FILLIPE MATOS DE VASCONCELOS

**Estudo de Reativos em Sistemas de Distribuição de
Energia Elétrica**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências, Programa de Engenharia Elétrica¹.

Área de Concentração: Sistemas Elétricos de Potência

Orientador:

Prof. Dr. Geraldo Roberto Martins da Costa

São Carlos, SP
2012

¹ Trata-se da versão original da dissertação.

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDOS E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

Vasconcelos, Fillipe Matos de
V331e Estudos de reativos em sistemas de distribuição de energia elétrica. / Fillipe
Matos de Vasconcelos ; orientador Geraldo Roberto Martins da Costa. São Carlos, 2012.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Área de
Sistemas Elétricos de Potência)-- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São
Paulo, 2012.

1. Sistemas de distribuição de energia. 2. Método da lagrangiana aumentada. 3. Análise
de sensibilidade de parâmetros. 4. Violação de tensão. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **FILLIPE MATOS DE VASCONCELOS**

Título da dissertação: "Estudo de reativos em sistemas de distribuição de energia elétrica".

Data da defesa: 22/03/2012

Comissão Julgadora:**Resultado:**

Prof. Titular **Geraldo Roberto Martins da Costa (Orientador)** APROVADO
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Prof. Dr. **Thales Sousa** Aprovado
(Universidade Federal do ABC/UFABC)

Prof. Dr. **Mário Oleskovicz** Aprovado
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica:
Prof. Titular **Denis Vinicius Coury**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Associado **Paulo Cesar Lima Segantine**

*Aos meus pais, Ozimar e Ângela,
e aos meus irmãos, Diego e Fábio,
por todo apoio e incentivo.*

Agradecimentos

A Deus por ter me dado forças durante todos os momentos de minha vida, principalmente nos de fraqueza.

Aos meus pais, Ângela e Ozimar, pelo amor e educação que me deram sem medir esforços.

Aos meus irmãos, Diego e Fábio, pelo incentivo e apoio; e à minha namorada Ana Cecília, pelo amor e companheirismo sempre presentes.

A todos os meus amigos, pelos momentos compartilhados, felizes ou tristes, mostrando amizade sincera; em especial aos amigos de verdade que conquistei em Belém: Aimé Pinto, Saulo Suzuki, André Donza, André Dinelly, Alex Manito, Marcelo Pinho, Francisco Junior, Diego Fonseca, Gilberto Pinto e Alex Vilarindo; e aos amigos que conquistei em São Paulo: Cristiane Lionço, Aline Durer, Filipe Saraiva, Rafael Rahal, Eduardo Werley e esposa, Scheila Biehl, Guilherme Lage; e a todos que de alguma forma contribuíram para o meu crescimento pessoal e profissional.

Aos Prof. Dr. João Bosco, Adriano, Eduardo Asada, José Carlos e Mário Oleskovicz, pelos ensinamentos que me proporcionaram durante o meu curso de pós-graduação e pela amizade desenvolvida ao longo desses anos, auxiliando no meu desenvolvimento profissional. Em especial ao meu orientador Prof. Dr. Geraldo Roberto Martins da Costa, sempre muito dedicado e participativo nos seus conselhos e sugestões, mesmo com a sobrecarga de tarefas que sua função de diretor da EESC requer. Suas orientações, repletas de conteúdo e sabedoria, buscam sempre extrair o melhor da pesquisa. Ao demonstrar genuíno interesse pelo desenvolvimento pessoal e profissional dos seus orientados, o que me estimula, em um processo contínuo e infindo, a continuar a busca ao aperfeiçoamento.

Sumário

Resumo	xiii
Abstract	xv
Lista de Figuras	xvii
Lista de Tabelas	xxi
Lista de Abreviaturas e Siglas	xxv
Lista de Símbolos e Variáveis	xxvii
Capítulo 1- INTRODUÇÃO	1
1.1 Considerações Iniciais	1
1.2 Motivação do Trabalho	6
1.3 Objetivo do Trabalho	7
1.4 Metodologia do Trabalho	7
1.5 Organização do Trabalho	8
Capítulo 2 - ESTADO DA ARTE EM ALOCAÇÃO DE REATIVOS	11
2.1 Considerações Iniciais	11
2.2 Formulação do Problema	12
2.3 Métodos de Solução	15
2.3.1 Forma Analítica	15
2.3.2 Programação Numérica	16
2.3.3 Heurísticas e Meta-heurísticas	17
2.3.4 Técnicas baseadas em Inteligência Artificial	21
2.4 Revisão Bibliográfica	24
2.5 Considerações Finais	39

Capítulo 3 - RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE PNL VIA MÉTODO DA LAGRANGIANA AUMENTADA.....	41
3.1 Introdução.....	41
3.2 Fluxo de Potência Ótimo (FPO).....	42
3.3 Formulação do problema.....	42
3.4 Metodologia de solução.....	47
3.4.1 Multiplicadores de Lagrange e Condições de Otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker (KKT)	48
3.4.2 O Problema Lagrangiano.....	51
3.4.3 Método da Função Penalidade Quadrática	55
3.4.4 Método de Newton	59
3.5 Método da Lagrangiana Aumentada	60
3.5.1 Mal Condicionamento da Matriz Lagrangiana.....	63
3.6 Considerações Finais.....	64
Capítulo 4 - DETERMINAÇÃO DO NÚMERO, LOCALIZAÇÃO E DIMENSIONAMENTO DE BANCOS DE CAPACITORES	65
4.1 Considerações iniciais	65
4.2 Formulação e algoritmo proposto.....	66
4.2.1 Formulação específica do problema.....	66
4.2.2 Escolha das barras candidatas a receberem BCs	69
4.2.3 Determinação do dimensionamento de BCs a serem alocados	70
4.2.3.1 <i>Formulação do problema de programação linear</i>	70
4.2.3.2 <i>Formulação do problema de FPO</i>	73
4.2.4 Algoritmo proposto	75
4.3 Implementação computacional.....	77
4.4 Exemplo numérico detalhado – Sistema radial de 10 barras.....	80
4.4.1 Resolução usando a formulação de PL para o dimensionamento dos BCs.....	80

4.4.2	Resolução usando a formulação do FPO para o dimensionamento dos BCs	87
4.4.3	Resolução considerando valores discretos dos BCs	89
4.4.4	Análises e discussões dos resultados	92
4.5	Considerações Finais	96
Capítulo 5 - RESULTADOS E DISCUSSÕES		99
5.1	Considerações iniciais.....	99
5.2	Sistema de 34 barras	100
5.2.1	Sistema de 34 barras - Caso 1 (S34C1)	101
5.2.2	Sistema de 34 barras - Caso 2 (S34C2)	106
5.3	Sistema de 70 barras	112
5.3.1	Sistema de 70 barras - Caso 1 (S70C1)	113
5.3.2	Sistema de 70 barras - Caso 2 (S70C2)	118
5.4	Considerações Finais	123
Capítulo 6 - CONCLUSÕES		125
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS		127
APÊNDICE A – Dados de barra e de linha das redes de distribuição		141
APÊNDICE B – Resultado das Magnitudes de Tensão e dos Ângulos de Fase		149
APÊNDICE C – Resultados dos Estudos de Casos		151

Resumo

VASCONCELOS, F. M. **Estudo de reativos em sistemas de distribuição de energia elétrica**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2012.

Este trabalho tem o objetivo de utilizar métodos de otimização não linear a fim de desenvolver uma metodologia eficiente para alocação de bancos de capacitores visando a eliminar violações de tensão em redes de distribuição. A aplicação de capacitores em paralelo a sistemas elétricos de potência é comumente empregada com o intuito de se obter melhor controle do fluxo de potência, gerenciamento do perfil de tensão, correção do fator de potência e minimização de perdas. Tendo em vista estes benefícios, a metodologia deste trabalho se dará por meio da resolução de um problema de programação não linear associada com a aproximação linear da relação potência reativa *versus* tensão para determinar o número, a localização e o dimensionamento dos bancos capacitores ao longo das linhas de distribuição. Desta forma, pretende-se minimizar a injeção de reativos e reduzir as perdas ativas totais de modo que todas as restrições de operação e de carga sejam atendidas. Os resultados são avaliados pelo programa GAMS (*General Algebraic Modeling System*), pelo MATLABTM (*Matrix Laboratory*) e por um programa elaborado em Fortran, sendo possível analisar e descrever as contribuições alcançadas pelo presente trabalho, considerando que este é um tema de grande relevância para a operação e planejamento da expansão dos sistemas elétricos de potência.

Palavras-chave:

Alocação de capacitores; Sistemas de distribuição de energia; Método da Lagrangiana Aumentada; Análise de Sensibilidade de Parâmetros; Violação de Tensão.

Abstract

VASCONCELOS, F. M. **Reactive Power Study in Energy Distribution Systems**. Dissertation (Master Degree) – São Carlos School of Engineering, University of São Paulo, 2012.

This work aims to use nonlinear optimization methods to develop an efficient methodology for capacitor banks allocation to eliminate voltage violations in distribution networks. The application of capacitors in parallel to the electric power systems are commonly employed in order to have better control of power flow, voltage profile management, power factor correction and loss minimization. To achieve these benefits, the methodology of this work will be done through the resolution of a nonlinear programming problem associated with the linear approach of Voltage Variations versus Reactive Power Variation, calculating the number, location and optimal design of capacitor banks along distribution lines. Thus, it looks forward to minimize reactive power injection and reduce losses subject to meeting the operating and the loading constraints. The results are evaluated by the program GAMSTM (General Algebraic Modeling System), by MatlabTM (Matrix Laboratory) and by a program written in FORTRANTM, being able to analyze and describe the contributions achieved by this work, considering it is a topic of great relevance to the operation and expansion planning of electric power systems.

Keywords:

Capacitor Allocation; Power Distribution Systems; Augmented Lagrangian Methods; Parameter Sensibility Analysis; Voltage Violations.

Lista de Figuras

Figura 1.1 – Representação de um SEP típico.	2
Figura 1.2 – Exemplo de rede de distribuição (a) radial sem laterais, (b) radial com laterais e (c) fracamente malhada.	3
Figura 1.3 – Ilustração de um Banco de Capacitor alocado em um poste de Distribuição de Energia.	5
Figura 2.1 – Representação da transição de soluções em algoritmos de: (a) Busca Tabu e (b) Busca Tabu Paralela.	20
Figura 2.2 – Representação das camadas de uma RNA.	22
Figura 2.3 – Exemplo de um conjunto (a) ordinário e (b) nebuloso.	23
Figura 3.1 – Interpretação Geométrica da Dualidade Lagrangiana.	53
Figura 3.2 – Interpretação geométrica do <i>gap</i> de dualidade.	54
Figura 3.3 – Interpretação geométrica da função penalidade no plano (h, f)	58
Figura 3.4 – Função Penalidade em problemas não convexos.	58
Figura 4.1 – Fluxograma para o programa de alocação de BCs.	78
Figura 4.2 – Sistema de distribuição radial sem laterais de 10 barras.	80
Figura 4.3 – Sistema de distribuição radial de 10 barras com os BCs $\Delta Q_{10} = 3,28 \text{ pu}$ e $\Delta Q_6 = 1,43 \text{ pu}$ alocados.	87
Figura 4.4 – Sistema de distribuição radial de 10 barras com os BCs $\Delta Q_6 = 5,266 \text{ pu}$ e $\Delta Q_{10} = 1,628 \text{ pu}$ alocados.	88
Figura 4.5 – Sistema de distribuição radial de 10 barras com os BCs $\Delta Q_{10} = 1,8 \text{ pu}$, $\Delta Q_6 = 1,8 \text{ pu}$, $\Delta Q_7 = 1,8 \text{ pu}$ e $\Delta Q_8 = 0,6 \text{ pu}$ alocados. Caso discreto.	90
Figura 4.6 – Sistema de distribuição radial de 10 barras com os BCs $\Delta Q_6 = \Delta Q_7 = 1,8 \text{ pu}$, $\Delta Q_8 = 1,163 \text{ pu}$ e $\Delta Q_{10} = 1,521 \text{ pu}$ alocados.	91
Figura 4.7 – Gráfico da evolução dos valores da Magnitude de Tensão na barra 10 (pu) e das Perdas Ativas Totais (pu) para o Sistema de 10 Barras mediante a adição de cada BC à rede.	92

Figura 4.8 – Gráfico representativo do valor dos multiplicadores de Lagrange λQ para o Sistema de 10 Barras nas três situações (sem BC; com BC na barra 10 e com BC nas barras 6 e 10).	93
Figura 4.9 – Gráfico da evolução dos valores da Magnitude de Tensão na barra 10 (pu) e das Perdas Ativas Totais (pu) para o Sistema de 10 Barras mediante a adição de cada BC à rede. Caso discreto.....	95
Figura 4.10 – Gráfico representativo do valor dos multiplicadores de Lagrange λQ para o sistema de 10 barras nas cinco situações (sem BC, com BC na barra 10; com BC nas barras 6 e 10; com BC nas barras 6, 7 e 10 e com BC nas barras 6, 7, 8 e 10). Caso discreto.	95
Figura 5.1 – Diagrama unifilar do sistema de distribuição radial de 34 barras.	100
Figura 5.2 – Magnitude de tensão (pu) para o S34C1.	101
Figura 5.3 – Magnitude de tensão (pu) para o S34C1 com BCs nas barras 27 e 21.....	102
Figura 5.4 – Diferença na Magnitude de tensão (pu) do S34C1 calculada pelo FPO em relação a PL.....	103
Figura 5.5 – Gráfico da evolução dos valores da Magnitude de Tensão na barra 27 (pu) e das Perdas Ativas Totais (pu) para o S34C1 mediante a adição de cada BC à rede.	105
Figura 5.6 – Gráfico representativo do valor dos multiplicadores de Lagrange λQ para o S34C1 nas três iterações (sem BC, com BC na barra 27; com BCs nas barras 27 e 21).	106
Figura 5.7 – Magnitude de tensão (pu) para o S34C2.	107
Figura 5.8 - Magnitude de tensão (pu) para o S34C2 com BC nas barras 27, 34, 19, 20 e 21....	107
Figura 5.9 – Diferença na Magnitude de tensão (pu) do S34C2 calculada pelo FPO em relação a PL.....	109
Figura 5.10 – Gráfico da evolução dos valores da Magnitude de Tensão na barra 27 (pu) e das Perdas Ativas Totais (pu) para o S34C2 mediante a adição de cada BC à rede.	110

Figura 5.11 – Gráfico representativo do valor dos multiplicadores de Lagrange λQ para o S34C2 nas cinco iterações (sem BC, com BC na barra 27; com BCs nas barras 27 e 34; com BC nas barras 27, 34 e 19; com BC nas barras 27, 34, 19 e 20; com BC nas barras 27, 34, 19, 20 e 21)	111
Figura 5.12 – Diagrama unifilar do sistema de distribuição radial de 70 barras.	112
Figura 5.13 – Magnitude de tensão (pu) para o S70C1.	113
Figura 5.14 – Magnitude de tensão (pu) para o S70C1 com BCs nas barras 66 e 62.	114
Figura 5.15 – Diferença na Magnitude de tensão (pu) do S70C1 calculada pelo FPO em relação a PL.....	115
Figura 5.16 – Gráfico da evolução dos valores da Magnitude de Tensão na barra 66 (pu) e das Perdas Ativas Totais (pu) para o S70C1 mediante a adição de cada BC à rede.	116
Figura 5.17 – Gráfico representativo do valor dos multiplicadores de Lagrange λQ para o S70C1 nas três iterações (sem BC, com BC na barra 66; com BCs nas barras 66 e 62).	117
Figura 5.18 – Magnitude de tensão (pu) para o S70C2.	118
Figura 5.19 – Magnitude de tensão (pu) para o S70C2 com BCs nas barras 66, 28, 22 e 60.	119
Figura 5.20 – Diferença na Magnitude de tensão (pu) do S70C2 calculada pelo FPO em relação a PL.....	120
Figura 5.21 – Gráfico da evolução dos valores da Magnitude de Tensão na barra 62 (pu) e das Perdas Ativas Totais (pu) para o S70C2 mediante a adição de cada BC à rede.	121
Figura 5.22 – Gráfico representativo do valor dos multiplicadores de Lagrange λQ para o sistema de 70 barras nas cinco iterações (sem BC, com BC na barra 66; com BCs nas barras 66 e 28; com BCs nas barras 66, 28 e 22; com BCs nas barras 66, 28, 22 e 60).	122

