ARTURO MIRANDA VERA

PROPRIEDADES DE REDES COMPLEXAS DE TELECOMUNICAÇÕES

Dissertação apresentado à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Telecomunicações
Orientador: Prof. Dr. Amílcar Careli César

São Carlos, SP
2011

Trata-se de versão corrigida da dissertação. A versão original se encontra disponível na EESC/USP que aloja o Programa de Pós-Graduação de Engenharia Elétrica

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

M672p Miranda Vera, Arturo.
 Propriedades de redes complexas de telecomunicações /
 Arturo Miranda Vera ; orientador Amílcar Careli César. --
 São Carlos, 2011.

 Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica e Área de Concentração em
Telecomunicações)-- Escola de Engenharia de São Carlos da
Universidade de São Paulo, 2011.

 1. Sistemas complexos. 2. Redes complexas.
 3. Redes ópticas. 4. Algoritmos de roteamento de tráfego
 e alocação de comprimento de onda. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Bachiller **ARTURO MIRANDA VERA**

Título da dissertação: "Propriedades de redes complexas de telecomunicações."

Data da defesa: 08/12/2011

Comissão Julgadora:

Prof. Titular **Amílcar Careli César (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Prof. Dr. **Alneu de Andrade Lopes**
(Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação/ICMC)

Prof.^ª Dr.^ª **Mônica de Lacerda Rocha**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Resultado:

Aprovado

Aprovado

Aprovado

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica:
Prof. Titular **Denis Vinicius Coury**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Associado **Paulo Cesar Lima Segantine**

RESUMO

MIRANDA, A. (2011). Propriedades de Redes Complexas de Telecomunicações. M. Sc. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

Os objetivos desta monografia foram analisar as propriedades de topologias de redes complexas, analisar as potencialidades e comparar desempenho de softwares gratuitos de geração de topologias e simular roteamento de tráfego em redes de telecomunicações.

As principais topologias analisadas foram a regular, aleatória e livre de escala. As propriedades topológicas incluem o grau nodal, a distribuição de grau, o coeficiente de agrupamento, o comprimento médio do caminho, além do efeito mundo pequeno.

Foram avaliadas as potencialidades de três ferramentas gratuitas de geração e análise de redes, o B-A, Pajek e NetLogo.

Como exemplos de aplicação em redes de telecomunicações, com destaque para redes ópticas utilizando técnica de multiplexação por divisão de comprimento de onda, foram implementados os seguintes algoritmos de roteamento de tráfego: roteamento fixo com alocação de comprimento de onda sequencial fixa e roteamento adaptativo com alocação de comprimento de onda menos usado, mais usado, aleatória e busca exaustiva. O desempenho dos algoritmos de roteamento e alocação de comprimentos de onda de modo nas topologias analisadas foram comparados.

Palavras-chave: Sistemas complexos, redes complexas, redes ópticas, algoritmos de roteamento do tráfego e alocação de comprimento de onda.

ABSTRACT

The purposes of this master's thesis are to analyze the properties of complex network topologies, analyze and compare the performance of free software for generating topologies and simulate traffic routing in telecommunication networks.

The main topologies analyzed were the regular, random and scale-free. The topological properties include the nodal degree, the distribution degree, clustering coefficient, average path length and small-world effect.

The performance of the free softwares B-A, Pajek and Netlogo were evaluated.

As examples of application in telecommunication networks, especially for optical networks using wavelength division multiplexing technique, the following routing traffic algorithms were implemented: Fixed routing with first-fit wavelength assignment and adaptive routing with least used wavelength assignment, most used, random and exhaustive search. The performance of algorithms for routing and wavelength allocation employed in the analyzed topologies was compared.

Keywords: Complex systems, complex networks, optical networks, traffic routing algorithms, wavelength allocation.

Aos meus pais Feliciano e Valentina, aos meus filhos Mariam e Arturo, a Rosa Elena, e aos meus Irmãos Herles, Wilder, Manuel e Erik.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Doutor Amílcar Careli César, pela oportunidade e confiança depositada em mim, orientação e dedicação.

Aos professores do grupo de Telecomunicações, pelos conhecimentos repassados.

Aos colegas e amigo(a)s do departamento, Alex, Anderson, Eduardo, Getúlio, Larissa, Leone, Mariana, Pedro, Rafael, Thiago, Ulisses, Willian.

A Katherine por todo apoio e compreensão.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro.

A todos que direta ou indiretamente ajudaram na concretização deste trabalho.

SUMARIO

RESUMO.....	I
ABSTRACT	II
AGRADECIMENTOS	IV
SUMARIO.....	V
LISTA DE ABREVIATURAS.....	VII
LISTA DE FIGURAS	VIII
LISTA DE TABELAS	XI
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Objetivos	3
1.2 Organização do documento	3
2 FUNDAMENTOS DE REDES COMPLEXAS	4
2.1 Sistemas complexos	4
2.2 História	5
2.3 Representação de redes complexas.....	6
2.3.1 Redes não orientadas.....	7
2.3.2 Redes orientadas.....	7
2.3.3 Redes com pesos	8
2.4 Propriedades de redes complexas	9
2.4.1 Grau de um nó.....	9
2.4.2 Distribuição de grau	9
2.4.3 Coeficiente de agrupamento.....	10
2.4.4 Comprimento médio do caminho	11
2.4.5 O efeito mundo pequeno	12
2.5 Modelos de redes complexas.....	13
2.5.1 Rede regular	14
2.5.2 Rede aleatória de Erdős e Rényi	15
2.5.3 Redes mundo pequeno de Watts e Strogatz	18
2.5.4 Rede livre de escala	22
2.6 Redes complexas e redes de telecomunicações	27
2.6.1 Método de geração de rede óptica de transporte	28
2.6.1.1 Características de topologia de rede óptica de transporte e sobrevivência.....	29
3 PROGRAMAS PARA MODELAGEM DE REDES COMPLEXAS	34
3.1 B-A geração e visualização de redes livres de escala	34
3.2 Pajek	37
3.2.1 Visualização gráfica de rede.....	39

3.2.2	Obtenção de modelos de redes complexas.....	39
3.2.3	Obtenção de propriedades das redes.....	40
3.2.4	Análise das redes com o Pajek.....	40
3.3	NetLogo.....	42
4	ROTEAMENTO DE TRÁFEGO.....	45
4.1	Problema de roteamento e alocação de comprimento de onda	46
4.1.1	Subproblema de roteamento	46
4.1.2	Subproblema de alocação de comprimento de onda.....	47
4.2	Algoritmos de roteamento e alocação de comprimento de onda	48
4.3	Modelo do tráfego	48
4.4	Probabilidade de bloqueio.....	49
4.5	Simulação e resultados	49
4.5.1	Estudo do desempenho de algoritmos de roteamento e alocação de comprimento de onda.....	49
4.5.1.1	Rede aleatória.....	50
4.5.1.2	Rede mundo pequeno de Watts e Strogatz	52
4.5.1.3	Rede livre de escala.....	54
4.5.1.4	Rede óptica de transporte	55
4.5.1.5	Desempenho do algoritmo de roteamento adaptativo com escolha de comprimento de onda mais usado.....	56
4.5.1.6	Resultado dos algoritmos de roteamento.....	59
5	CONCLUSÕES	61
6	SUGESTÕES PARA ESTUDOS FUTUROS.....	63
	APÊNDICES.....	64
	APÊNDICE A. PROGRAMAS PARA MODELAGEM DE REDES	64
A.1	Pajek.....	64
A.2	NetLogo.....	64
	APÊNDICE B. TOPOLOGIAS DAS REDES ÓPTICAS NSFNET, ITALIANA E BRASILEIRA	65
	APÊNDICE C. ALGORITMOS DE ROTEAMENTO E ALOCAÇÃO DE COMPRIMENTO DE ONDA.....	66
C.1	Algoritmo de roteamento fixo e alocação de comprimento de onda sequência fixa	66
C.2	Algoritmo de roteamento adaptativo e alocação de comprimento de onda exaustivo.....	67
	REFERÊNCIAS.....	70

LISTA DE ABREVIATURAS

B-A	Modelo de rede livre de escala de Barabási e Albert
EON	European Optical Network
ER	Modelo de rede aleatória de Erdős e Rényi
RWA	Routing and Wavelength Assignment
WDM	Wavelength Division Multiplexing
WS	Modelo de rede small-world de Watts e Strogatz
WWW	World Wide Web

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: (a) Quebra-cabeça de Königsberg. A figura mostra a cidade da Prússia antiga de Königsberg (agora Kaliningrado, Rússia), com suas sete pontes sobre o rio Pregel. (b) Grafo das 7 pontes de Königsberg.	5
Figura 2.2: Representação em (a) de uma rede não orientada de quatro nós, e em (b) sua matriz de adjacência.	7
Figura 2.3: Representação em (a) de uma rede orientada de quatro nós, e em (b) sua matriz de adjacência.	8
Figura 2.4: Representação em (a) de uma rede com pesos de quatro nós, e em (b) sua matriz de adjacência.	8
Figura 2.5: (a) Rede Internet 2 [12]. (b) Histograma de distribuição de grau.	10
Figura 2.6: Rede social composta de três pessoas, na qual A é amigo de B e de C. Nessa rede, existe uma grande chance de B ser amigo de C.	10
Figura 2.7: Ilustração da definição do coeficiente de agrupamento (Equação 2.6). O coeficiente de agrupamento do nó de cor verde, para as três redes. Em (a) o valor do coeficiente de agrupamento é zero, pois nenhum vizinho do nó de cor verde possui conexões entre si. Em (b), quando existe uma conexão entre vizinhos do nó de cor verde, o coeficiente de agrupamento é 13 e em (c) quando todos os vizinhos do nó verde se conectam, o coeficiente de agrupamento é 1, o valor máximo.	11
Figura 2.8: Ilustração de uma rede regular com $N = 20$ e $k = 4$, a rede consiste de $Nk/2 = 40$ arestas [9].	14
Figura 2.9: O comprimento médio do caminho versus o número de nós quando $k = 10$ e $k = 14$. O número de nós varia de 25 a 1000. Os quadrados vermelhos e diamantes azuis correspondem aos dados reais fornecidos pelo algoritmo de Dijkstra, os círculos verdes e estrelas cianas correspondem ao resultado teórico $\langle \ell \rangle \approx N/2k$ fornecido por [9].	15
Figura 2.10: Ilustração esquemática do modelo Erdős e Rényi (ER). A rede aleatória descrita pelo modelo ER tem N nós conectados com probabilidade p ; o número total de arestas no sistema é $M \cong pN(N-1)/2$. O exemplo apresenta uma rede de $N = 10$ nós para $p = 0$, $p = 0,1$, $p = 0,15$ e $p = 0,25$. (a) Em $p = 0$ não há arestas no sistema; (b) Cada par de nós é selecionado e os nós são conectados com probabilidade $p = 0,1$. A figura mostra o resultado desse processo em que poucas arestas são adicionadas, $M = 5$, contribuindo para a formação de árvores; (c) A adição de mais arestas, com $p = 0,15$, possibilita a formação de ciclos na rede; (d) Para $p = 0,25$, a rede torna-se mais conectada. Para $p = 1$ o modelo resulta em uma rede totalmente conectada [16].	16
Figura 2.11: (a) Rede complexa gerada pelo modelo de Erdős e Rényi com $N = 100$. (b) Distribuição de graus para uma rede com $N = 10000$ e para $k = 10$, $k = 14$, $k = 18$ e $k = 22$	17
Figura 2.12: O comprimento médio do caminho versus número de nós para $k = 10$ e $k = 14$. O número de nós varia de 100 a 10000. Os quadrados vermelhos e diamantes azuis correspondem aos dados fornecidos pelo algoritmo de Dijkstra e os círculos verdes e estrelas cianas correspondem ao resultado teórico $\langle \ell \rangle = \ln(N)/\ln(\langle k \rangle)$	18
Figura 2.13: Procedimento de reconectar os nós do modelo WS que transforma uma rede regular em uma rede aleatória sem alterar o número de nós ou de arestas. Começamos com uma rede regular formada por $N = 20$ nós ligados aos seus $k = 4$ vizinhos mais próximos, $k/2 = 2$ em cada lado. Em seguida, escolhemos um nó e	

uma aresta que conecta um de seus vizinhos. Com uma probabilidade p reconectamos essa aresta a outro nó escolhido aleatoriamente. Por exemplo, em (b) o enlace original do nó i para o nó j foi reconectado para o nó j novo. Continuamos esse processo até que todas as arestas da rede original tenham sido consideradas. Três realizações deste processo são mostradas para diferentes valores de p . Para $p = 0$, a rede regular é inalterada; à medida que p aumenta o gráfico torna-se cada vez mais desordenado até para $p = 1$ todos os nós são reconectados aleatoriamente. Um dos principais resultados é que, para valores intermediários de p , o gráfico é uma rede de mundo pequeno, sendo altamente aglomerada como uma rede regular, mas com comprimento médio do caminho como uma rede aleatória.....20

Figura 2.14: Coeficiente de agrupamento $C(p)$ e comprimentos médios dos caminhos $\langle \ell \rangle(p)$ do modelo de Watts e Strogatz. Os dados foram normalizados pelos valores de $C(0)$ e $\langle \ell \rangle(p)$, respectivamente. Pode-se observar a rápida queda de $l(p)$,

demonstrando que a rede se comporta como uma rede mundo pequeno. Durante essa queda de $l(p)$, $C(p)$ permanece praticamente constante, o que indica que a transição para uma rede de mundo pequeno é quase imperceptível localmente.....21

Figura 2.15: O comprimento médio do caminho versus número de nós para $k = 10$ e $k = 14$. O número de nós varia de 100 a 10000. Os quadrados vermelhos e diamantes azuis correspondem aos dados fornecidos pelo algoritmo de Dijkstra e os círculos verdes correspondem ao resultado teórico $\ln(N)$22

Figura 2.16: Ilustração do modelo BA para $n_0 = 3$ e $m = 2$. Em $t = 0$, o sistema consiste de $n_0 = 3$ nós totalmente conectados ($n_0(n_0 - 1)/2 = 3$). Em cada passo temporal t um novo nó é adicionado, que é conectado ao $m = 2$ nós, preferencialmente aos nós com alto grau, determinado pela regra (2). Assim, em $t = 3$ existem $n_0 + t = 6$ nós e $mt + n_0(n_0 - 1)/2 = 9$ arestas. Em $t = 7$ o nó sétimo é adicionado. Devido à conexão preferencial o novo nó foi ligado aos nós com grau já alto.....24

Figura 2.17: (a) Rede livre de escala, formada por 100 nós, com a presença de “hubs” (nós de cor azul com grande número de conexões); (b) Distribuição de grau do modelo BA para uma rede de $N = 10000$ e diferentes valores de m . Para $m = 1$ (quadrados vermelhos), $\gamma = 2,06$; para $m = 3$ (asteriscos verdes), $\gamma = 2,55$ e para $m = 5$ (cruzes azuis), $\gamma = 2,65$25

Figura 2.18: O comprimento médio do caminho versus número de nós quando. O número de nós é 100 a 10000. Os quadrados, círculos e diamantes correspondem aos dados reais, os asteriscos correspondem ao resultado teórico de Newman [14] e as cruzes ao resultado teórico fornecido por Chen [24].26

Figura 2.19: Topologia física da rede óptica Europeia (EON). Os nós estão interconectados com cabos ópticos e distribuídos em uma área geográfica. Algumas regiões são mais densamente povoadas com nós e conexões que outras. Regiões com um grupo de nós muitas vezes apresentam ciclos (ver as conexões fortes).30

Figura 2.20: Rede gerada pelo modelo de Erdős e Rényi com $N = 50$32

Figura 2.21: Rede óptica de transporte formada por 50 nós.33

Figura 3.1: (a) Tela de abertura do programa B-A [35]. (b) Visualização gráfica de uma rede livre de escala gerada pelo algoritmo B-A; (c) Frequência de distribuição de grau dos nós com expoente $\gamma = 2,037$35

Figura 3.2: (a) Visualização gráfica de uma rede livre de escala de 300 nós; (b) Frequência de distribuição de grau dos nós com expoente $\gamma = 2,096$36

