UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO–USP
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Adolfo Fernandes Herbst

**Projeto de amplificadores a fibra
dopada com érbio para sistemas
baseados em multiplexação modal**

Adolfo Fernandes Herbster

**Projeto de amplificadores a fibra
dopada com érbio para sistemas
baseados em multiplexação modal**

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia de São Carlos como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Ciências.

Área de concentração: Telecomunicações

Orientador: Murilo Araújo Romero

São Carlos

2015

Trata-se da versão corrigida da tese. A versão original se encontra disponível na EESC/USP que aloja o Programa de Pós-Graduação de Engenharia Elétrica.

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

F239p Fernandes Herbster, Adolfo
Projeto de amplificadores a fibra dopada com érbio
para sistemas baseados em multiplexação modal / Adolfo
Fernandes Herbster; orientador Murilo Araújo Romero .
São Carlos, 2015.

Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica e Área de Concentração em
Telecomunicações -- Escola de Engenharia de São Carlos
da Universidade de São Paulo, 2015.

1. Amplificador óptico. 2. Amplificador à fibra
dopada com érbio. 3. Comunicações ópticas. 4.
Multiplexação espacial. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **ADOLFO FERNANDES HERBSTER**.

Título da tese: "Projeto de amplificadores a fibra dopada com érbio para sistemas baseados em multiplexação modal".

Data da defesa: 11/06/2015

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Titular **Murilo Araujo Romero (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Aprovado

Prof. Dr. **Leonardo André Ambrósio**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Aprovado

Prof. Dr. **Hypólito José Kalinowski**
(Universidade Tecnológica Federal do Paraná/UTFPR)

Aprovado

Prof. Dr. **Paulo Clóvis Dainese Junior**
(Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP)

Aprovado

Profa. Dra. **Maria Aparecida Gonçalves Martinez**
(Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da
Fonseca/CEFET – Rio de Janeiro)

APROVADO

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica:
Prof. Associado **Luis Fernando Costa Alberto**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Associado **Paulo César Lima Segantine**

*À minha esposa Amanda, pelo amor, carinho,
auxílio e paciência (não necessariamente nesta ordem)
ao longo destes nossos anos e à nossa pequena Ellis.*

Agradecimentos

Ao meu Deus altíssimo por sua misericórdia, proteção e amor. Aos meus pais e irmãos pelo carinho. Aos meus sogros, cunhados, Marlene, Zélia e Rita Maria, pelo auxílio e cuidados.

Ao meu orientador prof. Murilo Araújo Romero pela compreensão e conselhos em momentos delicados da minha vida. Obrigado pelos ensinamentos, incentivo e auxílio na condução deste trabalho.

Ao prof. Edmar Candeia pela amizade, confiança e ajuda para resolução de alguns problemas de cunho administrativo. À profa. Mônica Rocha por disponibilizar e manter toda a infra-estrutura de simulação.

A todos os servidos do Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação - EESC/USP, em especial Daniel Manjini e Marisa Helena pela compreensão. Ao CPqD por liberar e custear as viagens à São Carlos quando era engenheiro nesta fundação. Ao IFRN por possibilitar meu afastamento para conclusão deste trabalho. Ao CNPq e CAPES pelo auxílio financeiro.

*“Nem olhos viram, nem ouvidos ouviram, nem
jamais penetrou em coração humano o que Deus
tem preparado para aqueles que o amam.”
(1 Coríntios 2:9)*

Resumo

Herbster, A. F. **Projeto de amplificadores a fibra dopada com érbio para sistemas baseados em multiplexação modal**. 188 p. Tese de doutorado – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2015.

Os sistemas ópticos atuais, baseados em fibras monomodo, operam próximos ao limite teórico da capacidade. Sistemas ópticos baseados em multiplexação modal (*Mode Division Multiplexing* – MDM) possibilitam o aumento da capacidade do sistema por meio do uso de fibras de poucos modos. Nestes sistemas, a propriedade de ortogonalidade entre os modos propagantes permite que cada modo espacial carregue um sinal óptico específico. O amplificador à fibra dopada com érbio (*Erbium-Doped Fiber Amplifier* – EDFA) segue fundamental para assegurar a transmissão em longas distâncias. No entanto, devido às distintas distribuições de intensidade dos modos que compõem o sinal de entrada, cada modo experimenta diferentes valores de ganho. Desta forma, o objetivo principal no projeto de EDFAs de poucos modos (*Few-Mode Erbium-Doped Fiber Amplifier* – FM-EDFA) é determinar os melhores parâmetros opto-geométricos da fibra para produzir uma amplificação eficiente. A metodologia normalmente empregada é baseada na resolução das equações de taxa e de propagação.

Nesta tese, é proposta uma metodologia alternativa de projeto de FM-EDFA, baseada em uma nova figura de mérito. Este parâmetro quantifica o nível de inversão da população dos íons na fibra a partir da integral de superposição (*overlap integral*), considerando tanto o perfil de dopagem da fibra dopada com érbio para poucos modos (*Few-Mode Erbium-Doped Fiber* – FM-EDF) quanto as distribuições de intensidade dos sinais de entrada e de bombeio. A aplicação desta metodologia permite reduzir, em cerca de 25-40 vezes, o número de resoluções das equações de taxa e de propagação e, conseqüentemente, diminuir o tempo de processamento e reduzir o esforço computacional. Como consequência da maior velocidade de processamento, torna-se possível a aplicação de métodos de otimização mais rigorosos, permitindo uma busca em um espaço irrestrito de soluções. Especificamente, a partir de uma metodologia baseada em algoritmos genéticos, obteve-se um perfil de dopagem otimizado. É também demonstrado que os perfis com geometria circular exibem melhores características, como excelente desempenho do FM-EDFA e maior facilidade de fabricação. Por meio da análise da figura de mérito, é mostrado que o desempenho do FM-EDFA é afetado pelas características do modo de bombeio. Finalmente, o desempenho de um sistema óptico MDM é avaliado, simulado por meio da integração entre as ferramentas MatLab® e VPItransmissionMaker™, comprovando a necessidade do projeto de um amplificador específico para sistemas MDM.

Palavras-chave: Amplificador óptico, amplificador à fibra dopada com érbio, comunicações ópticas, multiplexação espacial.

Abstract

Herbster, A. F. **Erbium doped fiber amplifiers design for modal-division multiplexing systems.** 188 p. Ph.D. Thesis – São Carlos School of Engineering, University of São Paulo, 2015.

Modern optical systems based on single-mode fiber, operate close to the theoretical capacity limit. By using few-mode fibers, optical systems based on modal division multiplexing (MDM) allows increased system capacity. In these systems, orthogonality between the propagating modes allows each spatial mode to carry a specific optical signal. The erbium doped fiber amplifier (EDFA) remains essential to ensure long distance transmission. However, due to the distinct intensity profile distributions of the modes which comprise the input signal, each mode experiences a different value of optical gain. Thus, the main objective in the few-mode EDFA design (FM-EDFA) is to determine the best opto-geometrical fiber parameters in order to produce an efficient amplification. The methodology normally used is based on the simultaneous resolution of the rate and propagation equations.

In this thesis, we propose an alternative methodology for the FM-EDFA design, based on a new figure of merit which quantifies the level of population inversion for the Er ions in the fiber, by means of a overlap integral considering both the doping profile of the few-mode erbium doped fiber (FM-EDF) as well as the intensity distributions of the optical signals and pump beams. This methodology reduces, by a factor of 25-40, the number of resolutions of the rate and propagation equations, thereby decreasing processing time and computational effort. As a consequence of the improved processing speed, it becomes possible to apply more rigorous optimization methods in an unrestricted solution space. Specifically, by using a genetic algorithm technique, we obtained an optimized doping profile. It is also shown that profiles with circular geometry exhibit improved features, such as excellent FM-EDFA performance and ease of manufacturing. By analyzing the figure of merit, it is shown that the FM-EDFA performance is affected by the characteristics of the pump mode. Finally, the performance of an MDM optical system is evaluated, by integrating Matlab and VPI simulation tools, to demonstrate the need for specific amplifier designs in MDM systems.

Keywords: Optical amplifier, erbium doped fiber amplifier, optical communication, spatial division multiplexing.

Lista de ilustrações

Figura 1.1	Crescimento da capacidade de transmissão dos sistemas ópticos comerciais. Adaptada de Essiambre e Tkach (2012).	34
Figura 1.2	Evolução temporal da eficiência espectral obtida em experimentos. Adaptada de Essiambre e Tkach (2012).	35
Figura 2.1	Evolução da capacidade de transmissão em fibras ópticas monomodo a partir de experimentos de sistemas ópticos realizados em laboratórios. Adaptado de Richardson et al. (2013).	40
Figura 2.2	Solução gráfica da equação característica considerando uma fibra de índice em degrau.	49
Figura 2.3	Constante de propagação normalizada em função da frequência normalizada.	50
Figura 2.4	Distribuição da intensidade normalizada ao longo do plano x-y e ao longo da direção radial.	51
Figura 2.5	Ganho modal em função do comprimento de onda.	53
Figura 3.1	Diagrama de bloco de um FM-EDFA.	57
Figura 3.2	Ganho e figura de ruído em função do comprimento de onda. A potência de entrada por canal óptico é igual a -25,33 dBm.	61
Figura 3.3	Parâmetros de desempenho do FM-EDFA utilizados neste trabalho. . .	62
Figura 3.4	Ganho modal em função da potência de bombeio para diferentes modos de bombeio. Adaptado de Bai et al. (2011).	67
Figura 3.5	Ganho modal e diferença de ganho entre modos em função da potência de bombeio. Adaptado de Bai et al. (2011).	67
Figura 3.6	Evolução numérica das expressões e parcelas relacionadas com as formas da equação de propagação do sinal (Equações 3.27 e 3.30), considerando um perfil de dopagem uniforme.	72

Figura 3.7	Evolução numérica das expressões e parcelas relacionadas com as formas da equação de propagação do sinal (Equações 3.27 e 3.30), considerando o perfil de dopagem bi-anular.	73
Figura 3.8	Ganho modal em função do comprimento da FM-EDF de acordo com o perfil de dopagem.	74
Figura 3.9	Fluxograma proposto para projeto do FM-EDFA.	76
Figura 4.1	Seção de choque de emissão e absorção da FM-EDF considerada nas simulações MDM WDM. Dados adaptados de OFS (2014).	80
Figura 4.2	Perfis de dopagem da FM-EDF: (a) perfil anular sem dependência azimutal e um nível de densidade de íons (1C-2R); (b) perfil anular com dependência azimutal e um nível de densidade de íons (NSC-2R); (c) perfil bi-anular sem dependência azimutal e um nível de densidade de íons (2C-4R) e (d) perfil anular sem dependência azimutal e três níveis de densidade de íons (3C-2R). Adaptado de Herbster e Romero (2014b).	81
Figura 4.3	Análise da convergência do NSGA-II aplicado na resolução do problem definido pela Expressão 4.1.	83
Figura 4.4	(a) Ganho modal (1530 nm) em função da intensidade de bombeio (980 nm) dos modos $LP_{01,s}$ e $LP_{11,s}$ (-10 dBm de potência de entrada por modo) e (b) DMG em função da potência por modo. Curvas sólidas representam os resultados obtidos com o FM-EDFA modelo A5, enquanto as curvas tracejadas expõem os resultados extraídos de Kang et al. (2012).	85
Figura 4.5	(a) Ganho modal e DMG em função da intensidade de bombeio do FM-EDFA para quatro modos com FM-EDF de 5 m de comprimento. (b) Ganho modal e DMG em função do comprimento da FM-EDF com intensidade fixa de bombeio igual a 100 mW. A potência de entrada por modo é igual a -35 dBm para ambos os casos.	87
Figura 4.6	Ganho modal e DMG em função da potência do sinal de entrada por modo, considerando a intensidade do sinal de bombeio igual a 200 mW.	89
Figura 4.7	Parâmetros de desempenho do FM-EDFA modelo C5 em função da potência de bombeio do modo $LP_{11,p}$ relacionados ao (a) ganho e (b) figura de ruído modal. A potência por modo de entrada é igual a -10 dBm.	89
Figura 4.8	(a) Área que representa a região dopada genérica com densidade de íons igual a $N_{i,j}$ e (b) exemplo de curvas polares geradas a partir da Expressão 4.5.	91
Figura 4.9	Fronteira de Pareto para cada conjunto de soluções obtidas de acordo com o modo de bombeio com distribuição de campo simétrica.	93

Figura 4.10	Análise da convergência do NSGA-II aplicado na resoluções do problema expresso pela Expressão 4.6, considerando apenas o modo de bombeio $LP_{11,p}$	93
Figura 4.11	Perfis de dopagem extraídos do conjunto ótimo obtido a partir da solução do problema expresso pela Equação 4.6, considerando apenas o modo de bombeio $LP_{11,p}$. Os valores médio e desvio padrão (normalizados por 10^{34}) da integral de superposição são apresentados na legenda dos respectivos perfis.	94
Figura 4.12	Ganho médio, DMG e coeficiente de ganho em função (a) da potência do modo $LP_{11,p}$ (comprimento da FM-EDF igual a 5 m) e (b) do comprimento da FM-EDF (potência do modo $LP_{11,p}$ igual a 95 mW) com perfil definido de acordo com a Figura 4.11(d).	95
Figura 4.13	(a) Ganho médio e (b) DMG do FM-EDFA com FM-EDF de comprimento igual a 7 m e potência do modo $LP_{11,p}$ igual a 100 mW. Os perfis de dopagem são ilustrados na Figura 4.11.	96
Figura 4.14	Área que representa o setor da coroa circular dopada com densidade de íons igual a $N_{i,j}$	97
Figura 4.15	Avaliação da Integral 4.13 para modos de sinal (a) não degenerados; (b) degeneração par; (c) degeneração ímpar e (d) avaliação da função $\sin(2\phi)$. Em todos os casos é considerado $l = 1$	99
Figura 4.16	Visualização da interseção entre o perfil de dopagem (setor de coroa circular com arco constante) e as distribuições de intensidade dos modos espaciais propagantes.	100
Figura 4.17	Fronteira de Pareto para cada conjunto de soluções obtidas de acordo com o modo de bombeio de distribuição de campo assimétrica.	101
Figura 4.18	Perfis de dopagem extraídas do conjunto ótimo global obtido a partir da solução do problema expresso pela Equação 4.6. Os valores médio e desvio padrão (normalizados por 10^{34}) da integral de superposição são apresentados na legenda dos respectivos perfis.	102
Figura 4.19	(a) Perfil de dopagem anular com dois setores de coroa circular (2SC-2R) com valor médio e desvio padrão normalizado por 10^{34} e (b) ganho médio e DMG em função da potência do sinal de entrada por modo, bombeio $LP_{11a,p}$ e (c) $LP_{21a,p}$. A intensidade de bombeio e o comprimento da FM-EDF são iguais a 200 mW e 10 m respectivamente em ambas situações.	104
Figura 4.20	Avaliação da função definida na Equação 4.18 para diversos valores do número de ordem azimutal.	106
Figura 4.21	Avaliação da função definida na Expressão 4.19 para diversos valores do número de ordem azimutal.	107

Figura 4.22	Ganho modal em função do comprimento de onda para diferentes intensidade de bombeio.	108
Figura 4.23	Desempenho do FM-EDFA modelo D5: (a) ganho médio e DMG em função do comprimento da FM-EDF e (b) ganho modal e DMG em função do comprimento de onda com comprimento ideal da FM-EDF igual a 16,4 m. A potência do sinal de entrada por canal é igual a -22 dBm e a intensidade de bombeio igual a 275 mW.	109
Figura 4.24	Desempenho do FM-EDFA modelo D5 em função (a) da potência de bombeio do modo $LP_{11,p}$ e -22 dBm por canal e (b) potência do sinal de entrada por canal e 275 mW de intensidade de bombeio.	110
Figura 4.25	Desempenho do FM-EDFA modelo D5 (FM-EDF com 15,3 m) em função (a) da potência de bombeio do modo $LP_{11,p}$ e -22 dBm por canal e (b) potência do sinal de entrada por canal e 275 mW de intensidade de bombeio.	111
Figura 4.26	Resposta ao impulso do filtro gaussiano.	113
Figura 4.27	(a) Perfis de dopagem gerados a partir da suavização do perfil original por meio do filtro gaussiano. (b) Ganho médio e (c) DMG em função da potência do sinal de bombeio de acordo com o parâmetro σ do filtro. Intensidade óptica de entrada igual a -10 dBm por modo no comprimento de onda de 1530 nm. O modo de bombeio considerado é o $LP_{11,p}$ em 980 nm.	114
Figura 4.28	(a) Ganho médio e (b) DMG em função da intensidade de bombeio para diferentes variações dos raios que definem o perfil de dopagem. Intensidade óptica de entrada igual a -10 dBm por modo no comprimento de onda de 1530 nm. O modo de bombeio considerado é o $LP_{11,p}$ em 980 nm.	115
Figura 4.29	(a) Ganho médio e (b) DMG em função da intensidade de bombeio para diferentes níveis de densidade de íons de érbio.	116
Figura 4.30	Desempenho do FM-EDFA modelo A5 considerando três situações de bombeio. Intensidade óptica de entrada igual a -10 dBm por modo no comprimento de onda de 1530 nm. O modo de bombeio considerado é o $LP_{11,p}$ em 980 nm.	117
Figura 4.31	Desempenho do FM-EDFA modelo B5 considerando três situações de bombeio.	119
Figura 5.1	Estrutura de um sistema óptico de transmissão baseado em multiplexação modal.	121
Figura 5.2	Estrutura de um transmissor óptico PDM m -QAM com multiplexação modal.	124
Figura 5.3	Modulador óptico de fase (PM) com substrato EO de $LiNbO_3$	125

Figura 5.4	Modulador óptico Mach-Zehnder (MZM) com substrato EO de LiNbO ₃ .	126
Figura 5.5	Operação do MZM no modo de operação <i>push-pull</i> .	127
Figura 5.6	Modulador óptico fase-quadratura (IQM) com substrato EO de óptico de LiNbO ₃ .	128
Figura 5.7	Operação do MZM no modo de operação <i>push-pull</i> na modulação BPSK.	129
Figura 5.8	Geração do sinal óptico QPSK por meio de um IQM.	130
Figura 5.9	Efeito da DGD em um pulso óptico multiplexado em polarização em uma fibra com birrefringência constante.	132
Figura 5.10	Modelo da fibra com birrefringência aleatória.	133
Figura 5.11	Intensidade normalizada da envoltória em função da razão entre a diferença entre as constantes de propagação e a constante de acoplamento entre os modos 1 e 2.	136
Figura 5.12	Exemplo de um receptor coerente com diversidade em polarização para sistemas ópticos MDM com três modos espaciais.	138
Figura 5.13	Processo de detecção coerente de um sinal óptico modulado em amplitude e fase.	138
Figura 5.14	Processo de detecção coerente de um sinal óptico modulado em quadratura.	142
Figura 5.15	Processo de detecção coerente de um sinal óptico modulado em quadratura com diversidade em polarização.	144
Figura 5.16	Diagrama de blocos dos algoritmos para sistemas ópticos MDM com degeneração em polarização e três modos espaciais.	144
Figura 5.17	Diagrama de blocos do equalizador dinâmico 6×6. Adaptado de Randel et al. (2011).	147
Figura 5.18	(a) Diagrama de blocos do sistema óptico de comunicação simulado e (b-c) modelos do enlace óptico utilizados para análise de desempenho do sistema em função da configuração do FM-EDFA.	150
Figura 5.19	Desempenho do sistema óptico simulado em termos de (a) BER, (b) OSNR e (c) potência modal.	153
Figura 5.20	Diagrama de blocos do sistema de comunicação simulado com sinal de entrada multiplexado em modos e em comprimento de onda.	155
Figura 5.21	Desempenho do sistema óptico simulado, em que os parâmetros são extraídos dos sinais de saída do primeiro (1x) e do décimo (10x) amplificador (modelo D5) do enlace óptico, considerando dois sinais de entrada: composto por 16 e 8 canais WDM.	156

Figura 5.22	(a) DSG e DMG do sinal óptico amplificado com FM-EDFA modelo E5 e (b) variação máxima de ganho ΔG em função do número de amplificadores do enlace óptico. São consideradas dois sinais de entrada, composto por 16 e 8 canais WDM e, em (b), dois FM-EDFA são utilizados: FM-EDFA modelo D5 e FM-EDFA com perfil de FM-EDF com dopagem uniforme (modelo E5).	157
Figura B.1	Ilustração da fronteira de Pareto e do conjunto Pareto-ótimo global em um problema multiobjetivo com duas funções objetivo.	172
Figura C.1	Procedimento de ordenação por dominância e distância de multidão no NSGA-II. Adaptado de Deb et al. (2002).	179
Figura C.2	Exemplo da convergência do algoritmo NSGA-II em função o número de gerações.	180

Lista de tabelas

Tabela 2.1	Sumário dos principais experimentos em sistemas ópticos com multiplexação espacial.	41
Tabela 3.1	Parâmetros da FM-EDF utilizada na simulação. Adaptado de Bai et al. (2011).	66
Tabela 3.2	Parâmetros da FM-EDF utilizada na simulação.	71
Tabela 4.1	Parâmetros da FM-EDF com perfil anular utilizada na simulação do FM-EDFA para dois grupos de modos com sinal de entrada monocanal.	82
Tabela 4.2	Integral de superposição (normalizada por 10^{34}) e o ganho modal do FM-EDFA modelo A5. A intensidade de bombeio é igual a 320 mW e a potência de entrada é igual a -10 dBm por modo.	84
Tabela 4.3	Parâmetros da FM-EDF com perfil 2C-4R utilizada na simulação.	85
Tabela 4.4	Integral de superposição (normalizada por 10^{34}) para as combinações de modo de bombeio e sinal considerando a FM-EDF utilizada no FM-EDFA modelo C5.	87
Tabela 4.5	Ganho modal do sinal em 1530 nm obtido com o FM-EDFA modelo C5 com intensidade de bombeio e potência de entrada (por modo) igual a 200 mW e -10 dBm respectivamente.	88
Tabela 4.6	Sumário dos resultados para comparação entre o FM-EDFA modelo C5 e o amplificador apresentado em Kang et al. (2013).	90
Tabela 4.7	Parâmetros da FM-EDF utilizada na simulação.	92
Tabela 4.8	Integral de superposição (normalizada por 10^{34}) considerando o modo de bombeio $LP_{11,p}$ e os perfis gerados a partir da suavização do perfil original por meio do filtro gaussiano.	113
Tabela 4.9	Integral de superposição (normalizada por 10^{34}) para as combinações entre os modos de sinal e bombeio, considerando a FM-EDF modelo B5.	118

Tabela 5.1	Parâmetros da FM-EDF para dois modos com perfil anular utilizada na simulação sistêmica.	151
Tabela 5.2	Sumário do desempenho do sistema óptico MDM considerando cada tipo de enlace.	152

Lista de siglas

ADC	<i>Analogic-Digital Converter</i>
ASE	<i>Amplified Spontaneous Emission</i>
BER	<i>Bit Error Rate</i>
BPSK	<i>Binary Phase Shift Keying</i>
CDC	<i>Cromatic Dispersion Compensator</i>
CDP	<i>Capacity-Distance Product</i>
CMA	<i>Constant Modulus Algorithm</i>
CSM	<i>Coarse Step Method</i>
DA	<i>Data-aided</i>
DCF	<i>Dispersion Compensating Fiber</i>
DGD	<i>Differential Group Delay</i>
DMG	<i>Differential Modal Gain</i>
DMGD	<i>Differential mode group delay</i>
DMNF	<i>Differential Modal Noise Figure</i>
DSG	<i>Differential Spectral Gain</i>
DSP	<i>Digital Signal Processing</i>
DP-QPSK	<i>Dual-Polarization Quadrature Phase Shift Keying</i>
EDF	<i>Erbium-Doped Fiber</i>
EDFA	<i>Erbium-Doped Fiber Amplifier</i>

FM-EDF	<i>Few-Mode Erbium-Doped Fiber</i>
FM-EDFA	<i>Few-Mode Erbium-Doped Fiber Amplifier</i>
FMF	<i>Few-Mode Fiber</i>
FO	<i>Frequency Offset</i>
FRIP	<i>Fiber Refractive Index Profile</i>
GA	<i>Genetic Algorithm</i>
GFF	<i>Gain Flatness Filter</i>
IQM	<i>In-phase and Quadrature Modulator</i>
ITU	<i>International Telecommunication Union</i>
LMS	<i>Least Mean-Square</i>
LO	<i>Local Oscillator</i>
LP	<i>Linearly Polarized</i>
MCF	<i>Multi-Core Fiber</i>
MC-FMF	<i>Multi-Core Few-Mode Fiber</i>
MC-SMF	<i>Multi-Core Single-Mode Fiber</i>
MDM	<i>Mode Division Multiplexing</i>
MIMO	<i>Multiple-Input Multiple-Output</i>
MMUX	<i>Mode Multiplexer</i>
MOOP	<i>Multi-Objective Optimization Problem</i>
MZM	<i>Mach-Zehnder Modulator</i>
NF	<i>Noise Figure</i>
NSGA-II	<i>Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II</i>
OOK	<i>On-Off Keying</i>
OPLL	<i>Optical Phase Locked Loop</i>
OSNR	<i>Optical Signal to Noise Ratio</i>
PDM	<i>Polarization Division Multiplexing</i>

PM	<i>Phase Modulator</i>
PMD	<i>Polarization-Mode Dispersion</i>
PSK	<i>Phase Shift Keying</i>
QAM	<i>Quadrature Amplitude Modulation</i>
QPSK	<i>Quadrature Phase Shift Keying</i>
SC-SMF	<i>Single-Core Single-Mode Fiber</i>
SC-FMF	<i>Single-Core Few-Mode Fiber</i>
SDM	<i>Space Division Multiplexing</i>
SE	<i>Spectral Efficiency</i>
SM-EDFA	<i>Single-mode Erbium-Doped Fiber Amplifier</i>
WDM	<i>Wavelength Division Multiplexing</i>
WMUX	<i>Wavelength Multiplexer</i>

Lista de símbolos

α	m^{-1}	Constante de atenuação da fibra
β_0	m^{-1}	Constante de propagação
χ	-	Susceptibilidade do material
ϵ_r	F/m	Permissividade do material
$\Delta\lambda$	m	Largura de banda da ASE
$\eta_{s,i}^p$	-	Integral de superposição
$\Gamma_{lm}(\rho, \phi)$	-	Distribuição normalizada da intensidade do campo elétrico
B	Wb/m ²	Vetor densidade de fluxo magnético
D	C/m ²	Vetor densidade de fluxo elétrico
E	V/m	Vetor campo elétrico
H	A/m	Vetor campo magnético
J	A/m ²	Vetor densidade de corrente elétrica
M	Wb/m ²	Vetor polarização magnética
P	C/m ²	Vetor polarização elétrica
P_L	C/m ²	Vetor de polarização elétrica linear
P_{NL}	C/m ²	Vetor de polarização elétrica não linear
ΔG	dB	Diferença máxima de ganho do sinal SDM-WDM
μ_0	H/m	Permeabilidade no vácuo
ν	Hz	Frequência do sinal óptico

ρ_f	C/m ³	Densidade de cargas elétricas
σ^a	m ²	Seção de choque de absorção da fibra dopada
σ^e	m ²	Seção de choque de emissão da fibra dopada
τ	s	Tempo de vida dos portadores no estado metaestável
ε_0	F/m	Permissividade no vácuo
$\widetilde{\mathbf{Q}}(w)$	-	Transformada de Fourier de $\mathbf{Q}(t)$
ξ	m ⁻¹	Perda adicional da fibra
a	m	Raio do núcleo da fibra
$A(z, t)$	V/m	Envoltória de variação lenta do campo elétrico
b	m	Raio da casca da fibra
b_t	-	Coeficiente de normalização
c_0	m/s	Velocidade da luz no vácuo
C_{tj}	m ⁻¹	Constante de acoplamento entre as componentes de sinal t e j
$F(\rho, \phi)$	-	Distribuição transversal do campo elétrico
$G(m, \lambda)$	-	Ganho óptico do canal de modo espacial m e comprimento de onda λ
h	J·s	Constante de Planck
$I_l(x)$	-	Função modificada de Bessel de primeira espécie de ordem l
$J_l(x)$	-	Função de Bessel de primeira espécie de ordem l
k_0	m ⁻¹	Número de onda
$K_l(x)$	-	Função modificada de Bessel de segunda espécie de ordem l
n	-	Índice de refração do material
$N_0(\rho, \phi, z)$	m ⁻³	Densidade de íons da fibra dopada
$N_1(\rho, \phi, z)$	m ⁻³	Densidade de íons no nível fundamental da fibra dopada
n_2	m ² /W	Índice não linear da fibra
$N_2(\rho, \phi, z)$	m ⁻³	Densidade de íons no nível metaestável da fibra dopada
N_A	-	Número de comprimentos de onda de um sinal WDM

N_a	-	Número de componentes da ASE
N_B	-	Número de modos propagantes em uma FMF
n_c	-	Índice de refração da casca da fibra
N_L	-	Número de repetições do conjunto FMF+FM-EDFA em um enlace óptico
N_N	-	Número de núcleos de uma fibra multi-núcleo
n_n	-	Índice de refração do núcleo da fibra
N_p	-	Número de componentes do sinal de bombeio
N_s	-	Número de componentes do sinal de entrada
n_{sp}	-	Fator de emissão espontâneo
$P(z)$	W	Potência do sinal na posição z da fibra dopada
$P_{in}(m, \lambda)$	W	Potência de entrada do canal de modo espacial m e comprimento de onda λ
$P_{out}(m, \lambda)$	W	Potência de saída do canal de modo espacial m e comprimento de onda λ
u_t	-	Direção de propagação do sinal na fibra dopada da componente t
V	-	Frequência normalizada
w	rad/s	Frequência angular do sinal óptico
w_0	rad/s	Frequência angular central do sinal óptico
$Y_l(x)$	-	Função de Bessel de segunda espécie de ordem l
DMG(λ)	dB	Diferença de ganho modal no comprimento de onda λ
DMNF(λ)	dB	Diferença de figura de ruído modal no comprimento de onda λ
DSG(m)	dB	Diferença de ganho espectral do modo espacial m
L	m	Comprimento da FM-EDF
LP $_{lm,p}$	-	Modo LP $_{lm}$ no comprimento de onda do sinal de bombeio
LP $_{lm,s}$	-	Modo LP $_{lm}$ no comprimento de onda do sinal de entrada
LP $_{lm}$	-	Modo espacial linearmente polarizado de número azimutal l e radial m
NA	-	Abertura numérica da FM-EDF
NF	-	Figura de ruído

Sumário

1	Introdução	33
1.1	Objetivo da Tese	35
1.2	Organização do Texto	37
2	Multiplexação por divisão espacial óptica	39
2.1	Fibra de poucos modos	43
2.1.1	Modos espaciais	46
2.2	EDFA para sistemas MDM	52
3	Metodologia de projeto	57
3.1	Parâmetros de desempenho	59
3.2	EDFA de poucos modos	63
3.3	Figura de mérito	67
3.4	Metodologia de projeto	75
4	Projeto e análise de FM-EDFAs	79
4.1	Simulação e análise do subsistema óptico	80
4.1.1	2 modos	81
4.1.2	4 modos	85
4.2	Investigação do perfil de dopagem ótimo	90
4.2.1	Distribuições simétricas	91
4.2.2	Distribuições assimétricas	100
4.3	Análise WDM	107
4.4	Análise do FM-EDFA frente a cenários não ideais	112
4.4.1	Variação dos parâmetros da FM-EDF	112
4.4.2	Critérios de acoplamento	116
4.5	Conclusões parciais	119

5	Análise de sistemas ópticos baseados em multiplexação modal	121
5.1	Transmissor	123
5.1.1	Laser semiconductor	123
5.1.2	Modulador Óptico	125
5.1.3	Chaveamento de fase (PSK)	128
5.2	Canal	129
5.2.1	Propagação do sinal óptico	130
5.3	Receptor	137
5.3.1	Princípio da recepção coerente	137
5.3.2	Receptor coerente em quadratura	141
5.3.3	Receptor coerente com diversidade em polarização	142
5.3.4	Processamento digital de sinais	143
5.4	Simulação e análise do sistema óptico	149
5.4.1	Monocanal	149
5.4.2	WDM	154
6	Conclusão e propostas para trabalhos futuros	159
6.1	Principais Contribuições	160
6.2	Propostas para Continuação do Trabalho	161
6.3	Lista de Publicações	163
	Apêndices	165
	APÊNDICE A Figura de mérito - caso WDM	167
	APÊNDICE B Otimização multiobjetivo	171
	APÊNDICE C Algoritmo NSGA-II	175
	Referências	181

Introdução

A evolução das redes de comunicação é direcionada de acordo com a demanda do mercado, padronizações pelos órgãos competentes, a exemplo o *International Telecommunication Union* (ITU), e disponibilidade de novas tecnologias de transmissão e recepção. A alavanca deste sistema é a demanda crescente por taxa de transmissão, principalmente devido às aplicações de vídeo e às emergentes aplicações correlatas aos centros de processamento de dados (*datacenters*).

As fibras ópticas formam o *backbone* dos sistemas modernos de comunicação. O nascimento desta tecnologia data do início dos anos 70. Entretanto, o primeiro sistema óptico comercial foi desenvolvido em 1980 pela Bell Systems, que apresentava uma taxa de transmissão de 45 *Mbit/s* e espaçamento entre regeneradores de 7 km (KOGELNIK, 2000).

A Figura 1.1 ilustra o crescimento da capacidade dos sistemas ópticos comerciais, considerando uma única fibra (ESSIAMBRE; TKACH, 2012). É observado que a capacidade dos sistemas ópticos comerciais foi elevada de pouco menos de 100 *Mbit/s* (1980) para 8 *Tbit/s* (2011). A linha que interpola os pontos na Figura 1.1 descreve uma elevação constante ao longo dos anos. Ao considerar um crescimento anual de 30% do tráfego, os sistemas ópticos comerciais necessitarão de capacidades ~ 70 *Tbit/s* em ~ 2017 (WINZER, 2013).

A possibilidade em manter esse constante crescimento é resultado do desenvolvimento de novas tecnologias. Inicialmente, na década de 1980, a utilização de regeneradores 3R (Re-amplificação, Re-formatação e Re-temporização) era necessária para manter a qualidade do sinal ao longo da transmissão. Entretanto, com a saturação da tecnologia da época, foi necessário encontrar novas formas de amplificação e multiplexação de dados.

Com o advento da amplificação óptica e a multiplexação de dados por meio da tecnologia *Wavelength Division Multiplexing* (WDM), foi possível elevar a capacidade dos sistemas ópticos da época. Neste período, entre 1995 e 2006, a capacidade era superior à demanda, graças à amplificação óptica e à tecnologia WDM. Entretanto, com constante crescimento do tráfego, a situação foi revertida e o crescimento da capacidade

Figura 1.1 – Crescimento da capacidade de transmissão dos sistemas ópticos comerciais. Adaptada de Essiambre e Tkach (2012).

do sistema tornou-se novamente necessário (ESSIAMBRE; TKACH, 2012).

Desde o início dos anos 2000, a característica que moldou o crescimento da capacidade dos sistemas ópticos foi o aumento da eficiência espectral (*Spectral Efficiency* – SE) utilizando formatos de modulação avançados e novos algoritmos de processamento digital de sinais (IP et al., 2012). O sistema mais avançado comercialmente opera em 100 Gbit/s e utiliza a tecnologia *Dual-Polarization Quadrature Phase Shift Keying* (DP-QPSK) como formato de transmissão, com detecção coerente no receptor e processamento digital de sinais para compensar as degenerações inseridas ao longo do enlace de transmissão (Emerald Networks, 2015).

A Figura 1.2 ilustra a SE de alguns experimentos ao longo dos anos (ESSIAMBRE; TKACH, 2012), considerando apenas as transmissões em fibras monomodo. Conforme ilustra a Figura 1.2, ao longo do período 2002-2012, a SE dos sistemas ópticos apresentou um crescimento aproximado de 10 vezes para um intervalo de 10 anos. Pelo gráfico, a SE estimada para 2015 é ~ 20 bit/s/Hz, enquanto para 2020 o valor deste parâmetro aumenta para ~ 70 bit/s/Hz.

Entretanto, com o uso de tecnologias ópticas que utilizam fibra monomodo, não é possível alcançar uma eficiência de ~ 20 bits/s/Hz (de acordo com a Figura 1.2) devido, principalmente, à característica não linear do canal óptico (ESSIAMBRE; TKACH, 2012; WINZER, 2013). Ao empregar diversas tecnologias de multiplexação, como exemplo, em comprimento de onda (WDM) e em polarização (*Polarization Division Multiplexing* – PDM), além de técnicas avançadas de processamento digital de sinais (SAVORY, 2010), o limite da capacidade do canal óptico está próximo de ser alcançado (MORIOKA et al., 2012).

Figura 1.2 – Evolução temporal da eficiência espectral obtida em experimentos. Adaptada de Essiambre e Tkach (2012).

Como resultado, as pesquisas foram voltadas para o desenvolvimento de tecnologias que busquem novos graus de liberdade para elevar a capacidade agregada dos sistemas ópticos.

Pesquisas recentes tem concentrado a atenção na multiplexação por divisão espacial (*Space Division Multiplexing* – SDM), como um dos últimos graus de liberdade da multiplexação óptica para aumento da capacidade dos sistemas (MORIOKA et al., 2012). A SDM pode ser desenvolvida por meio de fibras de vários núcleos (*Multi-Core Fiber* – MCF) ou fibras de poucos modos (*Few-Mode Fiber* – FMF). Em MCFs vários guias ópticos são introduzidos em diferentes posições na seção transversal da fibra. Em FMFs, os diferentes modos propagam-se ao longo da fibra de acordo com a constante de propagação do modo em particular (GLOGE, 1971). Elevadas eficiências espectrais são possíveis por meio destas tecnologia, como 32 *bits/s/Hz* (RYF et al., 2013b) e 91,4 *bits/s/Hz* (TAKARA et al., 2012).

Embora estas soluções sejam atrativas, é necessário o desenvolvimento de novos conceitos, como fibras e amplificadores ópticos para os sistemas multiplexados espacialmente.

1.1 Objetivo da Tese

Os amplificadores a fibra dopada com érbio (*Erbium-Doped Fiber Amplifier* – EDFA) são, para os sistemas ópticos atuais, tão importantes como a fibra óptica utilizada, pois o projeto do amplificador influencia diretamente a qualidade da transmissão. Para sistemas que utilizam multiplexação espacial em modos (*Mode Division Multiplexing* –

MDM), o EDFA exerce a mesma função, sendo tão importante quanto para os sistemas monomodos. Desta forma, é necessário um cuidado especial no projeto e otimização destes amplificadores.

Em EDFAs para poucos modos (*Few-Mode Erbium-Doped Fiber Amplifier* – FM-EDFA), os diferentes modos espaciais são amplificados de acordo com o nível de inversão da população na fibra dopada (*Erbium-Doped Fiber* – EDF). Este nível de inversão depende da interação entre o sinal de entrada, o sinal de bombeio e as características da EDF, como a densidade de íons de érbio. Por exemplo, no caso em que o nível de inversão é maior na parte central da fibra dopada com érbio para poucos modos (*Few-Mode Erbium-Doped Fiber* – FM-EDF), os modos espaciais com maior intensidade no centro da fibra exibem maior ganho, enquanto os demais modos apresentam menor ganho óptico. Esta diferença de ganho entre os modos que compõem o sinal de entrada é denominada de *desequalização de ganho*. Além da diferença de ganho entre os modos, a figura de ruído também exibe diferentes valores de acordo com o modo analisado.

O projeto de EDFAs monomodo (*Single-mode Erbium-Doped Fiber Amplifier* – SM-EDFA) consiste em determinar o comprimento de onda e intensidade do sinal de bombeio, além do comprimento ideal da EDF, de forma a maximizar o desempenho do amplificador, como elevar o ganho e minimizar a figura de ruído do amplificador. Estas variáveis são dependentes das características do sinal de entrada, como banda óptica, e.g. banda C.

O projeto de FM-EDFA possui mais etapas, pois novas variáveis estão presentes, além daquelas já conhecidas no projeto de SM-EDFA. Neste caso, busca-se minimizar a *desequalização de ganho* entre modos, embora a maximização de ganho modal seja mantida. A adição de mais duas variáveis torna o projeto mais complexo, o que acarreta mais cuidado no projeto da topologia. As duas variáveis adicionais (perfil de dopagem da fibra e a distribuição do campo de sinal de entrada e de bombeio (BAI et al., 2011)), apresentam outros parâmetros, como nível de concentração de dopantes, para a primeira, e número de modos e potência de cada modo, para a segunda variável.

O objetivo deste trabalho é desenvolver uma nova metodologia para projeto de FM-EDFAs considerando o perfil de dopagem da FM-EDF e a distribuição transversal do campo elétrico do sinal de entrada e de bombeio. O uso desta metodologia resulta em um menor esforço computacional e FM-EDFAs com melhor desempenho, como maior ganho médio e menor figura de ruído, quando comparada às demais metodologias sugeridas na literatura da área (KANG et al., 2012; COCQ et al., 2012; IP, 2012; KANG et al., 2013). Para tal, uma nova figura de mérito é determinada neste trabalho, considerando as variáveis relativas à FM-EDF, como perfil de dopagem, e aos sinais de entrada e de bombeio, como perfil de distribuição. Ao analisar esta figura de mérito, o projetista é capaz de prever o comportamento do FM-EDFA sem a necessidade de avaliar as equações diferenciais que descrevem o FM-EDFA, gerando uma economia de tempo e facilidade de interpretação

dos resultados. Além disso, o uso desta figura de mérito possibilita a aplicação de técnicas de otimização mais rigorosas para atingir uma topologia mais próxima do ótimo global.

1.2 Organização do Texto

Este trabalho é dividido em seis capítulos e textos complementares (apêndices), estes com a finalidade de auxiliar o entendimento e argumentação em algumas seções.

O Capítulo 2 apresenta o conceito de multiplexação modal. Este tema é introduzido a partir dos principais trabalhos experimentais da área, destacando seus respectivos valores máximos de SE e produto capacidade versus distância (*Capacity-Distance Product* – CDP). Destaca-se que a tecnologia baseada em SDM promove o crescimento da capacidade dos sistemas ópticos atuais. Em seguida, as equações de Maxwell, considerando uma fibra óptica, são resolvidas de acordo com as condições de contorno do problema. Como resultados, são obtidas as equações que descrevem a (a) distribuição de campo dos modos propagantes e (b) a propagação do sinal óptico multiplexado ao longo da FMF. Neste capítulo, apenas a primeira equação é solucionada, obtendo uma outra expressão denominada de equação característica. Ao solucionar esta equação as constantes de propagação de cada modo são determinadas. A descrição do problema de equalização de ganho em FM-EDFA é ilustrada e, em seguida, os principais trabalhos da área são discutidos.

No Capítulo 3 as equações de taxa e propagação do FM-EDFA são apresentadas e discutidas, além da proposta da metodologia de projeto deste tipo de amplificador. O mecanismo de amplificação e os parâmetros fundamentais do FM-EDFA são investigados. A partir das equações diferenciais (taxa e propagação) a figura de mérito é determinada, possibilitando a aplicação de métodos de otimização mais rigorosos para obter soluções ótimas.

Em sequência, no Capítulo 4, são apresentados os resultados numéricos a partir da aplicação da metodologia proposta. Inicialmente, é considerado apenas o perfil com geometria circular, ou seja, perfis de dopagem formados por círculos ou coroas circulares. Neste caso, excelentes resultados são obtidos quando comparados aos apresentados na literatura da área. Em seguida, considerando o processo de fabricação, o desempenho do FM-EDFA é analisado, com o auxílio da figura de mérito, a partir da variação dos parâmetros projetados. O projeto de FM-EDFA otimizado para dois modos de bombeio é também realizado. Este estudo busca diminuir a dependência do desempenho do FM-EDFA com o acoplamento e/ou geração de modos espúrios de bombeio.

A partir dos excelentes resultados obtidos com o uso de perfis circulares, é investigado se outros perfis mais complexos fornecem resultados significativamente melhores. Para isto, este estudo é dividido em duas partes, de acordo com a distribuição de campo do modo de bombeio (simétrico e assimétrico).

No Capítulo 5 os elementos dos principais blocos de um sistema óptico MDM (transmissor, canal e receptor) são apresentados, assim como as expressões que descrevem sua operação. Os algoritmos para compensar as degenerações sofridas pelo sinal ao longo do canal são discutidas.

Após a descrição teórica, o FM-EDFA projetado no Capítulo 4 é avaliado na simulação de um enlace óptico em duas situações (monocanal e WDM). Busca-se mostrar, com a metodologia apresentada neste trabalho, que é possível projetar FM-EDFAs com excelente desempenho para sistemas ópticos de longo alcance (~ 3000 km). A análise do sistema óptico é realizada por meio do simulador comercial VPItransmissionMakerTM (VPI Photonics, 2015), utilizado para simular a propagação do sinal óptico na fibra, e a ferramenta de simulação MatLab (geração, amplificação e recepção do sinal).

As principais contribuições da tese são apresentadas no Capítulo 6, além de trabalhos propostos para continuação da pesquisa.

Três apêndices são adicionados ao trabalho. No Apêndice A, a figura de mérito é determinada para o caso em que um sinal WDM é amplificado. No segundo texto (Apêndice B), o problema de otimização multiobjetivo (*Multi-Objective Optimization Problem* – MOOP), que descreve o problema de projeto de FM-EDFA, é apresentado. Finalmente, para solução numérica do MOOP oriundo do projeto de FM-EDFA, uma variante do algoritmo genético, denominada de *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II*, é descrita no Apêndice C.

Multiplexação por divisão espacial óptica

O conceito de multiplexação por divisão espacial (*Space Division Multiplexing* – SDM), em sistemas ópticos, foi introduzido em 1979 (IANO et al., 1979). Esta forma de multiplexação óptica consiste em transmitir a informação por meio de caminhos ópticos paralelos e ortogonais, possibilitando o aumento da capacidade do sistema óptico de acordo com o número destes caminhos (SILLARD, 2014; WINZER, 2013).

Em sistemas ópticos SDM, há duas formas possíveis de estabelecer canais ortogonais em uma fibra óptica: (a) por meio de núcleos espacialmente separados (IANO et al., 1979) e (b) por modos de propagação ortogonais (BERDAGUÉ; FACQ, 1982).

A partir do número de núcleos e modos propagantes na fibra, é possível classificar este componente em: fibra de único núcleo monomodo (*Single-Core Single-Mode Fiber* – SC-SMF), fibra de único núcleo de poucos modos (*Single-Core Few-Mode Fiber* – SC-FMF), fibra de vários núcleos monomodo (*Multi-Core Single-Mode Fiber* – MC-SMF) e fibra de vários núcleos de poucos modos (*Multi-Core Few-Mode Fiber* – MC-FMF). Em sistemas ópticos SDM, são estudados os três últimos tipos de fibras (SILLARD, 2014).

Os sistemas ópticos que empregam MC-SMFs foram demonstrados inicialmente no trabalho de Iano et al. (1979). A transmissão óptica, nestes sistemas, consiste em injetar N_N sinais ópticos, por exemplo multiplexados em comprimento de onda (*Wavelength Division Multiplexing* – WDM) e polarização (*Polarization Division Multiplexing* – PDM), em N_N núcleos distintos da MC-SMF. Por outro lado, os sistemas ópticos baseados em multiplexação modal (*Mode Division Multiplexing* – MDM) empregam SC-FMFs. Este tipo de sistema foi inicialmente demonstrado por Berdagué e Facq (1982) e consiste em transmitir N_B sinais, por exemplo WDM-PDM, em N_B modos espaciais.

Outra possibilidade é combinar as duas formas de multiplexação espacial por meio de MC-FMFs, proposta inicialmente no trabalho de Takenaga et al. (2012). Neste caso, cada núcleo da fibra propaga mais de um modo espacial. Portanto, a capacidade agregada, definida como o produto entre a capacidade do canal óptico e o número de caminhos

paralelos, é elevada em $N_N \times N_B$ vezes, enquanto os sistemas baseados em MC-SMFs e SC-FMFs apresentam um aumento, em ordem, igual a N_N e N_B .

A Figura 2.1 ilustra a evolução da capacidade de transmissão em fibras ópticas monomodo ao longo do período de 1982 a 2012. Os pontos representam as maiores capacidades de transmissão obtidas em experimentos e apresentadas, como *postdeadline papers*, na *Optical Fiber Communications Conference*. A capacidade do sistema baseado em uma única fibra monomodo aumenta, aproximadamente, dez vezes a cada quatro anos. Para manter este ritmo de crescimento foi necessário o desenvolvimento de novas tecnologias, como fibras de baixa atenuação, amplificadores ópticos a fibra dopada com érbio (*Erbium-Doped Fiber Amplifier* – EDFA), multiplexação de comprimento de onda (WDM) e formatos avançados de modulação, incluindo as técnicas de codificação e algoritmos de processamento digital de sinais. Entretanto, o limite teórico da capacidade dos sistemas ópticos baseados em fibra monomodo, considerando as bandas ópticas C e L, é ~ 100 Tbit/s (RICHARDSON et al., 2013).

