RÔMAN KUIAVA

**Controle robusto de dispositivos FACTS para o amortecimento de
oscilações em sistemas elétricos de potência**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia
de São Carlos da Universidade de São Paulo,
como parte dos requisitos para a obtenção do
título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Rodrigo Andrade Ramos

São Carlos

2007

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTES
TRABALHOS, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO,
PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

K96c   Kuiava, Rôman
                                 Controle robusto de dispositivos FACTS para o
                                 amortecimento de oscilações em sistemas elétricos de
                                 potência / Rôman Kuiava ; orientador Rodrigo Andrade
                                 Ramos. -- São Carlos, 2007.

                                 Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em
                                 Engenharia Elétrica. Área de Concentração: Sistemas
                                 Elétricos de Potência) -- Escola de Engenharia de São
                                 Carlos da Universidade de São Paulo.

                                 1. Controladores de amortecimento. 2. Dispositivos
                                 FACTS. 3. Controle robusto. 4. LMI's. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **RÔMAN KUIAVA**

Dissertação defendida e julgada em 23-02-2007 perante a Comissão Julgadora:

Prof. Dr. **RODRIGO ANDRADE RAMOS** (Orientador)
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO

Prof. Titular **NEWTON GERALDO BRETAS**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO

Prof. Dr. **JOÃO MANOEL GOMES DA SILVA JUNIOR**
(Universidade Federal do Rio Grande do Sul/UFRGS)

APROVADO

Prof. Associado **GERALDO ROBERTO MARTINS DA COSTA**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica e
Presidente da Comissão de Pós-Graduação da EESC

*A minha mãe Lucia, ao meu pai José, aos meus irmãos Ivan e Marlova e à
memória de Maria Helena.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao professor Rodrigo Andrade Ramos, pela orientação e dedicação concedidas para a realização desse trabalho e, principalmente, pela confiança.

Agradeço a Ricardo Vasques de Oliveira, agora professor do CEFET-PR, campus de Pato Branco, pelos ensinamentos dados ao longo desses dois anos, pelos trabalhos desenvolvidos em conjunto, e pela amizade.

Agradeço ao professor Newton G. Bretas pela sua dedicação para o desenvolvimento e aperfeiçoamento do LACO (Laboratório de Análise Computacional em Sistemas Elétricos de Potência) e pelos conselhos, sempre muito valiosos.

Agradeço aos professores Roberto C. Lotero e Geraldo C. B. Junior, da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, pelos ensinamentos e conselhos dados numa das fases mais importantes e difíceis de minha vida.

Agradeço à minha querida família, por todo o apoio e incentivo.

Agradeço aos meus amigos Roberson, Marrom, Portelinha, Antonio Rogério, Henrique, Castilha, Jacson e Douglas, por todas as coisas boas que já fizemos juntos. E agradeço aos demais amigos e colegas que, de alguma forma, contribuíram para a minha formação social e profissional.

Agradeço aos amigos do LACO: Ana Paula, Marcelo, Rafael e Carol; e aos demais integrantes, pelo bom ambiente de trabalho.

Agradeço a CAPES, pelo apoio financeiro; e a USP, pelo ensino gratuito e de qualidade.

“Eu sei de muito pouco. Mas tenho a meu favor tudo o que não sei e – por ser um campo virgem – está livre de preconceitos. Tudo o que não sei é a minha parte maior e melhor: é a minha largueza. É com ela que eu compreenderia tudo. Tudo o que não sei é que constitui a minha verdade”.

Clarice Lispector

RESUMO

KUIAVA, R. (2007). **Controle robusto de dispositivos FACTS para o amortecimento de oscilações em sistemas elétricos de potência**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

Este trabalho apresenta um método sistemático para projeto de controladores suplementares para um tipo de dispositivo FACTS (o modelo TCSC) para o amortecimento de oscilações em sistemas elétricos de potência. Adota-se uma metodologia previamente desenvolvida para projeto de apenas controladores de tipo PSS. Tal metodologia é fundamentada na teoria de controle robusto e estruturada na forma de desigualdades matriciais lineares (LMIs). A modelagem politópica é utilizada para tratar a robustez dos controladores frente às variações no ponto de operação do sistema. O fator de amortecimento mínimo para os modos de resposta do sistema em malha fechada é especificado como índice de desempenho mínimo a ser satisfeito na fase de projeto. Os controladores propostos possuem uma estrutura de realimentação dinâmica de saída e utilizam sinais medidos localmente como entrada de controle. O projeto dos controladores propostos é realizado de duas maneiras diferentes: (i) projeto simultâneo e coordenado de controladores de tipo PSS e controlador suplementar de dispositivo TCSC para amortecimento tanto de modos locais, quanto de modos inter-área e; (ii) projeto de controlador suplementar para apenas um dispositivo TCSC operando no sistema com a finalidade de amortecer modos inter-área pouco amortecidos e instáveis. No primeiro caso, a descentralização dos controladores é garantida através da imposição de uma estrutura bloco-diagonal para as variáveis matriciais presentes na formulação do problema de controle. No segundo caso, este trabalho propõe uma extensão da metodologia de projeto utilizada no caso anterior ao combiná-la com uma técnica de redução da ordem de modelo do controlador. A análise de desempenho dos controladores em malha fechada é realizada através de análise modal e simulações não-lineares em dois sistemas testes. O primeiro deles é constituído por 10 barras e 4 geradores e o segundo sistema teste apresenta 40 barras e 10 geradores.

Palavras-chave – controladores de amortecimento, oscilações eletromecânicas, dispositivos FACTS, PSS, controle robusto, desigualdades matriciais lineares.

ABSTRACT

KUIAVA, R. (2007). **Robust control of FACTS devices to damp oscillations in electric power systems**. Dissertation (M.S. Degree) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

This work proposes a systematic method for the design of supplementary controllers for a type of FACTS device (the TCSC device model) to damp oscillations in electric power systems. It is adopted a technique previously presented to design only PSS-type damping controllers. The method is based on a robust control technique structured in the form of linear matrix inequalities (LMIs). The polytopic model is used to guarantee the robustness of the controllers with respect to the variations in the operating points of the system. The minimum damping ratio is used in the design stage as performance index for the closed loop system. The proposed controllers are based on dynamic output feedback and uses only local measurements as input signals. The design of the proposed controllers is realized in two different cases: (i) a simultaneous coordinated design of PSS-type controllers and TCSC supplementary controller to damp both local and interarea oscillations and; (ii) design of a supplementary controller for a FACTS device only to damp poorly damped and unstable inter-area oscillations. In the first case, a decentralized structure of the controllers is guaranteed by adoption of a block-diagonal structure to the matricial variables of the control problem. In the second case, this work proposes a extension of the previously methodology by combining it with a model order reduction technique. Performance analyses of the closed loop system were carried out by means of modal analysis and nonlinear simulations in two test systems. The first one is constituted by 10 buses and 4 generators and the other test system is constituted by 40 buses and 10 generators.

Keywords – damping controllers, electromechanical oscillations, FACTS devices, PSS, robust control, linear matrix inequalities.

LISTA DE FIGURAS

2.1 (a) Sistema composto por duas máquinas síncronas com a inclusão do controlador em paralelo, (b) diagrama fasorial.....	16
2.2 Curva de capacidade para o sistema de potência com a inclusão do compensador shunt	18
2.3 (a) Sistema composto por duas máquinas síncronas com a inclusão do controlador série, (b) diagrama fasorial	21
2.4 Curva de capacidade para o sistema de potência com a inclusão do compensador série	22
2.5 Modelo básico do TCSC	23
2.6 Faixa de variação da reatância equivalente do TCSC em função do ângulo de disparo..	25
2.7 Estrutura básica de operação do TCSC	26
2.8 Modelo simplificado do TCSC	27
2.9 Modelo em diagrama de blocos do TCSC	27
2.10 Modelo de um TCSC com a inclusão do controlador suplementar	28
3.1 Aspectos construtivos básicos de uma máquina de pólos salientes	33
3.2 Representação de um modelo multimáquinas	47
3.3 Exemplo de aplicação para o TCSC	52
3.4 Relação entre os sistemas dx_q e real x imag	54
4.1 Estrutura básica de um controlador do tipo PSS	58
4.2 Região LMI para posicionamento de pólos	75
5.1 Diagrama do sistema teste 1	89
5.2 Modos locais e modo inter-área do sistema teste 1 em malha aberta para cinco	

pontos de operação	92
5.3 Modos locais e modo inter-área do sistema teste 1 em malha fechada para cinco	
pontos de operação	94
5.4 Operação do sistema teste 1 em malha fechada com os controladores projetados	95
5.5 Resposta da reatância equivalente do TCSC para o sistema teste 1	95
5.6 Modos locais e modo inter-área do sistema teste 1 em malha aberta para cinco	
pontos de operação	97
5.7 Comparação da resposta em frequência dos controladores de ordem completa	
e de ordem reduzida	100
5.8 Modos locais e modo inter-área do sistema teste 1 em malha fechada para	
cinco pontos de operação	100
5.9 Resposta do fluxo de potência ativa na <i>tie-line</i> para o sistema teste 1	101
5.10 Resposta da reatância equivalente do TCSC para o sistema teste 1	101
5.11 Operação do sistema teste 1 em malha fechada com o controlador	
suplementar projetado	102
5.12 Diagrama do sistema teste 2	104
5.13 Modos locais e modo inter-área do sistema teste 2 em malha aberta para	
três condições de operação	106
5.14 Comparação entre as respostas em frequência dos controladores de ordem	
completa e ordem reduzida	107
5.15 Modos locais e modo inter-área do sistema em malha fechada para	
três pontos de operação	108
5.16 Resposta do fluxo de potência ativa nas linhas de interconexão entre as áreas	109
5.17 Resposta da reatância equivalente do TCSC para o sistema teste 2	109

5.18 Resposta do ângulo do rotor dos geradores 1-6 do sistema teste 2	110
5.19 Resposta do ângulo do rotor dos geradores 7-9 do sistema teste 2	111
1A Diagrama do sistema teste 1	119
1B Diagrama do sistema teste 2	123

LISTA DE TABELAS

1A Dados do sistema de transmissão do sistema teste 1	119
2A Parâmetros dos geradores do sistema teste 1	120
3A Condição de operação referente ao caso base (sistema teste 1)	121
1B Dados do sistema de transmissão do sistema teste 2	124
2B Parâmetros dos geradores do sistema teste 2	125
3B Condição de operação referente ao caso base (sistema teste 2)	126
4B Condição de operação referente à +10% na potência ativa entre as áreas.....	128
5B Condição de operação referente à -10% na potência ativa entre as áreas	129

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AVR	-	<i>Automatic Voltage Regulator</i>
BMI	-	<i>Bilinear Matrix Inequality</i>
FACTS	-	<i>Flexible Alternating Current Transmission System</i>
LMI	-	<i>Linear Matrix Inequality</i>
PRP	-	Posicionamento Regional de Pólos
PSS	-	<i>Power System Stability</i>
RCT	-	Reator Controlado a Tiristor
SMIB	-	<i>Single Machine vs Infinite Bus</i>
SVC	-	<i>Static Var Compensator</i>
TCSC	-	<i>Thyristor Controlled Series Capacitor</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

L_{TCSC} - indutância do TCSC

α - ângulo de disparo dos tiristores do TCSC

X_L - reatância indutiva do TCSC

X_{TCSC} - reatância equivalente do TCSC

T_{TCSC} - constante de tempo do TCSC

X_C - reatância capacitiva do TCSC

θ - defasagem angular entre o eixo direto e a referência fixa do estator da máquina síncrona

δ_i - ângulo do rotor do gerador i , [rad]

w_0 - velocidade síncrona

w_i - velocidade angular do rotor i , [p.u.]

Δw_i - desvio da velocidade angular do rotor i , [p.u.]

E'_{qi} - componente da tensão transitória ao longo do eixo em quadratura do gerador i , [p.u.]

E''_{qi} - componente da tensão subtransitória ao longo do eixo em quadratura do gerador i ,
[p.u.]

E'_{di} - componente da tensão transitória ao longo do eixo direto do gerador i , [p.u.]

E''_{di} - componente da tensão subtransitória ao longo do eixo direto do gerador i , [p.u.]

E_{FDi} - tensão de campo do gerador i , [p.u.]

P_{mi} - potência mecânica do gerador i , [p.u.]

H_i - constante de inércia do gerador i , [s]

J - momento de inércia de uma máquina síncrona, [p.u.]

D_i - constante de amortecimento do gerador i , [p.u. torque/ p.u. velocidade]

I_{di} - componente da corrente do estator ao longo do eixo direto do gerador i , [p.u.]

I_{qi} - componente da corrente do estator ao longo do eixo em quadratura do gerador i , [p.u.]

V_{di} - componente da tensão terminal ao longo do eixo direto do gerador i , [p.u.]

V_{qi} - componente da tensão terminal ao longo do eixo em quadratura do gerador i , [p.u.]

X_{di} - reatância síncrona de eixo direto do gerador i , [p.u.]

X'_{di} - reatância transitória de eixo direto do gerador i , [p.u.]

X''_{di} - reatância subtransitória de eixo direto do gerador i , [p.u.]

X_{qi} - reatância síncrona de eixo em quadratura do gerador i , [p.u.]

X'_{qi} - reatância transitória de eixo em quadratura do gerador i , [p.u.]

X''_{qi} - reatância subtransitória de eixo em quadratura do gerador i , [p.u.]

τ'_{doi} - constante de tempo transitória de eixo direto em circuito aberto do gerador i , [p.u.]

τ''_{doi} - constante de tempo subtransitória de eixo direto em circuito aberto do gerador i , [p.u.]

τ'_{qoi} - constante de tempo transitória de eixo em quadratura em circuito aberto do gerador i ,
[p.u.]

τ''_{qoi} - constante de tempo subtransitória de eixo em quadratura em circuito aberto do gerador
 i , [p.u.]

X_{li} - reatância de dispersão do gerador i , [p.u.]

T_{ei} - constante de tempo do regulador de tensão do gerador i , [s]

V_{ti} - tensão terminal do gerador i , [p.u.]

V_{refi} - referência para o regulador de tensão do gerador i , [p.u.]

V_{si} - sinal estabilizante gerado pelo controlador de tipo PSS para o regulador de tensão do
gerador i , [p.u.]

$\mathbf{A}_C, \mathbf{B}_C$ e $\mathbf{C}_C$ - matrizes de realização de estados dos controladores de amortecimento

$\mathbf{y}$ - vetor de saídas do modelo em espaço de estados linearizado

$\mathbf{u}$ - vetor de entradas do modelo em espaço de estados linearizado

Ω - conjunto convexo que define um politopo convexo

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	1
2 DISPOSITIVOS FACTS	13
2.1 CONTROLADORES EM PARALELO	16
2.2 CONTROLADORES EM SÉRIE	19
2.2.1 O dispositivo TCSC	22
2.2.1.1 Modelo dinâmico do TCSC	26
2.3 CONTROLADORES COMBINADOS SÉRIE-SÉRIE E COMBINADOS SÉRIE-PARALELO	29
3 MODELAGEM DE UM SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA	30
3.1 MODELAGEM DE UMA MÁQUINA SÍNCRONA	30
3.1.1 Equações mecânicas	35
3.1.2 Equações elétricas	37
3.1.3 Modelo de um eixo	41
3.1.4 Modelo de sexta ordem	42
3.2 MODELO DO REGULADOR AUTOMÁTICO DE TENSÃO	44
3.3 MODELAGEM DA REDE ELÉTRICA E CONSTRUÇÃO DO MODELO MULTIMÁQUINAS COM GERADORES REPRESENTADOS PELO MODELO DE UM EIXO	45
4 METODOLOGIA DE PROJETO DE CONTROLADORES DE AMORTECIMENTO	57
4.1 PROBLEMA DE CONTROLE	61
4.2 AS DESIGUALDADES MATRICIAIS LINEARES	66
4.2.1 Definição	66
4.2.2 Um breve histórico	67
4.3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE CONTROLE POR MEIO DE LMI'S	70
4.3.1 Robustez	72
4.3.2 Índice de desempenho	74
4.3.3 Descentralização	76
4.4 PROCEDIMENTO DE PROJETO	81

4.4.1 Construção do modelo politópico	81
4.4.2 Cálculo da matriz de ganho C_c do controlador	82
4.4.3 Cálculo das matrizes A_c e B_c do controlador	84
5 TESTES E RESULTADOS	88
5.1 SISTEMA TESTE 1: MODELO DE 10 BARRAS E 4 GERADORES	88
5.1.1 Projeto simultâneo e coordenado de controladores de tipo PSS e controlador suplementar para o TCSC	90
5.1.2 Projeto de um controlador suplementar para apenas o TCSC operando no sistema	96
5.2 SISTEMA TESTE 2: MODELO DE 40 BARRAS E 10 GERADORES	103
6 CONCLUSÕES	112
BIBLIOGRAFIA	115
APÊNDICE A	119
APÊNDICE B	123

1 INTRODUÇÃO

A idéia de estabilidade de sistemas elétricos de potência está relacionada com o comportamento dinâmico do sistema quando o mesmo é retirado de uma condição de operação em equilíbrio (ou de regime permanente) por meio de uma perturbação ou distúrbio. Assim, a definição de estabilidade está associada, fundamentalmente, aos conceitos de condição inicial e perturbação. O período que segue logo após a ocorrência de uma perturbação é chamado de período transitório. Em sistemas elétricos de potência, a característica desse período é, por natureza, oscilatória. Quando essas oscilações são amortecidas ao longo do tempo, então, diz-se que o sistema é estável. Quando ocorre o contrário, o sistema é considerado instável.

São infinitas as perturbações que podem ocorrer num sistema de potência, sendo que, de acordo com a natureza delas, derivam-se duas categorias de estabilidade: **estabilidade a grandes perturbações** (ou estabilidade transitória) e **estabilidade a pequenas perturbações** (ou também conhecida como estabilidade dinâmica) (KUNDUR et al, 2004). Essa classificação é bastante adequada, uma vez que ela define a abordagem matemática para se resolver o problema.

A primeira categoria de estabilidade refere-se à capacidade do sistema em encontrar uma condição de operação em equilíbrio após ter sido submetido a perturbações severas (ou fortes). Uma forte perturbação pode ser caracterizada por um curto-circuito numa determinada linha de transmissão, pela perda de uma unidade geradora de grande porte, pelo desligamento de linhas de transmissão específicas, pela entrada ou saída inesperada de cargas de grande

porte, dentre outras (KUNDUR et al., 2004). Nestas condições, o sistema se afasta do ponto de operação original e, para garantir a estabilidade do sistema, um novo ponto de operação estável deve ser alcançado. Desse modo, as não linearidades presentes nas equações que regem a dinâmica dos geradores devem ser levadas em consideração e a solução do problema de estabilidade a grandes perturbações envolve, então, a solução numérica de um conjunto de equações diferenciais não-lineares (já que o mesmo não apresenta uma solução analítica). A faixa de tempo de análise da resposta do sistema a essas perturbações é suficientemente pequena de modo que algumas dinâmicas podem ser desprezadas durante a modelagem do sistema (tais como, as variações no fluxo magnético gerado pelo sistema de excitação das máquinas, a ação dos reguladores de velocidade e a dinâmica dos controladores de amortecimento). Assim, o único controle efetivo para eliminar a falha do sistema é aquele associado às operações de chaveamento (disjuntores de potência, relés, chaves seccionadoras), através da remoção da linha onde ocorreu a falta.

Esse trabalho envolve estudos referentes à segunda categoria de estabilidade. A estabilidade a pequenas perturbações está relacionada, principalmente, ao comportamento dinâmico do sistema quando o mesmo é sujeito a perturbações de baixa magnitude, tais como, pequenas variações nas cargas do sistema. Neste caso, a solução do problema de estabilidade pode ser realizada admitindo-se a linearização das equações do modelo de sistema elétrico de potência em torno de um ponto de operação inicial, resultando assim, num conjunto de equações diferenciais lineares (o qual pode ser resolvido por diversas técnicas associadas à teoria de sistemas lineares). Essa consideração é válida, uma vez que, após a ocorrência de uma pequena perturbação, o sistema irá oscilar em torno do ponto de operação inicial e retornar a ele (ou muito próximo a ele) no caso do sistema ser considerado estável.

As pequenas perturbações podem excitar os modos de oscilação eletromecânicos intrínsecos aos sistemas elétricos de potência e observados, por exemplo, como oscilações no

ângulo do rotor das máquinas e oscilações nos fluxos de potência ativa das linhas. Quando mal amortecidas, as oscilações eletromecânicas podem causar desgastes mecânicos nas máquinas do sistema, restrições na capacidade de transferência de potência em linhas de transmissão e, em casos extremos, podem provocar a interrupção no suprimento de energia elétrica e a perda de sincronismo dos geradores.

Em geral, as oscilações eletromecânicas podem ser de **modo local** (tipicamente entre 1 e 2 Hz), onde um gerador oscila contra o resto do sistema e, de **modo inter-área**, onde dois ou mais grupos de geradores, localizados em áreas diferentes, oscilam uns contra os outros (oscilações com frequência menor do que 1 Hz) quando há fluxo de potência entre as áreas (ROGERS, 2000) e (KUNDUR, 1994). Além destes, outros modos de oscilação podem estar presentes nos sistemas, como os **modos intra-planta**, observados quando geradores localizados num mesmo centro de geração oscilam uns contra os outros com frequência entre 2 e 3 Hz (PAL; CHAUDHURI, 2005), e os **modos torcionais**, que estão associados às interações dinâmicas do conjunto turbina-gerador com elementos passivos do sistema (como por exemplo, os compensadores série convencionais) e apresentam frequência entre 10 e 46 Hz (IRAVANI, 1989). É importante ressaltar que apenas os modos locais e os modos inter-área são abordados nessa pesquisa.

Uma das áreas de pesquisa associadas à estabilidade a pequenas perturbações envolve estudos de análise e projeto de controladores cuja finalidade é fornecer amortecimento adequado às oscilações eletromecânicas. O projeto desses controladores pode não ser uma tarefa muito simples devido a vários aspectos relacionados às características construtivas e operativas dos sistemas de potência, sendo um deles, a presença de dinâmicas de natureza altamente não-linear na operação dos sistemas (características não-lineares na transferência de potência, saturação nos geradores, cargas não-lineares, interações dinâmicas entre os geradores, dentre outros).

Somando-se a esse fato, os sistemas de potência, em sua grande maioria, são compostos por um número elevado de geradores, centros de carga e de outros elementos cuja dinâmica é relevante para o projeto dos controladores de amortecimento (como por exemplo, os sistemas de excitação dos geradores). Por tais razões, modelos matemáticos que descrevem adequadamente o comportamento dinâmico dos sistemas elétricos de potência são constituídos por um número elevado de equações diferenciais e algébricas não-lineares. Obter a solução de um problema dessa magnitude pode ser, computacionalmente, uma tarefa bastante difícil.

Além da complexidade de modelagem de um sistema elétrico de potência, um segundo aspecto de grande importância que deve ser considerado na formulação do problema de controle diz respeito às variações sucessivas nas condições de operação do sistema que ocorrem ao longo do dia (no que diz respeito aos níveis de carregamento do sistema).

Neste sentido, as características de carregamento do sistema (ou seja, do ponto de operação) associadas aos aspectos construtivos e topológicos dos sistemas de potência (como por exemplo, a presença de interconexões entre grandes sistemas de energia elétrica, capacidade de transferência de potência das linhas e os tipos de controle de excitação utilizados nos geradores) são fatores que influenciam diretamente a maneira pelo qual os sistemas irão responder às pequenas perturbações. Em outras palavras, um determinado modo de oscilação pode ser estável para uma condição de operação específica e se tornar instável (ou pouco amortecido) quando o sistema atinge uma outra configuração de carregamento. Neste contexto, o problema de controle está em garantir um desempenho satisfatório do controlador frente às variações das condições de operação do sistema (idéia de **robustez**).

E para finalizar, um terceiro importante aspecto para projeto de controladores de amortecimento diz respeito ao fato que vários geradores, bem como, a rede de transmissão de um sistema elétrico de potência, possuem os seus próprios controladores (que podem

apresentar princípios de operação diferentes entre si). Neste caso, possíveis problemas de interação adversa entre as dinâmicas dos controladores devem ser tratados, preferencialmente, durante a etapa de projeto (idéia de **coordenação**).

Controladores de amortecimento do tipo PSS (do inglês, *Power System Stabilizer*) fornecem amortecimento às oscilações eletromecânicas através de um sinal estabilizante adicionado ao Regulador Automático de Tensão (ou AVR, do inglês, *Automatic Voltage Regulator*) do gerador. Desde o fim da década de 1960, quando o PSS foi proposto em (DeMELLO; CONCÓRDIA, 1969), esses controladores vêm sendo amplamente utilizados em sistemas de potência. Por várias décadas, os PSSs foram projetados por técnicas de controle clássico (como por exemplo, compensação de fase no domínio da frequência e método do lugar das raízes) em modelos simplificados de sistemas de potência, tal como o **modelo Heffron-Phillips** (HEFFRON; PHILLIPS, 1952). Tal modelo é uma representação linearizada de um sistema de potência composto por um único gerador síncrono conectado ao restante do sistema (o qual inclui os demais geradores e o sistema de transmissão). Esta parcela restante é representada, de uma maneira simplificada, por uma linha de transmissão e um barramento infinito, e o modelo resultante é conhecido por sistema *SMIB* (ou *single machine vs infinite bus*). Os procedimentos de projeto de controladores de amortecimento do tipo PSS por técnicas de controle clássico, associadas ao modelo Heffron-Phillips, são amplamente difundidas na prática devido à facilidade do uso de tais técnicas de controle (que, normalmente, são bastante conhecidas pelos engenheiros da área de sistemas de controle) e, também, pelo baixo custo de implementação (devido à estrutura de controle ser composta por dispositivos de fácil implementação em plataformas de controle digital).

Apesar das vantagens citadas anteriormente, o projeto de controladores de amortecimento pelo uso de técnicas baseadas na teoria clássica de controle e do modelo Heffron-Phillips apresenta também algumas desvantagens, tais como:

- A inexistência de uma garantia de desempenho satisfatório do controlador frente às variações no ponto de operação do sistema de potência ao longo do dia (já que, neste caso, o controlador é projetado considerando-se apenas um único ponto de operação, tendo portanto robustez limitada);
- o fato de que o modelo Heffron-Phillips não contém informações a respeito dos modos inter-área, pois as interações dinâmicas que ocorrem entre os geradores do sistema não estão presentes nesse modelo;
- a impossibilidade de se abordar problemas associados à coordenação dos controladores na etapa de projeto, dado que as interações dinâmicas entre os geradores do sistema não estão incluídas no modelo Heffron-Phillips.

Esses problemas são tratados, na prática, através de um procedimento de ajuste dos parâmetros do controlador (chamado usualmente de **sintonia**) (LARSEN; SWANN, 1981), realizado numa etapa posterior à de projeto. A desvantagem do procedimento de sintonia é que o mesmo necessita de elevada experiência prática por parte do projetista, além de ser um procedimento apenas empírico (não fornecendo, portanto, uma garantia de robustez para o sistema).

Os avanços tecnológicos atingidos, nas últimas décadas, em termos de aumento da capacidade de processamento dos computadores modernos, bem como, o aprimoramento das áreas de teoria e engenharia de controle, possibilitaram o desenvolvimento de técnicas de controle robusto para projeto de controladores de amortecimento para sistemas de potência. Em (RAMOS et al., 2004) e (RAO; SEN, 2000), por exemplo, é utilizado um **modelo multimáquinas** para o sistema de potência e posicionamento de pólos na forma de **desigualdades matriciais lineares** (LMIs, do inglês, *Linear Matrix Inequalities*) para projeto de controladores de amortecimento. Atualmente, é possível encontrar uma grande quantidade de trabalhos de pesquisa que abordam o uso de LMIs para o projeto de controladores robustos

para sistemas elétricos de potência, como é o caso de (OLIVEIRA; RAMOS; BRETAS, 2005), (TROFINO; BAZANELLA; FISCHMAN, 1998), (FISCHMAN et al., 1997) e (BAZANELLA; FISCHMAN; SILVA, 1995).

Ao contrário do modelo Heffron-Phillips, os modelos multimáquinas descrevem de maneira mais adequada o comportamento dinâmico do sistema em estudo. Pelo uso de tais modelos, os modos locais e inter-área de interesse podem ser tratados diretamente nas fases de projeto e análise de desempenho do sistema com os controladores operando no sistema. O problema de controle estruturado na forma de LMIs permite a inclusão de índices de desempenho mínimo para os controladores projetados, bem como o projeto simultâneo e coordenado de vários controladores para um sistema de potência.

Além das técnicas de controle mencionadas, outras teorias de controle moderno têm sido empregadas para projeto de controladores de amortecimento, tais como: síntese- μ (YUE; SCHLUETER, 2003), controle H_∞ (CHUANJIANG et al., 2003) e controle neuro-fuzzy (YOU et al., 2003).

Os sistemas elétricos de potência, particularmente nas últimas décadas, têm presenciado fortes transformações estruturais devido ao aumento significativo das interconexões dos sistemas. Os sistemas interligados são vantajosos na medida em que eles permitem o suprimento da demanda requerida pelos centros de carga, ao mesmo tempo em que possibilitam minimizar a capacidade total de geração de energia do sistema. Em outras palavras, tais sistemas melhoram o aproveitamento dos recursos de geração existentes e permitem a cooperação mútua entre os sistemas, como por exemplo, para o atendimento de demanda em horários de pico.

Por outro lado, o aumento da dimensão do sistema associado ao crescimento dos níveis operacionais das redes de transmissão tem contribuído, e muito, para o surgimento de diferentes tipos de problemas de estabilidade (KUNDUR et al, 2004). Nesse sentido, um dos

principais problemas de estabilidade observados nos sistemas contemporâneos refere-se à presença de oscilações inter-área de frequência muito baixa (observadas, por exemplo, nos fluxos de potência ativa entre as áreas interligadas) que, na maioria das vezes, são pouco amortecidas (ou até mesmo instáveis) na ausência de controladores estabilizantes (KUNDUR et al, 2004). Nesse contexto é possível que, em algumas situações, os controladores de tipo PSS sejam menos eficazes para o amortecimento de modos inter-área com frequência muito baixa (HANDSCHIN; SCHNURR; WELLSSOW, 2003). Por conta disso, outras soluções devem ser estudadas e aplicadas para garantir que tais modos sejam adequadamente amortecidos.