Figura 3.3: (a) Estrutura básica de um arquivo de rede de tipo lista de vizinhos de Pajek, e em (b) a sua representação gráfica.....	37
Figura 3.4: Estrutura básica de um arquivo de rede de tipo Pares de linhas de Pajek, e em (b) a sua representação gráfica.....	38
Figura 3.5: Estrutura básica de um arquivo de rede de tipo matriz de adjacência de Pajek, e em (b) a sua representação gráfica.....	38
Figura 3.6: Representação da rede NSFNet. a) Estrutura do arquivo de entrada de rede e b) Visualização de rede fornecida pelo algoritmo Kamada-Kawai do Pajek...	41
Figura 3.7: Rede aleatória gerada pelo Pajek com número de nós 100 e $k = 3$	41
Figura 3.8: Rede livre de escala gerada pelo Pajek com 100 nós.....	41
Figura 3.9: Tipo de rede Livre de escala implementado no NetLogo.	43
Figura 4.1: Exemplo de caminhos ópticos em uma rede.....	45
Figura 4.2: Validação dos algoritmos de roteamento e alocação de comprimento de onda de acordo com [43].....	50
Figura 4.3: Rede aleatória de Erdős e Rényi, formada por 50 nós (figura obtida pelo Pajek).	51
Figura 4.4: Probabilidade de bloqueio para a rede aleatória da Figura 4.1 com (a) $W = 4$ e (b) $W = 8$	52
Figura 4.5: Rede mundo pequeno de Watts e Strogatz, formada por 50 nós (figura obtida pelo Pajek).....	53
Figura 4.6: Probabilidade de bloqueio para os algoritmos de roteamento fixo e adaptativo.....	53
Figura 4.7: Rede livre de escala proposto por Barabási e Albert, formada por 50 nós quando $m = 2$ (figura obtida com Pajek).	54
Figura 4.8: Probabilidade de bloqueio para a rede livre de escala da Figura 4.7 com (a) $W = 4$ e (b) $W = 8$	55
Figura 4.9: (a) Rede óptica de transporte, formada por 50 nós (figura obtida pelo Pajek).	56
Figura 4.10: Probabilidade de bloqueio para o algoritmo roteamento adaptativo.....	56
Figura 4.11: Probabilidade de bloqueio para o algoritmo roteamento adaptativo com escolha de comprimento de onda mais usado para uma rede aleatória com diferentes valores de grau médio.	57
Figura 4.12: Probabilidade de bloqueio para o algoritmo roteamento adaptativo com escolha de comprimento de onda mais usado para uma rede livre de escala com diferentes valores m	58
Figura 4.13: Probabilidade de bloqueio para o algoritmo roteamento adaptativo com escolha de comprimento de onda mais usado.	59

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Redes de transporte óptico do mundo real [32].....	29
Tabela 2.2: Propriedades topológicas da rede aleatória de Erdős e Rényi da Figura 2.20 e da rede óptica de transporte da Figura 2.21: grau médio $\langle\langle k \rangle\rangle$, comprimento médio de caminho $\langle\langle \ell \rangle\rangle$, coeficiente de agrupamento médio $\langle\langle C \rangle\rangle$	33
Tabela 3.1: Expoente da lei de potencia para 4 redes.	36
Tabela 3.2: Propriedades de redes ópticas e de redes geradas por Pajek, aleatória e livre de escala.	40
Tabela 4.1: Propriedades topológicas da rede aleatória de Erdős e Rényi da Figura 4.3: grau médio $\langle\langle k \rangle\rangle$, comprimento médio do caminho $\langle\langle \ell \rangle\rangle$, coeficiente de agrupamento médio $\langle\langle C \rangle\rangle$	51
Tabela 4.2: Propriedades topológicas da rede aleatória mundo pequeno de Watts e Strogatz da Figura 4.5: grau médio $\langle\langle k \rangle\rangle$, comprimento médio do caminho $\langle\langle \ell \rangle\rangle$, coeficiente de agrupamento médio $\langle\langle C \rangle\rangle$	53
Tabela 4.3: Propriedades topológicas da rede livre de escala da Figura 4.7: grau médio $\langle\langle k \rangle\rangle$, comprimento médio do caminho $\langle\langle \ell \rangle\rangle$, coeficiente de agrupamento médio $\langle\langle C \rangle\rangle$	54
Tabela 4.4: Propriedades topológicas da rede óptica de transporte da Figura 4.9: grau médio $\langle\langle k \rangle\rangle$, comprimento médio do caminho $\langle\langle \ell \rangle\rangle$, coeficiente de agrupamento médio $\langle\langle C \rangle\rangle$	56
Tabela 4.5: Propriedades topológicas da rede aleatória com diferentes valores de grau médio.	57
Tabela 4.6: Propriedades topológicas da rede livre de escala com diferentes valores de m	58

1 INTRODUÇÃO

Quaisquer sistemas onde os seus elementos constituintes interagem entre si podem ser modelados como redes complexas [1]-[5]. Essas redes (ou grafos como são chamados na literatura computacional [6], [7]) são estruturas que consistem em nós (vértices) ligados por arestas. Há redes nas quais a topologia das interações entre os seus elementos são representados por estruturas simples (apresentam alta similaridade estrutural) como as redes aleatórias ou regulares. No entanto, muitas redes existentes na natureza e na sociedade apresentam estruturas mais complexas, como: redes de transporte e infraestruturas de transporte (redes de energia elétrica, hidrovias, gasodutos, linhas aéreas), interações sociais (redes de conhecimento, redes de colaboração científica), redes de comunicações (World Wide Web), redes biológicas (redes do metabolismo, redes reguladores de genes, redes de interação de proteína), e redes em ecologia (cadeias alimentares) [4]. Essas redes são caracterizadas, entre outras, pelas propriedades: mundo pequeno [8], [9] (a distância entre dois elementos da rede é pequena) e distribuição de grau livre de escala [10] (segue uma lei de potencia).

O avanço na representação, caracterização e modelagem de sistemas reais por meios de redes complexas foi motivado por dois fatores: *i)* aumento da capacidade (velocidade de processamento e capacidade da memória) dos computadores, de tal forma que redes complexas com milhares ou até mesmo milhões de vértices agora podem ser processadas, permitindo um amplo estudo; *ii)* disponibilidade de várias bases de dados com inúmeros mapeamentos de redes naturais ou construídas pelo homem, que estão disponíveis desde a década de 90, tornando possível a aplicação da teoria de redes complexas nos mais diversos ramos.

Como mencionado, durante as últimas décadas a ciência das redes complexas tem se concentrado em descrever a complexidade estrutural das topologias das redes do mundo real. Atualmente, o foco estendeu-se além da estrutura de rede para uma compreensão da relação entre a estrutura e dinâmica. A dinâmica do fluxo de tráfego de informações em redes complexas tem sido estudada e a questão do congestionamento do tráfego tornou-se muito importante, necessitando de eficiência em sua manipulação.

No caso das redes de telecomunicações, destaca-se a da telefonia fixa tradicional, que permite serviço de voz e dados via par de fios de cobre. Nela, assinantes se conectam às centrais de comutação local que cobrem uma região. Assim, formam uma hierarquia conectando assinantes de cidades, estados, países e continentes. As centrais são os nós e os pares de fios são os enlaces que formam a rede. No caso da telefonia móvel celular, na qual uma topologia equivalente de rede é estabelecida, os canais de comunicação por rádio são os enlaces.

Ao longo dos anos, as redes de telecomunicações foram interligadas formando uma topologia complexa, não somente em número de nós e interligações, mas também em protocolos de comunicação. Costumamos dividir as redes de acordo com a proximidade do ponto de geração de tráfego em rede de acesso, metropolitana e de longa distância.

Com o advento de serviços que utilizam multimídia e com o aumento do número de usuários, o gerenciamento de rotas e de recursos, como largura de banda, tornou-se crucial. A rota entre os nós origem e destino deve ser a menor possível, além de garantir banda suficiente para manter a qualidade de serviço.

Por outro lado, as redes foram sendo expandidas à medida que houve necessidade técnica e algumas delas, como a de fibra óptica, de acordo também com a geografia. As redes de comunicação móvel apresentam parte da topologia com configuração dinâmica por causa dos terminais móveis. Assim, as topologias das redes exibem propriedades de acordo com a configuração, sendo possível melhorar seu desempenho conhecendo-a. É neste tema que este trabalho foi concebido: estudar as propriedades das topologias de redes de telecomunicações com vistas ao roteamento otimizado de tráfego.

A partir de 1999, redes livres de escala, aquelas que possuem hierarquia de nós altamente conectada, os hubs, passaram a ser investigada por causa de propriedades muito interessantes como a robustez às falhas que afetam aleatoriamente os nós. No entanto, boa parte das redes instaladas não exhibe exatamente aquele tipo de topologia, aproximando-se mais de topologia da rede aleatória. Outras, como as redes móveis, caracterizadas pela mobilidade dos terminais, às vezes podem aproximar-se da configuração aleatória.

1.1 Objetivos

Os objetivos deste trabalho podem ser resumidos nos seguintes tópicos:

1. Estudo e análise das propriedades topológicas de redes complexas, principalmente aleatória e livre de escala, com vistas às aplicações em redes de telecomunicações;
2. Avaliação de programas gratuitos de geração e modelagem de topologias de redes;
3. Análise por meio de simulação computacional do desempenho de alguns algoritmos de roteamento e alocação de comprimento de onda utilizando probabilidade de bloqueio como métrica.

1.2 Organização do documento

A dissertação está assim estruturada: O Capítulo 2 descreve os conceitos básicos, uma breve história e representação de redes complexas. É feita uma análise das redes complexas e suas propriedades topológicas como o grau nodal, a distribuição de grau, o coeficiente de agrupamento, o comprimento médio do caminho e o efeito mundo pequeno por meio de simulação computacional. Finalizando a descrição deste capítulo, topologias de redes de telecomunicações são analisadas.

No Capítulo 3 são avaliadas três ferramentas computacionais gratuitas de geração e análise de redes, o B-A, o Pajek e o NetLogo.

O Capítulo 4 apresenta os resultados do desempenho dos algoritmos de roteamento e alocação de comprimento de onda nas topologias de redes complexas.

O Capítulo 5 resume os principais resultados. O Capítulo 6 apresenta as sugestões para estudos futuros.

2 FUNDAMENTOS DE REDES COMPLEXAS

2.1 Sistemas complexos

O estudo de sistemas complexos tem sido reconhecido nos últimos anos como uma nova área científica, reunindo conhecimentos interdisciplinares, sendo fortemente enraizado nos avanços que foram alcançados em diversas áreas que vão da física à antropologia [1].

Definições de um sistema complexo ainda diferem nas diversas áreas e não há ainda uma amplamente aceita. Uma definição mais compreensível é: Um sistema complexo é composto de um grande número de componentes relativamente simples que interagem entre si e com o meio ambiente, sem um controle central, a partir dos quais um comportamento complexo emerge [1]-[4].

Componentes relativamente simples significa que os componentes individuais ou pelo menos seus papéis funcionais em um comportamento coletivo do sistema são simples com respeito ao comportamento coletivo. Por exemplo, o papel funcional de uma formiga em um contexto de uma colônia é relativamente simples quando comparado com o comportamento global do sistema como um todo. *Sem controle central* significa que o sistema se organiza sem um comando interno ou externo ou líder, em um processo de auto-organização. A noção de *emergência* refere-se ao fato de que o comportamento global do sistema não é somente complexo, mas surge das ações coletivas dos componentes simples. Outro exemplo é a WWW, que pode ser pensada como um sistema social auto-organizado, na qual indivíduos, com pouca ou nenhuma supervisão central, realizam tarefas simples, como publicar páginas web ligando-as com outras páginas web. No entanto, os pesquisadores de sistemas complexos descobriram que a rede tem muitas propriedades em grande escala que envolvem sua estrutura global, a maneira como ela cresce, como a informação se propaga em suas conexões.

Como um sistema complexo é representado por partes individuais que se conectam, é natural modelá-lo como rede. São exemplos a Internet, composta por roteadores ligados por fibras ópticas [4]; a ciência, por cientistas conectados por colaboração em artigos científicos [2], [4]; o cérebro, por neurônios conectados através de axônios e dendritos [3], [4]; o transporte aéreo, por aeroportos ligados por

linhas aéreas [4], [5]; a WWW, ligada por hyperlinks [3, 4]. Existem muitas aplicações das redes complexas em diversas áreas que podem ser consultadas em [4].

2.2 História

O estudo das redes iniciou-se com a teoria dos grafos. Começou com o quebra-cabeça das sete pontes de Königsberg, cidade da Prússia, no século 18 (atual Kaliningrado, Rússia). O rio Pregel divide a cidade em quatro áreas de terra unidas por sete pontes. Os habitantes de Königsberg quiseram saber se alguém poderia visitar todas as quatro áreas cruzando cada ponte exatamente uma vez, conforme mostra a Figura 2.1(a).

O problema foi solucionado em 1736 por Leonhard Euler [6]. A importância da solução de Euler não reside na resposta em si, mas na forma como foi obtido. A idéia revolucionária de Euler foi representar as áreas de terra separadas por pontes como os nós (pontos) A, B, C e D e representar as pontes como arestas (segmentos de linha), denotadas por a, b, c, d, e, f e g , ligando os nós, conforme mostra a Figura 2.1(b). A estrutura formada pelo conjunto de nós e arestas, chamada de grafo, é uma representação do quebra-cabeça, codificando as relações entre áreas de terra e os caminhos de acesso entre elas, conforme mostra o detalhe da Figura 2.1(b). Nesta representação, o problema traduz-se em encontrar um caminho que passa por todos os nós e por todas as arestas exatamente uma vez. Euler mostrou que tal solução não é possível.

Figura 2.1: (a) Quebra-cabeça de Königsberg. A figura mostra a cidade da Prússia antiga de Königsberg (agora Kaliningrado, Rússia), com suas sete pontes sobre o rio Pregel. (b) Grafo das 7 pontes de Königsberg.

Depois de dois séculos, na década de 1960, dois matemáticos, Paul Erdős e Alfred Rényi [7], introduziram um novo conceito que permite o tratamento dessas redes, a teoria dos grafos aleatórios. A idéia foi combinar os conceitos de teoria dos grafos com ferramentas da teoria de probabilidade. Em 1967, uma importante propriedade presente nas redes sociais foi descoberta quando Stanley Milgram, interessado na estrutura da sociedade americana, descobriu, por meio de experimento com correspondência, que a distância média entre duas pessoas quaisquer é próxima de seis. Esse fenômeno é conhecido como efeito *mundo pequeno* [4], [8]. Além dessa propriedade, essas redes possuem um alto grau de coeficiente de agrupamento (a ser definido na Seção 2.4.3 deste texto) em relação às redes aleatórias [8].

Os principais trabalhos que precederam a grande revolução no estudo das redes complexas por meio de grafos foram os artigos científicos publicados por Duncan Watts e Steven Strogatz em 1998 [9] e por Albert-László Barabási e Réka Albert em 1999 [10]. A partir de então, os grafos passaram a ser a base matemática da nova teoria das redes complexas.

2.3 Representação de redes complexas

A estrutura de uma rede complexa é representada da mesma forma que um grafo por meio de um conjunto $\mathcal{R}$ que, no caso de redes que não apresentam pesos em suas ligações, é definido por $\mathcal{R}(\mathcal{V}, \mathcal{E})$, onde $\mathcal{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ são os nós (ou vértices) e $\mathcal{E} = \{e_1, e_2, \dots, e_M\}$ são as arestas (ou conexões) que conectam pares de nós. O número de elementos em $\mathcal{V}$ e $\mathcal{E}$ são N e M , respectivamente [11].

As conexões podem ser orientadas ou não-orientadas (o sentido indica de que forma dois nós conectados interagem). Um nó é referido geralmente por sua ordem i no conjunto $\mathcal{V}$. Portanto, ao longo deste trabalho vamos referir um nó pela sua ordem i no conjunto $\mathcal{V}$.

Em muitas redes, as conexões são frequentemente associadas com pesos que os diferenciam em termos de sua intensidade, ou capacidade, como a quantidade de tráfego que flui pelas conexões em redes de transporte. Neste caso, a rede deve apresentar informações adicionais sobre os pesos, isto é, além de ser formada pelos conjuntos $\mathcal{V}, \mathcal{E}$ a rede inclui ainda o conjunto $\mathcal{W} = \{w_1, w_2, \dots, w_M\}$, que representa o peso das conexões, sendo a rede representada por $\mathcal{R} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{W})$ [11].

