis.

Palavras-Chave: Função de produção, Cobb-Douglas, DEA, Gerenciamento, P&D, treinamento de mão-de-obra.

ABSTRACT

Morales, H.F. **The influence of variables management, R&D and training - Diferido- in the production function in the Brazilian capital goods sector.** Thesis (MA) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

Built in the twenties, the production function Cobb-Douglas is still very popular in the microeconomic literature. However, during the twentieth century, the development of computing and telecommunications has enabled several changes in companies management.

As an example, we can mention the implementation of integrated management systems and the increasing investment in research and development (R&D) of new products and processes as well as the qualifications of its manpower through training.

Accordingly, the present study aims to identify the influence of the variables management, R&D and manpower training in the production function of companies in the Brazilian capital goods sector.

In order to achieve the proposed objective, this study will develop some econometric models, based on a modified Cobb-Douglas function, with specifications that address the inclusion of such variables.

Keywords: Production function, Cobb-Douglas, DEA, Management, R&D, manpower training.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO	9
CAPÍTULO 2 – FUNÇÕES DE PRODUÇÃO	14
2.1 – FATORES DE PRODUÇÃO E PROCESSO PRODUTIVO	16
2.2 – PRODUÇÃO COM APENAS UM INPUT VARIÁVEL	22
2.3 – LEIS DOS RENDIMENTOS FÍSICOS MARGINAIS DECRESCENTES	26
2.3.1 – Geometria das curvas de produto médio e produto marginal	27
2.4 – FUNÇÕES DE PRODUÇÃO LINEARMENTE HOMOGÊNEAS	32
2.5 – PRODUÇÃO COM DOIS INSUMOS VARIÁVEIS	34
2.5.1 – A FUNÇÃO DE PRODUÇÃO COBB-DOUGLAS	36
2.6 – AS ISOQUANTAS DE PRODUÇÃO	37
2.6.1 – Taxa marginal de substituição técnica (TMST)	40
2.6.2 – Casos especiais de Isoquantas	44
2.7 – ESTADO DA ARTE DA PESQUISA EM FUNÇÕES DE PRODUÇÃO	45
2.7.1 – Principais estudos em Funções de Produção	45
2.7.2 – Pesquisa Recente Em Funções De Produção	54
2.7.3 – Funções De Produção Com P&D Ou Gerenciamento	59
CAPÍTULO 3 – CONCEITOS DE ECONOMETRIA	65
3.1 – CONCEITOS BÁSICOS DE ECONOMETRIA	65
3.1.1 – Propriedades estatísticas dos estimadores MQO: O teorema de Gauss-Markov	67
3.1.2 – Hipóteses subjacentes ao modelo clássico de regressão linear (MCRL)	67
3.2 – MÍNIMOS QUADRADOS GENERALIZADOS (MQG)	69
3.3 – DADOS EM PAINEL	72
3.3.1 – Efeitos Aleatórios	75
3.3.2 – Teste de Hausman	75
3.3.3 – Vantagens e desvantagens no uso de dados longitudinais.	77
3.4 – MODELO DINÂMICO: O MODELO DE DEFASAGEM DISTRIBUÍDA	79
3.4.1 - Porque defasagem distribuída?	81
3.4.2 – Operadores de defasagem e diferença	83
3.4.3 – Busca pela quantidade correta de defasagens	85
3.4.4 – Estimação dos modelos de defasagem distribuída	86
3.4.5 – Razões para defasagem	89
3.5 – TESTANDO A RELEVÂNCIA DAS VARIÁVEIS ADICIONAIS E SELEÇÃO DE MODELOS VIA CRITÉRIOS DE INFORMAÇÃO	90

CAPITULO 4 – MÉTODO	93
4.1 – DESENHO DE ESTUDO:	93
4.2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	93
4.3 – DESCRIÇÃO DAS VARIÁVEIS A SEREM UTILIZADAS	96
4.4 – DADOS	97
4.5 – MODELO INICIALMENTE PROPOSTO E AGREGAÇÃO DE VARIÁVEIS	99
4.6 – ATIVO DIFERIDO E HIPÓTESE DE DEFASAGEM VIA DEA	100
4.7 – ESPECIFICAÇÕES ECONOMETRICAS A SEREM TESTADAS: MODELOS COBB-DOUGLAS MODIFICADOS COM INCLUSÃO DE	106
4.7.1 – Identificação do número correto de defasagens	106
4.7.2 – Modelo A: Diferenças nos interceptos	107
4.7.3 – Modelo B: Modelo com interações	108
4.7.4 – Modelo C: Modelo com variações	109
4.7.5 – Modelo D: Modelo Misto	110
CAPÍTULO 5 – ESTIMAÇÕES E RESULTADOS OBTIDOS	112
5.1 – DEA E HIPÓTESE DE DEFASAGEM	112
5.2 – NÚMERO CORRETO DE DEFASAGENS	114
5.3 – ESTIMAÇÃO DO MODELO A	119
5.4 – ESTIMAÇÃO DO MODELO B	123
5.5 – ESTIMAÇÃO DO MODELO C	125
5.6 – ESTIMAÇÃO DO MODELO D	127
5.7 – MODELO E (Modelo D não-multicolinear)	128
5.8 – MELHOR MODELO E RETORNOS DE ESCALA	130
CAPITULO 6 – CONSIDERAÇÕES FINAIS	131
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	134
APÊNDICE A – PLANILHA DE DADOS	140
APÊNDICE B – COMANDOS PARA STATA	142

Lista de Gráficos

Gráfico 1 – Função de produção.	15
Gráfico 2 – Classificação dos fatores de produção.	16
Gráfico 3 – Processo estático linearmente homogêneo.	19
Gráfico 4 – Processo estático regularmente descontínuo.	19
Gráfico 5 – Exemplo empírico de construção da função de produção	21
Gráfico 6 – Produto médio do trabalho.	23
Gráfico 7 – Produto Marginal do Trabalho.	23
Gráfico 8 – Produtos médio e marginal do trabalho.	24
Gráfico 9 – Gráfico 1 revisitado.	27
Gráfico 10 – Os Três estágios da produção	31
Gráfico 11 – Produção com trabalho e terra: Superfície discreta.	35
Gráfico 12 – Produção com capital (K) e trabalho (L): Superfície Contínua.	35
Gráfico 13 – Função de produção Cobb-Douglas	37
Gráfico 14 – Gráfico de Isoquanta.	38
Gráfico 15 – Mapa de Isoquantas.	39
Gráfico 16 – Isoquanta e TMST de trabalho por capital.	42
Gráfico 17 – Cálculo da TMST	43
Gráfico 18 – Função de produção com proporções fixas.	44
Gráfico 18(a) – Função de produção com insumos perfeitamente substitutos.	45
Gráfico 19 – Exemplo de defasagem distribuída.	82
Gráfico 20 – Esquema de Koyck - adaptado de Gujarati (2000).	88
Gráfico 21 – Fronteira de eficiência revelada.	103
Gráfico 22 – Coeficientes de capital e trabalho de (5.2) e (5.3).	121

Lista de Tabelas

Tabela 2.1 – Dados para construção da função de produção hipotética com apenas um insumo	20
Tabela 2.2 – Cálculo dos produtos médio e marginal.	22
Tabela 2.3 – Produção de milho	34
Tabela 5.1 – Comparação da eficiência com o Diferido.	113
Tabela 5.2 – Critérios de informação para verificar número correto de defasagens – Modelo de defasagem distribuída.	115
Tabela 5.3 – Output da regressão com três defasagens	115
Tabela 5.4 – Regressão auxiliar para verificar simultaneidade.	116
Tabela 5.5 – Procedimento para encontrar melhor defasagem individual.	117
Tabela 5.6 – Teste de Hausman.	119
Tabela 5.7 – Comparação dos modelos:	120
Tabela 5.8 – Teste de hipótese para igualdade de intercepto	121
Tabela 5.9 – Resultados do modelo com interação de variáveis.	124
Tabela 5.10 – Resultados dos modelos com variação testando a inclusão da variação do Diferido contemporâneo e a variação do Diferido com duas defasagens	126
Tabela 5.11 – Resultados do Modelo D estimado.	127
Tabela 5.12 – Regressão auxiliar	128
Tabela 5.13 – Melhor regressão obtida com interação única	129

Lista de Abreviações e Siglas

DMU – Unidade tomadora de decisão

CES – Elasticidade de substituição constante

Translog – Translogarítmica

MQO – Mínimos quadrados ordinários

MQG – Mínimos quadrados generalizados

CIS – Critério de informação de Schwarz

CIA – Critério de informação de Akaike

P&D – Pesquisa e desenvolvimento

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

Os economistas neoclássicos, assim como seus críticos, concordam que a mudança tecnológica e as formas de aprendizagem que ela implica constituem a principal fonte de crescimento econômico.

A partir da década de 80, a evolução tecnológica é concebida de forma mais ampla do que o costume, de modo a incluir atividades como busca, seleção, adaptação e modificação de tecnologias para um ambiente específico. Tais atividades podem ocorrer tanto dentro, quanto fora da prática usual de P&D, sendo de grande significância para o sistema econômico. Contudo, em alguns casos, a obtenção de excelência tecnológica não está ligada apenas às atividades de P&D, mas também às competências organizacionais e gerenciais (FRANSMAN, 1982).

Ademais, é possível verificar mudanças no cenário empresarial, nos últimos anos, pela emergência de investimentos em tecnologia da informação (TI). Tal efeito pode ser identificado na atividade econômica em razão da crescente participação de empresas de TI na produção nacional (GARTNER ET. AL., 2009). Estes investimentos são importantíssimos para o gerenciamento de mudanças e inserção na cadeia econômica, como aquisição de insumos e distribuição de produtos.

Todas essas questões, tanto relativas à inovação quanto à gestão, estão claramente relacionadas ao uso de mão-de-obra qualificada, sem a qual inovação e gestão eficientes não ocorrem.

Visto esse novo cenário, é questionável se a consideração apenas de insumos físicos como fatores de produção seria correta, levando-se em conta a existência de uma série de fatores intangíveis que afetam diretamente a atividade produtiva, descrita na teoria econômica pela função de produção, ferramenta que descreve a relação entre quantidade de insumos empregados para se obter um bem e a quantidade produzida de um bem.

O conhecimento da correta função de produção de uma unidade tomadora de decisão (DMU) e, conseqüentemente, dos retornos de escala de seus fatores, é essencial para o desenvolvimento de diretrizes futuras que permitam a melhoria da competitividade dessas DMU's no mercado. Tal diretriz é válida tanto para uma DMU individual quanto para um setor como um todo.

A função de produção mais conhecida e difundida na literatura microeconômica é a Cobb-Douglas, a qual retrata o produto como resultado de apenas dois fatores produtivos (*inputs*), o capital e o trabalho.

Visto que a Cobb-Douglas data da década de vinte (Lopes & Amanthea, 2004), é questionável se as mudanças ocorridas no mundo desde aquela época não tenham feito com que a especificação da função de produção Cobb-Douglas tenha se modificado. Dentre tais mudanças é possível listar especialmente àquelas relacionadas a gastos com P&D (pesquisa e desenvolvimento), gastos com treinamento e qualificação de mão de obra (capital humano), e sistemas de gerenciamento integrado.

O setor de bens de capital brasileiro foi escolhido, para o presente trabalho porque, desde o final dos anos 1970, a literatura sobre tecnologia e desenvolvimento tem enfatizado a aquisição de competências tecnológicas nos

países em desenvolvimento como um determinante crucial da industrialização bem sucedida.

Normalmente, em países em desenvolvimento, a indústria de máquinas e equipamentos agrícolas é o núcleo do setor de bens de capital servindo, posteriormente, de base para o desenvolvimento de outras áreas, por seu conhecimento agregado em princípios universais de engenharia mecânica (Romijn, 1997).

Nesses termos, o setor de bens de capital desempenha um papel crucial na aquisição de competências tecnológica dos países em desenvolvimento. É nele que as habilidades e conhecimentos necessários para a assimilação, replicação, adaptação e melhoria de tecnologia são desenvolvidos; configurando, portanto, em capacidades de suma importância para o progresso técnico (Romijn, 1997).

Objetivo

Nesse sentido, o presente trabalho se propõe a **identificar a influência das variáveis gerenciamento, P&D e treinamento de mão-de-obra na função de produção de empresas do setor de bens de capital brasileiro.**

Visto que haverá a adição de variáveis em uma função de produção Cobb-Douglas modificada, com uma especificação que contemple a influência das variáveis estudadas, o presente estudo terá os seguintes passos de procedimento:

1. Testar a hipótese de defasagem temporal da variável Diferido via DEA (análise envoltória de dados).

2. Encontrar a defasagem (tempo de maturação) das inversões realizadas no Diferido, via modelo de defasagem distribuída e critérios de informação.
3. Testar dentre algumas especificações propostas encontradas na literatura pesquisada (e possíveis desdobramentos), o modelo Cobb-Douglas modificado com as variáveis inclusas que melhor se adéqüe à modelagem da produção, bem como a comparação do novo modelo com o original.
4. Desenvolver um método para verificar a composição do Diferido (Modelo B) e analisar sua relação com a nova função estimada.
5. Testar os retornos de escala do setor de bens de capital.

Contribuição esperada

O presente trabalho tenta levar em conta variáveis como gerenciamento, pesquisa e desenvolvimento, e capacitação dos recursos humanos na modelagem do processo produtivo.

Não obstante, no decorrer dos testes realizados, será demonstrada a necessidade de considerar o fator tempo na análise proposta. Isto é, a defasagem temporal das variáveis a serem inclusas na função de produção irá se configurar numa característica essencial para a modelagem de tais processos sendo, portanto, a principal implicação do presente trabalho.

Estrutura do Texto

O Capítulo 2 apresenta uma revisão de conceitos básicos de microeconomia e apresentará uma revisão da evolução dos estudos em

funções de produção desde a década de 30 até os anos 80. Posteriormente, realiza uma nova revisão sobre funções de produção que considerará apenas a pesquisa recente.

Por fim, uma nova busca em bases de dados é feita levando-se em conta apenas funções de produção com variáveis P&D, Gerenciamento e Treinamento inclusas.

O Capítulo 3 realiza uma revisão bibliográfica de conceitos de econometria básica, dados em painel, e modelos com defasagem distribuída, visto que a questão temporal será incorporada à Cobb-Douglas.

Já o Capítulo 4 apresenta o método de pesquisa utilizado, de forma a descrever as buscas bibliográficas, formulações de hipóteses e modelos propostos.

Por fim, o Capítulo 5 apresenta os resultados obtidos na estimação dos modelos, enquanto o Capítulo 6 apresenta as considerações finais.

CAPÍTULO 2 – FUNÇÕES DE PRODUÇÃO E SUA INSERÇÃO NA TEORIA MICROECONÔMICA

A função de produção é uma ferramenta que descreve a relação entre quantidade de insumos empregados para se obter um bem e a quantidade produzida desse bem. Tais funções descrevem o produto marginal decrescente e os retornos de escala existentes no processo produtivo (Mankiw, 1999).

O conhecimento da correta função de produção de uma unidade tomadora de decisão (DMU) e conseqüentemente, dos retornos de escala de seus fatores, é essencial para o desenvolvimento de diretrizes futuras que permitam a melhoria da competitividade dessas DMU's no mercado. Tal diretriz é válida tanto para uma DMU individual quanto para um setor como um todo.

Segundo Ferguson (1984), uma função de produção é uma equação matemática que exhibe o montante máximo de produção que pode ser alcançado a partir de qualquer conjunto específico de insumos, dada a tecnologia ou “estado da arte”.

Assim sendo, ela exhibe as possibilidades de produção, cujo limite é a função de produção, tal qual é demonstrado no Gráfico 1, onde é possível observar, portanto, que a área abaixo da função de produção representa o conjunto de possibilidades de produção.

Gráfico 1 - Função de produção

Dentre os principais insumos (ou fatores de produção) de uma função de produção, observa-se o capital e o trabalho. Contudo, existem outros fatores como recursos naturais e capital humano que podem ser considerados.

Como capital considera-se o capital físico que é o estoque de equipamentos e estruturas utilizados na produção de bens e serviços. Já o trabalho denota a quantidade de trabalho empregado; o qual é diferente do conceito de capital humano, que descreve os conhecimentos e habilidades adquiridas pelos trabalhadores através de experiência e treinamento. Já os recursos naturais são aqueles fornecidos pela natureza como terra e jazidas minerais (Mankiw, 1999).

Existem algumas formas funcionais que podem descrever uma função de produção, porém a mais popular é a função de produção Cobb-Douglas de duas variáveis (capital e trabalho), que será tratada em detalhes adiante.

Ainda considerando o Gráfico 1, nota-se que ele representa um conjunto de possibilidades de produção (conjunto tecnicamente viável de transformar insumo X em produto Y) que é limitada por uma função de produção, a qual

indica a quantidade máxima que pode ser obtida dada uma tecnologia e uma quantidade de insumos (Varian, 2000; Pindyck, 2006).

Dessa forma, os produtores que se encontram no limite do gráfico são considerados eficientes; enquanto aqueles que estão abaixo, operam na ineficiência. Analogamente, acima da superfície a tecnologia atual não permite a produção. (Pyndick & Rubinfeld, 2006; Ferguson, 1984)

Contudo, antes de se explorar as funções de produção, é necessário o conhecimento sobre fatores de produção e processo produtivo, assunto da sessão 1.1.

2.1 - FATORES DE PRODUÇÃO E PROCESSO PRODUTIVO

Simonsen (1979) argumenta que os fatores de produção podem ser classificados segundo os critérios variabilidade, disponibilidade, divisibilidade e durabilidade, conforme ilustrado no Gráfico 2.

Gráfico 2 – Classificação dos fatores de produção.

Tais critérios, obviamente, não devem ser considerados segundo as propriedades intrínsecas dos fatores de produção, mas sim pela ótica na qual tal fator é analisado. A título de exemplo, a mão de obra não-qualificada, que pode ser considerada um fator ilimitado para uma firma individual, logicamente seria um fator limitado em uma análise que considerasse a economia como um todo.

Assim sendo, o processo de produção é definido como a técnica pela qual um ou mais produtos são obtidos a partir de determinada quantidade fixa de insumos. Isso ocorre por meio de uma coleção de funções que indicam como deve variar, ao longo do tempo, o emprego de cada fator.

Nesse sentido, deseja-se obter uma curva de variação do produto ao longo do tempo, indicado por $X(t)$, que está associada às variações de quantidades dos fatores produtivos ao longo do tempo, $S(t)$. Assim, de acordo com tal lógica, um processo produtivo pode ser descrito por um conjunto de funções que se associam curvas a curvas. Toda essa dinâmica pode ser demonstrada pelas expressões a seguir:

$$S_i|t = F_i \left[X \begin{matrix} t \\ 0 \end{matrix} \right] \quad (2.1)$$

Sendo i um fator de produção específico.

Tal notação diz que as curvas de utilização dos fatores até o tempo “T” são funções da curva que se obtém do produto entre 0 e T; sendo tanto a produção como os fatores contínuos no tempo e medidos em unidades de fluxo¹.

¹ Exemplo: Toneladas de aço por hora, homens por hora.

É importante salientar que a discussão acima se refere ao processo de produção simples, no qual apenas um produto é criado. Se fosse considerado um processo de produção múltiplo, teríamos um segundo produto, $X_2(t)$, associado a um prévio tal qual na produção simples $X_1(t)$. Dessa forma tem-se:

$$X_2|t = G_2 \left[X_1 \middle| \begin{matrix} t \\ 0 \end{matrix} \right] \quad (2.2)$$

As formas funcionais anteriores normalmente são descritas ou aproximadas por funções simples de variáveis reais: são os processos de produção regulares e estáticos. Caso contrário, a explicação da teoria da produção seria extremamente complexa.

Aqui, para cada fator, existe um intervalo τ_i , tal que o fluxo do emprego do i -ésimo fator $t - \tau_i$ dependa apenas do fluxo de produção $X(t)$ desejado em t . Tal processo pode então ser descrito por um conjunto de funções compostas da seguinte forma:

$$S_i(t - \tau_i) = f_i[X(t)] \quad (2.3)$$

Após isso, é possível diferenciar processo regular e processo estático. No processo regular, existe a defasagem τ_i ; já no processo estático não existe tal defasagem, reduzindo a expressão (2.4) a:

$$S_i = f_i(x) \quad (2.4)$$

Tais processos estáticos são raros no mundo real, mas são boas aproximações de certos processos, como os linearmente homogêneos, que

tratam de fatores divisíveis, e os regularmente descontínuos, que tratam de fatores indivisíveis.

Gráfico 3 – Processo estático linearmente homogêneo.

Gráfico 4 – Processo estático regularmente descontínuo.

Assim sendo, freqüentemente existem vários processos que permitem a obtenção de um mesmo produto resultante de várias combinações de fatores

produtivos. Tal conceito é mais bem explicado pelo conceito de função de produção que será discutido com maior detalhamento adiante.

As duas últimas discussões até agora realizadas, de processos de produção, e suas exemplificações de regulares e estáticos, configuram-se em condensação da discussão observada em Simonsen (1979). Ele afirma que tais conceitos não são encontrados em livros textos tradicionais, mas, tal caracterização de processos produtivos é a única que se enquadra à engenharia cotidiana.

2.2 – PRODUÇÃO COM APENAS UM INPUT VARIÁVEL

Uma função de produção pode ter quantos insumos forem necessários para o processo produtivo, contudo, para iniciar a exposição dos conceitos relacionados às funções de produção, considera-se uma função hipotética com apenas um insumo variável. Tal exemplo pode ser encontrado em Ferguson & Gould (1975), aqui apresentado pela Tabela 2.1 e o Gráfico 5.

Tabela 2.1: Dados para construção da função de produção hipotética com apenas um insumo

Número de Trabalhadores (Input)	Produto Total (Output)
1	10
2	24
3	39
4	52
5	61
6	64
7	65
8	64

Gráfico 5 – Exemplo empírico de construção da função de produção².

Assim sendo, além da função de produção, ainda há dois outros conceitos que são necessários à compreensão do processo de produção; são eles o conceito de produtividade marginal e produtividade média.

A produtividade média de um insumo é definida segundo Mansfield (1978) como “a produção total dividida pela quantidade do insumo utilizada na produção.”

De acordo com Ferguson & Gould (1975), tal conceito pode ser considerado como a razão *output-input* para cada nível de *output* e volume correspondente de *input*.

² A figura 3 e a Figuras a seguir foram confeccionadas utilizando-se o software MATLAB 7.1. Exemplo de comandos:

```
>>plot (Input, Output, 'DisplayName', 'Output vs Input', 'XDataSource', 'Input',
'YDataSource', 'Output'); figure(gcf).
>>hold on
>>xlabel('Input')
>>ylabel('Output')
>>title('Output')
```

Mansfield (1978) também define o conceito de produtividade marginal como sendo “a *adição ao produto total devida à utilização de uma unidade adicional do insumo, mantendo-se constante a quantidade dos demais insumos*”. Assim, a produtividade marginal pode ser obtida (2.5).

$$[Q(L) - Q(L-1)] \quad (2.5)$$

Onde,

$Q(L)$ é a produção total quando utilizada uma quantidade L de trabalho.