Uma solução efetiva que tem sido considerada recentemente é a utilização de dispositivos FACTS (do inglês, *Flexible Alternating Current Transmission Systems*) para melhorar o desempenho da operação dos sistemas de potência. Tais dispositivos são baseados em circuitos da eletrônica de potência e são instalados diretamente na rede de transmissão (HINGORANI; GYUGYI, 2000). Além de fornecer amortecimento às oscilações eletromecânicas, os dispositivos FACTS podem aumentar a capacidade de transferência de potência ativa por uma linha de transmissão e, também, controlar diretamente o fluxo de potência em rotas específicas de transmissão. Ressalta-se que esses benefícios adicionais não são obtidos por meio de controladores do tipo PSS.

O TCSC (do inglês, *Thyristor Controlled Series Capacitor*) é um dos tipos de dispositivos FACTS com maiores aplicações comerciais, sendo utilizado eficientemente em sistemas de potência para fornecer amortecimento às oscilações inter-área, como visto em (FAN et al., 2002) e (ISHIMARU et al., 2002). Em 1999, uma linha de transmissão (500 KV - CA e 1000 km de extensão) conectando os sistemas brasileiros Norte e Sul entrou em operação. Dois TCSC's foram instalados nessa linha, um em cada extremidade, para amortecer o modo inter-área de baixa frequência (0,2 Hz) presente entre os sistemas (GAMA,

1999). Até o final de 2004, três TCSC's entraram em operação na Ásia, sendo dois na China e um na Índia com a finalidade de melhorar a estabilidade das oscilações inter-área de tais sistemas (JIANBO et al, 2005) e (YUE; BAILU, 2005). Além dessas aplicações comerciais, uma investigação do potencial em amortecimento que poderia ser alcançado com o uso de dispositivos FACTS série e shunt no sistema de potência europeu (o qual apresenta vários modos inter-área) é apresentado em (HANDSCHIN; SCHNURR; WELLSSOW, 2003), e (DEL ROSSO et al, 2000) investiga o uso de TCSC's no sistema radial da Argentina.

Sinais estabilizantes gerados por **controladores suplementares** e aplicados à entrada do TCSC (ou de algum outro tipo de dispositivo FACTS) são necessários para garantir que o mesmo seja efetivo no amortecimento das oscilações eletromecânicas (ROGERS, 2000).

Em relação aos dispositivos FACTS instalados ao longo da linha de transmissão, seria difícil a implementação de um controlador suplementar operando com sinal de entrada proveniente de uma unidade geradora. Isso ocorre devido às dificuldades técnicas envolvidas na construção e manutenção de um canal de comunicação entre o gerador e o dispositivo FACTS. A utilização de um canal de comunicação desse tipo com rapidez e confiabilidade suficientes implicaria em um custo bastante elevado. Portanto, sinais utilizados como entrada do controlador suplementar devem ser medidos, preferencialmente, no local de sua instalação, de maneira semelhante ao que ocorre com os controladores de tipo PSS. Estando os FACTS instalados diretamente no sistema de transmissão, alguns exemplos de variáveis que podem ser utilizadas como entrada de controle são os fluxos de potência ativa ou reativa, a corrente na linha e a tensão na barra terminal do dispositivo.

Além da escolha adequada do sinal de entrada para o dispositivo FACTS, é de grande importância o posicionamento do dispositivo na rede elétrica para que o mesmo possa fornecer amortecimento satisfatório aos modos de oscilação de interesse. Duas técnicas são bastante difundidas e utilizadas pelos pesquisadores para determinar, de maneira simultânea, o

sinal de entrada dos controladores suplementares e o local de instalação do dispositivo na rede. Tais técnicas são: análise de resíduos e análise do torque de amortecimento. A primeira pode ser encontrada em (MARTINS et al., 1996) e a segunda em (POURBEIK; GIBBARD, 1996).

Quanto à metodologia de controle, atualmente ainda é prática comum empregar técnicas de controle clássico no projeto de controladores suplementares de dispositivos FACTS (de maneira semelhante ao que ocorre com o projeto de controladores do tipo PSS). Conforme mencionado anteriormente, as técnicas de controle clássico apresentam um conjunto de desvantagens, as quais estão presentes em sua aplicação tanto para o projeto de controladores do tipo PSS quanto para o projeto de controladores suplementares para dispositivos FACTS.

Existem vantagens em se utilizar, de maneira coordenada, controladores do tipo PSS e dispositivos FACTS em um sistema de potência. O projeto simultâneo e coordenado de tais controladores evita possíveis interações adversas entre os controladores projetados e, também, permite a obtenção de um amortecimento adequado para os modos inter-área nos casos onde os PSSs deixam de ser uma solução efetiva. Neste contexto, o primeiro objetivo dessa pesquisa é propor um projeto simultâneo e coordenado de controladores suplementares para TCSC e controladores de amortecimento de tipo PSS para sistemas de potência, de forma que o sistema controlado resultante seja robusto frente a variações em seu ponto de operação e eficiente tanto no amortecimento de modos locais quanto de modos inter-área.

Para este fim, os controladores propostos são projetados por uma técnica de controle robusto. Tal projeto de **controladores robustos** é baseado, neste trabalho, em uma metodologia desenvolvida em (RAMOS et al., 2004), a qual foi aplicada apenas para o projeto de controladores do tipo PSS. Tal metodologia incorpora características de robustez e

coordenação, além de atender a diversos requisitos práticos do problema de amortecimento de oscilações.

A coordenação dos controladores propostos é obtida através do uso de um modelo multimáquinas do sistema de potência. A estrutura descentralizada dos controladores é garantida através da imposição de uma estrutura bloco-diagonal para as variáveis matriciais presentes na formulação do problema de controle. Para atender à exigência de que o sistema controlado seja robusto com relação às variações nas condições de operação do sistema (garantindo um desempenho satisfatório numa ampla faixa de pontos de operação), a metodologia de projeto adotada utiliza um modelo com incertezas politópicas (ou simplesmente modelo politópico).

O problema de controle é estruturado na forma de desigualdades matriciais lineares, ao qual está agregado um índice de amortecimento mínimo para os autovalores do sistema com os controladores em operação (aceito usualmente como índice de desempenho dos controladores). Tais controladores possuem uma estrutura de realimentação dinâmica de saída, tendo em vista que a implementação de um controlador por realimentação de estados, em sistemas de potência, esbarra em dificuldades técnicas, tais como a medição dos ângulos dos rotores dos vários geradores do sistema com relação a uma referência comum.

Por outro lado, devido ao grande número de controladores de tipo PSS atualmente em operação nos sistemas de potência, o projeto simultâneo de controladores suplementares para dispositivos FACTS e controladores de tipo PSS pode ser de difícil implementação, já que isso implicaria num possível reajuste dos parâmetros dos controladores em operação (ou até mesmo uma alteração na estrutura do controlador, dependendo da metodologia de controle adotada). Além disso, em algumas situações pode ser perfeitamente desejável que os controladores possam ser projetados de maneira independente. Neste contexto, o segundo objetivo dessa pesquisa é propor um projeto de controlador suplementar para um TCSC em

um sistema elétrico de potência que apresente apenas modos inter-área pouco amortecidos e instáveis (não havendo, portanto, a necessidade de se incluir controladores de tipo PSS) de forma que o sistema controlado resultante seja robusto frente a variações em seu ponto de operação e eficiente no amortecimento de tais modos. Para isso, esse trabalho propõe uma extensão da metodologia de projeto utilizada no caso anterior ao combiná-la com uma técnica de redução da ordem de modelo do controlador.

Este trabalho está estruturado da seguinte maneira:

- **Capítulo 2: Dispositivos FACTS.** Neste capítulo são apresentados os conceitos gerais e aspectos mais importantes relacionados aos dispositivos FACTS. Uma abordagem mais detalhada é dada ao TCSC, sendo exposto o seu princípio de operação e o modelo dinâmico geralmente utilizado para projeto de controladores suplementares;
- **Capítulo 3: Modelagem de um sistema elétrico de potência.** Neste capítulo são apresentados os modelo de sistema de potência utilizados para projeto e análise dos controladores de amortecimento;
- **Capítulo 4: Projeto de controladores de amortecimento.** Neste capítulo é apresentada a técnica de controle robusto utilizada para o projeto dos controladores;
- **Capítulo 5: Testes e resultados.** Neste capítulo são apresentados os testes e resultados referentes aos objetivos da pesquisa citados anteriormente;
- **Capítulo 6: Conclusões.** Neste capítulo são apresentadas as conclusões, além de algumas propostas para a futura continuação desta pesquisa.

2 DISPOSITIVOS FACTS

Devido aos avanços tecnológicos para o desenvolvimento e fabricação dos semicondutores de potência percebeu-se, nas últimas décadas, uma expansão significativa do emprego de componentes da eletrônica de potência em sistemas de transmissão de energia elétrica. No final da década de 1960, tais componentes já eram aplicados em sistemas de transmissão em corrente contínua como, por exemplo, conversores e inversores de energia elétrica. Em sistemas de corrente alternada, a eletrônica de potência pode ser encontrada, num período mais recente, em dispositivos FACTS. A concepção da tecnologia FACTS agrupa, de uma maneira geral, um conjunto de equipamentos baseados em circuitos da eletrônica de potência que operam de tal modo a possibilitar um alto grau de flexibilidade no controle de sistemas de transmissão. Por flexibilidade subentende-se um controle rápido e contínuo dos parâmetros que envolvem a dinâmica da operação do sistema.

O ambiente atual do setor eletroenergético é caracterizado por um constante crescimento da demanda de potência requerida pelos consumidores e por um investimento moderado, devido a restrições econômicas e ambientais, para a construção de novas linhas de transmissão e unidades geradoras. Dessa maneira, os sistemas de transmissão estão, cada vez mais, operando próximos aos seus limites térmicos e de estabilidade. Tais limites restringem o nível de potência que pode ser transmitido com segurança por uma linha. O processo de desregulamentação que tem ocorrido em sistemas de diversos países tem contribuído para

agravar essa situação. No Brasil, por exemplo, devido a desverticalização do sistema¹, as reservas de geração e transmissão estão cada vez mais baixas para minimizar os custos de produção de forma a garantir a competitividade da empresa no mercado. Neste contexto, os dispositivos FACTS têm se revelado uma alternativa bastante interessante no sentido de permitir um melhor aproveitamento da capacidade de transferência de potência dos sistemas de transmissão existentes ao alargar os limites operativos das linhas.

Com a finalidade de melhorar o aproveitamento das linhas existentes, é prática comum o emprego de compensadores série convencionais. Basicamente, tais compensadores são compostos por banco de capacitores de valor fixo (ou variável através de chaveamento mecânico) que operam de modo a anular parte da reatância indutiva das linhas, resultando num aumento da capacidade de transferência de potência. No entanto, o chaveamento mecânico dos compensadores convencionais é lento. Além disso, não é possível a obtenção de altos níveis de compensação devido a problemas relacionados ao fenômeno da ressonância subsíncrona (GAMA, 1995). Tal fenômeno ocorre quando a frequência da troca de energia do capacitor do compensador coincide com a frequência de um dos modos de oscilação torcionais do conjunto turbina-gerador. Com isso, inicia-se um aumento significativo da energia trocada entre os sistemas mecânico e elétrico, podendo resultar em sérios danos físicos à máquina.

Com a entrada em operação dos dispositivos FACTS (onde os semicondutores de alta potência substituem as chaves mecânicas dos compensadores convencionais) no mercado eletroenergético notou-se que os mesmos poderiam não somente possibilitar níveis bem mais elevados de compensação (por minimizar os riscos de ressonância subsíncrona) e um melhor controle do fluxo de potência, mas também, melhorar o desempenho e a confiabilidade da operação dos sistemas ao fornecer amortecimento às oscilações eletromecânicas de baixa

---

¹ Com a desverticalização do sistema, as atividades de geração, transmissão e distribuição são desempenhadas, cada uma delas, de forma independente e autônoma, tanto por empresas estatais como pela iniciativa privada. Dessa forma, gera-se a livre concorrência na compra e venda da energia elétrica.

freqüência. Neste sentido, dispositivos FACTS têm sido empregados em linhas de transmissão que interligam grandes blocos de energia elétrica. Muitas vezes, linhas utilizadas para transferir potência entre duas áreas distantes entre si estão sujeitas a operarem em níveis bem abaixo de seus limites devido à existência de modos de oscilação pouco amortecidos (ou até mesmo, instáveis) e observáveis quando o fluxo de potência ativa entre as áreas interligadas atinge valores elevados. Com o emprego de dispositivos FACTS junto com os compensadores convencionais, tais modos de oscilação podem ser eficazmente amortecidos e a capacidade de transferência de potência, em regime permanente, pode ser significativamente aumentada.

De uma maneira geral, os dispositivos FACTS podem modificar e controlar parâmetros do sistema que influenciam diretamente no fluxo de potência ativa e da potência reativa em uma linha de transmissão. O fluxo de potência pode ser controlado atuando-se na tensão das barras terminais de uma linha, no ângulo dessas barras, na corrente ou na impedância efetiva da própria linha (ou ainda, com uma atuação combinada e coordenada em mais de uma dessas variáveis). Atualmente, existem vários tipos de dispositivos FACTS em operação ou ainda em fase de desenvolvimento. Para cada um deles, uma ou mais das variáveis citadas anteriormente são utilizadas como parâmetros a serem controlados no sistema.

A maneira pelo qual o dispositivo FACTS é posicionado na linha de transmissão influencia diretamente o fluxo de potência ativa e reativa que circula pelo sistema. De acordo com o posicionamento do dispositivo na linha, podemos classificar os FACTS em quatro categorias (HINGORANI; GYUGYI, 2000): controladores em paralelo (ou *shunt*), controladores em série, controladores combinados série-série e controladores combinados série-paralelo. As subseções seguintes apresentam detalhes sobre cada um dos tipos de FACTS, de acordo com esta classificação.

2.1 CONTROLADORES EM PARALELO

Os **controladores em paralelo** (ou *shunt*) atuam como fontes de corrente ou de tensão conectadas em derivação à linha de transmissão. Se a corrente injetada estiver em quadratura com a tensão da linha, o controlador opera como uma reatância capacitiva (ou indutiva), de valor variável, conectada em paralelo à linha, fornecendo (ou consumindo) potência reativa ao sistema. Usualmente, os controladores em paralelo controlam a tensão da barra ao qual se conectam. O controlador operando como uma reatância indutiva variável pode minimizar uma eventual sobretensão da linha de transmissão que ocorre, principalmente, nas situações onde cargas leves são predominantes no sistema e, com o controlador operando como uma reatância capacitiva variável, a tensão ao longo da linha pode ser mantida em valores aceitáveis nos casos de alta demanda de energia elétrica.

A maneira com que os controladores em paralelo atuam nos sistemas de potência pode ser entendida através de um exemplo simples, proposto com maiores detalhes em (HIGORANI; GYUGYI, 2000). Considere o sistema ilustrado na figura 2.1(a), constituído por duas máquinas síncronas interligadas por uma linha de transmissão puramente indutiva.

Figura 2.1 – (a) sistema composto por duas máquinas síncronas com a inclusão do controlador em paralelo, (b) diagrama fasorial.

O controlador em paralelo é representado por uma fonte de tensão alternada conectada no ponto médio da linha de transmissão de tal modo a controlar e manter a tensão da barra M em um valor igual às tensões das barras terminais V_S e V_R , resultando em $|V_S| = |V_R| = |V_M| = |V|$, como mostra a figura 2.1. O ponto médio da linha é escolhido para o local da instalação do controlador por ser o ponto onde ocorre a maior queda de tensão ao longo da linha de transmissão.

Pela análise do diagrama fasorial percebe-se que a compensação em paralelo causa o seccionamento da linha de transmissão em duas partes independentes (as tensões V_S e V_m possuem módulos iguais e uma defasagem de $\delta/2$): os trechos de ligação entre as barras S-M e M-R, sendo que, ambos possuem reatância indutiva igual a $X_L/2$.

As seguintes expressões calculam os fluxos de potência ativa e de potência reativa transmitidos pelo sistema:

$$P = \frac{2V^2}{X_L} \sin\left(\frac{\delta}{2}\right), \quad (2.1)$$

$$Q = 4 \frac{V^2}{X_L} \left(1 - \cos \frac{\delta}{2}\right). \quad (2.2)$$

A figura 2.2 mostra as curvas das potências ativa e reativa em função do ângulo δ do sistema de potência sem a compensação shunt e com um compensador no ponto central da linha de transmissão. O compensador em paralelo pode alargar o limite de estabilidade transitória. Tal limite refere-se ao valor máximo de potência ativa que pode ser transmitido com segurança em regime permanente sem que o sistema perca a estabilidade após a ocorrência de uma grande perturbação. Sem a presença de compensadores no sistema, o máximo valor para o fluxo de potência ativa é calculado por $P_{\max} = V^2/X_L$, sendo $\delta = 90^\circ$. Contudo, é recomendável que o sistema opere em valores abaixo desse ponto (normalmente,

em $\delta \approx 30^\circ$) para permitir uma margem de segurança de tal modo que o sistema restabeleça uma condição de equilíbrio após a ocorrência de uma perturbação.

Figura 2.2: Curva de capacidade para o sistema de potência com a inclusão do compensador *shunt*.

Agora, com o emprego do controlador paralelo, é possível aumentar significativamente a capacidade de transmissão de potência ativa (principalmente para $\delta > 30^\circ$), sendo que, o máximo valor de potência ativa ocorre em $\delta = 180^\circ$, cujo valor é duas vezes maior em relação ao máximo carregamento do sistema sem compensador. No entanto, neste ponto, a operação do sistema pode se tornar inviável em decorrência do elevado crescimento da potência reativa suprida pelo controlador em paralelo.

Como exemplo de dispositivo FACTS conectado em paralelo, podemos citar o SVC (*Static Var Compensator*), que é um tipo de controlador em paralelo já difundido comercialmente desde a metade da década de 1970. Inicialmente, tal controlador era utilizado para solucionar problemas de oscilação de tensão causados por fornos a arco (GAMA, 1995). O emprego desses controladores mostrou-se bastante eficiente e observou-se uma expansão comercial significativa durante as décadas seguintes. Como exemplo de aplicação, em 1995

entrou em operação um SVC em uma linha de transmissão de 405 Km operando em 400 kV que interliga os sistemas da África do Sul e Zimbabuê. Tal controlador é utilizado para amortecer oscilações no fluxo de potência entre essas duas áreas, com frequência aproximada em 0,5 Hz. A capacidade de transferência de potência entre essas áreas aumentou em 25%.

2.2 CONTROLADORES EM SÉRIE

Os **controladores em série** atuam como fontes de tensão conectadas em série à linha de transmissão. Se a tensão estiver em quadratura com a corrente da linha, o controlador opera como uma reatância capacitiva (ou indutiva), de valor variável, conectada em série à linha, fornecendo (ou consumindo) apenas potência reativa ao sistema. Tais dispositivos podem ser utilizados para um tipo de controle cujo efeito equivalente é uma variação no valor efetivo da reatância série da linha. Dessa maneira, é possível controlar diretamente o fluxo de potência em rotas específicas de transmissão e, também, aumentar a capacidade de transferência de potência por uma linha de transmissão (já que o fluxo de potência é inversamente proporcional a reatância indutiva da linha).

A partir de uma estrutura de controle adequada, controladores em série podem ser capazes de fornecer amortecimento às oscilações eletromecânicas de baixa frequência. O TCSC (*Thyristor Controlled Series Capacitor*) é um dos principais dispositivos FACTS utilizados, na prática, para fornecer amortecimento a essas oscilações. Tal dispositivo possibilita um controle bastante flexível da reatância da linha, durante e após as perturbações, permitindo que o dispositivo possa atuar diretamente no amortecimento das oscilações do fluxo de potência ativa. Em 1992, o TCSC foi empregado, pela primeira vez, em um sistema

de potência trifásico (HINGORANI; GYUGYI, 2000). Tal controlador foi fabricado a partir de um projeto conjunto entre a SIEMENS e WAPA (*Western Area Power Administration*) e instalado na subestação de Kayenta, no Arizona, para operar em uma linha de transmissão de 230 kV e 300 km de extensão. O emprego desse controlador fez aumentar a capacidade de carregamento da linha em, aproximadamente, 30% em relação ao valor nominal que era de 300 MW. No Brasil, em 1999, foram instalados dois TCSCs na linha de transmissão de 500kV (um controlador em cada extremidade da linha) que interliga o sistema Norte-Nordeste (subestação de Imperatriz, no Maranhão) com o sistema Sul-Sudeste (subestação de Serra da Mesa, em Goiás) junto com compensadores convencionais (que eliminam parte da reatância indutiva efetiva da linha de 500 Km de extensão) com a finalidade de amortecer um modo de oscilação pouco amortecido (com frequência de, aproximadamente, 0,2 Hz) e, com isso, aumentar a capacidade de transferência de potência entre essas duas áreas (GAMA, 1999). O TCSC é o tipo de dispositivo FACTS adotado nessa pesquisa e, portanto, mais detalhes a respeito deste controlador serão dados na seção seguinte. Além do TCSC, outros controladores série podem ser destacados, tais como, o SSSC (*Static Synchronous Series Compensator*) (HINGORANI; GYUGYI, 2000) e o GCSC (*GTO Thyristor-Controlled Series Capacitor*) (WATANABE et al., 2004).

Agora, para efeito de comparação, considere o mesmo sistema de potência composto por duas máquinas síncronas empregado anteriormente para exemplificar o princípio de operação dos controladores em paralelo. O controlador série ideal pode ser representado por uma fonte de tensão controlada V_C , conectada ao ponto central da linha de transmissão, como mostra a figura 2.3(a). Se V_C estiver em quadratura com a corrente I , o controlador série não irá fornecer nem absorver potência ativa do sistema, mas sim, apenas potência reativa, como pode ser visto no diagrama fasorial ilustrado na figura 2.3(b). Dessa maneira, a fonte de

tensão pode ser vista como sendo uma reatância variável indutiva ou capacitiva. O ângulo δ corresponde à diferença fasorial entre as barras S e R.

Figura 2.3: (a) sistema composto por duas máquinas síncronas com a inclusão do controlador série, (b) diagrama fasorial.

As equações para os fluxos de potência ativa e da potência reativa transmitidos pelo sistema são as seguintes:

$$P = \frac{V^2}{X_L(1-k)} \sin\delta, \quad (2.3)$$

$$Q = \frac{2V^2k}{X_L(1-k)^2} (1 - \cos\delta), \quad (2.4)$$

onde o parâmetro k pode ser definido como sendo o fator de compensação do sistema.

É possível assumir valores para k situados na faixa $-1 \leq k < 1$, sendo que, $k < 0$ corresponde ao controlador operando como uma reatância indutiva, para $k > 0$, a compensação torna-se capacitiva e, $k = 0$ corresponde ao sistema sem a inclusão do controlador. A figura 2.4 mostra as curvas das potências ativa e da potência reativa em função do ângulo δ do sistema de potência sem compensação e com um controlador série no ponto central da linha de transmissão operando com 45% de compensação capacitiva. Nota-se que a compensação proporcionou um aumento significativo da capacidade de carregamento da linha desde valores pequenos de δ .

Figura 2.4: Curva de capacidade para o sistema de potência com a inclusão do compensador série.

Com o propósito de aplicar dispositivos FACTS para o amortecimento de oscilações, essa pesquisa de mestrado utiliza, para tal finalidade, o tipo TCSC. Este dispositivo, por ser um controlador conectado em série ao sistema, é bastante eficiente no controle do fluxo de potência de uma linha de transmissão. Dessa maneira, ele pode atuar diretamente para o amortecimento das oscilações presentes nesse sinal. A próxima seção discute o princípio de operação do TCSC.

2.2.1 O dispositivo TCSC

O TCSC é um equipamento controlado por tiristores e conectado em série ao sistema de potência. O valor de sua admitância pode ser manipulado com a finalidade de controlar a corrente que circula pela linha de transmissão. O TCSC é composto por uma capacitância de valor fixo (C_{TCSC}) e um Reator Controlado a Tiristor ou RCT, como pode ser visto na figura

2.5. Normalmente são utilizados, também, Varistores de Óxido Metálico (MOV) em paralelo com o banco de capacitores. O MOV é um componente de características altamente não lineares e utilizado como dispositivo de segurança para o TCSC, ao qual permite a passagem de elevadas correntes em casos de ocorrência de alguma falta ou perturbação de grande magnitude no sistema, preservando assim, a integridade do TCSC.

Figura 2.5: Modelo básico do TCSC.

O RCT é composto por uma indutância (L_{TCSC}) conectada a uma chave bidirecional formada por dois tiristores (T_1 e T_2) associados em antiparalelo e disparados por um ângulo α medido a partir de cada inversão de polaridade da tensão no capacitor ou da corrente de linha I . A função do ângulo α é controlar o período de condução dos tiristores, ou seja, a corrente que circula pelo reator. Dessa maneira, obtém-se um controle efetivo do valor da impedância do RCT, o que permite, através da combinação em paralelo com o capacitor, variar a reatância equivalente do TCSC, o qual pode ser tanto capacitiva como indutiva. A reatância equivalente do TCSC pode ser calculada pela equação (2.5), onde estão considerados os valores em módulo das reatâncias capacitiva e indutiva.

$$X_{TCSC}(\alpha) = \frac{|X_C| \cdot |X_L(\alpha)|}{|X_C| - |X_L(\alpha)|} \quad (2.5)$$

A partir da equação (2.5) é possível concluir que:

$$\begin{aligned} |X_C| - |X_L(\alpha)| > 0 &\Rightarrow \text{Região indutiva} \\ |X_C| - |X_L(\alpha)| < 0 &\Rightarrow \text{Região capacitiva} \\ |X_C| - |X_L(\alpha)| = 0 &\Rightarrow \text{Ponto de ressonância} \end{aligned}$$

É importante analisar a maneira com que a reatância equivalente do TCSC varia em função do ângulo de disparo α , que pode assumir valores na faixa operacional estabelecida em $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ (de acordo com o princípio de operação dos tiristores). De uma maneira simplificada, a equação da reatância equivalente do TCSC em função do ângulo de disparo α pode ser dada por (2.6), o qual pode ser encontrada em (DANESHPOOY; GOLE, 2001).

$$X_{\text{TCSC}}(\alpha) = \frac{X_C X_L}{X_L + X_C \left(1 - \frac{2\alpha'}{\pi} - \frac{1}{\pi} \sin 2\alpha'\right)}, \quad (2.6)$$

onde $\alpha' = \alpha - \frac{\pi}{2}$.

A figura 2.6 mostra a curva da reatância equivalente do TCSC em função do ângulo de disparo α , obtida através da equação (2.6), considerando $X_L = 1\Omega$ e $X_C = -20\Omega$. Para $\alpha = \alpha_{\min} = 90^\circ$ a reatância equivalente do TCSC atinge seu menor valor indutivo (pois os tiristores estão operando em plena condução), calculada por:

$$X_{\text{TCSC}}(\alpha_{\min}) = \frac{X_C X_L}{X_L + X_C}. \quad (2.7)$$

Isso significa que o TCSC pode ser substituído, de uma maneira equivalente, por uma reatância indutiva de valor pequeno e o capacitor opera na condição “*bypass*” (ou seja, nessa condição, a corrente do TCSC circula quase como um todo pelo RCT). A forma de onda resultante para a corrente no reator consiste somente em uma componente na frequência fundamental, sem harmônicos.

Agora, um ângulo de disparo $\alpha = \alpha_r$ tal que $|X_L(\alpha_r)| = |X_C|$ faz com que a reatância equivalente do TCSC seja infinita, ao qual determina o ponto de ressonância do circuito. Como o TCSC é conectado em série com a linha de transmissão, essa condição operativa deve

ser evitada para que o dispositivo não seja danificado, como também, não sejam provocadas interrupções na transmissão de potência pela linha. Além disso, a faixa de operação próxima a esse ponto também deve ser evitada para que a reatância do dispositivo não assuma valores muito elevados (tendendo ao infinito), o que corresponde à $\alpha_{L(\text{máx})} \leq \alpha \leq \alpha_{C(\text{min})}$. Já para um ângulo de disparo $\alpha = \alpha_{\text{máx}} = 180^\circ$ vale a condição:

$$X_{\text{TCSC}}(\alpha_{\text{máx}}) = X_C \quad (2.8)$$

Para tal condição de operação, o TCSC se comporta como uma compensação série convencional, ou seja, os tiristores estão completamente bloqueados e o circuito equivalente do TCSC é composto apenas por sua capacitância série C_{TCSC} .

Figura 2.6: Faixa de variação da reatância equivalente do TCSC em função do ângulo de disparo.

Com base nessas considerações, ângulos de condução $\alpha < \alpha_r$ correspondem ao TCSC operando como uma reatância indutiva e, para $\alpha > \alpha_r$, a reatância do dispositivo é capacitiva. Na região de operação intermediária, ou seja, $90^\circ < \alpha < 180^\circ$, harmônicos de tensão e corrente são injetados na linha. O nível de harmônicos é dependente da corrente do

RCT e da relação entre os valores do indutor e da capacitância, ou seja, X_L/X_C . Investigações a respeito dos harmônicos injetados no sistema pelo TCSC podem ser encontradas em (DANESHPOOY; GOLE, 2001) e (HINGORANI; GYUGYI, 2000).

2.2.1.1. Modelo dinâmico do TCSC

Para que o TCSC possa fornecer amortecimento às oscilações eletromecânicas de baixa frequência, a reatância da linha deve ser modulada em função de tais oscilações durante e após a ocorrência de perturbações. Isto pode ser feito via um sinal estabilizante produzido por um controlador suplementar adicionado à entrada do TCSC. De uma maneira geral, a estrutura básica de operação de um TCSC deve ser constituída por um circuito conversor, o qual determina o ângulo de disparo α correspondente ao valor desejado da reatância do dispositivo (fornecido pelo controlador suplementar). O ângulo α deve, então, ser aplicado ao circuito de disparo dos semicondutores de modo que o TCSC atenda com a ação de controle exigida, conforme ilustra a figura 2.7.

Figura 2.7: Estrutura básica de operação do TCSC.

Geralmente, para estudos de estabilidade a pequenas perturbações, utiliza-se um modelo diferencial de 1ª ordem para descrever a dinâmica do TCSC (incluindo as etapas ilustradas na figura 2.7). Com isso, considera-se que o modelo do sistema de potência com a inclusão do TCSC seja linearizado em torno de um ponto de operação X_{TCSC}^0 em regime permanente. Neste modelo, as etapas correspondentes ao cálculo do ângulo α (circuito

conversor) e a aplicação do mesmo ao circuito de disparo estão representadas por uma constante de tempo T_{TCSC} , como mostra a figura abaixo.