Figura 2.1 – Evolução da capacidade de transmissão em fibras ópticas monomodo a partir de experimentos de sistemas ópticos realizados em laboratórios. Adaptado de Richardson et al. (2013).

Ao considerar a multiplexação espacial (SDM), os sistemas ópticos baseados nesta tecnologia exibem maior capacidade de transmissão quando comparados aos sistemas baseados em fibras monomodo. A Tabela 2.1 ilustra os principais experimentos em sistemas ópticos com multiplexação espacial e representa o detalhamento da região da Figura 2.1 relativa aos sistemas ópticos SDM, tomando o período entre 2011 e 2014.

Para sistemas de ultra-longa distância que empregam SC-SMF, o maior valor do produto capacidade-distância (*Capacity-Distance Product* – CDP) é 534 Pbit/s×km, em que a taxa total de transmissão é igual a 52,2 Tbit/s com 128 e 144 comprimentos de onda modulados, em ordem, a 180 Gbit/s e 202,5 Gbit/s, no formato PDM-16QAM, ao longo de 10230 km com eficiência espectral (*Spectral Efficiency* – SE) máxima igual a

Tabela 2.1 – Sumário dos principais experimentos em sistemas ópticos com multiplexação espacial.

Referência	Fibra	Canais SDM	$C \times D$ [Pbit/s $\times$ km]	SE [bit/s/Hz]
Cai et al. (2014a)	SC-SMF	1	534,01	5,4 & 6,08
Cai et al. (2014b)	SC-SMF	1	448,63	4,86 & 5,4
Qian et al. (2011)	SC-SMF	1	16,78	11
Ip et al. (2013)	SC-FMF	3	13,9	7,6
Ryf et al. (2013b)	SC-FMF	6	4,35	32
Igarashi et al. (2013)	MC-SMF	7	1030	28
Takara et al. (2012)	MC-SMF	12	52,52	91,4
Qian et al. (2012)	MC-FMF	18	3,15	109
Mizuno et al. (2014)	MC-FMF	36	2,5	247,9

6,08 bit/s/Hz (CAI et al., 2014a). Neste tipo de sistema óptico (SC-SMF), a máxima SE obtida é igual a 11 bit/s/Hz com capacidade total igual a 101,7-Tbit/s com 370 comprimentos de onda, cada um modulado a 294 Gbit/s no formato PDM-128QAM-OFDM. Entretanto, o comprimento do enlace é de apenas 165 km (QIAN et al., 2011).

Em sistemas ópticos que utilizam multiplexação modal, Ip et al. (2013) realizaram um experimento com CDP de maior valor (13,9 Pbit/s $\times$ km), utilizando 146 canais ópticos (banda C) modulados a 76 Gbit/s PDM-QPSK, três modos espaciais, SE agregada igual a 7,6 bit/s/Hz e enlace óptico com comprimento igual a 500 km. A máxima eficiência espectral agregada foi obtida por Ryf et al. (2013b) (32 bit/s/Hz), utilizando seis modos espaciais, entretanto, ao longo de 177 km. A capacidade máxima deste sistema é igual a 24,6 Tbit/s (32 comprimentos de onda, seis modos espaciais, em que cada sinal é modulado a 128 Gbit/s no formato PDM-16QAM) e, portanto, o valor do CDP é igual a 4,35 Pbit/s $\times$ km (RYF et al., 2013b).

Os núcleos das MC-SMFs exibem menor nível de acoplamento quando comparado aos modos espaciais nas SC-FMFs (SILLARD, 2014). Por este motivo, sistemas ópticos que empregam MC-SMF exibem melhor desempenho (maior CDP e SE) quando comparado aos sistemas MDM, confirmado a partir dos dados apresentados na Tabela 2.1. Dentre os sistemas ópticos, o experimento de maior produto capacidade-distância é apresentado por Igarashi et al. (2013), cujo valor é igual a 1,03 Ebit/s $\times$ km com SE igual a 28 bit/s/Hz. Neste experimento é utilizada uma MC-SMF com 7 núcleos e um sinal óptico composto por 201 canais ópticos (banda C) modulados a 100 Gbit/s PDM-QPSK (140,7 Tbit/s) com distância total igual a 7328 km. A eficiência espectral máxima agregada obtida neste tipo de sistema (MC-SMF) é reportado por Takara et al. (2012) e igual a 91,4 bit/s/Hz,

entretanto, com CDP igual a 52,52 Pbit/s×km.

Os sistemas SDM híbridos são obtidos ao combinar a forma de multiplexação espacial das SM-FMFs e MC-SMFs (SILLARD, 2014). Neste caso, são obtidas elevadas SE agregadas, como exemplo, 247,9 bit/s/Hz (MIZUNO et al., 2014), entretanto, com baixos valores de CDP. Neste sistema, o número de canais multiplexados por divisão especial é elevado, como exemplo 18 (12 núcleos monomodos + 2 núcleos FMF com 3 modos) e 32 (12 núcleos FMF com 3 modos) (SILLARD, 2014).

Embora os sistemas baseados em MC-SMFs e MC-FMFs apresentem melhor desempenho quando comparado aos sistemas MDM (maior CDP e/ou SE) devido ao menor nível de acoplamento, o número de canais SDM que podem ser inseridos nessas fibras é limitado pelo diâmetro máximo da casca ($\sim 220 \mu\text{m}$) (SILLARD, 2014). Esta característica, denominada densidade espacial, é definida como o número de canais SDM por área efetiva, tomando como base $80 \mu\text{m}^2$, e fornece estimativas de potencialidade de cada tecnologia. Quanto maior o valor da densidade espacial, maior a capacidade do sistema óptico (SILLARD, 2014).

Em MC-SMFs, a densidade espacial máxima obtida é $\sim 6,5$ com 19 núcleos (SAKAGUCHI et al., 2012). Caso o número de núcleos seja duplicado (densidade espacial ~ 11), a transmissão em longas distâncias é afetada devido ao elevado nível de acoplamento entre os núcleos (SILLARD, 2014). Outra problemática é a produção em longa escala das MC-SMFs e MC-FMFs, limitada pelos processos de fabricação (*drilling* e *stack-and-draw*).

As maiores densidades espaciais são obtidas ao incorporar a multiplexação modal. Como exemplo, no experimento apresentado por (RYF et al., 2013b), seis modos espaciais são utilizados com densidade espacial ~ 25 . Valores iguais a ~ 35 , ~ 46 e ~ 60 são obtidos ao considerar nove, 12 e 16 modos espaciais (SILLARD, 2014). Portanto, este tipo de sistema óptico apresenta grande potencial em termos de densidade espacial, além da produção em larga escala.

É demonstrado que os sistemas ópticos baseados em multiplexação modal apresentam elevados valores de eficiência espectral (SE) agregada (RYF et al., 2013b), entretanto, devido aos efeitos de acoplamento e elevado nível de desqualização de ganho entre os modos, o CDP é limitado. A partir da adaptação dos subsistemas e componentes ópticos utilizados em sistemas que empregam SC-SMF, além da eliminação do acoplamento entre modos no receptor e projeto de amplificadores de baixa desqualização entre modos e baixa figura de ruído, é possível desenvolver sistemas de elevado alcance e SE agregada (SILLARD, 2014; WINZER, 2013; RYF, 2014). O projeto destes amplificadores é mais desafiante quando comparado ao projeto dos amplificadores ópticos para sistemas monomodo e baseados em MC-SMF, devido à interação entre os diferentes modos de sinais de entrada e bombeio em um único núcleo de fibra. Por estes motivos, o amplificador óptico para sistemas ópticos MDM é estudado neste trabalho.

Aqui a SC-FMF (fibra de único núcleo de poucos modos) é denominada de FMF (fibra de poucos modos).

2.1 Fibra de poucos modos

Nesta seção são determinadas as equações de propagação do sinal na fibra óptica de sílica (SiO_2). Neste trabalho a fibra é considerada um meio homogêneo, isotrópico e isento de fontes.

Para completa descrição do comportamento de um campo eletromagnético em um material, é necessário solucionar as equações de Maxwell de acordo com as condições de contorno do problema. As equações de Maxwell são expressas como (POZAR, 2005)

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}, \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_f, \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.4)$$

em que $\mathbf{E}$ [V/m] e $\mathbf{H}$ [A/m] são os vetores campo elétrico e magnético, respectivamente, $\mathbf{D}$ [C/m²] é o vetor densidade de fluxo elétrico e $\mathbf{B}$ [Wb/m²] o vetor densidade de fluxo magnético.

O vetor de densidade de corrente elétrica $\mathbf{J}$ [A/m²], assim como a densidade de cargas elétricas livres ρ_f [C/m³]. Para uma região isenta de fontes, como exemplo a fibra óptica, seus valores são identicamente nulos (AGRAWAL, 2001). As densidades de fluxo são relacionadas com os campos vetoriais de acordo com (POZAR, 2005)

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}, \quad (2.5)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M}, \quad (2.6)$$

em que $\mathbf{P}$ [C/m²] e $\mathbf{M}$ [Wb/m²] são os vetores de polarização elétrica e magnética, respectivamente. Como a fibra óptica é um dielétrico, $\mathbf{M} = 0$ (AGRAWAL, 2001). Em ordem, ε_0 [F/m] e μ_0 [H/m] denotam a permissividade e permeabilidade no vácuo.

O operador rotacional ($\nabla \times$) é aplicado na Equação 2.1 e substituindo, em sequência, as Expressões 2.6, 2.2 e 2.5, obtém-se

$$\begin{aligned} \nabla \times \nabla \times \mathbf{E} &= -\nabla \times \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ &\stackrel{(2.6)}{=} -\mu_0 \frac{\partial (\nabla \times \mathbf{H})}{\partial t} \\ &\stackrel{(2.2)}{=} -\mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2} \\ &\stackrel{(2.5)}{=} -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

A identidade vetorial

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}, \quad (2.8)$$

é aplicada à Equação 2.7, sendo esta reescrita como

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}, \quad (2.9)$$

em que $c_0 = (\varepsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$ [m/s] é a velocidade da luz no vácuo. Como a fibra óptica é um meio homogêneo e isento de fontes, a equação de Maxwell $\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$ implica que $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$. Portanto,

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}. \quad (2.10)$$

A interação entre o sinal óptico e o material é incluída na Equação 2.10 por meio do vetor de polarização elétrica $\mathbf{P}$. A aplicação de um campo externo em um meio dielétrico produz um deslocamento das cargas presentes no material, o que gera um momento de dipolo. Em uma escala maior, a soma de todos os momentos de dipolo por unidade de volume gera a polarização do material $\mathbf{P}$. O campo elétrico incidente $\mathbf{E}$ é relacionado com a polarização do material $\mathbf{P}$ por meio da susceptibilidade do material χ (AGRAWAL, 2001)

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi \mathbf{E}. \quad (2.11)$$

Em um meio isotrópico e linear, a susceptibilidade do material χ é um escalar. Em um material anisotrópico, $\mathbf{P}$ pode ter uma direção distinta do campo aplicado $\mathbf{E}$; neste caso, a susceptibilidade do material é um tensor de ordem $i + 1$, denotado por $\chi^{(i)}$, em que i é a ordem da susceptibilidade do material (AGRAWAL, 2001; BOYD, 2008). Para o caso em que a potência do campo incidente é elevada, o vetor $\mathbf{P}$ é descrito como uma série (AGRAWAL, 2001)

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= \varepsilon_0 \left(\chi^{(1)} \cdot \mathbf{E} + \chi^{(2)} : \mathbf{E}\mathbf{E} + \chi^{(3)} : \mathbf{E}\mathbf{E}\mathbf{E} + \dots \right) \\ &= \mathbf{P}_L + \mathbf{P}_{NL}, \end{aligned} \quad (2.12)$$

em que $\mathbf{P}_L$ é referente à parcela linear e $\mathbf{P}_{NL}$ à parcela não linear, respectivamente. Devido à susceptibilidade linear $\chi^{(1)}$, $\mathbf{P}_L$ é a parcela dominante em $\mathbf{P}$. Como a molécula de SiO_2 é simétrica, $\chi^{(2)}$ é nula para fibras de sílica. Dentre as demais parcelas não lineares, $\chi^{(3)}$ é a dominante, enquanto as demais são desprezíveis (AGRAWAL, 2001).

A Expressão 2.11 é substituída na Equação 2.10, obtendo-se

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{\varepsilon_r}{c_0^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0, \quad (2.13)$$

em que $\varepsilon_r(\mathbf{r}, t)$, definido como $1 + \chi$, é denominado de permissividade do material. A transformada de Fourier é aplicada na Equação 2.13. A equação de onda no domínio da frequência é

$$\nabla^2 \tilde{\mathbf{E}} + \tilde{\varepsilon}_r k_0^2 \tilde{\mathbf{E}} = 0, \quad (2.14)$$

em que k_0 [m^{-1}] é denominado de número de onda, expresso por w/c_0 . A transformada de Fourier do termo $\mathbf{Q}(t)$ é definida por

$$\widetilde{\mathbf{Q}}(w) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{Q}(t) e^{j\omega t} dt. \quad (2.15)$$

Como a fibra óptica é um meio isotrópico e homogêneo, a permissividade elétrica da fibra é independente da posição, sendo expressa como (AGRAWAL, 2001)

$$\tilde{\varepsilon}_r(w) = \left(\tilde{n}(w) + j \frac{\tilde{\alpha}(w)}{2k_0} \right)^2, \quad (2.16)$$

em que $\tilde{n}(w)$ e $\tilde{\alpha}(w)$ são, em ordem, o índice de refração e o coeficiente de atenuação do material. Ambos os parâmetros podem ser representados pela parte linear e não linear, como

$$\tilde{n}(w) = n(w) + n_2 |A|^2, \quad (2.17)$$

$$\tilde{\alpha}(w) = \alpha(w) + \alpha_2 |A|^2, \quad (2.18)$$

em que $|A|^2$ é a intensidade do campo elétrico. Para as fibras de sílica, o termo α_2 é relativamente pequeno, sendo ignorado (AGRAWAL, 2001).

Devido à simetria cilíndrica da fibra óptica, a Equação 2.14 é expressa em coordenadas cilíndricas

$$\frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{E}}}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{E}}}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{E}}}{\partial z^2} + \tilde{\varepsilon}_r k_0^2 \tilde{\mathbf{E}} = 0. \quad (2.19)$$

O método da separação de variáveis é aplicado na solução da Equação 2.19. A componente E_z do campo elétrico é considerada independente, cuja forma geral é

$$\tilde{E}_z(\mathbf{r}, w - w_0) = F(\rho, \phi) \cdot \tilde{A}(z, w - w_0) \cdot e^{j\beta_0 z}, \quad (2.20)$$

em que $F(\rho, \phi)$ é a distribuição transversal do campo elétrico, β_0 [m^{-1}] a constante de propagação do sinal e $\tilde{A}(z, w)$ a transformada de Fourier da envoltória de variação lenta do campo elétrico.

Ao substituir a Expressão 2.20 na Equação 2.19, é obtida a expressão

$$\frac{1}{F} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \phi^2} \right) + \tilde{\varepsilon}_r k_0^2 = \frac{1}{\tilde{A}} \left(\beta_0^2 \tilde{A} - 2j\beta_0 \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} - \frac{\partial^2 \tilde{A}}{\partial z^2} \right), \quad (2.21)$$

em que a dependência explícita das variáveis $F(\rho, \phi)$ e $\tilde{A}(z, w - w_0)$ é omitida para simplificar a expressão.

Devido à lenta variação de $\tilde{A}(z, w - w_0)$ em z , a derivada parcial de segunda ordem é nula. Esta última expressão leva diretamente a duas equações em termos de $F(\rho, \phi)$ e

$\tilde{A}(z, w - w_0)$ (AGRAWAL, 2001)

$$\frac{1}{F} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \phi^2} \right) + \tilde{\varepsilon}_r k_0^2 = \tilde{\beta}^2, \quad (2.22)$$

$$\frac{1}{\tilde{A}} \left(\beta_0^2 \tilde{A} - 2j\beta_0 \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} \right) = \tilde{\beta}^2. \quad (2.23)$$

Para cada valor de $\tilde{\beta}$, as soluções da Equação 2.22 descrevem a distribuição transversal do campo no plano $\rho - \phi$. Cada solução corresponde a um modo espacial do campo elétrico, caracterizado pelo autovalor $\tilde{\beta}$ e definido como constante de propagação. A Equação 2.22 é tratada na Subseção 2.1.1 (Modos espaciais, Página 46). A Equação 2.23 descreve a propagação do sinal ao longo da fibra óptica a partir da constante de propagação determinada pela solução da Equação 2.22.

2.1.1 Modos espaciais

Nesta seção a fibra óptica é considerada de baixa perda, sendo ignorado o coeficiente de atenuação, dito de outra forma $\alpha \approx 0$. A perturbação gerada pelo vetor de polarização $\mathbf{P}_{NL}$ é pequena quando comparada à gerada pelo vetor $\mathbf{P}_L$. Desta forma, a permissividade elétrica $\tilde{\varepsilon}_r(w) \approx n^2(w)$ (Expressão 2.16).

A distribuição transversal do campo elétrico pode ser expressa pelo produto de duas funções de uma variável

$$F(\rho, \phi) = f(\rho)q(\phi). \quad (2.24)$$

Devido à simetria cilíndrica da fibra óptica, a função $q(\phi)$ deve ser periódica em ϕ , com período igual a 2π . A Expressão 2.24 é reescrita como (SALEH; TEICH, 2007)

$$F(\rho, \phi) = f(\rho) \cdot e^{-jl\phi}, \quad l = \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (2.25)$$

em que l é denominado de número de modo azimutal. A expressão anterior é substituída na Equação 2.22, obtendo-se

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \rho} + f \left(n^2 k_0^2 - \tilde{\beta}^2 - \frac{l^2}{\rho^2} \right) = 0. \quad (2.26)$$

A constante de propagação $\tilde{\beta}$ é limitada ao intervalo $[n_c k_0, n_n k_0]$, em que n_c e n_n são os índices de refração da casca e do núcleo da fibra respectivamente (GLOGE, 1971). Esta condição é necessária para que o sinal óptico seja guiado na fibra. Baseado nesta condição e de acordo com a região da fibra, são definidos os parâmetros (GLOGE, 1971)

$$u^2 = a^2 \left(n_n^2 k_0^2 - \tilde{\beta}^2 \right), \quad (2.27)$$

$$v^2 = a^2 \left(\tilde{\beta}^2 - n_c^2 k_0^2 \right), \quad (2.28)$$

em que u é aplicado na região do núcleo, v na região da casca da fibra e a [m] corresponde ao raio do núcleo da fibra. A partir da definição dos parâmetros u e v , a Equação 2.26 é reescrita como (SALEH; TEICH, 2007; NOÉ, 2010)

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \rho} + f \left(\frac{u^2}{a^2} - \frac{l^2}{\rho^2} \right) = 0, \quad 0 \leq \rho < a \text{ (núcleo)}, \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \rho} - f \left(\frac{v^2}{a^2} + \frac{l^2}{\rho^2} \right) = 0, \quad a \leq \rho < b \text{ (casca)}, \quad (2.30)$$

em que b [m] corresponde ao raio da casca da fibra. As equações diferenciais anteriores apresentam soluções do tipo (NOÉ, 2010)

$$f(\rho) = \begin{cases} c_1 J_l \left(\frac{u}{a} \rho \right) + c_2 Y_l \left(\frac{u}{a} \rho \right), & 0 \leq \rho < a, \\ c_3 I_l \left(\frac{v}{a} \rho \right) + c_4 K_l \left(\frac{v}{a} \rho \right), & a \leq \rho < b. \end{cases} \quad (2.31)$$

em que $J_l(x)$ e $Y_l(x)$ são, em ordem, funções de Bessel de primeira e segunda espécie de ordem l ; $I_l(x)$ e $K_l(x)$ são funções modificadas de Bessel de primeira e segunda espécie de ordem l respectivamente.

As soluções devem ser fisicamente aplicáveis, limitadas no interior e nulas no exterior do núcleo. A função $J_l(x)$ é limitada no intervalo de interesse, entretanto $\lim_{x \rightarrow 0^+} Y_l(x) = -\infty$. Da mesma forma, $K_l(x)$ é limitada na região da casca da fibra, entretanto $\lim_{x \rightarrow \infty} I_l(x) = \infty$. Portanto, a Expressão 2.31 é reescrita como

$$f(\rho) = \begin{cases} c_1 J_l \left(\frac{u}{a} \rho \right), & 0 \leq \rho < a, \\ c_4 K_l \left(\frac{v}{a} \rho \right), & a \leq \rho < b. \end{cases} \quad (2.32)$$

Para determinar $\tilde{\beta}$ e as constantes c_1 e c_4 as condições de contorno são aplicadas ao problema. Nas fibra ópticas, os modos propagantes são considerados fracamente guiados ($n_c \approx n_n$) (GLOGE, 1971). Neste caso, a intensidade das componentes longitudinais dos campos elétrico e magnético são muito menores que a intensidade das componentes transversais. Portanto, os campos elétrico e magnético devem ser contínuos na fronteira entre o núcleo e a casca da fibra ($\rho = a$). As componentes longitudinais (E_z e H_z) e transversais (E_ρ , E_ϕ , H_ρ e H_ϕ) dos campos são obtidas a partir das equações de Maxwell (Equações 2.1 e 2.2).

Portanto, o campo elétrico é descrito como a combinação linear das componentes transversais E_x e E_y (em coordenadas cartesianas)

$$\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = F(x, y) \tilde{A}_x(\mathbf{r}, w - w_0) e^{j\beta_0^x z} \mathbf{e}_x + F(x, y) \tilde{A}_y(\mathbf{r}, w - w_0) e^{j\beta_0^y z} \mathbf{e}_y, \quad (2.33)$$

em que $A_i(\mathbf{r}, t)$ é a amplitude de variação lenta e β_0^i a constante de propagação da componente $i \in \{\mathbf{x}, \mathbf{y}\}$. Os vetores de polarização unitária são definidos como $\mathbf{e}_x = [1 \ 0]^T$ e $\mathbf{e}_y = [0 \ 1]^T$. Estas componentes são consideradas como modos propagantes distintos e

ortogonais em polarização. Por este motivo, os modos espaciais propagantes são denominados linearmente polarizados (*Linearly Polarized* – LP) (GLOGE, 1971).

Na condição em que $n_c \approx n_n$, aplicar as condições de fronteira nas equações de Maxwell implica garantir a continuidade da distribuição de campo elétrico na fronteira $\rho = a$ (SALEH; TEICH, 2007). Ou seja

$$c_1 J_l(u) = c_4 K_l(v), \quad (2.34)$$

$$c_1 J'_l\left(\frac{u}{a}\rho\right)\Bigg|_{\rho=a} = c_4 K'_l\left(\frac{v}{a}\rho\right)\Bigg|_{\rho=a}, \quad (2.35)$$

em que $J'_l(x)$ e $K'_l(x)$ representam, em ordem, a derivada parcial de $J_l(x)$ e $K_l(x)$ em x , expressas como

$$J'_l(x) = J_{l-1}(x) - \frac{l}{x} J_l(x), \quad (2.36)$$

$$K'_l(x) = K_{l-1}(x) - \frac{l}{x} K_l(x). \quad (2.37)$$

A solução das Equações 2.34 e 2.35 é denominada de equação característica, definida por (SALEH; TEICH, 2007; GLOGE, 1971)

$$u \frac{J_{l-1}(u)}{J_l(u)} = -v \frac{K_{l-1}(v)}{K_l(v)}. \quad (2.38)$$

Aparentemente a equação anterior apresenta duas variáveis independentes, uma relacionada com às características do modo espacial na região do núcleo (u) e outra à região da casca (v). A relação entre estas variáveis é um parâmetro que depende das características do meio guiante, por exemplo, os índices de refração do núcleo e da casca, assim como as características do sinal propagante, representado pelo comprimento de onda. A relação entre u e v é definida como frequência normalizada e expressa por

$$V = \sqrt{u^2 + v^2}. \quad (2.39)$$

Ao considerar que $v = \sqrt{V^2 - u^2}$, a Equação 2.38 é reescrita como

$$u \frac{J_{l-1}(u)}{J_l(u)} = -\sqrt{V^2 - u^2} \frac{K_{l-1}(\sqrt{V^2 - u^2})}{K_l(\sqrt{V^2 - u^2})}. \quad (2.40)$$

De acordo com a equação anterior, o número de modos espaciais guiados é definido pela frequência normalizada da fibra. Embora o número de modos espaciais seja definido por V , as propriedades destes modos são definidos pelos índices de refração, raio do núcleo e comprimento de onda do sinal. Estas propriedades incluem, por exemplo, coeficiente de atenuação e dispersão do modo.

Para um melhor entendimento da Equação 2.40 o método de solução gráfico é aplicado. A Figura 2.2 ilustra a solução da equação característica para diferentes valores de l ,

Figura 2.2 – Solução gráfica da equação característica considerando uma fibra de índice em degrau.

considerando uma fibra de índice em degrau. A curva em vermelho representa o termo à esquerda (TE) da Equação 2.40. A curva preta representa o termo à direita (TD) da equação característica quando a frequência normalizada é igual a 3,8, enquanto a curva azul representa o termo à direita da Equação 2.40 para $V = 5,1$.

Quando $V = 3,8$, há dois modos espaciais propagantes, cuja constante de propagação satisfaz a Equação 2.40, ou seja, as curvas que representam os termos à esquerda e à direita da equação característica se cruzam. O primeiro modo ocorre quando $l = 0$ e o segundo para $l = 1$. Quando $V = 5,1$ há quatro modos propagantes (dois para $l = 0$, um para $l = 1$ e $l = 2$). Nas situações em que $u > V$, o termo à direita da Equação 2.40 não é definido.

Para cada número de modo azimutal são possíveis diversas soluções, definindo o número de modo radial, que representa cada solução para um determinado valor de l . A notação LP_{lm} representa o modo linearmente polarizado de número de modo azimutal e radial igual a l e m respectivamente.

As tecnologias atuais de transmissão são baseadas em fibra monomodo, cujo único

modo de propagação é o LP_{01} , denominado de modo fundamental. A tecnologia baseada em MDM utiliza fibras que propagam alguns (poucos) modos espaciais, buscando transmitir sinais ortogonais em cada modo.

Com a finalidade de obter uma relação universal entre a constante de propagação do modo LP_{lm} e a frequência normalizada, define-se a constante de propagação normalizada (GLOGE, 1971):

$$b(V) = 1 - \frac{u_{lm}^2}{V^2}. \quad (2.41)$$

em que u_{lm} representa o parâmetro definido na Expressão 2.27 para o modo LP_{lm} .

A Figura 2.3 ilustra a relação entre a constante de propagação normalizada em função da frequência normalizada (Expressão 2.41). O valor da frequência normalizada específica, de acordo com o gráfico, o número de modos propagantes. Quando escolhido $V = 3,8$ há dois modos propagantes: LP_{01} e LP_{11} . Neste caso, os modos apresentam baixo acoplamento, devido à elevada diferença de constante de propagação (MARCUSE, 1974). No caso de quatro modos propagantes (LP_{01} , LP_{11} , LP_{21} e LP_{01}) o valor da frequência normalizada é igual a 5,1, o que garante uma boa separação entre os grupos de modos.

Figura 2.3 – Constante de propagação normalizada em função da frequência normalizada.

As constantes da Expressão 2.32 são redefinidas como $c_1 = b_t$ e $c_4 = c b_t$, em que b_t é coeficiente de normalização, definido como (JIANG; MARCIANTE, 2008)

$$b_t = \left[\int_0^{2\pi} \int_0^\infty F^2(\rho, \phi) \rho d\rho d\phi \right]^{-1} \quad (2.42)$$

e $c = J_l(u)/K_l(v)$, obtida por meio da aplicação da condição de continuidade de $f(\rho)$ em

$\rho = a$. Portanto, a Expressão 2.32 é reescrita como

$$f(\rho) = \begin{cases} b_t J_l \left(\frac{u}{a} \rho \right), & 0 \leq \rho < a, \\ b_t \frac{J_l(u)}{K_l(v)} K_l \left(\frac{v}{a} \rho \right), & a \leq \rho < b. \end{cases} \quad (2.43)$$

É importante observar que os modos espaciais LP_{-lm} apresentam soluções idênticas aos modos LP_{lm} e, portanto, mesma constante de propagação $\tilde{\beta}_{lm}$. A combinação linear entre LP_{lm} e LP_{-lm} produz modos espaciais com a mesma constante de propagação. Estes modos são denominados degenerados e sua distribuição transversal do campo é definida como (JIANG; MARCIANTE, 2008)

$$F_{lma}(\rho, \phi) = -\frac{j}{2} [f_{lm} e^{-jl\phi} + f_{-lm} e^{jl\phi}] = f_{lm}(\rho) \sin(l\phi), \quad (2.44)$$

$$F_{lmb}(\rho, \phi) = \frac{1}{2} [f_{lm} e^{-jl\phi} - f_{-lm} e^{jl\phi}] = f_{lm}(\rho) \cos(l\phi), \quad (2.45)$$

em que $f_{lm}(\rho)$ é a função definida pela Expressão 2.43 para o modo espacial LP_{lm} . Os modos LP_{lma} apresentam orientação ímpar, enquanto LP_{lmb} orientação par (JIANG; MARCIANTE, 2008). A distribuição normalizada da intensidade transversal do modo é definida como (JIANG; MARCIANTE, 2008)

$$\Gamma_{lm}(\rho, \phi) = F_{lm}^2(\rho, \phi). \quad (2.46)$$

A Figura 2.4 ilustra $\Gamma_{lm}(\rho, \phi)$ dos grupos de modos LP_{01} , LP_{02} , LP_{11} e LP_{21} ($V = 5,1$) em função do raio da FMF. O comprimento de onda do sinal (λ_s) é 1530 nm ($LP_{\nu m, s}$). O raio do núcleo da fibra (a) é igual a $7,5 \mu\text{m}$ e a diferença entre os índices de refração da casca e do núcleo ($n_n - n_c$) é igual a $9,7 \times 10^{-3}$.

Figura 2.4 – Distribuição da intensidade normalizada ao longo do plano x-y e ao longo da direção radial.

Os modos LP_{0m} são denominado centrados, pois o valor máximo de amplitude ocorre no centro do núcleo da fibra óptica ($\rho = 0$), por exemplo, os modos LP_{01} e LP_{02} . Estes

modos são considerados simétricos, devido à independência da variável azimutal. Os demais modos LP_{lm} ($l \neq 0$) são denominados não centrados devido à máxima amplitude ser localizada em $\rho \neq 0$ (e.g. LP_{11} e LP_{21}). Em geral, os modos não centrados são degenerados. Estes modos são considerados assimétricos, pois apresentam dependência azimutal. Entretanto, o modo gerado pela combinação linear de dois modos degenerados pode ser simétrico, como exemplo, $LP_{11a} + LP_{11b}$.

2.2 EDFA para sistemas MDM

A transmissão óptica em fibras de poucos modos é uma tecnologia com potencial para elevar a capacidade dos sistemas ópticos (IP et al., 2013; RYF et al., 2013b). Para que esta solução possa ser aplicada em sistemas de longo alcance, o desenvolvimento de amplificadores ópticos é essencial. Estes dispositivos devem amplificar, de forma homogênea, os diferentes modos propagantes. Ou seja, a diferença de ganho modal (*Differential Modal Gain* – DMG), definida como a diferença máxima de ganho entre os modos propagantes em um comprimento de onda específico, deve ser mínima para garantir o desempenho similar de todos os canais ópticos.

O núcleo da fibra dopada com érbio (*Erbium-Doped Fiber* – EDF), em sistemas monomodo, exibe um perfil uniforme, ou seja, a densidade de íons Er^{+3} na região do núcleo é, teoricamente, idêntica em todos os pontos (BECKER et al., 1999). Ao utilizar este mesmo perfil de dopagem em EDF para poucos modos (*Few-Mode Erbium-Doped Fiber* – FM-EDF), observa-se que a diferença de ganho entre os modos amplificadores é elevada, conforme ilustra a Figura 2.5, para o perfil de ganho típico de uma FM-EDF de dopagem uniforme. O sinal de cada modo é composto por 32 canais espaçados igualmente entre 1530 e 1561 nm, cuja potência por canal é igual a -22 dBm (-7 dBm total). O sinal de bombeio é composto apenas pelo modo LP_{01} , cujo comprimento de onda é igual a 980 nm e intensidade igual a 300 mW. As características da fibra são extraídas do trabalho de Sillard et al. (2011).

A diferença de ganho entre os modos, de acordo com a Figura 2.5, pode ser explicada pela interação entre os diferentes perfis de campo com os íons de érbio. Esta interação gera diferentes condições de inversão da população de íons ao longo da fibra (BIGOT et al., 2015), o que implica em uma difícil equalização de ganho modal.

Portanto, o principal problema em amplificação para sistema MDM é identificar quais os melhores parâmetros opto-geométricos da fibra, como exemplo o perfil de dopagem e abertura numérica, para produzir uma amplificação eficiente, além de definir a melhor topologia de amplificação (BIGOT et al., 2015).

É possível compor o sinal de bombeio com diversos modos de forma a elevar o ganho modal e diminuir a DMG (BAI et al., 2011; KANG et al., 2012; KANG et al., 2013). Entretanto, este método é evitado devido à complexidade em controlar a intensidade dos

Figura 2.5 – Ganho modal em função do comprimento de onda.

diferentes modos que compõem o sinal de bombeio. Em um amplificador a fibra dopada com érbio para poucos modos (*Few-Mode Erbium-Doped Fiber Amplifier* – FM-EDFA) é necessário que o sinal de bombeio seja composto por um número mínimo de modos, de preferência de baixa ordem (IP et al., 2014), cuja parcela de potência confinada no núcleo da fibra é superior aos modos de alta ordem (GLOGE, 1971), elevando a eficiência de bombeio.

Em relação à FM-EDF, é possível atuar em três parâmetros da fibra para obter um FM-EDFA com desempenho desejado. O primeiro é o raio de curvatura, o que possibilita o controle da atenuação dos diferentes modos (BAI et al., 2011). Embora seja um método simples, pequenas variações da curvatura produzem efeitos indesejáveis, como diminuição do ganho médio e consequente aumento da figura de ruído.

Uma segunda proposta é o controle do perfil de refração da fibra (*Fiber Refractive Index Profile* – FRIP). Alterar a FRIP significa mudar a distribuição de intensidade dos modos propagantes (COCQ et al., 2013) e diferentes relações entre a frequência e constante de propagação normalizada (SILLARD et al., 2014). De acordo com o perfil especificado é possível que os modos degenerados não sejam simétricos a partir da rotação de $\pi/2$, o que dificulta a equalização de ganho dos modos degenerados.

A última proposta é controlar o nível de dopagem de cada região do núcleo da FM-EDF. Este método tem sido aplicado em FM-EDFAs para transmissão de longo alcance (IP et al., 2014; RANDER et al., 2012). Esta proposta é utilizada no projeto de FM-EDFAs neste trabalho.

Em Bai et al. (2011) é realizada a primeira descrição teórica de um FM-EDFA. Ao sugerir um perfil de dopagem uniforme, Bai et al. (2011) apresentaram o desempenho de um FM-EDFA projetado para dois grupos de modos de sinal (LP₀₁ e LP₁₁). É analisado o ganho modal em função da composição e intensidade do sinal de bombeio, do

comprimento da EDF, do coeficiente de acoplamento entre os modos que compõem o sinal de bombeio e o raio de curvatura da FM-EDF. Além dos modos simétricos, o desempenho dos modos degenerados são avaliados de acordo com o ganho modal em função da composição, intensidade e ângulo relativo entre o modo de sinal e de bombeio. Baixos valores de DMG foram obtidos, entretanto o controle de ganho é complexo e o sinal de bombeio é composto por dois modos (LP_{01} e LP_{21}). A utilização de modos de alta ordem, por exemplo LP_{21} , para estabilizar a equalização do ganho do amplificador representa um desafio devido à dificuldade de obter um modo de bombeio com pureza adequada (IP, 2012).

A primeira demonstração experimental de um FM-EDFA foi realizada por Jung et al. (2011), com FRIP uniforme e perfil de dopagem com concentração de íons máxima nas extremidades do núcleo. Neste experimento, dois modos compõem o sinal de entrada ($LP_{01} + LP_{11a/b}$ ou $LP_{11a} + LP_{11b}$) com ganhos superiores a 20 dB e DMG mínima ~ 1 dB.

Kang et al. (2012) apresentaram uma FM-EDF com perfil de dopagem anular e FRIP uniforme que permite a equalização de ganho dos grupos de modos de sinal LP_{01} e LP_{11} com apenas um modo de bombeio (LP_{11}). Neste caso, em suas simulações, o valor máximo da DMG é superior a 2 dB para ganhos superiores a 20 dB ao longo da banda C.

No trabalho descrito em (COCQ et al., 2012), Le Cocq et al. propuseram e desenvolveram uma FM-EDF com perfil de dopagem anular e FRIP uniforme para amplificar quatro grupos de modos de sinal (LP_{01} , LP_{02} , LP_{11} e LP_{21}) utilizando três modos de bombeio (LP_{01} , LP_{02} e LP_{03}). Em seus experimentos, para os grupos de modos de sinal LP_{11} e LP_{21} , os valores de DMG são menores que 1 dB para ganho modal superior a 20 dB, entretanto, para os demais modos de sinal (LP_{01} e LP_{02}), o desempenho é inferior.

Ip (2012) propôs um perfil de dopagem complexo para suportar seis grupos de modos de sinal (LP_{01} , LP_{02} , LP_{11} , LP_{21} , LP_{31} e LP_{12}) com baixo valor de DMG (0,12 dB para apenas um canal óptico), entretanto com controle preciso da intensidade de cada um dos 10 grupos de modos que compõem o sinal de bombeio.

Como continuação do seu trabalho, Kang et al. (2013) apresentaram uma FM-EDF com perfil bi-anular e FRIP uniforme. Os mesmo modos de sinal de entrada do trabalho (COCQ et al., 2012) foram utilizados, entretanto com valores menores de DMG. Para melhorar o desempenho do amplificador, os autores utilizaram um sinal de bombeio composto por dois modos com relação de potência fixa ($LP_{01}:LP_{41}$) igual a 4:6, o que dificulta o controle de ganho.

Em 2014 foi lançado o primeiro FM-EDFA comercial, desenvolvido pela Universidade de Southampton e produzido pela empresa Phoenix Photonics (Phoenix Photonics, 2015). Este amplificador suporta até seis grupos de modos espaciais, com ganho modal de pequenos sinais superior a 20 dB e potência máxima de saída igual a 17 dBm, entretanto, a DMG e figura de ruído máxima observada são inferiores a 4 dB e

6 dB respectivamente. A descrição mais detalhada deste produto é apresentada no trabalho de Jung et al. (2014).

De uma forma geral, os artigos (KANG et al., 2012; COCQ et al., 2012; IP, 2012; KANG et al., 2013) aplicam metodologias de projeto de FM-EDFA similares. Em princípio, o procedimento de otimização consiste em solucionar numericamente o conjunto de equações diferenciais, que descrevem o FM-EDFA, com um sinal de bombeio específico e um conjunto de parâmetros da FM-EDF, como perfil de dopagem e comprimento da fibra. No final de cada simulação, as variáveis de desempenho do amplificador, como ganho médio e DMG, são determinadas. Após as simulações com diversos conjuntos de parâmetros, um gráfico que relaciona os parâmetros da FM-EDF e as variáveis de desempenho é gerado, com a finalidade de determinar a região em que o FM-EDFA exibe seu melhor desempenho.

Naqueles trabalhos, para reduzir o tempo computacional, o espaço de busca é limitado de duas formas: (a) fixar uma variável que define o perfil de dopagem e determinar as restantes (KANG et al., 2012; KANG et al., 2013) e/ou (b) escolher um subgrupo de modos de sinal para diminuir a desqualificação (COCQ et al., 2012). Nestas formas, o sinal de bombeio é também limitado, o que implica na redução do espaço de soluções. Embora rigorosa, esta abordagem pode levar a perfis de dopagem difíceis de fabricar (IP, 2012), ou recorrer a fibras microestruturadas para elaborar o projeto proposto (COCQ et al., 2013) e/ou depender de múltiplos modos de bombeio (KANG et al., 2013) (geralmente de alta ordem).

Para diminuir o tempo de processamento (número de resoluções das equações de taxa e propagação que descreve o FM-EDFA) e garantir um projeto eficiente, algoritmos de otimização são utilizados. Devido à otimização dos parâmetros de desempenho, por exemplo DMG e ganho médio, o projeto de FM-EDFA pode ser classificado como um problema multiobjetivo e multivariável. Desta forma, algoritmos de otimização tem sido aplicados no projeto de FM-EDFAs com excelentes resultados, como exemplo, algoritmos genéticos (*Genetic Algorithm* – GA) (HERBSTER; ROMERO, 2014a; KANG et al., 2014a) e do gradiente decrescente (COCQ et al., 2015). Os algoritmos sugeridos nos trabalhos de Kang et al. (2014a) e Cocq et al. (2015), em cada iteração, solucionam numericamente as equações de taxa e propagação. Cocq et al. (2015) expõem três soluções ótimas para amplificação de quatro modos (LP_{01} , LP_{02} , LP_{11} e LP_{21}), sendo necessário solucionar, pelo menos, 80 vezes as equações diferenciais que descrevem o FM-EDFA, enquanto o algoritmo apresentado por Kang et al. (2014a) demanda 50-70 iterações para obter a solução ótima exibida.

Neste trabalho é proposta uma nova metodologia para projeto do FM-EDFA. Ao invés de resolver diretamente as equações de taxa e propagação, estas são utilizadas para determinar uma figura de mérito que relaciona as características da FM-EDF e os modos que compõem o sinal de entrada e bombeio. Em seguida, as equações de taxa e propagação

são resolvidas três vezes para uma intensidade de bombeio específica.

Para o procedimento de otimização, um conjunto de funções objetivos e restrições é definido e um problema multiobjetivo é solucionado por meio de um algoritmo genético de seleção não dominante (*Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II* – NSGA-II) (DEB et al., 2002). Este tipo de algoritmo genético foi desenvolvido especificamente para tratar problemas de otimização multiobjetivo (DEB, 2001). Ao utilizar a metodologia de projeto baseada nesta nova figura de mérito, o número de resoluções das equações diferenciais é reduzida entre 25-40 vezes quando comparado os trabalhos de Kang et al. (2014a) e Cocq et al. (2015), permitindo uma busca em um espaço irrestrito de soluções.

Outra facilidade obtida é o melhor entendimento do processo de amplificação no FM-EDFA, necessário apenas a observação da nova figura de mérito. A metodologia apresentada neste trabalho é pioneira no projeto de FM-EDFA com o uso de GA para otimização multiobjetivo, conforme mencionado por Bigot et al. (2015) e Kang et al. (2014a).

Metodologia de projeto

O desenvolvimento dos amplificadores ópticos a fibra dopada com érbio (*Erbium-Doped Fiber Amplifier* – EDFA) tornou possível a evolução dos sistemas ópticos de primeira geração, que eram baseados em regeneradores ópticos (AGRAWAL, 2002). A principal característica do EDFA é a capacidade de amplificar simultaneamente vários canais ópticos sem a necessidade de conversão optoeletrônica.

Nos sistemas ópticos baseados em multiplexação modal (*Mode Division Multiplexing* – MDM), os EDFAs de poucos modos (FM-EDFA) são componentes essenciais na transmissão de longo alcance. O diagrama de blocos de um FM-EDFA é ilustrado na Figura 3.1.

Figura 3.1 – Diagrama de bloco de um FM-EDFA.

O sinal óptico de entrada passa através do isolador óptico (ISO). Este componente é utilizado para impedir a passagem de qualquer sinal na direção contrapropagante, como a emissão espontânea amplificada (*Amplified Spontaneous Emission* – ASE). Em seguida, o sinal de entrada é combinado com o sinal de bombeio, este composto por N_p modos multiplexados por meio do multiplexador de modos (*Mode Multiplexer* – MMUX). No exemplo ilustrado na Figura 3.1, o comprimento de onda do sinal de bombeio λ_p é igual a 980 nm.

O sinal resultante é inserido na fibra dopada com érbio de poucos modos (*Few-Mode Erbium-Doped Fiber* – FM-EDF), cujas características (densidade de íons, índices de refração e raio do núcleo e da casca) são definidas durante o projeto do amplificador. Nesta fibra, cada modo que compõem o sinal de entrada experimenta diferentes intensidades de ganho, caso o amplificador não seja corretamente projetado (BAI et al., 2011). Outro isolador é inserido no final do FM-EDFA, com a função de filtrar o bombeio não absorvido durante o processo de amplificação e impedir o retorno de sinais amplificados retroespalhados (AGRAWAL, 2002).

Devido à desqualificação de ganho entre os modos, gerada durante o processo de amplificação, a capacidade do sistema óptico é afetada (IP et al., 2014). Por este motivo o projeto do FM-EDFA é mais complexo quando comparado ao EDFA monomodo (*Single-mode Erbium-Doped Fiber Amplifier* – SM-EDFA).

Um objetivo típico no projeto de FM-EDFAs, além de obter um elevado ganho modal e baixa figura de ruído, é minimizar a diferença de ganho modal (*Differential Modal Gain* – DMG) e de figura de ruído (*Differential Modal Noise Figure* – DMNF). Idealmente, todos estes objetivos devem ser simultaneamente alcançados utilizando um sinal de bombeio com número mínimo de modos de baixa ordem e baixa potência, buscando manter o perfil de dopagem e o perfil do índice de refração da fibra (*Fiber Refractive Index Profile* – FRIP) o mais simples possível (BAI et al., 2011).

Neste capítulo, é proposta uma metodologia de projeto de FM-EDFA baseada em uma nova figura de mérito. Este novo parâmetro quantifica o nível de inversão da população dos íons na fibra a partir da integral de superposição (*overlap integral*) entre o perfil de dopagem da FM-EDF, as distribuições de intensidade de um modo específico do sinal de entrada e do modo do sinal de bombeio.

A motivação para o desenvolvimento de uma nova metodologia é que os procedimentos propostos na literatura da área (KANG et al., 2012; COCQ et al., 2012; IP, 2012; KANG et al., 2013) exigem elevado tempo de processamento, além de limitar a faixa de variáveis investigadas e, conseqüentemente, o espaço de busca de soluções. Embora os trabalhos de Kang et al. (2014a) e Cocq et al. (2015) representem um avanço na metodologia de projeto de FM-EDFA ao aplicar técnicas de otimização, ainda é necessário solucionar diversas vezes (entre 50 e 80) as equações diferenciais que descrevem o funcionamento do FM-EDFA.

Desta forma, ao invés de solucionar as equações de taxa e propagação, como proposto pelos trabalhos da área, a metodologia apresentada neste trabalho avalia uma integral dupla, possibilitando o uso de técnicas de otimização mais rigorosas, ao contrário de uma mera busca empírica (IP, 2012). Os termos integrantes desta integral são funções definidas (densidade de íons e distribuição de intensidade dos modos) e constantes ao longo da FM-EDF (independente da variável z).

A figura de mérito é determinada a partir das equações de taxa e propagação que descrevem o funcionamento do FM-EDFA, o que facilita o entendimento do processo de amplificação nestes dispositivos ao contrário das propostas apresentadas na literatura da área (KANG et al., 2012; COCQ et al., 2012; IP, 2012; KANG et al., 2013; KANG et al., 2014a; COCQ et al., 2015).

Especificamente, a partir dos objetivos do projeto, um problema de otimização multiobjetivo (*Multi-Objective Optimization Problem* – MOOP) é formulado. Este problema é solucionado por meio do algoritmo genético denominado NSGA-II (*Non-dominated Sorting Genetic Algorithm*) (DEB et al., 2002), cuja principal característica é obter soluções ordenadas pelo critério de não dominância e com diversidade no espaço de objetivos.

No restante desta tese, as notações $LP_{lm,p}$ e $LP_{lm,s}$ são utilizadas para denotar o modo espacial LP_{lm} no comprimento de onda do sinal de bombeio, e.g. 980 nm, e do sinal de entrada, e.g. banda C, respectivamente (KANG et al., 2012).

3.1 Parâmetros de desempenho

Para avaliar o desempenho do FM-EDFA ou especificar os requisitos do seu projeto, é necessário definir os parâmetros que quantifiquem o desempenho do amplificador. Os quatro parâmetros básicos de um EDFA são:

1. **ganho:** definido pela razão entre as potências do sinal de saída e entrada, calculado como

$$G = \frac{P_{out}}{P_{in}}, \quad (3.1)$$

em que P_{out} [W] e P_{in} [W] representam, em ordem, a intensidade do sinal de saída e entrada. Para baixas potências ($P_{in} < 1 \mu\text{W}$), o ganho do amplificador é praticamente constante. A operação do amplificador nesta faixa de potência é linear, denominada de faixa de ganho de pequeno sinal (BECKER et al., 1999). Com o aumento da potência de entrada, o ganho decresce devido ao efeito de saturação. O ganho do canal óptico de modo espacial m e comprimento de onda λ é definido por

$$G(m, \lambda) = \frac{P_{out}(m, \lambda)}{P_{in}(m, \lambda)}, \quad (3.2)$$

em que $P_{out}(m, \lambda)$ [W] e $P_{in}(m, \lambda)$ [W] correspondem à potência do sinal de saída e entrada do canal, cujo modo espacial e comprimento de onda são m e λ respectivamente.