Em outra abordagem, considerando-se a 2.6 como uma função de produção da Tabela 2.1:

$$Q = f(L) \quad (2.6)$$

O produto marginal do trabalho, obtido pela derivada de (2.6) será:

$$\frac{dQ}{dL} = \frac{df(L)}{dL} \quad (2.7)$$

Dados os conceitos de produto marginal e produto médio, a Tabela 2.2 apresenta um exemplo da relação entre tais conceitos.

Tabela 2.2 – Cálculo dos produtos médio e marginal.

Número de Trabalhadores	Produto Total	Produto Médio do Trabalho	Produto Marginal do Trabalho
0	0	-	-
1	6	6	6
2	13,5	6,75	7,5
3	21	7,00	7,5
4	28	7,00	7
5	34	6,80	6
6	38	6,33	4
7	38	5,43	0
8	37	4,63	-1

A partir da Tabela 2.2, é possível demonstrar como se comportam os produtos médio e marginal resultante do aumento de unidades de trabalho, como é demonstrado nos Gráficos 6 e 7.

Gráfico 6 – Produto médio do trabalho.

Gráfico 7 – Produto Marginal do Trabalho.

Agora, para melhor observar a relação entre produto médio e produto marginal do trabalho, é possível plotar ambas as curvas dos Gráfico 6 e 7 anteriores, obtendo-se o resultado representado no Gráfico 8, como PMeL e PMgL.

Gráfico 8 – Produtos médio e marginal do trabalho.

Segundo a Gráfico 8, o produto médio do trabalho (PMeL) é interceptado pelo produto marginal do trabalho (PMgL) em seu máximo. Isso equivale a dizer, segundo Ferguson & Gould (1975), que enquanto a adição ao total produzido (PMg) for maior do que o produto médio, o mesmo deve crescer. De forma análoga, enquanto o incremento marginal for menor do que o produto médio, o mesmo deve decrescer. Resultante do raciocínio anterior, as curvas de PMgL e PMeL devem se interceptar no ponto de máximo da curva de PMeL, considerando-se funções de produção de proporções variáveis.

Novamente, utilizando-se a função de produção hipotética de (2.6) de Mansfield (1978), observa-se algebricamente que a produto médio alcança seu máximo quando:

$$Q = f(L)$$

$$\frac{d(Q/L)}{dL} = \left(\frac{dQ}{dL} - \frac{Q}{L} \right) \frac{1}{L} = 0 \quad (2.8)$$

Assim, segundo a Expressão 2.4, dQ/dL deve ser igual a Q/L quando o produto médio atingir o máximo.

Visto que o produto marginal do trabalho (PMgL) é a derivada da função de produção em relação ao fator trabalho, é possível efetuar o cálculo de tal conceito simplesmente substituindo uma quantidade de trabalho em uma derivada. Portanto, se, por exemplo, a função de produção de um processo fosse:

$$Q = -L^2 + 10L + 20 \quad (2.9)$$

Considerando-se “ L ” como a variável trabalho em horas trabalhadas, o produto marginal do trabalho (PMgL) seria:

$$\frac{dQ}{dL} = -2L + 10 \quad (2.10)$$

Se a quantidade de trabalho empregada for de 3 horas, por exemplo, o produto marginal do trabalho ao nível de 3 horas será:

$$\frac{dQ}{dL} = -2L + 10 = -2(3) + 10 = 4 \quad (2.11)$$

Isso equivale dizer que, para cada unidade de trabalho adicional (*input*) empregada no processo produtivo em questão, obtém-se um acréscimo de 4 unidades no produto total (*output*).

2.3 – LEI DOS RENDIMENTOS FÍSICOS MARGINAIS DECRESCENTES

O conceito de lei dos rendimentos físicos marginais decrescentes diz respeito ao produto marginal decrescente. Mais especificamente, dada uma tecnologia monotônica, à medida que é aumentada a quantidade de insumo variável em um processo produtivo, é razoável inferir que a quantidade de produto total também irá aumentar, mas a taxas decrescentes (Varian, 2000).

Mas há ainda uma ressalva, pois a lei do produto marginal decrescente aplica-se somente se outros fatores existentes no processo mantiverem-se constantes; por exemplo, se fossem considerados “terra” e “trabalho” (dois *inputs*), o fator “terra” deveria estar constante, enquanto o fator “trabalho” seria variável.

Tanto em Mansfield (1978) como em Varian (2000), encontramos que a lei dos rendimentos decrescentes não é propriamente uma “lei”, mas sim uma característica comum para a maioria das funções de produção do mundo real.

Assim sendo, é possível descobrir um dos principais desdobramentos da lei do produto marginal decrescente, o qual explica o formato da função de produção do Gráfico 1 apresentado anteriormente.

Gráfico 9 – Gráfico 1 revisitado.

À medida que é aumentada a quantidade do insumo variável, a função de produção torna-se cada vez mais plana, observável também pela diminuição da derivada ao longo da curva. Eis, portanto, um demonstrativo da atuação da lei do produto marginal decrescente.

2.3.1 – Geometria das curvas de produto médio e produto marginal.

Em James & Throsby (1977), encontra-se um exemplo da construção dos três estágios da produção utilizando-se uma abordagem matemática.

O exemplo inicia-se com a exposição de uma função de produção e as respectivas funções de produto marginal e produto médio, que são exibidas a seguir; sendo a variável “y” representativa da produção, e a “x” do trabalho:

Função de Produção com apenas um insumo variável:

$$y = 30x + 3x^2 - \frac{1}{3}x^3 \quad (2.12)$$

Produto Marginal do trabalho:

$$PMgL = \frac{dy}{dx} = 30 + 6x - x^2 \quad (2.13)$$

Produto médio do trabalho:

$$PMeL = \frac{y}{x} = 30 + 3x - \frac{1}{3}x^2 \quad (2.14)$$

O Gráfico 10, referente aos estágios da produção, mostra que a inclinação da função de produção (ou curva de produto total, indicada por “PT”) atinge sua inclinação máxima na quantidade de trabalho 3 unidades (ponto “A”), correspondente ao máximo da curva de produto marginal do trabalho (PMgL). Após esse ponto, a curva de produto total continua a crescer, porém, a taxas decrescentes, isto é, com menor declividade até o final do primeiro estágio de produção.

No ponto “B” do Gráfico 10, tem início o segundo estágio da produção, que corresponde ao ponto tangenciado pela reta de origem, e também, pelo ponto de máximo da curva de produto médio do trabalho (PMeL). Portanto, a partir de “B”, o produto total continua a crescer até atingir seu ponto máximo em “C”, locus de encerramento do segundo estágio da produção.

A partir do ponto “C” em diante, encontra-se o terceiro estágio da produção, caracterizado pela diminuição do produto total resultante de um aumento do insumo variável (Pindyck & Rubinfeld, 2002; Ferguson, 1984).

Observa-se, então, que o produto marginal (PMg) é maior do que o produto médio (PMe), quando o PMe está crescendo, e o PMg é menor do que o PMe quando o produto médio está decrescendo. Seguindo tal raciocínio, é fácil deduzir que o PMg é igual ao PMe no ponto de máximo do produto médio.

Levando-se em consideração os três estágios da produção, é possível demonstrar a existência de uma simetria entre o estágio I e o estágio III explicada em Ferguson & Gould (1975), pois no estágio III, o produtor poderia obter mais produto com menor quantidade de insumo variável. Tal fato é resultante, segundo Mansfield (1978), da utilização do insumo variável em uma quantidade em que o produto marginal de tal insumo é negativo. Assim sendo, um produtor racional nunca operaria nessa região.

Um exemplo de tal fato pode ser efetuado considerando-se uma função de produção com dois insumos, sendo um fixo, e outro, variável, como por exemplo, terra e trabalho respectivamente. Nesse caso, segundo Mansfield (1978), o estágio III seria caracterizado pela terra sendo mais solicitada do que deveria ser.

Ferguson (1984) ressalta que é possível aumentar o produto no caso apresentado acima, via aumento do insumo fixo.

No estágio I, levando-se em conta apenas um insumo variável (sem insumo fixo), o PMe do insumo variável está crescendo, o que implica um custo unitário de produção declinante quando o produto (*output*) é aumentado (Ferguson & Gould, 1975). Considerando-se o exemplo de um fixo e outro variável, segundo Ferguson (1984), o PMe crescente do insumo variável está associado ao PMg negativo do insumo fixo. Portanto, uma indústria competitiva nunca operaria nesse estágio, pois poderia reduzir custos unitários simplesmente aumentando o produto.

É verificável a simetria entre os estágios de produção pela ineficiência dos estágios I e III da produção. Consequentemente, a firma deve operar no estágio II, onde a produção é eficiente. Ainda, considerando o exemplo de um

fixo e outro variável, a produção deve ocorrer entre os limites intensivos, ponto que faz o $PMg = 0$ (ponto “C” do Gráfico 10), e o limite extensivo, que faz o PMe ser máximo (ponto “B” do gráfico). Portanto, é nessa região que a produtividade marginal dos dois insumos é positiva (Ferguson, 1984; Mansfield, 1978).

James & Throsby (1977) resumem tal dinâmica da seguinte forma:

- Ao final do estágio I, no ponto “B”, o PMe atinge o máximo, e o PMg está caindo e intercepta o PMe em seu ponto de máximo.
- Ao final do estágio II, no ponto “C”, o produto total atinge seu máximo e o PMg é zero.
- Além do ponto “C”, o produto total diminui, e o PMg é negativo.

Gráfico 10 – Os Três estágios da produção³

³ Comandos para o MatLab 7.1:

Carregar as variáveis:

```
x = 0:1:12
```

```
x = x'
```

```
y = -0.3333*x.^3 + 3*x.^2 + 30*x.^1
```

```
PMgL = 30 + 3*x.^1 - 0.3333*x.^2
```

```
PMgL = 30 + 6*x.^1 - x.^2
```

```
>>plot (x, y, 'DisplayName', 'y vs x', 'XDataSource', 'x', 'YDataSource', 'y');  
figure(gcf)
```

Habilitar "Figure Paltet" e utilizar "New subplot 2D axes"

```
>>plot (x, PMgL, 'DisplayName', 'PMgL vs x', 'XDataSource', 'x', 'YDataSource',  
>>'PMgL'); figure(gcf)
```

```
>>plot (x, PMgL, 'DisplayName', 'PMgL vs x', 'XDataSource', 'x', 'YDataSource',  
'PMgL'); figure(gcf)
```

2.4 – FUNÇÕES DE PRODUÇÃO LINEARMENTE HOMOGÊNEAS

Segundo Ferguson & Gould (1975), “homogeneidade linear”, “homogêneo de grau um”, e “retornos constantes de escala” são termos intercambiáveis entre si quando nos referimos a uma função de produção. Mais especificamente, todos esses conceitos referem-se à situação de um aumento proporcional em todos os insumos (*inputs*), resultarem em uma expansão do produto (*output*) na exata proporção do insumo.

Em Chiang (1982, página 352), encontra-se uma definição algébrica de funções homogêneas:

“Uma função é chamada homogênea de grau “ r ”, se a multiplicação de cada uma de suas variáveis independentes por uma constante k altera o valor da função na proporção k^r , isto é, se:”

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = k^r f(x_1, x_2, \dots, x_k) \quad (2.15)$$

Para exemplificar tal relação, é possível observar os exemplos abaixo:

Exemplo 1: Função homogênea de grau um, pois $r=1$.

$$f(x_1, x_2) = 2x_1 - 3x_2 \quad (2.16)$$

$$f(kx_1, kx_2) = 2(kx_1) - 3(kx_2) = k(2x_1 - 3x_2) = kf(x_1, x_2) \quad (2.17)$$

Exemplo 2: Função homogênea de grau cinco, pois $r=5$.

$$g(x, y) = x^2 - y^3 \quad (2.18)$$

$$g(kx, ky) = (kx)^2 - (ky)^3 = k^5(x^2 y^3) = k^5 g(xy) \quad (2.19)$$

Exemplo 4: Função não-homogênea.

$$f(x, y) = x^3 - xy + y^3 \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} f(kx, ky) &= (kx)^3 - (kx)(ky) + (ky)^3 \\ &= k^2(kx^3 - xy + ky^3) \neq k^2 f(x, y) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Contudo, Chiang (1982) alerta para o uso da expressão “homogeneidade linear”, pois tal conceito refere-se apenas a funções homogêneas de grau um, tal qual apresentado no Exemplo 1. Dessa forma, a função homogênea do grau cinco exibida no Exemplo 2, não é necessariamente linear. Portanto, o autor desaconselha o uso do termo linear para funções homogêneas que não forem do grau um.

Visto isso, é possível demonstrar que a questão da homogeneidade está diretamente ligada ao conceito de retornos de escala na produção, tal qual é exemplificado em (2.22), onde A, α , e β são constantes reais.

$$q = AK^\alpha L^\beta \equiv F(K, L) \quad (2.22)$$

Segundo Chiang (1988), a função de produção Cobb-Douglas é uma função homogênea de grau $\alpha + \beta$, pois:

$$q = F(kK, kL) = A(kK)^\alpha (kL)^\beta = k^{\alpha+\beta} AK^\alpha L^\beta = k^{\alpha+\beta} F(K, L) \quad (2.23)$$

Nesse sentido, sendo $k > 1$, a ampliação nos insumos a uma taxa k , iria gerar um crescimento do produto à taxa $k^{\alpha+\beta}$. Portanto:

$\alpha + \beta > 1$: Rendimentos crescentes de escala.

$\alpha + \beta = 1$: Rendimentos constantes de escala.

$\alpha + \beta < 1$: Rendimentos decrescentes de escala.

2.5 – PRODUÇÃO COM DOIS INSUMOS VARIÁVEIS

A partir de agora, será apresentada a função de produção com dois insumos variáveis, a qual terá maior atenção, visto que é possível existirem funções de produção com mais de dois insumos variáveis (*inputs*) diferente da popular Cobb-Douglas a qual será explorada em breve. Tais funções com mais de dois *inputs* serão a base da investigação empírica realizada adiante no presente trabalho.

Ferguson (1984) apresenta um exemplo função de produção com dois insumos. A Tabela 2.3 e a respectiva Figura 11 representam o caso discreto:

Tabela 2.3: Produção de milho

TRABALHO (homem-ano)	TERRA (número de acres)			
	1	2	3	4
	Produção de Milho			
1	5	11	18	24
2	14	30	50	72
3	22	60	80	99
4	29	80	115	125
5	34	84	140	145

No Gráfico 11, a altura dos blocos representa o volume de produção. Contudo, tal exemplo é extremamente simples perto do que realmente ocorre em termos de funções de produção.

Contudo, o Gráfico 12 retrata melhor o que ocorre na realidade, quando os insumos são continuamente variáveis. Utilizando-se, por exemplo, capital e trabalho como *inputs* variáveis obtêm-se um superfície de produção *tridimensional*. Tais superfícies e a função de produção Cobb-Douglas serão abordados detalhadamente mais adiante.

Gráfico 11 – Produção com trabalho e terra: Superfície discreta.⁴

Gráfico 12 – Produção com capital (K) e trabalho (L): Superfície Contínua⁵.

⁴ Comandos para MatLab:

Carregar os dados de produção da Tabela 2.3 como "Plan1"

>> bar3(Plan1) >> hold on >> xlabel('Terra') >> ylabel('Trabalho')

>> zlabel('Produto') >> title('Produção com trabalho e terra: Superfície

⁵ Comandos MatLab 7.1:

>> fh = @(K,L) 5*(K.^(0.4))*(L.^(0.6));

2.5.1 – A FUNÇÃO DE PRODUÇÃO COBB-DOUGLAS

Existem algumas formas funcionais que podem descrever uma função de produção, porém a mais popular é a função de produção Cobb-Douglas de duas variáveis (capital e trabalho), representada por 2.24.

$$q = AK^{\alpha}L^{\beta} \quad (2.24)$$

Basicamente, o parâmetro A mede a escala de produção, ou seja, o quanto seria obtido se fosse utilizado uma unidade de cada insumo; e os parâmetros α e β como a quantidade de produção responde às variações nos insumos (Varian, 2000).

Desse modo, por tratar-se de uma função de dois insumos variáveis, seu gráfico é idêntico ao apresentado na Gráfico 12. De fato, tal figura é uma função de produção com os seguintes parâmetros α , β , e A :

$$q = 5K^{0,4}L^{0,6} \quad (2.25)$$

Assim sendo, o formato da superfície de produção pode modificar-se com a modificação dos parâmetros α , β , e A , tal qual é demonstrado na Figura 13.

```
>>ezmesh(fh,300)
>> hold on
>> title('Superfície de produção: Caso contínuo')
```

Gráfico 13 – Função de produção Cobb-Douglas com parâmetros $\alpha = 0,9$; $\beta = 0,7$; e $A = 2$.

Assim, até aqui, foram discutidos os tipos de função de produção discreta e contínua, como apresentado nas Figuras 9 e 10; bem como, anteriormente os tipos de função de produção e suas propriedades. Seguindo as funções de produção com mais de um fator variável, será discutida a seguir, a questão do intercâmbio entre tais fatores.

2.6 – AS ISOQUANTAS DE PRODUÇÃO

A Isoquanta é uma forma de descrever relações de produção. Mais precisamente, é uma curva que representa todas as possíveis combinações de insumos que resultam no mesmo volume de produção.

Assim sendo, um mapa de isoquantas é um conjunto de isoquantas representativo do volume máximo de produção que pode ser obtido com

quaisquer conjuntos específicos de insumos. Portanto, os rótulos das isoquantas são delimitados pela tecnologia disponível, ao invés da utilidade, como ocorre nas curvas de indiferença.

Portanto, as isoquantas mostram a flexibilidade que as empresas tem quando decisões de produção, que podem minimizar custos e maximizar lucros. (Pindyck, 1994)

O Gráfico 14 apresenta uma isoquanta de produção.

Gráfico 14 – Gráfico de Isoquanta.⁶

O Gráfico 14, mencionada acima, pode ser descrito por uma função que relaciona as variáveis de insumos, como descrito em (2.26).

⁶ >> L = 0:.1:12
>> K = 100./(L.^2) + 30
>> plot (L, K, 'DisplayName', 'K vs L', 'XDataSource', 'L', 'YDataSource', 'K');
figure(gcf)
>> hold on
>> xlabel('Trabalho')
>> ylabel('Capital')
>> title('Isoquanta')
>> legend('K=100/L² + 30')

$$K = \frac{100}{L^2} + 30 \quad (2.26)$$

A expressão (2.26) é uma função racional, resultado da razão entre duas expressões quadráticas $K = 100 + 30L^2$ e L^2 , que resultaram na função descrita pelo Gráfico 14.

Dessa forma, um mapa de isoquantas, pode ser representado de acordo com o Gráfico 15.

Gráfico 15 - Mapa de Isoquantas.⁷

⁷Codes para MatLab 7.1:

```
>> L = 0:.1:12
>> K = 100./(L.^2) + 30
>> plot (L, K, 'DisplayName', 'K vs L', 'XDataSource', 'L', 'YDataSource', 'K');
>> figure(gcf)
>> hold on
>> xlabel('Trabalho')
>> ylabel('Capital')
>> title('Isoquanta')
>> legend('K=100/L^2 + 30')
>> hold on
>> K2 = 100./(L.^2) + 45
>> plot (K, 'DisplayName', 'K', 'YDataSource', 'K'); hold all; plot (K2, 'DisplayName',
>> 'K2', 'YDataSource', 'K2'); hold off; figure(gcf)
>> K3 = 100./(L.^2) + 60
```

Tal como pode ser observado no Gráfico 15, cada isoquanta representa um volume específico de produção, que será tanto mais crescente quanto a distancia da isoquanta em relação à origem do gráfico.

Outro fato importante com relação ao mapa de isoquantas, é que tal qual as curvas de indiferença, duas isoquantas nunca se interceptam; pois isso equivale a dizer que dois níveis de produção distintos são máximos para uma mesma combinação de insumos, o que se configura em uma afirmação absurda e desprovida de sentido econômico (MANSFIELD, 1978).

Observa-se também que todas as isoquantas do Gráfico 15 possuem a mesma inclinação. Denotando que a relação de permuta entre os fatores permanece a mesma. Tal relação de troca entre os fatores será mensurada e melhor explicada através do conceito de Taxa Marginal de Substituição Técnica.

2.6.1 – Taxa marginal de substituição técnica (TMST)

A taxa marginal de substituição técnica (TMST) mede o intercâmbio entre dois fatores de produção. Isto é, a taxa pela qual as empresas devem substituir um insumo por outro para manter constante a produção.

Assim sendo, a inclinação em qualquer ponto da isoquanta é uma medida da TMST, referindo-se a habilidade que uma empresa possui em trocar capital por trabalho mantendo constante a produção.

```
>>plot (K, 'DisplayName', 'K', 'YDataSource', 'K'); hold all; plot (K2, 'DisplayName',  
>>'K2', 'YDataSource', 'K2'); plot (K3, 'DisplayName', 'K3', 'YDataSource', 'K3');  
>>hold off; figure(gcf)  
>>title('Mapa de Isoquantas')
```

Observando-se o mapa de isoquanta, na Gráfico 15, é observável que, conforme maiores quantidades de capital forem substituídas por trabalho, será visto que o trabalho ficará cada vez mais improdutivo, e o capital, relativamente mais produtivo.

Visto isso, a TMST é decrescente, pois cai à medida que se percorre a isoquanta no sentido decrescente; sendo necessária, portanto, uma combinação equilibrada de ambos os insumos.

Seguindo tal raciocínio, a TMST relaciona-se com os produtos marginais, pois o acréscimo do produto resultante do aumento do insumo do trabalho é igual ao produto adicional do trabalho (PMgL) vezes o número de unidades de trabalho adicional. Algebricamente, a TMST pode ser deduzida da forma como segue.

Dado que a variação do produto total em uma isoquanta é zero, tem-se:

$$(PMgL)(\Delta L) + (PMgK)(\Delta K) = 0 \quad (2.27)$$

Rearranjando:

$$(PMgL)/(PMgK) = -(\Delta K)/(\Delta L) = TMST \quad (2.28)$$

Segundo Pindyck (1994), a expressão (2.28) demonstra que a contínua substituição de capital por trabalho, faz com que o PMgK aumente e o PMgL diminua.

Tal fato pode ser observado no Gráfico 16, é uma expansão da isoquanta do Gráfico 14.