Figura 2.8: Modelo simplificado do TCSC.

Nesta figura, a notação Δ significa uma variação da reatância equivalente do TCSC em relação ao seu valor de regime permanente. A estrutura do controlador suplementar está associada com a lógica de controle adotada na etapa de projeto. O sinal de entrada para esse controlador deve ser uma grandeza elétrica que reflita os modos eletromecânicos de oscilação de interesse. Preferencialmente, tais sinais devem ser obtidos através de medições locais, como, a corrente ou o fluxo de potência ativa na linha de transmissão, para evitar a necessidade de canais de comunicação a longas distâncias (caso fossem adotados sinais provenientes de alguma variável dos geradores, por exemplo). Incluindo ao TCSC um canal de entrada para o sinal produzido pelo controlador suplementar, o modelo do dispositivo passa a ser representado pelo seguinte diagrama de blocos.

Figura 2.9: Modelo em diagrama de blocos do TCSC.

Nessa figura, ΔX_{ref} é um sinal de referência o qual permite alterar o ponto de operação nominal do dispositivo em regime permanente e ΔX_{sup} é o sinal estabilizante produzido pelo controlador suplementar do dispositivo. O sinal resultante do bloco somador é adicionado em um bloco de primeira ordem que representa a dinâmica do circuito conversor e do circuito de disparo do TCSC. Normalmente, a constante de tempo T_{TCSC} é de valor pequeno tendo em vista a rapidez da dinâmica de operação dos circuitos conversores e dos semicondutores. A partir deste diagrama de blocos, obtém-se a equação diferencial de 1ª ordem do modelo do TCSC, escrita por:

$$\Delta \dot{X}_{TCSC} = \frac{1}{T_{TCSC}} (\Delta X_{ref} - \Delta X_{sup} - \Delta X_{TCSC}) , \quad (2.9)$$

A reatância equivalente do TCSC é utilizada como variável de estado do sistema porque ela reflete de maneira mais direta qual o parâmetro do sistema que está sendo manipulado a fim de amortecer as oscilações eletromecânicas.

A figura 2.10 mostra a estrutura básica do modelo do TCSC com a inclusão de um controlador suplementar. Este controlador será projetado pela metodologia de projeto apresentada no capítulo 4 com a finalidade de fornecer uma ação de controle que resulte no amortecimento dos modos de oscilação de interesse.

Figura 2.10: Modelo de um TCSC com a inclusão do controlador suplementar.

No próximo capítulo é apresentado o modelo multimáquinas, o qual é utilizado para descrever o comportamento dinâmico de um sistema de potência. Tal modelo é utilizado tanto

na fase de projeto, como também, para análise do desempenho do sistema com os controladores projetados. Tendo em vista a aplicação do TCSC para o amortecimento de oscilações, a dinâmica de tal dispositivo, representada pela equação (2.9), deve ser incluída no equacionamento do modelo do sistema (mais especificamente, o TCSC é adicionado ao modelo da rede elétrica, já que, esse dispositivo é instalado diretamente em uma das linhas de transmissão do sistema). A seção 3.3 mostra, de maneira detalhada, o procedimento adotado para o equacionamento do modelo da rede elétrica, com a inclusão do TCSC. Mas antes, ainda nesse capítulo, é feita uma breve discussão a respeito dos controladores combinados série-série e combinados série-paralelo.

2.3 CONTROLADORES COMBINADOS SÉRIE-SÉRIE E COMBINADOS SÉRIE-PARALELO

Os **controladores combinados série-série** e **controladores combinados série-paralelo** são controladores mistos que, geralmente, são compostos por uma combinação dos dois tipos citados anteriormente em um mesmo dispositivo. Unindo as características dos controladores série e paralelo, os controladores mistos podem controlar a tensão, a impedância da linha ou o ângulo de potência de uma forma seletiva (utilizando apenas uma destas variáveis) ou por concorrência (utilizando duas ou mais variáveis) e, a partir da escolha dos parâmetros, o controle pode ser efetivo tanto na potência ativa, como na potência reativa da linha de transmissão.

3 MODELAGEM DE UM SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA

Estudos de estabilidade a pequenas perturbações e projeto de controladores de amortecimento para sistemas elétricos de potência são realizados a partir de modelos matemáticos que representam o sistema em estudo. Neste trabalho utiliza-se um modelo multimáquinas para projeto dos controladores propostos e para a análise de desempenho do sistema com os controladores projetados. O modelo multimáquinas, em geral, considera os diversos componentes que constituem o sistema, tais como, os geradores síncronos com os seus respectivos reguladores automáticos de tensão e a rede elétrica composta por linhas de transmissão, centros de carga e dispositivos FACTS. Este capítulo tem por objetivo apresentar uma descrição geral da modelagem de cada um dos componentes citados, para posterior utilização no projeto dos controladores propostos neste trabalho.

3.1 MODELAGEM DE UMA MÁQUINA SÍNCRONA

Basicamente, as máquinas síncronas são constituídas por dois componentes principais: um estacionário, o estator e, um componente que apresenta movimento rotacional, o rotor. Em sistemas trifásicos, o enrolamento de armadura é composto por três conjuntos de bobinas (os quais correspondem às fases **a**, **b** e **c**) alojadas em ranhuras distribuídas ao longo da periferia do estator, de modo que os eixos de cada fase estejam fisicamente defasados,

entre si, em 120° . No rotor estão fixadas as bobinas do enrolamento de campo. Tal enrolamento é energizado por uma fonte de corrente contínua e, dessa maneira, produz-se um campo magnético que se difunde pelo entreferro da máquina. Estando a máquina operando como um gerador síncrono, o movimento rotacional do rotor (acionado por turbina hidráulica, turbina a vapor, etc.) associado ao campo magnético gerado no entreferro pelo enrolamento de campo faz induzir uma tensão, de natureza senoidal, nos terminais de saída do enrolamento de armadura. Em operação, os geradores síncronos são conectados à rede elétrica através de seus terminais de saída e, desse modo, potência elétrica é fornecida ao sistema. Esse é o princípio básico de conversão eletromecânica que ocorre nos geradores síncronos. Nesse processo, o campo magnético produzido pelo enrolamento de campo faz o acoplamento entre as grandezas mecânicas (torque desenvolvido pela força motriz, $\mathbf{T}$, e a velocidade angular do rotor, $\mathbf{w}$) e as grandezas elétricas (tensão induzida no enrolamento de armadura, $\mathbf{e}$, e corrente, $\mathbf{i}$). A lei fundamental que rege nesse processo é a lei da conservação de energia². Basicamente, a construção de um modelo para o gerador síncrono consiste em descrever, matematicamente, esse comportamento físico.

Em geral, existem dois tipos de máquinas síncronas, diferenciadas entre si pelas características construtivas do rotor. São elas: máquina de pólos lisos e máquina de pólos salientes. As máquinas de pólos lisos apresentam o enrolamento de campo inserido em ranhuras situadas ao longo do perímetro do rotor (de maneira semelhante ao que ocorre com as bobinas no estator) de tal modo que o entreferro seja uniforme. Já nas máquinas de pólos salientes, as bobinas de campo são alojadas nas pernas polares e, como consequência, o entreferro dessas máquinas é altamente não-uniforme. Essa diferença construtiva se revela importante para o processo de construção dos modelos dinâmicos de cada uma dessas máquinas.

---

² Pela lei da conservação de energia, a potência mecânica desenvolvida deve ser igual à potência elétrica desenvolvida no processo de conversão eletromecânica das máquinas síncronas, ou seja, $\mathbf{T} \cdot \mathbf{w} = \mathbf{e} \cdot \mathbf{i}$.

Os geradores de pólos salientes são acionados, principalmente, por turbinas hidráulicas. Tais geradores operam em velocidade rotacional baixa. Por tal razão, um número elevado de pólos deve ser fixado no rotor dos geradores de pólos salientes de modo que uma tensão trifásica de frequência desejada (normalmente, 60 Hz ou 50 Hz) seja induzida nos terminais de saída do enrolamento de armadura³. Os geradores de pólos lisos, ou conhecidos usualmente por turbogeradores, são operados principalmente por turbinas a vapor. Os turbogeradores apresentam um pequeno número de pólos no rotor (dois ou quatro pólos) e, por isso, devem operar em velocidades rotacionais elevadas. Para exemplificar, um gerador de dois pólos deve operar em uma velocidade rotacional (ou síncrona) de 3.600 rpm para que seja gerada uma tensão trifásica em 60 Hz nos terminais de saída do enrolamento de armadura.

Os aspectos construtivos referentes a uma máquina de pólos salientes podem ser compreendidos pela figura 3.1. Nesta figura, a máquina síncrona é representada por apenas dois pólos magnéticos, tendo em vista que as máquinas que apresentam um número maior de pólos podem ser modeladas por uma máquina equivalente de dois pólos. O eixo do rotor é denominado de **eixo direto (d)** e, numa posição à 90° no sentido contrário ao movimento rotacional ω está representado o **eixo em quadratura (q)**. O enrolamento de campo é representado por um conjunto de bobinas equivalente **F**. Além do enrolamento de campo, no rotor estão fixadas as bobinas referentes ao enrolamento amortecedor da máquina. Tal enrolamento tem por finalidade fornecer amortecimento às eventuais oscilações provocadas por perturbações no balanço de potência da máquina. Nesta figura, os efeitos do enrolamento amortecedor estão sendo representados, de maneira equivalente, por um enrolamento **Q** paralelo ao eixo direto e posicionado nas cabeças polares do rotor e, por um segundo

---

³ A frequência da tensão induzida (f) nos terminais do enrolamento de armadura é função da velocidade rotacional da máquina (n) e do número de pólos magnéticos do rotor (p). Matematicamente, tal relação é descrita por $f = \frac{p \cdot n}{120}$. Nesta equação, n é expresso em rpm (ou rotações por minuto) e f em Hz.

enrolamento **D**, agora em paralelo com o eixo em quadratura. A defasagem angular entre o eixo direto e a referência fixa do estator pode ser medido por um ângulo θ que varia no espaço e no tempo devido ao movimento rotacional do rotor.

Figura 3.1: Aspectos construtivos básicos de uma máquina de pólos salientes.

Existem vários modelos de máquina síncrona sendo aplicados em estudos de estabilidade de sistemas elétricos de potência. Tais modelos podem ser diferenciados entre si por aspectos relacionados às características construtivas (máquinas de pólos lisos ou de pólos salientes) ou pelo grau de complexidade imposto na descrição do comportamento dinâmico da máquina. Neste caso, o modelo deve ser construído levando-se em consideração qual o estudo de estabilidade pretendido. Para alguns propósitos, pode ser perfeitamente razoável não incorporar determinadas dinâmicas no modelo, permitindo então, o uso de modelos simplificados. O **modelo clássico**, por exemplo, é o mais simples dentre todos os modelos de máquina síncrona, sendo descrito por duas equações diferenciais de primeira ordem (em que a velocidade angular ω e o ângulo do rotor δ são as variáveis de estado) que relacionam o balanço de potência da máquina com a variação da velocidade angular do rotor (e, portanto, tal modelo descreve apenas a dinâmica do comportamento mecânico da máquina). Este

modelo é normalmente utilizado em estudos de estabilidade a grandes perturbações que não consideram as variações do fluxo do enrolamento de campo, as dinâmicas dos reguladores de tensão e velocidade, bem como, as dinâmicas dos controladores de amortecimento, suficientemente lentas em comparação com a faixa de tempo de análise da resposta do sistema sujeito a essas perturbações. Por essa razão, tais dinâmicas podem ser desconsideradas na construção de modelos utilizados para uma determinada classe de estudos de estabilidade de sistemas de potência.

Essa pesquisa visa o projeto de controladores de amortecimento para sistemas de potência. No modelo de máquina síncrona adotado para tal finalidade devem estar incluídas algumas das dinâmicas desconsideradas pelo modelo clássico. Nessa pesquisa são utilizados dois modelos de máquina síncrona: um modelo de sexta ordem e um modelo de terceira ordem (conhecido por modelo de um eixo).

O processo de construção de um modelo de máquina síncrona pode ser realizado em duas etapas: uma etapa refere-se à obtenção das equações mecânicas e, na outra etapa são levantadas as equações elétricas da máquina. Ambos os modelos de máquina síncrona utilizados nessa pesquisa apresentam as mesmas equações mecânicas. Elas serão apresentadas na próxima seção deste capítulo, ressaltando que, a partir delas é possível estabelecer, de maneira clara, algumas considerações referentes à estabilidade de sistemas de potência.

Devido ao elevado número de detalhes para a elaboração e construção das equações elétricas (e também por não ser esse o enfoque principal dessa pesquisa), esse texto tem por objetivo descrever apenas os princípios físicos que regem o equacionamento elétrico de uma máquina síncrona. Isso é feito na seção 3.1.2. Para uma consulta mais detalhada a respeito de modelagem de máquinas síncronas segue como sugestões as referências (SAUER; PAI, 1998) e (RAMOS et al, 2000).

3.1.1 Equações mecânicas

As equações mecânicas de uma máquina síncrona relacionam o balanço de potência da máquina com a variação da velocidade angular do rotor. Tal relação pode ser descrita por:

$$\mathbf{J} \cdot \ddot{\theta}(t) = \mathbf{T}_a, \quad (3.1)$$

onde, $\mathbf{T}_a$ é o torque acelerante da máquina e $\mathbf{J}$ é o momento de inércia do rotor. Para a máquina operando como gerador, $\mathbf{T}_a = \mathbf{T}_m - \mathbf{T}_e$, sendo que $\mathbf{T}_m$ e $\mathbf{T}_e$ correspondem, respectivamente, ao torque mecânico de entrada⁴ (fornecido, normalmente, por turbinas térmicas ou hidráulicas) e o torque elétrico de saída (o qual é fornecido ao sistema de transmissão). Assim, quando o torque mecânico for maior que o torque elétrico, a aceleração é positiva. Quando ocorre o contrário, a máquina sofre uma desaceleração. Em regime permanente, ambos os torques mecânico e elétrico são iguais e a máquina opera com aceleração nula e velocidade constante. As perturbações que ocorrem nos sistemas provocam um desbalanço entre os torques mecânico e elétrico, resultando na aceleração ou desaceleração do rotor. Portanto, a velocidade rotacional e a posição angular da máquina síncrona são grandezas importantes para avaliar a estabilidade do sistema.

O problema da equação (3.1) refere-se ao fato que a variável θ apresenta uma variação senoidal em regime permanente. Para solucionar esse problema, adota-se um sistema de referência girante, definido da seguinte maneira:

$$\delta_m(t) = \theta(t) - \left(\omega_o t + \frac{\pi}{2} + \alpha \right), \quad (3.2)$$

---

⁴ Considera-se que as perdas que ocorrem durante o processo de conversão eletromecânica (tais como, perdas por atrito mecânico, perdas por aquecimento nas bobinas, etc.) já estão descontadas no cálculo do torque mecânico $\mathbf{T}_{mu}$.

onde, o termo $w_0 t + \frac{\pi}{2} + \alpha$ é a referência girante adotada e δ_m é o ângulo do eixo em quadratura com relação à referência girante. Os parâmetros w_0 e α são, respectivamente, a velocidade síncrona e o ângulo de defasagem entre a referência fixa e a referência girante para um instante de tempo específico.

Normalmente, as equações de potência dos geradores síncronos são expressas em termos do ângulo elétrico δ_e (chamado de ângulo do rotor), medido pela diferença angular entre a referência girante e o eixo do campo magnético gerado pelo enrolamento de campo. Por tal razão, é interessante representar o modelo da máquina síncrona em termos do ângulo δ_e . O ângulo do rotor δ_m e o ângulo elétrico δ_e estão relacionados da seguinte maneira:

$$\delta_e = \frac{p}{2} \cdot \delta_m, \quad (3.3)$$

onde p é o número de pólos da máquina.

Agora, utilizando o sistema de referência girante em termos do ângulo δ_e (sendo um valor constante em regime permanente) obtém-se, de uma maneira mais usual, a seguinte equação do balanço de potência da máquina:

$$\frac{2 \cdot J}{p} \cdot \ddot{\delta}(t) = T_m - T_e, \quad (3.4)$$

sendo que, para simplificar a notação, a posição angular do rotor da máquina em relação à referência girando à velocidade síncrona será expressa, ao longo de todo o texto, simplesmente por δ .

Na prática, o parâmetro da máquina fornecido pelos fabricantes não é o momento de inércia J , mas sim, um parâmetro chamado de constante de inércia, denotado por H , definido como sendo a energia armazenada no rotor, quando o mesmo opera na velocidade síncrona. Matematicamente, isso equivale a:

$$H = \frac{1}{S_B} \cdot \left(\frac{J \cdot w_{0m}^2}{2} \right) \Rightarrow J = \frac{2 \cdot H \cdot S_B}{w_{0m}^2}. \quad (3.5)$$

Na equação (3.5), S_B é a potência trifásica base da máquina e w_{0m} , a velocidade síncrona do rotor que, por sua vez, relaciona-se com a velocidade síncrona elétrica pela relação $w_{0e} = \frac{p}{2} \cdot w_{0m}$. Definindo um torque base por $T_B = S_B / w_{0m}$ e substituindo em (3.5) e (3.4), obtém-se:

$$2H \cdot \dot{w}_u(t) = T_{mu} - T_{eu}, \quad (3.6)$$

onde, $w_u = w_e / w_{0e}$ é a velocidade angular elétrica, em p.u.; $T_{mu} = T_m / T_B$ é o torque mecânico, em p.u. e $T_{eu} = T_e / T_B$ é o torque elétrico, em p.u. Incluindo a equação diferencial para a posição angular do rotor (ou simplesmente ângulo do rotor), obtém-se uma representação do comportamento mecânico máquina síncrona da seguinte maneira:

$$\dot{\delta}(t) = w(t), \quad (3.7)$$

$$\dot{w}(t) = \frac{1}{2H} (T_m - T_e). \quad (3.8)$$

As equações (3.7)-(3.8) são usualmente chamadas de equações de *swing*. Elas serão utilizadas em ambos os modelos de máquina síncrona adotados nessa pesquisa. Vale ressaltar que as equações (3.7)-(3.8) estão normalizadas, ou seja, os valores de seus parâmetros e variáveis estão expressos em p.u.

3.1.2 Equações elétricas

A máquina síncrona, como ilustrada na figura 3.1, pode ser representada por seis enrolamentos acoplados matematicamente. São eles: o circuito equivalente do rotor (o qual está inserida a tensão de excitação V_F), os circuitos equivalentes dos enrolamentos amortecedores (para os eixos **D** e **Q**), bem como, o circuito trifásico do enrolamento de

armadura (fases **a**, **b** e **c**). A tensão em qualquer um desses enrolamentos é dada pela lei de Faraday:

$$\mathbf{v} = -\mathbf{r}\mathbf{i} - \dot{\boldsymbol{\lambda}}, \quad (3.9)$$

sendo **r** a resistência do enrolamento e $\boldsymbol{\lambda}$ o fluxo concatenado com este enrolamento. Além disso, o sinal negativo expressa o funcionamento da máquina como gerador.

A grande dificuldade de se trabalhar com a equação (3.9) é que o fluxo concatenado varia no espaço e no tempo (pois o mesmo depende da posição angular do rotor θ). Isso ocorre porque as variáveis do enrolamento de armadura estão representadas em uma referência fixa ao estator e, devido ao movimento rotacional do rotor associado ao acoplamento magnético que existe entre os enrolamentos de armadura e de campo, estas grandezas são variantes no tempo. Para solucionar os problemas associados ao uso da referência fixa, utiliza-se uma ferramenta matemática denominada **Transformação de Park**.

A Transformação de Park altera o referencial do sistema, ou seja, da referência estática, onde as variáveis estão representadas na equação (3.9), para uma referência rotacional que acompanha o sentido do movimento do rotor. Dessa maneira, as variáveis da máquina não serão mais dependentes do tempo, sendo expressas, agora, em relação aos dois eixos girantes **d** e **q** e um terceiro eixo estático associado à componente de sequência zero. Em outras palavras, a mudança de coordenadas obtida pela Transformação de Park faz com que o enrolamento trifásico de armadura passe a ser representado por um conjunto de três enrolamentos equivalentes fictícios (e que possuem movimento rotacional) situados sob os eixos **d**, **q** e o de sequência zero. Essa mudança de referencial é dada pela seguinte definição:

$$\mathbf{i}_{0dq} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{i}_{abc}, \quad (3.10)$$

onde,

$$\mathbf{P} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin\theta & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

A partir disso, aplicando-se a Transformação de Park às variáveis de tensão, corrente e fluxo nos enrolamentos equivalentes do estator obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{0dq} \\ \mathbf{v}_{FDQ} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{0dq} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_{FDQ} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{0dq} \\ \mathbf{i}_{FDQ} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{0dq} \\ \dot{\lambda}_{FDQ} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{P}}\mathbf{P}^{-1}\lambda_{0dq} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{n}_{0dq} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

Nesta equação, as variáveis de tensões, correntes e fluxos estão expressos, na forma vetorial, para os circuitos **F**, **D** e **Q**, para os eixos girantes **d** e **q** e o eixo estacionário **0**. Dessa maneira, tais variáveis não são mais dependentes do ângulo θ . Além disso, $\mathbf{R}_{0dq}$ e $\mathbf{R}_{FDQ}$ são as matrizes correspondentes às resistências equivalentes e $\mathbf{n}_{0dq}$ é a tensão do neutro dos respectivos enrolamentos. A relação entre os fluxos magnéticos e as correntes ocorre da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} \lambda_{0dq} \\ \lambda_{FDQ} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{0dq} & \mathbf{L}_m \\ \mathbf{L}_m^T & \mathbf{L}_{FDQ} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{0dq} \\ \mathbf{i}_{FDQ} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Nesta equação, $\mathbf{L}_{0dq}$ e $\mathbf{L}_{FDQ}$ são as matrizes referentes às indutâncias próprias dos respectivos enrolamentos. A matriz $\mathbf{L}_m$ corresponde às indutâncias mútuas entre os enrolamentos. Escrevendo $\dot{\lambda} = \mathbf{L} \cdot \dot{\mathbf{i}}$ a partir da equação (3.13) e substituindo na equação (3.12), obtém-se, na notação matricial expandida (cuja ordem é seis), o seguinte equacionamento:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_0 \\ \mathbf{v}_d \\ -\mathbf{v}_F \\ \mathbf{v}_D = \mathbf{0} \\ \mathbf{v}_q \\ \mathbf{v}_Q = \mathbf{0} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{r} + 3\mathbf{r}_n & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{r} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & w\mathbf{L}_q & w\mathbf{kM}_Q \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{r}_F & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{r}_D & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -w\mathbf{L}_d & -w\mathbf{kM}_F & -w\mathbf{kM}_D & \mathbf{r} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{kM}_Q & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{r}_Q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{i}_0 \\ \mathbf{i}_d \\ \mathbf{i}_F \\ \mathbf{i}_D \\ \mathbf{i}_q \\ \mathbf{i}_Q \end{bmatrix} -$$

$$- \begin{bmatrix} L_0 + 3L_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_d & kM_F & kM_D & 0 & 0 \\ 0 & kM_F & L_F & M_R & 0 & 0 \\ 0 & kM_D & M_R & L_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_q & kM_Q \\ 0 & 0 & 0 & 0 & kM_Q & L_Q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{i}_0 \\ \dot{i}_d \\ \dot{i}_F \\ \dot{i}_D \\ \dot{i}_q \\ \dot{i}_Q \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Na diagonal principal estão representadas as resistências e as indutâncias próprias de cada enrolamento. M_F é a indutância mútua entre os enrolamentos **d** e **F**, assim como, M_D e M_Q representam as indutâncias mútuas entre os enrolamentos **d** e **D**, e os enrolamentos **q** e **Q**, respectivamente. Para sistemas trifásicos balanceados, a equação correspondente ao circuito do neutro pode ser desconsiderada. O parâmetro **k** é igual à $\sqrt{3/2}$.

As equações mecânicas (3.7)-(3.8) juntamente com o conjunto de equações elétricas (3.14) fornecem uma representação em espaço de estados de 7ª ordem para o modelo de máquina síncrona (considerando um sistema trifásico balanceado, eliminando assim, a equação referente ao circuito de seqüência zero). No entanto, vale ressaltar que apenas as equações (3.7)-(3.8) estão normalizadas, ou seja, os valores de seus parâmetros e variáveis estão expressos em p.u.

Neste modelo estão incluídas as dinâmicas dos enrolamentos de campo e amortecedor, bem como as dinâmicas que representam o comportamento mecânico da máquina síncrona. Uma das dificuldades de se trabalhar com esse modelo é que os parâmetros da máquina síncrona envolvidos são difíceis de serem obtidos na prática. Neste sentido, os dados usualmente disponibilizados pelos fabricantes (reatâncias e constantes de tempo) podem ser relacionados com as grandezas presentes em (3.14) resultando em um novo equacionamento para o modelo da máquina síncrona. Além disso, algumas hipóteses simplificadoras podem ser formuladas de tal modo que seja reduzida a ordem do modelo. Esse desenvolvimento não será apresentado neste trabalho. Uma abordagem detalhada a respeito

disso pode ser encontrada em (RAMOS et al, 2000) e (ANDERSON, 1994). Os modelos de um eixo e de sexta ordem são apresentados e discutidos nas duas próximas seções.

3.1.3 Modelo de um eixo

O modelo de um eixo de máquina síncrona é descrito pelas seguintes equações:

- Equações mecânicas:

$$\dot{\delta} = \omega_s \omega - \omega_s, \quad (3.15)$$

$$\dot{\omega} = \frac{1}{2H} [P_m - P_e], \quad (3.16)$$

- Equações elétricas:

$$\dot{E}'_q = \frac{1}{\tau'_{do}} [E_{FD} - E'_q - (X_d - X'_d) I_d], \quad (3.17)$$

$$V_q = E'_q + X'_d I_d, \quad (3.18)$$

$$V_d = -X'_q I_q, \quad (3.19)$$

onde:

δ : ângulo do rotor;

ω : velocidade angular do rotor;

ω_s : velocidade síncrona;

H : constante de inércia da máquina;

T_m : torque mecânico de entrada do gerador;

T_e : torque elétrico fornecido pela máquina ao sistema;

I_d, I_q : correntes do estator de eixo direto e em quadratura, respectivamente;

V_d, V_q : tensões do estator de eixo direto e em quadratura, respectivamente;

E_{FD} : tensão de campo;

E'_q : tensão transitória de eixo em quadratura da máquina;

X_d : reatância síncrona;

X'_d, X'_q : reatâncias transitórias de eixo direto e quadratura, respectivamente;

τ_{do} : constante de tempo transitória.

Comparando as equações (3.7) e (3.15) nota-se nessa última a presença do termo w_s , o qual possibilita expressar δ como sendo um desvio em relação à velocidade síncrona. Para obtenção do equacionamento (3.15)-(3.19), os efeitos dos enrolamentos amortecedores são desprezados. Esta é uma consideração conservadora para estudos de análise da estabilidade a pequenas perturbações e projeto de controladores de amortecimento, pois o efeito provocado por estes enrolamentos é de fornecer amortecimento às oscilações originadas pelo desbalanço de potência da máquina. Além disso, geralmente, a potência mecânica é considerada como sendo constante para tais estudos de estabilidade. Isso porque as variações de P_m dependem da atuação dos reguladores de velocidade que, por sua vez, apresentam constantes de tempo elevadas o suficiente para que as variações da potência mecânica sejam insignificantes durante a faixa de tempo de análise das oscilações eletromecânicas. Dessa maneira, o modelo da turbina do gerador não é incluído na modelagem da máquina síncrona.

3.1.4 Modelo de sexta ordem

O modelo de sexta ordem da máquina síncrona é descrito pelas seguintes equações:

- Equações mecânicas:

$$\dot{\delta} = \mathbf{w}_s \mathbf{w} - \mathbf{w}_s, \quad (3.20)$$

$$\dot{\mathbf{w}} = \frac{1}{2\mathbf{H}} [\mathbf{P}_m - \mathbf{P}_e], \quad (3.21)$$

• Equações elétricas:

$$\dot{E}'_d = \frac{1}{\tau'_{qo}} \left[\frac{X_q - X'_q}{X'_q - X_l} \cdot E''_d - \frac{X_q - X_l}{X'_q - X_l} \cdot E'_d + \frac{(X_q - X'_q) \cdot (X''_q - X_l)}{X'_q - X_l} \cdot I_q \right], \quad (3.22)$$

$$\dot{E}'_q = \frac{1}{\tau'_{do}} \left[E_{FD} + \frac{X_d - X'_d}{X'_d - X_l} \cdot E''_q - \frac{X_d - X_l}{X'_d - X_l} \cdot E'_q + \frac{(X_d - X'_d) \cdot (X''_d - X_l)}{X'_d - X_l} \cdot I_d \right] \quad (3.23)$$

$$\dot{E}''_d = \frac{1}{\tau''_{qo}} \left[-E''_d + E'_d + (X'_q - X''_q) \cdot I_q \right] + \frac{X''_q - X_l}{X'_q - X_l} \cdot \frac{dE'_d}{dt} \quad (3.24)$$

$$\dot{E}''_q = \frac{1}{\tau''_{do}} \left[-E''_q + E'_q - (X'_d - X''_d) \cdot I_d \right] + \frac{X''_d - X_l}{X'_d - X_l} \cdot \frac{dE'_q}{dt} \quad (3.25)$$

$$V_q = E''_q - X''_d I_d - R_a I_q, \quad (3.26)$$

$$V_d = E''_d + X''_q I_q - R_a I_d, \quad (3.27)$$

sendo:

E'_d : tensão transitória de eixo direto da máquina;

E''_d : tensão subtransitória de eixo direto da máquina;

E''_q : tensão subtransitória de eixo em quadratura da máquina;

X''_d, X''_q : reatâncias subtransitórias de eixo direto e quadratura, respectivamente;

τ'_{qo} : constante de tempo transitória de eixo em quadratura em circuito aberto;

τ''_{qo} : constante de tempo subtransitória de eixo em quadratura em circuito aberto;

τ''_{do} : constante de tempo subtransitória de eixo direto em circuito aberto;

X_l : reatâncias de dispersão;

As demais grandezas e parâmetros não mencionados são os mesmos do modelo de um eixo. Nota-se que o modelo de sexta ordem considera os efeitos transitórios e

subtransitórios de eixo direto e em quadratura da máquina. Esse modelo é obtido considerando-se um enrolamento de campo no rotor da máquina e enrolamentos amortecedores representados por um em paralelo com o eixo direto e dois enrolamentos paralelos com o eixo em quadratura. Dessa forma, tal modelo tem por característica fundamental ser menos conservador que o modelo de um eixo, uma vez que ele considera dinâmicas cuja tendência é fornecer amortecimento às oscilações do rotor da máquina.

