ADRIANO LIMA ABRANTES

Bifurcações Induzidas por Limites no Contexto de Estabilidade de Tensão

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Sistemas Elétricos de Potência.

Orientador: Prof. Dr. Luís Fernando Costa Alberto

São Carlos
2016

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

A158b Abrantes, Adriano Lima
Bifurcações Induzidas por Limites no Contexto de
Estabilidade de Tensão / Adriano Lima Abrantes;
orientador Luís Fernando Costa Alberto. São Carlos,
2016.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica e Área de Concentração em
Sistemas Elétricos de Potência -- Escola de Engenharia
de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2016.

1. Estabilidade de Tensão. 2. Bifurcação Induzida
por Limite. 3. Análise de Sensibilidade. 4. Suavização
de Limites. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **ADRIANO LIMA ABRANTES**.

Título da dissertação: "Bifurcações induzidas por limites no contexto de estabilidade de tensão".

Data da defesa: 09/08/2016.

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Associado **Luis Fernando Costa Alberto (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Prof. Dr. **Luiz Carlos Pereira da Silva**
(Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP)

APROVADO

Prof. Dr. **Antônio Carlos Zambroni de Souza**
(Universidade Federal de Itajubá/UNIFEI)

APROVADO

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica:
Prof. Associado **Luis Fernando Costa Alberto**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Associado **Luis Fernando Costa Alberto**

Dedico este trabalho ao meu avô, Josber. Sinto sua falta!

Agradecimentos

Aos meus pais, por tornarem tudo isso possível.

À Fê, Lu, Dolfo e Sylvette, que me aturam de maneira supreendente há anos.

À minha grande companheira, que tanto me apoiou durante este projeto de pesquisa.

À minha sogra, ao meu sogro e suas famílias, a quem sou muito grato por todo apoio e carinho que recebo.

Ao professor Luís Fernando Costa Alberto, principalmente pelos ensinamentos, mas também pelas oportunidades e pela confiança depositada em mim.

Ao professor João Bosco A. London Jr., pelos ensinamentos e por me ajudar sempre que precisei.

Ao Moussa, por me orientar e apoiar desde a graduação.

Ao Alexandre, pela colaboração e apoio durante este projeto.

À Elaine, Thiago e Willian, pela amizade e companheirismo durante as disciplinas de pós-graduação.

Aos meus amigos e colegas de pesquisa, Ana Cecília, Breno, Camila (Fantin e Vieira), Daniel, Edson Geraldi, Edson Theodoro, Jullian, Júlio, Leandro, Luana, Lucas, Taylon e a tantos outros que me ajudaram nesta fase.

A todos meus amigos próximos, que sempre influenciaram minhas ideias e contribuíram para o meu desenvolvimento.

À FAPESP, pelo apoio financeiro.

“Antes de ler o livro que o guru lhe deu
Você tem que escrever o seu!”
(Raul Seixas)

Resumo

Abrantes, A. L. **Bifurcações Induzidas por Limites no Contexto de Estabilidade de Tensão**. 2016. 78 f. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015.

A interligação dos sistemas elétricos de potência (SEPs) resultou em um aumento na complexidade dos mesmos. Além disso, devido a pressões econômicas e ambientais, os sistemas têm operado mais próximos aos seus limites de transmissão, o que aumenta a relevância de análises de segurança no contexto de estabilidade de tensão. Neste cenário, problemas associados à capacidade de transmissão do SEP, como a bifurcação induzida por limite (BIL), tornam-se mais importantes, criando a necessidade de ferramentas de análise apropriadas.

Um dos objetivos deste projeto de mestrado é estudar mais profundamente as BILs para que se possa tratar melhor o fenômeno no contexto de estabilidade de tensão. Outro objetivo é o desenvolvimento de técnicas para avaliação da margem de estabilidade de tensão (MET) considerando a possibilidade de ocorrência de BIL. Finalmente, dada a grande importância e ampla utilização da análise de sensibilidade da MET devido à bifurcação sela-nó (BSN) em estudos de estabilidade de tensão, o equacionamento do problema de análise de sensibilidade da MET devido à BIL é o terceiro objetivo deste trabalho.

A análise de sensibilidade é importante pois, não só fornece mais informações sobre o fenômeno de instabilidade e seus mecanismos, mas também auxilia na análise de segurança de SEPs, fornecendo informações sobre quais ações de controle serão mais eficazes na manutenção da MET e quais contingências serão mais severas. Isto é, quais mudanças no sistema mais afetam a MET. No entanto, este tipo de análise só foi realizado para o caso em que a MET é determinada por um ponto de BSN, não para o caso da BIL. Com o intuito de possibilitar que ferramentas de seleção de controles preventivos tratem o fenômeno da BIL, realizou-se uma análise de sensibilidade do ponto de BIL similar à análise usual baseada na BSN.

Outra contribuição deste trabalho é uma formulação suave de limites complementares que foi aplicada ao problema de limites de injeção de potência reativa de unidades geradoras. A formulação proposta transforma, pelo menos numericamente, a BIL em uma BSN que pode ser detectada através de métodos já consolidados na literatura.

Palavras-chave: Estabilidade de Tensão, Bifurcação Induzida por Limite, Análise de Sensibilidade, Suavização de Limites

Abstract

Abrantes, A. L. **Limit Induced Bifurcations in the Context of Voltage Stability.** 2016. 78 p. Master's Thesis, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2016.

The interconnection of electric power systems (EPSs) led to an increase in security assessment complexity. Besides, due to economical and environmental influences, EPSs have been operating closer to their transmission limits, which raises the relevance of security assessment in the context of voltage stability. In this scenario, problems related to EPS power transmission capacity, such as the limit induced bifurcation (LIB), become more important and bring the need of appropriate analysis tools.

One of the goals of this project is to study the LIB problem more deeply, so it can be better understood in the context of voltage stability. Another objective is the development of methods for evaluating the load margin (LM) considering the possible occurrence of LIBs. Finally, since the LM sensitivity analysis due to saddle-node bifurcation (SNB) plays a highly important role in voltage stability studies, developing a method for LM sensitivity analysis due to LIB is our third objective.

The sensitivity analysis is important not only because it provides information on the instability phenomenon and its mechanisms, but it is also useful for EPS security assessment, since it may provide knowledge on which control actions will be more effective in increasing the LM and which contingencies may be more severe. However, this analysis has been performed only for the case in which the LM is determined by a SNB point, not for the LIB case. With the intention of enabling pre-existing preventive control selection tools to treat the LIB phenomenon, a sensitivity analysis was performed at the LIB point similarly to what was developed for the SNB.

Another contribution of this work is a smoothing formulation for complementary limits that was applied to the problem of limited reactive power injection of generating units. The proposed formulation transforms, at least numerically, the LIB in a SNB, which may be detected through methods already established in literature.

Keywords: Voltage Stability, Limit Induced Bifurcation, Sensitivity Analysis, Limit Smoothing

Sumário

Lista de Figuras	xvii

Lista de Tabelas	xxi

1	Introdução	1
1.1	Estabilidade de Tensão e Bifurcações	2
1.2	Análise de Sensibilidade	4
1.3	Objetivos	4
1.4	Contribuições	4
1.5	Estrutura do Trabalho	5
2	Estabilidade de SEPs	7
2.1	Definições	7
2.2	Estabilidade de Tensão	8
2.2.1	Transmissão de Potência Reativa	9
2.2.2	Categorias de Estabilidade de Tensão	11
2.3	Métodos de Análise de Estabilidade de Tensão	12
2.3.1	Margem de Estabilidade de Tensão	14
2.3.2	Modelo das Cargas, PMC e a BSN	15
2.3.3	Instabilidade Induzida por Limite	16
2.4	Considerações Finais	18
3	Bifurcações Locais em SEPs	19
3.1	Teoria de Bifurcações	19
3.1.1	Bifurcações em Sistemas Dinâmicos	20
3.2	Formas Normais de Bifurcação	22
3.2.1	Bifurcação Sela-Nó	23
3.2.2	Bifurcação de Hopf	25
3.2.3	Bifurcação Transcrítica	27
3.3	Bifurcação Induzida por Limite	29
4	Técnicas para determinação da Margem de Estabilidade de Tensão	33
4.1	Análise Estática de SEP	33
4.1.1	Fluxo de Carga Continuado	34
4.2	Técnicas de Estimção da MET baseadas na BSN	36
4.3	Técnicas de Estimção da MET considerando BIL	39
4.4	Outras Técnicas de Estimção da MET	42
4.5	Considerações Finais	43

5	Formulação Suave de Limites	45
5.1	Suavização de Limites	47
5.2	Sistemas Teste	49
5.2.1	Sistema teste 1	49
5.2.2	Sistema teste 2	49
5.3	Resultados	50
5.3.1	Resultados para o sistema teste 1	51
5.3.2	Resultados para o sistema teste 2	51
5.4	Considerações Finais	55
6	BIL: Robustez e Análise de Sensibilidade	57
6.1	Robustez e Sensibilidade	57
6.2	Análise de Sensibilidade	60
6.3	Resultados	60
6.3.1	Resultados para o sistema teste 1 modificado	61
6.3.2	Resultados para o sistema teste 2	65
6.4	Discussão	69
6.4.1	Sensibilidade via formulação suave	69
6.5	Considerações Finais	70
7	Considerações Finais	71
7.1	Formulação Suave	71
7.2	Robustez e Sensibilidade	72
7.3	Expectativas Futuras	72
	Referências Bibliográficas	73

Lista de Figuras

2.1	Classificação de Estabilidade em SEPs. Figura adaptada de (Kundur <i>et al.</i> 2004).	8
2.2	Modelo elementar de uma linha de transmissão.	9
2.3	Ilustração da MET e do PMC através de uma curva P-V.	14
2.4	Relação entre a curva P-V e estabilidade de tensão.	15
2.5	Consequência da limitação de injeção de potência reativa de uma unidade geradora em uma curva P-V. Em (a) verifica-se a curva P-V de uma barra PQ, em (b) é apresentada a curva P-V do gerador cujo limite é atingido.	16
2.6	Ocorrência da BIL devido à limitação de uma unidade geradora. Em (a) apresenta-se a curva P-V de uma barra PQ e em (b) a curva correspondente à barra PV.	17
3.1	Bifurcações nas soluções do problema de autovalores. Se $\lambda_1^* \neq \lambda \neq \lambda_2^*$, tem-se apenas a solução trivial $(x_1, x_2) = (0, 0)$. Mas se λ é um autovalor de A como λ_1^* ou λ_2^* , então além da solução trivial tem-se o espaço gerado pelo autovetor associado ao autovalor λ .	21
3.2	Retratos de fase da forma normal da bifurcação sela-nó.	23
3.3	Diagrama de bifurcação da BSN, ou seja, a curva de equilíbrios do sistema $\{(x, \lambda); \dot{x} = 0$. A parte sólida da curva representa os equilíbrios estáveis enquanto a parte tracejada representa os equilíbrios instáveis. O ponto cinza na origem é o ponto de BSN.	24
3.4	Órbitas em $\mathbb{R}^2$ de uma BSN, Em (a), $\lambda > 0$ e os dois equilíbrios, o instável (sela) e o estável (nó), coexistem. Conforme λ diminui, os equilíbrios se aproximam. Em (b), $\lambda = 0$ e os equilíbrios coalescem resultando em um ponto de equilíbrio instável não hiperbólico. Em (c), $\lambda < 0$ e o sistema não possui equilíbrios.	24
3.5	Órbitas em $\mathbb{R}^2$ de uma bifurcação de hopf supercrítica.	26
3.6	Órbitas em $\mathbb{R}^2$ de uma bifurcação de hopf subcrítica.	26
3.7	Retratos de fase da forma normal da bifurcação transcritical.	27
3.8	Diagrama da bifurcação contendo os equilíbrios da bifurcação transcritical.	28
3.9	Curva P-V da barra terminal de um gerador que atinge o Q-limite e perde regulação de tensão. A curva tracejada indica como se comportaria a tensão caso o gerador injetasse sua potência reativa máxima, modelado como uma barra PQ.	29
3.10	Curva P-V de uma barra PQ contemplando a perda de regulação de tensão de uma unidade geradora. Na curva pós-limite o gerador é modelado com uma barra PQ que injeta sua potência reativa máxima. Na curva pré-limite o gerador é modelado como uma barra PV com a magnitude de tensão fixa no <i>setpoint</i> .	30

3.11	Ilustração da BIL através de curvas P-V.	30
4.1	Preditor tangente.	35
4.2	Preditor secante.	36
4.3	Ilustração de Σ e o vetor normal n_*	37
4.4	Ilustração adaptada de (Ejebe <i>et al.</i> 1996). A curva tracejada representa a curva P-V obtida via fluxo de carga continuado, portanto mais próxima da curva real. A curva preta representa a curva obtida pelo método.	38
4.5	Ilustração do método <i>Look-Ahead</i> , proposto em (Chiang <i>et al.</i> 1997). O método utiliza duas soluções do fluxo de potência e o vetor tangente no ponto mais carregado para estimar toda a curva.	38
4.6	Ilustração do método <i>QLook-Ahead</i> , proposto em (Mansour 2013). Abaixo são estimados os valores de carregamento que levariam os geradores aos seus limites de injeção reativa. Acima estão as curvas λ -V estimadas em cada cenário de saturação.	41
5.1	Restrição suave de controle de tensão com limites reativos.	48
5.2	Sistema teste 1 - Diagrama de rede.	49
5.3	Sistema teste 2 - equivalente sul-brasileiro reduzido.	50
5.4	Tensão, ângulo e potência reativa gerada na barra 2 para o cenário de BSN. Formulação clássica (colorida). Formulação suave (preta).	52
5.5	Tensão, ângulo e potência reativa gerada na barra 2 para o cenário de BIL. Formulação clássica (colorida). Formulação suave (preta).	53
5.6	Parte real dos autovalores de $D_x f(x, \lambda)$ do sistema teste 1 para o caso de BIL referente à figura 5.5. Formulação clássica (azul). Formulação suave (branca).	53
5.7	Tensão, ângulo e potência reativa gerada na barra 369 para o cenário de BSN. Formulação clássica (colorida). Formulação suave (preta).	54
5.8	Tensão, ângulo e potência reativa gerada na barra 369 para o cenário de BIL. Formulação clássica (colorida). Formulação suave (preta).	54
6.1	Diagrama do sistema teste 1 modificado. Valores dos parâmetros dos ramos em pu: $y_{12} = y_{23} = (0.2 + j1.0)^{-1}$; $b_{sh} = 0.01$; $tap = 1.0$	62
6.2	À esquerda, a relação entre o parâmetro de carregamento λ do ponto de BIL com a variação da admitância b_{sh} de um capacitor na barra 3. À direita, o erro absoluto em λ dado em função da variação em b_{sh}	63
6.3	Análise de sensibilidade aplicada ao sistema teste 1. À esquerda, a relação entre o parâmetro de carregamento λ do ponto de BIL com a variação de um <i>tap</i> fictício tap_{2-3} na linha 2 – 3. À direita, o erro absoluto em λ dado em função da variação em tap_{2-3}	63
6.4	Análise de sensibilidade aplicada ao sistema teste 1. À esquerda, a relação entre o parâmetro de carregamento λ do ponto de BIL com a variação do <i>setpoint</i> de tensão V_{set} do gerador na barra 2. À direita, o erro absoluto em λ dado em função da variação em V_{set}	64
6.5	Análise de sensibilidade aplicada ao sistema teste 1. À esquerda, a relação entre o parâmetro de carregamento λ do ponto de BIL com a variação da potência ativa gerada pelo gerador na barra 2. À direita, o erro absoluto em λ dado em função da variação em P_{gerada}	65

6.6	Análise de sensibilidade aplicada ao sistema teste 1. À esquerda, a relação entre o parâmetro de carregamento λ do ponto de BIL com a variação da potência atendida na barra 3. À direita, o erro absoluto em λ dado em função da variação em P_{carga}	65
6.7	Análise de sensibilidade aplicada ao sistema teste 2. À esquerda, a relação entre o parâmetro de carregamento λ do ponto de BIL com a variação da admitância b_{sh} de um capacitor na barra 370. À direita, o erro absoluto em λ dado em função da variação em b_{sh}	66
6.8	Análise de sensibilidade aplicada ao sistema teste 2. À esquerda, a relação entre o parâmetro de carregamento λ do ponto de BIL com a variação do <i>tap</i> do transformador que liga as barras 369 e 370. À direita, o erro absoluto em λ dado em função da variação do <i>tap</i>	67
6.9	Análise de sensibilidade aplicada ao sistema teste 2. À esquerda, a relação entre o parâmetro de carregamento λ do ponto de BIL com a variação do <i>setpoint</i> de tensão V_{set} do gerador na barra 369. À direita, o erro absoluto em λ dado em função da variação em V_{set}	67
6.10	Análise de sensibilidade aplicada ao sistema teste 2. À esquerda, a relação entre o parâmetro de carregamento λ do ponto de BIL com a variação da potência ativa gerada pelo gerador na barra 369. À direita, o erro absoluto em λ dado em função da variação em P_{gerada}	68
6.11	Análise de sensibilidade aplicada ao sistema teste 2. À esquerda, a relação entre o parâmetro de carregamento λ do ponto de BIL com a variação da potência atendida na barra 370. À direita, o erro absoluto em λ dado em função da variação em P_{carga}	68

Lista de Tabelas

5.1	Barras do sistema teste 1.	49
5.2	Linhas do sistema teste 1.	49
5.3	Q-limites utilizados para o sistema teste 2 no cenário de BSN.	52
5.4	Q-limites utilizados para o sistema teste 2 no cenário de BIL.	52
6.1	Sensibilidade da MET com relação a parâmetros. Erros absoluto e relativo para a estimativa de $\Delta\lambda(p)$ considerando uma variação de $0.1pu$ em p . Todos os valores são dados em pu	62
6.2	Sensibilidade da MET com relação a parâmetros. Erros absoluto e relativo para a estimativa de $\Delta\lambda(p)$ considerando uma variação de $0.1pu$ em p . Todos os valores são dados em pu	66

Capítulo 1

Introdução

Desde o final do século XIX, os Sistemas Elétricos de Potência (SEPs) vêm sendo aprimorados e, conseqüentemente, vêm apresentando novos desafios relacionados a sua operação e expansão. A crescente demanda por energia elétrica aliada ao desenvolvimento tecnológico, que torna a humanidade ainda mais dependente dessa forma de energia, tem aumentado o interesse em procurar garantir o fornecimento desse recurso.

A interligação de SEPs é uma maneira de se obter maior segurança no fornecimento de energia, pois passa-se a dispor da assistência dos sistemas interligados. Além disso, pode-se operar o SEP interligado com uma geração de reserva menor, diminuindo o custo de operação (Kundur *et al.* 1994).

Uma das consequências da interligação é o aumento da complexidade do sistema, o que dificulta sua análise de segurança. Sistemas de grande porte munidos de relés com tempos de abertura relativamente longos fizeram com que a análise de estabilidade transitória ou angular ganhasse grande importância no estudo de segurança de SEPs. Além disso, a lentidão dos dispositivos de proteção faziam com que a estabilidade transitória fosse um dos principais responsáveis por limitações na capacidade de transmissão do sistema (Kundur *et al.* 1994, Taylor *et al.* 1994).

No entanto, nas últimas décadas, avanços nos métodos de análise e nos dispositivos de proteção têm auxiliado a prevenir problemas relacionados à estabilidade transitória, aumentando o destaque de estudos associados à estabilidade de tensão. Além disso, os grandes investimentos necessários para se aumentar a capacidade de transmissão e pressões ambientais contrárias à construção de novas linhas de transmissão e unidades geradoras contribuem para que os SEPs operem mais próximos de sua capacidade máxima, o que torna o problema da estabilidade de tensão ainda mais relevante.

Neste trabalho, investigou-se o problema da bifurcação induzida por limite (BIL) no contexto de estabilidade de tensão via análises estáticas. Este fenômeno, que será explicado em detalhes nos capítulos seguintes, está associado à perda de capacidade de transmissão de potência adicional devido à algum limite operacional do SEP. Enquanto existem vários métodos consolidados na literatura para calcular, estimar e analisar a sensibilidade do ponto de bi-

furcalção sela-nó (BSN) em SEPs (Canizares *et al.* 1992, Chiang *et al.* 1997, Dobson e Lu 1992a, Dobson e Chiang 1989, Greene *et al.* 1997), o problema da BIL ainda precisa ser investigado mais profundamente. Neste contexto, o presente trabalho contém uma revisão bibliográfica de estudos relacionados à BIL, propõe uma maneira de se transformar a BIL em uma BSN e fornece um método para o cálculo da sensibilidade do ponto de BIL em relação a parâmetros arbitrários.

1.1 Estabilidade de Tensão e Bifurcações

É crescente o número de SEPs que têm, como principal ameaça à operação do sistema, problemas associados a estabilidade de tensão (Van Cutsem 2000). Em (Kwatny *et al.* 1995) foi mostrado que um SEP pode sofrer um colapso de tensão após a aplicação de sucessivos aumentos lentos de carga. Esse fenômeno pode ser estudado através da teoria de bifurcações. Numa modelagem estática de SEP típica, as cargas são tratadas como parâmetros do conjunto de equações algébricas que representa o sistema. Encontrar os valores de parâmetros que alteram os equilíbrios do sistema (seja alterando o número ou tipo de equilíbrios) faz parte da teoria de bifurcações.

Modelando as cargas adequadamente em uma análise estática e desprezando limites de geradores e dispositivos de proteção, o Ponto de Máximo Carregamento (PMC) coincide com o ponto de BSN¹ (Kwatny *et al.* 1995). Dobson e Lu (1992b) abordam problemas associados à violação de limites de injeção de potência reativa de geradores síncronos através da teoria de bifurcações. Fenômenos oscilatórios também possuem uma conexão com a teoria de bifurcações, em (Kwatny *et al.* 1995) encontra-se uma extensa lista de trabalhos relacionando bifurcações de Hopf com fenômenos oscilatórios indesejados em SEPs. Fica claro que, neste contexto, a teoria de bifurcações exerce um papel essencial no estudo de estabilidade de tensão e portanto, na análise de segurança de SEPs.

O conhecimento do PMC ou da distância entre este e o atual ponto de operação é de alta relevância para estudos de estabilidade de tensão. Dado um ponto de operação e uma direção de crescimento de carga, define-se a Margem de Estabilidade de Tensão (MET) como a diferença entre a carga no PMC e a carga no atual ponto de operação. A MET dá uma noção quantitativa da segurança do SEP, do ponto de vista de estabilidade de tensão.