Lista de Tabelas

Tabela 2.1 – Linhas de pesquisa adotada pelos pesquisados nos últimos anos.....	36
Tabela 2.2 – Matriz de comparação de técnicas de alocação de capacitores.	40
Tabela 3.1 – Pontos de Conexão em Tensão Nominal Superior a 1 kV e Inferior a 69 kV.....	46
Tabela 4.1 – Resultados das Variáveis de Estado do Sistema de 10 Barras sem BC alocado.	81
Tabela 4.2 – Perdas Ativas (kW) e Reativas (kVAr) Totais na condição sem BC alocado.	81
Tabela 4.3 – Resultado dos Multiplicadores de Lagrange do Sistema de 10 Barras sem BC alocado.	81
Tabela 4.4 – Definição dos valores de tensão a serem ajustados na condição sem BC alocado..	83
Tabela 4.5 – Resultados das Variáveis de Estado do Sistema de 10 Barras com BC na barra 10.....	84
Tabela 4.6 – Perdas Ativas (kW) e Reativas (kVAr) Totais na condição com BC na barra 10..	84
Tabela 4.7 – Resultado dos Multiplicadores de Lagrange do Sistema de 10 Barras com BC na barra 10.....	85
Tabela 4.8 – Definição dos valores de tensão a serem ajustados na condição com BC na barra 10.....	86
Tabela 4.9 – Resultado das Variáveis de Estado do Sistema de 10 Barras com BCs nas barras 10 e 6.....	86
Tabela 4.10 – Perdas Ativas (kW) e Reativas (kVAr) Totais na condição com BCs nas barras 10 e 6.....	87
Tabela 4.11 – Resultado das Variáveis de Estado do Sistema de 10 Barras com BCs nas barras 6 e 10. Exemplo usando FPO.....	88
Tabela 4.12 – Perdas Ativas (kW) e Reativas (kVAr) Totais na condição com BCs nas barras 6 e 10. Exemplo usando FPO.....	88
Tabela 4.13 – Características Técnicas das Unidades Capacitivas.	89

Tabela 4.14 – Iterações do algoritmo para o Sistema de 10 Barras. Caso discreto.	90
Tabela 4.15 – Solução do sistema de 10 barras usando FPO. Caso discreto.	91
Tabela 4.16 – Comparativo entre o método de dimensionamento de BCs usando PL com o método usando FPO.	94
Tabela 4.17 – Comparativo entre o método de dimensionamento de BCs usando PL com o método usando FPO. Caso discreto.	96
Tabela 5.1 – Alocação de BCs para o S34C1.	102
Tabela 5.2 – Perdas Ativas (kW) e Reativas (kVAr) Totais calculadas pelo FPO para o S34C1 com BC nas barras 21 e 27.	104
Tabela 5.3 – Evolução percentual da tensão na barra 27 e das perdas a cada iteração para o S34C1.	105
Tabela 5.4 – Alocação de BCs para o S34C2.	108
Tabela 5.5 – Perdas Ativas (kW) e Reativas (kVAr) Totais calculadas pelo FPO para o S34C2 com BC nas barras 19, 20, 21, 27 e 34.	109
Tabela 5.6 – Evolução percentual da tensão mínima e das perdas a cada iteração para o S34C2.	111
Tabela 5.7 – Alocação de BCs para o S70C1.	114
Tabela 5.8 – Perdas Ativas (kW) e Reativas (kVAr) Totais calculadas pelo FPO para o S70C1 com BC nas barras 66 e 62.	116
Tabela 5.9 – Evolução percentual da tensão mínima e das perdas a cada iteração para o S70C1.	117
Tabela 5.10 – Alocação de BCs para o S70C2.	119
Tabela 5.11 – Perdas Ativas (kW) e Reativas (kVAr) Totais calculadas pelo FPO para o S70C2 com BCs nas barras 22, 28, 60 e 66.	120
Tabela 5.12 – Evolução percentual da tensão mínima e das perdas a cada iteração para o S70C2.	122
Tabela A.1 – Dados de Barra do Sistema de 10 Barras - 23 kV.	141
Tabela A.2 – Dados de Linha do Sistema de 10 Barras - 23 kV.	141

Tabela A.3 – Dados de Barra do Sistema de 34 Barras - 11 kV.	142
Tabela A.4 – Dados de Linha do Sistema de 34 Barras - 11 kV.	143
Tabela A.5 – Dados de Barra do Sistema de 70 Barras – 12,66 kV.	144
Tabela A.6 – Dados de Linha do Sistema de 70 Barras – 12,66 kV.	146
Tabela B.1 – Magnitudes de Tensão e Ângulos de Fase a cada iteração para o Sistema de 10 Barras. Caso discreto.	149
Tabela B.2 – Multiplicadores de Lagrange a cada iteração para o Sistema de 10 Barras. Caso discreto.	150
Tabela C.1 – Magnitudes de Tensão e Ângulos de Fase a cada iteração para o S34C1.	151
Tabela C.2 – Multiplicadores de Lagrange a cada iteração para o S34C1.	152
Tabela C.3 – Magnitudes de Tensão e Ângulos de Fase a cada iteração para o S34C2.	153
Tabela C.4 – Multiplicadores de Lagrange a cada iteração para o S34C2.	155
Tabela C.5 – Magnitudes de Tensão e Ângulos de Fase a cada iteração para o S70C1.	156
Tabela C.6 – Multiplicadores de Lagrange a cada iteração para o S70C1.	158
Tabela C.7 – Magnitudes de Tensão e Ângulos de Fase a cada iteração para o S70C2.	159
Tabela C.8 – Multiplicadores de Lagrange a cada iteração para o S70C2.	162

Lista de Abreviaturas e Siglas

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

AG – Algoritmo Genético

Aneel – Agência Nacional de Energia Elétrica

BC – Banco de Capacitor

DE – Despacho Econômico

ES – Sistemas Especialistas ou *Expert Systems*

F – função objetivo economia de perdas

FPO – Fluxo de Potência Ótimo

GAMS – *General Algebraic Modeling Systems*

MATLAB – *Matrix Laboratory*

NBR – Norma Brasileira

PD – Problema Dual-Lagrangiano

PL – Programação Linear

PNL – Programação Não Linear

PP – Problema Primal

Prodist – Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional

QEE – Qualidade da Energia Elétrica

RNA – Redes Neurais Artificiais

S34C1 – Sistema de 34 Barras Caso 1

S34C2 – Sistema de 34 Barras Caso 2

S70C1 – Sistema de 70 Barras Caso 1

S70C2 – Sistema de 70 Barras Caso 2

SA – *Simulated Annealing* ou Simulação por Resfriamento

SE – Subestação de Energia

SEP – Sistemas Elétricos de Potência

TCF – Teoria de Conjuntos Fuzzy

Lista de Símbolos e Variáveis

β – parâmetro utilizado para a atualização de w

CC_i – Custo do i -ésimo capacitor

ΔP_k – Equações de balanço do fluxo de potência ativa na barra k

ΔQ_k – Equações de balanço do fluxo de potência reativa na barra k

ΔQ – vetor coluna de dimensão $(1 \times NVC)$ referente à injeção de potência reativa

$F(Q)$ – função objetivo para minimizar a dimensão dos capacitores instalados

$f(x)$ – função objetivo

$g(x)$ – vetor de restrições de desigualdade, $g(x) = \begin{pmatrix} g_1(x) \\ \vdots \\ g_{NRD}(x) \end{pmatrix}$

$h(x)$ – vetor de restrições de igualdade, $h(x) = \begin{pmatrix} h_1(x) \\ \vdots \\ h_{NRI}(x) \end{pmatrix}$

K_e – constante que converte perda de energia em unidades monetárias

K_p – constante que converte perda de potência em unidades monetárias

λ – vetor de Multiplicadores de Lagrange associado às restrições de igualdade

μ – vetor de Multiplicadores de Lagrange associado às restrições de desigualdade

NB – número de barras do sistema

NPQ – Número de barras PQ, ou barras de carga

NPV – Número de barras PV, ou barras de geração

NRD – Número de Restrições de Desigualdade

NRI – Número de Restrições de Igualdade

NV – Número de Variáveis

NVC – Número de Variáveis de Controle

NVE – Número de Variáveis de Estado

PA – redução de Perdas Ativas

PE – redução de Perdas de Energia

$Q^{capacitor}$ – vetor de variáveis de controle durante a resolução do FPO

S – matriz de Sensibilidade

V_{inf} – tensão mínima admissível

V_k – tensão na barra k

V_{sup} – tensão máxima admissível

$\mathbf{x}$ – vetor das variáveis de estado ($\mathbf{x}_i$) e de controle ($\mathbf{u}_j$), $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{NVE} \\ \mathbf{u}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{NVC} \end{pmatrix}$

w – parâmetro de penalidade

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Iniciais

A energia elétrica nos dias de hoje é tratada como um produto de importância estratégica para a manutenção do modo de vida adotado pela humanidade sendo também sinônimo de progresso. Isso se deve ao fato de que, do ponto de vista econômico e tecnológico, a eletricidade é a única forma de energia que pode ser transportada em grandes distâncias para ser transformada em outros tipos como a mecânica, a luminosa e a térmica. Portanto, das inúmeras utilidades que a sociedade atual dispõe em benefício de qualidade da vida, a grande maioria necessita deste insumo.

Neste cenário, a existência de um mercado de energia que garanta eletricidade a todos os seus consumidores se faz necessária. Para tal, “uma infraestrutura que englobe todos os equipamentos e instalações responsáveis por gerar energia elétrica, transmitir por todo o território nacional, e distribuir para os consumidores finais” (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1992), definição para o que é conhecido como Sistema Elétrico de Potência (SEP), vem se desenvolvendo cada vez mais ao longo dos anos. Os SEPs necessitam de constantes avanços por várias razões: crescimento acelerado de demanda de potência; mudança dos tipos de cargas conectadas ao sistema; maior rigor da legislação vigente; etc. A Figura 1.1 mostra a representação de um SEP.

Figura 1.1 – Representação de um SEP típico.

Fonte: Website da INTEGRATED PUBLISHING.

Além desta infraestrutura física mostrada na Figura 1.1, mecanismos de regulamentação, fiscalização e comercialização estabelecem as diretrizes do setor elétrico de uma nação. A boa qualidade de produto e de serviço² é garantida aos clientes conforme os padrões adotados pelos órgãos regulamentadores e fiscalizadores para o setor.

Dentro das três grandes subdivisões do SEP – Geração, Transmissão e Distribuição de Energia – este trabalho propõe uma nova metodologia de alocação de capacitores em redes de distribuição. Porém, antes de entrar no mérito da metodologia e da justificativa, alguns conceitos a respeito de redes de distribuição devem ser introduzidos.

As redes de distribuição de energia elétrica, basicamente, têm o objetivo de transportar energia elétrica para os consumidores finais (comerciais, industriais e residenciais) atendendo

² Qualidade de produto e de serviço refere-se, em termos gerais, à garantia de uma energia com conformidade da forma de onda, magnitude de tensão em níveis adequados, continuidade de prestação do serviço, bom atendimento ao consumidor e segurança. Esta definição é apresentada no módulo 8 do PRODIST – Procedimentos de Distribuição (AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA, 2008).

a requisitos de qualidade da energia elétrica (QEE) estabelecidos por órgãos competentes. No Brasil, a Agência Nacional de Energia Elétrica (Aneel) estabelece, por meio do Prodinst³, as normas que devem ser respeitadas pelas concessionárias de energia e pelos seus clientes (AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA, 2008).

As topologias comumente encontradas nestes tipos de redes são: radial sem laterais, radial com laterais e fracamente malhada. A Figura 1.2 ilustra cada caso.

Figura 1.2 – Exemplo de rede de distribuição (a) radial sem laterais, (b) radial com laterais e (c) fracamente malhada.

A tendência neste setor é tornar-se cada vez maior e mais complexo. Tem-se como expectativa o desenvolvimento de tecnologias de automação incorporando sensoriamento remoto, implantação de múltiplos tipos de equipamentos eletrônicos inteligentes, com análise da forma de onda, fortes medidas de segurança dos canais de comunicações e aumento da capacidade de processamento das informações.

³ Prodinst: Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional. São normas distribuídas em 8 módulos que disciplinam as relações entre as distribuidoras com as unidades consumidoras e as distribuidoras acessantes. Estão inseridas neste procedimento as redes com tensão inferior a 230 kV.

O desafio deste trabalho é desenvolver uma metodologia que atenda às diretrizes do setor elétrico relacionadas aos níveis de tensão e, concomitantemente, beneficie a concessionária com a redução das perdas técnicas.

Existem diversas formas de minimizar perdas e atender aos limites de tensão, dentre elas, destacam-se:

- **dimensionamento adequado da linha.** Determinação dos cabos com seções adequadas;
- **dimensionamento e localização de transformadores de distribuição.** A potência deve ser suficiente para atender adequadamente os consumidores e a sua localização deve ser ótima em relação ao seu centro de carga;
- **aplicação de reguladores de tensão para manutenção dos níveis de tensão.** Há uma interdependência de perdas com relação a níveis de tensão;
- **controle do fluxo de reativos.** A instalação de bancos de capacitores em paralelo a cargas indutivas é uma das formas mais eficientes de reduzir perdas no sistema, e uma prática que se tornou cada vez mais comum;
- **correção do desequilíbrio de fase.** As componentes de sequência negativas e zero, decorrentes de cargas trifásicas desequilibradas, causam sobreaquecimento de transformadores, cabos e motores. Ao se eliminar esta condição de operação, há diminuição na manutenção e reposição de equipamentos, além de redução de perdas de energia;
- **substituição dos medidores de energia convencionais,** do tipo indução, por medidores estáticos;
- **instalação de transformadores de distribuição com baixos índices de perda;**
- **adoção de sistema tarifário que incentive o uso racional da energia.**

Em todos estes casos, pesquisadores buscam criar metodologias para determinar de que forma benefícios podem ser alcançados quanto à operação da rede com a minimização dos custos envolvidos. Laflamme e Simard (2004), por exemplo, propõem, em ordem

decrecente de prioridade, medidas para melhorar a qualidade da energia e reduzir custos operacionais. Elas são:

- transferência de carga;
- correção do desbalanço de carga;
- instalação de capacitores *shunt*;
- recondutoramento de trechos de linhas;
- reconstrução de segmentos monofásicos e/ou bifásicos para circuitos trifásicos;
- instalação ou realocação de reguladores de tensão.

Ainda segundo Laflamme e Simard (2004), esta ordem não precisa ser considerada como absoluta em todos os casos. É possível aplicar mais de uma destas medidas a fim de corrigir diferentes problemas ou obter maior redução de perdas.

Uma metodologia que agregasse todas estas variáveis seria extremamente poderosa, embora o problema tomasse uma dimensão extremamente complexa e de difícil solução. No quesito de benefícios financeiros e de qualidade da energia, só a alocação de Bancos de Capacitores (BCs) já é muito vantajosa; assim, a proposta de uma metodologia para alocação otimizada destes elementos em redes de distribuição é o foco deste trabalho.

A Figura 1.3 ilustra a aplicação de BCs em postes de distribuição de energia elétrica.

Figura 1.3 – Ilustração de um Banco de Capacitor alocado em poste de Distribuição de Energia.

Fonte: *Website da ACCURATE CONTROLS.*

1.2 Motivação do Trabalho

Os sistemas de distribuição de energia elétrica, mesmo com os grandes avanços tecnológicos sofridos ao longo dos anos, ainda possuem um vasto campo para estudos a fim de aprimorar as técnicas da operação, controle e manutenção de redes, principalmente com a crescente preocupação a respeito da eficiência energética e redução de perdas.

Antes da década de 50, os capacitores eram equipamentos de grande porte alocados somente nas subestações para compensação de reativos. Em meados desta década, com a redução do porte destes elementos e com a proposta apresentada por Neagle e Samson (1956), o problema de alocação de capacitores ganhou uma nova identidade e passou a se tornar bastante complexo.

Este problema vislumbra determinar onde e quantos BCs podem ser alocados ao longo de redes de distribuição, e qual a dimensão deles, podendo ser fixos ou chaveados. Resultados obtidos por meio de simulação indicam que grande economia anual pode ser atingida, caso se tenha uma boa solução para este problema, sendo que a alocação de capacitores fixos apresenta melhor relação custo benefício que a de chaveados, devido aos custos adicionais de *hardware* e de manutenção (BALA; KUNTZ; PEPLER, 1997).

É de interesse ressaltar que, visando à simplicidade de operação da rede, à praticidade de implementação da metodologia e à boa precisão de resultados aliadas ao melhor custo benefício, esta pesquisa simplificará a sua análise somente à alocação de capacitores fixos.

Outra questão que motiva e serve como justificativa da abordagem deste tema são as recentes mudanças na regulamentação do setor elétrico. A partir da década de 90, no Brasil, o modelo institucional vigente tornou-se antiquado, passando a ser muito mais vantajoso às concessionárias operarem de forma otimizada, ou seja, reduzindo perdas e atendendo os padrões exigidos pelos órgãos competentes. Esta tendência é seguida mundialmente, todavia, em países desenvolvidos, ainda há maior exigência quanto à garantia de altos níveis de qualidade da energia.