3.2 MODELO DO REGULADOR AUTOMÁTICO DE TENSÃO

Para que o modelo da máquina síncrona esteja completo deve ser adicionado um modelo para o regulador automático de tensão quando, evidentemente, a respectiva máquina estiver equipada com tal equipamento. Neste trabalho, adota-se o modelo padrão ST1 do IEEE, descrito pelas equações (3.28)-(3.29), obtidas a partir do diagrama de blocos ilustrado na figura 3.2. O regulador de tensão fornece uma ação corretiva proporcional ao desvio da tensão terminal da máquina em relação à tensão de referência V_{ref} . O sinal estabilizante produzido pelos controladores de amortecimento de tipo PSS é definido por V_s e aplicado à uma entrada do regulador automático de tensão, como mostra a equação (3.29).

$$\dot{V}_R = \frac{1}{T_e} [V_t - V_R], \quad (3.28)$$

$$E_{FD} = [K_e (V_{ref} - V_R + V_s)], \quad (3.29)$$

$$V_t = V_q + jV_d. \quad (3.30)$$

Nas equações (3.28)-(3.29), T_e e K_e são, respectivamente, a constante de tempo e o ganho do regulador de tensão. Com a inclusão das equações (3.28) e (3.29) ao modelo de um eixo e para o modelo de sexta ordem obtém-se o modelo final da máquina síncrona.

As variáveis V_d , V_q , I_d e I_q dos modelos apresentados anteriormente estão representadas na referência dxq do próprio gerador. Além disso, essas grandezas (e, também, a potência elétrica fornecida pela máquina a rede elétrica) dependem das características topológicas da rede de transmissão e das dinâmicas do restante dos geradores conectados ao sistema. A modelagem da rede de transmissão, bem como, a construção do modelo multimáquinas é realizada a seguir.

3.3 MODELAGEM DA REDE ELÉTRICA E CONSTRUÇÃO DO MODELO MULTIMÁQUINAS COM GERADORES REPRESENTADOS PELO MODELO DE UM EIXO

Essa seção descreve em detalhes a metodologia utilizada nessa pesquisa para a modelagem da rede elétrica e construção do modelo multimáquinas não-linear na forma de espaço de estados considerando geradores síncronos representados pelo modelo de um eixo. Os testes com o modelo de um eixo foram realizados a partir de programas computacionais elaborados por meio do software MATLAB. Tais programas computacionais tiveram por objetivo fornecer os modelos multimáquinas na forma de espaço de estados (não-linear e linear), sendo esta, uma etapa importante para a aplicabilidade da metodologia de projeto dos controladores propostos e análise do desempenho do sistema por meio de simulações não-lineares. Além disso, esse conjunto de atividades teve por finalidade aprimorar a compreensão do aluno em relação à elaboração e construção de modelos matemáticos de sistemas de

potência, bem como, se familiarizar com os recursos disponíveis no software MATLAB. Assim sendo, a abordagem matemática utilizada para modelagem da rede elétrica e construção do modelo multimáquinas usando-se o modelo de um eixo para os geradores por meio de tais programas computacionais é descrita nesse capítulo.

Por outro lado, os testes com o modelo de sexta ordem foram realizados usando-se os softwares PACDYN e ANATEM (desenvolvidos pelo CEPEL), ambos especializados em estudos de estabilidade de sistemas elétricos de potência (sendo que, o primeiro enfoca estudos de estabilidade a pequenas perturbações e o segundo é direcionado aos estudos de estabilidade transitória). Tais softwares apresentam abordagens e algoritmos próprios para a formulação do problema de estabilidade (incluindo, portanto, algoritmos para modelagem rede de transmissão e construção dos modelos multimáquinas). Assim sendo, o desenvolvimento apresentado nessa seção não foi generalizado para sistemas representados pelo modelo de sexta ordem. Para maiores informações a respeito da metodologia adotada pelos softwares PACDYN e ANATEM, segue como sugestão a consulta de seus respectivos manuais de utilização encontrados em (CEPEL/PACDYN, 2002) e (CEPEL/ANATEM, 2005).

Agora, considere a figura 3.2 que mostra um sistema elétrico de potência composto por n geradores síncronos, r centros de carga e t dispositivos FACTS do tipo TCSC⁵. Cada gerador é representado por uma fonte de tensão conectada em série a rede elétrica através de sua reatância transitória de eixo direto (o qual é ilustrada nessa figura pelo seu valor em admitância y'_d). Essa representação torna-se válida ao considerar a hipótese de que as constantes de tempo do enrolamento de campo são relativamente grandes de modo que a tensão induzida pelo fluxo de campo permaneça inalterada quando a máquina é sujeita a perturbações e, também, desprezando-se o efeito dos enrolamentos amortecedores (como é o

---

⁵ Outros tipos de dispositivos FACTS não estão incluídos nesta modelagem, dado que o TCSC foi o dispositivo escolhido para a aplicação relatada neste texto, pelas razões apresentadas no capítulo anterior.

caso do modelo de um eixo). As cargas e os elementos da rede de transmissão (resistências, indutâncias e capacitâncias *shunt*) são representadas por modelos estáticos. O TCSC é constituído por uma admitância variável o qual pode assumir valores capacitivos ou indutivos.

Com base nessas considerações, o modelo multimáquinas do sistema de potência é descrito pelas equações diferenciais de cada máquina síncrona representada pelo modelo de um eixo e por equações algébricas que expressam os fluxos de potência ativa injetada no sistema (expressões para P_{ei}) e as demais variáveis V_d , V_q , I_d e I_q , as quais são dependentes das características topológicas da rede elétrica. A topologia do sistema é representada através de uma matriz de admitâncias denominada Y_p^{bus} , que engloba os elementos de interesse da rede de transmissão (linhas, cargas, TCSCs e transformadores) e as reatâncias internas dos geradores do sistema, conforme ilustra a figura 3.2.

Figura 3.2: Representação de um modelo multimáquinas.

As cargas são representadas por admitâncias constantes e calculadas da seguinte maneira:

$$\mathbf{Y}_{Li} = \frac{1}{\mathbf{Z}_{Li}} = \frac{\mathbf{S}_{Li}^*}{|\mathbf{V}_i|^2} = \frac{\mathbf{P}_{Li} - \mathbf{jQ}_{Li}}{|\mathbf{V}_i|^2}, \quad (3.31)$$

onde $\mathbf{S}_{Li}$ e $|\mathbf{V}_i|$ são, respectivamente, a potência complexa da carga i e o módulo da tensão do barramento i , sendo tais valores correspondentes à operação em regime permanente.

Para sistematizar o procedimento de construção da matriz $\mathbf{Y}_p^{bus}$, adota-se a seguinte numeração para as barras do sistema (com referência na figura 3.2):

- **1,2,...,n**: barras internas aos geradores do sistema e, portanto, não há TCSCs e cargas conectadas à elas;
- **n+1,...,n+2t**: barras que conectam os terminais dos TCSCs (podendo ou não apresentar cargas);
- **n+2t+1,...,n+2t+m**: o restante das barras que possuem, ou não, cargas conectadas.

A matriz $\mathbf{Y}_p^{bus}$ é quadrada e com dimensão **n+2t+m**. Ela pode ser construída a partir do seguinte procedimento:

- elementos da diagonal principal: $\mathbf{Y}_{kk} = \sum_{i \in \Omega_{b_k}} \mathbf{y}_{ki} + \mathbf{y}_{kk}$, onde Ω_{b_k} representa as linhas de transmissão que fazem conexão com a barra **k** e $\mathbf{y}_{kk}$ são os componentes conectados diretamente à barra **k**, tais como, as admitâncias *shunt* e as cargas;
- demais elementos da matriz: $\mathbf{Y}_{ki} = -\mathbf{y}_{ki}$.

De uma forma geral, a matriz $\mathbf{Y}_p^{bus}$ pode ser particionada da seguinte maneira:

$$\mathbf{Y}_P^{bus} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_A & \mathbf{Y}_B \\ \mathbf{Y}_C & \mathbf{Y}_D \end{bmatrix}, \quad (3.32)$$

onde $\mathbf{Y}_A \in \mathbb{C}^{(n+2t) \times (n+2t)}$, $\mathbf{Y}_B \in \mathbb{C}^{(n+2t) \times m}$, $\mathbf{Y}_C \in \mathbb{C}^{m \times (n+2t)}$ e $\mathbf{Y}_D \in \mathbb{C}^{m \times m}$.

A matriz $\mathbf{Y}_A$ apresenta uma estrutura bloco diagonal:

$$\mathbf{Y}_A = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_g & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Y}_t \end{bmatrix}, \quad (3.33)$$

onde:

$$\mathbf{Y}_g = \begin{bmatrix} \mathbf{y}'_{d1} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{y}'_{d2} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{y}'_{dn} \end{bmatrix}, \quad (3.34)$$

$$\mathbf{Y}_t = \begin{bmatrix} \sum_{i \in \Omega_{b(n+1)}} \mathbf{y}'_{(n+1)i} & -\mathbf{y}_{TCSC_1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{y}_{TCSC_1} & \sum_{i \in \Omega_{b(n+2)}} \mathbf{y}'_{(n+2)i} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \sum_{i \in \Omega_{b(n+3)}} \mathbf{y}'_{(n+3)i} & -\mathbf{y}_{TCSC_2} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{y}_{TCSC_2} & \sum_{i \in \Omega_{b(n+4)}} \mathbf{y}'_{(n+4)i} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \sum_{i \in \Omega_{b(n+2t-1)}} \mathbf{y}'_{(n+2t-1)i} & -\mathbf{y}_{TCSC_t} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & -\mathbf{y}_{TCSC_t} & \sum_{i \in \Omega_{b(n+2t-2)}} \mathbf{y}'_{(n+2t)i} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

A matriz $\mathbf{Y}_g$ possui ordem $\mathbf{n} \times \mathbf{n}$ e contém as admitâncias transitórias de eixo direto dos geradores. A matriz $\mathbf{Y}_t$ é quadrada de dimensão $2t$. Nela estão adicionadas as admitâncias dos TCSCs e as admitâncias dos elementos localizados na vizinhança das barras terminais desses dispositivos. Devido a maneira pela qual as barras do sistema foram numeradas, as matrizes $\mathbf{Y}_B$, $\mathbf{Y}_C$ e $\mathbf{Y}_D$ são dependentes apenas dos parâmetros fixos do sistema, ou seja, as admitâncias variáveis dos TCSCs não estão incluídas em tais matrizes.

Agora, pode-se reduzir a matriz $\mathbf{Y}_p^{bus}$ aos $\mathbf{n}$ nós internos dos geradores do sistema. Isso porque, as cargas foram consideradas como sendo impedâncias constantes e, portanto, a injeção líquida de corrente em todas as barras (exceto as $\mathbf{n}$ barras internas dos geradores) é igual a zero. A redução da ordem da matriz $\mathbf{Y}_p^{bus}$ permite que sejam encontradas expressões

analíticas, em termos das variáveis de estado do sistema, para as injeções de potência ativa de cada gerador e para as demais variáveis $\mathbf{I}_d$, $\mathbf{I}_q$, $\mathbf{V}_q$ e $\mathbf{V}_d$.

O procedimento de redução da ordem da matriz $\mathbf{Y}_p^{bus}$ será feito em duas etapas: (i) obtenção de uma matriz $\mathbf{Y}_1^{red}$ reduzida aos nós internos dos geradores e às barras terminais dos TCSCs (e, portanto, $\mathbf{Y}_1^{red}$ apresenta dimensão $\mathbf{n} + 2\mathbf{t}$) e; (ii) a partir da matriz $\mathbf{Y}_1^{red}$, obtém-se uma nova matriz $\mathbf{Y}_2^{red}$, de dimensão $\mathbf{n}$, reduzida aos nós internos dos geradores. A matriz $\mathbf{Y}_1^{red}$ é utilizada para a obtenção de uma expressão analítica (em termos dos ângulos δ 's, tensões $\mathbf{E}'\mathbf{q}$'s e das reatâncias $\mathbf{x}_{tcsc}$'s) para o sinal de entrada do controlador suplementar que será projetado para o TCSC (sinal proveniente de uma grandeza da rede elétrica). A matriz $\mathbf{Y}_1^{red}$ é necessária para tal finalidade tendo em vista que, após a segunda etapa de redução da matriz $\mathbf{Y}_p^{bus}$, as informações (tensões complexas, corrente injetada, dentre outras) a respeito das barras que não possuem geração (incluindo as barras de conexão dos TCSCs) são perdidas e, portanto, a topologia real da rede elétrica fica mascarada. Já a matriz $\mathbf{Y}_2^{red}$ é utilizada para obtenção de expressões analíticas para $\mathbf{P}_e$, $\mathbf{I}_d$, $\mathbf{I}_q$, $\mathbf{V}_q$ e $\mathbf{V}_d$. A primeira etapa de redução da matriz $\mathbf{Y}_p^{bus}$ (obtenção da matriz $\mathbf{Y}_1^{red}$) é realizada a partir da seguinte expressão matricial:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_A & \mathbf{Y}_B \\ \mathbf{Y}_C & \mathbf{Y}_D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{E}_2 \end{bmatrix}, \quad (3.36)$$

onde $\mathbf{I}_1$ é o vetor coluna que contém as injeções de corrente dos geradores e TCSCs. Para estes últimos, o valor dos respectivos elementos é zero. Isso porque os TCSCs são elementos conectados em série com as linhas de transmissão e, portanto, não realizam injeção de corrente no sistema. O vetor $\mathbf{E}_1$ contém os fasores de tensão das barras internas dos geradores

(tensões $\mathbf{E}'_q$'s) e das barras terminais dos TCSCs e em $\mathbf{E}_2$ estão contidos os fasores de tensão das demais barras do sistema.

Da equação (3.36), obtém-se as seguintes expressões matriciais:

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{Y}_A \mathbf{E}_1 + \mathbf{Y}_B \mathbf{E}_2, \quad (3.37)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{Y}_C \mathbf{E}_1 + \mathbf{Y}_D \mathbf{E}_2. \quad (3.38)$$

Da equação (3.38) isola-se $\mathbf{E}_2$ e, substituindo a expressão resultante na equação (3.37), obtém-se:

$$\mathbf{I}_1 = (\mathbf{Y}_A - \mathbf{Y}_B \mathbf{Y}_D^{-1} \mathbf{Y}_C) \mathbf{E}_1 = \mathbf{Y}_1^{\text{red}} \mathbf{E}_1. \quad (3.39)$$

É importante lembrar que as variáveis correspondentes às reatâncias dos TCSCs estão presentes apenas na matriz $\mathbf{Y}_A$ e, portanto, o cálculo da inversa da matriz $\mathbf{Y}_D$ envolve apenas operações matemáticas com elementos numéricos. Mesmo assim, para sistemas de ordem elevada, o cálculo da inversa da matriz $\mathbf{Y}_D$ pode ser, computacionalmente, bastante complexo. Nesses casos, é preferível utilizar outros métodos para a redução da matriz $\mathbf{Y}_p^{\text{bus}}$, como por exemplo, o processo de eliminação de Gauss.

Agora, a matriz $\mathbf{Y}_1^{\text{red}}$ pode ser reduzida aos nós internos dos geradores (o que corresponde ao cálculo da matriz $\mathbf{Y}_2^{\text{red}}$) utilizando-se um procedimento similar ao anterior.

Primeiramente, considera-se o seguinte particionamento para a matriz $\mathbf{Y}_1^{\text{red}}$:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_E & \mathbf{Y}_F \\ \mathbf{Y}_G & \mathbf{Y}_H \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{E}'_q \\ \mathbf{E}_f \end{bmatrix}, \quad (3.40)$$

onde $\mathbf{E}'_q$, $\mathbf{E}_f$ e $\mathbf{I}$ são vetores coluna onde estão contidas, respectivamente, as tensões transitórias de eixo em quadratura dos geradores, as tensões das barras dos TCSCs e as correntes injetadas pelos geradores à rede elétrica.

Da equação (3.40) obtém-se as seguintes expressões matriciais:

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y}_E \mathbf{E}'_q + \mathbf{Y}_F \mathbf{E}_F, \quad (3.41)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{Y}_G \mathbf{E}'_q + \mathbf{Y}_H \mathbf{E}_F. \quad (3.42)$$

Isolando $\mathbf{E}_F$ na equação (3.42) e substituindo a resultante em (3.41), obtém-se:

$$\mathbf{I} = (\mathbf{Y}_E - \mathbf{Y}_F \mathbf{Y}_H^{-1} \mathbf{Y}_G) \mathbf{E}'_q = \mathbf{Y}_2^{\text{red}} \mathbf{E}'_q. \quad (3.43)$$

Desta vez, infelizmente, o cálculo da inversa da matriz $\mathbf{Y}_H$ envolve operações matemáticas com termos numéricos e simbólicos, o que pode dificultar, e muito, a obtenção da matriz inversa requerida. No entanto, nas situações em que os TCSCs são empregados em linhas de transmissão que fazem a conexão entre grupos de geradores localizados em áreas distintas (para o amortecimento das oscilações no fluxo de potência entre as áreas), a matriz $\mathbf{Y}_H$ apresentará uma estrutura bloco diagonal pois, para estes casos, a primeira etapa de redução da matriz $\mathbf{Y}_p^{\text{bus}}$ mantém a característica de desacoplamento entre os grupos de geradores, conforme ilustra a figura 3.3. Desse modo, o cálculo da inversa da matriz $\mathbf{Y}_H$ consiste em, basicamente, determinar a inversa de cada bloco diagonal, de maneira independente, cuja dimensão será dois. Nesta pesquisa de mestrado serão investigados sistemas de potência que apresentam tais características de desacoplamento.

Figura 3.3: Exemplo de aplicação para o TCSC.

Para que seja construído o modelo multimáquinas na forma de espaço de estados, expressões analíticas que representam a conexão dos geradores síncronos com a rede de transmissão devem ser encontradas em termos das variáveis de estado do sistema (equações para $\mathbf{P}_e$, $\mathbf{I}_d$, $\mathbf{I}_q$, $\mathbf{V}_q$ e $\mathbf{V}_d$). Tais expressões são dependentes das características topológicas da rede de transmissão, que por sua vez, estão representadas através da matriz $\mathbf{Y}_2^{\text{red}}$, encontrada anteriormente.

Para cada gerador do sistema as variáveis $\mathbf{I}_d$, $\mathbf{I}_q$, $\mathbf{V}_q$ e $\mathbf{V}_d$ estão expressas na referência $\mathbf{dxq}$ da própria unidade geradora. Portanto, antes de serem formuladas as equações de interconexão dos geradores com a rede de transmissão, é necessário que todas as variáveis do modelo estejam representadas em um mesmo sistema referencial. Para isso, utiliza-se o sistema de coordenadas **real x imaginário** como referencial comum para as variáveis do modelo. Tal referencial é utilizado devido à dificuldade em estabelecer um sistema de referências a partir dos eixos $\mathbf{d}$ e $\mathbf{q}$ de um gerador específico do sistema. Para que as correntes $\mathbf{I}_d$ e $\mathbf{I}_q$ de cada gerador sejam representadas em um mesmo referencial, utilizam-se as equações de transformação (3.44)-(3.46) formuladas a partir da análise da figura 3.4, construída para o i -ésimo gerador do sistema. As equações de transformação para as tensões $\mathbf{V}_q$ e $\mathbf{V}_d$ são obtidas de maneira análoga.

$$\mathbf{I}_i = \mathbf{I}_{Ri} + \mathbf{jI}_{Li} \quad (3.44)$$

$$\mathbf{I}_{di} = -\mathbf{I}_{Ri} \text{sen} \delta_i + \mathbf{I}_{Li} \text{cos} \delta_i \quad (3.45)$$

$$\mathbf{I}_{qi} = \mathbf{I}_{Ri} \text{cos} \delta_i + \mathbf{I}_{Li} \text{sen} \delta_i \quad (3.46)$$

Figura 3.4: Relação entre os sistemas dxq e real x imag.

As equações de interconexão dos geradores síncronos com a rede elétrica podem ser obtidas através da equação (3.47) e pela expressão da potência ativa injetada na barra i pelo respectivo gerador (equação (3.48)):

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y}_2^{\text{red}} \cdot \mathbf{E}'_{\mathbf{q}} \quad (3.47)$$

$$\mathbf{P}_{ei} = \text{Re} \left[\mathbf{E}'_{qi} \mathbf{I}_i^* \right] \quad (3.48)$$

No equacionamento (3.47)-(3.48) faz-se as seguintes relações fasoriais:

$$\mathbf{Y}_2^{\text{red}} = \mathbf{G} + \mathbf{jB} \quad (3.49)$$

$$\mathbf{I}_i = \mathbf{I}_{Ri} + \mathbf{jI}_{Ii} \quad (3.50)$$

$$\mathbf{E}'_{qi} = |\mathbf{E}'_{qi}| \cos \delta_i + \mathbf{j} |\mathbf{E}'_{qi}| \sin \delta_i \quad (3.51)$$

Substituindo (3.49)-(3.51) em (3.47)-(3.48) e desenvolvendo as expressões resultantes, as equações finais para as correntes $\mathbf{I}_{Ri}$, $\mathbf{I}_{Ii}$ e $\mathbf{P}_{ei}$ são encontradas e descritas por:

$$\mathbf{I}_{Ri} = \sum_{j=1}^n |\mathbf{E}'_{qj}| \left[\mathbf{G}_{ij} \cos \delta_j - \mathbf{B}_{ij} \sin \delta_j \right] \quad (3.52)$$

$$\mathbf{I}_{Ii} = \sum_{j=1}^n |\mathbf{E}'_{qj}| \left[\mathbf{G}_{ij} \sin \delta_j + \mathbf{B}_{ij} \cos \delta_j \right] \quad (3.53)$$

$$\mathbf{P}_{ei} = |\mathbf{E}'_{qi}| \sum_{j=1}^n |\mathbf{E}'_{qj}| \left[\mathbf{G}_{ij} \cos (\delta_j - \delta_i) - \mathbf{B}_{ij} \sin (\delta_j - \delta_i) \right] \quad (3.54)$$

Substituindo (3.52)-(3.53) nas equações de transformação de coordenadas formuladas para $\mathbf{I}_d$, $\mathbf{I}_q$, $\mathbf{V}_q$ e $\mathbf{V}_d$ obtém-se o conjunto de equações diferenciais que descreve o modelo multimáquinas com geradores representados pelo modelo de um eixo (incluindo o modelo do TCSC descrito no capítulo anterior):

$$\dot{\delta}_i = \mathbf{w}_s \mathbf{w}_i - \mathbf{w}_s, \quad (3.55)$$

$$\mathbf{w}_i = \frac{1}{2\mathbf{H}_i} [\mathbf{P}_{mi} - \mathbf{P}_{ei} - \mathbf{D}_i(\mathbf{w}_i - \mathbf{w}_s)], \quad (3.56)$$

$$\dot{\mathbf{E}}'_{qi} = \frac{1}{\tau'_{doi}} [\mathbf{E}_{FDi} - \mathbf{E}'_{qi} + (\mathbf{X}_{di} - \mathbf{X}'_{di})\mathbf{I}_{di}], \quad (3.57)$$

$$\dot{\mathbf{V}}_{Ri} = \frac{1}{\mathbf{T}_{ei}} [|\mathbf{V}_{ti}| - \mathbf{V}_{Ri}], \quad (3.58)$$

$$\mathbf{E}_{FDi} = [\mathbf{K}_{ei}(\mathbf{V}_{refi} - \mathbf{V}_{Ri} + \mathbf{V}_{Si})], \quad (3.59)$$

$$\dot{\mathbf{X}}_{\text{TCSC}_j} = \frac{1}{\mathbf{T}_{\text{TCSC}_j}} (\mathbf{X}_{\text{ref}_j} - \mathbf{X}_{\text{sup}_j} - \mathbf{X}_{\text{TCSC}_j}), \quad (3.60)$$

Onde:

$$\mathbf{I}_{qi} = \sum_{j=1}^n \mathbf{E}'_{qj} (\mathbf{G}_{ij} \cos(\delta_j - \delta_i) - \mathbf{B}_{ij} \sin(\delta_j - \delta_i)), \quad (3.61)$$

$$\mathbf{I}_{di} = \sum_{j=1}^n \mathbf{E}'_{qj} (\mathbf{G}_{ij} \sin(\delta_j - \delta_i) + \mathbf{B}_{ij} \cos(\delta_j - \delta_i)), \quad (3.62)$$

$$|\mathbf{V}_{ti}| = \left[(\mathbf{E}'_{qi} + \mathbf{x}'_{di} \mathbf{I}_{di})^2 + (\mathbf{x}'_{di} \mathbf{I}_{qi})^2 \right]^{1/2}. \quad (3.63)$$

com $\mathbf{i}=1,2,\dots,\mathbf{n}$, sendo $\mathbf{n}$ o número de geradores do sistema e $\mathbf{j}=1,2,\dots,\mathbf{t}$, sendo $\mathbf{t}$ o número de TCSCs instalados na rede elétrica. É importante lembrar que os termos $\mathbf{G}_{ij}$ e $\mathbf{B}_{ij}$ são funções das variáveis de estado $\mathbf{X}_{\text{TCSC}_j}$. O sinal estabilizante gerador pelo i -ésimo controlador de amortecimento de tipo PSS é definido por $\mathbf{V}_{Si}$ e introduzido na equação (3.59). O sinal produzido pelo controlador suplementar do j -ésimo dispositivo TCSC é definido por

$\mathbf{X}_{\text{sup}_i}$ e introduzido na equação (3.60). Além disso, note que nesse modelo está sendo considerado a constante de amortecimento $\mathbf{D}$ (em p.u.) do gerador i .

Tendo construído uma modelagem não-linear adequada para o problema de amortecimento de oscilações em estudo, é preciso adotar um sistema de referência para os ângulos. Para isso, define-se o ângulo da máquina $\mathbf{k}$ como referência e, assim, as variáveis de estado passam a ser expressas da seguinte maneira:

$$\delta'_i = \delta_i - \delta_k, \quad (i = 1, \dots, n), \quad (3.64)$$

e os termos derivativos:

$$\dot{\delta}'_k = 0, \quad (3.65)$$

$$\dot{\delta}'_i = \mathbf{w}_s (\mathbf{w}_i - \mathbf{w}_k) - \mathbf{w}_s, \quad (i = 1, \dots, n) \text{ e } (i \neq k). \quad (3.66)$$

Além disso, as equações algébricas passam a ser representadas em termos da nova variável δ'_i . No próximo capítulo, é apresentada a metodologia de projeto dos controladores propostos.

4 METODOLOGIA DE PROJETO DE CONTROLADORES DE AMORTECIMENTO

O uso de técnicas de controle clássico ainda é predominante para o projeto de controladores de amortecimento de sistemas de potência. Métodos de resposta em frequência (como por exemplo, diagramas de Bode e critério de Nyquist) e o método do lugar das raízes constituem a base da teoria de controle clássico. Tais técnicas permitem a análise de estabilidade e projeto de controladores para sistemas lineares com uma única entrada e saída (sistemas *SISO* ou *single-input single-output*) representados, normalmente, por funções de transferência. Em geral, os controladores projetados por tais técnicas possuem uma estrutura de controle composta por redes de avanço-atraso de fase, ganho de realimentação, integradores, e outras funções que, facilmente, podem ser implementadas na prática através de sistemas digitais.

A primeira metodologia de projeto de controladores de amortecimento de sistemas de potência foi proposta em (DeMELLO; CONCÓRDIA, 1969) (dando origem, portanto, aos primeiros controladores de tipo PSS), sendo baseada numa técnica de compensação de fase no domínio da frequência. No trabalho que deu origem a essa metodologia, os autores mostraram que o torque elétrico originado pelo desbalanço de potência de uma máquina síncrona poderia ser decomposto em duas componentes: **torque de amortecimento**, em fase com o desvio da velocidade angular da máquina e, o **torque sincronizante** em fase com o desvio do ângulo do rotor. A estabilidade de um sistema de potência depende da existência de ambas componentes

de torque para cada máquina síncrona do sistema. Os problemas de estabilidade a pequenas perturbações estão relacionados à insuficiência de torque de amortecimento no sistema originada, por exemplo, pela ação dos reguladores automáticos de tensão (DeMELLO; CONCÓRDIA, 1969).

O controlador proposto em (DeMELLO; CONCÓRDIA, 1969) tem por finalidade produzir uma componente de torque elétrico em fase com o desvio da velocidade angular de modo que seja fornecido torque de amortecimento ao sistema. Para isso, a estrutura do controlador proposta pelos autores é composta por blocos de avanço-atraso de fase utilizados para compensar o atraso de fase que ocorre entre a entrada do regulador automático de tensão (no qual é adicionado o sinal estabilizante V_s gerado pelo controlador) e o laço eletromecânico da máquina, onde ocorre a ação de controle. Além de uma rede de compensação de fase, o controlador deve possuir um bloco *washout* (cuja função é eliminar a ação de controle durante o regime permanente) e um ganho, conforme ilustrado na figura 4.1.

Figura 4.1: Estrutura básica de um controlador do tipo PSS.

O problema de projeto de tal controlador é calcular os parâmetros dos blocos de avanço-atraso de fase, do bloco *washout* e do ganho de realimentação de tal modo que o controlador possa fornecer uma compensação de fase adequada para uma faixa de frequências de interesse (a qual está relacionada à frequência dos modos de oscilação). Vale lembrar que a metodologia proposta em (DeMELLO; CONCÓRDIA, 1969) garante amortecimento, formalmente, apenas aos modos presentes no ponto de operação utilizado no projeto (pois o controlador é projetado para apenas uma condição de carregamento do sistema), sendo

necessário, portanto, a aplicação de procedimentos de sintonia ao controlador, numa etapa posterior a de projeto (LARSEN; SWANN, 1981).

Nos últimos anos, têm crescido consideravelmente as dificuldades encontradas pelos engenheiros e projetistas para a execução de tal prática. Isso ocorre devido ao aumento da complexidade da operação dos sistemas de potência atribuído, por exemplo, aos seguintes fatores:

- (i) Expansão natural do setor eletroenergético (construção de novas linhas de transmissão e unidades geradoras, interconexões entre blocos de energia elétrica, surgimento de novos centros de carga, etc...);
- (ii) a grande quantidade de controladores de amortecimento em operação nos sistemas de potência atuais;
- (iii) a utilização de controladores de amortecimento com princípios de operação diferentes entre si (como por exemplo, o emprego simultâneo em um sistema de potência de controladores do tipo PSS e dispositivos FACTS).