Esta margem pode ser calculada com o auxílio de um programa de Fluxo de Carga ou, de maneira mais robusta, via Fluxo de Carga Continuado (Chiang *et al.* 1995). Entretanto, calcular a MET desta maneira envolve alto custo computacional, o que dificulta a aplicação deste método a análises rápidas de segurança.

Outros métodos procuram estimar a MET de maneiras mais rápidas, evitando o cálculo de múltiplos fluxos de carga. Por exemplo, (Lof *et al.* 1992) propuseram o índice do menor valor singular da matriz jacobiana do fluxo de carga, em (de Souza 1998) propõe-se um

---

¹A teoria de bifurcações considerada neste trabalho será apresentada em detalhes no capítulo 3.

método baseado no vetor tangente, em (Guedes *et al.* 2005) um método via função energia é sugerido e (Dester 2006) apresenta a utilização de índices especiais.

Em (Chiang *et al.* 1997), é proposto o método *Look-Ahead*, que além de levar em consideração a direção do crescimento de carga, requer o cálculo de apenas duas soluções do fluxo de carga. O método baseia-se no fato de que, nas vizinhanças de um ponto de BSN a curva de soluções do sistema tem comportamento quadrático.

Entretanto, SEPs possuem não-linearidades rígidas, isto é, mudanças que causam uma troca de equações no modelo da rede e podem fazer com que o modelo utilizado não seja diferenciável. Alguns exemplos de equipamentos que introduzem esta perda de suavidade no modelo são dispositivos de proteção e limites operacionais de reguladores de tensão de unidades geradoras e de transformadores com *tap* variável. Caso algum desses limites seja atingido em níveis de carregamento menores do que aqueles do ponto de BSN, a estimativa obtida via *Look-Ahead* indicará uma MET maior do que a verdadeira. Isto se deve ao fato de que as sensibilidades das variáveis de estado do SEP em relação ao carregamento mudam bruscamente ao atingir um limite. Esta mudança brusca não é prevista pelo *Look-Ahead*, fazendo com que sua estimativa baseie-se em sensibilidades que já não são válidas. Em (Zhao *et al.* 2003) e (Li e Chiang 2008a) o método *Look-Ahead* foi aprimorado para considerar a violação de alguns desses limites e evitar uma estimativa grosseira.

Essas não-linearidades rígidas podem fazer com que o ponto de BSN, correspondente ao PMC, ocorra para valores de carregamento menores do que o previsto por métodos que não as consideram. Além disso, podem fazer com que não ocorra BSN e sim uma BIL assim que o respectivo limite é atingido. Ou seja, uma vez que o limite é atingido, o modelo da rede não possui solução para valores maiores de carregamento, isto é, o ponto de violação do limite coincide com o PMC.

Em (Yue e Venkatasubramanian 2007), é proposto um método que determina se ao atingir uma limitação específica, ocorrerá uma BIL ou não. Entretanto, a aplicação desse método exige o cálculo do determinante da matriz jacobiana do fluxo de carga, ou pelo menos o cálculo do seu sinal. Em (Kataoka 2005) é apresentada uma formulação do problema do fluxo de carga que suaviza não-linearidades rígidas decorrentes de violações de limites. Em (Dobson e Lu 1992b) é apresentada uma modelagem do problema de BIL que corresponde a uma bifurcação transcítica.

Dado que existem diversos métodos consolidados na literatura para calcular a MET e o PMC devido à BSN, identifica-se a necessidade de métodos análogos para tratar o problema da BIL. Dessa forma, um dos objetivos deste projeto de mestrado é analisar mais profundamente o fenômeno da BIL e obter um método para determinar o PMC, seja este um ponto de BSN ou de BIL.

1.2 Análise de Sensibilidade

Além do conhecimento do PMC (ou da MET) em si, é interessante saber como possíveis mudanças nos parâmetros do SEP (sejam ações de controle, contingências ou variações de carga e despacho) alteram o PMC ou a MET. Em (Dobson 1992), uma análise promissora de aspectos geométricos da BSN em SEPs foi apresentada. Posteriormente, Dobson e Lu (1992a) utilizaram essa análise para calcular as sensibilidades do ponto de BSN em relação a variações de parâmetros arbitrários. A análise de sensibilidade pode ser utilizada para determinar quais ações de controle são mais efetivas, em um dado contexto de operação, para por exemplo aumentar a MET.

Em situações emergenciais, medidas de controle corretivo devem ser tomadas rapidamente para estabilizar o sistema. Dada esta restrição de tempo, a principal ação de controle corretivo é o corte de carga (Ajarapu 2001). A análise de sensibilidade pode ser utilizada para determinar quais cargas devem ser removidas, de acordo com sua eficácia.

Do ponto de vista de controle preventivo, cujo objetivo é manter o SEP operando de modo seguro, a análise de sensibilidade indica os controles mais eficazes para uma dada situação. Neste caso, diversas contingências são consideradas e a análise de sensibilidade pode fornecer informações sobre quais controles mais contribuem para o aumento da MET sob cada contingência considerada.

Diversos métodos de seleção de controle preventivo (Greene *et al.* 1997, Kumano *et al.* 1994, Mansour 2013) e corretivo (Feng *et al.* 2000, Van Cutsem 1995) baseiam-se na análise de sensibilidade. Um dos objetivos deste trabalho é realizar uma análise de sensibilidade do ponto de BIL para possibilitar a aplicação de métodos existentes de seleção de controle preventivo ao problema da BIL.

1.3 Objetivos

Os objetivos deste projeto de mestrado são:

- Fundamentar teoricamente o problema de bifurcação induzida por limite;
- Desenvolver técnicas para avaliação da MET considerando a possibilidade de ocorrência de BIL;
- Equacionar o problema de análise de sensibilidade da MET devido à BIL;

1.4 Contribuições

As contribuições deste trabalho são:

1. Revisão bibliográfica sobre a BIL em SEPs;

2. Formulação suave de limites complementares que transforma a BIL em uma BSN, possibilitando que métodos existentes para tratar o problema da BSN sejam aplicados ao fenômeno da BIL;
3. Demonstração das condições em que a BIL persiste a pequenas variações de parâmetros;
4. Cálculo da sensibilidade do ponto de BIL com relação a parâmetros arbitrários.

1.5 Estrutura do Trabalho

O presente trabalho está organizado da seguinte maneira:

Capítulo 2: contém uma breve revisão sobre diferentes tipos de estabilidade em SEPs, com ênfase em estabilidade de tensão. Conceitos de análise estática são revisados e a BIL é apresentada.

Capítulo 3: apresenta uma revisão sobre a teoria de bifurcações e sua relação com estabilidade de tensão. Há destaque para a BIL.

Capítulo 4: contempla diversas técnicas de estimativa de MET, com ênfase nas técnicas que baseiam-se na BSN e nos métodos que consideram a ocorrência da BIL.

Capítulo 5: apresenta a formulação suave de limites complementares proposta, incluindo resultados obtidos para dois sistemas teste.

Capítulo 6: verifica-se a persistência ou robustez da BIL diante de pequenas variações de parâmetros para então apresentar uma análise de sensibilidade do ponto de BIL.

Capítulo 7: contém considerações finais e expectativas futuras.

Capítulo 2

Estabilidade de SEPs

O estudo de estabilidade de tensão abrange diversos aspectos de SEPs e pode tratar de problemas em várias escalas de tempo. Esta abrangência dificulta a classificação do problema entre estático e dinâmico, pois apesar do problema ser usualmente abordado com análises estáticas, trata-se do estudo de um fenômeno dinâmico. Para esclarecer esta questão, a seção 2.1 define o conceito de estabilidade de tensão utilizado neste trabalho.

2.1 Definições

Nesta seção são apresentados os conceitos e definições nos quais este trabalho se baseia. SEPs são modelados através de sistemas dinâmicos, cuja teoria de estabilidade apresenta definições bem fundamentadas. Entretanto, a conexão entre estabilidade de SEPs e a estabilidade no contexto de sistemas dinâmicos não é tão clara, o que resulta em definições vagas de estabilidade de SEP. Diversos esforços (Balu *et al.* 1992, Kundur *et al.* 1994, Taylor *et al.* 1994) foram feitos com o objetivo de se esclarecer essa questão, mas essa é uma tarefa complexa e as definições resultantes são vagas se comparadas com as definições de sistemas dinâmicos.

Em (Kundur *et al.* 2004) define-se estabilidade de um SEP como a habilidade do mesmo, para uma dada condição inicial, de recuperar equilíbrio no estado de operação após sofrer uma perturbação física, com a maioria das variáveis do sistema limitadas tal que praticamente o sistema todo se mantenha intacto.

Para que se obtenha definições mais claras e específicas, separamos os diferentes aspectos de estabilidade de SEPs em três principais categorias:

Estabilidade Angular refere-se ao sincronismo entre os geradores síncronos de um SEP e está relacionada às oscilações eletromecânicas decorrentes de perturbações. Estuda fenômenos de curto prazo e pode envolver o estudo de pequenas perturbações, como flutuações de carga e tensão, ou o estudo de contingências severas, como curtos circuitos e perda de equipamentos de transmissão e geração. No caso de perturbações severas, estabilidade angular também é denominada estabilidade transitória.

Estabilidade de Frequência está associada à capacidade do sistema de manter a frequência dentro de uma pequena faixa pré-determinada após sofrer uma contingência severa. O fenômeno de instabilidade de frequência envolve oscilações na frequência que podem resultar no desligamento de unidades geradoras e centros de carga. Outro aspecto relevante, é que fenômenos de instabilidade de frequência podem ser rápidos, como no caso de ilhamento de uma região incapaz de manter seu balanço de potência, ou lento, como instabilidade causada por controles de sobrevelocidade de turbinas (Kundur *et al.* 1985).

Estabilidade de Tensão refere-se à capacidade de um SEP manter, em regime permanente, tensões aceitáveis em todas as barras do sistema após sofrer uma perturbação em um dado ponto de operação inicial. Está usualmente associada à desigualdade entre a carga demandada e a atendida. O fenômeno de instabilidade resultante caracteriza-se por uma queda (ou aumento) de tensão progressiva em alguns barramentos. Consequências desse fenômeno podem ser perda de carga (intencional ou não) ou perda de elementos de transmissão, que podem resultar em um processo de perda de elementos em cascata. Esta categoria de estabilidade pode ser dividida em estabilidade de tensão de pequenas ou grandes perturbações e de curto ou longo prazo.

A figura 2.1, adaptada de (Kundur *et al.* 2004), apresenta a classificação previamente mencionada. Neste trabalho, estamos interessados em fenômenos associados à estabilidade de tensão.

Figura 2.1: Classificação de Estabilidade em SEPs. Figura adaptada de (Kundur *et al.* 2004).

2.2 Estabilidade de Tensão

Enquanto estabilidade angular está intimamente relacionada à dinâmica de unidades geradoras, estabilidade de tensão relaciona-se com a capacidade da rede de atender a carga demandada.

Após uma perturbação, um SEP pode apresentar tensões mais baixas, diminuindo a potência fornecida às cargas. Em resposta a esta perturbação, algumas cargas e dispositivos como motores de indução, termostatos, transformadores de tap variável e reguladores de tensão tentarão restaurar a potência fornecida. Essa restauração estressa ainda mais o

sistema e pode resultar em tensões ainda mais baixas. Se a carga demandada está acima da capacidade de transferência do SEP, este sofrerá instabilidade de tensão (Kundur *et al.* 2004).

Uma das consequências mais severas da instabilidade de tensão é o colapso de tensão. Um SEP em um certo ponto de operação sofre um colapso de tensão após uma perturbação se as tensões do equilíbrio pós falta estão fora dos limites aceitáveis. Isso pode resultar na atuação de dispositivos de proteção, prejudicando o atendimento das cargas. O colapso de tensão pode ser parcial ou total (blecaute) (Taylor *et al.* 1994).

Normalmente, o principal tipo de problema associado a estabilidade de tensão refere-se à situação em que o SEP está altamente carregado. Entretanto, em (Van Cutsem e Mailhot 1997) relata-se um episódio de instabilidade de tensão por sobretensão. O sistema de transmissão encontrava-se operando com fator de potência capacitivo e os limitadores de subexcitação das unidades geradoras impediram a absorção do excesso de potência reativa no SEP. Apesar de relevante, esse tipo de problema tende a afetar um número menor de consumidores, já que ocorre durante períodos de baixo carregamento.

2.2.1 Transmissão de Potência Reativa

Durante situações de alto carregamento, as linhas de transmissão se comportam como cargas indutivas e, portanto, consomem potência reativa. Considere o modelo equivalente de uma linha de transmissão, apresentado na figura 2.2.

Figura 2.2: Modelo elementar de uma linha de transmissão.

Podemos expressar os fluxos de potência nessa linha através das expressões abaixo:

$$P = \frac{V_E V_R}{X} \sin(\delta) \quad (2.1)$$

$$Q_E = \frac{V_E^2 - V_E V_R \cos(\delta)}{X} \quad (2.2)$$

$$Q_R = \frac{V_E V_R \cos(\delta) - V_R^2}{X} \quad (2.3)$$

$$Q_E - Q_R = \frac{V_E^2 + V_R^2 - 2V_E V_R \cos(\delta)}{X} \quad (2.4)$$

Note que a equação (2.4) representa o consumo de potência reativa na linha de trans-

missão. Analisando a equação (2.1) verificamos que quanto maior o ângulo δ maior será a transferência de potência ativa na linha ¹. Derivando (2.1) obtemos:

$$\frac{\partial P}{\partial \delta} = \frac{V_E V_R \cos(\delta)}{X} \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial P}{\partial V_E} = \frac{V_R \sin(\delta)}{X} \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial P}{\partial V_R} = \frac{V_E \sin(\delta)}{X} \quad (2.7)$$

Podemos assumir que, quando o sistema está sendo pouco solicitado, as magnitudes de tensão estão próximas de 1 p.u. e os ângulos entre os fasores de barras adjacentes são pequenos. Nesse contexto, verifica-se que o fluxo de potência ativa é mais sensível a variações em δ do que a qualquer uma das magnitudes de tensão.

Ao analisarmos as equações (2.2) e (2.3) de maneira análoga, verificamos que em situações de baixo carregamento o fluxo de potência reativa também é baixo. Derivando (2.2), obtemos:

$$\frac{\partial Q_E}{\partial \delta} = \frac{V_E V_R \sin(\delta)}{X} \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial Q_E}{\partial V_E} = \frac{2V_E - V_R \cos(\delta)}{X} \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial Q_E}{\partial V_R} = \frac{-V_E \cos(\delta)}{X} \quad (2.10)$$

Suposições de baixo carregamento (ângulos menores e magnitudes de tensão maiores) indicam baixa sensibilidade em relação ao ângulo δ e alta em relação às magnitudes de tensão. Essas relações de sensibilidade justificam os métodos desacoplados de fluxo de carga, onde as sensibilidades $P - V$ e $Q - \delta$ são desprezadas.

No entanto, esse desacoplamento não é válido em situações de alto carregamento onde, em geral, os ângulos são maiores e as magnitudes de tensão menores. Nesse tipo de situação, há grande transferência de potência ativa nas linhas de transmissão, mas o fluxo de potência reativa se comporta de outra maneira.

Para δ grande, a equação (2.2) sugere que a entrega de potência reativa à linha de transmissão pela barra E será grande. Ao analisarmos a equação (2.3), vemos que a potência reativa entregue à barra R será pequena, possivelmente negativa. Ou seja, a linha está se comportando como uma carga indutiva, como pode ser verificado através da equação (2.4).

Concluimos que, principalmente em períodos de alto carregamento, torna-se inviável transmitir potência reativa. Além disso, a transmissão de potência reativa está associada a perdas na rede. Seja I a corrente em uma linha de transmissão com resistência não nula. I é dada por:

---

¹Por razões de estabilidade angular, consideramos $|\delta| < \pi/4$

$$I = \frac{|S|}{V}$$

As perdas na linha são dadas por:

$$P_{perda} = I^2 R = \left(\frac{P^2 + Q^2}{V^2} \right) R \quad (2.11)$$

$$Q_{perda} = I^2 X = \left(\frac{P^2 + Q^2}{V^2} \right) X \quad (2.12)$$

Portanto, para se diminuir perdas, é interessante minimizar a transmissão de potência reativa e operar com níveis altos de tensão (Taylor *et al.* 1994).

Estas dificuldades associadas à transmissão de potência reativa fazem com que o problema de compensação de potência reativa, ou de regulação de tensão, seja abordado localmente.

Para manter as magnitudes de tensão dentro de faixas aceitáveis, equipamentos de compensação reativa são incluídos no sistema. Alguns exemplos são: bancos de capacitores shunt, reatores shunt, capacitores em série, compensadores síncronos, compensadores estáticos e outros dispositivos FACTS (*Flexible AC Transmission Systems*).

Devido à dificuldade de se transmitir potência reativa, à variabilidade do fluxo de potência no SEP ao longo do dia e aos altos investimentos necessários para a implementação de compensação reativa, a escolha do local de implantação de equipamentos destes dispositivos torna-se uma tarefa complexa e de alta importância.

2.2.2 Categorias de Estabilidade de Tensão

Além das dificuldades mencionadas, problemas relacionados à estabilidade de tensão podem contemplar escalas de tempo da ordem de décimos de segundo à dezenas de minutos. Por exemplo, compensadores estáticos são capazes de regular a tensão rapidamente, enquanto alguns bancos de capacitores são acionados pelo operador do sistema. Transformadores de tap variável também atuam em escalas mais largas de tempo, assim como o próprio perfil de carga ao longo do tempo.

Nesse contexto, simulações dinâmicas em curtos intervalos de tempo, apesar de mais fiéis ao comportamento do sistema, não podem garantir que o SEP operará de maneira estável, já que a atuação de dispositivos mais lentos é relevante e está sendo desprezada. Para grandes sistemas, torna-se inviável executar esse tipo de simulação durante longos intervalos de tempo. De forma análoga, análises estáticas que desprezam a dinâmica das cargas e outros equipamentos também não podem garantir estabilidade de tensão de maneira autônoma.

A abordagem escolhida para contornar essa dificuldade consiste na classificação de problemas de estabilidade de tensão em relação à sua escala de tempo. Seguem as descrições das duas classes obtidas.

Estabilidade de Tensão de Curto Prazo: contempla componentes de dinâmica rápida

como motores de indução, cargas controladas eletronicamente e *High Voltage Direct Current converters* (conversores HVDC). A duração das análises é da ordem de até alguns segundos e envolve o cálculo de soluções das equações diferenciais que representam o sistema. Nesse tipo de estudo, a modelagem da dinâmica das cargas é fundamental (Taylor *et al.* 1994).

Estabilidade de Tensão de Longo Prazo: envolve a atuação de equipamentos mais lentos como transformadores de tap variável, cargas controladas por termostatos e limitadores de corrente de excitação de máquinas síncronas. A análise pode estender-se por vários minutos e longas simulações podem ser necessárias para verificar-se a dinâmica do sistema. Normalmente, o estudo se concentra no sistema pós-falta, ou seja, após uma determinada perturbação ser eliminada. Os mecanismos de instabilidade podem ser vários. Por exemplo, cargas tentando recuperar sua potência podem exceder os limites de transmissão do sistema pós-falta, resultando em tensões muito baixas que podem levar o sistema ao colapso. Além disso, o sistema pós-falta pode encontrar-se em um ponto de operação instável a pequenas perturbações ou então fora da região de atração de pontos de equilíbrio de operação factível. Em diversos casos, análises estáticas podem ser usadas para estimar margens de estabilidade e estudar o SEP em em diversas condições de operação (Kundur *et al.* 2004).

Além da classificação em relação às escalas de tempo, o estudo de estabilidade de tensão pode tratar de variações lentas de carga ou geração, que são perturbações esperadas e previsíveis, ou de perturbações súbitas, que podem ser pequenas variações de parâmetros do sistema ou grandes mudanças decorrentes da atuação de dispositivos de proteção.

Nenhuma das classes apresentadas possibilita descartar as dinâmicas das cargas em estudo. No entanto, simulação do sistema no domínio do tempo não é a única forma de incluir essas dinâmicas em uma análise. Dada a complexidade do problema e a necessidade de se executar análises rápidas, diversos esforços foram feitos para viabilizar o estudo de estabilidade de tensão via análises estáticas ou, ao menos, sem simulações dinâmicas.

2.3 Métodos de Análise de Estabilidade de Tensão

As categorias de problemas de estabilidade apresentadas sugerem a utilização de diferentes métodos de análise para cada uma delas. Além dos diferentes tipos de problemas, existem diferentes situações nas quais se deseja estudar estabilidade de tensão.

Em centros de operação, o tempo de execução das análises pode ser o principal fator na escolha das mesmas. Já para questões de planejamento, análises mais detalhadas abrangendo múltiplos cenários podem ser necessárias. Segue uma classificação típica dos métodos de análise de estabilidade de tensão.

Análise Dinâmica: baseia-se na simulação no domínio do tempo para representar fielmente o comportamento das variáveis do SEP. Varia em grau de detalhamento e pode incluir a atuação de dispositivos de proteção e controle. Quando é de interesse estudar uma nova ferramenta, utiliza-se esse tipo de análise para validá-la. Entretanto, esse método apresenta alto custo computacional e pode ser inviável para sistemas de grande porte, principalmente quando diferentes cenários devem ser analisados. Neste contexto, esse tipo de análise fica reservado aos casos mais críticos, em que um alto nível de detalhamento torna-se necessário.

Análise Quase-Dinâmica: tenta contornar o alto custo computacional de análises dinâmicas através do tratamento diferenciado de dinâmicas lentas e rápidas. Essa abordagem assume que, sob certas condições, pode-se admitir que os estados associados às dinâmicas mais rápidas do sistema estejam em equilíbrio. O resultado é uma análise que considera apenas a parte da dinâmica associada à estabilidade de tensão. Dessa forma, a análise tem custo computacional menor e apresenta resultados válidos. Em (Van Cutsem e Vournas 1996) uma discussão dessa metodologia é apresentada, indicando coerência entre este método e o dinâmico.