Gráfico 16 – Isoquanta e TMST de trabalho por capital.⁸

Portanto, o Gráfico 16 demonstra a diminuição do PMgL, tendo em vista a maior utilização do insumo trabalho, bem como a ilustração de que a TMST em um ponto da isoquanta é simplesmente a derivada (inclinação) da curva naquele ponto. (James & Throsby, 1977)

De forma, é possível observar a TMST de forma simplificada em Pindyck (1994), tal qual é visto no Gráfico 17, pela simples aplicação geométrica da fórmula descrita na expressão (2.28):

⁸ Comandos para MatLab.
 >> TMSTik = -200./(L.^3)
 >> plot (TMSTik, 'DisplayName', 'TMSTik', 'YDataSource', 'TMSTik'); figure(gcf)
 >> hold on
 >> xlabel('trabalho')
 >> ylabel('dK/dL')
 >> legend('dK/dL = -200/L^3')

Gráfico 17 – Cálculo da TMST⁹

No Gráfico 17 acima, o ponto “A” representa o processo com o fator capital mais intensivo; enquanto no ponto “B”, temos o processo de forma trabalho-intensivo. Assim sendo, a TMST entre os pontos “A” e “B” será:

$$TMST = -(\Delta K) / (\Delta L) = -(-10) / 0,9 \cong 11,12 \quad (2.29)$$

Em (2.29), observa-se, portanto, que são necessárias 0,9 unidades de trabalho para substituir 10 unidades de capital. Assim, a importância da TMST consiste na sua capacidade de informar a natureza da permuta entre os fatores produtivos envolvidos (Pindyck, 1994).

Assim sendo, é possível discutir alguns casos especiais de isoquanta que, apesar de raros no mundo real, são importantes para o entendimento da teoria no que tange ao intercâmbio dos fatores variáveis e seu resultado no produto total.

⁹Os comandos utilizados são iguais aos da Figura 11, apenas acrescidos de ferramental gráfico-explicativo.

2.6.2 – Casos especiais de Isoquantas

No caso das proporções fixas, apenas uma proporção específica de capital e trabalho pode ser usada para obter um determinado nível de produto. Assim sendo, o acréscimo individual apenas de capital ou trabalho não é capaz de aumentar o volume de produção. Isso corresponde a dizer, por exemplo, que dado um nível constante de capital, aumentando-se o trabalho, o produto total não é modificado, e conseqüentemente, o produto marginal do trabalho é zero.

Gráfico 18 - Função de produção com proporções fixas.¹⁰

No caso de produtos perfeitamente substitutos, a taxa marginal de substituição técnica (TMST) é constante, isto é, a taxa pela qual capital e trabalho podem substituir uma ao outro é a mesma, não importando o nível de insumo a ser utilizado.

¹⁰ As Figuras 13 e 14 foram desenhadas em MatLab, pro meio das ferramentas de desenho, e portanto, sem o uso de comandos ou funções matemáticas tal qual as outras figuras.

Gráfico 18(a) - Função de produção com insumos perfeitamente substitutos.

2.7 – ESTADO DA ARTE DA PESQUISA EM FUNÇÕES DE PRODUÇÃO

Os artigos subseqüentes se encontram em ordem cronológica. Contudo, o leitor deve atentar para a referência “Douglas (1976)”, a qual é um artigo escrito por um dos criadores da função Cobb-Douglas, que comenta a história e fatos relacionados à referida função, sendo, portanto um estudo que remete à função original.

2.7.1 – Principais Estudos em Funções de Produção.

Segundo Douglas (1976), o primeiro formato para a função de produção caracterizava-se por uma função homogênea de grau um [retornos constantes de escala]. Assim, tal função possuía a seguinte especificação:

$$P = bL^k C^{1-k} \quad (2.30)$$

Contudo, Durand (1937) sugeriu uma nova especificação que considerava o expoente de “C” determinado independentemente, ao invés de tratar a função como linearmente homogênea. Paul Douglas, seguindo tal sugestão, mudou a função para a formulação apresentada em (2.31):

$$P = bL^k C^j \quad (2.31)$$

Agora, com a nova formulação, todo o sistema pode operar em retornos crescentes, constantes, ou decrescentes de escala, dependendo do resultado do somatório de $k + j$ em relação à unidade (DOUGLAS, 1976).

Douglas (1976) usou séries de tempo para estimar funções de produção, sendo duramente criticado pela comunidade acadêmica, pois o uso de séries de tempo pode criar problemas advindos de uma eventual mudança da função de produção no tempo [quebra estrutural]. Em função disso, usou-se dados de indústrias individuais em anos específicos, a fim de sanar tal problema.

Contudo, Marschak e Andrews (1944) introduzem uma forma alternativa para representação de funções de produção em seu estudo da teoria da produção utilizando equações simultâneas. Tal representação tornou-se relativamente popular no meio acadêmico da época, sendo utilizada também por Zellner, Kmenta ET AL. (1966), a qual é demonstrada a seguir.

$$x_{0i} - \alpha_1 x_{1i} - \alpha_2 x_{2i} = \lambda_0 + v_{0i} \quad (2.32)$$

$$x_{0i} - x_{1i} = \lambda_1 + v_{1i} \quad (2.33)$$

$$x_{0i} - x_{2i} = \lambda_2 + v_{2i} \quad (2.34)$$

Onde,

O subscrito “i” refere-se a i-ésima firma;

$$x_{0i} = \ln X_i$$

$$x_{1i} = \ln L_i$$

$$x_{2i} = \ln K_i$$

$$\lambda_0 = \ln A$$

v_{0i}, v_{1i} e v_{2i} são perturbações estocásticas com medias zero e variâncias constantes.

$$\lambda_1 = \log \frac{wR_1}{p\alpha_1}; \text{ e } \lambda_2 = \log \frac{wR_2}{p\alpha_2} \text{ onde "w" são salários, "p" são preços, e o}$$

termo R_n equivale à possibilidade de erros sistemáticos provenientes das mais diversas razões, como por exemplo, institucionais. Assim sendo, se $R_1 + R_2 = 1$, tais erros são inexistentes.

Apesar de tal sofisticação, uma questão interessante proposta por Marschak e Andrews (1944) diz respeito às perturbações estocásticas do modelo, descrevendo-as como “eficiência técnica”, “conhecimento técnico”, e “esforço e sorte do empreendedor”. Nesse sentido, assume-se que as funções de produção de todas as firmas são idênticas, até um ponto onde há um diferencial de produtividade. Isso significa que os parâmetros de escala α_1 e α_2 são iguais para todas as firmas; mas o parâmetro A varia de firma para firma, [uma das primeiras interpretações da constante da função de produção Cobb-Douglas como indicante do status ou escala tecnológica]. Assim:

$$A_i = A_0 e^{v_{0i}} \quad (2.35)$$

Sendo que, A_0 é um parâmetro comum, e $e^{v_{0i}}$ é uma perturbação estocástica, denotando a presença de fatores aleatórios na produção, tais como “sorte”. Não obstante, tanto a função de produção de uma firma como sua função lucro serão estocásticas, mesmo com o conhecimento de A_i .

Após 1947, as críticas em relação à função de produção Cobb-Douglas começaram a cessar, e a formulação passou a ser amplamente utilizada.

A partir disso, Solow (1957) trata de mudanças tecnológicas e funções de produção agregadas, isto é, uma forma de segregar mudanças na função ou mudanças ao longo desta. Para tanto, faz uma modificação na especificação original:

$$Q = A(t)F(K, L) \quad (2.36)$$

Onde o fator $A(t)$ é uma variável de tendência temporal que será indicativo de mudanças cumulativas no tempo.

Utilizando dados norte-americanos de 1909 a 1949, e utilizando retornos crescentes de escala, baseado no pressuposto de que todos os fatores são remunerados por seus produtos marginais, o autor conclui que a mudança tecnológica no período foi neutra em média.

Já Zellner e Kmenta (1966) propõem um modelo de natureza estocástica. Em seu trabalho utilizam a função de produção Cobb-Douglas no âmbito de uma firma maximizadora de lucro [tal função proposta leva a novas implicações microeconômicas].

Mais especificamente, o modelo proposto pelos autores difere da formulação tradicional, pois o processo de produção é assumido não

instantâneo e não determinístico, bem como consideram que os empresários estão cientes disso. Assim sendo, a função de produção de uma firma “ i ” será:

$$X_i = AL_i^{\alpha_1} K_i^{\alpha_2} e^{u_i} \quad (2.37)$$

Onde u_i é o termo de perturbação estocástica, podendo ser resultante de fatores como tempo [clima], e variações imprevistas no desempenho de máquinas ou da força de trabalho.

Portanto, com a produção sendo assumida como estocástica. Assim, certa quantidade de *input* resultará em uma quantidade incerta de *output*. Isso possui uma implicação microeconômica muito interessante, pois se a função de produção é estocástica, a função lucro também será, como é demonstrado abaixo:

$$E(\pi) = pE(x) - wL - rK \quad (2.38)$$

$$E(x) = AL_i^{\alpha_1} K_i^{\alpha_2} e^{u_{\sigma 00}} \quad (2.39)$$

Onde,

“ w ” é o custo do trabalho;

“ r ” é o custo do capital;

“ p ” é o preço; e

$u_{\sigma 00}$ é a perturbação estocástica distribuída normalmente e com variância indicada por $\sigma 00$.

Ademais, Zellner, Kmenta *ET al.* (1966) ainda citam a questão da não independência das variáveis de *input* em relação aos termos de perturbação estocástica; resultando de viés e inconsistência dos parâmetros estimados.

Mundlak e Hoch (1965) também abordam a questão da transmissão da perturbação estocástica da função de produção para as variáveis de *input*, o que implica que estes não seriam independentes, e conseqüentemente, os parâmetros estimados na função de produção seriam inconsistentes [não convergiriam para seu valor real com o aumento da amostra].

Já em um novo contexto, Ulveling e Fletcher (1970), introduzem uma modificação no modelo Cobb-Douglas original, que considerava apenas capital e trabalho como *inputs* variáveis, com a adição de um terceiro fator produtivo. Tal modificação é feita com o propósito apresentar uma função com retornos variáveis de escala.

Dado que a Cobb-Douglas assume que a relação *input-output* pode ser descrita satisfatoriamente por elasticidades de produção constantes. Assim, a elasticidade unitária dos fatores de substituição não varia ao longo da função de produção (ULVELING e FLETCHER, 1970).

Contudo, a produção é possível com uma série de proporções de fatores e técnicas, como por exemplo, terra em pequenas unidades intensivas em trabalho, ou grandes lotes intensivos em capital. Nesse sentido, retornos de escala e elasticidades parciais de produção podem variar de acordo com diferentes técnicas de produção, sendo necessária a estimação de várias funções de produção para captar tais diferenças por meio da segmentação amostra, o que claramente introduz o problema de perda de valiosos graus de liberdade (ULVELING e FLETCHER, 1970).

Para equacionar tal problema, Ulveling e Fletcher (1970), propõem a adição de uma variável e assumem retornos variáveis de escala de acordo com o modelo (2.40).

$$Y = AX_1^{B_1} X_2^{B_2} X_3^{B_3} \quad (2.40)$$

Onde,

$$B_i = B_i(I)$$

Em que “I” é uma variável que influencia hipoteticamente retornos de escala e elasticidades parciais de produção, devendo ser escolhida caso a caso, de acordo com o problema estudado. Assim, rearranjando (2.40) com a utilização de logaritmos tem-se:

$$\ln Y = \ln A + B_1(I) \ln X_1 + B_2(I) \ln X_2 + B_3(I) \ln X_3 \quad (2.41)$$

Observando-se (2.41), a diferença básica em relação o modelo Cobb-Douglas tradicional é a interação entre as variáveis “X” e “I”, a qual afetará a elasticidade de produção e os retornos de escala (ULVELING e FLETCHER, 1970).

Note-se que a função modificada é passível de estimação por MQO, e permite que o pesquisador possa modelar diferentes tipos de técnicas de produção, bem como preservar graus de liberdade, já que não é necessária a segmentação da amostra (ULVELING e FLETCHER, 1970).

Seguindo os estudos sobre especificações da função de produção, Byron (1970) também desenvolve uma metodologia para testar a especificação de um modelo de produção, se Cobb-Douglas ou CES (Elasticidade de Substituição constante), no contexto de minimização de custos.

A despeito das questões relativas à especificação do modelo de produção, Doll (1974) aborda a questão exata (ou quase exata) multicolinearidade e estimação da função de produção, baseando-se no

modelo Cobb-Douglas. Mais especificamente, o autor estuda o efeito de multicolinearidade quando da agregação de *inputs*, e a inclusão da variável “gerenciamento” na função de produção [sendo que para os objetivos do presente trabalho, a questão do gerenciamento terá um maior enfoque].

Para Doll, (1974), diversos estudos foram conduzidos em funções de produção, especialmente na área de economia agrícola, em pequenas e grandes propriedades, mas também na manufatura. Assim sendo, tal diversidade de conjunturas estudadas carece de pressupostos distintos, sendo que, portanto, a maioria dos estudos contempla os usuais pressupostos:

- Variação percentual do *input* resulta numa variação idêntica no *output* para todas as firmas, portanto, os coeficientes de produção são idênticos para todas.
- Firma individual maximiza o lucro.
- Todas as firmas se defrontam com os mesmos preços de *inputs* e *outputs*

Dada a suposição de que todos os coeficientes de produção para as firmas são idênticos, todas estão em um caminho de expansão de longo prazo, e assim, as proporções de insumos utilizadas por elas são as mesmas. Isso faz com que o modelo Cobb-Douglas seja válido, mas desse fato, multicolinearidade emerge. E, nesses termos, tal fenômeno pode auxiliar a interpretação da inserção da variável gerenciamento.

Doll (1974) considera a questão do gerenciamento na função de produção como uma verdadeira “praga”. Contudo, é possível considerá-la em

estudos *cross-section* da mesma forma que a tecnologia é considerada em séries de tempo.

Tanto tecnologia quanto gerenciamento não podem ser considerados como *inputs* convencionais, mas possuem impacto substancial no *output*. Além disso, ambos variam entre firmas e são quantificáveis [tal questão será de suma importância para o desenvolvimento dos testes empíricos que serão realizados mais adiante].

Nesses termos, Doll (1974) propõe o seguinte modelo de produção:

$$Y_i = \beta_0 M_i X_{1i}^{\beta_1 + m_{1i}} X_{2i}^{\beta_2 + m_{2i}} e^{\varepsilon_i} \quad (2.42)$$

Onde,

M_i : Representa a eficiência do gestor e explica as diferenças de produtividade entre as firmas.

m_{1i} e m_{2i} : Representam os efeitos das habilidades gerenciais relacionadas com um tipo de *input* de forma mais eficiente que outra.

Considerando-se então um *input* fixo e, outra variável, M_i fará com que os gestores usem diferentes *inputs* variáveis, a alta ou exata multicolinearidade será destruída, apesar de não totalmente.

Considerando m_{1i} e m_{2i} como *inputs* gerenciais que são proporcionais aos *inputs* físicos, caso existam, não necessitam ser medidos, pois seu efeito é irrevogavelmente capturado pelo modelo. Contudo, caso não existam, o pesquisador irá incorrer em viés de especificação.

Para mais estudos envolvendo a estimação da função Cobb-Douglas na manufatura, é possível ver Griliches (1968), o qual também possui vasta publicação na área de funções de produção.

Alguns artigos apresentaram difícil entendimento, pois postulam conhecimentos específicos e avançados de teoria microeconômica, além de observar-se uma preponderância da utilização do modelo Cobb-Douglas para a modelagem da produção agrícola.

Observou-se, também, a abordagem das funções de produção relacionadas com a maximização de lucro, bem como foram perseguidas ao longo do tempo formas de sofisticar e tornar confiáveis a estimação de parâmetros, a exemplo, a questão da influência do erro nas variáveis de *input* e conseqüente viés e inconsistência dos estimadores de MQO. Nesses termos, é visível também a busca por especificações e variáveis que expliquem a complexidade dos sistemas produtivos.

Na próxima sessão, será exibida uma amostra dos principais estudos atuais na área de funções de produção.

2.7.2 – PESQUISA RECENTE EM FUNÇÕES DE PRODUÇÃO.

Em Beattie & Holt *et al.* (2002) é possível encontrar um estudo de revisão bibliográfica sobre os principais tópicos relacionados à teoria da produção.

Mais especificamente, desenvolvem a idéia de que no curto prazo as tecnologias de produção não são homogêneas, evidenciado pelos retornos de escala. Também exemplifica algumas aplicações gerais do teorema de Euler, e

por fim; discute que a não homogeneidade de curto prazo na função de produção é consistente com a homogeneidade de longo prazo.

Os autores discutem, também, que há uma visão restrita do coeficiente de Euler, pois cursos de teoria da produção atem-se apenas a retornos constantes e proporcionais, havendo confusão na especificação de homogeneidade linear de longo prazo em funções de produção de curto prazo. Apesar da não originalidade, o trabalho faz uma contribuição interessante no sentido de expor questões relativas ao atual entendimento da teoria da produção.

Em outra vertente, Thurston e Libby (2002) demonstram uma aplicação do uso de funções de produção na área da saúde, demonstrando o potencial de tal análise nas mais diversas áreas.

Tal estudo visa verificar a relação complexa entre os diferentes *inputs* de trabalho na área da saúde, como médicos, enfermeiros, técnicos, e pessoal administrativo. Para tanto, propõe um função de produção mais generalista, capaz de captar tais complexidades.

Uma forma de observar uma função de produção para a área da saúde é apresentada em (2.38):

$$Q = f(x) = f[H(z), x_1, x_2, x_3, \dots, x_k] \quad (2.43)$$

Onde,

Q : É o produto da prática médica, representado, por exemplo, pelo número de pacientes tratados.

$H(z)$: Horas de trabalho do médico.

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$: São outros inputs de trabalho.

Apesar do grande uso da função *translog* na área da saúde, Thurston e Libby (2002) optam pela utilização da função de produção linear generalizada, dado que a função *translog* não permite que nenhum dos inputs assumam o valor “zero”.

Fora das áreas ligadas à engenharia e economia, (Wilson, 2001) discute a questão de indivíduos maximizadores respondendo a incentivos econômicos, e faz uma revisão sobre a literatura referente a funções de produção na área da educação.

Ainda estudando modelagem de fenômenos educacionais, Todd e Wolpin (2003) desenvolvem uma função de produção para desenvolvimento cognitivo, refletindo a noção teórica de que o desenvolvimento cognitivo infantil segue um processo cumulativo.

Já retornando às questões econômicas, Klump e Preissler (2000) discutem as inconsistências e controvérsias relacionadas ao uso da função de produção CES em modelos de crescimento. Assim sendo, examinam a relação entre elasticidade de substituição e crescimento econômico.

Os autores verificam o uso de diferentes versões da CES para a modelagem do crescimento econômico, encontrando contradições nos resultados, no que tange à velocidade de convergência e taxa de crescimento de longo prazo. Tal fato evidenciava a influência da elasticidade de substituição entre fatores no crescimento.

Quanto aos fatores determinantes para a elasticidade de substituição, é possível citar:

- Poder de sindicatos
- Forças competitivas internas e externas
- Sistema monetário e financeiro eficientes
- Instituições privadas promovendo difusão do conhecimento

Por meio da utilização de um simples modelo neoclássico, Klump e Preissler (2000) demonstram que uma maior elasticidade de substituição torna mais provável a emergência de um crescimento sustentável; bem como leva a maiores taxas de crescimentos de longo prazo.

No Brasil, em busca realizada na base Scielo, é possível citar Soares et. al. (2004) que estimam a função de produção da indústria brasileira de celulose, utilizando capital, trabalho e terra como variáveis explicativas num modelo Cobb-Douglas tradicional linearizado e, portanto estimado por MQO.

O artigo de Soares et. al. (2004) encontra a existência de retornos constantes de escala para a função de produção, bem como a observação de que os fatores terra, trabalho e capital são utilizados no segundo estágio de produção, visto que as elasticidades tanto da terra quanto do trabalho e do capital são maiores que zero e menores que a unidade. Não obstante, via estimação dos parâmetros dos fatores, conclui que os fatores terra e trabalho contribuíram mais intensivamente para a determinação da quantidade produzida de celulose.

Já Gartner et. al. (2009) desenvolvem um trabalho sobre os investimentos em tecnologia da informação (TI) e seu efeito na produtividade e incremento de receita no contexto de empresas nacionais. Para tanto, os autores também utilizam um modelo baseado na função Cobb-Douglas, e

demonstram que tal efeito dos investimentos em TI é positivo para as receitas. O texto aborda e investiga um possível paradoxo de produtividade entre receitas e investimento em TI, que apesar de extremamente importante, é pouco abordado na literatura. Assim, para a amostra de empresas utilizada, os autores refutam a hipótese de existência de paradoxo de produtividade (visto o efeito positivo do TI para as receitas).

Assim, para seus propósitos, os autores modificam a função de produção Cobb-Douglas original de forma a relacionar o produto a *inputs* de tecnologia, como é demonstrado em (2.44).

$$Y_i = A L_i^\alpha K_{1i}^{\beta_1} K_{2i}^{\beta_2} K_{3i}^{\beta_3} \quad (2.44)$$

Onde,

A = Constante

Y_i = produção anual vendida;

L_i = é o número de pessoas empregadas na área de TI;

K_{1i} = é valor do investimento anual em tecnologia da informação;

K_{2i} = é o valor do estoque físico de hardware constituído por microcomputadores e periféricos;

K_{3i} = é o valor do estoque físico de hardware constituído por servidores;

Tal função linearizada será:

$$\ln Y_i = \ln A + \alpha \ln L_i + \beta_1 \ln K_{1i} + \beta_2 \ln K_{2i} + \beta_3 \ln K_{3i} \quad (2.45)$$

Estimando o modelo de dados longitudinais sobre o pressuposto de efeitos fixos, Gartner et. al. (2009) encontram retornos decrescentes de escala e refutam a hipótese do paradoxo de produtividade, dada a identificação de uma relação significativa e positiva entre o acréscimo dos investimentos em tecnologia da informação e o acréscimo na produção das empresas analisadas.

Portanto, observa-se que atualmente, os estudos em funções de produção estão altamente dispersos nas mais diversas áreas e enfoques, denotando a ampla difusão dos conceitos e aplicações relacionados às funções de produção.

Contudo, apenas um artigo (nacional) recente encontrado contemplava as questões de gerenciamento, tecnologia, ou P&D. Em função disso, adicionou-se uma nova sessão que irá tratar especificamente de estudos que relacionam funções de produção às variáveis em questão.

2.7.3 – FUNÇÕES DE PRODUÇÃO COM P&D OU GERENCIAMENTO.

Iniciando a revisão, o primeiro artigo encontrado na base ISI trata da introdução da variável gerenciamento na função de produção, testando especificações Cobb-Douglas, CES, e translog (Mefford, 1986).

