BRENO ELIAS BRETAS DE CARVALHO

Estimação de Estado: A Interpretação
Geométrica Aplicada ao Processamento
de Erros Grosseiros em Medidas

Dissertação de Mestrado¹ apresentada ao
Programa de Engenharia Elétrica da Escola
de Engenharia de São Carlos como parte
dos requisitos para a obtenção do título de
Mestre em Ciências.

Área de concentração: Sistemas Elétricos de
Potência

ORIENTADOR: Prof. Dr. Newton G. Bretas

São Carlos
2013

¹Trata-se da versão corrigida da dissertação. A versão original se encontra disponível na EESC/USP que aloja o Programa de Pós-Graduação de Engenharia Elétrica.

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

E257e Elias Bretas de Carvalho, Breno
Estimação de Estado: A Interpretação Geométrica
Aplicada ao Processamento de Erros Grosseiros em
Medidas / Breno Elias Bretas de Carvalho; orientador
Newton Geraldo Bretas. São Carlos, 2013.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica e Área de Concentração em
Sistemas Elétricos de Potência -- Escola de Engenharia
de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2013.

1. Sistemas Elétricos de Potência. 2. Estimação de
Estado. 3. Estimador de Estado por Mínimos Quadrados
Ponderados. 4. Processamento de Erros Grosseiros. 5.
Interpretação Geométrica. 6. Conceito de Inovação. I.
Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **BRENO ELIAS BRÊTAS DE CARVALHO**.

Título da dissertação: "Estimação de estado: a interpretação geométrica aplicada ao processamento de erros grosseiros em medidas".

Data da defesa: 22/03/2013

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Titular **Newton Geraldo Bretas (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Prof. Dr. **Eduardo Nobuhiro Asada**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Prof. Dr. **Madson Cortes de Almeida**
(Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP)

Aprovado

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Presidente da
Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Titular **Denis Vinicius Coury**

Protocolado em
Serviço de Pós-Graduação
EESC/USP

*"Eu acredito demais na sorte. E tenho constatado que, quanto mais
duro eu trabalho, mais sorte eu tenho."*

Thomas Jefferson

*Dedico este trabalho aos meus
pais, Bolivar e Maria, e ao meu
irmão, Bruno.*

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus por estar sempre comigo, me guiando.

Aos meus pais, Seu Bolivar e Dona Maria, por TUDO.

Ao meu irmão Bruno e à toda minha família por sempre confiarem e acreditarem em mim.

Ao Professor Newton Bretas, não só pela orientação neste trabalho, mas também pelos conselhos e ensinamentos para a vida.

Agradeço a todos os meus amigos pelo apoio, em especial ao Rodolpho, Fábio, Renan e Luciana, por sempre me ajudarem a enfrentar as dificuldades na minha vida acadêmica e pessoal.

Aos meus colegas do LACOSEP e dos demais laboratórios pelo auxílio e companheirismo no dia-a-dia.

A todos os demais professores que contribuíram para minha formação. Também aos funcionários do SEL, pela boa vontade e suporte de todos os dias.

À Universidade de São Paulo por oferecer excelentes condições de trabalho e por sempre me auxiliar no meu desenvolvimento acadêmico.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa de mestrado e pelo apoio financeiro para a realização desta pesquisa.

Enfim, o meu muito obrigado a todos que, de alguma maneira, me ajudaram na realização desse trabalho.

Resumo

Este trabalho foi proposto com o objetivo de implementar um programa computacional para estimar os estados (tensões complexas nodais) de um sistema elétrico de potência (SEP) e aplicar métodos alternativos para o processamento de erros grosseiros (EGs), baseados na interpretação geométrica dos erros e no conceito de inovação das medidas. Através da interpretação geométrica, BRETAS et al. (2009), BRETAS; PIERETI (2010), BRETAS; BRETAS; PIERETI (2011) e BRETAS et al. (2013) demonstraram matematicamente que o erro da medida se compõe de componentes detectáveis e não detectáveis, e ainda que a componente detectável do erro é exatamente o resíduo da medida. As metodologias até então utilizadas, para o processamento de EGs, consideram apenas a componente detectável do erro, e como consequência, podem falhar. Na tentativa de contornar essa limitação, e baseadas nos trabalhos citados previamente, foram estudadas e implementadas duas metodologias alternativas para processar as medidas portadoras de EGs. A primeira, é baseada na análise direta das componentes dos erros das medidas; a segunda, de forma similar às metodologias tradicionais, é baseada na análise dos resíduos das medidas. Entretanto, o diferencial da segunda metodologia proposta reside no fato de não considerarmos um valor limiar fixo para a detecção de medidas com EGs. Neste caso, adotamos um novo valor limiar (TV , do inglês: *Threshold Value*), característico de cada medida, como apresentado no trabalho de PIERETI (2011). Além disso, com o intuito de reforçar essa teoria, é proposta uma forma alternativa para o cálculo destes valores limiares, através da análise da geometria da função densidade de probabilidade da distribuição normal multivariável, referente aos resíduos das medidas.

Palavras-chave: Sistemas Elétricos de Potência, Estimação de Estado, Estimador de Estado por Mínimos Quadrados Ponderados, Processamento de Erros Grosseiros, Interpretação Geométrica, Conceito de Inovação, Distribuição Normal Multivariável.

Abstract

This work was proposed with the objective of implementing a computer program to estimate the states (complex nodal voltages) in an electrical power system (EPS) and apply alternative methods for processing gross errors (GEs), based on the geometrical interpretation of the measurements errors and the innovation concept. Through the geometrical interpretation, BRETAS et al. (2009), BRETAS; PIERETI (2010), BRETAS; BRETAS; PIERETI (2011) and BRETAS et al. (2013) proved mathematically that the measurement error is composed of detectable and undetectable components, and also showed that the detectable component of the error is exactly the residual of the measurement. The methods hitherto used, for processing GEs, consider only the detectable component of the error, then as a consequence, may fail. In an attempt to overcome this limitation, and based on the works cited previously, were studied and implemented two alternative methodologies for process measurements with GEs. The first one is based on the direct analysis of the components of the errors of the measurements, the second one, in a similar way to the traditional methods, is based on the analysis of the measurements residuals. However, the differential of the second proposed methodology lies in the fact that it doesn't consider a fixed threshold value for detecting measurements with GEs. In this case, we adopted a new threshold value (TV) characteristic of each measurement, as presented in the work of PIERETI (2011). Furthermore, in order to reinforce this theory, we propose an alternative way to calculate these thresholds, by analyzing the geometry of the probability density function of the multivariate normal distribution, relating to the measurements residuals.

Keywords: Electrical Power Systems, State Estimation, Weighted Least Squares State Estimator, Gross Errors Processing, Geometrical Interpretation, Innovation Concept.

Lista de Ilustrações

1.1	Principais aplicativos da operação em tempo real.	24
2.1	Sistema de três subestações (LONDON Jr., 2011).	32
2.2	Modelo barra-ramo do SEP (LONDON Jr., 2011).	32
2.3	Modelo π generalizado de uma linha de transmissão (MONTICELLI, 1999).	36
2.4	Fluxograma do algoritmo do estimador de estado WLS.	41
3.1	Classificação dos erros grosseiros em medidas.	45
3.2	Função densidade de probabilidade da distribuição χ^2 (ABUR; EXPÓSITO, 2004).	49
4.1	Interpretação Geométrica (BRETAS et al., 2009).	56
4.2	Sistema de 2 Barras.	59
4.3	Exemplo de EG em uma medida com alto UI (PIERETI, 2011).	60
4.4	Exemplo de EG em uma medida com baixo UI (PIERETI, 2011).	60
4.5	Fluxograma da Metodologia 1 para processamento de EGs.	65
4.6	Forma gráfica de $f(x)$	66
4.7	Vista de corte de $f(x)$ para $\rho = 0,7$	67
4.8	Forma gráfica de $f(x)$	68
4.9	Vista de corte de $f(x)$ para $\rho = 0$	68
4.10	Fluxograma da Metodologia 2 para processamento de EGs.	69
4.11	Vista de corte de $f(x)$ para $\rho = 0,8$	71
4.12	Isocontorno para o caso bivariável.	74
4.13	Isocontorno para o caso de três variáveis.	76
5.1	Topologia do sistema IEEE 14 barras.	80
5.2	Topologia do sistema IEEE 57 barras (CHRISTIE, 1993).	88

Lista de Tabelas

5.1	Valores das medidas para o sistema de 14 barras.	81
5.2	Variáveis de estado estimadas para o sistema de 14 barras no Cenário 1. . . .	82
5.3	Processamento de EG para o sistema de 14 barras no Cenário 2.	83
5.4	Variáveis de estado estimadas para o sistema de 14 barras no Cenário 2. . . .	83
5.5	Processamento de EG para o sistema de 14 barras no Cenário 3.	84
5.6	Variáveis de estado estimadas para o sistema de 14 barras no Cenário 3. . . .	84
5.7	Variáveis de estado estimadas para o sistema de 14 barras no Cenário 1. . . .	85
5.8	Processamento de EG para o sistema de 14 barras no Cenário 2.	86
5.9	Variáveis de estado estimadas para o sistema de 14 barras no Cenário 2. . . .	86
5.10	Processamento de EG para o sistema de 14 barras no Cenário 3.	87
5.11	Variáveis de estado estimadas para o sistema de 14 barras no Cenário 3. . . .	87
5.12	Variáveis de estado estimadas para o sistema de 57 barras no Cenário 1. . . .	89
5.13	Processamento de EG para o sistema de 57 barras no Cenário 2.	90
5.14	Variáveis de estado estimadas para o sistema de 57 barras no Cenário 2. . . .	91
5.15	Processamento de EG para o sistema de 57 barras no Cenário 3.	92
5.16	Variáveis de estado estimadas para o sistema de 57 barras no Cenário 3. . . .	93
5.17	Variáveis de estado estimadas para o sistema de 57 barras no Cenário 1. . . .	95
5.18	Processamento de EG para o sistema de 57 barras no Cenário 2.	96
5.19	Variáveis de estado estimadas para o sistema de 57 barras no Cenário 2. . . .	97
5.20	Processamento de EG para o sistema de 57 barras no Cenário 3.	98
5.21	Variáveis de estado estimadas para o sistema de 57 barras no Cenário 3. . . .	99
A.1	Cronograma de execução da proposta de trabalho.	111

Lista de Abreviaturas

CME	Erro Composto de Medida (<i>Composed Measurement Error</i>)
CNE	Erro Normalizado Composto (<i>Composed Normalized Error</i>)
COS	Centros de Operação do Sistema
EE	Estimador de Estado
EESEP	Estimação de Estado em Sistemas Elétricos de Potência
EG	Erro Grosseiro
EMS	Sistemas de Gerenciamento de Energia (<i>Energy Management Systems</i>)
IEEE	Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletrônicos
II	Índice de Inovação (<i>Innovation Index</i>)
NRG	Nível de Redundância Global
SCADA	Sistema de Supervisão e Aquisição de Dados (<i>Supervisory Control and Data Acquisition</i>)
SEP	Sistema Elétrico de Potência
TV	Valor Limiar (<i>Threshold Value</i>)
UI	Índice de Não Detecção de Erros (<i>Undetectability Index</i>)
WLAV	Mínimo Valor Absoluto Ponderado (<i>Weighted Least Absolute Value</i>)
WLMS	Mínima Mediana do Resíduo Ponderado ao Quadrado (<i>Weighted Least Median of Squares</i>)
WLS	Mínimos Quadrados Ponderados (<i>Weighted Least Squares</i>)

Lista de Símbolos

b_{kl}	susceptância série da linha de transmissão
b_k^{sh}	susceptância <i>shunt</i> de um capacitor conectado à barra k
b_{kl}^{sh}	susceptância <i>shunt</i> da linha de transmissão
e	vetor de erros das medidas
e_D	componente detectável do erro
e_U	componente não detectável do erro
g_{kl}	condutância série da linha de transmissão
G	matriz Ganho
H	matriz Jacobiana (matriz das primeiras derivadas das funções não lineares)
$h(x)$	vetor de funções não lineares, que relaciona as medidas com as variáveis de estado
I	matriz identidade
$J(x)$	função de "custo"
k	barra de origem da linha de transmissão
l	barra de destino da linha de transmissão
m	número total de medidas
n	número de variáveis de estado a serem estimadas
p	número de variáveis aleatórias
P	matriz de projeção ("matriz chapéu")
P_k	injeção de potência ativa na barra k
P_{kl}	fluxo de potência ativa da barra k para a barra l
pr	precisão do medidor
Q_k	injeção de potência reativa na barra k
Q_{kl}	fluxo de potência reativa da barra k para a barra l
r	resíduo da medida

r^N	resíduo normalizado da medida
R	matriz de covariância dos erros das medidas
R^{-1}	matriz de ponderação das medidas (inversa da matriz de covariância)
$\Re(H)$	espaço imagem da matriz Jacobiana (H)
$\Re(H)^\perp$	espaço ortogonal a $\Re(H)$
S	matriz de sensibilidade do resíduo
$t_{kl} = a_{kl} \cdot e^{j\phi}$	relação de transformação para transformadores
V_k	magnitude de tensão da barra k
x	vetor de variáveis de estado a serem estimadas
$x_{sem_{EG}}$	vetor de variáveis de estado sem erro grosseiro
$\hat{x}$	vetor de variáveis de estado estimadas
z	vetor de medidas
$\hat{z}$	vetor de medidas estimadas
z_i^C	valor corrigido da medida i
z_i^{EG}	valor da medida i com erro grosseiro
z_i^{lf}	valor da i -ésima medida obtido do fluxo de carga
$z_{sem_{EG}}$	vetor de medidas sem erro grosseiro
β	limiar de detecção de erro grosseiro
Δx	correção nas variáveis de estado
ε	critério de parada do processo iterativo (tolerância a erro)
μ	vetor de médias das variáveis aleatórias
μ_i	valor médio da variável aleatória i
θ_k	ângulo de fase da tensão da barra k
ρ_{ij}	correlação entre as variáveis aleatórias i e j
σ_i^2	variância do erro da medida i
σ_i	desvio padrão do erro da medida i
Σ	matriz de covariância para uma distribuição normal multivariável
$ \Sigma $	determinante da matriz de covariância
Ω	matriz de covariância dos resíduos
Ω_k	representa o conjunto de barras adjacentes à barra k

Sumário

1	Introdução	23
1.1	Objetivos	26
1.2	Estrutura do Trabalho	27
2	Estimação de Estado em Sistemas Elétricos de Potência	29
2.1	Introdução	29
2.2	Etapas do Processo de EESEP	30
2.3	Formulação Matemática do Estimador de Estado WLS	36
3	Processamento de Erros Grosseiros	43
3.1	Introdução	43
3.2	Classificação das Medidas	44
3.3	Propriedades dos Resíduos das Medidas	46
3.4	Detecção e Identificação de Erros Grosseiros	47
3.5	Detecção de Erros Grosseiros	48
3.6	Identificação de Erros Grosseiros	51
4	Metodologia Geométrica para Processamento de Erros Grosseiros	55
4.1	Introdução	55
4.2	Interpretação Geométrica dos Erros das Medidas	55
4.3	Conceito de Inovação e Índice de Inovação (<i>II</i>)	59
4.4	Metodologia 1: Processamento de EGs com Base nos Erros das Medidas . .	62
4.5	Metodologia 2: Processamento de EGs com Base nos Resíduos das Medidas	64
4.6	Método Alternativo para o Cálculo dos <i>TVs</i>	69
5	Resultados	79
5.1	Sistema IEEE 14 Barras	80
5.2	Sistema IEEE 57 Barras	88
6	Conclusão	103

Referências	105
A Cronograma de Atividades	111
B Publicações Referentes a esta Pesquisa	113
B.1 Congressos Internacionais	113
B.2 Congresso Nacional	113

Capítulo 1

Introdução

Os sistemas elétricos de potência (SEPs) são compostos por sistemas de transmissão, sub-transmissão, distribuição e geração. Os sistemas de transmissão (que são estudados neste trabalho) podem conter um grande número de subestações, que são interconectadas por linhas de transmissão, transformadores e outros equipamentos de controle e proteção do sistema. A energia elétrica é injetada no sistema pelos geradores e absorvida por cargas, conectadas às subestações (ABUR; EXPÓSITO, 2004).

As condições operacionais de um SEP em um dado instante podem ser determinadas se o modelo da rede e as tensões complexas em todas as barras do sistema são conhecidas. Uma vez que o conjunto de tensões complexas determina o estado operativo do sistema, este é referido como o estado estático do mesmo. De acordo com DY-LIACCO (1974), o SEP pode se encontrar em um de três estados possíveis, denominados estado normal, de emergência e restaurativo, conforme as condições operacionais.

O estado de operação normal ocorre quando todas as cargas do sistema são supridas pelos geradores existentes sem que nenhuma restrição operacional seja violada. Restrições operacionais incluem os limites de fluxo de potência nas linhas de transmissão, bem como limites máximos e mínimos de tensão nas barras e de frequência (ABUR; EXPÓSITO, 2004).

O monitoramento em tempo real, a análise e a coordenação da operação dos SEPs são de responsabilidade dos Sistemas de Gerenciamento de Energia (EMS, do inglês *Energy Management Systems*), que constituem os modernos centros de supervisão e controle das companhias do setor elétrico (DY-LIACCO, 2002).

A necessidade de uma avaliação constante da segurança dos sistemas exige dos Centros de Operação do Sistema (COS) uma evolução constante de eficiência. À medida que aumenta a complexidade operacional da rede elétrica, cresce o número de informações oriundas do Sistema de Aquisição e Supervisão de Dados (SCADA, do inglês *Supervisory Control and Data Acquisition*) transmitidas aos COS. Isso evidencia a necessidade do tratamento dessas informações através de aplicativos computacionais avançados de análise

em tempo real. Segue-se assim a tendência mundial de evolução em direção aos citados EMS, para auxiliar o operador no tratamento das informações e viabilizar a verificação rápida das condições de operação do sistema.

Além do monitoramento das condições de operação em tempo real, os aplicativos componentes do EMS possibilitam diversas análises, como por exemplo: análise de contingências, controle automático de geração, despacho econômico, previsão de carga e análise de estabilidade do SEP. A Figura 1.1 ilustra os principais aplicativos da operação em tempo real.

Figura 1.1: Principais aplicativos da operação em tempo real.

Com base nessas análises, os gestores do sistema tomam decisões relativas às ações de controle cabíveis. Para que tais decisões sejam tomadas de maneira a garantir a operação segura e eficiente do SEP, é necessário que as simulações descrevam satisfatoriamente o comportamento do sistema.

O estágio inicial dessas iniciativas é o monitoramento de segurança, o qual requer uma modelagem precisa da rede elétrica em tempo real, tendo o estimador de estado (EE) como a sua ferramenta computacional mais importante (MONTICELLI, 1999) (ABUR; EXPÓSITO, 2004). A função do EE é fornecer, em tempo real, as tensões complexas que representam o ponto atual de operação do sistema, a partir do processamento de informações obtidas em tempo real (medidas analógicas¹ e lógicas²), provenientes do sistema

¹Medidas de fluxo de potência ativa e reativa nas linhas, injeção de potência ativa e reativa e medidas de magnitudes de tensão nas barras, além de medidas de corrente e medidas fasoriais sincronizadas.

²Estados de chaves e disjuntores.

SCADA, e dos parâmetros do sistema³ disponíveis no banco de dados das companhias de energia elétrica.

De forma geral, o EE processa informações analógicas redundantes e contaminadas por ruídos, buscando a melhor estimativa para as tensões complexas nas barras do sistema. O processo de estimação de estado convencional é dividido em quatro sub-etapas:

- i) Obtenção da topologia do sistema (configurador de rede);
- ii) Análise e restauração da observabilidade;
- iii) Estimação de estado propriamente dita;
- iv) Processamento de erros grosseiros.

Obs. 1.1: Cada etapa citada será descrita com maior detalhamento no Capítulo 2.

A possibilidade de detectar e identificar erros grosseiros (EGs⁴) é um dos atributos importantes do processo de EE em SEP. Alguns EGs são óbvios e podem ser identificados *a priori* e eliminados do processo de estimação, através de uma simples verificação dos dados de entrada das medidas. Tais erros podem ser: valores absurdos da amplitude de tensão, valores muito além dos esperados para medidas de potência e/ou corrente elétrica, etc. (ABUR; EXPÓSITO, 2004). Entretanto, nem todos os tipos de EGs são facilmente detectáveis ou identificáveis dessa forma, exigindo o emprego de outras metodologias.

O estimador de estado por mínimos quadrados ponderados (WLS, do inglês *Weighted Least Squares*), proposto originalmente por SCHWEPPE; WILDES (1970), fornece resultados adequados quando os ruídos nas medidas são Gaussianos, mas falha na ocorrência de um ou mais EGs (ABUR; EXPÓSITO, 2004). Para superar essa limitação foram propostos métodos para detecção e identificação de EGs, dentre os quais os mais utilizados baseiam-se na análise dos resíduos⁵ das medidas, pois fornecem informações sobre eventuais violações das suposições relativas ao modelo de medição.

O EE WLS, associado com técnicas para processamento de EGs pela análise dos resíduos das medidas, apresenta desempenho satisfatório na ocorrência de EG simples, ou quando ocorrem EGs múltiplos não interativos (MONTICELLI, 2000), todavia pode falhar nas seguintes situações:

- i) EGs associados a medidas com baixa redundância (medidas críticas ou pertencentes a conjuntos críticos de medidas);
- ii) EGs múltiplos interativos;
- iii) EGs em medidas que possuam a característica de serem altamente influentes, ou seja, de atraírem a convergência do processo de estimação de estado, chamadas medidas ponto de alavancamento (MONTICELLI, 2000).

³Impedância de linhas de transmissão, posição de taps de transformadores, entre outros.

⁴De acordo com a literatura tradicional, diz-se que uma medida é portadora de EG quando a mesma desvia do seu valor "verdadeiro" de, no mínimo, três vezes o seu desvio padrão (MILI; VAN CUTSEM; RIBBENS-PAVELLA, 1984).

⁵Resíduo é a diferença entre o valor medido e o valor estimado de uma medida.

Tendo em vista a possibilidade de falha do EE WLS, outros estimadores de estado considerados mais robustos estatisticamente foram aplicados em SEP, como o EE de Mínimo Valor Absoluto Ponderado (WLAV, do inglês *Weighted Least Absolute Value*) e o EE de Mínima Mediana do Resíduo Ponderado ao Quadrado (WLMS, do inglês *Weighted Least Median of Squares*).

O EE WLAV foi proposto originalmente por IRVING; OWEN; STERLING (1978) e desenvolvido por KOTIUGA; VIDYASAGAR (1982) e FALCAO; ASSIS (1988) na tentativa de solução do problema de medições portadoras de EGs interativos. Tal estimador mostra-se mais robusto que o WLS na presença de EG simples e múltiplos. Entretanto, o WLAV falha na ocorrência de EG em uma ou mais medidas ponto de alavancamento.

O EE fundamentado no método WLMS foi proposto inicialmente por MILI; PHANIRAJ; ROUSSEUW (1991), segundo os quais, este foi o primeiro estimador estatisticamente robusto que pode filtrar EGs existentes em medidas ponto de alavancamento. Entretanto, tal estimador requer uma busca combinatorial, que inviabiliza sua aplicação em tempo real (FALCAO; ARIAS, 1994) (MONTICELLI, 2000).

Dada a inviabilidade prática do estimador WLMS e, tendo em vista que o EE WLS, associado à técnicas de processamento de EGs baseadas na análise dos resíduos das medidas, é o mais utilizado na prática, pretende-se desenvolver neste trabalho uma metodologia alternativa para detecção e identificação de EGs em medidas, com o objetivo de melhorar o processo de estimação de estado.

A seguir, são descritos os principais objetivos e a estrutura deste trabalho.