Análise Estática: baseia-se nas equações de fluxo de potência na rede de transmissão. Estabilidade é um conceito advindo de dinâmica, mas as vantagens computacionais de métodos de análise estática tornam sua utilização interessante para diversas aplicações. Nesse contexto, vários pesquisadores procuraram encontrar conexões entre análises estáticas e dinâmicas. Os trabalhos (Sauer e Pai 1990, Venikov *et al.* 1975) propõem que, sob certas premissas, há uma correspondência entre a singularidade da matriz jacobiana do fluxo de carga e a singularidade da matriz jacobiana do sistema dinâmico completo. Essa relação possibilita a dedução de informações sobre a dinâmica do SEP através de análises estáticas, de custo computacional relativamente baixo.

Em resumo, a análise estática de estabilidade de tensão se concentra na avaliação da margem de potência, ou seja, a MET (Van Cutsem 2000). Métodos estáticos são, em geral, mais leves computacionalmente e permitem a análise de vários cenários mesmo para sistemas de grande porte. Mesmo que exista controvérsia sobre a utilização de métodos estáticos para a análise de estabilidade de tensão, métodos estáticos são de grande importância para o planejamento e operação de SEPs.

Toda análise de segurança opera dentro de limites de confiança, sejam estes reconhecidos ou não (Balu *et al.* 1992). Métodos de análise estática, mesmo quando desprezam a dinâmica do SEP, fornecem informações valiosas sobre limites de tensão e carregamento. Por exemplo, a análise pode apontar que, para um dado cenário de carga e uma dada contingência, o sistema pós-falta apresentará tensões fora dos limites em determinadas barras e sobrecarga de equipamentos de transmissão. Estes problemas não estão diretamente associados a estabilidade de tensão, mas a operação e preservação do SEP.

A MET indica um certo grau de segurança do SEP. Se a MET é grande para uma dada direção de crescimento de carga, então o SEP ainda pode resistir a aumentos lentos de carga nessa direção sem apresentar grandes variações de tensão. Quando a MET é pequena, o sistema encontra-se fortemente carregado e diversos problemas de estabilidade podem ocorrer, mesmo sem considerar possíveis contingências.

O operador nacional do sistema elétrico (ONS) define o conceito de margem de segurança de tensão (MST) como “a distância mínima para um ponto de operação do sistema onde há risco de instabilidade de tensão” (ONS 2010). Neste trabalho, assume-se que a MET e a MST representam a mesma medida. O critério do ONS em relação à MST é mantê-la acima de valores mínimos determinados através do carregamento considerado e do tipo de análise executada (ONS 2010). Isto confirma a importância de métodos de análise estática em estudos de estabilidade de tensão.

2.3.1 Margem de Estabilidade de Tensão

A figura 2.3 ilustra a ideia de MET através de uma curva P-V que pode ser obtida utilizando o método da continuação, apresentado em detalhes na seção 4.1.

Figura 2.3: Ilustração da MET e do PMC através de uma curva P-V.

Os pontos da curva P-V representam soluções das equações de fluxo de potência na rede para diferentes valores de um certo parâmetro, no caso a potência ativa em algum ponto do sistema. Através desta curva, pode-se visualizar o comportamento da tensão (do ponto de vista estático) em função do carregamento da rede. Note que, para valores baixos de carregamento, a tensão é pouco sensível às variações de carga. Entretanto, nas proximidades do PMC, a tensão torna-se significativamente mais sensível. Isto está coerente com os argumentos de desacoplamento mencionados na subseção 2.2.1.

No PMC, a matriz jacobiana das equações de fluxo de potência na rede de transmissão torna-se singular. Esta singularidade está associada à relação entre os fasores de tensão e potência do SEP. Isto é, no PMC existe uma direção na qual os fasores de tensão do SEP podem variar sem que a injeção de potência de nenhum nó da rede varie. Esta é uma característica importante do PMC que está relacionada com teoria das bifurcações.

Em centros de operação, utiliza-se o histórico de demanda para estimar como a carga deverá variar, tanto em carga total como na sua distribuição entre as barras do SEP. Isso facilita a utilização da MET como índice de grau de segurança em centros de operação e controle, já que esse histórico contém as informações necessárias para a obtenção da MET. Em casos em que esse histórico não está disponível, essa distribuição de carga pode ser aproximada com base na atual razão entre as cargas do SEP.

Apesar da forte aceitação na prática, a MET não garante nenhum tipo de estabilidade. A definição de MST do ONS (ONS 2010) fala da distância mínima de um ponto onde há risco de instabilidade de tensão. Esta definição sugere que o referido ponto trata-se do PMC em uma determinada direção de variação de carga e geração, apesar de não explicitar isto. O PMC não necessariamente é o ponto de menor carga que apresenta risco de instabilidade de tensão, deve-se considerar também que este risco não está bem definido.

Para justificar as análises baseadas na MET, Sauer e Pai (1990) e Venikov *et al.* (1975) apresentam premissas que levam a relações entre a jacobiana do sistema dinâmico completo e a jacobiana das equações do fluxo de carga. Estas relações motivam a dedução de que a parte superior da curva P-V corresponde à pontos de operação estáveis, enquanto a parte inferior e o PMC correspondem a pontos de operação instáveis, como indica a figura 2.4.

Figura 2.4: Relação entre a curva P-V e estabilidade de tensão.

Mesmo que a relação entre a curva P-V e estabilidade não esteja clara, sabe-se que ao operar o sistema próximo do PMC implica em operar em tensões mais baixas e fluxos de potência mais altos, além da presença de altas sensibilidades das variáveis de estado. Portanto, do ponto de vista prático, é razoável utilizar a distância até o PMC, ou seja, a MET como índice de segurança do sistema.

2.3.2 Modelo das Cargas, PMC e a BSN

Neste trabalho, as cargas foram modeladas através de injeções de potência que independem das magnitudes de tensão na rede, um modelo simples que é adequado para análises estáticas. Com esta modelagem, o PMC coincide com o ponto de BSN, a não ser que algum limite ou controle faça com que o PMC seja um ponto de BIL.

No entanto, outros modelos de carga podem ser utilizados em análises estáticas, como modelos de impedância constante e corrente constante, por exemplo. Com estes outros modelos, o PMC pode não coincidir com o ponto de BSN, como ocorre quando modelam-se as cargas apenas como impedâncias constantes, caso em que a BSN nem ocorre.

2.3.3 Instabilidade Induzida por Limite

Muitas vezes, a MET é calculada através de métodos que assumem que os fasores de tensão da rede variam suavemente com relação à carga e geração. Alguns métodos assumem ainda que esta variação é quadrática (Chiang *et al.* 1997, de Souza 1998), mesmo que isso apenas seja verdade nas proximidades do ponto de BSN.

No entanto, um SEP pode sofrer mudanças estruturais decorrentes de variações de carregamento. Por exemplo, para um dado valor de carga, um gerador síncrono pode atingir um de seus limites de injeção de potência reativa (Q-limites) ² Esse fenômeno é modelado em estudos de fluxo de carga através da substituição da respectiva barra PV que modela este gerador por uma barra PQ, cuja tensão é variável. Essa substituição visa modelar a saturação do regulador de tensão do respectivo gerador, ou seja, o gerador perde a capacidade de regular a tensão em sua barra terminal através da injeção de potência reativa (Monticelli, A. J. 1983).

Ao substituir uma barra PV por uma barra PQ, o sistema de equações passa a ter mais uma variável (a tensão na barra terminal do gerador) e mais uma equação (o *mismatch* de potência reativa na mesma barra). As equações que descrevem o sistema mudam, causando mudanças nas sensibilidades das variáveis de estado e, portanto, na curva PV. Uma tentativa de se ilustrar este processo encontra-se na figura 2.5.

Figura 2.5: Consequência da limitação de injeção de potência reativa de uma unidade geradora em uma curva P-V. Em (a) verifica-se a curva P-V de uma barra PQ, em (b) é apresentada a curva P-V do gerador cujo limite é atingido.

Note que a parte da curva após o limite ser atingido, corresponde à curva P-V que seria

² Em análises estáticas, tipicamente aproximam-se as limitações advindas da curva de capacidade da máquina síncrona através de limites de injeção de potência reativa. Mais informações sobre esta curva de capacidade e como estes limites são atingidos e assegurados podem ser encontradas em (Kundur *et al.* 1994).

traçada caso o gerador fosse modelado através de uma barra PQ (com Q igual à injeção de reativo máxima ou mínima da máquina). Entretanto, não há garantia de que o ponto de operação onde o limite é encontrado estará na parte superior da curva P-V do sistema com o gerador saturado. Caso não esteja, o sistema pode sofrer instabilidade de tensão para um valor de carregamento (ou outro parâmetro escolhido) menor do que o esperado, como ilustra a figura 2.6.

Figura 2.6: Ocorrência da BIL devido à limitação de uma unidade geradora. Em (a) apresenta-se a curva P-V de uma barra PQ e em (b) a curva correspondente à barra PV.

Aspectos relevantes desse fenômeno conhecido como bifurcação induzida por limite (BIL, do inglês, *Limit Induced Bifurcation*³) são:

- O PMC não necessariamente apresenta jacobiana do fluxo de carga singular;
- O PMC estimado sem considerar a violação do respectivo limite será outro, provavelmente otimista se comparado com o real;
- Além dos limites operacionais de máquinas síncronas, este fenômeno pode ocorrer com limites de outros dispositivos, como transformadores defasadores (Yue e Venkatasubramanian 2007) e compensadores estáticos (Chen e Min 2007);
- Este fenômeno pode causar uma descontinuidade nas sensibilidades das variáveis de estado em relação aos parâmetros, inviabilizando diversos métodos de análise (Dobson e Lu 1992a).

Em (Dobson e Lu 1992a) este fenômeno é analisado em detalhe através de um modelo de SEP específico, acompanhado de uma simulação no domínio do tempo. A conclusão é que o sistema dinâmico considerado, quando simulado a partir do ponto onde o limite é encontrado, apresenta instabilidade de tensão que pode, inclusive, levar o SEP ao colapso. Porém, os resultados apresentados podem variar significativamente com a utilização de outros modelos de carga, o que reduz a credibilidade da análise.

Em (Li e Chiang 2009) é sugerida uma relação entre o máximo valor de injeção de potência reativa de uma máquina síncrona e a ocorrência de BIL. O trabalho sugere que

³Também conhecida como *Structure Induced Bifurcation* (Li e Chiang 2009)

quanto maior a capacidade de injeção de potência reativa de um gerador, maior a probabilidade deste causar uma BIL ao atingir seu limite. Um teorema relacionando os determinantes da jacobiana do fluxo de carga do sistema saturado e não saturado é proposto em (Yue e Venkatasubramanian 2007). Uma desvantagem desse teorema é o custo computacional do cálculo do determinante, que pode ser inviável para sistemas de médio porte.

Entre os trabalhos citados acima, destaca-se a modelagem de (Dobson e Lu 1992a), que associa a BIL com um tipo de bifurcação encontrado em sistemas dinâmicos, a bifurcação transcítica. Nesse tipo de bifurcação, um par de pontos de equilíbrio sofre uma troca de estabilidade. Algo similar com o que acontece na BIL, um ponto que é considerado estável para o sistema não saturado passa a ser instável com a variação de um parâmetro.

2.4 Considerações Finais

Neste capítulo foram apresentados diversos conceitos relacionados à estabilidade de tensão e seus métodos de análise. Dentre os métodos mencionados, os mais utilizados em ferramentas de análise de estabilidade de tensão são os métodos estáticos, cuja popularidade está associada principalmente ao custo computacional relativamente baixo.

Este trabalho visa complementar as ferramentas desenvolvidas em (Mansour 2013) contribuindo com uma ferramenta para avaliação e cálculo da sensibilidade da MET considerando BIL.

Além disso, um dos principais objetivos deste trabalho é desenvolver uma teoria mais profunda sobre BILs e implementar uma ferramenta capaz de tratar o fenômeno no contexto de estabilidade de tensão.

Capítulo 3

Bifurcações Locais em SEPs

Neste capítulo é apresentada uma revisão da teoria sobre bifurcações locais baseada em (Guckenheimer e Holmes 1990, Hale *et al.* 1996, Kuznetsov 2004, Vanderbauwhede 1982). O termo local indica que os fenômenos considerados não são de caráter global, isto é, concentram-se em uma pequena vizinhança do domínio das funções sob estudo. Bifurcações globais é o termo que denomina fenômenos mais abrangentes, ou seja, mudanças no comportamento do sistema que não estão restritas a uma pequena vizinhança do espaço considerado. Para uma análise mais profunda e detalhada, estas referências podem ser consultadas.

Como mencionado previamente, a teoria de bifurcações exerce um papel fundamental no estudo de estabilidade de tensão. Dado este contexto, a seção 3.1 contém uma breve apresentação da teoria de bifurcações e suas aplicações em sistemas dinâmicos. Já na seção 3.2 são apresentadas as formas normais de alguns tipos de bifurcações que aparecem em SEPs. Finalmente, a seção 3.3 descreve a BIL, objeto de estudo principal deste trabalho.

3.1 Teoria de Bifurcações

Diversos problemas de matemática aplicada se resumem, após uma modelagem apropriada, à resolução de um conjunto de equações que, de maneira abstrata, pode ser escrito como:

$$M(x, \lambda) = 0 \tag{3.1}$$

Nesta equação, x é a incógnita do problema, λ representa parâmetros relevantes do modelo e M é uma função que, em geral, é não linear (Vanderbauwhede 1982). Para um tratamento mais abrangente, poucas restrições podem ser feitas a respeito dos espaços que contém x e λ . Entretanto, para obter uma base teórica suficiente para o desenvolvimento deste trabalho, podemos assumir que $x \in \mathbb{R}^n$ e $\lambda \in \mathbb{R}^k$, com $n, k \in \mathbb{N}$. Além disso, este trabalho dá ênfase ao estudo de bifurcações locais, ou seja, restringimos nossa análise a vizinhanças de um dado ponto (x_0, λ_0) .

O objetivo final da teoria de bifurcações é fornecer uma descrição que seja o mais completa

possível da solução da equação (3.1), ou seja, o conjunto S :

$$S = \{(x, \lambda) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k | M(x, \lambda) = 0\} \quad (3.2)$$

Mais precisamente, já que foi feita a distinção entre a incógnita x e o parâmetro λ , há grande interesse nas seções de S para diferentes valores de λ :

$$S_\lambda = \{x \in \mathbb{R}^n | (x, \lambda) \in S\} \quad (3.3)$$

A teoria de bifurcações estuda o problema de como S_λ varia com λ (Vanderbauwhede 1982).

Como exemplo, considere o problema de autovalor:

$$M(x, \lambda) = Ax - \lambda x \quad (3.4)$$

Onde $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $x \in \mathbb{R}^n$ e $\lambda \in \mathbb{R}$. Sabe-se da álgebra que, para a maioria dos valores de λ a equação (3.4) apresenta apenas solução trivial. Apenas quando λ se iguala a um autovalor de A que teremos um subespaço de soluções não triviais. Como a equação (3.4) sempre possui solução trivial, a reta $\{0\} \times \mathbb{R}$ sempre será solução. Entretanto, quando λ é um autovalor de A , surge uma ramificação de soluções não triviais bifurcando¹ da reta de soluções triviais, como ilustra a figura 3.1 no caso $n = 2$.

Este exemplo indica que há valores de λ que causam uma mudança estrutural em S_λ . Estes valores críticos de parâmetros serão chamados de pontos de bifurcação (Vanderbauwhede 1982).

Note que a teoria de bifurcações foi apresentada sem a consideração de sistemas dinâmicos.

3.1.1 Bifurcações em Sistemas Dinâmicos

Para tratar bifurcações locais em sistemas dinâmicos, é necessário definir o conceito de equivalência topológica.

Considere o sistema dinâmico autônomo não linear² onde $x \in \mathbb{R}^n$ representa as variáveis de estado do sistema, $\lambda \in \mathbb{R}^k$ modela os parâmetros relevantes do mesmo e $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}^n$ é de classe C^1 :

$$\dot{x} = f(x, \lambda) \quad (3.5)$$

Um ponto $(x_0, \lambda_0) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k$ é um ponto de equilíbrio de (3.5) se $f(x_0, \lambda_0) = 0$. Denota-se por $\phi(t, x_0, \lambda_0)$ a solução de (3.5) com condição inicial x_0 , ou seja, $\phi(0, x_0, \lambda_0) = x_0$.

---

¹O termo bifurcação foi originalmente utilizado por Poincaré para descrever a cisão entre os equilíbrios de uma família de equações diferenciais (Guckenheimer e Holmes 1990).

²Neste contexto, não linear deve ser interpretado como não necessariamente linear.

Figura 3.1: Bifurcações nas soluções do problema de autovalores. Se $\lambda_1^* \neq \lambda \neq \lambda_2^*$, tem-se apenas a solução trivial $(x_1, x_2) = (0, 0)$. Mas se λ é um autovalor de A como λ_1^* ou λ_2^* , então além da solução trivial tem-se o espaço gerado pelo autovetor associado ao autovalor λ .

Definição 1 Um ponto de equilíbrio x_s é um ponto de equilíbrio estável no sentido de Liapunov se dado $\epsilon > 0$ (suficientemente pequeno), existir $\delta > 0$ tal que $\|\phi(t, x_0, \lambda_0) - x_s\| \leq \epsilon$ para $t \geq 0$ sempre que $\|x_0 - x_s\| \leq \delta$.

Definição 2 Um ponto de equilíbrio é instável se não for estável.

Definição 3 Uma órbita de $\dot{x} = f(x)$, $x \in X$ começando em um ponto x_0 é um subconjunto ordenado de X definido por:

$$Or(x_0) = \{x \in X | x = \phi(t, x_0), \forall t \in T\},$$

onde T é o intervalo de tempo no qual $\phi(t, x_0)$ é definida.

Na seção anterior, foi discutido o problema de bifurcação e mencionado que S_λ sofre mudanças estruturais em valores de bifurcação. Para definir mudanças estruturais em sistemas dinâmicos, utiliza-se o conceito de equivalência topológica.

Uma relação entre dois objetos ($a \sim b$) é considerada uma relação de equivalência se:

- é reflexiva: ($a \sim a$);

- é simétrica: $(a \sim b) \Rightarrow (b \sim a)$;
- é transitiva: $(a \sim b)$ e $(b \sim c) \Rightarrow (a \sim c)$.

Com este tipo de relação, pode-se criar classes de objetos e afirmar que dois objetos (neste caso, sistemas dinâmicos) são, de alguma forma, equivalentes (Kuznetsov 2004).

Definição 4 *Um homeomorfismo é uma função contínua e invertível cuja inversa também é contínua.*

Definição 5 *Um sistema dinâmico $\dot{x} = f(x)$, $x \in \mathbb{R}^n$ é dito topologicamente equivalente ao sistema dinâmico $\dot{y} = g(y)$, $y \in \mathbb{R}^n$ se existe um homeomorfismo $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ que leva órbitas do primeiro sistema a órbitas do segundo, preservando a orientação no tempo.*

Através dessas definições, pode-se definir o conceito de estabilidade estrutural³, que indica se variações do parâmetro de (3.5) mudarão localmente a estrutura das órbitas do sistema.

Definição 6 *Considere o sistema dinâmico (3.5). Para um valor fixado $\lambda = \bar{\lambda}$, o sistema $\dot{x} = f(x, \bar{\lambda})$ é dito estruturalmente estável se existe $\epsilon > 0$ tal que $\dot{x} = f(x, \lambda)$ é topologicamente equivalente a $\dot{x} = f(x, \bar{\lambda})$ para todo λ satisfazendo $\|\lambda - \bar{\lambda}\| < \epsilon$ (Hale et al. 1996).*

Valores de λ que fazem com que o sistema (3.5) deixe de ser estruturalmente estável são valores de bifurcação, ou seja, valores que causam mudanças estruturais ou qualitativas na dinâmica do sistema.

3.2 Formas Normais de Bifurcação

Esta seção descreve alguns tipos de bifurcações considerados relevantes para a análise de estabilidade de SEPs. Apesar de serem apresentadas através de equações relativamente simples e de baixa ordem, bifurcações podem causar comportamentos dinâmicos complexos. Além disso, na prática, essas equações não necessariamente se apresentam explicitamente. Técnicas de redução devem ser utilizadas para que se possa encontrá-las, como o teorema da variedade central (Guckenheimer e Holmes 1990) e o método de redução de Lyapunov-Schmidt (Sidorov et al. 2002).

A análise da dinâmica das formas normais (Guckenheimer e Holmes 1990) fornece uma noção qualitativa das soluções de sistemas que sofrem determinado tipo de bifurcação.

---

³A definição de estabilidade estrutural aqui utilizada é particular. Isto é, consideramos uma vizinhança de $\bar{\lambda}$ no espaço de parâmetros. Porém, uma definição mais geral de estabilidade estrutural pode considerar uma vizinhança de f no espaço de funções (Smale 1967).

3.2.1 Bifurcação Sela-Nó

Considere o sistema dinâmico modelado pela equação (3.6):

$$\dot{x} = \lambda - x^2 \quad (3.6)$$

Esta é a forma normal da bifurcação sela-nó. Para $\lambda > 0$, o sistema possui dois pontos de equilíbrio, $\pm\sqrt{\lambda}$. O ponto de equilíbrio negativo é instável, como pode-se verificar na figura 3.2(a). Isto também pode ser verificado através da linearização do sistema no respectivo ponto de equilíbrio.

Quando $\lambda = 0$, o sistema possui apenas um ponto de equilíbrio não hiperbólico, cuja instabilidade pode ser verificada através do retrato de fase da figura 3.2(b).

Figura 3.2: Retratos de fase da forma normal da bifurcação sela-nó.

Se λ é negativo, o sistema não possui pontos de equilíbrio. Com isto, verificamos que em qualquer vizinhança de $\lambda = 0$, o sistema pode apresentar dois, um ou nenhum ponto de equilíbrio. Um sistema com n pontos de equilíbrio não pode ser topologicamente equivalente a um sistema que possua um número de equilíbrios diferente. Portanto, em $\lambda = 0$ o sistema perde estabilidade estrutural e sofre uma bifurcação.

Este fenômeno pode ser interpretado da seguinte maneira. Conforme o parâmetro varia, dois pontos de equilíbrio hiperbólicos, x_s (estável) e x_u (instável), se aproximam. Quando o parâmetro atinge o valor de bifurcação, os pontos de equilíbrio se encontram e o ponto de equilíbrio resultante torna-se instável e não hiperbólico. Se o parâmetro continua variando no mesmo sentido, este ponto de equilíbrio deixa de existir. O diagrama de bifurcação apresentado na figura 3.3 ilustra como os equilíbrios variam de acordo com λ .