Mefford (1986) argumenta que muitos autores utilizam variáveis proxy para mensuração do gerenciamento, como experiência e educação dos gestores, que apesar de relacionadas com o gerenciamento, não capturam seu real efeito. Nesse sentido, o artigo desenvolve um modelo de função de produção que incorpora a variável gerenciamento, bem como testa a validade dos pressupostos de monotonicidade e quase-concavidade, relativos a todas

as formas funcionais das funções de produção, por meio de um método de programação linear não paramétrico. A variável “materiais” (matéria-prima) não é adicionada, pois segundo Griliches e Ringstad (1971) apud Mefford (1986), há grande viés de simultaneidade entre o produto e a variável “materiais”. Por essa razão, não inclui tal variável na função proposta. Como variável capital, considera o fluxo de depreciação e renda de máquinas e equipamentos; trabalho é medido em horas diretamente dispensadas na produção. Contudo, adicionalmente, o artigo introduz um ajuste relativo à eficiência do capital e do trabalho, por meio de interação entre variáveis. Assim,

$$\ln \tilde{K} = \ln K + (TECH) \ln K \quad (2.47)$$

$$\ln \tilde{L} = \ln L + (\ln SKILL) \ln L \quad (2.48)$$

Onde,

TECH é uma variável Dummy, a qual representa o nível tecnológico da planta, e SKILL representa o nível de habilidade e capacitação da força de trabalho.

Já a variável gerenciamento é medida pela classificação de desempenho de cada empresa observada, de acordo com os critérios de realização de objetivo, custo, e qualidade do produto.

Além do gerenciamento, o autor também inclui uma variável de tendência temporal (t) para controlar possíveis mudanças tecnológicas; além de duas variáveis *dummy* que identificariam se a empresa é de grande ou pequeno porte.

Nesses termos, o artigo estima a relação entre o produto e variáveis já citadas por meio das formas funcionais Cobb-Douglas, CES, e *translog* (translogaritmica), que são mostradas respectivamente a seguir:

Cobb-Douglas

Assume elasticidade de substituição constante e igual a um.

$$\ln Q = \ln C + \alpha_1 \ln K + \alpha_2 \ln L + \sum_{i=1}^r \delta_i Z_i \quad (2.49)$$

Onde,

C = constante

K = Capital

L = Trabalho

CES

Tal função assume elasticidade de substituição constante entre os fatores de produção e progresso técnico neutro.

$$\ln Q = \ln C + \alpha_1 \ln K + \alpha_2 \ln L + \theta_1 [\ln K - \ln L]^2 + \sum_{i=1}^r \delta_i Z_i \quad (2.50)$$

Translog

É a mais generalista das três formas.

$$\ln Q = \ln C + \alpha_1 \ln K + \alpha_2 \ln L + \gamma_1 [\ln K]^2 + \gamma_2 \ln K \ln L + \gamma_3 [\ln L]^2 + \sum_{i=1}^r \delta_i Z_i \quad (2.51)$$

Onde,

Z_i = Representa o conjunto de variáveis adicionais citadas, como gerenciamento, tempo, e tamanho.

Após estimar os modelos, Mefford (1986) encontra que mesmo especificações restritivas como a Cobb-Douglas obtiveram aderência tão boa quanto as outras, e afirma que a inclusão da variável gerenciamento é desejável no estudo de funções de produção. Ainda, afirma que a omissão da variável gerenciamento, deixaria boa parte da variável produto sem explicação, bem como acarretaria viés de especificação nos parâmetros estimados das outras variáveis.

Apesar de não tratar diretamente de especificações e formas de mensurar variáveis como gerenciamento, ou P&D, (Mundlak, 1961) também considera a omissão da variável “gerenciamento” como fonte de viés dos parâmetros estimados. Ele também afirma que o gerenciamento não é algo que varie consideravelmente ao longo do tempo, e também é diferente para cada firma individual, resultando assim, em diferentes interceptos, mas com uma mesma declividade, [tal qual o modelo de regressão por efeitos fixos, onde as diferenças entre as firmas são captadas pelo intercepto da função estimada].

Feito isso, ele desenvolve uma forma de estimar a função de produção que considera essas diferenças entre unidades produtivas, dentre elas o gerenciamento, de forma a computar os parâmetros livres de qualquer viés, mas sem a necessidade de adicionar alguma variável “gerenciamento”.

Estimando-se uma função para a agricultura familiar em Israel, Mundlak (1961) demonstra a diferença de viés no modelo proposto em relação ao

modelo original não modificado de funções de produção. Contudo, adiciona que existe a possibilidade de em seu estudo, as diferenças encontradas entre as unidades produtivas não serem apenas de gerenciamento, mas também, de outros fatores que afetariam a produtividade das fazendas, como condições climáticas ou geográficas.

Abordando uma questão um pouco diferente dos objetivos do presente trabalho, Acs, Audretsch *et al.* (1994) utiliza um modelo de função de produção para explicar como ocorre a inovação em firmas de pequeno porte. Portanto, seu modelo é demonstrado em (2.47), a seguir:

$$I = CRD_{si}^{\beta_1} UR_{si}^{\beta_2} (UR_{si} GC_{si})^{\beta_3} e_{si} \quad (2.52)$$

Onde,

I = Produto da inovação.

CRD = Gasto de empresas privadas em P&D.

UR = Gasto com P&D empreendido em universidades.

Nota-se, também, que “s” representa o espaço e o nível de produto da firma, bem como a existência de uma interação de variáveis, no modelo.

Tal pesquisa conclui que as pequenas empresas são receptoras de P&D gerado por grandes corporações, isto é, explorando tal conhecimento e, também, de universidades. (ACS, AUDRETSCH ET AL.1994).

Este capítulo apresentou os principais conceitos relativos à teoria da produção, com ênfase em funções de produção, especialmente o modelo Cobb-Douglas, bem como sua relação com outros conceitos microeconômicos.

No capítulo três, serão demonstrados os principais conceitos econométricos necessários ao entendimento e estimação dos modelos a serem propostos.

CAPITULO 3 – CONCEITOS DE ECONOMETRIA

3.1 – CONCEITOS BÁSICOS DE ECONOMETRIA

A econometria consiste de técnicas de estimação utilizadas nas mais diversas aplicações, existindo ainda um imenso campo de aplicações não exploradas. Não obstante, a econometria é amplamente usada para estudos econômicos, dada sua capacidade de lidar com fenômenos inexatos, especialmente aqueles que envolvem o fator humano.

Gujarati (2000) define a econometria como uma ciência autônoma que utiliza o ferramental de teoria econômica, matemática e inferência estatística para a análise de fenômenos econômicos. Mais especificamente, utilizam-se as técnicas de regressão e suas respectivas formas de análise para mensurar, validar e analisar relações econômicas.

É possível encontrar em algumas obras de cunho introdutório as técnicas econométricas em uma abordagem algébrica. Contudo, o trato matricial das formas de estimação é igualmente interessante, pois facilita os cálculos quando da inclusão de muitas variáveis explicativas.

Assim sendo, Sartoris (2003) demonstra o cálculo dos parâmetros para uma regressão por mínimos quadrados ordinários (MQO), a partir do sistema de equações baseado em uma amostra de n observações:

$$\begin{aligned}
Y_1 &= \beta_1 + \beta_2 X_{21} + \beta_3 X_{31} + \dots + \beta_k X_{k1} + e_1 \\
Y_2 &= \beta_1 + \beta_2 X_{22} + \beta_3 X_{32} + \dots + \beta_k X_{k2} + e_2 \\
&\vdots \\
Y_n &= \beta_1 + \beta_2 X_{2n} + \beta_3 X_{3n} + \dots + \beta_k X_{kn} + e_n
\end{aligned} \tag{3.1}$$

Que na forma matricial produz:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{21} & X_{31} & \dots & X_{k1} \\ 1 & X_{22} & X_{32} & \dots & X_{k2} \\ 1 & X_{23} & X_{33} & \dots & X_{k3} \\ \vdots & & & & \\ 1 & X_{2n} & X_{3n} & \dots & X_{kn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix} \tag{3.2}$$

Onde, a matriz Y é $(n \times 1)$; X é $(n \times k)$; β é $(k \times 1)$, e a matriz de e é $(n \times 1)$. Tal forma matricial pode ser expressa pela equação (3.3).

$$Y = X\beta + e \tag{3.3}$$

Assim sendo, a formulação para mínimos quadrados ordinários será:

$$e = Y - X\beta \tag{3.4}$$

Elevando-se a equação ao quadrado para eliminar-se os números negativos obtém-se:

$$e'e = (Y - X\beta)'(Y - X\beta) \tag{3.5}$$

Manipulando (3.5) e minimizando a equação em relação a β obtém-se a fórmula que retorna o vetor dos estimadores de mínimos quadrados ordinários, dado pela equação (3.6).

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y \tag{3.6}$$

Sartoris (2003) salienta que a matriz $X'X$ seja inversível para a existência do vetor de parâmetros estimados, isto é, não pode haver

combinação linear entre nenhuma das colunas da matriz X , o que impossibilitaria a inversão da matriz.

3.1.1 – Propriedades estatísticas dos estimadores MQO: O teorema de Gauss-Markov

Os estimadores de MQO apresentam, segundo Gujarati (2000), algumas propriedades interessantes. Mais especificamente, são ditos MELNV, sigla que significa “melhor estimador linear não-viesado”. E é possível explicar tais características da seguinte forma:

- Linear: É função linear de uma variável aleatória (tal qual Y no modelo e regressão linear simples).
- Não-viesado: O valor médio esperado do estimador $\hat{\beta}$ é igual ao seu valor verdadeiro.
- Eficiente: Possui variância mínima entre os estimadores lineares não viesados.

É interessante observar que tais propriedades são assintóticas, ou seja, são válidas para grandes amostras.

3.1.2 – Hipóteses subjacentes ao modelo clássico de regressão linear (MCRL)

Além de obter os betas estimados, um dos principais objetivos da econometria é fazer inferência sobre os verdadeiros betas. Para tanto, devemos postular certas hipóteses relativas ao modo pelo qual os $\hat{Y}$ são

gerados, a fim de fazer inferência estatística. Tais hipóteses são encontradas em Sartoris (2003). Dentre as principais teremos:

Hip. 1: Erro em média é $= 0$

Hip. 2: Erros são normalmente distribuídos

Hip. 3: Os X_i são fixos, ou seja, não estocásticos.

Hip. 3' :As variáveis independentes são exógenas, isto é, $E(u_i x_i) = 0$ (os X_i não são correlacionados com os erros)

Hip. 4: Homoscedasticidade: significa “igual dispersão”. Postula que a variância dos erros é igual para todas as observações

Hip. 5: Não existe autocorrelação entre os erros

Hip. 6: Nenhuma variável independente é combinação linear das outras.

O conhecimento das hipóteses do modelo clássico de regressão linear é importante para que se compreenda alguns problemas que podem ocorrer quando da violação de alguns desses pressupostos. Na ocorrência disso, são necessárias algumas medidas corretivas ou formas de estimação alternativas que mantenham as propriedades estatísticas do teorema de Gauss-Markov nos estimadores.

Os problemas mais conhecidos resultantes da violação de tais hipóteses são a heteroscedasticidade e a autocorrelação entre os erros. Apesar de possuírem técnicas de detecção e correção, podem ser automaticamente evitados por meio da estimação por mínimos quadrados generalizados (MQG), a qual será usada adiante nos testes realizados no Capítulo 5.

3.2 – MÍNIMOS QUADRADOS GENERALIZADOS (MQG)

Caso ocorra a violação das hipóteses quatro e cinco citadas anteriormente, os estimadores de MQO apresentarão alguns problemas. No caso de heteroscedasticidade, os estimadores ainda serão consistentes e não-viesados; contudo, não possuem mais a mínima variância. Já com autocorrelação entre os erros, a situação é análoga à da heteroscedasticidade; porém, caso existam variáveis dependentes defasadas como regressores, os estimadores tornam-se viesados e inconsistente (SARTORIS, 2003).

Assim sendo, um método de estimação capaz de lidar com esses problemas é o método dos mínimos quadrados generalizados (MQG). Se considerado o pressuposto de perturbações esféricas em um modelo, isto é, ausência de autocorrelação entre os erros e heteroscedasticidade, obtém-se, segundo Greene (2002):

$$Var[e_i | X] = \sigma^2, \text{ para todo } i = 1, \dots, n \quad (3.7)$$

e

$$Cov[e_i, e_j | X] = 0, \text{ para todo } i \neq j \quad (3.8)$$

Dado isso, é possível expressar a matriz de variância-covariância dos erros, que pode ser expressa por:

$$Var(e) = E[ee' | X] \quad (3.9)$$

Que decorre do fato da hipótese dos erros possuírem valor esperado condicional igual a zero. Portanto, a matriz de variância será:

$$E[ee' | X] = \begin{bmatrix} E[e_1 e_1 | X] & E[e_1 e_2 | X] & \cdots & E[e_1 e_n | X] \\ E[e_2 e_1 | X] & E[e_2 e_2 | X] & & \\ \vdots & & \ddots & \\ E[e_n e_1 | X] & & & E[e_n e_n | X] \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$$E[ee' | X] = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & & & \sigma^2 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$E[ee' | X] = \sigma^2 I \quad (3.12)$$

Contudo, o modelo de MQG, quando existe autocorrelação ou heteroscedasticidade, apresenta diferenças na matriz de variância. Portanto, o modelo de MQG será:

$$Y = X\beta + e \quad (3.13)$$

$$E[e | X] = 0$$

$$E[ee' | X] = \sigma^2 \Omega = \Sigma$$

Nesses termos é possível afirmar, que a matriz de variância-covariância $\sigma^2 I$ é um caso especial de $\sigma^2 \Omega$. Caso exista heteroscedasticidade, a matriz $\sigma^2 \Omega$ será:

$$\sigma^2 \Omega = \sigma^2 \begin{bmatrix} w_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & w_{22} & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & & & w_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & & & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

É importante destacar que os termos da diagonal principal não são constantes (DAVIDSON E MACKINNON, 2004).

Já na existência de autocorrelação, mais comum em séries temporais, a matriz $\sigma^2\Omega$ será:

$$\sigma^2\Omega = \sigma^2 \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{n-1} \\ \rho_1 & 1 & \cdots & \rho_{n-2} \\ \vdots & & \ddots & \\ \rho_{n-1} & \rho_{n-2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Com heteroscedasticidade e autocorrelação simultaneamente, fato que ocorre especialmente em modelos com dados em painel, tem-se para “n” observações:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdots & \sigma_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

$$\Omega = \Sigma \otimes I \quad (3.17)$$

E,

$$\Omega^{-1} = \Sigma^{-1} \otimes I \quad (3.18)$$

Por fim, denotando o ij-ésimo elemento de Σ^{-1} por σ^{ij} , obtem-se a seguinte fórmula para o cálculo dos estimadores por MQG:

$$\hat{\beta}_{MQG} = [X'\Omega^{-1}X]^{-1}X'\Omega^{-1}Y \quad (3.19)$$

Não obstante, tal estimador será de grande USP para a estimação de modelos de dados em painéis de efeitos aleatórios.

3.3 - DADOS EM PAINEL

Dados em painel, também conhecidos como dados longitudinais, referem-se a um conjunto de N entidades observadas cada uma em T períodos no tempo; e nesse caso, observa-se um painel equilibrado. Contudo, se houver a falta de ao menos um período no tempo T para pelo menos uma entidade N , tem-se um painel desequilibrado (STOCK & WATSON, 2004).

Para a estimação de dados longitudinais utiliza-se uma técnica especial, pois é necessário levar em conta o efeito da heterogeneidade individual assumida entre as unidades, bem como controlar as variáveis omitidas no modelo quando elas variam de entidade para entidade, mas são constantes ao longo do tempo (STOCK & WATSON, 2004); (GREENE, 2002).

Assim sendo, algebricamente, um modelo econométrico para dados em painel pode ser da seguinte forma:

$$Y_{it} = \beta_1 + \beta_2 X_{it} + \beta_3 Z_i + \varepsilon_{it} \quad (3.20)$$

Onde,

$$i = 1, 2, \dots, N$$

$$t = 1, 2, \dots, T$$

Em Stock & Watson (2004), na equação (3.20), observa-se uma variável Z_i a qual varia de uma entidade N para outra, mas não ao longo do tempo. Assim sendo, em um modelo com efeitos fixos, há um intercepto para cada entidade, que podem ser representados por um conjunto de variáveis binárias (dummy) que absorvem o efeito das variáveis omitidas de uma entidade para outra.

Portanto, o objetivo é estimar β_1 representativo do efeito fixo de X sobre Y, mantendo-se constantes as informações não observadas Z_i , de uma entidade N para outra, e assim, é possível interpretá-lo como dotado de N interceptos. Dessa forma:

$$\alpha_i = \beta_1 + \beta_2 Z_i \quad (3.21)$$

E o modelo modifica-se adquirindo a seguinte especificação:

$$Y_{it} = \beta_2 X_{it} + \alpha_i + \varepsilon_{it} \quad (3.22)$$

Onde α_i são interceptos a serem estimados para cada entidade individual.

O coeficiente de declividade da população total é o mesmo para todas as entidades, mas o intercepto varia de entidade para entidade, de acordo com a variável Z_i .

Assim sendo, os interceptos para cada entidade individual podem ser expressos no modelo por meio de variáveis binárias, que captam os interceptos de cada entidade N individual. Deste modo, obtém-se o seguinte modelo:

$$Y_{it} = \beta_1 + \beta_2 X_{it} + \alpha_1 d1_i + \alpha_2 d2_i + \alpha_3 d3_i + \dots + \alpha_n dn_i + \varepsilon_{it} \quad (3.23)$$

Onde,

$d1_i = 1$, quando $i = 1$, e zero, caso contrário.

Em Greene (2002), encontra-se a contrapartida matricial da equação (3.23):

$$Y = X\beta + D\alpha + \varepsilon \quad (3.24)$$

Que pode ser indicada por:

$$Y = [X \quad d1 \quad d2 \quad \dots \quad dn] \begin{bmatrix} \beta \\ \alpha \end{bmatrix} + \varepsilon \quad (3.25)$$

Assim, o estimador dos parâmetros da regressão por efeitos fixos, também conhecidos por mínimos quadrados com variáveis *dummy* (LSDV¹¹) é dado por:

$$\hat{\beta}_{EF} = (X' M_D X)^{-1} X' M_D Y \quad (3.26)$$

Onde, M_D é a matriz de projeção dada por (3.11):

$$M_D = I - D(D'D)^{-1}D' \quad (3.27)$$

Mais especificamente, uma matriz de projeção é aquela que quando pré-multiplicada pelo vetor da variável dependente, produz os valores ajustados da regressão por MQO de Y sobre D.

Como exemplo, considere (3.28).

$$\hat{Y} = X\beta \quad (3.28)$$

$$\hat{Y} = X(X'X)^{-1}X'Y \quad (3.29)$$

$$\hat{Y} = PY \quad (3.30)$$

Onde “P” é a matriz de projeção.

Portanto, a eventual omissão da variável binária que identifica as diferentes unidades no painel faria com que os estimadores de mínimos quadrados ordinários fossem viesados, e também inconsistentes, isto é, não convergindo para o seu valor real com o aumento da amostra (GREENE, 2002).

¹¹ Least squares dummy variables

3.3.1 - Efeitos Aleatórios

Diferentemente da regressão por efeitos fixos, se a heterogeneidade individual não for correlacionada com as variáveis explicativas do modelo, surgirá no modelo um componente aleatório, similar à perturbação estocástica que é estimada de forma ineficiente por mínimos quadrados ordinários (GREENE, 2002).

Assim, considerando-se um modelo de regressão múltipla:

$$Y_{it} = \alpha_i + \beta_2 X_{2it} + \beta_3 X_{3it} + \varepsilon_{it} \quad (3.31)$$

$$Y_{it} = \beta_2 X_{2it} + \beta_3 X_{3it} + (\alpha_i + \varepsilon_{it}) \quad (3.32)$$

$$\text{Se } (\alpha_i + \varepsilon_{it}) = u_{it}$$

O modelo será:

$$Y_{it} = \beta_2 X_{2it} + \beta_3 X_{3it} + u_{it} \quad (3.33)$$

Onde é possível observar que parte do termo de erro é constante para cada unidade e, portanto, não é possível dizer que não haja correlação entre os erros. Disso decorre a ineficiência da estimação por MQO.

Por essa razão, é necessário estimar o modelo de efeitos aleatórios por mínimos quadrados generalizados; mas também é possível que a estimação seja feita por máxima verossimilhança (DAVIDSON E MACKINNON, 2004).

3.3.2 - Teste de Hausman

A escolha entre qual modelo utilizar pode ser feita pelo teste de Hausman, o qual afirma que o modelo estimado, utilizando-se efeitos fixos, não

se diferencia do modelo estimado por efeitos aleatórios; e a estatística do teste segue assintoticamente uma distribuição qui-quadrado (GUJARATI, 2004).

Greene (2002) afirma que no teste, a covariância de um estimador eficiente e sua diferença para um estimador ineficiente é zero e, portanto:

$$Cov[(b - \hat{\beta}), \hat{\beta}] = Cov[b, \hat{\beta}] - Var[\hat{\beta}] = 0 \quad (3.34)$$

Ou

$$Cov[b, \hat{\beta}] = Var[\hat{\beta}] \quad (3.35)$$

Inserindo (3.35) na formulação $Var[b - \hat{\beta}]$ tem-se:

$$Var[b - \hat{\beta}] = Var[b] - Var[\hat{\beta}] = \psi \quad (3.36)$$

Assim, a estatística qui-quadrado do teste será:

$$W = \chi^2[K - 1] = [b - \hat{\beta}]' \hat{\Psi}^{-1} [b - \hat{\beta}] \quad (3.37)$$

Onde $\hat{\Psi}$ é a declividade da matriz de covariância estimada pelo método LSDV e a matriz de covariância estimada no modelo de efeitos aleatórios excluindo-se a constante; e $k - 1$ são os graus de liberdade.

Existe também o teste de Hausman robusto (teta). Contudo, sua aplicabilidade em painéis desbalanceados é bem mais complexa, [sem adicionar grande confiabilidade] (CAMERON e TRIVEDI, 2009). Assim sendo, como o presente estudo utilizará um painel desbalanceado, será conduzido um teste de Hausman clássico.

3.3.3 – Vantagens e desvantagens no uso de dados longitudinais.

Os dados longitudinais, por sua especificidade, possuem algumas vantagens e desvantagens para a análise econométrica, as quais serão citadas a seguir, de acordo com HSIAO (1990).

A primeira e mais clara vantagem na utilização de dados em painel é o aumento do número de observações em uma amostra, onde cada unidade é observada por um período de tempo.

Outra vantagem é que os dados longitudinais podem auxiliar na interpretação de um modelo. Por exemplo, se um modelo diz que as mulheres representam 50% da força de trabalho, os dados em painel respondem se esses 50% são relativos ao tempo dentro da força de trabalho, ou se não há essa questão temporal.

Considerando agora questões mais próximas do estudo a ser descrito no presente trabalho, como demonstrado em (3.38), geralmente existe o problema da colinearidade entre as variáveis explicativas defasadas. Portanto, a variável explicativa com uma defasagem, terá colinearidade com a variável explicativa com duas defasagens e assim por diante.

$$Y_t = \beta_0 + \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i X_{t-i} + u_t \quad (3.38)$$

Assim, se há apenas a disponibilidade de dados *cross-section* ou de séries temporais, não é possível obter estimadores eficientes para o modelo proposto.