1.1 Objetivos

A partir dos fundamentos da interpretação geométrica apresentados por BRETAS et al. (2009), BRETAS; PIERETI (2010), BRETAS; BRETAS; PIERETI (2011) e BRETAS et al. (2013), propõe-se neste trabalho o estudo e desenvolvimento de uma ferramenta computacional que estime os estados de um SEP e que faça a detecção e identificação de EGs em medidas, inclusive aquelas que possuam a característica de "mascarar"⁶ os seus erros. Para isso, foram utilizadas duas metodologias principais: uma baseada na análise das componentes dos erros das medidas e a outra baseada na análise dos resíduos das medidas. Para a segunda metodologia também foi estudada e proposta uma alternativa para o cálculo dos índices limiares (*TVs, Threshold Values*) de detecção de EGs, através da análise da geometria da função densidade de probabilidade da distribuição normal multivariável, como será apresentado na Seção 4.6.

Para validar a ferramenta implementada e suas aplicações propostas neste trabalho foram realizados vários testes nos sistemas de 14 e 57 barras do IEEE (Instituto de En-

⁶As medidas que mascaram seus erros são as medidas com a componente não-detectável do erro maior que a componente detectável. As componentes do erro das medidas serão discutidas no Capítulo 4.

genheiros Eletricistas e Eletrônicos).

1.2 Estrutura do Trabalho

O trabalho está estruturado da seguinte forma:

- i) No capítulo 2 é apresentada uma breve revisão bibliográfica de todo o processo de estimação de estado, incluindo a formulação matemática do EE WLS.
- ii) No capítulo 3 são apresentadas as principais técnicas tradicionais utilizadas para detecção e identificação de EGs em medidas.
- ii) No capítulo 4 são apresentados os conceitos e proposições da metodologia geométrica dos erros das medidas e também do novo índice limiar (TV) de detecção de EGs associado ao teste do maior resíduo normalizado.
- iii) No capítulo 5 são apresentados os resultados dos testes feitos nos sistemas de 14 e 57 barras do IEEE para ambas as metodologias.
- iv) No capítulo 6 são apresentadas as conclusões deste trabalho.
- v) Posteriormente são apresentadas as referências bibliográficas consultadas e, finalmente, nos Apêndices A e B, o cronograma de atividades para realização deste trabalho e as publicações referentes ao mesmo.

Estimação de Estado em Sistemas Elétricos de Potência

2.1 Introdução

Até meados da década de 1960 o controle e a decisão da operação se baseavam em dois sistemas principais: um sistema de supervisão que controlava os estados dos dispositivos seccionadores (chaves e disjuntores) nas subestações e um sistema que controlava de maneira automática a geração. Sendo assim, os únicos dados que o operador tinha disponíveis em tempo real eram os estados dos dispositivos seccionadores, a frequência do sistema e o conjunto de medidas de potência necessário para o controle de geração.

Partindo desta situação, o esforço dos pesquisadores concentrou-se em conseguir, a cada determinado intervalo de tempo, a informação dos estados tanto dos dispositivos seccionadores, bem como de todas as medidas do sistema que se controlava. Tendo em mãos todos estes valores em tempo real na base de dados, seria possível comprovar a segurança continuamente, isto é, poderia se analisar as condições de operação de cada equipamento da rede e detectar as situações anômalas de funcionamento. Este processo de captação, detecção e sinalização do sistema, associado com a utilização de interfaces gráficas e armazenamento de dados dos eventos ocorridos, constituiu o sistema SCADA.

Pensou-se, inicialmente, que a partir de uma base de dados atualizada periodicamente pelo sistema SCADA, seria possível realizar a operação dos SEPs de forma segura. Entretanto, tendo em vista o fato de as medidas obtidas pelo sistema SCADA apresentarem ruídos, inerentes do processo de medição, e a possibilidade de algumas medidas se tornarem indisponíveis em um certo momento, Schweppe verificou a necessidade de realizar-se uma "purificação" dos dados, antes de se tomar qualquer decisão relativa à operação dos SEP.

Face o exposto, a formulação geral do problema de estimação de estado em sistemas elétricos de potência (ESEP) foi apresentada por Schweppe, no final da década de 1960, numa série de três artigos (SCHWEPPE; WILDES, 1970) (SCHWEPPE; ROM,

1970) (SCHWEPPE, 1970). A partir dos trabalhos de Schweppe, o processo de EESEP vem sendo alvo de inúmeras pesquisas (FILHO; SILVA; FALCAO, 1990) (MONTICELLI, 1999) (ABUR; EXPÓSITO, 2004) (BRETAS et al., 2009).

Nas próximas seções serão descritas todas as etapas envolvidas no processo de estimação de estado em SEP.

2.2 Etapas do Processo de EESEP

O processo de EESEP é tradicionalmente dividido em quatro etapas (MONTICELLI, 1999):

2.2.1 Etapa 1: Obtenção da Topologia do Sistema

O configurador de redes, para efeito de estimação de estado, tem como função determinar, em tempo real, a topologia atual da rede e a correspondente configuração de medidores, no modelo barra-ramo. Isto se torna possível a partir do processamento de dados, armazenados em um banco de dados estático, que descrevem a conexão dos equipamentos do sistema (geradores, transformadores de corrente e de potencial, cargas, capacitores, linhas de transmissão, medidores, etc.) com as seções de barramento. Além desses dados, também são processadas pelo configurador as medidas lógicas, que são obtidas continuamente pelo sistema SCADA e que consistem em estados de chaves e disjuntores (LONDON Jr., 2011).

O processo de obtenção da topologia do sistema pelo configurador de redes possui as seguintes características:

- i) Seções de barramento que estão em um mesmo nível de tensão podem ser interconectadas pelo fechamento de dispositivos seccionadores (chaves e disjuntores) formando uma única barra no modelo barra-ramo.
- ii) Para diferentes combinações de estados dos dispositivos seccionadores teremos, em geral, diferentes topologias da rede.
- iii) Para obter a topologia inicial de um SEP, o configurador de redes deve processar todos os circuitos (geradores, transformadores, linhas de transmissão, etc.) e estados dos dispositivos seccionadores disponíveis.
- iv) Depois dessa inicialização, o configurador será executado novamente somente na ocorrência de mudanças na posição dos dispositivos seccionadores que acarretam alterações na topologia inicial do SEP.

Devido à importância do processo de obtenção da topologia do sistema para análise de redes, a partir de 1973 diversos estudos vêm sendo desenvolvidos na busca por configuradores de redes confiáveis (SASSON et al., 1973) (DY LIACCO; RAMARAO; WEINER, 1973).

Em algumas situações, a mudança no estado de algum dispositivo lógico acarreta apenas alterações na geração, ou no carregamento de determinadas barras, sem alterar a topologia da rede. Em tais situações, como as matrizes associadas ao processo de estimação de estado não se alteram, não se faz necessária uma nova execução do configurador de redes. Esse fato consistia em uma limitação dos primeiros configuradores desenvolvidos, pois mesmo na ocorrência de uma pequena alteração no sistema, dava-se início a todo o processo de configuração de rede novamente (GODERYA; METWALLY; MANSOUR, 1980) (BERTRAN; CORBELLA, 1982).

Na tentativa de superar essa limitação PRAIS; BOSE (1988) introduziram o conceito de Configurador *Tracking* que, armazenando a configuração proveniente da última execução, possibilitam uma rápida atualização da topologia da rede, na ocorrência de pequenas alterações, através de uma busca localizada das mesmas no sistema.

Na aplicação em EESEP, o configurador apresenta como saída o modelo barra-ramo (com a correspondente associação de medidores); a identificação de cada barra juntamente com sua geração, suas cargas e dispositivos em derivação; a conectividade entre as barras devida à presença de linhas de transmissão e transformadores e além disso, também identifica ilhamentos e descarta as ilhas que não possuem geração (incluindo barras e ramos isolados).

Posteriormente, PIERETI (2007) desenvolveu um Configurador *Tracking* que utiliza de uma nova metodologia para representação de grafos, denominada Representação Nó Profundidade, a qual permite realizar as etapas de configuração de subestação e configuração de redes de uma só vez, assim diminuindo o tempo de processamento computacional. O configurador proposto possui ainda a vantagem de atualizar apenas a parte afetada por alterações nos estados dos dispositivos seccionadores, sem a necessidade de reiniciar todo o processo, sendo, portanto, indicado para operação em tempo real.

Para exemplificar a importância do configurador de redes, utilizaremos como exemplo o SEP, constituído por três subestações, apresentado a seguir na Figura 2.1. O configurador apresentará como saída o modelo barra-ramo do SEP de três subestações, ilustrado na Figura 2.2.

2.2.2 Etapa 2: Análise e Restauração da Observabilidade

Uma vez obtida a topologia do sistema no modelo barra-ramo, antes da solução do problema de estimação de estado propriamente dito, é necessário verificar se o sistema é observável, isto é, verificar se é possível, através do conjunto de medidas disponível (medidas analógicas e virtuais⁷), determinar todas as variáveis de estado do sistema (tensões

⁷Correspondem às potências (de valor nulo) injetadas em barramentos sem geração e sem carga. Estas medidas estão disponíveis sem qualquer custo em equipamentos de medição, não estando assim sujeitas aos erros introduzidos por esses equipamentos (BRANDÃO, 2005).

Figura 2.1: Sistema de três subestações (LONDON Jr., 2011).

Figura 2.2: Modelo barra-ramo do SEP (LONDON Jr., 2011).

complexas de todas as barras do sistema). Em caso afirmativo, o sistema é dito observável, caso contrário, pode-se proceder de duas maneiras:

i) Determinar as partes observáveis do sistema, chamadas ilhas observáveis, e estimar as suas variáveis de estado isoladamente;

ii) Restaurar a observabilidade através de pseudo-medidas⁸.

Os métodos para análise de observabilidade são aplicados tanto na fase de projeto de sistemas de medição, quanto durante a operação do sistema (aplicação *on-line*). Na fase de projeto, os mesmos indicam onde devem ser instalados novos medidores de tal forma que o sistema de medição seja observável. Já na aplicação *on-line*, verifica-se a observabilidade do sistema para cada amostra de medidas disponível para realização da estimação de estado. Nesse momento, os métodos de observabilidade são utilizados normalmente para analisar e restaurar a observabilidade via pseudo-medidas (em algumas situações, dada a impossibilidade de restaurar a observabilidade como um todo, pode-se optar pela determinação das ilhas observáveis).

Os métodos desenvolvidos para análise de observabilidade baseiam-se nos conceitos de observabilidade apresentados inicialmente por KRUMPHOLZ; CLEMENTS; DAVIS (1980), que foram definidos em função da formulação do estimador de estado WLS. Tais métodos podem ser divididos em três grupos: topológicos, numéricos e híbridos.

i) De acordo com KRUMPHOLZ; CLEMENTS; DAVIS (1980), um sistema de potência é topologicamente observável, com relação a um conjunto de medidas, unicamente se existir, associada a tal sistema, uma árvore que, além de relacionar todas as barras da rede, possua uma medida distinta associada a cada um de seus ramos. A partir dessa definição de observabilidade, denominada "Observabilidade Topológica", KRUMPHOLZ; CLEMENTS; DAVIS (1980) desenvolveram um algoritmo para análise de observabilidade baseado na teoria de grafos. Os métodos topológicos possuem a vantagem de não necessitarem de cálculos numéricos, porém, exigem rotinas específicas, diferentes das utilizadas em estimação de estado, estando ainda sujeitas a explosão combinatorial.

ii) No caso dos métodos numéricos, um sistema é dito numericamente observável, com respeito a um conjunto de medidas, se for possível fazer uma estimativa para o vetor de variáveis de estado, através das equações do estimador de estado. Definindo este conceito, WU; MONTICELLI (1985) desenvolveram um método numérico, baseado na fatoração triangular da matriz ganho, o qual permite testar a observabilidade da rede e, caso o sistema não seja observável como um todo, possibilita a identificação das ilhas observáveis. O método também permite a restauração da observabilidade, através da adição de pseudo-medidas (MONTICELLI; WU, 1985). Recentemente, LONDON; ALBERTO; BRETAS (2007) desenvolveram um método que permite a análise e restauração da observabilidade baseado na fatoração triangular da matriz Jacobiana, não requerendo a solução de sistemas de equações lineares. A vantagem dos métodos numéricos em relação aos métodos topológicos é que todo o trabalho realizado para fazer a análise de observabilidade é apro-

⁸Dados de previsão de carga, previsão de geração, dados históricos do SEP, etc., que fazem parte do banco de dados do centro de operação.

veitado no processo de EE, pois utilizam rotinas já disponíveis nos programas destinados à EE. Sua desvantagem é o fato de estarem sujeitos a erros numéricos (WU; MONTICELLI, 1985).

iii) Os métodos híbridos baseiam-se na teoria de grafos e na fatoração triangular de matrizes. A ideia é aproveitar as vantagens dos métodos topológicos e numéricos, isto é, através da teoria de grafos busca diminuir a quantidade de cálculos necessários. Partindo desta ideia, CONTAXIS; KORRES (1988) desenvolveram uma metodologia que baseia-se na utilização das medidas de fluxo para obtenção do modelo reduzido da rede (ilhas de fluxo), obtendo assim a matriz ganho reduzida e não requerendo a solução de sistemas de equações lineares. Posteriormente, BRETAS (1996) desenvolveu um novo método para analisar a observabilidade, identificar ilhas observáveis e restaurar a observabilidade completa da rede, a partir da triangulação da matriz ganho e dos conceitos de caminhos de grafos. As subrotinas requeridas para implementação computacional são idênticas às rotinas disponíveis nos programas destinados à estimação de estado, facilitando a sua implementação.

2.2.3 Etapa 3: Estimação de Estado

Considerando a topologia do sistema (obtida pelo configurador de redes), através dos parâmetros do mesmo (armazenados no banco de dados) e do conjunto de medidas disponível, o estimador de estado permite determinar as variáveis de estado de todas as barras do sistema. O estimador de estado pode ser estático (abordado neste trabalho) ou dinâmico. O estimador estático pode ser considerado uma generalização do problema clássico de fluxo de carga (HANDSCHIN et al., 1975), já o dinâmico considera as relações entre as grandezas em instantes de tempo diferentes (BRETAS, 1981).

A estimação de estado consiste no cálculo de variáveis de estado desconhecidas, através de um conjunto de medidas não exatas, logo, a estimativa obtida também não será exata. Assim, o problema da estimação consiste em encontrar uma forma de se atingir a melhor estimativa e, para isto, dos muitos critérios estatísticos existentes, o que vem sendo mais utilizado em SEP é o por mínimos quadrados ponderados (WLS) (ABUR; EXPÓSITO, 2004), em razão da simplicidade da sua formulação, bem como da facilidade da sua implementação computacional.

A formulação matemática detalhada do EE WLS será apresentada na Seção 2.3.

2.2.4 Etapa 4: Processamento de Erros Grosseiros

As medidas analógicas, fornecidas ao estimador de estado, estão sujeitas aos erros grosseiros (EGs), que levam o processo de estimação de estado a resultados errôneos ou, até mesmo, à não convergência do processo iterativo. Devido à essa característica

do conjunto de medidas, o EE deve ser robusto o suficiente para detectar e identificar a presença de EGs nas medidas analógicas. Caso uma medida seja identificada como portadora de EG, esta pode ser eliminada do conjunto de medidas ou pode ser, ainda, corrigida e os estados são estimados novamente. Dentre os métodos já desenvolvidos para detecção e identificação de EGs, os mais empregados são aqueles que se baseiam na análise estatística dos resíduos das medidas (MONTICELLI, 1999).

Na ocorrência de EG simples, ou seja, apenas uma medida possuir EG, os métodos para detecção e identificação de EGs baseados na análise dos resíduos apresentam um bom desempenho. Entretanto, possuem limitações, como o fato de não detectarem EGs em medidas críticas⁹ e não identificarem EGs em conjuntos críticos de medidas¹⁰. Isto se deve ao fato de as medidas críticas apresentarem resíduos nulos e as medidas de um conjunto crítico de medidas apresentarem resíduos normalizados iguais.

Para contornar estas limitações, KORRES; CONTAXIS (1994), ABUR; MAGNAGO (1999), ANTONIO; TORREAO; DO COUTTO FILHO (2001) e LONDON; BRITO; BRETAS (2003) desenvolveram métodos que permitem a obtenção de sistemas de medição isentos de medidas críticas e conjuntos críticos de medidas.

No caso de EGs múltiplos não interativos¹¹, quando esses não ocorrem em medidas críticas e conjuntos críticos de medidas, uma generalização da análise dos resíduos pode, na maioria das situações, ser suficiente para detectar e identificar corretamente as medidas portadoras de EGs. Entretanto, tal generalização não pode ser feita para o processamento de EGs múltiplos interativos¹², logo, para essa situação, as medidas com EGs são redundantes entre si, e, sendo os resíduos das medidas combinações lineares dos erros de medição, nem sempre as medidas com EGs são aquelas com os resíduos normalizados de maior magnitude (MILI; VAN CUTSEM; RIBBENS-PAVELLA, 1984).

BRETAS et al. (2009) demonstraram que o erro da medida divide-se em componentes detectáveis e não detectáveis. Demonstraram ainda que as metodologias para processamento de EGs propostas até então referem-se apenas à parcela detectável do erro. Sendo assim, dependendo da magnitude das componentes do erro, essas metodologias falham. Por exemplo, quando uma medida possui um EG cuja componente não detectável é muito maior que a detectável acarreta que o seu erro seja "mascarado".

A metodologia tradicional para processamento de EGs baseada na análise dos resíduos normalizados é apresentada no Capítulo 3. Por sua vez, a metodologia proposta por BRETAS et al. (2009), BRETAS; PIERETI (2010), BRETAS; BRETAS; PIERETI (2011)

⁹Uma medida é dita crítica quando, retirada do conjunto de medidas, faz com que um SEP observável torne-se não observável (CLEMENTS; KRUMPHOLZ; DAVIS, 1981).

¹⁰Conjunto de medidas formado por medidas não críticas, em que a eliminação de uma medida qualquer, pertencente a este conjunto, faz com que as demais se tornem críticas (MILI; VAN CUTSEM; RIBBENS-PAVELLA, 1984).

¹¹Ocorrem quando os resíduos das medidas com erro grosseiro apresentam fraca interação com os demais resíduos, ou seja, os resíduos são fracamente correlacionados.

¹²Ocorrem quando as medidas com erro grosseiro apresentam resíduos fortemente correlacionados com os resíduos das outras medidas.

e BRETAS et al. (2013), baseada na interpretação geométrica dos erros das medidas é apresentada no Capítulo 4.

2.3 Formulação Matemática do Estimador de Estado WLS

A finalidade do estimador de estado em SEP é encontrar uma forma de conseguir a melhor estimativa das variáveis de estado desconhecidas, sendo o método estatístico dos mínimos quadrados ponderados o mais utilizado na prática para esse objetivo. Tal método consiste em minimizar a soma dos quadrados das diferenças entre os valores medidos e os estimados.

Na subseção a seguir serão apresentadas as equações de fluxo de carga, por serem utilizadas na formulação matemática do EE WLS bem como o modelo adotado para representação de um ramo do sistema elétrico.

2.3.1 Modelagem de Linhas de Transmissão e Equações de Fluxo de Carga

Neste trabalho adotou-se como representação de um ramo do sistema elétrico uma generalização do modelo equivalente de linhas de transmissão, transformadores em fase e defasadores a partir do modelo π generalizado apresentado em MONTICELLI (1999). A Figura 2.3 ilustra esse modelo:

Figura 2.3: Modelo π generalizado de uma linha de transmissão (MONTICELLI, 1999).

A partir da aplicação das leis de Kirchhoff, sobre o modelo π generalizado, obtêm-se as seguintes expressões para os fluxos de potência ativa (P_{kl}) e reativa (Q_{kl}) no ramo que conecta as barras k e l (MONTICELLI, 1983).

i) Da barra k para a barra l :

$$P_{kl} = a_{kl}^2 \cdot V_k^2 \cdot g_{kl} - a_{kl} \cdot V_k \cdot V_l \cdot g_{kl} \cdot \cos(\theta_{kl} + \phi) - a_{kl} \cdot V_k \cdot V_l \cdot b_{kl} \cdot \sin(\theta_{kl} + \phi) \quad (2.1)$$

$$Q_{kl} = -a_{kl}^2 \cdot V_k^2 \cdot (b_{kl} + b_{kl}^{sh}) + a_{kl} \cdot V_k \cdot V_l \cdot b_{kl} \cdot \cos(\theta_{kl} + \phi) - a_{kl} \cdot V_k \cdot V_l \cdot g_{kl} \cdot \sin(\theta_{kl} + \phi) \quad (2.2)$$

ii) Da barra l para a barra k :

$$P_{lk} = V_l^2 \cdot g_{kl} - a_{kl} \cdot V_k \cdot V_l \cdot g_{kl} \cdot \cos(\theta_{lk} - \phi) - a_{kl} \cdot V_k \cdot V_l \cdot b_{kl} \cdot \sin(\theta_{lk} - \phi) \quad (2.3)$$

$$Q_{lk} = -V_l^2 \cdot (b_{kl} + b_{kl}^{sh}) + a_{kl} \cdot V_k \cdot V_l \cdot b_{kl} \cdot \cos(\theta_{lk} - \phi) - a_{kl} \cdot V_k \cdot V_l \cdot g_{kl} \cdot \sin(\theta_{lk} - \phi) \quad (2.4)$$

Onde:

g_{kl} é a condutância série da linha de transmissão;

b_{kl} é a susceptância série da linha de transmissão;

b_{kl}^{sh} é a susceptância *shunt* da linha de transmissão;

$t_{kl} = a_{kl} \cdot e^{j\phi}$ é a relação de transformação para transformadores;

V_k e V_l são as magnitudes de tensão das barras k e l ;

θ_k e θ_l são os ângulos de fase da tensão das barras k e l .

No equacionamento da injeção de potência complexa, em qualquer barra do SEP, deve-se considerar a existência de possíveis elementos *shunts* conectados a ela. Assim, as expressões para as injeções de potência ativa e reativa, na barra genérica k , podem ser escritas como:

$$P_k = \sum_{l \in \Omega_k} P_{kl} \quad (2.5)$$

$$Q_k = -V_k^2 \cdot b_k^{sh} + \sum_{l \in \Omega_k} Q_{kl} \quad (2.6)$$

Onde:

b_k^{sh} é a susceptância *shunt* de um capacitor conectado à barra k ;

Ω_k representa o conjunto de barras adjacentes à barra k .

Para mais detalhes do equacionamento completo das expressões de fluxo e injeção de potência ver MONTICELLI (1983). Na próxima subseção será abordado o método escolhido para a solução do estimador WLS.

2.3.2 Método da Equação Normal

A estimação de estado consiste no cálculo de variáveis de estado desconhecidas, através de um conjunto de medidas não exatas, logo, a estimativa obtida também não será exata. Neste trabalho admite-se a não existência de erros topológicos e de erros nos parâmetros

do modelo. Com relação a essa representação, as equações não lineares para estimação de estado em SEP são representadas como:

$$z = h(x) + e \quad (2.7)$$

Sendo:

z o vetor de medidas ($m \times 1$);

$h(.)$ o vetor de funções não lineares, que relaciona as medidas com as variáveis de estado ($m \times 1$);

x o vetor de variáveis de estado a serem estimadas ($n \times 1$);

e o vetor de erros das medidas ($m \times 1$);

m o número total de medidas;

n o número de variáveis de estado a serem estimadas.

Os erros das medidas são considerados como variáveis aleatórias independentes, com distribuição Gaussiana de média zero (SCHWEPPE; HANDSCHIN, 1974). Denominando R a matriz de covariância do vetor de erros das medidas, com dimensão $m \times m$, tem-se:

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & & 0 \\ & \sigma_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \sigma_m^2 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Onde σ_i^2 é a variância do erro da medida i . Assim $e_i \sim N(0, R_{ii})$ para todo i .