2. **figura de ruído:** a principal fonte de ruído em um sistema de comunicações óptico é a ASE gerada durante o processo de amplificação óptica. A figura de ruído é definida como (BECKER et al., 1999)

$$NF = 2n_{sp} \left(1 - \frac{1}{G} \right) + \frac{1}{G}, \quad (3.3)$$

em que G é o ganho definido pela Expressão 3.1 e n_{sp} o parâmetro de inversão do amplificador, também denominado de fator de emissão espontânea, definido por (BECKER et al., 1999)

$$n_{sp} = \frac{N_2}{N_2 - \frac{\sigma^a}{\sigma^e} N_1}, \quad (3.4)$$

em que N_1 [m^{-3}] e N_2 [m^{-3}] representam, em ordem, a densidade de íons no nível fundamental e metaestável. As variáveis σ^a [m^2] e σ^e [m^2] são as seções de choque de absorção e emissão da fibra dopada respectivamente.

O fator n_{sp} expressa o nível de inversão dos íons presentes na fibra dopada. Para os comprimentos de onda mais curtos da banda C a relação $\sigma^a > \sigma^e$ é observada, o que causa maior figura de ruído em comparação aos canais localizados no final da banda. Quando a inversão é completa ($n_{sp} = 1$), a figura de ruído é mínima (3 dB).

3. **coeficiente de ganho:** durante o processo de amplificação, o sinal de bombeio é absorvido ao longo da fibra dopada com érbio (*Erbium-Doped Fiber* – EDF), e sua energia é parcialmente convertida em ganho óptico. A razão entre o ganho do sinal de entrada e a intensidade de bombeio absorvida é definida como coeficiente de ganho, cuja unidade é dB/W (GILES; DESURVIRE, 1991). Na região de pequenos sinais o valor do coeficiente de ganho é elevado, pois o nível de inversão da EDF é alto. A medida que o nível do sinal de entrada aumenta, o ganho decresce e mais potência de bombeio é necessária, diminuindo a eficiência de conversão.
4. **desequalização de ganho:** também denominada de diferença de ganho espectral (*Differential Spectral Gain* – DSG), é definida como a diferença de ganho entre dois pontos do espectro óptico. Em sistemas WDM convencionais, consiste na diferença de ganho entre dois canais com maior e menor ganho da banda, calculado como

$$DSG(m) = \max_{\lambda_i \neq \lambda_j} \left| G_{dB}(m, \lambda_i) - G_{dB}(m, \lambda_j) \right|, \quad (3.5)$$

em que $G_{dB}(m, \lambda_i)$ é o ganho no modo m e comprimento de onda λ_i em dB, definido pela Expressão 3.2. Para sistemas de longo alcance, a desequalização deve

ser mantida a mínima possível, pois ganhos distintos implicam em figura de ruído diferentes, de acordo com a Expressão 3.3.

A Figura 3.2 ilustra o ganho e figura de ruído em função do comprimento de onda em um EDFA típico, cujo modelo de EDF é R37003X (OFS, 2014) com 14 m de comprimento. O comprimento de onda de bombeio é igual a 980 nm. O sinal de entrada é composto por 32 canais, cuja potência total é igual a -10,33 dBm (-25,33 dBm por canal). A DSG é $\sim 4,7$ dB, com uma diferença de figura de ruído ~ 1 dB.

Para diminuir a desigualização de ganho, filtros aplainadores de ganho (*Gain Flatness Filter* – GFF) são incorporados à topologia do EDFA, cuja perda de inserção é proporcional à desigualização (BECKER et al., 1999).

Figura 3.2 – Ganho e figura de ruído em função do comprimento de onda. A potência de entrada por canal óptico é igual a -25,33 dBm.

Três novos parâmetros de desempenho são definidos para o FM-EDFA, denominados de diferença de ganho modal (DMG), diferença de figura de ruído modal (DMNF) e diferença máxima de ganho (ΔG).

A DMG é definida como a diferença de ganho entre dois pontos do espectro dos modos ópticos amplificados. Matematicamente:

$$\text{DMG}(\lambda) = \max_{m \neq n} |G_{\text{dB}}(m, \lambda) - G_{\text{dB}}(n, \lambda)|, \quad (3.6)$$

em que m e n representam os modos espaciais e λ o comprimento de onda do sinal analisado. Da mesma forma, a DMNF corresponde a

$$\text{DMNF}(\lambda) = \max_{m \neq n} |\text{NF}_{\text{dB}}(m, \lambda) - \text{NF}_{\text{dB}}(n, \lambda)|, \quad (3.7)$$

em que $NF_{dB}(m, \lambda)$ é a figura de ruído em dB, definido pela Expressão 3.3, do modo m e comprimento de onda λ .

A Figura 3.3 ilustra os parâmetros de desempenho do FM-EDFA definidos nesta seção, considerando um sinal óptico de entrada composto por quatro modos (LP_{01} , LP_{02} , LP_{11} e LP_{21}), cada um com 32 canais espaçados igualmente entre 1530 e 1561 nm. Os valores da diferença de ganho modal e figura de ruído modal devem ser idealmente nulos ao longo da banda óptica em uso. No entanto, no exemplo ilustrado, a DMG máxima é igual a 11,02 dB no comprimento de onda de 1531 nm, enquanto a DMNF máxima na banda óptica em análise é ~ 1 dB.

Figura 3.3 – Parâmetros de desempenho do FM-EDFA utilizados neste trabalho.

De acordo com a definição da diferença de ganho espectral (Expressão 3.5), para cada modo há um valor de DSG. No caso ilustrado, o valor máximo é igual a 7,8 dB, determinado a partir do espectro de ganho do modo LP_{01} . Este parâmetro, definido também para SM-EDFA, deve ser idealmente nulo, pois valores elevados afetam o desempenho do sistema óptico (BECKER et al., 1999).

O parâmetro ΔG , assim como a DMG e DMNF, é definido apenas para os FM-EDFAs e representa a diferença máxima de ganho entre dois comprimentos de onda distintos, independente do modo espacial, matematicamente definido como

$$\Delta G = \max \left| G_{dB}(m, \lambda_i) - G_{dB}(n, \lambda_j) \right|. \quad (3.8)$$

É possível que ΔG seja máximo em $m = n$ e $\lambda_i \neq \lambda_j$, portanto, o valor do parâmetro ΔG é igual ao valor máximo da DSG. Outra possibilidade é $m \neq n$ com $\lambda_i = \lambda_j$ e, neste caso, o valor do parâmetro ΔG é igual ao valor máximo da DMG.

Conforme ilustrado na Figura 3.3(a), o ganho mínimo é do canal 1539 nm do modo LP_{21} (15,06 dB), enquanto o ganho máximo é obtido pelo canal 1532 nm do modo LP_{01} (29,04 dB), portanto, $\Delta G \sim 14$ dB. É importante observar que tanto a DMG quanto a DSG contribuem para elevar o valor do parâmetro ΔG .

No caso do FM-EDFA monocanal, a diferença de ganho espectral não é utilizada e o valor de ΔG corresponde à diferença de ganho modal (DMG).

3.2 EDFA de poucos modos

Neste trabalho, o FM-EDFA é considerado um sistema de dois níveis e, de forma semelhante à fibra de poucos modos (*Few-Mode Fiber* – FMF), os modos propagantes são considerados fracamente guiados (BAI et al., 2011; KANG et al., 2012).

Para descrever o funcionamento do FM-EDFA são utilizados dois grupos de equações diferenciais: as que envolvem a inversão da população ao longo do meio de amplificação, denominadas equações de taxa, e aquelas que descrevem a evolução da intensidade dos modos de sinal e bombeio, denominadas equações de propagação.

Diferentemente dos modelos sugeridos para o SM-EDFA (SALEH et al., 1990; GILES; DESURVIRE, 1991; JOPSON; SALEH, 1992), o conjunto de equações diferenciais utilizadas para a descrição do FM-EDFA considera diferentes envoltórias de modos e não apenas o modo LP_{01} (BAI et al., 2011; JUNG et al., 2011).

As equações de taxa, para o modelo com dois níveis, são expressas como (JIANG; MARCIANTE, 2008):

$$\begin{aligned} \frac{dN_2(\rho, \phi, z)}{dt} = & N_1(\rho, \phi, z) \sum_t \frac{\sigma_t^a}{h\nu_t} P_t(z) \Gamma_t(\rho, \phi) \\ & - N_2(\rho, \phi, z) \sum_t \frac{\sigma_t^e}{h\nu_t} P_t(z) \Gamma_t(\rho, \phi) - \frac{N_2(\rho, \phi, z)}{\tau}, \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$N_0(\rho, \phi, z) = N_2(\rho, \phi, z) + N_1(\rho, \phi, z), \quad (3.10)$$

em que t denota qualquer combinação entre a direção de propagação (copropagante ou contrapropagante), comprimento de onda, ordem de modo transversal e orientação do modo degenerado. Os parâmetros σ_t^a [m²] e σ_t^e [m²] são denominados, em ordem, seção de choque de absorção e emissão, τ [s] representa o tempo de vida dos portadores no estado metaestável, h [J·s] a constante de Planck e ν_t a frequência da componente óptica t .

As variáveis $N_1(\rho, \phi, z)$ [m⁻³] e $N_2(\rho, \phi, z)$ [m⁻³] representam a densidade de íons no nível fundamental e metaestável, respectivamente, enquanto $N_0(\rho, \phi, z)$ [m⁻³] a distribuição da densidade de íons da FM-EDF, também denominado de perfil de dopagem. A variável $P_t(z)$ [W] é a potência do sinal t na posição z [m] da FM-EDF e a variável $\Gamma_t(\rho, \phi)$ [m⁻²] é a distribuição normalizada de intensidade transversal do modo, definida pela Expressão 2.46.

A variação temporal da densidade de íons no nível metaestável é consequência de três fatores. O primeiro é a migração dos íons do estado fundamental para o estado metaestável, representada pela primeira parcela à direita da Equação 3.9. O laser de bombeio produz uma portadora no comprimento de onda em que é máxima a absorção e

mínima a emissão de fótons. Ao absorver os fótons gerados, os íons no estado fundamental são excitados para o estado metaestável, aumentando o número de íons neste estado.

O segundo fator, representado pela segunda parcela à direita da Equação 3.9, é o decaimento de íons devido à emissão estimulada de fótons com a mesma fase e direção do sinal óptico de entrada.

Há emissão espontânea de fótons, gerada pelo decaimento de íons do estado metaestável para o estado fundamental. Os fótons gerados por este processo são descorrelacionados com os fótons do sinal óptico de entrada. Este processo é denominado de emissão espontânea amplificada (ASE), expresso pela terceira parcela à direita da Equação 3.9.

Ao considerar o amplificador no regime estacionário, em que a variação da população do estado metaestável é considerada nula, as variáveis $N_1(\rho, \phi, z)$ e $N_2(\rho, \phi, z)$ são escritas como (BAI et al., 2011)

$$\frac{N_1(\rho, \phi, z)}{N_0(\rho, \phi)} = \frac{\frac{h}{\tau} + \sum_t \frac{\sigma_t^e}{\nu_t} P_t(z) \Gamma_t(\rho, \phi)}{\frac{h}{\tau} + \sum_t \frac{\varsigma_t}{\nu_t} P_t(z) \Gamma_t(\rho, \phi)}, \quad (3.11)$$

$$\frac{N_2(\rho, \phi, z)}{N_0(\rho, \phi)} = \frac{\sum_t \frac{\sigma_t^a}{\nu_t} P_t(z) \Gamma_t(\rho, \phi)}{\frac{h}{\tau} + \sum_t \frac{\varsigma_t}{\nu_t} P_t(z) \Gamma_t(\rho, \phi)}, \quad (3.12)$$

em que $\varsigma_t = \sigma_t^e + \sigma_t^a$. A densidade de íons em cada estado é diretamente proporcional ao produto entre a seção de choque (de emissão ou absorção), a intensidade óptica e a distribuição normalizada de intensidade transversal de cada componente do sinal.

As equações de propagação, que descrevem a evolução da intensidade óptica, são (JIANG; MARCIANTE, 2008)

$$\begin{aligned} \frac{dP_t(z)}{dz} = & u_t \sigma_t^e \left[P_t(z) + 2h \frac{c^2}{\lambda_t^3} \Delta \lambda_t \right] \int_0^{2\pi} \int_0^a \Gamma_t(\rho, \phi) N_2(\rho, \phi, z) \rho d\rho d\phi \\ & - u_t \sigma_t^a P_t(z) \int_0^{2\pi} \int_0^a \Gamma_t(\rho, \phi) N_1(\rho, \phi, z) \rho d\rho d\phi \\ & - u_t (\alpha_t + \xi_t) P_t(z) - \sum_j (C_{tj} P_t - C_{jt} P_j), \end{aligned} \quad (3.13)$$

em que u_t indica a direção de propagação do sinal ($u_t = 1$ feixe copropagante e $u_t = -1$ feixe contrapropagante), α_t [m^{-1}] é o coeficiente de atenuação, ξ_j [m^{-1}] as perdas adicionais da FM-EDF, como perda em emendas e conectores ópticos, e C_{jt} [m^{-1}] o coeficiente de acoplamento entre os modos espaciais j e t , que para um meio linear $C_{jt} = C_{tj}$. O termo $2hc^2/\lambda_t^3 \Delta \lambda_t$ é a contribuição da emissão espontânea, em que $\Delta \lambda_t$ [m] é a largura de banda da ASE.

A primeira parcela à direita da Equação 3.13 representa o acréscimo de potência devido à emissão estimulada, enquanto a segunda parcela descreve o efeito da emissão espontânea

de fótons. A terceira parcela descreve o decréscimo de potência devido à absorção, a quarta parcela representa as perdas internas da EDF e a última parcela corresponde ao acoplamento de potência entre os modos espaciais j e t .

Neste trabalho, a FM-EDF é considerada perfeitamente simétrica e os efeitos devido ao acoplamento entre modos espaciais são desprezíveis devido ao pequeno comprimento de fibra dopada utilizada no FM-EDFA. O sinal de bombeio é considerado monocromático e não contribui para geração da emissão espontânea (JIANG; MARCIANTE, 2008). Dentre as três componentes (sinal, ASE e bombeio) apenas a ASE apresenta propagação em ambas direções.

Ao considerar as simplificações, as equações de propagação são expandidas em termos das componentes de sinal, emissão espontânea amplificada (ASE) e bombeio, de acordo com (BAI et al., 2011)

$$\frac{dP_{s,i}}{dz} = u_{s,i} P_{s,i} \int_0^{2\pi} \int_0^a \Gamma_{s,i}(\rho, \phi) \left[N_2(\rho, \phi, z) \sigma_{s,i}^e - N_1(\rho, \phi, z) \sigma_{s,i}^a \right] \rho d\rho d\phi, \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{a,j}}{dz} = & u_{a,j} P_{a,j} \int_0^{2\pi} \int_0^a \Gamma_{a,j}(\rho, \phi) \left[N_2(\rho, \phi, z) \sigma_{a,j}^e - N_1(\rho, \phi, z) \sigma_{a,j}^a \right] \rho d\rho d\phi \\ & + u_{a,j} m h \frac{c^2}{\lambda_{a,j}^3} \Delta \lambda_{a,j} \sigma_{a,j}^e \int_0^{2\pi} \int_0^a \Gamma_{a,j}(\rho, \phi) N_2(\rho, \phi, z) \rho d\rho d\phi, \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$\frac{dP_{p,q}}{dz} = -u_{p,q} P_{p,q} \sigma_{p,q}^a \int_0^{2\pi} \int_0^a \Gamma_{p,q}(\rho, \phi) N_1(\rho, \phi, z) \rho d\rho d\phi, \quad (3.16)$$

em que a notação $x_{s,k}$ indica a variável x da k -ésima componente do sinal óptico de entrada. De forma similar, $x_{a,k}$ e $x_{p,k}$ indicam as variáveis relacionadas à ASE e ao sinal de bombeio respectivamente. A seção de choque de emissão é nula no comprimento de onda de bombeio. Logo, as equações de taxa são reescritas como

$$\frac{N_1(\rho, \phi, z)}{N_0(\rho, \phi)} = \frac{\frac{h}{\tau} + \sum_{i=1}^{N_s} \frac{\sigma_{s,i}^e}{\nu_{s,i}} P_{s,i} \Gamma_{s,i} + \sum_{j=1}^{N_a} \frac{\sigma_{a,j}^e}{\nu_{a,j}} P_{a,j} \Gamma_{a,j}}{\frac{h}{\tau} + \sum_{i=1}^{N_s} \frac{\sigma_{s,i}^a}{\nu_{s,i}} P_{s,i} \Gamma_{s,i} + \sum_{j=1}^{N_a} \frac{\sigma_{a,j}^a}{\nu_{a,j}} P_{a,j} \Gamma_{a,j} + \sum_{q=1}^{N_p} \frac{\sigma_{p,q}^a}{\nu_{p,q}} P_{p,q} \Gamma_{p,q}}, \quad (3.17)$$

$$\frac{N_2(\rho, \phi, z)}{N_0(\rho, \phi)} = \frac{\sum_{i=1}^{N_s} \frac{\sigma_{s,i}^a}{\nu_{s,i}} P_{s,i} \Gamma_{s,i} + \sum_{j=1}^{N_a} \frac{\sigma_{a,j}^a}{\nu_{a,j}} P_{a,j} \Gamma_{a,j} + \sum_{q=1}^{N_p} \frac{\sigma_{p,q}^a}{\nu_{p,q}} P_{p,q} \Gamma_{p,q}}{\frac{h}{\tau} + \sum_{i=1}^{N_s} \frac{\sigma_{s,i}^a}{\nu_{s,i}} P_{s,i} \Gamma_{s,i} + \sum_{j=1}^{N_a} \frac{\sigma_{a,j}^a}{\nu_{a,j}} P_{a,j} \Gamma_{a,j} + \sum_{q=1}^{N_p} \frac{\sigma_{p,q}^a}{\nu_{p,q}} P_{p,q} \Gamma_{p,q}}, \quad (3.18)$$

em que N_s , N_a e N_p representam o número total de componente do sinal de entrada, ASE e bombeio.

Para operação em enlaces de longo alcance, o FM-EDFA deve apresentar alto ganho de sinal. Esta característica implica em elevados níveis de inversão da população dos íons

de érbio na FM-EDF. Na entrada na fibra ($z = 0$), a potência do sinal de bombeio é muito superior à intensidade do sinal de entrada ($P_p \gg P_s$). Neste caso, os termos relativos às componentes de bombeio nas Equações 3.17 e 3.18 são predominantes.

Como exemplo, a Figura 3.4 ilustra o ganho dos modos $LP_{01,s}$ e $LP_{11,s}$ em função da potência de bombeio para diferentes modos $LP_{lm,p}$. As Equações 3.14–3.18 são utilizadas para descrever o comportamento do FM-EDFA, solucionadas por meio do método de Rugge-Kutta de quarta ordem.

Os parâmetros da FM-EDFA são apresentado na Tabela 3.1, extraídos do trabalho de Bai et al. (2011). O valor de τ é igual a 10 ms. O comprimento de onda do sinal de entrada e de bombeio são, em ordem, iguais a 1530 e 980 nm. Neste exemplo, a intensidade em cada orientação dos modos degenerados é considerada idêntica, resultando em um modo não centrado simétrico, e.g. $LP_{11} = 1/2 (LP_{11a} + LP_{11b})$.

Tabela 3.1 – Parâmetros da FM-EDF utilizada na simulação. Adaptado de Bai et al. (2011).

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
L [m]	30	σ_p^a [m ²]	$2,86 \times 10^{-25}$
NA	0,1	σ_p^e [m ²]	0
a [μ m]	8	σ_s^a [m ²]	$5,64 \times 10^{-25}$
N_0 [m ⁻³]	1×10^{24}	σ_s^e [m ²]	$5,71 \times 10^{-25}$

Como as distribuições de intensidade dos modos de sinal e bombeio, $LP_{01,s}$ e $LP_{01,p}$, são semelhantes, o ganho do modo $LP_{01,s}$ excede ao do modo $LP_{11,s}$, conforme ilustrado na Figura 3.4(a). No caso em que o modo de bombeio é $LP_{21,p}$, o sinal $LP_{11,s}$ apresenta ganho superior ao modo $LP_{01,s}$, conforme ilustra a Figura 3.4(b).

A intensidade do sinal de bombeio altera a diferença entre os ganhos modais. De acordo com o modo de bombeio e sua potência, as características do sinal amplificado, como ganho e figura de ruído, podem ser controladas.

O ganho modal não depende apenas das propriedades do modo de sinal e bombeio, mas também das características da FM-EDF. A Figura 3.5 ilustra o ganho modal e a diferença de ganho em função do comprimento da FM-EDF, em duas configurações de bombeio.

Na primeira configuração, cujos resultados são ilustrados na Figura 3.5(a), o sinal de bombeio é composto apenas pelo modo $LP_{21,p}$ com intensidade igual a 150 mW. No segundo caso, ilustrado na Figura 3.5(b), é acrescido o modo $LP_{11,p}$ ao sinal de bombeio, com potência igual a 8 mW.

Para comprimentos entre 0 e 30 m de FM-EDF, o ganho modal é proporcional ao tamanho da fibra. Para comprimentos superiores a 30 m de fibra dopada a inversão de população dos íons na fibra dopada é afetada.

Figura 3.4 – Ganho modal em função da potência de bombeio para diferentes modos de bombeio. Adaptado de Bai et al. (2011).

Figura 3.5 – Ganho modal e diferença de ganho entre modos em função da potência de bombeio. Adaptado de Bai et al. (2011).

De acordo com a Figura 3.5(b), a DMG pode ser controlada a partir da composição do sinal de bombeio. Neste caso, com a adição do modo $LP_{11,p}$, o valor da diferença de ganho modal é limitada a 2 dB. Embora as características do sinal de bombeio possam limitar a DMG, o controle torna-se complexo a medida que novos modos são adicionados ao sinal de entrada (KANG et al., 2013).

As características do sinal de bombeio e da FM-EDF afetam o desempenho do FM-EDFA, conforme os resultados ilustrados nas Figuras 3.4 e 3.5.

3.3 Figura de mérito

Embora as equações de taxa e propagação descrevam o FM-EDFA, a relação entre o sinal de entrada, sinal bombeio e FM-EDF é difícil de ser compreendida intuitivamente.

Para entender melhor o funcionamento do FM-EDFA é necessário obter uma relação entre os sinais ópticos e a FM-EDF.

Os modos de propagação permitidos, sua intensidade e o comprimento de onda são as principais características dos sinais ópticos em um FM-EDFA. O modo óptico pode ser descrito pela distribuição de intensidade normalizada. Quanto à FM-EDF, o perfil de dopagem, o FRIP e as seções transversais definem suas propriedades, como exemplo, quais e quantos são os modos propagantes e os seus parâmetros lineares (atenuação e dispersão).

Nesta tese, procura-se simplificar as equações que descrevem o FM-EDFA a partir das seguintes considerações:

- os efeitos de acoplamento entre modos são desprezados;
- a ASE não contribui para saturação do amplificador;
- as perdas adicionais são desconsideradas;
- os sinais de entrada e bombeio são considerados copropagantes;
- o sinal de bombeio é monomodo e monocromático.

A partir destas simplificações, as equações de propagação (Equações 3.16 e 3.14) são redefinidas como

$$\frac{dP_p}{dz} = -P_p \int_0^{2\pi} \int_0^a \Gamma_p(\rho, \phi) N_1(\rho, \phi, z) \sigma_p^a \rho d\rho d\phi, \quad (3.19)$$

$$\frac{dP_{s,i}}{dz} = P_{s,i} \int_0^{2\pi} \int_0^a \Gamma_{s,i}(\rho, \phi) \left[N_2(\rho, \phi, z) \sigma_{s,i}^e - N_1(\rho, \phi, z) \sigma_{s,i}^a \right] \rho d\rho d\phi, \quad (3.20)$$

assim como as equações de taxa (Equações 3.17 e 3.18)

$$\frac{N_1(\rho, \phi, z)}{N_0(\rho, \phi)} = \frac{\frac{h}{\tau} + \sum_{i=1}^{N_s} \frac{\sigma_{s,i}^e}{\nu_{s,i}} P_{s,i} \Gamma_{s,i}}{\frac{h}{\tau} + \sum_{i=1}^{N_s} \frac{(\sigma_{s,i}^e + \sigma_{s,i}^a)}{\nu_{s,i}} P_{s,i} \Gamma_{s,i} + \frac{\sigma_q^a}{\nu_p} P_p \Gamma_p}, \quad (3.21)$$

$$\frac{N_2(\rho, \phi, z)}{N_0(\rho, \phi)} = \frac{\sum_{i=1}^{N_s} \frac{\sigma_{s,i}^a}{\nu_{s,i}} P_{s,i} \Gamma_{s,i} + \frac{\sigma_q^a}{\nu_q} P_q \Gamma_q}{\frac{h}{\tau} + \sum_{i=1}^{N_s} \frac{(\sigma_{s,i}^e + \sigma_{s,i}^a)}{\nu_{s,i}} P_{s,i} \Gamma_{s,i} + \frac{\sigma_q^a}{\nu_p} P_p \Gamma_p}. \quad (3.22)$$

Na Equação 3.19, como a seção de choque de emissão do sinal de bombeio é nula, há apenas perda de intensidade do sinal de bombeio proporcional à seção de choque de absorção. A partir da Expressão 3.21, essa equação é reescrita como

$$\begin{aligned}
\frac{dP_p}{dz} &= -P_p \int_0^{2\pi} \int_0^a \Gamma_p(\rho, \phi) N_1(\rho, \phi, z) \sigma_p^a \rho d\rho d\phi, \\
&= -P_p \int_0^{2\pi} \int_0^a \frac{N_0(\rho, \phi) \Gamma_p(\rho, \phi)}{\varphi(\rho, \phi, z)} \sigma_p^a \left[\sum_{i=1}^{N_s} \frac{\sigma_{s,i}^e}{\nu_{s,i}} P_{s,i} \Gamma_{s,i}(\rho, \phi) + \frac{h}{\tau} \right] \rho d\rho d\phi, \\
&= - \left[P_p \sigma_p^a \int_0^{2\pi} \int_0^a \sum_{i=1}^{N_s} \frac{P_{s,i} \sigma_{s,i}^e}{\nu_{s,i}} N_0(\rho, \phi) \Gamma_{s,i}(\rho, \phi) \Gamma_p(\rho, \phi) \frac{1}{\varphi(\rho, \phi, z)} \rho d\rho d\phi \right. \\
&\quad \left. + P_p \frac{\sigma_p^a h}{\tau} \int_0^{2\pi} \int_0^a N_0(\rho, \phi) \Gamma_p(\rho, \phi) \frac{1}{\varphi(\rho, \phi, z)} \rho d\rho d\phi \right], \tag{3.23}
\end{aligned}$$

em que

$$\varphi(\rho, \phi, z) = \frac{h}{\tau} + \sum_{x=1}^{N_s} \frac{(\sigma_{s,x}^a + \sigma_{s,x}^e)}{\nu_{s,x}} P_{s,x} \Gamma_{s,x} + \frac{\sigma_p^a}{\nu_p} P_p \Gamma_p. \tag{3.24}$$

De acordo com a Expressão 2.46, $\forall \rho, \phi \in \mathbf{R} : \Gamma_{lm}(\rho, \phi) \geq 0$. Portanto, conforme o teorema de Tonelli, é possível trocar a posição dos operadores integral e somatório. A Equação 3.23 é reescrita como

$$\begin{aligned}
\frac{dP_p}{dz} &= - \left\{ \sum_{i=1}^{N_s} \left[P_{s,i} P_p \frac{\sigma_{s,i}^e \sigma_p^a}{\nu_{s,i}} \int_0^{2\pi} \int_0^a N_0(\rho, \phi) \Gamma_{s,i}(\rho, \phi) \Gamma_p(\rho, \phi) \frac{1}{\varphi(\rho, \phi, z)} \rho d\rho d\phi \right] \right. \\
&\quad \left. + P_p \frac{\sigma_p^a h}{\tau} \int_0^{2\pi} \int_0^a N_0(\rho, \phi) \Gamma_p(\rho, \phi) \frac{1}{\varphi(\rho, \phi, z)} \rho d\rho d\phi \right\}. \tag{3.25}
\end{aligned}$$

A primeira parcela da equação anterior refere-se à perda de potência devido à absorção do sinal de bombeio para emissão estimulada. Considerando os modos do sinal de entrada com mesma intensidade, cada modo de sinal contribui para o decréscimo de potência de bombeio, proporcional à integral

$$\int_0^{2\pi} \int_0^a N_0(\rho, \phi) \Gamma_{s,i}(\rho, \phi) \Gamma_p(\rho, \phi) \frac{1}{\varphi(\rho, \phi, z)} \rho d\rho d\phi. \tag{3.26}$$

Na Equação 3.20, a variação de intensidade de cada componente ($dP_{s,i}/dz$) do sinal de entrada é determinada a partir da relação entre a distribuição de intensidade normalizada, a seção de choque e o nível de inversão da população de íons na FM-EDF. A primeira parcela do argumento da integral dessa equação descreve a fração de ganho devido ao processo de emissão estimulada, enquanto a segunda parcela representa a perda devido o processo de absorção do sinal óptico de entrada.

A partir da Expressão 3.10 e Equação 3.20, a variação de potência do sinal de entrada é definida como

$$\begin{aligned} \frac{dP_{s,i}}{dz} &= P_{s,i} \int_0^{2\pi} \int_0^a \Gamma_{s,i}(\rho, \phi) \left\{ N_2(\rho, \phi, z) \sigma_{s,i}^e - [N_0(\rho, \phi, z) - N_2(\rho, \phi)] \sigma_{s,i}^a \right\} \rho d\rho d\phi, \\ &= P_{s,i} \int_0^{2\pi} \int_0^a \Gamma_{s,i}(\rho, \phi) \left[N_2(\rho, \phi, z) (\sigma_{s,i}^e + \sigma_{s,i}^a) - N_0(\rho, \phi) \sigma_{s,i}^a \right] \rho d\rho d\phi. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Na Equação 3.27, o termo $N_2(\rho, \phi, z) (\sigma_{s,i}^e + \sigma_{s,i}^a) - N_0(\rho, \phi) \sigma_{s,i}^a$ deve ser analisado de acordo com as novas equações de taxa. Portanto, considerando as Equações 3.21 e 3.22, este termo é escrito como

$$\begin{aligned} &N_2(\rho, \phi, z) (\sigma_{s,i}^e + \sigma_{s,i}^a) - N_0(\rho, \phi) \sigma_{s,i}^a \\ &= N_0(\rho, \phi) \left[\frac{(\sigma_{s,i}^e + \sigma_{s,i}^a) \left(\sum_{x=1}^{N_s} \frac{\sigma_{s,x}^a}{\nu_{s,x}} P_{s,x} \Gamma_{s,x} + \frac{\sigma_p^a}{\nu_p} P_p \Gamma_p \right)}{\frac{h}{\tau} + \sum_{x=1}^{N_s} \frac{(\sigma_{s,x}^a + \sigma_{s,x}^e)}{\nu_{s,x}} P_{s,x} \Gamma_{s,x} + \frac{\sigma_p^a}{\nu_p} P_p \Gamma_p} - \sigma_{s,i}^a \right], \\ &= N_0(\rho, \phi) \left[\frac{\sum_{x=1}^{N_s} \frac{(\sigma_{s,x}^a \sigma_{s,i}^e - \sigma_{s,x}^e \sigma_{s,i}^a)}{\nu_{s,x}} P_{s,x} \Gamma_{s,x} + \sigma_{s,i}^e \frac{\sigma_p^a}{\nu_p} P_p \Gamma_p - \sigma_{s,i}^a \frac{h}{\tau}}{\frac{h}{\tau} + \sum_{x=1}^{N_s} \frac{(\sigma_{s,x}^a + \sigma_{s,x}^e)}{\nu_{s,x}} P_{s,x} \Gamma_{s,x} + \frac{\sigma_p^a}{\nu_p} P_p \Gamma_p} \right]. \end{aligned} \quad (3.28)$$

O termo $\sigma_{s,x}^a \sigma_{s,i}^e - \sigma_{s,x}^e \sigma_{s,i}^a$, presente na Expressão 3.28, representa o produto entre as seções de choque do i -ésimo e x -ésimo modos de sinal de entrada. Ao considerar que todos os modos apresentam apenas um comprimento de onda λ_s (monocanal e monocromático), esse termo é nulo, pois as seções de choque da FM-EDF em λ_s apresentam os mesmos valores. A Expressão 3.28 é reescrita como

$$N_2(\rho, \phi, z) (\sigma_{s,i}^e + \sigma_{s,i}^a) - N_0(\rho, \phi) \sigma_{s,i}^a = \frac{N_0(\rho, \phi)}{\varphi(\rho, \phi, z)} \left(\sigma_{s,i}^e \frac{\sigma_p^a}{\nu_p} P_p \Gamma_p - \sigma_{s,i}^a \frac{h}{\tau} \right). \quad (3.29)$$

Ao substituir a Expressão 3.29 na Equação 3.27 é possível representar a variação de potência de cada componente do sinal de entrada monocromático por meio dos parâmetros fundamentais da FM-EDF (seções de choque e perfil de dopagem) e dos sinais ópticos (distribuição de intensidade, potência e frequência):

$$\begin{aligned} \frac{dP_{s,i}}{dz} &= P_{s,i} \int_0^{2\pi} \int_0^a \frac{N_0(\rho, \phi) \Gamma_{s,i}(\rho, \phi)}{\varphi(\rho, \phi, z)} \left(\sigma_{s,i}^e \frac{\sigma_p^a}{\nu_p} P_p \Gamma_p(\rho, \phi) - \sigma_{s,i}^a \frac{h}{\tau} \right) \rho d\rho d\phi, \\ &= P_{s,i} P_p \frac{\sigma_{s,i}^e \sigma_p^a}{\nu_p} \int_0^{2\pi} \int_0^a N_0(\rho, \phi) \Gamma_{s,i}(\rho, \phi) \Gamma_p(\rho, \phi) \frac{1}{\varphi(\rho, \phi, z)} \rho d\rho d\phi \\ &\quad - P_{s,i} \frac{\sigma_{s,i}^a h}{\tau} \int_0^{2\pi} \int_0^a N_0(\rho, \phi) \Gamma_{s,i}(\rho, \phi) \frac{1}{\varphi(\rho, \phi, z)} \rho d\rho d\phi. \end{aligned} \quad (3.30)$$

A primeira parcela à direita da Equação 3.30, denominada η_1 , contribui para o acréscimo de potência do i -ésimo sinal de entrada. O acréscimo de potência óptica é proporcional à intensidade do sinal de entrada ($P_{s,i}$) e do sinal de bombeio (P_p) e à integral:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^a N_0(\rho, \phi) \Gamma_{s,i}(\rho, \phi) \Gamma_p(\rho, \phi) \frac{1}{\varphi(\rho, \phi, z)} \rho d\rho d\phi. \quad (3.31)$$

A segunda parcela, denominada η_2 , colabora para o decréscimo de potência do i -ésimo sinal de entrada, devido à absorção do sinal óptico, proporcional à intensidade do sinal ($P_{s,i}$) e à integral:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^a N_0(\rho, \phi) \Gamma_{s,i}(\rho, \phi) \frac{1}{\varphi(\rho, \phi, z)} \rho d\rho d\phi. \quad (3.32)$$

É importante comprovar a validade da Equação 3.30 por meio da comparação com os resultados numéricos obtidos pelo formalismo completo (Equação 3.27). Essa equação considera um sinal monocromático, enquanto a Equação 3.27 utiliza um sinal com uma determinada banda óptica, entretanto, monocal. Os parâmetros da FM-EDF, cujo perfil de dopagem é uniforme, são apresentados na Tabela 3.2.

São considerados seis modos de sinal ($LP_{01,s}$, $LP_{02,s}$, $LP_{11a,s}$, $LP_{11b,s}$, $LP_{21a,s}$ e $LP_{21b,s}$), ou quatro grupos de modos, com λ_s igual a 1530 nm e um modo de bombeio ($LP_{02,p}$) com λ_p igual a 980 nm. Neste caso, as notações LP_{lma} e LP_{lmb} representam, em ordem, o modo degenerado LP_{lm} de orientação ímpar e par, conforme definido pelas Expressões 2.44 e 2.45 respectivamente. A potência dos modos de sinal de entrada é igual a -10 dBm, enquanto a intensidade do modo de bombeio é igual a 350 mW.

Tabela 3.2 – Parâmetros da FM-EDF utilizada na simulação.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
L [m]	8	σ_p^a [m ²]	$2,86 \times 10^{-25}$
NA	0,1677	σ_p^e [m ²]	0
r [μm]	7,5	σ_s^a [m ²]	$5,64 \times 10^{-25}$
N_0 [m ⁻³]	5×10^{24}	σ_s^e [m ²]	$5,71 \times 10^{-25}$

A variação de potência de cada modo de sinal de entrada, em função do comprimento da FM-EDF, é ilustrada na Figura 3.6. É possível afirmar que a variação de potência obtida com a Equação 3.30 exibe valores similares aos apresentados pela Equação 3.27 antes do ponto de saturação do amplificador.

O ponto de saturação do amplificador é próximo a 3 m. Entre 0 e 3 m a parcela η_1 é predominante na Equação 3.30. Após o ponto de máxima variação de potência, é observada diferença entre a parcela η_1 e a Equação 3.30 devido à saturação do

amplificador. Neste caso, há diminuição da parcela η_1 e a manutenção do valor da parcela η_2 , responsável pelo decréscimo de potência do sinal de entrada.

O modo $LP_{02,s}$ possui maior acréscimo de potência no ponto de máxima variação (Figura 3.6(b)). Os modos não centrados ($LP_{11,s}$ e $LP_{21,s}$) apresentam variação de intensidade semelhantes e, portanto, apresentam baixa diferença de ganho.

Figura 3.6 – Evolução numérica das expressões e parcelas relacionadas com as formas da equação de propagação do sinal (Equações 3.27 e 3.30), considerando um perfil de dopagem uniforme.

De forma a maximizar o desempenho dos modos não centrados, é, frequentemente, utilizado o perfil bi-anular proposto inicialmente por Jin et al. (2014). Este perfil é composto por duas coroas circulares, definidas aqui pelos raios $x_1 = 1,88 \mu\text{m}$, $x_2 = 3,18 \mu\text{m}$ e $x_3 = 4,39 \mu\text{m}$, $x_4 = 7,50 \mu\text{m}$.

Os parâmetros da FM-EDF utilizados na análise anterior (Tabela 3.2) são mantidos. A variação de potência dos modos de sinal em função do comprimento da FM-EDF é ilustrada na Figura 3.7.

A evolução numérica das Equações 3.27 e 3.30 é semelhante entre a entrada e o ponto de saturação da FM-EDF (aproximadamente 3,5 m). Este aumento de comprimento

da FM-EDF ocorre devido à menor área de interação sinal-bombeio, necessitando de um maior comprimento para acréscimo de ganho em comparação ao FM-EDFA com FM-EDF de perfil uniforme.

Os modos centrados ($LP_{01,s}$ e $LP_{02,s}$) apresentam menor acréscimo de potência no comprimento ideal (aproximadamente 3,5 m) quando comparado aos modos não centrados. Novamente, ao considerar o FM-EDFA no regime não saturado, a parcela η_1 é preponderante na Equação 3.30 e a variação de ganho do sinal amplificado calculada a partir deste parcela é similar à obtida pelo uso da Equação 3.27.

Figura 3.7 – Evolução numérica das expressões e parcelas relacionadas com as formas da equação de propagação do sinal (Equações 3.27 e 3.30), considerando o perfil de dopagem bi-anular.

Portanto, a partir dos resultados ilustrados nas Figuras 3.6 e 3.7 é possível concluir que a Equação 3.27 pode ser aproximada pela parcela η_1 da Equação 3.30, em regime não saturado, para descrever a propagação do sinal de entrada amplificado na FM-EDFA. A equação de propagação do sinal simplificada é

$$\frac{dP_{s,i}}{dz} = P_{s,i} P_p \frac{\sigma_{s,i}^e \sigma_p^a}{\nu_p} \int_0^{2\pi} \int_0^a N_0(\rho, \phi) \Gamma_{s,i}(\rho, \phi) \Gamma_p(\rho, \phi) \frac{1}{\varphi(\rho, \phi, z)} \rho d\rho d\phi. \quad (3.33)$$

Uma condição para que o amplificador apresente baixa DMG é que as variações de ganho de cada modo em função do comprimento da fibra sejam similares. Desta forma, é necessário que $dP_{s,i}/dz = dP_{s,j}/dz$, com $i \neq j$. Para exemplificar esta afirmação, o ganho modal em função do comprimento da fibra, para os casos analisados nas Figuras 3.6 e 3.7, é ilustrado na Figura 3.8, considerando a avaliação numérica da Equação 3.30.

Figura 3.8 – Ganho modal em função do comprimento da FM-EDF de acordo com o perfil de dopagem.

A partir da Figura 3.8(a) (perfil uniforme), os valores de ganho dos modos centrados são superiores aos valores dos modos não centrados devido à maior variação de ganho em função do comprimento da fibra, conforme ilustra a Figura 3.6. No entanto, a variação de ganho dos modos não centrados é semelhante, garantindo ganhos modais quase idênticos para este grupo de modos espaciais.

De acordo com a Figura 3.8(b) (perfil bi-anular), os valores de ganho dos modos não centrados são superiores aos valores dos modos centrados, pois o acréscimo de ganho em função do comprimento da FM-EDF desses modos é sempre superior, conforme ilustra a Figura 3.7. Entretanto, devido à semelhança da variação de ganho dos modos não centrados, a diferença de ganho modal entre os grupos LP_{11,s} e LP_{21,s} é menor que 1 dB. No caso dos modos centrados, esta diferença apresenta valor ainda menor ($< 0,3$ dB).

Ao considerar a intensidade dos modos do sinal de entrada idênticos e que o amplificador opera na região não saturada, uma aproximação que satisfaz esta igualdade é

$$\int_0^{2\pi} \int_0^a N_0(\rho, \phi) \Gamma_{s,i}(\rho, \phi) \Gamma_p(\rho, \phi) \rho d\rho d\phi = \int_0^{2\pi} \int_0^a N_0(\rho, \phi) \Gamma_{s,j}(\rho, \phi) \Gamma_p(\rho, \phi) \rho d\rho d\phi. \quad (3.34)$$

Baseado na expressão anterior, é definida a integral de superposição para o FM-EDFA como

$$\eta_{s,i}^p = \int_0^{2\pi} \int_0^a N_0(\rho, \phi) \Gamma_{s,i}(\rho, \phi) \Gamma_p(\rho, \phi) \rho d\rho d\phi. \quad (3.35)$$

A Expressão 3.35 quantifica o nível de acoplamento entre as distribuições de intensidade dos modos do sinal de entrada e de bombeio, ponderado pelo perfil de dopagem da FM-EDF.

De acordo com a Expressão 3.33, a variação de potência em cada segmento de fibra é diretamente proporcional à integral de superposição, pois a função $\varphi(\rho, \phi, z)$ é considerada constante na região não saturada. Como o acréscimo de potência é determinado por meio da soma de todas as variações de intensidade ao longo da FM-EDF, o ganho modal varia conforme o valor da integral definida pela Expressão 3.35.

O valor da integral de superposição é elevado quando os modos do sinal de entrada e de bombeio possuem o mesmo número de modo azimutal e radial. Nestes casos, o ganho modal deste modo de entrada é máximo, entretanto o valor da DMG é elevada.

Na metodologia proposta para projeto de FM-EDFAs, o perfil de dopagem $N_0(\rho, \phi)$ é utilizado para equalizar as variações de ganho em função do comprimento da FM-EDF dos diferentes modos propagantes, mantendo baixo o nível da DMG. Portanto, o parâmetro definido pela Expressão 3.35 pode ser utilizado para quantificar a diferença de ganho modal, pois caso $\eta_{s,i}^p = \eta_{s,j}^p$, a condição definida pela Expressão 3.34 é satisfeita e o modo de sinal i apresenta o mesmo ganho do modo de sinal j . Desta forma, a utilização do parâmetro $\eta_{s,i}^p$ no projeto de FM-EDFAs permite determinar o perfil de dopagem ótimo que minimize a DMG.

Quando um sinal multiplexado em comprimento de onda (WDM) é considerado, o termo $(\sigma_{s,x}^a \sigma_{s,i}^e - \sigma_{s,x}^e \sigma_{s,i}^a)$, presente na Expressão 3.28, é diferente de zero. Nesta situação, a figura de mérito não depende apenas da integral de superposição entre o perfil de dopagem e as distribuições de intensidade dos modos de sinal e de bombeio, mas também das seções de choque de emissão e absorção na faixa de comprimentos de onda de interesse. O estudo detalhado sobre a figura de mérito para um sinal WDM é realizado no Apêndice A (Figura de mérito - caso WDM, Página 167).

3.4 Metodologia de projeto

A metodologia aplicada ao projeto de FM-EDFAs é apresentada nesta seção, cujo fluxograma é ilustrado na Figura 3.9. Esta metodologia aplica-se aos casos monocal e WDM e é dividida em quatro fases: (a) definição dos parâmetros, (b) resolução do problema multiobjetivo, (c) determinação do comprimento da FM-EDF e (d) análise do desempenho do amplificador.

A metodologia proposta difere dos procedimentos de projeto de FM-EDFA apresentados na literatura (KANG et al., 2012; COCQ et al., 2012; IP, 2012; KANG et al., 2013) quanto à definição dos parâmetros e do problema multiobjetivo. Nestes trabalhos, parte das variáveis que definem o perfil de dopagem e os modos que compõem o sinal de bombeio são previamente definidos, o que limita o espaço de busca e, conseqüentemente,

Figura 3.9 – Fluxograma proposto para projeto do FM-EDFA.

o espaço de soluções. Na metodologia proposta, a única limitação imposta são os limites físicos das variáveis, como o raio do núcleo da FM-EDF, ou de fabricação.

Naqueles trabalhos, o perfil de dopagem é determinado pelo método enumerativo (força bruta) (KANG et al., 2012; COCQ et al., 2012; KANG et al., 2013), em que todas as soluções do espaço de variáveis são avaliadas, ou pelo método empírico (IP, 2012), em que pequenas variações no perfil são efetuadas por tentativa e erro, necessitando de elevado tempo computacional.

Embora os trabalhos de Kang et al. (2014a) e Cocq et al. (2015) representem um avanço na metodologia de projeto de FM-EDFA ao aplicar técnicas de otimização, ainda as equações de taxa e propagação são solucionadas em cada iteração do algoritmo, mantendo elevado o tempo computacional sem estabelecer uma relação que descreva, de forma simples, o funcionamento do FM-EDFA.

Em contraste, no nosso caso, devido à integral de superposição (Expressão 3.35), é possível definir um problema multiobjetivo e solucioná-lo a partir de uma variante de algoritmo genético para MOOP, neste caso o NSGA-II. As equações de taxa e propagação são resolvidas até três vezes (determinar a intensidade de operação de bombeio, o comprimento ótimo a partir desta intensidade de operação e o desempenho do amplificador para uma intensidade de bombeio específica).

Definição dos parâmetros

Os parâmetros relativos ao sinal de entrada, à FM-EDF e ao sinal de bombeio são definidos nesta etapa. Os modos são caracterizados pela distribuição de intensidade normalizada (Expressão 2.46), a potência óptica e a frequência de cada componente.

A partir dos modos que compõem o sinal de entrada, é possível especificar os parâmetros da FM-EDF por meio da curva que relaciona a constante de propagação normalizada e a frequência normalizada (Figura 2.3 - Página 50). Para um determinado conjunto de modos espaciais, é possível extrair a frequência normalizada por meio deste gráfico, buscando maximizar a diferença de constante de propagação entre os diferentes modos. A frequência normalizada é definida como

$$V = \frac{2\pi}{\lambda} a \sqrt{n_n^2 - n_c^2} = \frac{2\pi}{\lambda} a \text{NA}, \quad (3.36)$$

em que λ [m] é o comprimento de onda do sinal, a [m] o raio do núcleo, n_n e n_c o índice de refração do núcleo e da casca da FM-EDF e NA a abertura numérica. Portanto, definida a frequência normalizada, os parâmetros da FM-EDF, como abertura numérica, são determinados.

Como o comprimento de onda do sinal de bombeio, e.g. 980 nm, é menor que o do sinal de entrada, e.g. banda C, o valor da frequência normalizada desses sinais é maior, permitindo mais modos propagantes. A geometria do perfil de dopagem da FM-EDF é especificada nesta fase. O número de variáveis que especificam a geometria é proporcional a sua complexidade.