A partir da disponibilidade de dados em painel, as diferenças entre indivíduos reduzem a colinearidade entre as variáveis explicativas. Ademais, a

extensão do tempo no painel (usualmente tratado como “T” do painel) impõe uma restrição ao número de parâmetros de defasagem a serem estimados, o que impossibilita a estimação *ad hoc* da extensão da defasagem.

Portanto, o uso de dados em painel é interessante para a diminuição da magnitude de problemas econômicos encontrados em estudos empíricos, bem como possibilita previsões mais corretas a nível individual.

Para o estudo descrito no Capítulo 5 as vantagens de dados em painel superam as desvantagens a serem citadas adiante, dada a conjuntura encontrada na feitura do estudo.

A principal desvantagem no uso de dados em painel é o viés de heterogeneidade. Isso ocorre quando fatores peculiares e importantes de um dado indivíduo são esquecidos, a função de distribuição de probabilidade utilizada para a geração da variável dependente não é mais realista. Assim, a não captura de tais efeitos individuais existentes nas unidades *cross-section* e temporais pelas variáveis explicativas pode levar à heterogeneidade dos parâmetros estimados. Dado (3.39).

$$y_{it} = \alpha_i^* + \beta_i x_{it} + \mu_{it} \quad (3.39)$$

Onde,

$$\begin{aligned} i &= 1, 2, \dots, N \\ t &= 1, 2, \dots, T \end{aligned} \quad (3.40)$$

Os parâmetros α_i^* e β_i são constantes no tempo, mas diferentes entre unidades. Seguindo esse pressuposto, dois casos podem distorcer a estimação por mínimos quadrados:

Intercepto heterogêneo e coeficiente angular homogêneo:

$$(\alpha_i^* \neq \alpha_j^*) \text{ e } (\beta_i^* = \beta_j^*) \quad (3.41)$$

Ou Intercepto heterogêneo e coeficiente angular heterogêneo:

$$(\alpha_i^* \neq \alpha_j^*) \text{ e } (\beta_i^* \neq \beta_j^*) \quad (3.42)$$

Nesses casos, MQO não deve ser utilizado, e eis que se observa a emergência do viés de heterogeneidade.

3.4 – MODELO DINÂMICO: O MODELO DE DEFASAGEM DISTRIBUÍDA.

A adição de uma variável defasada em um modelo econométrico decorre normalmente da necessidade de adequação teórica do modelo. Assim sendo, um modelo de defasagem distribuída será aquele que apresentar não apenas variáveis correntes explicativas, mas também valores defasados (passados) de tal variável (GUJARATI, 2000).

Nos modelos dinâmicos, diferentemente do que ocorre no modelo clássico de regressão linear, onde os efeitos marginais são imediatos, o impacto das variáveis independentes no equilíbrio da dependente possui caráter temporal (GREENE, 2002).

Assim, uma mudança na variável independente “X” em qualquer ponto do tempo afetará $E[y_s | x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-i}]$ em todos os períodos posteriores. Contudo, tais modelos normalmente são construídos de modo que a influência de “X” em “Y” cessa após alguns períodos (GREENE, 2002).

Portanto, um modelo de defasagem distribuída pode apresentar a seguinte forma:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \beta_2 X_{t-1} + \beta_3 X_{t-2} + \cdots \beta_i X_{t-i} + u_t \quad (3.43)$$

Reescrevendo o modelo em um formato mais geral obtém-se:

$$Y_t = \beta_0 + \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i X_{t-i} + u_t \quad (3.44)$$

Tal modelo pode ter infinitas defasagens, sendo conhecido por modelos de defasagens infinitas. Contudo, tal qual dito anteriormente, tais modelos costumam apresentar um número pequeno de defasagens.

Observando a equação (3.44), apresentada na forma estocástica, é possível fazer algumas suposições sobre as propriedades estatísticas de seus termos, as quais não diferem do que ocorre no modelo clássico de regressão linear. Portanto:

$$E(u_t) = 0$$

$$Var(u_t) = \sigma^2$$

$$Cov(u_t, u_{t-1}) = 0$$

É necessário salientar, tal qual se encontra em Hill et. al. (2003), que no caso de uma amostra “ T ” observações sobre Y_t e X_t ; em um modelo dinâmico com “ i ” defasagens, só estarão disponíveis $T - i$ observações completas, dada a perda de i observações ocasionadas pelas defasagens criadas.

3.4.1 - Porque defasagem distribuída?

Segundo Gujarati (2000), o termo “distribuída” é relativo ao efeito não imediato na variável dependente resultante de uma mudança na variável independente.

Por exemplo, considerando-se uma função consumo keynesiana, caso haja um aumento permanente da renda pessoal disponível (variável independente no modelo), não haverá um aumento imediato no consumo resultante da totalidade do aumento na renda. Na verdade, os indivíduos poderiam tender a não gastar todo seu dinheiro disponível imediatamente.

Baseado nisso, Gujarati (2000) demonstra que o efeito no consumo resultante de um aumento na renda se distribui ao longo do tempo. Deste fato decorre o termo “distribuída”. Nesses termos, a função consumo hipotética com defasagem distribuída seria:

$$Y_t = \beta_0 + 0,4X_t + 0,3X_{t-1} + 0,2X_{t-3} + u_t \quad (3.45)$$

Na função (4.13), o consumo aumenta em média 40% no primeiro período, 30% no segundo, e 20% no terceiro, dado um aumento na renda.

É possível perceber, portanto, que nesse tipo de modelo econométrico, existem efeitos de curto, médio, e longo prazos. Nesses termos, o coeficiente β_0 é conhecido como multiplicador de curto prazo, ou de impacto, pois denota o efeito imediato de uma alteração na variável explicativa na variável dependente.

É possível ter também o efeito cumulativo em “ j ” períodos, também conhecido como multiplicador intermediário, denotado em Greene (2002) por:

$$\beta_j = \sum_{i=0}^j \beta_i \quad (3.46)$$

Por fim, somando todos os coeficientes de regressão da equação estimada, obtém-se o multiplicador de defasagem distribuída de longo prazo, ou total, que novamente, segundo Greene (2002) será:

$$\beta = \sum_{i=1}^{\infty} \beta_i \quad (4.47)$$

Greene (2002) apresenta um gráfico que exibe o efeito de curto a longo prazo das defasagens, no contexto de um modelo de oferta e demanda por gasolina. Assim, um aumento no preço da gasolina em um período “ t ”, afetará a demanda da seguinte forma:

Gráfico 19 – Exemplo de defasagem distribuída¹².

Como os coeficientes de defasagem são coeficientes de regressão, sua escala será determinada pela escala das variáveis no modelo. Assim, é possível obter um coeficiente ponderado, ou padronizado (GREENE, 2002):

$$w_i = \frac{\beta_i}{\sum_{j=0}^{\infty} \beta_j} \quad (3.48)$$

E,

$$\sum_{i=0}^{\infty} w_i = 1 \quad (3.49)$$

Deste modo, o modelo pode ser reescrito da forma apresentada em (3.50).

$$Y_t = \alpha + \beta \sum_{i=0}^{\infty} w_i X_{t-i} + u_t \quad (3.50)$$

E, de acordo com essa formulação, a defasagem média será:

$$\sum_{i=0}^{\infty} w_i = i w_i^2 \quad (3.51)$$

É possível observar a multiplicidade de conceitos correlatos ao modelo de defasagem distribuída e as várias formulações alternativas para o modelo. Contudo, a teoria relativa a tais modelos não se resume ao apresentado anteriormente, é possível também apresentar o modelo de defasagem distribuída em termos de operadores de defasagem e diferença.

¹² Comandos para MATLAB 7.1:
`x = 10:.1:30;`
`y = 1./x`
`plot(y)`

3.4.2 – Operadores de defasagem e diferença.

Considere o seguinte operador de defasagem:

$$Lx_t = x_{t-1} \quad (3.52)$$

Assim sendo,

$$L(Lx_t) = L^2 x_t = x_{t-2} \quad (3.53)$$

Portanto, segundo Greene (2002), a regra geral para os operadores de defasagem será:

$$\begin{aligned} L^q (L^p x_t) &= L^{p+q} x_t = x_{t-p-q} \\ (L^q + L^p) x_t &= x_{t-p} + x_{t-q} \end{aligned} \quad (3.54)$$

Já o operador de diferença será:

$$\Delta x_t = x_t - x_{t-1} \quad (3.55)$$

Utilizando-se o operador de defasagem na formulação do operador de diferença obtém-se:

$$\Delta x_t = (1 - L)x_t \quad (3.56)$$

Portanto,

$$\begin{aligned} \Delta x_t^2 &= (1 - L)^2 x_t \\ \Delta x_t^2 &= (1 - 2L + L^2) x_t \\ \Delta x_t^2 &= x_t - 2x_{t-1} + x_{t-2} \end{aligned} \quad (3.57)$$

Utilizando tais formulações , é possível modificar novamente a forma geral do modelo de defasagem distribuída (GREENE, 2002):

$$Y_t = \alpha + \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i L^i x_t + u_t \quad (3.58)$$

$$Y_t = \alpha + B(L)x_t + u_t$$

Onde $B(L)$ é o operador de defasagem polinomial dado por:

$$B(L) = \beta_0 + \beta_1 L + \beta_2 L^2 + \dots \quad (3.59)$$

Demonstradas as principais formas de exibição do modelo dinâmico de defasagem distribuída, é necessário elucidar as principais formas de estimação de tais modelos no contexto de séries temporais, *cross-section*, e especialmente dados em painel, os quais são utilizados no presente trabalho.

3.4.3 – Busca pela quantidade correta de defasagens.

Na presença de uma modelo autoregressivo ou de defasagem distribuída é necessária a determinação da ordem da defasagem temporal, a qual deve ser executada levando-se em conta alguns problemas.

Considerando-se que existe um número “p” verdadeiro ou correto de defasagens, caso o pesquisador inclua no modelo um número de defasagens inferior a “p”, ele estará omitindo informações valiosas ao modelo, criando assim, um viés de especificação (STOCK & WATSON, 2004).

Assim, os coeficientes estimados serão viesados e inconsistentes. Além disso, a matriz de covariância também será viesada, e a inferência estatística realizada nos parâmetros está fadada ao fracasso (GREENE, 2002).

Adversamente, se o número de defasagens incluídas for demasiadamente alto (maior que “p”), o modelo apresentará viés de inclusão de variáveis irrelevantes, cujas conseqüências são menos sérias, pois os

estimadores de MQO são consistentes e não viesados. Porém, os coeficientes estimados de um modelo com tal problema não terão a menor variância possível (GUJARATI, 2000).

Uma forma interessante de contornar tais problemas é estimar o tamanho de “p” via critérios de informação, em uma formulação específica para a determinação do número correto de defasagens.

A seguir, exibe-se os critérios de informação de Schwarz (CIS) e o de Akaike (CIA):

$$CIS(p) = \ln\left(\frac{SQR(p)}{T}\right) + (p+1)\frac{\ln T}{T} \quad (3.60)$$

$$CIA(p) = \ln\left(\frac{SQR(p)}{T}\right) + (p+1)\frac{2}{T} \quad (3.61)$$

Onde,

P = Número de defasagens

T = Tamanho amostral

SQR(p) = Soma dos quadrados dos resíduos da regressão com “p” defasagens.

Segundo Stock & Watson (2004), o critério de informação de Schwarz (CIS) é mais indicado, pois o critério de Akaike (CIA) tende a superestimar o valor de “p”. Contudo, se um pesquisador teme que o BIC possa produzir um modelo com poucas defasagens, o CIA é uma alternativa razoável.

3.4.4 – Estimação dos modelos de defasagem distribuída.

Considerando novamente o modelo exibido de defasagem distribuída representado por:

$$Y_t = \beta_0 + \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i X_{t-i} + u_t \quad (3.62)$$

Quando se estima um modelo de defasagens distribuídas, normalmente um valor de X_t é positivamente correlacionado com algum ou todos os seus valores defasados X_{t-i} , para $i \geq 1$. Em consequência disso, os estimadores de MQO serão imprecisos. Contudo, caso pretenda-se encontrar apenas o impacto temporal de longo prazo, dado por (4.39), decorrente de variações nas variáveis independentes, então tal imprecisão não é efetivamente um problema (DAVIDSON E MACKINNON, 2004).

Uma forma de estimar modelos com infinitas defasagens é pela transformação de Koyck. Tal modelo apresenta uma grande dificuldade de estimação, pois possui infinitos termos, e dadas às hipóteses estabelecidas por Koyck, o modelo apresenta-se não linear nos parâmetros (HILL, 2003).

Isso ocorre, pois Koyck postula que tais parâmetros diminuem geometricamente, admitindo que todos possuam o mesmo sinal. Portanto:

$$\beta_k = \beta_0 \lambda^k \quad (3.63)$$

Sendo que,

$$\begin{aligned} k &= 1, 2, 3, \dots \\ e \\ 0 &< \lambda < 1 \end{aligned} \quad (3.64)$$

O termo λ é a taxa de declínio da defasagem distribuída; assim, cada parâmetro estimado é sucessivamente menor que seu antecessor, pois o

passado cada vez mais distante teria influência dada vez menor sobre a variável dependente, configurando assim uma distribuição geométrica declinante (GUJARATI, 2000).

Gráfico 20 – Esquema de Koyck - adaptado de Gujarati (2000).¹³

Nesses termos, demonstra-se a transformação de Koyck, segundo Hill (2003):

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \beta_3 X_{t-3} + \dots + u_t \quad (3.65)$$

$$Y_t = \alpha + \beta(X_t + \lambda X_{t-1} + \lambda^2 X_{t-2} + \lambda^3 X_{t-3} + \dots) + u_t \quad (3.66)$$

Efetuada-se $Y_t - \lambda Y_{t-1}$ e rearranjando:

$$Y_t = \alpha(1 - \lambda) + \beta X_t + \lambda Y_{t-1} + (u_t - \lambda u_{t-1}) \quad (3.67)$$

¹³ Comando para MATLAB 7.1

```
>> bk = 2*((0.75).^k);
>> plot(bk)
>> hold on
>> bk2 = 2*((0.5).^k);
>> plot(bk2)
```

A função (3.67) é a forma transformada de Koyck, que não possui mais infinitos parâmetros para serem estimados, bem como apresenta-se linear em tais parâmetros.

Apesar de ser uma forma extremamente interessante, de fácil estimação, e com pressupostos plausíveis, tal formulação não atende aos objetivos e pressupostos do presente trabalho. Isso ocorre, pois não é possível admitir que todos os parâmetros estimados da variável P&D sejam positivos, bem como também não é possível admitir que haja tal decaimento na influência dos parâmetros estimados para a variável dependente, dado o tempo de maturação já citado dos investimentos em P&D e produtividade, demonstrado em Griliches (1967).

As especificações econométricas utilizadas no Capítulo 6, por não possuírem variáveis dependentes defasadas são perfeitamente passíveis de serem estimadas pela metodologia tradicional usada em dados longitudinais, como mínimos quadrados generalizados, sendo portanto a técnica a ser utilizada adiante.

3.4.5 – Razões para defasagem

A questão das defasagens temporais existe em vários fenômenos a serem modelados, especialmente os econômicos, que se refletem nas abordagens de curto e longo prazo. Contudo, quais seriam as razões para a existência de tais defasagens? A resposta para tal questionamento não é única ou consensual, mas Gujarati (2000) apresenta as principais razões:

1. Razões Psicológicas: resultado da força do hábito ou inércia comportamental. Assim sendo, os indivíduos tenderiam a não modificar imediatamente, por exemplo, seu padrão de gastos tendo em vista um aumento de sua renda.
2. Razões institucionais: obrigações contratuais, que mantém fixas ou estáticas a ação dos agentes econômicos frente uma mudança no cenário do qual se inserem.
3. Razões tecnológicas: como exemplo, substituição de trabalho por capital. Obviamente, a adição de capital leva tempo (período de gestação), bem como o temor de que o preço relativo do capital volte a se elevar, o que tornaria inviável tal substituição, poderia fazer os empresários adiarem tal decisão.

Gujarati (2000) também comenta um estudo realizado por Griliches (1967) a respeito da defasagem entre pesquisa e desenvolvimento (P&D) e produtividade.

3.5 – TESTANDO A RELEVÂNCIA DAS VARIÁVEIS ADICIONAIS E SELEÇÃO DE MODELOS VIA CRITÉRIOS DE INFORMAÇÃO

Similarmente à busca pela quantidade correta de defasagens, a seleção de um modelo pode ser feita pela “*Regression Fishing*”, onde são calculadas regressões com variáveis explicativas distintas e escolhe-se a mais significativa, pois normalmente deseja-se explicar a variação na variável dependente (GOLDBERGER, 1991)

Para tanto, é possível utilizar os critérios de informação. Mais especificamente, calcula-se a regressão com formulação original Cobb-Douglas e os critérios de informação de cada uma das regressões com variáveis inclusas em conjunto e individualmente. Assim, a especificação com o menor critério de informação será a escolhida. Tal metodologia de escolha de modelo via critérios de informação é encontrada em Davidson & MacKinnon (1999).

Alguns autores afirmam que o $\overline{R^2}$ não pune devidamente os graus de liberdade do modelo de regressão múltipla. Uma metodologia alternativa para esse método são os critérios de informação, dentre eles, os mais usados são o de Akaike e Schwarz (GUJARATI, 2000).

Critério de informação de Akaike (CIA):

$$CIA = 1 + \ln 2\pi + \ln \frac{SQR}{n} + \frac{2k}{n} \quad (3.68)$$

Critério de informação de Schwarz (CIS)

$$CIS = 1 + \ln 2\pi + \ln \frac{SQR}{n} + \frac{k \ln n}{n} \quad (3.69)$$

Em qualquer um deles, testando-se 2 modelos, aquele que obtiver o menor valor será o melhor modelo.

Segundo Greene (2002), o critério de informação de Schwarz, também conhecido como critério de informação bayesiano (BIC¹⁴), penaliza mais severamente a perda de graus de liberdade, tendendo, portanto, a escolher modelos mais enxutos.

¹⁴ Bayesian information criterion

Tal fato ocorre, pois se observando o CIS, no primeiro termo da equação a SQR diminui com a adição de uma variável explicativa. Em contrapartida, no segundo termo, representativo do número de defasagens multiplicado por um fator $\ln T/T$, há um aumento quando se acrescenta uma variável (STOCK & WATSON, 2004).

Assim, sendo, o CIB contrabalanceia essas duas forças de modo que o número de variáveis que minimiza o CIB seja um estimador consistente do número de variáveis, ou defasagens, dependendo do que se estiver testando. Baseado nessa característica, os testes realizados no Capítulo 5 utilizarão tal critério.

CAPÍTULO 4 – MÉTODO

A despeito do grande avanço relativo às particularidades das funções de produção, pouco se fez com relação a outros fatores que possuem influência direta e são fonte de vantagem competitiva para os processos produtivos, como P&D, Treinamento, e Gerenciamento.

É nesse sentido que o presente estudo objetiva contribuir, a despeito das dificuldades de mensuração e interpretação econométrica de tais variáveis.

4.1 – DESENHO DE ESTUDO:

O presente trabalho classifica-se na categoria de desenho de estudo transversal retrospectivo; visto que não há intervenção do pesquisador, caracterizando-se, portanto, como pesquisa descritiva. Tal avaliação a respeito da natureza desta pesquisa foi realizada com o auxílio de Sendín¹⁵.

4.2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Tanto para as funções de produção como para a econometria foram descritos conceitos baseados na literatura convencional, a fim de introduzir os conhecimentos básicos de cada área, tendo em vista o fato de não se tratar de temas fluentes na Engenharia de Produção.

¹⁵ Informação fornecida pelo professor Francisco Albuquerque Sendín da universidade de Salamanca, durante a disciplina Tópicos de Metodologia Básica de Pesquisa ministrada no segundo semestre de 2009.

Além disso, para a revisão bibliográfica sobre funções de produção, foram consultadas as bases ISI WEB OF KNOWLEDGE, EMERALD, SCIELO, E JSTOR, sendo que esta última apresentou um maior acervo de estudos sobre o assunto em questão.

Efetou-se a as buscas com os seguintes parâmetros:

Cobb-Douglas OR Production function OR production functions no título do artigo.

Obviamente, alguns artigos foram excluídos por não serem relevantes para o presente trabalho, ou por não estarem disponíveis para consulta. E, salienta-se, ainda, que a busca priorizou os artigos mais relevantes pelo critério de número de citações, sendo apresentados, portanto, artigos seminais da área de estudo.

Foi feita, ainda, uma nova pesquisa na base JSTOR priorizando artigos recentes, a fim se ter uma idéia do que está sendo pesquisado atualmente em relação a funções de produção.

Efetou-se a busca na base de dados JSTOR, com os seguintes parâmetros: *Cobb-Douglas* OR *Production function* OR *production functions* no título do artigo, compreendendo o período de 2000 a 2009. Como resposta foram encontrados 13 artigos, os quais passaram posteriormente por um processo de filtragem manual.

Adicionalmente, foi realizada uma busca similar na base latino-americana SCIELO, que retornou três artigos de autoria brasileira, dos quais apenas dois foram considerados relevantes para a problemática estudada.

Também foi realizada uma nova busca visando encontrar artigos que tratassem da inclusão de P&D, gerenciamento e treinamento em funções de produção. Assim, foram realizadas buscas em três bases: ISI WEB OF KNOWLEDGE, JSTOR, e EMERALD, compreendendo todo o período disponível, e com os operadores de busca especificados a seguir:

- No Items Matched Your Search for: (ti:(production function) AND ti:(R&D)) --- JSTOR
- No Items Matched Your Search for: (ti:(production function) AND ti:(R&D) AND ti:(Management)) --- ISI
- Items Matched Your Search for: (ti:(production function) AND ti:(R&D)) --
- ISI - 2 artigos sem full text
- Title=("production function") AND Title=(Management)
Timespan=All Years. --- ISI – 12 resultados, 1 full text
- Results 1–2 of 2 for << (ab:("production function") AND ab:(R&D)) >>
Resultados (2) – Um utilizável.
- No Items Matched Your Search for: (ti:("production function") AND ti:(R&D))
- Results 1–3 of 3 for << (ti:("production function") AND ti:(Management))
--- ISI Sendo 1 deles encontrado na ISI
- Results 1–9 of 9 for << (ab:("production function") AND ab:(Management)) >> Um deles encontrado na busca anterior, e os demais não adequados.
- A base Emerald não apresentou resposta às buscas mencionadas acima. Apenas foram obtidos 9 resultados quando se buscou

(ab:("production function") AND ab:(Management)), dos quais nenhum adequado aos objetivos do trabalho.

- Não foi encontrado nenhum artigo nas bases citadas que relacionasse explicitamente treinamento de funcionários e funções de produção.