1.3 Objetivo do Trabalho

O objetivo deste trabalho se resume a um estudo de reativos para alocação de BCs fixos a fim de atender às diretrizes relacionadas à QEE descrita no Prodist quanto aos limites de tensão em regime permanente. O módulo 8 do Prodist (AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA, 2008), na seção 8.1 de Qualidade do Produto, especifica limites de tensão e os define como adequado, precário e crítico.

Aliado a esta exigência do setor, levam-se em consideração também as diversas vantagens relacionadas à utilização de BCs. Dentre os benefícios, tem-se, basicamente, a redução da componente reativa da corrente do circuito; o aumento nos níveis de tensão nos nós em que cargas estão conectadas e a melhoria na regulação de tensão se as unidades capacitivas estão chaveadas apropriadamente (WESTINGHOUSE ELECTRIC CORPORATION, 1965).

Pesquisadores ao redor do mundo identificaram estas vantagens e a necessidade de se solucionar o problema de alocação ótima de capacitores em alimentadores primários de distribuição, de modo que ele vem sendo estudado continuamente há décadas.

1.4 Metodologia do Trabalho

A metodologia de solução do problema é baseada em técnicas de otimização não linear. Segundo Bazaraa, Sherali e Shetty (2006), os problemas de otimização são tradicionalmente resolvidos por engenheiros, analistas de pesquisa operacional, gerentes e planejadores que buscam realizar, basicamente, alocação de recursos escassos. O recurso escasso a ser alocado é a potência reativa nos nós em que cargas estão conectadas.

A função objetivo adotada para o problema é a minimização das perdas ativas envolvidas no processo, sujeito às restrições de carga (equações de balanço do fluxo de potência) e às restrições de operação (são considerados apenas os limites de magnitude de tensão).

A resolução do problema é baseada na solução de um problema de Programação Não Linear (PNL) pelo Método de Newton, sendo as restrições de igualdade tratadas pela Função

Lagrangiana e as restrições de desigualdade pelo Método da Função Penalidade Quadrática. Alternativamente, esta metodologia pode ser denominada de Método da Lagrangiana Aumentada.

A escolha da barra adequada a receber BCs é determinada por meio de uma análise de sensibilidade. Os multiplicadores de Lagrange associados às equações de balanço de potência reativa das barras, obtidas pela metodologia, são utilizados como índices de sensibilidade da função objetivo em relação a esta restrição de igualdade. O maior multiplicador de Lagrange deste espaço de busca indica que, dentre as barras candidatas, maior variação da função objetivo pode ser alcançada na respectiva barra mediante uma variação incremental de potência reativa; logo, a barra na qual um BC deve ser alocado é determinada.

O dimensionamento deste BC é baseado em uma aproximação linear da variação de potência reativa em relação à variação de tensão.

A fim de avaliar a metodologia, um Fluxo de Potência Ótimo (FPO) é simulado considerando a localização das barras adequadas a receberem BCs definidas pelos multiplicadores de Lagrange.

1.5 Organização do Trabalho

Esta dissertação de mestrado está dividida em 6 capítulos.

No Capítulo 1 são apresentados conceitos básicos de SEP e, mais especificamente, de redes de distribuição de energia. Posteriormente, são abordados a motivação do trabalho, o objetivo e a sua organização.

No Capítulo 2, com o intuito de revelar o que já foi estudado a respeito do tema, são comentadas resumidamente diferentes metodologias de solução do problema de alocação ótima de capacitores em redes de distribuição e, para mostrar a evolução cronológica do estudo, foi elaborada uma seção demonstrando o estado da arte.

No Capítulo 3 é apresentada a metodologia de solução de um problema de PNL usando o Método da Lagrangiana Aumentada. A finalidade deste estudo é extrair os multiplicadores de Lagrange para serem utilizados na identificação das barras candidatas a receberem potência reativa.

No Capítulo 4 a proposta de solução para o problema de alocação de bancos de capacitores fixos é demonstrada. Neste cenário, a metodologia de solução do problema de PNL é aplicada para determinação das variáveis de estado, variáveis de controle (quando houver) e multiplicadores de Lagrange. Posteriormente, é realizada a formulação de um problema de Programação Linear (PL) para a determinação da dimensão do BC a ser alocado na barra que necessita de reativos. O método deve ser aplicado iterativamente até que as magnitudes de tensão em todas as barras não estejam violadas.

No Capítulo 5 os resultados e discussões são elaborados em estudos de casos para os sistemas de 34 e 70 barras, para comprovar a eficácia da metodologia proposta.

E, finalmente, o Capítulo 6 corresponde à conclusão do que foi elaborado nesta pesquisa e considerações para a sua continuidade.

Capítulo 2

ESTADO DA ARTE EM ALOCAÇÃO DE REATIVOS

2.1 Considerações Iniciais

A alocação ótima de reativos em sistemas de distribuição é um tema que vem sendo estudado continuamente ao longo de décadas, tendo início em meados da década de 50, com o trabalho de Neagle e Samson (1956), e se estende até os dias de hoje por não haver uma técnica perfeitamente eficaz e eficiente a ser adotada como sistemática e aplicável em todas as concessionárias de distribuição.

Antes da metade do século XX, capacitores eram conectados no início dos alimentadores, nas subestações, a fim de reduzir perdas e, conseqüentemente, desvios de tensão. Devido ao avanço das pesquisas na área e com o aparecimento de equipamentos de menor porte, várias vantagens foram identificadas com a instalação destes dispositivos próximos às cargas, em postes de distribuição. O problema de alocação ótima de reativos então passou a ter grande importância no cenário dos Sistemas Elétricos de Potência, pois nesse momento era preciso determinar não somente o dimensionamento dos bancos de capacitores (BCs) a serem alocados, mas também as quantidades e a localização destes ao longo dos alimentadores primários.

Não é novidade afirmar que, atualmente, ainda muitas empresas encontram grande dificuldade para alocar reativos por não contarem com um processo ótimo e padronizado. Segundo González (2003), na Light⁴, por exemplo, a opção tem sido simplesmente a

⁴ Light: É uma concessionária de distribuição de energia elétrica presente em 31 municípios do Estado do Rio de Janeiro, inclusive na capital.

instalação de bancos fixos, que têm o custo inicial e os custos de manutenção mais atraentes quando comparados com bancos controlados. O processo de planejamento hoje realizado por engenheiros da empresa é feito de maneira extremamente trabalhosa e com diversas simplificações. A decisão pela instalação de banco de capacitores se dá nos pontos da rede com maior queda de tensão, sendo o total de pontos escolhido por “tentativa e erro”. Dessa maneira, além de o procedimento tomar muito tempo do engenheiro de planejamento, não se garante que a alocação proposta seja a melhor de maneira a se obter uma regulação de tensão adequada para todos os cenários de operação, assim como não há garantia de que se tenha maior redução de perdas e o consequente retorno do investimento.

O cenário descrito por González (2003) está presente em muitas concessionárias de distribuição por todo o País e pelo mundo; logo, isto motiva o contínuo desenvolvimento de alternativas para a melhoria do desempenho de sistemas de distribuição de energia.

O objetivo deste capítulo é indicar as principais publicações a respeito da alocação ótima de capacitores para compensação de reativos em alimentadores primários de distribuição de energia elétrica, apresentando a formulação do problema, os métodos de solução e a progressão cronológica das pesquisas sobre o assunto.

2.2 Formulação do Problema

Em termos gerais, a solução de problemas de alocação ótima de capacitores é encontrada por meio da redução de perdas técnicas, sujeito a restrições de operação. Isto significa que devem ser otimizadas as seguintes variáveis básicas:

1. número de capacitores a serem instalados (número e tipo);
2. localização (em que nós devem ser alocados);
3. dimensionamento (em kVAr); e
4. tempos de comutação (caso existam capacitores chaveados).

Tratando-se de uma questão complexa, pesquisadores introduziram em suas propostas algumas considerações que simplificaram a modelagem e a solução do problema, dentre elas destacam-se:

- a) **alimentadores uniformes**; enquanto na prática, por questões econômicas, cada trecho de uma linha de distribuição tem um determinado valor de seção transversal do condutor. Em alimentadores radiais a tendência é que as linhas, quanto mais próximas estiverem da subestação (SE), cujas magnitudes de correntes são mais elevadas, maiores sejam suas seções transversais;
- b) **alimentador com carga uniformemente distribuída**; todavia, isto se trata apenas de uma simplificação, de modo que, em uma modelagem mais realista, as cargas estão conectadas aos nós do sistema, ou seja, nos pontos em que há transformadores abaixadores ou em pontos específicos para alimentar cargas pesadas como indústrias, centros comerciais, *shopping centers*, supermercados, etc.;
- c) **perfil de tensão constante**; entretanto ele varia com os tipos de cargas, com a presença de harmônicas, com o instante em que a potência é demandada (carga leve ou pesada); etc.;
- d) **redução de perdas somente na potência de pico**; embora esta consideração possa criar uma situação de elevação de tensão nos períodos de carga leve;
- e) **desconsideração das impedâncias mútuas das linhas**; ou seja, os efeitos eletromagnéticos entre os condutores fases e entre fase e terra são desconsiderados de modo que o problema é tratado como monofásico;
- f) **fases balanceadas em sistemas trifásicos**; enquanto o desbalanceamento entre as fases é muito comum em redes de distribuição;
- g) **custo linear do capacitor**; ou seja, o custo de instalação para cada unidade capacitiva é desconsiderado. O custo cresce linearmente com a capacidade instalada, independentemente de quantas unidades estão sendo alocadas. Isto significa que o custo de dois BCs de 300 kVAr é exatamente o mesmo de um BC de 600 kVAr. Esta consideração prioriza sempre a alocação de diversos BCs pequenos em relação a poucos BCs grandes;
- h) **dimensionamento de bancos de capacitores como variáveis contínuas**; mas na prática são valores discretos (300; 450; 600; 900; 1200 kVAr);

- i) **alocação de bancos de capacitores fixos**; já outros pesquisadores consideram fixos e chaveados. Neste último caso, devem-se levar em consideração os tempos de comutação;
- j) **alimentador primário sem ramificações**; puramente radial, enquanto na prática existem sistemas radiais com laterais e, em alguns casos, até sistemas malhados. Segundo Carlisle *et al.* (1997b) isto é feito porque é mais difícil derivar equações para redução de perdas de potência ativa e de energia quando laterais são consideradas.

Existem trabalhos que consideram diversas outras restrições e simplificações no problema de otimização, como o valor da corrente de *inrush* durante a energização de BCs; o custo variável dos BCs; o custo das perdas de potência ativa; a análise de ressonância ou com a rede elétrica, que é pouco comum, ou com instalações industriais; etc.

O problema de alocação de capacitores pode ser expresso, em geral, de acordo com (2.1) (CARLISLE; EL-KEIB; BOYD; NOLAN, 1997a):

$$\begin{aligned} \max F &= K_p \cdot PA + K_e \cdot PE - \sum_{i=1}^{nc} CC_i \\ s. a \quad &\begin{cases} \Delta P_k = 0 \\ \Delta Q_k = 0 \\ V_{inf} \leq V_k \leq V_{sup}, k = 1, \dots, NB. \end{cases} \end{aligned} \quad (2.1)$$

sendo:

F = função objetivo economia de perdas;

K_p = constante que converte perda de potência em unidades monetárias;

PA = redução de perdas ativas;

K_e = constante que converte perda de energia em unidades monetárias;

PE = redução de perdas de energia;

nc = número de capacitores instalados;

CC_i = custo do i -ésimo capacitor;

ΔP_k = equações de balanço do fluxo de potência ativa na barra k ;

ΔQ_k = equações de balanço do fluxo de potência reativa na barra k ;

V_{inf} = tensão mínima admissível;

V_k = tensão na barra k ;

V_{sup} = tensão máxima admissível; e

NB = número de barras do sistema.

Algumas formulações não seguem este padrão, de modo que elas podem incluir também restrições adicionais de limites de capacidades de correntes nas linhas, de restrições de fornecimento de potência ativa e/ou reativa do gerador, etc.; assim como podem excluir restrição de limites de tensão e de reativos, de custo dos capacitores, de perdas de energia, dentre outras.

2.3 Métodos de Solução

As técnicas de solução para alocação ótima de reativos podem ser classificadas em quatro categorias: analítica, programação numérica, heurísticas e inteligência artificial (IA). A escolha do método apropriado depende do problema a ser resolvido, da sua complexidade, dos níveis de precisão dos resultados e da praticidade de implementação.

Os itens a seguir não têm a pretensão de detalhar cada método de solução. Intenta-se apresentar, em termos gerais, como é formulado o problema, evidenciando algumas vantagens e desvantagens de cada metodologia.

2.3.1 Forma Analítica

No período em que somente fórmulas aproximadas e “regras de ouro” existiam para alocação de capacitores (COOK, 1959), a forma analítica foi precursora no estudo de alocação ótima de capacitores ao longo dos alimentadores primários, como pode ser observado nos trabalhos apresentados por Neagle e Samson (1956), Cook (1959, 1961, 1964), Schmill (1965), Chang (1969, 1972) e Bae (1978).

Conforme Ng, Salama e Chikhani (2000a), esses algoritmos foram inventados quando poderosos recursos computacionais não estavam disponíveis ou eram caros. Estes métodos envolvem o uso de cálculos para se determinar o valor máximo de uma função de lucros com a aplicação de capacitores, e essas funções de lucro (F) eram geralmente modeladas conforme a expressão dada a seguir:

$$F = K_E \cdot \Delta E + K_P \cdot \Delta P - K_C \cdot C \quad (2.2)$$

sendo $K_E \cdot \Delta E$ e $K_P \cdot \Delta P$ as economias de energia e redução das perdas de potência de pico, respectivamente, e $K_C \cdot C$ é o custo de instalação do capacitor.

Embora o método apresente a vantagem de proporcionar uma única solução, este tem a desvantagem de trabalhar com variáveis contínuas para localização e dimensionamento de BCs. Os valores calculados dificilmente coincidirão com os nós do sistema, bem como com os tamanhos padrões de bancos de capacitores; assim, os resultados devem ser aproximados ou para cima ou para baixo, podendo causar situações de sobretensão e/ou lucratividade inferior ao que foi calculado.

Os métodos analíticos mais recentes são bastante precisos e realistas para sistemas de distribuição de tamanhos consideráveis, todavia, requerem tempo para implementação relativamente elevado e mais informação a seu respeito (NG; SALAMA; CHIKHANI, 2000a).

2.3.2 Programação Numérica

Programação numérica corresponde a técnicas iterativas usadas para determinar os valores ótimos de variáveis de decisão de recursos escassos. O objetivo delas é maximizar ou minimizar uma função objetivo satisfazendo um conjunto de restrições.

Por se tratar de uma metodologia que pode exigir cálculos computacionais complexos, como inversão de matrizes, cálculo de jacobianas e hessianas, quando a capacidade de processamento computacional se tornou mais poderosa e acessível, métodos baseados em programação numérica surgiram com o objetivo de solucionar uma variedade de problemas.

Nos problemas de alocação ótima de capacitores, a formulação geral do problema é da forma mostrada em (2.1). A função objetivo corresponde à função de lucro (F) e o número, localização e dimensionamento de capacitores, tensão e corrente, são as variáveis de decisão. Todas as restrições físicas e operacionais devem ser respeitadas para atingir a convergência do problema.

As vantagens desta metodologia se baseiam na possibilidade de realizar uma modelagem do problema bem realista, ou seja, muitas simplificações podem ser

desconsideradas, como por exemplo, na função objetivo podem ser inseridas todas as restrições de tensão e capacidade das linhas, dimensão e localização de BCs como valores discretos, cargas variantes no tempo, desbalanceamento de fases, etc. Além disso, já existem prontos vários pacotes computacionais de otimização disponíveis comercialmente para facilitar a implementação dos diversos algoritmos de programação numérica. Por outro lado, devido à complexidade e sofisticação dos algoritmos, a sua aplicação em tempo real não é comum. Além disso, a característica não convexa do problema garante que a solução encontrada seja um ótimo local, mas não necessariamente global (NG; SALAMA; CHIKHANI, 2000a).

2.3.3 Heurísticas e Meta-heurísticas

Heurísticas baseiam-se no intuitivo processo de tentativa e erro, todavia, diferentemente de se realizar a enumeração de todas as possibilidades possíveis, existem algumas regras que guiam o processo. A intuição, bom senso e experiência são requisitos básicos e imprescindíveis para a utilização desta metodologia. Já as meta-heurísticas, baseadas no mesmo princípio, são comumente utilizadas em problemas de otimização combinatória cujo espaço de busca da solução ótima é discreto.