Em sistemas de maior ordem, o ponto de equilíbrio instável é uma sela enquanto o ponto de equilíbrio estável é um nó estável, justificando o nome da bifurcação. A figura 3.4 ilustra o processo de BSN em um sistema de ordem 2, que corresponde ao encontro entre uma sela e um nó estável.

O teorema⁴ apresentado em seguida dá as condições necessárias para a ocorrência da BSN (Guckenheimer e Holmes 1990).

⁴Neste trabalho, a derivada de uma função f em relação a um vetor de variáveis x é denotada por $D_x f$.

Figura 3.3: Diagrama de bifurcação da BSN, ou seja, a curva de equilíbrios do sistema $\{(x, \lambda); \dot{x} = 0\}$. A parte sólida da curva representa os equilíbrios estáveis enquanto a parte tracejada representa os equilíbrios instáveis. O ponto cinza na origem é o ponto de BSN.

Figura 3.4: Órbitas em $\mathbb{R}^2$ de uma BSN. Em (a), $\lambda > 0$ e os dois equilíbrios, o instável (sela) e o estável (nó), coexistem. Conforme λ diminui, os equilíbrios se aproximam. Em (b), $\lambda = 0$ e os equilíbrios coalescem resultando em um ponto de equilíbrio instável não hiperbólico. Em (c), $\lambda < 0$ e o sistema não possui equilíbrios.

Teorema 1 Seja $\dot{x} = f(x, \lambda)$ um sistema de equações diferenciais em $\mathbb{R}^n$ dependendo do parâmetro $\lambda \in \mathbb{R}$. Assuma, para $\lambda = \bar{\lambda}$, a existência de um equilíbrio p satisfazendo:

(BSN1) $D_x f(p, \bar{\lambda})$ tem um único autovalor nulo com autovetor à direita v e autovetor à esquerda w . $D_x f(p, \bar{\lambda})$ possui k autovalores com parte real negativa e $(n - k - 1)$ autovalores com parte real positiva (contando multiplicidade).

(BSN2) $w\left(\left(\frac{\partial f}{\partial \lambda}\right)(p, \bar{\lambda})\right) \neq 0$

(BSN3) $w\left(D_x^2 f(p, \bar{\lambda})(v, v)\right) \neq 0$

Então há uma curva suave de equilíbrios em $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}$ passando por $(p, \bar{\lambda})$, tangente ao hiperplano $\mathbb{R}^n \times \{\bar{\lambda}\}$ em $(p, \bar{\lambda})$. Dependendo dos sinais das expressões em (BSN2) e (BSN3), não há equilíbrios próximos⁵ de $(p, \bar{\lambda})$ quando $\lambda < \bar{\lambda}$ ($\lambda > \bar{\lambda}$) e um par de equilíbrios próximos de $(p, \bar{\lambda})$ para cada valor do parâmetro para $\lambda > \bar{\lambda}$ ($\lambda < \bar{\lambda}$). Os dois equilíbrios de $\dot{x} = f(x, \bar{\lambda})$ próximos de $(p, \bar{\lambda})$ são hiperbólicos e possuem variedades estáveis de dimensões k e

⁵Neste contexto, próximo significa arbitrariamente perto, isto é, tão próximo quanto se queira sem que a distância seja nula.

$k+1$, respectivamente. O conjunto de equações $\dot{x} = f(x, \bar{\lambda})$ que satisfazem (BSN1)-(BSN3) é aberto e denso no espaço de famílias de campos vetoriais C^∞ de um parâmetro com equilíbrio em $(p, \bar{\lambda})$ com um único autovalor nulo.

O teorema acima afirma que a bifurcação sela-nó é qualitativamente similar à família de equações (3.6) na direção do autovetor nulo, com comportamento hiperbólico nas outras direções. As hipóteses (BSN2) e (BSN3) garantem as condições de transversalidade e a dominância do termo quadrático (Guckenheimer e Holmes 1990).

O desafio advindo da bifurcação sela-nó em SEPs está relacionado à perda de estabilidade do ponto de equilíbrio em que se opera, ou até mesmo à perda do equilíbrio em si. Conforme o parâmetro varia, apenas o ponto de equilíbrio estável é monitorado. Entretanto, um ponto de equilíbrio instável pode estar se aproximando sem que haja conhecimento disso.

A curva P-V, que representa o conjunto de soluções das equações do fluxo de carga para diferentes valores do parâmetro P, sofre uma bifurcação sela-nó no PMC quando as cargas são modeladas como potências constantes.

Considerando o comportamento quadrático do sistema nas proximidades desta bifurcação, (Chiang *et al.* 1997) foi capaz de desenvolver um método rápido de estimação da curva P-V e do ponto de bifurcação sela-nó, ou seja, o PMC.

3.2.2 Bifurcação de Hopf

Bifurcações de Hopf já foram detectadas em diversos modelos matemáticos de SEPs assim como verificadas em sistemas reais (Mithulananthan e Srivastava 1998). Estas podem causar oscilações não (ou mal) amortecidas que podem comprometer a integridade física do SEP e levá-lo ao colapso. Sua forma normal pode ser escrita como:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & -1 \\ 1 & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \pm (x_1^2 + x_2^2) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

Ou através de sua forma polar, cuja análise, neste caso, pode ser mais simples:

$$\dot{r} = r(\alpha \pm r^2) \quad r \geq 0 \quad (3.8)$$

$$\dot{\theta} = 1 \quad (3.9)$$

O sinal $\pm$ determina o tipo de bifurcação de Hopf: supercrítica (sinal negativo, figura 3.5) ou subcrítica (sinal positivo, figura 3.6).

Analisando o caso supercrítico da equação (3.8), nota-se que para α negativo, a origem é um ponto de equilíbrio hiperbólico estável. Para α nulo, a origem continua sendo um ponto de equilíbrio estável, mas não hiperbólico. Se α é positivo, a origem torna-se um ponto de equilíbrio instável, mas um novo ponto de equilíbrio estável surge em $\sqrt{\alpha}$.

Figura 3.5: Órbitas em $\mathbb{R}^2$ de uma bifurcação de hopf supercrítica.

Figura 3.6: Órbitas em $\mathbb{R}^2$ de uma bifurcação de hopf subcrítica.

Para $r > 0$ na equação (3.8), um ponto de equilíbrio equivale a um ciclo limite no sistema (3.7). Ou seja, para α negativo, a origem é um foco estável do sistema (3.7). Para α positivo, a origem torna-se um foco instável. Se α é nulo, a origem continua sendo um foco estável, mas é de baixa atratividade (Kuznetsov 2004). Isto está relacionado com a origem se tornando um ponto de equilíbrio não hiperbólico no sistema (3.8). O ciclo limite, correspondente ao ponto de equilíbrio $\sqrt{\alpha}$, aparece no sistema (3.7) assim que a origem torna-se instável.

Considere um sistema operando em um foco estável e que está prestes a sofrer uma bifurcação de Hopf subcrítica. A princípio, α é negativo, mas conforme α se aproxima de zero há um ciclo limite se aproximando do foco estável e diminuindo sua atratividade. Quando α se anula, a origem torna-se um ponto de equilíbrio não hiperbólico instável e, para α positivo, a origem passa a ser um foco instável. Isto é, o sistema encontrava-se em um ponto de equilíbrio estável que perde estabilidade e não há um ciclo limite atrativo nas vizinhanças para limitar a trajetória do sistema.

Pode-se argumentar que, do ponto de vista de sistemas dinâmicos, o caso subcrítico é o mais preocupante. No caso supercrítico, mesmo que ocorra a perda de estabilidade, o sistema oscilará no ciclo limite por algum tempo, que talvez seja suficiente para que medidas estabilizadoras possam ser tomadas.

Assim como a BIL, a bifurcação de Hopf pode ocorrer para valores de carga menores do que a BSN, o que torna sua predição e entendimento necessários para que se possa operar

SEPs de maneira segura. Neste contexto, diversas metodologias foram propostas para avaliar a restrição imposta à MET devido à bifurcação de Hopf. Essas metodologias podem ser classificadas entre diretas e indiretas.

Em geral, as metodologias indiretas baseiam-se na análise dos autovalores do sistema dinâmico e requerem o cálculo de um grande número de fluxos de carga, podendo apresentar alto custo computacional. Por outro lado, métodos diretos dispensam o cálculo de múltiplos fluxos de carga e calculam o ponto de bifurcação diretamente. Em (Salim 2011), é proposto um método direto rápido que apresenta baixo custo computacional e alta robustez.

Esse tipo de bifurcação costuma estar associado ao baixo amortecimento de modos eletromecânicos de geradores e à ação rápida de reguladores de tensão (Abed e Varaiya 1984). Como este trabalho concentra-se em análises estáticas, esse tipo de bifurcação não será abordado e foi apresentado para dar uma visão mais abrangente da relação entre teoria de bifurcações e SEPs.

3.2.3 Bifurcação Transcrítica

A bifurcação transcritical modela o fenômeno da troca de estabilidade entre dois pontos de equilíbrio. Considere a forma normal apresentada abaixo cujo retrato de fase encontra-se na figura 3.7.

Figura 3.7: Retratos de fase da forma normal da bifurcação transcritical.

$$\dot{x} = \lambda x - x^2 \quad (3.10)$$

Para λ nulo, o sistema possui apenas um ponto de equilíbrio, que é instável e não hiperbólico. Para λ não nulo, o sistema apresenta dois pontos de equilíbrio hiperbólicos, um estável e outro instável, note que a origem sempre é ponto de equilíbrio desse sistema, enquanto $x = \lambda$ é o outro. No entanto, para λ negativo, a origem é um ponto de equilíbrio hiperbólico estável enquanto o ponto de equilíbrio λ é instável. Já no caso em que λ é positivo, a origem é um ponto de equilíbrio hiperbólico instável, enquanto o outro equilíbrio é hiperbólico estável.

A figura 3.8 indica que há uma troca de estabilidade entre dois pontos de equilíbrio que se cruzam.

Figura 3.8: Diagrama da bifurcação contendo os equilíbrios da bifurcação transcritical.

A BSN é uma bifurcação quadrática genérica, isto é, qualquer outro tipo de bifurcação local com termo dominante quadrático e um único autovalor nulo, pode ser perturbado e tornar-se uma BSN. Portanto, espera-se que ao encontrar uma bifurcação quadrática com um único autovalor nulo em alguma aplicação, esta será uma BSN.

Entretanto, em alguns casos, o problema pode estar posto de uma maneira que impede a ocorrência da BSN. A bifurcação transcritical é um exemplo dessa situação. O problema é colocado de uma maneira que impede que as condições de transversalidade sejam satisfeitas (Guckenheimer e Holmes 1990).

Analisando a forma normal da bifurcação transcritical, fica claro que esta não pode satisfazer a condição (BSN2), uma vez que a derivada no ponto de bifurcação em relação ao parâmetro é nula:

$$\frac{\partial f}{\partial \lambda}(0, \lambda) = 0, \forall \lambda \in \mathbb{R}$$

Dessa forma, as condições para a ocorrência de uma bifurcação transcritical são as mesmas da BSN, apenas substituindo a condição (BSN2) por:

$$(BT) \quad w\left(\frac{\partial}{\partial \lambda}(D_x f(p, \bar{\lambda})(v))\right) \neq 0$$

A condição (BT) pode ser interpretada como segue. Para a forma normal, a condição sugere que a variação do parâmetro deve trocar o sinal de $D_x f(0, 0)$, uma vez que:

$$D_x f(0, 0) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda}(D_x f(0, 0)) \neq 0$$

Considerando que a linearização do sistema fornece resultados sobre estabilidade, fica claro que há uma troca de estabilidade na origem, principal característica deste tipo de bifurcação. Para o caso geral, basta considerar esta análise na direção do autovetor associado ao autovalor nulo.

A bifurcação transcítica é abordada neste trabalho pois pode ser utilizada para modelar a BIL, como será mostrado adiante.

3.3 Bifurcação Induzida por Limite

A BIL representa um processo de perda de estabilidade decorrente de alguma restrição imposta ao sistema. É o caso de uma máquina síncrona com *Automatic Voltage Regulator* (AVR) que atinge sua corrente de excitação máxima. Normalmente, o AVR controla a corrente de excitação da máquina com o objetivo de regular a tensão terminal do gerador. Ao atingir certos valores de corrente de excitação, o AVR ou limitador de corrente de campo (*Over Excitation Limiter*) do gerador limitará essa corrente para não danificar a máquina.

Dinamicamente, esse limite pode ser aplicado através de diversas maneiras, violações leves da corrente máxima podem ser permitidas por algum intervalo de tempo. Violações mais severas são limitadas mais rapidamente (Murdoch *et al.* 2000).

Do ponto de vista estático, há apenas o limite de regime permanente. Ou seja, supostamente, a corrente nunca seria superior ao valor máximo de regime permanente.

No processo de resolução do fluxo de carga, um gerador com folga para controlar a tensão em sua barra terminal é modelado através de uma barra PV, ou seja, uma barra cuja magnitude de tensão está no *setpoint* (V_{set}). Já um gerador com a corrente de excitação limitada, é modelado através de uma barra PQ, ou seja, uma barra cuja tensão varia de acordo com os fluxos de potência na rede. Isto é feito pois há uma correspondência entre a corrente de excitação e a potência reativa injetada. Ou seja, quando o limite de injeção de potência reativa da unidade geradora é atingido, a máquina perde regulação de tensão. Este fenômeno é ilustrado através das curvas P-V da figura 3.9.

Figura 3.9: Curva P-V da barra terminal de um gerador que atinge o Q-limite e perde regulação de tensão. A curva tracejada indica como se comportaria a tensão caso o gerador injetasse sua potência reativa máxima, modelado como uma barra PQ.

Na figura 3.10 pode-se verificar a existência de duas curvas P-V, como se fossem de dois sistemas distintos e, de certa forma, são. A curva pré-limite representa o sistema como se o gerador em estudo nunca perdesse a capacidade de regular sua tensão terminal. Já a curva

Figura 3.10: Curva P - V de uma barra PQ contemplando a perda de regulação de tensão de uma unidade geradora. Na curva pós-limite o gerador é modelado com uma barra PQ que injeta sua potência reativa máxima. Na curva pré-limite o gerador é modelado como uma barra PV com a magnitude de tensão fixa no setpoint.

pós-limite representa o sistema como se o gerador sempre estivesse injetando sua potência reativa máxima. As partes sólidas das curvas representam os equilíbrios do SEP sob estudo, enquanto as partes tracejadas representam soluções dos sistema pré e pós-limite que não são equilíbrios do SEP. No ponto onde o limite de injeção reativa é atingido, as duas curvas se interceptam e, portanto, o ponto de encontro é equilíbrio dos dois sistemas. Este ponto onde o Q-limite é atingido e a tensão está no *setpoint* será denominado ponto de troca de restrição (PTR).

Ao atingir o limite, é possível que o PTR resultante seja um ponto de BIL, mas na figura 3.10 isso não é verdade. Ao invés disso, a curva de equilíbrios do sistema muda de direção bruscamente e fica mais sensível ao aumento de carga, ou seja, a imposição do limite afeta a MET, mas o sistema ainda é capaz de atender a incrementos de carga.

Entretanto, no caso em que o PTR é uma BIL, o sistema é incapaz de atender a qualquer carga superior àquela do ponto de BIL. Este caso é ilustrado na figura 3.11.

Figura 3.11: Ilustração da BIL através de curvas P - V .

Neste caso, o cruzamento das curvas dos sistemas pré e pós-limite se dá na parte inferior (“instável”) da curva P - V do sistema pós-limite. A limitação imposta induz instabilidade no sistema.

Em (Dobson e Lu 1992a), o fenômeno da BIL é modelado através de uma bifurcação transcítica. A modelagem adotada é apresentada em seguida.

Considere que o sistema seja modelado pela equação (3.11) quando o gerador possui capacidade de regulação de tensão:

$$\dot{x} = f_o(x, \lambda), \quad (3.11)$$

onde λ representa o parâmetro associado ao carregamento. Analogamente, o sistema com o gerador operando com sua injeção máxima de reativo é modelado pela equação (3.12).

$$\dot{x} = f_s(x, \lambda) \quad (3.12)$$

A abordagem de (Dobson e Lu 1992a) é considerar um terceiro sistema, que consiste em uma homotopia entre os dois sistemas supracitados. Seja (x_0, λ_0) o ponto onde o referido limite é atingido. O novo sistema passa a ser:

$$\dot{x} = g(x, \lambda_0, k) = kf_s(x, \lambda_0) + (1 - k)f_o(x, \lambda_0) \quad (3.13)$$

Onde $0 \leq k \leq 1$ e este parâmetro leva g de f_o a f_s , ou seja:

$$g(x, \lambda_0, 0) = f_o(x, \lambda_0) \quad (3.14)$$

$$g(x, \lambda_0, 1) = f_s(x, \lambda_0) \quad (3.15)$$

Além disso, os pontos (x_0, λ_0, k) devem ser equilíbrios de (3.13) para todo $k \in [0, 1]$.

(Dobson e Lu 1992a) sugerem que, variando k de 0 a 1, encontra-se um valor no qual a matriz jacobiana de (3.13) torna-se singular e uma bifurcação transcítica ocorre. Ou seja, um equilíbrio estável do sistema original torna-se um equilíbrio instável do sistema saturado em um processo contínuo, eliminando a não diferenciabilidade verificada no ponto de BIL quando trocam-se as equações (3.11) por (3.12).

A não diferenciabilidade de $D_x f$ no ponto de BIL é a principal característica deste tipo de bifurcação e causa dificuldades numéricas no processo de resolução do problema de fluxo de carga. Com o intuito de eliminar essa dificuldade e inspirando-se na ideia de (Dobson e Lu 1992a) de fazer a troca de restrições um fenômeno contínuo, procurou-se uma maneira de suavizar limites rígidos, como os Q-limites.

A formulação suave de limites proposta é apresentada no capítulo 5 e consiste em uma transformação que faz com que, pelo menos numericamente, a BIL tome a forma de uma BSN, isto é, ao invés de um autovalor de $D_x f$ “saltar” de um semiplano complexo ao outro enquanto λ varia, este autovalor cruza o eixo imaginário continuamente, fazendo com que exista um par (x, λ) em que $D_x f$ é singular.

Um dos objetivos deste trabalho é investigar mais profundamente essa questão na tentativa de desenvolver novos métodos de detecção de BIL. Além disso, esse método pode ser estendido a outros tipos de limites para tratar restrições em SEPs.

Capítulo 4

Técnicas para determinação da Margem de Estabilidade de Tensão

Nos capítulos 1 e 2, a MET foi apresentada como um índice amplamente aceito para avaliação de segurança em análises estáticas de estabilidade de tensão. Diversos métodos para a estimação da MET foram propostos na literatura e este capítulo contém uma revisão bibliográfica de algumas dessas técnicas.

O capítulo está organizado da seguinte maneira. A seção 4.1 apresenta uma breve revisão teórica sobre análise estática de SEP. A seção 4.2 comenta sobre técnicas de estimação da MET baseadas na BSN, enquanto a seção 4.3 apresenta técnicas que consideram a BIL. Na seção 4.4 outros métodos de estimativa da MET são discutidos.

4.1 Análise Estática de SEP

O problema de fluxo de potência em SEPs pode ser modelado através de um conjunto de equações algébricas não lineares (Monticelli, A. J. 1983). Estas equações são derivadas das leis de Kirchhoff e relacionam as tensões nodais aos fluxos de potência na rede. O problema pode ser expresso através do conjunto de equações (4.1):

$$f(x, \lambda) = 0, \tag{4.1}$$

onde x representa os fasores das tensões nodais no SEP, λ os parâmetros do sistema e f as equações de fluxo de potência ativa e reativa.

Uma solução de (4.1) corresponde a um ponto de equilíbrio do sistema em regime permanente para o dado conjunto de parâmetros λ . A curva P-V é parte do conjunto de soluções de (4.1) para vários valores de carga P , ou seja, para vários valores de um parâmetro específico.

Soluções de (4.1) são usualmente obtidas através do método de Newton-Raphson e suas variações. Este é um método iterativo cuja convergência depende da distância entre a solução

procurada e uma escolha inicial arbitrária para x , além da matriz jacobiana $D_x f(x, \lambda)$, que deve ser invertível.

Portanto, um possível método para traçar uma curva P-V e consequentemente calcular a MET consiste no cálculo das soluções de (4.1) para diferentes valores de P, ou seja, escreve-se o carregamento P em função de um parâmetro λ . Usualmente, λ é um escalar e $P(\lambda) = \lambda v$ é um vetor que determina como as cargas estão distribuídas nas barras. Neste caso, v determina a direção da variação de carga e, dependendo da formulação, do despacho de geração também. Essa técnica, apesar de simples, implica em alto custo computacional e baixa robustez numérica.

O custo computacional excessivo está associado ao cálculo de múltiplas soluções de (4.1) e à ausência de um método preditor apropriado, isto é, ao variar-se λ , a escolha inicial de x pode estar distante da próxima solução procurada. Esta distância pode aumentar o número de iterações necessárias para a convergência do método ou até mesmo causar divergência.

A baixa robustez numérica acentua-se nas vizinhanças do ponto de BSN, onde a matriz jacobiana possui um autovalor com parte real próxima de zero. Este mal condicionamento da matriz jacobiana torna a convergência difícil no nariz da curva P-V. Além disso, caso o carregamento exceda o carregamento do PMC (que é supostamente desconhecido), o sistema não possuirá solução e o método deve divergir.

4.1.1 Fluxo de Carga Continuado

Para contornar os problemas de robustez numérica, métodos de continuação podem ser aplicados. As idéias básicas desse tipo de método numérico foram propostas na década de 60 e introduzidas em várias aplicações de ciência e engenharia (Seydel 1988). Alguns exemplos pioneiros de aplicações em SEPs podem ser encontrados em (Ajjarapu e Christy 1991, Canizares e Alvarado 1993, Huneault *et al.* 1985).

Métodos de continuação possuem 4 componentes básicos:

- Preditor;
- Parametrização;
- Corretor;
- Controle de Passo.

Os três primeiros itens podem ser escolhidos independentemente um dos outros, mas a escolha do controle de passo deve basear-se nos itens anteriores (Seydel 1988).