O resultado geral apresentou quatro artigos em três bases, mas somente três relevantes para a problemática apresentada, demonstrando a pouca iniciativa de pesquisa no tema, e reforçando a contribuição do presente trabalho para a problemática em questão.

Adiciona-se ainda que foi realizada uma busca por artigos que abordassem as defasagens temporais inerentes a processos e fenômenos microeconômicos. Contudo, não foi encontrado nenhum artigo relevante nas bases de dados pesquisadas.

As metodologias de busca visaram encontrar fontes que caracterizassem, da melhor forma, o estudo passado e recente em funções de produção, a despeito dos termos de inclusão de busca serem carentes de sofisticação, fato comum nas ciências sociais e exatas.

4.3 – DESCRIÇÃO DAS VARIÁVEIS A SEREM UTILIZADAS

A variável “gerenciamento” é, para o presente trabalho, considerada num sentido amplo, podendo ser identificada como gasto em sistemas integrados e em gestão da qualidade, bem como despesas de organização, reorganização ou reestruturação da entidade.

Já a variável P&D considera todos os gastos com inovação realizados pela firma, tanto em produto quanto em processo.

De forma similar, a variável “treinamento” considera todos os gastos relacionados a este fator.

Para os testes a serem realizados no Capítulo 5, será utilizada a variável “Diferido”, representativo do somatório das variáveis descritas anteriormente, a qual se encontra no ativo do balanço patrimonial das empresas selecionadas. Tal conta do ativo representa todos os gastos que poderão trazer retorno futuro à empresa

4.4 – DADOS

Foram coletados dados dos balanços de um grupo de empresas do setor de bens de capital relacionados no *website* da Bolsa de valores de São Paulo, filtrando-se as empresas que apresentavam detalhadas as informações necessárias para a realização deste trabalho, como receita bruta (produto), imobilizado (capital), salários a pagar (trabalho), e o ativo Diferido.

Diferentemente de Mefford (1986) que utiliza fluxo de depreciação e renda de Máquinas e equipamentos como *proxy* para a variável capital, o presente trabalho faz uso da conta “imobilizado total” do ativo, visto que o estudo de Mefford não apresentou bons resultados na estimativa do parâmetro de tal variável. Contudo, ambos os trabalhos concordam em relação aos dados da variável trabalho.

Salienta-se que algumas empresas não possuíam a conta do ativo “imobilizado total”, mas sim um série de contas fragmentas relativas à imobilizações. Assim, nessas empresas a variável capital foi obtida pelo

somatório das contas de imobilização, a fim de obter paridade de informações com aquelas empresas que exibiam apenas uma conta de imobilizado.

A seleção resultou em uma amostra do tipo longitudinal das empresas Bardella, Elektro Aço, Inepar, Metisa, Romi, Trafo, Metalfrio, Lupatech, Schulz; sendo que as três últimas num período de 2005 a 2008 e as demais, de 1999 a 2008, com exceção da empresa Romi, que possuía um período de 2002 a 2008. Portanto, tais especificidades da amostra caracterizam-na como não-aleatória; sendo também um painel desbalanceado.

Apesar da questão do painel não balanceado, para o estudo descrito no presente capítulo, as vantagens superam as desvantagens citadas anteriormente, dada a conjuntura encontrada na feitura do estudo relativo à defasagens temporais, via uso de um modelo de defasagem distribuída.

Salienta-se ainda que foi consultada a base Econômica, a qual não detalhava em seus balanços a conta “salários a pagar”, impossibilitando a utilização de tais dados. Além disso, realizou-se, também, uma tentativa de contato com as empresas da amostra, a fim de disponibilizarem o detalhamento dos gastos inerentes ao Diferido, mas infelizmente não houve resposta de nenhuma delas. Também, foi contatada a ABIMAQ (Associação Brasileira de Máquinas e Equipamentos), a qual negou o auxílio ao presente trabalho.

Visto tais situações, o trabalho contou apenas com os dados disponíveis no *website* da Bovespa, que apesar de limitarem a análise pela agregação de P&D, gerenciamento e treinamento na variável “Diferido”, apresentaram-se suficientes para a realização das estimações econométricas.

4.5 – MODELO INICIALMENTE PROPOSTO E AGREGAÇÃO DE VARIÁVEIS

A função Cobb-Douglas, acrescidas das variáveis gasto com P&D, sistemas Gerenciamento, e gastos com treinamento pode ser exibida pela seguinte forma estocástica:

$$y_{it} = \beta_1 K_{it}^{\beta_2} L_{it}^{\beta_3} P_{it}^{\beta_4} Ch_{it}^{\beta_5} G_{it}^{\beta_6} e^{u_{it}} \quad (4.1)$$

Onde,

K = Gasto com capital

L = Gasto com salários

P = Gasto com P&D

Ch = Gasto com treinamento dos colaboradores

G = Gasto com gerenciamento integrado

Utilizando-se um modelo log-log, os parâmetros betas (coeficientes de regressão parcial da regressão múltipla) apresentarão o retorno de escala de cada coeficiente, mantendo-se os outros constantes. Além disso, o uso de logaritmos dará a elasticidade dos coeficientes (GUJARATI, 2000). Portanto, a equação (4.2) transformada será:

$$y_{it} = \alpha_0 + \beta_2 \ln K_{it} + \beta_3 \ln L_{it} + \beta_4 \ln P_{it} + \beta_5 \ln Ch_{it} + \beta_6 \ln G_{it} + u_{it} \quad (4.2)$$

Contudo, tais variáveis não se encontram detalhadas no balanço das empresas. Na realidade, elas estão condensadas em uma conta do ativo chamada “Diferido”, que será usada como *Proxy* do somatório das variáveis a serem adicionadas na função de produção.

4.6 – ATIVO DIFERIDO E HIPÓTESE DE DEFASAGEM VIA DEA

As variáveis a serem adicionadas (P&D, gerenciamento, e treinamento) encontram-se em uma conta chamada “Diferido” no ativo do balanço patrimonial da empresa.

Como normalmente as companhias abertas não detalham os componentes do Diferido, tal conta será usada na estimação da função de produção modificada, e representará uma aproximação do somatório das variáveis a serem adicionadas.

Segundo a Lei das Sociedades por Ações (6.404/76) o ativo Diferido representa gastos com serviços que beneficiarão resultados de exercícios futuros da empresa. Tais gastos, ao serem Diferidos (isto é, detalhados), são entendidos como essenciais e necessários, sem os quais a atividade empresarial não pode ser iniciada (IUDÍCIBUS, 2003).

Tal conta consiste em despesas de organização, custos de estudos e projetos, despesas com investigação e desenvolvimento, gastos incorridos com reorganização ou reestruturação da entidade, despesas pré-operacionais, como seleção e treinamento de funcionários, propaganda institucional para que o produto ou a empresa fiquem conhecidos antes do lançamento, abertura de firma e honorários para constituição.

Portanto uma possível especificação para o modelo com dados longitudinais será:

$$y_{it} = \alpha_0 + \beta_2 \ln K_{it} + \beta_3 \ln L_{it} + \beta_4 \ln D_{it} + u_{it} \quad (4.3)$$

Onde,

D = Gasto no ativo Diferido, que representa o somatório das variáveis a serem adicionadas.

Existe uma questão essencial a ser elucidada, relacionada com o tempo de maturação dos investimentos relativos ao Diferido, pois é sabido que investimentos em P&D exigem certo tempo de maturação (SILVA, 2002)¹⁶, bem como um investimento em um sistema integrado de gerenciamento requer certo tempo para gerar retornos para a firma.

Nesse sentido, levantou-se a possibilidade de que a variável “Diferido” devesse ser adicionada com defasagens temporais a fim de captar tal efeito. Tal questão será testada via critério de informação de Schwarz para verificar qual ou quais defasagens, no tempo, devem ser incorporadas aos modelos a serem testados.

Ademais, é possível observar tal fato realizando-se uma análise envoltória de dados (DEA), ao identificar que no grupo das empresas mais eficientes, encontram-se tanto empresas que possuem gasto em Diferido, quanto àquelas que não possuem, sugerindo que, para o período, não houve influência do “Diferido” na eficiência relativa daquelas DMU's, tal qual será demonstrado no Capítulo 5.

A análise envoltória de dados consiste em uma técnica não-paramétrica de programação linear para avaliar a eficiência produtiva de unidades tomadores de decisão (DMU's - *decision making units*) em um mesmo setor ou atividade e, portanto, que empregam processos tecnológicos semelhantes, tendo em vista múltiplos insumos e múltiplos produtos (Deazone Website).

¹⁶ Publicação do *website* da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), cujo endereço eletrônico consta na bibliografia de *websites* consultados.

Nesse sentido, a DEA possibilitou a construção de fronteiras de produção para as unidades produtivas empregadas, a fim de avaliar a eficiência relativa dos planos de operação executados pelas DMU's. A técnica DEA é, também, referência para o estabelecimento de metas futuras de eficiência para as DMUs envolvidas (Beckenkamp, 2002).

Baseado no fato que a eficiência de uma DMU é calculada usualmente pela razão Produto/Insumo, utilizando-se programação fracionária, a eficiência produtiva dada pela técnica DEA é obtida por meio da razão entre a soma ponderada dos produtos e a soma ponderada dos insumos (Faria; Paula; Marinho, 2006). A expressão (3.1) ilustra o conceito de eficiência.

$$E = \frac{u_1 y_{1j} + u_2 y_{2j} + \dots}{v_1 x_{1j} + v_2 x_{2j} + \dots} \quad (4.4)$$

Onde,

u_1 = peso dado ao produto 1

y_{1j} = total de produto 1 da unidade j

v_1 = peso dado ao insumo 1

x_{1j} = total do insumo 1 da unidade j

As empresas mais eficientes serão aquelas que apresentarem a melhor relação entre o produto ponderado e o insumo ponderado e, portanto, estarão situadas sobre a fronteira de eficiência, enquanto as DMU's ineficientes estarão abaixo da fronteira. Toda essa situação pode ser vista graficamente no modelo bidimensional (um produto e um insumo) na Gráfico 17:

Gráfico 21: Fronteira de eficiência revelada.

Segundo Mariano (2008) a principal diferença entre os modelos matemáticos do DEA é o formato da fronteira de produção adotado. Isso demonstra que o DEA, tal qual a metodologia econométrica para a estimação da função de produção, também é capaz de refletir diferentes tipos de retornos de escala, dependendo do modelo utilizado.

Assim, para representar diferentes retornos de escala a técnica DEA possui dois modelos distintos: (a) o modelo CCR que se utiliza de fronteiras que pressupõem retornos constantes de escala e; (b) o modelo BCC o qual apresenta retornos variáveis de escala.

Segundo afirma Marinho (2001), o objetivo do modelo CCR é explicitar a eficiência relativa de uma DMU em um problema de programação linear. As n DMUs sendo estudadas utilizam m inputs para produzir s bens ou outputs. O vetor de inputs $x_j = (x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj})^T$ e o de outputs $y_j = (y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{sj})^T$ são conhecidos por intermédio de cada DMU j , com $j = 1, \dots, n$.

As expressões (4.5), e (4.6) apresentam um modelo CCR em sua forma fracionária.

$$\max h_0 = \frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \quad (4.5)$$

Sujeito a:

$$\frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \leq 1 \quad \text{para } j = 1, \dots, m \quad (4.6)$$

Onde,

$$\begin{aligned} u_r, v_i &\geq 0 \\ r &= 1, \dots, S \\ i &= 1, \dots, m \end{aligned}$$

y_{rj}, x_{ij} são respectivos *outputs* e *inputs* conhecidos da *j-ésima* DMU.

u_r, v_i são as ponderações a serem determinadas de modo a manter o maior valor possível para h_0 .

O valor h_0 é o valor ótimo para a solução do modelo. Tal valor não sofre a influência de unidades de medida e varia entre zero e um; portanto, $h_0=1$ denota eficiência máxima.

O modelo DEA original apresentado se configura na razão entre produto virtual e insumo virtual, sendo, portanto, um modelo não-linear. Contudo, como é demonstrado em Charnes & Cooper (1962), a programação não-linear pode

ser transformada em um problema linear por meio da fixação de uma orientação (que pode ser aos *inputs* ou aos *outputs*).

O outro modelo citado, o BCC, que possui retornos variáveis, vem a substituir o axioma de proporcionalidade entre os *inputs* (valores de entradas) e *outputs* (valores de saídas), obrigando que a fronteira seja convexa. Em outras palavras, as DMU's com baixos *inputs* possuirão retornos crescentes de escala, e aquelas com altos *inputs*, apresentarão retornos decrescentes de escala (Almeida, 2006).

Em Brandão (2008), encontra-se a seguinte formulação matemática para o modelo BCC orientado para o *output*:

$$\text{Minimizar} \sum_{i=1}^n v_i x_{ki} + v_k \quad (4.7)$$

Sujeito a:

$$\begin{aligned} \sum_{r=1}^m u_r y_{rk} &= 1 \\ \sum_{r=1}^m u_r y_{rk} - \sum_{i=1}^n v_i x_{ki} - v_k &\leq 0 \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$u_r, v_i \geq 0$$

O significado de cada variável corresponde ao mesmo utilizado na formulação matemática do modelo BCC, com exceção da variável v que representa o tipo de retorno a escala da DMU que está sendo analisada.

4.7 – ESPECIFICAÇÕES ECONOMÉTRICAS A SEREM TESTADAS: MODELOS COBB-DOUGLAS MODIFICADOS COM INCLUSÃO DE VARIÁVEIS.

Variáveis adicionais não são *inputs* propriamente ditos, mas afetam substancialmente a produção. A título de exemplo pode ser citado o gerenciamento, que mesmo não sendo fator físico de produção afeta o volume produzido; ou mesmo o P&D, que depois de realizado, possui um efeito sobre o produto que perdura por um tempo, sem a necessidade de novos dispêndios como os fatores capital, trabalho ou matérias-primas.

Assim, dada a complexidade apresentada no que tange ao efeito de tais variáveis na função de produção, é necessário o uso de modelos ou formas de interpretação mais complexas do que a simples linearização e adição da variável Diferido.

Nesse sentido, o presente trabalho irá explorar três formas de inserção e estimação da variável “Diferido” na função de produção Cobb-Douglas.

4.7.1 – Identificação do número correto de defasagens

A identificação do número correto de defasagens é realizada por meio de critérios de informação (STOCK & WATSON, 2004).

Serão realizadas 4 regressões, uma com cada um dos modelos de defasagem distribuída com uma defasagem adicional, totalizando um máximo de 3 defasagens, mais a regressão com a variável Diferido contemporânea (a qual não é mais um modelo de defasagem distribuída), e após isso, calculado o critério de informação de Schwarz (CIS), que permitirá a escolha daquela que

obtiver o menor critério. Tal metodologia elimina o risco do modelo possuir tanto viés de inclusão quanto de especificação.

Vale salientar que o máximo de três defasagens testadas deve-se ao tamanho do painel disponível na amostra, que rationa o número de defasagens possíveis.

Feito isso, todos os modelos testados levarão em conta o número de defasagens encontrado previamente para a adição do Diferido na função de produção Cobb-Douglas.

4.7.2 – Modelo A: Diferenças nos interceptos

Considerando que as variáveis que compõem o Diferido são caracterizadas por um dispêndio em um período e, após algum tempo, resultam em um efeito duradouro na função de produção, sem novos dispêndios, isso pode ser equiparado aos desdobramentos tecnológicos descritos por Varian (2000), que deslocam a função de produção para cima.

Tal fato caracterizaria uma mudança no intercepto da função, portanto, o “Modelo A” visa estimar uma função Cobb-Douglas original e uma modificada com a adição da variável “Diferido” e, após isso, verificar se existe uma diferença significativa no intercepto.

Obviamente, quando há a adição do Diferido na função, existe a questão da endogeneização de um fator considerado exógeno na função, no caso a tecnologia, representado pelo intercepto da função. Contudo, a variável “Diferido” possui mais fatores em sua composição além de gastos com P&D, os

quais, quando omissos, aumentam a inexplicabilidade da função. Visto isso, faz-se interessante verificar as diferenças nos interceptos.

Assim, observam-se as equações a serem estimadas:

$$\ln Y_{it} = \beta_1 + \beta_2 \ln K_{it} + \beta_3 \ln L_{it} + \varepsilon \quad (4.9)$$

$$\ln Y_{it} = \beta_1' + \beta_2 \ln K_{it} + \beta_3 \ln L_{it} + \beta_4 \ln D_{it-i} + \varepsilon \quad (4.10)$$

Verificar se:

$$\begin{cases} H_0 : \beta_1 = \beta_1' \\ H_i : \beta_1 \neq \beta_1' \end{cases} \quad (4.11)$$

Assim, verifica-se se houve ou não deslocamento da função de produção.

Contudo, existe ainda outra abordagem muito interessante para inserir o impacto do Diferido na função de produção, proposta a seguir.

4.7.3 – Modelo B: Modelo com interações

Outra maneira de verificar a influência do “Diferido” é postular que tal variável potencializa o retorno dos fatores capital e trabalho, sendo, portanto um fator multiplicativo do parâmetro da variável, como demonstrado em (4.13).

$$y_{it} = \beta_1 K_{it}^{\beta_2 * D_{it-T}} L_{it}^{\beta_3 * D_{it-T}} e^{u_{it}} \quad (4.13)$$

Onde,

D_{it-T} é o Diferido da empresa “i” no tempo “t-T”. Sendo que o número correto de defasagens “T” será encontrado pelo método descrito anteriormente por critérios de informação.

Assim, linearizando o modelo com a aplicação de logaritmos naturais tem-se:

$$\ln y_{it} = \alpha_1 + \beta_2 D_{it-T} \ln K_{it} + \beta_3 D_{it-T} \ln L_{it} + u_{it} \quad (4.14)$$

É observável que tal modelo apresenta interações entre variáveis, sendo possível, portanto, estimar usualmente seu painel, bem como obter o impacto das variáveis capital e trabalho quando considerada a influência do Diferido. Dessa forma, o Diferido apresentaria um impacto indireto sobre o produto, através de sua influência sobre capital e trabalho.

Ademais, tal modelo nos traz informações importantes a respeito da composição da variável “Diferido” no sentido de que, se a interação entre Diferido e trabalho for estatisticamente mais significativa que a interação com o capital, é possível inferir que a composição do Diferido apresenta uma maior proporção de gastos que influenciam o trabalho, como treinamento, por exemplo.

Salienta-se, ainda, que tal modelo é uma modificação das especificações apresentada por Ulveling e Fletcher (1970), e Doll (1974), apresentadas no Capítulo 2, pela inclusão de novas variáveis defasadas no tempo.

4.7.4 – Modelo C: Modelo com variações

Outra forma de verificar a influência do Diferido sobre o produto é por meio de variações no tempo, o que possibilitaria ver o impacto da variação do Diferido na variação do produto. Tal modelo foi inspirado no estudo de Gartner (2009), sobre a influência dos gastos com TI.

Assim, o modelo será:

$$\Delta \ln y_{it} = \beta_2 \Delta \ln K_{it} + \beta_3 \Delta \ln L_{it} + \beta_4 \Delta \ln D_{it} + u_{it} \quad (4.15)$$

Onde,

$$\Delta \ln y_{it} = \ln y_{it} - \ln y_{it-1}$$

Contudo, na equação acima, não se leva em conta o número de defasagens no Diferido. Assim, é possível estimar o mesmo modelo, mas com a variável Diferido defasada, por meio do cômputo de uma tendência linear, tendo em vista a diferença no número de observações, de cada variável. Isso ocorre, pois uma defasagem de, por exemplo, três períodos no tempo, implica na perda de três informações por empresa do painel. Dessa forma, para realizar a regressão, o *software* STATA (a ser utilizado) realiza uma extrapolação dos dados ausentes a fim de manter as dimensões matriciais necessárias.

Dessa forma, o modelo será:

$$\Delta \ln y_{it} = \beta_2 \Delta \ln K_{it} + \beta_3 \Delta \ln L_{it} + \beta_4 \Delta \ln D_{it-T} + u_{it} \quad (4.16)$$

Onde,

$\Delta \ln D_{it-T}$ é a variação do Diferido com “T” defasagens.

4.7.5 – Modelo D: Modelo Misto

O modelo misto apresenta as características dos modelos A e B conjuntamente. Assim, tal proposição terá conjuntamente as variáveis de *input*

capital e trabalho isoladas e também em interação com o Diferido defasado, como demonstrado em (4.17).

$$y_{it} = \beta_1 K_{it}^{\beta_2 D_{it-T}} K_{it}^{\alpha_1} L_{it}^{\beta_3 D_{it-T}} L_{it}^{\alpha_2} e^{u_{it}} \quad (4.17)$$

Linearizando o modelo com logaritmos naturais:

$$\ln y_{it} = \beta_1 + \beta_2 D_{it-T} \ln K_{it} + \alpha_1 \ln K_{it} + \beta_3 D_{it-T} \ln L_{it} + \alpha_2 \ln L_{it} + u_{it} \quad (4.18)$$

Assim, o modelo a ser estimado de (4.18) contempla tanto o efeito líquido dos *inputs* tradicionais como capital e trabalho, quanto a interação, ou seja, o efeito que o Diferido defasado possui na atuação sobre capital e trabalho.

O Capítulo 5 apresenta as estimações e a discussão dos resultados obtidos.

CAPÍTULO 5 – RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo serão apresentados os resultados da aplicação da técnica DEA, bem como a aplicação do modelo de defasagens distribuídas e a posterior estimação dos modelos propostos no Capítulo 4.

5.1 – DEA E HIPÓTESE DE DEFASAGEM

Inversões nas variáveis P&D, gerenciamento e treinamento tendem a provocar maior eficiência relativa. Estudos como o de Ding et. al. (2007) afirmam, por exemplo, que existe uma relação positiva e direta entre gastos com P&D, e ganhos de produtividade.

A partir disso, realizou-se análise por envoltória de dados (DEA) num modelo BCC orientado para o *output*, a fim de comprovar tal afirmação. No entanto, tomando-se as empresas mais eficientes, encontram-se tanto empresas que possuem gasto em Diferido, quanto àquelas que não possuem, sugerindo que, para o período, não houve influência do Diferido na eficiência relativa daquelas DMU's (Tabela 5.1). Dada essa evidência, formulou-se a hipótese de defasagem temporal para que essas variáveis tenham um efeito positivo para a produção.

Tabela 5.1 – Comparação da eficiência com o Diferido.