Através da aplicação da metodologia dos mínimos quadrados ponderados, a melhor estimativa do vetor de variáveis de estado x , designada por $\hat{x}$, pode ser obtida calculando-se o valor de x que torne mínimo o índice $J(x)$ (SCHWEPPE; HANDSCHIN, 1974), que representa uma função de "custo" dado por:

$$J(x) = 1/2 \cdot e^T \cdot R^{-1} \cdot e \quad (2.9)$$

ou ainda:

$$J(x) = 1/2 \cdot [z - h(x)]^T \cdot R^{-1} \cdot [z - h(x)] \quad (2.10)$$

Sendo R^{-1} o inverso da matriz de covariância do vetor de erros das medidas, aqui utilizado como matriz de ponderação das medidas.

O índice $J(x)$ torna-se mínimo quando:

$$\frac{\partial J(x)}{\partial x} = 0 \quad (2.11)$$

ou ainda:

$$H^T(\hat{x}) \cdot R^{-1} \cdot [z - h(\hat{x})] = 0 \quad (2.12)$$

Sendo $H(\hat{x})$ a matriz das primeiras derivadas das funções não lineares do vetor $h(x)$, conhecida como matriz Jacobiana, calculada no ponto representado pelo vetor de variáveis de estado estimado $\hat{x}$ e representada por:

$$H(\hat{x}) = \left. \frac{\partial h(x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}} \quad (2.13)$$

Em razão de o índice $J(x)$ ser uma função quadrática não linear, para a obtenção de $\hat{x}$ aplica-se um método iterativo que resolva uma equação linear a cada iteração k , de modo a calcular a estimativa corrente do vetor das variáveis de estado, através de sucessivas correções (SCHWEPPE; HANDSCHIN, 1974), dadas por:

$$x^{k+1} = x^k + \Delta x^k \quad (2.14)$$

No entanto, para determinar a correção Δx^k , efetua-se a linearização das equações de $h(x)$ em torno do ponto x^k , representada pela equação:

$$h(x^{k+1}) \cong h(x^k) + H(x^k) \cdot \Delta x^k \quad (2.15)$$

Reescrevendo a equação (2.7), em relação às aproximações realizadas em $h(x)$, obtém-se o modelo de medição que se tornou linear:

$$z = h(x^k) + H(x^k) \cdot \Delta x^k + e \quad (2.16)$$

ou ainda:

$$\Delta z(x^k) = z - h(x^k) = H(x^k) \cdot \Delta x^k + e \quad (2.17)$$

Sendo $\Delta z(x^k)$ definido como o vetor dos resíduos de medição.

A partir do modelo de medição linear, a função objetivo $J(\Delta x)$ torna-se:

$$J(\Delta x) = \frac{1}{2} \cdot [\Delta z(x^k) - H(x^k) \cdot \Delta x^k]^T \cdot R^{-1} \cdot [\Delta z(x^k) - H(x^k) \cdot \Delta x^k] \quad (2.18)$$

cujos mínimos são calculados a partir de:

$$\frac{\partial J(\Delta x)}{\partial \Delta x} = H(x^k)^T \cdot R^{-1} \cdot [\Delta z(x^k) - H(x^k) \cdot \Delta x^k] = 0 \quad (2.19)$$

Logo, a solução pode ser obtida pela seguinte equação:

$$\Delta x^k = [H(x^k)^T \cdot R^{-1} \cdot H(x^k)]^{-1} \cdot H(x^k)^T \cdot R^{-1} \cdot \Delta z(x^k) \quad (2.20)$$

que é denominada Equação Normal, onde:

$$H(x^k)^T \cdot R^{-1} \cdot H(x^k) = G(x^k) \quad (2.21)$$

representa a matriz ganho (G).

O processo iterativo começa a partir de um valor inicial x^0 e, a cada iteração k , as correções nas variáveis de estado Δx são obtidas através da equação (2.20). A atualização

do vetor de variáveis de estado é obtida através da equação (2.14), até que um critério de parada seja satisfeito, como:

$$\max |\Delta x^k| \leq \varepsilon \quad (2.22)$$

no qual ε denota uma tolerância ao erro previamente estabelecida. Assim, esse critério indicará que o processo iterativo será encerrado quando a magnitude dos ajustes nas variáveis de estado for desprezível.

O algoritmo do estimador de estado WLS pode ser resumido pelos passos dados a seguir:

Passo 1: Fazer $k = 0$ e escolher uma solução inicial $x^k = x^0$;

Passo 2: Calcular as matrizes $H(x^k)$ e $G(x^k)$ no ponto $x = x^k$;

Passo 3: Obter a correção nas variáveis de estado através da equação normal e atualizar as variáveis:

$$\Delta x^k = G(x^k)^{-1} \cdot H(x^k)^T \cdot R^{-1} \cdot \Delta z(x^k) \quad (2.23)$$

$$x^{k+1} = x^k + \Delta x^k \quad (2.24)$$

Passo 4: Testar o critério de parada: se $\max |\Delta x^k| \leq \varepsilon$, o processo convergiu. Caso contrário, faça $k = k + 1$ e retorne ao **Passo 2**.

Obs. 2.1: Além do critério de parada de tolerância ao erro, foi incluído também o critério de parada de acordo com o número máximo de iterações para a convergência do processo, logo, se após k_{max} iterações não houver convergência, o processo é interrompido.

A seguir, na Figura 2.4 tem-se o fluxograma do algoritmo do estimador de estado WLS.

Figura 2.4: Fluxograma do algoritmo do estimador de estado WLS.

Processamento de Erros Grosseiros

Neste capítulo, será apresentada uma descrição do problema de detecção e identificação de erros grosseiros no processo de estimação de estado por Mínimos Quadrados Ponderados em SEP, segundo os métodos tradicionais de análise dos resíduos das medidas.

3.1 Introdução

Uma das funções essenciais de um estimador de estado é a de detectar erros em medidas, identificá-los e eliminá-los, se possível. O processo de estimação de estado está sujeito a erros em medidas devido à várias razões, por exemplo: EGs (presentes em medidas analógicas e foco de estudo deste trabalho), erros topológicos (estados de chaves e disjuntores) e/ou erros de parâmetros (susceptância e condutância série de linhas de transmissão, susceptância *shunt* de linhas de transmissão, tap de transformadores, etc.).

Erros aleatórios usualmente existem em medidas devido à precisão finita dos medidores e à imperfeição dos meios de comunicação. Dada a existência de suficiente redundância de medidas, espera-se que tais erros sejam filtrados pelo estimador de estado. A natureza desta ação de filtragem dependerá do método específico de estimação empregado (ABUR; EXPÓSITO, 2004).

Alguns erros são óbvios e podem ser detectados e eliminados inicialmente na estimação de estado, através de uma simples checagem de plausibilidade. Alguns exemplos de erros como esses são magnitudes negativas de tensão, medidas com várias ordens de magnitude maiores ou menores que o valor esperado ou medidas com grandes diferenças entre correntes de entrada e saída em um nó de uma subestação. Infelizmente, nem todos os tipos de erros são facilmente detectáveis desta maneira, logo, os estimadores de estado devem estar associados a métodos mais avançados de detecção e identificação de EGs (ABUR; EXPÓSITO, 2004).

O tratamento de erros em medidas depende do método implementado de estimação de estado. Quando se utiliza o estimador WLS, a maneira mais difundida e utilizada para detecção e identificação de EGs é através do processamento e análise dos resíduos

das medidas, após o processo de estimação. A análise é essencialmente baseada nas propriedades dos resíduos, incluindo sua esperada distribuição de probabilidade. Devido à sua importância, as propriedades dos resíduos das medidas, quando aplicado o estimador WLS, serão apresentadas de forma detalhada na Seção 3.3.

Erros de medição podem ser classificados de várias formas diferentes, dependendo do tipo, localização e número de medidas que possuem erro. Eles podem ser, de forma geral, classificados como:

- i) Erro grosseiro simples: apenas uma das medidas em todo o sistema possui EG.
- ii) Erros grosseiros múltiplos: mais de uma medida possui EG.

Erros múltiplos podem aparecer em medidas cujos resíduos são fortemente ou fracamente correlacionados. Medidas com resíduos fortemente correlacionados são aquelas cujos erros afetam o valor estimado das outras significativamente, podendo fazer com que uma medida correta possua um resíduo elevado devido à influência da outra, quando esta possui EG. Valores estimados de medidas com resíduos fracamente correlacionados não são significativamente afetados pelos erros umas das outras. Quando os resíduos das medidas são fortemente correlacionados (interativos) seus erros podem ser, ou não, conformativos (ABUR; EXPÓSITO, 2004).

Os EGs múltiplos interativos e não-conformativos são EGs cujo efeito não é "mascarado" nos resíduos das medidas portadoras de EGs. Sendo assim, as medidas com EGs apresentarão resíduos normalizados elevados. No caso dos EGs múltiplos interativos e conformativos, o efeito do EG é "mascarado" nos resíduos das medidas, fazendo com que as mesmas possuam comportamento semelhante às medidas sem EG. Dessa forma, as medidas portadoras de EGs irão apresentar resíduos normalizados pequenos e medidas sem EGs podem ser identificadas como portadoras de EGs (MILI; VAN CUTSEM; RIBBENS-PAVELLA, 1984).

A Figura 3.1 ilustra como, tradicionalmente, os EGs em medidas podem ser classificados:

3.2 Classificação das Medidas

Os sistemas de potência podem conter vários tipos de medidas, podendo estas exibir diferentes propriedades, afetando a resposta do processo de estimação de estado de acordo com as mesmas propriedades, dependendo não somente dos seus valores mas também de suas localizações. Portanto, as medidas podem pertencer a uma, ou mais, das categorias a seguir (CLEMENTS; DAVIS, 1986):

Medida Crítica: Uma medida é dita crítica quando, ao ser retirada de um sistema observável, faz com que o mesmo torne-se não observável. A coluna da matriz de covariância dos resíduos (Ω), correspondente a uma medida crítica, será nula. Além disso, o

Figura 3.1: Classificação dos erros grosseiros em medidas.

resíduo de uma medida crítica será sempre zero, não possibilitando a detecção de erro em medida crítica através de técnicas baseadas na análise dos resíduos.

Medida Redundante: Uma medida redundante é uma medida que não é crítica. Somente medidas redundantes possuem resíduos não nulos.

Par Crítico: Um par crítico é composto por duas medidas redundantes, onde a supressão dessas medidas torna o sistema não observável. A supressão de apenas uma das medidas de um par crítico torna a outra medida crítica.

Conjunto Crítico: É um conjunto de medidas formado por medidas redundantes, em que a eliminação de uma medida qualquer, pertencente ao conjunto, torna as demais medidas do mesmo críticas. De acordo com MILI; VAN CUTSEM; RIBBENS-PAVELLA (1984), o erro em uma medida pertencente a um conjunto crítico de medidas pode ser detectado, mas não identificado, uma vez que os resíduos normalizados das medidas pertencentes a um conjunto crítico de medidas possuem valores iguais em módulo.

Levando em consideração as definições apresentadas acima, pode-se chegar às seguintes conclusões em relação ao estimador WLS associado ao teste do maior resíduo normalizado (PIERETI, 2011):

- i) Duas medidas quaisquer de um conjunto crítico constituem um par crítico de medidas;
- ii) Para possibilitar a detecção de EGs, o nível de redundância das medidas disponíveis deve ser tal que garanta a ausência de medidas críticas;
- iii) Para possibilitar a identificação de EGs, o nível de redundância das medidas disponíveis deve ser tal que garanta a ausência de medidas críticas e conjuntos críticos de medidas.

3.3 Propriedades dos Resíduos das Medidas

Considere a equação do modelo de medição linear:

$$\Delta z = H\Delta x + e \quad (3.1)$$

onde, $E(e) = 0$ e $cov(e) = R$, que é uma matriz diagonal, assumindo que os erros das medidas não são correlacionados. Deve-se atentar ao fato de que os resíduos das medidas podem ser correlacionados, mesmo se os erros das medidas forem considerados como independentes (ABUR; EXPÓSITO, 2004). Então, para o estimador WLS, o vetor de estado estimado linearizado será dado por:

$$\Delta \hat{x} = (H^t R^{-1} H)^{-1} H^t R^{-1} \Delta z = G^{-1} H^t R^{-1} \Delta z \quad (3.2)$$

e o valor estimado de Δz será:

$$\Delta \hat{z} = H\Delta \hat{x} = P\Delta z \quad (3.3)$$

onde $P = HG^{-1}H^t R^{-1}$ e é usualmente chamada matriz de projeção ou matriz chapéu.

Uma ideia simplificada sobre a redundância local de uma medida pode ser obtida através da checagem dos valores correspondentes nas linhas da matriz P . Um valor elevado na diagonal, relativo aos elementos fora da diagonal de P , implica que o valor estimado correspondente àquela medida é essencialmente determinado por este valor medido, ou seja, a redundância local é baixa. Além disso, a matriz P apresenta as seguintes propriedades (ABUR; EXPÓSITO, 2004):

$$P.P.P...P = P \quad (3.4)$$

$$P.H = H \quad (3.5)$$

$$(I - P).H = 0 \quad (3.6)$$

Agora, os resíduos das medidas podem ser expressos da seguinte forma:

$$\begin{aligned} r &= \Delta z - \Delta \hat{z} \\ &= (I - P)\Delta z \\ &= (I - P)(H\Delta x + e) \quad (\text{Substituindo a Equação (3.6)}) \\ &= (I - P)e \\ &= Se \end{aligned} \quad (3.7)$$

A matriz S , denominada matriz de sensibilidade do resíduo, representa a sensibilidade dos resíduos das medidas em relação aos erros destas medidas. Essa matriz tem as seguintes propriedades:

i) Não é uma matriz simétrica, a menos que as covariâncias dos erros sejam todas iguais, isto é, $R = k.I$, onde k é um escalar.

$$\text{ii) } S.S.S...S = S$$

$$\text{iii) } S.R.S^t = S.R$$

O estimador de estado WLS é baseado na hipótese de que os erros das medidas possuem distribuição Gaussiana, dada abaixo:

$$e_i \sim N(0, R_{ii}) \quad \text{para todo } i. \quad (3.8)$$

Utilizando a relação linear entre os resíduos das medidas e os erros das mesmas, dada pela Equação (3.7), a média e a covariância, e logo também a distribuição de probabilidade, dos resíduos das medidas podem ser obtidos da maneira a seguir:

$$E(r) = E(S.e) = S.E(e) = 0 \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \text{cov}(r) &= \Omega = E[rr^t] \\ &= S.E[ee^t].S^t \\ &= SR S^t \quad (\text{Aplicando a propriedade de } S \text{ acima}) \\ &= SR \end{aligned} \quad (3.10)$$

Portanto: $r \sim N(0, \Omega)$.

Os elementos fora da diagonal da matriz de covariância dos resíduos (Ω) podem ser usados para identificar medidas que possuem interações fortes ou fracas.

Se $\Omega_{ij} \geq \varepsilon$, então as medidas i e j possuem uma forte interação. Caso contrário, essas medidas são consideradas fracamente interativas ou não interativas. O limiar ε depende da rede e de como as medidas estão distribuídas nessa rede (ABUR; EXPÓSITO, 2004).

A matriz de covariância dos resíduos possui algumas propriedades interessantes que serão utilizadas no processo de identificação de erros grosseiros. Tais propriedades são apresentadas a seguir:

i) Ω é uma matriz real e simétrica.

$$\text{ii) } \Omega_{ij}^2 \leq \Omega_{ii} \cdot \Omega_{jj}$$

$$\text{iii) } \Omega_{ij} \leq \frac{\Omega_{ii} + \Omega_{jj}}{2}$$

3.4 Detecção e Identificação de Erros Grosseiros

A detecção consiste em determinar se o conjunto de medidas contém algum EG ou não. A identificação é o procedimento de encontrar qual medida específica possui o EG. Detecção e identificação de EGs dependem da configuração do conjunto de medidas em um dado sistema de potência.

Erros grosseiros podem ser detectados se a remoção da medida correspondente não faz com que o sistema torne-se não observável. Em outras palavras, um EG em uma medida crítica não pode ser detectado. Uma única medida contendo EG pode ser identificada se, e somente se, esta não é uma medida crítica e nem pertencente a um conjunto crítico. Se

ambas as condições acima forem aceitas, erros grosseiros simples podem ser detectados e identificados pelos métodos que serão apresentados a seguir. Vale ressaltar que, como foi apresentado em BRETAS et al. (2009), esses métodos podem falhar em determinados casos.

3.5 Detecção de Erros Grosseiros

Os métodos comumente utilizados para detecção de EGs para o estimador WLS são o teste do Índice $J(x)$, baseado na análise da distribuição Chi-quadrada (χ^2), e o do teste do maior resíduo normalizado, que serão apresentados nas subseções seguintes.

3.5.1 Teste do Índice $J(x)$

Distribuição χ^2

Considere um conjunto de N variáveis aleatórias independentes $X_1, X_2, \dots, X_N$, onde cada X_i apresenta uma Distribuição Normal Padrão:

$$X_i \sim N(0, 1).$$

Então, uma nova variável aleatória Y definida por:

$$Y = \sum_{i=1}^N X_i^2$$

terá uma distribuição χ^2 com N graus de liberdade, isto é: $Y \sim \chi_N^2$.

Os N graus de liberdade representam o número de variáveis independentes no somatório de quadrados. Este valor decairá se qualquer uma das X_i variáveis formarem um subconjunto linearmente dependente.

Agora, considerando a função $f(x)$, escrita em termos dos erros das medidas:

$$f(x) = \sum_{i=1}^m R_{ii}^{-1} e_i^2 = \sum_{i=1}^m \left(\frac{e_i}{\sqrt{R_{ii}}} \right)^2 = \sum_{i=1}^m (e_i^N)^2 \quad (3.11)$$

onde e_i é o i -ésimo erro de medida, R_{ii} é o valor correspondente da diagonal da matriz de covariância dos erros das medidas e m é o número total de medidas. Assumindo que todos os e_i s são variáveis aleatórias com distribuição normal de média zero e variância R_{ii} , os e_i^N s terão distribuição normal padrão, isto é: $e_i^N \sim N(0, 1)$.

Então, $f(x)$ terá uma distribuição χ^2 com $(m - n)$ graus de liberdade. Em um sistema de potência, uma vez que no mínimo n medidas são necessárias para solucionar as equações de potência, no máximo $(m - n)$ erros de medidas serão linearmente independentes. Logo, o máximo grau de liberdade de $f(x)$ será $(m - n)$, isto é, a diferença entre o número total de medidas e as variáveis de estado.

A Figura 3.2 ilustra a função de densidade de probabilidade de uma distribuição χ^2 . A área abaixo da curva representa a probabilidade de se encontrar X na região correspondente.

Figura 3.2: Função densidade de probabilidade da distribuição χ^2 (ABUR; EXPÓSITO, 2004).

Por exemplo, a Equação 3.12 representa a probabilidade de X ser maior que um valor limiar x_t . Essa probabilidade diminui conforme o valor de x_t aumenta, devido à queda característica na forma da curva dessa distribuição.

$$Pr\{X \geq x_t\} = \int_{x_t}^{\infty} \chi^2(u) du \quad (3.12)$$

Escolhendo uma probabilidade de erro de, por exemplo 0,05, o limiar x_t pode ser definido como:

$$Pr\{X \geq x_t\} = 0,05$$

Na Figura 3.2, este limiar corresponde a $x_t = 25$, indicado pela linha vertical pontilhada. Este limiar representa o maior valor aceitável de X que não implicará em um EG. Se o valor medido de X exceder este valor, então com 95% de probabilidade, o valor X medido é suspeito de possuir EG (ABUR; EXPÓSITO, 2004).

Teste do Índice $J(x)$

A função objetivo $J(x)$ do estimador de estado WLS pode ser utilizada como uma aproximação para a função $f(x)$ citada anteriormente logo, um teste de detecção de EG pode ser concebido baseado nas propriedades da distribuição χ^2 .

Os passos do teste de detecção do Índice $J(x)$ são dados a seguir:

i) Resolva o estimador WLS e calcule o valor da função objetivo:

$$J(\hat{x}) = \sum_{i=1}^m \frac{(z_i - h_i(\hat{x}))^2}{\sigma_i^2} \quad (3.13)$$

onde:

$\hat{x}$: vetor de variáveis de estado estimadas de dimensão n .

$h_i(\hat{x})$: valor estimado da medida i .

z_i : valor medido da medida i .

$\sigma_i^2 = R_{ii}$: variância do erro na medida i .

m : número de medidas.

ii) Encontre na tabela da distribuição χ^2 o valor correspondente à uma detecção com probabilidade $p = 95\%$ e $(m - n)$ graus de liberdade. Seja este valor $\chi_{(m-n),p}^2$, assim:

$$p = \Pr(J(\hat{x}) \leq \chi_{(m-n),p}^2)$$

iii) Teste se $J(\hat{x}) \geq \chi_{(m-n),p}^2$. Em caso afirmativo, há suspeita de erro grosseiro, caso contrário, assume-se que as medidas são livres de erros.

3.5.2 Teste do Resíduo Normalizado

Um teste mais confiável para detecção de EGs é baseado na utilização dos resíduos normalizados. O valor normalizado do resíduo de uma medida i pode ser obtido pela simples divisão do seu valor absoluto pelo valor correspondente da diagonal da matriz de covariância dos resíduos estimados:

$$r_i^N = \frac{|r_i|}{\sqrt{\Omega_{ii}}} = \frac{|r_i|}{\sqrt{R_{ii}S_{ii}}} \quad (3.14)$$

Admitindo a hipótese de que os erros das medidas (e_i) sejam variáveis aleatórias independentes, com distribuição normal de média zero e variância conhecida prova-se, em MONTICELLI (1999), que os elementos do vetor de resíduos normalizados apresentam distribuição normal padrão, ou seja:

$$r_i^N \sim N(0, 1)$$

Assim, o maior elemento em r^N pode ser comparado com um limiar estatístico para decidir se há erro grosseiro. Este limiar pode ser escolhido baseado no nível desejado para a sensibilidade de detecção.

A importância da normalização dos resíduos pode ser compreendida se for levado em conta que diferentes tipos de medidores possuem em geral variâncias diferentes, de modo que o valor do resíduo discrepante para uma medida pode ser perfeitamente aceitável para outra. A normalização dos resíduos coloca-os em uma mesma referência, permitindo assim, uma comparação justa dos seus valores absolutos.

Propriedades dos Resíduos Normalizados

Para o caso de existência de somente uma medida portadora de EG (desde que esta medida não seja uma medida crítica, nem pertencente a um conjunto crítico) pode ser demonstrado que o maior resíduo normalizado é o correspondente à medida errônea, sob a condição das demais medidas serem perfeitas. Esta propriedade se mantém verdadeira mesmo em alguns casos de EGs múltiplos, desde que as medidas errôneas apresentem fraca correlação, ou seja, desde que sejam essencialmente não interativas.

Considerando o caso onde o único EG ocorre na medida k , isto é $e_k \neq 0$, e todas as medidas restantes são perfeitas, $e_j = 0, j \neq k$, e utilizando a Equação (3.7), pode ser demonstrado que o resíduo normalizado para a medida errônea k é o maior dentre todos os resíduos das medidas livres de erros:

$$\begin{aligned}
 r_j &= S_{jk} \cdot e_k \quad j = 1, \dots, m. \\
 r_j^N &= \frac{S_{jk} \cdot e_k}{\sqrt{R_{jj} \cdot S_{jj}}} = \frac{\Omega_{jk} \cdot e_k}{\sqrt{\Omega_{jj} \cdot R_{kk}}} \\
 &\leq \frac{\sqrt{\Omega_{jj} \cdot \Omega_{kk}} \cdot e_k}{\sqrt{\Omega_{jj} \cdot R_{kk}}} \quad (\text{Usando a propriedade } \Omega_{jk}^2 \leq \Omega_{jj} \cdot \Omega_{kk}) \\
 &= \frac{\sqrt{\Omega_{kk}} \cdot e_k}{R_{kk}} = \frac{S_{kk} \cdot e_k}{\sqrt{R_{kk} \cdot S_{kk}}} = r_k^N
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

3.6 Identificação de Erros Grosseiros

3.6.1 Teste do Maior Resíduo Normalizado

As propriedades dos resíduos normalizados apresentadas anteriormente, para o caso de EG simples no conjunto de medidas, podem ser utilizadas para originar um teste para identificar medidas portadoras de EG. Esse teste, denominado Teste do Maior Resíduo Normalizado (r_{max}^N) é composto das seguintes etapas:

Passo 1: Resolva o estimador WLS e obtenha o vetor de resíduos das medidas:

$$r_i = z_i - h_i(\hat{x}) \quad i = 1, \dots, m$$

Passo 2: Calcule os resíduos normalizados:

$$r_i^N = \frac{|r_i|}{\sqrt{\Omega_{ii}}} \quad i = 1, \dots, m$$

Passo 3: Encontre k de modo que r_k^N seja o maior dentre todos os $r_i^N, i = 1, \dots, m$.