Entre os métodos preditores, destacam-se o método da tangente e o da secante. O preditor tangente necessita de apenas uma solução previamente calculada e baseia-se na linearização da equação (4.1),

$$0 = D_x f(x, \lambda) \Delta x + D_\lambda f(x, \lambda) \Delta \lambda \quad (4.2)$$

que resulta em

$$\frac{dx}{d\lambda} = - (D_x f(x, \lambda))^{-1} D_\lambda f(x, \lambda). \quad (4.3)$$

Com o resultado da equação (4.3) disponível e o comprimento de passo pré determinado, pode-se facilmente estimar linearmente a próxima solução. A figura 4.1 ilustra o preditor tangente.

Figura 4.1: *Preditor tangente.*

Entretanto, em “pontos de virada”¹, como é o caso do nariz da curva P-V (o ponto de BSN), se o parâmetro representar o carregamento, a matriz jacobiana não será invertível e o método não é capaz de produzir uma estimativa. Este problema pode ser contornado através da parametrização por comprimento de arco (Seydel 1988), que trata o carregamento como uma variável de estado e utiliza a distância entre o último ponto obtido e o ponto a ser estimado como parâmetro.

A principal desvantagem do preditor tangente é o custo computacional do cálculo da equação (4.3). Como alternativa, considere o preditor secante, que estima que a próxima solução estará na reta que passa pelas duas últimas soluções encontradas. O preditor secante pode ser resumido através da equação (4.4)

$$(\bar{x}_{j+1}, \bar{\lambda}_{j+1}) = (x_j, \lambda_j) + \sigma(x_j - x_{j-1}, \lambda_j - \lambda_{j-1}), \quad (4.4)$$

---

¹Do inglês, *Turning points*.

onde $\bar{x}_j$ é a j -ésima estimativa de x , $\bar{\lambda}_j$ é a j -ésima estimativa de λ , (x_j, λ_j) a j -ésima solução encontrada e σ o tamanho de passo. A figura 4.2 contém uma ilustração do preditor secante.

Figura 4.2: *Preditor secante.*

O preditor secante precisa de pelo menos duas soluções previamente calculadas e esta é sua principal desvantagem. Porém, o custo computacional envolvido é baixo, o que sugere que uma combinação dos métodos tangente e secante seja eficiente. Em (Chiang *et al.* 1995), é proposto o *CPFlow*, uma ferramenta de fluxo de carga continuado que utiliza o preditor tangente apenas na primeira predição. As estimativas posteriores são realizadas com o preditor secante e o corretor utilizado é baseado no método de Newton-Raphson.

A escolha do tamanho de passo é um tema difícil, pois trata-se de um dilema entre robustez e eficiência. Um passo pequeno torna o método da continuação mais robusto, pois diminui o erro do preditor. No entanto, haverá um maior número de estimativas para o corretor tratar. Um passo grande diminui o número de correções, mas as torna mais lentas e pode fazer com que o corretor divirja. Muitas vezes, o tamanho de passo é escolhido empiricamente para um problema específico.

Outros métodos de predição, correção, parametrização e escolha de tamanho de passo podem ser utilizados, mas aqui há ênfase nas técnicas já implementadas previamente em (Abrantes 2013), que baseiam-se no trabalho de Chiang *et al.* (1995). Métodos de fluxo de potência continuado, apesar de seu alto custo computacional, fornecem a curva P-V com precisão e, por isso, são amplamente utilizados para verificação de resultados e planejamento.

4.2 Técnicas de Estimação da MET baseadas na BSN

Para obter informações sobre o PMC, a MET e a curva P-V de maneira rápida, diversos métodos exploram o comportamento do sistema na vizinhança de uma BSN. Esta seção apresenta alguns desses métodos.

Em (Dobson e Lu 1993) é apresentado um método de cálculo da MET mínima, baseado na ocorrência da BSN. Isto é, define-se um conjunto Σ contido no espaço de parâmetros do SEP tal que os valores de parâmetros que causam BSN pertencem a Σ . De acordo com Dobson e Lu (1993), o conjunto Σ é formado por hipersuperfícies suaves e suas interseções.

Seja $\lambda_* \in \Sigma$ e n_* o vetor normal a Σ em p . Nesse contexto, sabe-se que n_* dá a direção ótima para se afastar ou se aproximar de Σ , ou seja, n_* dá a direção no espaço de parâmetros na qual a MET é mais afetada. O vetor normal é obtido através do autovetor à esquerda da matriz jacobiana do fluxo de carga no ponto de BSN. A MET mínima é um índice conservativo de estabilidade de tensão de conhecimento altamente desejável. Além disso, a direção do vetor normal pode ser comparada à atual direção do crescimento de carga, indicando a relação entre a MET mínima e a do atual cenário de crescimento de carga. A figura 4.3 ilustra o vetor normal mencionado, assim como o conjunto Σ .

Figura 4.3: Ilustração de Σ e o vetor normal n_* .

Ejebe *et al.* (1996) propuseram o método *Generalized Curve Fit* de estimativa da MET baseado em polinômios de segunda ordem, que se mostrou significativamente mais rápido que o fluxo de potência continuado. O método proposto é rápido e precisa de apenas três soluções prévias do fluxo de potência. No entanto, o método não considera BIL e pode produzir estimativas grosseiras. A figura 4.4, adaptada de (Ejebe *et al.* 1996), ilustra o método supracitado.

Em (Chiang *et al.* 1997), uma técnica semelhante foi proposta, denominada *Look-Ahead*. O método baseia-se nos aspectos geométricos das soluções do sistema nas vizinhanças de uma BSN para fazer um ajuste de curvas quadráticas. Como resultado, tem-se uma estimativa da MET, do PMC e da própria curva P-V, requisitando para isto apenas duas soluções previamente conhecidas. Comparações do método com o fluxo de carga proposto em (Chiang *et al.* 1995) indicaram que o método é altamente eficiente e apropriado para aplicações em tempo real. O processo de estimação é apresentado na figura 4.5.

No entanto, assim como no método proposto por (Ejebe *et al.* 1996), o *Look-Ahead* não modela o fenômeno da BIL e pode não considerar a violação de limites reativos.

Figura 4.4: Ilustração adaptada de (Ejebe et al. 1996). A curva tracejada representa a curva $P-V$ obtida via fluxo de carga continuado, portanto mais próxima da curva real. A curva preta representa a curva obtida pelo método.

Figura 4.5: Ilustração do método Look-Ahead, proposto em (Chiang et al. 1997). O método utiliza duas soluções do fluxo de potência e o vetor tangente no ponto mais carregado para estimar toda a curva.

Em (Seydel 1988), um método para o cálculo de pontos de bifurcação de um sistema como (4.1) é proposto com base na condição de singularidade de $D_x f$ (condição **BSN1** na subseção 3.2.1). Mais especificamente, busca-se uma solução de (4.1) que também satisfaça a condição de singularidade, como enunciado na equação (4.5).

$$\begin{aligned} f(x, \lambda) &= 0 \\ (D_x f) v &= 0 \\ \|v\| - 1 &= 0 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Se $x \in \mathbb{R}^n$, $\lambda \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R}^{n+1} \mapsto \mathbb{R}^n$, então deve-se ter $v \in \mathbb{R}^n$. Logo, tem-se $2n + 1$ equações e $2n + 1$ incógnitas: x , λ e v .

Considerando o caso em que f representa um SEP, a solução de (4.5) tipicamente é um ponto de BSN que coincide com o PMC e, portanto, fornece meios para o cálculo da MET. A aplicação deste método de cálculo de pontos de bifurcação a SEPs dá-se em

(Canizares e Alvarado 1993) e recebeu o nome de método do ponto de colapso ou PoC (do inglês, *Point of Collapse method*). Apesar do PoC apresentar dificuldades de convergência e alto custo computacional, o método encontra o PMC de maneira “exata” e o autovetor v pode fornecer informações importantes sobre a superfície de bifurcação Σ .

Outra desvantagem do PoC está associada a BIL, isto é, no caso do PMC ser um ponto de BIL, a condição de singularidade de $D_x f$ não é satisfeita e o método falha em obter convergência. No entanto, no capítulo 5 será apresentada uma formulação suave de limites que aproxima o ponto de BIL por um ponto de BSN, possibilitando a aplicação do método PoC aos casos de BIL também.

4.3 Técnicas de Estimação da MET considerando BIL

Com o intuito de aprimorar o *Look-Ahead*, Zhao *et al.* (2003) propôs modificações no método para que o mesmo considere a possibilidade de ocorrência de BIL. A técnica resultante foi denominada de *Enhanced Look-Ahead* e difere do método original no controle de passo, que é determinado por uma análise de sensibilidade. Um critério heurístico é utilizado para verificar se o PMC estimado está próximo o bastante de uma das soluções utilizadas na estimativa (determina-se uma distância máxima entre o carregamento máximo estimado e o maior carregamento no qual calculou-se o fluxo de carga para evitar estimativas pouco precisas). Caso o critério não seja satisfeito, uma solução mais próxima do PMC estimado é calculada. Segue abaixo o algoritmo proposto por Zhao *et al.* (2003) para classificação de contingências.

Passo 1: Para uma dada direção de crescimento de carga e despacho de geração, execute o *CPFlow* para calcular o ponto de bifurcação do caso base de forma exata.

Passo 2: Para um conjunto de contingências, aplique um esquema baseado em sensibilidade para determinar um tamanho de passo para cada contingência.

Passo 3: Para cada contingência, estime a MET através dos sete passos seguintes.

Passo 3.1: Calcule uma solução do sistema pós-falta. Se uma solução for encontrada, chame-a de x_1 , trate-a como o primeiro ponto para o método *Look-Ahead* e vá para o **Passo 3.2**. Senão, esta contingência é insegura e tem MET nula.

Passo 3.2: Calcule a segunda solução x_2 através do *CPFlow* usando o tamanho de passo obtido no **Passo 2**.

Passo 3.3: Se a solução não for encontrada, tente calculá-la com uma técnica de redução de passo.

Passo 3.4: Utilize a técnica de ajuste de curva para estimar a MET para esta contingência.

Passo 3.5: Verifique se o critério de proximidade do PMC é satisfeito. Se sim, vá para a análise da próxima contingência no **Passo 3.1**. Senão, verifique se a segunda solução obtida foi calculada através da técnica de redução de passo. Se sim, então uma BIL foi detectada, vá para o **Passo 3.6**. Senão, vá para o **Passo 3.7**.

Passo 3.6: Faça a MET estimada para esta contingência igual ao carregamento da segunda solução e vá para a análise da próxima contingência no **Passo 3.1**.

Passo 3.7: Substitua a primeira solução pela segunda, calcule uma nova segunda solução e vá para o passo **Passo 3.3**.

Passo 4: Classifique a contingência de acordo com sua MET estimada.

Neste processo, pode-se detectar estimativas grosseiras associadas a limites no sistema. Por exemplo, caso uma BIL ocorra longe do ponto de BSN, o *Enhanced Look-Ahead* irá detectá-la e obter uma nova estimativa. Caso uma BIL ocorra próxima do ponto de BSN, o método pode não detectá-la, mas o erro associado a esta situação é menor. Os resultados apresentados em (Zhao *et al.* 2003) são promissores e a comparação com o *CPFlow* indica boa precisão, mas não há uma comparação entre os tempos de execução dos métodos.

Em (Mansour 2013) é proposto o método *QLook-Ahead*, que leva limites reativos em consideração através de estimativas de margem de injeção de potência reativa para geradores importantes. Dado um parâmetro que modela o crescimento de carga ou redespacho de geração, utiliza-se uma análise de sensibilidade para estimar o valor do parâmetro no qual os geradores terão seus limites violados. O método *Look-Ahead* é então aplicado em seções, limitando sua estimativa ao menor valor do parâmetro em que há uma nova violação de limites reativos. Este processo é ilustrado na figura 4.6, adaptada de (Mansour 2013).

Após encontrar um ponto de violação de limite reativo, a curva λ -V é estimada para o sistema com a unidade geradora injetando sua máxima potência reativa, sem regulação de tensão. Este processo é repetido até que o ponto de BSN estimado não viole nenhum limite adicional. Apesar do método não tratar da BIL em si, este prevê possíveis pontos onde a mesma pode ocorrer, além de aprimorar as estimativas do *Look-Ahead*.

Em (Hiskens e Chakrabarti 1996) é proposto o método “PQV”, que calcula os PTRs de maneira direta. O método recebe este nome pois trata o barramento de um gerador com Q-limites como uma barra que tem as injeções de potência e a magnitude de tensão especificadas.

Dado um modelo de SEP como a equação (4.1) com $\lambda \in \mathbb{R}$, o método “PQV” realiza uma análise de sensibilidade de injeção de potência reativa dos geradores com Q-limites para estimar o próximo PTR, ou seja, o PTR que ocorre no menor valor de λ considerado na análise. Essa estimativa fornece uma indicação de qual será o próximo gerador a ter seus Q-limites atingidos, chamemos este gerador de G_1 e seu limite de injeção de potência reativa a ser atingido de Q_{lim} . Considerando que no PTR G_1 terá sua tensão terminal no *setpoint* V_{set} e sua injeção de potência reativa igual a Q_{lim} , pode-se resolver as equações da rede

Figura 4.6: Ilustração do método *QLook-Ahead*, proposto em (Mansour 2013). Abaixo são estimados os valores de carregamento que levariam os geradores aos seus limites de injeção reativa. Acima estão as curvas λ - V estimadas em cada cenário de saturação.

considerando ambas restrições de G_1 e obter como solução o estado x da rede no PTR junto com seu respectivo valor de parâmetro λ . Isto é, o problema do fluxo de carga é adicionado de uma equação e passa a fornecer uma nova informação, o carregamento da rede na solução das equações dadas.

Uma vez obtido o primeiro PTR, estima-se o próximo gerador a ter seu limite atingido e repete-se o processo de cálculo para o próximo PTR. Este processo estende-se até que se atinja um critério de parada, um possível critério é verificar se o carregamento do PTR atual é menor do que o carregamento do PTR previamente calculado para que se evite calcular PTRs na parte inferior da curva PV.

Outra maneira, sugerida em (Hiskens e Chakrabarti 1996), é verificar durante a resolução do conjunto de equações² se houve troca de sinal do determinante da matriz jacobiana do problema considerado. Esta troca de sinal indica que, na curva de soluções do fluxo de carga continuado, um autovalor da matriz jacobiana cruzou continuamente (caso da BSN) ou saltou sobre (caso da BIL) o eixo imaginário. Em ambos os casos, sabe-se que já se “passou” pelo PMC. Apesar deste critério estar de acordo com as ideias expostas em (Dobson e Lu 1992b, Li e Chiang 2008b, Yue e Venkatasubramanian 2007), não há garantia que a eventual presença de outras equações e dispositivos no problema não levariam a trocas no sinal do determinante da matriz jacobiana do sistema de equações que não decorrem de bifurcações.

²Mais especificamente, durante a redução de Gauss da matriz jacobiana das equações do problema.

Nesta dissertação, explorou-se as ideias de (Hiskens e Chakrabarti 1996) para demonstrar a robustez da BIL em relação a pequenas variações genéricas de parâmetros em SEPs. Uma vez demonstrado que a BIL persiste a pequenas variações de parâmetros, pode-se realizar uma análise de sensibilidade do ponto de BIL, ou seja, pode-se verificar o efeito no ponto de BIL devido às dadas variações de parâmetros.

4.4 Outras Técnicas de Estimação da MET

Em (Ajarapu e Feng 1998, Feng *et al.* 2000), é proposto um método de fluxo de potência continuado modificado, que leva em consideração a modelagem dinâmica do sistema. A técnica proposta é precisa e baseia-se em premissas mais realísticas, pois não trata a barra de referência como um barramento infinito, como é o caso do fluxo de carga. Apesar da alta precisão, o método apresenta maior custo computacional que o método da continuação convencional, o que pode ser compensado com técnicas de computação paralela, por exemplo.

Em (Silva 2001) uma formulação expandida do fluxo de carga incluindo características de regime permanente dos componentes dinâmicos é proposta e tem seus resultados comparados com as soluções obtidas pelo fluxo de carga convencional, indicando que a formulação expandida propicia resultados mais conservadores e confiáveis para a estimação da MET.

Em (Moghavvemi e Faruque 1999) é apresentado o índice de estabilidade de linha, que baseia-se no carregamento das linhas do SEP. Este método é simples e rápido, além de ser natural ao operador monitorar o fluxo em linhas de transmissão. Porém, uma linha muito carregada não implica em instabilidade de tensão, indicando a ausência de uma base teórica para justificar este método.

Lof *et al.* (1993) propuseram um índice de segurança baseado no menor valor singular da matriz jacobiana. Este índice é utilizado para indicar a proximidade do colapso de tensão, ou seja, a MET. Em (Lof *et al.* 1992), são propostas formas rápidas de cálculo deste índice, entretanto o esforço computacional continua sendo muito grande para análise de segurança em tempo real. Além do custo computacional, há outro grande problema associado a este método. Ao monitorar o menor valor singular, pode-se deduzir que este se aproximará continuamente de zero. Entretanto, um outro valor singular, de maior magnitude pode estar se aproximando rapidamente de zero sem que se tenha conhecimento disto. Isto gera grandes discontinuidades nas curvas que relacionam o menor valor singular e o parâmetro em estudo. Logo, mesmo que se tenha um menor valor singular grande, sabe-se que este pode anular-se rapidamente, o que diminui a credibilidade do índice.

4.5 Considerações Finais

Neste capítulo foi apresentada uma revisão de análise estática, métodos continuados e técnicas de estimação e cálculo da MET.

Outros tipos de métodos de estimação da MET, como os baseados em funções energia (Guedes *et al.* 2003), lógica *fuzzy* (Pajan e Paucar 2002), redes neurais (Nguyen 1995) e algoritmos evolutivos (Talib *et al.* 2007) não serão abordados. Neste trabalho, a ênfase é dada nos métodos mais relacionados com a teoria de bifurcações, como o PoC, que será utilizado em conjunto com um programa de fluxo de carga continuado para a avaliação da MET.

Capítulo 5

Formulação Suave de Limites

O estudo estático de estabilidade de tensão em SEPs baseia-se na solução do fluxo de potência para diferentes cenários de topologia de rede e variação de carga e de geração para determinar-se a MET, ou seja, a quantidade de carga adicional que a rede é capaz de atender. Mais especificamente, trabalha-se com um modelo do SEP em que as tensões complexas nodais são incógnitas e as injeções de potência nodais são dadas em função de parâmetros, como na equação (5.1):

$$f(x, \lambda) = 0. \quad (5.1)$$

Onde $x \in \mathbb{R}^n$ representa as tensões nodais e $\lambda \in \mathbb{R}$ um parâmetro que determina as injeções de potência nodais.

Tipicamente o PMC coincide com um ponto de BSN e portanto, pode-se explorar as características desta bifurcação para estimar e calcular a MET, como previamente mencionado na seção 4.2. Por exemplo, em (Chiang *et al.* 1997), um método para estimar a MET baseado no comportamento quadrático da BSN é proposto. Além disso, considerando que $D_x f$ é singular no ponto de BSN, pode-se procurar por uma solução de (5.1) que satisfaça esta condição de singularidade (Canizares e Alvarado 1993). No entanto, não há garantia que o PMC de um SEP será uma BSN, já que o mesmo pode se dar na forma de uma BIL, o que faz com que métodos baseados na BSN falhem quando aplicados a um cenário de BIL.

Um exemplo das restrições que causam BILs é o controle de magnitude de tensão realizado nas barras terminais de geradores síncronos, que está sujeito a Q-limites, ou seja, a tensão é controlada desde que esses limites de injeção de potência reativa sejam respeitados. Uma vez que o Q-limite é atingido, a tensão deixa de ser regulada e a geração de potência reativa passa a ser controlada para não exceder o limite estipulado. Como definido na seção 3.3, o ponto em que ambas restrições são satisfeitas é denominado de PTR, isto é, ponto de troca de restrição. Esta troca de controles ou restrições implica em uma descontinuidade em $D_x f$ com relação a x e λ , o que geralmente faz com que o SEP torne-se mais sensível a variações de carga.

No entanto, em alguns cenários a troca de restrição faz com que o sistema não seja capaz

de fornecer nenhuma carga adicional, ou seja, o PTR coincide com o PMC que toma a forma de uma BIL. Diferentemente da BSN, no ponto de BIL $D_x f$ não é singular e não há comportamento quadrático dominante, logo métodos baseados na busca pelo ponto de BSN não são adequados para tratar este problema.

Neste contexto, o fenômeno da BIL foi investigado para possibilitar o cálculo da MET diante deste tipo de bifurcação. Em (Dobson e Lu 1992a), a BIL foi investigada através de um simples modelo dinâmico. Os resultados indicam que um PTR implica em uma mudança descontínua nos autovalores de $D_x f$ e que a BIL ocorre quando esta mudança faz com que um autovalor da jacobiana do sistema dinâmico passe para o outro lado do semi-plano complexo. Também propõe-se em (Dobson e Lu 1992a) uma análise da BIL através de uma homotopia que leva de uma restrição à outra continuamente. Em (Hiskens e Chakrabarti 1996), o método “PQV” foi proposto para calcular diretamente PTRs associados a Q-limites e identificar uma possível BIL através da análise dos autovalores da matriz jacobiana. Em (Yorino *et al.* 2004), um método semelhante é proposto, mas a identificação da BIL ocorre através da comparação dos sinais de $\frac{\partial V}{\partial \lambda}$ e $\frac{\partial Q_g}{\partial \lambda}$ sem justificativa matemática, o que indica que o método pode funcionar apenas para limites e cenários específicos. Yue e Venkatasubramanian (2007) analisaram o fenômeno da BIL através do conceito de restrições complementares e apresentaram resultados que corroboram os de Dobson e Lu (1992a). Em (Li e Chiang 2008b) verificou-se a ocorrência de BIL em um sistema elétrico de grande porte. Já em (Li e Chiang 2009) estudou-se o impacto de variar o valor máximo da potência reativa gerada na ocorrência da BIL.

Com o intuito de evitar a não diferenciabilidade que pode ocorrer no PTR, Kataoka (2005) propõe o uso de duas funções suaves para representar as restrições de controle de tensão e Q-limites. No entanto, diversas dificuldades numéricas são verificadas e a suavização, além de implicar em problemas de convergência, requer várias soluções do método de Newton-Raphson para se obter a solução do caso sob estudo (Kataoka 2005). Apesar do atual trabalho também propor uma maneira de suavizar limites rígidos, a formulação aqui proposta pouco altera a estabilidade numérica do método de Newton-Raphson e não requer múltiplas soluções para se obter a solução de interesse.