Ao longo dos anos, várias outras técnicas baseadas na teoria de controle clássico foram desenvolvidas (na tentativa de minimizar os problemas associados aos fatores recém citados) para o projeto de controladores de amortecimento do tipo PSS e, também, para projeto de controladores suplementares de dispositivos FACTS, quando estes passaram a ser empregados em sistemas de potência para fornecer amortecimento às oscilações eletromecânicas. Em (JUNIOR; MARTINS; PINTO, 1998), por exemplo, foi proposta uma metodologia de projeto de controladores de amortecimento do tipo PSS utilizando-se o critério de estabilidade de Nyquist para projeto dos controladores e um modelo multimáquinas para descrever a dinâmica do sistema de potência em estudo. Tal técnica permite a inclusão de um índice de desempenho mínimo para os autovalores do sistema com os controladores. Além disso, o uso de um modelo multimáquinas permite que os modos inter-área sejam tratados

durante a etapa de projeto. Já em (FAN; FELIACHI; SCHODER, 2002) é proposto um método de identificação de sinais locais que possam ser utilizados como entrada de um controlador suplementar para o TCSC. O controlador suplementar é baseado numa rede de avanço-atraso de fase projetada a partir da análise de resíduo da função de transferência do sistema. Tal análise fornece informações a respeito do melhor local de instalação do dispositivo na rede de transmissão e da compensação de fase requerida pelo controlador para que o modo de oscilação de interesse possa ser amortecido (neste caso, os modos inter-área). Outras metodologias utilizam o método do resíduo da função de transferência para projeto de controladores suplementares de dispositivos FACTS, como por exemplo, (POURBEIK et al, 2002) e (GIBBARD et al, 2001).

Um dos problemas das técnicas de controle mencionadas é que os índices utilizados para o projeto dos compensadores de fase podem variar em função do ponto de operação analisado e da dinâmica de eventuais controladores que estejam operando no sistema. Além disso, os controladores são projetados de maneira individual, impossibilitando assim, um projeto coordenado e simultâneo de vários controladores para um mesmo sistema de potência.

Mesmo que as técnicas de controle clássico ainda sejam predominantes na prática para o projeto de controladores de amortecimento, os sistemas de potência têm se tornado uma área bastante atrativa para o desenvolvimento e aplicação de novas técnicas de controle moderno que, geralmente, são fundamentadas na análise e projeto de sistemas representados no domínio do tempo. Tais técnicas são uma alternativa para aumentar a robustez dos controladores e garantir formalmente seu desempenho frente às variações nas condições de operação. Por utilizarem uma abordagem no domínio do tempo, essas técnicas tornam mais fáceis a análise de sistemas que apresentam múltiplas entradas e múltiplas saídas.

Nessa pesquisa de mestrado utiliza-se uma metodologia de projeto baseada em uma das vertentes da teoria de controle moderno, denominada **controle robusto**. A teoria de

controle robusto (fundamentada na análise e projeto de sistemas representados na forma de espaço de estados) tem sido desenvolvida para lidar com a crescente complexidade dos sistemas de controle atuais. Essa teoria trata problemas de projeto de controladores que satisfaçam, por exemplo, a **estabilidade robusta** e algum **critério de desempenho** para o sistema operando com os controladores. Dessa maneira pode-se garantir que o controlador projetado opere satisfatoriamente (atendendo a um critério de desempenho mínimo) em um sistema de potência sujeito a variações nas suas condições de operação (atendendo a um requisito de robustez). A metodologia de projeto adotada nessa pesquisa de mestrado busca a estabilidade robusta através de um modelo politópico do sistema de potência e uma taxa de amortecimento mínimo para os modos de oscilação do sistema com os controladores em operação é utilizada como critério de desempenho (RAMOS et al, 2004). Além disso, quando se pretende projetar, simultaneamente, dois ou mais controladores, tal metodologia de projeto garante a descentralização da estrutura dos controladores projetados. Restrições na forma de desigualdades matriciais lineares são utilizadas para tratar com os requisitos de projeto citados anteriormente. As seções seguintes detalham tal metodologia.

4.1 O PROBLEMA DE CONTROLE

Considere um sistema de potência descrito pelo modelo multimáquinas apresentado no capítulo anterior. Uma condição de operação em regime permanente do sistema está associada a um ponto de equilíbrio de seu modelo matemático. A análise de estabilidade de um ponto de equilíbrio específico pode ser feita localmente, a partir de uma abordagem linearizada do sistema, levando-se em consideração que as pequenas perturbações não

afastam significativamente o sistema de seu ponto de operação original. O modelo multimáquinas (desconsiderando, a princípio, a atuação dos controladores de amortecimento) é descrito por um conjunto de equações diferenciais não-lineares na forma de espaço de estados:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}), \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (4.1)$$

onde $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$, sendo n o número de estados do sistema e $\mathbf{x}(0)$ é a condição inicial.

Admitindo-se que $\mathbf{x}_0$ é um ponto de equilíbrio, ou seja, $\mathbf{f}(\mathbf{x}_0) = \mathbf{0}$, define-se $\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_0$. Expandindo-se, por série de Taylor, $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ na vizinhança de $\mathbf{x}_0$, obtém-se:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0) + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \underbrace{(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)}_{\Delta\mathbf{x}} + \dots \quad (4.2)$$

Supondo que nenhuma trajetória de $\mathbf{x}$ se afasta significativamente do ponto de equilíbrio $\mathbf{x}_0$, os termos de ordem 2 e superior tornam-se desprezíveis em (4.2). Levando-se em conta esse argumento e o fato de que $\mathbf{f}(\mathbf{x}_0) = \mathbf{0}$, obtém-se que $\mathbf{f}(\mathbf{x}) \approx \mathbf{A}\Delta\mathbf{x}$, sendo $\mathbf{A}$, a matriz jacobiana de $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ calculada em $\mathbf{x}_0$. Além disso,

$$\Delta\dot{\mathbf{x}} = \frac{d}{dt}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) = \dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_0 \Rightarrow \dot{\mathbf{x}} = \Delta\dot{\mathbf{x}}. \quad (4.3)$$

Assim, obtém-se uma representação linearizada do sistema original (4.1) por:

$$\Delta\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\Delta\mathbf{x}(t). \quad (4.4)$$

onde $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ é a matriz de estados do sistema.

Da teoria de sistemas lineares, sabe-se que a resposta do sistema (4.4) pode ser caracterizada através dos autovalores e autovetores da matriz $\mathbf{A}$. Um escalar $\lambda \in \mathbf{R}$ é um autovalor de $\mathbf{A}$ se existe um vetor não-nulo $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^n$ que satisfaça (NOBLE; DANIEL, 1998):

$$\mathbf{A}\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v}. \quad (4.5)$$

Com base nisso, a solução completa do sistema (4.4) para uma condição inicial $\mathbf{x}_0$ (considerando que a matriz $\mathbf{A}$ não apresenta autovalores com multiplicidade maior do que 1) é (CHEN, 1998):

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^n \mathbf{c}_i \mathbf{v}_i e^{\lambda_i t} \quad (4.6)$$

onde $\mathbf{c}_i \in \mathbf{R}$ e $\mathbf{v}_i$ é o autovetor associado ao respectivo autovalor λ_i da matriz $\mathbf{A}$.

A equação (4.6) é solução de $\Delta \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x}(t)$ pois:

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^n \mathbf{c}_i \mathbf{v}_i e^{\lambda_i t} \Rightarrow \dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \mathbf{c}_i \mathbf{v}_i e^{\lambda_i t} . \quad (4.7)$$

E, também:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) \Rightarrow \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \sum_{i=1}^n \mathbf{c}_i \mathbf{v}_i e^{\lambda_i t} . \quad (4.8)$$

Agora, utilizando a definição (4.5) de autovalores e autovetores em (4.8), chega-se à

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \mathbf{c}_i \mathbf{v}_i e^{\lambda_i t} . \text{ Isso comprova que (4.6) é solução de (4.4). Pela análise da equação (4.6)}$$

conclui-se que a estabilidade de um sistema linear invariante no tempo é caracterizada pela posição dos autovalores da matriz $\mathbf{A}$ no plano complexo. Desde que todos os autovalores estejam posicionados no semi-plano esquerdo do plano complexo, todas as trajetórias de (4.4) convergem para a origem $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ à medida que $t \rightarrow \infty$ e, assim, a origem do sistema é um ponto de equilíbrio estável (o que equivale a dizer que o sistema linearizado é estável). Vale ressaltar que essa é uma análise local, válida apenas numa vizinhança do ponto de equilíbrio do sistema não linear utilizado na obtenção do modelo linearizado (VIDYASAGAR, 1993).

Assim, a estabilidade local (ou seja, a estabilidade na vizinhança de um ponto de equilíbrio) de um modelo de sistema de potência é verificada se todos os autovalores do sistema linearizado em relação ao ponto de equilíbrio em estudo satisfazem $\text{Re}(\lambda_i) < 0$ ($i = 1, \dots, n$). Os modos eletromecânicos de oscilação de um sistema de potência são

caracterizados por autovalores complexos conjugados, representados na forma $\lambda = \sigma \pm j\omega$, sendo que a parte real fornece o amortecimento e a parte imaginária determina a frequência de oscilação do modo.

Os autovalores da matriz $\mathbf{A}$ são encontrados a partir das raízes do seu polinômio característico $\det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}) = 0$ ou através de sua forma canônica. No entanto, a estabilidade do sistema (4.4) pode ser investigada (conforme será mostrado na seção 4.2) através da desigualdade de Lyapunov, a qual não necessita do cálculo direto dos autovalores da matriz $\mathbf{A}$. Desse modo, se tal desigualdade for satisfeita, então, a condição $\text{Re}\lambda_i < 0$ é verdadeira para todo $i = 1, \dots, n$.

Objetivando o projeto de controladores de amortecimento para um sistema de potência, podem ser incluídas no modelo multimáquinas as respectivas entradas e saídas referentes aos controladores que serão projetados. Assim, o modelo multimáquinas passa a ser descrito na forma de espaço de estados por:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \quad (4.9)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x}), \quad (4.10)$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \quad \mathbf{u}(0) = \mathbf{u}_0, \quad (4.11)$$

onde $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^p$ é o vetor de entradas do sistema (onde são adicionados os sinais de controle) e $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^q$ é o vetor de saídas do sistema (utilizado como entrada para os controladores). É importante ressaltar que o sinal estabilizante gerado pelo controlador de amortecimento de tipo PSS é aplicado à entrada $\mathbf{V}_s$ do regulador automático de tensão do respectivo gerador (como mostra a seção 3.2) e o sinal produzido pelo controlador suplementar de um dispositivo TCSC é chamado de $\mathbf{X}_{\text{sup}}$, como se discute na seção 2.2.1.1. Deste ponto em diante utiliza-se o termo *malha aberta* para caracterizar um sistema elétrico de potência operando sem a inclusão de controladores de amortecimento (ou seja, $\mathbf{V}_s = \mathbf{0}$ para todos os reguladores

automáticos de tensão do sistema e $\mathbf{X}_{\text{sup}} = \mathbf{0}$ para todos os TCSCs instalados na rede elétrica e, assim, o sistema é representado pela expressão (4.1)). Por outro lado, utiliza-se o termo *malha fechada* para evidenciar um sistema elétrico de potência operando com controladores de amortecimento e, assim sendo, o sistema passa a ser representado na forma (4.9)-(4.10).

Uma representação linearizada do sistema (4.9)-(4.10) na vizinhança de um ponto de equilíbrio é obtida a partir de expansões de $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ e $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ em séries de Taylor, de maneira semelhante àquela realizada anteriormente. Desse modo, chega-se à forma matricial:

$$\dot{\mathbf{x}}(\mathbf{t}) = \mathbf{A}\mathbf{x}(\mathbf{t}) + \mathbf{B}\mathbf{u}(\mathbf{t}) \quad , \quad (4.12)$$

$$\mathbf{y}(\mathbf{t}) = \mathbf{C}\mathbf{x}(\mathbf{t}) \quad , \quad (4.13)$$

onde $\mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}|_{\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0}$, $\mathbf{B} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}}|_{\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0}$, $\mathbf{C} = \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}}|_{\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0}$.

As matrizes $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ e $\mathbf{C}$ possuem dimensão $n \times n$, $n \times p$, $q \times n$, respectivamente. Ressalta-se que, em (4.12) e (4.13), os vetores $\mathbf{x}$, $\mathbf{u}$ e $\mathbf{y}$ representam desvios com relação aos valores de equilíbrio em (4.9)-(4.10), da mesma forma que na análise anterior. A utilização de Δ para indicar tais desvios foi abandonada para simplificar a notação subsequente.

O controlador de amortecimento utilizado nessa pesquisa tem uma estrutura de realimentação de saída⁶, descrita pelo seguinte equacionamento em espaço de estados:

$$\dot{\mathbf{x}}_c(\mathbf{t}) = \mathbf{A}_c\mathbf{x}_c(\mathbf{t}) + \mathbf{B}_c\mathbf{y}(\mathbf{t}) \quad , \quad (4.14)$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{t}) = \mathbf{C}_c\mathbf{x}_c(\mathbf{t}) \quad , \quad (4.15)$$

onde, $\mathbf{x}_c \in \mathbf{R}^m$ é o vetor que exprime o comportamento das variáveis de estado do controlador.

O sistema em malha fechada, composto pelos modelos do sistema (4.12)-(4.13) e do controlador (4.14)-(4.15), pode ser descrito, em espaço de estados, por:

---

⁶ Pois a implementação de uma realimentação de estados em sistemas de potência esbarraria em dificuldades técnicas, tais como a medição dos ângulos dos rotores.

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{x}}(t), \quad \tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B}\mathbf{C}_c \\ \mathbf{B}_c\mathbf{C} & \mathbf{A}_c \end{bmatrix}, \quad (4.16)$$

onde, as matrizes $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ e $\mathbf{C}$ são obtidas pela linearização do modelo multimáquinas para uma condição de operação específica, $\tilde{\mathbf{x}}(t) \in \mathbf{R}^{n+m}$ é um vetor que contém os estados do sistema e do controlador, e $\mathbf{A}_c$, $\mathbf{B}_c$ e $\mathbf{C}_c$ são as variáveis matriciais a serem determinadas pela técnica de controle adotada.

As seções seguintes mostram como estas variáveis podem ser determinadas (ou seja, como o controlador pode ser projetado) através de uma formulação envolvendo Desigualdades Matriciais Lineares.

4.2 AS DESIGUALDADES MATRICIAIS LINEARES

4.2.1 Definição

De maneira geral, uma Desigualdade Matricial Linear ou LMI (do Inglês, *Linear Matrix Inequality*), pode ser definida como segue (BOYD et al, 1994).

Definição 4.1 (LMI): Uma desigualdade matricial linear (ou LMI) tem a seguinte estrutura:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{F}_0 + \sum_{i=1}^m x_i \mathbf{F}_i > \mathbf{0}, \quad (4.17)$$

onde $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ é o vetor de variáveis de decisão e $\mathbf{F}_i \in \mathbf{R}^{n \times n}$ (com $i = 1, 2, \dots, m$) são matrizes simétricas conhecidas.

A LMI $\mathbf{F}(\mathbf{x}) > \mathbf{0}$ deve ser definida positiva para todo $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$ (em outras palavras, $\mathbf{x}^T \mathbf{F}(\mathbf{x}) \mathbf{x} > 0$ para todo $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$). O conjunto de soluções factíveis $\{\mathbf{x} \mid \mathbf{F}(\mathbf{x}) > \mathbf{0}\}$ é um conjunto convexo. Em algumas aplicações é possível encontrar a LMI (4.17) na forma semidefinida positiva, ou seja, $\mathbf{F}(\mathbf{x}) \geq \mathbf{0}$. Quando há necessidade de se trabalhar com múltiplas LMIs, a seguinte formulação pode ser utilizada:

$$\mathbf{F}_1(\mathbf{x}) \geq \mathbf{0}, \dots, \mathbf{F}_k(\mathbf{x}) \geq \mathbf{0} \Leftrightarrow \text{diag}(\mathbf{F}_1(\mathbf{x}), \dots, \mathbf{F}_k(\mathbf{x})) \geq \mathbf{0} \quad (4.18)$$

Normalmente, em problemas de controle, as LMIs não são formuladas na forma canônica (4.17), mas sim, na forma de variáveis matriciais, como é o caso, por exemplo, da desigualdade de Lyapunov (apresentada na seção seguinte).

4.2.2 Um breve histórico

As primeiras desigualdades matriciais lineares surgiram a partir da teoria de estabilidade desenvolvida por Alexander Lyapunov (1857-1913). Ele estudou a estabilidade de sistemas de equações diferenciais a partir de conceitos de energia. Em um de seus trabalhos, Lyapunov mostrou que a estabilidade de um sistema linear e invariante no tempo $\dot{\mathbf{x}}(\mathbf{t}) = \mathbf{A}\mathbf{x}(\mathbf{t})$ poderia ser investigada a partir de uma função energia definida por:

$$\mathbf{V}(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x}, \quad (4.19)$$

sendo $\mathbf{P}$ uma matriz simétrica definida positiva.

Essa função é quadrática e satisfaz $\mathbf{V}(\mathbf{0}) = 0$ e $\mathbf{V}(\mathbf{x}) > 0$ para todo $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$. Sendo $\dot{\mathbf{V}}(\mathbf{x})$ definida negativa para $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$, então, todas as trajetórias dos estados do sistema tendem para a origem $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ à medida que $\mathbf{t} \rightarrow \infty$ e, dessa forma, o sistema pode ser dito estável

(VIDYASAGAR, 1993). A derivada da função $V(\mathbf{x})$ em relação aos estados do sistema é igual a:

$$\dot{V}(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{P} \dot{\mathbf{x}} + \dot{\mathbf{x}}^T \mathbf{P} \mathbf{x} \Rightarrow \mathbf{x}^T (\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}) \mathbf{x} . \quad (4.20)$$

Por (4.20) conclui-se que a condição $\dot{V}(\mathbf{x}) < 0$ é satisfeita se a matriz $\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}$ for estritamente definida negativa. Assim, pela teoria de estabilidade Lyapunov, o sistema $\dot{\mathbf{x}}(\mathbf{t}) = \mathbf{A} \mathbf{x}(\mathbf{t})$ é estável se existir uma matriz $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T$ de modo que as desigualdades matriciais lineares

$$\mathbf{P} > \mathbf{0} , \quad (4.21)$$

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} < \mathbf{0} , \quad (4.22)$$

sejam satisfeitas.

As condições de estabilidade (4.21)-(4.22) correspondem a um tipo especial de LMI denominada na literatura por desigualdade de Lyapunov (BOYD et al, 1994). Lyapunov mostrou também que essa LMI poderia ser explicitamente resolvida atribuindo-se uma matriz $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^T > \mathbf{0}$ qualquer e, então, resolvendo o sistema linear $\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} = -\mathbf{Q}$ para a variável matricial $\mathbf{P}$. Sendo $\dot{\mathbf{x}}(\mathbf{t}) = \mathbf{A} \mathbf{x}(\mathbf{t})$ um sistema estável, então, a solução da equação de Lyapunov é única e a matriz $\mathbf{P}$ encontrada é simétrica e definida positiva. Muitos problemas de análise e projeto de controladores são, até hoje, equacionados a partir da teoria de estabilidade de Lyapunov.

Seguindo as idéias de Lyapunov, durante a década de 1940, Lu're, Postnikov e outros pesquisadores, obtiveram critérios de estabilidade na forma de LMIs para o problema de controle com não-linearidade no atuador. Até esse período, as LMIs eram resolvidas manualmente e, portanto, suas aplicações eram restritas para sistemas pequenos (segunda ou terceira ordem, por exemplo). Já na década de 1960, alguns pesquisadores (dentre eles Yakubovich, Popov e Kalman), desenvolveram o *lema real positivo*, que fornece uma solução

gráfica para um determinado conjunto de LMIs. A obtenção desse lema permitiu que sistemas de ordem elevada pudessem ser estudados a partir de uma abordagem na forma de LMIs. Nos anos seguintes, muitas pesquisas foram realizadas com a finalidade de desenvolver novos métodos de resolução de LMIs. O problema dos métodos citados (método direto e método gráfico) é de que os mesmos são resolvidos de maneira analítica, dificultando assim, a obtenção de uma solução para LMIs mais complexas (ou seja, LMIs que não apresentam uma solução analítica ou a solução é de difícil obtenção).

Nas décadas de 1980 e 90, vários estudos proporcionaram grandes avanços na teoria e desenvolvimento de algoritmos de resolução de LMIs. Um dos resultados mais importantes foi a descoberta de que um grupo de LMIs utilizadas para estudos de análise e controle poderiam ser formuladas como sendo um problema de otimização convexa. Nesse ponto é importante ressaltar que, até então, muitas pesquisas já tinham sido realizadas na área de programação linear incluindo, portanto, o desenvolvimento de técnicas e algoritmos de resolução de problemas de otimização convexa. Dessa forma, foi possível o desenvolvimento de métodos de ponto interior bastante eficientes para resolução de LMIs, que surgiram na teoria de controle durante a década de 1980 e têm-se mostrado, até hoje, muito eficientes. A grande vantagem de tais métodos é a possibilidade de se resolver as LMIs que não apresentam solução analítica e para aquelas LMIs cuja solução analítica é de difícil obtenção.

Os problemas abordados na forma de LMIs não estão restritos à apenas problemas de otimização convexa. Existem problemas de análise e de controle formulados como sendo um problema de factibilidade, como por exemplo, a desigualdade de Lyapunov. A solução de tal LMI consiste em encontrar uma matriz $\mathbf{P}$ que satisfaça (4.21)-(4.22). A primeira matriz $\mathbf{P}$ encontrada pelo algoritmo de resolução de LMIs corresponde a uma solução ótima do problema de análise.

Atualmente existem vários pacotes computacionais especializados em resolver LMIs, como por exemplo, o LMI Toolbox e o LMITOOLS para SCILAB.

4.3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE CONTROLE POR MEIO DE LMIs

Utilizando a desigualdade de Lyapunov para caracterizar a estabilidade do sistema em malha fechada (4.16), o problema de projeto de controladores de amortecimento por realimentação de saída para o sistema (4.12)-(4.13) consiste em encontrar matrizes $\mathbf{A}_c$, $\mathbf{B}_c$, $\mathbf{C}_c$ e $\tilde{\mathbf{P}} = \tilde{\mathbf{P}}^T$ de tal forma que

$$\tilde{\mathbf{P}} > \mathbf{0}, \quad (4.23)$$

$$\tilde{\mathbf{A}}^T \tilde{\mathbf{P}} + \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}} < \mathbf{0}, \quad (4.24)$$

sejam satisfeitas.

Desse modo, impõe-se que todos os autovalores da matriz $\tilde{\mathbf{A}}$ satisfaçam $\text{Re}(\lambda_i) < 0$ ($i = 1, \dots, n$). Em outras palavras, o problema de projeto consiste em estabelecer uma estrutura de controle por realimentação de saída definida pelas matrizes $\mathbf{A}_c$, $\mathbf{B}_c$ e $\mathbf{C}_c$ que posicione todos os autovalores (ou pólos) do sistema em malha fechada $\tilde{\mathbf{A}}$ no semi-plano esquerdo do plano complexo. As técnicas de controle que utilizam tal abordagem são chamadas de técnicas de posicionamento de pólos. Entretanto, utilizar uma abordagem de controle na forma (4.23)-(4.24) possui algumas desvantagens e limitações práticas, dentre as quais, destacam-se:

- (i) Sistemas elétricos de potência, em geral, são caracterizados por apresentarem comportamentos dinâmicos não-lineares e variações sucessivas nas condições de operação ao longo do dia (conforme já discutido ao longo do texto). Portanto, um dos requisitos desejáveis para um controlador de amortecimento é que o

mesmo seja robusto às variações das condições de carregamento do sistema. De acordo com (4.23)-(4.24), o controlador é projetado considerando-se apenas um único ponto de operação e, portanto, não há uma garantia de desempenho satisfatório do controlador operando em condições de carregamento diferentes daquela utilizada na etapa de projeto. O problema de robustez é tratado na seção 4.3.1;

- (ii) Na prática, os controladores de amortecimento devem, além de estabilizar o sistema, fornecer amortecimento satisfatório aos modos de oscilação. A condição de estabilidade (4.23)-(4.24) garante apenas que todos os autovalores do sistema em malha fechada estejam posicionados no semi-plano esquerdo, mas não diz nada a respeito de como os modos serão amortecidos. Dessa forma, tal metodologia de projeto pode fornecer, como solução, controladores que estabilizam o sistema, mas de maneira insatisfatória (modos pouco amortecidos, por exemplo). Esse problema é tratado na seção 4.3.2;
- (iii) A desigualdade matricial (4.23)-(4.24) é não linear (em particular, esta equação é uma Desigualdade Matricial Bilinear, ou BMI, do Inglês *Bilinear Matrix Inequality*) nas variáveis matriciais $\mathbf{A}_c$, $\mathbf{B}_c$, $\mathbf{C}_c$ e $\tilde{\mathbf{P}}$. Isso implica que (4.23)-(4.24) não é uma restrição convexa. Isso impede que o problema seja tratado diretamente pelos algoritmos de resolução de LMIs, exigindo, por exemplo, que uma abordagem iterativa seja aplicada (o que pode demandar um grande esforço computacional). Esse problema é tratado na seção 4.3.3.

4.3.1 Robustez

Uma das principais características desejadas para um controlador de amortecimento é que o mesmo seja robusto com relação às variações das condições de operação. Matematicamente, as variações do ponto de operação se refletem através de incertezas no modelo linearizado. Tais incertezas podem ser atribuídas a vários fatores, sendo um deles, as flutuações de carga que ocorrem naturalmente ao longo do dia. Para tratar de incertezas provocadas por variações de carga, a metodologia de projeto adotada utiliza um modelo politópico. Tal modelo é construído a partir da linearização do modelo multimáquinas em L diferentes pontos de operação (escolhidos a partir da curva de carga do sistema ou pela análise das variações de cargas específicas de um sistema). Cada um dos sistemas lineares resultantes corresponde a um vértice do modelo politópico. Assim, o controlador é projetado não somente para uma condição de operação específica, mas também, para todo um conjunto de pontos que constituem tal politopo. Devido à convexidade do modelo politópico, certas propriedades verificadas nos seus vértices se estendem para todos os pontos contidos neste conjunto, e essa característica é usada para garantir a robustez do controlador projetado, como será visto adiante.

O sistema em malha fechada, composto pelos modelos do sistema de potência linearizado na vizinhança do i -ésimo ponto de operação e do controlador, pode ser descrito por:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = \tilde{\mathbf{A}}_i \tilde{\mathbf{x}}(t), \quad \tilde{\mathbf{A}}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_i & \mathbf{B}_i \mathbf{C}_c \\ \mathbf{B}_c \mathbf{C}_i & \mathbf{A}_c \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

onde $i = 1, \dots, L$.

Agora, considere o seguinte sistema linear com incertezas politópicas:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \tilde{\mathbf{A}}(\alpha) \tilde{\mathbf{x}}, \quad \tilde{\mathbf{x}}(0) = \mathbf{x}_0, \quad (4.26)$$

onde $\mathbf{A}(\boldsymbol{\alpha}) \in \boldsymbol{\Omega}$, sendo $\boldsymbol{\Omega}$ um subconjunto no espaço das matrizes de ordem $(\mathbf{n}+\mathbf{m}) \times (\mathbf{n}+\mathbf{m})$ formado pela combinação convexa das matrizes $\tilde{\mathbf{A}}_i$ e $\mathbf{x}(0)$ é a condição inicial do sistema em malha fechada. Assim, define-se o conjunto $\boldsymbol{\Omega}$ por:

$$\boldsymbol{\Omega} = \left\{ \tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\alpha}) : \tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\alpha}) = \sum_{i=1}^L \alpha_i \tilde{\mathbf{A}}_i; \sum_{i=1}^L \alpha_i = 1; \alpha_i \geq 0 \right\} . \quad (4.27)$$

Pode ser observado em (4.27) que o conjunto $\boldsymbol{\Omega}$ é um politopo no espaço das matrizes e as matrizes $\tilde{\mathbf{A}}_i$ são os vértices deste politopo. Uma condição suficiente que prova a estabilidade do politopo (4.27) é dada pela existência de uma matriz $\tilde{\mathbf{P}} = \tilde{\mathbf{P}}^T$ tal que as LMIs

$$\tilde{\mathbf{P}} > 0 , \quad (4.28)$$

$$\tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\alpha})^T \tilde{\mathbf{P}} + \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\alpha}) < 0 , \quad (4.29)$$

sejam satisfeitas para todo $\tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\alpha}) \in \boldsymbol{\Omega}$. Essa condição é conhecida na literatura por Estabilidade Quadrática (BARMISH, 1985). A condição (4.28)-(4.29) pode ser verificada, de uma maneira equivalente, pela existência de uma matriz $\tilde{\mathbf{P}} = \tilde{\mathbf{P}}^T$ tal que

$$\tilde{\mathbf{P}} > 0 , \quad (4.30)$$

$$\tilde{\mathbf{A}}_i^T \tilde{\mathbf{P}} + \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}}_i < 0 , \quad (4.31)$$

sejam satisfeitas para $(i = 1, \dots, L)$. Dessa maneira, a estabilidade do politopo (4.27) pode ser verificada pela análise de seus vértices. Para mostrar que o conjunto de LMIs (4.28)-(4.29) é uma condição suficiente para que o politopo seja estável, observe que toda matriz $\tilde{\mathbf{A}} \in \boldsymbol{\Omega}$ pode ser escrita por $\tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\alpha}) = \sum_{i=1}^L \alpha_i \tilde{\mathbf{A}}_i$ desde que as condições impostas por (4.27) sejam satisfeitas. Assim, por (4.29) é possível escrever uma condição de estabilidade para qualquer $\tilde{\mathbf{A}} \in \boldsymbol{\Omega}$ da seguinte maneira:

$$\sum_{i=1}^L (\alpha_i \tilde{\mathbf{A}}_i^T) \tilde{\mathbf{P}} + \sum_{i=1}^L \tilde{\mathbf{P}} (\alpha_i \tilde{\mathbf{A}}_i) < 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^L \alpha_i (\tilde{\mathbf{A}}_i^T \tilde{\mathbf{P}} + \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}}_i) < 0 . \quad (4.32)$$

Já que todo $\alpha_i \geq 0$ e $\sum_{i=1}^L \alpha_i = 1$, então, por (4.32) conclui-se que a estabilidade do politopo é garantida se as LMIs (4.30) e (4.31) forem satisfeitas.