Resolução do problema multiobjetivo

Determinar o modo de bombeio e as variáveis que especificam a geometria do perfil da FM-EDF de forma a reduzir a desigualização modal sem diminuir o ganho absoluto é traduzido em um problema de otimização multiobjetivo (MOOP). Este tipo de problema é formalizado no Apêndice B (Otimização multiobjetivo, Página 171). As funções objetivo, que descrevem a relação de compromisso entre os objetivos conflitantes (elevado ganho modal e baixa DMG), são definidas como

$$f_1(\mathbf{x}) = -\bar{\eta}, \quad (3.37)$$

$$f_2(\mathbf{x}) = \sigma_{\eta}, \quad (3.38)$$

em que $\bar{\eta}$ e σ_{η} são, em ordem, a média e desvio padrão da figura de mérito (Expressão 3.35) avaliada para cada combinação entre os modos de sinal de entrada e de bombeio. A definição do MOOP a partir da avaliação da figura de mérito causa a redução do tempo de processamento necessário para projeto do FM-EDFA.

O algoritmo NSGA-II (DEB et al., 2002) é aplicado para resolução do MOOP. Neste algoritmo, há garantia de diversidade no espaço de soluções, permitindo que diversos perfis distintos sejam obtidos. Uma descrição detalhada sobre esta variante de algoritmo genético é apresentada no Apêndice C (Algoritmo NSGA-II, Página 175). Embora não haja garantias de obter o ótimo global, soluções locais ótimas são encontradas. Estas soluções ótimas locais são traduzidas em perfis ótimos (elevado ganho modal e baixa desigualização) para cada modo de bombeio e/ou geometria do perfil de dopagem.

O algoritmo pode gerar soluções inactíveis do ponto de vista prático, por exemplo, quando a diferença entre raios das coroas circulares é igual ou menor a $1,75 \mu\text{m}$ (COCQ et al., 2013), ou com baixo desempenho. Nestes casos, a geometria é redefinida ou restrições são adicionadas ao MOOP.

Determinação do comprimento ideal da FM-EDF

A terceira fase consiste em determinar o comprimento ideal da FM-EDF. Há duas formas de determinar este parâmetro, de acordo com o tipo de sinal de entrada: (a) monocal ou (b) WDM.

Ao considerar um sinal monocal, o ganho médio e a DMG são determinados para um conjunto de valores de potência de bombeio e comprimento da FM-EDF, considerando a potência do sinal de entrada constante e igual a -35 dBm . Este nível de intensidade garante a operação na região de pequenos sinais, mantendo o amplificador na região não saturada. O comprimento em que o FM-EDFA apresenta maior ganho médio e menor DMG, independente da potência de bombeio, é escolhido como comprimento ideal.

Para um sinal de entrada WDM, como a inversão da população de íons afeta o valor da diferença de ganho espectral (DSG), para cada nível de intensidade do sinal de entrada e de bombeio há um comprimento ótimo. No entanto, para fabricação do FM-EDFA, define-se uma condição de operação do amplificador, fixando a potência de entrada e ganho por canal. O comprimento em que o FM-EDFA apresenta menor DSG e DMG e maior ganho médio é escolhido como comprimento ideal.

Análise de desempenho do FM-EDFA

Na fase final, os principais parâmetros do FM-EDFA (ganho médio, DMG, figura de ruído média, DMNF, DSG e ΔG) são determinados para um conjunto de valores de intensidade de sinal de entrada e potência de bombeio. Caso os requisitos do projeto não sejam atendidos, o modo de bombeio e o perfil determinados pelo algoritmo NSGA-II são desconsiderados. Novas simulações são realizadas até a obtenção de uma solução que atenda aos requisitos de projeto.

Projeto e análise de FM-EDFAs

Neste capítulo são apresentados os resultados das simulações realizadas com amplificadores a fibra dopada com érbio para poucos modos (*Few-Mode Erbium-Doped Fiber Amplifier* – FM-EDFA) projetados de acordo com a metodologia discutida no Capítulo 3 (Metodologia de projeto, Página 57). Para simulação do amplificador óptico, foi desenvolvido o simulador Gênesis, como um conjunto de rotinas para MatLab/Octave, explorando a eficiência da interface externa MEX com as linguagens C e Fortran.

Dois tipos de sinais de entrada são considerados: (a) monocanal, cujo comprimento de onda é igual a 1530 nm e (b) WDM (*Wavelength Division Multiplexing*), composto por 16 canais igualmente espaçados entre 1530 e 1560 nm. A geometria do perfil de dopagem da fibra dopada com érbio de poucos modos (*Few-Mode Erbium-Doped Fiber* – FM-EDF) é do tipo circular, como anular e bi-anular.

Procura-se ainda verificar, a partir da definição da integral de superposição (*overlap integral*), se há outros padrões de perfil, além do circular, em que o desempenho do FM-EDFA poderia ser ainda melhorado.

As notações $LP_{lm,p}$ e $LP_{lm,s}$ são utilizadas para denotar o modo espacial LP_{lm} no comprimento de onda do sinal de bombeio, e.g. 980 nm, e do sinal de entrada, e.g. banda C, respectivamente (KANG et al., 2012). De forma semelhante, as notações LP_{lma} e LP_{lmb} representam, em ordem, o modo degenerado LP_{lm} de orientação ímpar e par, conforme definido pelas Expressões 2.44 e 2.45 respectivamente.

O sinal de bombeio é considerado monocromático e copropagante, cujo comprimento de onda é igual a 980 nm. No caso de modos degenerados, o sinal de bombeio é representado por

$$LP_{lm,p} = \frac{1}{2} (LP_{lma,p} + LP_{lmb,p}) .$$

O sinal de entrada é multiplexado por modos e polarização. Para os modos não degenerados, o modo de sinal é representado por

$$LP_{0m,s} = (LP_{0mx,s} + LP_{0my,s}) ,$$

enquanto os modos degenerados são definidos por

$$LP_{lm,s} = \frac{1}{2} (LP_{lmax,s} + LP_{lmay,s} + LP_{lmbx,s} + LP_{lmby,s}),$$

em que $LP_{lmax,s}$ e $LP_{lmay,s}$ representam, por exemplo, a polarização x e y do modo degenerado $LP_{lma,s}$ respectivamente.

Na resolução das equações de taxa e propagação do FM-EDFA, definidas pelas Equações 3.14-3.18, tanto a emissão espontânea amplificada (*Amplified Spontaneous Emission* – ASE) copropagante quanto a contrapropagante são consideradas na simulação. Quando não definidos os valores numéricos da seção de choque de emissão e absorção, são considerados os valores ilustrados na Figura 4.1.

Figura 4.1 – Seção de choque de emissão e absorção da FM-EDF considerada nas simulações MDM WDM. Dados adaptados de OFS (2014).

4.1 Simulação e análise do subsistema óptico

Nesta seção o desempenho do FM-EDFA para dois e quatro grupos de modos, projetado de acordo com a metodologia discutida no Capítulo 3 (Metodologia de projeto, Página 57), é comparado com o desempenho dos amplificadores projetados a partir de outras metodologias sugeridas em trabalhos da área (KANG et al., 2012; COCQ et al., 2012; KANG et al., 2013).

O perfil anular é definido por dois raios. Quando apresenta apenas um nível de densidade de íons, o perfil possui uma coroa circular. Neste caso, quando o nível de densidade não apresenta dependência azimutal, o perfil é denominado 1C-2R (uma coroa circular definida por dois raios - Figura 4.2(a)), caso contrário, o perfil é denominado NSC-2R (N setores de coroa circular definidas por dois raios - Figura 4.2(b)). Neste

trabalho, os termos anel e coroa circular possuem o mesmo significado, ou seja, corresponde à área delimitada por dois círculos concêntricos de diferentes raios.

Figura 4.2 – Perfis de dopagem da FM-EDF: (a) perfil anular sem dependência azimutal e um nível de densidade de íons (1C-2R); (b) perfil anular com dependência azimutal e um nível de densidade de íons (NSC-2R); (c) perfil bi-anular sem dependência azimutal e um nível de densidade de íons (2C-4R) e (d) perfil anular sem dependência azimutal e três níveis de densidade de íons (3C-2R). Adaptado de Herbster e Romero (2014b).

O perfil bi-anular é definido por quatro raios. É considerado apenas um nível de densidade de íons e, neste caso, o perfil possui duas coroas circulares, sendo definido como 2C-4R (duas coroas circulares definidas por quatro raios - Figura 4.2(c)).

É possível, com apenas dois raios, definir três coroas circulares, desconsiderando o centro do núcleo e o raio do núcleo da FM-EDF (a). Em cada coroa há diferentes níveis de densidade de íons. Este perfil é denominado 3C-2R (três coroas circulares definidas por dois raios) e ilustrado na Figura 4.2(d). Este perfil e o 4C-3R são utilizados para amplificar 4 e 6 modos de sinal, respectivamente, em (KANG et al., 2014b).

Por meio da comparação do desempenho dos amplificadores projetados na literatura, busca-se mostrar que a metodologia apresentada neste trabalho exibe resultados superiores em termos de esforço computacional (menor tempo de processamento), parâmetros de desempenho (maior ganho modal, menor figura de ruído (*Noise Figure* – NF), menor diferença de ganho modal (*Differential Modal Gain* – DMG) e de figura de ruído (*Differential Modal Noise Figure* – DMNF)) e facilidade de interpretação dos resultados.

4.1.1 2 modos

Os parâmetros que definem a FM-EDF para dois grupos de modos ($LP_{01,s}$ e $LP_{11,s}$) são apresentados na Tabela 4.1, extraídos do trabalho de Kang et al. (2012). As variáveis

L e NA representam, em ordem, o comprimento e a abertura numérica da FM-EDF. O perfil do índice de refração da fibra (*Fiber Refractive Index Profile* – FRIP) é do tipo degrau e o perfil de dopagem da FM-EDF é anular, conforme ilustra a Figura 4.2(a).

A frequência normalizada V é igual a 3,73 em 1530 nm, garantindo máxima diferença entre as constantes de propagação dos modos $LP_{01,s}$ e $LP_{11,s}$. No comprimento de onda do sinal de bombeio há seis modos propagantes, entretanto, apenas dois modos são considerados na simulação ($LP_{01,p}$ e $LP_{11,p}$). Esta escolha é justificada pelo desempenho superior do FM-EDFA quando utilizado modos de bombeio de baixa ordem (BAI et al., 2011).

Tabela 4.1 – Parâmetros da FM-EDF com perfil anular utilizada na simulação do FM-EDFA para dois grupos de modos com sinal de entrada monocanal.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
L [m]	3,5	σ_p^a [m ²]	$1,879 \times 10^{-25}$
NA	0,101	σ_p^e [m ²]	0
a [μm]	9	σ_s^a [m ²]	$5,5 \times 10^{-25}$
N_0 [m ⁻³]	15×10^{24}	σ_s^e [m ²]	$5,674 \times 10^{-25}$

O vetor solução é expresso como $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_{LP}]^T$. As duas primeiras variáveis representam os raios que definem o perfil de dopagem anular, enquanto a última variável descreve o modo de bombeio. O conjunto de modos propagantes no comprimento de onda do sinal de bombeio é representado por S_{LP}^p . A integral de superposição dependente de cada elemento do vetor $\mathbf{x}$. O problema de otimização multiobjetivo (*Multi-Objective Optimization Problem* – MOOP) consiste em

$$\begin{aligned}
 &\text{minimizar} && f_1(\mathbf{x}) = -\bar{\eta}, \\
 & && f_2(\mathbf{x}) = \sigma_\eta, \\
 &\text{sujeito a} && 0 \leq x_1 < x_2, \\
 & && x_1 \leq x_2 \leq a, \\
 & && x_{LP} \in S_{LP}^p,
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

em que $\bar{\eta}$ e σ_η são, em ordem, a média e desvio padrão da integral de superposição (*overlap integral*) definida pela Expressão 3.35. No projeto de FM-EDFAs, é necessário maximizar a média da figura de mérito e minimizar a diferença entre as diferentes integrais de superposição, ou seja, minimizar o desvio padrão. Entretanto, para facilitar a solução do problema, busca-se minimizar (ou maximizar) todas as funções objetivos. Por este motivo, é considerado o negativo da média da figura de mérito, pois, agora, busca-se minimizar esta função ($-\bar{\eta}$). É possível considerar o negativo do desvio padrão (σ_η) e, desta forma, o problema consiste em maximizar as funções objetivos.

Há dois objetivos em problemas de otimização multiobjetivo (DEB et al., 2002): (a) convergência para o chamado conjunto ótimo de Pareto e (b) manutenção da diversidade do conjunto de soluções. Como no projeto de FM-EDFA a solução ótima não é conhecida, a ordem máxima de dominância da i -ésima geração é utilizada como métrica de convergência. Quanto menor a ordem de dominância (ou *rank*) de uma solução, mais próxima de um ponto de ótimo local a solução estará. O segundo objetivo é elevar o nível de espalhamento das soluções, buscando preencher, de forma homogênea, toda a fronteira de Pareto. O nível de espalhamento de um conjunto de soluções é medido pela métrica de densidade (MD) e quando menor seu valor, mais homogêneo é o espalhamento das soluções na fronteira de Pareto. Estas métricas são descritas de forma detalhada no Apêndice B.

O NSGA-II é aplicado para resolução do MOOP, considerando uma população inicial de 50 indivíduos. O algoritmo converge em 15 gerações, conforme ilustra a Figura 4.3(a), de acordo com a ordem máxima de dominância e métrica de densidade (MD) do conjunto de soluções, com um tempo total de 26 s (100 gerações). Na Figura 4.3(b) é ilustrado o espaço de objetivos do conjunto de soluções.

A solução ótima obtida com o algoritmo é um perfil de dopagem definido pelos raios $x_1 = 2,97 \mu\text{m}$ e $x_2 = 8,28 \mu\text{m}$ e modo de bombeio $\text{LP}_{11,p}$. Este FM-EDFA é denominado de modelo A5.

Figura 4.3 – Análise da convergência do NSGA-II aplicado na resolução do problem definido pela Expressão 4.1.

Os valores da integral de superposição, considerando o FM-EDFA modelo A5, são apresentados na Tabela 4.2, assim como o ganho modal correspondente. A intensidade do sinal de bombeio é igual a 320 mW, enquanto a potência do sinal de entrada é igual a -10 dBm por modo.

De acordo com os resultados mostrados na Tabela 4.2, o parâmetro $\eta_{11,s}^{11,p}$, que denota a integral de superposição entre os modos $\text{LP}_{11,p}$ e $\text{LP}_{11,s}$, possui o maior valor absoluto.

Tabela 4.2 – Integral de superposição (normalizada por 10^{34}) e o ganho modal do FM-EDFA modelo A5. A intensidade de bombeio é igual a 320 mW e a potência de entrada é igual a -10 dBm por modo.

	LP _{01,p}		LP _{11,p}	
	$\eta_{i,s}^{01,p}$	Ganho [dB]	$\eta_{i,s}^{11,p}$	Ganho [dB]
LP _{01,s}	4,97	28,12	5,16	27,22
LP _{11,s}	4,18	25,84	5,18	27,49
Ganho médio [dB]		26,98		27,35
DMG [dB]		2,28		0,27

As demais integrais de superposição assumem valores similares, exceto o parâmetro $\eta_{11,s}^{01,p}$. Devido a esta similaridade, os valores de ganho modal correspondentes são também similares, exceto para o caso em que os modos LP_{01,p} e LP_{11,s} são empregados. Neste caso, o ganho do modo LP_{01,s} é ~ 2 dB abaixo dos demais. Quando LP_{11,p} é utilizado como bombeio, o sinal óptico amplificado apresenta maior ganho médio e menor DMG, conforme os valores exibidos na Tabela 4.2.

Os parâmetros de desempenho (ganho modal e DMG) do FM-EDFA modelo A5 em função da intensidade do sinal de bombeio e de entrada são ilustradas na Figura 4.4. As curvas sólidas representam os resultados obtidos por meio da metodologia sugerida neste trabalho (representado pelo sub-índice A, como LP_{lm,s}^A). As curvas tracejadas são extraídas do trabalho de Kang et al. (2012) (representado pelo sub-índice K, como LP_{lm,s}^K), em que o modo de bombeio utilizado é LP_{01,p} e o perfil de dopagem anular é definido pelos raios $x_1 = 4,32 \mu\text{m}$ e $x_2 = 9 \mu\text{m}$.

De acordo com a Figura 4.4(a), o ganho modal do FM-EDFA modelo A5 é superior ao do FM-EDFA apresentado em Kang et al. (2012). Considerando a intensidade de bombeio igual a 320 mW, a diferença de ganho modal do FM-EDFA modelo A5 é igual a 0,27 dB, enquanto no trabalho de Kang et al. (2012), a DMG é igual a 1,56 dB. Desta forma, o FM-EDFA modelo A5 possui melhor desempenho em termos de ganho médio e diferença de ganho modal.

A Figura 4.4(b) ilustra a DMG em função da potência de entrada (por modo espacial), considerando uma intensidade de bombeio igual a 250 mW. O valor da DMG do sinal óptico amplificado por meio do FM-EDFA modelo A5 é inferior a 0,2 dB ao longo de toda a faixa de potência de entrada investigada (-20 a -5 dBm). Entretanto, para os mesmos níveis de intensidade, a variação da diferença de ganho modal exibida no trabalho de Kang et al. (2012) é inferior a 1,5 dB, o que demonstra pior desempenho quando comparado ao FM-EDFA para dois modos projetado neste trabalho.

Figura 4.4 – (a) Ganho modal (1530 nm) em função da intensidade de bombeio (980 nm) dos modos $LP_{01,s}$ e $LP_{11,s}$ (-10 dBm de potência de entrada por modo) e (b) DMG em função da potência por modo. Curvas sólidas representam os resultados obtidos com o FM-EDFA modelo A5, enquanto as curvas tracejadas expõem os resultados extraídos de Kang et al. (2012).

4.1.2 4 modos

O sinal de entrada é composto por quatro grupos de modos, denominados $LP_{01,s}$, $LP_{11,s}$, $LP_{21,s}$ e $LP_{02,s}$. Apenas os modos não centrados apresentam degeneração espacial. Em cada modo há apenas um canal cujo comprimento de onda é igual a 1530 nm.

Os parâmetros que definem a FM-EDF para quatro modos são apresentados na Tabela 4.3. A FRIP da fibra dopada é do tipo degrau e o perfil de dopagem é do tipo 2C-4R, também denominado de perfil bi-anular, conforme ilustrado na Figura 4.2(c).

A frequência normalizada V é igual a 5,16 em 1530 nm, garantindo máxima diferença entre as constantes de propagação dos modos considerados. A frequência normalizada do sinal de bombeio, cujo comprimento de onda é igual a 980 nm, é 8,07. Neste caso há dez modos espaciais propagantes, entretanto apenas os modos $LP_{01,p}$, $LP_{11,p}$, $LP_{21,p}$ e $LP_{02,p}$ são considerados na simulação. O conjunto composto por estes modos de bombeio é denominado S_{LP}^p .

Tabela 4.3 – Parâmetros da FM-EDF com perfil 2C-4R utilizada na simulação.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
L [m]	8	σ_p^a [m ²]	$2,86 \times 10^{-25}$
NA	0,168	σ_p^e [m ²]	0
a [μm]	7,5	σ_s^a [m ²]	$5,64 \times 10^{-25}$
N_0 [m ⁻³]	5×10^{24}	σ_s^e [m ²]	$5,71 \times 10^{-25}$

O vetor solução é expresso como $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_{LP}]$, em que x_i representa os raios

que definem o perfil de dopagem do tipo 2C-4R (Figura 4.2(c)). O MOOP é definido como

$$\begin{aligned}
 &\text{minimizar} && f_1(\mathbf{x}) = -\bar{\eta}, \\
 &&& f_2(\mathbf{x}) = \sigma_{\eta}, \\
 &\text{sujeito a} && 0 \leq x_1 < x_2, \\
 &&& x_1 \leq x_2 < x_3, \\
 &&& x_2 \leq x_3 < x_4, \\
 &&& x_3 \leq x_4 \leq a, \\
 &&& x_{LP} \in S_{LP}^p,
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

em que $\bar{\eta}$ e σ_{η} são, em ordem, a média e desvio padrão de $\eta_{s,i}^p$.

Ao definir os parâmetros relacionados ao sinal de entrada, ao sinal de bombeio e à FM-EDF, o NSGA-II é aplicado ao problema definido pela Expressão 4.2. O valor máximo de gerações é igual a 100, cujo número de indivíduos em cada geração é limitado a 50. A solução converge em 35 gerações com tempo total de processamento igual a 332,97 s (100 gerações).

O perfil bi-anular ótimo é definido pelos raios $x_1 = 1,35 \mu\text{m}$, $x_2 = 3,075 \mu\text{m}$, $x_3 = 5,1 \mu\text{m}$, $x_4 = 7,05 \mu\text{m}$ com modo de bombeio igual a $LP_{11,p}$.

Após aplicar o NSGA-II para determinar a solução do problema de otimização multiobjetivo da Expressão 4.2, o comprimento ideal da FM-EDF deve ser calculado. O primeiro passo deste procedimento é selecionar a potência de operação. Nesta etapa, devido ao acoplamento entre modos, fibras dopadas curtas são utilizadas como referência, em que o ganho modal e a DMG são analisadas em função da potência de bombeio. Especificamente, a Figura 4.5 descreve o desempenho do FM-EDFA para uma FM-EDF de comprimento igual a 5 m. A potência de sinal por modo é igual a -35 dBm em 1530 nm.

Como pode ser observado na Figura 4.5(a), o valor da DMG é mínimo (0,76 dB) para a potência de bombeio igual a 100 mW, enquanto o coeficiente de ganho é $\sim 0,28$ dB/mW. Para intensidade de bombeio superiores, há deterioração do desempenho do FM-EDFA (maior diferença de ganho modal e menor coeficiente de ganho). Por este motivo a potência de operação é definida como 100 mW.

Definida a potência de bombeio, o comprimento da FM-EDF é otimizado por meio do cálculo do ganho modal e DMG, conforme ilustra a Figura 4.5(b). De acordo com o gráfico, há uma relação de compromisso entre o ganho modal e o nível de desigualização entre os modos. Ao considerar apenas o ganho, o comprimento ideal da FM-EDFA é igual a 11 m, entretanto, neste comprimento, o valor da DMG é elevado (1,83 dB). Por outro lado, na abscissa igual a 7 m o valor da DMG é ~ 1 dB, o ganho modal é reduzido em $\sim 5,5$ dB. Ao considerar estes dois aspectos, o comprimento escolhido é 8 m, pois a DMG ainda é próxima do valor mínimo e a redução do ganho modal é inferior a 3 dB em relação

ao ganho máximo. Este FM-EDFA é denominado modelo C5.

Figura 4.5 – (a) Ganho modal e DMG em função da intensidade de bombeio do FM-EDFA para quatro modos com FM-EDF de 5 m de comprimento. (b) Ganho modal e DMG em função do comprimento da FM-EDF com intensidade fixa de bombeio igual a 100 mW. A potência de entrada por modo é igual a -35 dBm para ambos os casos.

A Tabela 4.4 apresenta os valores de $\eta_{s,i}^p$ (normalizado por 10^{34}) para todas as combinações dos modos de sinal de entrada e de bombeio, enquanto a Tabela 4.5 exibe o ganho modal correspondente em 1530 nm, considerando a intensidade de bombeio igual a 200 mW.

Tabela 4.4 – Integral de superposição (normalizada por 10^{34}) para as combinações de modo de bombeio e sinal considerando a FM-EDF utilizada no FM-EDFA modelo C5.

$\eta_{s,i}^p$	LP _{01,p}	LP _{02,p}	LP _{11,p}	LP _{21,p}
LP _{01,s}	2,17	2,16	1,34	1,02
LP _{02,s}	1,99	2,47	1,23	1,10
LP _{11,s}	1,18	1,47	1,33	1,47
LP _{21,s}	0,79	1,35	1,29	1,66
$\bar{\eta}$	1,53	1,86	1,3	1,31
σ_{η}	0,66	0,54	0,05	0,3

De acordo com os dados apresentados na Tabela 4.4, a integral de superposição é máxima quando os modos de sinal e bombeio são idênticos. Neste caso, o ganho de sinal também é máximo, exceto para a situação em que LP_{11,p} é utilizado, conforme apresenta a Tabela 4.5.

Ao definir LP_{11,p} como bombeio, o modo de sinal que exibe maior ganho modal é o LP_{21,s} (22,05 dB) e não o modo de sinal LP_{11,s} (21,90 dB). Esta pequena discrepância

(0,15 dB) ocorre devido ao método numérico de integração. Quando o modo de bombeio utilizado é o $LP_{11,p}$, o desvio padrão de $\eta_{s,i}^p$ é mínimo. Como consequência, neste modo de bombeio a DMG é também mínima e igual a 0,33 dB.

Tabela 4.5 – Ganho modal do sinal em 1530 nm obtido com o FM-EDFA modelo C5 com intensidade de bombeio e potência de entrada (por modo) igual a 200 mW e -10 dBm respectivamente.

dB	$LP_{01,p}$	$LP_{02,p}$	$LP_{11,p}$	$LP_{21,p}$
$LP_{01,s}$	24,17	22,53	21,72	17,14
$LP_{02,s}$	23,11	25,02	21,86	18,43
$LP_{11,s}$	19,39	21,22	21,90	22,62
$LP_{21,s}$	17,45	21,68	22,05	24,96
Ganho médio [dB]	21,03	22,61	21,88	20,79
DMG [dB]	6,72	3,8	0,33	7,82

A Figura 4.6 ilustra o ganho modal e DMG em função da intensidade do sinal de entrada por modo, considerando a potência de bombeio igual a 200 mW. Com a finalidade de comparar o desempenho do FM-EDFA modelo C5 com o amplificador apresentado no trabalho de Kang et al. (2013), o valor rms da DMG é determinado e exibido na Figura 4.6. Este parâmetro é definido como

$$DMG_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N_B} \sum_{m=1}^{N_B} \sum_{n=m+1}^{N_B} |DMG(m, n)|^2}, \quad (4.3)$$

em que N_B representa o número de modos multiplexados e $DMG(m, n)$ o valor da diferença de ganho entre os modos m e n .

O ganho do modo $LP_{02,s}$ varia entre 17,7 e 30,4 dB de acordo com a variação da potência do sinal de entrada entre -5 e -20 dBm, respectivamente. Embora a variação do sinal de entrada seja igual a 15 dB, a DMG é sempre inferior a 0,75 dB.

O desempenho do FM-EDFA modelo C5 em função da intensidade do sinal de bombeio é ilustrada na Figura 4.7. Na Figura 4.7(a) o valor máximo da DMG é limitado a 0,75 dB para toda a faixa de potência de bombeio investigada. Para ganhos superiores a 20 dB, a DMG é inferior a 0,3 dB e valor mínimo ocorre quando a intensidade de bombeio é igual a 160 mW, similarmente o mesmo desempenho que em 180 mW.

As características relacionadas com a figura de ruído são ilustrada na Figura 4.7(b). A medida que o ganho modal aumenta, a figura de ruído e DMNF diminuem. Em 180 mW o valor máximo da figura de ruído é igual a 3,7 dB em $LP_{02,s}$ e a diferença de figura de ruído é desprezível (0,11 dB).

Para efeitos de comparação é considerado o FM-EDFA descrito em Kang et al. (2013), cuja FM-EDF possui raio do núcleo igual a 10 μ m, comprimento igual a 5 m e diferença

Figura 4.6 – Ganho modal e DMG em função da potência do sinal de entrada por modo, considerando a intensidade do sinal de bombeio igual a 200 mW.

Figura 4.7 – Parâmetros de desempenho do FM-EDFA modelo C5 em função da potência de bombeio do modo $LP_{11,p}$ relacionados ao (a) ganho e (b) figura de ruído modal. A potência por modo de entrada é igual a -10 dBm.

de índice de refração casca-núcleo igual a 4×10^{-3} . A intensidade do sinal de entrada por modo é igual a -10 dBm e são utilizados dois modos de bombeio ($LP_{01,p}$ e $LP_{41,p}$), em que a intensidade total é dividida de acordo com a relação fixa $LP_{01,p}:LP_{41,p} = 4:6$.

A Tabela 4.6 apresenta, de forma comparativa, o desempenho do amplificador óptico proposto no trabalho de Kang et al. (2013), denominado aqui de FM-EDFA modelo K, e do FM-EDFA modelo C5, projetado de acordo com a metodologia sugerida neste trabalho.

A primeira vantagem apresentada pelo FM-EDFA modelo C5 é um sistema de bombeio mais simples quando comparado ao FM-EDFA modelo K. Este amplificador requer um sinal de bombeio composto por dois modos espaciais ($LP_{01,p}$ e $LP_{41,p}$), além de uma relação fixa de intensidade igual a 4:6. Por outro lado, o FM-EDFA modelo C5 utiliza

apenas um sinal de bombeio monomodo.

Quando comparados os parâmetros relativos ao ganho modal, como diferença de ganho, o amplificador óptico proposto neste trabalho (modelo C5) também apresenta vantagens em relação ao FM-EDFA modelo K. Para ganhos modais superiores a 20 dB, no FM-EDFA modelo K, a DMG é inferior a 1 dB, enquanto, no FM-EDFA modelo C5, a DMG é inferior a 0,6 dB, o que representa um ganho de 0,4 dB. Da mesma forma, quando observada a DMG_{rms} para ganhos superiores a 20 dB, o amplificador obtido neste trabalho apresenta menores valores, o que confirma seu desempenho superior.

Por fim, é possível afirmar que o FM-EDFA modelo C5 requer cerca da metade da intensidade óptica de bombeio (180 mW) da utilizada no FM-EDFA modelo K (350 mW) para obter um desempenho, em termos de DMG_{rms} e ganho médio, aproximadamente semelhante, o que caracteriza uma melhor eficiência de bombeio (maior coeficiente de ganho).

Tabela 4.6 – Sumário dos resultados para comparação entre o FM-EDFA modelo C5 e o amplificador apresentado em Kang et al. (2013).

Parâmetro	Valor (Kang et al. (2013))	Valor (metodologia proposta)
Modo de bombeio	LP _{01,p} e LP _{41,p} (4:6)	LP _{11,p}
DMG [dB]	< 1 dB para ganho > 20 dB	< 0,6 dB para ganho > 20 dB
DMG_{rms} [dB]	< 0,29 dB para ganho > 20 dB	< 0,25 dB para ganho > 20 dB
DMG_{rms} mínima [dB]	< 0,27 dB em 350 mW	< 0,28 dB em 180 mW
Ganho médio [dB]	21,6 dB em 350 mW	21,3 dB em 180 mW

É possível observar, no final desta seção, que o desempenho dos FM-EDFAs projetados por meio da metodologia sugerida neste trabalho, é superior àqueles descritos na literatura da área (KANG et al., 2012; KANG et al., 2013), exibindo maiores valores de ganho, melhor eficiência de bombeio e maior nível de equalização modal. Obtidos promissores resultados com o perfil de dopagem de geometria circular, busca-se investigar se perfis mais complexos fornecem resultados significativamente melhores. Este estudo é realizado na próxima seção.

4.2 Investigação do perfil de dopagem ótimo

Nesta seção, busca-se determinar a geometria de dopagem da FM-EDF e os modos que compõem o sinal de bombeio que maximizam o desempenho do FM-EDFA. O FRIP da FM-EDF é considerado uniforme. De uma forma geral, o perfil de dopagem pode ser definido como

$$N_0(\rho, \phi) = \sum_{i,j} N_{i,j}. \quad (4.4)$$

Os diferentes valores da densidade de íons $N_{i,j}$, ilustrada na Figura 4.8(a), são delimitados por $t_i(\phi) < \rho < t_j(\phi)$ e $\phi_i < \phi < \phi_j$. Devido à geometria cilíndrica da fibra e à distribuição de intensidade simétrica dos modos LP_{lm} em torno do núcleo, a função $t_i(\phi)$ é definida como

$$t_i(\phi) = x_{i,1} + x_{i,2} \cos(x_{i,3}\phi + x_{i,4}). \quad (4.5)$$

Figura 4.8 – (a) Área que representa a região dopada genérica com densidade de íons igual a $N_{i,j}$ e (b) exemplo de curvas polares geradas a partir da Expressão 4.5.

A Figura 4.8(b) ilustra dois gráficos polares gerados a partir da Expressão 4.5. De acordo com esta expressão é possível gerar figuras polares, como exemplo, rosáceas, cardioides e circunferências.

O estudo desta seção é dividido em duas análises, de acordo com distribuição de intensidade do modo do sinal de bombeio. A primeira considera sinais de bombeio cujos modos possuem distribuição de intensidade simétrica, como exemplo os modos LP_{0m} e LP_{lm} , estes obtidos por meio da soma dos casos degenerados LP_{lma} e LP_{lmb} . A segunda análise utiliza apenas os modos degenerados, cuja distribuição de intensidade é assimétrica. Para melhor compreensão da operação do FM-EDFA em função do perfil de dopagem, cada análise é dividida em duas partes (numérica e analítica).

4.2.1 Distribuições simétricas

Análise numérica

O sinal óptico de entrada é monocanal, composto por dois modos espaciais ($LP_{01,s}$ e $LP_{11,s}$) e seus respectivos casos degenerados. O comprimento de onda é igual a 1550 nm. A frequência normalizada escolhida é igual a 3,8 em 1550 nm, garantindo apenas dois modos espaciais propagantes com máxima diferença entre as constantes de propagação. Os parâmetros da FM-EDF são apresentados na Tabela 4.7. Os modos são fracamente

guiados devido aos valores do raio do núcleo a e da diferença entre os índices de refração do núcleo e da casca Δ (BOIVIN et al., 2013).

Tabela 4.7 – Parâmetros da FM-EDF utilizada na simulação.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
NA	0,13	σ_p^a [m ²]	$2,86 \times 10^{-25}$
Δ	$5,91 \times 10^{-3}$	σ_p^e [m ²]	0
a [μm]	7,18	σ_s^a [m ²]	$5,64 \times 10^{-25}$
N_0 [m ⁻³]	5×10^{24}	σ_s^e [m ²]	$5,71 \times 10^{-25}$

Como o comprimento de onda do sinal de bombeio é igual a 980 nm, a frequência normalizada é igual a 5,98 e, portanto, há seis modos espaciais propagantes (LP_{01,p}, LP_{11,p}, LP_{21,p}, LP_{02,p}, LP_{31,p} e LP_{12,p}). O conjunto de modos propagantes no comprimento de onda do sinal de bombeio é representado por S_{LP}^p .

O perfil de dopagem é descrito de acordo com a Expressão 4.4 e os limites da região dopada $N_{i,j}$ são definidos pela Expressão 4.5. Considerando apenas um modo de bombeio, o vetor solução é expresso como $\mathbf{x} = [x_{i,1} \dots, x_{i,4}, x_{j,1}, \dots, x_{j,4}]^T$ e corresponde às variáveis que definem o perfil de dopagem. O MOOP consiste em

$$\begin{aligned}
&\text{minimizar} && f_1(\mathbf{x}) = -\bar{\eta}, \\
&&& f_2(\mathbf{x}) = \sigma_\eta, \\
&\text{sujeito a} && 0 \leq x_1 \leq a, \\
&&& 0 \leq x_2 \leq a, \\
&&& 0 \leq x_3 \leq 20, \\
&&& -\pi/2 \leq x_4 \leq \pi/2,
\end{aligned} \tag{4.6}$$

em que a corresponde ao raio do núcleo da FM-EDF, x_1 às variáveis $x_{i,1}$ e $x_{j,1}$, x_2 às variáveis $x_{i,2}$ e $x_{j,2}$ e assim sucessivamente. Para determinar as soluções ótimas locais de acordo com os modos de bombeio do conjunto S_{LP}^p , seis simulações são realizadas. Em cada simulação apenas um modo é considerado. A população é composta por 50 indivíduos e o número de gerações limitadas a 100. A Figura 4.9 ilustra as fronteiras de Pareto (Apêndice B) obtidas para cada modo do conjunto S_{LP}^p .

O conjunto ótimo é obtido quando o modo de bombeio é LP_{11,p}. Neste caso, a variação dos valores das funções objetivo é a menor dentre os conjuntos. De um modo geral, os indivíduos exibem melhor desempenho ao utilizar os modos de mais baixa ordem.

Para os modos LP_{21,p}, LP_{31,p} e LP_{12,p}, o conjunto ótimo apresenta soluções isoladas, devido à limitação do número de gerações. As soluções obtidas a partir dos modos simétricos (LP_{01,p} e LP_{02,p}) apresentam grande variação da função $f_2(\mathbf{x})$.

Figura 4.9 – Fronteira de Pareto para cada conjunto de soluções obtidas de acordo com o modo de bombeio com distribuição de campo simétrica.

A Figura 4.10(a) ilustra a ordem máxima de dominância (*rank*) e a métrica de densidade (MD) em função da geração, considerando apenas o modo $LP_{11,p}$. É importante lembrar que estas métricas quantificam, em ordem, o nível de convergência para o chamado conjunto ótimo de Pareto e a manutenção da diversidade do conjunto de soluções. Estas métricas são descritas de forma detalhada no Apêndice B.

Figura 4.10 – Análise da convergência do NSGA-II aplicado na resolução do problema expresso pela Expressão 4.6, considerando apenas o modo de bombeio $LP_{11,p}$.

Na vigésima geração, há soluções dominadas, pois a ordem máxima é superior a um. A trigésima geração não apresenta nenhuma solução dominada, entretanto, há regiões com elevada densidade de soluções. Na última geração, a fronteira de Pareto é formada por soluções bem distribuídas ao longo de seus limites.

São selecionadas as quatro melhores soluções do conjunto ótimo global com valores de $f_1(\mathbf{x})$ e $f_2(\mathbf{x})$ mínimos. Os perfis correspondentes são ilustrados na Figura 4.11. Todos os perfis ilustrados possuem simetria cilíndrica devido à distribuição de intensidade dos modos espaciais (sinal de entrada e de bombeio).

Embora os formatos de dopagem do núcleo da FM-EDF escolhidos sejam visivelmente distintos, os valores da média (-2,96, -2,97, -2,98 e -2,97) e desvio padrão ($2,5 \times 10^{-6}$, $1,2 \times 10^{-3}$, $1,1 \times 10^{-2}$ e $7,7 \times 10^{-3}$) da integral de superposição, apresentados nas legendas das respectivas figuras, são similares. Portanto, apenas o perfil de dopagem ilustrado na Figura 4.11(d) é considerado na determinação do comprimento ideal da fibra dopada.

Figura 4.11 – Perfis de dopagem extraídos do conjunto ótimo obtido a partir da solução do problema expresso pela Equação 4.6, considerando apenas o modo de bombeio $LP_{11,p}$. Os valores médio e desvio padrão (normalizados por 10^{34}) da integral de superposição são apresentados na legenda dos respectivos perfis.

Como o nível de acoplamento entre os modos do sinal de entrada é diretamente proporcional ao comprimento da FM-EDF, fibras dopadas de pequeno comprimento são utilizadas para determinar a intensidade de bombeio de operação. Esta intensidade de bombeio é uma escolha de compromisso entre o ganho médio, a DMG e o coeficiente de ganho.

A Figura 4.12(a) ilustra o ganho médio, a DMG e o coeficiente de ganho em função

da intensidade de bombeio, em que o comprimento da FM-EDF é igual a 5 m. O modo $LP_{11,p}$ é o que constitui o sinal de bombeio. A intensidade de cada modo que compõem o sinal de entrada é igual a -35 dBm.

Figura 4.12 – Ganho médio, DMG e coeficiente de ganho em função (a) da potência do modo $LP_{11,p}$ (comprimento da FM-EDF igual a 5 m) e (b) do comprimento da FM-EDF (potência do modo $LP_{11,p}$ igual a 95 mW) com perfil definido de acordo com a Figura 4.11(d).

A diferença de ganho modal mínima é igual a 0,06 dB e ocorre quando a intensidade de bombeio é igual a 78 mW, enquanto o coeficiente de ganho máximo (0,49 dB/W) é observado para uma potência de bombeio igual a 85 mW. A região de saturação do amplificador inicia em ~ 95 mW. Para esta intensidade de bombeio, a DMG é inferior a 0,5 dB e o valor do coeficiente de ganho corresponde à $\sim 99\%$ do valor ótimo, sendo, portanto, escolhida como intensidade de bombeio de operação.

Em seguida, os mesmos parâmetros do FM-EDFA são analisados a partir da variação do comprimento da FM-EDF, considerando a potência de bombeio igual a 95 mW. Os demais parâmetros da fibra dopada e do sinal de entrada são mantidos constantes.

A Figura 4.12(b) ilustra o ganho médio, a DMG e o coeficiente de ganho em função do comprimento da FM-EDF. Quando o comprimento da fibra é aproximadamente 7 m, o ganho médio é próximo do máximo (35,14 dB) e a DMG próxima do valor mínimo (0,02 dB). Por estes motivos o comprimento ideal da FM-EDFA é igual a 7 metros.

O desempenho dos FM-EDFAs com FM-EDF de perfil de dopagem exibido na Figura 4.11 é ilustrado na Figura 4.13. As curvas denominadas **Perfil (a)** são obtidas a partir do FM-EDFA com FM-EDF de perfil ilustrado na Figura 4.11(a), as curvas denominadas **Perfil (b)** são obtidas a partir FM-EDFA com FM-EDF de perfil ilustrado na Figura 4.11(b) e assim sucessivamente. A potência do sinal de bombeio é igual a 100 mW.

Embora haja uma pequena diferença, conforme ilustra a ampliação na abcissa de valor igual a -20 dBm na Figura 4.13(a), é possível afirmar que o ganho médio é quase independente do perfil de dopagem selecionado. A relação entre o ganho médio e a

Figura 4.13 – (a) Ganho médio e (b) DMG do FM-EDFA com FM-EDF de comprimento igual a 7 m e potência do modo $LP_{11,p}$ igual a 100 mW. Os perfis de dopagem são ilustrados na Figura 4.11.

potência de entrada é linear como previsto pela relação entre $dP_{s,i}/dz$ e a potência da componente de sinal $P_{s,i}$ na Equação 3.33.

A DMG para cada perfil é ilustrada na Figura 4.13(b), sendo observadas diferenças de desempenho do FM-EDFA de acordo com o perfil de dopagem utilizado. Entretanto, com valores menores que 0,5 dB em toda a faixa de potência de entrada analisada. Estas diferenças ocorrem devido ao termo $\varphi(\rho, \phi, z)$ presente na Equação 3.33, considerado constante na obtenção da figura de mérito $\eta_{s,i}^p$ (Expressão 3.35).

Apesar da pequena diferença de desempenho, a integral de superposição fornece uma estimativa adequada para resolução do problema de otimização multiobjetivo no projeto de FM-EDFAs. É importante destacar que a metodologia proposta gera, como solução, diversos perfis de dopagem. Esta possibilidade de fornecer ótimos locais com diferentes perfis é também observada no método apresentado por Cocq et al. (2015).

Embora a simetria da fibra seja cilíndrica, não é necessário que o formato de dopagem seja anular. Amplificadores de fibras dopadas com perfis de dopagem gerados a partir de funções polares também apresentam desempenho ótimo, como ilustrado na Figura 4.13.

No entanto, de acordo com os resultados, perfis mais complexos, como perfis polares, não fornecem resultados significativamente melhores quando comparados ao perfil de dopagem de geometria circular. Devido à facilidade de fabricação, perfis de dopagem com geometria circular são mais utilizados em projetos de FM-EDFA para sistemas MDM (BAI et al., 2011; KANG et al., 2012; IP et al., 2014).

O próximo passo da análise é verificar se o perfil circular com setores de coroas circulares (dependência azimutal), como o perfil ilustrado na Figura 4.2(b), fornece melhores resultados quando comparado aos perfis circulares sem dependência azimutal, como os perfis ilustrados nas Figuras 4.2(a) e (c). A distribuição do modo de bombeio é simétrica para ambos os casos. Esta análise é realizada na próxima subseção.

Análise do perfil com geometria circular

Conforme apresentado na análise numérica, os perfis determinados pelo NSGA-II exibem desempenhos similares, entretanto, devido à facilidade de fabricação, o perfil anular é definido como perfil ótimo de dopagem da FM-EDF.

A função que descreve o conjunto de perfis ilustrados na Figura 4.2 é definida como

$$N_0(\rho, \phi) = g(\rho)h(\phi), \quad (4.7)$$

em que

$$g(\rho) = \begin{cases} N_{ij}, & \rho_i < \rho < \rho_j, \\ 0, & \text{c.c.}, \end{cases} \quad (4.8)$$

$$h(\phi) = \begin{cases} 1, & \phi_i < \phi < \phi_j, \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases} \quad (4.9)$$

A Figura 4.14 ilustra o setor de coroa circular definido pela Expressão 4.7. Para o caso em que $0 < \rho < a$ e $0 < \phi < 2\pi$, o perfil de dopagem é uniforme, enquanto anular, por exemplo, para $a/2 < \rho < a$ e $0 < \phi < 2\pi$. A partir destas definições, pretende-se determinar o perfil de geometria circular ótimo, considerando o perfil do modo de bombeio simétrico.

Figura 4.14 – Área que representa o setor da coroa circular dopada com densidade de íons igual a $N_{i,j}$.

Ao substituir a Expressão 4.7 na Expressão 3.35, a figura de mérito é reescrita como

$$\eta_{s,i}^p = \int_0^{2\pi} \int_0^a g(\rho)h(\phi)\Gamma_{s,i}(\rho, \phi)\Gamma_p(\rho, \phi)\rho d\rho d\phi. \quad (4.10)$$

A distribuição de intensidade dos modos espaciais é definida como

$$\Gamma(\rho, \phi) = f_{s,i}^2(\rho)q^2(\phi), \quad (4.11)$$

em que a função $f_{s,i}(\rho)$ é definida pela Expressão 2.43, enquanto a função $q(\phi)$ é igual a $\cos(l\phi)$ ou $\sin(l\phi)$ de acordo com a orientação do modo degenerado (par ou ímpar

respectivamente), em que l é o número de ordem azimutal. A expressão anterior é substituída na Expressão 4.10, obtendo-se

$$\begin{aligned}\eta_{s,i}^p &= \int_0^a \int_0^{2\pi} g(\rho) f_{s,i}^2(\rho) f_p^2(\rho) h(\phi) q_{s,i}^2(\phi) q_p^2(\phi) \rho \, d\phi \, d\rho, \\ &= \int_0^a g(\rho) f_{s,i}^2(\rho) f_p^2(\rho) \rho \, d\rho \int_0^{2\pi} h(\phi) q_{s,i}^2(\phi) q_p^2(\phi) \, d\phi.\end{aligned}\quad (4.12)$$

A primeira e segunda integrais da expressão anterior correspondem, em ordem, à superposição do perfil de dopagem e das distribuições de campo na direção radial e azimutal. Como o modo de bombeio apresenta perfil simétrico, observa-se que $q_p^2(\phi) = 1$. No caso em que o modo de sinal de entrada é simétrico, a função $q_s(\phi) = 1$ e a segunda integral da Expressão 4.12 é, no máximo, igual a 2π .

Conforme discutido anteriormente, para que o FM-EDFA apresente baixa DMG e elevado ganho médio é necessário que os valores de $-\bar{\eta}$ e σ_η , definidas nas Expressões 3.37 e 3.38, sejam mínimos.

Para que as integrais de superposição sejam semelhantes (desvio padrão nulo) é necessário que a primeira integral seja idêntica para todas as combinações entre os modos do sinal de entrada e o modo de bombeio. Outra condição necessária é que a segunda integral, no caso dos modos degenerados, seja idêntica para todas as combinações. Portanto

$$\begin{aligned}\int_0^{2\pi} h(\phi) q_{s,a}^2(\phi) \, d\phi - \int_0^{2\pi} h(\phi) q_{s,b}^2(\phi) \, d\phi &= 0, \\ \int_0^{2\pi} h(\phi) [\cos(l\phi)^2 - \sin(l\phi)^2] \, d\phi &= 0, \\ \int_{\phi_1}^{\phi_2} [\cos(l\phi)^2 - \sin(l\phi)^2] \, d\phi + \dots + \int_{\phi_i}^{\phi_j} [\cos(l\phi)^2 - \sin(l\phi)^2] \, d\phi &= 0, \\ \sin(2l\phi)|_{\phi_1}^{\phi_2} + \dots + \sin(2l\phi)|_{\phi_i}^{\phi_j} &= 0,\end{aligned}$$

em que $q_{s,a}$ representa a função $q(\phi)$ da componente na direção radial da distribuição de intensidade do modo de sinal degenerado par, enquanto $q_{s,b}$ representa o ímpar.

Para que a média das integrais de superposição seja elevada é necessário maximizar a segunda integral. Portanto, o problema consiste em maximizar:

$$\int_0^{2\pi} h(\phi) q_{s,i}^2(\phi) \, d\phi, \quad (4.13)$$

sujeito a:

$$\sin(2l\phi)|_{\phi_1}^{\phi_2} + \dots + \sin(2l\phi)|_{\phi_i}^{\phi_j} = 0. \quad (4.14)$$

A Figura 4.15 ilustra as funções definidas no problema de otimização, definido pelas Expressões 4.13 e 4.14. A Figura 4.15(d) ilustra a função $\sin(2l\phi)$, para o caso em que $l = 1$. O número de vales ou picos é determinada por $(2l)^2$.