O presente trabalho propõe uma formulação que faz com que a troca de restrição entre controle de tensão e Q-limites se dê de forma suave, fazendo com que, pelo menos numericamente, a BIL tome a forma de uma BSN.

Com a suavização, a troca de restrição é automática, não é necessário verificar se a solução obtida pelo fluxo de carga satisfaz os limites e o método da continuação passa por PTRs sem problemas numéricos, mesmo quando o PTR consiste em uma BIL. Além disso, o método PoC Canizares e Alvarado (1993), que falha em calcular o PMC no caso de BIL em função da descontinuidade de $D_x f$, é capaz de calcular o PMC devido a BIL quando a formulação suave é utilizada, já que descontinuidades em $D_x f$ são evitadas e a BIL é transformada em uma BSN.

5.1 Suavização de Limites

Considere uma rede modelada pela equação (5.2) que possui um gerador G com *setpoint* de tensão V_{set} e Q-limite superior Q_{max} (por simplicidade, desprezaremos o Q-limite inferior):

$$f_h(x, V, \lambda) = \begin{pmatrix} g(x, V, \lambda) \\ h(x, V, \lambda) \end{pmatrix} = 0, \quad (5.2)$$

onde $V \in \mathbb{R}$ representa a magnitude de tensão na barra terminal de G , $x \in \mathbb{R}^{n-1}$ as demais componentes de tensões nodais, $\lambda \in \mathbb{R}$ um parâmetro que determina as injeções de potência na rede, $h : \mathbb{R}^{n+1} \rightarrow \mathbb{R}$ a componente de f_h dada por (5.3) que representa o controle de tensão ou reativo de G e $g : \mathbb{R}^{n+1} \rightarrow \mathbb{R}^{n-1}$ as demais componentes de f_h . Isto é, os *mismatches* de potência ativa e reativa nas barras do SEP (excluindo a barra *slack* e o *mismatch* de potência reativa na barra do gerador G).

$$h(x, V, \lambda) = \begin{cases} h_v(V), & \text{se } Q_g(x, V, \lambda) \leq Q_{max} \\ h_q(x, V, \lambda), & \text{se } V \leq V_{set} \end{cases} \quad (5.3)$$

onde

$$h_v(V) = V - V_{set}$$

e

$$h_q(x, V, \lambda) = Q_g(x, V, \lambda) - Q_{max}.$$

A equação $h(x, V, L) = 0$ restringe as soluções de (5.2) ao conjunto $\Gamma_\infty = \{(x, V, L) : \|\frac{V}{V_{set}}, \frac{Q_g(x, V, \lambda)}{Q_{max}}\|_\infty = 1\}$, que pode ser visualizado em amarelo na figura 5.1. Γ_∞ pode ser interpretado como a combinação de duas restrições, a de regulação de tensão onde $0 \leq Q_g(x, V, \lambda) \leq Q_{max}$ e a de geração de potência reativa constante onde $0 \leq V \leq V_{set}$.

A troca de restrição ocorre em $(x_t, V_{set}, \lambda_t)$, sendo que $Q_g(x_t, V_{set}, \lambda_t) = Q_{max}$, de maneira abrupta, causando uma mudança descontínua em $D_{(x,V)}h$ e, conseqüentemente, em $D_{(x,V)}f_h$. Ou seja, para um valor de λ um pouco menor (ou maior) que λ_t , $D_{(x,V)}h = D_{(x,V)}h_v$. Já para um valor de λ um pouco maior (ou menor) que λ_t , $D_{(x,V)}h = D_{(x,V)}h_q$.

Com o intuito de eliminar esta mudança abrupta, pode-se aproximar a restrição $h(x, V, \lambda) = 0$ por outra que mantenha as soluções próximas a Γ_∞ e seja diferenciável em todo o seu domínio. Considerando que $\lim_{p \rightarrow \infty} \|z\|_p = \|z\|_\infty$ (Vidyasagar 2002), pode-se aproximar o conjunto Γ_∞ pelo conjunto $\Gamma_p = \{(x, V, \lambda) : \|\frac{V}{V_{set}}, \frac{Q_g(x, V, \lambda)}{Q_{max}}\|_p = 1\}$.

Considerando que $1^p = 1$ pode-se definir a restrição suave por (5.4) e o modelo suave de rede por (5.5):

$$s_p(x, V, \lambda) = \left(\frac{V}{V_{set}} \right)^p + \left(\frac{Q_g(x, V, \lambda)}{Q_{max}} \right)^p - 1 \quad (5.4)$$

Figura 5.1: Restrição suave de controle de tensão com limites reativos.

$$f_s(x, V, \lambda) = \begin{pmatrix} g(x, V, \lambda) \\ s_p(x, V, \lambda) \end{pmatrix} = 0. \quad (5.5)$$

Assumindo que g é uma função contínua e diferenciável em relação a x , V e λ , verifica-se que f_s manterá estas propriedades. Portanto, os autovalores de $D_{(x,V)}f_s$ variam continuamente com x , V e λ , o que impede o comportamento típico da BIL, isto é, o salto de um autovalor de um lado do semiplano complexo ao outro. Além disso, verifica-se que nas partes de Γ_p menos curvas e mais próximas de Γ_∞ os autovalores de $D_{(x,V)}f_h$ são qualitativamente semelhantes aos de $D_{(x,V)}f_s$, salvos eventuais escalonamentos (note que pode-se multiplicar h_v e h_q por escalares não nulos sem alterar Γ_∞ para que os autovalores sejam próximos quantitativamente também). Neste contexto, é intuitivo esperar que enquanto um autovalor troca de semiplano complexo repentinamente em (5.2), um autovalor cruza o eixo imaginário de maneira contínua em (5.5), isto é, uma BIL em (5.2) torna-se uma BSN em (5.5).

Apesar deste trabalho não conter uma demonstração formal de que a formulação de restrição suave proposta transforma a BIL em uma BSN, apresenta-se aqui, além da argumentação prévia, uma verificação numérica deste fenômeno na figura 5.6. Além disso, as análises apresentadas adiante baseiam-se em encontrar pontos de BSN e, de fato, o método PoC converge para um ponto de BSN de (5.5) próximo ao ponto de BIL de (5.2).

Finalmente, é relevante notar que, apesar deste trabalho tratar de uma restrição específica, a ideia apresentada pode ser aplicada para suavizar restrições genericamente.

5.2 Sistemas Teste

Dois SEPs foram utilizados para validar a formulação suave de limites aqui proposta. Seguem suas descrições.

5.2.1 Sistema teste 1

Com o intuito de comparar a formulação de limite suave com a clássica de maneira simples, utilizou-se um sistema radial de 3 barras ilustrado na figura 5.2. Os parâmetros deste sistema encontram-se nas tabelas 5.1 e 5.2. Todos os parâmetros são dados por unidade e, apesar da ausência de uma base de potência e tensão, a relação entre a resistência e a reatância das linhas é típica de sistemas de transmissão.

Figura 5.2: *Sistema teste 1 - Diagrama de rede.*

Tabela 5.1: *Barras do sistema teste 1.*

Barra	V	θ	P_{inj}	Q_{inj}
1	1	0	-	-
2	1	-	0	-
3	-	-	-0.8λ	-0.6λ

Tabela 5.2: *Linhas do sistema teste 1.*

Linha	r	x	b_{sh}
1-2	0.2	1.0	0.02
2-3	0.2	1.0	0.02

5.2.2 Sistema teste 2

Para aplicar a formulação proposta em um sistema de maior porte, utilizou-se o SEP ilustrado na figura 5.3, também conhecido como Sistema Elétrico Sul-Brasileiro Equivalente Reduzido. Os dados deste sistema podem ser encontrados em Sohn (2014). Nas análises realizadas neste SEP adotou-se uma única carga dependente de λ (parâmetro de carregamento) na barra 369, sendo $P_L = Q_L = 0.1 + 0.7\lambda$.

Figura 5.3: Sistema teste 2 - equivalente sul-brasileiro reduzido.

5.3 Resultados

Para validar a formulação proposta, estudaram-se dois cenários de Q-limites em cada sistema teste através do método da continuação (Chiang *et al.* 1995, Seydel 1988) e do método PoC (Canizares e Alvarado 1993, Seydel 1988). Na formulação suave, utilizou-se s_p com $p = 100$ pois verificou-se que com esta norma a aproximação já era precisa o bastante. No entanto, pode-se aumentar a ordem da norma utilizada para obter resultados ainda mais precisos.

Inicialmente, obtiveram-se diversas soluções de cada sistema teste sob a modelagem de (5.2) e de (5.5) pelo método da continuação para que fosse possível verificar visualmente o comportamento da rede quando o carregamento varia e comparar a proximidade entre as soluções das diferentes formulações. Posteriormente, utilizou-se a solução obtida com maior valor de carregamento como condição inicial para o método PoC, para cada sistema teste e

cenário.

No primeiro cenário, a violação do Q-limite ocorre em um carregamento menor e apenas torna o sistema mais sensível a variações de carga. O PMC é um ponto de BSN e ocorre em um carregamento maior que o PTR.

Já no segundo cenário, a violação do Q-limite implica em uma BIL que coincide com o PMC, ou seja, se o Q-limite é violado em λ_b , a rede não apresenta solução próxima para um carregamento um pouco maior que λ_b .

5.3.1 Resultados para o sistema teste 1

Na figura 5.4 pode-se visualizar as soluções obtidas para (5.5) e (5.2) com $Q_{max} = 0.15$. O PMC obtido pelo método PoC também é apresentado para ambas formulações, (5.5) em vermelho e (5.2) em preto.

Neste caso, o método PoC convergiu com ambas formulações para o PMC, isto é, para o ponto de BSN. Além disso, pode-se verificar visualmente a sobreposição das soluções obtidas para cada formulação, o que indica que a aproximação proposta é válida.

Na figura 5.5, a mesma análise é apresentada, mas com $Q_{max} = 0.5$. Neste cenário, a violação do Q-limite faz com que o PTR seja um ponto de BIL e, conseqüentemente, o próprio PMC.

Obter este PMC para (5.5) com o método PoC é possível, pois a formulação suave, que faz com que os autovalores mudem continuamente, transforma o ponto de BIL em uma BSN. No entanto, a aplicação do método PoC diante de uma BIL sem suavização falha, já que o PMC não satisfaz as condições de BSN.

A figura 5.6 ilustra o efeito da formulação proposta sobre a parte real dos autovalores da matriz jacobiana de cada formulação no cenário de BIL em função do carregamento. Verifica-se que, enquanto na formulação clássica há uma mudança abrupta na parte real do autovalor que cruza o eixo imaginário, na formulação suave este cruzamento se dá de maneira contínua, garantindo a existência de um valor de λ no qual o autovalor tem parte real nula. Assumindo que apenas um autovalor cruze o eixo imaginário, sabe-se que este cruza a origem, pois teríamos um par conjugado no caso de parte imaginária não nula. Portanto, $D_{(x,V)}f_s(x, V, \lambda)$ deve satisfazer as condições de BSN para algum valor de x , V e λ .

5.3.2 Resultados para o sistema teste 2

A figura 5.7 apresenta a análise para o cenário cujo PMC é uma BSN, onde utilizaram-se os valores de Q-limite apresentados na tabela 5.3. Geradores não citados na tabela não possuem Q-limites.

Comparando os resultados apresentados nas figuras 5.7 e 5.4 nota-se que há um desvio maior entre as soluções de (5.5) e de (5.2), principalmente para soluções calculadas depois do PTR. No entanto, a MET obtida foi 2.0295 para ambas formulações.

Figura 5.4: Tensão, ângulo e potência reativa gerada na barra 2 para o cenário de BSN. Formulação clássica (colorida). Formulação suave (preta).

Tabela 5.3: Q -limites utilizados para o sistema teste 2 no cenário de BSN.

Barra	369	392	394	395
Q_{max}	0.8	0.6	0.7	1.2

Na figura 5.8 o cenário de BIL é ilustrado. A única diferença entre este cenário e o anterior são os Q -limites considerados, que são mostrados na tabela 5.4. Geradores não citados na tabela não possuem Q -limites.

Tabela 5.4: Q -limites utilizados para o sistema teste 2 no cenário de BIL.

Barra	369	366
Q_{max}	11.5	0.3

A MET obtida pelo método PoC com a formulação suave foi 9.6773. Como o método PoC não convergiu com a formulação clássica, pode-se comparar esta MET com o carregamento máximo obtido pelo método da continuação com a formulação clássica, que foi de 9.6749, um erro pouco significativo.

Figura 5.5: Tensão, ângulo e potência reativa gerada na barra 2 para o cenário de BIL. Formulação clássica (colorida). Formulação suave (preta).

Figura 5.6: Parte real dos autovalores de $D_x f(x, \lambda)$ do sistema teste 1 para o caso de BIL referente à figura 5.5. Formulação clássica (azul). Formulação suave (branca).

Figura 5.7: Tensão, ângulo e potência reativa gerada na barra 369 para o cenário de BSN. Formulação clássica (colorida). Formulação suave (preta).

Figura 5.8: Tensão, ângulo e potência reativa gerada na barra 369 para o cenário de BIL. Formulação clássica (colorida). Formulação suave (preta).

5.4 Considerações Finais

Neste capítulo da dissertação de mestrado, propõe-se uma formulação que suaviza limites que implicam em chaveamento de equações causando mudanças descontínuas de sensibilidade. No entendimento dos autores, esta é uma contribuição nova à literatura de análise estática de SEPs com possíveis aplicações em outras áreas do conhecimento.

A formulação proposta possibilita que o método PoC estime o PMC devido à BIL, o que não é possível utilizando a formulação clássica. Neste contexto, a formulação foi aplicada ao problema de Q-limites em um SEP de 3 barras e a outro de 45. Obteve-se, através do método PoC, METs muito próximas das obtidas com a formulação clássica pelo método da continuação.

Futuramente pretende-se demonstrar matematicamente que a formulação proposta transforma a BIL em uma BSN, determinar um limite superior para o erro introduzido pela suavização e aplicar a formulação proposta a outros limites.

Capítulo 6

BIL: Robustez e Análise de Sensibilidade

Neste capítulo mostraremos que o fenômeno da BIL persiste a pequenas variações de parâmetros e que, portanto, podemos avaliar qual a sensibilidade do ponto de ocorrência de BIL em relação a parâmetros arbitrários. A sensibilidade do carregamento no qual a BIL ocorre em relação a parâmetros e controles do sistema são de grande importância para a análise de segurança de SEPs.

Por exemplo, em (Greene *et al.* 1997) o vetor normal à superfície de bifurcação proposto em (Dobson e Lu 1993) é aplicado para calcular a sensibilidade da MET a variações de parâmetros arbitrários. Em (Feng *et al.* 2000) é proposto um método de classificação de controles baseado na sensibilidade da MET, desenvolvida em (Greene *et al.* 1997). No entanto, o método proposto em (Greene *et al.* 1997) baseia-se na ocorrência de uma BSN e não trata o problema da BIL.

Após verificar-se a robustez do fenômeno da BIL em SEPs, propõe-se o cálculo da sensibilidade do ponto de BIL em relação a parâmetros arbitrários e verifica-se a validade da análise nos sistemas teste apresentados na seção 5.2.

O capítulo está organizado como segue: a seção 6.1 apresenta a verificação da robustez da BIL e o procedimento para o cálculo da sensibilidade; a seção 6.2 explica a análise de sensibilidade; a seção 6.3 contém os resultados da análise de sensibilidade aplicada aos dois cenários de BIL considerados no capítulo 5; a seção 6.4 discute os resultados apresentados e fala sobre outro possível método de cálculo de sensibilidade da MET devido a BIL; finalmente, a seção 6.5 apresenta considerações finais.

6.1 Robustez e Sensibilidade

Trabalharemos com um modelo de SEP dado pela equação (6.1) que possui um gerador G com *setpoint* de tensão V_{set} , Q-limite superior Q_{max} (por simplicidade, desprezaremos o Q-limite inferior) e um parâmetro arbitrário $p \in \mathbb{R}$:

$$f_o(x, V, \lambda, p) = \begin{pmatrix} g(x, V, \lambda, p) \\ h(x, V, \lambda, p) \end{pmatrix} = 0, \quad (6.1)$$

onde $V \in \mathbb{R}$ representa a magnitude de tensão na barra terminal de G , $x \in \mathbb{R}^{n-1}$ as demais componentes de tensões nodais, $\lambda \in \mathbb{R}$ um parâmetro que determina as cargas e o redespacho de geração da rede, $h : \mathbb{R}^{n+1} \rightarrow \mathbb{R}$ a componente de f_h dada por (6.2) que representa o controle de tensão ou reativo de G e $g : \mathbb{R}^{n+1} \rightarrow \mathbb{R}^{n-1}$ as demais componentes de f_h . Isto é, os *mismatches* de potência ativa e reativa nas barras do SEP (excluindo a barra *slack* e o *mismatch* de potência reativa na barra do gerador G).

$$h(x, V, \lambda, p) = \begin{cases} h_v(x, V, \lambda, p), & \text{se } Q_g(x, V, \lambda) \leq Q_{max} \\ h_q(x, V, \lambda, p), & \text{se } V \leq V_{set} \end{cases} \quad (6.2)$$

onde

$$h_v(x, V, \lambda, p) = V - V_{set} \quad (6.3)$$

e

$$h_q(x, V, \lambda, p) = Q_g(x, V, \lambda) - Q_{max}. \quad (6.4)$$

Neste contexto, o parâmetro arbitrário p pode representar o *setpoint* de tensão, o Q-limite superior Q_{max} ou qualquer outro parâmetro do SEP.

Considerando que em um PTR ambas as funções h_v e h_q se anulam, pode-se utilizar esta informação para calcular PTRs de maneira direta, como em (Hiskens e Chakrabarti 1996). No entanto, pode-se também utilizar esta informação para verificar a robustez da BIL de forma analítica, como faremos em seguida.

Seja $(z_o, p_o) = (x_o, V_{set}, \lambda_o, p_o)$ um PTR do SEP modelado pela equação (6.1), então (z_o, p_o) deve satisfazer as condições de um PTR, ou seja, a equação (6.5) é verificada.

$$f_{PTR}(z_o, p_o) = \begin{pmatrix} g(z_o, p_o) \\ h_v(z_o, p_o) \\ h_q(z_o, p_o) \end{pmatrix} = 0 \quad (6.5)$$

Como g , h_v e h_q são funções de classe C^1 , f_{PTR} também será. Nesse contexto, se $D_z f_{PTR}(z_o, p_o)$ for não singular, pode-se aplicar o Teorema da Função Implícita (Krantz e Parks 2002) à equação (6.5) para se concluir que existe uma função $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{n+1}$, uma vizinhança P de p_o e uma vizinhança Z de z_o tal que:

$$z_o = \phi(p_o);$$

$$f_{PTR}(\phi(p), p) = 0 \quad \forall p \in P;$$

$$f_{PTR}(z, p) = 0 \implies z = \phi(p) \text{ se } (z, p) \in \{Z \times P\}$$

$$\{Z \times P\} \cap f_{PTR}^{-1}(0) = \{(\phi(p), p); p \in P\}$$

Ou seja, existe uma função implícita que determina a única curva dentro de uma vizinhança de (z_o, p_o) onde as condições de um PTR continuam sendo satisfeitas, além disso,

podemos calcular $d\phi(p)/dp$, isto é, dz/dp . Em outras palavras, o PTR persiste a pequenas variações no parâmetro p .

Portanto, se verificarmos a não singularidade de $D_z f_{PTR}(z_o, p_o)$, podemos aplicar o Teorema da Função Implícita à equação (6.5) para verificar a robustez de PTRs e consequentemente, de BILs.

Neste contexto, precisamos investigar mais profundamente as propriedades de $D_z f_{PTR}(z_o, p_o)$ e assumir poucas hipóteses bastante razoáveis sobre f_o . Primeiramente, definimos o sistema sem Q-limite através da equação (6.6) e o sistema sem regulação de tensão com geração de potência reativa máxima através da equação (6.7).

$$f_v(x, V, \lambda, p) = \begin{pmatrix} g(x, V, \lambda, p) \\ h_v(x, V, \lambda, p) \end{pmatrix} \quad (6.6)$$

$$f_q(x, V, \lambda, p) = \begin{pmatrix} g(x, V, \lambda, p) \\ h_q(x, V, \lambda, p) \end{pmatrix} \quad (6.7)$$

Então assumimos que f_v não sofre nenhuma outra bifurcação em (z_o, p_o) e que portanto $J_v = D_{(x,V)} f_v(z_o, p_o)$ é não singular. De maneira análoga, assumimos o mesmo para f_q e concluímos que $J_q = D_{(x,V)} f_q(z_o, p_o)$ também não será singular.

Mais especificamente, J_v e J_q podem ser escritas através das equações (6.8) e (6.9).

$$J_v = \begin{pmatrix} D_{(x,V)} g(z_o, p_o) \\ D_{(x,V)} h_v(z_o, p_o) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_R \\ 0 \dots 0 \ 1 \end{pmatrix} \quad (6.8)$$

$$J_q = \begin{pmatrix} D_{(x,V)} g(z_o, p_o) \\ D_{(x,V)} h_q(z_o, p_o) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_R \\ D_{(x,V)} Q_g(z_o, p_o) \end{pmatrix} \quad (6.9)$$

Podemos então escrever $D_z f_{PTR}(z_o, p_o)$ como J na equação (6.10):

$$J = \begin{pmatrix} J_R & D_\lambda g(z_o, p_o) \\ 0 \dots 0 \ 1 & 0 \\ D_{(x,V)} Q_g(z_o, p_o) & D_\lambda Q_g(z_o, p_o) \end{pmatrix}. \quad (6.10)$$

Como J_v é não singular, existe uma única combinação linear α que aplicada às linhas de J_v resulta em $D_{(x,V)} Q_g(z_o, p_o)$, a última linha de J_q . Por outro lado, para que J seja singular é necessário que toda linha de J seja uma combinação linear de suas outras linhas. Logo, J será singular se e somente se a combinação linear α aplicada ao vetor $(D_\lambda g(z_o, p_o), 0)^T$ for igual a $D_\lambda Q_g(z_o, p_o)$. Isto implica que a singularidade de J depende significativamente de $D_\lambda g(z_o, p_o)$, ou seja, da direção da variação de carga e redespacho de geração, mas que dificilmente J será singular dado que existe apenas uma possível direção de variação de carga e redespacho em que isto acontece.