Unit name	Score	Diferido	Unit name	Score	Diferido
BARDELLA1999	100,00	0	ELECTRO AÇO2007	81,57	0
ELECTRO AÇO2002	100,00	0	INEPAR2001	78,24	44262
METISA2008	100,00	0	BARDELLA2001	75,14	0
ELECTRO AÇO2004	100,00	0	ROMI2006	71,99	0
SCHULZ2006	100,00	0	ELECTRO AÇO2003	70,10	0
METISA2004	100,00	0	INEPAR2006	68,48	7185
INEPAR2000	100,00	79641	INEPAR2002	67,07	29193
METISA2007	100,00	0	BARDELLA2005	63,48	7494
METALFRIQ2005	100,00	2236	TRAFO2007	63,18	803
SCHULZ2008	100,00	0	INEPAR2005	60,80	14135
METALFRIQ2008	100,00	0	TRAFO2006	58,41	1208
METALFRIQ2007	100,00	11400	ROMI2004	57,80	0
INEPAR2008	100,00	430	INEPAR2003	57,51	20877
BARDELLA2000	99,65	0	TRAFO2005	57,48	971
BARDELLA2008	98,22	642	BARDELLA2007	55,60	7842
ELECTRO AÇO2005	96,71	0	INEPAR1999	55,33	74985
METISA2005	96,48	0	INEPAR2004	53,33	20013
METALFRIQ2006	95,61	5091	BARDELLA2004	53,25	6695
SCHULZ2005	95,44	0	BARDELLA2006	51,61	8433
METISA2003	94,72	0	LUPATECH2005	48,15	1550
METISA2002	94,28	0	LUPATECH2006	44,81	3221
INEPAR2007	91,11	3089	LUPATECH2007	44,53	8591
METISA2006	90,36	0	TRAFO2002	43,80	0
ROMI2008	89,20	0	BARDELLA2002	42,26	4735
SCHULZ2007	88,63	0	ROMI2003	41,95	0
ROMI2005	86,28	0	TRAFO2004	41,93	634
ELECTRO AÇO2006	83,40	0	TRAFO2003	37,35	0
LUPATECH2008	82,89	0	BARDELLA2003	33,37	5577
ELECTRO AÇO2008	82,60	0	ROMI2002	29,58	0
ROMI2007	81,72	0			

Seria esperado que empresas com maiores inversões nas variáveis P&D, gerenciamento e treinamento obtivessem maior eficiência relativa, pois estudos como o de Ding et. al. (2007) afirmam, por exemplo, que existe uma relação positiva e direta entre gastos com P&D, e ganhos de produtividade.

Não obstante, é possível observar, também, concentração importante de gasto com Diferido pelas firmas menos eficientes.

Dada essa evidência, formulou-se a hipótese de defasagem temporal para que essas variáveis tenham um efeito positivo para a produção, a qual será testada e quantificada via modelo econométrico proposto no item 5.2, deste capítulo.

Assim sendo, o modelo ficaria com a seguinte especificação:

$$y_{it} = \alpha_0 + \beta_2 \ln K_{it} + \beta_3 \ln L_{it} + \beta_4 \ln D_{it-T} + u_{it} \quad (5.1)$$

Onde,

D_{it-T} é o Diferido com defasagem temporal “T” encontrada.

5.2 – NÚMERO CORRETO DE DEFASAGENS

Primeiramente, é necessário verificar qual o número correto de defasagens para o Diferido. Assim, via modelo de defasagem distribuída, estimado postulando-se efeitos fixos, foram computados os seguintes critérios de informação.

Tabela 5.2 – Critérios de informação para verificar número correto de defasagens – Modelo de defasagem distribuída.

Defasagens consecutivas (Modelo de defasagem distribuída)	
Número de defasagens	CIS
0	-9.24202
1	-11.91829
2	-20.77532
3	-38.4052

O modelo de defasagem distribuída com o Diferido defasado três períodos no tempo é o que melhor explica a relação de produção. Contudo, verificando-se o *output* de tal regressão, é observável que algumas variáveis são estatisticamente insignificantes (isto é, *p-valor* muito alto) como é demonstrado na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Output da regressão com três defasagens

Modelo com três defasagens		
Variáveis	Coefficiente	p-valor
ln_capital	.21566	0.226
ln_trabalho	.164284	0.039
ln_diferido1	-.157862	0.000
Diflag1_1	.010785	0.602
Diflag1_2	.04202	0.024
Diflag1_3	.003664	0.803
_cons	9.47565	0.000

As variáveis “Diflag1_1” e “Diflag1_3”, representativas do Diferido com uma e três defasagens são estatisticamente pouco significantes, bem como a variável “ln_Diferido1” que é o Diferido sem defasagem, que apresenta sinal contrário ao esperado.

O sinal inesperado da variável “ln_Diferido1” (Diferido contemporâneo aos *inputs* tradicionais) possivelmente deve-se ao fato do dispêndio no Diferido causar, naquele período, um efeito negativo sobre o resultado da empresa, visto tratar-se de um dispêndio que não gerou variação na receita para o período considerado.

Outra possível causa para tal resultado seria a simultaneidade da variável Diferido sem defasagens em relação ao produto. Isso significa afirmar que existe uma relação de mão dupla entre as variáveis, isto é, tanto o Diferido explicaria o produto, quanto o produto explicaria o Diferido. Nesse caso foi realizada a regressão auxiliar da Tabela 5.4:

Tabela 5.4 – Regressão auxiliar para verificar simultaneidade.

Regressão para verificar endogeneidade da variável diferido contemporânea em relação ao produto			
Variáveis	Coeficiente	p-valor	Significância global do modelo
ln_produto	1.67396	0.018	Prob > F = 0.0000
_cons	-17.1804	0.052	R-sq
			within = 0.1093
			between = 0.1142
			overall = 0.1509

Aparentemente, a regressão auxiliar demonstra existir um certo grau de simultaneidade entre as variáveis em questão. Nesse caso, seria necessário formular um modelo com duas equações, uma para a função de produção modificada.

Contudo, outras regressões auxiliares realizadas com a variável produto com defasagem no tempo obtiveram aderências ainda menor do que a da Tabela 5.4, o que contraria o esperado, visto que em teoria, existe um defasagem temporal entre os resultados financeiros e a decisão de investimento.

Adicionalmente, o presente trabalho não utilizará os modelos de defasagem distribuída como base para a inclusão do Diferido no modelo Cobb-

Douglas modificado, pois, isso impossibilitaria a estimação dos modelos B e D, visto que teríamos, além do Diferido contemporâneo, outra variável Diferido com defasagem sendo somada ao modelo, o que tornaria inviável a linearização do modelo.

Visto tais situações, optou-se por utilizar apenas uma variável com uma defasagem específica no tempo. Isso foi feito regredindo-se o modelo com produto, capital, trabalho, e Diferido sem defasagem e, após isso, calculando os critérios de informação. Da mesma forma, realiza-se uma regressão similar, mas com a variável Diferido com uma defasagem, ao invés do Diferido sem defasagem, computando seu critério de informação. Tal procedimento é repetido para duas e três defasagens, de modo a escolher um modelo com uma única variável com uma defasagem específica no tempo.

Assim, o procedimento descrito retornou o resultado da Tabela 5.5.

Tabela 5.5 – Procedimento para encontrar melhor defasagem individual.

Defasagens Individual	
Defasagem do diferido	CIS
Diferido sem defasagem	-9.24202
Diferido com 1 defasagem	-15.01658
Diferido com 2 defasagens	-26.3308
Diferido com 3 defasagens	-18.02607

Desse modo, a defasagem que melhor explica o modelo de produção é a de dois períodos, visto seu menor critério de informação de Schwarz. Ademais, o uso de apenas uma variável, ao invés de um modelo de defasagens distribuídas facilitará a inclusão do Diferido nos modelos a serem estimados.

Salienta-se ainda que o modelo com uma única variável Diferido, com dois anos de defasagem, possui um critério de Schwarz melhor do que o critério encontrado quando se adiciona o Diferido contemporâneo no modelo (-26,33 contra -24,35), sendo portanto, mais um motivo para utilizar uma única defasagem individual.

Visto o panorama apresentado, todos os modelos a serem estimados na próxima sessão terão a adição de uma única variável “Diferido” com duas defasagens no tempo. Mas antes, foi necessário realizar um teste para verificar se o melhor modelo é o de efeitos fixos ou aleatórios, visto que se utilizou dados do tipo longitudinal.

Assim, conduzido um teste de Hausman, o qual postula em sua hipótese nula que o modelo de efeitos aleatórios estima os coeficientes de forma consistente, foi possível comparar os resultados das duas estimativas e retornar um *p-valor* para o teste, como demonstrado a seguir na Tabela 5.6:

Tabela 5.6 – Teste de Hausman.

Teste de Hausman					
Efeitos Fixos			Efeitos Aleatórios - MQG		
Variável	Coeficiente estimado	p-valor	Variável	Coeficiente estimado	p-valor
ln_capital	.222775	0.065	ln_capital	.285508	0.002
ln_trabalho	.394061	0.000	ln_trabalho	.351919	0.000
Diflag1_2	.03417	0.035	Diflag1_2	.035708	0.010
_cons	6.86999	0.000	_cons	6.53463	0.000
Teste de Hausman					
Prob>chi2 = 0.2702					

O resultado do teste, apresentando um p-valor de 0,2702, denota que o teste não rejeitou fortemente a hipótese nula de que o modelo de efeitos

aleatórios produz estimativas consistentes. Assim, apesar de pender para a utilização de efeitos fixos é necessário levar em conta a situação de inconsistência e viés relacionado ao uso de efeitos aleatórios erroneamente. Portanto, será utilizado o modelo com efeitos fixos para evitar qualquer problema de inconsistência de estimadores (Wooldridge, 2002).

Na próxima sessão, os modelos A, B, C e D utilizarão unicamente o Diferido com duas defasagens no tempo para explicar a produção.

5.3 – ESTIMAÇÃO DO MODELO A

Tal modelo, como explicado anteriormente, visa comparar as diferenças nos interceptos estimados em um modelo Cobb-Douglas tradicional e em um modificado com a inclusão da variável Diferido, com duas defasagens.

A partir da estimação, foi obtido o resultado apresentado na Tabela 5.7.

Tabela 5.7 – Comparação dos modelos:

Modelo com diferido defasado vs. Modelo Cobb-Douglas original					
Modelo com diferido defasado			Cobb-Douglas original		
Variável	Coeficiente estimado	p-valor	Variável	Coeficiente estimado	p-valor
ln_capital	.222775	0.065	ln_capital	.229858	0.006
ln_trabalho	.394061	0.000	ln_trabalho	.579233	0.000
Diflag1_2	.03417	0.035	_cons	5.36672	0.000
_cons	6.86999	0.000			
CIS	-26.3308		CIS	-13.17625	
Significância global do modelo Prob > F = 0.0000			Significância global do modelo Prob > F = 0.000		
R-sq Within = 0.7882 Between = 0.6974 Overall = 0.7844			R-sq Within = 0.8341 Between = 0.6046 Overall = 0.7111		

É claramente observado, tanto com critérios de informação quanto pelo R quadrado ajustado (R-sq na Tabela 5.7), que o modelo com “Diferido” explica melhor a função de produção, demonstrando que a omissão de tal variável é prejudicial para a análise.

Quanto à heteroscedasticidade, o STATA 9.2 por motivos desconhecidos não efetuava o teste de heteroscedasticidade quando se utilizava o comando “xtreg” para dados em painel. Assim, a fim de driblar tal restrição, foi montado um painel de efeitos fixos utilizando variáveis dummy para as diferentes unidades e posterior estimação por MQO.

Obtidos os resultados da estimativa por MQO, foram realizados testes para verificar a existência de heteroscedasticidade e autocorrelação entre os

resíduos. Tais provas rejeitaram com 5% de significância a existência de perturbações não-esféricas.

Nesses termos, obtêm-se as duas equações:

$$Y_{it} = 6,86999 + 0,222775 \ln K_{it} + 0,394061 \ln L_{it} + 0,03417 \ln D_{it-2} + u_{it} \quad (5.2)$$

$$Y_{it} = 5,36672 + 0,229858 \ln K_{it} + 0,579233 \ln L_{it} + u_{it} \quad (5.3)$$

Para verificar se houve mudança no intercepto, foi realizado um teste de hipótese baseado no intervalo de confiança do intercepto de (5.3), apresentado na Tabela 5.8.

Tabela 5.8 – Teste de hipótese para igualdade de intercepto

Teste
Constante = 6,86999
Prob > F = 0.0692

Assim, rejeita-se a hipótese nula de que os interceptos sejam estatisticamente iguais, com base no *p-valor* de 0,0692. Nesses termos, a adição do Diferido na função Cobb-Douglas modificou o intercepto da função tal qual esperado.

O Gráfico 22 demonstra como ficam capital e trabalho em uma função que teve o Diferido endogeneizado em relação à função de produção sem Diferido, a qual teoricamente é carente de informação e viesada pela ausência do Diferido (viés de especificação).

Tal resultado corrobora com as afirmações de Mefford (1986) e Doll (1974) a respeito do viés de especificação na função de produção quando omitidos *inputs* não tradicionais tal qual o gerenciamento.

Gráfico 22 – Coeficientes de capital e trabalho de (5.2) e (5.3)¹⁷

É possível perceber que as duas funções se cruzam, o que denota uma inversão de eficiência quando a produção está em sua utilização máxima de capital e trabalho. Isto é, a função viesada (sem Diferido), superestima o produto para a atividade intensiva em um ou ambos os fatores.

¹⁷

Comandos para MATLAB 7.1

```
fh = @(K,L) 6.86999*(K.^(0.222775))*(L.^(0.394061));
ezmesh(fh,100)
hold on
fc = @(K,L) 5.36672*(K.^(0.229858))*(L.^(0.579233));
ezmesh(fc,100)
```

É necessário salientar que se esperava apenas uma mudança no intercepto da função de produção com a adição do Diferido. Contudo, para o setor investigado, houve uma mudança na declividade da função quando se opera com grande quantidade de capital e trabalho proporcionalmente, isto é, sem gargalos na produção.

Ainda quanto ao intercepto, existe a questão da endogeneização da tecnologia na função de produção, quando da adição do Diferido defasado. Contudo, é necessário salientar que o Diferido não possui apenas P&D, o que faz com que tal consideração sobre o intercepto não seja totalmente inválida, especialmente se fosse possível saber qual a composição do Diferido, questão essa que receberá uma indicação através do Modelo B, apresentado a seguir.

Assim, o efeito da adição do Diferido também pode ser refletido no novo intercepto estimado denotando, portanto, um deslocamento da função de produção.

5.4 – ESTIMAÇÃO DO MODELO B

Tal qual explicado anteriormente, o Modelo B reduz-se a uma modelo com interações entre variáveis após linearização:

$$y_{it} = \beta_1 K_{it}^{\beta_2 * D_{it-T}} L_{it}^{\beta_3 * D_{it-T}} e^{u_{it}} \quad (5.4)$$

$$\ln y_{it} = \alpha_1 + \beta_2 D_{it-T} \ln K_{it} + \beta_3 D_{it-T} \ln L_{it} + u_{it} \quad (5.5)$$

Estimado o modelo têm-se os resultados apresentados na Tabela 5.9.

Tabela 5.9 – Resultados do modelo com interação de variáveis.

Modelo com com interação das variáveis capital e trabalho com o diferido				
Modelo com diferido defasado				
Variável		Coefficiente estimado		p-valor
K_D	↗	-.023704	↗	0.196
L_D	↗	.0413	↗	0.079
_cons	↗	12.5406	↗	0.000
CIS	↗	5.399053		
Significância global do modelo				
Prob > F = 0.0000				
R-sq				
Within = 0.4973				
Between = 0.1268				
Overall = 0.1688				

Os resultados da Tabela 5.9 indicam que, pelos critérios de informação, tal modelo não se sai tão bem quanto o Modelo A ou a própria especificação original Cobb-Douglas (ambos com CIS negativos). Além disso, o sinal da interação do capital está inverso ao esperado, apesar da significância global do modelo ser alta. Contudo, visualizando-se os *p-valores* das variáveis, é possível inferir algo muito interessante, conforme discutido a seguir.

Visto que a interação entre trabalho e Diferido é mais significativa estatisticamente que a interação entre capital e Diferido, é possível dizer que o

Diferido teve maior impacto sobre o produto quando associado ao trabalho. Em outras palavras, a composição do Diferido, em sua maior parte, provavelmente possui variáveis que afetam o trabalho, como treinamento de mão-de-obra, por exemplo.

Assim, apesar do modelo B não ter se mostrado interessante para a modelagem da produção, suas implicações possibilitam ao pesquisador ter uma idéia da composição do Diferido, e talvez explicar diferenças nos retornos de escala das variáveis.

5.5 – ESTIMAÇÃO DO MODELO C

O Modelo C, baseado em GARTNER ET. AL. (2009), foi estimado levando-se em consideração as variações no Diferido e seu impacto nas variações do produto. Assim, todas as variáveis do modelo se encontram em variações no tempo.

Em função disso, foi necessário o cômputo das variações dos exponenciais de cada variável, antes de convertê-las em logaritmos para linearização do modelo, realizada pela seguinte equação:

$$\Delta \exp(Y) = e^{[(Y_t - Y_{t-1}) / (Y_{t-1})]} \quad (5.6)$$

Feito isso, tem-se um conjunto de valores em variação percentual no tempo, sem valores negativos, sendo possível, portanto, extrair o logaritmo natural de cada variável.

Tal procedimento foi realizado com cada variável do modelo, tendo-se estimado um modelo com a variável Diferido contemporânea e um com a variável Diferido defasada, denotando-se variações no passado.

Assim, foi obtido o resultado apresentado na Tabela 5.10.

Tabela 5.10 – Resultados dos modelos com variação testando a inclusão da variação do Diferido contemporâneo e a variação do Diferido com duas defasagens.

Modelos com variações no tempo					
Modelo com diferido defasado			Modelo com diferido contemporâneo		
Variável	Coeficiente	p-valor	Variável	Coeficiente	p-valor
In_capital	.440945	0.095	In_capital	.075034	0.309
In_trabalho	.26852	0.141	In_trabalho	.118279	0.033
In_Diflag2	.082936	0.618	In_diferido1	-.009390	0.536
_cons	-.041887	0.380	_cons	-.139373	0.000
CIS	-15.37882		CIS	-27.97883	
Significância global do modelo Prob > F = 0.0000			Significância global do modelo Prob > F = 0.000		
R-sq Within = 0.7882 Between = 0.6974 Overall = 0.7844			R-sq Within = 0.8341 Between = 0.6046 Overall = 0.7111		

É possível observar, na Tabela 5.10, que o modelo com “Diferido” em variação contemporânea apresentou não somente um CIS mais alto que o modelo em variação no tempo usando a variável Diferido com duas defasagens, mas também o maior CIS de todos os modelos, sendo ligeiramente maior do que o Modelo A (CIS = -26.3308). Contudo, os Modelos C e A não são diretamente comparáveis por critérios de informação ou R-quadrado ajustado, visto que não possuem a mesma variável dependente.

Assim sendo, tudo indica que o Modelo A pode ser considerado o mais adequado à modelagem da produção, visto que apresenta um bom critério de informação de Schwarz, e também, possui significâncias estatísticas das variáveis a níveis aceitáveis, fato que não ocorre no Modelo C.

5.6 – ESTIMAÇÃO DO MODELO D

O Modelo D proposto é novamente apresentado na equação (5.7), e seus resultados de estimação compilados são apresentados na Tabela 5.12.

$$\ln y_{it} = \beta_1 + \beta_2 D_{it-T} \ln K_{it} + \alpha_1 \ln K_{it} + \beta_3 D_{it-T} \ln L_{it} + \alpha_2 \ln L_{it} + u_{it} \quad (5.7)$$

Tabela 5.11 – Resultados do Modelo D estimado.

Modelo com interações e inputs tradicionais isolados			
Variáveis	Coeficiente	p-valor	Significância global do modelo
K_D	.004542	0.736	Prob > F = 0.0000
ln_capital	.211769	0.088	
L_D	-.001986	0.910	R-sq within = 0.7868 between = 0.6983 overall = 0.7902
ln_trabalho	.399635	0.000	
_cons	6.93595	0.000	
CIS	-22.33458		

Observa-se na Tabela 5.11 que as variáveis de interação com os *inputs* tradicionais da Cobb-Douglas são pouco significantes, apesar da estatística F apresentar um *p-valor* que rejeita fortemente a hipótese nula do teste.

Contudo, o critério de informação de Schwarz indica que apesar do Modelo D mostrar-se mais explicativo que o Modelo B, seu critério de informação ainda é superior ao observado no Modelo A.

Assim, mesmo em sua simplicidade, o Modelo A mostrou-se superior na explicabilidade das relações produtivas, quando considerados *inputs* não tradicionais contidos no Diferido.

5.7 – MODELO E (Modelo D não-multicolinear)

O critério de informação de Schwarz indica que apesar do Modelo D mostrar-se mais explicativo que o Modelo B, as significâncias estatísticas (testes t) das interações no Modelo D apresentaram-se muito ruins. Ademais, ambos apresentaram variáveis com sinais contrários ao esperado.

Assim, ambos os modelos demonstraram problemas funcionais que inviabilizavam a confiabilidade dos resultados, sendo que os problemas descritos são típicos de multicolinearidade entre as variáveis. Tal hipótese é reforçada por existirem duas variáveis em ambos os modelos (capital e trabalho) que interagem com uma mesma (Diferido).

Dado isso foi realizada uma regressão auxiliar entre a interação de capital e Diferido com a interação entre trabalho e Diferido; bem como a interação entre trabalho e diferido sobre apenas trabalho.

Tabela 5.12 – Regressão auxiliar

Regressão Auxiliar para verificar multicolinearidade						
K_D	Coeficiente	p-valor	L_D	Coeficiente	p-valor	
L_D	1.26452	0.000	ln_trabalho	23.07759	0.000	
_cons	5.02642	0.000	-153.8609	-153.8609	0.001	
R-sq: within = 0.9910			R-sq: within = 0.3990			

A Tabela 5.12 apresenta uma forte evidência de multicolinearidade, visto que as variáveis possuem uma alta significância estatística quando realizada uma regressão auxiliar. Uma nova regressão auxiliar com a interação de capital com diferido sobre capital somente obteve resultados semelhantes à regressão feita com trabalho. Isso demonstra que um modelo que possuir as variáveis de interação “K_D” e “L_D” irá apresentar forte multicolinearidade, diferentemente de um modelo que apresentar somente uma variável de interação.

Feito isso, realizou-se uma série de novas regressões com especificações que incluíam apenas uma interação, configurando-se, portanto, em uma modificação do Modelo D, cujo melhor resultado obtido foi o apresentado na Tabela 5.13.

Tabela 5.13 – Melhor regressão obtida com interação única

Modelo D Modificado: Modelo com uma única interação			
In_produto	Coefficiente	p-valor	Significancia Global
In_capital	.213634	0.077	Prob > F = 0.0000
K_D	.003036	0.040	
In_trabalho	.395330	0.000	Valores R- Quadrado R-sq: within = 0.7867 between = 0.6971 overall = 0.7880
_cons	6.95440	0.000	
CIS	-26.02932		

Apesar do bom resultado obtido, o Modelo E foi ligeiramente inferior ao Modelo A, e também, impossibilitou a endogeneização das duas interações propostas em razão da multicolinearidade entre as elas.

5.8 – MELHOR MODELO E RETORNOS DE ESCALA

Mesmo não sendo o foco principal do trabalho, é possível, com os resultados obtidos, estimar os retornos de escala do setor de bens de capital brasileiro.