Com isso, o uso de um modelo politópico no procedimento de projeto associado com a teoria de estabilidade quadrática garante a estabilização do sistema em malha fechada (4.25) não somente para os pontos de operação utilizados na construção do modelo politópico (que correspondem às matrizes $\tilde{A}_i$), mas também, para todos os pontos de operação que geram modelos linearizados cujas matrizes pertencem a Ω . Com o uso de um modelo politópico, o problema de controle passa a consistir em encontrar matrizes A_c , B_c , C_c e $\tilde{P}$ que satisfaçam o conjunto de LMIs (4.30)-(4.31) equacionadas para todos os L vértices do politopo.

Agora, a próxima etapa para o desenvolvimento da formulação do problema de controle é tratar do desempenho do controlador projetado. Para isso, inclui-se restrições no conjunto de LMIs (4.30)-(4.31) que definam um critério de desempenho mínimo para o controlador.

4.3.2 Índice de desempenho

O conjunto de desigualdades matriciais (4.30)-(4.31), o qual define uma condição para a estabilidade robusta, pode ser alterado de tal maneira que sejam incluídos nelas, critérios de desempenho para o sistema em malha fechada. Sendo $\lambda_i = \sigma_i \pm j\omega_i$ o i -ésimo autovalor de uma matriz A , então, o fator de amortecimento ξ_i para esse modo é calculado por:

$$\xi_i = \frac{-\sigma_i}{\sqrt{\sigma_i^2 + \omega_i^2}}. \quad (4.33)$$

O fator de amortecimento está associado a uma relação entre o índice de decaimento do respectivo modo de oscilação e à sua frequência oscilação. Este fator de amortecimento (calculado para o sistema em malha fechada) é amplamente aceito em sistemas de potência como indicativo do desempenho dos controladores de amortecimento (GOMES et al, 2003).

Na metodologia de projeto adotada utiliza-se um fator de amortecimento mínimo ξ_0 para os modos de resposta do sistema em malha fechada como critério de desempenho para o controlador. Para tal finalidade utiliza-se a técnica de Posicionamento Regional de Pólos (PRP) (CHIALI et al, 1999). Tal técnica impõe que os pólos do modelo politópico sejam posicionados no interior de uma região do semi-plano esquerdo do plano complexo definida por ξ_0 , como mostra a figura 4.2. Por essa figura, chega-se à conclusão que:

$$\cos\theta = \frac{-\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + \omega^2}} = \xi_0 \Rightarrow \theta = \arccos(\xi_0). \quad (4.34)$$

Figura 4.2: Região LMI para Posicionamento de Pólos.

Combinando os critérios de desempenho na forma de PRP com os critérios de estabilidade robusta (4.30)-(4.31), obtêm-se uma nova formulação para o problema de controle, a qual consiste em encontrar matrizes A_c , B_c , C_c e $\tilde{P} = \tilde{P}^T$ de modo que as desigualdades matriciais

$$\tilde{\mathbf{P}} > \mathbf{0}, \quad (4.35)$$

$$\begin{bmatrix} \sin\theta(\tilde{\mathbf{A}}_i^T \tilde{\mathbf{P}} + \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}}_i) & \cos\theta(\tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}}_i - \tilde{\mathbf{A}}_i^T \tilde{\mathbf{P}}) \\ \cos\theta(\tilde{\mathbf{A}}_i^T \tilde{\mathbf{P}} - \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}}_i) & \sin\theta(\tilde{\mathbf{A}}_i^T \tilde{\mathbf{P}} + \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}}_i) \end{bmatrix} < \mathbf{0}, \quad (4.36)$$

sejam satisfeitas para $i = 1, \dots, L$ e $\theta = \cos^{-1}\zeta_0$.

A demonstração da condição de estabilidade (4.35)-(4.36) pode ser encontrada em (CHIALI; GAHINET, 1996). Essa nova formulação do problema de controle atende aos requisitos de robustez e de desempenho mínimo para o sistema em malha fechada. Entretanto, tal formulação ainda é composta por desigualdades matriciais bilineares. A subseção seguinte mostra como a metodologia utilizada neste trabalho é capaz de adaptar o problema para o uso de LMIs e, simultaneamente, possibilitar a imposição de descentralização na estrutura de controle, quando pretende-se projetar dois ou mais controladores simultaneamente.

4.3.3 Descentralização

As desigualdades matriciais (4.35)-(4.36) apresentam não-linearidades nas multiplicações das variáveis matriciais $\mathbf{A}_c$, $\mathbf{B}_c$, $\mathbf{C}_c$ e $\tilde{\mathbf{P}}$, não permitindo que algoritmos de resolução de LMIs sejam aplicados diretamente para a resolução do problema de controle. Entretanto, através de uma mudança de variáveis e de uma nova formulação destas desigualdades pode-se tratar o problema em dois estágios. Cada um desses estágios envolve a solução de um conjunto de LMIs para obtenção das matrizes $\mathbf{A}_c$, $\mathbf{B}_c$ e $\mathbf{C}_c$ do controlador. Além de permitir a aplicação de algoritmos de resolução de LMIs bastante eficientes, para projeto de dois ou mais controladores, esta nova formulação permite a imposição de estruturas bloco

diagonal para as matrizes do controlador, o que resulta fisicamente em um conjunto de controladores descentralizados⁷ e coordenados.

Para simplificar a apresentação desta nova formulação, considere novamente a formulação do problema de controle através da solução das desigualdades matriciais (para obtenção das matrizes $\mathbf{A}_c$, $\mathbf{B}_c$ e $\mathbf{C}_c$):

$$\tilde{\mathbf{P}} > \mathbf{0}, \quad (4.37)$$

$$\tilde{\mathbf{A}}^T \tilde{\mathbf{P}} + \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}} < \mathbf{0}. \quad (4.38)$$

Sendo $\tilde{\mathbf{P}}$ uma matriz simétrica, é possível particioná-la da seguinte maneira:

$$\tilde{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{U} \\ \mathbf{U}^T & \mathbf{X}_c \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{P}}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y} & \mathbf{V} \\ \mathbf{V}^T & \mathbf{Y}_c \end{bmatrix}, \quad (4.39)$$

onde, as matrizes $\mathbf{X}, \mathbf{X}_c, \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_c, \mathbf{U}, \mathbf{V} \in \mathbf{R}^{n \times n}$, sendo que tais matrizes (com exceção de $\mathbf{U}$ e $\mathbf{V}$), são simétricas. Sabendo que $\tilde{\mathbf{A}}$ é a matriz do sistema em malha fechada definida por (4.16) e considerando o particionamento (4.39) é possível obter um novo equacionamento para o problema de controle na forma de desigualdades matriciais (agora com a inclusão das novas variáveis matriciais introduzidas pelo particionamento da matriz $\tilde{\mathbf{P}}$). Considere também a seguinte mudança de variáveis:

$$\mathbf{L} = \mathbf{C}_c \mathbf{V}^T, \quad \mathbf{F} = \mathbf{U} \mathbf{B}_c, \quad \mathbf{M} = \mathbf{V} \mathbf{A}_c^T \mathbf{U}^T \quad (4.40)$$

onde as matrizes $\mathbf{L}, \mathbf{F}$ e $\mathbf{M}$ possuem ordem apropriada. Além disso, define-se também a

matriz de transformação de congruência $\tilde{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y} & \mathbf{I} \\ \mathbf{V}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix}$.

Agora, multiplicando-se as desigualdades matriciais (4.37)-(4.38) na direita por $\tilde{\mathbf{T}}$ e na esquerda por $\tilde{\mathbf{T}}^T$ e desenvolvendo os termos resultantes (lembrando da condição de *rank* dada por $\mathbf{XY} + \mathbf{UV}^T = \mathbf{I}$, obtida pela relação $\tilde{\mathbf{P}}\tilde{\mathbf{P}}^{-1} = \mathbf{I}$) com a inclusão das novas variáveis

---

⁷ Ressalta-se que a descentralização é outro requisito prático bastante importante para o problema de amortecimento em sistemas de potência, tendo em vista que a distância física entre os geradores de tais sistemas cria severas dificuldades técnicas para a implementação de um controle centralizado.

matriciais definidas por (4.40), encontra-se uma nova formulação para o problema de controle, a qual consiste em encontrar matrizes simétricas $\mathbf{X}, \mathbf{Y} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ e matrizes $\mathbf{L} \in \mathbf{R}^{p \times n}$, $\mathbf{F} \in \mathbf{R}^{n \times q}$ e $\mathbf{M} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ de tal forma que as desigualdades matriciais

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \mathbf{X} \end{bmatrix} > \mathbf{0} \quad (4.41)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{Z} + \mathbf{M} \\ \mathbf{Z}^T + \mathbf{M}^T & \mathbf{G} \end{bmatrix} > \mathbf{0} \quad (4.42)$$

sejam satisfeitas. Sendo que:

$$\mathbf{H} = \mathbf{A}\mathbf{Y} + \mathbf{Y}\mathbf{A}^T + \mathbf{B}\mathbf{L} + \mathbf{L}^T\mathbf{B}^T, \quad (4.43)$$

$$\mathbf{G} = \mathbf{A}^T\mathbf{X} + \mathbf{X}\mathbf{A} + \mathbf{F}\mathbf{C} + \mathbf{C}^T\mathbf{F}^T, \quad (4.44)$$

$$\mathbf{Z} = \mathbf{A} + \mathbf{Y}\mathbf{A}^T\mathbf{X} + \mathbf{Y}\mathbf{C}^T\mathbf{F}^T + \mathbf{L}^T\mathbf{B}^T\mathbf{X}. \quad (4.45)$$

Uma descrição mais detalhada para a obtenção dessa nova formulação para o problema de controle pode ser encontrada em (OLIVEIRA; GEROMEL; BERNUSSOU, 2000) e (RAMOS et al, 2004). Com as variáveis matriciais calculadas e pela escolha adequada da matriz $\mathbf{V}$ (e, conseqüentemente, para a matriz $\mathbf{U}$), as matrizes do controlador são obtidas por (4.40). No entanto, as desigualdades (4.41)-(4.42) apresentam não-linearidades nas multiplicações que ocorrem em (4.45), entre as variáveis $\mathbf{Y}$ e $\mathbf{X}$, $\mathbf{Y}$ e $\mathbf{F}$, $\mathbf{L}$ e $\mathbf{X}$. Portanto, tais desigualdades são BMIs.

Uma maneira utilizada para transformar (4.41)-(4.42) num conjunto de LMIs é a eliminação das não-lineares atribuídas ao termo $\mathbf{Z}$ através da escolha $\mathbf{M} = -\mathbf{Z}$. O conjunto de LMIs resultante pode ser resolvido de modo que a matriz $\mathbf{C}_c$ e as matrizes $\mathbf{A}_c$ e $\mathbf{B}_c$ sejam projetadas de maneira independente. Isso ocorre porque, definindo $\mathbf{M} = -\mathbf{Z}$, (4.42) se transforma em:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G} \end{bmatrix} < \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{H} < \mathbf{0}, \mathbf{G} < \mathbf{0}. \quad (4.46)$$

Assim, pela solução da LMI $\mathbf{H} < \mathbf{0}$ obtém-se as variáveis matriciais $\mathbf{Y}$ e $\mathbf{L}$ e, portanto, por (4.40) encontra-se $\mathbf{C}_c$. Já pela solução da LMI $\mathbf{G} < \mathbf{0}$ encontram-se as variáveis matriciais $\mathbf{X}$ e $\mathbf{F}$. A matriz $\mathbf{F}$ é utilizada para o cálculo da matriz $\mathbf{B}_c$ e as matrizes $\mathbf{Y}$, $\mathbf{L}$, $\mathbf{X}$ e $\mathbf{Y}$ determinam a matriz $\mathbf{M}$, que por sua vez, faz parte do cálculo para obtenção da matriz $\mathbf{A}_c$.

Entretanto, com $\mathbf{M} = -\mathbf{Z}$, não é possível adotar uma estrutura bloco diagonal (e, portanto, descentralizada) para a matriz $\mathbf{A}_c$. Isso ocorre porque a condição $\mathbf{M} = -\mathbf{Z}$ impõe que a estrutura da matriz $\mathbf{A}_c$ seja dependente da estrutura da matriz de estados $\mathbf{A}$, a qual não apresenta uma estrutura na forma bloco diagonal. Além disso, como a matriz $\mathbf{A}_c$ é dependente da matriz $\mathbf{A}$, não é possível projetar um controlador robusto a partir de um modelo politópico.

Como alternativa para solucionar esses problemas propõe-se em (OLIVEIRA; GEROMEL; BERNUSSOU, 2000) uma nova formulação para o problema de controle, por meio da solução de um conjunto de LMIs, que possibilita a escolha de estruturas particulares (na forma bloco diagonal) para os controladores e, portanto, atende ao requisito de descentralização. Tal formulação satisfaz também o requisito de estabilidade robusta através de um modelo politópico do sistema (discutido na seção 4.3.1) e o requisito de desempenho do controlador, pela imposição de uma taxa de amortecimento mínima para os modos do sistema em malha fechada (discutido na seção anterior). Esse novo conjunto de LMIs é obtido a partir de uma nova parametrização das desigualdades matriciais (4.41) e (4.42). Esta nova parametrização toma como base uma matriz fixa $\mathbf{C}_c = \bar{\mathbf{C}}_c$ e introduz as novas variáveis matriciais

$$\mathbf{P} = \mathbf{Y}^{-1} \quad , \quad \mathbf{S} = \mathbf{Y}^{-1}\mathbf{M} . \quad (4.47)$$

Agora, multiplicando (4.41)-(4.42) na direita e na esquerda por $\mathbf{Y}^{-1}$ e introduzindo as novas variáveis matriciais definidas por (4.47), encontra-se uma nova formulação para o problema de controle que consiste em encontrar matrizes simétricas $\mathbf{X}, \mathbf{P} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ e matrizes $\mathbf{S} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ e $\mathbf{F} \in \mathbf{R}^{n \times q}$ de modo que as LMIs

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{P} \\ \mathbf{P} & \mathbf{X} \end{bmatrix} > \mathbf{0}, \quad (4.48)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \bar{\mathbf{A}} & \mathbf{P} \mathbf{A} + \bar{\mathbf{A}}^T \mathbf{X} + \mathbf{C}^T \mathbf{F}^T + \mathbf{S} \\ \bar{\mathbf{A}}^T \mathbf{P} + \mathbf{X} \bar{\mathbf{A}} + \mathbf{F} \mathbf{C} + \mathbf{S}^T & \mathbf{G} \end{bmatrix} < \mathbf{0}, \quad (4.49)$$

sejam satisfeitas. Sendo

$$\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{A} + \mathbf{B} \bar{\mathbf{C}}_c. \quad (4.50)$$

A solução dessas LMIs fornece as matrizes $\mathbf{X}, \mathbf{P}, \mathbf{S}$ e $\mathbf{F}$, as quais permitem o cálculo das matrizes $\mathbf{A}_c$ e $\mathbf{B}_c$. A formulação (4.48)-(4.49) tem por vantagens possibilitar a inclusão dos critérios de estabilidade robusta e desempenho mínimo dos controladores por meio da modelagem politópica com restrições na forma de posicionamento regional de pólos. Além do mais, as variáveis matriciais podem assumir estruturas particulares na forma bloco-diagonal, possibilitando assim o projeto de controladores descentralizados.

Por outro lado, essa formulação traz como desvantagem a necessidade de se conhecer *a priori* uma matriz $\mathbf{C}_c$. Em (RAMOS et al, 2004) propõe-se encontrar essa matriz por meio da solução do problema de controle por realimentação de estados, que consiste basicamente em encontrar a solução para as LMIs

$$\mathbf{Y} > \mathbf{0}, \quad (4.51)$$

$$\mathbf{A} \mathbf{Y} + \mathbf{Y} \mathbf{A}^T + \mathbf{B} \mathbf{L} + \mathbf{B}^T \mathbf{L}^T < \mathbf{0}, \quad (4.52)$$

nas variáveis matriciais $\mathbf{Y}$ e $\mathbf{L}$, para em seguida, calcular $\mathbf{C}_c = \mathbf{L} \mathbf{Y}^{-1}$.

A partir da formulação de controle dada pelas LMIs (4.48), (4.49), (4.50) e (4.51) e pelas relações (4.40), associadas aos critérios de estabilidade robusta e desempenho mínimo para o controlador, obtém-se o procedimento de projeto de controladores de amortecimento adotado nessa pesquisa. Maiores detalhes referentes ao desenvolvimento desse procedimento podem ser encontrados em (RAMOS et al, 2004) e (OLIVEIRA et al, 2000). Na próxima

seção, é descrito o procedimento de projeto de controladores de amortecimento adotado nessa pesquisa.

4.4 PROCEDIMENTO DE PROJETO

O procedimento de projeto é dividido em três etapas: (i) construção do modelo politópico; (ii) cálculo da matriz de ganho C_c do controlador e; (iii) cálculo das matrizes A_c e B_c que descrevem a dinâmica do controlador. Na sequência dessa seção, cada uma dessas etapas é apresentada com detalhes.

4.4.1 Construção do modelo politópico

Primeiramente, para a construção do modelo politópico, o sistema de potência em estudo deve ser representado por um modelo matemático. Na sequência, devem ser escolhidas algumas condições de operação típicas do sistema para a obtenção das matrizes $\tilde{A}_i$ ($i = 1, \dots, L$) que definem os vértices do modelo politópico. Os passos para a realização dessa etapa são os seguintes:

- (i) Construção do modelo multimáquinas do sistema na forma de espaço de estados

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \text{ e } \mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x});$$

- (ii) escolher L pontos de operação típicos do sistema. Cada ponto de operação consiste essencialmente em determinar (pelo cálculo do fluxo de carga) os

estados e a distribuição dos fluxos de potência para uma condição de carregamento específica. As condições de carregamento são escolhidas através da análise da curva de carga do sistema (referente a um dia de operação, por exemplo) ou pela análise das variações individuais das cargas;

- (iii) linearizar o modelo multimáquinas para cada um dos L pontos de operação escolhidos, tendo como resultado, a obtenção dos sistemas $\dot{\mathbf{x}}(\mathbf{t}) = \mathbf{A}_i \mathbf{x}(\mathbf{t}) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}(\mathbf{t})$ e $\mathbf{y}(\mathbf{t}) = \mathbf{C}_i \mathbf{x}(\mathbf{t})$ para $(i = 1, \dots, L)$. Dessa forma, o modelo politópico é

constituído por $\Omega = \left\{ \tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{a}) : \tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{a}) = \sum_{i=1}^L \mathbf{a}_i \tilde{\mathbf{A}}_i; \sum_{i=1}^L \mathbf{a}_i = \mathbf{1}; \mathbf{a}_i \geq \mathbf{0} \right\}$, sendo

$$\tilde{\mathbf{A}}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_i & \mathbf{B}_i \mathbf{C}_c \\ \mathbf{B}_c \mathbf{C}_i & \mathbf{A}_c \end{bmatrix} \text{ os vértices desse politopo.}$$

4.4.2 Cálculo da matriz de ganho $\mathbf{C}_c$ do controlador

Tendo construído o modelo politópico do sistema, a finalidade das duas etapas seguintes é projetar um controlador por realimentação de saída cuja estrutura é dada pelas matrizes $\mathbf{A}_c$, $\mathbf{B}_c$ e $\mathbf{C}_c$. Tal controlador deve estabilizar o politopo Ω satisfazendo um critério de desempenho definido por um fator de amortecimento mínimo ξ_0 para os pólos do sistema em malha fechada. Nessa etapa de projeto a matriz de ganho $\mathbf{C}_c$ é calculada por meio da solução de um conjunto de LMIs construídas nos vértices do politopo Ω . Essa etapa de projeto pode ser sistematizada da seguinte maneira:

- (i) especificar ζ_0 para o cálculo de $\theta = \text{acos}(\zeta_0)$. Desse modo, define-se a região do plano complexo no qual os pólos das matrizes pertencentes ao politopo Ω devem ser posicionados;
- (ii) tendo em vista um projeto simultâneo de dois ou mais controladores de amortecimento, deve-se especificar o número de controladores (q) que se deseja projetar e suas respectivas dimensões de modo que $\mathbf{d}_1 + \mathbf{d}_2 + \dots + \mathbf{d}_q = \mathbf{n}$, sendo $\mathbf{d}_i$ a dimensão do i -ésimo controlador e $\mathbf{n}$ o número de estados do modelo multimáquinas. Caso o objetivo seja o projeto de apenas um controlador de amortecimento, basta definir $q = 1$ e, então, a ordem de tal controlador será, obrigatoriamente, igual à $\mathbf{n}$. Depois disso, utilizando um software de resolução de LMIs, constroem-se as variáveis matriciais $\mathbf{Y}_D$ e $\mathbf{L}_D$. A matriz $\mathbf{Y}_D$ deve ser simétrica, de dimensão $\mathbf{n} \times \mathbf{n}$. Além disso, ela deve apresentar uma estrutura bloco diagonal (quando forem projetados simultaneamente dois ou mais controladores) da seguinte maneira:

$$\mathbf{Y}_D = \mathbf{Y}_D^T = \text{diag}(\mathbf{Y}_{d_1}, \dots, \mathbf{Y}_{d_q}), \quad (4.51)$$

sendo que, o i -ésimo bloco $\mathbf{Y}_{d_i}$ tem dimensão $\mathbf{d}_i \times \mathbf{d}_i$. Quanto a matriz $\mathbf{L}_D$, ela é retangular de dimensão $q \times \mathbf{n}$, e possui uma estrutura bloco diagonal na forma:

$$\mathbf{L}_D = \text{diag}(\mathbf{L}_{l_1}, \dots, \mathbf{L}_{l_q}) \quad (4.52)$$

sendo que, o i -ésimo bloco $\mathbf{L}_{l_i}$ tem dimensão $1 \times \mathbf{d}_i$ (considerando que cada controlador é constituído por uma única entrada e saída). Vale lembrar que essas matrizes apresentam uma estrutura bloco diagonal para garantir uma estrutura descentralizada para os controladores;

- (iii) agora, as seguintes LMIs devem ser construídas e resolvidas nas variáveis matriciais $\mathbf{Y}_D$ e $\mathbf{L}_D$ (definidas anteriormente):

$$\mathbf{Y}_D > \mathbf{0}, \quad (4.53)$$

$$\begin{bmatrix} \text{sen}\theta(\mathbf{Y}_D \mathbf{A}_i^T + \mathbf{A}_i \mathbf{Y}_D + \mathbf{L}_D^T \mathbf{B}^T + \mathbf{B} \mathbf{L}_D) & \text{cos}\theta(\mathbf{Y}_D \mathbf{A}_i^T - \mathbf{A}_i \mathbf{Y}_D + \mathbf{L}_D^T \mathbf{B}^T - \mathbf{B} \mathbf{L}_D) \\ \text{cos}\theta(-\mathbf{Y}_D \mathbf{A}_i^T + \mathbf{A}_i \mathbf{Y}_D - \mathbf{L}_D^T \mathbf{B}^T + \mathbf{B} \mathbf{L}_D) & \text{sen}\theta(\mathbf{Y}_D \mathbf{A}_i^T + \mathbf{A}_i \mathbf{Y}_D + \mathbf{L}_D^T \mathbf{B}^T + \mathbf{B} \mathbf{L}_D) \end{bmatrix} < \mathbf{0}, \quad (4.54)$$

para $i = 1, \dots, L$;

- (iv) a segunda etapa do procedimento de projeto é concluída pelo cálculo da matriz de ganho $\mathbf{C}_c$ por:

$$\mathbf{C}_c = \mathbf{L}_D \mathbf{Y}_D^{-1} \quad (4.55)$$

Na etapa seguinte, as matrizes que definem a dinâmica do controlador (matrizes $\mathbf{A}_c$ e $\mathbf{B}_c$) são determinadas.

4.4.3 Cálculo das matrizes $\mathbf{A}_c$ e $\mathbf{B}_c$ do controlador

Na terceira etapa de projeto, as matrizes $\mathbf{A}_c$ e $\mathbf{B}_c$ do controlador são calculadas a partir da solução de um novo conjunto de LMIs formulado para os vértices do politopo $\mathbf{\Omega}$. Para isso, as seguintes etapas devem ser executadas:

- (i) sendo $\mathbf{d}_i$ a ordem do i -ésimo controlador (num total de $\mathbf{q}$ controladores), deve-se construir as novas variáveis matriciais $\mathbf{P}_D$, $\mathbf{X}_D$, $\mathbf{F}_D$ e $\mathbf{S}_D$, de dimensão $\mathbf{n} \times \mathbf{n}$, $\mathbf{n} \times \mathbf{n}$, $\mathbf{n} \times \mathbf{q}$ e $\mathbf{n} \times \mathbf{n}$, respectivamente. A estrutura de tais matrizes é a seguinte:

$$\mathbf{P}_D = \mathbf{P}_D^T = \text{diag}(\mathbf{P}_{d_1}, \dots, \mathbf{P}_{d_q}), \quad (4.56)$$

$$\mathbf{X}_D = \mathbf{X}_D^T = \text{diag}(\mathbf{X}_{d_1}, \dots, \mathbf{X}_{d_q}), \quad (4.57)$$

$$\mathbf{F}_D = \text{diag}(\mathbf{F}_{d_1}, \dots, \mathbf{F}_{d_q}), \quad (4.58)$$

$$\mathbf{S}_D = \text{diag}(\mathbf{S}_{d_1}, \dots, \mathbf{S}_{d_q}), \quad (4.59)$$

onde $\mathbf{P}_{d_i}$, $\mathbf{X}_{d_i}$, $\mathbf{F}_{d_i}$ e $\mathbf{S}_{d_i}$ possuem, respectivamente, dimensão $\mathbf{d}_i \times \mathbf{d}_i$, $\mathbf{d}_i \times \mathbf{d}_i$,

$\mathbf{d}_i \times \mathbf{1}$ e $\mathbf{d}_i \times \mathbf{d}_i$, para $i = 1, \dots, q$;

- (ii) as LMIs (4.60) e (4.61) devem ser formuladas para cada vértice do politopo Ω e resolvidas nas variáveis matriciais $\mathbf{P}_D$, $\mathbf{X}_D$, $\mathbf{F}_D$ e $\mathbf{S}_D$ (recém definidas):

$$\left[\begin{array}{c|c} \mathbf{P}_D & \mathbf{P}_D \\ \hline \mathbf{P}_D & \mathbf{X}_D \end{array} \right] > \mathbf{0}, \quad (4.60)$$

$$\left[\begin{array}{cc|cc} \mathbf{N}_{11} & \mathbf{N}_{12} & \mathbf{N}_{13} & \mathbf{N}_{14} \\ * & \mathbf{N}_{22} & \mathbf{N}_{23} & \mathbf{N}_{24} \\ \hline * & * & \mathbf{N}_{33} & \mathbf{N}_{34} \\ * & * & * & \mathbf{N}_{44} \end{array} \right] < \mathbf{0}, \quad (4.61)$$

onde:

$$\mathbf{N}_{11} = \text{sen}\theta (\mathbf{P}_D \bar{\mathbf{A}}_{ki} + \bar{\mathbf{A}}_{ki}^T \mathbf{P}_D), \quad (4.62)$$

$$\mathbf{N}_{12} = \text{sen}\theta (\mathbf{P}_D \mathbf{A}_i + \bar{\mathbf{A}}_{ki}^T \mathbf{X}_D + \mathbf{C}^T \mathbf{F}_D^T + \mathbf{S}_D), \quad (4.63)$$

$$\mathbf{N}_{13} = \text{cos}\theta (\bar{\mathbf{A}}_{ki}^T \mathbf{P}_D - \mathbf{P}_D \bar{\mathbf{A}}_{ki}), \quad (4.64)$$

$$\mathbf{N}_{14} = \text{cos}\theta (-\mathbf{P}_D \mathbf{A}_i + \bar{\mathbf{A}}_{ki}^T \mathbf{X}_D + \mathbf{C}^T \mathbf{F}_D^T + \mathbf{S}_D), \quad (4.65)$$

$$\mathbf{N}_{22} = \text{sen}\theta (\mathbf{X}_D \mathbf{A}_i + \mathbf{A}_i^T \mathbf{X}_D + \mathbf{F}_D \mathbf{C} + \mathbf{C}^T \mathbf{F}_D^T), \quad (4.66)$$

$$\mathbf{N}_{24} = \text{cos}\theta (-\mathbf{X}_D \mathbf{A}_i + \mathbf{A}_i^T \mathbf{X}_D - \mathbf{F}_D \mathbf{C} + \mathbf{C}^T \mathbf{F}_D^T), \quad (4.67)$$

$$\mathbf{N}_{23} = \mathbf{N}_{14}^T, \mathbf{N}_{33} = \mathbf{N}_{11}, \mathbf{N}_{34} = \mathbf{N}_{12}, \mathbf{N}_{44} = \mathbf{N}_{22}, \quad (4.68)$$

$$\bar{\mathbf{A}}_{ki} = \mathbf{A}_i + \mathbf{B} \mathbf{C}_C, \quad (i = 1, \dots, L). \quad (4.69)$$

(iii) após as matrizes $\mathbf{P}_D$, $\mathbf{X}_D$, $\mathbf{F}_D$ e $\mathbf{S}_D$ serem encontradas, as matrizes $\mathbf{A}_c$ e $\mathbf{B}_c$ são calculadas por:

$$\mathbf{A}_c = \mathbf{U}_D^{-1} \mathbf{M}_D^T \mathbf{P}, \quad (4.70)$$

$$\mathbf{B}_c = \mathbf{U}_D^{-1} \mathbf{F}_D, \quad (4.71)$$

$$\text{onde } \mathbf{M}_D = \mathbf{P}_D^{-1} \mathbf{S} \text{ e } \mathbf{U}_D = \mathbf{P}_D - \mathbf{X}_D.$$

Após a execução dessa última etapa de projeto, as matrizes calculadas $\mathbf{A}_c$, $\mathbf{B}_c$ e $\mathbf{C}_c$ terão uma estrutura bloco diagonal desde que tenha sido realizado um projeto simultâneo de q controladores de amortecimento (devido à estrutura adotada para as variáveis matriciais definidas para o problema de controle). Sendo, portanto,

$$\mathbf{A}_c = \text{diag}(\mathbf{A}_{c_1}, \dots, \mathbf{A}_{c_q}), \quad (4.72)$$

$$\mathbf{B}_c = \text{diag}(\mathbf{B}_{c_1}, \dots, \mathbf{B}_{c_q}), \quad (4.73)$$

$$\mathbf{C}_c = \text{diag}(\mathbf{C}_{c_1}, \dots, \mathbf{C}_{c_q}), \quad (4.74)$$

as matrizes obtidas pelo procedimento de projeto, onde $\mathbf{A}_{c_i}$, $\mathbf{B}_{c_i}$ e $\mathbf{C}_{c_i}$ apresentam, respectivamente, dimensão $\mathbf{d}_i \times \mathbf{d}_i$, $\mathbf{d}_i \times 1$ e $1 \times \mathbf{d}_i$, então, cada controlador de amortecimento pode ser descrito na forma de espaço de estados por:

$$\dot{\mathbf{x}}_{c_i}(\mathbf{t}) = \mathbf{A}_{c_i} \mathbf{x}_{c_i}(\mathbf{t}) + \mathbf{B}_{c_i} \mathbf{y}_i(\mathbf{t}), \quad (4.75)$$

$$\mathbf{u}_i(\mathbf{t}) = \mathbf{C}_{c_i} \mathbf{x}_{c_i}(\mathbf{t}), \quad (4.76)$$

onde $i = 1, \dots, q$ e $\mathbf{x}_{c_i}(\mathbf{t})$, $\mathbf{y}_i(\mathbf{t})$ e $\mathbf{u}_i(\mathbf{t})$ são, respectivamente, o vetor de estados, o sinal de entrada e a ação de controle referentes ao i -ésimo controlador de amortecimento projetado. Tais controladores podem ser colocados na forma de função de transferência zero/pólo/ganho, cuja forma padrão é:

$$\mathbf{H}(s) = \mathbf{K} \frac{(s + z_1)(s + z_2) \dots (s + z_m)}{(s + p_1)(s + p_2) \dots (s + p_n)}. \quad (4.77)$$

A função de transferência de transferência pode ser encontrada calculando-se $\mathbf{H}(s) = \mathbf{C}(\mathbf{sI} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}$. Percebe-se, neste momento, que a estrutura dos controladores representados por (4.77) não é diferente daquela que se utiliza para implementar na prática os controladores projetados por técnicas de controle clássico, como mostra a figura 4.1. Portanto, os controladores de amortecimento propostos nessa seção, sendo representados na forma (4.77), podem ser facilmente implementados pois tal estrutura já está disponível nos painéis dos reguladores de tensão atualmente existentes nas usinas geradores de energia elétrica.