A vantagem destes métodos consiste em fácil implementação quando comparados aos anteriores, são intuitivos e não necessitam de uma função objetivo contínua ou diferenciável; esta última porque não usam gradiente e nem hessiana. Eles podem também vir a ser interessantes para aplicação tanto em tempo real, como em sistemas de grande porte. A desvantagem é que existe uma garantia de que a solução encontrada seja boa, mas não necessariamente ótima. Isso ocorre porque, na literatura convencional, os processos de desempenho e convergência são frequentemente demonstrados de forma empírica. Neste cenário, é importante mencionar que as meta-heurísticas têm alguma vantagem sobre as heurísticas por possuírem algumas regras que evitam paradas precoces em ótimos locais.

As meta-heurísticas frequentemente encontradas como metodologia de solução para o problema em questão são Algoritmos Genéticos, Simulação de Resfriamento e Busca Tabu. Os tópicos a seguir destacam alguns aspectos a respeito de cada um deles.

Algoritmos Genéticos (AG)

Os AG são técnicas baseadas na evolução biológica na qual utilizam conceitos de mutação, recombinação, hereditariedade e seleção natural com o intuito de criar, a cada geração, soluções melhores que as anteriores até se atingir uma boa solução.

No problema de alocação de capacitores cada conjunto de *strings* binárias representa uma possível solução, ou seja, cada unidade desse conjunto pode conter a dimensão do capacitor em cada barra, juntamente com os tempos de comutação, por exemplo, e assim, uma função de decodificação é usada para determinar os valores das variáveis de decisão.

O AG inicia com um conjunto aleatório de possíveis soluções e itera criando novas possíveis soluções ótimas segundo um critério de herança das gerações mais adaptadas (*fitness*), isto é, dentro do conjunto de novas soluções por iteração, verifica-se a factibilidade destas e o valor da função objetivo em cada caso e assim são atribuídos valores de *fitness* para cada nova solução. Depois da avaliação de todas as combinações utilizadas, uma nova geração é formada carregando as características daquelas mais adaptadas – com os maiores valores de *fitness*. Com a ideia de que novas soluções serão melhores que as anteriores, e depois de um número adequado de iterações, evolui-se até atingir a solução ótima. É importante utilizar as possibilidades de mutação a cada geração com a finalidade de garantir a diversidade de soluções. Deste modo, por consequência, há minimização da probabilidade de o problema parar em um ótimo local como solução final.

As vantagens relacionadas ao método consistem basicamente em apresentar boas características de convergência e de tempo de processamento. Por se tratar também de uma meta-heurística, o AG tem a capacidade de se adaptar bem para problemas que são combinatórios por natureza. Já as funções de cálculos de cada *strings* são independentes, logo é possível haver processamento paralelo para efetuar os cálculos. A robustez e a relativa simplicidade de implementação fazem dos AGs ferramentas poderosas para vários tipos de problemas de otimização em sistemas de potência.

De outra maneira, dentre as desvantagens, destacam-se: a possibilidade de fornecimento de uma solução ótima próxima do global, embora não haja nenhuma prova matemática ou garantia de que estas soluções sejam realmente valores ótimos globais (HASSOUNA; MOHAMED; AMER; SWIDAN, 1998); e a dificuldade de determinação de

parâmetros de controle e seleção apropriados, isto é, se estes valores forem sensíveis somente para uma determinada configuração de alimentador, torna-se impossível determinar valores adequados para outras configurações (CARLISLE; EL-KEIB; BOYD; NOLAN, 1997a).

Simulated Annealing (SA) ou Simulação de Resfriamento

A Simulação de Resfriamento é um algoritmo iterativo baseado no conceito de resfriamento de sólidos. Para o problema de alocação de capacitores, uma função custo total (T_{perdas}) é minimizada, como mostrado:

$$T_{perdas} = K_P \cdot P_{perdas} + K_E \cdot E_{perdas} + K_C \cdot C \quad (2.3)$$

sendo: $K_P \cdot P_{perdas}$ corresponde ao custo das perdas na potência de pico, $K_E \cdot E_{perdas}$ trata dos custos das perdas de energia, e $K_C \cdot C$ é o custo de instalação dos BCs.

A vantagem do método é que ele pode ser aplicado em uma variedade de problemas sem levar em consideração o fato de a função objetivo ser diferenciável, contínua e/ou convexa, sendo estes fatores importantes em outras metodologias de otimização. Por outro lado, a avaliação da função objetivo e o mecanismo de transição são cruciais para garantir que a implementação de tal algoritmo forneça uma boa solução (GUIMARÃES, 2009).

Tabu Search (TS) ou Busca Tabu

A Busca Tabu é uma extensão do método de subida da montanha (*hill climbing method*) que se baseia em um algoritmo de busca local utilizado para resolver problemas de otimização combinatória. Enquanto que o método de subida da montanha realiza uma busca local para atualizar a solução, a cada iteração, por meio da escolha de melhores soluções na sua vizinhança, o que pode facilmente convergir para um mínimo local; a Busca Tabu é capaz de escapar de mínimos locais por intermédio de uma memória adaptativa chamada de Lista Tabu. Esta lista armazena atributos fixos que podem contribuir para encontrar melhores soluções.

Nesta metodologia, para aliviar o esforço computacional, é interessante utilizar a Busca Tabu Paralela, pois ela decompõe as vizinhanças em subvizinhanças. A Figura 2.1

mostra as transições de soluções obtidas pela Busca Tabu. No item (a) os símbolos denotam a melhor solução, solução candidata e solução fixa. No item (b) o comportamento de busca em algoritmos baseados em Busca Tabu Paralela é ilustrado (MORI; OGITA, 1999).

Figura 2.1 – Representação da transição de soluções em algoritmos de: (a) Busca Tabu e (b) Busca Tabu Paralela.

Fonte: MORI e OGITA, 1999. Adaptado.

Particle Swarm Optimization (PSO) ou Otimização por Nuvem de Partículas

É uma técnica de otimização estocástica, baseada em populações, na qual, em um processo iterativo, cada candidato à solução corresponde a um ponto no espaço de busca. “Essas soluções, denominadas partículas, têm um valor associado que é avaliado individualmente para cada partícula, e que indica a adequação da partícula como solução para o problema; e uma velocidade, que define a direção do movimento da partícula” (BRANDINI, 2007).

As vantagens do PSO englobam: a simplicidade de implementação; a ausência de gradientes, jacobianas e hessianas nos cálculos – logo, a função objetivo não precisa ser diferenciável; a facilidade de tratar variáveis contínuas e discretas; e a capacidade de ser aplicada em otimização multiobjetivo. A desvantagem é que o PSO não garante que uma solução ótima seja sempre alcançada.

2.3.4 Técnicas baseadas em Inteligência Artificial

Inteligência artificial (IA) é um aglomerado de ferramentas poderosas e flexíveis que pode ser usada para análise de sistemas elétricos de potência. Uma vantagem de utilizar técnicas baseadas em IA é a simplicidade de implementação, além de a maioria dos sistemas de IA poder fornecer soluções com relativa boa velocidade (NG; SALAMA; CHIKHANI, 1997).

Dentre as diversas metodologias baseadas em IA, os tópicos a seguir explicitarão aquelas mais comumente utilizadas para resolução do problema analisado.

Sistemas Especialistas ou *Expert Systems* (ES)

Sistemas Especialistas, ou sistemas baseados em conhecimento, são programas que usam regras embasadas em conhecimento humano a respeito de como solucionar o problema. Em geral, aplicações de ES são implementadas usando-se plataformas comerciais, como o *NexpertObject*⁵, nas quais os dados são expressos em estruturas orientadas a objetos.

Para o problema de alocação de capacitores, os ES podem ser usados como um “consultor especialista” para controle de tensão, planejamento, operação e controle de reativos em sistemas de distribuição radiais (LAFRAMBOISE; FERLAND; CHIKHANI; SALAMA, 1995).

A vantagem desses sistemas é que a aproximação por ES permite certa flexibilidade na modelagem das regras e, além disto, na prática, eles podem vir a ser aplicados em conjuntos com outros métodos tradicionais de otimização, aproveitando os benefícios de cada formulação. Quanto às desvantagens, destaca-se a falta de garantia de qualidade das regras utilizadas, pois a solução obtida, dependendo destas regras, pode não vir a ser um valor ótimo para todos os problemas. Além disto, é necessário considerável conhecimento a respeito do sistema.

⁵*NexpertObject* é uma plataforma de Sistemas Especialistas escrita em linguagem C pela *Neuron Data Inc.*, de Palo Alto, Califórnia.

Redes Neurais Artificiais (RNA)

Uma rede neural artificial (RNA) simula o que ocorre no sistema nervoso humano, em especial no cérebro, pois, por meio de um processo de aprendizado, a RNA deve ser capaz de prever diversas situações que lhe não foram diretamente “ensinadas”. A ideia básica desta metodologia é que dados de entrada sejam inseridos juntamente com dados de saída para treinamento da rede; desta maneira, dados gerados para diversos cenários têm suas diferenças minimizadas em relação aos dados de saída por meio de aproximação por uma curva. Esta metodologia é bastante utilizada para o mapeamento de relação não linear entre dados de entrada e de saída.

As RNA são formadas por três tipos de camada: camada de entrada, uma ou mais camadas ocultas e camada de saída. Uma típica representação das camadas de uma RNA é mostrada na Figura 2.2.

Figura 2.2 – Representação das camadas de uma RNA.

Segundo a formulação de Santoso e Tan (1990), por exemplo, que controla o *tap* dos capacitores, tem-se que os dados de entrada foram obtidos diretamente de medidas em tempo real; logo, incluem potências ativas e reativas e módulos das tensões e correntes capacitivas em certas barras. A função sigmóide foi usada como função de ativação na camada oculta, pois os autores afirmam que elas são comuns para problemas de mapeamento não linear. A saída corresponde ao nível de carga em cada barra e a posição ótima dos *taps* dos capacitores.

As vantagens desta metodologia incluem a simplicidade de implementação em comparação a métodos analíticos e de programação numérica; aplicação em tempo real para sistemas pequenos; a boa qualidade de resultados e o fato de o processo ser não iterativo depois que a rede já foi treinada. Já as desvantagens referem-se à necessidade de treinamento

da rede, pois antes de trabalhar com uma RNA, uma vasta gama de cenários deve ser realizada para cada sistema a ser estudado. Além disto, há a necessidade de um novo treinamento mediante uma considerável mudança na topologia do SEP. É interessante ressaltar também que a sua aplicação pode vir a ser inviável em sistemas de grande porte, considerando que o tempo necessário para treinamento seria imenso.

Teoria de Conjuntos *Fuzzy* (TCF) ou Nebulosos

A TCF é baseada na teoria de conjuntos convencional, diferindo basicamente porque, nos conjuntos nebulosos, estão presentes tanto as funções de pertinência total (assume valor 0 ou 1 para um elemento x dado) como as de parcial.

A premissa da teoria é que a transição entre a pertinência ou não de elementos seja feita de maneira gradual, portanto são representadas de maneira adequada as imprecisões e incertezas referidas às variáveis básicas (potência ativa, reativa, tensões, distorção harmônica, etc.) contidas no problema de alocação de capacitores, por exemplo. A Figura 2.3 ilustra um exemplo de funções de pertinência de um conjunto ordinário e de um conjunto nebuloso (PENHA, 2000).

Figura 2.3 – Exemplo de um conjunto (a) ordinário e (b) nebuloso.

Fonte: PENHA, 2000.

Segundo a abordagem de Penha (2000), a Figura 2.4 ilustra um processo de decisão que indica a barra ótima para o problema de compensação de reativos. A solução do problema corresponde à intersecção das curvas (1), (2) e (3), sendo as mesmas tratadas como os modelos nebulosos adotados para restrições de tensão por fase, para restrições de distorção harmônica de tensão e para a função objetivo, respectivamente. Assim, a solução encontrada

estabelece um compromisso entre otimalidade (função objetivo) e segurança (restrições operacionais).

Figura 2.4 – Gráfico de decisão que indica a barra ótima para compensação de reativos.

Fonte: PENHA, 2000. Adaptado.

2.4 Revisão Bibliográfica

Em meados da década de 50, com Neagle e Samson (1956), iniciaram-se as primeiras pesquisas e a nova tendência de instalação de BCs fixos próximos às cargas. Eles assumiram em seus estudos a carga uniformemente distribuída ao longo de um alimentador primário, consideraram a redução máxima de perdas somente na potência de pico e ignoraram o custo dos capacitores. Assim foi demonstrada analiticamente, por meio de curvas, a redução de perdas em função do dimensionamento dos bancos e da distância destes em relação à subestação.

No final da mesma década, Cook (1959) tomou este problema e considerou a maximização das economias baseadas na redução de perdas de energia com a carga variante no tempo. Em seu trabalho, o autor propõe uma alocação de BCs fixos baseada na carga reativa média; desse modo, ele define a “regra dos dois terços”. Nesta regra afirma-se que aproximadamente 90% da possível redução de perdas pode ser obtida por meio da instalação de um único BC com dimensão de dois terços do pico de carga reativa (0,667 pu) e que este deve ser instalado a uma distância da subestação igual a dois terços do comprimento total do alimentador. Nos casos em que outros fatores, além de redução de perdas, sejam levados em consideração, múltiplas alocações devem ser avaliadas.

Dois anos depois, Cook (1961) estendeu a sua análise incluindo capacitores chaveados e considerando a diminuição de perdas tanto na potência de pico como na economia de energia. Em seguida, o mesmo autor, em Cook (1964), elaborou trabalho descrevendo um método incorreto para cálculo de redução de perdas muito usado na literatura, e também apresentou a formulação correta para o problema.

No final da década de 60, Duran (1968) surgiu com um trabalho que utilizava técnicas de programação dinâmica. Sua metodologia foi mostrada em três algoritmos desenvolvidos a fim de obter a solução ótima na determinação do número, localização e dimensionamento de capacitores em paralelo (*shunt*) em alimentadores de distribuição radiais. O trabalho apresentou uma solução para os seguintes casos: quando nenhum custo de capacitor era considerado; quando o custo era proporcional à capacidade instalada; e quando era proporcional a esta capacidade instalada adicionada ao custo de inserção de cada BC. Ele concluiu que o primeiro caso era o mais geral, porque não havia suposições algumas sobre os custos desses BCs. Além disso, era também mais realista, porque levava em consideração que a corrente capacitiva era fornecida somente em valores discretos; enquanto o terceiro caso era o mais eficiente, já que inclui o custo dos capacitores e identifica se ele é ou não economicamente justificável.

Chang (1969) estende os estudos anteriores para controle de tensão e redução de perdas nos picos de carga no desenvolvimento de um programa que inclui a maximização das economias tanto nos momentos de picos de carga, como na redução de perdas de energia ao longo do dia. A próxima etapa (CHANG, 1972) foi apresentar uma análise matemática por meio de equações generalizadas para cálculo de redução de perdas, considerando tanto o caso de cargas uniformemente distribuídas como o de concentradas.

Métodos analíticos também foram utilizados por Bae (1978), como extensão do trabalho de Neagle e Samson (1956), com o propósito de desenvolver um método de alocação de capacitores que satisfaça a variedade de condições de um ciclo de carga (leve e pesada), tratando carga como demanda de reativos. A grande contribuição foi tratar o caso de compensação de reativos e máxima redução de perdas ao longo de um ano para uma condição de carga anual típica.

Já na década de 80, diversos trabalhos merecem destaque, tratando-se de contribuições significativas para o aprimoramento das técnicas de alocação ótima de reativos, em que se

destacam pesquisadores como Grainger, Lee, Kaplan, Cinvalar, El-Kib, Baran, Wu, Felix, entre outros.

No início desta década, procedimentos foram desenvolvidos demonstrando como dimensionar, alocar e determinar o tempo de comutação de uma dada sequência de capacitores fixos e/ou chaveados considerando a não uniformidade do alimentador primário de distribuição. O modelo trata a carga como variante no tempo, não uniforme, e distribuída ao longo do alimentador. Exemplos detalhados revelam que considerar as cargas uniformemente distribuídas causam erros relevantes no cálculo de economia de perdas (GRAINGER; LEE, 1981; LEE; GRAINGER, 1981). Uma das contribuições significativas deste trabalho foi demonstrar que a “regra dos dois terços” é bastante imprecisa e que pode até resultar em prejuízo, já que, na prática, muitas concessionárias ainda se baseiam nesta simplificação para realizar compensação de reativos. Daí a importância de uma modelagem apropriada para o alimentador de distribuição.