2.3.1 Redes não orientadas

Para uma rede não orientada com N nós, podemos denotá-los pelos números inteiros de um conjunto $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, N\}$, como está ilustrado na rede da Figura 2.2(a). Cada uma das arestas é definida por um par de nós i e j , denotado por (i, j) . Uma aresta (i, j) conecta os nós i e j , que são adjacentes (ou vizinhos) [11]. Esta rede pode ser armazenada computacionalmente na forma de uma matriz de adjacência $\mathcal{A}$, como pode ser observado na Figura 2.2(b). Os elementos a_{ij} desta matriz são dados por

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i \text{ e } j \text{ estão conectados} \\ 0, & \text{caso contrario} \end{cases}. \quad (2.1)$$

Notar na Figura 2.2(b) que nas redes não orientadas a matriz de adjacência é simétrica ($a_{ij} = a_{ji}$), pois nestas redes não se diferencia o sentido da conexão e, portanto, contém informações redundantes.

Figura 2.2: Representação em (a) de uma rede não orientada de quatro nós, e em (b) sua matriz de adjacência.

2.3.2 Redes orientadas

Também chamadas de dígrafos, as redes orientadas são redes cujas conexões são orientadas de um nó i a um nó j (arco), sendo representada graficamente por uma seta [11]

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se existir uma conexão do nó } i \text{ ao } j \\ 0, & \text{caso contrario} \end{cases}. \quad (2.2)$$

Observa-se na Figura 2.3(b) que nas redes orientadas a matriz de adjacência é assimétrica ($a_{ij} \neq a_{ji}$).

Figura 2.3: Representação em (a) de uma rede orientada de quatro nós, e em (b) sua matriz de adjacência.

2.3.3 Redes com pesos

Uma rede com pesos nas suas conexões pode ser desenhada, como o exemplo mostrado na Figura 2.4(a), e sua representação por uma matriz de adjacência $\mathcal{W}$ é mostrada na Figura 2.4(b). Os elementos w_{ij} desta matriz são dados por [11]

$$a_{ij} = \begin{cases} \text{peso da conexão do nó } i \text{ para } j \\ 0, \text{ se os nós } i \text{ e } j \text{ não estão conectados} \end{cases} \quad (2.3)$$

O peso w_{ij} pode assumir qualquer valor e, geralmente, representa uma propriedade física da conexão como capacidade, largura de banda ou tráfego.

Figura 2.4: Representação em (a) de uma rede com pesos de quatro nós, e em (b) sua matriz de adjacência.

2.4 Propriedades de redes complexas

A seguir, são apresentadas algumas das principais propriedades das redes complexas.

2.4.1 Grau de um nó

O grau k_i de um nó i (grau nodal) representa o número de arestas que ele possui (no caso de redes não orientadas) e é definida em termos da matriz de adjacência $\mathcal{A}$ por [4]

$$k_i = \sum_{j=1}^N a_{ij} . \quad (2.4)$$

Como o grau de um nó é uma medida local, para caracterizar a estrutura de redes utiliza-se uma medida global que é calculada pela média amostral do número de conexões entre os nós, que chamamos de grau médio $\langle k \rangle$,

$$\langle k \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i . \quad (2.5)$$

2.4.2 Distribuição de grau

A organização das conexões de uma rede complexa pode ser caracterizada por meio da distribuição de grau $P(k)$, definida como a probabilidade de que um nó escolhido aleatoriamente na rede tenha grau k [4].

A distribuição de grau de uma rede pode ser formada por um histograma dos graus de nós, como ilustrado na Figura 2.5(b), para a rede óptica Internet 2 [12] da Figura 2.5(a).

Figura 2.5: (a) Rede Internet 2 [12]. (b) Histograma de distribuição de grau.

2.4.3 Coeficiente de agrupamento

O coeficiente de agrupamento de um nó [9], [13] ou transitividade, quantifica a densidade de conexões próxima a um nó. Essa tendência ao agrupamento é quantificada pelo coeficiente de agrupamento.

Podemos definir qualitativamente o coeficiente de agrupamento da seguinte forma: Se o nó A está diretamente conectado aos nós B e C, então há probabilidade de que B se conecte ao nó C, como mostra a Figura 2.6. Em termos de topologia de redes, transitividade significa uma presença elevada de triângulos.

Figura 2.6: Rede social composta de três pessoas, na qual A é amigo de B e de C. Nessa rede, existe uma grande chance de B ser amigo de C.

Quantitativamente, o coeficiente de agrupamento do nó i é definido da seguinte forma: seja i um nó na rede com k_i ligações que o conecta a k_i outros nós. Estes nós são todos vizinhos do nó i . Há no máximo $k_i(k_i - 1)/2$ arestas entre os

vizinhos, e isto ocorre quando todos os vizinhos do nó i estão conectados a todos os outros vizinhos do nó i .

Assim, o coeficiente de agrupamento de um nó é a razão entre o número E_i de arestas que existem atualmente entre estes k_i nós e o maior valor possível de arestas, $k_i(k_i - 1)/2$

$$C_i = \frac{2E_i}{k_i(k_i - 1)}, \quad (2.6)$$

com valores no intervalo $0 \leq C_i \leq 1$. O coeficiente de agrupamento de toda a rede, o coeficiente de agrupamento médio, é obtido pela média do C_i de cada nó

$$\langle C \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{2E_i}{k_i(k_i - 1)}. \quad (2.7)$$

Para exemplificar o conceito de coeficiente de agrupamento dado por (2.6), vemos na Figura 2.7 uma rede com quatro nós. Nessa figura são vistos três redes e os respectivos coeficientes de agrupamento do nó de cor verde.

Figura 2.7: Ilustração da definição do coeficiente de agrupamento (Equação 2.6). O coeficiente de agrupamento do nó de cor verde, para as três redes. Em (a) o valor do coeficiente de agrupamento é zero, pois nenhum vizinho do nó de cor verde possui conexões entre si. Em (b), quando existe uma conexão entre vizinhos do nó de cor verde, o coeficiente de agrupamento é $1/3$ e em (c) quando todos os vizinhos do nó verde se conectam, o coeficiente de agrupamento é 1, o valor máximo.

2.4.4 Comprimento médio do caminho

Um *caminho* em uma rede é uma coleção ordenada de n nós $i_1, i_2, \dots, i_n$ tal que para cada um destes nós existe uma aresta para o próximo nó na sequência. O

comprimento de um caminho ou *distância* entre i_1 e i_n é o número de arestas deste caminho $(i_1, i_2), (i_2, i_3), \dots, (i_{n-1}, i_n)$, que é igual a $n - 1$ para redes sem pesos. Para redes com pesos, o comprimento é dado pela adição do peso de cada aresta [4], [11].

O *comprimento do menor caminho* ou *distância geodésica* entre o par de nós (i, j) , ℓ_{ij} , é o caminho com o menor comprimento dentre todos os possíveis caminhos que conectam esses nós. Os menores caminhos entre todos os pares de nós da rede formam um conjunto representado pela matriz de distâncias D , contendo nos seus elementos d_{ij} a menor distância entre os pares i e j . O máximo valor encontrado nesta matriz corresponde ao *diâmetro* da rede, d_{max} , enquanto que a média sobre todos os valores da matriz D retorna o *comprimento médio do caminho* $\langle \ell \rangle$, calculado por

$$\langle \ell \rangle = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i,j} d_{ij}, \quad (2.8)$$

na qual consideramos apenas componentes conectados, pois no caso de não existir um caminho que conecta os nós i e j , $d_{ij} \rightarrow \infty$ e o somatório diverge.

O *menor caminho* desempenha um papel importante no transporte de informações e comunicação dentro de uma rede. Por exemplo, quando for necessário enviar um pacote de dados de um computador para outro através da Internet, o menor caminho permite uma transferência rápida e economiza recursos do sistema [4].

2.4.5 O efeito mundo pequeno

Em muitas redes de grande escala o comprimento médio do caminho $\langle \ell \rangle$ entre os nós é muito pequeno comparado ao tamanho das redes [14], [15]. É possível ir de um nó para qualquer outro na rede passando por um pequeno número de nós intermediários.

O efeito mundo pequeno foi inicialmente investigado no contexto social por Milgram em 1967 [8]. Em experimento social muito conhecido, Milgram enviou correspondência para 160 moradores de Omaha, Nebraska, EUA, escolhidos

aleatoriamente, solicitando a eles que enviassem a correspondência a um corretor em Boston, Massachusetts. O envio não deveria ser feito diretamente, mas via algum conhecido que, supostamente, poderia conhecer o corretor de Boston. O resultado do experimento revelou que, em média, cada correspondência passou por 6 pessoas, ficando tal quantidade conhecida por *seis graus de separação*.

Diz-se que redes mostram o efeito mundo pequeno se o valor de $\langle \ell \rangle$ cresce ainda mais lentamente que $\ln(N)$. Bollobás e Riordan [23] mostraram que certas redes, com distribuição de graus decaindo de acordo com uma lei de potência apresentam valores de $\langle \ell \rangle$ que não crescem mais rápido do que $\ln(N)/\ln(\ln(N))$. Cohen e Havlin [26] argumentam que a variação poder ser ainda mais lenta e esse efeito foi chamado de *ultramundo pequeno* (ultra small-world).

2.5 Modelos de redes complexas

Nos últimos anos, a disponibilidade de elevado grau processamento computacional permitiu o surgimento de enormes bancos de dados de várias redes complexas reais que possibilitaram a criação de modelos mais realistas para essas redes. Por meio desses modelos é possível representar redes que incorporam propriedades de redes reais e estudá-las por meio de modelos matemáticos. O desenvolvimento desses modelos permite determinar propriedades estruturais como a distribuição do grau, comprimento médio do caminho e coeficiente de aglomeração. O estudo dessas propriedades permite ainda desenvolver métodos que possam ser aplicados a diversos objetivos, como melhorar a dinâmica e o fluxo em uma rede, prever o comportamento de uma rede, entender a causa de maus funcionamentos, proteger a rede em casos de ataques ou falhas. Diversos modelos de redes complexas têm sido desenvolvidos e dentre eles destacam-se o regular, Erdős e Renyi (aleatória), Watts e Strogatz (mundo pequeno), Barabási e Albert (sem escala) [15], [16].

Em geral, as redes não necessariamente pertencem a uma única categoria dos modelos mencionados. Alguns estudos mostram que a maioria das redes reais apresenta comportamento híbrido [17], como aleatória e livre de escala [18].

A seguir, os principais modelos de redes e suas propriedades estruturais são apresentados por meio de simulação computacional. Para tanto, a avaliação dos

algoritmos foram reproduzidos a partir de artigos clássicos divulgados na literatura. A implementação dos algoritmos foi escrita em linguagem C para fins de eficiência e portabilidade. É portátil para máquinas a partir de 32 bits. A rotina de cálculo de comprimento médio do caminho foi realizada utilizando o algoritmo de Dijkstra [19].

2.5.1 Rede regular

Uma rede completamente acoplada (grafo completo) tem o menor comprimento médio do caminho $\langle \ell \rangle = 1$ e o maior coeficiente de agrupamento $C = 1$. Embora este modelo de rede exiba as propriedades de mundo pequeno e de elevado valor de coeficiente de agrupamento de muitas redes reais, ele apresenta limitações. Uma rede completamente acoplada com N nós possui $N(N - 1)/2$ arestas, enquanto a maioria das grandes redes reais são esparsas, isto é, não estão totalmente conectadas e seu número de arestas é geralmente de ordem N .

Um modelo de rede esparsa (não muito conectadas) e regular amplamente estudado é uma rede de vizinhos mais próximos (um lattice), que é um grafo regular (todos os nós com mesmo grau) no qual cada nó é conectado apenas a alguns dos seus vizinhos [16].

Uma rede regular de vizinhos mais próximos com uma condição periódica de contorno consiste de N nós dispostos em um anel, como se observa na Figura 2.8, onde cada nó i é conectado aos seus k vizinhos mais próximos ($k/2$ em cada lado), sendo k um inteiro par. Assim, obtemos uma rede com $N(k/2)$ conexões [16].

Figura 2.8: Ilustração de uma rede regular com $N = 20$ e $\langle k \rangle = 4$, a rede consiste de $N(k/2) = 40$ arestas [9].

Uma rede regular não exibe o efeito mundo pequeno. Ao contrário, seu comprimento médio de caminho é muito grande e tende a infinito quando $N \rightarrow \infty$. O resultado analítico do comprimento médio do caminho de uma rede regular é $\langle \ell \rangle \approx N/2k$ [9]. A Figura 2.9 mostra a curva do comprimento médio do caminho versus número de nós quando $\langle k \rangle = 10$ e $\langle k \rangle = 14$. O número de nós varia de 25 a 1000. Observa-se que os resultados obtidos pelo algoritmo de Dijkstra e resultados obtidos analiticamente, via simulação, têm boa concordância. Observa-se também o crescimento muito rápido do comprimento médio do caminho com N .

Figura 2.9: O comprimento médio do caminho versus o número de nós quando $\langle k \rangle = 10$ e $\langle k \rangle = 14$. O número de nós varia de 25 a 1000. Os quadrados vermelhos e diamantes azuis correspondem aos dados reais fornecidos pelo algoritmo de Dijkstra, os círculos verdes e estrelas cianas correspondem ao resultado teórico $\langle \ell \rangle \approx N/2k$ fornecido por [9].

2.5.2 Rede aleatória de Erdős e Rényi

Em oposição à organização e simetria topológica de rede regular, Erdős e Rényi [7] propuseram em 1959 um modelo bastante simples para gerar redes aleatórias.

Uma rede aleatória de Erdős e Rényi (ER) é construída definindo um conjunto de nós $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, N\}$ e conectando pares de nós com probabilidade p . A Figura 2.10 mostra a geração de uma rede aleatória de N nós com diferentes valores de p .

Portanto, com $p = 0$ obtemos uma rede completamente fragmentada $\mathcal{E} = \emptyset$ e no outro extremo, com $p = 1$, a rede fica completamente conectada, tal que o coeficiente de agrupamento será máximo, $C = 1$.

Figura 2.10: Ilustração esquemática do modelo Erdős e Rényi (ER). A rede aleatória descrita pelo modelo ER tem N nós conectados com probabilidade p ; o número total de arestas no sistema é $M \cong pN(N-1)/2$. O exemplo apresenta uma rede de $N = 10$ nós para $p = 0$, $p = 0,1$, $p = 0,15$ e $p = 0,25$. (a) Em $p = 0$ não há arestas no sistema; (b) Cada par de nós é selecionado e os nós são conectados com probabilidade $p = 0,1$. A figura mostra o resultado desse processo em que poucas arestas são adicionadas, $M = 5$, contribuindo para a formação de árvores; (c) A adição de mais arestas, com $p = 0,15$, possibilita a formação de ciclos na rede; (d) Para $p = 0,25$, a rede torna-se mais conectada. Para $p = 1$ o modelo resulta em uma rede totalmente conectada [16].

Uma variação na construção da rede aleatória é definir o tamanho do conjunto $\mathcal{E}$, ou seja, o número máximo de arestas e conectar pares de nós (i, j) escolhidos aleatoriamente até que esse número máximo seja alcançado.

Os dois modelos resultam em uma distribuição de grau que segue a distribuição binomial

$$P(k) = \binom{N-1}{k} p^k (1-p)^{N-1-k}. \quad (2.9)$$

Quando o número de nós em uma rede aleatória de Erdős e Rényi é tal que $N \rightarrow \infty$, a distribuição de grau pode ser aproximada por uma distribuição de Poisson, conforme mostra a Figura 2.11, definida por [4], [7]

$$P(k) = e^{-\langle k \rangle} \frac{\langle k \rangle^k}{k!}, \quad (2.10)$$

na qual o grau médio de conexões na rede é dado por $\langle k \rangle = 2M/N = p(N - 1) \approx pN$.

Esse mecanismo de construção da rede aleatória implica que a vizinhança de cada nó será fracamente conectada entre si se a probabilidade p for baixa, ou seja, o coeficiente de agrupamento médio $\langle C \rangle = \langle k \rangle / N$ [20] será baixo em uma rede esparsa ($N \gg \langle k \rangle$), o que é válido na maioria das redes reais, implicando em $\langle C \rangle \ll 1$.

Os resultados das simulações efetuadas a partir deste modelo são mostrados na Figura 2.11.

Figura 2.11: (a) Rede complexa gerada pelo modelo de Erdős e Rényi com $N = 100$. (b) Distribuição de graus para uma rede com $N = 10000$ e para $\langle k \rangle = 10$, $\langle k \rangle = 14$, $\langle k \rangle = 18$ e $\langle k \rangle = 22$.