5 TESTES E RESULTADOS

A análise de desempenho dos controladores propostos foi realizada em dois modelos de sistemas de potência bastante utilizados em estudos de estabilidade a pequenas perturbações. O primeiro deles é constituído por 4 geradores e duas áreas conectadas entre si por uma linha de transmissão longa (ou *tie-line*) (KUNDUR, 1994) e (ROGERS, 2000). Os testes e resultados realizados nesse sistema são mostrados na seção 5.1. O segundo sistema teste é composto por 40 barras e 10 geradores e corresponde ao sistema *New England* conectado ao sistema *New York* representado, de maneira equivalente, por apenas um gerador síncrono (ROGERS, 2000). Os testes e resultados realizados nesse sistema são mostrados na seção 5.2.

5.1 SISTEMA TESTE 1: MODELO DE 10 BARRAS E 4 GERADORES

O primeiro sistema teste é constituído por 4 geradores e duas áreas conectadas entre si por uma linha de transmissão longa (ou *tie-line*), como mostra a figura 5.1 (KUNDUR, 1994). Esse sistema, embora fictício, caracteriza de uma maneira bastante adequada os princípios físicos que levam o surgimento dos modos de oscilação local e inter-área. Nesse sistema, o modo inter-área é observável quando existe fluxo de potência ativa entre as áreas

(assim, os geradores 1 e 2, localizados na área 1, oscilam de maneira coerente contra os geradores 3 e 4, localizados na área 2). Caso o modo inter-área não seja devidamente amortecido, ele pode provocar sérias restrições na capacidade de transferência de potência na *tie-line* ou, até mesmo, interrupções na transferência de potências entre as áreas. Para solucionar os eventuais problemas associados ao modo inter-área, um TCSC é instalado na rede de transmissão. O ponto médio da *tie-line* é o local escolhido para a instalação de tal dispositivo. Isso porque, essa linha tem forte influência no modo inter-área que deve ser amortecido (ROGERS, 2000). Além do modo inter-área, dois modos locais estão presentes nesse sistema. Eles são caracterizados por oscilações entre os geradores 1 e 2, na área 1 e, oscilações entre os geradores 3 e 4, na área 2.

Figura 5.1: Diagrama do sistema teste 1.

Com base nessas considerações foram realizados dois testes diferentes: (i) um projeto simultâneo e coordenado de controladores de tipo PSS e um controlador suplementar para o dispositivo TCSC numa situação onde tanto os modos locais, quanto o modo inter-área são instáveis em malha aberta (teste apresentado na seção 5.1.1) e; (ii) projeto de um controlador suplementar para o dispositivo TCSC numa situação onde apenas o modo inter-área é pouco amortecido ou instável em malha aberta e, portanto, não há necessidade de se projetar controladores de tipo PSS (teste apresentado na seção 5.1.2).

O primeiro teste foi realizado por meio de programas computacionais elaborados com o software MATLAB. Esses programas foram desenvolvidos com a finalidade de

determinar a solução do fluxo de carga (para cálculo de pontos de equilíbrio), obtenção de modelos multimáquinas lineares na forma de espaço de estados (para construção do modelo politópico) e análise do desempenho dos controladores projetados através de simulações não-lineares. Além disso, com o auxílio dos algoritmos de resolução presentes no *LMI Control Toolbox* foram elaboradas rotinas no MATLAB para projeto dos controladores propostos pela metodologia apresentada no capítulo anterior. Esse conjunto de atividades teve por finalidade aprimorar a compreensão do aluno em relação à elaboração e construção de modelos matemáticos (não-lineares e lineares) de sistemas de potência, bem como, se familiarizar com os recursos disponíveis no software MATLAB.

O segundo teste foi realizado com auxílio de softwares especializados em estudos de sistemas de potência. São eles: ANAREDE (para solução do fluxo de carga), PACDYN (para obtenção dos modelos multimáquinas lineares na forma de espaço de estados e análise do sistema em malha aberta e malha fechada) e ANATEM (para análise de desempenho do sistema em malha fechada através de simulações não-lineares). Todos esses programas foram desenvolvidos pelo CEPEL (Centro Brasileiro de Pesquisa em Energia Elétrica). Além disso, foram elaboradas rotinas no MATLAB (com o auxílio dos algoritmos de resolução presentes no *LMI Control Toolbox*) para projeto dos controladores propostos.

5.1.1 Projeto simultâneo e coordenado de controladores de tipo PSS e controlador suplementar para o TCSC

Neste primeiro teste, todos os geradores do sistema foram representados pelo modelo de um eixo (descrito na seção 3.1) e equipados com reguladores de tensão representados pelo

modelo de primeira ordem (apresentado na seção 3.2). Os parâmetros das linhas (resistências, indutâncias e capacitâncias) e os parâmetros dos geradores e reguladores de tensão encontram-se também no apêndice A. Ressalta-se que os valores utilizados são encontrados também na referência (KUNDUR, 1994).

Inicialmente, a estabilidade do sistema em malha aberta foi verificada para algumas condições de carregamento. A condição de carregamento, denominada **caso base**, é a seguinte: $P_{L1}=967$ MW, $Q_{L1}=100$ MVar, $P_{L2}=1767$ MW e $Q_{L2}=100$ MVar, sendo o fluxo de potência na *tie-line* igual à 401 MW. Os outros pontos de operação analisados foram obtidos usando-se variações de +10% e -10% nas cargas em relação ao caso base. A demanda total requerida pelo sistema, para cada nível de carregamento, foi distribuída entre os geradores de maneira proporcional à constante de inércia dos mesmos. O valor de regime permanente da reatância do TCSC equivale a uma compensação capacitiva de 40% em relação à reatância indutiva total da linha (sendo essa condição utilizada para todos os pontos de operação considerados). O ângulo do gerador 1 é utilizado como referência angular para o sistema.

Pela análise modal do sistema linear (cálculo dos autovalores) constatou-se que o sistema é instável em todos os pontos de operação considerados, como mostra a figura 5.2. Percebe-se, nessa figura, que tanto os modos locais, quanto o modo inter-área encontram-se no semi-plano direito do plano complexo e, portanto, são instáveis. Assim sendo, controladores de amortecimento devem ser projetados para esse sistema.

O TCSC, instalado no ponto médio da *tie-line*, apresenta pouca influência nos modos locais e, portanto, são previstos também controladores de amortecimento do tipo PSS para um gerador de cada área do sistema com a finalidade de estabilizar os modos locais e, também, contribuir para o amortecimento do modo inter-área, numa operação coordenada com o TCSC.

Figura 5.2: Modos locais e modo inter-área do sistema teste 1 em malha aberta para cinco pontos de operação.

Dois controladores de amortecimento do tipo PSS (para os geradores 2 e 3) e um controlador suplementar para o TCSC foram projetados simultaneamente (pela metodologia apresentada no capítulo anterior) para o sistema. O desvio da velocidade angular ($\Delta \mathbf{w}_i$) dos geradores é utilizado como sinal de entrada para os controladores do tipo PSS. O desvio da potência ativa na *tie-line* é utilizado como sinal de entrada para o controlador suplementar do TCSC. A partir da redução do modelo da rede de transmissão aos nós internos dos geradores e às barras terminais do TCSC (a partir do procedimento apresentado na seção 3.3), uma equação analítica (em função dos estados do sistema) para o fluxo de potência ativa na *tie-line* pode ser encontrada. O projeto simultâneo dos controladores propostos foi realizado executando-se as três etapas de projeto: construção do modelo politópico, cálculo da matriz $\mathbf{C}_C$ e, cálculo das matrizes $\mathbf{A}_C$ e $\mathbf{B}_C$. Primeiramente, deve-se construir o modelo multimáquinas do sistema em estudo. O vetor de estados de tal modelo é dado por:

$$\mathbf{x} = \left[\mathbf{w}_1 \quad \mathbf{E}'_{q1} \quad \mathbf{E}_{FD1} \quad \delta_2 \quad \mathbf{w}_2 \quad \mathbf{E}'_{q2} \quad \mathbf{E}_{FD2} \quad \cdots \quad \delta_4 \quad \mathbf{w}_4 \quad \mathbf{E}'_{q4} \quad \mathbf{E}_{FD4} \quad \mathbf{x}_{csc} \right]^T,$$

sendo que, o ângulo do gerador 1 (δ_1) é utilizado como referência para o modelo do sistema adotado. Para a construção do modelo politópico do sistema teste foram considerados os cinco pontos de operação previamente discutidos. Cada nível de carregamento está associado a uma condição de operação do sistema em regime permanente determinada pela solução do fluxo de carga e pelo cálculo do ponto de equilíbrio do modelo multimáquinas. Os modelos linearizados do sistema, com relação a cada um dos pontos de operação considerados, constituem os vértices do modelo politopo (matrizes $\tilde{\mathbf{A}}_i$, $i = 1, \dots, 5$). A solução do fluxo de carga para o ponto de operação caso base encontra-se no apêndice A.

Como critério de desempenho dos controladores foi imposta, na etapa de projeto, um fator de amortecimento mínimo de 5% ($\zeta_0 = 0,05$) aos modos de oscilação do sistema operando em malha fechada. A ordem dos controladores é dependente da estrutura bloco-diagonal adotada na definição das variáveis matriciais na etapa de projeto (variáveis matriciais $\mathbf{Y}_D$ e $\mathbf{L}_D$, utilizadas para o cálculo da matriz $\mathbf{C}_c$ e variáveis $\mathbf{P}_D$, $\mathbf{X}_D$, $\mathbf{F}_D$ e $\mathbf{S}_D$, utilizadas para o cálculo das matrizes $\mathbf{A}_c$ e $\mathbf{B}_c$). Os controladores de amortecimento do tipo PSS projetados para os geradores 2 e 3 são de ordem 7 e 6, respectivamente. O controlador suplementar do TCSC é de ordem 3. O solver *feasp*, disponível no *Matlab LMI Control Toolbox* (GAHINET et al, 1995) foi utilizado para resolver o conjunto de LMIs formulado para o problema de controle. O conjunto de LMIs foi resolvido por um computador equipado com um processador AMD 3200 2.2 GHz e 512 MB de RAM em, aproximadamente, 4min e 45 segundos. Sendo encontradas as matrizes $\mathbf{A}_c$, $\mathbf{B}_c$ e $\mathbf{C}_c$, elas definem completamente a estrutura dos controladores projetados. As funções de transferência dos controladores são mostradas no Apêndice A. Pelo conhecimento das matrizes $\mathbf{A}_c$, $\mathbf{B}_c$ e $\mathbf{C}_c$ é possível analisar os autovalores do sistema em malha fechada (matrizes $\tilde{\mathbf{A}}_i$) nas condições de operação adotadas (e para condições de operação intermediárias, com o intuito de verificar a robustez dos controladores). A figura 5.3 ilustra os modos eletromecânicos do sistema em malha fechada

para os cinco pontos de operação utilizados como vértices do modelo politópico. A análise do desempenho dos controladores foi verificada também através de simulações não-lineares do sistema. As figuras 5.4 e 5.5 mostram, respectivamente, a resposta não-linear do ângulo do rotor dos geradores e a reatância equivalente do TCSC na condição de operação base. A perturbação utilizada para excitar os modos de oscilação pela simulação não-linear do sistema foi um curto-circuito de 32ms no barramento 9 no instante $t = 2$ s. Em $t = 2.032$ s o curto-circuito é eliminado e as condições de operação pré-falta são, então, restabelecidas.

Figura 5.3: Modos locais e modo inter-área do sistema teste 1 em malha fechada para cinco pontos de operação.

Figura 5.4: Operação do sistema teste 1 em malha fechada com os controladores projetados.

Figura 5.5: Resposta da reatância equivalente do TCSC para o sistema teste 1.

Os controladores robustos apresentaram um desempenho satisfatório para a condição

de operação considerada na simulação não-linear, como pode ser visto pela figura 5.4. O desempenho dos controladores foi verificado também para pontos de operação intermediários, onde variações de $\pm 2\%$ e $\pm 7\%$ foram adotadas. Para todos esses casos, os controladores apresentaram um desempenho superior ao mínimo especificado na fase de projeto. Para finalizar é interessante comentar que dois artigos referentes aos resultados apresentados nessa seção foram recentemente publicados nos anais dos congressos General Meeting 2006 (KUIAVA et al, 2006a) e no XVI Congresso Brasileiro de Automática (KUIAVA et al, 2006b).

5.1.2 Projeto de um controlador suplementar para apenas o TCSC operando no sistema

No segundo teste, a idéia é investigar a aplicação da metodologia para projeto de um controlador suplementar para o dispositivo TCSC com a finalidade de fornecer amortecimento as oscilações de modo inter-área (sem, portanto, o auxílio de controladores de tipo PSS). Para isso, todos os geradores do sistema foram representados pelo modelo de sexta ordem, descrito na seção 3.1, com o modelo de primeira ordem do regulador automático de tensão. Os parâmetros das linhas (resistências, indutâncias e capacitâncias) e os parâmetros dos geradores são os mesmos utilizados no teste anterior e mostrados no Apêndice A. Seguindo a mesma seqüência de análise realizada anteriormente, a estabilidade do sistema em malha aberta foi verificada para algumas condições de carregamento. A condição de carregamento **caso base** continua sendo a seguinte: $P_{L1}=967$ MW, $Q_{L1}=100$ MVar, $P_{L2}=1767$ MW e $Q_{L2}=100$ MVar, sendo o fluxo de potência na *tie-line* igual à 401 MW. Os pontos de

operação obtidos por variações de $\pm 10\%$ das cargas em relação ao caso base são novamente utilizados nesse teste. O ângulo do gerador 3 é utilizado como referência angular para o sistema. O valor de regime permanente da reatância equivalente do TCSC equivale a uma compensação capacitiva de 40% em relação à reatância indutiva total da linha. A figura 5.6 mostra os modos locais e o modo inter-área do sistema em malha aberta para os cinco pontos de operação considerados.

Figura 5.6: Modos locais e modo inter-área do sistema teste 1 em malha aberta para cinco pontos de operação.

Essa figura mostra que o sistema em malha aberta apresenta os modos locais adequadamente amortecidos (o que corresponde a uma taxa de amortecimento superior a 5%) e o modo inter-área pouco amortecido para o caso base e para os vértices 3, 4 e 5. Este modo inter-área é instável para o vértice 2. Comparando essa análise com aquela realizada no teste anterior (com relação ao sistema em malha aberta), observa-se que os geradores representados pelo modelo de sexta ordem apresentam dinâmicas que influenciam positivamente para o amortecimento dos modos de oscilação do sistema (sendo este, portanto, um modelo de

máquina síncrona menos conservador que o modelo de um eixo). Como não há necessidade de fornecer amortecimento adicional aos modos locais, não foram projetados controladores de tipo PSS para esse sistema. Assim, apenas o controlador suplementar do TCSC foi projetado de acordo com o procedimento descrito no capítulo anterior para amortecer o modo inter-área.

O desvio do fluxo de potência ativa na *tie-line* foi utilizado como sinal de entrada para o controlador suplementar. Um filtro *washout* com uma constante de tempo igual a 4 segundos foi adicionado ao controlador na etapa de projeto. Tal filtro *washout* foi incluído entre o sinal do desvio do fluxo de potência ativa na *tie-line* e a estrutura do controlador suplementar. Os cinco pontos de operação utilizados na análise do sistema em malha aberta foram também usados como vértices na construção do modelo politópico. Como critério de desempenho dos controladores foi imposta, na etapa de projeto, um fator de amortecimento mínimo de 5% ($\zeta_0 = 0,05$) aos modos de oscilação do sistema operando em malha fechada. Novamente, o solver *feasp*, disponível no *Matlab LMI Control Toolbox* foi utilizado para resolver o conjunto de LMIs formulado para o problema de controle. O conjunto de LMIs foi resolvido por um computador equipado com um processador AMD 3200 2.2 GHz e 512 MB de RAM em, aproximadamente, 1h e 15min.

O modelo do sistema de potência tem 29 variáveis de estado (sendo uma das variáveis de estado referente ao filtro *washout*). Como uma de suas desvantagens, a metodologia proposta impõe que a estrutura do controlador suplementar tenha dimensão igual ao modelo do sistema, o que nesse caso significa que a ordem do controlador projetado é 29. Na prática é difícil (e indesejável) a implementação de controladores de ordem muito elevada e, por essa razão, é de vital importância que os controladores projetados pela metodologia proposta possam ter dimensões reduzidas. Esse objetivo foi alcançado, nessa pesquisa, combinando-se o procedimento de projeto proposto com uma etapa de redução da ordem do modelo. Após terem sido concluídas as etapas correspondentes ao projeto do controlador de

ordem elevada, o método de truncamento balanceado (PAL; CHAUDHURI, 2005) foi aplicado ao modelo do controlador, reduzindo a dimensão deste (originalmente igual a 29) para um controlador de ordem 4.

A inclusão de uma etapa de redução da ordem do modelo requer uma verificação *a posteriori* da eficácia do controlador resultante. Tal validação foi realizada por meio da comparação das respostas em frequência dos controladores de ordem completa e reduzida, como mostra a figura 5.7, e pela análise de estabilidade quadrática com a inclusão de restrições na forma de posicionamento regional de pólos (formulação 4.35-4.36) utilizando-se o modelo politópico adotado na etapa de projeto. Percebe-se pela figura 5.7 que a redução da ordem do controlador suplementar não afetou significativamente a resposta em frequência do controlador obtido pelo procedimento de projeto na faixa de frequências de interesse. A função de transferência do controlador suplementar do TCSC de ordem reduzida com o filtro *washout* é apresentada no apêndice A. Todas as análises do sistema em malha fechada foram realizadas usando-se o controlador de ordem reduzida.

Os modos locais e o modo inter-área do sistema em malha fechada para os cinco pontos de operação usados como vértices do modelo politópico são mostrados na figura 5.7. Essa figura mostra que a taxa de amortecimento do modo inter-área é superior ao índice de desempenho mínimo especificado na etapa de projeto para todos os vértices do modelo politópico. Além disso, comparando os autovalores do sistema em malha aberta (figura 5.6) com os autovalores do sistema em malha (figura 5.8) percebe-se que o dispositivo TCSC teve pouca influência no amortecimento dos modos locais. Isso comprova a necessidade de se utilizar controladores de amortecimento de tipo PSS para estabilização dos modos locais referentes ao teste apresentado na seção anterior.

Figura 5.7: Comparação da resposta em frequência dos controladores de ordem completa e ordem reduzida.

Figura 5.8: Modos locais e modo inter-área do sistema teste 1 em malha fechada para cinco pontos de operação.

Os resultados da simulação não-linear para o caso base com o controlador suplementar do TCSC projetado são mostrados nas figuras 5.9, 5.10 e 5.11. Estas simulações foram realizadas para validar os resultados obtidos pelas análises lineares. A perturbação

utilizada para excitar os modos de oscilação é uma variação de 10% em ambas cargas no tempo $t = 2\text{s}$ e após 0.5s o sistema retorna ao caso original. O TCSC foi restringido a operar apenas numa faixa que compreende 0.01 a 0.1 pu de reatância equivalente capacitiva do dispositivo.

Figura 5.9: Fluxo de potência ativa na *tie-line* para o sistema teste 1.

Figura 5.10: Resposta da reatância equivalente do TCSC para o sistema teste 1.

Figura 5.11: Operação do sistema em malha fechada com o controlador suplementar projetado.

O controlador apresentou robustez e desempenho satisfatório para a condição de operação considerada na simulação não-linear e para os demais pontos de operação usados como vértices do modelo politópico, como pode ser visto pelas figuras 5.8, 5.9 e 5.11. Assim como no teste anterior, o desempenho do controlador foi verificado também para pontos de operação intermediários. Para todos esses casos, os controladores apresentaram um desempenho superior ao mínimo especificado na fase de projeto. Para finalizar, é importante comentar que um artigo referente aos resultados apresentados nessa seção foi recentemente aceito para apresentação no congresso General Meeting 2007, que deverá ocorrer entre os dias 24 e 28 de junho.

5.2 SISTEMA TESTE 2: MODELO DE 40 BARRAS E 10 GERADORES

O segundo sistema teste é composto por 40 barras e 10 geradores, como pode ser visto pelo diagrama unifilar ilustrado na figura 5.12. Ele representa o sistema *New England* (área 1) conectado ao sistema *New York* (área 2), sendo este, representado de maneira equivalente pelo gerador 10 (ROGERS, 2000). O intercâmbio de potência entre as áreas ocorre por meio das linhas #39-9 e #39-40. A escolha de tal sistema teve por finalidade investigar a aplicabilidade da metodologia para projeto de controladores suplementares para o TCSC operando em sistemas de grande porte. As análises realizadas nesse sistema foram feitas com auxílio dos softwares ANAREDE, PACDYN e ANATEM, para as mesmas finalidades já discutidas anteriormente, em conjunto com os algoritmos presentes no *LMI Control Toolbox* para projeto dos controladores propostos.

Todos os geradores do sistema foram representados pelo modelo de 6ª ordem, descrito na seção 3.1, e não há reguladores automáticos de tensão adicionados a eles. O conjunto completo de dados utilizados para esse sistema é fornecido no apêndice B. As análises de autovalores e dos fatores de participação (PAL; CHAUDHURI, 2005) de cada gerador do sistema nos modos de oscilação de interesse mostraram a presença de oito modos de oscilação, cada um deles envolvendo apenas alguns geradores do sistema, na faixa de frequências dos modos locais, e um modo de oscilação inter-área envolvendo os geradores de ambas as áreas. Para tal análise, o ângulo do gerador 10 foi considerado como referência para o sistema. Um dispositivo TCSC foi instalado na linha #39-40 com a finalidade de aumentar a capacidade de intercâmbio de potência ativa entre as áreas e fornecer amortecimento ao modo inter-área presente nesse sistema, como mostra a figura 5.12.

Figura 5.12: Diagrama do sistema teste 2.

Os valores das cargas do sistema e a solução completa do fluxo de carga para a condição de operação definida como **caso base** são fornecidos no apêndice B. Tal condição de operação apresenta um intercâmbio de potência ativa da área 2 para a área 1 de 471.5 MW (valor calculado pela soma dos fluxos de potência ativa das linhas #39-9 e #39-40). Os outros pontos de operação analisados foram obtidos por meio de alterações nas cargas do sistema que resultassem em variações de, aproximadamente, +10% e -10% no intercâmbio de potência ativa entre as áreas em relação ao caso base. Essa escolha foi adotada tendo em vista que o TCSC deve amortecer as oscilações no fluxo de potência ativa em tais linhas (e, conseqüentemente, amortecer o modo de oscilação inter-área).

Dessa forma, as variações no intercâmbio de potência ativa entre as áreas podem representar um bom indicativo para a obtenção de um controlador suplementar que ofereça robustez e desempenho satisfatório em malha fechada. A solução do fluxo de carga de cada

um dos pontos de operação analisados é fornecida no apêndice B. O valor de regime permanente da reatância equivalente do TCSC equivale a uma compensação capacitiva de 40% em relação à reatância indutiva total da linha. O ângulo do gerador 10 é utilizado como referência angular para o sistema. A figura 5.13 mostra os modos locais e modo inter-área do sistema em malha aberta nos três pontos de operação considerados.

Essa figura mostra que o sistema em malha aberta apresenta os oito modos locais adequadamente amortecidos (ou seja, com uma taxa de amortecimento superior a 5%) e modo inter-área pouco amortecido para os três casos analisados. Portanto, um controlador suplementar para o TCSC foi projetado de acordo com o procedimento descrito no capítulo anterior com a finalidade de fornecer amortecimento ao modo inter-área.

O desvio do fluxo de potência ativa da linha #39-40 (sendo este, portanto, um sinal medido localmente) foi utilizado como sinal de entrada para o controlador suplementar. Um filtro *washout* com uma constante de tempo igual a 4 segundos foi adicionado ao controlador. Os três pontos de operação utilizados na análise do sistema em malha aberta foram também usados como vértices na construção do modelo politópico. Foi imposta na etapa de projeto um fator de amortecimento mínimo de 5% ($\zeta_0 = 0,05$) aos modos de oscilação do sistema operando em malha fechada. Novamente, o solver *feasp*, disponível no *Matlab LMI Control Toolbox* foi utilizado para resolver o conjunto de LMIs formulado para o problema de controle. O conjunto de LMIs foi resolvido por um computador equipado com um processador AMD 3200 2.2 GHz e 512 MB de RAM em, aproximadamente, 30hs e 20min.

O modelo do sistema de potência tem 61 variáveis de estado (e, portanto, o controlador suplementar resultante é também de ordem 61). Assim, com a finalidade de se obter um controlador suplementar de ordem reduzida, depois de concluída as etapas correspondentes ao projeto do controlador de ordem elevada, o método de truncamento balanceado foi aplicado ao modelo do controlador, reduzindo a dimensão deste para um

controlador de ordem 6.

Figura 5.13: Modos locais e modo inter-área do sistema em malha aberta para três condições de operação.

Assim como no teste anterior, a validação do controlador de ordem reduzida foi realizada por meio da comparação da sua resposta em frequência com a resposta em frequência do controlador de ordem completa, como mostra a figura 5.14, e pela análise de estabilidade quadrática com a inclusão de restrições na forma de posicionamento regional de pólos (formulação 4.35-4.36) utilizando-se o modelo politópico adotado na etapa de projeto. Percebe-se pela figura 5.14 que a redução da ordem do controlador suplementar não afetou significativamente a resposta em frequência do controlador obtido pelo procedimento de projeto na faixa de frequências de interesse. A função de transferência do controlador suplementar do TCSC de ordem reduzida com o filtro *washout* é apresentada no apêndice B.

Os modos locais e o modo inter-área do sistema em malha fechada para os três pontos de operação usados como vértices do modelo politópico são mostrados na figura 5.15.

Essa figura mostra que o dispositivo TCSC teve pouca influência no amortecimento dos modos locais mas, por outro lado, a taxa de amortecimento do modo inter-área é superior ao índice de desempenho mínimo especificado na etapa de projeto para todos os vértices do modelo politópico.

Figura 5.14: Comparação entre as respostas em frequência dos controladores de ordem completa e reduzida.

Os resultados da simulação não-linear para o caso base com o controlador suplementar do TCSC projetado são mostrados nas figuras 5.16, 5.17, 5.18 e 5.19. O TCSC foi restringido a operar apenas numa faixa que compreende 0.001 a 0.022 pu de reatância equivalente capacitiva do dispositivo. Foi utilizada uma perturbação de carga da seguinte maneira: no tempo $t = 2$ s variações de -50MW, +150MW, +72MW, +81MW nas cargas das barras 4, 12, 18, 26, respectivamente, e após 0,5s o sistema retorna a operação caso base.

Figura 5.15: Modos locais e modo inter-área do sistema em malha fechada para três pontos de operação.

Os resultados mostram que os fluxos de potência ativa em ambas as linhas de intercâmbio entre as áreas do sistema foram devidamente amortecimento pelo TCSC. Além disso, o ângulo do rotor de todos os geradores apresentam uma resposta transitória satisfatoriamente amortecida (comparando-se com a resposta destes ângulos com o sistema em malha aberta).

Figura 5.16: Resposta do fluxo de potência ativa nas linhas de interconexão entre as áreas.

Figura 5.17: Resposta da reatância equivalente do TCSC para o sistema teste 2.

Ângulo do rotor dos geradores 1-6

--- malha aberta   — malha fechada

Figura 5.18: Resposta do ângulo do rotor dos geradores 1-6 do sistema teste 2.

Ângulo do rotor dos geradores 7-9

Figura 5.19: Resposta do ângulo do rotor dos geradores 7-9.

6 CONCLUSÕES

Neste texto foi apresentada uma metodologia de projeto de controladores de amortecimento para sistemas de potência. Tal metodologia, originalmente empregada para projeto de apenas controladores de amortecimento do tipo PSS, foi novamente embasada com a finalidade de analisar tanto o projeto simultâneo de controladores do tipo PSS e de controladores suplementares de dispositivo TCSC, como também, o projeto de apenas controladores suplementares.