Passo 4: Se $r_k^N > \beta$, então a medida k é suspeita de possuir EG. Caso contrário, pare, não há suspeita de existência de EG. O limiar β é escolhido, e usualmente considerado igual a 3 (ABUR; EXPÓSITO, 2004).

Passo 5: Realize o tratamento adequado à medida errônea e volte ao **Passo 1**.

3.6.2 Tratamento de Medidas com Erros Grosseiros

Após a identificação da medida portadora de EG, algum tratamento especial deve ser dado a essa medida, com o intuito de eliminar o seu efeito. Tradicionalmente, o efeito da medida com EG pode ser suprimido de duas maneiras (MONTICELLI, 1999):

- i) Retirada da medida com EG do conjunto de medidas e re-estimação.
- ii) Recuperação do valor da medida com EG, através do valor de erro estimado e re-estimação.

Obs. 3.1: A remoção da(s) medida(s) portadora(s) de EG(s), em casos de sistemas com baixa redundância, pode ser prejudicial ao processo de estimação de estado, uma vez que diminui-se ainda mais a redundância do mesmo, podendo levar à não observabilidade. Logo, a solução mais indicada e utilizada neste trabalho, caso seja detectada e identificada uma medida com EG, é a recuperação do valor da medida.

A remoção, propriamente dita, da medida portadora de EG, pode ser evitada através da subtração do erro estimado do valor da medida, como apresentado a seguir.

Assumindo que todas as medidas são perfeitas, exceto para a medida i , essa pode ser escrita como:

$$z_i + e_i = z_i^{EG} \quad (3.16)$$

onde, z_i^{EG} é o valor da medida com EG, z_i é o valor "verdadeiro" e e_i é o valor do EG associado à medida i . Utilizando a relação linear da sensibilidade do resíduo dada pela Equação (3.7), o resíduo da medida errônea pode ser aproximado por:

$$z_i^{EG} - h(\hat{x}) = r_i^{EG} \approx S_{ii}e_i \quad (3.17)$$

onde, $\hat{x}$ é o estado estimado baseado no conjunto de medidas incluindo a medida portadora de EG. Então, um valor aproximado para o erro e_i pode ser calculado. Subtraindo esse valor da medida errônea, tem-se que:

$$z_i \approx z_i^{EG} - \frac{R_{ii}}{\Omega_{ii}} r_i^{EG} \quad (3.18)$$

O processo de estimação de estado pode então ser repetido após a correção da medida errônea através da aproximação acima. O resultado da estimação será aproximadamente o mesmo que seria obtido através da remoção da medida errônea do conjunto de medidas (ABUR; EXPÓSITO, 2004).

3.6.3 Vantagens e Limitações do Teste do r_{max}^N

O teste do maior resíduo normalizado apresentará diferentes desempenhos dependendo do tipo de EG e sua configuração.

Erro Grosseiro Simples No caso de EG simples, o teste do maior resíduo normalizado identificará a medida errônea, desde que essa não seja uma medida crítica e que a sua remoção do conjunto de medidas não origine nenhuma medida crítica dentre as restantes (ABUR; EXPÓSITO, 2004). Entretanto, como será apresentado no Capítulo 5, em alguns resultados preliminares obtidos, o teste falha mesmo no caso de EG simples.

Erros Grosseiros Múltiplos No caso de EGs múltiplos, estes podem aparecer de 3 maneiras:

i) Não-interativos:

Se $S_{ik} \approx 0$, então as medidas i e k são ditas não-interativas. Neste caso, mesmo que o EG apareça simultaneamente em ambas as medidas, o teste do maior resíduo normalizado pode identificá-los sequencialmente, um de cada vez.

ii) Interativos, não-conformativos:

Se S_{ik} é significativamente grande, então as medidas i e k são ditas interativas. Entretanto, se os erros nas medidas i e k não são consistentes um com o outro, o teste do maior resíduo normalizado pode ainda indicar o EG corretamente. Em outras palavras, são EGs cujos efeitos não são "mascarados" nos resíduos das medidas portadoras de EGs, desta forma, as medidas com EGs apresentarão resíduos normalizados elevados, possibilitando sua identificação.

iii) Interativos, conformativos:

São EGs interativos cujos efeitos são "mascarados" nos resíduos das medidas portadoras de EGs. Deste modo, as medidas com EGs apresentarão resíduos normalizados pequenos, e a identificação dos EGs através do teste do maior resíduo normalizado pode falhar (PIERETI, 2011).

Metodologia Geométrica para Processamento de Erros Grosseiros

4.1 Introdução

Neste capítulo serão apresentados os fundamentos da metodologia geométrica, apresentada em BRETAS et al. (2009), BRETAS; PIERETI (2010), BRETAS; BRETAS; PIERETI (2011) e BRETAS et al. (2013), e sua aplicação no processamento de EGs em estimação de estado. Também será apresentado o índice de inovação apresentado em PIERETI (2011), que classifica as medidas de acordo com as suas características de "mascarar" os seus erros. O mascaramento de erros das medidas pode provocar o mau funcionamento do estimador WLS, uma vez que as medidas com erro mascarado nem sempre são detectadas e identificadas no processo de estimação, quando aplicados os métodos tradicionais de processamento de EGs baseados na análise dos resíduos das medidas, podendo levar as variáveis de estado a valores calculados incorretos. O índice de inovação (II), juntamente com outros conceitos apresentados em PIERETI (2011) como o erro composto da medida (CME), o erro normalizado composto (CNE) e o *Threshold Value* (TV), serão utilizados para possibilitar uma análise mais eficiente dos erros das medidas.

Finalmente, será apresentada uma das propostas deste trabalho, que consiste em uma maneira alternativa para o cálculo dos valores limiares (TVs) de detecção de EG, através da análise da geometria da função densidade de probabilidade da distribuição normal multivariável, como estudada no material de ROTHs (2011), DAVIDIAN (2007) e CHUONG (2008) e que será apresentada na Seção 4.6.

4.2 Interpretação Geométrica dos Erros das Medidas

Geometricamente, o estimador de estado baseado no método dos Mínimos Quadrados Ponderados, pode ser visto como uma matriz de projeção P , aplicada ao vetor de medidas z , conforme ilustrado na Figura 4.1, onde $\hat{z}$ é o vetor de medidas estimadas.

Figura 4.1: Interpretação Geométrica (BRETAS et al., 2009).

Através de projeções ortogonais, definidas pela equação da matriz de projeção, em BRETAS et al. (2009) mostrou-se que os erros em medidas que são muito próximas da imagem da matriz Jacobiana ($\Re(H)$), em relação às outras medidas, são de difícil detecção, quando usado o teste do maior resíduo normalizado ou o teste do Índice $J(x)$.

Outra forma de visualizar a proximidade de uma medida ao espaço imagem da matriz Jacobiana ($\Re(H)$) é através da decomposição do espaço vetorial das medidas em uma soma direta de $\Re(H)$ e $\Re(H)^\perp$, (onde $\Re(H)^\perp$ é o espaço ortogonal ao espaço imagem da matriz Jacobiana). Assim é possível decompor o vetor de erros das medidas " e " em duas componentes: detectável e não detectável.

Considerando o modelo do estimador de estado, tem-se que:

$$\begin{aligned}\Delta x_{sem_EG} &= x_{sem_EG} - \hat{x} \quad e \\ \Delta z_{sem_EG} &= H \cdot \Delta x_{sem_EG}\end{aligned}\tag{4.1}$$

onde:

x_{sem_EG} é o vetor de estados sem EG;

$z_{sem_EG} = h(x_{sem_EG})$ é o vetor de medidas sem EG.

Se a matriz Jacobiana (H) disponível está próxima da obtida pelos estados sem EG, então z_{sem_EG} está contido em $\Re(H)$ e, como consequência:

$$\Delta z_{sem_EG} \approx z_{sem_EG} - \hat{z}\tag{4.2}$$

O vetor de erros de medidas é dado por:

$$e = z - z_{sem_EG} \approx \Delta z - \Delta z_{sem_EG}\tag{4.3}$$

e pode ser diretamente escrito como:

$$e = P \cdot e + (I - P) \cdot e\tag{4.4}$$

Denominando e_U e e_D como as componentes não detectáveis e detectáveis do vetor de erro de medidas " e ", dadas por:

$$\begin{aligned} e_U &= P.e \\ e_D &= (I - P).e \end{aligned} \quad (4.5)$$

Então, o vetor de erros de medidas pode ser reescrito como:

$$e = e_U + e_D \quad (4.6)$$

onde $e_U \in \Re(H)$ e $e_D \in \Re(H)^\perp$, desta forma:

$$\|e\|_{R^{-1}}^2 = \|e_U\|_{R^{-1}}^2 + \|e_D\|_{R^{-1}}^2 \quad (4.7)$$

Proposição 1: O vetor de resíduo r , associado ao EE WLS, não é afetado pela componente não detectável (e_U) do vetor de erros das medidas (BRETAS et al., 2009).

Demonstração: Do equacionamento do estimador WLS, tem-se que:

$$\Delta\hat{x} = G^{-1}H^tR^{-1}\Delta z \quad (4.8)$$

Tem-se também que o valor estimado de Δz é dado por:

$$\Delta\hat{z} = H\Delta\hat{x} = P\Delta z \quad (4.9)$$

Como apresentado na Seção 3.3, a matriz de projeção tem a seguinte propriedade:

$$(I - P).H = 0 \quad (4.10)$$

O resíduo das medidas pode ser expresso como:

$$\begin{aligned} r &= \Delta z - \Delta\hat{z} \\ &= (I - P)\Delta z \\ &= (I - P)(H\Delta x + e) \quad (\text{Substituindo a Equação (4.10)}) \\ &= (I - P)e \\ r &= e_D \end{aligned} \quad (4.11)$$

Pequenos resíduos normalizados não implicam em pequenos erros nas medidas, pois o resíduo da medida não é afetado pela componente não detectável dos erros, conforme mostrado na Proposição 1. Então, o resíduo da medida não muda se um erro extra que se encontra no espaço vetorial de $\Re(H)$ for adicionado ao vetor de medidas. Em outras palavras, quando o valor do maior resíduo normalizado não é suficiente para detectar EG, pode-se afirmar, com certa segurança, que apenas a componente detectável do erro em

todas as medidas disponíveis é pequena. Como consequência, o teste do maior resíduo normalizado pode muitas vezes falhar na detecção de EG para medidas que tenham uma grande componente não detectável (BENEDITO, 2011).

A proposição acima indica que a dificuldade, ou até mesmo a impossibilidade, de se detectar EG em algumas medidas é devido à alta razão entre as componentes não detectáveis e detectáveis dos seus erros, ou seja $\|e_U\|/\|e_D\|$, onde $\|e_U\|$ é a norma euclidiana de e_U .

Desta forma, definiu-se a razão entre as componentes do erro como um índice de não detecção de erros (UI , do inglês *Undetectability Index*) (BENEDITO, 2011). Assim, suponha a existência de um erro simples na i -ésima medida, isto é:

$$e_i = b.\delta_i \quad (4.12)$$

Sendo o vetor $\delta_i = [0, \dots, 0, \overset{i}{1}, 0, \dots, 0]^t$ e b um escalar qualquer que representa a magnitude do erro. Como mostrado na equação (4.5), as componentes detectável e não detectável são calculadas:

$$\begin{aligned} e_U &= P.e \\ e_D &= (I - P).e \end{aligned} \quad (4.13)$$

A partir do trabalho desenvolvido por BENEDITO (2011), define-se o UI para a i -ésima medida como sendo:

$$UI_i = \frac{\|e_U^i\|_{R^{-1}}}{\|e_D^i\|_{R^{-1}}} = \frac{\sqrt{(e_U^i)^t \cdot R^{-1} \cdot (e_U^i)}}{\sqrt{(e_D^i)^t \cdot R^{-1} \cdot (e_D^i)}} \quad (4.14)$$

A equação acima pode ser expressa em função apenas das matrizes P e $(I - P)$:

$$\begin{aligned} UI_i &= \frac{\sqrt{(P.e_i)^t \cdot R^{-1} \cdot (P.e_i)}}{\sqrt{((I - P).e_i)^t \cdot R^{-1} \cdot ((I - P).e_i)}} \\ UI_i &= \frac{\sqrt{(P.b.\delta_i)^t \cdot R^{-1} \cdot (P.b.\delta_i)}}{\sqrt{((I - P).b.\delta_i)^t \cdot R^{-1} \cdot ((I - P).b.\delta_i)}} \\ UI_i &= \frac{b \cdot \sqrt{(P.\delta_i)^t \cdot R^{-1} \cdot (P.\delta_i)}}{b \cdot \sqrt{((I - P).\delta_i)^t \cdot R^{-1} \cdot ((I - P).\delta_i)}} \end{aligned} \quad (4.15)$$

No trabalho de BENEDITO (2011), mais especificamente no Anexo A, demonstra-se que o numerador e o denominador da equação acima resultam, respectivamente, em:

$$\begin{aligned} \|e_U^i\|_{R^{-1}} &= b \cdot \sigma_i^{-1} \cdot \sqrt{P_{ii}} \\ \|e_D^i\|_{R^{-1}} &= b \cdot \sigma_i^{-1} \cdot \sqrt{(I - P)_{ii}} \end{aligned} \quad (4.16)$$

Logo, podemos escrever o índice UI , para a i -ésima medida, da seguinte forma:

$$UI_i = \frac{\|e_U^i\|_{R^{-1}}}{\|e_D^i\|_{R^{-1}}} = \frac{\sqrt{P_{ii}}}{\sqrt{(1 - P_{ii})}}, \quad (4.17)$$

sendo P_{ii} o elemento da diagonal principal da matriz de projeção P .

Como pode ser observado através da equação acima, o UI não depende da magnitude do erro b , mas somente da matriz de projeção P e da matriz de sensibilidade do resíduo S ($S = I - P$). Isso ocorre porque a componente não detectável do erro está diretamente relacionada com a matriz de projeção P , ou com $\Re(H)$, enquanto a componente detectável está relacionada com a matriz de sensibilidade $(I - P)$, ou com $\Re(H)^\perp$. Assim, uma medida com valor elevado de UI , indica que uma grande parcela do seu erro será "mascarada" no processo de estimação de estado. Consequentemente, o erro da medida vai contribuir pouco para o valor do seu resíduo (BENEDITO, 2011).

Para um entendimento mais claro do conceito do índice UI será apresentado um exemplo com a presença de uma medida com UI alto e uma com o UI baixo. Considere a Figura 4.2.

Figura 4.2: Sistema de 2 Barras.

Os parâmetros deste sistema e a ponderação das medidas de fluxo são tais que a medida z_1 tem alto UI e a medida z_2 tem baixo UI . Nesse caso, se a medida z_1 possuir EG, esse erro vai ser de difícil detecção, pois o resíduo dessa medida será baixo (vide Figura 4.3). Isso ocorre porque a componente detectável do erro da medida z_1 é muito pequena devido ao seu UI elevado. Em contrapartida, se a medida z_2 possuir EG, tendo em vista que a componente detectável do erro dessa medida é superior à componente não detectável (apresenta baixo UI), seu erro será de fácil detecção, uma vez que esta apresentará um resíduo elevado (vide Figura 4.4).

Na seção seguinte é apresentado o conceito de inovação e o Índice de Inovação (II), o qual se baseia nas componentes detectáveis e não detectáveis apresentadas anteriormente.

4.3 Conceito de Inovação e Índice de Inovação (II)

A inovação de uma medida (BRETAS; PIERETI, 2010), no contexto da estimação de estado estática, pode ser definida como a nova informação que essa medida contém, em relação às outras medidas do sistema, ou seja, a informação não contida nas outras

Figura 4.3: Exemplo de EG em uma medida com alto UI (PIERETI, 2011).

Figura 4.4: Exemplo de EG em uma medida com baixo UI (PIERETI, 2011).

medidas. Essa definição sugere que a inovação esteja contida na parcela da medida que é independente das outras medidas do sistema, isto é, a parcela que não pode ser obtida a partir de combinações lineares das linhas da Jacobiana referente às medidas anteriores.

Como consequência, a informação nova contida em uma medida, é a parte da medida que é ortogonal à imagem da matriz Jacobiana relacionada ao conjunto de medidas do

sistema. Assim, essa nova informação será a projeção ortogonal da medida na imagem da matriz Jacobiana, ou seja, pertencente a $\Re(H)^\perp$. No caso de uma medida conter erro, sua componente ortogonal à imagem da matriz Jacobiana mostrará o erro através do resíduo da medida; a outra componente, entretanto, terá seu erro mascarado. Desta maneira, o vetor de erro mascarado no processo de estimação de estado é o vetor que está contido na imagem da Jacobiana (BRETAS; PIERETI, 2010).

Uma vez que o resíduo das medidas estimadas é conhecido, e sendo as componentes do erro ortogonais entre si, é fácil compor o vetor total de erros de medição. Isto é, para uma medida i , reescrevendo a Equação (4.7):

$$\|e_i\|_{R^{-1}}^2 = \|e_{Ui}\|_{R^{-1}}^2 + \|e_{Di}\|_{R^{-1}}^2 \quad (4.18)$$

Este vetor de erros é então denominado de Erro Composto de Medida (CME , do inglês *Composed Measurement Error*). Com o intuito de encontrar o erro mascarado e então compor o erro total de medidas, é utilizado o Índice de Inovação, que é proposto como (BRETAS; PIERETI, 2010):

$$II_i = \frac{\|e_{Di}\|_{R^{-1}}}{\|e_{Ui}\|_{R^{-1}}} \quad (4.19)$$

Sabendo que os espaços vetoriais $\Re(H)$ e $\Re(H)^\perp$ são ortogonais entre si, então é possível recalcular o erro composto da i -ésima medida. Assim, a Equação (4.18) torna-se:

$$\|e_i\|_{R^{-1}}^2 = \frac{1}{II_i^2} \cdot \|e_{Di}\|_{R^{-1}}^2 + \|e_{Di}\|_{R^{-1}}^2 = \left(1 + 1/II_i^2\right) \cdot \|e_{Di}\|_{R^{-1}}^2 = \left(1 + 1/II_i^2\right) \cdot r_i^2 \quad (4.20)$$

Ou ainda:

$$CME_i = r_i \cdot \sqrt{1 + 1/II_i^2} \quad (4.21)$$

onde r_i é o resíduo da i -ésima medida e II_i o Índice de Inovação desta mesma medida, ambas grandezas conhecidas.

Se normalizarmos o resíduo e então fizermos a composição do erro, chega-se ao denominado Erro Normalizado Composto (CNE , do inglês *Composed Normalized Error*) (PIERETI, 2011), dado por:

$$CNE_i = \frac{CME_i}{\sqrt{\Omega_{ii}}} = \frac{r_i \cdot \sqrt{1 + 1/II_i^2}}{\sqrt{\Omega_{ii}}} = r_i^N \cdot \sqrt{1 + 1/II_i^2} \quad (4.22)$$

onde r_i^N é o resíduo normalizado da i -ésima medida. O CNE será posteriormente aplicado na correção da medida com EG, como pode ser visto na Subseção 4.4.3.

Como pode ser observado, o II é, numericamente, simplesmente o inverso do UI , logo a Equação (4.19) pode então ser reescrita, em termos das matrizes de projeção e de sensibilidade (similarmente ao desenvolvimento matemático aplicado para o UI , apresentado a partir da equação 4.17):

$$II_i = \frac{\|e_{Di}\|_{R^{-1}}}{\|e_{Ui}\|_{R^{-1}}} = \frac{\sqrt{1 - P_{ii}}}{\sqrt{P_{ii}}} \quad (4.23)$$

Como pode ser observado através da análise da Equação 4.23, o II , assim como foi observado para o UI , não depende diretamente da amplitude da medida, mas depende da sua posição relativa à imagem da matriz Jacobiana, bem como das matrizes de projeção e de sensibilidade.

Apresentados os conceitos da interpretação geométrica, a detecção, identificação e correção de medidas com erros grosseiros na estimação de estado WLS será subdividida em duas metodologias principais:

Metodologia 1: Baseada na análise do erro composto das medidas (CME);

Metodologia 2: Baseada na análise dos resíduos das medidas, associados aos novos valores limiares de detecção (TVs).

4.4 Metodologia 1: Processamento de EGs com Base nos Erros das Medidas

4.4.1 Distribuição χ^2 associada ao CME

Uma vez que a relação entre os $CMEs$ das medidas e seus resíduos se dá através de uma constante, então o Índice $J(x)$ relacionado com CME terá também uma distribuição chi-quadrada. Portanto, a detecção de EG utilizando o Índice $J(x)$ se dá da mesma forma apresentada na Seção 3.5.1, sendo seu valor calculado da seguinte maneira (PIERETI, 2011):

$$J(x) = \sum_{i=1}^m \left(\frac{CME_i}{\sqrt{R_{ii}}} \right)^2 \quad (4.24)$$

4.4.2 Novo Teste de Detecção e Identificação de EGs

Como mostrado em BRETAS; PIERETI (2010), BRETAS; LONDON (2010) e BRETAS; BRETAS; PIERETI (2011), o erro composto da i -ésima medida pode ser calculado por:

$$CME_i^2 = e_{D_i}^2 + e_{U_i}^2 = \left(1 + 1/II_i^2\right) \cdot e_{D_i}^2 = \left(1 + 1/II_i^2\right) \cdot r_i^2 \quad (4.25)$$

Com esta equação, pode-se obter o erro composto de medida em sua forma normalizada (CME_i^N), que será utilizado posteriormente no teste de identificação da medida com EG. O (CME_i^N) é calculado por (BRETAS et al., 2013):

$$CME_i^N = \frac{r_i}{\sigma_i} \cdot \sqrt{1 + 1/II_i^2} \quad (4.26)$$

Obs. 4.1: Em BRETAS; BRETAS; PIERETI (2011) mostrou-se que, numericamente, $CME^N = r^N$. Porém deve-se atentar ao fato de que estas grandezas pertencem a espaços diferentes, isto é, a primeira pertence ao espaço dos erros das medidas, de dimensão m , e a segunda pertence ao espaço dos resíduos das medidas, de dimensão $(m - n)$.

Com o intuito de detectar a medida com EG, propõe-se o algoritmo a seguir (BRETAS et al., 2013):

Passo 1: Execute a estimação de estado e calcule o vetor de resíduos r ($r = e_D$);

Passo 2: Calcule o II de cada medida e posteriormente calcule o vetor da componente não detectável do erro (e_U), isto é: $e_{U_i} = (1/II_i) \cdot e_{D_i}$;

Passo 3: Com estes dois vetores em mãos calcule o erro composto de todas as medidas (CME_i) utilizando a Equação (4.25);

Passo 4: De maneira similar ao teste clássico (apresentado na Seção 3.5), mas utilizando o CME^N ao invés do resíduo normalizado da medida, faça o teste de detecção de EGs.

De maneira a identificar uma medida com erro grosseiro, uma vez que um erro tenha sido detectado no conjunto de medidas, é necessário utilizar o Teorema enunciado a seguir.

Teorema 1 (A Generalização do Teste do Maior Erro Normalizado): - Assumindo que todas as medidas são pertencentes a um conjunto de medidas com erros aleatórios limitados, e adicionando um erro grosseiro em somente uma das medidas, a medida à qual foi adicionado o erro grosseiro possuirá o maior incremento do erro dentre todas as medidas (BRETAS et al., 2013).