Como citado anteriormente, o Modelo A mostrou-se melhor, visto seu critério de informação de Schwarz e a inexistência de problemas de multicolinearidade, bem como significâncias estatísticas adequadas. Assim sendo, é possível calcular os retornos de escala via o teste apresentado em (5.8):

$$\begin{cases} H_0 : \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 = 1 \\ H_i : \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 \neq 1 \end{cases} \quad (5.8)$$

Dados os coeficientes de capital = 0,222; trabalho = 0,394; e Diferido com duas defasagens = 0,034, em valores aproximados, rejeita-se a hipótese de retornos constantes de escala, visto o *p-valor* encontrado de 0,0038, que rejeita fortemente a hipótese nula.

Obviamente, pela grandeza dos coeficientes estimados e pela rejeição da hipótese de retornos constantes de escala, observa-se que o setor de bens de capital brasileiro opera hoje em retornos decrescentes de escala.

CAPITULO 6 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

As variáveis adicionais (refletidas pelo Diferido) contribuem sim para a produção, apesar de marginalmente, o que explicaria o baixo valor absoluto do parâmetro estimado para o Diferido, em comparação aos outros insumos.

A função de produção do Modelo A, considerada a mais adequada dentre os modelos Cobb-Douglas modificados, apesar de sua explicabilidade de curto prazo, ainda carece de robustez funcional para contemplar a questão da permanência do efeito do Diferido na produção, visto um dispêndio pontual, bem como a obsolescência da inovação.

Contudo, o Modelo A com Diferido mostrou-se melhor explicativo, baseado no critério de informação de Schwarz, sugerindo que a função Cobb-Douglas original apresenta certo viés de especificação, visto a importância atual das variáveis do Diferido na atual conjuntura da concorrência inter-capitalista.

Quanto ao Modelo B e as considerações a respeito da composição de gastos do Diferido, é possível que sua interpretação proposta seja válida, em termos de verificar a maior proporção de gastos relacionados com trabalho, tal qual observado na estimação do modelo, via significâncias estatísticas. Contudo, a evidência de alta multicolinearidade entre as variáveis impossibilita seu uso para previsão.

Adiciona-se, também, que para as empresas do setor de bens de capital brasileiro estudadas, existe uma defasagem média de dois anos para que os

investimentos de retorno futuro produzam resultados, o que demonstra uma preferência por inversões de médio prazo de maturação.

O estudo, ainda, desenvolveu uma forma de verificar a composição do Diferido, que no setor de bens de capital brasileiro, para as empresas estudadas, apresentaria maior proporção de gastos relacionados ao insumo trabalho, como treinamento por exemplo.

Estudos futuros poderiam considerar o efeito individual das variáveis mencionadas quando da disponibilidade de dados desagregados, visto que foram utilizadas variáveis agregadas no ativo Diferido. Além disso, o fato do painel de dados ser desbalanceado não é exatamente um problema, mas são possíveis estimativas mais precisas com painéis balanceados. Maior quantidade de dados também melhoraria a confiabilidade dos parâmetros estimados.

Adiciona-se também que a questão da simultaneidade entre Diferido e produto, isto é, o Diferido como variável dependente sendo explicado pelo produto, ao invés do que ocorre nas funções estimadas é passível de maiores investigações.

A replicação do presente trabalho em outros setores da economia mostra-se necessária para a comparação e posterior validação dos modelos propostos, motivo pelo qual o trabalho não se absteve de demonstrar nenhum modelo proposto, mesmo aqueles que não obtiveram bons resultados de aderência. Portanto, os resultados obtidos não esgotam a problemática estudada, e novas investigações se fazem necessárias.

Não obstante, alguns modelos apresentados possuem certas características que devem ser melhor exploradas em suas formas funcionais, tal qual ocorre nos retornos de escala variáveis dos modelos com interação.

Apesar das limitações apresentadas, especialmente em termos dos dados utilizados, este estudo não apresentou resultados discrepantes com o esperado, possibilitando estimar a grandeza do impacto tecnológico resultante dos gastos no ativo “Diferido”, por meio da variação encontrada no intercepto da regressão com e sem a inclusão daquela variável.

Além disso, foi possível estimar o prazo para a maturação de tais investimentos; que mostrou-se a principal contribuição do trabalho na formulação de modelos para funções de produção que tornam endógenas as variáveis do Diferido.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACS, Z. J., D. B. AUDRETSCH, et al. **R & D Spillovers and Recipient Firm Size. The Review of Economics and Statistics**, v.76, n.2, p.336-340. 1994.

ALEM, A. C., PESSOA, R. M., **O Setor De Bens De Capital E O Desenvolvimento Econômico: Quais São Os Desafios?** - BNDES Setorial, Rio de Janeiro, n. 22, p. 71-88, set. 2005.

ALMEIDA, G. E. S., **Análise do índice de instalação de empresas no município de Osasco utilizando sistemas de informação geográfica e análise envoltória de dados – DEA**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

BEATTIE, B. R., M. T. HOLT, et al. **On the Function Coefficient, Euler's Theorem, and Homogeneity in Production Theory**. Review of Agricultural Economics, v.24, n.1, p.240-249. 2002.

BECKENKAMP, M. T. **ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS: considerações sobre o estabelecimento de restrições para os multiplicadores ótimos**. Dissertação (mestrado), 2002.

BYRON, W. B. **Tests for Cobb-Douglas and CES Production Functions**. International Economic Review, v.11, n.1, p.77-83, 1970.

CAMERON, A.C.; TRIVEDI, P.K., **Microeconometrics using Stata**. Stata Press, College Station, Texas, 2009.

CHIANG, A. **Matemática para Economistas**, São Paulo: McGraw-Hill, 1982.

CHOWDHURY S. R., NAGADEVARA, V., HEADY, E. O. **A Bayesian Application on Cobb-Douglas Production Function**, American Journal of Agricultural Economics, Vol. 57, No. 2, pp. 361-363. 1975.

CHOWDHURY, S. R., V. Nagadevara, et al. **"A Bayesian Application on Cobb-Douglas Production Function."** American Journal of Agricultural Economics 57(2): 361-363. 1975.

DAVIDSON, R., MACKINNON, J.G.. **Econometric Theory and Methods.** Oxford: Oxford Univ. Press., 2004.

DOLL, J. P. **On Exact Multicollinearity and the Estimation of the Cobb-Douglas Production Function.** American Journal of Agricultural Economics, v.56, n.3, p.556-563. 1974.

DOUGLAS, P. H. **"The Cobb-Douglas Production Function Once Again: Its History, Its Testing, and Some New Empirical Values."** The Journal of Political Economy 84(5): 903-915, 1976.

DURAND, D. **"Some Thoughts on Marginal Productivity with Special Reference to Professor Douglas."** J.P.E. 45, no. 6, 740-58, 1937.

EDWIN F. ULVELING F., FLETCHER, L. B. **A Cobb-Douglas Production Function with Variable Returns to Scale: American Journal of Agricultural Economics**, Vol. 52, No. 2, pp. 322-326. 1970.

FARIA, J. A., PAULA, L. F., MARINHO, A., **FUSÕES E AQUISIÇÕES BANCÁRIAS NO BRASIL: UMA AVALIAÇÃO DA EFICIÊNCIA TÉCNICA E DE ESCALA.** IPEA: TEXTO PARA DISCUSSÃO N° 1233, Rio de Janeiro, novembro de 2006.

FERGUSON, C. E.; GOULD, J. P., **Microeconomic Theory**, Irwin, Fourth Edition, 1975.

FERGUSON, C. **Microeconomia**, Forense Universitária, 18ª Ed, Rio de Janeiro: Forense, 1994.

FRANSMAN, M. **Learning And The Capital Goods Sector Under Free-Trade - The Case Of Hong-Kong.** World Development, v.10, n.11, p.991-1014. 1982.

GARTNER, I. R., ZWICKER, R., RÖDDER, W., **Investimentos em Tecnologia da Informação e Impactos na Produtividade Empresarial: uma Análise**

Empírica à Luz do Paradoxo da Produtividade, RAC, Curitiba, v. 13, n. 3, art. 3, p. 391-409, Jul./Ago. 2009.

GOLDBERGER, A. S.: **A Course in Econometrics**, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1991.

GREENE, W.H. **Econometric Analysis**. 4. ed. New York: Prentice Hall, 2002.

GRILICHES, Z. **Production Functions in Manufacturing: Some Additional Results**. Southern Economic Journal, v.35, n.2, p.151-156. 1968.

GUJARATI, D. N. **Econometria Básica**. 3.ed. São Paulo : Makron books, 2000.

HILL, C., GRIFFITHS, W., JUDGE, G., **Econometria**. 2.ed. São Paulo: Saraiva, 2003.

HSIAO, C., **Analysis of Panel Data**. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

IUDÍCIBUS, S. **Manual de Contabilidade das Sociedades por Ações**. 7ª. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

JAMES, D. E.; THROSBY, C. D., **Métodos Quantitativos Aplicados à Economia: Uma Introdução à Econometria**. São Paulo, Atlas, 1977.

KLUMP, R. e H. PREISSLER. **CES Production Functions and Economic Growth**. The Scandinavian Journal of Economics, v.102, n.1, p.41-56. 2000.

LOPES, P. C., AMANTHEA, N., **Modelagem da função de demanda do mercado para jogos de empresas gerais: Um panorama das principais alternativas**. XXIV Encontro Nac. de Eng. de Produção - Florianópolis, SC, Brasil, 03 a 05 de nov de 2004 - ENEGEP 2004 ABEPRO 5584

MANKIW, N. G. **Introdução à Economia: princípios de micro e macroeconomia**. São. Paulo: Editora Campus, 1999.

MANSFIELD, E., **Microeconomia: Teoria e Aplicações** Rio de Janeiro: Editora Campus, 1978.

MARIANO, E.B. **Sistematização e Comparação De Técnicas, Modelos E Perspectivas Não-Paramétricas De Análise De Eficiência Produtiva.** Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.

MARINHO, A., **Estudo de eficiência em alguns hospitais públicos e privados com a geração de rankings.** IPEA: Texto para discussão nº 794, rio de janeiro, maio de 2001.

MARSCHAK, J. e W. H. ANDREWS, Jr. **Random Simultaneous Equations and the Theory of Production.** *Econometrica*, v.12, n.3/4, p.143-205. 1944.

MEFFORD, R. N. **Introducing Management Into The Production Function.** *Review of Economics and Statistics*, v.68, n.1, p.96-104. 1986.

MUNDLAK Y., HOCH I. **Consequences of Alternative Specifications in Estimation of Cobb-Douglas Production Functions,** *Econometrica*, Vol. 33, No. 4 (Oct., 1965), pp. 814-828.

MUNDLAK, Y. **Empirical Production Function Free of Management Bias.** *Journal of Farm Economics*, v.43, n.1, 1961, p.44-56.

PINDYCK, R.; RUBINFELD, D. **Microeconomia,** Pearson Education, Quinta Edição, 2002.

ROMIJN, H. **Acquisition of technological capability in development: A quantitative case study of Pakistan's capital goods sector.** *World Development*, v.25, n.3, p.359-377. 1997.

SANTANA, N. B. **Responsabilidade social e valor da empresa: uma Análise por Envoltória de Dados em empresas distribuidoras de energia elétrica.** Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.

SARTORIS, A. **Estatística e Introdução à Econometria.** 1. Ed. São Paulo: Saraiva, 2003.

SCHUMPETER, J. A. **Capitalismo, Socialismo e Democracia**. Rio de Janeiro: Zahar, 1984.

SIMONSEN, M. H.: **Teoria Microeconômica**, Ed. Fundação Getúlio Vargas, 4.ed, Rio de Janeiro, 1979.

SOARES, N. S., Silva, M. L., Lima, J. E. **A Função De Produção Da Indústria Brasileira De Celulose, Em 2004**. R. Árvore, Viçosa-MG, v.31, n.3, p.495-502, 2007.

STOCK, J. H., WATSON, M. W. **Econometria**. São Paulo: Addison Wesley. 2004.

THURSTON, N. K. e A. M. LIBBY. **A Production Function for Physician Services Revisited**. The Review of Economics and Statistics, v.84, n.1, p.184-191. 2002.

TODD, P. E. e K. I. WOLPIN. **On the Specification and Estimation of the Production Function for Cognitive Achievement**. The Economic Journal, v.113, n.485, p.F3-F33. 2003.

ULVELING, E. F. e L. B. FLETCHER. **A Cobb-Douglas Production Function with Variable Returns to Scale**. American Journal of Agricultural Economics, v.52, n.2, p.322-326. 1970.

VARIAN, H. **Microeconomia**, Editora Campus, 1994.

WILSON, K. **The Determinants of Educational Attainment: Modeling and Estimating the Human Capital Model and Education Production Functions**. Southern Economic Journal, v.67, n.3, p.518-551. 2001.

ZELLNER A., KMENTA J., DREZE, J. **Specification and Estimation of Cobb-Douglas Production Function Models**, Econometrica, Vol. 34, No. 4, pp. 784-795. 1966.

Websites Consultados:

www.deazone.com – acesso em 05/07/2008

SILVA, R. M. A, **Conhecimento e poder**: O apoio do Estado à pesquisa acadêmica é essencial e insubstituível, 2002.
<http://www.revistapesquisa.fapesp.br/?art=1872&bd=1&pg=1&lg=> - Acesso em 20/10/2009.

ANEXO A – PLANILHA DE DADOS

Empresa	Ano	Produto	Capital	Trabalho	Diferido1	Empresanum
BARDELLA	2008	612001	94394	19971	643	1
BARDELLA	2007	368725	70722	5412	7843	1
BARDELLA	2006	329885	63417	4994	8434	1
BARDELLA	2005	402947	66492	4225	7495	1
BARDELLA	2004	336022	72130	4017	6696	1
BARDELLA	2003	204190	69982	4075	5578	1
BARDELLA	2002	192284	65981	2420	4736	1
BARDELLA	2001	74833	32365	482	1	1
BARDELLA	2000	62187	27642	485	1	1
BARDELLA	1999	50542	26835	411	1	1
INEPAR	2008	1162016	410130	4564	431	2
INEPAR	2007	962578	393650	4027	3090	2
INEPAR	2006	795700	411842	5049	7186	2
INEPAR	2005	706526	438662	6028	14136	2
INEPAR	2004	587536	485498	4227	20014	2
INEPAR	2003	560022	316486	4017	20878	2
INEPAR	2002	779333	465932	5114	29194	2
INEPAR	2001	909217	503412	6996	44263	2
INEPAR	2000	563993	595830	1337	79642	2
INEPAR	1999	642952	739652	5338	74986	2
SCHULZ	2008	614044	386340	1505	1	3
SCHULZ	2007	498371	166468	2452	1	3
SCHULZ	2006	418210	125462	1516	1	3
SCHULZ	2005	407194	113308	1763	1	3
METALFRIO	2008	937913	158820	5609	1	4
METALFRIO	2007	733071	69744	5075	11401	4
METALFRIO	2006	421151	37650	5315	5092	4
METALFRIO	2005	297978	21103	1561	2237	4
TRAFO	2007	194010	33228	4346	804	5
TRAFO	2006	187390	32896	4075	1209	5
TRAFO	2005	172470	34244	2376	972	5
TRAFO	2004	115420	39288	1752	635	5
TRAFO	2003	75324	38776	1089	1	5
TRAFO	2002	90490	39798	1093	1	5
ELECTRO AÇO	2008	240375	53621	1604	1	6
ELECTRO AÇO	2007	199535	52460	1028	1	6
ELECTRO AÇO	2006	193842	48873	972	1	6
ELECTRO AÇO	2005	188426	44682	783	1	6
ELECTRO	2004	131342	39511	545	1	6

AÇO						
ELECTRO AÇO	2003	77459	33891	511	1	6
ELECTRO AÇO	2002	58401	28606	356	1	6
METISA	2008	291355	36073	3734	1	7
METISA	2007	226125	47914	930	1	7
METISA	2006	186619	39888	1080	1	7
METISA	2005	185459	39377	800	1	7
METISA	2004	184802	37881	761	1	7
METISA	2003	142496	34428	831	1	7
METISA	2002	99885	32996	501	1	7
LUPATECH	2008	777417	295781	13593	1	8
LUPATECH	2007	427492	183682	8384	8592	8
LUPATECH	2006	256343	71908	5044	3222	8
LUPATECH	2005	203837	49885	2911	1551	8
ROMI	2008	836625	256340	33845	1	9
ROMI	2007	761156	157590	35934	1	9
ROMI	2006	664534	156015	25880	1	9
ROMI	2005	620289	117250	21339	1	9
ROMI	2004	542140	385391	19924	1	9
ROMI	2003	393427	362110	14584	1	9
ROMI	2002	277450	358169	9268	1	9

ANEXO B – Comandos para STATA

*carregar variáveis produto, capital e trabalho.

*Gera ln das variáveis inseridas.

```
generate ln_produto = ln(produto)
```

```
generate ln_capital = ln(capital)
```

```
generate ln_trabalho = ln(trabalho)
```

```
generate ln_Diferido1 = ln(Diferido1)
```

*Defasagem no Diferido

```
tsset empresanum ano
```

```
bysort empresanum (ano): g Diflag1_1= ln_Diferido1[_n-1]
```

*Lag de 1 no painel

```
bysort empresanum (ano): g Diflag1_2= ln_Diferido1[_n-2]
```

*Lag de 2 no painel

```
bysort empresanum (ano): g Diflag1_3= ln_Diferido1[_n-3]
```

*Lag de 3 no painel

***** Defasagens *****

*Encontrando o número correto de defasagens do Diferido == pressupõe efeitos fixos a fim de evitar estimadores inconsistentes

*Defasagens consecutivas

```
xtreg ln_produto ln_capital ln_trabalho ln_Diferido1, fe  
estat ic
```

```
xtreg ln_produto ln_capital ln_trabalho ln_Diferido1 Diflag1_1, fe  
estat ic
```

```
xtreg ln_produto ln_capital ln_trabalho ln_Diferido1 Diflag1_1 Diflag1_2, fe  
estat ic
```

```
xtreg ln_produto ln_capital ln_trabalho ln_Diferido1 Diflag1_1 Diflag1_2
      Diflag1_3, fe
estat ic
```

*individualmente

```
xtreg ln_produto ln_capital ln_trabalho ln_Diferido1, fe
estat ic
```

```
xtreg ln_produto ln_capital ln_trabalho Diflag1_1, fe
estat ic
```

```
xtreg ln_produto ln_capital ln_trabalho Diflag1_2, fe
estat ic
```

```
xtreg ln_produto ln_capital ln_trabalho Diflag1_3, fe
estat ic
```

*Estimação por efeitos fixos, aleatórios e teste de Hausman. == Usar lag do Diferido com menor IC.

iis empresanum

```
xtreg ln_produto ln_capital ln_trabalho Diflag1_2, fe
xtreg ln_produto ln_capital ln_trabalho Diflag1_2, re
```

```
xtreg ln_produto ln_capital ln_trabalho Diflag1_2, fe
est store fixed
xtreg ln_produto ln_capital ln_trabalho Diflag1_2, re
hausman fixed
```

***** MODELO A *****

* Comparar explicabilidade (CIS) do modelo por FE com Diferido com o Cobb-Douglas original.

```
xtreg ln_produto ln_capital ln_trabalho Diflag1_2, fe
estat ic
```

```
xtreg ln_produto ln_capital ln_trabalho, fe
estat ic
```

****FE robusta**

```
xtreg ln_produto ln_capital ln_trabalho Diflag1_2, fe vce(robust)
estat ic
xtreg ln_produto ln_capital ln_trabalho, fe vce(robust)
estat ic
```

***** MODELO B *****

*gera as interações entre capital e Diferido com duas defasagens; e trabalho e Diferido com duas defasagens.
*Como o Diferido está defasado (2 períodos) há perda de 2 observações por empresas.

```
generate K_D = ln_capital*Diflag1_2
generate L_D = ln_trabalho*Diflag1_2
```

```
xtreg ln_produto K_D L_D, fe
estat ic
```

***** MODELO C *****

*Inserir dados em variação percentual com exp: Ex.: $\exp((Y_t - Y_{t-1})/Y_{t-1})$

*Gera o ln das variações
generate ln_produto = ln(produto)
generate ln_capital = ln(capital)
generate ln_trabalho = ln(trabalho)
generate ln_Diferido1 = ln(Diferido1)
generate ln_Diflag2 = ln(diflag2)

tsset empresanum ano

```
xtreg ln_produto ln_capital ln_trabalho ln_Diflag2, fe
estat ic
```

*Para testar o mesmo modelo com Diferido variando mas sem aquela defasagem:

```
xtreg ln_produto ln_capital ln_trabalho ln_Diferido1, fe
estat ic
```

***** MODELO D *****

```
xtreg ln_produto K_D ln_capital L_D ln_trabalho, fe
est store fixed
xtreg ln_produto K_D ln_capital L_D ln_trabalho, re
hausman fixed
```

```
xtreg ln_produto K_D ln_capital L_D ln_trabalho, fe
estat ic
```

***** Modelo E *****

```
xtreg ln_produto ln_capital K_D ln_trabalho L_D, fe
xtreg ln_produto ln_capital K_D ln_trabalho, fe
estat ic
xtreg ln_produto ln_capital ln_trabalho L_D, fe
estat ic
xtreg ln_produto ln_capital K_D L_D, fe
estat ic
xtreg ln_produto K_D ln_trabalho L_D, fe
estat ic
regress K_D L_D
xtreg ln_produto ln_capital K_D ln_trabalho, fe
estat ic
```

**** Retorno de escala para o Modelo A na equação com Diferido defasado ****

```
xtreg ln_produto ln_capital ln_trabalho Diflag1_2, fe

test ln_capital + ln_trabalho + Diflag1_2 = 1
*testa b1=b2
== RETORNOS CONSTANTES DE ESCALA
```

***** ProdLag*****

```
xtreg ln_Diferido1 ln_produto, fe
estat ic
```

```
bysort empresanum (ano): g prodlag1_1= ln_produto[_n-1]
*Lag de 1 no painel
```

```
xtreg ln_Diferido1 prodlag1_1, fe  
estat ic
```

```
bysort empresanum (ano): g prodlag1_2= ln_produto[_n-2]  
*Lag de 2 no painel  
xtreg ln_Diferido1 prodlag1_2, fe  
estat ic
```

```
bysort empresanum (ano): g prodlag1_3= ln_produto[_n-3]  
*Lag de 3 no painel  
xtreg ln_Diferido1 prodlag1_3, fe  
estat ic
```

*****Teste de heteroscedasticidade e Autocorrelação entre os resíduos*****

```
use "C:\STATA\Stata 9.2 - 2\ado\HETEROSCEDASTICIDADE.dta", clear
```

```
xtserial ln_produto ln_capital ln_trabalho Diflag1_2 dbardeda dinepar dschulz  
dmetalfrio dtrafo delectro dmetisa dlupa dromi
```

```
estat hettest
```