Diferentemente da rede regular, a aleatoriedade das conexões gera uma quebra de simetria que faz o comprimento médio do caminho entre os nós ser pequeno se comparado ao tamanho da rede, que é da ordem de $\langle \ell \rangle \approx \ln(N)/\ln(\langle k \rangle)$ quando a rede é esparsa [9]. Esse é o efeito mundo pequeno [14], conforme mostra a Figura 2.12.

Na Figura 2.12 são mostradas curvas do comprimento médio do caminho versus número de nós para $\langle k \rangle = 10$, $\langle k \rangle = 14$. O número de nós varia de 100 a 10000. Observa-se que os resultados obtidos pelo algoritmo de Dijkstra e resultados obtidos analiticamente, via simulação, são semelhantes.

Figura 2.12: O comprimento médio do caminho versus número de nós para $\langle k \rangle = 10$ e $\langle k \rangle = 14$. O número de nós varia de 100 a 10000. Os quadrados vermelhos e diamantes azuis correspondem aos dados fornecidos pelo algoritmo de Dijkstra e os círculos verdes e estrelas cianas correspondem ao resultado teórico $\langle \ell \rangle = \ln(N)/\ln(\langle k \rangle)$.

2.5.3 Redes mundo pequeno de Watts e Strogatz

Em 1998, Watts e Strogatz, ao estudar a rede de transmissão elétrica dos estados ocidentais dos Estados Unidos e a rede de neurônios do *Caenorhabditis*

elegans [9], verificaram que o comprimento médio do caminho era pequeno e observaram a presença de ciclos de ordem três (nós conectados na forma de um triângulo, conforme mostra a Figura 2.6). Essa propriedade, conhecida como agrupamento em redes sociais, é mais acentuada do que nas redes aleatórias com o mesmo número de nós e arestas [9]. Para reproduzir essas descobertas, Watts e Strogatz sugeriram um modelo alternativo às redes regulares e aleatórias, chamado mundo pequeno de Watts e Strogatz (em analogia ao fenômeno descoberto por Stanley Milgram). Esse modelo de rede caracteriza-se pela existência de duas propriedades mencionadas: o efeito de mundo pequeno e o valor alto de coeficiente de agrupamento.

O modelo de rede WS pode ser gerado da seguinte forma, conforme mostra a Figura 2.13.

- 1) Começar com uma rede regular formada por N nós conectados aos seus k vizinhos mais próximos, $k/2$ em cada lado (conforme Seção 2.5.1). Verificar $N \gg k \gg \ln(N) \gg 1$ para gerar uma rede esparsa e conectada;
- 2) O modelo WS é então criado “reconectando” uma fração das ligações dessa rede. O processo de reconexão consiste em visitar cada ligação da rede e, com probabilidade p , reconectar uma das extremidades da ligação a um novo nó escolhido aleatoriamente na rede.

O processo de reconexão permite ao modelo Watts e Strogatz transformar uma rede com característica de rede regular em uma rede aleatória. Para $p = 0$, temos uma rede regular, conforme mostra a Figura 2.13(a). Quando $p = 1$ tem-se uma rede aleatória, conforme mostra a Figura 2.13(c). Portanto, tal modelo situa-se em um estado intermediário, conforme mostra a Figura 2.13(b), entre uma rede regular e uma rede aleatória.

Figura 2.13: Procedimento de reconectar os nós do modelo WS que transforma uma rede regular em uma rede aleatória sem alterar o número de nós ou de arestas. Começamos com uma rede regular formada por $N = 20$ nós ligados aos seus $k = 4$ vizinhos mais próximos, $k/2 = 2$ em cada lado. Em seguida, escolhemos um nó e uma aresta que conecta um de seus vizinhos. Com uma probabilidade p reconectamos essa aresta a outro nó escolhido aleatoriamente. Por exemplo, em (b) o enlace original do nó i para o nó j foi reconectado para o nó j_{novo} . Continuamos esse processo até que todas as arestas da rede original tenham sido consideradas. Três realizações deste processo são mostradas para diferentes valores de p . Para $p = 0$, a rede regular é inalterada; à medida que p aumenta o gráfico torna-se cada vez mais desordenado até para $p = 1$ todos os nós são reconectados aleatoriamente. Um dos principais resultados é que, para valores intermediários de p , o gráfico é uma rede de mundo pequeno, sendo altamente aglomerada como uma rede regular, mas com comprimento médio do caminho como uma rede aleatória.

Para quantificar as propriedades do modelo WS, se faz necessário analisar o comportamento de coeficiente de agrupamento $C(p)$ e o comprimento médio do caminho $\langle \ell \rangle(p)$ em função da probabilidade de reconexão p . Para uma rede regular tem-se $\langle \ell \rangle(p) \approx N/2k \gg 1$ e o coeficiente de agrupamento $C(0) \approx 3/4$. Sabe-se que a curva de $\langle \ell \rangle$ cresce rapidamente com o tamanho da rede (não há o efeito mundo pequeno) e C é grande. Para $p \rightarrow 1$ o modelo de WS converge para uma rede aleatória, para qual $\langle \ell \rangle(1) \approx \ln(N)/\ln(\langle k \rangle)$ e $C(1) \sim \langle k \rangle/N$ (Seção 2.5.2). Sabe-se que $\langle \ell \rangle$ cresce de acordo com o logaritmo do tamanho da rede, enquanto o coeficiente de agrupamento é proporcional ao inverso do tamanho da rede.

Na Figura 2.14 observa-se que existe um considerável intervalo de valores de $p > 0,01$ tal que $\langle \ell \rangle(p)$ apresenta valores próximos de $\langle \ell \rangle(1)$ e o coeficiente de agrupamento ainda é bem maior do que $C(1)$. A existência desse intervalo de valores de p tem sua origem no acentuado decréscimo de $\langle \ell \rangle(p)$ devido ao rearranjo das conexões, pois nós que antes não eram vizinhos podem agora compartilhar

novas ligações, o que diminui a distância entre eles e seus vizinhos próximos. No entanto, $C(p)$ permanece alto. Neste regime, a rede apresenta valores altos para o coeficiente de agrupamento e valores baixos para o comprimento médio do caminho [9], [13].

Figura 2.14: Coeficiente de agrupamento $C(p)$ e comprimentos médios dos caminhos $\langle \ell \rangle(p)$ do modelo de Watts e Strogatz. Os dados foram normalizados pelos valores de $C(0)$ e $\langle \ell \rangle(p)$, respectivamente. Pode-se observar a rápida queda de $\langle \ell \rangle(p)$, demonstrando que a rede se comporta como uma rede mundo pequeno. Durante essa queda de $\langle \ell \rangle(p)$, $C(p)$ permanece praticamente constante, o que indica que a transição para uma rede de mundo pequeno é quase imperceptível localmente.

Em uma rede de Watts e Strogatz o comprimento médio do caminho é aproximadamente $\ln(N)$. Na Figura 2.15 observa-se a curva do comprimento médio do caminho versus número de nós para $\langle k \rangle = 10$ e $\langle k \rangle = 14$. O número de nós varia de 100 a 10000. Pode-se deduzir das inclinações destas curvas que os resultados obtidos pelo algoritmo de Dijkstra quando $\langle k \rangle = 10$ são próximos aos resultados de $\ln(N)$ quando o tamanho da rede cresce.

Figura 2.15: O comprimento médio do caminho versus número de nós para $\langle k \rangle = 10$ e $\langle k \rangle = 14$. O número de nós varia de 100 a 10000. Os quadrados vermelhos e diamantes azuis correspondem aos dados fornecidos pelo algoritmo de Dijkstra e os círculos verdes correspondem ao resultado teórico $\ln(N)$.

2.5.4 Rede livre de escala

Em 1999, dois artigos escritos por Barabási e Albert [10], [21] provocaram grande impacto no estudo de redes. Barabási e Albert investigavam a WWW com intuito de mapeá-la. A tarefa se revelou impossível de ser realizada, mas um mapa parcial indicou que o modelo de rede aleatória de Erdős e Rényi não era adequado para ser aplicado a esta WWW. Algumas páginas da WWW eram muito mais apontadas do que a maioria. Em termos de topologia de rede, alguns nós eram muito mais conectados que a maioria. Estes nós são os hubs da rede. Descobriram ainda que o número de conexões dos nós segue distribuição da lei de potência, $P(k) = k^{-\gamma}$, na qual k é o número de conexões e γ é o expoente da lei de potência, $2 \leq \gamma \leq 3$. Nesta distribuição está a previsão de existência de *hubs*, conforme mostra a Figura 2.17(a). Há um grande número de nós com poucas conexões e um reduzido número de nós com elevado número de conexões. Como o número de conexões não exibe valor médio, Barabási e Albert denominaram este tipo de topologia livre de escala (scale-free).

Depois do estudo da rede WWW, Barabási e Albert analisaram a rede dos filmes de Hollywood considerando que dois atores estavam ligados se eles participaram de um mesmo filme. Eles verificaram que o número de atores que tinha exatamente k ligações com outros atores decaía seguindo novamente uma lei de potência. Em seguida, começaram a surgir trabalhos e mais trabalhos estudando redes e em muitos deles uma característica recorrente: o número de nós, da rede em questão, com exatamente k ligações seguia uma lei de potência. A cada novo sistema estudado verificava-se que cada um possuía um valor de expoente e entre os sistemas estudados os valores dos expoentes das distribuições estavam sempre entre dois e três [4].

O modelo livre de escala proposto por Barabási e Albert (BA) baseia-se no conceito de que redes reais possuem tanto uma dinâmica de crescimento quanto conexão preferencial. A combinação desses dois fatores é essencial para a geração de redes livres de escala, conforme ilustra a Figura 2.16. Assim, temos:

- 1) *Crescimento*: começamos com um número pequeno de nós n_0 , conectados entre si, e a cada passo temporal t adicionamos um novo nó com m ($m \leq n_0$) arestas que se conectarão aos nós já existentes na rede;
- 2) *Conexão preferencial*: escolhemos os nós com os quais o novo nó se conectará, considerando que a probabilidade Π de que o novo nó se conecte ao i -ésimo nó depende de seu grau k_i da forma

$$\Pi(k_i) = \frac{k_i}{\sum_j k_j}. \quad (2.11)$$

Depois de t passos temporais a rede produzida possui $N = t + m$ nós e $M = mt + n_0(n_0 - 1)/2$ arestas, o que corresponde a um grau médio $\langle k \rangle \simeq 2m$, se $t \gg n_0$ [22].

Figura 2.16: Ilustração do modelo BA para $n_0 = 3$ e $m = 2$. Em $t = 0$, o sistema consiste de $n_0 = 3$ nós totalmente conectados ($n_0(n_0 - 1)/2 = 3$). Em cada passo temporal t um novo nó é adicionado, que é conectado ao $m = 2$ nós, preferencialmente aos nós com alto grau, determinado pela regra (2). Assim, em $t = 3$ existem $n_0 + t = 6$ nós e $mt + n_0(n_0 - 1)/2 = 9$ arestas. Em $t = 7$ o nó sétimo é adicionado. Devido à conexão preferencial o novo nó foi ligado aos nós com grau já alto.

Devido à topologia típica que a maioria dos nós é conectada a outro nó com um alto grau (hubs), uma rede livre de escala é bastante robusta e muito resistente à falha aleatória de um nó. No entanto, há maior vulnerabilidade em relação a ataques dirigidos para os nós com o mais alto grau, porque se aqueles nós falham a rede inteira desmorona rapidamente e pode ser desconectada.

Na Figura 2.17 é mostrada a simulação efetuada a partir do modelo de Barabasi e Albert. Na Figura 2.17(a) é mostrado um exemplo de rede gerada de $N = 100$ nós, $n_0 = 5$ e $m = 1$. Os primeiros $n_0 = 5$ nós estão totalmente conectados como indica o modelo BA.

Na Figura 2.17(b) observa-se a distribuição de graus para uma rede com 10000 nós para $m = 1$, $m = 3$ e $m = 5$.

Figura 2.17: (a) Rede livre de escala, formada por 100 nós, com a presença de “hubs” (nós de cor azul com grande número de conexões); (b) Distribuição de grau do modelo BA para uma rede de $N = 10000$ e diferentes valores de m . Para $m = 1$ (quadrados vermelhos), $\gamma = 2,06$; para $m = 3$ (asteriscos verdes), $\gamma = 2,55$ e para $m = 5$ (cruzes azuis), $\gamma = 2,65$.

O valor analítico do comprimento médio do caminho das redes livres de escala foi inicialmente estudado por Newman [14]. Ele sugeriu que o comprimento médio do caminho deveria se aproximar de $\ln(N)$. Mas, a solução proposta

por Bollobás e Riordan [23] sugeriu que isso era verdade apenas para $m = 1$. Para $m > 1$, a solução deve ser $\ln(N)/\ln(\ln(N))$, que foi confirmada por Chen [24].

Na Figura 2.18 observa-se a curva do comprimento médio do caminho versus número de nós do modelo BA para diferentes valores de m . O número de nós varia de 100 a 10000. Os valores $m = 1$ (quadrados vermelhos), $m = 3$ (círculos verdes) e $m = 5$ (diamantes azuis) correspondem aos dados simulados fornecidos pelo algoritmo de Dijkstra e os resultados teóricos correspondem aos triângulos cianos e cruzes pretas. Pode-se deduzir das inclinações destas curvas que os resultados obtidos para $m = 1$ são próximos aos resultados de $\ln(N)$ e os resultados obtidos para $m = 3$ e $m = 5$ são próximos aos resultados de $\ln(N)/\ln(\ln(N))$. Já que a maioria das redes reais não é muito conectada essas previsões teóricas podem ser úteis. Além disso, quando $m > 1$ observa-se que o comprimento médio do caminho é significativamente menor que o comprimento médio do caminho de redes aleatórias e mundo pequeno de WS (Seção 2.5.2 e Seção 2.5.3), caracterizando-se por uma rede ultramundo pequeno [25].

Figura 2.18: O comprimento médio do caminho versus número de nós quando. O número de nós é 100 a 10000. Os quadrados, círculos e diamantes correspondem aos dados reais, os asteriscos correspondem ao resultado teórico de Newman [14] e as cruzes ao resultado teórico fornecido por Chen [24].

2.6 Redes complexas e redes de telecomunicações

Conforme discussão anterior, redes exibindo propriedades de redes livres de escala são identificadas em sistemas biológicos, sistemas sociais, web sites e interconexão de roteadores. Mas, e as redes físicas, como as de comunicações ópticas e redes sem fio? Elas exibem topologias livres de escala ou aleatórias? Há intensa atividade de investigação nesta área [18], [26], [31] e a seguir exemplos destes estudos são abordados.

Em estudo realizado sobre a topologia da rede óptica da empresa Telefônica de Espanha, Wijngaarden [18] concluiu que parte da rede mostra comportamento de topologia livre de escala e outra parte, comportamento de topologia aleatória. Segundo este estudo, a rede de fibra óptica é formada por 90.000 nós e mais de 100.000 ligações, estando dividida de acordo com as 50 províncias do país, além dos nós com destino a outros países (nesta pesquisa as ligações para outros países são abstraídas como outra província). Dos nós, 60% estão localizados nas 10 maiores províncias (com Madrid, Barcelona e Sevilha sendo as maiores). Por outro lado, Meertens e Pijnaker [26] investigaram diversas configurações de redes ópticas incluindo camadas superiores e concluíram que pelas topologias avaliadas não foi possível classificar as topologias como verdadeiramente livre de escala.

As topologias de redes ópticas mais conhecidas, como NSFNet, italiana de faixa larga, finlandesa e europeia, amplamente utilizadas para modelagem e avaliação de algoritmos de alocação de recursos, exibem topologias que mais se aproximam das de rede aleatória [32]. Por isso, estas topologias são vulneráveis a sucessão de falhas que atingem aleatoriamente nós e enlaces. Assim, embora a maioria das redes físicas apresente topologia que se encaixa no modelo de rede aleatória, combinação com caminhos virtuais pode modificar a topologia, proporcionando a ela propriedades de rede livre de escala, aumentando a robustez a falhas [27].

Ao contrário das topologias que seguem distribuição geográfica, como as redes ópticas padrão, as redes de comunicação móveis, tanto de voz quanto de sensores, podem dispor de topologia configurável, valendo-se das propriedades de redes livres de escala [28].