Figura 4.15 – Avaliação da Integral 4.13 para modos de sinal (a) não degenerados; (b) degeneração par; (c) degeneração ímpar e (d) avaliação da função $\sin(2\phi)$. Em todos os casos é considerado $l = 1$.

As linhas pretas representam soluções da Equação 4.14, entretanto, não são soluções do problema de otimização. As linhas paralelas e perpendiculares à função $\phi_j = \phi_i$ indicam que as soluções da Equação 4.14 consistem em perfis com apenas um setor de coroa circular com arco constante. Por exemplo, no caso em que $\phi_j = \phi_i + \pi$, o perfil de dopagem consiste em um setor de coroa circular com arco igual a $a\pi$, em que a é o raio do núcleo da fibra.

A Figura 4.16 ilustra a interseção entre o setor de coroa circular, definido pela função $\phi_j = \phi_i + \pi$, e as distribuições de intensidade dos modos espaciais propagantes (LP_{01} , LP_{11a} e LP_{11b}). Nas três distribuições superiores os ângulos são $\phi_i = 0$ e $\phi_j = \pi$. É possível observar que a área de interseção entre o perfil de dopagem e as distribuições de intensidade dos modos espaciais degenerados são similares. As ilustrações inferiores correspondem ao caso em que $\phi_i = -\pi/3$ e $\phi_j = 2\pi/3$. Estes casos analisados não constituem

solução do problema de otimização.

De acordo com as Figuras 4.15(a), (b) e (c), o valor máximo da Integral 4.13 ocorre quando $(\phi_j, \phi_i) = (2\pi, 0)$. Desta forma, o desempenho ótimo do FM-EDFA ocorre quando o perfil de dopagem não apresenta dependência azimutal, considerando uma distribuição simétrica do modo de bombeio. Resta determinar se esta conclusão pode ser estendida para distribuição do modo de bombeio assimétrica. Esta análise é realizada na próxima subseção.

Figura 4.16 – Visualização da interseção entre o perfil de dopagem (setor de coroa circular com arco constante) e as distribuições de intensidade dos modos espaciais propagantes.

4.2.2 Distribuições assimétricas

Análise numérica

Nesta subseção, são considerados apenas os modos de bombeio com degeneração. O sinal óptico de entrada é composto por três modos espaciais ($LP_{01,s}$, $LP_{11a,s}$ e $LP_{11b,s}$) com comprimento de onda igual a 1550 nm. O sinal de bombeio em 980 nm é composto apenas por modos degenerados que pertencem ao conjunto $S_{LP}^p = LP_{11a\&b,s}$, $LP_{21a\&b,s}$, $LP_{12a\&b,s}$, $LP_{31a\&b,s}$. A frequência normalizada no comprimento de onda do sinal de entrada e de bombeio é, em ordem, igual a 3,8 e 5,98. Os parâmetros da FM-EDF são apresentados na Tabela 4.7.

O perfil de dopagem é descrito de acordo com a Expressão 4.4 e os limites da região dopada $N_{i,j}$ são definidos pela Expressão 4.5. O MOOP é definido de acordo com a Expressão 4.6.

Para determinar as soluções ótimas locais de acordo com os modos de bombeio do conjunto S_{LP}^p , quatro simulações são realizadas, considerando apenas os modos com degeneração par, pois a orientação dos modos de bombeio degenerados não altera a análise. Em cada simulação apenas um modo é considerado. A população é composta por 50 indivíduos e o número de gerações limitadas a 100.

Na Figura 4.17 são ilustradas as fronteiras de Pareto obtidas para cada modo de bombeio que pertence ao conjunto S_{LP}^p . Para maiores detalhes sobre a fronteira de Pareto consulte o Apêndice B.

Figura 4.17 – Fronteira de Pareto para cada conjunto de soluções obtidas de acordo com o modo de bombeio de distribuição de campo assimétrica.

O conjunto ótimo de Pareto consiste no grupo de indivíduos obtidos com o modo de bombeio $LP_{21a,p}$. Outro conjunto de soluções factíveis é formado com o modo $LP_{31a,p}$. As demais soluções, geradas a partir dos modos $LP_{11a,p}$ e $LP_{12a,p}$, exibem desempenho inferior e elevada variância das funções objetivo.

O conjunto de soluções obtido com os modos de bombeio $LP_{21a,p}$ e $LP_{31a,p}$ apresentam o mesmo espaço de objetivos daqueles determinados a partir dos modos de bombeio simétricos $LP_{21,p}$ e $LP_{31,p}$ respectivamente, ilustrados na Figura 4.9.

É importante observar que os indivíduos do conjunto ótimo de Pareto são obtidos com o modo $LP_{21a,p}$, cujo número de ordem azimutal ($l = 2$) é diferente do número de ordem azimutal dos modos que compõem o sinal de entrada ($l = 0$ & 1). Neste caso, é possível determinar uma região dopada em que as integrais de superposição entre os modos de sinal ($LP_{01,s}$, $LP_{11a,s}$ e $LP_{11b,s}$) e de bombeio ($LP_{21a,p}$) são máximas e similares entre si. Por outro lado, os modos de bombeio em que o número de ordem azimutal é idêntico ao dos modos do sinal de entrada, como exemplo o modo $LP_{12a,p}$, fornecem soluções com pior desempenho, de acordo com os dados ilustrados na Figura 4.17.

As melhores soluções dos conjuntos ilustrados na Figura 4.17 são selecionadas, cujos valores das respectivas funções objetivo $f_1(\mathbf{x})$ e $f_2(\mathbf{x})$ são, em ordem, menores que -2 e 0,02. Os perfis correspondentes são ilustrados na Figura 4.18 com valores das funções objetivos apresentados na legenda de cada figura. Ao considerar apenas o modo de bombeio $LP_{12a,s}$, nenhuma solução é selecionada.

Figura 4.18 – Perfis de dopagem extraídas do conjunto ótimo global obtido a partir da solução do problema expresso pela Equação 4.6. Os valores médio e desvio padrão (normalizados por 10^{34}) da integral de superposição são apresentados na legenda dos respectivos perfis.

As Figuras 4.18(a) e (b) ilustram os perfis selecionados ao considerar o modo $LP_{21a,p}$ como sinal de bombeio. O primeiro perfil consiste em uma geometria anular, em que o valor da função objetivo $f_1(\mathbf{x})$ correspondente é mínima dentre os perfis analisados. Este fato deve-se à maior área dopada da fibra ($\sim 100 \mu\text{m}^2$).

Outro perfil com simetria circular é ilustrado na Figura 4.18(d) com modo de bombeio $LP_{31a,p}$. Além do fato da área da região dopada deste perfil ($\sim 85 \mu\text{m}^2$) ser inferior à do perfil ilustrado na Figura 4.18(a), a ordem do bombeio do modo $LP_{31a,p}$ é superior, diminuindo o valor da média da integral de superposição.

Os demais perfis exibem assimetria (Figuras 4.18(b) e (c)), no entanto, os valores da média e desvio padrão da integral de superposição são próximos aos casos com geometria circular e, de acordo com os resultados obtidos na subseção Seção 4.2.1 (Análise numérica, Página 91), apresentam desempenho semelhante. Portanto, os perfis com geometria circular continuam sendo uma solução ótima e factível, mesmo quando o modo de bombeio é assimétrico. No entanto, o número de ordem azimutal do modo de bombeio e de sinal deve ser diferente, como exemplo, os modos de sinal $LP_{01,s}$ - $LP_{11a,s}$ -

LP_{11b,s} e de bombeio LP_{21,p}.

Resta determinar se bons resultados são obtidos ao empregar o perfil circular no caso em que o número de ordem azimutal do sinal de entrada e de bombeio são semelhantes. Para esta análise, e sem perda de generalidade, apenas o modo LP_{11a,p} é considerado, pois este modo não fornece soluções ótimas, de acordo com a Figura 4.17.

Desta forma, o perfil de dopagem definido pela Expressão 4.7 é utilizado e o MOOP novamente solucionado por meio do NSGA-II. As características da FM-EDF e do sinal de entrada são mantidas. O perfil de dopagem, que representa a solução com melhor desempenho, é ilustrado na Figura 4.19(a). Os raios que definem a coroa circular são $(\rho_i, \rho_j) = (2,29, 7,18) \mu\text{m}$ e os ângulos que definem os setores são $(\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4) = (1,05, 2,06, 4,24, 5,19) \text{ rad}$.

A Figura 4.19(b) ilustra o ganho modal e DMG do sinal óptico, considerando a FM-EDF com 10 metros de comprimento e intensidade do sinal de bombeio igual a 200 mW. Para efeitos de comparação, os valores de ganho modal e a DMG em função da intensidade do sinal de entrada do FM-EDFA com perfil de dopagem ilustrado na Figura 4.18(a), sob as mesmas circunstâncias de intensidade de bombeio e comprimento da FM-EDF, são ilustradas na Figura 4.19(c).

O FM-EDFA com modo de bombeio LP_{21a,p} apresenta ganho superior para todas as situações de potência de entrada consideradas, justificada pela maior área de dopagem da FM-EDF, de acordo com o perfil ilustrado pela Figura 4.18(a). Entretanto, o valor da DMG do FM-EDFA com modo de bombeio LP_{11a,p} é menor quando a potência de entrada é inferior a -25 dBm.

Contudo, o número de ordem azimutal do modo de bombeio deve ser diferente do número de ordem azimutal que compõem o sinal de entrada. Entretanto, é importante determinar uma relação entre os números de ordem azimutal do sinal de entrada e do sinal de bombeio. Estes fatos são tratados analiticamente na próxima seção.

Análise do perfil com geometria circular

Nesta seção, as propriedades do perfil com geometria circular, definida pela Expressão 4.7, são discutidos. É importante destacar que apenas os modos de bombeio com distribuição assimétrica são considerados. Primeiramente, a Expressão 4.12 é apresentada novamente como

$$\begin{aligned} \eta_{s,i}^p &= \int_0^a \int_0^{2\pi} g(\rho) f_{s,i}^2(\rho) f_p^2(\rho) h(\phi) q_{s,i}^2(\phi) q_p^2(\phi) \rho d\phi d\rho, \\ &= \int_0^a g(\rho) f_{s,i}^2(\rho) f_p^2(\rho) \rho d\rho \int_0^{2\pi} h(\phi) q_{s,i}^2(\phi) q_p^2(\phi) d\phi. \end{aligned} \quad (4.15)$$

A segunda integral da expressão anterior, que relaciona os modos de sinal e bombeio com o perfil de dopagem na direção azimutal, apresenta seis formas de acordo com a

Figura 4.19 – (a) Perfil de dopagem anular com dois setores de coroa circular (2SC-2R) com valor médio e desvio padrão normalizado por 10^{34} e (b) ganho médio e DMG em função da potência do sinal de entrada por modo, bombeio $LP_{11a,p}$ e (c) $LP_{21a,p}$. A intensidade de bombeio e o comprimento da FM-EDF são iguais a 200 mW e 10 m respectivamente em ambas situações.

combinação do modo de sinal ($3x$) e bombeio ($2x$). Tomando apenas a degeneração ímpar do modo de bombeio, a segunda integral da Expressão 4.15 é expressa como

$$\int_0^{2\pi} h(\phi) q_{s,i}^2(\phi) q_p^2(\phi) d\phi = \begin{cases} \int_0^{2\pi} h(\phi) \sin(l_p \phi)^2 d\phi, & l_s = 0, \\ \int_0^{2\pi} h(\phi) \sin(l_p \phi)^2 \cos(l_s \phi)^2 d\phi, & l_s \neq 0, \text{ par}, \\ \int_0^{2\pi} h(\phi) \sin(l_p \phi)^2 \sin(l_s \phi)^2 d\phi, & l_s \neq 0, \text{ ímpar}, \end{cases} \quad (4.16)$$

em que l_s e l_p representam, em ordem, o número de ordem azimutal do modo do sinal de entrada e do sinal de bombeio.

Para determinar perfis de dopagem que, quando bombeados, produzam sinais amplificados com ganhos modais elevados e baixa DMG, é necessário que a média e o desvio padrão de $\eta_{s,i}^p$ sejam otimizados. Entretanto, devido à igualdade entre as

componentes radiais dos casos degenerados, os termos da Expressão 4.16, que correspondem aos modos degenerados, devem ser idênticos. Portanto

$$\int_0^{2\pi} h(\phi) \sin(l_p \phi)^2 [\cos(l_s \phi)^2 - \sin(l_s \phi)^2] d\phi = 0,$$

$$\sum_{i,j} \left[\frac{\sin(2\phi(l_p - l_s))}{l_p - l_s} + \frac{\sin(2\phi(l_p + l_s))}{l_p + l_s} - \frac{2 \sin(2\phi l_s)}{l_s} \right] \bigg|_{\phi_i}^{\phi_j} = 0.$$

Logo, o problema consiste em maximizar:

$$\int_0^{2\pi} h(\phi) \sin(l_p \phi)^2 q_{s,i}^2(\phi) d\phi, \quad (4.17)$$

sujeito a:

$$\sum_{i,j} \left[\frac{\sin(2\phi(l_p - l_s))}{l_p - l_s} + \frac{\sin(2\phi(l_p + l_s))}{l_p + l_s} - \frac{2 \sin(2\phi l_s)}{l_s} \right] \bigg|_{\phi_i}^{\phi_j} = 0. \quad (4.18)$$

É importante analisar o problema acima de acordo com o número de ordem azimutal do modo de sinal e de bombeio. A primeira condição analisada é $l_p \neq l_s$. O valor máximo da Expressão 4.17 ocorre na coordenada $(\phi_j, \phi_i) = (2\pi, 0)$. A Figura 4.20 ilustra a avaliação da Equação 4.18 para diferentes tipos de combinação de valores de l_p e l_s . As diversas soluções desta equação são representadas por pontos pretos.

Na situação em que $l_p = 2$ e $l_s = 1$ (Figura 4.20(a)), como exemplo os modos $LP_{21a,p}$ e $LP_{11,s}$, uma solução da Equação 4.18 é $(\phi_j, \phi_i) = (\pi, 0)$, entretanto, não corresponde ao máximo da Expressão 4.17. Outra solução é $(\phi_j, \phi_i) = (2\pi, 0)$, que corresponde ao máximo da Expressão 4.17 e consiste na única solução do problema.

Quando o número de ordem azimutal do bombeio é igual a três (Figura 4.20(b)), o conjunto de soluções sofre alteração, entretanto o ponto $(2\pi, 0)$ é, novamente, a única solução do problema.

Para o caso em que a ordem azimutal do sinal é superior à ordem do bombeio (Figura 4.20(c) e (d)), as soluções contornam os vales e picos. Para todos os casos ilustrados na Figura 4.20, a solução do problema de otimização é $(\phi_j, \phi_i) = (2\pi, 0)$. Esta solução garante que a Expressão 4.17 é maximizada e a Expressão 4.18 satisfeita. Desta forma, é possível afirmar que quando o modo de bombeio é degenerado e o número de ordem azimutal do sinal e bombeio é diferente, o perfil de dopagem independe de ϕ , conforme discutido na subseção anterior.

Para $l_p = l_s$, a Expressão 4.18 é reescrita como

$$\sum_{j,i} \left[l_p \phi + \frac{\sin(4l_p \phi)}{4} - \sin(2l_p \phi) \right] \bigg|_{\phi_i}^{\phi_j} = 0. \quad (4.19)$$

Figura 4.20 – Avaliação da função definida na Equação 4.18 para diversos valores do número de ordem azimutal.

A Figura 4.21 ilustra a avaliação da equação anterior para diferentes valores de l_p e l_s . É importante observar que para todos os casos ilustrados, a solução da Equação 4.19 não corresponde ao ponto máximo da Expressão 4.17.

À medida que o número de ordem azimutal dos modos dos sinais aumenta, o número de elementos (ângulos) que compõem a solução aumenta. De uma forma geral, é possível estabelecer que a solução é composta por $2l_p$ pares de elementos. Outro fato é a diminuição do valor da Expressão 4.17 de acordo com o aumento da ordem azimutal dos modos.

Como exemplo, para o caso em que $l_p = 1$ e $l_s = 1$ (Figura 4.21(a)) a solução consiste em setores de coroa circular delimitados pelos ângulos $(\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4) = (2,05, 4,19, 5,19, 7,33)$. Esta solução é semelhante àquela obtida numericamente na seção anterior, cujo perfil ótimo é ilustrado na Figura 4.19(a). É importante observar a similaridade entre os resultados (analítico e numérico).

É possível afirmar que para o modo de bombeio degenerado e $l_p \neq l_s$, o perfil de dopagem ótimo é independente de ϕ e para $l_p = l_s$ o perfil é dependente da variável azimutal. Entretanto, para a condição simultânea, por exemplo, utilizar o modo $LP_{11a,p}$ e

Figura 4.21 – Avaliação da função definida na Expressão 4.19 para diversos valores do número de ordem azimutal.

os sinais $LP_{21a\&b,s}$ e $LP_{11a\&b,s}$, o perfil de dopagem não apresenta geometria anular ótima.

Ao observar as soluções do problema ilustrados na Figura 4.20(a) e Figura 4.21(a), é possível verificar que não há interseção entre o conjunto de solução, representado por pontos pretos nas figuras. Neste caso a solução é considerar uma geometria não anular ou utilizar um bombeio de ordem maior, como exemplo, $LP_{31,a}$. Neste caso, como a ordem azimutal do bombeio é diferente aos dos modos de sinal ($LP_{21a\&b,s}$ e $LP_{11a\&b,s}$), a geometria é independente de ϕ .

4.3 Análise WDM

A análise WDM do FM-EDFA consiste em utilizar um sinal óptico de entrada multiplexado em modos ($LP_{01,s}$ e $LP_{11,s}$) e em comprimento de onda (16 canais igualmente espaçados entre 1530 e 1550 nm).

Os parâmetros da FM-EDF de perfil anular utilizados são apresentados na Tabela 4.7. A metodologia é novamente aplicada e os raios que definem o perfil são $x_1 = 1,91 \mu\text{m}$ e

$x_2 = 7,18 \mu\text{m}$. O sinal de bombeio é composto apenas pelo modo $\text{LP}_{11,\text{p}}$. Este FM-EDFA é denominado modelo D5.

A equalização de ganho é controlada por meio do nível de inversão da população. Em EDFAs monomodo (*Single-mode Erbium-Doped Fiber Amplifier* – SM-EDFA), procura-se manter um nível moderado de inversão da população de íons na EDF, com a finalidade de obter baixos valores de diferença de ganho espectral (*Differential Spectral Gain* – DSG). Além deste parâmetro, no projeto de FM-EDFAs para sistemas WDM o valor da DMG deve ser minimizado. Portanto, no projeto de FM-EDFA busca-se uma relação de compromisso entre o ganho médio, a DSG e a DMG.

Como exemplo, a Figura 4.22 ilustra o ganho modal em função do comprimento de onda para três diferentes intensidades de bombeio. O sinal de entrada é composto por 16 canais igualmente espaçados entre 1530 e 1560 nm com quatro grupos de modos propagantes. Observa-se que a DSG é controlada pelo nível de inversão da população ao longo da fibra. Quando a intensidade do bombeio é elevada (350 mW), a população apresenta elevada inversão entre os estados e, portanto, a diferença de ganho espectral é elevada. De forma semelhante, quando o nível de inversão é baixo, ou seja, baixa intensidade de bombeio (70 mW), a DSG é também elevada. A DSG é mínima apenas para um nível moderado de inversão, obtido quando a intensidade de bombeio é igual a 140 mW.

Figura 4.22 – Ganho modal em função do comprimento de onda para diferentes intensidade de bombeio.

Os valores do ganho médio e DMG do sinal amplificado em função do comprimento da FM-EDF do FM-EDFA modelo D5 são ilustrados na Figura 4.23(a). A intensidade de bombeio é igual a 275 mW e a potência por canal é igual a -22 dBm (-10 dBm total). Cada ponto deste gráfico representa a média e o desvio padrão do parâmetro extraído do sinal amplificado composto por 16 canais.

Figura 4.23 – Desempenho do FM-EDFA modelo D5: (a) ganho médio e DMG em função do comprimento da FM-EDF e (b) ganho modal e DMG em função do comprimento de onda com comprimento ideal da FM-EDF igual a 16,4 m. A potência do sinal de entrada por canal é igual a -22 dBm e a intensidade de bombeio igual a 275 mW.

O ganho médio, cujo valor médio máximo é igual a 25,5 dB, é diretamente proporcional ao comprimento da FM-EDF até 12,8 m. Após este ponto, o valor do ganho médio decresce devido à absorção do sinal óptico amplificado. O valor mínimo do desvio padrão deste parâmetro ocorre no comprimento igual a 16,4 m, próximo ao ganho médio máximo. Neste caso, a DSG é mínima e igual a 3,3 dB, enquanto o ganho médio é igual a 25 dB, apenas 2 % inferior ao ganho médio máximo. Embora o aumento da DMG seja inferior a 0,15 dB (0,57 e 0,68 dB em 12,8 e 16,4 m respectivamente), a variação da DSG é igual a 1,9 dB (5,3 e 3,4 dB em 12,8 e 16,4 m respectivamente), o que justifica a escolha do comprimento ideal da FM-EDF como 16,4 m.

O espectro de ganho modal e o valor da DMG são ilustrados na Figura 4.23(b), sendo mantida a intensidade do sinal de entrada e de bombeio. A diferença de ganho modal é inferior a 0,68 dB ao longo de toda a banda óptica analisada, sendo, portanto, inferior à DSG. Neste caso, o principal fator de degradação do sinal óptico é o elevado valor da diferença de ganho espectral, penalizando os canais localizados na região de 1540 nm, pois o nível de ganho é ~ 2 dB inferior ao observado entre os canais 1545 e 1560 nm.

O comprimento ideal da FM-EDF varia conforme a intensidade do sinal de entrada e de bombeio, devido à mudança do nível de inversão. Para exemplificar esta afirmação, a Figura 4.24 ilustra o desempenho do FM-EDFA modelo D5. No primeiro caso, ilustrado na 4.24(a), a intensidade de bombeio varia entre 100 e 345 mW e a potência por canal é igual a -22 dBm, totalizando -10 dBm por modo. Para cada situação de bombeio o comprimento ideal da FM-EDF é determinado.

Quanto maior a intensidade de bombeio, maior é o comprimento da fibra necessário para absorver o sinal de bombeio e garantir uma inversão moderada ao longo da fibra. Da mesma forma, o ganho médio e a DSG são proporcionais à intensidade de bombeio,

Figura 4.24 – Desempenho do FM-EDFA modelo D5 em função (a) da potência de bombeio do modo $LP_{11,p}$ e -22 dBm por canal e (b) potência do sinal de entrada por canal e 275 mW de intensidade de bombeio.

cujos valores máximos ocorrem em 345 mW de bombeio. Por outro lado, o valor da DMG é inversamente proporcional ao nível óptico de bombeio.

O desempenho do FM-EDF modelo D5 em função da potência do sinal de entrada é ilustrado na Figura 4.24(b), considerando a intensidade de bombeio igual a 275 mW. De forma semelhante ao observado na Figura 4.24(a), o comprimento ideal varia conforme a potência do sinal de entrada, entretanto, de forma inversamente proporcional. Ao fixar a intensidade do sinal de bombeio em uma condição de baixa potência, há uma elevada inversão dos portadores no início da fibra. Como se busca um nível moderado de inversão, o comprimento da fibra dopada é elevada para baixos níveis de sinal de entrada.

Embora o comprimento ideal da FM-EDFA seja variável de acordo com a intensidade do sinal de entrada e de bombeio, na prática, é necessário definir esta característica da fibra dopada para construção do FM-EDFA.

De acordo com os requisitos do amplificador, define-se sua região de operação de acordo com a potência de saída e o ganho desejado por canal. Para aplicação em enlaces ópticos de longa distância, define-se a região de ganho igual a 20-25 dB e potência por canal entre -25 e -15 dBm, de acordo com Ip et al. (2014). Ao considerar o ponto central desta faixa de operação (ganho e potência por canal igual a 22,5 dB e -20 dBm respectivamente), o comprimento da FM-EDF é definido como 15,3 m, de acordo com a Figura 4.24(b). A Figura 4.25 ilustra o desempenho do FM-EDFA modelo D5 nesta condição.

Para baixas potência de bombeio, como exemplo 135 mW, a DSG é elevada com pequenos níveis de ganho médio, impossibilitando o uso deste amplificador em enlaces de longo alcance. Neste caso, a elevada desigualização de ganho é motivada pelo comprimento da FM-EDF, pois, devido à baixa potência de bombeio, apenas a região do início da fibra apresenta inversão moderada.

Ao longo do restate da fibra dopada, a região entre 1540 e 1560 nm apresenta menor

Figura 4.25 – Desempenho do FM-EDFA modelo D5 (FM-EDF com 15,3 m) em função (a) da potência de bombeio do modo $LP_{11,p}$ e -22 dBm por canal e (b) potência do sinal de entrada por canal e 275 mW de intensidade de bombeio.

emissão quando comparada à região próxima a 1530 nm. Para intensidade de bombeio superior a 180 mW, o ganho médio é superior a 20 dB, a DSG e DMG inferiores a 4,8 e 1 dB respectivamente. Enquanto a DMG máxima é igual a 0,8 dB, a DSG mínima é igual a 3,4 dB em 240 mW de intensidade de bombeio.

O desempenho do FM-EDFA modelo D5 com FM-EDF de comprimento igual a 15,3 m em função da potência de entrada por canal é ilustrado na Figura 4.25(b). Em condições de elevado nível de potência de entrada, apenas a entrada da fibra apresenta inversão moderada. No restante da FM-EDF, o sinal óptico do final da banda sofre maior atenuação quando comparado aos canais localizados no início da banda, o que gera elevados valores de DSG. Quando a potência de entrada é igual a -20 dBm por canal, a diferença de ganho espectral é mínima e igual a 3,2 dB, enquanto o valor da DMG máxima é igual a 0,6 dB, com ganho médio igual a 23,9 dB.

Em Kang et al. (2012), um sinal de entrada composto por seis canais ópticos igualmente espaçados entre 1530 e 1560 nm é amplificado por meio do FM-EDFA, com ganho médio $\sim 22,5$ dB, diferença de ganho modal máxima igual a 2 dB e DSG $\sim 1,5$ dB. Embora mais informações não sejam detalhadas, apenas a potência do modo de bombeio $LP_{01,p}$ igual a 250 mW, estes resultados correspondem à melhor condição de operação deste FM-EDFA.

Na próxima seção, o FM-EDFA será analisado de acordo com as variações dos seus parâmetros relativos ao processo de fabricação e com o nível de acoplamento entre os possíveis modos de bombeio. Estas situações constituem cenários não ideais de operação do FM-EDFA.

4.4 Análise do FM-EDFA frente a cenários não ideais

4.4.1 Variação dos parâmetros da FM-EDF

Durante o processo de fabricação da EDF, os parâmetros relacionados com a região dopada da fibra, como densidade de íons, podem não ser idênticos aos definidos no projeto (BECKER et al., 1999). Para analisar o desempenho do FM-EDFA nestas circunstâncias, são simuladas e discutidas três situações: alteração (a) da densidade de íons por meio de um filtro gaussiano aplicado ao perfil, (b) dos valores dos raios que definem o perfil de dopagem e (c) da densidade de íons.

Embora os perfis de dopagem projetados apresentem densidade de íons constante na coroa circular, durante o processo de fabricação pelo método MCVD (*Modified Chemical Vapor Deposition*) a distribuição espacial dos íons de érbio (Er^{3+}) assemelha-se à função gaussiana (COCQ et al., 2013).

Com a finalidade de observar o impacto deste problema no desempenho do FM-EDFA, o perfil de dopagem projetado é suavizado por meio de um filtro gaussiano, de acordo com (YOUNG; VLIET, 1995):

$$N_0^s[n] = \sum_{k=1}^{n_g} N_0[k-n]g[k] = N_0[n] * g[n], \quad (4.20)$$

em que $N_0^s[n]$ representa a densidade de íons de érbio discretizada e suavizada, $N_0[n]$ a densidade de íons de érbio discretizada, $*$ representa o operador de convolução discreta e $g[n]$ a resposta ao impulso do filtro gaussiano com $n = 0, \dots, n_f$. O valor de n_f é o inteiro mais próximo de $a/\rho_r - 1$ e ρ_r é a resolução da discretização na direção radial do perfil de dopagem. Para esta simulação, a fibra dopada é dividida em 100 segmentos, com raio do núcleo $a = 9 \mu\text{m}$ e resolução $\rho_r = 0,09 \mu\text{m}$.

O filtro gaussiano é definido como (YOUNG; VLIET, 1995):

$$g[n] = \exp\left(-\frac{n^2}{2\sigma^2}\right), \quad (4.21)$$

$$\sum_{n=0}^{n_g} g[n] = 1, \quad (4.22)$$

com σ e n_g inteiros. O valor de n_g é escolhido como $n_g \approx 5\sigma$ (YOUNG; VLIET, 1995). A resposta ao impulso do filtro gaussiano é ilustrada na Figura 4.26 para $n_g = 85$ e três valores distintos de σ .

A Figura 4.27(a) ilustra o resultado da aplicação deste filtro no perfil de dopagem da FM-EDF utilizada no FM-EDFA modelo A5, projetado na Subseção 4.1.1 (2 modos, Página 81).

O ganho médio é ilustrado na Figura 4.27(b). A variação deste parâmetro é desprezível, independentemente do nível de suavização do perfil de dopagem. Ao analisar a DMG, ilustrada na Figura 4.27(c), observa-se que os valores absolutos

Figura 4.26 – Resposta ao impulso do filtro gaussiano.

máximos de cada situação são semelhantes e sempre inferiores a 0,5 dB. Estes valores são justificados pelo valor correspondente da integral de superposição, calculada para cada perfil ilustrado na Figura 4.27(a) e apresentados na Tabela 4.8. A média da integral de superposição mantém-se elevada, enquanto o valor do desvio padrão permanece baixo. Portanto, é previsto que os valores de ganho médio e DMG sejam similares, independente do valor de σ .

Tabela 4.8 – Integral de superposição (normalizada por 10^{34}) considerando o modo de bombeio $LP_{11,p}$ e os perfis gerados a partir da suavização do perfil original por meio do filtro gaussiano.

$\eta_{i,s}^{11,p}$	$\sigma = 5$	$\sigma = 11$	$\sigma = 17$
$LP_{01,s}$	4,99	4,74	4,53
$LP_{11,s}$	4,92	4,65	4,42
$\bar{\eta}$	4,95	4,69	4,48
σ_{η}	0,06	0,07	0,08

O trabalho de Cocq et al. (2013) apresenta um estudo semelhante, entretanto, é considerado um sinal WDM com quatro canais ópticos igualmente espaçados entre 1530 e 1560 nm e quatro grupos de modos. Na primeira situação, em que o perfil ótimo não é alterado, o valor mínimo da DMG é igual a 0,9 dB no canal 1540 nm. Entretanto, quando o perfil de dopagem é suavizado por um filtro gaussiano, o valor da DMG é, aproximadamente, igual a 8 dB no canal 1560 nm.

Embora a situação estudada em Cocq et al. (2013) seja distinta da considerada nesta

Figura 4.27 – (a) Perfis de dopagem gerados a partir da suavização do perfil original por meio do filtro gaussiano. (b) Ganho médio e (c) DMG em função da potência do sinal de bombeio de acordo com o parâmetro σ do filtro. Intensidade óptica de entrada igual a -10 dBm por modo no comprimento de onda de 1530 nm. O modo de bombeio considerado é o $\text{LP}_{11,p}$ em 980 nm.

seção, para obter o perfil de dopagem ótimo, Cocq et al. realizaram 15 simulações a partir da resolução das equações de taxa e propagação da FM-EDFA apresentadas no Capítulo 3 (Metodologia de projeto, Página 57). Ademais, no trabalho de Cocq et al. (2013) não é justificado por qual motivo houve degradação do desempenho do FM-EDFA devido ao nível de suavização do perfil.

A metodologia sugerida neste trabalho, considera a avaliação de uma integral dupla, definida pela Expressão 3.35, e até três simulações a partir da resolução das equações de taxa e propagação. Por meio da média e desvio padrão das integrais de superposição é possível justificar, quando houver, o motivo da degradação no desempenho do FM-EDFA.

No segundo caso estudado, os raios que definem a coroa circular $[x_1, x_2]$ foram modificados e o desempenho do FM-EDFA analisado. O parâmetro Δ_r multiplica os raios e um novo perfil é obtido, com $[x_1^n, x_2^n] = [\Delta_r x_1, \Delta_r x_2]$, em que x_1^n e x_2^n representam os novos valores de x_1 e x_2 , respectivamente. O desempenho do FM-EDFA de acordo

com os diferentes valores de Δ_r é ilustrado na Figura 4.28.

Figura 4.28 – (a) Ganho médio e (b) DMG em função da intensidade de bombeio para diferentes variações dos raios que definem o perfil de dopagem. Intensidade óptica de entrada igual a -10 dBm por modo no comprimento de onda de 1530 nm. O modo de bombeio considerado é o $LP_{11,p}$ em 980 nm.

O ganho médio, ilustrado na Figura 4.28(a), apresenta uma variação máxima, entre os casos analisados, de ~ 2 dB em 180 mW, com gradativa diminuição à medida que a intensidade de bombeio aumenta.

Essa variação é justificada devido ao nível de saturação da FM-EDF. Como a área da coroa circular é proporcional à Δ_r , quanto menor este parâmetro, por exemplo 0,9 (-10%), menor é a região dopada da fibra e mais saturado estará o FM-EDFA, considerando uma potência de bombeio idêntica em todas as situações.

Essa conclusão é confirmada ao determinar o coeficiente de ganho entre as intensidades de bombeio iguais a 180 e 200 mW. O maior coeficiente de ganho é obtido para o caso em que $\Delta_r = 1,05$ (5%) e menor quando $\Delta_r = 0,90$, o que sugere um maior nível de saturação deste caso. Por este motivo, na situação em que $\Delta_r = 0,9$ o ganho médio é maior. Observa-se que para qualquer valor de Δ_r analisado, a DMG é superior a 0,5 dB.

Devido à incorporação dos íons via solução (BECKER et al., 1999), a densidade de íons de érbio N_0 não é igual à especificada no projeto. Considerando o FM-EDFA modelo A5, o valor de N_0 é alterado e o desempenho analisado. Os novos valores de densidade são $16,5 \times 10^{24}$ (10%) e $13,5 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$ (-10%). Estudo semelhante é apresentado por Kang et al. (2014b). A Figura 4.29 ilustra o ganho médio e a DMG em função da intensidade de bombeio de acordo com a densidade de dopagem da FM-EDF.

A diferença máxima entre os ganhos médios é ~ 1 dB em 180 mW. Com menor densidade de íons, maior é o nível de saturação do amplificador, o que explica os maiores ganhos para a variação de N_0 igual a -10%. De acordo com a Figura 4.29(b), o valor absoluto da DMG é ligeiramente superior a 0,5 dB em 320 mW de intensidade de

Figura 4.29 – (a) Ganho médio e (b) DMG em função da intensidade de bombeio para diferentes níveis de densidade de íons de érbio.

bombeio para o caso em que a densidade é 10% inferior à original (FM-EDFA modelo A5).

É possível concluir que dentre os três problemas apresentados durante o processo de fabricação da fibra, alterar os raios que definem o perfil de dopagem acarreta maior degradação do desempenho do FM-EDFA em termos de DMG. A fabricação de fibras dopadas com diferentes níveis de densidade de íons em cada coroa circular é um desafio, considerando a utilização da técnica MCVD/solução (KANG et al., 2014b). Entretanto, abordagens alternativas oferecem um melhor controle do nível e região de dopagem, como o método MCVD com dopagem por fase de vapor (UNGER et al., 2014).

4.4.2 Critérios de acoplamento

Durante o processo de amplificação, há acoplamento entre os modos propagantes na FM-EDF. Este fenômeno ocorre entre os modos do sinal de entrada. Devido à intensidade do sinal de bombeio, embora apenas um modo seja excitado, modos espúrios podem ser gerados (JUNG et al., 2014).

Como apenas um modo de bombeio é considerado na metodologia de projeto de FM-EDFAs apresentada neste trabalho, a geração de modos indesejáveis afeta o valor do ganho médio e da DMG do sinal. O primeiro estudo sobre o impacto da excitação de modos espúrios e acoplamento entre modos de bombeio é realizado por Bai et al. (2011), entretanto, não é apresentado nenhuma solução para o problema.

O nível de acoplamento entre dois modos i e j pode ser quantificado pelo coeficiente de acoplamento C_{ij} e equivale à fração da potência do i -ésimo modo transferida para o j -ésimo modo por unidade de comprimento [m^{-1}] (BAI et al., 2011). Este coeficiente é proporcional à diferença entre as constantes de propagação dos modos. Um valor típico

para fibra dopada com érbio para poucos modos (FM-EDF) produzida por meio do método MCVD é $0,01 \text{ m}^{-1}$ (BAI et al., 2011).

A Figura 4.30 ilustra o desempenho do FM-EDFA modelo A5 sob três condições de bombeio. Em duas situações apenas um modo de bombeio é considerado e com coeficiente de acoplamento nulo. Na outra situação, o modo $LP_{11,p}$ é injetado na fibra e o coeficiente de acoplamento é igual a $0,02 \text{ m}^{-1}$ ($d = C_{ij}$). Neste caso, a diferença de desempenho é desprezível quando comparado ao desempenho do FM-EDFA com modo de bombeio ótimo ($LP_{11,p}$) devido ao pequeno comprimento da fibra dopada (3,5 m). Entretanto, quando apenas o modo $LP_{01,p}$ é utilizado, o valor da DMG é superior aos demais casos ($> 2 \text{ dB}$). Este fato é previsto pelo valor do desvio padrão da integral de superposição, apresentado na Tabela 4.2 (Página 84).

Figura 4.30 – Desempenho do FM-EDFA modelo A5 considerando três situações de bombeio. Intensidade óptica de entrada igual a -10 dBm por modo no comprimento de onda de 1530 nm. O modo de bombeio considerado é o $LP_{11,p}$ em 980 nm.

Para que o amplificador apresente pouca dependência com o modo de bombeio é necessário determinar um perfil de dopagem em que a média e desvio padrão das integrais de superposição sejam otimizadas para mais de um modo de bombeio simultaneamente. O vetor solução é expresso como $\mathbf{x} = [x_1, x_2]^T$. Desta forma o MOOP é redefinido como

$$\begin{aligned}
 &\text{minimizar} \quad f_1(\mathbf{x}) = -\overline{\eta_1}, \\
 &\quad \quad \quad f_2(\mathbf{x}) = \sigma_{\eta_1}, \\
 &\quad \quad \quad f_3(\mathbf{x}) = -\overline{\eta_2}, \\
 &\quad \quad \quad f_4(\mathbf{x}) = \sigma_{\eta_2}, \\
 &\text{sujeito a} \quad 0 \leq x_1 < x_2, \\
 &\quad \quad \quad x_1 \leq x_2 \leq a,
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

em que $\eta_1 = \eta_{i,s}^{01,p}$ e $\eta_2 = \eta_{i,s}^{11,p}$ representam as integrais de supersposição considerando os modos $LP_{01,s}$ e $LP_{11,s}$ respectivamente. Ao solucionar este problema, será garantido que

o desempenho apresentará baixa dependência com o nível de acoplamento ou à excitação dos modos espúrios do sinal de bombeio.

A solução deste problema de otimização multiobjetivo, obtida por meio do NSGA-II, é um perfil que otimiza o desempenho do amplificador para dois modos simultaneamente. Em cada geração, cujo número é limitado a 100, são considerados 50 indivíduos. Os parâmetros da FM-EDF são idênticos ao utilizado no FM-EDFA modelo A5, apresentados na Tabela 4.1 (Página 81).

A solução ótima é $\mathbf{x} = [x_1, x_2]^T = [3,98 \mu\text{m}, 6,86 \mu\text{m}]^T$. Este FM-EDFA é denominado de modelo B5.

A integral de superposição para cada combinação é ilustrada na Tabela 4.9. Para os modos de bombeio considerados, o valor do desvio padrão das respectivas integrais de superposição está abaixo de 0,15. O valor da média de $\eta_{i,s}^{01,p}$ e $\eta_{i,s}^{11,p}$ está abaixo da observada para o FM-EDFA modelo A5 (ver Tabela 4.2), entretanto ainda elevado.

Tabela 4.9 – Integral de superposição (normalizada por 10^{34}) para as combinações entre os modos de sinal e bombeio, considerando a FM-EDF modelo B5.

$\eta_{i,s}^{01,p}$	LP _{01,p}	LP _{11,p}
LP _{01,s}	2,93	3,45
LP _{11,s}	2,75	3,45
$\bar{\eta}$	2,84	3,45
σ_{η}	0,13	0

A Figura 4.31 ilustra o desempenho do FM-EDFA modelo B5 em função da intensidade de bombeio. As situações de bombeio consideradas são semelhantes àquelas utilizadas para obtenção da Figura 4.30.

O ganho médio é semelhante nas situações em que o modo injetado é LP_{11,p}. Entretanto, quando o modo LP_{01,p} é utilizado, o ganho médio é $\sim 0,8$ dB abaixo do ganho médio observado nas demais situações. Este valor é justificado pelo valor inferior da média de $\eta_{i,s}^{01,p}$ (2,84) quando comparado ao valor de $\eta_{i,s}^{11,p}$ (3,45).

A DMG do sinal óptico amplificado é semelhante ao da situação em que o modo injetado é LP_{11,p}. O valor da diferença de ganho modal nestes casos não ultrapassa 0,1 dB. Ao considerar apenas o modo LP_{01,p} a DMG é limitada entre -0,8 e -0,6 dB, aproximadamente.

Figura 4.31 – Desempenho do FM-EDFA modelo B5 considerando três situações de bombeio.

4.5 Conclusões parciais

Neste capítulo foram apresentados os resultados das simulações realizadas com FM-EDFAs projetados de acordo com a metodologia discutida no Capítulo 3. Foram projetados dois amplificadores para dois e quatro modos denominados, em ordem, de FM-EDFA modelo A5 e C5, considerando um sinal de entrada monocanal. Seus desempenhos são comparados aos dos amplificadores ópticos apresentados nos trabalhos (KANG et al., 2012; KANG et al., 2013), mostrando-se superiores em todos os aspectos, como menor diferença de ganho modal e maior ganho médio, além de uma melhor eficiência de bombeio. Para um sinal de entrada WDM, foi projetado o FM-EDFA modelo D5, que, assim como os modelos A5 e C5, apresentam excelentes resultados quando comparados aos amplificadores apresentados na literatura da área.

Especificamente, uma das principais contribuições desta tese é a investigação do perfil ótimo de dopagem. Neste estudo, dividido em duas etapas de acordo com a simetria do modo de bombeio, é mostrado que, em termos práticos, o perfil de geometria circular é ótimo. Em simulação, outros perfis de geometria não circular também apresentam excelentes resultados, entretanto, como sua fabricação é complexa, o perfil de geometria circular é escolhido.

A relação entre a simetria do modo de bombeio e do perfil de dopagem pode ser resumida em quatro pontos:

1. Para um modo de bombeio simétrico (não degenerado), independentemente dos modos que compõem o sinal de entrada, o perfil de dopagem ótimo é simétrico (independente de ϕ) com geometria circular;
2. Para um modo de bombeio assimétrico (degenerado) com número de ordem azimutal diferente dos modos que compõem o sinal de entrada, como $LP_{01,s}$ - $LP_{11a,s}$ - $LP_{11b,s}$

- e $LP_{21a,p}$, o perfil de dopagem ótimo é simétrico (independente de ϕ) com geometria circular;
3. Para um modo de bombeio assimétrico (degenerado) com número de ordem azimutal igual ao dos modos degenerados que compõem o sinal de entrada, como $LP_{01,s}$ - $LP_{11a,s}$ - $LP_{11b,s}$ e $LP_{11a,p}$, o perfil de dopagem ótimo é assimétrico (dependente de ϕ) com geometria circular;
 4. Para um modo de bombeio assimétrico (degenerado) com número de ordem azimutal igual a pelo menos um dos modos degenerados que compõem o sinal de entrada e diferente dos demais, como $LP_{01,s}$ - $LP_{11a\&b,s}$ - $LP_{21a\&b,s}$ e $LP_{11a,p}$, o perfil de dopagem não apresenta geometria circular ótima;

Por fim, o desempenho do FM-EDFA foi analisado frente aos efeitos não ideais gerados durante o processo de fabricação da fibra dopada, como variação da densidade de íons e alteração dos valores dos raios que definem o perfil de dopagem. É possível concluir que dentre os problemas apresentados durante o processo de fabricação da fibra, alterar os raios que definem o perfil de dopagem acarreta maior degradação do desempenho do FM-EDFA em termos de DMG. Quanto à geração de modos espúrios de bombeio, a partir da figura de mérito, foi projetado um novo amplificador, denominado FM-EDFA modelo B5, cujo desempenho apresenta baixa dependência com a composição do sinal de bombeio, considerando apenas os modos $LP_{01,p}$ e $LP_{11,p}$, sendo uma outra contribuição deste trabalho.

Análise de sistemas ópticos baseados em multiplexação modal

Os sistemas ópticos baseados em multiplexação modal (*Mode Division Multiplexing* – MDM) utilizam a propriedade da ortogonalidade entre os modos (MARCUSE, 1974) para transmitir múltiplas portadoras em um mesmo comprimento de onda, entretanto, em modos de propagação distintos. Sistemas ópticos MDM são utilizados em transmissão de longo alcance com detecção coerente (IP et al., 2014; RANDEL et al., 2012) e em aplicações de curto alcance com detecção direta (MURSHID et al., 2008).

A estrutura básica de um sistema óptico MDM coerente com diversidade em polarização é ilustrada na Figura 5.1, cujo formato de modulação escolhido é *m*-QAM (*Quadrature Amplitude Modulation*). O sistema é composto por três blocos: transmissor, canal e receptor.

Figura 5.1 – Estrutura de um sistema óptico de transmissão baseado em multiplexação modal.

O transmissor óptico gera um sinal modulado em formato *m*-QAM e multiplexado em

polarização (*Polarization Division Multiplexing* – PDM). O número de canais ópticos (N_A) é determinado pela razão entre a banda disponível (e.g. banda C) e o espaçamento entre as portadoras (e.g. 50 GHz). Em seguida, os sinais ópticos modulados são multiplexados em comprimento de onda (*Wavelength Division Multiplexing* – WDM). Estes sinais são combinados em modos distintos e ortogonais por um multiplexador de modos (*Mode Multiplexer* – MMUX). O resultado do bloco de transmissão é um sinal composto por N_A comprimentos de onda em cada um dos N_B modos espaciais. O bloco de transmissão é discutido na Seção 5.1 (Transmissor, Página 123).

O bloco seguinte é constituído por amplificadores a fibra dopada com érbio de poucos modos (*Few-Mode Erbium-Doped Fiber Amplifier* – FM-EDFA) e segmentos de fibra de poucos modos (*Few-Mode Fiber* – FMF). Este conjunto (FMF e FM-EDFA) repete-se N_L vezes, de acordo com o comprimento total do enlace óptico. A atenuação da FMF e as perdas adicionais (conectores e emendas) são compensadas pelo FM-EDFA. Antes do receptor óptico, é utilizado um pré-amplificador FM-EDFA para compensar as perdas dos demultiplexadores. A FMF é discutida na Seção 2.1 (Fibra de poucos modos, Página 43), enquanto o FM-EDFA é apresentado em detalhes na Seção 3.2 (EDFA de poucos modos, Página 63).

Após a propagação e amplificação, cada portadora óptica é recuperada por meio de um demultiplexador de modos (MMUX) seguido por um demultiplexador WDM (*Wavelength Multiplexer* – WMUX). Em seguida, a portadora é enviada ao receptor óptico coerente. Os sinais analógicos gerados pelos detectores balanceados são convertidos em sinais digitais e algoritmos de processamento digital de sinais (*Digital Signal Processing* – DSP) são aplicados para compensar os efeitos lineares (HO; KAHN, 2014) e não lineares (MUMTAZ et al., 2013) sofridos pelo sinal ao longo da propagação na FMF. O receptor óptico coerente é tratado na Subseção 5.3.1 (Princípio da recepção coerente, Página 137), enquanto os algoritmos de processamento na Subseção 5.3.4 (Processamento digital de sinais, Página 143).

O sistema óptico MDM, monocal e WDM, é simulado na última seção deste capítulo. Especificamente acerca da simulação do sistema óptico MDM monocal, três situações são estudadas: (a) uso de amplificadores a fibra dopada com érbio monomodo (*Single-mode Erbium-Doped Fiber Amplifier* – SM-EDFA) com multiplexadores de modos, (b) uso de FM-EDFA sem otimização (perfil uniforme) e (c) com otimização, adotando a metodologia apresentada no Capítulo 3.

No que se segue, o simulador Gênesis, utilizado para simulação do amplificador óptico no Capítulo 4 (Projeto e análise de FM-EDFAs, Página 79), é utilizado para gerar, amplificar, detectar e processar o sinal óptico MDM-PDM-WDM. O simulador comercial VPItransmissionMakerTM (VPI Photonics, 2015) é utilizado para simular a FMF, empregando as interfaces de comunicação entre este aplicativo e o MatLab.