Os testes foram realizados em dois sistemas de potência bastante utilizados para estudos de estabilidade a pequenas perturbações. Para o projeto simultâneo dos controladores propostos (seção 5.1.1), o requisito de descentralização é atendido através de uma estrutura bloco-diagonal definida para as variáveis matriciais presentes na formulação do problema de controle por meio de um conjunto de LMIs. Os resultados apresentados na seção 5.1.1 mostram que é possível projetar simultaneamente controladores de tipo PSS e controladores suplementares para TCSC pela metodologia de projeto adotada. Isso se mostra promissor em aplicações onde a coordenação dos controladores seja crítica para o desempenho do sistema em malha fechada como um todo, pois um projeto coordenado feito de maneira simultânea tende a fornecer melhores resultados do que um projeto em que os controladores sejam projetados individualmente de maneira seqüencial.

Vale ressaltar ainda que a aplicação desta técnica em tais situações não exigiria substituição de controladores nem alterações significativas nas estruturas de controle já

disponíveis nas unidades de geração e nos dispositivos FACTS atuais, dado que os controladores fornecidos pela técnica proposta mantêm a estrutura de controle tipicamente utilizada na prática. Dessa forma, um reajuste nos parâmetros dos controladores já existentes seria suficiente para a implementação dos resultados da técnica proposta.

Para os demais testes não houve a necessidade de se utilizar estruturas particulares para as variáveis matriciais do problema de controle tendo em vista que apenas um controlador suplementar individual era projetado. Nestes casos, o problema consistiu na obtenção de controladores suplementares de ordem muito elevada, sendo esta, uma característica bastante indesejável para aplicações práticas. Para resolver esse problema, este trabalho propôs uma extensão da metodologia de projeto ao combiná-la com uma técnica bastante usual de redução de ordem do modelo. A inclusão dessa etapa de projeto mostrou-se bastante adequada para o propósito de se projetar controladores suplementares de maneira individual.

Outro problema enfrentado durante a pesquisa está relacionada com a dificuldade de se trabalhar com modelos de ordem muito elevada por meio de LMIs. O projeto do controlador suplementar para o sistema de 40 barras e 10 geradores consumiu um tempo de processamento de mais de 30 horas. Além disso, não foram considerados reguladores automáticos de tensão na modelagem multimáquinas do sistema. A inclusão dessas dinâmicas adicionais faria o modelo do sistema aumentar em, pelo menos, dez variáveis de estado, o que poderia acarretar em problemas de memória durante o processamento (lembrando que o computador disponível para o projeto dos controladores é equipado com 512mb).

Uma das possibilidades encontradas na literatura para tratar esse problema é o uso de técnicas de redução da ordem do modelo do sistema de potência. Essa é uma abordagem de grande interesse para o grupo de pesquisa no qual esse trabalho foi realizado. A partir de um estudo de redução da ordem do modelo do sistema de potência e tendo disponíveis os

softwares especializados em análise de sistemas de potência ANAREDE, PACDYN e ANATEM estarão abertas as possibilidades de se trabalhar diretamente com o projeto de controladores suplementares de dispositivos FACTS e controladores de tipo PSS (a partir de diferentes abordagens e metodologias atualmente sendo desenvolvidas pelo grupo) para sistemas de grande porte, tais como, o sistema brasileiro e o sistema europeu.

BIBLIOGRAFIA

- ANDERSON, P. M.; FOUAD, A. A. **Power system control and stability**. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1994.
- BARMISH, B. R. **Necessary and sufficient conditions for quadratic stabilizability of an uncertain system**. *Journal of optimization theory and applications* 46(4): 399-408, 1985.
- BAZANELLA, A. S.; FISCHMAN, A.; SILVA, A. S. **Coordinated robust controllers in power systems**, *IEEE power tech*, 1995.
- BOMFIM, A. L. B.; TARANTO, G. N.; FALCÃO, D. M. **Simultaneous tuning of power system damping controllers using genetic algorithms**, *IEEE transactions on power systems*, vol. 15, n.1, pp. 163-169, 2000.
- BOYD, S. et al. **Linear matrix inequalities in system and control theory**. Philadelphia, PA: SIAM 1994.
- CEPEL, Centro de Pesquisas de Energia Elétrica. Rio de Janeiro, RJ, 2002. **PACDYN - Manual do Usuário**. Disponível em: <<http://www.pacdyn.cepel.br>> Acesso em 21 jan.2007.
- CEPEL, Centro de Pesquisas de Energia Elétrica. Rio de Janeiro, RJ, 2005. **ANATEM - Manual do Usuário**.
- CHEN, C. T. **Linear system theory and design**. New York, NY: Oxford University Press, 1999.
- CHIALI, M.; GAHINET, P.; APKARIAN, P. **Robust pole placement in LMI regions**. *IEEE transactions on automatic control*, vol. 44, n.12, pp. 2257-2270, December 1999.
- CHUANJIANG Z. et al. **Robust power system stabilizer design using H_{∞} loop shaping approach**. *IEEE transactions on power systems*, vol. 18, n.2, pp. 810-818, 2003.
- DANESHPOOY, A.; GOLE, A. M. **Frequency response of the thyristor controlled series capacitor**, *IEEE transactions on power delivery*, vol. 16, n. 1, pp. 53 – 58, 2001.
- DEL ROSSO, A. D.; CANIZARES C. A.; DONA, V. M. **A study of TCSC controller design for power system stability improvement**, *IEEE transactions on power systems*, vol. 18, n. 4, pp. 1487 – 1496, 2003.
- DEL ROSSO, A. D. et al. **Stability improvement using TCSC in radial power systems**. NAPS, Waterloo, October, 2000.
- DEMELLO, F. P.; CONCORDIA, C. **Concepts of synchronous machine stability as affected by excitation control**, *IEEE transactions on power apparatus and systems*, PAS-88(4), pp. 316-329, 1969.

FAN, L.; FELIACHI, A.; SHODER, K. **Selection and design of a TCSC control signal in damping power system inter-area oscillations for multiple operating conditions.** *Electric power systems research*, pp. 127-137, 2002.

FISCHMAN, A. et al. **Application of linear matrix inequalities to the design of robust coordinated controllers in power systems**, *2nd IFAC Symposium on robust control design*, 1997.

GAHINET, P. et al. **LMI control toolbox user's guide**. Natick, MA: The Mathworks Inc, 1995.

GAMA, C. **Brazilian north-south interconnection control-application and operating experience with a TCSC.** *IEEE power engineering society winter meeting*, vol.2, pp. 1103-1108, July 1999.

GAMA, C. A. **Utilização de equipamentos com tecnologia FACTS (Flexible AC Transmission Systems) em sistemas de potência – compensação série controlada.** 1994. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1994.

GIBBARD, M. J. et al. **Recent applications of linear analysis techniques.** *IEEE transactions power systems*, vol. 16, n.1, pp. 154 – 162, 2001.

GOMES, S.; MARTINS, N.; PORTELA, C. **Computing small-signal stability boundaries for large-scale power systems.** *IEEE transactions on power systems*, vol. 18, n.2, pp. 747-752, 2003.

HANDSCHIN, E.; SCHNURR, N.; WELLSSOW, W. H. **Damping potential of FACTS devices in the European power system.** *IEEE Power Engineering Society General Meeting*, vol. 4, July 2003.

HEFFRON, W. G.; PHILLIPS, R. A. **Effect of a modern amplitude voltage regulator on underexcited operation of large turbine generators.** *AIEE transactions on power apparatus and systems*, v.71, pp. 692-697, August, 1952.

HINGORANI, N. G.; GYUGYI, L. **Understanding FACTS: concepts and technology of flexible AC transmission systems.** New York: IEEE Press, 2000.

IRAVANI, M. R. **Coupling phenomenon of torsional modes.** *IEEE transactions on power systems*, vol. 4, n.3, pp. 881-888, 1989.

ISHIMARU, M., et al. **Allocation and design of robust TCSC controllers based on power system stability index.** *IEEE power engineering society winter meeting*, vol.1, n.1, pp. 573-578, 2002.

JIANBO, G., et al. **Chengxian 220kV thyristor controlled series compensation: parameters design, control & overvoltage protection.** *IEEE transmission and distribution conference and exhibition: Asia and Pacific*, August 2005.

KUIAVA, R. et al. **Simultaneous coordinated design of PSS and TCSC damping controller for power systems.** *IEEE power engineering society general meeting*, June 2006(a).

_____. **Projeto simultâneo e coordenado de controladores de amortecimento do tipo PSS e TCSC para sistemas elétricos de potência.** *Congresso brasileiro de automática*, Outubro, 2006(b).

KUNDUR, P. et al. **Definition and classification of power system stability.** *IEEE transactions on power systems*, vol. 19, n.2, pp. 1387-1401, 2004.

KUNDUR, P. **Power system stability and control.** New York: McGraw-Hill, 1994.

LARSEN, E. V.; SWANN, D. A. **Applying power systems stabilizers, parts i, ii, iii.** *AIEE transactions on power apparatus and systems*, PAS-100(6): 3017-3046, 1981.

MARTINS, N.; LIMA, L. T. G.; PINTO, H. J. C. P. **Computing dominant poles of power system transfer functions.** *IEEE transactions on power systems*, vol. 11, n.1, pp. 162-170, 1996.

NOBLE, B.; DANIEL, J. W. **Applied linear algebra.** New York, NY: Prentice-Hall, 1986.

OLIVEIRA, M. C.; GEROMEL, J. C.; BERNUSSOU, J. **Design of dynamic output feedback decentralized controllers via a separation procedure.** *International journal of control*, vol. 73, n.5, pp. 371-381, 2000.

PADIYAR, K. R. **Power system dynamics: stability and control.** New York: John Wiley & Sons, 1996.

PAL, B.; CHAUDHURI, B. **Robust control in power systems.** New York, NY: Springer Science+Business Media, 2005.

PASERBA, J. J. **How FACTS controllers benefit AC transmission systems.** *IEEE power engineering society general meeting*, Vol.2, pp. 1257 – 1262, 6-10, 2004.

POURBEIK, P.; GIBBARD, M. J.; VOWLES, D. J. **Proof of the equivalence of residues and induced torque coefficients for use in the calculation of eigenvalue shifts.** *IEEE Power engineering review*, vol. 22, n.1, pp. 58-60, 2002.

POURBEIK, P.; GIBBARD, M. J. **Damping and synchronizing torques induced on generators by FACTS stabilizers in multimachine power systems.** *IEEE transactions on power systems*, vol. 11, n.4, pp. 1920-1925, 1996.

RAMOS, R. A.; ALBERTO, L. F. C.; BRETAS, N. G. **A new methodology for the coordinated design of robust decentralized power system damping controllers.** *IEEE transactions on power systems*, vol. 19, n.1, pp. 444-454, 2004.

_____. **Decentralized output feedback controller design for the damping of electromechanical oscillations.** *Int. J. electrical power & energy syst.*, vol. 26, n.3, pp. 207-219, 2004.

_____. **Damping controller design for power systems with polytopic representation for operating conditions.** *IEEE power engineering society winter meeting*, New York, 2002.

_____. **Modelagem de máquinas síncronas aplicada ao estudo de estabilidade de sistemas elétricos de potência.** Publicação EESC, São Carlos, SP, 2000.

RAO, P. S.; SEN, I. **Robust pole placement stabilizer design using linear matrix inequalities.** *IEEE transactions on power systems*, vol. 15, n.1, pp. 313-319, 2000.

ROGERS, G. **Power system oscillations.** Norwell, MA: Kluwer, 2000.

SAUER, P. W.; PAI, M. A. **Power system dynamics and stability.** New Jersey, NJ: Prentice-Hall, 1998.

TROFINO, N. A.; BAZANELLA, A. S.; FISCHMAN, A. **Designing robust controllers with operating point tracking,** *3rd IFAC Symposium on system structure and control*, 1998.

VIDYASAGAR, M. **Nonlinear systems analysis.** Prentice-Hall, 1993.

YOU, R., EGHBALI, H. J.; NEHRIR, M. H. **An online adaptive neuro-fuzzy power system stabilizer for multimachine systems.** *IEEE transactions on power systems*, vol. 18, n.1, pp. 128-135, 2003.

YUE, F.; BAILU, Q. **Electrical design aspects of Pingguo TCSC project.** *IEEE transmission and distribution conference and exhibition: Asia and Pacific*, August 2005.

YUE, M.; SCHLUETER, R. A. **μ -Synthesis power system stabilizer design using a bifurcation subsystem based methodology.** *IEEE transactions on power systems*, vol. 18, n.4, pp. 1497-1506, 2003.

WATANABE, E. H.; BARBOSA, P. G. **Tecnologia FACTS – Tutorial,** SBA Controle & Automação Vol. 9 no. 1, pp. 39-55, 1998.

APÊNDICE A

Este apêndice contém os dados relativos ao sistema teste 1. Basicamente, tal sistema é constituído por duas áreas conectadas entre si por uma linha de transmissão longa. Os parâmetros referentes à topologia do sistema (resistências, reatâncias indutivas e elementos *shunt*) estão mostrados na tabela 1A. Tais parâmetros estão em p.u., sendo 100 MW e 230kV os valores de base. O TCSC opera em regime permanente com uma reatância equivalente capacitiva cujo valor equivale a 40% de compensação em relação ao valor total da reatância indutiva da linha. A constante de tempo (T_{TCSC}) utilizada para o TCSC é de 10ms.

Figura 1A: Diagrama do sistema teste 1.

Tabela 1A: Dados do sistema de transmissão do sistema teste 1.

Barra Origem	Barra Destino	Resistência (p.u.)	Reatância (p.u.)	Susceptância Shunt (p.u.)
1	5	0	0.0167	0
2	6	0	0.0167	0
3	10	0	0.0167	0
4	9	0	0.0167	0

5	6	0.0025	0.025	0.044
6	7	0.0010	0.010	0.018
7	8	0.022	0.11	0.385
8	9	0.0010	0.010	0.018
9	10	0.0025	0.025	0.044

Os parâmetros dos geradores (em p.u., sendo 900 MW e 20kV os valores de base) utilizados para a construção do modelo multimáquinas (referente aos testes realizados nas seções 5.1.1 e 5.1.2) são mostrados na tabela 2A. Os parâmetros do regulador de tensão dos geradores são $K_e = 200$ e $T_e = 10\text{ms}$.

Tabela 2A: Parâmetros dos geradores do sistema teste 1.

	G1	G2	G3	G4
X_d	1,8	1,8	1,8	1,8
X'_d	0,3	0,3	0,3	0,3
X''_d	0,25	0,25	0,25	0,25
X_q	1,7	1,7	1,7	1,7
X'_q	0,55	0,55	0,55	0,55
X''_q	0,25	0,25	0,25	0,25
X_l	0,2	0,2	0,2	0,2
T'_{do}	8 s	8 s	8 s	8 s
T''_{do}	0,03 s	0,03 s	0,03 s	0,03 s
T'_{qo}	0,4 s	0,4 s	0,4 s	0,4 s
T''_{qo}	0,05 s	0,05 s	0,05 s	0,05 s
H	6,5	6,5	6,175	6,175
D	1,0	1,0	1,0	1,0

As condições de operação utilizadas como vértices na construção do modelo politópico e nas simulações não-lineares foram determinadas pelo cálculo do fluxo de carga. O resultado do fluxo de carga para a condição de operação **caso base** é fornecido na tabela 3A.

Tabela 3A: Condição de operação referente ao caso base (sistema teste 1).

Barra	Carga Ativa (MW)	Carga Reativa (MVar)	(MW) Injetados	(MVar) Injetados	Tensão (p.u.)
1	0	0	700	150,3	1,03∠15,2°
2	0	0	700	150,8	1,01∠5,5°
3	0	0	737	189,1	1,03∠0°
4	0	0	700	222,6	1,01∠-10,7°
5	0	0	0	0	1,009∠13,1°
6	0	0	0	0	1,004∠-0,4°
7	967	-100	0	0	0,986∠-9,3°
8	1767	-250	0	0	0,966∠-26,0°
9	0	0	0	0	0,996∠-15,0°
10	0	0	0	0	1,015∠-5,9°

A barra 3 é considerada como barra *slack* para o cálculo do fluxo de carga. Outras quatro condições de operação são utilizadas como vértices do modelo politópico construído para o sistema teste 1. Elas foram obtidas por meio de alterações de $\pm 10\%$ em ambas as cargas do sistema. A demanda total requerida pelo sistema, para cada nível de carregamento, foi distribuída entre os geradores de maneira proporcional à constante de inércia dos mesmos, conforme a seguinte equação:

$$\Delta P_{gi} = \frac{H_i}{\sum_{i=1}^n H_i} \Delta P_{total}, \quad (1)$$

sendo n o número total de geradores, ΔP_{total} a variação total da potência ativa de carga em relação ao caso base, ΔP_{gi} é a variação da potência ativa do i -ésimo gerador e H_i é a constante de inércia desse gerador.

Os outros pontos de operação não serão apresentados, pois podem ser obtidos através do cálculo do fluxo de carga do sistema considerando as variações de carga mencionadas.

As funções de transferência dos controladores de amortecimento projetados para o sistema teste 1 referentes ao projeto simultâneo dos controladores de tipo PSS e controlador suplementar do TCSC apresentado na seção 5.1.1, na forma zero/pólo/ganho, são as seguintes:

- Controlador do tipo PSS para o gerador 2:

$$H(s) = 1,2 \cdot 10^5 \frac{(s + 245,6)(s + 28,32)(s + 13,9)(s + 8,354)(s^2 + 182,8s + 8465)}{(s + 34,21)(s^2 + 22,72s + 144,3)(s^2 + 214,8s + 11600)(s^2 + 573,3s + 183400)}.$$

- Controlador do tipo PSS para o gerador 3:

$$H(s) = 8,7 \cdot 10^5 \frac{(s + 77,59)(s + 28,09)(s + 21,99)(s^2 + 2,324s + 96,77)}{(s + 89,93)(s + 27,83)(s^2 + 4,528s + 124,7)(s^2 + 553,3s + 213500)}.$$

- Controlador suplementar do TCSC:

$$H(s) = 3,4 \cdot 10^2 \frac{(s^2 + 236,5s + 14100)}{(s + 48890)(s + 603,4)(s + 141,9)}.$$

A função de transferência do controlador suplementar do TCSC de ordem reduzida com o filtro *washout* projetado para o sistema teste 1, apresentado na seção 5.1.2, na forma zero/pólo/ganho, é a seguinte:

$$H(s) = 0,0022 \frac{s^4}{1 + s^4} \frac{(s + 621,2)(s - 4,167)(s - 0,2414)(s + 0,03173)}{(s + 42,27)(s + 3,806)(s + 0,02606)(s + 4,55 \cdot 10^{-6})}.$$

APÊNDICE B

Este apêndice contém os dados relativos ao sistema teste 2. Basicamente, tal sistema é constituído por 40 barras e 10 geradores. Os parâmetros referentes à topologia do sistema (resistências, reatâncias indutivas e elementos *shunt*) estão mostrados na tabela 1B. Tais parâmetros estão em p.u., sendo 100 MW e 230kV os valores de base. O TCSC opera em regime permanente com uma reatância equivalente capacitiva cujo valor equivale a 40% de compensação em relação ao valor total da reatância indutiva da linha #40-1. A constante de tempo (T_{TCSC}) utilizada para o TCSC é de 10ms.

Figura 1B: Diagrama unifilar do sistema teste 2.

Tabela 1B: Dados do sistema de transmissão do sistema teste 2.

Barra Origem	Barra Destino	Resistência (p.u.)	Reatância (p.u.)	Susceptância Shunt (p.u.)
1	2	0,0035	0,0411	0,6987
1	40	0,0010	0,0250	0,7500
2	3	0,0013	0,0151	0,2572
2	25	0,0070	0,0086	0,1406
3	4	0,0013	0,0213	0,2214
3	18	0,0011	0,0133	0,2138
4	5	0,0008	0,0128	0,1342
4	14	0,0008	0,0129	0,1382
5	6	0,0002	0,0026	0,0434
5	8	0,0008	0,0112	0,1476
6	7	0,0006	0,0092	0,1130
6	11	0,0007	0,0082	0,1389
7	8	0,0004	0,0046	0,0780
8	9	0,0023	0,0363	0,3804
9	39	0,0010	0,0250	1,2000
10	11	0,0004	0,0043	0,0729
10	13	0,0004	0,0043	0,0729
13	14	0,0009	0,0101	0,1723
14	15	0,0018	0,0217	0,3660
15	16	0,0009	0,0094	0,1710
16	17	0,0007	0,0089	0,1342
16	19	0,0016	0,0195	0,3040
16	21	0,0008	0,0135	0,2548
16	24	0,0003	0,0059	0,0680
17	18	0,0007	0,0082	0,1319
17	27	0,0013	0,0173	0,3216
21	22	0,0008	0,0140	0,2565
22	23	0,0006	0,0096	0,1846
23	24	0,0022	0,0350	0,3610
25	26	0,0032	0,0323	0,5130

H	42,0	30,2	35,8	28,6	26,0	34,8	26,4	24,3	34,5	500
D	4,0	9,75	10	10	3	10	8	9	14	5,56

Os dados correspondentes ao ponto de operação **caso base**, obtidos pela solução do fluxo de carga do sistema, são fornecidos na tabela 3B.

Tabela 3B: Condição de operação referente ao caso base (sistema teste 2)

Barra	Carga Ativa (MW)	Carga Reativa (MVar)	(MW) Injetados	(MVar) Injetados	Tensão (p.u.)
1	0	0	0	0	$1,031 \angle -1,4^\circ$
2	0	0	0	0	$1,019 \angle -5,6^\circ$
3	322	2	0	0	$0,990 \angle -10,0^\circ$
4	500	184	0	0	$0,955 \angle -10,5^\circ$
5	0	0	0	0	$0,954 \angle -8,5^\circ$
6	0	0	0	0	$0,955 \angle -7,8^\circ$
7	233	84	0	0	$0,947 \angle -9,5^\circ$
8	522	176	0	0	$0,947 \angle -9,7^\circ$
9	0	0	0	0	$1,006 \angle -3,8^\circ$
10	0	0	0	0	$0,961 \angle -6,1^\circ$
11	0	0	0	0	$0,958 \angle -6,8^\circ$
12	180	88	0	0	$0,936 \angle -9,4^\circ$
13	0	0	0	0	$0,960 \angle -7,1^\circ$
14	0	0	0	0	$0,961 \angle -8,9^\circ$
15	320	153	0	0	$0,972 \angle -10,0^\circ$
16	329	32	0	0	$0,992 \angle -8,8^\circ$
17	0	0	0	0	$0,993 \angle -10,2^\circ$
18	358	30	0	0	$0,989 \angle -11,2^\circ$
19	0	0	0	0	$0,991 \angle -3,0^\circ$
20	628	103	0	0	$0,988 \angle -4,0^\circ$
21	274	115	0	0	$0,999 \angle -8,1^\circ$
22	0	0	0	0	$1,023 \angle -5,4^\circ$

23	275	85	0	0	$1,019\angle -6,9^\circ$
24	309	-92	0	0	$1,004\angle -7,9^\circ$
25	224	48	0	0	$1,021\angle -5,0^\circ$
26	339	17	0	0	$1,012\angle -9,1^\circ$
27	281	76	0	0	$0,997\angle -10,9^\circ$
28	206	28	0	0	$1,017\angle -5,4^\circ$
29	284	27	0	0	$1,019\angle -2,4^\circ$
30	0	0	250,0	166,7	$1,047\angle -3,2^\circ$
31	9	5	552,0	150,2	$0,982\angle 0,5^\circ$
32	0	0	650,0	151,5	$0,983\angle 1,8^\circ$
33	0	0	632,0	39,7	$0,997\angle 2,2^\circ$
34	0	0	508,0	134,5	$1,012\angle 1,2^\circ$
35	0	0	650,0	222,5	$1,049\angle -0,4^\circ$
36	0	0	560,0	205,9	$1,064\angle 1,1^\circ$
37	0	0	540,0	48,2	$1,028\angle 1,8^\circ$
38	0	0	830,0	61,1	$1,027\angle 4,6^\circ$
39	1104	250	1575,5	193,0	$1,030\angle 0,0^\circ$
40	0	0	0	0	$1,019\angle 1,3^\circ$

A barra 39 é considerada como barra *slack* para o cálculo do fluxo de carga. Outras duas condições de operação são utilizadas como vértices do modelo politópico construído para o sistema teste 2. Elas foram obtidas por meio de alterações em algumas das cargas do sistema de tal modo que resultassem em variações de +10% e -10% no intercâmbio de potência ativa entre as áreas. A demanda total requerida pelo sistema, para cada nível de carregamento, foi distribuída entre os geradores de maneira proporcional à constante de inércia dos mesmos. As tabelas 4B e 5B mostram a solução do fluxo de carga para os outros dois pontos de operação usados como vértices do modelo politópico. As barras destacadas em negrito correspondem às cargas que sofreram alterações em relação ao caso base.

Tabela 4B: Condição de operação referente à +10% na potência ativa entre as áreas.

Barra	Carga Ativa (MW)	Carga Reativa (MVar)	(MW) Injetados	(MVar) Injetados	Tensão (p.u.)
1	0	0	0	0	1,030∠-1,5°
2	0	0	0	0	1,018∠-6,3°
3	337	7	0	0	0,989∠-10,9°
4	500	184	0	0	0,954∠-11,5°
5	0	0	0	0	0,953∠-9,5°
6	0	0	0	0	0,954∠-8,8°
7	253	84	0	0	0,945∠-10,5°
8	522	176	0	0	0,946∠-10,7°
9	0	0	0	0	1,004∠-4,2°
10	0	0	0	0	0,960∠-7,2°
11	0	0	0	0	0,957∠-7,9°
12	205	88	0	0	0,934∠-10,9°
13	0	0	0	0	0,958∠-8,2°
14	0	0	0	0	0,960∠-9,9°
15	315	140	0	0	0,971∠-11,0°
16	329	32	0	0	0,992∠-9,7°
17	0	0	0	0	0,992∠-11,1°
18	368	30	0	0	0,988∠-12,2°
19	0	0	0	0	0,991∠-3,9°
20	628	103	0	0	0,987∠-4,8°
21	274	115	0	0	0,999∠-9,1°
22	0	0	0	0	1,022∠-6,3°
23	290	90	0	0	1,018∠-7,9°
24	309	-92	0	0	1,003∠-8,9°
25	224	48	0	0	1,020∠-5,8°
26	339	17	0	0	1,011∠-9,9°
27	281	76	0	0	0,996∠-11,7°

28	206	28	0	0	$1,016\angle -6,1^\circ$
29	284	27	0	0	$1,019\angle -3,2^\circ$
30	0	0	254,0	171,7	$1,047\angle -3,9^\circ$
31	9	5	556,0	155,0	$0,982\angle -0,4^\circ$
32	0	0	655,0	156,9	$0,983\angle 0,8^\circ$
33	0	0	635,0	41,6	$0,997\angle 1,4^\circ$
34	0	0	511,0	135,6	$1,012\angle 0,4^\circ$
35	0	0	655,0	225,7	$1,049\angle -1,3^\circ$
36	0	0	562,0	208,2	$1,064\angle 0,2^\circ$
37	0	0	542,0	51,7	$1,028\angle 1,1^\circ$
38	0	0	833,0	63,6	$1,027\angle 3,9^\circ$
39	1104	250	1626,5	200,7	$1,030\angle 0,0^\circ$
40	0	0	0	0	$1,020\angle 1,4^\circ$

Tabela 5B: Condição de operação referente à -10% na potência ativa entre as áreas.

Barra	Carga Ativa (MW)	Carga Reativa (MVar)	(MW) Injetados	(MVar) Injetados	Tensão (p.u.)
1	0	0	0	0	$1,031\angle -1,2^\circ$
2	0	0	0	0	$1,020\angle -4,9^\circ$
3	307	2	0	0	$0,991\angle -9,1^\circ$
4	500	184	0	0	$0,956\angle -9,5^\circ$
5	0	0	0	0	$0,955\angle -7,5^\circ$
6	0	0	0	0	$0,956\angle -6,8^\circ$
7	213	84	0	0	$0,948\angle -8,5^\circ$
8	522	176	0	0	$0,948\angle -8,8^\circ$
9	0	0	0	0	$1,007\angle -3,5^\circ$
10	0	0	0	0	$0,962\angle -5,0^\circ$
11	0	0	0	0	$0,959\angle -5,8^\circ$
12	155	88	0	0	$0,937\angle -8,0^\circ$
13	0	0	0	0	$0,961\angle -6,0^\circ$

14	0	0	0	0	$0,963\angle -6,0^\circ$
15	325	153	0	0	$0,974\angle -9,1^\circ$
16	329	32	0	0	$0,994\angle -9,3^\circ$
17	0	0	0	0	$0,994\angle -9,3^\circ$
18	348	30	0	0	$0,991\angle -10,2^\circ$
19	0	0	0	0	$0,991\angle -2,1^\circ$
20	628	103	0	0	$0,988\angle -3,1^\circ$
21	274	115	0	0	$1,000\angle -7,2^\circ$
22	0	0	0	0	$1,023\angle -4,4^\circ$
23	260	85	0	0	$1,020\angle -5,9^\circ$
24	309	-92	0	0	$1,004\angle -7,0^\circ$
25	224	48	0	0	$1,022\angle -4,4^\circ$
26	339	17	0	0	$1,013\angle -8,3^\circ$
27	284	27	0	0	$0,998\angle -10,0^\circ$
28	206	28	0	0	$1,017\angle -4,7^\circ$
29	284	27	0	0	$1,019\angle -1,8^\circ$
30	0	0	245,0	162,2	$1,047\angle -2,6^\circ$
31	9	5	549,0	145,4	$0,982\angle 1,5^\circ$
32	0	0	646,0	145,7	$0,983\angle 2,8^\circ$
33	0	0	629,0	36,7	$0,997\angle 3,1^\circ$
34	0	0	505,0	133,0	$1,012\angle 2,0^\circ$
35	0	0	646,0	217,7	$1,049\angle -0,5^\circ$
36	0	0	557,0	202,3	$1,064\angle 2,1^\circ$
37	0	0	537,0	44,9	$1,028\angle 2,4^\circ$
38	0	0	826,0	58,3	$1,027\angle 5,3^\circ$
39	1104	250	1526,1	186,2	$1,030\angle 0,0^\circ$
40	0	0	0	0	$1,019\angle 1,1^\circ$

A função de transferência do controlador suplementar do TCSC projetado para o sistema teste 2, na forma zero/pólo/ganho com a inclusão do filtro *washout*, é a seguinte:

$$H(s) = 0,000134 \frac{(s - 2587)(s - 12,73)(s + 0,5273)(s + 0,2228)(s^2 + 7,382s + 56,06)}{(s + 11,17)(s + 1,263)(s + 0,7057)(s + 2,04 \cdot 10^{-5})(s^2 + 12,48s + 92,42)}.$$