Prova: Em BRETAS; BRETAS; PIERETI (2011) foi provado que o erro composto da medida, em sua forma normalizada (CME^N) e o resíduo normalizado desta mesma medida são numericamente iguais em magnitude. Entretanto, estas duas grandezas pertencem a subespaços diferentes, isto é, o erro composto da medida pertence ao subespaço das medidas, com m graus de liberdade, e o resíduo normalizado da medida pertence ao subespaço dos resíduos, de dimensão $(m - n)$ e, como consequência, com $(m - n)$ graus de liberdade.

Suponha o momento em que todas as medidas são perfeitas, sem nenhum erro. O vetor de resíduos das medidas será dado por:

$$r = (I - P) \cdot z = \Omega \cdot R^{-1} \cdot z, \quad (4.27)$$

que, nesta situação, é zero para todas as medidas.

Suponha agora que um erro é adicionado à medida z_i , com todas as outras permanecendo com seus valores originais. Como consequência, para esta nova medida: $z_i^n = z_i + b_i \cdot \sigma_i$, onde o índice n representa a nova medida. Seguindo o mesmo padrão da demonstração do teste clássico do maior resíduo normalizado apresentado em MONTICELLI (1999) (vide Seção 8.3.3) obtém-se:

$$r_i^n - r_i = b_i \cdot \sigma_i^{-1} \cdot \Omega_r u_i, \quad (4.28)$$

onde $\Omega_r u_i$ é a i -ésima coluna da matriz de covariância dos resíduos (Ω).

Como consequência, e seguindo o padrão da demonstração clássica de MONTICELLI (1999), obtém-se:

$$\left| r_i^{N,n} - r_i^N \right| \geq \left| r_j^{N,n} - r_j^N \right| \quad (4.29)$$

Ou equivalentemente:

$$\left| CME_i^{N,n} - CME_i^N \right| \geq \left| CME_j^{N,n} - CME_j^N \right|; j = 1, \dots, m, \quad (4.30)$$

onde o índice j representa qualquer uma das outras medidas sem erro.

Chega-se, então, à conclusão que o maior incremento do resíduo (ou do erro) está presente na medida errônea e essa conclusão não depende nas condições iniciais das medidas. Além disso, pode-se aplicar a generalização que, quando as medidas inicialmente possuem um erro aleatório, um valor mínimo de erro ocorrerá em todas as medidas, logo o erro estará presente na medida com o maior CME^N .

C.q.d.

4.4.3 Correção da Medida Portadora de EG

Após o processo de detecção e identificação da medida errônea, a correção da medida deve ser realizada aplicando a seguinte equação (PIERETI, 2011):

$$z_i^C = z_i^{EG} - CNE_i \cdot \sigma_i \quad (4.31)$$

Onde:

z_i^C é o valor da medida i corrigido;

z_i^{EG} é o valor da medida i com erro;

CNE_i é o erro normalizado composto da medida i ;

σ_i é o desvio padrão da medida i .

4.4.4 Fluxograma da Metodologia 1

O fluxograma do estimador de estado, associado à metodologia baseada na análise das componentes do erro, é apresentado na Figura 4.5.

Obs. 4.2: O limiar β escolhido para detecção de EG é o mesmo da metodologia tradicional, ou seja, $\beta = 3$.

4.5 Metodologia 2: Processamento de EGs com Base nos Resíduos das Medidas

As metodologias tradicionais disponíveis para identificação de EGs usam um valor limiar máximo de três desvios padrões do valor da medida, com o objetivo de detectar quais medidas são suspeitas de possuírem EG, isto é, presume-se que todas as medidas

Figura 4.5: Fluxograma da Metodologia 1 para processamento de EGs.

têm as mesmas características quando se refere ao seu comportamento na ocorrência de EGs. No trabalho de PIERETI (2011), mostra-se que o comportamento das medidas, quando se refere aos EGs, é função da topologia, ponderação, amplitude e redundância das medidas.

Como as relações entre o erro composto das medidas e seus resíduos se resumem a constantes multiplicadas, o Índice $J(x)$, associado ao resíduo normalizado ou ao CME , possui a mesma distribuição χ^2 e, como consequência, um correspondente valor limiar (TV) pode ser utilizado para detectar uma medida suspeita de possuir EG. O TV é calculado por:

$$TV_i = 3 / \sqrt{1 + 1/II_i^2} \quad (4.32)$$

Proposição 2: A hiper-esfera, no espaço dos resíduos das medidas, não é apropriada para identificar medidas contendo EG.

Demonstração: Considere a função densidade de probabilidade, para uma distribuição normal multi-variável $x \sim N(\mu, \Sigma)$ dada por:

$$f(x) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2} |\Sigma|^{1/2}} e^{[-\frac{1}{2}(x-\mu)^T \Sigma^{-1}(x-\mu)]} \quad (4.33)$$

Onde:

x é o vetor de variáveis aleatórias;
 μ é o vetor das médias das variáveis aleatórias;
 Σ é a matriz de covariância;
 $|\Sigma|$ é o determinante de Σ ;
 p é o número de variáveis.

Considerando apenas duas variáveis x_1 e x_2 , tem-se então uma distribuição normal bivariável. Neste caso a matriz de covariância se reduz a:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \rho\sigma_1\sigma_2 \\ \rho\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

Onde ρ é a correlação entre as variáveis x_1 e x_2 .

Sendo μ_1 e μ_2 as médias destas variáveis, então:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \sim N \left[\begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \rho\sigma_1\sigma_2 \\ \rho\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{pmatrix} \right] \quad (4.35)$$

Para essa distribuição é possível verificar a forma gráfica e fazer algumas observações, por exemplo: veja na Figura 4.6 a forma gráfica de $f(x)$, considerando as variáveis x_1 e x_2 com médias $\mu_1 = 0$ e $\mu_2 = 0$, desvios padrões $\sigma_1 = 0,003$ e $\sigma_2 = 0,003$ e correlação $\rho = 0,7$.

Figura 4.6: Forma gráfica de $f(x)$

A vista de corte da função $f(x)$ apresentada na Figura 4.6, em relação ao plano das variáveis x_1 e x_2 é apresentada na Figura 4.7. Analisando a Figura 4.7, verifica-se que o

valor que delimita as variáveis x_1 e x_2 é diferente, apesar de possuírem o mesmo desvio padrão ($\sigma_1 = \sigma_2 = 0,003$), ou seja, é representado por hiper-elipsoides. Isso ocorre porque as variáveis possuem correlação ($\rho = 0,7$).

Figura 4.7: Vista de corte de $f(x)$ para $\rho = 0,7$

No caso particular que as variáveis não possuem correlação ($\rho = 0$), o valor que delimita as variáveis x_1 e x_2 em qualquer direção é o mesmo (como pode ser observado nas Figuras 4.8 e 4.9), ou seja, é representado por hiper-esferas.

A equação do TV é semelhante à do CNE , apenas substituindo o valor do resíduo normalizado por três (este valor foi usado com o objetivo de correlacionar a nova metodologia proposta por PIERETI (2011) com a metodologia clássica, baseada na análise do resíduo normalizado). Na metodologia clássica, todas as medidas são tratadas como sendo uniformes, ou seja, com o mesmo valor limiar para detectar EG e a mesma chance de identificar a medida com EG. Assim, pode-se afirmar que o valor limiar TV é a correção do teste de detecção e identificação de EG clássico. Como consequência, as medidas suspeitas de possuírem EG serão aquelas que possuírem o resíduo normalizado (r^N) maior que o TV correspondente. A correção da medida errônea será feita da mesma forma do método tradicional, apresentada na subseção 3.6.2.

4.5.1 Fluxograma da Metodologia 2

O fluxograma do estimador de estado, associado à metodologia baseada na análise dos resíduos, é apresentado na Figura 4.10.

Figura 4.8: Forma gráfica de $f(x)$

Figura 4.9: Vista de corte de $f(x)$ para $\rho = 0$

Figura 4.10: Fluxograma da Metodologia 2 para processamento de EGs.

4.6 Método Alternativo para o Cálculo dos TV s

Na metodologia clássica, todas as medidas são tratadas como possuindo o mesmo comportamento quando sujeitas a EGs, logo o valor limiar de detecção de erro é o mesmo para todas as medidas, sendo sua busca feita através de hiper-esferas. Entretanto, tal comportamento não é uniforme, logo a busca pelo valor limiar deve ser feito através de hiper-elipsoides. Portanto, os valores dos TV s representam as intersecções das hiper-elipsoides nas diferentes direções das medidas (PIERETI, 2011). Baseado nesta hipótese, foi estudado e testado este método alternativo para o cálculo do TV , como será apresentado nesta seção.

Este trabalho tem como um dos objetivos, o de complementar a metodologia geométrica apresentada em BRETAS et al. (2009), BRETAS; PIERETI (2010), BRETAS; BRETAS; PIERETI (2011) e PIERETI (2011), introduzindo uma maneira alternativa para o cálculo dos índices limiares (TV s) de detecção de EGs, quando aplicado o estimador de estado por mínimos quadrados ponderados, de maneira a reforçar a teoria apresentada nos trabalhos citados. Essa alternativa consiste na análise das características da função densidade de probabilidade da distribuição normal multivariável relativa aos resíduos das medidas.

A seguir, será apresentada a fundamentação matemática da metodologia estudada, que pode ser encontrada com maior detalhamento em ROTH (2011), DAVIDIAN (2007) e CHUONG (2008).

4.6.1 Distribuição Normal Multivariável

Se temos um vetor aleatório X de dimensão $p \times 1$ que é distribuído de acordo com uma distribuição normal multivariável, com vetor de média para sua população μ e matriz de covariância para sua população Σ , então este vetor aleatório X terá uma função densidade de probabilidade conjunta como mostrada na Equação (4.33) e reescrita abaixo:

$$f(x) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2} |\Sigma|^{1/2}} e^{\left[-\frac{1}{2}(x-\mu)^T \Sigma^{-1}(x-\mu)\right]} \quad (4.36)$$

Essa distribuição tem valores máximos quando o vetor X é igual ao vetor de médias μ , e decresce ao redor desse máximo. Se p é igual a 2, então temos uma distribuição normal bivariável e esta possui uma curva tridimensional em forma de sino.

A notação para esta distribuição é dada da seguinte forma:

$$X \sim N(\mu, \Sigma)$$

Algumas observações importantes em relação à distribuição normal multivariável:

i) O termo a seguir, que aparece no expoente da distribuição, é uma forma quadrática:

$$(x - \mu)^t \Sigma^{-1} (x - \mu)$$

Essa forma quadrática em particular é também chamada de Distância de Mahalanobis ao quadrado entre o vetor aleatório X e o vetor de médias μ .

ii) Se as variáveis não são correlacionadas, então a matriz de covariância será uma matriz diagonal com as variâncias de cada variável na diagonal principal e com os demais elementos nulos:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_1^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_p^2 \end{bmatrix}$$

Neste caso, os elementos do vetor aleatório, $x_1, x_2, \dots, x_p$, são variáveis aleatórias independentes.

iii) Qualquer subconjunto de variáveis e qualquer combinação linear de variáveis também possuirá uma distribuição normal.

Nota-se que a função densidade de probabilidade (Equação (4.33)) depende somente de x através da *Distância de Mahalanobis* ao quadrado:

$$(x - \mu)^t \Sigma^{-1} (x - \mu)$$

Esta equação representa uma hiper-elipse com centro em μ . Para uma distribuição normal bivariável, tem-se elipses como mostrado na Figura 4.11.

Figura 4.11: Vista de corte de $f(x)$ para $\rho = 0,8$

Analisando o gráfico das elipses, pretende-se investigar o comportamento das mesmas e sua relação com o índice de detecção de EGs utilizado na Metodologia 2 para processamento de EGs apresentada na Seção 4.5. Pretende-se calcular o valor da intersecção da curva da elipse com os eixos das medidas (x_1 e x_2), onde espera-se obter os valores limiares (*TVs*) para detecção de erro das mesmas.

A seguir, são apresentadas algumas propriedades da equação do expoente da distribuição normal multivariável (ROTHS, 2011):

i) Todos os valores de X tais que $(x - \mu)^t \Sigma^{-1} (x - \mu) = c$, para uma constante específica c , têm o mesmo valor para a função densidade de probabilidade $f(x)$.

ii) Conforme o valor de $(x - \mu)^t \Sigma^{-1} (x - \mu)$ aumenta, o valor da função de densidade de probabilidade diminui. Em outras palavras, o valor de $(x - \mu)^t \Sigma^{-1} (x - \mu)$ aumenta conforme a distância entre X e μ aumenta.

iii) A variável $d^2 = (x - \mu)^t \Sigma^{-1} (x - \mu)$ tem uma distribuição chi-quadrada com p graus de liberdade.

iv) Se definirmos uma hiper-elipse específica escolhendo o valor da *Distância de Mahalanobis* igual a um valor crítico (α) da distribuição chi-quadrada, com p graus de liberdade, então a probabilidade de um valor aleatório x estar dentro das limitações da elipse será

$(1 - \alpha)$.

$$\Pr\{(x - \mu)^t \Sigma^{-1} (x - \mu) \leq \chi_{p,\alpha}^2\} = 1 - \alpha \quad (4.37)$$

4.6.2 Exemplo: Distribuição Normal para Duas Variáveis

Para melhor entendimento das características da distribuição normal multivariável, é de grande utilidade analisarmos a distribuição normal bivariável. Neste caso, o entendimento é facilitado pois nos permite plotar gráficos de como essa distribuição se comporta.

Tem-se apenas duas variáveis, x_1 e x_2 , e estas possuem as componentes do vetor de médias μ_1 e μ_2 . Assim, tal distribuição possui a notação apresentada na Equação (4.35), reescrita a seguir:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \sim N \left[\begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \rho\sigma_1\sigma_2 \\ \rho\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{pmatrix} \right]$$

Nesse caso, tem-se as variâncias das duas variáveis na diagonal principal e suas covariâncias como os elementos fora da diagonal. Essa covariância é igual à correlação entre as variáveis multiplicada por seus desvios padrões. O determinante da matriz de variância é apresentado a seguir:

$$|\Sigma| = \sigma_1^2 \sigma_2^2 (1 - \rho^2) \quad (4.38)$$

Em seguida, pode-se calcular a inversa da matriz de variância:

$$\Sigma^{-1} = \frac{1}{\sigma_1^2 \sigma_2^2 (1 - \rho^2)} \begin{bmatrix} \sigma_2^2 & -\rho\sigma_1\sigma_2 \\ -\rho\sigma_1\sigma_2 & \sigma_1^2 \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

Substituindo essas expressões na Equação (4.33) e através de algumas simplificações, obtém-se a equação da função densidade de probabilidade conjunta ($f(x_1, x_2)$), para a distribuição normal bivariável, mostrada a seguir:

$$f(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} e^{\left\{ -\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left[\left(\frac{x_1-\mu_1}{\sigma_1} \right)^2 - 2\rho \left(\frac{x_1-\mu_1}{\sigma_1} \right) \left(\frac{x_2-\mu_2}{\sigma_2} \right) + \left(\frac{x_2-\mu_2}{\sigma_2} \right)^2 \right] \right\}} \quad (4.40)$$

4.6.3 Determinação dos TV s para Duas Variáveis

Para podermos determinar as interseções de uma elipse específica nas direções das medidas em questão, primeiramente é necessário apresentarmos o conceito de isocontornos (ou curvas de nível). Para uma função $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, um isocontorno é um conjunto na forma $\{x \in \mathbb{R}^2 : f(x) = c\}$, $c \in \mathbb{R}$. Com este conceito em mãos vamos agora apresentar como se parece um isocontorno para uma distribuição normal bivariável, especificamente.

Consideremos o caso bivariável, onde as variáveis x_1 e x_2 possuem uma correlação ρ , isto é:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \mu = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix}, \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \rho\sigma_1\sigma_2 \\ \rho\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{bmatrix}$$

Como mostrado na subseção anterior, a equação da função densidade de probabilidade conjunta ($f(x_1, x_2)$), para a distribuição normal bivariável, quando as variáveis apresentam correlação, é dada pela Equação (4.40). Agora, consideremos o isocontorno que consiste de todos os pontos onde $f(x_1, x_2) = c$, para uma constante $c \in \mathbb{R}$. Em particular, considere também o conjunto de todos $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, tais que:

$$\begin{aligned}
 c &= \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} e^{\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\left(\frac{x_1-\mu_1}{\sigma_1}\right)^2 - 2\rho\left(\frac{x_1-\mu_1}{\sigma_1}\right)\left(\frac{x_2-\mu_2}{\sigma_2}\right) + \left(\frac{x_2-\mu_2}{\sigma_2}\right)^2\right]\right\}} \\
 2\pi c\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2} &= e^{\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\left(\frac{x_1-\mu_1}{\sigma_1}\right)^2 - 2\rho\left(\frac{x_1-\mu_1}{\sigma_1}\right)\left(\frac{x_2-\mu_2}{\sigma_2}\right) + \left(\frac{x_2-\mu_2}{\sigma_2}\right)^2\right]\right\}} \\
 \ln\left(2\pi c\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}\right) &= -\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\left(\frac{x_1-\mu_1}{\sigma_1}\right)^2 - 2\rho\left(\frac{x_1-\mu_1}{\sigma_1}\right)\left(\frac{x_2-\mu_2}{\sigma_2}\right) + \left(\frac{x_2-\mu_2}{\sigma_2}\right)^2\right] \\
 \ln\left(\frac{1}{2\pi c\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}}\right) &= \frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\left(\frac{x_1-\mu_1}{\sigma_1}\right)^2 - 2\rho\left(\frac{x_1-\mu_1}{\sigma_1}\right)\left(\frac{x_2-\mu_2}{\sigma_2}\right) + \left(\frac{x_2-\mu_2}{\sigma_2}\right)^2\right] \\
 1 &= \frac{(x_1-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2(1-\rho^2)\ln\left(\frac{1}{2\pi c\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}}\right)} - \frac{2\rho(x_1-\mu_1)(x_2-\mu_2)}{2\sigma_1\sigma_2(1-\rho^2)\ln\left(\frac{1}{2\pi c\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}}\right)} + \\
 &\quad \frac{(x_2-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2(1-\rho^2)\ln\left(\frac{1}{2\pi c\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}}\right)}. \tag{4.41}
 \end{aligned}$$

Definindo:

$$\begin{aligned}
 r_1 &= \sqrt{2\sigma_1^2(1-\rho^2)\ln\left(\frac{1}{2\pi c\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}}\right)}; r_2 = \sqrt{2\sigma_2^2(1-\rho^2)\ln\left(\frac{1}{2\pi c\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}}\right)}; \\
 r_{12} &= \frac{2\sigma_1\sigma_2(1-\rho^2)\ln\left(\frac{1}{2\pi c\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}}\right)}{2\rho};
 \end{aligned}$$

pode-se simplificar a Equação (4.41) da seguinte forma:

$$\left(\frac{x_1-\mu_1}{r_1}\right)^2 - \frac{(x_1-\mu_1)(x_2-\mu_2)}{r_{12}} + \left(\frac{x_2-\mu_2}{r_2}\right)^2 = 1 \tag{4.42}$$

A Equação (4.42) corresponde à equação de uma elipse rotacionada, ou seja, não alinhada aos eixos de x_1 e x_2 , e centrada em (μ_1, μ_2) . A propósito de ilustração, consideremos $\mu_1 = 0$, $\mu_2 = 0$, $\sigma_1 = 0,03$, $\sigma_2 = 0,03$, $\rho = 0,6$ e $c = 0,90$. Com estes valores, e considerando apenas as raízes reais, pode-se plotar o gráfico do isocontorno correspondente da Equação (4.42), mostrado na Figura 4.12.

Para obtermos o *TV* de uma medida, através dessa metodologia alternativa, deve-se calcular o ponto de intersecção do gráfico da elipse com o eixo da medida desejada,

Figura 4.12: Isocontorno para o caso bivariável.

considerando um valor específico para o corte (c). O valor do corte deve ser limitado entre zero e um ($0 \leq c \leq 1$), pois representa a porcentagem de certeza (ROTHS, 2011). Para o caso bivariável, primeiramente iguala-se uma das variáveis a zero na equação do isocontorno correspondente e calcula-se a intersecção da restante. Em seguida, faz-se o processo inverso, obtendo assim os valores limiares para ambas as medidas.

4.6.4 Exemplo: Distribuição Normal para Três Variáveis

Para o caso de três variáveis, a distribuição possuirá a seguinte notação:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \sim N \left[\begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \rho_{12}\sigma_1\sigma_2 & \rho_{13}\sigma_1\sigma_3 \\ \rho_{12}\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 & \rho_{23}\sigma_2\sigma_3 \\ \rho_{13}\sigma_1\sigma_3 & \rho_{23}\sigma_2\sigma_3 & \sigma_3^2 \end{pmatrix} \right]$$

O determinante da matriz de variância é dado por:

$$|\Sigma| = (\sigma_1\sigma_2\sigma_3)^2 (1 + 2\rho_{12}\rho_{13}\rho_{23} - \rho_{12}^2 - \rho_{13}^2 - \rho_{23}^2) \quad (4.43)$$

Em seguida, pode-se calcular a inversa da matriz de variância:

$$\Sigma^{-1} = \frac{1}{(1 + 2\rho_{12}\rho_{13}\rho_{23} - \rho_{12}^2 - \rho_{13}^2 - \rho_{23}^2)} \begin{bmatrix} \frac{1-\rho_{23}^2}{\sigma_1^2} & \frac{\rho_{13}\rho_{23}-\rho_{12}}{\sigma_1\sigma_2} & \frac{\rho_{12}\rho_{23}-\rho_{13}}{\sigma_1\sigma_3} \\ \frac{\rho_{13}\rho_{23}-\rho_{12}}{\sigma_1\sigma_2} & \frac{1-\rho_{13}^2}{\sigma_2^2} & \frac{\rho_{12}\rho_{13}-\rho_{23}}{\sigma_2\sigma_3} \\ \frac{\rho_{12}\rho_{23}-\rho_{13}}{\sigma_1\sigma_3} & \frac{\rho_{12}\rho_{13}-\rho_{23}}{\sigma_2\sigma_3} & \frac{1-\rho_{12}^2}{\sigma_3^2} \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

Substituindo as Equações (4.43) e (4.44) na expressão geral da função densidade de probabilidade dada pela Equação (4.33) e através de simplificações matemáticas, obtém-se a equação da função densidade de probabilidade conjunta ($f(x_1, x_2, x_3)$) para a distribuição normal para três variáveis, mostrada a seguir:

$$f(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \sqrt{K}} e^{-\frac{1}{2K} \exp(x, \mu)} \quad (4.45)$$

Onde:

K é uma constante dada por: $K = 1 + 2\rho_{12}\rho_{13}\rho_{23} - \rho_{12}^2 - \rho_{13}^2 - \rho_{23}^2$;

$\exp(x, \mu)$ é o termo do expoente em função das variáveis e suas respectivas médias, dado por:

$$\begin{aligned} \exp(x, \mu) = & (1 - \rho_{23}^2) \left(\frac{x_1 - \mu_1}{\sigma_1} \right)^2 + (1 - \rho_{13}^2) \left(\frac{x_2 - \mu_2}{\sigma_2} \right)^2 + (1 - \rho_{12}^2) \left(\frac{x_3 - \mu_3}{\sigma_3} \right)^2 + \\ & 2(\rho_{13}\rho_{23} - \rho_{12}) \left(\frac{x_1 - \mu_1}{\sigma_1} \right) \left(\frac{x_2 - \mu_2}{\sigma_2} \right) + 2(\rho_{12}\rho_{23} - \rho_{13}) \left(\frac{x_1 - \mu_1}{\sigma_1} \right) \left(\frac{x_3 - \mu_3}{\sigma_3} \right) + \\ & 2(\rho_{12}\rho_{13} - \rho_{23}) \left(\frac{x_2 - \mu_2}{\sigma_2} \right) \left(\frac{x_3 - \mu_3}{\sigma_3} \right). \end{aligned}$$

4.6.5 Determinação dos *TVs* para Três Variáveis

Com a posse da função densidade de probabilidade para o caso de três variáveis, dada pela Equação (4.45), pode-se agora obter o isocontorno desejado e, posteriormente, os valores das intersecções correspondentes de cada variável. Consideremos o isocontorno que consiste de todos os pontos onde $f(x_1, x_2, x_3) = c$, para uma constante $c \in \mathbb{R}$. Em particular, considere também o conjunto de todos $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$, tais que:

$$\begin{aligned} c &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \sqrt{K}} e^{-\frac{1}{2K} \exp(x, \mu)} \\ (2\pi)^{3/2} c \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \sqrt{K} &= e^{-\frac{1}{2K} \exp(x, \mu)} \\ \ln \left(\frac{1}{(2\pi)^{3/2} c \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \sqrt{K}} \right) &= \frac{1}{2K} \exp(x, \mu) \\ 1 &= \frac{1}{2K \ln \left(\frac{1}{(2\pi)^{3/2} c \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \sqrt{K}} \right)} \left[\begin{aligned} & (1 - \rho_{23}^2) \left(\frac{x_1 - \mu_1}{\sigma_1} \right)^2 + \\ & (1 - \rho_{13}^2) \left(\frac{x_2 - \mu_2}{\sigma_2} \right)^2 + \\ & (1 - \rho_{12}^2) \left(\frac{x_3 - \mu_3}{\sigma_3} \right)^2 + \\ & 2(\rho_{13}\rho_{23} - \rho_{12}) \left(\frac{x_1 - \mu_1}{\sigma_1} \right) \left(\frac{x_2 - \mu_2}{\sigma_2} \right) + \\ & 2(\rho_{12}\rho_{23} - \rho_{13}) \left(\frac{x_1 - \mu_1}{\sigma_1} \right) \left(\frac{x_3 - \mu_3}{\sigma_3} \right) + \\ & 2(\rho_{12}\rho_{13} - \rho_{23}) \left(\frac{x_2 - \mu_2}{\sigma_2} \right) \left(\frac{x_3 - \mu_3}{\sigma_3} \right) \end{aligned} \right] \quad (4.46) \end{aligned}$$

Assim como no caso bivariável, podemos simplificar a Equação (4.46) nomeando as constantes, obtendo a equação do isocontorno:

$$\begin{aligned} &\left(\frac{x_1 - \mu_1}{r_1}\right)^2 + \frac{(x_1 - \mu_1)(x_2 - \mu_2)}{r_{12}} + \left(\frac{x_2 - \mu_2}{r_2}\right)^2 + \frac{(x_1 - \mu_1)(x_3 - \mu_3)}{r_{13}} + \\ &\left(\frac{x_3 - \mu_3}{r_3}\right)^2 + \frac{(x_2 - \mu_2)(x_3 - \mu_3)}{r_{23}} \end{aligned} \quad (4.47)$$

A Equação (4.47) corresponde, como esperado, à equação de uma elipse rotacionada no espaço. Através da escolha de valores para as constantes, e considerando apenas as raízes reais, pode-se plotar o gráfico do isocontorno correspondente da Equação (4.47), mostrado na Figura 4.13.