5.1 Transmissor

A Figura 5.2 ilustra o diagrama de blocos do transmissor óptico de formato PDM m -QAM com três canais ópticos ($N_A = 3$) e três modos espaciais ($N_B = 3$). A portadora óptica $\mathbf{E}_{cw}(t)$, gerada pelo laser semiconductor, é modulada de acordo com o formato de modulação escolhido.

O conjunto de N_b bits, definido como $a_{1k}, a_{2k}, \dots, a_{N_b k}$, da fonte de informação, é representado por um símbolo complexo b_k de um alfabeto B e elementos B_n ($n = 1, \dots, M, M = 2^{N_b}$). A partir do símbolo b_k , o pulso elétrico $c_k(t)$ é gerado e enviado ao modulador óptico. As características do alfabeto B e do formato do sinal modulante $c_k(t)$ dependem do formato e da técnica de modulação óptica escolhida (SEIMETZ, 2009).

Em seguida, os diferentes sinais ópticos modulados são multiplexados em comprimento de onda, formando um feixe com N_A canais ópticos. Este conjunto de sinais propaga-se no modo fundamental LP_{01} , mesmo modo espacial das portadoras ópticas geradas pelos lasers semicondutores. O modo HE_{11} é linearmente polarizado (*Linearly Polarized* – LP), com um ponto máximo e sem dependência azimutal, o que motiva denominá-lo também de LP_{01} (KAMINOW et al., 2013).

O último estágio do transmissor é a multiplexação modal. De uma forma geral, este processo consiste em converter os N_B modos LP_{01} incidentes em modos espaciais ortogonais, por exemplo LP_{11a} e LP_{11b} , e, em seguida, combiná-los por meio de um combinador de feixes (*beam combiner*) (KAMINOW et al., 2013), formando o sinal $\mathbf{E}(t)$.

A intensidade da portadora óptica modulada $\mathbf{E}_s(t)$ deve ser suficiente para compensar as perdas de inserção dos componentes passivos presentes no transmissor, como exemplo, multiplexadores de comprimento de onda e de modos. Caso a intensidade do sinal seja inferior à ideal, é adicionado um amplificador a fibra dopada com érbio monomodo para cada conjunto WDM. O campo elétrico de saída é definido como a soma dos campos elétricos de cada portadora óptica λ_i e de cada modo espacial μ

$$\mathbf{E}(t) = \sum_{\mu=1}^{N_B} \sum_{i=1}^{N_A} \mathbf{E}_{\mu, \lambda_i}(t). \quad (5.1)$$

5.1.1 Laser semiconductor

O laser semiconductor é um dispositivo que gera, a partir da emissão estimulada de fótons, um campo eletromagnético. Este fenômeno físico ocorre quando um fóton incidente estimula a migração do elétron, no estado excitado, para o estado fundamental. Durante esta transição, os fótons emitidos possuem as mesmas características do fóton incidente (AGRAWAL, 2002). O campo elétrico gerado pelo laser semiconductor é expresso por (SEIMETZ, 2009)

$$\mathbf{E}_{cw}(t) = \sqrt{P_s} \cdot e^{j(w_s t + \varphi_o)} \cdot \mathbf{e}_s, \quad (5.2)$$

Figura 5.2 – Estrutura de um transmissor óptico PDM m -QAM com multiplexação modal.

em que P_s [W] representa a intensidade, w_s [rad/s] a frequência angular, φ_o [rad] a fase inicial e $\mathbf{e}_s$ o vetor unitário de polarização do campo elétrico. Entretanto, na prática, ocorre também decaimento espontâneo dos elétrons. Este processo provoca a emissão espontânea de fótons com direção e fase aleatórias. Ao considerar este ruído de amplitude e fase, o campo elétrico é reescrito como (SEIMETZ, 2009)

$$\mathbf{E}_{cw}(t) = \sqrt{P_s + \delta P} \cdot e^{j(w_s t + \varphi_o + \varphi_{n_s})} \cdot \mathbf{e}_s, \quad (5.3)$$

em que δP [W] representa a variação de intensidade e φ_{n_s} [rad] o ruído de fase. Para aplicações em SM-EDFAs, empregados em enlaces ópticos de longa distância, são utilizados lasers semicondutores de bombeio no comprimento de onda de 980 nm (± 2 nm) e potência óptica máxima igual a 720 mW ($\pm 7,2$ mW) (JDSU, 2014).

Em sistemas ópticos coerentes é importante observar o ruído de fase do sinal transmitido. A variância do erro de fase é expressa como (SEIMETZ, 2009)

$$\langle \Delta \varphi_{n_s}^2 \rangle = 2\pi \Delta \nu_s |\vartheta| \quad (5.4)$$

em que $\Delta\nu_s$ [Hz] é a largura de linha do laser semiconductor e ϑ [s] o intervalo de observação. A variância do erro de fase é diretamente proporcional à largura de linha e ao intervalo de observação. A importância de lasers com baixos valores de largura de linha em sistemas ópticos coerentes é discutida na Seção 5.3 (Receptor, Página 137). A largura de linha e intensidade óptica típica de lasers semicondutores utilizados em transmissores 100G são, em ordem, igual a 300 KHz e 15,5 dBm (CIVCOM, 2014; NEOPHOTONICS, 2014).

5.1.2 Modulador Óptico

O modulador óptico é o componente responsável por modular a portadora óptica $\mathbf{E}_{cw}(t)$ a partir do sinal modulante $c_k(t)$. São utilizados três tipos de moduladores em sistemas ópticos coerentes: modulador de fase (*Phase Modulator* – PM), modulador Mach-Zehnder (*Mach-Zehnder Modulator* – MZM) e modulador fase-quadratura (*In-phase and Quadrature Modulator* – IQM).

O substrato mais utilizado em moduladores ópticos de alto desempenho é o niobato de lítio (LiNbO_3), pois apresenta alta eficiência de acoplamento com a fibra, baixa perda e elevado coeficiente eletro-óptico (EO). A partir da difusão térmica de átomos de titânio (Ti) sobre o cristal de LiNbO_3 , o índice de refração deste composto (Ti:LiNbO_3) é $\sim 0,01$ superior ao substrato de LiNbO_3 , formando o guia de onda.

No modulador de fase, o sinal é modulado a partir da variação do índice de refração do guia óptico. Esta variação ocorre devido à aplicação de um campo elétrico externo de amplitude igual a E [V/m]. A variação de fase do sinal que passa através do guia óptico de Ti:LiNbO_3 é expressa por (CHIN, 1989)

$$\Delta\phi = \frac{\pi}{\lambda} n^3 r E L, \quad (5.5)$$

em que λ [m] é o comprimento de onda do sinal óptico, n o índice de refração do guia EO, r o coeficiente EO e L [m] o comprimento do eletrodo.

Figura 5.3 – Modulador óptico de fase (PM) com substrato EO de LiNbO_3 .

De acordo com a Figura 5.3, o guia óptico é inserido entre os eletrodos espaçados a uma distância igual a d . A tensão aplicada ao eletrodo é igual a $V_m(t)$, denominada de

tensão de operação. Como $E = V_m(t)/d$, a tensão necessária para que a variação de fase do sinal seja 180° é

$$V_\pi = \frac{\lambda}{n^3 r} \frac{d}{L}. \quad (5.6)$$

A variação de fase é reescrita como

$$\Delta\phi = \pi \frac{V_m(t)}{V_\pi}. \quad (5.7)$$

Após a passagem do sinal óptico através do modulador de fase, o sinal modulado é expresso por

$$\mathbf{E}_s(t) = \mathbf{E}_{cw}(t) \cdot e^{j\Delta\phi(t)} = \mathbf{E}_{cw}(t) \cdot e^{j\left(\pi \frac{V_m(t)}{V_\pi}\right)}. \quad (5.8)$$

De acordo com a expressão anterior, há alteração apenas da fase do sinal de entrada.

O MZM realiza a modulação de intensidade de um sinal óptico por meio da variação do índice de refração. É utilizada uma estrutura interferométrica Mach-Zehnder, que converte modulação de fase em modulação de intensidade. A Figura 5.4 ilustra o esquema básico de um MZM. Na porta de entrada do MZM, há uma junção-Y que divide o sinal óptico em duas porções iguais. Os sinais gerados nesta divisão propagam-se em dois guias ópticos independentes. Assim como no PM, a fase é alterada de acordo com a tensão elétrica aplicada em cada guia. Em seguida, os sinais são combinados por meio de uma outra junção-Y. De acordo com a variação de fase de cada guia, o sinal resultante pode apresentar maior (interferência construtiva) ou menor (interferência destrutiva) amplitude.

Figura 5.4 – Modulador óptico Mach-Zehnder (MZM) com substrato EO de LiNbO₃.

O dispositivo é considerado sem perdas. A tensão aplicada aos guias superior e inferior é igual a $V_1(t)$ e $V_2(t)$ respectivamente. Dessa forma, o sinal de saída é expresso como

$$\mathbf{E}_s(t) = \mathbf{E}_{cw}(t) \cdot \left(\frac{1}{2} e^{j\Delta\phi_1(t)} + \frac{1}{2} e^{j\Delta\phi_2(t)} \right) = \mathbf{E}_{cw}(t) \cdot \left(\frac{1}{2} e^{j\left(\pi \frac{V_1(t)}{V_\pi}\right)} + \frac{1}{2} e^{j\left(\pi \frac{V_2(t)}{V_\pi}\right)} \right). \quad (5.9)$$

Caso a tensão aplicada seja idêntica em ambos os guias ($V_1(t) = V_2(t)$), o sinal óptico é modulado apenas em fase. Este modo de operação é denominado *push-push*. Quando

$V_1(t) = -V_2(t)$, o modo de operação é denominado *push-pull*. Neste caso, o sinal de saída é reescrito como

$$\mathbf{E}_s(t) = \mathbf{E}_{cw}(t) \cdot \cos \left[\frac{\pi}{2} \frac{V_1(t)}{V_\pi} \right]. \quad (5.10)$$

em que $V_1(t)$ é a tensão de operação. A transmitância (T_{MZM}) e a função de transferência (H_{MZM}) do MZM em função de $V_1(t)/V_\pi$ são ilustradas na Figura 5.5. A primeira característica observada é a periodicidade da T_{MZM} . Outro ponto importante é a simetria de T_{MZM} e H_{MZM} em relação ao eixo da ordenada. Estas características permitem operar o MZM no eixo positivo ou negativo da abscissa, sendo necessário apenas inverter a tensão de operação.

Um exemplo de aplicação do MZM como modulador de intensidade é ilustrado na Figura 5.5. Este formato de modulação é denominado chaveamento liga-desliga (*On-Off Keying* – OOK). Os pulsos elétricos $c_k(t)$, gerados a partir dos símbolos b_k , modulam a portadora óptica $\mathbf{E}_{cw}(t)$. A tensão de operação varia entre 0 e $-V_\pi$, representando os símbolos 1 e 0 respectivamente. O símbolo 1 representa intensidade óptica na saída do MZM, caracterizado pela máxima transmitância, enquanto o símbolo 0 é caracterizado pela mínima transmitância, ou ausência de intensidade óptica. Não ocorre variação de fase do sinal modulado.

Figura 5.5 – Operação do MZM no modo de operação *push-pull*.

O modulador IQM é composto por dois MZM e um PM, conforme ilustra a Figura 5.6. O sinal óptico de entrada é dividido igualmente entre os guias ópticos superior e inferior, que correspondem, em ordem, ao guia de fase (I) e quadratura (Q). Neste último guia, a tensão de controle do PM é constante e igual a $-1/2V_\pi$. O atraso de fase, de acordo com a Equação 5.7, é igual a $-\pi/2$. Em ambos os guias, o MZM é utilizado em modo *push-pull* no ponto mínimo de transmitância (Figura 5.5). Após combinar os sinais no acoplador

de saída do modulador, o sinal óptico é expresso por (SEIMETZ, 2009)

$$\mathbf{E}_s(t) = \mathbf{E}_{cw}(t) \cdot \left[\frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{V_I(t)}{V_\pi}\right) + \frac{j}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{V_Q(t)}{V_\pi}\right) \right], \quad (5.11)$$

em que $V_I(t)$ e $V_Q(t)$ correspondem à tensão de controle do sinal de fase e quadratura respectivamente. De acordo com a Equação 5.11, é possível modular os sinais óptico em formato fase-quadratura, como exemplo, QPSK (*Quadrature Phase Shift Keying*) e 16-QAM.

Figura 5.6 – Modulador óptico fase-quadratura (IQM) com substrato EO de óptico de LiNbO₃.

5.1.3 Chaveamento de fase (PSK)

No formato de modulação por chaveamento de fase (*Phase Shift Keying* – PSK), a fase da portadora $\mathbf{E}_{cw}(t)$ é modulada pelo sinal modulante $c_k(t)$. Como dispositivo de modulação de fase, o PM apresenta características inapropriadas para sistemas ópticos coerentes, como exemplo, variação de frequência do sinal ao longo da duração do símbolo (gorjeio). Este fenômeno pode acarretar a perda de sincronismo no receptor (SEIMETZ, 2009).

É possível utilizar o MZM como modulador de fase. Em relação ao PM, algumas vantagens são obtidas, como exemplo, o sinal modulado livre de gorjeio (exceto entre as transições de símbolos), a variação de fase igual a π independente da variação de tensão e tolerância às imperfeições do sinal modulante (HO, 2005; GNAUCK; WINZER, 2005). A desvantagem apresentada é gerar apenas variação de fase igual a π , o que restringe sua aplicação ao formato BPSK (*Binary Phase Shift Keying*). Este formato é utilizado em sistemas coerentes comerciais de longa distância para transmissão de dados a 40 Gbit/s (SALSI et al., 2010), pois oferece um ganho de sensibilidade no receptor de 3 dB em relação ao formato OOK (GNAUCK; WINZER, 2005).

A Figura 5.7 ilustra a geração do sinal BPSK utilizando um MZM. A tensão pico-à-pico do sinal modulante $c_k(t)$ é igual a $2V_\pi$. Os níveis de tensão 0 e $-2V_\pi$ representam, em ordem, os símbolos 1 e 0. Pelo fato do MZM ser utilizado no ponto mínimo de

Figura 5.8 – Geração do sinal óptico QPSK por meio de um IQM.

é afetada (KAMINOW et al., 2013). As perdas sofridas pelo sinal ao longo da propagação na FMF são compensadas no FM-EDFA. Assim como na fibra, as características do amplificador, para cada modo, devem ser similares.

5.2.1 Propagação do sinal óptico

Nesta seção, a equação de propagação do sinal óptico na fibra é determinado a partir da Equação 2.23 (Fibra de poucos modos, Página 46). A fibra óptica é considerada um meio linear. Apenas os efeitos de atenuação, dispersão e acoplamento entre modos são considerados.

O primeiro caso analisado é a propagação na SMF. Neste tipo de fibra há dois modos com degeneração em polarização, portanto, $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = [A_x(\mathbf{r}, t) \ A_y(\mathbf{r}, t)]^T$. A fibra é perfeitamente simétrica, portanto a constante de propagação dos modos degenerados em polarização é igual a $\tilde{\beta}$, cujo valor é determinado por meio da solução da Equação 2.22, considerando apenas um modo espacial propagante (LP_{01}). A Equação 2.23 é reescrita como (AGRAWAL, 2001)

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}}{\partial z} = j \tilde{\mathbf{A}} (\tilde{\beta} - \beta_0), \quad (5.12)$$

em que o termo $\tilde{\beta}^2 - \beta_0^2$ é aproximado por $2\beta_0 (\tilde{\beta} - \beta_0)$. Ao considerar os efeitos lineares na fibra ($\alpha(w) \neq 0$), a permissividade elétrica, definida pela Expressão 2.16, é reescrita como (AGRAWAL, 2001)

$$\tilde{\epsilon}_r(w) = \left[n(w) + j \frac{\alpha(w)}{2k_0} \right]^2. \quad (5.13)$$

Ao solucionar a Equação 2.22 por meio do método de perturbação de primeira ordem, nota-se que a segunda parcela à direita da Expressão 5.13 não afeta o valor de $\tilde{\beta}$ e de $F_{lm}(\rho, \phi)$ (AGRAWAL, 2001). Entretanto, a constante de propagação é definida por

$$\tilde{\beta}(w) = \beta(w) + \Delta\beta, \quad (5.14)$$

em que $\beta(w)$ representa a parcela dependente da frequência e $\Delta\beta$ os efeitos lineares da fibra, definido por $\alpha\omega/2$.

A variável $\beta(w)$ pode ser aproximada pela série de Taylor até a terceira ordem em torno da portadora w_0 de acordo com

$$\beta(w) \approx \beta_0 + (w - w_0)\beta_1 + \frac{1}{2}(w - w_0)^2\beta_2 + \frac{1}{6}(w - w_0)^3\beta_3, \quad (5.15)$$

em que

$$\beta_i = \left. \frac{\partial^i \beta(w)}{\partial w^i} \right|_{w=w_0}. \quad (5.16)$$

A Equação 5.12 é reescrita como

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}}{\partial z} = j\tilde{\mathbf{A}} \left((w - w_0)\beta_1 + \frac{1}{2}(w - w_0)^2\beta_2 + \frac{1}{6}(w - w_0)^3\beta_3 \right) - \frac{\alpha}{2}\tilde{\mathbf{A}}. \quad (5.17)$$

A Equação 5.17 expressa a propagação do sinal óptico no domínio da frequência. Estas características são definidas pelo coeficiente de atenuação e dispersão da fibra. A transformada de Fourier inversa é aplicada na equação anterior, obtendo-se

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + j\frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 \mathbf{A}}{\partial t^3} + \frac{\alpha}{2} \mathbf{A} = 0. \quad (5.18)$$

A degeneração em polarização em SMFs é mantida apenas quando a fibra apresenta o núcleo perfeitamente circular. Neste caso, o valor de $\tilde{\beta}(w)$ é idêntico para as polarizações x e y e os índices de refração apresentam o mesmo valor, $n_x(w) = n_y(w)$. Entretanto, durante o processo de fabricação ou pelo processo de tração mecânica, eventuais variações do raio do núcleo provocam a quebra da degeneração em polarização e a fibra adquire birrefringência (AGRAWAL, 2002). Como consequência, os índices de refração dos modos degenerados em polarização são diferentes ($n_x(w) \neq n_y(w)$). A birrefringência é quantificada como

$$B_m = |n_x(w) - n_y(w)| = \frac{1}{k_0} |\tilde{\beta}_x - \tilde{\beta}_y|. \quad (5.19)$$

Esta diferença entre as constantes de propagação implica em uma troca periódica de potência entre os modos degenerados (MARCUSE, 1974). Este período é definido como comprimento de batimento (*beat-length*), expresso como (AGRAWAL, 2002)

$$L_m = \frac{\lambda}{B_m}, \quad (5.20)$$

em que λ [m] é o comprimento de onda do sinal. O valor do comprimento de batimento em SMFs comerciais é entre 10 e 100 m no comprimento de onda de 1550 nm (MARCUSE et al., 1997). O atraso relativo entre os modos degenerados em polarização é definido como (AGRAWAL, 2002)

$$\Delta T_m = L (\beta_1^x - \beta_1^y), \quad (5.21)$$

em que L [m] é o comprimento da fibra óptica e β_1^{-1} [m/s] é a velocidade de grupo. Este atraso é conhecido como atraso diferencial de grupo (*Differential Group Delay* – DGD). A Figura 5.9 ilustra o efeito da DGD em dois pulsos ópticos lançados sem atraso em uma fibra com birrefringência constante. Ao longo da fibra, o pulso propagante no modo de polarização com menor índice de refração apresenta maior velocidade de grupo, enquanto o outro pulso, menor velocidade. Na saída da fibra, os pulsos são detectados com atraso no receptor, cujo valor é definido pela Expressão 5.21. Este fenômeno é semelhante à dispersão cromática, pois o pulso óptico formado pela combinação dos pulsos multiplexados em polarização apresenta maior largura quando comparado ao lançado inicialmente na fibra. Por este motivo, este efeito é denominado de dispersão de modo de polarização (*Polarization-Mode Dispersion* – PMD) de primeira ordem (AGRAWAL, 2002).

Em um sistema baseado em detecção coerente, a PMD é compensada no receptor por meio de algoritmos que exploram as características do sinal modulado, como exemplo, o algoritmo de módulo constante (*Constant Modulus Algorithm* – CMA). Mais detalhes sobre a detecção coerente são apresentados na Seção 5.3 (Receptor, Página 137).

Figura 5.9 – Efeito da DGD em um pulso óptico multiplexado em polarização em uma fibra com birrefringência constante.

Nas fibras de polarização mantida a DGD é considerada constante, pois as eventuais variações de simetria devido a trações mecânicas ou variação de temperatura são desconsideradas quando comparadas à assimetria intencional imposta à fibra durante o processo de fabricação. Entretanto, em fibras comerciais utilizadas em enlaces de longo alcance, a birrefringência varia de forma aleatória com a distância e o tempo. Por este motivo, os modos de polarização da fibra interagem de forma também aleatória.

A Figura 5.10 ilustra o modelo utilizado para representar os efeitos gerados pela birrefringência na fibra. Neste método, denominado de passo esparsa (MARCUSE et al., 1997) (*Coarse Step Method* – CSM), a fibra de comprimento L , é segmentada em N_T seções, cujas características, como birrefringência e estado de polarização do sinal, são

constantes. Cada segmento de fibra não deve ser superior ao comprimento de batimento L_m , definido na Expressão 5.20 (MARCUSE et al., 1997). Entre cada seção de fibra, uma matriz de rotação unitária é aplicada ao sinal, definida como (MARCUSE et al., 1997)

$$\mathbf{R}_i(\theta_i, \alpha_i) = \begin{pmatrix} e^{j\theta_i} \cos \alpha_i & e^{j\theta_i} \sin \alpha_i \\ -\sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{pmatrix} \quad (5.22)$$

em que $i = 1, \dots, N_T$, α_i e θ_i são variáveis aleatórias com distribuição uniforme no intervalo $[0, 2\pi]$.

Figura 5.10 – Modelo da fibra com birrefringência aleatória.

Neste caso a Equação 5.18 é reescrita como

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + j \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 \mathbf{A}}{\partial t^3} + \frac{\alpha}{2} \mathbf{A} = 0. \quad (5.23)$$

em que

$$\beta_1 = \begin{pmatrix} \beta_1^x & 0 \\ 0 & \beta_1^y \end{pmatrix}. \quad (5.24)$$

Os demais parâmetros dos modos degenerados em polarização, como dispersão e coeficiente de atenuação, são idênticos.

A partir da ortogonalidade dos modos espaciais, é possível transmitir canais com o mesmo comprimento de onda em diferentes modos, possibilitando elevar a capacidade do sistema. Assim como na SMF, a ortogonalidade dos modos espaciais é garantida pela perfeita simetria da fibra. Entretanto, pelos mesmos motivos responsáveis pela quebra de simetria da SMF, a FMF apresenta assimetrias que afetam a ortogonalidade entre os modos.

Os modos espaciais na FMF apresentam diferentes constantes de propagação, ocasionando diferentes velocidades de propagação. Este fenômeno é denominado atraso diferencial de grupo modal (*Differential mode group delay* – DMGD) (KAMINOW et al., 2013).

Em uma FMF, a equação de propagação dos modos espaciais é descrita por (KAMINOW et al., 2013)

$$\frac{\partial A_\mu}{\partial z} = -j\tilde{\beta}_\mu A_\mu + \sum_{\nu \neq \mu} C_{\mu\nu}(z) A_\nu \quad (5.25)$$

em que A_μ representa a envoltória de variação lenta do modo LP_{lm} e $C_{\mu\nu}(z)$ o coeficiente de acoplamento entre os modos LP_{lm} e LP_{qn} . Na Equação 5.25, a primeira parcela representa os efeitos de atenuação e dispersão cromática, enquanto o segundo, descreve o efeito do acoplamento entre os modos espaciais.

O índice de refração da fibra é modificado devido às perturbações sofridas pela fibra, seja durante o processo de fabricação ou durante o processo de instalação. Estas perturbações afetam o índice de refração, expresso como

$$n^2(x, y, z) = n_0^2(x, y) + \delta n^2(x, y) \cdot f(z), \quad (5.26)$$

em que $f(z)$ é a função que descreve a perturbação ao longo do comprimento da fibra. A constante $C_{\mu\nu}(z)$ é definida como (MARCUSE, 1974)

$$C_{\mu\nu}(z) = -j \frac{w\varepsilon_0}{4} f(z) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta n^2(x, y) \mathbf{E}_\nu^*(x, y) \cdot \mathbf{E}_\mu(x, y) dx dy. \quad (5.27)$$

O acoplamento entre os modos espaciais depende da perturbação do índice de refração. Ao considerar a FMF perfeitamente simétrica ($\delta n^2(x, y) = 0$) a integral de superposição (*overlap integral*) entre os modos espaciais LP_{lm} e LP_{qn} é nula, pois os modos espaciais são ortogonais. Da mesma forma, uma perturbação constante ou independente de (x, y) não gera acoplamento entre os modos espaciais propagantes. Entretanto, quando ocorre a quebra de simetria e a FMF apresenta perturbação do índice de refração em função de (x, y) , os modos espaciais propagantes são acoplados.

Ao considerar dois modos propagantes com índice de refração independente de z , a Equação 5.25 é reescrita como (KAMINOW et al., 2013)

$$\frac{dA_1}{dz} = -j\tilde{\beta}_1 A_1 + C_{12} A_2, \quad (5.28)$$

$$\frac{dA_2}{dz} = -j\tilde{\beta}_2 A_2 - C_{12}^* A_1. \quad (5.29)$$

A potência óptica normalizada é lançada no modo 1, ou seja, $A_1(0) = 1$ e $A_2(0) = 0$. A solução do sistema de equações diferenciais anterior é (KAMINOW et al., 2013)

$$A_1(z) = \exp(-j\tilde{\beta}_e z) \left(\cos \gamma z - j \frac{\Delta\beta}{2\gamma} \sin \gamma z \right), \quad (5.30)$$

$$A_2(z) = \exp(-j\tilde{\beta}_e z) \frac{C_{12}}{\gamma} \sin \gamma z \quad (5.31)$$

em que

$$\tilde{\beta}_e = \frac{\tilde{\beta}_1 + \tilde{\beta}_2}{2}, \quad (5.32)$$

$$\gamma^2 = \left(\frac{\Delta\beta}{2} \right)^2 + |C_{12}|^2, \quad (5.33)$$

$$\Delta\beta = \tilde{\beta}_1 - \tilde{\beta}_2. \quad (5.34)$$

Os sinais apresentam a mesma constante de propagação $\tilde{\beta}_e$, cujo valor é a média das constantes dos modos considerados. A energia é acoplada periodicamente entre os sinais, gerando interferência intersimbólica. O *cross-talk* entre modos ocorre quando o sinal é acoplado entre dois modos e permanece no modo não original até a recepção. A interferência intersimbólica ocorre quando o *cross-talk* é acoplado novamente ao modo espacial de origem após a propagação naquele modo com diferente velocidade de grupo (RICHARDSON et al., 2013).

A Figura 5.11 ilustra a amplitude dos sinais em função de γz . De acordo com os gráficos, há troca periódica de energia entre os modos espaciais, devido às parcelas $\sin \gamma z$ e $\cos \gamma z$ presentes nas Expressões 5.30 e 5.31.

A parcela de energia acoplada depende da razão $C_{12}/\Delta\beta$. Quanto menor a diferença entre as constantes de propagação dos modos espaciais, maior é o nível de acoplamento. Por outro lado, quanto menor o acoplamento entre os modos, maior a DMGD. Este efeito também pode ser observado ao analisar a diferença de fase entre os sinais, ilustrada na Figura 5.11(d). Quando $C_{12} \gg \Delta\beta$, a diferença de fase é nula, exceto durante a inversão de intensidade óptica dos modos. Para o caso em que $C_{12} \ll \Delta\beta$, a diferença de fase é linear com γz , o que acarreta acúmulo de DMGD ao longo do enlace óptico. Portanto, pequenas perturbações na estrutura da fibra óptica geram acoplamento entre os modos degenerados, seja em polarização, seja espacialmente.

Na condição em que $\Delta\beta \gg 0$, o acoplamento entre modos é baixo e a DMGD elevada, devido à amplitude do fator $C_{12}/\Delta\beta$. Esta forma de propagação é denominada de fracamente acoplada e consiste em elevar a DMGD de forma a detectar simultaneamente N_B modos espaciais, utilizando N_B receptores coerentes e N_B equalizadores dinâmicos 2×2 (RICHARDSON et al., 2013). Neste caso, o projeto da FMF deve priorizar o baixo nível de acoplamento entre os modos espaciais, cujo nível limita o comprimento do enlace do sistema óptico.

O perfil de índice em degrau é mais utilizado (SILLARD et al., 2014). O valor da frequência normalizada é escolhido de forma a maximizar a diferença entre os índices. Por exemplo, no caso de dois modos propagantes, o valor de V é igual a 3,8, enquanto para quatro modos de propagação, $V = 5,1$. Esta escolha garante o valor máximo de $\Delta\beta$. As demais características da fibra, como perda por curvatura e área efetiva dos modos, são determinados pelo raio do núcleo e os valores dos índices do núcleo e da casca da fibra.

Outra abordagem consiste em elevar o acoplamento entre os modos espaciais de forma a tornar baixo o valor de $\Delta\beta$. Esta forma de propagação é denominada de fortemente acoplada (SILLARD et al., 2014).

Embora a DMGD e acoplamento nulos sejam ideais para diminuir a complexidade no receptor, estes parâmetros influenciam outros efeitos no sinal óptico, como a não linearidade, perda e ganho dependente do modo (RICHARDSON et al., 2013). Como o acoplamento entre os modos é inevitável, sendo compensado por um equalizador, este

Figura 5.11 – Intensidade normalizada da envoltória em função da razão entre a diferença entre as constantes de propagação e a constante de acoplamento entre os modos 1 e 2.

efeito deve ser explorado. Pela troca de energia de forma periódica, os símbolos são descorrelacionados, o que limita os efeitos não lineares de fase (MUMTAZ et al., 2013).

O modelo utilizado para representar o acoplamento entre os modos espaciais é semelhante ao utilizado na SMF para descrever o acoplamento entre os modos degenerados em polarização. Da mesma forma, a FMF é dividida em segmentos de comprimento dz , em que o acoplamento ocorre apenas durante as transições entre as seções de fibras. As características da FMF são constantes em cada segmento. O acoplamento é descrito como uma rotação unitária arbitrária dos modos propagantes como (YAMAN et al., 2012)

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{i+1} &= e^{j\theta_i} \cos \alpha_i \mathbf{A}_i + e^{j\varphi_i} \sin \alpha_i \mathbf{B}_i, \\ \mathbf{B}_{i+1} &= -e^{-j\varphi_i} \sin \alpha_i \mathbf{A}_i + e^{-j\theta_i} \cos \alpha_i \mathbf{B}_i, \end{aligned} \quad (5.35)$$

em que $\mathbf{A}_i = [A_{xi} \ A_{yi}]$ e $\mathbf{B}_i = [B_{xi} \ B_{yi}]$ são os vetores de Jones (AGRAWAL, 2001) dos modos espaciais $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ após a i -ésima seção. Os parâmetros θ_i e φ_i são variáveis aleatórias com distribuição uniforme entre $[0, \pi]$, enquanto α_i é uma variável aleatória

com distribuição normal e desvio padrão igual a $\sqrt{\sigma_s dz}$. O parâmetro σ_s [1/m] é denominado de fator de espalhamento modal (*modal scattering factor*) da FMF e quantifica o nível de acoplamento entre modos ao longo do comprimento dz (YAMAN et al., 2012). O valor típico de σ_s em FMFs para quatro modos espaciais (LP₀₁, LP₁₁, LP₀₂ e LP₂₁) é -34,4 dB/km (YAMAN et al., 2012; SILLARD et al., 2011).

Após aplicar a rotação unitária descrita pela Expressão 5.35, os modos degenerados em polarização são acoplados de acordo com o modelo utilizado para SMF, utilizando a matriz definida na Expressão 5.22. Este procedimento garante que os modos do sinal sejam acoplados uniformemente, independente do tipo de degeneração (modal ou em polarização) (YAMAN et al., 2012).

5.3 Receptor

O receptor óptico é o componente responsável pela conversão opto-eletrônica dos sinais oriundos do canal e consequente decodificação dos símbolos. Em sistemas ópticos coerentes, após a conversão dos sinais, os efeitos do canal são compensados por meio de algoritmos de processamento digital de sinais. Nesta seção, apenas o receptor óptico coerente com diversidade em polarização e os algoritmos aplicados para compensar as degenerações sofridas pelo sinal em sistemas MDM são discutidos.

O diagrama de blocos do receptor estudado é ilustrado na Figura 5.12. Após a sua geração e propagação, a portadora desejada é recuperada por meio de um multiplexador de modos (MMUX) seguido de um multiplexador WDM (WMUX). O sinal óptico demultiplexado passa através de um filtro óptico passa faixa (OBPF), com a finalidade de eliminar o ruído óptico proveniente do processo de amplificação. Em seguida, o sinal óptico é convertido em sinal elétrico por meio do receptor coerente com diversidade em polarização (PDM CRX). Quatro sinais elétricos são gerados por este bloco: um sinal em quadratura e outro em fase ($2\times$) para cada polarização ($2\times$) do sinal óptico. Os sinais elétricos gerados são filtrados por meio de um filtro elétrico passa baixa (LPF). Este filtro é utilizado para eliminar o ruído elétrico gerado durante o processo de conversão eletro-óptica, como o ruído térmico (AGRAWAL, 2002). Em seguida, o sinal elétrico é enviado ao bloco DSP, responsável pela conversão analógica digital, compensação dos efeitos degenerativos sofridos no canal e codificação dos símbolos transmitidos. Maiores informações sobre este bloco são apresentadas na Subseção 5.3.4 (Processamento digital de sinais, Página 143).

5.3.1 Princípio da recepção coerente

A detecção óptica coerente é baseada na correlação entre o sinal óptico $\mathbf{E}_r(t)$ e o laser oscilador local (*Local Oscillator* – LO) $\mathbf{E}_{lo}(t)$. O acoplador óptico de 3 dB é o componente mais utilizado para este processo, ilustrado na Figura 5.13 (SEIMETZ, 2009).

Figura 5.12 – Exemplo de um receptor coerente com diversidade em polarização para sistemas ópticos MDM com três modos espaciais.

Para melhor compreensão do processo de detecção coerente, apenas um sinal modulado em fase e amplitude é considerado. O detector coerente é formado por um acoplador de 3 dB em série com detector balanceado. Este dispositivo é composto por dois diodos e um amplificador de transimpedância, responsável pela conversão da corrente elétrica em tensão (SEIMETZ, 2009).

Figura 5.13 – Processo de detecção coerente de um sinal óptico modulado em amplitude e fase.

O campo elétrico de um sinal óptico modulado em amplitude e fase é definido como

$$\mathbf{E}_r(t) = \sqrt{P_r} \cdot e^{j(w_r t + \varphi_r + \varphi_{nr})} \cdot a(t) \cdot e^{j\varphi(t)} \cdot \mathbf{e}_r, \quad (5.36)$$

em que $a(t)$ e $\varphi(t)$ são, em ordem, a amplitude e a fase modulada do sinal. O campo elétrico do LO é

$$\mathbf{E}_{lo}(t) = \sqrt{P_{lo}} \cdot e^{j(w_{lo} t + \varphi_{lo} + \varphi_{n_{lo}})} \cdot \mathbf{e}_{lo}. \quad (5.37)$$

Nas Expressões 5.36 e 5.37 os parâmetros P_r [W] e P_{lo} [W] representam a intensidade óptica, w_r [rad/s] e w_{lo} [rad/s] a frequência angular, φ_r e φ_{lo} a fase inicial, φ_{n_r} e $\varphi_{n_{lo}}$ o ruído de fase, $\mathbf{e}_r$ e $\mathbf{e}_{lo}$ os vetores de polarização unitário do sinal óptico e do laser oscilador local, respectivamente.

A relação entre o campo elétrico de entrada e saída em um acoplador 3 dB ideal (sem perdas e simétrico) é (SEIMETZ, 2009)

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_{t,1} \\ \mathbf{E}_{t,2} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} 1 & j \\ j & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{E}_r \\ \mathbf{E}_{lo} \end{pmatrix}. \quad (5.38)$$

Portanto, os sinais $\mathbf{E}_{t,1}(t)$ e $\mathbf{E}_{t,2}(t)$ são expressos como

$$\mathbf{E}_{t,1}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot [\mathbf{E}_r(t) + j\mathbf{E}_{lo}(t)], \quad (5.39)$$

$$\mathbf{E}_{t,2}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot [j\mathbf{E}_r(t) + \mathbf{E}_{lo}(t)]. \quad (5.40)$$

Os fotodiodos do tipo PIN compõem o detector balanceado. Estes dispositivos convertem a intensidade óptica em corrente elétrica. Entretanto o processo apresenta adição de ruído térmico e balístico. A corrente elétrica gerada pelo fotodiodo do tipo PIN é (AGRAWAL, 2002)

$$I(t) = R \cdot P_{in} + i_{sh} + i_t, \quad (5.41)$$

em que R [A/W] é a responsividade, P_{in} [W] a intensidade óptica incidente no fotodiodo, i_{sh} [A] e i_t [A] são, em ordem, a flutuação de corrente devido ao ruído balístico e térmico. Ao considerar apenas o ruído balístico, a corrente elétrica gerada por cada fotodiodo do detector balanceado é (SEIMETZ, 2009)

$$\begin{aligned} I_{t,1}(t) &= \frac{R}{2} \cdot (\mathbf{E}_r + j\mathbf{E}_{lo}(t)) \cdot (\mathbf{E}_r + j\mathbf{E}_{lo}(t))^* + i_{sh1} \\ &= \frac{R}{2} \cdot P_r \cdot a^2(t) + \frac{R}{2} \cdot P_{lo} + i_{sh1} + \\ &\quad R \cdot \sqrt{P_r P_{lo}} \cdot a(t) \cdot \sin [\Delta w t + \varphi_n(t) + \varphi(t) + \varphi_0], \end{aligned} \quad (5.42)$$

$$\begin{aligned} I_{t,2}(t) &= \frac{R}{2} \cdot (j\mathbf{E}_r + \mathbf{E}_{lo}(t)) \cdot (j\mathbf{E}_r + \mathbf{E}_{lo}(t))^* + i_{sh2} \\ &= \frac{R}{2} \cdot P_r \cdot a^2(t) + \frac{R}{2} \cdot P_{lo} + i_{sh2} - \\ &\quad R \cdot \sqrt{P_r P_{lo}} \cdot a(t) \cdot \sin [\Delta w t + \varphi_n(t) + \varphi(t) + \varphi_0], \end{aligned} \quad (5.43)$$

em que i_{sh1} [A] e i_{sh2} [A] são as correntes geradas pelo processo de ruído balístico no fotodiodo superior e inferior, respectivamente, do detector balanceado. As variáveis Δw , $\varphi_n(t)$ e φ_0 representam a diferença de frequência angular ou desvio de frequência (*Frequency Offset* – FO), a diferença de ruído de fase e diferença da fase inicial entre o sinal óptico de entrada e o sinal óptico gerado pelo LO. Estes parâmetros são definidos

como

$$\Delta w = w_r - w_{lo}, \quad (5.44)$$

$$\varphi_n(t) = \varphi_{n_r}(t) - \varphi_{n_{lo}}(t), \quad (5.45)$$

$$\varphi_0 = \varphi_r - \varphi_{lo}. \quad (5.46)$$

O ruído de fase do laser em um intervalo de observação ϑ [s] pode ser escrito como (SEIMETZ, 2009)

$$\Delta\varphi_n(t) = \varphi_n(t) - \varphi_n(t - \vartheta). \quad (5.47)$$

A variância de $\Delta\varphi_n(t)$ é definida como de acordo com a Expressão 5.4, em que a largura de linha efetiva é definida como

$$\Delta\nu_{eff} = \Delta\nu_s + \Delta\nu_{lo}, \quad (5.48)$$

em que $\Delta\nu_s$ e $\Delta\nu_{lo}$ representam, em ordem, a largura de linha do laser do sinal modulado e do laser oscilador local. Quanto maior a largura de linha dos lasers, maior é a variação do ruído fase entre dois símbolos, o que pode acarretar a perda de sincronismo (SAVORY, 2010).

A saída do detector balanceado é expressa como

$$\begin{aligned} V_I(t) &= I_{t,1}(t) - I_{t,2}(t) \\ &= 2R\sqrt{P_r P_{lo}} \cdot a(t) \cdot \sin[\Delta w t + \varphi_n(t) + \varphi(t) + \varphi_0] \cdot \mathbf{e}_r \mathbf{e}_{lo} + i_{sh}. \end{aligned} \quad (5.49)$$

em que i_{sh} [A] é o ruído balístico resultante após o detector balanceado, definido como $i_{sh1} - i_{sh2}$. As duas primeiras parcelas das Expressões 5.42 e 5.43 são iguais e representam a intensidade óptica do sinal de entrada e do laser oscilador local. Após o detector balanceado, apenas as parcelas oriundas da correlação entre os sinais ópticos são observados. Estas parcelas contêm todos os parâmetros do campo elétrico do sinal.

De acordo com a magnitude do desvio de frequência entre os sinais ópticos, quantificada pela termo Δw na Expressão 5.49, há duas formas de detecção coerente: heteródina e homódina.

Na detecção heteródina, o desvio de frequência é diferente de zero de forma a converter o sinal óptico na frequência da portadora óptica em um sinal elétrico com frequência intermediária, definida por Δw . O desvio de frequência deve ser superior, pelo menos, a duas vezes a taxa de símbolo do sinal modulante, o que reduz a eficiência espectral (SEIMETZ, 2009).

Como a fase do sinal elétrico resultante é variante com o tempo, é necessário um circuito de travamento de fase eletrônico. Entretanto, devido ao elevado valor de Δw para sistemas de alta capacidade, e.g. 112 Gbit/s, os componentes eletrônicos utilizados devem apresentar elevada largura de banda.

Na detecção homódina o desvio de fase é nulo. Portanto, o sinal elétrico gerado é expresso como

$$V_I(t) = 2R\sqrt{P_r P_{lo}} \cdot a(t) \cdot \sin[\varphi_n(t) + \varphi(t) + \varphi_0] \cdot \mathbf{e}_r \mathbf{e}_{lo} + i_{sh}. \quad (5.50)$$

O ruído balístico i_{sh} é eliminado após a filtragem elétrica do sinal. Em formatos de modulação com chaveamento em fase, a amplitude do sinal modulado é constante, portanto, $a(t) = 1$. Para recuperar o símbolo corretamente, a fase do laser local deve ser idêntica à fase do sinal óptico de entrada, de forma que $\varphi_n(t)$ e φ_0 sejam nulos. Por este motivo, em sistemas coerentes, dois métodos são utilizados para determinar o ruído de fase do sinal óptico. O método tradicional é utilizar um circuito de travamento de fase óptico (*Optical Phase Locked Loop* – OPLL). Na prática, entretanto, esta forma de travamento é complexa e apresenta alto custo (BORDONALLI et al., 1999). A segunda forma para determinar o ruído de fase do sinal é estimar este ruído por meio de algoritmos de processamento de sinais após a conversão analógico-digital.

5.3.2 Receptor coerente em quadratura

Embora o detector balanceado seja capaz de gerar uma corrente elétrica com informações sobre o sinal modulado em amplitude e fase, a Expressão 5.50 não apresenta toda a informação do sinal. Há apenas a fase do sinal (sin), não sendo possível extrair a informação da quadratura (cos) (KIKUCHI, 2010).

O receptor coerente em quadratura é utilizado com a finalidade de extrair as componentes em fase e quadratura do sinal óptico. Este tipo de receptor é denominado homódino com diversidade em fase ou intradino (KIKUCHI, 2010). Este receptor possui dois detectores balanceados, utilizados para conversão opto-eletrônica do sinal óptico gerado na híbrida de 90°. Este componente é formado por quatro acopladores de 3 dB e um defasador de fase. A relação entre os sinais de entrada e saída da híbrida de 90° é (SEIMETZ, 2009)

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_{t,1} \\ \mathbf{E}_{t,2} \\ \mathbf{E}_{t,3} \\ \mathbf{E}_{t,4} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} E_r(t) + E_{lo}(t) \\ E_r(t) + jE_{lo}(t) \\ E_r(t) - E_{lo}(t) \\ E_r(t) - jE_{lo}(t) \end{pmatrix}. \quad (5.51)$$

Os sinais ópticos de saída da híbrida de 90° são enviados aos detectores balanceados.

A saída de cada detector é

$$\begin{aligned}
 V_I(t) &= I_{t,1}(t) - I_{t,2}(t) \\
 &= R \cdot \mathbf{E}_{t,1}(t) \cdot \mathbf{E}_{t,1}^*(t) - R \cdot \mathbf{E}_{t,3}(t) \cdot \mathbf{E}_{t,3}^*(t) \\
 &= R\sqrt{P_r P_{lo}} \cdot a(t) \cdot \cos [\Delta\omega t + \varphi_n(t) + \varphi(t) + \varphi_0] \cdot \mathbf{e}_r \mathbf{e}_{lo} + i_{sh_I}, \quad (5.52)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_Q(t) &= I_{t,3}(t) - I_{t,4}(t) \\
 &= R \cdot \mathbf{E}_{t,2}(t) \cdot \mathbf{E}_{t,2}^*(t) - R \cdot \mathbf{E}_{t,4}(t) \cdot \mathbf{E}_{t,4}^*(t) \\
 &= R\sqrt{P_r P_{lo}} \cdot a(t) \cdot \sin [\Delta\omega t + \varphi_n(t) + \varphi(t) + \varphi_0] \cdot \mathbf{e}_r \mathbf{e}_{lo} + i_{sh_Q}, \quad (5.53)
 \end{aligned}$$

em que i_{sh_I} [A] e i_{sh_Q} [A] são os ruídos balísticos resultantes da componente em fase e em quadratura, respectivamente. De acordo com as Expressões 5.52 e 5.53, as componentes estão defasadas em 90° . A Figura 5.14 ilustra o processo de detecção coerente do sinal em quadratura.

Figura 5.14 – Processo de detecção coerente de um sinal óptico modulado em quadratura.

5.3.3 Receptor coerente com diversidade em polarização

Os sinais de saída do receptor coerente dependem da polarização dos sinais de entrada e do laser oscilador local. Caso o sinal óptico transmitido seja multiplexado em polarização, é necessário separar as componentes de polarização x e y antes de converter o sinal para banda base.

O receptor coerente com diversidade em polarização é ilustrado na Figura 5.15. Este receptor é formado por duas híbridas de 90° e quatro detectores balanceados. As componentes do LO nas polarizações x e y devem ser geradas por um mesmo laser. Portanto, durante a geração da portadora óptica, o laser apresenta polarização inicial de 45° . Esta polarização permite gerar duas componentes ortogonais com mesmas características, inclusive a intensidade óptica. As expressões que descrevem as quatro

saídas do receptor coerente com diversidade em polarização são (SEIMETZ, 2009)

$$V_{XI}(t) = \frac{R}{2} \sqrt{P_r P_{lo}} \cdot a_x(t) \cdot \cos [\Delta wt + \varphi_n(t) + \varphi_x(t) + \varphi_0] \cdot \mathbf{e}_r \mathbf{e}_{lo} + i_{sh_{XI}}, \quad (5.54)$$

$$V_{XQ}(t) = \frac{R}{2} \sqrt{P_r P_{lo}} \cdot a_x(t) \cdot \sin [\Delta wt + \varphi_n(t) + \varphi_x(t) + \varphi_0] \cdot \mathbf{e}_r \mathbf{e}_{lo} + i_{sh_{XQ}}, \quad (5.55)$$

$$V_{YI}(t) = \frac{R}{2} \sqrt{P_r P_{lo}} \cdot a_y(t) \cdot \cos [\Delta wt + \varphi_n(t) + \varphi_y(t) + \varphi_0] \cdot \mathbf{e}_r \mathbf{e}_{lo} + i_{sh_{YI}}, \quad (5.56)$$

$$V_{YQ}(t) = \frac{R}{2} \sqrt{P_r P_{lo}} \cdot a_y(t) \cdot \sin [\Delta wt + \varphi_n(t) + \varphi_y(t) + \varphi_0] \cdot \mathbf{e}_r \mathbf{e}_{lo} + i_{sh_{YQ}}, \quad (5.57)$$

em que $a_i(t)$ e $\varphi_i(t)$ correspondem à amplitude e a fase modulada do sinal respectivamente, com $i \in \{\mathbf{x}, \mathbf{y}\}$. Em termos de amplitude e fase, as saídas do receptor coerente podem ser expressas como

$$V_X(t) = R \sqrt{P_r P_{lo}} \cdot a_x(t) \cdot e^{\phi_x(t)}, \quad (5.58)$$

$$V_Y(t) = R \sqrt{P_r P_{lo}} \cdot a_y(t) \cdot e^{\phi_y(t)}, \quad (5.59)$$

em que $\phi_i(t)$ é a fase do sinal, definida como

$$\phi_i(t) = \Delta wt + \varphi_n(t) + \varphi_i(t) + \varphi_0. \quad (5.60)$$

A partir dos sinais elétricos de saída do receptor óptico coerente com diversidade em polarização, toda a informação do sinal óptico modulado está disponível, seja amplitude, fase ou polarização. As distorções sofridas pelo sinal ao longo da propagação e pelos efeitos de multiplexação (modal e WDM) são compensadas pelo conjunto de algoritmos digitais.