Portanto, concluímos que J é genericamente uma matriz não singular. Isto é, seja $U_\alpha \subset \mathbb{R}^{n-1}$ um conjunto tal que $D_\lambda g(z_o, p_o) \in U_\alpha$ implica em J ser não singular. Neste contexto,

afirmar que J é genericamente não singular equivale a afirmar que U_α é aberto e denso em $\mathbb{R}^{n-1}$, o que indica que dificilmente toma-se um elemento de $\mathbb{R}^{n-1}$ e este não pertence a U_α . Estas definições da teoria de conjuntos são apresentadas em (Rudin 1976).

Mostramos, portanto, que sob hipóteses razoáveis um PTR persiste diante de pequenas variações de parâmetros. Portanto, a BIL, que consiste em um PTR, também persistirá.

Durante a execução deste trabalho, não se encontrou nenhum caso onde J era singular. Em (Hiskens e Chakrabarti 1996) argumenta-se que J seria singular apenas em situações em que a direção de carga e geração faria com que Q_g permanecesse constante, no entanto não há base teórica para fundamentar a argumentação.

Cabe ressaltar ainda que o principal propósito de se verificar a robustez da BIL é possibilitar sua análise de sensibilidade, que depende da existência da matriz inversa de J . Logo, se J for singular, a análise de sensibilidade deverá falhar sem fornecer resultado algum.

6.2 Análise de Sensibilidade

Considere a equação (6.5), cuja linearização em (z_o, p_o) resulta na equação (6.11):

$$D_z f_{PTR}(z_o, p_o) \Delta z + D_p f_{PTR}(z_o, p_o) \Delta p = 0. \quad (6.11)$$

Assumindo que $D_z f_{PTR}(z_o, p_o)$ é não singular, podemos calcular as sensibilidades dz/dp através da equação (6.12):

$$\frac{dz}{dp} = -(D_z f_{PTR}(z_o, p_o))^{-1} D_p f_{PTR}(z_o, p_o). \quad (6.12)$$

Considerando que $z = (x, V, \lambda)$, fica claro que dz/dp contém dx/dp , dV/dp e $d\lambda/dp$, sendo a última sensibilidade a mais utilizada em estudos de estabilidade de tensão. Definindo a MET como $\lambda - \lambda_{base}$, isto é, o carregamento no PMC menos o carregamento no caso base, tem-se que $d\lambda/dp$ representa a variação da MET em relação ao parâmetro arbitrário p . Dessa forma, pode-se utilizar esta sensibilidade para verificar quais parâmetros têm impacto mais significativo na MET quando esta é determinada por uma BIL.

Além da aplicação no problema de seleção de controles em SEPs (Feng *et al.* 2000, Greene *et al.* 1997, Mansour *et al.* 2016), a análise de sensibilidade também pode indicar quais os parâmetros que mais afetam a MET e, conseqüentemente, fornecer novas informações sobre a BIL.

6.3 Resultados

Para verificar a validade da análise de sensibilidade proposta e obter novas informações sobre a BIL, estudou-se a sensibilidade da MET de dois SEPs em cenário de BIL. Os SEPs considerados são os mesmos descritos na seção 5.2, mas apenas os cenários de BIL foram

considerados.

Uma vez calculado $d\lambda/dp$ para o ponto de BIL (z_o, p_o) estima-se a variação na MET em função de p através da equação (6.13):

$$\Delta\hat{\lambda}(p) = (p - p_o) \frac{d\lambda}{dp}(z_o, p_o). \quad (6.13)$$

Sendo que a variação na MET $\Delta\lambda(p)$ é dada pela equação (6.14), o erro absoluto $e_{abs}(p)$ pela equação (6.15) e o erro relativo $e_{rel}(p)$ pela equação (6.16):

$$\Delta\lambda(p) = \lambda - \lambda_{base}, \text{ sendo que } f_{PTR}(x, V, \lambda, p) = 0 \quad (6.14)$$

$$e_{abs}(p) = |\Delta\lambda(p) - \Delta\hat{\lambda}(p)| \quad (6.15)$$

$$e_{rel}(p) = \frac{e_{abs}(p)}{\Delta\lambda(p)} \quad (6.16)$$

Finalmente, os resultados dessa análise são apresentados nas figuras das subseções 6.3.1 e 6.3.2.

Entre os parâmetros considerados estão: admitância *shunt* (modelando capacitores ou reatores), *tap* de transformadores, *setpoint* de tensão do gerador sob estudo, potência ativa gerada pelo gerador sob estudo e corte de carga.

Na subseção 6.3.1, pela simplicidade, são apresentados os resultados da análise de sensibilidade aplicada ao sistema teste 1, de 3 barras. Na subseção 6.3.2, para validar a análise em um SEP de maior porte, executou-se a análise de sensibilidade no sistema teste 2, de 45 barras.

6.3.1 Resultados para o sistema teste 1 modificado

Nesta subseção apresentaremos os resultados obtidos através da análise de sensibilidade executada em um sistema muito similar ao sistema teste 1 (previamente descrito na seção 5.2) no cenário de BIL ($Q_{max} = 0.5$), a única diferença é a inclusão de um transformador ideal (com tap unitário em *pu*) no ramo 2 – 3 para que possamos analisar a sensibilidade da MET devido a BIL com relação a variação do *tap* de um transformador. O diagrama do sistema teste 1 modificado encontra-se na figura 6.1, os dados da tabela 5.1 também são válidos para o sistema modificado.

O ponto de BIL sob estudo pode ser visualizado na figura 5.5. A tabela 6.1 contém a sensibilidade da MET devido a diversos parâmetros, assim como os erros associados a estimativa da MET considerando uma variação de $0.1pu$ em p .

De acordo com a tabela 6.1, os parâmetros que mais afetam a MET devido à BIL neste cenário são, em ordem decrescente, a carga de potência ativa na barra 3 (P_{carga}), o *tap* no

Figura 6.1: Diagrama do sistema teste 1 modificado. Valores dos parâmetros dos ramos em pu: $y_{12} = y_{23} = (0.2 + j1.0)^{-1}$; $b_{sh} = 0.01$; $tap = 1.0$.

Tabela 6.1: Sensibilidade da MET com relação a parâmetros. Erros absoluto e relativo para a estimativa de $\Delta\lambda(p)$ considerando uma variação de 0.1pu em p . Todos os valores são dados em pu.

p	b_{sh}	tap	V_{set}	P_{gerada}	P_{carga}
$d\lambda/dp$	0.2729	0.5431	0.5227	0.0113	-0.5756
e_{abs}	0.0010	0.0070	0.0324	0.0022	0.0043
e_{rel}	0.0365	0.1491	1.6257	2.0767	0.0808

ramo 2 – 3, o *setpoint* de tensão (V_{set}), a admitância *shunt* na barra 3 (b_{sh}) e a potência ativa gerada na barra 2 (P_{gerada}). No entanto, informações como a excursão máxima de um parâmetro e custo associado a variar o parâmetro também devem ser considerados para se determinar meios de aumentar a MET para um dado cenário. Além disso, a sensibilidade calculada é válida apenas localmente, sendo que o erro dado pela equação (6.15) tende a aumentar com $|p - p_o|$.

Com o intuito de verificar a validade da sensibilidade computada e das estimativas baseadas na mesma, as figuras 6.2, 6.3, 6.4, 6.5 e 6.6 apresentam os valores de MET estimados e os calculados para diferentes parâmetros p . Os respectivos erros absolutos também são apresentados.

Na figura 6.2 é apresentada a análise de sensibilidade considerando a inclusão de uma admitância *shunt* na barra 3. Esta estimativa é a que apresenta o menor erro relativo, apenas 3.6%. Verifica-se também que, na figura 6.2, a sensibilidade $d\lambda/db_{sh}$ pouco muda, indicando que este parâmetro afeta a MET de maneira quase linear.

Na figura 6.3 é apresentada a análise de sensibilidade para o *tap* no ramo 2 – 3. O erro relativo desta estimativa foi ainda baixo, em torno de 15%, considerando que uma variação de 0.1pu em um *tap* é relativamente grande.

Na figura 6.4 é apresentada a análise de sensibilidade para o *setpoint* de tensão do gerador sob estudo. O erro relativo desta estimativa foi bastante alto, em torno de 160%, mas pode ser justificado pela variação relativamente grande de 0.1 em V_{set} . Pode-se verificar através da figura 6.4 que a sensibilidade calculada não está errada, mas a relação altamente não

Figura 6.2: À esquerda, a relação entre o parâmetro de carregamento λ do ponto de BIL com a variação da admitância b_{sh} de um capacitor na barra 3. À direita, o erro absoluto em λ dado em função da variação em b_{sh} .

Figura 6.3: Análise de sensibilidade aplicada ao sistema teste 1. À esquerda, a relação entre o parâmetro de carregamento λ do ponto de BIL com a variação de um tap fictício tap_{2-3} na linha 2 – 3. À direita, o erro absoluto em λ dado em função da variação em tap_{2-3} .

linear entre a MET e $p = V_{set}$ faz com que esta estimativa seja válida apenas para variações menores de V_{set} .

Na figura 6.5 é apresentada a análise de sensibilidade para a potência ativa injetada pelo gerador sob estudo. O erro relativo desta estimativa foi o maior, em torno de 200%. Neste caso o aumento de 0.1pu em P_{gerada} resultou em uma diminuição da MET, ao contrário do

Figura 6.4: Análise de sensibilidade aplicada ao sistema teste 1. À esquerda, a relação entre o parâmetro de carregamento λ do ponto de BIL com a variação do setpoint de tensão V_{set} do gerador na barra 2. À direita, o erro absoluto em λ dado em função da variação em V_{set} .

que a sensibilidade positiva $d\lambda/dP_{gerada}$ sugere. Como no caso do *setpoint* de tensão, isso acontece pois a sensibilidade da MET varia significativamente com variações em p .

Outro problema associado à análise de sensibilidade da MET com relação a P_{gerada} é que os Q-limites são uma maneira de se aproximar os limites operacionais de uma máquina síncrona, usualmente dados por curvas de capacidade. No entanto, a curva de capacidade impõe um limite que envolve a potência ativa e reativa gerada pela máquina assim como a magnitude de tensão na barra terminal da mesma. Logo, é de se esperar que um gerador síncrono que está operando próximo de seus Q-limites também esteja operando próximo de sua capacidade máxima, indicando pouca margem de manobra em P_{gerada} .

Na figura 6.6 é apresentada a análise de sensibilidade para o corte de carga ativa em uma barra de carga próxima ao gerador sob estudo. O erro relativo desta estimativa foi baixo, em torno de 8%, o que está de acordo com os gráficos apresentados na figura 6.6.

Figura 6.5: *Análise de sensibilidade aplicada ao sistema teste 1. À esquerda, a relação entre o parâmetro de carregamento λ do ponto de BIL com a variação da potência ativa gerada pelo gerador na barra 2. À direita, o erro absoluto em λ dado em função da variação em P_{gerada} .*

Figura 6.6: *Análise de sensibilidade aplicada ao sistema teste 1. À esquerda, a relação entre o parâmetro de carregamento λ do ponto de BIL com a variação da potência atendida na barra 3. À direita, o erro absoluto em λ dado em função da variação em P_{carga} .*

6.3.2 Resultados para o sistema teste 2

Nesta subseção apresentamos os resultados obtidos através da análise de sensibilidade executada no sistema teste 2 (previamente descrito na seção 5.2) no cenário de BIL (cujos Q-limites são dados pela tabela 5.4). O ponto de BIL sob estudo pode ser visualizado na figura 5.8. A tabela 6.2 contém a sensibilidade da MET devido a diversos parâmetros, assim

como os erros associados a estimativa da MET considerando uma variação de $0.1pu$ em p .

Tabela 6.2: Sensibilidade da MET com relação a parâmetros. Erros absoluto e relativo para a estimativa de $\Delta\lambda(p)$ considerando uma variação de $0.1pu$ em p . Todos os valores são dados em pu .

p	b_{sh}	tap	V_{set}	P_{gerada}	P_{carga}
$d\lambda/dp$	0.2677	3.2075	3.0841	1.2788	-1.1510
e_{abs}	0.0005	0.5413	0.5089	0.0037	0.0066
e_{rel}	0.0189	2.4542	2.5381	0.0300	0.0609

De acordo com a tabela 6.2, os parâmetros que mais afetam a MET devido à BIL neste cenário são, em ordem decrescente, o tap do transformador que liga o gerador sob estudo à rede, o $setpoint$ de tensão (V_{set}), a potência ativa injetada pelo gerador sob estudo (P_{gerada}), a carga ativa na barra 370 (P_{carga}) e a admitância shunt b_{sh} na barra 370.

Para validar a sensibilidade computada e as estimativas baseadas na mesma, as figuras 6.7, 6.8, 6.9, 6.10 e 6.11 apresentam os valores de MET estimados e os calculados para diferentes parâmetros p . Os respectivos erros absolutos também são apresentados.

Na figura 6.7 é apresentada a análise de sensibilidade para a admitância *shunt* na barra 370. Esta estimativa é a que apresenta o menor erro relativo, de apenas 1.9%, similar à análise no sistema teste 1.

Figura 6.7: Análise de sensibilidade aplicada ao sistema teste 2. À esquerda, a relação entre o parâmetro de carregamento λ do ponto de BIL com a variação da admitância b_{sh} de um capacitor na barra 370. À direita, o erro absoluto em λ dado em função da variação em b_{sh} .

Na figura 6.8 é apresentada a análise de sensibilidade para a variação do tap do transformador que conecta o gerador sob estudo à rede. Esta estimativa apresentou um erro relativo grande, em torno de 250%. Mais uma vez, isto se dá devido à alta não linearidade na relação entre a MET e o tap considerado neste ponto de BIL.

Figura 6.8: *Análise de sensibilidade aplicada ao sistema teste 2. À esquerda, a relação entre o parâmetro de carregamento λ do ponto de BIL com a variação do tap do transformador que liga as barras 369 e 370. À direita, o erro absoluto em λ dado em função da variação do tap.*

Na figura 6.9 é apresentada a análise de sensibilidade para a variação do *setpoint* de tensão do gerador sob estudo. Assim como o *tap*, este parâmetro apresentou alto erro relativo em sua estimativa, também em torno de 250%.

Figura 6.9: *Análise de sensibilidade aplicada ao sistema teste 2. À esquerda, a relação entre o parâmetro de carregamento λ do ponto de BIL com a variação do setpoint de tensão V_{set} do gerador na barra 369. À direita, o erro absoluto em λ dado em função da variação em V_{set} .*

Na figura 6.10 é apresentada a análise de sensibilidade para a variação da potência ativa injetada pelo gerador sob estudo. Esta estimativa apresentou baixo erro relativo, de apenas

3%.

Figura 6.10: Análise de sensibilidade aplicada ao sistema teste 2. À esquerda, a relação entre o parâmetro de carregamento λ do ponto de BIL com a variação da potência ativa gerada pelo gerador na barra 369. À direita, o erro absoluto em λ dado em função da variação em P_{gerada} .

Na figura 6.11 é apresentada a análise de sensibilidade para o corte de carga na barra 370. Esta estimativa apresentou baixo erro relativo, de apenas 6%.

Figura 6.11: Análise de sensibilidade aplicada ao sistema teste 2. À esquerda, a relação entre o parâmetro de carregamento λ do ponto de BIL com a variação da potência atendida na barra 370. À direita, o erro absoluto em λ dado em função da variação em P_{carga} .

6.4 Discussão

Considerando os resultados previamente apresentados, pode-se deduzir que a compensação reativa (b_{sh}) e o corte de carga (variação negativa em P_{carga}) foram os parâmetros mais bem comportados. Isto é, os parâmetros com o menor erro relativo nas estimativas.

No caso do *tap*, apesar de obter-se uma boa estimativa no sistema teste 1, a estimativa no sistema 2 era $\Delta\hat{\lambda}(1.10) = 0.32$ enquanto a variação real na MET foi $\Delta\lambda(1.10) = -0.2$. O que indica que uma análise de sensibilidade de primeira ordem não é apropriada para avaliar a sensibilidade da MET para este parâmetro neste caso. O mesmo fenômeno acontece com o *setpoint* de tensão. Uma maneira de se diminuir o erro dessas estimativas é a utilização de funções de segunda ordem para modelar estas sensibilidades.

No caso da geração de potência ativa do gerador sob estudo, mesmo que a análise de sensibilidade apresente um baixo erro para um SEP modelado estaticamente pela equação (6.1), estes resultados podem ser inválidos. Isto pode acontecer pois os Q-limites de uma máquina síncrona são uma forma de aproximar as restrições impostas pela curva de capacidade da máquina, restrições estas que envolvem não só a potência reativa gerada e a magnitude de tensão terminal, mas também a potência ativa gerada pela máquina. Logo, um gerador que opera próximo de seus Q-limites tende a ter uma margem de manobra em P_{gerada} relativamente pequena, o que pode dificultar a utilização deste parâmetro na manutenção da MET devido a BIL.

6.4.1 Sensibilidade via formulação suave

Considerando que em (Greene *et al.* 1997) foi proposto um método de cálculo da sensibilidade da MET devido a BSN e que a formulação suave proposta no capítulo 5 transforma a BIL em uma BSN, pode-se calcular a sensibilidade da MET devido a BIL utilizando o método de (Greene *et al.* 1997) em um sistema modelado com a formulação suave.

O método proposto em (Greene *et al.* 1997) considera que um SEP satisfaz a equação (6.17) no ponto de BSN.

$$\begin{aligned} f(x, \lambda, p) &= 0 \\ w(D_x f(x, \lambda, p)) &= 0 \\ \|w\| - 1 &= 0, \end{aligned} \tag{6.17}$$

sendo que $x \in \mathbb{R}^n$ representa as variáveis de estado da rede, $\lambda \in \mathbb{R}$ determina a carga e a geração no SEP, $w \in \mathbb{R}^n$ é o autovetor à esquerda de $D_x f$ associado ao autovalor nulo, $p \in \mathbb{R}$ é um parâmetro arbitrário e $f : \mathbb{R}^{n+2} \mapsto \mathbb{R}^n$ representa as equações do problema do fluxo de potência na rede.

Linearizando este SEP em torno do ponto de BSN (x_*, λ_*, p_*) obtém-se a equação (6.18).

$$D_x f(x_*, \lambda_*, p_*) \Delta x + D_\lambda f(x_*, \lambda_*, p_*) \Delta \lambda + D_p f(x_*, \lambda_*, p_*) \Delta p = 0 \quad (6.18)$$

Considerando que $w(D_x f(x_*, \lambda_*, p_*)) = 0$, pré-multiplica-se a equação (6.18) por w para se obter a equação (6.19).

$$w D_\lambda f(x_*, \lambda_*, p_*) \Delta \lambda + w D_p f(x_*, \lambda_*, p_*) \Delta p = 0 \quad (6.19)$$

Finalmente, a sensibilidade da MET devido a BSN é dada pela equação (6.20).

$$\frac{d\lambda}{dp} = -\frac{w D_p f(x_*, \lambda_*, p_*)}{w D_\lambda f(x_*, \lambda_*, p_*)} \quad (6.20)$$

Neste trabalho, implementou-se o método proposto em (Greene *et al.* 1997) para que fosse possível verificar se a BIL transformada em BSN pela formulação suave poderia ter sua sensibilidade computada pelo método de (Greene *et al.* 1997). Apesar do método apresentar bons resultados para o caso da BSN típica, as grandes não linearidades associadas aos limites, mesmo que suavizados, introduzem dificuldades numéricas que resultam em estimativas inválidas.

Portanto, justifica-se o desenvolvimento de um método para o cálculo da sensibilidade da MET devido exclusivamente a BIL.

6.5 Considerações Finais

Neste capítulo da dissertação de mestrado, verificou-se que o fenômeno da BIL persiste, genericamente, a pequenas variações de parâmetros e que portanto faz sentido calcular a sensibilidade deste ponto com relação à variação de parâmetros. Propõe-se também um método de cálculo da sensibilidade da MET devido à BIL.

O cálculo de sensibilidade foi realizado em dois SEPs, um de pequeno e outro de médio porte, e estimativas da MET baseadas neste cálculo foram apresentadas e comparadas com os respectivos valores reais de MET. Nas análises, consideram-se os seguintes parâmetros: admitância *shunt*, *tap* de transformador, *setpoint* de magnitude de tensão, potência ativa gerada e corte de carga.

Os parâmetros que apresentaram os resultados mais precisos foram a admitância *shunt* e o corte de carga. Enquanto os outros parâmetros parecem afetar a MET devido a BIL de forma bastante não linear.

Futuramente, pretende-se trabalhar com funções de sensibilidade de segunda ordem para melhorar as estimativas mais grosseiras.

Capítulo 7

Considerações Finais

Neste trabalho, investigou-se o problema da BIL no contexto de estabilidade de tensão de SEPs. Apesar das análises aqui realizadas concentrarem-se nos problemas de Q-limites de geradores, tanto a formulação suave de limites apresentada no capítulo 5 quanto a análise de sensibilidade apresentada no capítulo 6 podem ser aplicadas ao problema da BIL de forma geral, isto é, não necessariamente associado a Q-limites ou mesmo a SEPs.

Duas são as contribuições principais deste trabalho:

1. Formulação suave de limites complementares que transforma a BIL em uma BSN, possibilitando que métodos existentes para tratar o problema da BSN sejam aplicados ao fenômeno da BIL.
2. Cálculo da sensibilidade do ponto de BIL com relação a parâmetros arbitrários.

7.1 Formulação Suave

No capítulo 5 foi proposta uma maneira de se aproximar duas restrições complementares por uma única restrição que é capaz de representar, pelo menos aproximadamente, ambas as restrições complementares. Uma ideia similar foi proposta em (Kataoka 2005), no entanto o método proposto apresenta dificuldades de convergência e requer múltiplas soluções do método de Newton-Raphson para se obter a solução do caso sob estudo.

Nesse contexto, acredita-se que a formulação suave de limites aqui proposta, por não exibir nenhuma das desvantagens do método proposto em (Kataoka 2005), é uma contribuição nova para o campo de estabilidade de tensão. Além disso, o presente trabalho utiliza a formulação suave para transformar a BIL em uma BSN, possibilitando a utilização de métodos de detecção de BSN (já conhecidos e consolidados na literatura) para detectar a BIL.