Em outro trabalho, Grainger e Lee (1982) utilizam fluxo de potência ótimo e fluxo de carga c.a. como metodologias de solução, considerando que também removem as três simplificações (cargas uniformemente distribuídas, alimentador uniforme e ausência de custo do capacitor) já tratadas nos trabalhos anteriores dos mesmos autores, e contribuem com a comprovação de que a dependência da magnitude e da fase da tensão com os níveis de compensação de reativos em alimentadores primários são indispensáveis para uma proposta de solução ótima. A importância deste trabalho se deu porque, até aquele momento, quase todas as publicações a respeito do tema assumiam perfis de tensão uniformes ou planos ao longo dos alimentadores.

Grainger, Lee e El-Kib (1982), por outro lado, desconsideram as variações de tensão em busca de simplicidade e praticidade. Neste novo projeto o objetivo era desenvolver um conceito de estratégia de controle em tempo real de sistemas com múltiplos bancos de capacitores chaveados para minimização de perdas de energia e de potência em alimentadores radiais. Diferentemente da maioria dos trabalhos, que atentam para planejamento e expansão, este último colabora para operação e controle. Os procedimentos abordados têm a finalidade de auxiliar como guia nos esforços dos engenheiros de distribuição para o controle dos chaveamentos de BCs. Posteriormente, em Grainger, Civanlar e Lee (1983), um exemplo numérico envolvendo um sistema real é fornecido para exemplificar um esquema de projeto e

controle da alocação, dimensionamentos ótimos de BCs e uma estratégia ótima de operação para garantir a minimização de perdas de potência em função do tempo.

A metodologia apresentada por Kaplan (1984) já passa a tratar o problema de alocação de capacitores fixos e chaveados por intermédio da aproximação heurística. O autor afirma não utilizar nenhuma das simplificações assumidas nos trabalhos anteriores, embora o método não considere nem limitações de tensão e nem o efeito econômico do aumento de tensão resultado da aplicação dos BCs. A aproximação heurística determina a melhor localização e o tipo (fixo ou chaveado) para o menor dimensionamento de capacitores disponível. Depois desse passo inicial, uma nova tentativa é feita para aumentar a economia de perdas, ou pela adição de bancos de capacitores maiores, ou pela combinação de bancos menores em maiores quantidades, e, por fim, realiza-se a escolha do tipo de controle e ajustes para bancos chaveados.

No mesmo ano, Grainger *et al.* (1984) publicaram um trabalho que apresenta uma nova forma de visualizar o problema de controle contínuo de potência reativa e que implica grandes simplificações. Os autores propuseram desacoplar os efeitos da variável tensão ao longo do alimentador do esquema de controle capacitivo. Esse desacoplamento pode ser feito na medida em que as tensões de barras possam estar relacionadas à distribuição de potência ativa ao longo do alimentador, assim foi criado o “modelo VP”. Neste conceito, o esquema de compensação de reativos é projetado de maneira ótima para um alimentador e é também otimamente controlado à medida que a demanda de reativos varia. Assim, o modelo VP permite calcular as tensões nas barras com base somente no conhecimento da distribuição de potência ativa.

O problema de controle Volt/Var em redes de distribuição radiais por meio de capacitores *shunt* (fixos e chaveados) e reguladores de tensão foi tratado por Grainger e Civanlar (1985) e Civanlar e Grainger (1985a, 1985b) em um trabalho dividido em 3 partes. A parte 1 do trabalho mostra que o problema de alocação de capacitor e o de regulador é desacoplado, isto é, são 2 subproblemas independentes entre si. Com base no modelo desacoplado, na parte 2, a solução do problema é demonstrada. O controle ótimo e em tempo real de ambos, reguladores e capacitores, é tratado na solução do problema. Vale ressaltar que uma grande contribuição deste trabalho foi que, pela primeira vez, os custos não lineares dos capacitores foram incorporados. Na parte 3 do trabalho são apresentados os resultados numéricos obtidos pela aplicação do projeto ótimo e dos esquemas de controle que são

resolvidos de maneira analítica. É demonstrada, em um sistema teste de 30 barras, com 6 ramos laterais, a aplicabilidade da teoria e dos métodos de solução apresentados nas duas partes anteriores.

A modelagem necessária para sistemas de distribuição radiais é consideravelmente complicada quando se trata de alimentadores primários de distribuição, pois eles costumam:

- ser assimétricos;
- ser multiterrados;
- atender cargas desbalanceadas; e
- envolver laterais trifásicas, bifásicas e monofásicas.

El-Kib *et al.* (1985) consideram tais alimentadores em seu estudo e oferecem uma nova metodologia, extensão dos trabalhos de Ponnasikko e Rao (1983) e Kaplan (1984), para determinar ótimos dimensionamentos, localizações e tempos não simultâneos de comutação de capacitores chaveados para maximização da economia de perdas. Por tratar das não linearidades do alimentador, a metodologia é bastante complexa. Ela considera o dimensionamento dos capacitores como variáveis contínuas, enquanto que na prática são variáveis discretas.

No final da década de 80, Baran e Wu (1989a, 1989b) apresentaram uma formulação baseada em programação não linear inteira mista para solucionar o problema de alocação de capacitores em redes radiais. A função objetivo é a redução da potência de pico e das perdas de energia enquanto se mantém minimizado o custo dos capacitores. Os custos destes BCs são aproximados por uma função linear, a carga é considerada fixa e as restrições de tensão são levadas em consideração. A metodologia de solução divide o problema geral em uma decomposição de subproblemas, eles são:

- **Problema Mestre:** problema de programação inteira usado para alocar capacitores, ou seja, determinar seus números e localizações;
- **Problema Escravo:** usado pelo Problema Mestre como uma sub-rotina e também é decomposto em dois níveis. No nível mais alto, determina o tipo de capacitor (fixo ou chaveado); e no nível mais baixo, determina o seu dimensionamento, uma vez que os BCs já estão alocados com seus tipos determinados.

Segundo afirmam os autores, os resultados indicam que o método é computacionalmente eficiente e o esquema de decomposição funciona muito bem.

Ertem (1989), no mesmo ano, tratou o problema por meio de um algoritmo de programação quadrática que considera cargas concentradas aleatoriamente distribuídas e alimentadores não uniformes com laterais. O modelo usado foi não linear, mas o tratamento dado aos limites de tensão e aos limites de fluxo de potência nas linhas foi feito por intermédio de restrições lineares de desigualdade.

A partir da década de 90, ocorreu um aumento muito significativo no interesse de pesquisadores e concessionárias no que se diz respeito à alocação ótima de reativos em sistemas de distribuição. As pesquisas passaram a incluir a utilização de AG, SA, ES, RNA e TCF como metodologias para solução do problema. Neste período, diversos autores se destacam pelas contribuições significativas que seus trabalhos promoveram, dentre eles, alguns podem ser citados, como: Santoso, Tan, Chiang, Baghzouz, Ertem, Nouredine, Chandrasekaran, Yan, Chung, Chen, Ng, Carlisle, de Medeiros Junior, Filho, Hassouna, Mohamed, Amer, Swidan, Gou, Abur, etc.

Usando uma RNA de dois estágios, Santoso e Tan (1990) propõem controlar, em tempo real, os chaveamentos dos capacitores instalados nos sistemas de distribuição para um perfil de carga não linear de modo a minimizar perdas. Os dados de entrada são obtidos diretamente por meio de medições (potência ativa e reativa nas linhas, magnitudes de tensão e os ajustes das correntes capacitivas em certas barras) e o controle ótimo não envolve um processo iterativo, logo ele é computacionalmente muito eficiente, conforme afirmam os autores. Um estudo de caso foi feito para um sistema de 30 barras e os resultados foram bastante satisfatórios.

Formulando o problema como de otimização combinatória com função objetivo não diferenciável, Chiang *et al.* (1990a) propõem utilizar Simulação de Resfriamento para determinar as localizações, tipos e dimensionamentos de capacitores a serem instalados, incluindo o ajuste dos controles desses elementos a diferentes níveis de carga. Na parte 2 do trabalho, Chiang *et al.* (1990b) aplicam a técnica a um sistema de 69 barras para dois casos (somente para alocação de capacitores fixos e, posteriormente, alocação de BCs fixos e chaveados). São considerados no estudo três níveis de carga (leve, moderada e pesada). Os autores afirmam que a metodologia encontra o ótimo global.

Uma questão da pesquisa em alocação de BCs que é pouco levada em consideração é o enfoque dado por Baghzouz e Ertem (1990). Eles analisaram a alocação ótima de reativos considerando tensão com presença de harmônicos no alimentador da subestação. Os autores trataram o problema como de otimização combinatória, com restrições de desigualdade, que emprega uma heurística baseada no método da variação local para determinar a solução ótima. Simulações mostraram que capacitores *shunt* podem criar condições de ressonância em baixas ordens harmônicas e que, caso haja uma regulamentação muito estrita quanto aos níveis de distorção harmônica, a solução ótima encontrada pode não ser a ideal do ponto de vista econômico.

Neste período os algoritmos genéticos também estavam começando a ser utilizados em uma vasta gama de aplicações, desde em campos da Biologia, Ciência da Computação, Processamento de Imagens, Reconhecimento de Padrão, etc. Ajjarapu e Albanna (1991), então, decidiram aplicar AG aos sistemas elétricos de potência com o intuito de otimizar a função custo total da alocação de capacitores e explorar a aplicabilidade desta metodologia para o problema de despacho de reativos.

Depois Nouredine e Chandrasekaran (1992) tratam o problema de alocação e dimensionamento de capacitores por meio da linearização da compensação reativa em relação às mudanças nos níveis de tensão, de modo que eliminam a necessidade de recalculer o problema de fluxo de carga. As fórmulas linearizadas são derivadas como funções das variações de tensões e das configurações dos capacitores. Uma comparação é feita entre as aproximações por programação linear e não linear por um exemplo numérico, mostrando o potencial de redução de perdas de cada método de aproximação.

A maioria dos métodos de alocação ótima de capacitores assume que o sistema é trifásico e balanceado, portanto somente o equivalente monofásico é considerado. Em uma análise mais realista, sabe-se que sistemas de distribuição são muito mais desbalanceados que de transmissão; logo, dentre as diversas causas, tem-se a existência de: segmentos de linha bifásicos e monofásicos; cargas monofásicas; transformadores bifásicos com conexão V-V que alimentam cargas tanto monofásicas como trifásicas simultaneamente; etc. Neste sentido, o acoplamento mútuo entre as fases e entre fase-terra torna-se bastante significativo na medida em que a amplitude da corrente que flui nos alimentadores de distribuição aumenta. Yan, Chung e Chen (1992), atestando o fato, desenvolveram um método sistemático para alocar capacitores em alimentadores trifásicos, levando em consideração o efeito das impedâncias

mútuas entre as fases e entre fase-terra. O problema apresenta função objetivo não linear e é sujeita às restrições de tensão, sendo o dimensionamento dos BCs realizados com valores discretos. Para solucionar tal problema foi utilizado o pacote de otimização MINOS⁶.

Em seguida, usando teoria de conjuntos *fuzzy*, Abdul-Rahman e Shahidehpour (1993) apresentaram uma formulação matemática para o problema de controle ótimo de reativos. O objetivo do método era minimização de perdas ativas e melhorias nos perfis de tensão. A grande contribuição desta metodologia é o fato de não ser necessário realizar inversão da matriz jacobiana, economizando-se tempo de processamento e espaço de memória. Além disto, considerando que os limites são *fuzzificados*, a solução é forçada a permanecer dentro da região factível pela maximização de um parâmetro de satisfação. Os autores concluem que utilizar técnica *fuzzy* é uma boa alternativa para modelagem da tolerância, pois ela não expande os limites especificados.

Uma metodologia baseada em técnica heurística é empregada por Abdel Salam, Chikhani e Hackam (1994) para redução de perdas reativas em redes de distribuição. Neste trabalho os capacitores são alocados em determinados nós (nós sensíveis) de acordo com os ramos que apresentam as maiores perdas devido à potência reativa. O objetivo é maximizar economia anual em unidades monetárias.

No mesmo ano, vale a pena comparar também os trabalhos de Chin e Lin (1994), que propõem utilizar *fuzzy*; e Sundhararajan e Pahwa (1994), que utilizaram algoritmos genéticos. No primeiro caso o problema é formulado como um problema de otimização de conjunto *fuzzy*. Duas funções de pertinência para sensibilidade de tensão e de potência ativa são definidas e, como consequência, há grande redução de processamento para encontrar as localizações ótimas dos BCs via busca exaustiva. Dos estudos de casos realizados, a metodologia mostrou que o esforço computacional é mínimo comparado a outros algoritmos. No segundo caso, todavia, um maior esforço computacional é necessário do que nos demais métodos, porém apresenta como vantagem a possibilidade de processamento em paralelo, já que a função de avaliação para cada *string* do AG é independente. Deste modo, embora haja desvantagem computacional, os autores afirmam que a solução encontrada é próxima do ótimo global.

⁶ MINOS é um pacote de otimização usado tanto para programação linear como não linear da Universidade de Stanford.

Método de Busca Tabu é usado por Yang, Huang, Y. e Huang, C. (1995) para determinar a localização, tipos, números, dimensionamentos, níveis de carga e esquemas de controle em diferentes níveis de carga. Um método de análise de sensibilidade é usado para reduzir o espaço de busca de solução do problema, sendo que a eficácia do método é analisada em um sistema radial com laterais de 69 barras. Os resultados foram confrontados com outros obtidos por meio de simulação de resfriamento (*simulated annealing*) e mostraram que a metodologia proposta pode obter o ótimo com menor tempo computacional.

Chiang, Wang e Darling (1995a, 1995b) elaboraram um trabalho dividido em dois artigos bastante completos do ponto de vista de simplificações e considerações. A metodologia proposta tem o objetivo de resolver o problema de alocação, realocação e controle em larga escala de redes de distribuição, radiais ou malhadas, e desbalanceadas, com o intuito de determinar a ótima localização para instalação (realocação, ou remoção) de capacitores, seus tipos, dimensionamentos e, durante cada nível de carregamento, são estabelecidos esquemas de controle para cada banco de capacitor. Este trabalho baseia-se em técnicas de simulação de resfriamento (*simulated annealing*), combinada com técnicas de buscas gulosas (*greedy search technique*), para aliar ganhos em velocidade de processamento computacional e em soluções de alta qualidade. A função objetivo é minimizada e está sujeita às restrições de operação, de carga e de capacidade das linhas satisfeitas nos diferentes níveis de carga. A função objetivo, também, é não diferenciável e incorpora as perdas de energia e o custo relacionado à compra, instalação, realocação e remoção de bancos de capacitores. Um estudo numérico é feito para um sistema de 291 barras, 305 linhas e 6 transformadores.

Chen, Hsu e Yan (1995) formularam o problema como de programação não linear e o resolveram usando o pacote de otimização MINOS. A formulação inclui os efeitos do desbalanceamento do sistema e custo do capacitor. Os autores mostram que a desconsideração dos efeitos das impedâncias mútuas causa considerável perda de potência extra e maior compensação *shunt*, principalmente para sistemas desbalanceados. Eles recomendam incluir estes efeitos a fim de garantir maior eficácia na compensação de reativos.

Ainda no ano de 1995, destacam-se os trabalhos de Ng e Salama (1995); Ramakrishna e Rao (1995) e Chin (1995); que utilizaram teoria de conjuntos *fuzzy* para alocar BCs. Todavia, destaca-se Chin (1995) por ter considerado também a redução da distorção harmônica na solução do problema.

Em Wang *et al.* (1996a) o estudo da alocação de BCs e o controle em tempo real de sistemas desbalanceados são realizados de maneira desacoplada, ou seja, são tratados como dois subproblemas, sendo a solução dos dois baseada em aproximação por programação inteira quadrática. No primeiro subproblema são determinados o número, a localização e o dimensionamento de capacitores; e no segundo, trata-se do controle das configurações em tempo real dos capacitores sobre as diferentes condições de carga. O algoritmo garante, matematicamente, encontrar ótimos locais. Em Wang *et al.* (1996b) são apresentados exemplos numéricos de sistemas desbalanceados e de grande escala – 292 barras e 394 barras, considerando variações de cargas não lineares ao longo do tempo.

Mais tarde, Miu, Chiang e Darling (1997) tratam do mesmo problema e considerações de Wang *et al.* (1996a, 1996b), embora o método de solução seja baseado em um algoritmo de dois estágios. O primeiro estágio é um AG, seguido por um segundo estágio que consiste de um método heurístico baseado em sensibilidade adaptado para o problema. O algoritmo foi projetado para tomar as vantagens dos méritos de cada técnica. Neste trabalho o AG encontra uma boa inicialização das variáveis para, assim, a heurística encontrar o ótimo. A heurística usa a sensibilidade da perda de potência ativa em relação à reativa para rapidamente melhorar a solução dada pelo AG, com menor tempo computacional, caso o mesmo continuasse. Testes foram feitos para um sistema desbalanceado de 292 barras.