5.3.4 Processamento digital de sinais

A Figura 5.16 ilustra o diagrama de blocos do DSP. O bloco ADC (*Analogic-Digital Converter*) é responsável pela conversão analógica-digital dos N_B sinais ópticos, na portadora λ , multiplexados em modos. Em seguida, por meio de um filtro estático, a dispersão cromática é compensada no bloco *Cromatic Dispersion Compensator* (CDC). Devido ao acoplamento entre os N_B modos, um filtro dinâmico $2N_B \times 2N_B$ de múltiplas entradas e múltiplas saídas (*Multiple-Input Multiple-Output* – MIMO) é aplicado ao sinal, de forma a compensar os efeitos de acoplamento entre os modos com degeneração espacial e em polarização, além da DGD, DMGD e dispersão cromática residual (SAVORY, 2010). Em seguida, a recuperação da portadora é realizada por meio da estimação da frequência (FOE) e da fase (FAE) do sinal. Esta estimação é necessária devido à diferença de fase entre o laser oscilador local e o laser utilizado para gerar a portadora óptica no transmissor. Por fim, a decodificação e a contagem de erros é realizada.

Figura 5.15 – Processo de detecção coerente de um sinal óptico modulado em quadratura com diversidade em polarização.

Figura 5.16 – Diagrama de blocos dos algoritmos para sistemas ópticos MDM com degeneração em polarização e três modos espaciais.

Equalizador estático

O equalizador estático é o bloco responsável por compensar a dispersão cromática do sinal. Este efeito ocorre devido aos diferentes valores de constante de propagação em função das componentes de frequência que compõem o pulso óptico (AGRAWAL, 2002). A partir da Equação 5.23, considerando apenas os efeitos da dispersão cromática, a equação de propagação do sinal óptico é escrita como

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z} = j \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2}. \quad (5.61)$$

O parâmetro da dispersão cromática D [s/m²] é definido como (AGRAWAL, 2002)

$$D = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2. \quad (5.62)$$

Ao substituir a Expressão 5.62 na Equação 5.61, obtém-se

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z} = j \frac{D\lambda^2}{4\pi c} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2}. \quad (5.63)$$

De acordo com a equação anterior, para cada seção dz de fibra, o sinal óptico $\mathbf{A}(z, t)$ experimenta um deslocamento de fase proporcional ao parâmetro de dispersão. Em fibras de SiO_2 o valor do parâmetro β_2 é aproximadamente $-20 \text{ ps}^2/\text{km}$.

A dispersão cromática pode ser compensada no domínio óptico, por meio de fibras compensadoras de dispersão (*Dispersion Compensating Fiber* – DCF) ou fibras com rede de Bragg com dispersão negativa (AGRAWAL, 2002). Entretanto, devido à facilidade em compensar a dispersão no domínio digital, os métodos que operam no domínio óptico normalmente não são aplicados em sistemas ópticos coerentes.

A dispersão cromática é um efeito linear que pode ser considerado invariante com o tempo. Portanto, um equalizador estático é utilizado para compensar este efeito. O declive da dispersão na faixa de comprimento de onda de interesse é considerado nulo. A partir da transformada de Fourier da Equação 5.63 e resolução da equação diferencial resultante, a função de transferência que relaciona o sinal óptico de entrada e saída da fibra é (SAVORY, 2008)

$$G(z, w) = \exp\left(-j \frac{z D \lambda^2}{4\pi c} w^2\right). \quad (5.64)$$

O filtro compensador é determinado a partir de $G(z, w)^{-1}$, aplicado ao sinal no domínio temporal ou da frequência.

Na implementação no domínio temporal, o número de coeficientes do filtro é (SAVORY, 2008)

$$N_r = 2 \cdot \left\lceil \frac{|D| \lambda^2 L}{2cT^2} \right\rceil + 1, \quad (5.65)$$

em que λ é o comprimento de onda do sinal, L o comprimento total do enlace e T o período de amostragem do sinal. A operação $\lfloor x \rfloor$ representa a parte inteira de x arredondada em direção a $-\infty$. De acordo com a expressão anterior, o número de coeficientes do filtro é proporcional à dispersão acumulada (SAVORY, 2008). Portanto, quanto menor a dispersão, menor o número de coeficientes e menos precisa é a compensação. De forma oposta, quanto maior a dispersão, maior o número de coeficientes. O sinal de saída do CDC é expresso como

$$r_l[k] = \sum_{i=1}^{N_r} c_a[i] v_l[k - i], \quad (5.66)$$

em que $v_l[k]$ são as amostras do sinal elétrico $V_l(t)$ do modo l (com degeneração espacial e em polarização), definido de acordo com as Expressões 5.58 e 5.59 e $c_a[k]$ os coeficientes do filtro estático determinados de acordo com (SAVORY, 2008)

$$c_a[k] = \sqrt{j \frac{cT^2}{D\lambda^2 L}} \exp\left(-j \frac{\pi c T^2}{D\lambda^2 L} k^2\right), \text{ com } -\left\lfloor \frac{N}{2} \right\rfloor \leq k \leq \left\lfloor \frac{N}{2} \right\rfloor. \quad (5.67)$$

Devido à forma de implementação, este filtro não possibilita a solução em paralelo.

No domínio da frequência, o número de coeficientes é fixo e independe da dispersão acumulada. Portanto, para valores baixos de dispersão, não há perda de precisão (ISHIHARA et al., 2008). A desvantagem deste método é a necessidade do cálculo da transformada de Fourier do sinal elétrico.

Equalizador dinâmico

Em sistemas ópticos coerentes baseados em SMFs, a diversidade em polarização é utilizada para duplicar a eficiência espectral. Entretanto, devido ao acoplamento aleatório entre os modos degenerados e aos efeitos de PMD, um equalizador dinâmico é necessário para recuperar a informação em cada polarização, assim como compensar a DGD acumulada. Em sistemas MDM, este equalizador é adaptado para recuperar a informação em cada modo, assim como compensar a DMDG entre os modos espaciais.

Em um sistema óptico com N_B modos, um equalizador dinâmico com $2N_B \times 2N_B$ filtros FIR é necessário, em que o fator $2 \times$ é relativo à degeneração em polarização. Em um sistema com N_B SMFs paralelas (mesma capacidade do sistema MDM com N_B modos), são necessários N_B equalizadores 2×2 , um total de $4N_B$ filtros FIR. Portanto, a utilização do sistema MDM resulta em um aumento de complexidade do equalizador igual a $4N_B^2/4N_B = N_B$ (RANDEL et al., 2011).

O número de coeficientes do filtro FIR (L_F) é proporcional ao valor da DMGD acumulada no enlace. Como exemplo, em um sistema MDM com dois modos (LP_{01} e LP_{11}) e modulação PDM QPSK 112 Gbit/s, a FMF possui 33 km e DMGD igual a 43,33 ps/km. São necessários, pelo menos, 80 coeficientes em cada um dos 36 filtros FIR do equalizador dinâmico (RANDEL et al., 2011).

A Figura 5.17 ilustra o diagrama de blocos de um equalizador dinâmico 6×6 . São considerados dois modos e seus respectivos casos degenerados (espaciais e polarização).

O sinal de saída é determinado de acordo com (RANDEL et al., 2011)

$$s_l[k] = \sum_{l=1}^6 \mathbf{w}_{m,l}^T[k] \cdot \mathbf{r}_l[k], \quad (5.68)$$

em que $\mathbf{w}_{m,l}$ é o vetor de coeficientes do filtro FIR responsável por compensar o acoplamento entre o modo transmitido m e o modo recebido l da k -ésima amostra do sinal oriundo do bloco de compensação cromática ($\mathbf{r}_l[k]$).

A escolha do algoritmo para atualização dos coeficientes do filtro depende da DMGD acumulada. Caso seja elevada, o algoritmo de mínima média quadrada (*Least Mean-Square* – LMS) é utilizado. Entretanto, ao considerar a fase do sinal, é necessário que a amostra apresente baixo nível desvio e ruído de fase. Desta forma, o algoritmo deve ser realimentado com amostras dos blocos de estimação de frequência (FOE) e fase (FAE). O algoritmo LMS auxiliado por dados (*Data-aided* – DA) é utilizado para inicializar os coeficientes.

Figura 5.17 – Diagrama de blocos do equalizador dinâmico 6×6. Adaptado de Randel et al. (2011).

Outro algoritmo utilizado, no caso de uma baixa DMGD acumulada, é o algoritmo de módulo constante (*Constant Modulus Algorithm* – CMA). Este algoritmo é baseado no módulo constante do sinal modulado QPSK. Caso ocorra alteração do módulo do sinal, o coeficiente é penalizado e atualizado de acordo com o passo especificado (SAVORY, 2010). Este algoritmo é utilizado neste trabalho.

Estimador de frequência

Em sistemas ópticos coerentes, embora a detecção seja homódina, o desvio de frequência não é nulo. Para a perfeita detecção do sinal óptico, é necessário que o laser do transmissor esteja perfeitamente casado, em fase e em frequência, com o laser oscilador local. Entretanto, é possível compensar o desvio de frequência de forma digital.

O ruído de fase rotacional, a cada símbolo, a constelação de sistemas de formato de modulação m -PSK. Como a correta detecção dos símbolos é baseada em limiares fixos, o ruído de fase impede a estimação do símbolo. Os algoritmos de estimação de fase possuem pouca tolerância ao desvio de frequência, sendo necessário compensar o desvio de frequência antes de estimar a fase do símbolo.

Após a compensação da dispersão cromática e do acoplamento entre os modos, realizados pelos equalizadores estático e dinâmico, respectivamente, o sinal digital é expresso como (SAVORY, 2010)

$$s_l[k] = R \cdot \sqrt{P_r P_{lo}} \cdot a_l[k] \cdot \exp[j\phi_l[k]], \quad (5.69)$$

em que $\phi_l[k] = \Delta w[k] + \varphi_n[k] + \varphi_0[k] + \varphi_l[k]$.

Há dois tipos de algoritmos utilizados para estimar o desvio de frequência. O primeiro é baseado na diferença de fases consecutivas das amostras. É observado que, para sinais QPSK, a relação entre dois símbolos consecutivos é expresso como (SAVORY, 2010)

$$(s_l[k] \cdot s_l^*[k-1])^4 \propto \exp^{4j\Delta\phi_l[k]}, \quad (5.70)$$

em que $\Delta\phi_l[k] = \phi_l[k] - \phi_l[k-1]$ é a diferença de fase entre símbolos consecutivos. Ao desprezar os ruídos aditivos, o termo $4\Delta\phi_l[k]$ apresenta distribuição gaussiana, sendo possível, por meio da técnica de verossimilhança, estimar o valor de Δw como (SAVORY, 2010)

$$\Delta w = \frac{1}{4T} \arg \left\{ \sum_{k=1}^N (s_l[k] \cdot s_l^*[k-1])^4 \right\}. \quad (5.71)$$

O segundo método é baseado no espectro do sinal. O desvio de frequência pode ser estimado como (SAVORY, 2010)

$$\begin{aligned} \Delta w &= \arg \max_{\Delta w} \sum_{k=1}^N s_l^4[k] \exp(-4j\Delta w k T) \\ &= \frac{1}{4T} \arg \max_{\Delta w} \text{FFT}(s_l^4[k]). \end{aligned} \quad (5.72)$$

O valor de incremento de fase $s_l^4[k]$ a ser considerado é igual a $T\Delta w$. Este método é baseado na propriedades do espectro do sinal $s_l^4[k]$. Considerando um sinal m -PSK sem desvio de frequência, a média de $s_l^4[k]$ é diferente de zero. Quando o sinal apresenta um desvio de frequência igual a Δw , a média do sinal é deslocada de acordo com o desvio de frequência. Ao detectar o pico do espectro, é possível estimar o desvio de fase do sinal (SAVORY, 2010).

Estimador de fase

Após o processo de estimação do desvio de frequência, as amostras do sinal são expressas como (SAVORY, 2010)

$$d_l[k] = R \cdot \sqrt{P_r P_{lo}} \cdot a_l[k] \cdot \exp[\varphi_n[k] + \varphi_0[k] + \varphi_l[k]]. \quad (5.73)$$

Neste caso, o ruído de fase presente no sinal é oriundo dos lasers utilizados para geração da portadora óptica e do LO. O ruído de fase é também adicionado ao sinal durante o processo de amplificação óptica, por meio do processo de emissão estimulada, em que fótons descorrelacionados são gerados. Para estimar a fase do sinal no domínio digital, algoritmos com alimentação adiante são mais utilizados, pois são mais tolerantes à largura de linha dos lasers, além da facilidade de paralelizar as operações (SAVORY, 2010)

De forma semelhante aos algoritmos de estimação de frequência, a fase da portadora pode ser estimada por meio da quarta potência da amostra do sinal. A quarta potência

da amostra do sinal é

$$\begin{aligned}
 (d_l[k])^4 &= \left(R \cdot \sqrt{P_r P_{lo}} \cdot a_l[k] \cdot \exp \left\{ j [\varphi_n[k] + \varphi_0[k] + \varphi_l[k]] \right\} \right)^4 \\
 &= \left(R \cdot \sqrt{P_r P_{lo}} \right)^4 \cdot a_l^4[k] \cdot \exp \left\{ 4j [\varphi_n[k] + \varphi_0[k] + \varphi_l[k]] \right\} \\
 &= \left(R \cdot \sqrt{P_r P_{lo}} \right)^4 \cdot a_l^4[k] \cdot \exp(4j\varphi_n[k]) \cdot \exp(4j\varphi_0[k]) \cdot \exp(4j\varphi_l[k]). \quad (5.74)
 \end{aligned}$$

Para o sinal com formato de modulação QPSK, o termo $e^{4j\varphi[k]} = 1$. Considerando N amostras de sinal, o ruído de fase estimado do sinal óptico é igual a (SAVORY, 2010)

$$\tilde{\varphi}_n[k] = \frac{1}{4} \cdot \arg \left(\sum_{i=0}^{N-1} (d_l[k-i])^4 \right). \quad (5.75)$$

Como a operação do argumento é limitada ao intervalo $]-\pi, \pi]$, o ruído de fase estimado é limitado a $]-\pi/4, \pi/4]$. Para eliminar esta ambiguidade, o algoritmo de *phase unwrapping* é utilizado (GARCIA et al., 2009).

5.4 Simulação e análise do sistema óptico

Nesta seção, o sistema óptico MDM é simulado e analisado de acordo com o número de canais que compõem o sinal de entrada. Sem perdas de generalidade, no primeiro estudo, o sinal óptico de entrada é composto por três modos ($LP_{01,s}$, $LP_{11a,s}$ e $LP_{11b,s}$) monocanais, cujo comprimento de onda é igual a 1530 nm. São analisados os parâmetros de desempenho do sistema, determinado-se a taxa de erro de bit (*Bit Error Rate* – BER) e a relação sinal ruído óptica (*Optical Signal to Noise Ratio* – OSNR) em função do comprimento máximo do enlace.

No segundo estudo, o sinal óptico de entrada é composto por três modos ($LP_{01,s}$, $LP_{11a,s}$ e $LP_{11b,s}$), cada um com 16 canais ópticos igualmente espaçados entre 1530 e 1560 nm.

5.4.1 Monocanal

O diagrama de blocos do sistema óptico simulado é ilustrado na Figura 5.18(a). O sinal óptico utilizado é composto por três modos espaciais ($LP_{01,s}$, $LP_{11a,s}$ e $LP_{11b,s}$) monocanais, cujo comprimento de onda é igual a 1530 nm.

Para ilustrar a importância do projeto de FM-EDFA para sistemas ópticos MDM de longo alcance, são considerados três tipos de sistemas ópticos. No primeiro caso, cujo enlace é ilustrado na Figura 5.18(b), o sinal óptico é demultiplexado, amplificado por meio de EDFAs convencionais e, em seguida, multiplexado. Neste caso, denominado S1, a amplificação óptica é realizada por meio de EDFAs convencionais e seus ganhos são ajustados para compensar apenas a perda sofrida pelo sinal óptico, seja devido ao processo de multiplexação/demultiplexação ou devido à perda durante a propagação do

sinal. São também adicionados filtros ópticos para eliminar uma parte do ruído óptico adicionado durante o processo de amplificação. Esta estrutura é utilizada no experimento apresentado no trabalho de Ryf et al. (2012).

Os demais casos, ilustrados na Figura 5.18(c), utilizam um FM-EDFA como dispositivo de amplificação, sem a necessidade de multiplexação adicional. Estes casos diferem no perfil da FM-EDF. No sistema denominado S2, a densidade de íons é uniforme no núcleo da FM-EDF, enquanto no sistema denominado S3, o perfil de dopagem é determinado de acordo com a metodologia apresentada neste trabalho.

Figura 5.18 – (a) Diagrama de blocos do sistema óptico de comunicação simulado e (b-c) modelos do enlace óptico utilizados para análise de desempenho do sistema em função da configuração do FM-EDFA.

O sistema óptico coerente emprega um algoritmo FEC baseado no algoritmo de Reed-Solomon de segunda geração. Este algoritmo utiliza 7% de redundância e a BER máxima para uma transmissão livre de erro é igual a $3,8 \times 10^{-3}$ (ESSIAMBRE et al., 2010).

Em cada transmissor (TX), a portadora óptica, cuja largura de linha é nula, é modulada a 112 Gbit/s PDM-QPSK, conforme discutido na Seção 5.1 (Transmissor, Página 123). O sinal modulado propaga-se no modo fundamental (LP_{01,s}) com intensidade óptica igual a -5 dBm por modo. O comprimento da sequência pseudo-aleatória é igual a 4096 *bits* com taxa de amostragem igual a 4 amostras/*bit*. A perda de inserção do MMUX é igual a 2,4 dB (FONTAINE et al., 2013). Para compensar a perda do multiplexador e garantir que a potência lançada na fibra seja igual a 5 dBm por canal, são utilizados EDFAs convencionais antes do MMUX.

O enlace óptico é formado por N_L seções compostas por FMF de 100 km de comprimento e FM-EDFA (ou SM-EDFA) com figura de ruído igual a 4 dB, com a finalidade de compensar as perdas geradas pela FMF. A propagação é do tipo fracamente acoplada e, portanto, o perfil do índice de refração da fibra (*Fiber Refractive Index Profile* – FRIP) é do tipo degrau, com abertura numérica (NA) e raio do núcleo iguais a 0,13 e 7,18 μm respectivamente. Estas características garantem uma propagação fracamente acoplada do sinal óptico, entretanto com elevado nível de DMGD. Apenas o acoplamento entre os modos degenerados (em orientação espacial e polarização) é considerado.

Para diminuir a DMGD, a FMF é composta por dois segmentos com valores de DMGD aproximadamente iguais, entretanto de sinais opostos (RYF et al., 2013b; RYF et al., 2013a), o que proporciona uma DMGD a cada 100 km de FMF igual a 5 ps. Os coeficientes de atenuação, dispersão e PMD são, em ordem, iguais a 0,205 dB/km, 18 ps/km/nm e 0,05 ps/ $\sqrt{\text{km}}$ para todos os modos, semelhante aos parâmetros da FMF utilizada em Ryf et al. (2012). A perda por seção é, portanto, igual a 20,5 dB.

Os parâmetros que definem a FM-EDF para dois grupos de modos ($\text{LP}_{01,s}$ e $\text{LP}_{11,s}$) são apresentados na Tabela 5.1, extraídos do trabalho de Kang et al. (2012). As variáveis L e NA representam, em ordem, o comprimento e a abertura numérica da FM-EDF. O FRIP é do tipo degrau e o perfil de dopagem da FM-EDF é anular, cujos raios são $x_1 = 2,97 \mu\text{m}$ e $x_2 = 8,28 \mu\text{m}$. O modo de bombeio utilizado é o $\text{LP}_{11,p}$. Este amplificador é denominado FM-EDFA modelo A5, projetado na Subseção 4.1.1 (2 modos, Página 81).

Tabela 5.1 – Parâmetros da FM-EDF para dois modos com perfil anular utilizada na simulação sistêmica.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
L [m]	3,5	σ_p^a [m^2]	$1,879 \times 10^{-25}$
NA	0,101	σ_p^e [m^2]	0
a [μm]	9	σ_s^a [m^2]	$5,5 \times 10^{-25}$
N_0 [m^{-3}]	15×10^{24}	σ_s^e [m^2]	$5,674 \times 10^{-25}$

O FM-EDFA modelo A5 é utilizado com potência de bombeio igual a 160 mW. Nesta condição e considerando um sinal de entrada com -15 dBm por modo, o ganho modal é igual a 20,2 dB com 0,2 dB de DMG. As fontes de acoplamento, como exemplo o MMUX e conectores, são desconsideradas.

Ao final do enlace óptico, o sinal é demultiplexado em modos, amplificado por meio de EDFAs convencionais e, em seguida, enviado ao receptor óptico coerente, discutido na Seção 5.3 (Receptor, Página 137). Como os modos não degenerados apresentam baixo acoplamento, por exemplo $\text{LP}_{01,s}$ e $\text{LP}_{11,s}$, os algoritmos digitais de compensação são aplicados em cada grupo de modos de forma independente.

O sinal recebido é amostrado a uma taxa de 2 amostras/*bit*. A dispersão cromática é compensada pelo equalizador estático, conforme descrito na Seção 5.3.4 (Equalizador estático, Página 144). Em seguida, a DGD, DMGD e acoplamento entre os modos degenerados são compensados pelo algoritmo MIMO 2×2 ($LP_{01,s}$) e MIMO 4×4 ($LP_{11,s}$). Em seguida, a fase do sinal é estimada por meio do algoritmo Viterbi-Viterbi apresentado na Seção 5.3.4 (Estimador de fase, Página 148). Como a propagação do sinal é considerada linear, a estimativa da BER é realizada por meio da interpolação da função gaussiana (AGRAWAL, 2002; ZHANG et al., 2010).

O desempenho dos diferentes sistemas é ilustrado na Figura 5.19. São exibidos os valores da taxa de erro de bit (BER), relação sinal ruído (OSNR) e potência modal de cada grupo de modo com degeneração espacial em função da distância do enlace óptico. Cada sinal sem degeneração em polarização é determinado a partir da soma dos respectivos sinais com degeneração em polarização, por exemplo $LP_{01,s} = LP_{01x,s} + LP_{01y,s}$.

O sistema S3 apresenta maior alcance, seguido dos sistemas S1 e S2 respectivamente. A Tabela 5.2 apresenta a distância máxima, o número de estágios de amplificação de cada sistema simulado, além da OSNR mínima e a DMG final de cada sistema. O número de estágios de amplificação é proporcional ao comprimento do sistema óptico. A DMG do sinal óptico no final do sistema depende da tecnologia de amplificação óptica empregada (SM-EDFA e FM-EDFA), em que o valor máximo (22 dB) ocorre no sistema em que a FM-EDF não é devidamente projetada (sistema S2). Para os demais casos (sistemas S1 e S3), devido ao controle individual (SM-EDFA) ou ao projeto do perfil da fibra, a DMG é controlada e não é responsável por limitar o alcance do sistema correspondente.

Tabela 5.2 – Sumário do desempenho do sistema óptico MDM considerando cada tipo de enlace.

Tipo de enlace	Distância total [km]	Estágios de amplificação	OSNR [dB]	DMG [dB]
S1	1200	12	15,7	0,1
S2	500	5	12,2	22
S3	2900	29	15,9	3

O sistema S1 apresenta a vantagem de poder controlar o ganho de cada modo de forma independente, além da possibilidade de utilizar tecnologias mais maduras para equalização do ganho quando utilizado um sinal de entrada WDM. Entretanto, devido a perda adicional de 4,8 dB em cada enlace oriunda da perda de inserção do MMUX, a figura de ruído do subsistema MMUX+SM-EDF+MMUX é 0,9 dB (5,4 dB de figura de ruído) superior à obtida com o FM-EDFA modelo A5. Além do ruído adicional, para compensar a perda dos multiplexadores de modos, é necessário que o EDFA convencional apresente ganho igual a 25,3 dB (20,5 dB relativo à FMM e 4,8 dB aos multiplexadores de

(a)

(b)

(c)

Figura 5.19 – Desempenho do sistema óptico simulado em termos de (a) BER, (b) OSNR e (c) potência modal.

modos), o que acarreta maior intensidade do sinal de bombeio. Outro problema observado é o maior custo do sistema de amplificação (três vezes) em relação aos demais sistemas simulados (S2 e S3) (KRUMMRICH, 2011).

A distância máxima do sistema S1 é igual a 1200 km com 12 estágios de amplificação. O valor da OSNR do sinal óptico no final do enlace é igual a 15,7 dB, com penalidade igual a 3,6 dB quando comparado com o sistema limitado apenas pelo ruído gaussiano aditivo (ESSIAMBRE et al., 2010), cuja OSNR é igual a 12 dB. A DMGD total acumulada é igual a 60 ps. Tomando uma taxa de símbolos igual a 28 Gbaud/s, são necessários quatro coeficientes para compensar o efeito da DMGD no algoritmo MIMO. Neste caso, ao considerar o acoplamento entre os modos degenerados e a PMD, são utilizados 14 coeficientes no equalizador dinâmico.

No sistema S2, a principal limitação é a elevada DMG do sinal óptico. Em apenas um estágio de amplificação, considerando o FM-EDFA de perfil uniforme utilizado nesse enlace, a DMG do sinal é igual a 5,4 dB. Após cinco estágios, a DMG acumulada do sinal é superior a 22 dB, o que proporciona uma diferença entre a OSNR mínima e máxima igual a 11,5 dB. Entretanto, a BER do sinal de modo $LP_{01,s}$ é similar ao observado para o mesmo modo no sistema com enlace tipo S3 (melhor desempenho).

O uso de FM-EDFAs com perfis de dopagem projetados a partir da metodologia sugerida neste trabalho proporciona amplificação com baixo nível de DMG, o que eleva o alcance dos sistema óptico MDM. Como exemplo, o enlace com FM-EDFA modelo A5 possui alcance máximo igual a 2900 km com 29 estágios de amplificação. A fonte que limita o alcance deste tipo de sistema é o ruído gerado durante o processo de amplificação, diferentemente do nível da DMG, conforme descrito para o sistema S2. A OSNR do sinal ao final do sistema é igual a 15,9 dB, valor próximo ao observado para o sistema S1.

A DMGD acumulada no sinal do sistema S3 é igual a 145 ps sendo, portanto, necessário um equalizador dinâmico com, pelo menos, oito coeficientes. Entretanto, devido aos demais efeitos, como PMD e acoplamentos entre os modos degenerados, são utilizados 16 coeficientes.

A partir destes resultados observa-se a importância do projeto de FM-EDFA com FM-EDF que proporcionam baixa DMG. De acordo com a Figura 5.19, o alcance de um sistema com FM-EDFAs com dopagem uniforme (500 km), semelhante ao sistema S2, é, aproximadamente, seis vezes menor quando comparado ao alcance de sistemas com FM-EDFAs projetados (2900 km) de acordo com a metodologia desenvolvida nesta tese.

5.4.2 WDM

O diagrama de blocos do sistema simulado nesta seção é ilustrado na Figura 5.20. Apenas o efeito de atenuação é considerado nesta análise. Três transmissores WDM geram um feixe óptico com 16 canais espaçados igualmente na região entre 1530 e 1560 nm. A

potência óptica por canal é igual a -15 dBm, o que representa uma potência por modo igual a -3 dBm. Em seguida, estes sinais ópticos WDM são multiplexados em modos por meio do MMUX ideal (sem perdas). A função do FM-EDFA, após o MMUX, é garantir que a potência óptica na entrada do enlace seja igual a 5 dBm/canal.

O enlace óptico básico consiste de um atenuador óptico (ATT), cuja atenuação é igual a 20 dB, em série com o FM-EDFA modelo D5 projetado na Seção 4.3 (Análise WDM, Página 107). De acordo com a Figura 4.24(b), para uma potência por canal igual a -15 dBm e ganho médio igual a 20 dB, que corresponde à atenuação do ATT, o comprimento ideal do FM-EDFA é igual a 12,5 m. Este conjunto de dispositivos (ATT + FM-EDFA) é repetido N_L vezes. Por fim, o OSA é utilizado para analisar as propriedades do sinal óptico de saída.

Figura 5.20 – Diagrama de blocos do sistema de comunicação simulado com sinal de entrada multiplexado em modos e em comprimento de onda.

A Figura 5.21(a) ilustra o espectro de ganho dos grupos de modos do sinal amplificado. São analisados dois pontos no sistema: após a saída do primeiro (1x) e do décimo (10x) amplificador. Desta forma, é possível observar o desempenho do FM-EDFA modelo D5 e as características do sinal óptico após a propagação no enlace. Os valores máximos de DSG e DMG do sinal óptico amplificado são iguais a 2,8 e 0,43 dB, respectivamente, e após dez amplificações, estes valores são, em ordem, iguais a 26 e 3,7 dB. Observa-se que ambos os parâmetros (DSG e DMG) são diretamente proporcionais ao número de amplificadores do enlace óptico.

Para minimizar o efeito da DSG sobre o sinal amplificado, apenas a região entre 1545 e 1552 nm é considerada, pois apresenta maior nível de equalização de ganho, conforme ilustra a Figura 5.21(a). Neste caso, cada sinal óptico gerado no transmissor é composto por oito canais espaçados igualmente, cuja potência é igual a -12 dBm, o que representa -3 dBm de intensidade óptica por modo. Os espectros de ganho dos modos do sinal amplificado desta situação são ilustrados na Figura 5.21(b). Os valores máximos de DSG e DMG do sinal óptico amplificado são iguais a 0,42 e 0,4 dB, respectivamente, e após

Figura 5.21 – Desempenho do sistema óptico simulado, em que os parâmetros são extraídos dos sinais de saída do primeiro (1x) e do décimo (10x) amplificador (modelo D5) do enlace óptico, considerando dois sinais de entrada: composto por 16 e 8 canais WDM.

dez amplificações, estes valores são, em ordem, iguais a 4,3 e 3,1 dB. Neste caso, há diminuição da DSG em relação ao caso anterior (16 canais entre 1530 e 1560 nm) com pequena variação da DMG.

A partir da análise da Figura 5.21(c), que ilustra a DMG do sinal óptico amplificado em função do comprimento de onda, a DMG não depende do número de canais (16 ou 8) e sim da potência por modo, pois os valores da DMG são similares na região entre 1545 e 1552 nm. Portanto, é possível afirmar que DMG é independente da DSG.

A Figura 5.21(d) ilustra a DSG e DMG máxima em função do número de amplificações. Todos os parâmetros analisados são diretamente proporcionais ao número de amplificadores e, conseqüentemente, ao comprimento do enlace óptico. A diferença entre os casos analisados (16 e 8 canais) são os valores da DSG, maiores para a situação em que 16 canais compõem o sinal de entrada. De acordo com a Figura 5.21(d), o valor da DMG apresenta pouca variação entre as situações analisadas, o que demonstra a

independência entre os parâmetros DMG e DSG.

Para mostrar a importância do projeto de FM-EDFA para sistemas ópticos de longa distância, a DSG e DMG do sinal óptico, considerando um amplificador com FM-EDF de perfil uniforme, em função do número de amplificadores do enlace é ilustrado na Figura 5.22(a). As propriedades deste FM-EDF de perfil uniforme, como densidade de íons e abertura numérica, são semelhantes à FM-EDF do FM-EDFA modelo D5, entretanto, o comprimento ideal da fibra é igual a 11,25 m. Este amplificador é denominado de FM-EDFA modelo E5. Com estas características, o sinal óptico apresenta ganho médio igual a 19,6 dB para uma intensidade por canal igual a -15 dBm, tomando um sinal WDM de 16 canais igualmente espaçados entre 1530 e 1560 nm.

Na situação em que o sinal óptico é composto por 16 canais, o valor máximo da DSG e DMG é igual a 2,9 e 2,3 dB, respectivamente, enquanto para o sinal óptico composto por 8 canais igualmente espaçados entre 1545 e 1552 nm, região mais plana do espectro de amplificação, o valor máximo desses parâmetros são, em ordem, iguais a 0,6 e 1,9 dB. Após dez amplificações, na melhor situação (8 canais), o valor máximo da DSG e DMG são iguais a 6,4 e 15 dB respectivamente. Observa-se que ao utilizar FM-EDFAs com elevados níveis de desigualização entre modos, por exemplo igual a 2,9 dB, a principal fonte de desigualização é a DMG e não a DSG. Este fato demonstra a necessidade de amplificadores dopados de baixo níveis de DMG para sistemas ópticos de longo alcance.

Figura 5.22 – (a) DSG e DMG do sinal óptico amplificado com FM-EDFA modelo E5 e (b) variação máxima de ganho ΔG em função do número de amplificadores do enlace óptico. São consideradas dois sinais de entrada, composto por 16 e 8 canais WDM e, em (b), dois FM-EDFA são utilizados: FM-EDFA modelo D5 e FM-EDFA com perfil de FM-EDF com dopagem uniforme (modelo E5).

A diferença máxima de ganho entre modos, definida na Seção 3.1 (Parâmetros de desempenho, Página 59), é ilustrada na Figura 5.22(b). Neste caso, são consideradas os amplificadores modelos D5 e E5 e dois sinais ópticos de entrada compostos por 8 canais ópticos com -12 dBm por canal e 16 canais ópticos com -15 dBm por canal. A potência total por modo em ambas as situações é igual a -3 dBm.

Na situação em que o modelo D5 é utilizado e o sinal é composto por 16 canais, a maior parcela de ΔG tem origem na DSG do sinal, conforme ilustra da Figura 5.21(d). Por exemplo, o valor de ΔG após dez ampliações é igual a 28 dB, enquanto os valores máximos da DSG e DMG são iguais a 26 e 3,7 dB respectivamente. Na situação seguinte, modelo D5 e sinal composto por 8 canais, o valor da ΔG é igualmente dividido entre os parâmetros DSG e DMG, representando o melhor desempenho do sistema.

Quando utilizado o modelo E5 (perfil uniforme) e o sinal de entrada composto por 16 canais, a maior parcela de ΔG continua com origem na DSG do sinal, conforme ilustra da Figura 5.22(a). Entretanto, quando o sinal é composto por 8 canais, a DMG tem parcela majoritária em ΔG .

Ao comparar o desempenho dos sistemas de acordo com o modelo de amplificador utilizado, conclui-se que o projeto do perfil de FM-EDF é condição essencial para melhor desempenho do sistema óptico. Ao utilizar FM-EDFAs com dopagem uniforme para esta finalidade específica, o sistema de comunicação óptico de longa distância é inviável devido aos elevados níveis de desigualização de ganho.

Conclusão e propostas para trabalhos futuros

Nesta tese foi proposta uma metodologia para projeto de amplificadores a fibra dopada com érbio para poucos modos (*Few-Mode Erbium-Doped Fiber Amplifier* – FM-EDFA), que são utilizados em sistemas ópticos baseados em multiplexação modal (*Mode Division Multiplexing* – MDM). Após a definição dos parâmetros do sinal de entrada, do sinal de bombeio e da fibra dopada com érbio para poucos modos (*Few-Mode Erbium-Doped Fiber* – FM-EDF), o projeto do FM-EDFA é traduzido em um problema de otimização multiobjetivo (*Multi-Objective Optimization Problem* – MOOP).

Devido à figura de mérito, determinada a partir das equações de taxa e propagação que descrevem o funcionamento do FM-EDFA e ao uso do algoritmo genético baseado no critério de não dominância, denominado de NSGA-II (*Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II*), o tempo de processamento é reduzido em cerca de 25-40 vezes em razão da diminuição do número de resoluções das equações de taxa e propagação. Outro ponto importante apresentado na tese, a partir da figura de mérito, é que perfis de dopagem com geometria circular exibem melhores características, como excelente desempenho do amplificador e maior facilidade de fabricação.

Por meio de simulações de sistemas ópticos MDM é demonstrado que o uso de FM-EDFAs projetados para este tipo de sistema é absolutamente crucial para um ótimo desempenho.

Com a tradução do projeto de FM-EDFA em um problema de otimização multiobjetivo e sua resolução por meio de um algoritmo genético baseado no critério de não dominância, este trabalho foi o primeiro a usar técnicas rigorosas de otimização para projeto de FM-EDFAs. Sem esta metodologia eficiente, o projeto de um FM-EDFA ótimo é comprometido em função da limitação do espaço de busca, conforme praticado em trabalhos da área (KANG et al., 2012; COCQ et al., 2012; IP, 2012; KANG et al., 2013).

Este capítulo discute as principais contribuições deste trabalho e apresenta as propostas para continuação do trabalho em projeto de FM-EDFAs.

6.1 Principais Contribuições

As principais contribuições desta tese na área de pesquisa são:

1. **Desenvolvimento de uma figura de mérito em FM-EDFAs para sinal monocanal:** a partir das equações de propagação e de taxa que descrevem o funcionamento do FM-EDFA e considerando que o sinal de entrada é monocanal multiplexado em modos, a integral de superposição (*integral overlap*) obtida quantifica a interação entre o sinal de entrada, o sinal de bombeio e os íons de érbio dispostos de acordo com o perfil de dopagem. A partir desta figura de mérito, é possível comparar os diferentes níveis de ganho experimentado por cada modo e alterar as características da FM-EDF de forma a equalizar o ganhos modais, entretanto, sem solucionar as equações diferenciais que descrevem o FM-EDFA.
2. **Desenvolvimento de uma figura de mérito em FM-EDFAs para sinal WDM:** assim como para um sinal monocanal, a integral de superposição para um sinal multiplexado em comprimento de onda foi determinada neste trabalho e quantifica a interação entre o sinal de entrada, o sinal de bombeio e os íons de érbio dispostos de acordo com o perfil de dopagem, ponderada pela seção de choque de emissão. Observou-se que devido aos diferentes valores de seção de choque de emissão ao longo da banda óptica, não é possível alcançar a equalização de ganho na banda por meio da variação dos parâmetros opto-geométricos da FM-EDF, como inicialmente proposto para o caso do sinal monocanal. Entretanto, com a escolha do comprimento ideal da fibra dopada, é possível reduzir a diferença de ganho espectral (*Differential Spectral Gain* – DSG) devido ao nível moderado de inversão da população de íons na FM-EDFA.
3. **Definição do projeto de FM-EDFAs como problema de otimização multiobjetivo a partir da figura de mérito:** anteriormente a este trabalho, o projeto de FM-EDFA para sistemas multiplexados em modos era tratado como um problema de otimização simples (um objetivo e uma variável) (COCQ et al., 2012; KANG et al., 2012). Neste trabalho, não apenas a diferença de ganho modal é considerada importante, mas também o nível de ganho e figura de ruído modal experimentado por cada modo. Para ampliar o espaço de busca, cada raio que define o perfil de dopagem é considerado como variável, caracterizando o problema como multiobjetivo e multivariável.
4. **Aplicação de algoritmo genético para projeto de FM-EDFAs:** a aplicação de algoritmos genéticos para resolução do problema de otimização multiobjetivo apresentado neste trabalho constitui um resultado original.

5. **Definição de uma nova metodologia de projeto de FM-EDFA:** a metodologia sugerida para projeto de FM-EDFAs consiste em, basicamente, solucionar, por meio do algoritmo genético NSGA-II, o problema de otimização multiobjetivo, cujas funções objetivos são obtidas por meio da média e desvio padrão da figura de mérito. Com os parâmetros opto-geométricos da fibra dopada determinados, o passo seguinte é obter o comprimento ótimo. Conforme observado por meio dos resultados, esta metodologia fornece amplificadores ópticos com excelente desempenho.
6. **Projeto de FM-EDFAs que exibem baixa dependência com o acoplamento dos modos de bombeio:** devido às imperfeições da fibra dopada, os modos de bombeio sofrem acoplamento ao longo da fibra ou modos espúrios podem ser gerados. Para evitar a dependência com o sinal de bombeio, um novo perfil de dopagem é proposto considerando o sinal de bombeio composto pelos modos LP_{01} e LP_{11} , ilustrando um resultado inédito na área.
7. **Determinação da melhor geometria do perfil de dopagem:** embora, na literatura da área, a geometria circular sempre foi considerada ideal devido à simetria das distribuições de intensidade de campo dos modos propagantes, não existia uma descrição formal do problema. Neste trabalho, a partir da figura de mérito, é demonstrado que os FM-EDFAs com fibra dopada de geometria circular, como anular e bi-anular, exibem excelente desempenho e facilidade de fabricação.
8. **Determinação da relação entre a geometria do perfil de dopagem e as características do sinal de bombeio:** anteriormente à este trabalho, a relação qualitativa entre a simetria dos modos do sinal de entrada, do sinal de bombeio e o perfil de dopagem não era conhecida. Por meio da figura de mérito (integral de superposição), é possível estabelecer a geometria do perfil de dopagem (simétrica ou assimétrica) a partir das dos números de ordem azimutal dos modos do sinal de entrada e de bombeio.
9. **Demonstração que os parâmetros $DMG(\lambda)$ e $DSG(m)$ são descorrelacionados:** qualquer tipo de desigualização de ganho afeta o desempenho de um sistema óptico MDM, quer seja a diferença de ganho espectral (DSG), quer seja a diferença de ganho modal (DMG). Embora os efeitos destas sejam similares, a origem é distinta e, portanto, podem ser compensados isoladamente.

6.2 Propostas para Continuação do Trabalho

A seguir são sugeridas propostas para continuação da pesquisa:

1. **Avaliação experimental dos FM-EDFAs projetados neste trabalho:** por meio da metodologia sugerida, amplificadores ópticos para dois e quatro modos espaciais com excelente desempenho e apenas um modo de bombeio são demonstrados nesta tese por meio de simulações. Embora as equações de propagação e taxa utilizadas reproduzam o funcionamento do FM-EDFA de forma satisfatória (COCQ et al., 2012), é importante reproduzir estes resultados experimentalmente e observar os efeitos dos métodos de fabricação, como o MCVD.
2. **Avaliação experimental dos FM-EDFAs em sistemas ópticos MDM:** de acordo com os dados obtidos nas simulações apresentados nesta tese, o desempenho do sistema óptico MDM depende das características do FM-EDFA. Embora os dispositivos que compõem o sistema apresentem modelos que os descrevem de forma satisfatória, é importante reproduzir estes resultados e determinar quais os parâmetros mais importantes do FM-EDFA que interferem no desempenho do sistema óptico em análise.
3. **Estudo da influência no desempenho do FM-EDFA com uso bombeios contrapropagantes:** apenas o uso do bombeio copropagante é considerado nas simulações realizadas neste trabalho. Este fato deve-se às simplificações realizadas nas equações de taxa e propagação para determinação da figura de mérito. Com o uso de bombeio contrapropagante a população de íons experimenta maior inversão no final da FM-EDF e, como consequência, altera o desempenho do amplificador óptico. Esta forma de bombeio é realizada experimentalmente no trabalho de Jung et al. (2013).
4. **Estudo de métodos para redução da DSG no sinal óptico WDM-MDM:** conforme mostrado nesta tese, a diferença de ganho espectral (DSG) é descorrelacionada da diferença de ganho modal (DMG) no FM-EDFA. Mesmo que o FM-EDFA apresente baixa DMG, é possível que a DSG seja elevada, afetando o desempenho do sistema óptico.
5. **Estudo do controle automático de ganho e de potência para FM-EDFAs com desempenho ótimo:** em redes ópticas, a remoção e adição de canais são frequentes devido ao uso eficiente da banda óptica e, consequentemente, a potência do sinal óptico varia em função destas operações. Entretanto, como a atenuação da camada física é, aproximadamente, constante, é necessário manter o ganho ou potência de saída do FM-EDFA de forma automática, independente da potência do sinal de entrada, buscando manter o desempenho ótimo do amplificador.

6.3 Lista de Publicações

1. Herbster, A. F.; Romero, M. A. On the design of few-mode Er-doped fiber amplifiers for space-division multiplexing optical communications systems, in Proceedings of SPIE Vol. 9131, 91310Y (2014);
2. Herbster, A. F.; Romero, M. A. Few-mode erbium-doped fiber amplifier design method based on the signal-pump overlap integral. Optical Engineering, 2014. v. 53, n. 9, p. 096101, 2014;
3. Herbster, A. F.; Romero, M. A. Projeto de EDFAs para sistemas ópticos baseados em multiplexação modal, in XVI Simpósio Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica - MOMAG, 2014, Curitiba. Anais do MOMAG 2014 - Sistemas de Comunicações Ópticas, 2014. v. 1. p. 430-435.

Apêndices

Figura de mérito - caso WDM

Para o caso WDM, o termo $(\sigma_{s,x}^a \sigma_{s,i}^e - \sigma_{s,x}^e \sigma_{s,i}^a)$, presente na Expressão 3.28, é diferente de zero. Portanto, as equações de propagação do sinal de entrada são

$$\begin{aligned} \frac{dP_{s,i}}{dz} = & P_{s,i} P_p \frac{\sigma_{s,i}^e \sigma_p^a}{\nu_p} \int_0^{2\pi} \int_0^a N_0(\rho, \phi) \Gamma_{s,i}(\rho, \phi) \Gamma_p(\rho, \phi) \frac{1}{\varphi(\rho, \phi, z)} \rho d\rho d\phi \\ & + \sum_{x=1}^{N_s} P_{s,x} P_{s,i} \frac{(\sigma_{s,x}^a \sigma_{s,i}^e - \sigma_{s,x}^e \sigma_{s,i}^a)}{\nu_{s,x}} \int_0^{2\pi} \int_0^a N_0(\rho, \phi) \Gamma_{s,i}(\rho, \phi) \Gamma_{s,x}(\rho, \phi) \frac{1}{\varphi(\rho, \phi, z)} \rho d\rho d\phi \\ & - P_{s,i} \frac{\sigma_{s,i}^a h}{\tau} \int_0^{2\pi} \int_0^a N_0(\rho, \phi) \Gamma_{s,i}(\rho, \phi) \frac{1}{\varphi(\rho, \phi, z)} \rho d\rho d\phi. \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

As equações de propagação do sinal de bombeio são definidas pela Expressão 3.25. Ao comparar a equação anterior com a equação de propagação para o caso monocanal (Equação 3.30), observa-se que a primeira e terceira parcela à direita são idênticas. Estas parcelas correspondem, em ordem, ao ganho e à atenuação devido ao processo de emissão estimulada e espontânea de sinal, denominados η_1 e η_2 , respectivamente. O comportamento destas parcelas, no caso WDM, é semelhante ao observado no caso monocanal.

A segunda parcela da Expressão A.1, denominado de η_3 , é relativo ao processo de emissão estimulada oriundo da absorção do sinal da banda óptica do sinal de entrada. Esta parcela é nula quando os comprimentos de onda da componente i é idêntico ao da componente x , pois o termo $(\sigma_{s,x}^a \sigma_{s,i}^e - \sigma_{s,x}^e \sigma_{s,i}^a)$ é igual a zero.

Como exemplo, um sinal óptico de entrada é composto por dois modos espaciais (LP_{01,s} e LP_{11,s}), em que cada modo possui dois canais ópticos (1530 e 1550 nm). Neste caso, o índice i varia entre 1 e 4, que correspondem, em ordem, às componentes 1530 nm-LP_{01,s}, 1550 nm-LP_{01,s}, 1530 nm-LP_{11,s} e 1550 nm-LP_{11,s}. As seções de choque nos comprimentos de onda considerado são $\sigma_{1530\text{nm}}^e = 5,674 \times 10^{-25} \text{ m}^2$, $\sigma_{1530\text{nm}}^a = 5,5 \times 10^{-25} \text{ m}^2$, $\sigma_{1550\text{nm}}^e = 3,667 \times 10^{-25} \text{ m}^2$ e $\sigma_{1550\text{nm}}^a = 2,46 \times 10^{-25} \text{ m}^2$ (KANG et al., 2012). O valor da seção de choque independe do modo espacial.

A parcela η_3 é negativo para o canal em 1530 nm e positivo para 1550 nm, pois $(\sigma_{1550\text{nm}}^a \sigma_{1530\text{nm}}^e - \sigma_{1530\text{nm}}^e \sigma_{1550\text{nm}}^a) < 0$. Portanto, uma parcela da energia do canal em 1530 nm é transferida para o canal em 1550 nm em cada modo espacial.

A parcela em discussão (η_3) é proporcional ao produto das intensidades ópticas das componentes do sinal de entrada ($P_{s,x} P_{s,i}$). Portanto, na entrada da fibra, a magnitude desta parcela é desprezível frente a η_1 . Quando a amplitude do sinal de entrada é elevado, a parcela η_3 é considerada. A região que este fato ocorre é no início da região de saturação da FM-EDF. De forma semelhante ao analisado para o caso monocanal, considerando que o FM-EDFA opera na região não saturada, as parcelas η_2 e η_3 podem ser desconsideradas da Equação A.1 e, portanto, a equação resultante é semelhante à Equação 3.33.