As propriedades de redes complexas podem ser utilizadas para investigar e melhorar o desempenho de redes de telecomunicações instaladas. Uma abordagem muito interessante é a feita por Krebs [29], que utiliza conceitos de redes sociais, como caminho médio, centralidade e proximidade para comparar desempenho de conjunto de roteadores em configuração estrela, anel e malha. O autor avalia a configuração da rede NSFNet e mostra como melhora o desempenho, reduzindo o comprimento médio do caminho, por exemplo. Assim, a utilização de conceitos desenvolvidos para outras áreas de atuação, como a social, pode melhorar o desempenho de redes de telecomunicações pela adoção de medidas simples, como a adição de poucas conexões à configuração existente. A ampliação de redes diante do aumento de tráfego também pode se beneficiar desta abordagem, como melhorar o desempenho com a adoção de poucas modificações.

Portanto, a modelagem das redes complexas é uma importante ferramenta para entender e melhorar o comportamento das redes reais. Com isso, essas topologias de redes podem ser empregadas para realizar simulações e análise de algoritmos de redes de telecomunicações.

Em [32] os autores analisaram muitas redes de transporte óptico conhecidas. Estes tipos de redes têm características que diferem de redes livres de escala. A seguir, apresentamos um método para gerar essas redes com topologia de sobrevivência².

2.6.1 Método de geração de rede óptica de transporte

Pavan e colaboradores [32] reuniram um conjunto de 29 topologias de redes de transporte real de sobrevivência. O número de nós varia de 9 a 100 como é mostrado na Tabela 2.1. Analisaram essas redes para identificar suas características relevantes e propuseram um modelo para gerar topologias que se assemelham a redes ópticas de transporte do mundo real com topologia de sobrevivência. Pavan e colaboradores validaram o modelo por meio da comparação das características das redes gerada por computador e redes ópticas de transporte do mundo real. Essas redes diferem de redes livres de escala. Por exemplo, é raro encontrar nós que tenha número de ligações significativamente maior ou menor do que a média.

² Uma rede é considerada de sobrevivência se for capaz de sempre manter a continuidade de seus serviços perante falhas em sua infra-estrutura

Assim, topologias que se assemelham à Internet ou topologias com base em leis de potência não são adequadas para a análise dessas redes de transporte óptico.

2.6.1.1 Características de topologia de rede óptica de transporte e sobrevivência

Uma topologia de rede óptica de transporte do mundo real pode ser vista como um mapa sobre um plano bidimensional. Os nós são distribuídos de acordo com a demanda de tráfego esperada em cada área geográfica. Dessa forma, podem-se identificar regiões com mais nós do que as outras. Uma região representa um número de cidades ou países (que depende da extensão geográfica). A Figura 2.19 mostra um conjunto possível de regiões da topologia da rede óptica Europeia (European Optical Network - EON).

Tabela 2.1: Redes de transporte óptico do mundo real [32]

Número	Rede	N	L	$\langle k \rangle$
1	VIA Network	9	12	2,67
2	BREN	10	11	2,20
3	RNP	10	12	2,40
4	vBNS	12	17	2,83
5	CESNET	12	19	3,17
6	NSFNET	14	21	3,00
7	Italy	14	29	4,14
8	Áustria	15	22	2,93
9	Mzima	15	19	2,53
10	ARNES	17	20	2,35
11	Germany	17	26	3,06
12	Spain	17	28	3,29
13	LambdaRail	19	23	2,42
14	Memorex	19	24	2,53
15	CANARIE	19	26	2,74
16	EON	19	37	3,89
17	ARPANET	20	32	3,20
18	PIONIER	21	25	2,38
19	Cox	24	40	3,33
20	SANET	25	28	2,24
21	NEWNET	26	31	2,38
22	Portugal	26	36	2,77
23	RENATER	27	35	2,59
24	GEANT2	32	52	3,25
25	LONI	33	37	2,24
26	Metrona	33	41	2,48
27	Omnicom	38	54	2,84
28	Internet 2	56	61	2,18
29	USA 100	100	171	3,42

Embora regiões com poucos nós sejam bastante prováveis de serem encontradas, pode-se encontrar um conjunto de nós que formam um *ciclo* quando a região possui um conjunto de pelo menos três nós. Ciclos de nós permitem a capacidade de sobrevivência porque cada par de nós tem dois caminhos disjuntos de interconexão. Quando há apenas um nó dentro de uma região, a capacidade de sobrevivência tende a ser garantida pela conexão do nó a pelo menos dois nós de regiões vizinhas, formando um ciclo.

No caso de regiões com dois nós, os nós tendem a ser diretamente conectados e cada um tende a ser conectado diretamente a pelo menos um único nó em uma região vizinha.

Figura 2.19: Topologia física da rede óptica Europeia (EON). Os nós estão interconectados com cabos ópticos e distribuídos em uma área geográfica. Algumas regiões são mais densamente povoadas com nós e conexões que outras. Regiões com um grupo de nós muitas vezes apresentam ciclos (ver as conexões fortes).

Além das propriedades já estudadas como o *grau nodal*, k ; *coeficiente de agrupamento*, C ; o *comprimento médio do caminho* $\langle \ell \rangle$; os autores identificaram *conectividade de ligações disjuntas em pares* (*link-disjoint pairwise connectivity*), ω , e *conectividade de nós disjuntos em pares* (*node-disjoint pairwise connectivity*), θ . A seguir, descrevemos brevemente cada uma das propriedades relacionando com o conjunto das redes de transporte do mundo real, mostrada na Tabela 2.1.

O grau nodal da maioria dessas redes segue distribuição de Poisson. Em topologias de sobrevivência, o grau nodal mínimo deve ser dois, ou seja, $k_{min} \geq 2$. O comprimento médio do caminho varia de 2 a 8,5. As redes maiores não

são muito conectadas, portanto o comprimento médio do caminho é grande. O coeficiente de agrupamento varia de 0 a 0,69 [32].

Desde que uma falha pode afetar vários recursos compartilhados, a conectividade deve ser suficiente para permitir que as técnicas de recuperação sejam empregadas. Técnicas de recuperação geralmente dependem de caminhos de nós e/ou ligações disjuntas para assegurar que os caminhos em funcionamento e de reserva (alternativos) não serão afetados pela mesma falha única [33]. A conectividade é uma medida que depende do número de caminhos disjuntos.

A conectividade de ligações disjuntas em pares, ω_{ij} , é o número de caminhos disjuntos de ligação entre o par de nós ij . Isto é, entre os nós i e j existe ω_{ij} caminhos em que as ligações intermediárias não são compartilhadas. O valor da ω_{ij} também indica o número permitido de falhas de ligação. Por exemplo, uma topologia de rede com $\omega_{ij} = 2$ para todos os pares de nós tolera uma falha de conexão. Para $\omega_{ij} = 3$, no máximo, duas falhas de conexão são toleradas e assim por diante. Somando a conectividade de ligações disjuntas em pares de todos os pares de nós e dividindo pelo número de possíveis pares de nós bidirecionais obtemos a media de conectividade de ligações disjuntas em pares

$$\langle \omega \rangle = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \omega_{ij}, \quad (2.12)$$

para as redes de sobrevivência mostradas na Tabela 2.1. Essas redes têm pelo menos dois caminhos disjuntos de ligação entre cada par de nós e o número máximo de caminhos disjuntos é menor que sete, ou seja, $2 \leq \omega_{ij} \leq 7$ [32].

Dois caminhos são nós-disjuntos se eles não tiverem nenhum nó em comum que não seja o de origem e o de destino. Conectividade de nós disjuntos em pares, θ_{ij} , é o número de caminhos nós-disjuntos entre os pares de nós ij . O valor da θ_{ij} também indica a tolerância a falhas de nós. Já que um caminho nós-disjunto também implica em um caminho ligação-disjunta, uma rede com $\theta_{ij} \geq 2$ para todos os pares de nós permite a sobrevivência contra falhas de nós e ligações [34]. Podemos obter a média de conectividade dos nós disjuntos em pares por

$$\langle \theta \rangle = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \theta_{ij}. \quad (2.13)$$

Deve-se dizer que $\langle \theta \rangle$ tende a aumentar com $\langle k \rangle$. Algumas das topologias do mundo real da Tabela 2.1 não toleram falhas de nós e a mínimo conectividade de nós disjuntos em pares é 1. Os valores de conectividade de nós disjuntos em pares das redes da Tabela 2.1 satisfazem $1 \leq \theta_{ij} \leq 7$. A média de conectividade de nós disjuntos, $\langle \theta \rangle$, para topologias de sobrevivência contra falhas de um nó varia entre 2 e 3.

O método proposto em [32] modela uma rede óptica de transporte de sobrevivência que introduz restrições para garantir as características apresentadas anteriormente.

Sabe-se que as redes aleatórias de Erdős e Rényi seguem uma distribuição de Poisson para o grau nodal. Como pode ser visto na Figura 2.20, o modelo de Erdős e Rényi produz topologias com nós de grau 1. Além disso, ele não garante uma topologia conectada (Figura 2.10). Ligações que atravessam toda a rede tendem a aparecer.

Figura 2.20: Rede gerada pelo modelo de Erdős e Rényi com $N = 50$.

Na Figura 2.21 é mostrado um exemplo de rede gerada com $N = 50$ nós a partir do modelo de rede óptica de transporte. Nessa rede observa-se que o mínimo grau nodal é 2.

Figura 2.21: Rede óptica de transporte formada por 50 nós.

Para a rede aleatória da Figura 2.20 e a rede óptica de transporte da Figura 2.21 calculamos as suas propriedades topológicas. Os dados são apresentados na Tabela 2.2.

Tabela 2.2: Propriedades topológicas da rede aleatória de Erdős e Rényi da Figura 2.20 e da rede óptica de transporte da Figura 2.21: grau médio ($\langle k \rangle$), comprimento médio de caminho ($\langle \ell \rangle$), coeficiente de agrupamento médio ($\langle C \rangle$).

Propriedade	Rede aleatória	Rede óptica de transporte
$\langle k \rangle$	4	4
$\langle \ell \rangle$	2,8465	3,0661
$\langle C \rangle$	0,0337	0,0815

3 PROGRAMAS PARA MODELAGEM DE REDES COMPLEXAS

Nos últimos anos, grande esforço tem sido dedicado ao estudo das propriedades estruturais das redes de grande escala formadas por estruturas complexas. Isso conduz a uma necessidade crescente de analisar redes e desenvolver métodos e ferramentas.

O objetivo deste capítulo é avaliar três ferramentas computacionais gratuitas disponíveis na Web. São os programas: B-A [35], Pajek [36] e NetLogo [37].

3.1 B-A geração e visualização de redes livres de escala

O programa B-A permite a geração de redes de topologia livre de escala com até 15 mil nós [35]. A geração da rede pelo programa B-A é baseada em dois princípios fundamentais, *crescimento* e *conexão preferencial*, propostos por Barabási e Albert (Seção 2.5.4). O programa B-A foi desenvolvido por Mathew George.

A geração parte de uma rede inicial de tamanho pequeno, por exemplo, com 5 nós interligados, como *semente*. Semente é um termo atribuído a uma matriz de adjacência não orientada que pode ser criada manualmente (n_0). A partir desta semente, o algoritmo B-A adiciona um novo nó que é conectado aos m nós da rede, preferencialmente aos nós com alto grau, e continua este processo até que o tamanho desejado da rede seja alcançado.

A Figura 3.1(a) mostra a tela de abertura do programa B-A com os parâmetros iniciais com a semente para 5 nós interligados, o número total de nós da rede, 40, e $m = 1$. O programa B-A fornece uma visualização gráfica da rede gerada em forma circular, um gráfico da frequência de distribuição de graus dos nós e sua linha de aproximação por lei de potência. A Figura 3.1(b) ilustra uma visualização gráfica de uma rede livre de escala e a Figura 3.1(c) mostra o gráfico da frequência de distribuição de graus dos nós e sua linha de aproximação por lei de potência com expoente $\gamma = 2,037$.

The screenshot shows a MATLAB script editor with the following code:

```

1  %% B-A Scale-Free Network Generation and Visualization
2  % *By Mathew Neil George*
3  %% Sample Output
4  % Here is a small example to demonstrate how to use the code. This code
5  % creates a seed network of 5 nodes, generates a scale-free network of 300
6  % nodes from the seed network, and then performs the two graphing procedures.
7  seed = [0 1 0 0 1; 1 0 0 1 0; 0 0 0 1 0; 0 1 1 0 0; 1 0 0 0 0] %semente da rede
8  Net = SFNG(40, 1, seed); % Procedimento que gera rede com 40 nós. Um nó
9  % se adiciona com 1 aresta que se conectara a um
10 % já existentes na rede.
11 PL_Equation = PLplot(Net) %Gráfico de frequência de grau
12 CNet(Net) %Visualização da rede gerada
13
14 %%
  
```

The interface includes a menu bar (File, Edit, Text, Go, Cell, Tools, Debug, Desktop, Window, Help), a toolbar with icons for file operations and execution, and a status bar at the bottom showing 'script', 'Ln 1', 'Col 1', and 'OVR'.

(a)

(b)

(c)

Figura 3.1: (a) Tela de abertura do programa B-A [35]. (b) Visualização gráfica de uma rede livre de escala gerada pelo algoritmo B-A; (c) Frequência de distribuição de grau dos nós com expoente $\gamma = 2,037$.

A Figura 3.2(a) ilustra uma visualização gráfica de uma rede livre de escala de 300 nós, $m = 1$; e a Figura 3.2(b) mostra o gráfico da frequência de distribuição de graus dos nós e sua linha de aproximação por lei de potência com expoente $\gamma = 2,096$.

Figura 3.2: (a) Visualização gráfica de uma rede livre de escala de 300 nós; (b) Frequência de distribuição de grau dos nós com expoente $\gamma = 2,096$.

Sabe-se que para redes livres de escala a frequência de distribuição dos graus dos nós da rede está representada por uma curva de lei de potência com o expoente entre 2 e 3 (valores fora desse intervalo correspondem a redes aleatórias). Como o programa B-A possui uma rotina para o cálculo do expoente da lei de potência, podemos utilizar essa rotina para determinar se uma rede é de topologia livre de escala ou aleatória. A Tabela 3.1 ilustra o cálculo do expoente da lei da potência pela rotina de programa B-A para diferentes redes (para maiores detalhes veja o Apêndice A). Estas redes foram preparados em um arquivo de entrada (extensão “.txt”) na forma de uma matriz de adjacência utilizando o programa bloco de notas. Observa-se que as redes NSFNet, Italiana e Brasileira são de topologia aleatória, pois os expoentes da lei de potência estão fora do intervalo [2, 3].

Esta rede pode ser armazenada computacionalmente na forma de uma matriz de adjacência

Tabela 3.1: Expoente da lei de potencia para 4 redes.

Rede	Número de nós	Expoente da lei de potencia
NSFNet	14	0,1807
Italiana	21	0,0821
Brasileira	62	0,2265
Rede livre de escala	300	2,0610

3.2 Pajek

O programa Pajek [36] foi desenvolvido para analisar e visualizar redes extensas com dezenas e milhares de nós, como redes de WWW e Internet. O Pajek foi desenvolvido por Vladimir Batagelj e Andrej Mrvar.

O tipo de arquivo de rede gerada pelo Pajek (extensão “.net”) é muito popular entre as ferramentas de análise de rede social [36]. Representa-se em um arquivo de texto primeiramente os vértices (um por linha) e depois as arestas. Esse tipo de arquivo não é frequentemente tratado em outras implementações, exceto no programa Pajek.

Assim, a rede descrita no arquivo “.net” apresenta as seguintes estruturas básicas:

- 1) Lista de vizinhos. Os dados devem ser preparados em um arquivo de entrada (ASCII). O programa bloco de notas pode ser utilizado para edição. As palavras, começando com "*" devem sempre ser escritas em primeira coluna da linha. Eles indicam o início de uma definição de vértices ou linhas (arcos, arestas).

Na Figura 3.3(a) ilustra-se a estrutura básica para este caso. Usando **Vértices 5*, define-se uma rede com 5 vértices. Este deve ser sempre a primeira declaração na definição de uma rede. Usando **Arcslist*, uma lista das linhas orientadas dos vértices selecionados é declarado (1 2 4 significa que existem duas linhas de vértice 1, um para vértice 2 e outra para o vértice 4). Da mesma forma, **Edgeslist* declara lista de linhas não orientadas do vértice selecionado. Na Figura 3.3(b) ilustra-se a sua representação gráfica da rede.

Figura 3.3: (a) Estrutura básica de um arquivo de rede de tipo lista de vizinhos de Pajek, e em (b) a sua representação gráfica.