Um dos frutos deste projeto de mestrado foi a submissão de um artigo de congresso propondo a formulação suave de limites em SEPs e o uso do método PoC para computar a MET sem distinção entre BIL e BSN. Segue a referência do artigo submetido:

A. L. Abrantes; A. P. Sohn; L. F. C. Alberto; Formulação Suave de Limites Reativos para Análises Estáticas de Estabilidade de Tensão., submetido para possível publicação nos anais do XXI CBA 2016 - Congresso Brasileiro de Automática, Vitória - ES, a ser realizado em outubro de 2016.

7.2 Robustez e Sensibilidade

No capítulo 6, demonstrou-se que um PTR e portanto, a BIL, persiste, genericamente, a pequenas variações de parâmetros. Para isso, aproveitou-se da mesma ideia utilizada em (Hiskens e Chakrabarti 1996), isto é, modelar a barra do gerador que sofre violação de Q-limites como uma barra “PQV”, ou seja, uma barra com magnitude de tensão, injeção de potência ativa e reativa fixadas em valores específicos. A persistência da BIL à variação de parâmetros justifica o cálculo da sensibilidade da BIL e portanto da MET com relação a variação de parâmetros.

Neste trabalho desenvolvemos os fundamentos do cálculo da sensibilidade do ponto de BIL com relação a parâmetros arbitrários. Os resultados da análise de sensibilidade foram satisfatórios quando trabalhamos com admitância *shunt* e corte de carga, por exemplo. Mas ao considerar alguns parâmetros, como o *setpoint* de magnitude de tensão e o *tap* de um transformador, as estimativas lineares acarretavam em grandes erros, o que sugere que pode-se diminuir estes erros estimando a MET com uma função de segunda ordem.

7.3 Expectativas Futuras

Apesar do sucesso deste trabalho em fornecer uma base teórica maior sobre a BIL incluindo uma maneira de suavizá-la para tratá-la como uma BSN e uma maneira de avaliar a sensibilidade do ponto de BIL em relação a parâmetros arbitrários, algumas lacunas ainda precisam ser preenchidas.

Primeiramente, a formulação suave de limites ainda é carente de uma demonstração formal da transformação do ponto de BIL em BSN. Seria interessante também obter uma estimativa no erro máximo que pode ser introduzido pela formulação suave.

Sobre o cálculo da sensibilidade da MET devido a BIL, deve-se verificar o custo e o benefício de estimar a MET com funções de segunda ordem. Além disso, deve-se estudar a sensibilidade da BIL causada por outros dispositivos, como compensadores estáticos, transformadores defasadores e transformadores de *tap* variável, por exemplo.

Finalmente, é de interesse do autor investigar a utilização de modelos mais completos de máquina em análises estáticas para que se aumente o entendimento de como a BIL ocorre e quais as suas consequências dinâmicas.

Referências Bibliográficas

- Abed e Varaiya (1984)** E.H. Abed e P.P. Varaiya. Nonlinear oscillations in power systems. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 6(1):37 – 43. ISSN 0142-0615. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0142-0615\(84\)90034-6](http://dx.doi.org/10.1016/0142-0615(84)90034-6). Citado na pág. 27
- Abrantes (2013)** Adriano Lima Abrantes. Análise estática de estabilidade de tensão em sistemas elétricos de potência via nomogramas e computação paralela, 2013. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade de São Paulo. Citado na pág. 36
- Ajjarapu e Christy (1991)** V. Ajjarapu e C. Christy. The continuation power flow: a tool for steady state voltage stability analysis. Em *Power Industry Computer Application Conference, 1991. Conference Proceedings*, páginas 304–311. doi: 10.1109/PICA.1991.160593. Citado na pág. 34
- Ajjarapu e Feng (1998)** V. Ajjarapu e Z. Feng. A novel approach for voltage collapse analysis and control. Em *Power System Technology, 1998. Proceedings. POWERCON '98. 1998 International Conference on*, volume 2, páginas 1499–1503 vol.2. doi: 10.1109/ICPST.1998.729337. Citado na pág. 42
- Ajjarapu (2001)** Venkataramana Ajjarapu, Qin Wang. A critical review on preventive and corrective control against voltage collapse. *Electric Power Components and Systems*, 29 (12):1133–1144. doi: 10.1080/153250001753246862. Citado na pág. 4
- Balu et al. (1992)** N. Balu, T. Bertram, A. Bose, V. Brandwajn, G. Cauley, David Curtice, A. Fouad, L. Fink, M.G. Lauby, B.F. Wollenberg e Joseph N. Wrubel. On-line power system security analysis. *Proceedings of the IEEE*, 80(2):262–282. ISSN 0018-9219. doi: 10.1109/5.123296. Citado na pág. 7, 13
- Canizares e Alvarado (1993)** C. A. Canizares e F. L. Alvarado. Point of collapse and continuation methods for large ac/dc systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 8 (1):1–8. ISSN 0885-8950. doi: 10.1109/59.221241. Citado na pág. 34, 39, 45, 46, 50
- Canizares et al. (1992)** C.A. Canizares, F.L. Alvarado, C.L. DeMarco, I. Dobson e W.F. Long. Point of collapse methods applied to ac/dc power systems. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 7(2):673–683. ISSN 0885-8950. doi: 10.1109/59.141773. Citado na pág. 2
- Chen e Min (2007)** Lei Chen e Yong Min. Limit induced bifurcation caused by svc capacity limit. Em *Power Tech, 2007 IEEE Lausanne*, páginas 250–254. doi: 10.1109/PCT.2007.4538325. Citado na pág. 17
- Chiang et al. (1995)** Hsiao-Dong Chiang, A.J. Flueck, K.S. Shah e N. Balu. Cpflo: a practical tool for tracing power system steady-state stationary behavior due to load and generation variations. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 10(2):623–634. ISSN 0885-8950. doi: 10.1109/59.387897. Citado na pág. 2, 36, 37, 50

- Chiang et al. (1997)** Hsiao-Dong Chiang, C.-S. Wang e A.J. Flueck. Look-ahead voltage and load margin contingency selection functions for large-scale power systems. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 12(1):173–180. ISSN 0885-8950. doi: 10.1109/59.574937. Citado na pág. xviii, 2, 3, 16, 25, 37, 38, 45
- de Souza (1998)** A.C Zambroni de Souza. Tangent vector applied to voltage collapse and loss sensitivity studies. *Electric Power Systems Research*, 47(1):65 – 70. ISSN 0378-7796. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/S0378-7796\(98\)00048-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0378-7796(98)00048-0). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378779698000480>. Citado na pág. 2, 16
- Dester (2006)** Maurício Dester. *Estudo para classificação de contingências sob o aspecto de estabilidade de tensão*. Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas. Citado na pág. 3
- Dobson (1992)** I. Dobson. Observations on the geometry of saddle node bifurcation and voltage collapse in electrical power systems. *Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, IEEE Transactions on*, 39(3):240–243. ISSN 1057-7122. doi: 10.1109/81.128018. Citado na pág. 4
- Dobson e Lu (1992a)** I. Dobson e L. Lu. Computing an optimum direction in control space to avoid stable node bifurcation and voltage collapse in electric power systems. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 37(10):1616–1620. ISSN 0018-9286. doi: 10.1109/9.256397. Citado na pág. 2, 4, 17, 18, 31, 46
- Dobson e Lu (1992b)** I. Dobson e L. Lu. Voltage collapse precipitated by the immediate change in stability when generator reactive power limits are encountered. *Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, IEEE Transactions on*, 39(9):762–766. ISSN 1057-7122. doi: 10.1109/81.250167. Citado na pág. 2, 3, 41
- Dobson e Lu (1993)** I. Dobson e L. Lu. New methods for computing a closest saddle node bifurcation and worst case load power margin for voltage collapse. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 8(3):905–913. ISSN 0885-8950. doi: 10.1109/59.260912. Citado na pág. 37, 57
- Dobson e Chiang (1989)** Ian Dobson e Hsiao-Dong Chiang. Towards a theory of voltage collapse in electric power systems. *Systems & Control Letters*, 13(3):253 – 262. ISSN 0167-6911. Citado na pág. 2
- Ejebe et al. (1996)** G.C. Ejebe, G.D. Irisarri, S. Mokhtari, O. Obadina, P. Ristanovic e J. Tong. Methods for contingency screening and ranking for voltage stability analysis of power systems. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 11(1):350–356. ISSN 0885-8950. doi: 10.1109/59.486117. Citado na pág. xviii, 37, 38
- Feng et al. (2000)** Z. Feng, V. Ajjarapu e D.J. Maratukulam. A comprehensive approach for preventive and corrective control to mitigate voltage collapse. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 15(2):791–797. ISSN 0885-8950. doi: 10.1109/59.867175. Citado na pág. 4, 42, 57, 60
- Greene et al. (1997)** S. Greene, I. Dobson e F.L. Alvarado. Sensitivity of the loading margin to voltage collapse with respect to arbitrary parameters. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 12(1):262–272. ISSN 0885-8950. doi: 10.1109/59.574947. Citado na pág. 2, 4, 57, 60, 69, 70

- Guckenheimer e Holmes (1990)** J. Guckenheimer e P. Holmes. *Nonlinear oscillations, dynamical systems, and bifurcations of vector fields*. Applied mathematical sciences. Springer-Verlag. ISBN 9780387908199. Citado na pág. 19, 20, 22, 23, 25, 28
- Guedes et al. (2003)** R. B. L. Guedes, A. C. P. Martins, L. F. C. Alberto e N. G. Bretas. An extended energy function for voltage collapse analysis considering voltage dependent load models. Em *Power Tech Conference Proceedings, 2003 IEEE Bologna*, volume 1, páginas 6 pp. Vol.1-. doi: 10.1109/PTC.2003.1304173. Citado na pág. 43
- Guedes et al. (2005)** R.B.L. Guedes, F.H.J. Silva, L.F.C. Alberto e N.G. Bretas. An extended energy function for voltage and transient stability analysis considering voltage dependent active loads. Em *Power Tech, 2005 IEEE Russia*, páginas 1–6. doi: 10.1109/PTC.2005.4524629. Citado na pág. 3
- Hale et al. (1996)** J.K. Hale, H. Buttanri e H. Kocak. *Dynamics and Bifurcations*. Texts in Applied Mathematics. Springer New York. ISBN 9780387971414. Citado na pág. 19, 22
- Hiskens e Chakrabarti (1996)** I.A. Hiskens e B.B. Chakrabarti. Direct calculation of reactive power limit points. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 18(2):121 – 129. ISSN 0142-0615. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0142-0615\(95\)00058-5](http://dx.doi.org/10.1016/0142-0615(95)00058-5). Citado na pág. 40, 41, 42, 46, 58, 60, 72
- Huneault et al. (1985)** M. Huneault, A. Fahmideh-Vojdani, M. Juman, R. Calderon e F.D. Galiana. The continuation method in power system optimization: Applications to economy-security functions. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-104(1):114–124. ISSN 0018-9510. doi: 10.1109/TPAS.1985.318884. Citado na pág. 34
- Kataoka (2005)** Y. Kataoka. A smooth power flow model of electric power system with generator reactive power limits taken into consideration. Em *2005 IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, páginas 5286–5289 Vol. 5. doi: 10.1109/ISCAS.2005.1465828. Citado na pág. 3, 46, 71
- Krantz e Parks (2002)** S.G. Krantz e H.R. Parks. *The Implicit Function Theorem: History, Theory, and Applications*. The Implicit Function Theorem: History, Theory, and Applications. Birkhäuser. ISBN 9780817642853. URL <https://books.google.com.br/books?id=ya5yy5EPFD0C>. Citado na pág. 58
- Kumano et al. (1994)** T Kumano, A Yokoyama e Y Sekine. Fast monitoring and optimal preventive control of voltage instability. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 16(2):117 – 125. ISSN 0142-0615. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0142-0615\(94\)90048-5](http://dx.doi.org/10.1016/0142-0615(94)90048-5). Citado na pág. 4
- Kundur et al. (1985)** P. Kundur, D.C. Lee, J.P. Bayne e P.L. Dandeno. Impact of turbine generator overspeed controls on unit performance under system disturbance conditions. *Power Engineering Review, IEEE*, PER-5(6):28–29. ISSN 0272-1724. doi: 10.1109/MPER.1985.5526620. Citado na pág. 8
- Kundur et al. (1994)** P. Kundur, N.J. Balu e M.G. Lauby. *Power System Stability and Control*. Discussion Paper Series. McGraw-Hill Education. ISBN 9780070359581. Citado na pág. 1, 7, 16

- Kundur et al. (2004)** P. Kundur, J. Paserba, V. Ajjarapu, G. Andersson, A. Bose, C. Canizares, N. Hatziargyriou, D. Hill, A. Stankovic, C. Taylor, T. Van Cutsem e V. Vittal. Definition and classification of power system stability ieee/cigre joint task force on stability terms and definitions. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 19(3):1387–1401. ISSN 0885-8950. doi: 10.1109/TPWRS.2004.825981. Citado na pág. xvii, 7, 8, 9, 12
- Kuznetsov (2004)** I.U.A. Kuznetsov. *Elements of Applied Bifurcation Theory*. Number v. 112 in Applied Mathematical Sciences. Springer. ISBN 9780387219066. Citado na pág. 19, 22, 26
- Kwatny et al. (1995)** H.G. Kwatny, R.F. Fischl e C.O. Nwankpa. Local bifurcation in power systems: theory, computation, and application. *Proceedings of the IEEE*, 83(11): 1456–1483. ISSN 0018-9219. doi: 10.1109/5.481630. Citado na pág. 2
- Li e Chiang (2008a)** Shao-Hua Li e Hsiao-Dong Chiang. Look-ahead q-constrained load margin for large-scale power systems. Em *Power and Energy Society General Meeting - Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century, 2008 IEEE*, páginas 1–6. doi: 10.1109/PES.2008.4596718. Citado na pág. 3
- Li e Chiang (2009)** Shao-Hua Li e Hsiao-Dong Chiang. Impact of generator reactive reserve on structure-induced bifurcation. Em *Power Energy Society General Meeting, 2009. PES '09. IEEE*, páginas 1–5. doi: 10.1109/PES.2009.5275739. Citado na pág. 17, 46
- Li e Chiang (2008b)** Shao-Hua Li e Hsiao-Dong Chiang. Structure-induced bifurcation in large-scale electric power systems. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 18(5):1415–1424. doi: 10.1142/S0218127408021075. Citado na pág. 41, 46
- Lof et al. (1992)** P.-A. Lof, T. Smed, G. Andersson e D.J. Hill. Fast calculation of a voltage stability index. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 7(1):54–64. ISSN 0885-8950. doi: 10.1109/59.141687. Citado na pág. 2, 42
- Lof et al. (1993)** P.-A. Lof, G. Andersson e D.J. Hill. Voltage stability indices for stressed power systems. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 8(1):326–335. ISSN 0885-8950. doi: 10.1109/59.221224. Citado na pág. 42
- Mansour et al. (2016)** M. R. Mansour, L. F. C. Alberto e R. A. Ramos. Preventive control design for voltage stability considering multiple critical contingencies. *IEEE Transactions on Power Systems*, 31(2):1517–1525. ISSN 0885-8950. doi: 10.1109/TPWRS.2015.2422072. Citado na pág. 60
- Mansour (2013)** Moussa Reda Mansour. *Método Rápido para Análise de Contingências e Seleção de Controles Preventivos no Contexto de Estabilidade de Tensão*. Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo. Citado na pág. xviii, 4, 18, 40, 41
- Mithulananthan e Srivastava (1998)** N. Mithulananthan e S.C. Srivastava. Investigation of a voltage collapse incident in sri lankan power system network. Em *Energy Management and Power Delivery, 1998. Proceedings of EMPD '98. 1998 International Conference on*, volume 1, páginas 47–53 vol.1. doi: 10.1109/EMPD.1998.705415. Citado na pág. 25
- Moghavvemi e Faruque (1999)** M. Moghavvemi e M.O. Faruque. Power system security and voltage collapse: a line outage based indicator for prediction. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 21(6):455 – 461. ISSN 0142-0615. Citado na pág. 42

- Monticelli, A. J. (1983)** Monticelli, A. J. *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*. Edgard Blücher. Citado na pág. 16, 33
- Murdoch et al. (2000)** A. Murdoch, R. W. Delmerico, S. Venkataraman, R. A. Lawson, J. E. Curran e W. R. Pearson. Excitation system protective limiters and their effect on volt/var control-design, computer modeling, and field testing. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 15(4):440–450. ISSN 0885-8969. doi: 10.1109/60.900506. Citado na pág. 29
- Nguyen (1995)** T. T. Nguyen. Neural network load-flow. *IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, 142(1):51–58. ISSN 1350-2360. doi: 10.1049/ip-gtd:19951484. Citado na pág. 43
- ONS (2010)** Procedimentos de Rede do ONS. Submódulo 23.3, 2010. Citado na pág. 14, 15
- Pajan e Paucar (2002)** P. A. Pajan e V. L. Paucar. Fuzzy power flow: considerations and application to the planning and operation of a real power system. Em *Power System Technology, 2002. Proceedings. PowerCon 2002. International Conference on*, volume 1, páginas 433–437 vol.1. doi: 10.1109/ICPST.2002.1053580. Citado na pág. 43
- Rudin (1976)** W. Rudin. *Principles of Mathematical Analysis*. International series in pure and applied mathematics. McGraw-Hill. ISBN 9780070856134. Citado na pág. 60
- Salim (2011)** Karen Caino de Oliveira Salim. *Metodologia de Avaliação da Margem de Estabilidade Devido a Bifurcações em Sistemas Elétricos de Potência*. Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo. Citado na pág. 27
- Sauer e Pai (1990)** P.W. Sauer e M.A. Pai. Power system steady-state stability and the load-flow jacobian. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 5(4):1374–1383. ISSN 0885-8950. doi: 10.1109/59.99389. Citado na pág. 13, 15
- Seydel (1988)** R. Seydel. *From equilibrium to chaos: practical bifurcation and stability analysis*. Elsevier. ISBN 9780444012500. Citado na pág. 34, 35, 38, 50
- Sidorov et al. (2002)** N. Sidorov, B. Loginov, A.V. Sinitzyn e M.V. Falaleev. *Lyapunov-Schmidt Methods in Nonlinear Analysis and Applications*. Mathematics and Its Applications. Springer Netherlands. ISBN 9781402009419. Citado na pág. 22
- Silva (2001)** Luiz Carlos Pereira da Silva. *Uma Expansão dos Métodos de Curvas-PV e de Análise Modal Estática para o Estudo da Estabilidade de Tensão em Sistemas de Energia Elétrica*. Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas. Citado na pág. 42
- Smale (1967)** S. Smale. Differentiable dynamical systems. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 73(6): 747–817. URL <http://projecteuclid.org/euclid.bams/1183529092>. Citado na pág. 22
- Sohn (2014)** A. P. Sohn. Estudos de estabilidade de sistemas elétricos de potência na presença de diferentes modelos de unidades eólicas. 109 f. Dissertação de mestrado, Universidade de São Paulo, São Carlos, fev. 2014. Citado na pág. 49
- Talib et al. (2007)** K. M. Talib, I. Musirin, M. R. Kalil e M. K. Idris. Power flow solvability identification and calculation algorithm using evolutionary programming technique. Em *Research and Development, 2007. SCORed 2007. 5th Student Conference on*, páginas 1–5. doi: 10.1109/SCORED.2007.4451445. Citado na pág. 43

- Taylor et al. (1994)** C.W. Taylor, N.J. Balu e D. Maratukulam. *Power system voltage stability*. The EPRI Power System Engineering Series. McGraw-Hill Ryerson, Limited. ISBN 9780070631847. Citado na pág. 1, 7, 9, 11, 12
- Van Cutsem (1995)** T. Van Cutsem. An approach to corrective control of voltage instability using simulation and sensitivity. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 10(2): 616–622. ISSN 0885-8950. doi: 10.1109/59.387896. Citado na pág. 4
- Van Cutsem e Mailhot (1997)** T. Van Cutsem e R. Mailhot. Validation of a fast voltage stability analysis method on the hydro-quebec system. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 12(1):282–292. ISSN 0885-8950. doi: 10.1109/59.574949. Citado na pág. 9
- Van Cutsem e Vournas (1996)** T. Van Cutsem e C.D. Vournas. Voltage stability analysis in transient and mid-term time scales. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 11(1):146–154. ISSN 0885-8950. doi: 10.1109/59.486091. Citado na pág. 13
- Van Cutsem (2000)** Thierry Van Cutsem. Voltage instability: Phenomena, countermeasures, and analysis methods. *Proceedings of the IEEE*, 88(2):208–227. ISSN 00189219. doi: 10.1109/5.823999. Citado na pág. 2, 13
- Vanderbauwhede (1982)** A. Vanderbauwhede. *Local bifurcation and symmetry*. Research notes in mathematics. Pitman Advanced Publishing Program. ISBN 9780273085690. Citado na pág. 19, 20
- Venikov et al. (1975)** V.A. Venikov, V.A. Stroeve, V.I. Idelchick e V.I. Tarasov. Estimation of electrical power system steady-state stability in load flow calculations. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, 94(3):1034–1041. ISSN 0018-9510. doi: 10.1109/T-PAS.1975.31937. Citado na pág. 13, 15
- Vidyasagar (2002)** M. Vidyasagar. *Nonlinear Systems Analysis*. Classics in Applied Mathematics. Society for Industrial and Applied Mathematics. ISBN 9780898715262. Citado na pág. 47
- Yorino et al. (2004)** N. Yorino, K. Koeda, Hua-Qiang Li, Y. Zoka e H. Sasaki. A new continuation power flow based on q-limit points. Em *Circuits and Systems, 2004. MWSCAS '04. The 2004 47th Midwest Symposium on*, volume 2, páginas II–341–II–344. doi: 10.1109/MWSCAS.2004.1354163. Citado na pág. 46
- Yue e Venkatasubramanian (2007)** Xunning Yue e V. Venkatasubramanian. Complementary limit induced bifurcation theorem and analysis of q limits in power-flow studies. Em *Bulk Power System Dynamics and Control - VII. Revitalizing Operational Reliability, 2007 iREP Symposium*, páginas 1–8. doi: 10.1109/IREP.2007.4410549. Citado na pág. 3, 17, 18, 41, 46
- Zhao et al. (2003)** Jinqian Zhao, Hsiao-Dong Chiang e Hua Li. Enhanced look-ahead load margin estimation for voltage security assessment. Em *Power Engineering Society General Meeting, 2003, IEEE*, volume 4, páginas –2645 Vol. 4. doi: 10.1109/PES.2003.1271064. Citado na pág. 3, 39, 40