Para que os valores dos ganhos modais sejam similares, uma condição suficiente é que $dP_{s,i}/dz = dP_{s,j}/dz$, com $i \neq j$. Neste caso, ao considerar as intensidades ópticas das componentes do sinal de entrada idênticas, é necessário que

$$\sigma_{s,i}^e \int_0^{2\pi} \int_0^a N_0(\rho, \phi) \Gamma_{s,i}(\rho, \phi) \Gamma_p(\rho, \phi) \frac{1}{\varphi(\rho, \phi, z)} \rho d\rho d\phi = \sigma_{s,j}^e \int_0^{2\pi} \int_0^a N_0(\rho, \phi) \Gamma_{s,j}(\rho, \phi) \Gamma_p(\rho, \phi) \frac{1}{\varphi(\rho, \phi, z)} \rho d\rho d\phi. \quad (\text{A.2})$$

A expressão anterior evidencia três casos para análise. O primeiro caso consiste em um sinal de entrada com apenas um modo espacial e diferentes canais, por exemplo 1530 e 1550 nm em $\text{LP}_{02,s}$. A integral da Equação 3.33 é idêntica para todos as componentes de sinal, pois a distribuição de intensidade normalizada dos canais é idêntica em um mesmo modo espacial. Portanto, uma condição suficiente para a equalização de ganho é que as seções de choque dos diferentes canais sejam iguais.

Não é possível tornar a seção de choque de emissão independente do comprimento de onda, pois o valor deste parâmetro depende dos níveis de energia dos íons de érbio na matriz de sílica (BECKER et al., 1999).

O segundo caso é relativo aos canais ópticos de mesmo comprimento de onda e diferentes modos espaciais, por exemplo, o canal em 1530 nm dos modos espaciais $\text{LP}_{01,s}$ e $\text{LP}_{11,s}$. Para este caso, as seções de choque de emissão são idênticas ($\sigma_{s,i}^e = \sigma_{s,j}^e$) e a Expressão 3.34 deve ser satisfeita a partir do projeto da FM-EDF (perfil de dopagem) e da escolha do modo do sinal de bombeio.

O terceiro caso é uma combinação dos fatos anteriores, ou seja, o sinal de entrada é composto por diferentes canais ópticos e modos espaciais distintos, por exemplo, os canais 1530 e 1550 nm nos modos espaciais $\text{LP}_{01,s}$ e $\text{LP}_{11,s}$. Neste caso, além da igualdade entre as integrais de superposição, definida pela Expressão 3.35, é necessário que $\sigma_{s,i}^e = \sigma_{s,j}^e$ para diferentes componentes de sinal.

Em condições de elevada inversão, o amplificador opera na região não saturada. Neste regime, o amplificador exibe ganho máximo próximo de 1530 nm e uma região

relativamente plana entre 1540 e 1560 nm. Na condição de inversão moderada, a região próxima de 1530 nm apresenta maior atenuação, devido ao maior valor da seção de choque de absorção (BECKER et al., 1999).

Controlar a equalização do amplificador apenas por meio do controle de inversão não é eficaz para sistemas de longas distâncias. A perda dos enlaces é um importante fator para determinar o nível de inversão da fibra. Portanto, variações não intencionais da perda do enlace implica em desqualização de ganho. Entretanto, com monitoração constante do enlace e adição de margens nos parâmetros de projeto do FM-EDFA, é possível obter um FM-EDFA com DMG reduzida, sem utilizar métodos de equalização passivos, como exemplo, o GFF.

Otimização multiobjetivo

A partir da figura de mérito definida na Expressão 3.35, é possível determinar o modo de bombeio e o perfil de dopagem da FM-EDF que promovem o desempenho do FM-EDFA. Entretanto, de acordo com as funções objetivo definidas na metodologia (Expressões 3.37 e 3.38), o problema de otimização é multiobjetivo. De uma forma geral, um MOOP é definido como (DEB, 2001)

$$\begin{aligned}
 &\text{minimizar} && f_i(\mathbf{x}), && i = 1, \dots, N_f, \\
 &\text{sujeita a} && g_j(\mathbf{x}) \geq 0, && j = 1, \dots, N_g, \\
 &&& h_k(\mathbf{x}) = 0, && k = 1, \dots, N_h, \\
 &&& x_r^{inf} \leq x_r \leq x_r^{sup}, && r = 1, \dots, N_v,
 \end{aligned} \tag{B.1}$$

em que $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_{N_v}]^T$ é o vetor solução do problema de otimização, composto por N_v elementos. Os valores x_r^{inf} e x_r^{sup} representam, em ordem, o limite inferior e superior da variável x_r que compõem a solução $\mathbf{x}$ e definem o *espaço de decisão*.

As N_f funções objetivo são representadas por $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_{N_f}(\mathbf{x})]^T$. A função objetivo que se deseja maximizar é multiplicada por -1. O conjunto de funções objetivo compõem um espaço multidimensional denominado *espaço de objetivos*. Para cada solução $\mathbf{x}$ no espaço de decisão, existe um $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ no espaço de objetivos.

Caso haja restrições de desigualdades e/ou de igualdades, estas relações são definidas pelas funções $g_j(\mathbf{x})$ e $h_k(\mathbf{x})$, limitadas à N_g e N_h funções respectivamente. Uma solução é dita factível quando satisfaz as $N_g + N_h$ restrições e aos $2N_v$ limites. O *espaço de busca* é o conjunto formado por todas as soluções factíveis.

As funções objetivo que definem um MOOP são conflitantes. Como exemplo, ao considerar o problema de otimização no projeto de FM-EDFA, elevar o ganho modal implica em elevar a DMG, pois o ganho máximo é obtido na região saturada do amplificador. Operar nesta região significa elevar a DMG, pois os modos propagantes observam a fibra de forma diferente devido ao nível de inversão da população da fibra dopada.

Em um MOOP, é utilizado o conceito de dominância de Pareto para comparar as soluções do espaço de busca. Uma solução $\mathbf{x}_1$ é dita dominar uma solução $\mathbf{x}_2$ ($\mathbf{x}_1 \prec \mathbf{x}_2$) se as seguintes condições são satisfeitas (DEB, 2001)

1. a solução $\mathbf{x}_1$ é pelo menos igual a solução $\mathbf{x}_2$ em todas as funções objetivo, ou seja, $f_i(\mathbf{x}_1) \leq f_i(\mathbf{x}_2)$ para $i = 1, \dots, N_f$;
2. a solução $\mathbf{x}_1$ é estritamente superior à solução $\mathbf{x}_2$ em pelo menos uma função objetivo, ou seja, $f_i(\mathbf{x}_1) < f_i(\mathbf{x}_2)$ para algum $i \in \{1, \dots, N_f\}$.

Caso a solução $\mathbf{x}_1$ viole alguma destas condições, esta solução não domina a solução $\mathbf{x}_2$. Uma solução é denominada Pareto-ótima caso esta não seja dominada por nenhuma outra solução factível. O conjunto de todas as soluções não dominadas, dentre as soluções factíveis, é denominado de conjunto Pareto-ótimo.

O espaço objetivo, formado pelos pontos no espaço das funções objetivo que corresponde ao conjunto Pareto-ótimo, é denominado de fronteira de Pareto ($\mathcal{P}$), conforme ilustra a Figura B.1. Este gráfico ilustra as soluções de um MOOP definido pela minimização de duas funções objetivo ($f_1(\mathbf{x})$ e $f_2(\mathbf{x})$). Como todos os pontos da fronteira de Pareto satisfazem o problema de otimização (Expressão B.1), todos estes pontos são qualitativamente equivalentes sob a perspectiva de otimização.

Figura B.1 – Ilustração da fronteira de Pareto e do conjunto Pareto-ótimo global em um problema multiobjetivo com duas funções objetivo.

Em um MOOP, todas as soluções Pareto-ótima são igualmente importantes. Para garantir um conjunto de soluções ótimas, duas metas são estabelecidas (DEB, 2001)

1. encontrar um conjunto de soluções o mais próximo possível da fronteira de Pareto;
2. encontrar um conjunto de soluções com maior diversidade possível.

A primeira meta é comum em problemas de otimização e evita a convergência para um conjunto de soluções distante do conjunto ótimo (DEB, 2001). A segunda meta garante a diversidade no espaço de soluções para problemas multiobjetivos, permitindo a escolha da solução do problema a partir da análise de custo-benefício entre as soluções igualmente espaçadas. A Figura B.1 ilustra uma fronteira com soluções igualmente espaçadas.

Os métodos clássicos procuram converter um MOOP em um problema de otimização de único objetivo enfatizando uma solução Pareto-ótima. Ao realizar a simulação para diversas soluções, o método clássico deve ser aplicado várias vezes, obtendo diferentes soluções a cada simulação (DEB et al., 2002).

Os métodos evolutivos, para problemas multiobjetivos, são aplicados em MOOP devido a duas características. A primeira consiste em determinar múltiplas soluções Pareto-ótimas em apenas uma simulação. Os métodos evolutivos operam com um conjunto de soluções e buscam manter a diversidade destas. A segunda característica enfatiza a convergência para a fronteira de Pareto, obtendo um conjunto ótimo de soluções em apenas uma simulação (DEB et al., 2002).

Embora as soluções não dominantes factíveis sejam apresentadas como solução ótima, é necessário classificar as soluções em grupos de acordo com o critério de não dominância. O algoritmo *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm* (NSGA-II) (DEB et al., 2002), que representa um algoritmo variante do algoritmo genético (GA), realiza uma ordenação elitista. A descrição mais detalhada do algoritmo NSGA-II é apresentada no Apêndice C.

Algoritmo NSGA-II

O *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm* (NSGA-II) (DEB et al., 2002) é um algoritmo genético baseado no critério de não dominância para problemas de otimização multiobjetivo (*Multi-Objective Optimization Problem* – MOOP).

O procedimento elitista adotado pelo NSGA-II consiste em classificar os indivíduos (soluções) em diversas fronteiras de Pareto $\mathcal{P}_1, \mathcal{P}_2, \dots, \mathcal{P}_k$ de acordo com o grau de dominância. O algoritmo 1 apresenta o procedimento de ordenação por dominância. O operador $|\mathcal{P}_k|$ representa o número de indivíduos da fronteira $\mathcal{P}_k$.

Para identificar os indivíduos que compõem a primeira fronteira $\mathcal{P}_1$ em uma população, cada solução p é comparada com as demais soluções, representadas por q . Para cada solução p , são calculados os seguintes parâmetros (DEB et al., 2002)

1. o conjunto de soluções S_p dominadas por p (linhas 5-7 do algoritmo 1);
2. o contador de dominância n_p , definido como o número de soluções que dominam a solução p (linhas 8-10 do algoritmo 1).

Caso o contador de dominância n_p seja igual a zero, a ordem de não dominância da solução p , expressa como p_{rank} , é igual a um e a solução é adicionada ao conjunto da primeira fronteira (linha 14 do algoritmo 1).

A próxima etapa consiste em identificar as soluções dominadas por p que compõem a segunda fronteira $\mathcal{P}_2$. O contador de dominância n_q da solução q , contida no conjunto S_p , é decrementado (linha 22 do algoritmo 1). Caso n_q seja igual a zero, nenhuma outra solução domina q , exceto as soluções que pertencem a $\mathcal{P}_1$. A solução q é adicionada ao conjunto Q (linhas 23-26 do algoritmo 1) que, em seguida, será denominado $\mathcal{P}_2$ (linha 30 do algoritmo 1). Este procedimento é repetido até que todas as fronteiras sejam determinadas.

Após a classificação das soluções em fronteiras, é importante ordenar as soluções destes conjuntos de acordo com uma métrica de diversidade. A métrica utilizada no NSGA-II é baseado na estimativa do número de soluções que cercam uma solução em particular.

Algoritmo 1: fast-non-dominated-sort (Fonte: adaptado de Deb et al. (2002))

```

1  para cada  $p \in \mathcal{P}$  faça
2       $S_p = \emptyset$ ;
3       $n_p = 0$ ;
4      para cada  $q \in \mathcal{P}$  faça
5          se  $(p \prec q)$  então
6               $S_p = S_p \cup \{q\}$ ;
7          fim
8          se  $(q \prec p)$  então
9               $n_p = n_p + 1$ ;
10         fim
11     fim
12     se  $n_p = 0$  então
13          $p_{rank} = 1$ ;
14          $\mathcal{P}_1 = \mathcal{P}_1 \cup \{p\}$ ;
15     fim
16 fim
17  $i = 1$ ;
18 enquanto  $\mathcal{P}_i \neq \emptyset$  faça
19      $Q = \emptyset$ ;
20     para cada  $p \in \mathcal{P}_i$  faça
21         para cada  $q \in S_p$  faça
22              $n_q = n_q - 1$ ;
23             se  $n_q = 0$  então
24                  $q_{rank} = i + 1$ ;
25                  $Q = Q \cup \{q\}$ ;
26             fim
27         fim
28     fim
29      $i = i + 1$ ;
30      $\mathcal{P}_i = Q$ ;
31 fim

```

Esta métrica é determinada a partir da distância média entre dois pontos adjacentes à solução p ao longo de cada um das funções objetivos (DEB et al., 2002).

O algoritmo 2 apresenta os passos para cálculo desta métrica, denominada de distância de multidão, para cada solução da fronteira $\mathcal{I}$, cujo número de soluções é igual a l_c (linha 1 do algoritmo 2).

Para o cálculo da distância de multidão, é necessário ordenar a população de acordo com o valor crescente de cada função objetivo (linha 6 do algoritmo 2).

Em seguida, para cada função objetivo f , a distância de multidão da solução p , denominada como $\mathcal{I}[i]_{dist}$, é determinada a partir da diferença normalizada dos valores da função objetivo de duas soluções adjacentes à p (linha 10 do algoritmo 2). Como este procedimento é realizado para as demais funções objetivo, o cálculo da distância de

multidão é acumulativo. A notação $\mathcal{I}[i].f$ representa o valor da função objetivo f da solução $\mathcal{I}[i]$, enquanto $f_f^{\min}$ e $f_f^{\max}$ são, em ordem, o valor mínimo e máximo da função objetivo f avaliada na fronteira $\mathcal{I}$.

É importante observar que as soluções classificadas com maior e menor valor da função objetivo apresentam distância de multidão infinita (linhas 7 e 8 do algoritmo 2).

Após o cálculo da distância de multidão de todos os indivíduos da fronteira $\mathcal{I}$, é possível comparar duas soluções de acordo com o critério de não dominância e de diversidade. Para cada solução i são utilizados dois parâmetros (DEB et al., 2002): (a) a ordem de não dominância (i_{rank}) e (b) a distância de multidão (i_{dist}).

Entre duas soluções com diferentes ordens de não dominância, é preferível escolher a solução com menor ordem (mais próximo da fronteira de Pareto). Caso as soluções pertençam à mesma fronteira, é preferível escolher a solução localizada na região com menor densidade de soluções. Entre duas soluções p e q , é preferível a solução p ($p \prec_n q$) se ($p_{rank} < q_{rank}$) ou $p_{rank} = q_{rank}$ e $p_{dist} > q_{dist}$. O operador $\prec_n$ é definido como operador de comparação de multidão (DEB et al., 2002).

Algoritmo 2: crowding-distance-assignment (Fonte: adaptado de Deb et al. (2002))

```

1  $l_c = |\mathcal{I}|;$ 
2 para cada  $i$  faça
3    $\mathcal{I}[i]_{dist} = 0;$ 
4 fim
5 para cada função objetivo  $f$  faça
6    $\mathcal{I} = \text{sort}(\mathcal{I}, m);$ 
7    $\mathcal{I}[1]_{dist} = \infty;$ 
8    $\mathcal{I}[l_c]_{dist} = \infty;$ 
9   para  $i = 2$  até  $(l_c - 1)$  faça
10     $\mathcal{I}[i]_{dist} = \mathcal{I}[i]_{dist} + \frac{(\mathcal{I}[i+1].f - \mathcal{I}[i-1].f)}{f_f^{\max} - f_f^{\min}};$ 
11   fim
12 fim

```

Definidos os critérios de classificação das soluções e o operador de seleção entre duas soluções, o algoritmo NSGA-II é apresentado no algoritmo 3. Neste algoritmo, o critério de parada estabelecido é o número de gerações (N_{gr}).

Inicialmente, uma população, denominada P_1 , com N_t indivíduos é gerada. Cada indivíduo é representado por um vetor com N_v elementos x_r ($r = 1, \dots, N_v$), cujo valor inicial é determinado de forma aleatória com distribuição uniforme entre x_r^{inf} e x_r^{sup} que representam, em ordem, o limite inferior e superior da variável x_r .

Esta população é classificada de acordo com o algoritmo 1. Em seguida, os operadores genéticos de seleção (método de seleção por torneio), cruzamento e mutação são aplicados à população P_1 , gerando uma nova população denominada Q_1 (linha 3 do algoritmo 3).

O cruzamento aritmético é aplicado em todos os indivíduos da população P_1 , entretanto, apenas uma fração das N_v variáveis de cada indivíduo sofrem cruzamento. Esta fração é igual a $2/N_v$.

Da mesma forma do cruzamento, a mutação gaussiana é aplicada em todos os indivíduos da população P_1 , entretanto, apenas uma fração das N_v variáveis de cada indivíduo sofrem mutação. Esta fração é igual a $2/N_v$.

A segunda etapa, realizada de acordo com o número máximo de gerações, consiste em

- ordenar a população R_t (linhas 7-14 do algoritmo 3);
- gerar uma nova população P_t (linha 16 do algoritmo 3), a partir da seleção de N_t soluções de acordo com o operador $\prec_n$ (linha 15 do algoritmo 3);
- gerar uma nova população Q_t (linha 17 do algoritmo 3) por meio da aplicação dos operadores genéticos de seleção, recombinação e mutação aplicados à população P_t .

Algoritmo 3: nsga-ii (Fonte: adaptado de Deb et al. (2002))

```

1  $P_1 = \text{rand-pop}(N_t)$ ;
2  $P_1 = \text{fast-non-dominated-sort}(P_1)$ ;
3  $Q_1 = \text{make-new-pop}(P_1)$ ;
4  $t = 1$ ;
5 para  $g = 1$  até  $N_{gr}$  faça
6    $R_t = P_t \cup Q_t$ ;
7    $\mathcal{F} = \text{fast-non-dominated-sort}(R_t)$ ;
8    $P_{t+1} = \emptyset$ ;
9    $i = 1$ ;
10  enquanto  $|P_{t+1}| + |\mathcal{F}_i| \leq N_p$  faça
11     $\text{crowding-distance-assignment}(\mathcal{F}_i)$ ;
12     $P_{t+1} = P_{t+1} \cup \mathcal{F}_i$ ;
13     $i = i + 1$ ;
14  fim
15   $\text{sort}(\mathcal{F}_i, \prec_n)$ ;
16   $P_{t+1} = P_{t+1} \cup \mathcal{F}_i[1 : (N_t - |P_{t+1}|)]$ ;
17   $Q_{t+1} = \text{make-new-pop}(P_{t+1})$ ;
18   $t = t + 1$ ;
19 fim

```

A Figura C.1 ilustra um diagrama que representa o processo de ordenação e seleção do algoritmo NSGA-II. O conjunto de soluções R_t formada pela união das populações P_t e Q_t é, primeiramente, ordenado de acordo com o critério de não dominância. Neste exemplo, após a ordenação, as soluções são divididas em cinco fronteiras.

Como $|\mathcal{F}_1 \cup \mathcal{F}_2| < N_t$, estas fronteiras compõem a nova população P_{t+1} , restando $N_{pr} = |\mathcal{F}_1 \cup \mathcal{F}_2| - N_t$ elementos a serem escolhidos. Como $|\mathcal{F}_3| > N_{pr}$, apenas os primeiros N_{pr} elementos de $\mathcal{F}_3$ são selecionados. Como os indivíduos das fronteiras são ordenados

de acordo com a distância de multidão, os N_{pr} elementos são selecionados a partir da aplicação do operador $\prec_n$. As demais soluções, junto com os conjuntos $\mathcal{F}_4$ e $\mathcal{F}_5$, são descartadas.

Figura C.1 – Procedimento de ordenação por dominância e distância de multidão no NSGA-II. Adaptado de Deb et al. (2002).

Há dois objetivos em um problema de otimização multiobjetivo (DEB et al., 2002): (a) convergência para o conjunto ótimo de Pareto e (b) manutenção da diversidade do conjunto. Para verificar a convergência do algoritmo ao longo das gerações, são consideradas duas métricas.

A primeira métrica consiste em mensurar a distância entre o conjunto de soluções calculada pelo algoritmo NSGA-II e a fronteira de Pareto. Entretanto, no problema considerado neste trabalho, a solução ótima não é conhecida, impossibilitando o uso desta métrica. É possível utilizar a ordem de dominância máxima do conjunto de soluções como métrica de convergência para o conjunto ótimo de Pareto. Embora a distância não seja calculada e, portanto, não conhecida a distância real entre a solução e o conjunto ótimo, garantir que todas as soluções pertençam à primeira fronteira garante a ordenação elitista do algoritmo heurístico.

A segunda métrica, denominada de métrica de densidade, consiste em determinar o nível de espalhamento da solução no espaço de objetivos. Após o cálculo da distância euclidiana d_i entre as soluções não dominadas e consecutivas do conjunto de indivíduos, a média destas distâncias $\bar{d}$ é calculada. Em seguida, a métrica de densidade é determinada de acordo com (DEB et al., 2002)

$$MD = \frac{d_f + d_l + \sum_{i=1}^{N_t-1} |d_i - \bar{d}|}{d_f + d_l + (N_t - 1) \bar{d}}, \quad (C.1)$$

em que d_f e d_l são as distâncias euclidianas entre as soluções limites e as soluções adjacentes. Quando as soluções são todas idênticas, o valor de MD é unitário. Quando a distância entre as soluções é igual à média, a métrica de densidade é nula.

A Figura C.2 ilustra os valores das métricas de convergência do algoritmo. De acordo com a Figura C.2(a), na geração de número 12, todas as soluções são não dominadas e a métrica de densidade apresenta um decréscimo elevado quando comparada com a geração anterior. De acordo com os critérios de ordenação utilizados pelo algoritmo NSGA-II, a solução ótima tende a uma distribuição uniforme ao longo da fronteira. O valor da MD apresenta um degrau entre as gerações de número 76 e 77. Esta variação representa um maior nível de uniformidade das soluções, conforme ilustra a Figura C.2(b).

Figura C.2 – Exemplo da convergência do algoritmo NSGA-II em função o número de gerações.

Referências

- AGRAWAL, G. P. *Nonlinear Fiber Optics*. San Diego, EUA: Academic Press, 2001.
- AGRAWAL, G. P. *Fiber-Optic Communications Systems*. New York, EUA: John Wiley & Sons, 2002.
- BAI, N.; IP, E.; WANG, T.; LI, G. Multimode fiber amplifier with tunable modal gain using a reconfigurable multimode pump. *Optics Express*, 2011. v. 19, n. 17, p. 16601–16611, 2011.
- BECKER, P. C.; OLSSON, N. A.; SIMPSON, J. R. *Erbium-Doped Fiber Amplifiers: Fundamentals and Technology*. San Diego, EUA: Academic Press, 1999.
- BERDAGUÉ, S.; FACQ, P. Mode division multiplexing in optical fibers. *Applied Optics*, 1982. OSA, v. 21, n. 11, p. 1950–1955, 1982.
- BIGOT, L.; COCQ, G. L.; QUIQUEMPOIS, Y. Few-mode erbium-doped fiber amplifiers: A review. *Journal of Lightwave Technology*, 2015. v. 33, n. 3, p. 588–596, 2015.
- BOIVIN, D.; BIGOT-ASTRUC, M.; TRAVAGNIN, M.; SILLARD, P. Weakly-coupled few-mode fibers for single-mode and mode-division-multiplexed transmissions. In: *Optical Fiber Communication Conference/National Fiber Optic Engineers Conference 2013*. Anaheim, EUA: Optical Society of America, 2013. p. OTh3K.6.
- BORDONALLI, A. C.; WALTON, C.; SEEDS, A. J. High-performance phase locking of wide linewidth semiconductor lasers by combined use of optical injection locking and optical phase-lock loop. *Journal of Lightwave Technology*, 1999. v. 17, n. 2, p. 328–342, 1999.
- BOYD, R. W. *Nonlinear Optics*. San Diego, EUA: Academic Press, 2008.
- CAI, J.-X.; SUN, Y.; BATSHON, H.; MAZURCZYK, M.; ZHANG, H.; FOURSÀ, D.; PILIPETSKII, A. 54 Tb/s transmission over 9,150 km with optimized hybrid Raman-EDFA amplification and coded modulation. In: *40th European Conference and Exposition on Optical Communication 2014*. Cannes, França: Institution of Engineering and Technology, 2014. p. PD.3.3.
- CAI, J.-X.; ZHANG, H.; BATSHON, H. G.; MAZURCZYK, M.; SINKIN, O.; SUN, Y.; PILIPETSKII, A.; FOURSÀ, D. Transmission over 9,100 km with a capacity of 49.3 Tb/s using variable spectral efficiency 16 QAM based coded modulation. In:

- Optical Fiber Communication Conference/National Fiber Optic Engineers Conference 2014*. San Francisco, EUA: Optical Society of America, 2014. p. Th5B.4.
- CHIN, S. L. *Fundamentals of Laser Optoelectronics*. New Jersey, EUA: World Scientific, 1989.
- CIVCOM. *Long-Haul 100G Coherent Transponder*. 2014. DP-QPSK, 168 Pin OIF ± 55 ns/nm Tunable Transponder. Disponível em: <<http://www.civcom.com/>>.
- COCQ, G. L.; BIGOT, L.; ROUGE, A. L.; BIGOT-ASTRUC, M.; SILLARD, P.; KOEBELE, C.; SALSI, M.; QUIQUEMPOIS, Y. Modeling and characterization of a few-mode EDFA supporting four mode groups for mode division multiplexing. *Optics Express*, 2012. OSA, v. 20, n. 24, p. 27051–27061, 2012.
- COCQ, G. L.; QUIQUEMPOIS, Y.; BIGOT, L. Optimization algorithm applied to the design of few-mode erbium doped fiber amplifier for modal and spectral gain equalization. *Journal of Lightwave Technology*, 2015. v. 33, n. 1, p. 100–108, 2015.
- COCQ, G. L.; QUIQUEMPOIS, Y.; ROUGE, A. L.; BOUWMANS, G.; HAMZAOU, H. E.; DELPLACE, K.; BOUAZAOU, M.; BIGOT, L. Few mode E^{3+} -doped fiber with micro-structured core for mode division multiplexing in the C-band. *Optics Express*, 2013. v. 21, n. 25, p. 31646–31659, 2013.
- DEB, K. *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. New York, EUA: John Wiley & Sons, 2001.
- DEB, K.; PRATAP, A.; AGARWAL, S.; MEYARIVAN, T. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002. v. 6, n. 2, p. 182–197, 2002.
- Emerald Networks. 2015. Disponível em: <<http://www.emeraldnetworks.com/>>.
- ESSIAMBRE, R.; TKACH, R. Capacity trends and limits of optical communication networks. *Proceedings of the IEEE*, 2012. v. 100, n. 5, p. 1035–1055, 2012.
- ESSIAMBRE, R.-J.; KRAMER, G.; WINZER, P.; FOSCHINI, G.; GOEBEL, B. Capacity limits of optical fiber networks. *Journal of Lightwave Technology*, 2010. v. 28, n. 4, p. 662–701, 2010.
- FONTAINE, N.; LEON-SAVAL, S.; RYF, R.; GIL, J.; ERCAN, B.; BLAND-HAWTHORN, J. Mode-selective dissimilar fiber photonic-lantern spatial multiplexers for few-mode fiber. In: *39th European Conference and Exposition on Optical Communication 2013*. Londres, Inglaterra: Institution of Engineering and Technology, 2013. p. PD1.C.3.
- GARCIA, F. A.; MELLO, D. A.; WALDMAN, H. Feedforward carrier recovery for polarization demultiplexed signals with unequal signal to noise ratios. *Optics Express*, 2009. v. 17, n. 10, p. 7958–7969, 2009.
- GILES, C.; DESURVIRE, E. Modeling erbium-doped fiber amplifiers. *Journal of Lightwave Technology*, 1991. v. 9, n. 2, p. 271–283, 1991.
- GLOGE, D. Weakly guiding fibers. *Applied Optics*, 1971. v. 10, n. 10, p. 2252–2258, 1971.

- GNAUCK, A.; WINZER, P. Optical phase-shift-keyed transmission. *Journal of Lightwave Technology*, 2005. v. 23, n. 1, p. 115–130, 2005.
- HERBSTER, A.; ROMERO, M. A. On the design of few-mode Er-doped fiber amplifiers for space-division multiplexing optical communications systems. In: *Proceedings of SPIE*. 2014. v. 9131, p. 91310Y–91310Y–9.
- HERBSTER, A. F.; ROMERO, M. A. Few-mode erbium-doped fiber amplifier design method based on the signal-pump overlap integral. *Optical Engineering*, 2014. v. 53, n. 9, p. 096101, 2014.
- HO, K.-P. *Phase-Modulated Optical Communication Systems*. New York, EUA: Springer, 2005.
- HO, K.-P.; KAHN, J. Linear propagation effects in mode-division multiplexing systems. *Journal of Lightwave Technology*, 2014. v. 32, n. 4, p. 614–628, 2014.
- IANO, S.; SATO, T.; SENTSU, S.; KUROHA, T.; NISHIMURA, Y. Multicore optical fiber. In: *Optical Fiber Communication Conference*. Washington, EUA: Optical Society of America, 1979. p. WB1.
- IGARASHI, K.; TSURITANI, T.; MORITA, I.; TSUCHIDA, Y.; MAEDA, K.; TADAKUMA, M.; SAITO, T.; WATANABE, K.; IMAMURA, K.; SUGIZAKI, R.; SUZUKI, M. 1,03-Exabit/s·km super-nyquist-WDM transmission over 7,326-km seven-core fiber. In: *39th European Conference and Exposition on Optical Communication 2013*. Londres, Inglaterra: Institution of Engineering and Technology, 2013. p. PD3.E.3.
- IP, E. Gain equalization for few-mode fiber amplifiers beyond two propagating mode groups. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2012. v. 24, n. 21, p. 1933–1936, 2012.
- IP, E.; JI, P.; MATEO, E.; HUANG, Y.-K.; XU, L.; QIAN, D.; BAI, N.; WANG, T. 100G and beyond transmission technologies for evolving optical networks and relevant physical-layer issues. *Proceedings of the IEEE*, 2012. v. 100, n. 5, p. 1065–1078, 2012.
- IP, E.; LI, M.-J.; BENNETT, K.; HUANG, Y.-K.; TANAKA, A.; KOROLEV, A.; KORESHKOV, K.; WOOD, W.; MATEO, E.; HU, J.; YANO, Y. 146 $\lambda \times 6 \times 19$ -Gbaud wavelength- and mode-division multiplexed transmission over 10 $\times$ 50-km spans of few-mode fiber with a gain-equalized few-mode EDFA. *Journal of Lightwave Technology*, 2014. v. 32, n. 4, p. 790 – 797, 2014.
- IP, E.; LI, M. jun; HUANG, Y.-K.; TANAKA, A.; MATEO, E.; WOOD, W.; HU, J.; YANO, Y.; KORESHKOV, K. 146 $\lambda \times 6 \times 19$ -Gbaud wavelength- and mode-division multiplexed transmission over 10 $\times$ 50-km spans of few-mode fiber with a gain-equalized few-mode EDFA. In: *Optical Fiber Communication Conference/National Fiber Optic Engineers Conference 2013*. Anaheim, EUA: Optical Society of America, 2013. p. PDP5A.2.
- IP, E.; RUO, Y. G.; LI, M.-J.; HUANG, Y.-K.; KAHN, J. Experimental demonstration of a gain-flattening filter for few-mode fiber based on a spatial light modulator. In: *Optical Fiber Communication Conference/National Fiber Optic Engineers Conference 2014*. San Francisco, EUA: Optical Society of America, 2014. p. Th4A.5.

- ISHIHARA, K.; KOBAYASHI, T.; KUDO, R.; TAKATORI, Y.; SANO, A.; YAMADA, E.; MASUDA, H.; MATSUI, M.; MIZOGUCHI, M.; MIYAMOTO, Y. Frequency-domain equalisation without guard interval for optical transmission systems. *Electronics Letters*, 2008. v. 44, n. 25, p. 1480–1482, 2008.
- JDSU. *Up to 720 mW Fiber Bragg Grating Stabilized 980 nm Pump Modules*. 2014. S30 Series. Disponível em: <<http://www.jdsu.com/>>.
- JIANG, Z.; MARCIANTE, J. R. Impact of transverse spatial-hole burning on beam quality in large-mode-area Yb-doped fibers. *Journal of the Optical Society of America B*, 2008. v. 25, n. 2, p. 247–254, 2008.
- JIN, C.; UNG, B.; MESSADDEQ, Y.; LAROCHELLE, S. Tailored modal gain in a multi-mode erbium-doped fiber amplifier based on engineered ring doping profiles. In: . 2014. v. 8915, p. 89150A–89150A–12.
- JOPSON, R. M.; SALEH, A. A. Modeling of gain and noise in erbium-doped fiber amplifiers. *Proc. SPIE 1581, Fiber Laser Sources and Amplifiers III*, 1992. p. 114–119, 1992.
- JUNG, Y.; ALAM, S.; LI, Z.; DHAR, A.; GILES, D.; GILES, I. P.; SAHU, J. K.; POLETTI, F.; GRÜNER-NIELSEN, L.; RICHARDSON, D. J. First demonstration and detailed characterization of a multimode amplifier for space division multiplexed transmission systems. *Optics Express*, 2011. v. 19, n. 26, p. B952–B957, 2011.
- JUNG, Y.; KANG, Q.; SAHU, J.; CORBETT, B.; O'CALLAGHAM, J.; POLETTI, F.; ALAM, S.-U.; RICHARDSON, D. Reconfigurable modal gain control of a few-mode EDFA supporting six spatial modes. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2014. v. 26, n. 11, p. 1100–1103, 2014.
- JUNG, Y.; KANG, Q.; SLEIFFER, V. A. J. M.; INAN, B.; KUSCHNEROV, M.; VELJANOVSKI, V.; CORBETT, B.; WINFIELD, R.; LI, Z.; TEH, P. S.; DHAR, A.; SAHU, J.; POLETTI, F.; ALAM, S. U.; RICHARDSON, D. J. Three mode er^{3+} ring-doped fiber amplifier for mode-division multiplexed transmission. *Optics Express*, 2013. v. 21, n. 8, p. 10383–10392, 2013.
- KAMINOW, I.; LI, T.; WILLNER, A. *Optical Fiber Telecommunications Volume VIB: Systems and Networks*. : Elsevier Science, 2013. (Optics and Photonics).
- KANG, Q.; LIM, E.; POLETTI, F.; JUNG, Y.; ALAM, S.; RICHARDSON, D. J. Minimizing differential modal gain in cladding pumped MM-EDFAs for mode division multiplexing in C and L bands. In: *International Photonics and Optoelectronics Meetings*. : Optical Society of America, 2014. p. FTh4F.1.
- KANG, Q.; LIM, E.-L.; JUNG, F. P. Y.; BASKIOTIS, C.; ALAM, S. ul; RICHARDSON, D. J. Minimizing differential modal gain in cladding-pumped EDFAs supporting four and six mode groups. *Optics Express*, 2014. OSA, v. 22, n. 18, p. 21499–21507, 2014.
- KANG, Q.; LIM, E.-L.; JUNG, Y.; SAHU, J. K.; POLETTI, F.; BASKIOTIS, C.; ALAM, S. ul; RICHARDSON, D. J. Accurate modal gain control in a multimode erbium doped fiber amplifier incorporating ring doping and a simple LP_{01} pump configuration. *Optics Express*, 2012. v. 20, n. 19, p. 20835–20843, 2012.

- KANG, Q.; LIM, E. L.; JUNG, Y.; POLETTI, F.; ALAM, S. ul; RICHARDSON, D. J. Design of four-mode erbium doped fiber amplifier with low differential modal gain for modal division multiplexed transmissions. In: *Optical Fiber Communication Conference/National Fiber Optic Engineers Conference 2013*. Anaheim, EUA: Optical Society of America, 2013. p. OTu3G.3.
- KIKUCHI, K. Coherent optical communications: Historical perspectives and future directions. In: NAKAZAWA, M.; KIKUCHI, K.; MIYAZAKI, T. (Ed.). *High Spectral Density Optical Communication Technologies*. Berlin, Alemanha: Springer Berlin Heidelberg, 2010, (Optical and Fiber Communications Reports, v. 6). p. 11–49.
- KOGELNIK, H. High-capacity optical communications: personal recollections. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2000. v. 6, n. 6, p. 1279–1286, 2000.
- KRUMMRICH, P. M. Optical amplification and optical filter based signal processing for cost and energy efficient spatial multiplexing. *Optics Express*, 2011. OSA, v. 19, n. 17, p. 16636–16652, 2011.
- MARCUSE, D. *Theory of dielectric optical waveguides*. New York, EUA: Academic Press, 1974.
- MARCUSE, D.; MANYUK, C.; WAI, P. Application of the Manakov-PMD equation to studies of signal propagation in optical fibers with randomly varying birefringence. *Journal of Lightwave Technology*, 1997. v. 15, n. 9, p. 1735–1746, 1997.
- MIZUNO, T.; KOBAYASHI, T.; TAKARA, H.; SANO, A.; KAWAKAMI, H.; NAKAGAWA, T.; MIYAMOTO, Y.; ABE, Y.; GOH, T.; OGUMA, M.; SAKAMOTO, T.; SASAKI, Y.; ISHIDA, I.; TAKENAGA, K.; MATSUO, S.; SAITOH, K.; MORIOKA, T. 12-core×3-mode dense space division multiplexed transmission over 40 km employing multi-carrier signals with parallel MIMO equalization. In: *Optical Fiber Communication Conference/National Fiber Optic Engineers Conference 2014*. San Francisco, EUA: Optical Society of America, 2014. p. Th5B.2.
- MORIOKA, T.; AWAJI, Y.; RYF, R.; WINZER, P.; RICHARDSON, D.; POLETTI, F. Enhancing optical communications with brand new fibers. *IEEE Communications Magazine*, 2012. v. 50, n. 2, p. s31–s42, 2012.
- MUMTAZ, S.; ESSIAMBRE, R.; AGRAWAL, G. Nonlinear propagation in multimode and multicore fibers: Generalization of the Manakov equations. *Journal of Lightwave Technology*, 2013. v. 31, n. 3, p. 398–406, 2013.
- MURSHID, S.; GROSSMAN, B.; NARAKORN, P. Spatial domain multiplexing: A new dimension in fiber optic multiplexing. *Optics & Laser Technology*, 2008. v. 40, n. 8, p. 1030 – 1036, 2008.
- NEOPHOTONICS. *NLW ITLA*: MSA-compliant, narrow linewidth, high power integrable tunable laser assembly. 2014. D00782 – Rev: B. Disponível em: <<http://www.neophotonics.com/>>.
- NOÉ, R. *Essentials of Modern Optical Fiber Communication*. Berlin, Alemanha: Springer-Verlag, 2010.

- OFS. : RightWave®EDF R37003X. 2014. Disponível em: <<http://www.ofsoptics.com/>>.
- Phoenix Photonics. *Few-Mode EDFA*. 2015. Disponível em: <<http://www.phoenixphotonics.com/>>.
- POZAR, D. M. *Microwave Engineering*. Chichester, UK: John Wiley & Sons, 2005.
- QIAN, D.; HUANG, M.-F.; IP, E.; HUANG, Y.-K.; SHAO, Y.; HU, J.; WANG, T. 101.7-Tb/s (370×294-Gb/s) PDM-128QAM-OFDM transmission over 3×55-km SSMF using pilot-based phase noise mitigation. In: *Optical Fiber Communication Conference/National Fiber Optic Engineers Conference 2011*. Los Angeles, EUA: Optical Society of America, 2011. p. PDPB5.
- QIAN, D.; IP, E.; HUANG, M.-F.; LI, M. jun; DOGARIU, A.; ZHANG, S.; SHAO, Y.; HUANG, Y.-K.; ZHANG, Y.; CHENG, X.; TIAN, Y.; JI, P.; COLLIER, A.; GENG, Y.; LINARES, J.; MONTERO, C.; MORENO, V.; PRIETO, X.; WANG, T. 1.05Pb/s transmission with 109b/s/Hz spectral efficiency using hybrid single- and few-mode cores. In: *Frontiers in Optics 2012/Laser Science XXVIII*. Rochester, NY, EUA: Optical Society of America, 2012. p. FW6C.3.
- RANDEL, S.; RYF, R.; GNAUCK, A.; MESTRE, M.; SCHMIDT, C.; ESSIAMBRE, R.; WINZER, P.; DELBUE, R.; PUPALAIKIS, P.; SUREKA, A.; SUN, Y.; JIANG, X.; LINGLE, R. Mode-multiplexed 6×20-Gbd QPSK transmission over 1200-km DGD-compensated few-mode fiber. In: *Optical Fiber Communication Conference/National Fiber Optic Engineers Conference 2012*. Los Angeles, EUA: Optical Society of America, 2012. p. PDP5C.
- RANDEL, S.; RYF, R.; SIERRA, A.; WINZER, P. J.; GNAUCK, A. H.; BOLLE, C. A.; ESSIAMBRE, R.-J.; PECKHAM, D. W.; MCCURDY, A.; LINGLE, R. 6×56-Gb/s mode-division multiplexed transmission over 33-km few-mode fiber enabled by 6×6 MIMO equalization. *Optics Express*, 2011. v. 19, n. 17, p. 16697–16707, 2011.
- RICHARDSON, D. J.; FINI, J. M.; NELSON, L. E. Space-division multiplexing in optical fibres. *Nature Photonics*, 2013. v. 7, n. 5, p. 354–362, 2013.
- RYF, R. SDM components and MIMO experiments in multimode and multicore fibers. In: *40th European Conference and Exposition on Optical Communication 2014*. Cannes, França: Institution of Engineering and Technology, 2014. p. Th.2.1.1.
- RYF, R.; RANDEL, S.; FONTAINE, N.; PALOU, X.; BURROWS, E.; CORTESELLI, S.; CHANDRASEKHAR, S.; GNAUCK, A.; XIE, C.; ESSIAMBRE, R.-J.; WINZER, P.; DELBUE, R.; PUPALAIKIS, P.; SUREKA, A.; SUN, Y.; GRUNER-NIELSEN, L.; JENSEN, R.; LINGLE, R. 708-km combined WDM/SDM transmission over few-mode fiber supporting 12 spatial and polarization modes. *IET Conference Proceedings*, 2013. Institution of Engineering and Technology, p. 441–443(2), 2013.
- RYF, R.; RANDEL, S.; FONTAINE, N. K.; MONTOLIU, M.; BURROWS, E.; CHANDRASEKHAR, S.; GNAUCK, A. H.; XIE, C.; ESSIAMBRE, R.-J.; WINZER, P.; DELBUE, R.; PUPALAIKIS, P.; SUREKA, A.; SUN, Y.; GRUNER-NIELSEN, L.; JENSEN, R. V.; LINGLE, R. 32-bit/s/Hz spectral efficiency WDM transmission over 177-km few-mode fiber. In: *Optical Fiber Communication Conference/National Fiber Optic Engineers Conference 2013*. Anaheim, EUA: Optical Society of America, 2013. p. PDP5A.1.

- RYF, R.; RANDEL, S.; GNAUCK, A.; BOLLE, C.; SIERRA, A.; MUMTAZ, S.; ESMAEELPOUR, M.; BURROWS, E.; ESSIAMBRE, R.; WINZER, P.; PECKHAM, D.; MCCURDY, A.; LINGLE, R. Mode-division multiplexing over 96 km of few-mode fiber using coherent 6×6 MIMO processing. *Journal of Lightwave Technology*, 2012. v. 30, n. 4, p. 521–531, 2012.
- SAKAGUCHI, J.; PUTTNAM, B. J.; KLAUS, W.; AWAJI, Y.; WADA, N.; KANNO, A.; KAWANISHI, T.; IMAMURA, K.; INABA, H.; MUKASA, K.; SUGIZAKI, R.; KOBAYASHI, T.; WATANABE, M. 19-core fiber transmission of $19 \times 100 \times 172$ -Gb/s SDM-WDM-PDM-QPSK signals at 305Tb/s. In: *Optical Fiber Communication Conference/National Fiber Optic Engineers Conference 2012*. Los Angeles, EUA: Optical Society of America, 2012. p. PDP5C.1.
- SALEH, A.; JOPSON, R.; EVANKOW, J. D.; ASPELL, J. Modeling of gain in erbium-doped fiber amplifiers. *IEEE Photonics Technology Letters*, 1990. v. 2, n. 10, p. 714–717, 1990.
- SALEH, B. E. A.; TEICH, M. C. *Fundamentals of Photonics*. New York, EUA: Wiley, 2007.
- SALSI, M.; CHARLET, G.; RENAUDIER, J.; BERTRAN-PARDO, O.; MARDOYAN, H.; BIGO, S.; PLANTADY, P.; CALSAT, A. Recent advances in submarine optical communication systems. *Bell Labs Technical Journal*, 2010. v. 14, n. 4, p. 131–147, 2010.
- SAVORY, S. Digital coherent optical receivers: Algorithms and subsystems. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2010. v. 16, n. 5, p. 1164–1179, 2010.
- SAVORY, S. J. Digital filters for coherent optical receivers. *Optics Express*, 2008. v. 16, n. 2, p. 804–817, 2008.
- SEIMETZ, M. *High-order modulation for optical fiber transmission*. Berlin, Alemanha: Springer, 2009.
- SILLARD, P. Next-generation fibers for space-division-multiplexed transmissions. In: *40th European Conference and Exposition on Optical Communication 2014*. Cannes, França: Institution of Engineering and Technology, 2014. p. Tu.4.1.1.
- SILLARD, P.; ASTRUC, M.; BOIVIN, D.; MAERTEN, H.; PROVOST, L. Few-mode fiber for uncoupled mode-division multiplexing transmissions. In: *37th European Conference and Exposition on Optical Communication 2011*. Geneva, Suíça: Optical Society of America, 2011. p. Tu.5.LeCervin.7.
- SILLARD, P.; BIGOT-ASTRUC, M.; MOLIN, D. Few-mode fibers for mode-division-multiplexed systems. *Journal of Lightwave Technology*, 2014. v. 32, n. 16, p. 2824–2829, 2014.
- TAKARA, H.; SANO, A.; KOBAYASHI, T.; KUBOTA, H.; KAWAKAMI, H.; MATSUURA, A.; MIYAMOTO, Y.; ABE, Y.; ONO, H.; SHIKAMA, K.; GOTO, Y.; TSUJIKAWA, K.; SASAKI, Y.; ISHIDA, I.; TAKENAGA, K.; MATSUO, S.; SAITOH, K.; KOSHIBA, M.; MORIOKA, T. 1.01-Pb/s (12 SDM/222 WDM/456 Gb/s) crosstalk-managed transmission with 91.4-b/s/Hz aggregate spectral efficiency.

- In: *38th European Conference and Exposition on Optical Communication 2012*. Amsterdã, Holanda: Optical Society of America, 2012. p. Th.3.C.1.
- TAKENAGA, K.; SASAKI, Y.; GUAN, N.; MATSUO, S.; KASAHARA, M.; SAITOH, K.; KOSHIBA, M. Large effective-area few-mode multicore fiber. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2012. v. 24, n. 21, p. 1941–1944, 2012.
- UNGER, S.; LINDNER, F.; AICHELE, C.; LEICH, M.; SCHWUCHOW, A.; KOBELKE, J.; DELLITH, J.; SCHUSTER, K.; BARTELT, H. A highly efficient Yb-doped silica laser fiber prepared by gas phase doping technology. *Laser Physics*, 2014. v. 24, n. 3, p. 035103, 2014.
- VPI Photonics. *VPItransmissionMaker™ Optical Systems*. 2015. Disponível em: <<http://www.vpiphotonics.com/>>.
- WINZER, P. Spatial multiplexing: The next frontier in network capacity scaling. In: *39th European Conference and Exposition on Optical Communication 2013*. Londres, Inglaterra: Institution of Engineering and Technology, 2013. p. 372–374.
- YAMAN, F.; MATEO, E.; WANG, T. Impact of modal crosstalk and multi-path interference on few-mode fiber transmission. In: *Optical Fiber Communication Conference/National Fiber Optic Engineers Conference 2012*. Los Angeles, EUA: Optical Society of America, 2012. p. OTu1D.
- YOUNG, I. T.; VLIET, L. J. van. Recursive implementation of the gaussian filter. *Signal Processing*, 1995. v. 44, n. 2, p. 139–151, 1995.
- ZHANG, F.; GAO, Y.; LUO, Y.; CHEN, Z.; XU, A. Stochastic BER estimation for coherent QPSK transmission systems with digital carrier phase recovery. *Optics Express*, 2010. OSA, v. 18, n. 9, p. 9592–9599, 2010.