2) Pares de linhas (arcos/arestas). Na Figura 3.4(a) ilustra-se a estrutura básica para este caso, onde cada arco/aresta é definido separadamente em nova linha, a origem e o destino de todos os arcos/arestas são dados. Linhas orientadas são definidas por meio de *Arcs e linhas não orientadas são definidas usando *Edges. O terceiro número nas filar que definem os Arcs/Edges indica o valor do arco/aresta. Os arcos de 2 a 3 e de 3 a 4 tem valor 2 e todos os outros têm valor 1. Se os valores das linhas não são importantes, o terceiro número pode ser omitido (todas as linhas devem ter valor 1). Na estrutura básica da Figura 3.3(a) (Arcslist/Edgeslist) os valores das linhas não podem ser definidos e a estrutura é apropriada apenas se todos os valores das linhas são 1. Na Figura 3.4(b) ilustra-se a sua representação gráfica de rede.

Figura 3.4: Estrutura básica de um arquivo de rede de tipo Pares de linhas de Pajek, e em (b) a sua representação gráfica.

3) Matriz

Nesta estrutura, as linhas orientadas (arcos) são dadas na forma de matriz de adjacência (*Matrix), conforme foi representado na Figura 2.4.

Figura 3.5: Estrutura básica de um arquivo de rede de tipo matriz de adjacência de Pajek, e em (b) a sua representação gráfica.

3.2.1 Visualização gráfica de rede

A visualização gráfica de rede é uma das funcionalidades mais procuradas em programas de análise de rede. O Pajek foi criado para gerar visualizações interativas de redes por meio do uso dos algoritmos. A finalidade desses algoritmos é posicionar os nós de uma rede no espaço bidimensional ou tridimensional de modo que todas as arestas tenham comprimentos parecidos. Os algoritmos são:

- a) Kamada-Kawai. Sua finalidade é posicionar os nós de um grafo no espaço bi ou tridimensional de forma que todas as arestas possuam comprimentos próximos e poucos cruzamentos;
- b) Fruchterman Reingold. É geralmente utilizado para melhorar o arranjo dos nós vizinhos gerado em uma etapa inicial pelo algoritmo Kamada-Kawai;
- c) Starting Positions. Para o esquema (aleatória, circular, dado posições em xy, dadas as coordenadas z);
- d) Circular. Posição de vértices em círculo.

3.2.2 Obtenção de modelos de redes complexas

O Pajek possui rotinas para gerar os modelos de redes aleatória e livre de escala, permitindo selecionar parâmetros como tamanho e grau de rede. São elas:

- a) Rede aleatória de Erdős e Rényi

O Pajek gera uma rede aleatória orientada ou não orientada. Utiliza como base o modelo definido inicialmente por Erdős e Renyi, onde cada conexão (aresta) é selecionada com probabilidade p , realizando uma pequena modificação. Ao invés de p , que é um número muito pequeno para redes grandes e esparsas, o Pajek utiliza o grau médio $\langle k \rangle$ como parâmetro. Dessa forma, para as arestas a probabilidade de ocorrência de conexão é definida pelas relações $\langle k \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i = \frac{2M}{N}$ e $M = pL$, na qual L é o número máximo possível de conexões na rede. Por exemplo, para redes não orientadas, $L = N(N - 1)$;

b) Rede livre de escala

A geração de redes livres de escala pelo Pajek é baseada no modelo proposto em [37]. Em cada etapa do crescimento um novo nó e k arestas são adicionados à rede $\mathcal{R}$.

3.2.3 Obtenção de propriedades das redes

O Pajek possui rotinas embutidas para o cálculo de algumas propriedades, como comprimento médio do caminho, coeficiente de agrupamento, distribuição de grau dos nós e diâmetro.

3.2.4 Análise das redes com o Pajek

Analizamos algumas redes citadas na Tabela 3.2. Para as redes ópticas NSFNet, Italiana e Brasileira (para maiores detalhes veja o Apêndice A) os dados foram preparados em um arquivo de entrada (ASCII) utilizando o editor bloco de notas. A estrutura da representação de rede nesse arquivo foi na forma de matriz de adjacência. As redes aleatórias e livres de escala, por sua vez, foram geradas com os seguintes parâmetros de entrada: a) Rede aleatória não orientada com 100 vértices e grau médio 5; b) rede livre de escala não orientada com 100 vértices.

A Tabela 3.2 ilustra os parâmetros coeficiente de agrupamento e o comprimento de caminho médio para as redes mencionadas, fornecidos pelo programa Pajek.

Tabela 3.2: Propriedades de redes ópticas e de redes geradas por Pajek, aleatória e livre de escala.

Rede	Número de nós	Coeficiente de agrupamento	Comprimento médio do caminho
NSFNet	14	0,07142	2,14000
Italiana	21	0,07701	2,99762
Brasileira	22	0,08494	4,9300
Rede aleatória	100	0,06598	3,21939
Rede livre de escala	100	0,15028	2,52329

A Figura 3.6 ilustra a representação da Rede NSFNet.

Figura 3.6: Representação da rede NSFNet. a) Estrutura do arquivo de entrada de rede e b) Visualização de rede fornecida pelo algoritmo Kamada-Kawai do Pajek.

A visualização gráfica das redes geradas aleatória e livre de escala com os dados ilustrados na Tabela 3.2 são representados por meio do algoritmo Kamada-Kawai. Os resultados são ilustrados nas Figuras 3.7 e 3.8.

Figura 3.7: Rede aleatória gerada pelo Pajek com numero de nós 100 e $\langle k \rangle = 3$.

Figura 3.8: Rede livre de escala gerada pelo Pajek com 100 nós.

3.3 NetLogo

O Netlogo é uma ferramenta versátil de visualização baseado na linguagem Logo. É um ambiente programável de modelagem e simulação de sistemas complexos, multiagente, sistemas biológicos, simulações sociais e redes adaptativas complexas [37].

O NetLogo está baseado em novo paradigma de modelagem: o uso de agentes. Um agente é uma entidade autônoma, que toma decisões sem a interferência de um sistema ou outra entidade. Um agente pode ser uma pessoa, uma formiga, um organismo celular, um computador, uma empresa ou corporação, ou uma nação. No estudo de sistemas adaptativos complexos, os agentes têm a capacidade de interagir com o meio ambiente e com outros agentes. Eles podem seguir as instruções ou regras. Os agentes são flexíveis e têm a capacidade de aprender e adaptar o seu comportamento com base na experiência e, para isso, é necessária alguma forma de memória. Os agentes podem ainda ter regras para mudar de comportamento.

No mundo NetLogo existem quatro tipos de agentes que são as tartarugas, patches, conexões e observador. Eles são assim descritos:

1. *Tartarugas*. São os agentes que se movem ao redor no mundo;
2. *Patches*. O mundo é bidimensional e está dividido numa malha de patches. Cada patch é um pedaço quadrado de "terreno" sobre o qual as tartarugas podem movimentar-se;
3. *Conexões*. São os agentes que conectam duas tartarugas;
4. *Observador*. O observador não tem localização, mas pode ser entendido como o criador que contempla o mundo formado pelas tartarugas e pelos patches.

Na criação de um programa NetLogo pode-se elaborar um programa para um conjunto de procedimentos. A opção "button" é tipicamente usada para executar procedimentos. Normalmente, a maioria dos programas tem (pelo menos) dois botões na interface do usuário: um botão "setup" (que roda o procedimento que inicia o mundo) e um botão "Go" (que roda o procedimento que executa alguns conjuntos de comandos executados em cada etapa do modelo). Geralmente, o procedimento "Go" é para rodar indefinidamente (ou até que algum critério ser

encontrado). Ao invés de pressionar uma vez para cada etapa do modelo, usa-se o botão "forever". Em outras palavras, uma vez pressionado, este comando continuará a ser executado até o usuário pressionar o botão novamente (ou que algo interno ao programa faça).

O NetLogo tem a capacidade de implementar grafos. Isto permite implementar modelos de redes sofisticados. Por exemplo, os agentes podem agora viver em uma rede de tipo aleatório ou livre de escala. Para avaliar, implementamos um modelo de rede de tipo livre de escala. Este modelo gera essas redes por meio de um processo de "conexão preferencial" (Seção 2.5.4).

Na Figura 3.9 ilustramos o gráfico do modelo de rede livre de escala implementado no NetLogo. Pode-se observar que a frequência de distribuição de grau da rede segue uma lei de potência. O modelo começa com dois nós conectados por uma aresta (botão "setup" este procedimento). Uma aresta é uma tartaruga que tem a forma de uma linha. A aresta tartaruga é de tamanho variável que liga duas outras tartarugas do tipo nó.

Ao pressionar o botão "go-once" o programa acrescenta um novo nó. Para adicionar nós continuamente pressiona-se "go". Uma vez pressionado, este comando continuará adicionando nós até ser pressionado novamente. Na Figura 3.9 observamos uma rede com 1003 nós.

Figura 3.9: Tipo de rede Livre de escala implementado no NetLogo.

A simulação foi executada de acordo com regras de rede livre de escala que especificamos (Seção 2.5.4). Há uma grande quantidade de documentação incluindo exemplos e comunidade de usuários. Simulações sugestivas de auto-organização em redes complexas utilizando Netlogo podem ser consultadas em [39].

4 ROTEAMENTO DE TRÁFEGO

Dentre as várias aplicações de propriedades topológicas de redes complexas em telecomunicações, o roteamento de tráfego de informações tem sido amplamente estudado [40]-[45]. O roteamento está relacionado diretamente com a topologia física e lógica da rede e no caso de redes ópticas utilização da técnica de multiplexação de comprimento de onda (wavelength division multiplexing – WDM) [42]. Em geral, o algoritmo de roteamento de tráfego objetiva encontrar o menor caminho entre nós origem e destino com recursos suficientes para acomodar o tráfego. Muitas vezes, apenas a determinação do menor caminho não satisfaz as exigências do tráfego. O tráfego gerado nos nós pode exigir largura de faixa, taxa de erro e outras especificações de qualidade de sinal. Neste caso, o algoritmo de roteamento seleciona o menor caminho entre dois nós e testa parâmetros de qualidade de sinal. Se o menor caminho satisfaz, o tráfego é escoado por ele. Caso contrário, novo caminho deve ser selecionado, desta vez podendo ser o “segundo menor caminho.” O menor caminho é sempre a escolha básica porque ele pode garantir qualidades como o menor atraso e menor acúmulo de distorção de sinal.

Em uma rede WDM roteada por comprimento de onda (wavelength-routed WDM network), os canais WDM constituem os *caminhos ópticos* [43], como ilustra a Figura 4.1. Na ausência de conversores de comprimento de onda, um caminho óptico deve ocupar o mesmo comprimento de onda em todos os enlaces de fibra óptica. Essa propriedade é a restrição de continuidade de comprimento de onda.

Figura 4.1: Exemplo de caminhos ópticos em uma rede.

Dado um conjunto de solicitação de conexões, o problema de estabelecimento de caminhos ópticos para cada conexão é chamado de problema de roteamento e alocação de comprimento de onda (routing and wavelength assignment - RWA problem). Tipicamente, há três tipos de tráfego [43]: *i) Tráfego estático*, em que todo o conjunto de conexões é conhecido antecipadamente e o problema consiste em estabelecer os caminhos ópticos de forma a minimizar os recursos alocados pela rede óptica, como quantidade de comprimentos de onda ou fibras ópticas; *ii) Tráfego incremental*, em que os caminhos ópticos são estabelecidos sequencialmente e permanecem indefinidamente ou por um longo período de tempo na rede, *iii) Tráfego dinâmico*, em que um caminho óptico é estabelecido para cada solicitação de conexão quando ela chega e o caminho óptico é liberado após um período finito de tempo, de acordo com a conexão. O objetivo nos casos de tráfego incremental e dinâmico é estabelecer caminhos ópticos e alocar comprimentos de onda de um modo que minimize a quantidade de bloqueio de conexão, ou que maximize o número de conexões que se estabelecem na rede a qualquer momento.

Neste trabalho utilizaremos o tráfego dinâmico. Em geral, são problemas não polinomiais de difícil solução computacional e, portanto, métodos heurísticos têm amplamente empregados com bons resultados [44].

4.1 Problema de roteamento e alocação de comprimento de onda

Embora seja possível tratar o roteamento e alocação de comprimentos de onda como um único problema, este pode ser simplificado decompondo-o em dois subproblemas: um subproblema de roteamento e outro subproblema de alocação de comprimentos de onda.

4.1.1 Subproblema de roteamento

Algumas estratégias para estabelecer uma rota são apresentadas a seguir [45]. *i) Roteamento fixo*: neste caso, o roteamento de uma conexão é feito pela mesma rota fixa para um determinado par origem-destino; *ii) roteamento fixo alternativo*: cada nó na rede mantém uma tabela de roteamento que contém uma lista ordenada de um número de rotas fixas para cada nó destino. Por exemplo, esta

tabela pode incluir o menor caminho, o segundo menor caminho, e assim por diante. Um caminho primário entre os nós origem-destino é definido como o primeiro caminho da lista. Um caminho alternativo é qualquer outro caminho que não compartilhe enlaces com o primeiro caminho da lista. Quando chega uma solicitação de conexão, o nó origem tenta estabelecer a conexão com o nó destino por cada um dos caminhos da tabela de roteamento, de forma sequencial, começando pelo caminho primário, até que um caminho com comprimento de onda válido é encontrado. Se não é possível encontrar um caminho disponível na lista de caminhos alternativos, a solicitação de conexão é bloqueada. O roteamento fixo alternativo permite um controle simples para o estabelecimento e desconexão de caminhos e também algum grau de tolerância contra falhas. O roteamento fixo alternativo apresenta probabilidade de bloqueio menor quando comparado com o roteamento fixo, *iii) Roteamento adaptativo*, a rota entre um nó origem e um nó destino é escolhida de forma dinâmica, dependendo do estado da rede. O estado da rede é determinado pelo conhecimento das rotas utilizadas por todas as conexões atendidas num instante de tempo. Quando uma solicitação de conexão chega a um nó de roteamento, o menor caminho entre origem e destino é determinado. Se existem múltiplas rotas com o mesmo caminho, um deles pode ser escolhido aleatoriamente. O roteamento adaptativo requer um grande suporte dos protocolos de controle e gerenciamento, para atualizar continuamente as tabelas de roteamento nos nós. O roteamento adaptativo resulta em uma probabilidade de bloqueio menor que os roteamentos fixos ou fixo alternativos.

4.1.2 Subproblema de alocação de comprimento de onda

Para uma demanda de tráfego dinâmico, em que as solicitações de conexão chegam à rede um por vez, em geral, usam-se métodos heurísticos para alocar comprimentos de onda aos caminhos ópticos [46]. São eles: *i) Alocação aleatória*, em que no conjunto de comprimentos de onda disponíveis escolhe-se um de forma aleatória, usualmente de acordo com uma distribuição de probabilidade uniforme, *ii) Alocação sequência fixa ou primeiro disponível (first fit)*, Os comprimentos de onda são enumerados de forma sequencial fixa e o comprimento de onda disponível com menor número é selecionado, *iii) Menos usado (least used)*, que seleciona o comprimento de onda com menor uso na rede, procurando equilibrar a carga de

tráfego entre todos os comprimentos de onda existentes. As solicitações de conexão que utilizam um pequeno número de enlaces tendem a ser mais aceitos que os demais, iv) *Mais usado*, que seleciona o comprimento de onda com maior uso na rede, v) *Exaustivo*, em todos os comprimentos de onda são procurados, de forma que o menor caminho disponível na rede seja selecionado. Quando existirem vários caminhos de mesmo comprimento o caminho de menor índice de comprimento de onda será selecionado.

4.2 Algoritmos de roteamento e alocação de comprimento de onda

Nas redes complexas como a internet o tráfego é dinâmico por natureza. Neste trabalho, o roteamento e alocação de comprimento de onda para um caminho óptico foram estudados por meio dos seguintes algoritmos: Algoritmo de roteamento fixo, com rota definida pelo menor caminho e alocação do comprimento de onda em sequência fixa; algoritmo de roteamento adaptativo, com rota definida pelo menor caminho; alocação do comprimento de onda por meio das estratégias menos usado, aleatória, mais usado e exaustivo.