Figura 4.13: Isocontorno para o caso de três variáveis.

Similarmente ao caso bivariável, para obtermos os valores das intersecções, deve-se zerar um par de variáveis para obter o ponto de intersecção com o gráfico da restante e repetir esse processo até calcularmos os *TVs* de todas as variáveis.

4.6.6 Exemplo: Distribuição Normal para o Caso Multivariável

Para o caso de sistemas maiores, o gráfico dos isocontornos não são tão diferentes, comparados com ambos os sistemas menores já apresentados, sendo representados por

elipses rotacionadas. Além disso, no caso n -dimensional, os isocontornos formam estruturas geométricas conhecidas como elipsoides no $\mathbb{R}^n$ (CHUONG, 2008).

Entretanto, para sistemas maiores, nota-se que o processo de obtenção da equação dos isocontornos torna-se bastante complexo, pois envolve um processamento matemático extenso que trata de muitas variáveis. Até então, o processo de obtenção da equação do isocontorno é todo feito manualmente, uma vez que não foi encontrada na literatura uma expressão geral desta equação para o caso de n variáveis. Ao considerarmos sistemas de teste, como os de 14 e 57 barras do IEEE, fica clara a dificuldade para aplicação prática do método, pois o processo para obtenção da equação do isocontorno seria muito complexo. Mesmo para o caso de três variáveis apenas já foi observado um tempo computacional, necessário para obtenção dos *TVs* por esse método, consideravelmente longo, o que torna evidente a impossibilidade de aplicabilidade prática do mesmo para sistemas de grande porte.

Apesar do método alternativo para o cálculo dos *TVs* não se mostrar eficiente, pôde-se constatar que, para a detecção de EGs, é mais indicado a utilização de índices limiares variáveis de acordo com a medida em questão ao invés de um limiar fixo, como se faz nos métodos tradicionais. Os testes comparativos e simulações para ambas as metodologias para processamento de EGs serão apresentados no Capítulo 5 a seguir.

Capítulo 5

Resultados

Os sistemas escolhidos para as simulações computacionais são os sistemas do IEEE de 14 barras e de 57 barras, onde o programa implementado lê os bancos de dados no formato *.txt* automaticamente, inserindo um ruído aleatório ao vetor de medidas conforme o usuário escolha. A adição deste ruído aleatório tem como objetivo mostrar que o estimador implementado, utilizando os métodos alternativos propostos, não necessita de um banco de dados onde todas as medidas são consideradas perfeitas. Para adicionar esse ruído, foi desenvolvida uma rotina na qual multiplica-se o desvio padrão correspondente de cada medida por uma constante gerada aleatoriamente. Assim pode-se adicionar às medidas "*k.noise*" desvios padrões. A variável *noise* apresenta distribuição normal padrão, com média zero e variância um e a constante *k* é um número inteiro definido pelo usuário que corresponde a quantos desvios padrões de ruído será adicionado ao vetor de medidas. Assim o novo valor da medida será dado por:

$$z_i^{new} = z_i + k.noise.\sigma_i, i = 1, \dots, m; \quad (5.1)$$

onde *m* é o número total de medidas.

Para ponderar as medidas utilizadas pelo estimador de estado, foi considerado que todos os medidores possuem desvios padrões calculados pela seguinte equação:

$$\sigma_i = \frac{pr. |z_i^{lf}|}{3} \quad (5.2)$$

Onde *pr* é a precisão do medidor (considerada 3% neste trabalho) e z_i^{lf} é o valor *i*-ésima medida obtido do programa de fluxo de carga.

Considerando estes dois sistemas e seus planos de medição, foram feitas diversas simulações utilizando as duas metodologias implementadas. Para ambos os sistemas, foi escolhida a barra 1 para ser tomada como referência angular. Vale ressaltar que, para todas as simulações, foi adicionado ruído aleatório no banco de dados de medidas (o ruído foi definido de forma que as medidas variem de $\pm 2\sigma_i$ de seus valores originais). As simulações foram separadas em três cenários de erros para cada sistema:

- i) Cenário 1: Ausência de erro grosseiro;
- ii) Cenário 2: Presença de erro grosseiro simples;
- iii) Cenário 3: Presença de erros grosseiros múltiplos.

Obs. 3: A nomenclatura utilizada para as medidas segue o seguinte padrão:

$IA\ k$: Injeção de potência ativa na barra k ;

$IR\ k$: Injeção de potência reativa na barra k ;

$FA\ k-l$: Fluxo de potência ativa da barra k para a barra l ;

$FR\ k-l$: Fluxo de potência reativa da barra k para a barra l .

Obs. 4: As medidas às quais serão adicionados os EGs são escolhidas aleatoriamente.

Os parâmetros destes sistemas, assim como as suas topologias, podem ser obtidos em CHRISTIE (1993).

5.1 Sistema IEEE 14 Barras

O sistema possui a topologia apresentada na Figura 5.1.

Figura 5.1: Topologia do sistema IEEE 14 barras.

Para este sistema o plano de medição é constituído de 81 medidas, possuindo um nível de redundância global (NRG) igual a 3. Os valores das medidas utilizadas para esse sistema são apresentados na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Valores das medidas para o sistema de 14 barras.

Medidas de Potência Ativa		Medidas de Potência Reativa	
Medida	Valor (pu)	Medida	Valor (pu)
IA 1	2,3240	IR 1	-0,1650
IA 2	0,1830	IR 3	0,0610
IA 4	-0,4780	IR 4	0,0390
IA 5	-0,0760	IR 6	0,5200
IA 7	0	IR 7	0
IA 8	0	IR 9	-0,1660
IA 10	-0,0900	IR 10	-0,0580
IA 11	-0,0350	IR 12	-0,0160
IA 13	-0,1350	IR 13	-0,0580
IA 14	-0,1490	IR 14	-0,0500
FA 1-2	1,5690	FR 1-2	-0,2040
FA 2-3	0,7320	FR 1-5	0,0390
FA 2-4	0,5610	FR 2-4	-0,0155
FA 3-4	-0,2330	FR 2-5	0,0120
FA 4-5	-0,6120	FR 4-5	0,1580
FA 4-9	0,1610	FR 4-7	-0,0970
FA 5-6	0,4410	FR 5-6	0,1250
FA 6-12	0,0780	FR 6-11	0,0360
FA 6-13	0,1770	FR 6-13	0,0720
FA 7-9	0,2810	FR 7-8	-0,1720
FA 9-10	0,0520	FR 9-10	0,0420
FA 10-11	-0,0380	FR 9-14	0,0360
FA 12-13	0,0160	FR 13-14	0,0170
FA 2-1	-1,5260	FR 2-1	0,2770
FA 5-1	-0,7270	FR 5-1	0,0220
FA 3-2	-0,7090	FR 3-2	0,0160
FA 4-2	-0,5450	FR 4-2	0,0300
FA 4-3	0,2370	FR 5-2	-0,0210
FA 5-4	0,6170	FR 4-3	-0,0480
FA 7-4	-0,2810	FR 5-4	-0,1420
FA 9-4	-0,1610	FR 7-4	0,1140
FA 11-6	-0,0730	FR 6-5	-0,0810
FA 12-6	-0,0770	FR 11-6	-0,0340
FA 13-6	-0,1750	FR 12-6	-0,0240
FA 8-7	0	FR 13-6	-0,0680

FA 9-7	-0,2810	FR 9-7	-0,0500
FA 14-9	-0,0930	FR 10-9	-0,0420
FA 11-10	0,0380	FR 14-9	-0,0340
FA 13-12	-0,0160	FR 11-10	0,0160
FA 14-13	-0,0560	FR 14-13	-0,0160
Medidas de Tensão			
Medida		Valor (pu)	
V 1		1,0600	

5.1.1 Resultados da Metodologia 1

Cenário 1 - Sem EG: Nessa simulação obteve-se o seguinte resultado, apresentado na Tabela 5.2.

Tabela 5.2: Variáveis de estado estimadas para o sistema de 14 barras no Cenário 1.

Tensões Complexas		
Barra	V (pu)	θ (graus)
1	1,0601	0
2	1,0451	-4,9706
3	1,0102	-12,6967
4	1,0184	-10,2912
5	1,0202	-8,7550
6	1,0701	-14,2115
7	1,0621	-13,3582
8	1,0902	-13,3680
9	1,0559	-14,9287
10	1,0510	-15,0856
11	1,0570	-14,7802
12	1,0552	-15,0694
13	1,0504	-15,1484
14	1,0361	-16,0270

Os valores estimados estão bem próximos dos previstos, com erros de ordem inferior a 0,1%, e o programa não detectou nenhum erro, como esperado.

Cenário 2 - EG simples: Para o caso deste cenário foi adicionado um EG de -5σ na medida FA 4 – 5. Durante o processo foi detectado e identificado o EG na medida correspondente. Posteriormente, é realizada a correção da medida errônea (utilizando a Equação (4.31)) e a reestimação dos estados. O processamento de EG pode ser acom-

panhado passo a passo na Tabela 5.3. Finalmente, os valores estimados para as tensões complexas, antes e após o processamento de EG, são apresentados na Tabela 5.4.

Tabela 5.3: Processamento de EG para o sistema de 14 barras no Cenário 2.

Processamento de EG				
Medida Original		Medida com EG		
FA 4 – 5 = -0,6118		(FA 4 – 5) - 5σ = -0,6424		
Processamento de EG Passo 1				
Medida com	$ CME^N \geq 3,0$	II	CME^N	CNE
FA 4 – 5 = -0,6424		3,8149	-4,8243	-4,9873
Medida corrigida utilizando CNE: FA 4 – 5 = -0,6134				
Processamento de EG Passo 2				
Não foi detectado EG.				

Tabela 5.4: Variáveis de estado estimadas para o sistema de 14 barras no Cenário 2.

Barra	Passo 1		Passo 2	
	V (pu)	θ (graus)	V (pu)	θ (graus)
1	1,0622	0	1,0604	0
2	1,0471	-4,9838	1,0454	-4,9815
3	1,0118	-12,7405	1,0102	-12,7360
4	1,0197	-10,3112	1,0180	-10,3058
5	1,0216	-8,7695	1,0199	-8,7668
6	1,0720	-14,1933	1,0703	-14,1977
7	1,0636	-13,3187	1,0619	-13,3188
8	1,0921	-13,3013	1,0904	-13,3008
9	1,0580	-14,9110	1,0563	-14,9152
10	1,0531	-15,0657	1,0514	-15,0703
11	1,0589	-14,7594	1,0572	-14,7641
12	1,0572	-15,0435	1,0555	-15,0489
13	1,0524	-15,1218	1,0507	-15,1275
14	1,0376	-15,9895	1,0359	-15,9958

Cenário 3 - EGs múltiplos: Para o caso deste cenário foram adicionados EGs nas seguintes medidas: -7σ na medida FR 9 – 14, -8σ na medida IR 10 e 6σ na medida IA 4. Posteriormente, são realizadas as correções das medidas errôneas e a reestimação dos estados. O processamento dos EGs pode ser acompanhado passo a passo na Tabela 5.5. Finalmente, os valores estimados para as tensões complexas, a cada passo do processamento dos EGs, são apresentados na Tabela 5.6.

Tabela 5.5: Processamento de EG para o sistema de 14 barras no Cenário 3.

Processamento de EG				
Medida Original			Medida com EG	
IR 10 = -0,0579			(IR 10) - 8σ = -0,0625	
FR 9 - 14 = -0,0930			(FR 9 - 14) - 7σ = -0,0995	
IA 4 = -4,7794			(IA 4) + 6σ = -4,4926	
Processamento de EG Passo 1				
Medida com $ CME^N \geq 3,0$	II	CME^N	CNE	
FR 9 - 14 = -0,0999	1,4511	-7,8770	-9,5663	
Medida corrigida utilizando CNE: FR 9 - 14 = -0,0920				
Processamento de EG Passo 2				
Medida com $ CME^N \geq 3,0$	II	CME^N	CNE	
IR 10 = -0,0615	1,8760	-6,2468	-7,0789	
Medida corrigida utilizando CNE: IR 10 = -0,0587				
Processamento de EG Passo 3				
Medida com $ CME^N \geq 3,0$	II	CME^N	CNE	
IA 4 = -4,5369	0,9477	4,1815	6,0789	
Medida corrigida utilizando CNE: IA 4 = -0,4798				
Processamento de EG Passo 4				
Não foi detectado EG.				

Obs. 5: Vale ressaltar que na tabela de processamento de EGs, o valor da medida identificada como portadora de EG não necessariamente é igual ao valor da medida após se adicionar o EG. Isto ocorre pois ainda tem-se que levar em conta o ruído aleatório que também é adicionado à todas as medidas. Por exemplo, no Passo 2 do processamento de EGs na Tabela 5.5, o valor da medida com EG (IR 10 = -0,0625) difere do valor da mesma medida identificada como portadora de EG (IR 10 = -0,0615).

Tabela 5.6: Variáveis de estado estimadas para o sistema de 14 barras no Cenário 3.

	Passo 1		Passo 2		Passo 3		Passo 4	
Barra	V (pu)	θ (graus)	V (pu)	θ (graus)	V (pu)	θ (graus)	V (pu)	θ (graus)
1	1,0589	0	1,0591	0	1,0590	0	1,0601	0
2	1,0439	-4,9744	1,0441	-4,9737	1,0440	-4,9739	1,0451	-4,9753
3	1,0088	-12,7418	1,0089	-12,7403	1,0089	-12,7406	1,0100	-12,7310
4	1,0167	-10,2799	1,0169	-10,2787	1,0168	-10,2790	1,0178	-10,2921
5	1,0185	-8,7493	1,0187	-8,7475	1,0187	-8,7477	1,0197	-8,7519
6	1,0686	-14,2058	1,0689	-14,1965	1,0688	-14,1968	1,0699	-14,1649

7	1,0603	-13,3303	1,0605	-13,3304	1,0604	-13,3305	1,0614	-13,3002
8	1,0885	-13,3285	1,0887	-13,3291	1,0887	-13,3291	1,0896	-13,2881
9	1,0547	-14,9148	1,0548	-14,9148	1,0548	-14,9149	1,0558	-14,8827
10	1,0496	-15,0774	1,0498	-15,0760	1,0498	-15,0770	1,0508	-15,0443
11	1,0556	-14,7718	1,0557	-14,7675	1,0557	-14,7678	1,0568	-14,7353
12	1,0537	-15,0615	1,0540	-15,0444	1,0540	-15,0447	1,0550	-15,0113
13	1,0490	-15,1409	1,0493	-15,1234	1,0493	-15,1237	1,0503	-15,0899
14	1,0340	-16,0318	1,0344	-15,9942	1,0344	-15,9946	1,0355	-15,9596

Observando a Tabela 5.6 nota-se como os valores das tensões complexas vão convergindo, a cada passo de correção de medida, para o valor esperado. A ordem seguida pelo programa para fazer a correção das medidas com EG segue da medida com o maior CME^N para o menor.

5.1.2 Resultados da Metodologia 2

Cenário 1 - Sem EG: Nessa simulação obteve-se o resultado apresentado na Tabela 5.7.

Tabela 5.7: Variáveis de estado estimadas para o sistema de 14 barras no Cenário 1.

Tensões Complexas		
Barra	V (pu)	θ (graus)
1	1,0600	0
2	1,0450	-4,9817
3	1,0100	-12,7233
4	1,0177	-10,3108
5	1,0195	-8,7715
6	1,0699	-14,2176
7	1,0615	-13,3587
8	1,0900	-13,3587
9	1,0559	-14,9382
10	1,0510	-15,0968
11	1,0569	-14,7890
12	1,0551	-15,0711
13	1,0503	-15,1519
14	1,0355	-16,0309

Como esperado, os valores estimados estão bem próximos dos obtidos pela Metodologia 1, uma vez que ambas diferem apenas no processamento de EGs. As pequenas variações

são devidas aos ruídos aleatórios acrescentados.

Cenário 2 - EG simples: Para a simulação deste cenário foi adicionado um EG de 6σ na medida FR 2 – 1. Durante o processo foi detectado e identificado o EG na medida correspondente. Posteriormente, é realizada a correção da medida errônea (utilizando a Equação (3.18)) e a reestimação dos estados. O processamento de EG pode ser acompanhado passo a passo na Tabela 5.8. Finalmente, os valores estimados para as tensões complexas, antes e após o processamento de EG, são apresentados na Tabela 5.9.

Tabela 5.8: Processamento de EG para o sistema de 14 barras no Cenário 2.

Processamento de EG				
Medida Original		Medida com EG		
FR 2 − 1 = 0,2765		(FR 2 − 1) + 6σ = 0,2931		
Processamento de EG Passo 1				
Medida com $ r^N \geq TV $	II	r^N	TV	
FR 2 − 1 = 0,2953	3,8623	6,2775	2,9042	
Medida corrigida: FR 2 − 1 = 0,2741				
Processamento de EG Passo 2				
Não foi detectado EG.				

Tabela 5.9: Variáveis de estado estimadas para o sistema de 14 barras no Cenário 2.

	Passo 1		Passo 2	
Barra	V (pu)	θ (graus)	V (pu)	θ (graus)
1	1,0609	0	1,0604	0
2	1,0459	-4,9869	1,0453	-4,9834
3	1,0107	-12,7512	1,0101	-12,7464
4	1,0185	-10,3193	1,0179	-10,3155
5	1,0204	-8,7748	1,0198	-8,7716
6	1,0709	-14,2003	1,0703	-14,1973
7	1,0626	-13,3725	1,0619	-13,3684
8	1,0914	-13,3859	1,0908	-13,3809
9	1,0569	-14,9287	1,0563	-14,9264
10	1,0519	-15,0851	1,0513	-15,0830
11	1,0578	-14,7771	1,0572	-14,7747
12	1,0561	-15,0564	1,0554	-15,0543
13	1,0513	-15,1366	1,0507	-15,1347
14	1,0366	-16,0105	1,0359	-16,0096

Cenário 3 - EGs múltiplos: Para este cenário foram adicionados EGs nas seguintes medidas: 5σ na medida FA 12 – 13, -9σ na medida FR 5 – 6 e 10σ na medida IR 3. O processamento dos EGs pode ser acompanhado passo a passo na Tabela 5.10. Finalmente, os valores estimados para as tensões complexas, a cada passo do processamento dos EGs, são apresentados na Tabela 5.11.

Tabela 5.10: Processamento de EG para o sistema de 14 barras no Cenário 3.

Processamento de EG				
Medida Original		Medida com EG		
FA 12 – 13 = 0,0161		(FA 12 – 13) + 5σ = 0,0169		
FR 5 – 6 = 0,1251		(FR 5 – 6) - 9σ = 0,1138		
IR 3 = 0,0608		(IR 3) + 10σ = 0,0669		
Processamento de EG Passo 1				
Medida com	$ r^N \geq TV $	II	r^N	TV
	IR 3 = 0,0671	2,0396	7,2285	2,6937
Medida corrigida: IR 3 = 0,0605				
Processamento de EG Passo 2				
Medida com	$ r^N \geq TV $	II	r^N	TV
	FR 5 – 6 = 0,1159	2,2330	-9,8700	2,7384
Medida corrigida: FR 5 – 6 = 0,1250				
Processamento de EG Passo 3				
Medida com	$ r^N \geq TV $	II	r^N	TV
	FA 12 – 13 = 0,0172	1,1004	4,4622	2,2205
Medida corrigida: FA 12 – 13 = 0,0162				
Processamento de EG Passo 4				
Não foi detectado EG.				

Tabela 5.11: Variáveis de estado estimadas para o sistema de 14 barras no Cenário 3.

	Passo 1		Passo 2		Passo 3		Passo 4	
Barra	V (pu)	θ (graus)	V (pu)	θ (graus)	V (pu)	θ (graus)	V (pu)	θ (graus)
1	1,0587	0	1,0609	0	1,0606	0	1,0604	0
2	1,0436	-4,9886	1,0459	-4,9827	1,0456	-4,9824	1,0455	-4,9825
3	1,0086	-12,7612	1,0108	-12,7377	1,0105	-12,7282	1,0104	-12,7285
4	1,0163	-10,3299	1,0184	-10,3187	1,0181	-10,3233	1,0180	-10,3235
5	1,0181	-8,7845	1,0203	-8,7777	1,0200	-8,7813	1,0200	-8,7815
6	1,0687	-14,2216	1,0707	-14,2321	1,0705	-14,2384	1,0704	-14,2390
7	1,0600	-13,3508	1,0621	-13,3545	1,0619	-13,3599	1,0618	-13,3602

8	1,0884	-13,3327	1,0904	-13,3412	1,0902	-13,3465	1,0901	-13,3468
9	1,0545	-14,9512	1,0566	-14,9536	1,0564	-14,9596	1,0563	-14,9599
10	1,0496	-15,1133	1,0517	-15,1157	1,0514	-15,1219	1,0514	-15,1222
11	1,0555	-14,8034	1,0576	-14,8084	1,0573	-14,8147	1,0573	-14,8151
12	1,0539	-15,0754	1,0559	-15,0821	1,0557	-15,0887	1,0556	-15,0932
13	1,0490	-15,1645	1,0510	-15,1700	1,0508	-15,1768	1,0508	-15,1762
14	1,0342	-16,0418	1,0363	-16,0421	1,0360	-16,0491	1,0360	-16,0481

5.2 Sistema IEEE 57 Barras

O sistema possui a topologia apresentada na Figura 5.2.