A evolução na década de 90 foi notória, em se tratando de planejamento de reativos em redes de distribuição, assim, Carlisle *et al.* (1997a) fazem uma análise dos muitos métodos de solução encontrados na literatura até então. Os autores afirmam que nenhum dos algoritmos é genérico o bastante para garantir uma solução ótima global, mas sim, o máximo que se pode esperar, são soluções de boa qualidade (ótimos locais). Destaca-se então a importância de se continuar estudando e aperfeiçoando as metodologias no que se refere à alocação de reativos. Carlisle *et al.* (1997b) também publicaram uma revisão bibliográfica de 1956 a 1997, em ordem cronológica, no que diz respeito ao assunto.

Usando Método de Newton, de Medeiros Junior e Filho (1998) resolvem um fluxo de potência ótimo para sistemas de distribuição radiais com o intuito de determinarem os tamanhos e localizações ótimas de bancos de capacitores em alimentadores primários pela minimização dos custos com perdas na potência de pico, perdas de energia e instalação dos BCs. O método se baseia em uma somatória de potências equivalentes, ou seja, soluciona-se um fluxo de carga pelo método citado e divide-se o problema em trechos. Posteriormente,

otimiza-se este fluxo de carga pelo método de Newton e, por meio de análise de pós otimização, são determinadas as alocações dos BCs baseadas em experiências com sistemas reais. Esta divisão em trechos do sistema cria uma dificuldade para aplicação do Método de Newton em relação à função objetivo, uma vez que a função de perdas depende das potências equivalentes representadas nos nós de cada trecho do alimentador.

No ano 2000, Ng, Salama e Chikani (2000a) observaram que muitos trabalhos com metodologias variadas já haviam sido elaborados com o intuito de compensação de reativos em redes de distribuição. Deste modo, os autores resolveram classificar as diversas técnicas de alocação de capacitores com o objetivo de mostrar as vantagens e deficiências de cada uma, além de servir como guia para pesquisas futuras.

O estudo de alocação de capacitores para correção do fator de potência também tem uma vertente de pesquisa voltada para identificar e determinar os possíveis danos e rupturas de limites para um dado sistema elétrico de potência. Neste contexto, Shwehdi e Sultan (2000) alertam para o fato de que, quando se pretende projetar capacitores para correção de fator de potência, para se ter uma percepção mais realista, deve-se incluir no estudo os efeitos de ressonância, os picos e aumentos nos transitórios dos chaveamentos dos BCs, além dos eventuais efeitos de aterramento.

Usando técnicas de programação linear, Teng (2000) desenvolveu uma nova formulação de controle de BCs em tempo real em um sistema desbalanceado de distribuição. Utilizando uma relação linear de sensibilidade entre o incremento nas variáveis de controle em relação às variáveis de estado, foi possível satisfazer a função objetivo e as respectivas restrições. Um sistema desbalanceado foi testado e foi verificada a validade da metodologia.

Os últimos 10 anos foram marcados também por muitos trabalhos que utilizaram metodologia híbrida para solucionar o problema de alocação de reativos em distribuição. Apenas no início deste período, podem ser destacados:

- Delfanti *et al.* (2000), por exemplo, que linearizam o problema não linear e o resolvem usando tanto algoritmo *Branch and Bound* como algoritmo micro-genético, por meio de um procedimento híbrido.
- Gallego, Monticelli e Romero (2001), que utilizaram Busca Tabu estendida, embora etapas sejam solucionadas também por AG, SA e outras aproximações heurísticas.

- Miranda *et al.* (2001), que adotam um modelo híbrido matemático com AG como o mais eficiente dentre a comparação de um AG simples, um modelo híbrido de AG com programação evolucionária e um modelo híbrido matemático com AG, já que apresenta melhor convergência.
- Alves *et al.* (2002), que demonstraram a eficiência de solucionar o problema usando algoritmo micro-genético e lógica *fuzzy*, reduzindo o tempo de processamento por meio da diminuição do espaço de busca.
- Diversos outros pesquisadores verificaram o poder da hibridização das metodologias para aperfeiçoar as técnicas no que diz respeito à alocação ótima de capacitores.

Diante de um cenário em que ainda é difícil determinar quais metodologias trazem melhor compromisso entre praticidade de implementação e precisão dos resultados, Mekhamer *et al.* (2002a) apresentaram um trabalho que avalia, por meio de revisão e implementação somente de técnicas *fuzzy* e de heurísticas para alocação ótima de reativos, a eficiência de cada metodologia e sugere em que situação usar cada método. Já em Mekhamer *et al.* (2002b), um estado da arte em compensação ótima de reativos em alimentadores de distribuição foi elaborado com o intuito de servir como guia para pesquisadores interessados no problema.

No ano seguinte, usando programação dinâmica, González (2003) propõe instalar e dimensionar BCs fixos em redes de distribuição, considerando tanto carga fixa como variável. O trabalho demonstra a sua inovação apresentando duas maneiras novas de solucionar o problema de controle de capacitores chaveados. Sua técnica é avaliada por intermédio de estudos de casos em sistemas reais de grande porte.

Nos trabalhos mais recentes a combinação de métodos fica cada vez mais evidente. Balakumaran e Thanuskodi (2004), por exemplo, propuseram resolver o problema por um sistema especialista *fuzzy* (*fuzzy expert system* - *FES*) que contém regras heurísticas para determinar os nós mais adequados a terem capacitores alocados. Hsiao *et al.* (2004) já optam por adaptar uma metodologia que agrega *fuzzy* e AG. Sandrini (2005), de outro modo, já utiliza PSO e AG. Chiou *et al.* (2004) aplica evolução diferencial com programação inteira que, posteriormente, foi aperfeiçoado por Chang *et al.* (2007) por meio de uma hibridização de um algoritmo de busca robusta no algoritmo de evolução diferencial.

Esta miscelânea de algoritmos combinados é muito interessante na medida em que aproveita as vantagens de cada técnica de forma a otimizar variáveis de decisão, respeitando os níveis de precisão desejados e reduzindo o tempo computacional, o que a torna muito atrativa do ponto de vista de aplicação em tempo real e precisão.

Neste contexto, diversos autores ainda vêm contribuindo ou com novos métodos, ou com o aprimoramento dos já existentes, dentre eles podem ser destacados: Alcântara (2005), Aguiar e Franco (2005), Pereira, Cossi e Mantovani (2006), Beê (2007), Szuvovivski (2008), Da Silva *et al.* (2008), Hamada *et al.* (2008), Gaikwad, Ranjan e Arya (2010), Rao (2010), dentre muitos outros. A Tabela 2.1 mostra a linha de pesquisa dos trabalhos citados e outros com a finalidade de mostrar o direcionamento tomado, nos últimos anos, pelos pesquisadores para resolver o problema.

Tabela 2.1 – Linhas de pesquisa adotada pelos pesquisados nos últimos anos.

Autor(es)	Metodologia para solucionar o problema de compensação de reativos
Alcântara (2005)	Baseada em Heurísticas e AG
Aguiar e Franco (2005)	Aproximação linear e Otimização Inteiro Mista
Pereira, Cossi e Mantovani (2006)	Algoritmo Evolutivo
Beê (2007)	AG
Da Silva <i>et al.</i> (2008)	Algoritmo baseado em Heurística construtiva e FPO
Etemadi e Firuzabad (2008)	PSO
Hamada <i>et al.</i> (2008)	Algoritmo baseado em Heurística numérica
Kannan, Monica e Slochanal (2009)	<i>Fuzzy</i> e PSO
Park <i>et al.</i> (2009)	AG
Gaikwad, Ranjan e Arya (2010)	<i>Depth First Search Algorithm</i> (DFS) ou Algoritmo de Busca em Profundidade
Hakimi <i>et al.</i> (2010)	PSO
Rao (2010)	<i>Artificial Bee Colony Algorithm</i> (ABCA) ou Algoritmo de Colônias de Abelhas Artificiais
Shuaib e Rajan (2011)	<i>Queen Bee Algorithm</i> com AG
Vargas e Jiménez-Estévez (2011)	Algoritmo Evolutivo

Alcântara (2005) propôs uma solução para o problema de alocação de BCs por meio de heurísticas associadas à formulação de um AG com codificação inteira multicritério. A contribuição desta pesquisa existe na medida em que foram realizadas as modelagens das cargas do sistema (potência constante e impedância constante). Concluiu-se que a solução

ótima do problema é altamente dependente do modelo de carga utilizado, o que na prática exige informações e modelagens mais precisas das cargas do sistema. No mesmo ano, em Aguiar e Franco (2005), o problema é tratado por meio de uma estratégia de aproximação linear e por uma mudança na representação das variáveis. Deste modo, a função perdas é aproximada por hiperplanos de suporte, e, além disso, o tratamento dado às variáveis inteiras e contínuas é feito por meio de aproximação linear. A formulação matemática é baseada em um problema clássico solucionado por meio de otimização inteiro mista, cuja finalidade foi regular os níveis de tensão dentro de limites e reduzir perdas.

Pereira, Cossi e Mantovani (2006) abordaram o problema de alocação de BCs como multiobjetivo, sendo consideradas as perdas, os custos dos BCs e as restrições de tensão. Um algoritmo evolutivo é usado para tratar as características específicas do problema. No ano de 2007, Beê (2007) apresenta uma proposta para resolver o problema por meio de técnicas de AG. A formulação adotada, além de minimizar perdas e custos dos BCs, penaliza quedas de tensão acima de 4% e busca minimizar correntes de *inrush*. Os resultados são simulados em sistemas de 11 e 70 barras levando em consideração diferentes situações de carregamento ao longo de períodos determinados.

Etamadi e Firuzabad (2008) solucionam o problema por meio de uma PSO, e, diferentemente dos trabalhos que incluem perdas resistivas na função objetivo, os autores propõem outras duas funções objetivos. A primeira delas é dada pelo custo do investimento adicionada ao custo de interrupção esperado (ECOST), o que permite que os engenheiros definam um nível aceitável de confiabilidade da rede. A segunda considera ECOST, custo de perdas ativas e custos de investimentos. Os resultados alcançados mostraram que consideráveis economias no custo anual do sistema são atingidas quando há um aumento na confiabilidade da rede.

Diante do que foi exposto ao longo deste capítulo, observa-se que diversas maneiras de visualizar e solucionar o problema podem ser analisadas. Hamada *et al.* (2008), por exemplo, propõem uma nova estratégia para alocar BCs em redes radiais. Esta estratégia adiciona uma nova restrição relacionada ao seccionamento das perdas ôhmicas para cada ramo do alimentador. Localização e dimensionamento dos BCs são feitos para minimizar as perdas totais; todavia, algumas vezes essa redução não é alcançada para todos os ramos devido a alguma restrição que impede o crescimento das perdas em determinado ramo. A

estratégia proposta é aplicada para os sistemas de 9 e 34 barras, e os resultados são confrontados com a literatura, demonstrando sua superioridade.

Uma metodologia original baseada em sistema *fuzzy* com conjunto de regras heurísticas que definem os nós adequados a receberem BCs, cujo dimensionamento é realizado por técnicas de PSO, foi proposta por Kannan, Monica e Slochanal (2009). O principal objetivo é determinar a alocação ótima de BCs para melhorar a regulação de tensão e reduzir as perdas de energia. Os resultados são avaliados por meio de simulações em três testes de sistemas radiais. No mesmo ano, Park *et al.* (2009) apresentam uma pesquisa que busca reduzir custos de instalação e perdas elétricas, diferenciando-se das demais porque são inclusos os tempos de vida útil esperados para os equipamentos na formulação do problema. Um AG determina o estado de operação ótimo da rede. Simulações são realizadas em um sistema de 69 barras mostrando melhores resultados que métodos convencionais que não consideram o tempo de vida útil dos equipamentos.

Gaikwad, Ranjan e Arya (2010) analisaram o problema de alocação de BCs em redes que sofrem reconfiguração de topologia por meio do algoritmo de busca de profundidade. O objetivo do estudo é minimizar perdas de energia. Resultados computacionais mostraram que levar em consideração ambos os problemas concomitantemente gera resultados superiores ao considerá-los separados. Levando em conta o mesmo objetivo, Hakimi *et al.* (2010) incluem um algoritmo PSO modificado no *software* DIGSILENT⁷ para resolver o problema. Os resultados comparam níveis de tensão e perdas antes e depois da alocação de capacitores.

Rao (2010) apresenta uma nova metodologia baseada em Algoritmo de Colônia de Abelhas com o objetivo de melhorar o perfil de tensão e reduzir perdas. A vantagem do algoritmo é que este não requer parâmetros externos tais como taxas de cruzamentos e taxas de mutação, como nos casos dos AG e algoritmos evolutivos. Outra vantagem seria a implementação de um mecanismo similar ao processo de mutação que oferece a habilidade de busca global. O autor afirma que o método apresentou melhor desempenho quando comparado à literatura no que se refere à qualidade de solução e à eficiência computacional.

Dentro das três grandes áreas (geração, transmissão e distribuição), os sistemas de distribuição necessitam de mais atenção. As perdas elétricas nos sistemas de transmissão e distribuição na Índia estão por volta de 25 a 30 %, sendo a maior contribuição advinda da

⁷ DIGSILENT Power Factory é um poderoso *software* profissional utilizado como ferramenta de simulação para análise de redes de distribuição de energia elétrica (HAKIMI; ZARRINGHALAMI; TAFRESHI, 2010).

distribuição (SHUAIB; RAJAN, 2011). Assim, Shuaib e Rajan (2011) apresentam um método de otimização para o ótimo dimensionamento de BCs a fim de reduzir perdas e melhorar os níveis de tensão. A localização dos BCs é determinada por um método de análise de sensibilidade. Resultados bastante satisfatórios são encontrados para sistemas de 33 e 69 barras. Com a mesma finalidade, Vargas e Jiménez-Estévez (2011) propõem um método baseado em estratégia evolutiva, cuja maior vantagem é que este evita cair em mínimos locais, logo, pode ser definido como uma metodologia de busca global. Os resultados finais são apresentados para um sistema de 4083 nós.

Este trabalho também segue a tendência apresentada na literatura acerca da redução de perdas e regulação dos níveis de tensão. Uma metodologia inovadora é proposta, cujas características incluem a minimização da injeção de potência reativa, a regulação dos níveis de tensão respeitando os padrões estabelecidos no módulo 8 do Prodist e, ao mesmo tempo, a busca pela redução das perdas ativas totais.

2.5 Considerações Finais

Neste capítulo foram abordadas diversas pesquisas publicadas em eventos nacionais e internacionais para solucionar o problema de alocação ótima de capacitores em sistemas de distribuição. As metodologias de solução foram apresentadas de maneira sucinta com o intuito de indicar algumas vantagens e desvantagens que cada uma delas oferece. Além disto, muitas pesquisas mais relevantes a respeito do tema foram abordadas no decorrer da revisão bibliográfica, dando destaque às suas particularidades com o fim de auxiliar tanto engenheiros de concessionárias de distribuição, na escolha da técnica que melhor se adapte a sua realidade, bem como pesquisadores a aprimorarem as já existentes.

Ng, Salama e Chikhani (2000a), no trabalho de classificação das técnicas de alocação de capacitores, apresentam dados acerca de diversas metodologias, conforme Tabela 2.2, que permitem comparar os recursos e as capacidades de cada uma delas.

Tabela 2.2 – Matriz de comparação de técnicas de alocação de capacitores.

Redução de perda de energia na formulação		A		A	A			A		A		A
Redução de perda de potência de pico na formulação	A		A	A		A	A	A	A	A	A	A
Carga variável			ABC	ABC		ABC		ABC	ABC	ABC		
Liberação de capacidade das linhas na formulação		C										
Capacitores de tamanhos discretos					AB			AB	AB			AB
Representação precisa do alimentador				AB		AB	AB	AB		AB		AB
Localização física dos nós					AB	AB	AB	AB	AB		AB	AB
Restrições de tensão				B		B	B	B	B	B	B	B
Restrição de capacidade das linhas					B							
Alimentador radial				AB	AB	AB	AB	AB	AB	AB	AB	AB
Planejamento / Expansão										C		C
Capacitores chaveados		C		C		C			C			
Inclusão de reguladores				C								
Uso de fluxo de carga						AB	AB	AB			AB	AB
Legenda: A - Precisão B - Praticidade C – Complexidade	Neagle e Samson (1956)	Cook (1959, 1961)	Bae (1978)	Grainger <i>et al.</i> (1985a, 1985b, 1985c)	Duran (1968)	Baran e Wu (1989a, 1989b)	Abdel-Salam <i>et al.</i> (1994)	Chis <i>et al.</i> (1997)	Miu <i>et al.</i> (1997)	Laframboise <i>et al.</i> (1995)	Chin (1995)	Ng <i>et al.</i> (2000b)
	Analítico				Numérico		Heurístico		Inteligência Artificial			

Fonte: NG, SALAMA E CHIKHANI, 2000a. Adaptado.