4.3 Modelo do tráfego

Seja uma rede WDM com N nós com cada enlace dispondo de W comprimentos de onda. No modelo são usadas as seguintes suposições [48]:

1. As conexões chegam a cada nó de acordo com um processo de Poisson com taxa λ . É igualmente provável que cada conexão seja destinada para qualquer dos nós da rede;
2. O tempo médio de duração das conexões $1/\mu$ na rede é uma distribuição de probabilidade exponencial negativa. A carga $\rho = \lambda/\mu$ representa a intensidade de tráfego da rede em erlang;
3. O caminho usado por uma conexão é escolhido de acordo com o algoritmo de menor caminho (Dijkstra) [19]. Uma conexão é bloqueada (rejeitada) se o caminho escolhido não pode acomodar a conexão. Cada conexão requer um comprimento de onda em cada enlace que atravessa;

4. Os comprimentos de onda são alocados (atribuídos) a uma solicitação de conexão utilizando uma das formas como sequência fixa, menos usado, aleatória, mais usado e exaustivo no caminho associado.

4.4 Probabilidade de bloqueio

É importante analisar a capacidade da rede de forma a tentar atender todas as solicitações de conexão que chegam a um determinado nó pela disponibilidade de comprimentos de onda em cada enlace da rede. Sabe-se que não é viável a instalação de uma rede que suporte todas as solicitações, mas que bloqueie certa porcentagem.

Após ser definido o caminho óptico pelo roteamento, a alocação do comprimento de onda é feita pelo algoritmo. Caso não esteja disponível um comprimento de onda para o caminho óptico, a solicitação é bloqueada. A probabilidade de bloqueio é definida por

$$P_b = \frac{\text{número de solicitações de conexões não atendidas}}{\text{número de solicitações de conexões oferecidas}}. \quad (4.1)$$

4.5 Simulação e resultados

Estudos por meio de simulação computacional foram realizados para quatro topologias de redes, utilizando a linguagem de programação C. A alocação de comprimento de onda foi simulada apenas para o caso de ausência de conversores de comprimento de onda nos nós e com uma fibra óptica por enlace. O número de comprimentos de onda em cada enlace varia de acordo com o estudo. Total de 100.000 conexões foi gerado nos nós da rede. Nas simulações foi utilizado 60 segundos como tempo médio de duração das conexões.

4.5.1 Estudo do desempenho de algoritmos de roteamento e alocação de comprimento de onda

Foram realizados estudos comparativos dos algoritmos de roteamento fixo com alocação de comprimento de onda sequência fixa e roteamento adaptativo com alocação de comprimento de onda menos usado, aleatória, mais usado e exaustivo.

Foi analisada a probabilidade de bloqueio em função de tráfego nas redes aleatória, mundo pequeno, livre de escala e de rede óptica de transporte.

Em [48], o desempenho dos algoritmos de roteamento e alocação de comprimento de onda mencionada foram validados por meio da rede ARPA-2 e de uma topologia de rede gerada aleatoriamente. Verificamos que os resultados obtidos por nosso programa são semelhantes aos resultados de [48] para a rede aleatória com $W = 8$ conforme mostrados na Figura 4.2, em que os pontos em cor magenta correspondem aos resultados de [48].

Figura 4.2: Validação dos algoritmos de roteamento e alocação de comprimento de onda de acordo com [48].

4.5.1.1 Rede aleatória

A seguir é mostrada a simulação para a rede aleatória óptica da Figura 4.3 com $N = 50$. Calculamos as propriedades topológicas dessa rede e os dados são apresentados na Tabela 4.1. Os resultados obtidos da probabilidade de bloqueio são apresentados na Figura 4.4 para $W = 4$ e $W = 8$, respectivamente.

Figura 4.3: Rede aleatória de Erdős e Rényi, formada por 50 nós (figura obtida pelo Pajek).

Tabela 4.1: Propriedades topológicas da rede aleatória de Erdős e Rényi da Figura 4.3: grau médio ($\langle k \rangle$), comprimento médio do caminho ($\langle \ell \rangle$), coeficiente de agrupamento médio ($\langle C \rangle$).

Propriedades	Rede aleatória
$\langle k \rangle$	4
$\langle \ell \rangle$	2,8294
$\langle C \rangle$	0,0608

Na Figura 4.4(a) pode-se ver o desempenho do algoritmo de roteamento adaptativo com opções menos usado (xis vermelhos), aleatória (círculos verdes) e mais usado (cruzes azuis), que distribuem a carga sobre o conjunto de comprimentos de onda e têm desempenho semelhante. O algoritmo de roteamento adaptativo com opção exaustivo (asteriscos cianos) tem o melhor desempenho. O roteamento fixo com opção sequência fixa (círculos pretos) apresenta elevada probabilidade de bloqueio. Na Figura 4.4 (b), se a quantidade do comprimento de onda é maior, o esquema mais usado tem melhor desempenho comparado com o menos usado e escolha aleatória. O desempenho do esquema exaustivo supera ligeiramente os demais esquemas.

Na Figura 4.4(a) e a Figura 4.4(b) pode-se ver que a escolha de caminho na rede com o roteamento adaptativo e suas opções, menos usado, mais usado, aleatória e exaustivo é melhor ao de roteamento fixo com sequência fixa para uma faixa de carga significativa. Isto ocorre porque com baixos valores de tráfego não há necessidade de restringir as conexões para um conjunto predeterminado de caminhos mais curtos, já que os recursos são abundantes.

(a)

(b)

Figura 4.4: Probabilidade de bloqueio para a rede aleatória da Figura 4.1 com (a) $W = 4$ e (b) $W = 8$.

4.5.1.2 Rede mundo pequeno de Watts e Strogatz

A seguir é mostrada a simulação para a rede óptica mundo pequeno de Watts e Strogatz da Figura 4.5 com $N = 50$. As propriedades topológicas calculadas dessa rede são apresentadas na Tabela 4.2. Os resultados obtidos da probabilidade de bloqueio são mostrados na Figura 4.6 para $W = 4$.

Figura 4.5: Rede mundo pequeno de Watts e Strogatz, formada por 50 nós (figura obtida pelo Pajek).

Tabela 4.2: Propriedades topológicas da rede aleatória mundo pequeno de Watts e Strogatz da Figura 4.5: grau médio ($\langle k \rangle$), comprimento médio do caminho ($\langle \ell \rangle$), coeficiente de agrupamento médio ($\langle C \rangle$).

Propriedades	Rede mundo pequeno de Watts e Strogatz
$\langle k \rangle$	4
$\langle \ell \rangle$	5,3706
$\langle C \rangle$	0,4853

Na Figura 4.6 pode-se ver que todos os esquemas adaptativos menos usado (xis vermelhos), aleatória (círculos verdes), mais usado (cruzes azuis) e exaustivo (asteriscos cianos) em uma rede mundo pequeno de Watts e Strogatz têm desempenho semelhante.

Figura 4.6: Probabilidade de bloqueio para os algoritmos de roteamento fixo e adaptativo.

4.5.1.3 Rede livre de escala

Na Figura 4.8 são mostrados os resultados das simulações da probabilidade de bloqueio para a rede livre de escala óptica da Figura 4.7 com $N = 50$ para $W = 4$ e $W = 8$, respectivamente. Calculamos as propriedades topológicas dessa rede e os resultados são apresentados na Tabela 4.3.

Figura 4.7: Rede livre de escala proposto por Barabási e Albert, formada por 50 nós quando $m = 2$ (figura obtida com Pajek).

Tabela 4.3: Propriedades topológicas da rede livre de escala da Figura 4.7: grau médio ($\langle k \rangle$), comprimento médio do caminho ($\langle \ell \rangle$), coeficiente de agrupamento médio ($\langle C \rangle$)

Propriedades	Rede livre de escala
$\langle k \rangle$	4
$\langle \ell \rangle$	2,6212
$\langle C \rangle$	0,2712

Figura 4.8: Probabilidade de bloqueio para a rede livre de escala da Figura 4.7 com (a) $W = 4$ e (b) $W = 8$.

4.5.1.4 Rede óptica de transporte

Na Figura 4.10 são mostrados os resultados das simulações da probabilidade de bloqueio para a rede óptica de transporte da Figura 4.9 com $N = 50$ e $W = 4$. As propriedades topológicas calculadas dessa rede são apresentadas na Tabela 4.4.

Figura 4.9: (a) Rede óptica de transporte, formada por 50 nós (figura obtida pelo Pajek).

Tabela 4.4: Propriedades topológicas da rede óptica de transporte da Figura 4.9: grau médio ($\langle k \rangle$), comprimento médio do caminho ($\langle \ell \rangle$), coeficiente de agrupamento médio ($\langle C \rangle$).

Propriedades	Rede óptica de transporte
$\langle k \rangle$	4
$\langle \ell \rangle$	3,1208
$\langle C \rangle$	0,0695

Figura 4.10: Probabilidade de bloqueio para o algoritmo roteamento adaptativo.

4.5.1.5 Desempenho do algoritmo de roteamento adaptativo com escolha de comprimento de onda mais usado

Nesta seção analisamos o desempenho do algoritmo de roteamento adaptativo com alocação de comprimento de onda mais usado em termos de probabilidade de bloqueio.

A Figura 4.11 mostra os resultados obtidos da probabilidade de bloqueio para uma topologia de rede aleatória com $N = 50$ e para $W = 4$. A simulação foi realizada para diferentes valores do grau médio. Calculamos o coeficiente de agrupamento médio e o comprimento médio do caminho, os dados são apresentados na Tabela 4.5. Observa-se na Tabela 4.5 quando o valor do grau médio aumenta o valor do coeficiente de agrupamento aumenta. Entretanto, o comprimento médio do caminho diminui.

Quando o valor do grau médio de uma rede é maior, os nós têm um grau de conectividade maior. Um caminho óptico “encontra” um maior número de conexões por sua rota. Por tanto, a probabilidade de bloqueio diminui, conforme mostrado na Figura 4.11.

Tabela 4.5: Propriedades topológicas da rede aleatória com diferentes valores de grau médio.

Propriedades de rede aleatória		
$\langle k \rangle$	$\langle C \rangle$	$\langle \ell \rangle$
4	0,03138	2,9208
6	0,08986	2,3273
8	0,09090	2,0776

Figura 4.11: Probabilidade de bloqueio para o algoritmo roteamento adaptativo com escolha de comprimento de onda mais usado para uma rede aleatória com diferentes valores de grau médio.

A Figura 4.12 mostra os resultados obtidos da probabilidade de bloqueio para uma topologia de rede livre de escala com $N = 50$ e para $W = 4$. Calculamos as suas propriedades topológicas como grau médio, o coeficiente de agrupamento médio e o comprimento médio do caminho para diferentes valores do parâmetro m da rede conforme são apresentados na Tabela 4.6.

Tabela 4.6: Propriedades topológicas da rede livre de escala com diferentes valores de m .

Propriedades de rede livre de escala			
m	$\langle k \rangle$	$\langle C \rangle$	$\langle \ell \rangle$
1	2,2	0,01843	3,2465
2	4,0	0,30760	2,6376
3	5,8	0,30760	2,2147

Figura 4.12: Probabilidade de bloqueio para o algoritmo roteamento adaptativo com escolha de comprimento de onda mais usado para uma rede livre de escala com diferentes valores m .

Na Figura 4.13 são mostrados os resultados obtidos da probabilidade de bloqueio para quatro topologias de rede: aleatória, mundo pequeno de Watts e Strogatz, livre de escala e de óptica de transporte. Utilizamos $N = 50$ e $\langle k \rangle = 4$, além de $m = 2$ para o caso da rede livre de escala. Foi usado $W = 8$. Observa-se que a probabilidade de bloqueio para as redes aleatória (círculos pretos) e de óptica de transporte (asteriscos verdes) são semelhantes quando a carga é elevada. A

probabilidade de bloqueio na rede mundo pequeno de Watts e Strogatz (diamantes vermelhos) é elevada. A rede livre de escala (triângulos azuis) tem menor probabilidade de bloqueio em relação às outras redes.

Figura 4.13: Probabilidade de bloqueio para o algoritmo roteamento adaptativo com escolha de comprimento de onda mais usado.

4.5.1.6 Resultado dos algoritmos de roteamento

Verificamos que os algoritmos adaptativos têm desempenho superior ao algoritmo de roteamento fixo em termos de probabilidade de bloqueio. O algoritmo de roteamento adaptativo com escolha de comprimento de onda exaustivo é o que tem desempenho melhor em termos de bloqueio, entre os algoritmos estudados.

Os ganhos de desempenho com roteamento adaptativo são mais pronunciados em topologias de rede mais densa já que aproveita maior conectividade de rede.

Quando o tráfego assume uma maior intensidade, o algoritmo de roteamento adaptativo e as suas diferentes opções de alocação de comprimento de onda tendem ao mesmo nível de utilização de recursos.

Em resumo, temos: Se a rede é livre de escala, observamos que o ganho de utilização entre os algoritmos de roteamento é maior que na rede aleatória. No caso de rede aleatória quando a rede é densa os algoritmos de roteamento se beneficiam

de múltiplos caminhos que existem. Quando o tráfego é mais intenso nas diferentes redes, todos os algoritmos tendem ao mesmo nível de utilização de recursos de comprimento de onda.

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho, foram analisadas as topologias de redes regular, aleatória, mundo pequeno de Watts e Strogatz, livre de escala e de óptica de transporte. Para isso foram reproduzidos alguns resultados de artigos divulgados na literatura. Analisamos as propriedades topológicas dessas redes.

Verificamos que:

Em uma rede regular, o comprimento médio do caminho é muito grande e, portanto, não exibe o efeito de mundo pequeno. Entretanto, o coeficiente de agrupamento é elevado.

Em uma rede aleatória, quando o número de nós é pequeno, a distribuição de grau nodal segue a distribuição binomial. Se o número de nós é grande, a distribuição de grau nodal pode ser aproximada por uma distribuição de Poisson. O coeficiente de agrupamento é pequeno quando a rede é esparsa. O comprimento médio do caminho entre os nós é pequeno se comparado ao tamanho da rede, exibindo o efeito mundo pequeno.

A rede mundo pequeno de Watts e Strogatz situa-se em um estado intermediário, entre uma rede regular e uma rede aleatória. Nesse estado intermediário o comprimento médio do caminho é próximo ao de uma rede aleatória e o coeficiente de agrupamento é próximo ao de uma rede regular.

A distribuição de grau de uma rede livre de escala segue uma distribuição da lei de potência. O comprimento médio do caminho é pequeno e é significativamente menor que o comprimento médio do caminho de redes aleatórias e mundo pequeno de WS, caracterizando-se por uma rede ultramundo pequeno.

A topologia de rede gerada pelo método proposto por Pavan e colaboradores gera topologias de rede semelhantes a muitas redes ópticas do mundo real.

A avaliação dos programas de simulação de redes disponíveis gratuitamente na Web, B-A, Pajek e NetLogo foram realizadas, exibindo inúmeras funcionalidades. O Programa B-A gera redes de tipo livre de escala e fornece uma visualização gráfica da rede gerada em forma circular, além fornece gráfico da frequência de distribuição de graus. O Programa Pajek fornece vários algoritmos conhecidos na literatura para lidar com as redes, permitindo determinar seus parâmetros. Além disso, fornece visualização gráfica avançada da rede. O NetLogo pode ser usado para modelar redes complexas e não é só extremamente flexível, como também

exibe uma curva de aprendizado muito curta. As suas versáteis capacidades de generalização podem ser facilmente exploradas em qualquer sistema complexo.

Estudamos o desempenho dos algoritmos de roteamento e alocação de comprimento de onda como roteamento fixo e roteamento adaptativo com alocação de comprimento de onda sequência fixa, aleatória, menos usado, mais usado e exaustivo nas redes aleatória, mundo pequeno de Watts e Strogatz, livre de escala e óptica de transporte com enlaces de fibra óptica. Verificamos que o algoritmo de roteamento adaptativo com alocação de comprimento de onda exaustivo tem o melhor desempenho medido em termos da probabilidade de bloqueio das solicitações de conexão.

Os algoritmos de roteamento adaptativo com opções menos usado, aleatória e mais usado apresentam desempenhos semelhantes. O algoritmo de roteamento fixo com opção sequência fixa é menos eficiente no uso de recursos da rede, mesmo com baixo nível de tráfego.

Em uma rede quando o valor do grau médio aumenta o valor do coeficiente de agrupamento tende a aumentar. No entanto, o valor do comprimento médio do caminho diminui. Consequentemente, a probabilidade de bloqueio diminui.