Figura 5.2: Topologia do sistema IEEE 57 barras (CHRISTIE, 1993).

Para este sistema o plano de medição é constituído de 339 medidas, possuindo um nível de redundância global (NRG) igual a 3. Devido à sua extensão, a tabela com os valores das medidas utilizadas será omitida do texto.

5.2.1 Resultados da Metodologia 1

Cenário 1 - Sem EG: Nessa simulação obteve-se o seguinte resultado, apresentado na Tabela 5.12.

Tabela 5.12: Variáveis de estado estimadas para o sistema de 57 barras no Cenário 1.

Tensões Complexas		
Barra	V (pu)	θ (graus)
1	1,0398	0
2	1,0098	-1,1891
3	0,9849	-5,9848
4	0,9807	-7,3281
5	0,9764	-8,5220
6	0,9800	-8,6508
7	0,9841	-7,5832
8	1,0049	-4,4586
9	0,9798	-9,5860
10	0,9860	-11,4543
11	0,9738	-10,1945
12	1,0147	-10,4675
13	0,9787	-9,8021
14	0,9700	-9,3493
15	0,9879	-7,1931
16	1,0132	-8,8432
17	1,0173	-5,3813
18	1,0010	-11,7127
19	0,9703	-13,2378
20	0,9642	-13,4514
21	1,0083	-12,9349
22	1,0096	-12,8779
23	1,0081	-12,9436
24	0,9992	-13,2853
25	0,9827	-18,2007
26	0,9587	-12,9742
27	0,9815	-11,5044
28	0,9966	-10,4790
29	1,0102	-9,7581
30	0,9629	-18,7545
31	0,9358	-19,4294

32	0,9496	-18,5404
33	0,9474	-18,5804
34	0,9590	-14,1500
35	0,9661	-13,9087
36	0,9757	-13,6351
37	0,9847	-13,4476
38	1,0127	-12,7361
39	0,9826	-13,4927
40	0,9726	-13,6595
41	0,9961	-14,0936
42	0,9664	-15,5423
43	1,0094	-11,3618
44	1,0166	-11,8621
45	1,0358	-9,2736
46	1,0596	-11,1138
47	1,0331	-12,5073
48	1,0272	-12,6064
49	1,0361	-12,9330
50	1,0231	-13,4223
51	1,0520	-12,5427
52	0,9801	-11,4937
53	0,9706	-12,2432
54	0,9961	-11,7046
55	1,0306	-10,7932
56	0,9684	-16,0866
57	0,9649	-16,6115

Os valores estimados estão bem próximos dos previstos e o programa não detectou nenhum erro, como esperado.

Cenário 2 - EG simples: Para este cenário foi adicionado um EG de -6σ na medida FA 47 – 46. O processamento de EG pode ser acompanhado passo a passo na Tabela 5.13. Os valores estimados para as tensões complexas, antes e após o processamento de EG, são apresentados na Tabela 5.14.

Tabela 5.13: Processamento de EG para o sistema de 57 barras no Cenário 2.

Processamento de EG	
Medida Original	Medida com EG
FA 47 – 46 = -0,4713	(FA 47 – 46) - 6σ = -0,4996

Processamento de EG Passo 1			
Medida com $CME^N \geq 3,0$	II	CME^N	CNE
FA 47 – 46 = -0,5015	4,9311	-4,7613	-4,9582
Medida corrigida utilizando CNE: FA 47 – 46 = -0,4716			
Processamento de EG Passo 2			
Não foi detectado EG.			

Tabela 5.14: Variáveis de estado estimadas para o sistema de 57 barras no Cenário 2.

Barra	Passo 1		Passo 2	
	V (pu)	θ (graus)	V (pu)	θ (graus)
1	1,0405	0	1,0404	0
2	1,0107	-1,1922	1,0106	-1,1915
3	0,9856	-5,9930	0,9855	-5,9900
4	0,9814	-7,3447	0,9813	-7,3406
5	0,9771	-8,5460	0,9770	-8,5418
6	0,9806	-8,6746	0,9805	-8,6704
7	0,9848	-7,5994	0,9847	-7,5947
8	1,0055	-4,4847	1,0054	-4,4803
9	0,9805	-9,5873	0,9805	-9,5837
10	0,9868	-11,4597	0,9867	-11,4552
11	0,9745	-10,1957	0,9744	-10,1921
12	1,0155	-10,4702	1,0154	-10,4666
13	0,9794	-9,8048	0,9794	-9,8012
14	0,9708	-9,3526	0,9707	-9,3490
15	0,9886	-7,1911	0,9885	-7,1883
16	1,0139	-8,8429	1,0139	-8,8396
17	1,0181	-5,3809	1,0180	-5,3803
18	1,0017	-11,7276	1,0017	-11,7211
19	0,9713	-13,2382	0,9712	-13,2309
20	0,9650	-13,4530	0,9650	-13,4455
21	1,0092	-12,9312	1,0092	-12,9235
22	1,0105	-12,8753	1,0105	-12,8677
23	1,0091	-12,9406	1,0090	-12,9329
24	1,0001	-13,2836	1,0000	-13,2762
25	0,9835	-18,1855	0,9834	-18,1788
26	0,9596	-12,9724	0,9596	-12,9652
27	0,9822	-11,5041	0,9822	-11,4980
28	0,9974	-10,4690	0,9973	-10,4632
29	1,0109	-9,7592	1,0108	-9,7539

30	0,9637	-18,7357	0,9637	-18,7292
31	0,9370	-19,3941	0,9369	-19,3877
32	0,9507	-18,5084	0,9507	-18,5019
33	0,9485	-18,5493	0,9484	-18,5428
34	0,9600	-14,1532	0,9600	-14,1465
35	0,9670	-13,9083	0,9670	-13,9016
36	0,9767	-13,6355	0,9766	-13,6288
37	0,9857	-13,4483	0,9856	-13,4414
38	1,0136	-12,7364	1,0135	-12,7287
39	0,9836	-13,4948	0,9836	-13,4879
40	0,9736	-13,6599	0,9736	-13,6531
41	0,9969	-14,0819	0,9968	-14,0777
42	0,9672	-15,5285	0,9672	-15,5238
43	1,0103	-11,3574	1,0102	-11,3536
44	1,0176	-11,8558	1,0175	-11,8488
45	1,0368	-9,2688	1,0367	-9,2641
46	1,0605	-11,1182	1,0604	-11,1129
47	1,0339	-12,5148	1,0339	-12,5058
48	1,0281	-12,6139	1,0280	-12,6050
49	1,0370	-12,9344	1,0369	-12,9268
50	1,0241	-13,4140	1,0240	-13,4069
51	1,0528	-12,5472	1,0527	-12,5419
52	0,9811	-11,4694	0,9810	-11,4646
53	0,9716	-12,2154	0,9715	-12,2109
54	0,9970	-11,6958	0,9969	-11,6917
55	1,0314	-10,7963	1,0314	-10,7926
56	0,9692	-16,0729	0,9692	-16,0683
57	0,9658	-16,5928	0,9657	-16,5881

Cenário 3 - EGs múltiplos: Para este cenário foram adicionados EGs nas seguintes medidas: -5σ na medida FA 22 – 38, 7σ na medida FR 1 – 15 e 8σ na medida IA 27. O processamento dos EGs pode ser acompanhado passo a passo na Tabela 5.15. Finalmente, os valores estimados para as tensões complexas, a cada passo do processamento dos EGs, são apresentados na Tabela 5.16.

Tabela 5.15: Processamento de EG para o sistema de 57 barras no Cenário 3.

Processamento de EG	
Medida Original	Medida com EG
FA 22 – 38 = -0,1069	(FA 22 – 38) - 5σ = -0,1123
FR 1 – 15 = 0,3372	(FR 1 – 15) + 7σ = 0,3608

IA 27 = -0,0934		(IA 27) + 8σ = -0,0859		
Processamento de EG Passo 1				
Medida com	$ CME^N \geq 3,0$	II	CME^N	CNE
FR 1 – 15 = 0,3628		3,2678	6,5302	6,8291
Medida corrigida utilizando CNE: FR 1 – 15 = 0,3381				
Processamento de EG Passo 2				
Medida com	$ CME^N \geq 3,0$	II	CME^N	CNE
FA 22 – 38 = -0,1127		1,0598	-3,6663	-5,0407
Medida corrigida utilizando CNE: FA 22 – 38 = -0,1071				
Processamento de EG Passo 3				
Medida com	$ CME^N \geq 3,0$	II	CME^N	CNE
IA 27 = -0,0863		0,4660	3,2910	7,3464
Medida corrigida utilizando CNE: IA 27 = -0,0927				
Processamento de EG Passo 4				
Não foi detectado EG.				

Tabela 5.16: Variáveis de estado estimadas para o sistema de 57 barras no Cenário 3.

	Passo 1		Passo 2		Passo 3		Passo 4	
Barra	V (pu)	θ (graus)	V (pu)	θ (graus)	V (pu)	θ (graus)	V (pu)	θ (graus)
1	1,0396	0	1,0395	0	1,0396	0	1,0397	0
2	1,0094	-1,1917	1,0095	-1,1905	1,0095	-1,1903	1,0096	-1,1900
3	0,9843	-6,0076	0,9844	-5,9970	0,9845	-5,9958	0,9846	-5,9943
4	0,9801	-7,3657	0,9802	-7,3509	0,9803	-7,3487	0,9804	-7,3464
5	0,9758	-8,5688	0,9759	-8,5538	0,9760	-8,5514	0,9761	-8,5483
6	0,9793	-8,6977	0,9795	-8,6826	0,9796	-8,6802	0,9797	-8,6771
7	0,9835	-7,6221	0,9837	-7,6080	0,9837	-7,6056	0,9839	-7,6021
8	1,0043	-4,4918	1,0044	-4,4786	1,0045	-4,4767	1,0046	-4,4744
9	0,9793	-9,6051	0,9795	-9,5920	0,9795	-9,5913	0,9796	-9,5900
10	0,9855	-11,4779	0,9857	-11,4635	0,9857	-11,4627	0,9858	-11,4612
11	0,9733	-10,2174	0,9734	-10,2040	0,9735	-10,2033	0,9736	-10,2019
12	1,0143	-10,4926	1,0144	-10,4785	1,0145	-10,4778	1,0146	-10,4764
13	0,9782	-9,8249	0,9784	-9,8117	0,9784	-9,8111	0,9785	-9,8097
14	0,9695	-9,3714	0,9697	-9,3587	0,9698	-9,3581	0,9698	-9,3567
15	0,9874	-7,2070	0,9875	-7,1969	0,9876	-7,1964	0,9877	-7,1951
16	1,0128	-8,8670	1,0129	-8,8531	1,0130	-8,8526	1,0131	-8,8515
17	1,0171	-5,3850	1,0171	-5,3817	1,0172	-5,3814	1,0172	-5,3809
18	1,0004	-11,7669	1,0005	-11,7519	1,0006	-11,7477	1,0007	-11,7453
19	0,9699	-13,2710	0,9701	-13,2549	0,9702	-13,2491	0,9702	-13,2476
20	0,9637	-13,4869	0,9638	-13,4706	0,9640	-13,4645	0,9640	-13,4632

21	1,0078	-12,9632	1,0080	-12,9472	1,0081	-12,9412	1,0082	-12,9399
22	1,0091	-12,9062	1,0093	-12,8902	1,0094	-12,8843	1,0095	-12,8831
23	1,0077	-12,9716	1,0079	-12,9556	1,0080	-12,9493	1,0081	-12,9481
24	0,9987	-13,3157	0,9989	-13,2998	0,9990	-13,2924	0,9991	-13,2921
25	0,9820	-18,2007	0,9822	-18,1830	0,9823	-18,1766	0,9824	-18,1754
26	0,9583	-13,0049	0,9584	-12,9891	0,9586	-12,9820	0,9586	-12,9833
27	0,9811	-11,5221	0,9813	-11,5072	0,9814	-11,5025	0,9813	-11,5195
28	0,9959	-10,5155	0,9961	-10,5008	0,9962	-10,4973	0,9963	-10,4903
29	1,0096	-9,7964	1,0097	-9,7820	1,0098	-9,7791	1,0099	-9,7742
30	0,9622	-18,7490	0,9624	-18,7312	0,9625	-18,7249	0,9626	-18,7236
31	0,9354	-19,4087	0,9356	-19,3905	0,9357	-19,3852	0,9358	-19,3835
32	0,9491	-18,5256	0,9493	-18,5079	0,9494	-18,5033	0,9495	-18,5016
33	0,9469	-18,5659	0,9471	-18,5481	0,9471	-18,5435	0,9472	-18,5419
34	0,9586	-14,1867	0,9587	-14,1704	0,9588	-14,1702	0,9589	-14,1687
35	0,9656	-13,9436	0,9657	-13,9275	0,9658	-13,9275	0,9659	-13,9260
36	0,9752	-13,6698	0,9754	-13,6538	0,9754	-13,6539	0,9755	-13,6525
37	0,9843	-13,4805	0,9845	-13,4644	0,9845	-13,4642	0,9846	-13,4628
38	1,0122	-12,7625	1,0124	-12,7464	1,0125	-12,7449	1,0126	-12,7436
39	0,9822	-13,5271	0,9824	-13,5110	0,9825	-13,5108	0,9825	-13,5093
40	0,9722	-13,6953	0,9724	-13,6792	0,9724	-13,6794	0,9725	-13,6779
41	0,9956	-14,1139	0,9958	-14,0985	0,9958	-14,0978	0,9959	-14,0959
42	0,9658	-15,5636	0,9660	-15,5472	0,9661	-15,5465	0,9662	-15,5445
43	1,0090	-11,3843	1,0092	-11,3704	1,0092	-11,3697	1,0093	-11,3681
44	1,0163	-11,8764	1,0165	-11,8602	1,0165	-11,8631	1,0166	-11,8618
45	1,0355	-9,2884	1,0356	-9,2753	1,0357	-9,2762	1,0358	-9,2747
46	1,0592	-11,1391	1,0593	-11,1246	1,0594	-11,1242	1,0595	-11,1229
47	1,0326	-12,5363	1,0328	-12,5203	1,0329	-12,5200	1,0329	-12,5186
48	1,0268	-12,6356	1,0269	-12,6195	1,0270	-12,6192	1,0271	-12,6179
49	1,0356	-12,9594	1,0358	-12,9433	1,0359	-12,9424	1,0360	-12,9411
50	1,0227	-13,4404	1,0229	-13,4244	1,0229	-13,4234	1,0230	-13,4219
51	1,0515	-12,5645	1,0516	-12,5495	1,0517	-12,5486	1,0518	-12,5470
52	0,9796	-11,5240	0,9797	-11,5097	0,9798	-11,5077	0,9799	-11,5044
53	0,9701	-12,2751	0,9702	-12,2606	0,9703	-12,2585	0,9704	-12,2552
54	0,9956	-11,7415	0,9957	-11,7275	0,9958	-11,7259	0,9959	-11,7233
55	1,0301	-10,8267	1,0303	-10,8131	1,0304	-10,8121	1,0304	-10,8103
56	0,9679	-16,1087	0,9680	-16,0921	0,9681	-16,0913	0,9682	-16,0892
57	0,9644	-16,6298	0,9646	-16,6129	0,9646	-16,6121	0,9647	-16,6100

5.2.2 Resultados da Metodologia 2

Cenário 1 - Sem EG: Nessa simulação obteve-se o resultado apresentado na Tabela 5.17.

Tabela 5.17: Variáveis de estado estimadas para o sistema de 57 barras no Cenário 1.

Tensões Complexas		
Barra	V (pu)	θ (graus)
1	1,0402	0
2	1,0103	-1,1904
3	0,9852	-5,9888
4	0,9810	-7,3393
5	0,9768	-8,5383
6	0,9803	-8,6672
7	0,9845	-7,5889
8	1,0053	-4,4670
9	0,9803	-9,5802
10	0,9865	-11,4469
11	0,9742	-10,1885
12	1,0152	-10,4619
13	0,9792	-9,7966
14	0,9705	-9,3452
15	0,9883	-7,1884
16	1,0136	-8,8462
17	1,0178	-5,3750
18	1,0014	-11,7192
19	0,9710	-13,2274
20	0,9648	-13,4424
21	1,0090	-12,9195
22	1,0102	-12,8637
23	1,0088	-12,9288
24	0,9998	-13,2724
25	0,9831	-18,1719
26	0,9594	-12,9612
27	0,9821	-11,4906
28	0,9972	-10,4602
29	1,0106	-9,7536
30	0,9633	-18,7222
31	0,9366	-19,3818
32	0,9503	-18,4945
33	0,9481	-18,5346

34	0,9597	-14,1464
35	0,9667	-13,9019
36	0,9763	-13,6279
37	0,9854	-13,4394
38	1,0133	-12,7234
39	0,9833	-13,4862
40	0,9733	-13,6514
41	0,9966	-14,0809
42	0,9669	-15,5319
43	1,0100	-11,3526
44	1,0173	-11,8476
45	1,0364	-9,2648
46	1,0602	-11,1059
47	1,0337	-12,4955
48	1,0279	-12,5959
49	1,0367	-12,9222
50	1,0237	-13,4056
51	1,0526	-12,5327
52	0,9805	-11,4891
53	0,9710	-12,2348
54	0,9966	-11,7022
55	1,0311	-10,7930
56	0,9689	-16,0748
57	0,9655	-16,5964

Mais uma vez, o resultado obtido encontra-se bem próximo do esperado, apresentando apenas pequenas variações devido à presença dos ruídos aleatórios nas medidas.

Cenário 2 - EG simples: Neste cenário foi adicionado um EG de 4σ na medida FR 48 – 38. A medida errônea foi, mais uma vez, detectada, identificada e corrigida com sucesso. O processamento de EG pode ser acompanhado passo a passo na Tabela 5.18. Finalmente, os valores estimados para as tensões complexas, antes e após o processamento de EG, são apresentados na Tabela 5.19.

Tabela 5.18: Processamento de EG para o sistema de 57 barras no Cenário 2.

Processamento de EG				
Medida Original		Medida com EG		
FR 48 – 38 = 0,1967		(FR 48 – 38) + 4σ = 0,2045		
Processamento de EG Passo 1				
Medida com	$ r^N \geq TV $	II	r^N	TV
FR 48 – 38 = 0,2051		2,9592	3,3298	2,8421

Medida corrigida: $FR\ 48 - 38 = 0,1958$
Processamento de EG Passo 2
Não foi detectado EG.

Tabela 5.19: Variáveis de estado estimadas para o sistema de 57 barras no Cenário 2.

Barra	Passo 1		Passo 2	
	V (pu)	θ (graus)	V (pu)	θ (graus)
1	1,0406	0	1,0404	0
2	1,0107	-1,1878	1,0104	-1,1881
3	0,9857	-5,9805	0,9855	-5,9827
4	0,9815	-7,3289	0,9812	-7,3316
5	0,9772	-8,5336	0,9770	-8,5369
6	0,9807	-8,6619	0,9805	-8,6652
7	0,9849	-7,5848	0,9847	-7,5877
8	1,0056	-4,4698	1,0054	-4,4712
9	0,9807	-9,5667	0,9804	-9,5702
10	0,9870	-11,4351	0,9867	-11,4391
11	0,9747	-10,1750	0,9744	-10,1788
12	1,0156	-10,4492	1,0154	-10,4532
13	0,9796	-9,7844	0,9794	-9,7879
14	0,9709	-9,3320	0,9707	-9,3353
15	0,9888	-7,1790	0,9885	-7,1816
16	1,0141	-8,8341	1,0138	-8,8372
17	1,0182	-5,3731	1,0180	-5,3745
18	1,0019	-11,7048	1,0016	-11,7098
19	0,9714	-13,2036	0,9712	-13,2095
20	0,9652	-13,4208	0,9649	-13,4269
21	1,0094	-12,8984	1,0092	-12,9041
22	1,0107	-12,8425	1,0104	-12,8483
23	1,0093	-12,9076	1,0090	-12,9134
24	1,0003	-13,2555	1,0000	-13,2613
25	0,9836	-18,1463	0,9833	-18,1554
26	0,9598	-12,9452	0,9595	-12,9509
27	0,9824	-11,4787	0,9822	-11,4836
28	0,9975	-10,4528	0,9973	-10,4571
29	1,0110	-9,7449	1,0107	-9,7489
30	0,9638	-18,6982	0,9635	-18,7078
31	0,9370	-19,3601	0,9368	-19,3700

32	0,9508	-18,4774	0,9505	-18,4867
33	0,9485	-18,5176	0,9483	-18,5269
34	0,9601	-14,1267	0,9599	-14,1351
35	0,9671	-13,8812	0,9669	-13,8895
36	0,9767	-13,6074	0,9765	-13,6155
37	0,9858	-13,4185	0,9856	-13,4263
38	1,0138	-12,7034	1,0135	-12,7091
39	0,9837	-13,4650	0,9835	-13,4728
40	0,9737	-13,6316	0,9735	-13,6397
41	0,9971	-14,0571	0,9969	-14,0634
42	0,9674	-15,5099	0,9672	-15,5171
43	1,0105	-11,3371	1,0102	-11,3416
44	1,0178	-11,8273	1,0175	-11,8321
45	1,0369	-9,2496	1,0366	-9,2533
46	1,0607	-11,0886	1,0604	-11,0927
47	1,0342	-12,4754	1,0339	-12,4801
48	1,0283	-12,5751	1,0280	-12,5803
49	1,0372	-12,9026	1,0369	-12,9069
50	1,0243	-13,3832	1,0240	-13,3873
51	1,0531	-12,5181	1,0529	-12,5223
52	0,9812	-11,4576	0,9809	-11,4626
53	0,9717	-12,2087	0,9714	-12,2140
54	0,9971	-11,6801	0,9969	-11,6849
55	1,0315	-10,7755	1,0313	-10,7797
56	0,9695	-16,0482	0,9692	-16,0557
57	0,9660	-16,5719	0,9657	-16,5797

Cenário 3 - EGs múltiplos: Para este último cenário foram adicionados EGs nas seguintes medidas: -9σ na medida IA 5, 6σ na medida IR 53 e 7σ na medida FA 34–32. O processamento dos EGs pode ser acompanhado passo a passo na Tabela 5.20. Finalmente, os valores estimados para as tensões complexas, a cada passo do processamento dos EGs, são apresentados na Tabela 5.21.

Tabela 5.20: Processamento de EG para o sistema de 57 barras no Cenário 3.

Processamento de EG	
Medida Original	Medida com EG
IA 5 = -0,1294	(IA 5) - 9σ = -0,1410
IR 53 = -0,1018	(IR 53) + 6σ = -0,0957

FA 34 – 32 = 0,0745		(FA 34 – 32) + 7σ = 0,0797	
Processamento de EG Passo 1			
Medida com $ r^N \geq TV $	II	r^N	TV
IA 5 = -0,1421	1,9808	-7,8115	2,6781
Medida corrigida: IA 5 = -0,1298			
Processamento de EG Passo 2			
Medida com $ r^N \geq TV $	II	r^N	TV
FA 34 – 32 = 0,0798	1,9259	6,8213	2,6625
Medida corrigida: FA 34 – 32 = 0,0741			
Processamento de EG Passo 3			
Medida com $ r^N \geq TV $	II	r^N	TV
IR 53 = -0,0957	4,2915	6,0490	2,9217
Medida corrigida: IR 53 = -0,1020			
Processamento de EG Passo 4			
Não foi detectado EG.			