Mesmo nos dias presentes, o tema ainda não apresenta uma única solução que agregue todas as exigências da comunidade científica a respeito do tema e aplicação prática comprovada em concessionárias de distribuição ao redor do mundo. A Tabela 2.2 contribui com este pequeno espaço amostral para reafirmar esta sentença, demonstrando que todas as metodologias até então testadas apresentam lacunas a ser preenchidas, por isso o estudo nesta área é muito importante até os dias de hoje. Ademais, deve-se levar em consideração que o setor elétrico é muito dinâmico e cada vez mais exigente no que concerne à qualidade de serviço e de produto, logo, os estudos nesta área devem ser sempre contínuos e aliados às exigências do setor.

A tendência para o estudo a respeito de compensação ótima de reativos é se encaminhar para uma resolução completa, ou seja, sem simplificações que prejudiquem consideravelmente a precisão dos resultados, e que sua aplicação nas concessionárias de distribuição seja viável, considerando a realidade das suas instalações.

Capítulo 3

RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE PNL VIA MÉTODO DA LAGRANGIANA AUMENTADA

3.1 Introdução

Uma das ferramentas computacionais mais importantes e frequentemente utilizadas em sistemas elétricos de potência (SEP) para planejamento, projeto e operação é o fluxo de carga c.a. Este programa é usado para simulação de diferentes cenários de condições de cargas e de topologias da rede nas quais são determinados as tensões nas barras e os fluxos de potência nas linhas. No caso de o sistema em estudo não ter capacidade de suprir a demanda de potência das cargas para todas as contingências analisadas, o engenheiro tem o papel de, por meio de um extenso processo de enumeração exaustiva, selecionar diferentes combinações de valores para as variáveis de controle (ex.: *taps* de transformadores e capacitores, tensão na subestação, etc.) com o intuito de atender a esta solicitação. Em caso de projeto ou expansão, pode ser necessário também modificar o sistema pela seleção de um cabo com seção mais apropriada, pela adição de mais linhas, de mais bancos de capacitores, de mais reguladores de tensão, etc.

Para obter objetividade nesse processo e, ao mesmo tempo, encontrar a melhor solução no espaço de busca, existem diversos métodos de otimização baseados em programação numérica que facilitam esta tarefa. Neste sentido, destaca-se Carpentier (1962) que, no início da década de 60, formulou o problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO) a partir do problema de Despacho Econômico (DE), marcando o fim do período clássico do DE. Esta técnica baseia-se em métodos de otimização restrita e é bastante adequada e precisa para o ajuste de variáveis de controle de forma a atender a uma determinada condição de carga e de parâmetros do sistema.

Neste trabalho, a abordagem proposta para alocação de reativos utiliza técnicas de resolução de um problema de PNL semelhantes às formulações de FPO. A finalidade é encontrar tanto os valores das tensões, módulo e fase, das barras do sistema, assim como os multiplicadores de Lagrange, de modo que uma posterior análise destes valores possa ser realizada.

Este Capítulo 3, deste modo, é dedicado a mostrar as características básicas de um FPO; como o problema será formulado para a aplicação deste trabalho; as simplificações consideradas; alguns princípios e fundamentos de otimização não linear e a justificativa de se usar o método da Lagrangiana Aumentada. Somente no Capítulo 4 discute-se como esta metodologia é aplicada para a resolução do problema de alocação de capacitores.

3.2 Fluxo de Potência Ótimo (FPO)

O fluxo de potência ótimo (FPO) pode ser definido como um problema de otimização não linear, estático, não convexo e de grande porte, que maximiza ou minimiza uma função objetivo e elimina violações físicas e operativas do sistema por meio de ajustes nas variáveis de controle.

O objetivo de resolver um FPO é determinar as variáveis de estado e as variáveis de controle do sistema e minimizar custos, perdas, dentre outros, ou maximizar capacidade de carregamento das linhas, lucros, etc., enquanto o sistema opera em regime permanente sob uma determinada condição de carga. Em geral, perdas ativas totais são minimizadas na função objetivo.

Esta técnica pode ser usada não somente para planejamentos em sistemas elétricos de potência, mas também para sua operação. Neste caso, ele é designado para fornecer o ponto de operação mais econômico que respeite todas as restrições de carga, de operação e de segurança de um determinado sistema.

3.3 Formulação do problema

A resolução de um FPO, por se tratar de um problema de otimização não linear, é apresentada conforme o sistema (3.1) dado por:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } \mathbf{f}(\mathbf{x}) \\ & \text{Sujeito a: } \begin{cases} \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0 \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (3.1)$$

sendo:

$\mathbf{f}(\mathbf{x})$: função objetivo;

$\mathbf{g}(\mathbf{x})$ – vetor de restrições de desigualdade, $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = (\mathbf{g}_1(\mathbf{x}) \ \cdots \ \mathbf{g}_{NRD}(\mathbf{x}))^T$

$\mathbf{h}(\mathbf{x})$ – vetor de restrições de igualdade, $\mathbf{h}(\mathbf{x}) = (\mathbf{h}_1(\mathbf{x}) \ \cdots \ \mathbf{h}_{NRI}(\mathbf{x}))^T$

$\mathbf{x}$ – vetor das variáveis de estado ($\mathbf{x}_i$) e de controle ($\mathbf{u}_j$), $(\mathbf{x}_1 \ \cdots \ \mathbf{x}_{NVE} \ \mathbf{u}_1 \ \cdots \ \mathbf{u}_{NVC})^T$

NRD : é o número de restrições de desigualdade;

NRI : é o número de restrições de igualdade;

NVE : é o número de variáveis de estado;

NVC : é o número de variáveis de controle.

Na função objetivo $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ podem estar incluídas quaisquer funções que estejam associadas a economias ou lucros para o sistema. Nos trabalhos já existentes, é possível encontrar na função objetivo as perdas ativas totais, custos de instalação e dimensionamento de capacitores e reguladores de tensão, custos associados à distorção harmônica, etc. Neste trabalho é adotada a minimização de perdas ativas.

A equação de perdas ativas totais é baseada na formulação de perdas ativas (P_{perdas}) de uma linha k - m de um fluxo de carga convencional mostrado em Monticelli (1983). A equação (3.2) apresenta a formulação a seguir dada como:

$$P_{perdas} = P_{km} + P_{mk} = g_{km}(V_k^2 + V_m^2 - 2V_kV_m\cos\theta_{km}) \quad (3.2)$$

sendo: k corresponde às barras de origem e m às de destino; P_{km} e P_{mk} são os fluxos de potência ativa de uma barra k para uma m , e vice-versa, respectivamente; g_{km} é a condutância série de uma linha k - m ; V_k e V_m são as magnitudes de tensão nodais em barras k e m , respectivamente, e; θ_{km} é a diferença do ângulo da tensão nodal em uma barra k (θ_k) com o ângulo da tensão nodal em uma barra m (θ_m).

A função objetivo é, então, a minimização da somatória das perdas ativas em todas as linhas de um sistema, ou seja:

$$\min f_1(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{NL} P_{perdas} \quad (3.3)$$

sendo NL o número de linhas de um sistema.

Depois de determinar a função objetivo, é preciso determinar as restrições às quais ela está sujeita.

O vetor de restrições de igualdade $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ pode ser definido como um vetor de **restrição de carga** e corresponde às equações de balanço do fluxo de potência. Este representa as injeções de potência ativa e reativa especificadas nas barras de carga, bem como as injeções de potência ativa e reativa nas barras de geração (MONTICELLI, 1983). Os valores de potência ativa e reativa especificados devem ser iguais aos calculados. O vetor pode ser mostrado como:

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P^{esp} - P^{calc} \\ Q^{esp} - Q^{calc} \end{bmatrix} = 0 \quad (3.5)$$

sendo $\Delta \mathbf{P}$ e $\Delta \mathbf{Q}$ vetores colunas de dimensão equivalentes ao número de barras de carga (NPQ) + número de barras de geração (NPV) e ao número de barras de carga (NPQ), respectivamente, P^{esp} e Q^{esp} correspondem aos valores de potência ativa e reativa especificados, e P^{calc} e Q^{calc} são os calculados pelas equações de fluxo de carga tradicional.

Substituindo em (3.5) os valores de P^{calc} e Q^{calc} , tem-se:

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} P^{esp} - V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \\ Q^{esp} - V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \end{bmatrix} = 0 \quad (3.6)$$

em que K é o conjunto formado pela barra k mais todas as barras m conectadas a ela, e G_{km} e B_{km} são os elementos das matrizes condutância e susceptância, respectivamente.

De maneira alternativa, tem-se o vetor de equações (3.6) em função dos parâmetros série dado como:

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} P^{esp} - V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_k \cdot g_{km} - V_m (g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \sin \theta_{km}) \\ Q^{esp} + V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_k \cdot b_{km} + V_m (g_{km} \sin \theta_{km} - b_{km} \cos \theta_{km}) \end{bmatrix} = 0 \quad (3.7)$$

sendo: Ω_k corresponde ao conjunto formado pelas m barras conectadas à barra k . Vale ressaltar que os BCs em paralelo neste trabalho são tratados como fontes geradoras de reativos, assim, os parâmetros de susceptância *shunt* ou paralela das linhas de distribuição b_{km}^{shunt} não estão ilustrados em (3.7), pois, na modelagem desta pesquisa, são considerados valores nulos.

Já o vetor de restrições de desigualdade $\mathbf{g}(\mathbf{x})$, que pode ser definido como um vetor de **restrição de operação**, corresponde aos limites impostos às magnitudes das tensões nodais, aos fluxos de corrente nas linhas de distribuição e às injeções de potência reativa nas barras de geração, sendo representados conforme (3.8), (3.9) e (3.10), respectivamente.

$$V_{inf} \leq V_k \leq V_{sup} \div k = 1, \dots, NB \quad (3.8)$$

$$I_{km} \leq I_{max} \div km = 1, \dots, NL \quad (3.9)$$

$$Q_{inf} \leq Q_k(V_k, \theta_k) \leq Q_{sup} \div k = 1, \dots, NB \quad (3.10)$$

Os índices *inf* são os limites inferiores e *sup* os limites superiores de tais variáveis, I_{km} é a corrente elétrica que passa em uma linha que segue de uma barra k para uma barra m e I_{max} a máxima corrente admissível na respectiva linha.

Neste trabalho é considerada apenas a canalização da magnitude das tensões nodais, como mostrado em (3.8), assim são feitas as devidas alterações matemáticas e tem-se em (3.11) a formulação correspondente a $\mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0$ dada por:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} V_k - V_{sup} \\ V_{inf} - V_k \end{bmatrix} \leq 0 \quad (3.11)$$

em que $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ é um vetor coluna de dimensão equivalente a $2 \cdot NB$.

Vale ressaltar que, no Brasil, por intermédio do Prodint elaborado pela Aneel, esta canalização da tensão, para sistemas com tensão nominal superior a 1 kV e inferior a 69 kV, deve estar em uma faixa que corresponde a +5% e -7% com relação a tensão nominal em

regime permanente e fator de potência acima de 92% indutivo ou capacitivo (AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA, 2012). Isto significa que $V_{sup} = 1,05 \text{ pu}$ e $V_{inf} = 0,93 \text{ pu}$. A Tabela 3.1 ilustra os limites inferiores e superiores aceitáveis para classificar os níveis de tensão da rede em adequada, precária ou crítica.

Tabela 3.1 – Pontos de Conexão em Tensão Nominal Superior a 1 kV e Inferior a 69 kV.

Tensão de Atendimento (TA)	Faixa de Variação de Tensão da Leitura (TL) em Relação à Tensão de Referência (TR)
Adequada	$0,93 \cdot TR \leq TL \leq 1,05 \cdot TR$
Precária	$0,90 \cdot TR \leq TL < 0,93 \cdot TR$
Crítica	$TL < 0,90 \cdot TR \text{ ou } TL > 1,05 \cdot TR$

E, por fim, o vetor x , que corresponde às variáveis de estado e de controle, pode ser representado como o vetor coluna a seguir:

$$x = \begin{pmatrix} V_k \\ \theta_k \\ u \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

sendo V_k e θ_k as variáveis de estado e u o vetor de variáveis de controle. Este último engloba a potência de saída dos geradores; o controle de *taps* de transformadores, caso houvesse; controle de *taps* de bancos de capacitores chaveados, etc.

De acordo com a abordagem realizada por este trabalho, o problema geral é formulado, então, segundo o sistema de equações da forma:

$$\begin{aligned}
 \min f(x) &= \sum_{i=1}^{NL} g_{km} (V_k^2 + V_m^2 - 2V_k V_m \cos \theta_{km}) \\
 \text{s. a.} \left\{ \begin{aligned}
 \Delta P_k(V, \theta) &= P_k^{esp} - V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_k \cdot g_{km} - V_m (g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \sin \theta_{km}) = 0 \\
 \Delta Q_k(V, \theta) &= Q_k^{esp} + V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_k \cdot b_{km} + V_m (g_{km} \sin \theta_{km} - b_{km} \cos \theta_{km}) = 0 \\
 V_k - V_{sup} &\leq 0 \\
 V_{inf} - V_k &\leq 0 \\
 k &= 1, \dots, NB
 \end{aligned} \right. \quad (3.13)
 \end{aligned}$$

3.4 Metodologia de solução

A metodologia de solução de todos os FPO é baseada na proposta de Carpentier (1962), o pioneiro na formulação e resolução de um problema de Despacho Econômico (DE) utilizando equações de fluxo de carga e teorias de otimização.

O problema a ser solucionado é formulado matematicamente segundo o sistema (3.1), sendo que em Carpentier (1962) as restrições de igualdade e desigualdade são tratadas por meio de uma função chamada Lagrangiana ($\mathbf{L}$). Esta função é definida da seguinte forma:

$$\mathbf{L} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \alpha^T \cdot \mathbf{g}(\mathbf{x}) + \beta^T \cdot \mathbf{h}(\mathbf{x}) \quad (3.14)$$

de modo que α e β são os multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade e desigualdade. Como todas as restrições foram incorporadas à função $\mathbf{L}$, significa que o problema restrito, apresentado em (3.1), pode ser substituído pelo irrestrito, como em (3.14).

Para minimizar esta nova função objetivo $\mathbf{L}$ é preciso que $\mathbf{f}$, $\mathbf{g}$ e $\mathbf{h}$ sejam contínuas e diferenciáveis. Assim, deve-se encontrar um conjunto de variáveis de estado contidas no vetor $\mathbf{x}$ cuja derivada parcial de $\mathbf{L}$ em função de $\mathbf{x}$ seja igual à zero para todos os pontos. Isto significa que cada ponto contido em $\mathbf{x}$ é um ponto de inflexão de uma determinada curva. A equação (3.15) mostra esta formulação que é definida como condição de otimalidade.

$$\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{L} = 0 \quad (3.15)$$

A equação (3.15) é um vetor coluna de dimensão equivalente ao número de variáveis de estado $\mathbf{x}$ do problema.

Para solucioná-la, é necessário um processo que atualize as variáveis de estado a cada iteração até se atingir $\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{L} = 0$ para todo ponto contido em $\mathbf{x}$. Carpentier (1962) usou o método de Gauss-Siedel para a obtenção da solução deste sistema.

Após o surgimento do seu trabalho, várias técnicas de otimização passaram a ser estudadas com o objetivo de resolver o problema de FPO. Dentre elas, destacam-se:

- Método do Gradiente Reduzido, por Dommel e Tinney (1968);
- Método de Injeções Diferenciais, por Carpentier (1973);
- Método de Newton, por Sun *et al.* (1984);

- Método de Programação Linear Sucessiva, por Alsaç *et al.* (1990);
- Método dos Pontos Interiores Primal-Dual Barreira Logarítmica, por Granville (1994) e por Wu *et al.* (1994);
- Método de Programação Quadrática Sequencial, por Nedjdawi *et al.* (2000).

Neste trabalho, o Método de Newton é adotado para a resolução de um problema de PNL similar a um FPO como processo iterativo de atualização das variáveis. O critério de parada, aquele que determina o fim do processo feito pelo Método de Newton, é determinado pelas condições de otimalidade do problema. As restrições de igualdade e as de desigualdade são tratadas pela função Lagrangiana (L) e por parâmetros de penalidade w , respectivamente.