6 SUGESTÕES PARA ESTUDOS FUTUROS

Sugerimos para continuidade desta pesquisa a realização de estudos de outro conceito de redes complexas, a detecção de comunidades. Uma propriedade partilhada por muitas redes é a presença de comunidades: um conjunto de nós interligados fortemente, mas com a existência de poucas ligações entre os grupos. Também sugerimos a realização de estudos sobre os algoritmos de roteamento e alocação de comprimento de onda considerando o uso de conversores de comprimento de onda nos nós e quantidade de fibras por enlace.

Neste trabalho o controle da rede foi realizado de forma centralizada. Isto é, supomos a existência de um controlador central responsável pelo gerenciamento da rede, mantendo o estado atualizado da rede inteira tal como o estado de ocupação de enlaces e a topologia de nós e enlaces disponíveis. No controle da rede de forma distribuída não existe um controlador centralizado para rotear uma conexão solicitada ou escolher o comprimento de onda a ser utilizado. O gerenciamento da rede e a informação de estado global não ficam disponíveis para os nós da rede ou é disponibilizada após um tempo de atraso. Por tanto sugerimos, que sejam efetuados a realização de estudos relativos a algoritmos de roteamento e alocação de comprimento de onda de forma distribuída e o estudo de métodos de reconfiguração da rota por mudança no interesse de tráfego e por falha de nó ou enlace nas redes complexas e redes de telecomunicações. O domínio destas técnicas é necessário para a implantação e operação de redes ópticas de alto desempenho, capacidade e disponibilidade. Esse estudo pode ser realizado utilizando o programa NetLogo.

APÊNDICES

APÊNDICE A. PROGRAMAS PARA MODELAGEM DE REDES

A.1 Pajek

Pajek é um programa para análise de grandes redes. Na Figura A.1 é mostrada a tela de abertura do programa Pajek.

Figura A.1: Tela de abertura do programa Pajek.

A.2 NetLogo

NetLogo consiste de uma linguagem de programação e um conjunto de bibliotecas, bem como um ambiente de programação. Fornece uma ferramenta gráfica para construir rapidamente as interfaces para a execução de modelos baseados em agente. Um dos benefícios do uso do programa NetLogo é a sua interface. Na Figura A.2 é mostrada a tela de abertura do programa NetLogo.

Figura A.2: Tela de abertura do programa NetLogo.

APÊNDICE B. TOPOLOGIAS DAS REDES ÓPTICAS NSFNET, ITALIANA E BRASILEIRA

Figura B.1: Rede óptica NSFNet – $N = 14, \varepsilon = 21$

Figura B.2: Rede óptica Italiana - $N = 21, \varepsilon = 36$

Figura B.3: Rede óptica Brasileira - $N = 62$

APENDICE C. ALGORITMOS DE ROTEAMENTO E ALOCAÇÃO DE COMPRIMENTO DE ONDA

Nas descrições de algoritmos a seguir utilizaremos as seguintes definições:

Caminho : Vetor contendo a relação de enlaces do caminho óptico.
comp : Comprimento do caminho óptico.
Ocup(s,j) : Matriz de ocupação, indexada pelo numero de enlace *s* e o comprimento de onda *j*, *Ocup(s,j) = 1* indica que o comprimento de onda *j* do enlace *s* esta ocupado, *Ocup(s,j) = 0* indica que o comprimento de onda *j* esta livre.
w : Índice do comprimento de onda.
 // : Comentário.

C.1 Algoritmo de roteamento fixo e alocação de comprimento de onda sequência fixa

Este algoritmo pesquisa em uma sequência fixa e tenta alocar o primeiro comprimento de onda onde todos os enlaces da rota estão livres. O caminho óptico é obtido através do algoritmo Dijkstra, que encontra o caminho mais curto entre dois vértices de um grafo. O estabelecimento do caminho óptico a partir do nó origem para o nó destino utiliza o procedimento descrito abaixo. Este procedimento tenta encontrar uma coluna da matriz de ocupação *Ocup* onde todas as entradas correspondentes aos enlaces do caminho estão livres. O contador de comprimentos de onda *w* é incrementado para alocar um novo comprimento de onda. *W* representa a quantidade máxima de comprimentos de onda. Se o comprimento de onda livre não for encontrado a solicitação de conexão é bloqueada.

Início Algoritmo

// Calcula o caminho

Calcula o caminho mais curto entre a origem *s* e o destino *d* por meio do algoritmo Dijkstra

//Encontra o comprimento de onda

Encon = Falso

w = 1

Enquanto não (*Encon*) **faz**

Início Laço

$temp = 0$

para $i = 1$ **a comp faz** $temp = temp + Ocup(Caminho(i), w)$

se $temp = 0$ **então** $Encon = Verdade$

caso contrário {**se** $(w < W)$ **faz** $w = w + 1$ **caso contrário** Trata conexão bloqueada }

Fim Laço

// atualiza estrutura de dados

para $i = 1$ **a comp faz** $Ocup(Caminho(i), w) = 1$

Fim Algoritmo

A liberação do caminho óptico utiliza o procedimento a seguir para marcar desocupado na matriz de ocupação.

Início

para $i = 1$ **a comp faz** $Ocup(Caminho(i), w) = 0$

Fim

C.2 Algoritmo de roteamento adaptativo e alocação de comprimento de onda exaustivo

Ao contrário do roteamento fixo, este algoritmo de roteamento adaptativo procura o caminho de menor custo sobre a topologia de rede de forma dinâmica, considerando o estado da rede no instante de chegada da conexão. O Algoritmo a) utiliza informação de estado de utilização global do comprimento de onda, que poderia ser obtida através da troca periódica de informação entre os nós da rede.

O estabelecimento do caminho óptico para o algoritmo exaustivo utiliza o procedimento descrito a seguir, adaptado da descrição anterior. Todos os comprimentos de onda são procurados e o que tiver o caminho de menor custo da rede é selecionado.

Quando o caminho óptico for selecionado para uma conexão, o custo associado ao comprimento de onda de cada enlace do caminho óptico no grafo

pesquisado pelo algoritmo Dijkstra é atualizado, de forma a refletir o estado da rede, de forma consistente com a matriz de ocupação *Ocup*.

Quando o caminho óptico for liberado ao final da chamada os custos deverão ser atualizados para o valor comprimentos de onda livre.

Se um elemento da matriz de ocupação *Ocup* estiver com valor 1 o custo correspondente no grafo será infinito, caso contrario será o valor correspondente a livre.

Início Algoritmo

Caminho de menor custo = Vazio

Custo do caminho = Infinito

Encon = Falso

Para $w = 1$ até $w = W$ **faz**

Início procura caminho

 // Calcula o caminho

 Calcula o caminho de menor custo entre a origem e o destino no grafo por meio do algoritmo Dijkstra

 // Encontra o comprimento de onda

$temp = 0$

para $i = 1$ a $comp$ **faz** $temp = temp + Ocup(Caminho(i), w)$

Se $temp = 0$ **então**

Início Atualiza custo do caminho

$Encon = Verdade$

Se custo do caminho atual é menor que o custo do caminho anterior

então {*Caminho de menor custo = caminho atual*

Custo do caminho = custo do caminho atual}

Fim Atualiza custo do caminho

Fim Procura caminho

Se $Encon = Falso$ **então** Trata conexão bloqueada

 // Atualiza estrutura de dados

para $i = 1$ a $comp$ **faz** $Ocup(Caminho(i), w) = 1$

 Atualiza custo do grafo utilizado pelo algoritmo Dijkstra

Fim Algoritmo

A liberação do caminho óptico utiliza o procedimento a seguir, para marcar desocupado na matriz de ocupação.

Início

para $i = 1$ a *comp* **faz** $Ocup(Caminho(i), w) = 0$

Atualiza custo do grafo utilizado pelo algoritmo Dijkstra

Fim

REFERÊNCIAS

- [1] Y. Bar-Yam, “Dynamics of complex systems”, Cambridge: Perseus Books, 2003. ISBN 0201557487.
- [2] L. Amaral, J. Ottino, “Complex networks: augmenting the framework for the study of complex systems”, *The European Physical Journal B*, v. 38, n. 2, p. 147–162, 2004. ISSN 1434-6028.
- [3] M. Mitchell, “Complex Systems: Network Thinking”. *Artificial Intelligence*, 170(18), 1194-1212. 2006
- [4] S. Boccaletti, V. Latora, Y. Moreno, M. chavez, D.-U. Hwang, "Complex networks: Structure and dynamics", *Phys. Rev.* 424: 175-308 (2006).
- [5] R. Guimerà, L. A. N. Amaral, “Modeling the world-wide airport network”, *The European Physical Journal B*, v. 38, n. 2, p. 381–385, 2004. ISSN 1434-6028.
- [6] L. EULER, “Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis”, *Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae*, v. 8, p. 128–140, 1736.
- [7] P. Erdős and A. Rényi, “On the evolution of random graphs”, *Publ. Math. Inst. Hung. Acad. Sci.*, vol. 5, pp. 17-60, 1959.
- [8] Stanley Milgram, “The small world problem,” *Psychol. Today*, v. 1, nº 1, pp. 61–67, 1967.
- [9] Duncan Watts e Steven Strogatz, “Collective dynamics of ‘small-world’ networks”, *Nature*, 393, 4 de junho de 1998.
- [10] Albert-László Barabási e Réka Albert, “Emergence of scaling in random networks”, *Science*, v. 286, 15 de outubro de 1999.
- [11] Ulrik. Brandes, Thomas Erlebach, *Network Analysis: Methodological Foundations*, 1998.
- [12] <<http://www.internet2.edu/network/>>. Acesso em: 4 abr. 2011.
- [13] Duncan Watts, “Small worlds: the dynamics of networks between order and randomness”, Princeton: Princeton University Press, 2003.
- [14] M. E. J. NEWMAN, “The structure and function of complex networks”, *SIAM Review*, v. 45, n. 2, p. 167–256, 2003.
- [15] Albert-László Barabási, *Linked*, editora Primus, 2003.
- [16] Xiao Fan Wang, and Guanrong Chen, “Complex Networks: Small-Word, Scale-Free and Beyond”, *IEEE Circuits and System Magazine*, vol.3, pp 6-20, 2003.

- [17] M. E. J. NEWMAN, E. A. LEICHT, “Mixture models and exploratory analysis in networks”, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, v. 104, n. 23, p. 9564–9569, Jan 2007. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1073/pnas.0610537104>>. Acesso em: 12 out. 2010.
- [18] Pieter van Wijngaarden, “Error tolerance analysis of the Telefónica de España optical fiber network.” Disponível em: <<http://essay.utwente.nl/58284/>>. Acesso em: 10 set. 2010.
- [19] Robert Sedgewick, “Algorithms in C, Part 5: Graph Algorithms”, Princeton University, 3rd Edition.
- [20] R. Albert, A. L. Barabási, “Statistical mechanics of complex networks”, *Reviews of Modern Physics*, v. 74, p. 48–98, 2002.
- [21] Réka Albert, Hawoong Jeong e Albert-László Barabási, “Diameter of the World-Wide Web”, *Nature*, v. 401, nº 6749, pp. 130-131, 9 de setembro de 1999.
- [22] Albert-László Barabási, Réka Albert, Hawoong Jeong, “Scale-free characteristics of random networks: the topology of the World Wide Web”, *Physica A, Elsevier*, v. 281, n. 1-4, p. 69–77, 2000. ISSN 0378-4371.
- [23] B. Bollobás. *Random graphs*. Cambridge University Press, 2nd Edition, 2001.
- [24] Fei Chen, Zengqiang Chen, Xiufeng Wang, Zhuzhi Yuan, “The average path length of scale free networks”, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* Volume 13, Issue 7, September 2008, pp. 1405-1410.
- [25] R. Cohen e S. Havlin, “Scale-Free Networks Are Ultrasmall”, *Phys. Rev. Lett.*, 90, 058701 (2003).
- [26] Carol Meertens e Joost Pijmaker, “Are Optical Networks Scale-free?” 4 de julho de 2007. Disponível em <<http://www.science.uva.nl/~delaat/sne-2006-2007/p31/report.pdf>>. Acesso em: 12 out. 2010.
- [27] N. Skorin-Kapov, O. Tonguz e N. Puech, “Self-Organization in Transparent Optical Networks: A New Approach to Security”, 9th International Conference on Telecommunications - ConTEL 2007, ISBN: 978-953-184-111-, pp. 7-14 5, 13 a 15 de junho de 2007, Zagreb, Croatia.
- [28] Sunho Lim, Chansu Yu e Das, C.R., “Clustered Mobility Model for Scale-Free Wireless Networks”, 31st IEEE Conference on Local Computer Networks 2006, pp. 231-238, data de publicação no IEEE Explorer: 14 a 16 de novembro de 2006.
- [29] V. Krebs, “The Social Life of Routers: Applying Knowledge of Human Networks to the Design of Computer Networks”, *The Internet Protocol Journal*, v. 3, nº 4, pp. 14-25, dezembro 2000.

- [30] C. Prehofer and C. Bettstetter, "Self-organization in communication networks: Principles and design paradigms", IEEE Commun. Mag., vol. 43, no. 7, pp. 78-85, July 2005.
- [31] E. Yanmaz, O. Tonguz, and S. Dixit, "Power law property and self-organization in hybrid ad hoc wireless networks," in Proc. of 1st International Symposium on Wireless Pervasive Computing, Phuket, Thailand, Jan. 2006.
- [32] C. Pavan, R. M. Morais, F. Rocha, e A. N. Pinto, "Generating realistic optical transport network topologies", J. Opt. Commun. Netw. , vol. 2, no. 1, pp. 80-90, 2010.
- [33] J.P. Vasseur, M. Pickavet, e P. Demeester, "Network Recovery: Protection and Restoration of Optical", SONET-SDH, IP, and MPLS. San Francisco, CA, USA: Morgan Kaufmann, 2004.
- [34] S. Ramamurthy, L. Sahasrabuddhe, e B. Mukherjee, "Survivable WDM mesh networks," J. Lightwave Technol., vol. 21, no. 4, pp. 870-883, Apr. 2003.
- [35] <<http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/11947>> Acesso em: 8 abr. 2010.
- [36] <<http://vlado.fmf.uni-lj.si/pub/networks/pajek/>> Acesso em: 8 abr. 2010.
- [37] <<http://ccl.northwestern.edu/netlogo/>> Acesso em: 8 abr. 2010.
- [38] D.M. Pennock et al. Winners don't take all, PNAS, 99/8, 5207-5211(2002).
- [39] M. Niazi e A. Hussain, "Agent-based tools for modeling and simulation of self-organization in peer-to-peer, ad hoc, and other complex networks", IEEE Communications Magazine, pp. 166-173, v. 47, nº 3, março de 2009.
- [40] J. Wang, L. Rong e L. Zhang, "Routing strategies to enhance traffic capacity for scalefree networks", IEEE 2008 International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation, pp. 451-455, (2008).
- [41] Liang Zhao, Ying-Cheng Lai, Kwangho Park, e Nong Ye, "Onset of traffic congestion in complex networks ", Phys. Rev. E 71, 026125 (2005).
- [42] I. Chlamtac, A. Ganz, e G. Karmi. "Lightpath Communications: An Approach to High-Bandwidth Optical WAN's", IEEE Transactions on Communications, vol. 40, no. 7, pp. 1171-1182, July 1992.
- [43] H. ZANG, J. JUE, e B. MUKHERJEE, "A Review of Routing and Wavelength Assignment Approaches for Wavelength-Routed Optical WDM Networks", Optical Networks Magazine, SPIE, pp.47-60, Jan., (2000).
- [44] O. Gerstel e S. Kutten, "Dynamic Wavelength Allocation in All-Optical Ring Networks", Proc., IEEE ICC '97, Montreal, Quebec, Canada, vol. 1, pp. 432-436, June 1997.

- [45] S. Ramamurthy, "Optical Design of WDM Network Architectures", Ph.D. Dissertation, University of California, Davis, 1998.
- [46] R. Ramaswami e K. N. Sivarajan, "Routing and Wavelength Assignment in All-Optical Networks," IEEE/ACM Transactions on Networking, vol. 3, no. 5, pp. 489-500, Oct. 1995.
- [47] S. Subramaniam e R. A. Barry, "Wavelength Assignment in Fixed Routing WDM Networks", In Proceedings of the ICC, Montreal, Canada, vol. 1, pp. 406-410, 1997.
- [48] A. Mokhtar e M. Azizoglu, "Adaptive Wavelength Routing in All-Optical Networks", IEEE/ACM Trans, on Networking, vol. 6, no. 2, Abril de 1998.