Tabela 5.21: Variáveis de estado estimadas para o sistema de 57 barras no Cenário 3.

	Passo 1		Passo 2		Passo 3		Passo 4	
Barra	V (pu)	θ (graus)	V (pu)	θ (graus)	V (pu)	θ (graus)	V (pu)	θ (graus)
1	1,0396	0	1,0397	0	1,0396	0	1,0402	0
2	1,0097	-1,1875	1,0097	-1,1885	1,0097	-1,1884	1,0103	-1,1871
3	0,9848	-5,9794	0,9848	-5,9840	0,9847	-5,9837	0,9853	-5,9771
4	0,9806	-7,3234	0,9806	-7,3316	0,9805	-7,3311	0,9811	-7,3228
5	0,9761	-8,5512	0,9762	-8,5389	0,9762	-8,5384	0,9768	-8,5286
6	0,9797	-8,6803	0,9798	-8,6677	0,9797	-8,6672	0,9803	-8,6572
7	0,9839	-7,6000	0,9840	-7,5900	0,9839	-7,5893	0,9845	-7,5797
8	1,0047	-4,4761	1,0047	-4,4648	1,0047	-4,4640	1,0053	-4,4587
9	0,9797	-9,5784	0,9797	-9,5790	0,9797	-9,5790	0,9803	-9,5697
10	0,9860	-11,4456	0,9860	-11,4459	0,9859	-11,4461	0,9865	-11,4343
11	0,9737	-10,1869	0,9737	-10,1875	0,9736	-10,1878	0,9742	-10,1776
12	1,0146	-10,4626	1,0146	-10,4632	1,0146	-10,4633	1,0152	-10,4531
13	0,9786	-9,7966	0,9786	-9,7973	0,9786	-9,7973	0,9792	-9,7876
14	0,9700	-9,3414	0,9700	-9,3424	0,9699	-9,3422	0,9705	-9,3329
15	0,9878	-7,1835	0,9878	-7,1852	0,9877	-7,1851	0,9883	-7,1779
16	1,0130	-8,8607	1,0130	-8,8612	1,0130	-8,8612	1,0136	-8,8529
17	1,0172	-5,3886	1,0172	-5,3886	1,0171	-5,3888	1,0177	-5,3851
18	1,0009	-11,7153	1,0009	-11,7182	1,0008	-11,7179	1,0014	-11,7051
19	0,9704	-13,2240	0,9704	-13,2246	0,9704	-13,2244	0,9710	-13,2099

20	0,9642	-13,4371	0,9642	-13,4373	0,9641	-13,4371	0,9648	-13,4223
21	1,0083	-12,9192	1,0084	-12,9193	1,0083	-12,9190	1,0090	-12,9049
22	1,0096	-12,8632	1,0096	-12,8632	1,0096	-12,8630	1,0102	-12,8490
23	1,0082	-12,9287	1,0082	-12,9287	1,0082	-12,9284	1,0088	-12,9142
24	0,9991	-13,2796	0,9991	-13,2793	0,9991	-13,2773	0,9998	-13,2624
25	0,9825	-18,1981	0,9825	-18,2017	0,9824	-18,1595	0,9831	-18,1385
26	0,9587	-12,9693	0,9587	-12,9685	0,9587	-12,9666	0,9593	-12,9518
27	0,9812	-11,5099	0,9813	-11,5054	0,9813	-11,5042	0,9819	-11,4892
28	0,9963	-10,4835	0,9964	-10,4775	0,9963	-10,4766	0,9970	-10,4620
29	1,0099	-9,7663	1,0100	-9,7590	1,0100	-9,7583	1,0106	-9,7448
30	0,9627	-18,7524	0,9627	-18,7566	0,9626	-18,7078	0,9633	-18,6859
31	0,9359	-19,4298	0,9359	-19,4352	0,9359	-19,3734	0,9366	-19,3503
32	0,9497	-18,5459	0,9497	-18,5517	0,9497	-18,4858	0,9504	-18,4639
33	0,9474	-18,5861	0,9474	-18,5919	0,9475	-18,5260	0,9482	-18,5041
34	0,9592	-14,1509	0,9592	-14,1501	0,9591	-14,1560	0,9598	-14,1399
35	0,9662	-13,9080	0,9662	-13,9070	0,9661	-13,9137	0,9667	-13,8979
36	0,9758	-13,6332	0,9758	-13,6323	0,9757	-13,6388	0,9763	-13,6234
37	0,9848	-13,4423	0,9848	-13,4416	0,9848	-13,4466	0,9854	-13,4314
38	1,0127	-12,7230	1,0127	-12,7231	1,0126	-12,7230	1,0133	-12,7092
39	0,9828	-13,4885	0,9828	-13,4878	0,9827	-13,4927	0,9834	-13,4775
40	0,9728	-13,6572	0,9728	-13,6563	0,9727	-13,6629	0,9733	-13,6474
41	0,9960	-14,0723	0,9961	-14,0723	0,9960	-14,0749	0,9966	-14,0594
42	0,9663	-15,5207	0,9663	-15,5204	0,9662	-15,5242	0,9669	-15,5063
43	1,0094	-11,3503	1,0094	-11,3507	1,0094	-11,3516	1,0100	-11,3399
44	1,0167	-11,8432	1,0167	-11,8428	1,0167	-11,8423	1,0173	-11,8291
45	1,0359	-9,2604	1,0359	-9,2612	1,0358	-9,2609	1,0365	-9,2511
46	1,0596	-11,1022	1,0596	-11,1032	1,0596	-11,1024	1,0602	-11,0916
47	1,0331	-12,4932	1,0331	-12,4942	1,0331	-12,4927	1,0337	-12,4804
48	1,0272	-12,5941	1,0272	-12,5952	1,0272	-12,5936	1,0278	-12,5813
49	1,0360	-12,9194	1,0360	-12,9189	1,0360	-12,9192	1,0366	-12,9051
50	1,0231	-13,3976	1,0231	-13,3969	1,0231	-13,3975	1,0237	-13,3825
51	1,0520	-12,5280	1,0520	-12,5279	1,0519	-12,5284	1,0526	-12,5150
52	0,9801	-11,4810	0,9801	-11,4776	0,9801	-11,4774	0,9807	-11,4605
53	0,9706	-12,2318	0,9706	-12,2286	0,9706	-12,2285	0,9712	-12,2100
54	0,9961	-11,6962	0,9961	-11,6947	0,9961	-11,6947	0,9967	-11,6806
55	1,0305	-10,7899	1,0306	-10,7900	1,0305	-10,7901	1,0312	-10,7797
56	0,9684	-16,0633	0,9684	-16,0630	0,9684	-16,0669	0,9690	-16,0482
57	0,9650	-16,5847	0,9650	-16,5843	0,9649	-16,5884	0,9656	-16,5690

Analisando a Tabela 5.20, no caso da medida FA 34-32, pode-se observar que seu valor limiar de detecção de erro deve ser menor que o limiar fixo ($\beta = 3$), utilizado na metodologia tradicional, para compensar o fato desta medida possuir um II baixo. Em uma simulação realizada onde foram adicionados ruídos aleatórios nas medidas, foi adicionado um EG de 3σ na medida FA 34-32 e foi obtido um $r^N = 2,8628$. Se utilizarmos o limiar fixo, esse EG não seria detectado, implicando na falha do método tradicional. Entretanto, ao utilizarmos o TV como valor limiar (para esse caso: $TV = 2,6625$), este EG é corretamente detectado pela metodologia alternativa.

Além destas, foram realizadas outras simulações evidenciando casos onde o teste do maior resíduo normalizado falhou. Para o sistema de 14 barras, simulando o sistema apenas com a adição dos ruídos aleatórios e sem adição de EG no caso inicial, foi obtido com o teste o seguinte resultado:

$$r_{\max}^N = 4,1846 \quad \text{Medida: FA 5-1.}$$

Novamente o teste falhou no caso em que as medidas apresentam ruídos. Em contrapartida, obteve-se o $CME^N = 2,4159$, não caracterizando, como esperado, um EG. Em seguida, adicionando um EG de 6σ na medida FA 13-6 (escolhida aleatoriamente) obteve-se como resultado:

$$r_{\max}^N = 5,5143 \quad \text{Medida: FA 13-6.}$$

Neste caso ambos os testes foram eficazes. Porém, simulando o sistema novamente, para outros ruídos aleatórios, obteve-se o resultado:

$$r_{\max}^N = 3,6290 \quad \text{Medida: IA 10.}$$

Conclui-se que o teste do maior resíduo normalizado detectou a presença de EG, mas não foi capaz de identificar corretamente a medida portadora do mesmo. Já ao utilizarmos o método alternativo, foi obtido $CME^N = 5,3848$ na medida FA 13-6 mostrando a eficácia do mesmo.

Capítulo 6

Conclusão

Através da interpretação geométrica dos erros das medidas, BRETAS et al. (2009) prova matematicamente que o erro da medida é composto das componentes detectável e não detectável, mostra também que as metodologias tradicionais, até então utilizadas para processamento de EGs, consideram apenas a componente detectável do erro. Assim, dependendo da amplitude das componentes do erro, essas metodologias podem falhar.

Através de projeções ortogonais definidas pela equação da matriz de projeção (P), em BRETAS et al. (2009), BRETAS; PIERETI (2010), BRETAS; BRETAS; PIERETI (2011) e PIERETI (2011) também foi mostrado que erros em medidas que estão muito perto do espaço imagem da matriz Jacobiana, em relação às outras medidas, são difíceis de serem detectados utilizando o teste do maior resíduo normalizado tradicional. Portanto, foi estudada e implementada uma metodologia alternativa para processar medidas com EG, baseada nos conceitos apresentados pelos autores citados acima. O trabalho realizado dividiu-se em duas metodologias principais:

i) A primeira baseia-se na análise dos erros das medidas, onde são utilizados novos índices para detecção, identificação e correção de medidas errôneas, como o CME^N e o CNE . O método mostrou-se robusto para o processamento de EGs, mesmo quando as medidas não são perfeitas (devido ao ruído aleatório adicionado em todas as simulações), onde os EGs adicionados foram corretamente detectados, identificados e corrigidos.

ii) A segunda baseia-se na análise dos resíduos das medidas, de forma similar às metodologias tradicionais, entretanto, é utilizado um novo valor limiar para detecção de EGs, o TV . Este limiar é específico para cada medida e considera suas características de mascararem seus erros ou não. Essa metodologia também mostrou-se robusta realizando o processamento dos EGs dos diferentes cenários de maneira correta.

Em se tratando ainda do TV , foi estudada uma forma alternativa para obtenção do índice, baseada na análise da função densidade de probabilidade da distribuição normal multivariável. Devido à complexidade matemática para obtenção das equações características dos isocontornos, não foi possível aplicá-la na segunda metodologia para o cálculo dos TV s.

O *software* implementado possibilita ao usuário a leitura direta do banco de dados, proveniente da solução de um problema de fluxo de carga em formato *txt*. Além disso, também fica a critério do usuário a adição de ruídos aleatórios no banco de dados.

Referências

- ABUR, A.; EXPÓSITO, A. **Power Systems State Estimation: theory and implementation**. New York, USA: Marcel Dekker, Inc., 2004.
- ABUR, A.; MAGNAGO, F. Optimal meter placement for maintaining observability during single branch outages. **Power Systems, IEEE Transactions on**, [S.l.], v.14, n.4, p.1273 – 1278, Novembro 1999.
- ANTONIO, A.; TORREAO, J.; DO COUTTO FILHO, M. Meter placement for power system state estimation using simulated annealing. In: POWER TECH PROCEEDINGS, 2001 IEEE PORTO, 2001. **Anais...** [S.l.: s.n.], 2001. v.3, p.5 pp.
- BENEDITO, R. **Índice de não-deteccção de erros grosseiros no processo de estimação de estado em sistemas elétricos de potência**. 2011. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Escola de Engenharia de São Carlos (EESC/USP), São Carlos.
- BERTRAN, M.; CORBELLÀ, X. On the Validation and Analysis of a New Method for Power Network Connectivity Determination. **Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, [S.l.], v.PAS-101, n.2, p.316 – 324, Fevereiro 1982.
- BRANDÃO, R. **A estimação de estado em redes de transporte de energia com deteção e identificação de anomalias**. 2005. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto.
- BRETAS, N. Network observability: theory and algorithms based on triangular factorisation and path graph concepts. **Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings-**, [S.l.], v.143, n.1, p.123 – 128, Janeiro 1996.
- BRETAS, N.; BRETAS, A.; PIERETI, S. Innovation concept for measurement gross error detection and identification in power system state estimation. **Generation, Transmission Distribution, IET**, [S.l.], v.5, n.6, p.603 – 608, Junho 2011.
- BRETAS, N. G. **Dynamic State Estimation Applied to Electric Power Systems**. 1981. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — University of Missouri, Columbia, Missouri, EUA.

- BRETAS, N. G.; PIERETI, S. A.; BRETAS, A. S.; MARTINS, A. C. P. A Geometrical View for Multiple Gross Errors Detection, Identification, and Correction in Power System State Estimation. **Power Systems, IEEE Transactions on**, [S.l.], v.PP, n.99, p.1 – 8, 2013.
- BRETAS, N.; LONDON, J. Recovering of masked errors in power systems state estimation and measurement gross error detection and identification proposition. In: POWER AND ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING, 2010 IEEE, 2010. **Anais...** [S.l.: s.n.], 2010. p.1 – 6.
- BRETAS, N.; LONDON, J.; ALBERTO, L.; BENEDITO, R. Geometrical approaches for gross errors analysis in power systems state estimation. In: POWERTECH, 2009 IEEE BUCHAREST, 2009, Romania. **Anais...** [S.l.: s.n.], 2009. p.1 – 7.
- BRETAS, N.; PIERETI, S. The innovation concept in bad data analysis using the composed measurements errors for power system state estimation. In: POWER AND ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING, 2010 IEEE, 2010. **Anais...** [S.l.: s.n.], 2010. p.1 – 6.
- CHRISTIE, R. **Power Systems Test Case Archive**. Último acesso em 10 de fevereiro de 2013, Disponível em: <http://www.ee.washington.edu/research/pstca/>.
- CHUONG, B. D. **CSL 732 - Special Topics in Computer Applications: machine learning**. Último acesso em 31 de janeiro de 2013, Disponível em: <http://www.cse.iitd.ernet.in/parags/teaching/au12/csl865/review/gaussians.pdf>.
- CLEMENTS, K. A.; DAVIS, P. W. Multiple Bad Data Detectability and Identifiability, A Geometric Approach. **Power Engineering Review, IEEE**, [S.l.], v.PER-6, n.7, p.73, Julho 1986.
- CLEMENTS, K.; KRUMPHOLZ, G.; DAVIS, P. Power System State Estimation Residual Analysis: an algorithm using network topology. **Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, [S.l.], v.PAS-100, n.4, p.1779 – 1787, Abril 1981.
- CONTAXIS, G.; KORRES, G. A reduced model for power system observability: analysis and restoration. **Power Systems, IEEE Transactions on**, [S.l.], v.3, n.4, p.1411 – 1417, Novembro 1988.
- DAVIDIAN, M. **ST 732 - Applied Longitudinal Data Analysis**. Último acesso em 31 de janeiro de 2013, Disponível em: <http://www.stat.ncsu.edu/people/davidian/courses/st732/>.
- DY-LIACCO, T. Real-time computer control of power systems. **Proceedings of the IEEE**, [S.l.], v.62, n.7, p.884 – 891, Julho 1974.

- DY-LIACCO, T. Control centers are here to stay. **Computer Applications in Power, IEEE**, [S.l.], v.15, n.4, p.18 – 23, Outubro 2002.
- DY LIACCO, T.; RAMARAO, K.; WEINER, A. Network status analysis for real-time systems. In: PICA CONFERENCE PROCEEDINGS, 8., 1973. **Anais...** [S.l.: s.n.], 1973. p.356 – 362.
- FALCAO, D.; ARIAS, M. State estimation and observability analysis based on echelon forms of the linearized measurement models. **Power Systems, IEEE Transactions on**, [S.l.], v.9, n.2, p.979 – 987, Maio 1994.
- FALCAO, D.; ASSIS, S. de. Linear programming state estimation: error analysis and gross error identification. **Power Systems, IEEE Transactions on**, [S.l.], v.3, n.3, p.809 – 815, Agosto 1988.
- FILHO, M.; SILVA, A. da; FALCAO, D. Bibliography on power system state estimation (1968-1989). **Power Systems, IEEE Transactions on**, [S.l.], v.5, n.3, p.950 – 961, Agosto 1990.
- GODERYA, F.; METWALLY, A.; MANSOUR, O. Fast Detection and Identification of Islands in Power Networks. **Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, [S.l.], v.PAS-99, n.1, p.217 – 221, Janeiro 1980.
- HANDSCHIN, E.; SCHWEPPE, F.; KOHLAS, J.; FIECHTER, A. Bad data analysis for power system state estimation. **Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, [S.l.], v.94, n.2, p.329 – 337, Março 1975.
- IRVING, M.; OWEN, R.; STERLING, M. Power-system state estimation using linear programming. **Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of**, [S.l.], v.125, n.9, p.879 – 885, Setembro 1978.
- KORRES, G.; CONTAXIS, G. A tool for the evaluation and selection of state estimator measurement schemes. **Power Systems, IEEE Transactions on**, [S.l.], v.9, n.2, p.1110 – 1116, Maio 1994.
- KOTIUGA, W. W.; VIDYASAGAR, M. Bad Data Rejection Properties of Weighted Least Absolute Value Techniques Applied to Static State Estimation. **Power Engineering Review, IEEE**, [S.l.], v.2, n.4, p.32, Abril 1982.
- KRUMPHOLZ, G.; CLEMENTS, K.; DAVIS, P. Power System Observability: a practical algorithm using network topology. **Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, [S.l.], v.PAS-99, n.4, p.1534 – 1542, Julho 1980.

- LONDON, J.; ALBERTO, L.; BRETAS, N. Analysis of measurement-set qualitative characteristics for state-estimation purposes. **Generation, Transmission Distribution, IET**, [S.l.], v.1, n.1, p.39 – 45, Janeiro 2007.
- LONDON, J.; BRITO, G.; BRETAS, N. Method for meter and RTU placement for state estimation purposes. In: POWER TECH CONFERENCE PROCEEDINGS, 2003 IEEE BOLOGNA, 2003. **Anais. . .** [S.l.: s.n.], 2003. v.1, p.6 pp.
- LONDON Jr., J. **Notas de aula da disciplina SEL 5717 - Estimação De Estado**. São Carlos, 2011.
- MILI, L.; PHANIRAJ, V.; ROUSSEUW, P. Least median of squares estimation in power systems. **Power Systems, IEEE Transactions on**, [S.l.], v.6, n.2, p.511 – 523, Maio 1991.
- MILI, L.; VAN CUTSEM, T.; RIBBENS-PAVELLA, M. Hypothesis Testing Identification: a new method for bad data analysis in power system state estimation. **Power Engineering Review, IEEE**, [S.l.], v.PER-4, n.11, p.31 – 32, Novembro 1984.
- MONTICELLI, A. **Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica**. São Paulo, Brasil: Editora Edgard Blücher LTDA., 1983.
- MONTICELLI, A. **State Estimation in Electric Power Systems**: a generalized approach. Massachusetts, USA: Kluwer Academic Publishers, 1999.
- MONTICELLI, A. Electric power system state estimation. **Proceedings of the IEEE**, [S.l.], v.88, n.2, p.262 – 282, Fevereiro 2000.
- MONTICELLI, A.; WU, F. F. Network Observability: identification of observable islands and measurement placement. **Power Engineering Review, IEEE**, [S.l.], v.PER-5, n.5, p.32, Maio 1985.
- PIERETI, S. **Configurador de redes baseado na representação nó profundidade para efeito de estimação de estado**. 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Escola de Engenharia de São Carlos (EESC/USP), São Carlos.
- PIERETI, S. **Estimação de estado em sistemas elétricos de potência**: composição de erros de medidas. 2011. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Escola de Engenharia de São Carlos (EESC/USP), São Carlos.
- PRAIS, M.; BOSE, A. A topology processor that tracks network modifications. **Power Systems, IEEE Transactions on**, [S.l.], v.3, n.3, p.992 – 998, Agosto 1988.
- ROTHS, S. **STAT 505 - Applied Multivariate Statistical Analysis**. Último acesso em 31 de janeiro de 2013, Disponível em: <https://onlinecourses.science.psu.edu/stat505/>.

- SASSON, A.; EHRLMANN, S.; LYNCH, P.; VAN SLYCK, L. Automatic Power System Network Topology Determination. **Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, [S.l.], v.PAS-92, n.2, p.610 – 618, Março 1973.
- SCHWEPPE, F. Power System Static-State Estimation, Part III: implementation. **Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, [S.l.], v.PAS-89, n.1, p.130 – 135, Janeiro 1970.
- SCHWEPPE, F.; HANDSCHIN, E. Static state estimation in electric power systems. **Proceedings of the IEEE**, [S.l.], v.62, n.7, p.972 – 982, Julho 1974.
- SCHWEPPE, F.; ROM, D. Power System Static-State Estimation, Part II: approximate model. **Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, [S.l.], v.PAS-89, n.1, p.125 – 130, Janeiro 1970.
- SCHWEPPE, F.; WILDES, J. Power System Static-State Estimation, Part I: exact model. **Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, [S.l.], v.89, n.1, p.120 – 125, Janeiro 1970.
- WU, F.; MONTICELLI, A. Network Observability: theory. **Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, [S.l.], v.PAS-104, n.5, p.1042 – 1048, Maio 1985.

Apêndice A

Cronograma de Atividades

As atividades previstas neste projeto de pesquisa foram executadas conforme o cronograma da Tabela A.1.

Tabela A.1: Cronograma de execução da proposta de trabalho.

Bimestres								
Etapas	1ºtrim.	2ºtrim.	3ºtrim.	4ºtrim.	5ºtrim.	6ºtrim.	7ºtrim.	8ºtrim.
1	X	X	X	X				
2		X	X	X	X			
3			X	X	X	X		
4				X	X			
5				X	X	X	X	
6					X	X	X	X
7					X	X	X	X
8							X	X

Etapas 1: Obtenção dos créditos em disciplinas, necessários para o programa de mestrado;

Etapas 2: Realização de pesquisa bibliográfica: estudar os métodos para detecção e identificação de erros grosseiros com base na análise dos resíduos das medidas. Em seguida, estudar o método proposto inicialmente por BRETAS et al. (2009), baseado na interpretação geométrica dos erros das medidas.

Etapas 3: Desenvolvimento e implantação em computador do EE proposto;

Etapas 4: Preparação do texto e realização do exame de qualificação;

Etapas 5: Realização de testes e validação da ferramenta;

Etapas 6: Refinamento dos resultados;

Etapas 7: Elaboração e submissão de artigos;

Etapas 8: Redação e defesa da dissertação.

Apêndice *B*

Publicações Referentes a esta Pesquisa

B.1 Congressos Internacionais

i) Carvalho, B. E. B.; Bretas, N. G.; **"Analysis of the Largest Normalized Residual Test for Measurements Gross Errors Detection and Identification in the WLS State Estimator"**, apresentado na categoria de apresentação virtual no *3rd International Conference on Engineering and Meta-Engineering (ICEME 2012)*, Orlando - EUA, março de 2012.

ii) Carvalho, B. E. B.; Bretas, N. G.; **"Largest Normalized Residual Test Robustness Analysis for Measurements Gross Errors Processing in the WLS State Estimator"**, apresentado na categoria de apresentação oral no *5th IASTED International Conference on Power and Energy Systems (AsiaPES 2012)*, Phuket - Tailândia, abril de 2012.

B.2 Congresso Nacional

i) Carvalho, B. E. B.; Bretas, N. G.; **"Análise da Robustez do Teste do Máximo Resíduo Normalizado para Processamento de Erros Grosseiros em Medidas no Estimador de Estado WLS"**, apresentado na categoria de apresentação oral no IV Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos (SBSE 2012), Goiânia - GO, maio de 2012.