Para entender alguns fundamentos da teoria de otimização não linear aplicada ao problema, na Seção 3.4.1 são detalhadas definições a respeito de multiplicadores de Lagrange e condições de otimalidade (Teorema de Karush-Kuhn-Tucker ou de KKT). Em seguida, na Seção 3.4.2, apresenta-se o problema Dual-Lagrangiano, e, em 3.4.3, o método da função penalidade. Este embasamento teórico é necessário para, por fim, apresentar na Seção 3.5 o Método da Lagrangiana Aumentada que foi adotado para resolver os problemas de PNL.

3.4.1 Multiplicadores de Lagrange e Condições de Otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker (KKT)

Os conceitos de multiplicadores de Lagrange e condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker são muito importantes e úteis para problemas restritos de PNL. O método dos multiplicadores de Lagrange converte um problema de PNL com restrições de igualdade em um problema irrestrito pelo desenvolvimento de uma função objetivo aumentada (JAIN; SINGH, 2003). Para um problema restrito de minimizar uma função objetivo $f(\mathbf{x})$ sujeito somente a restrições de igualdade $\mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0$, tem-se uma função Lagrangiana $L(\mathbf{x}, \lambda)$ dada como:

$$L(\mathbf{x}, \lambda) = f(\mathbf{x}) + \lambda^T \cdot \mathbf{h}(\mathbf{x}) \quad (3.16)$$

sendo λ um vetor de multiplicadores de Lagrange $\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_{NRI} \end{pmatrix}$. Os multiplicadores de

Lagrange são também comumente conhecidos como **variáveis duais** ou **custos marginais**. Este último nome se deve ao fato de qualquer j -ésimo multiplicador de Lagrange representar uma mudança marginal no valor da função objetivo na vizinhança da solução ótima com relação a uma variação no lado direito de uma j -ésima restrição. Eles indicam o quanto o valor da função objetivo irá variar para uma pequena mudança no lado direito de uma das restrições.

Se um problema tiver NV variáveis e NRI restrições de igualdade, a função objetivo aumentada terá $(NV + NRI)$ variáveis. Estas variáveis podem ser obtidas pelo ajuste de derivadas parciais de $L(x, \lambda)$ em relação a x iguais a zero, como pode ser visto na equação (3.17), sendo a equação (3.18) respeitada.

$$\nabla_x L(x, \lambda) = \frac{\partial f}{\partial x_i} + \sum_{j=1}^{NRI} \lambda_j^T \cdot \frac{\partial h_j}{\partial x_i} = 0 \quad \therefore i = 1, \dots, NV; \quad (3.17)$$

$$\lambda_j \cdot h_j = 0 \quad \therefore j = 1, \dots, NRI; \quad (3.18)$$

Uma condição necessária para um ótimo local é que a primeira derivada da função seja nula. Para funções côncavas ou convexas ela também é suficiente. Estas condições necessitam de uma extensão quando existem restrições de desigualdade. Para um problema restrito de minimizar uma função objetivo $f(x)$ sujeito a restrições de desigualdade $g(x) \leq 0$ que seja diferenciável e $x \geq 0$, de acordo com as condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker, uma solução ótima x^* para este problema existirá somente se existir $\lambda^T = [\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_{NRD}]$, tais que observem as seguintes condições de (3.19):

$$1. \text{ Se } x_j^* > 0, \text{ então } \frac{\partial f}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^{NRD} \lambda_i^T \cdot \frac{\partial g_i}{\partial x_j} \Big|_{x_j^*} = 0 \quad \therefore j = 1, \dots, NRI; \quad (3.19a)$$

$$2. \text{ Se } x_j^* = 0, \text{ então } \frac{\partial f}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^{NRD} \lambda_i^T \cdot \frac{\partial g_i}{\partial x_j} \Big|_{x_j^*} \geq 0 \quad \therefore j = 1, \dots, NRI; \quad (3.19b)$$

$$3. \text{ Se } \lambda_i > 0, \text{ então } g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_{NV}^*) = 0 \quad \therefore i = 1, \dots, NRD; \quad (3.19c)$$

$$4. \text{ Se } \lambda_i = 0, \text{ então } g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_{NV}^*) \leq 0 \quad \therefore i = 1, \dots, NRD; \quad (3.19d)$$

$$5. \quad \mathbf{x}_j^* \geq 0 \quad \therefore j = 1, \dots, NRI; \quad (3.19e)$$

$$6. \quad \lambda_i \geq 0 \quad \therefore i = 1, \dots, NRD; \quad (3.19f)$$

A condição dada em (3.19a) é necessária para que o valor de $\mathbf{x}_j^*$ seja ótimo desde que este não esteja no limite. A condição em (3.19b) é uma condição de complementaridade, quando o ótimo pode estar no seu limitante. A condição (3.19c) sugere que as restrições de desigualdade introduzidas na função Lagrangiana estão vinculadas aos multiplicadores de Lagrange. A condição (3.19d) mostra aquelas que não estão vinculadas. As condições (3.19e) e (3.19f) representam a não negatividade das variáveis de decisão e dos multiplicadores de Lagrange.

Os problemas mais elaborados e realistas do ponto de vista de aplicação em sistemas elétricos de potência agrupam tanto restrições de igualdade como de desigualdade. Desta forma, uma compilação do Teorema de KKT para um caso mais genérico é apresentada a seguir.

Seja o problema de minimização de uma função objetivo $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, sujeita às funções de restrição $g_i: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ e $h_j: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, conforme o sistema (3.20).

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } f(\mathbf{x}) \\ \text{s. a } & \begin{cases} g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \quad \therefore i = 1, \dots, NRD \\ h_j(\mathbf{x}) = 0 \quad \therefore j = 1, \dots, NRI \\ \mathbf{x} \in X \end{cases} \end{aligned} \quad (3.20)$$

Supondo que f, g e $h \in C^1$, ou seja, são continuamente diferenciáveis em um ponto $\mathbf{x}^*$. As condições necessárias de KKT de 1º ordem para que $\mathbf{x}^*$ seja um mínimo local do problema sob a qualificação das restrições, é que existam constantes $\lambda^{*T} = [\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_{NRI}]$ associadas às restrições de igualdade e $\mu^{*T} = [\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots, \mu_{NRD}]$ às de desigualdade, tais que:

$$a) \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}^*) \leq 0 \text{ e } \mathbf{h}(\mathbf{x}^*) = 0 \quad (\text{factibilidade primal})$$

$$b) \quad \mu^* \geq 0 \quad (\text{factibilidade dual})$$

$$c) \quad \lambda^* \geq 0 \quad (\text{irrestrito})$$

$$d) \quad \mu^{*T} \cdot \mathbf{g}(\mathbf{x}^*) = 0 \quad (\text{folga complementar})$$

$$e) \quad \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{L}(\mathbf{x}^*, \lambda^{*T}, \mu^{*T}) = \frac{\partial f}{\partial x_k^*} + \sum_{j=1}^{NRI} \lambda_j^{*T} \cdot \frac{\partial h_j}{\partial x_k^*} + \sum_{i=1}^{NRD} \mu_i^{*T} \cdot \frac{\partial g_i}{\partial x_k^*} = 0 \quad \therefore k = 1, \dots, NV;$$

As condições “a)” e “b)” devem ser atendidas para garantir a factibilidade do problema, ou seja, uma solução que respeite todas as restrições. A condição “c)” refere-se à possibilidade de λ^* assumir tanto valores positivos como negativos, então uma pequena variação em uma restrição $\mathbf{h}_j(\mathbf{x}^*)$ pode tanto diminuir o valor da função objetivo (se λ_j^* for positivo), como aumentá-lo (se λ_j^* for negativo). A condição “d)” é uma condição de complementaridade ou folga complementar; por meio da qual é possível determinar quais restrições $\mathbf{g}(\mathbf{x}^*)$ estão ativas e quais estão inativas. Uma restrição $\mathbf{g}_i(\mathbf{x}^*)$ ativa significa que se $\mathbf{x}^*$ é uma solução factível, então $\mathbf{g}_i(\mathbf{x}^*) = 0$. Caso $\mathbf{g}_i(\mathbf{x}^*) < 0$, então $\mathbf{g}_i(\mathbf{x}^*)$ é uma restrição inativa. A condição “e)” refere-se à derivada parcial de $\mathbf{L}(\mathbf{x}^*, \lambda^{*T}, \mu^{*T})$ em relação a $\mathbf{x}^*$.

As condições necessárias de 1ª. ordem são assim chamadas devido às propriedades dos gradientes (vetores de primeira derivada) da função objetivo e das funções de restrições. Em alguns casos, as condições necessárias são também suficientes para otimalidade, mas, em geral, esta afirmação não é válida. A informação adicional necessária para garantir a otimalidade é apresentada como Condição Suficiente de KKT de 2ª. ordem, nome relacionado à utilização de segunda derivada. Esta condição pode ser formulada como:

f) Se $\nabla_{xx}^2 L(\mathbf{x}^*, \lambda^*, \mu^*) > 0 \Rightarrow \mathbf{x}^*$ é mínimo local do problema, sendo:

$$\nabla_{xx}^2 L(\mathbf{x}^*, \lambda^*, \mu^*) = \nabla^2 \mathbf{f}(\mathbf{x}^*) + \lambda^{*T} \cdot \nabla^2 \mathbf{h}(\mathbf{x}^*) + \mu^{*T} \cdot \nabla^2 \mathbf{g}(\mathbf{x}^*)$$

Se $\mathbf{f}, \mathbf{g}$ e $\mathbf{h}$ são convexas, então $\mathbf{x}^*$ é mínimo global do problema.

3.4.2 O Problema Lagrangiano

O problema Lagrangiano, proposto por Joseph-Louis Lagrange em 1760, refere-se a um método para resolução de problemas de PNL com restrições de igualdade. Nesta técnica um problema restrito pode ser transformado em um irrestrito por meio de uma função objetivo aumentada. A nova função objetivo, chamada de função Lagrangiana ($\mathbf{L}(\mathbf{x}, \lambda)$), incorpora tanto o valor da função objetivo do problema original ($\mathbf{f}(\mathbf{x})$), como das restrições de igualdade ($\mathbf{h}(\mathbf{x})$), e, quando solucionada, apresenta a mesma solução ótima do problema

original. A equação (3.21), equivalente ao que já foi apresentado em (3.16), é exibida novamente a fim de facilitar o prosseguimento da leitura e ilustrar a Função Lagrangiana dada por:

$$L(\mathbf{x}, \lambda) = f(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^{NRI} \lambda_j \cdot \mathbf{h}_j(\mathbf{x}) \quad (3.21)$$

Tratando-se somente de problemas convexos, a equação (3.21) pode ser estendida pelo método dual-Lagrangiano, como mostrado a seguir:

$$L(\mathbf{x}, \lambda, \mu) = f(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^{NRI} \lambda_j \cdot \mathbf{h}_j(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^{NRD} \mu_i \cdot \mathbf{g}_i(\mathbf{x}) \quad (3.22)$$

Caso o problema não seja convexo, a equação (3.22) pode não valer porque existe a possibilidade de o valor ótimo encontrado pelo método de Lagrange não coincidir com o valor ótimo do problema original.

3.4.2.1 O problema Dual-Lagrangiano

Da teoria de otimização, dado um problema não linear como em (3.20), define-se o mesmo como Problema Primal (PP); logo, existe outro problema de PNL diretamente associado, chamado de Problema Dual-Lagrangiano (PD). Conforme certas considerações de convexidade, PP e PD apresentam mesma solução ótima na função objetivo. Deste modo, é possível resolver o PP indiretamente por meio do seu respectivo PD. A formulação do PD, referida ao seu respectivo PP, pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} &\text{Maximizar } \boldsymbol{\theta}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) \\ &s. a \ \{\mathbf{u} \geq 0 \end{aligned} \quad (3.23)$$

sendo: $\boldsymbol{\theta}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \min\{f(\mathbf{x}) + \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{g}(\mathbf{x}) + \mathbf{v}^T \cdot \mathbf{h}(\mathbf{x}): \mathbf{x} \in X\}$.

As características de formulação e resolução do PD não são o foco deste trabalho, logo, maiores detalhes a respeito podem ser encontrados em Bazaraa, Sherali e Shetty (2006). É importante mencionar neste trabalho a existência de um problema dual para justificar a utilização das variáveis duais (multiplicadores de Lagrange) e permitir o entendimento do conceito de *gap* de dualidade.

3.4.2.2 Interpretação Geométrica do problema Lagrangiano

Assumindo que existe um problema primal com função objetivo de minimizar $f(x)$ sujeito a $x \in X$ e há apenas uma restrição de desigualdade $g(x) \leq 0$, determina-se no plano (y, z) um conjunto denominado G correspondente a $\{(y, z): y = g(x), z = f(x) \text{ para } x \in X\}$. G é a imagem de X no gráfico de (g, f) . O problema primal é determinar um ponto em G com $y \leq 0$ tal que tenha a menor ordenada possível. É fácil visualizar na Figura 3.1 que o ponto $(\bar{y}, \bar{z})$ é a solução.

Figura 3.1 – Interpretação Geométrica da Dualidade Lagrangiana.

Fonte: BAZARAA; SHERALI; SHETTY, 2006. Adaptado.

Para solucionar o problema pelo seu dual-Lagrangiano, supõe-se que exista $u \geq 0$, de modo que para determinar $\theta(u)$, é preciso minimizar $f(x) + u \cdot g(x)$ para todo $x \in X$. Considerando que $y = g(x)$ e $z = f(x)$ para todo $x \in X$, o problema passa a ser a minimização de $z + u \cdot y$. O problema dual é o equivalente a encontrar a declividade que intercepta o apoio do hiperplano tal que intercepte o eixo-z no seu máximo. Além disto, o ótimo do PP é igual ao do PD neste caso.

O objetivo de apresentar a interpretação geométrica do PD é basicamente para evidenciar que os problemas não podem ser solucionados utilizando o seu respectivo dual, embora os multiplicadores de Lagrange do dual sejam necessários na interpretação dos resultados do primal.

Existe um corolário dentre os teoremas de dualidade afirmando que o valor ótimo de um PP deve ser maior ou igual ao valor ótimo de um PD (BAZARAA; SHERALI; SHETTY, 2006). É de se esperar que esses valores ótimos sejam sempre iguais, e isto de fato ocorre para funções convexas. Todavia, se o ótimo de PP for maior que o ótimo de PD, caso que pode ocorrer apenas quando se trata de problemas de PNL com funções não convexas, então é dito que existe um *gap* de dualidade. A Figura 3.2 ilustra o caso de um *gap* de dualidade para um problema com uma única restrição de desigualdade.

Figura 3.2 – Interpretação geométrica do *gap* de dualidade.

Fonte: BAZARAA; SHERALI; SHETTY, 2006. Adaptado.

O *gap* de dualidade significa que os métodos Lagrangianos podem falhar para as restrições de desigualdade em problemas não convexas, pois a convergência pode ser atingida em um ponto diferente do ótimo do problema original. Nos casos de problemas de PNL não convexas, portanto, necessita-se de uma estratégia mais robusta para tratar as restrições de desigualdade, por isso o método da função penalidade surge como uma alternativa muito interessante para o tratamento destas restrições.

3.4.3 Método da Função Penalidade Quadrática

Métodos baseados em função penalidade são utilizados para conversão de problemas restritos em um único ou em uma sequência de problemas irrestritos. A motivação do seu uso é o desejo de se utilizarem técnicas de otimização irrestrita para resolução de problemas com restrições.

O método de penalidade consiste em incorporar na função objetivo parâmetros de penalidade w para a condição de infactibilidade na solução, logo isto força a alcançar uma solução factível para o problema e o seu subsequente ótimo. A formulação do método pode ser apresentada como:

$$\min F(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + w \cdot P(\mathbf{x}) \quad (3.24)$$

sendo:

$f(\mathbf{x})$: é a função objetivo do problema restrito;

w : é um escalar que denota parâmetro de penalidade;

$P(\mathbf{x})$: é uma função que impõe penalidade para a infactibilidade ($P(\mathbf{x})$ é controlado por w);

$F(\mathbf{x})$: é a nova função objetivo transformada.

Para cada restrição violada, na função objetivo há o incremento de um termo que a penalize. Caso o problema seja de maximizar, o termo adicionado subtrai $f(\mathbf{x})$; caso de minimizar, o termo adicionado soma $f(\mathbf{x})$.

Dentre os métodos de penalidade, vale ressaltar que além do método de função penalidade quadrática, existem também o método da penalidade exata não suave e o método da Lagrangiana aumentada (NOCEDAL; WRIGHT, 2006). Neste primeiro momento é abordado apenas sobre os fundamentos básicos da penalidade quadrática, para posteriormente auxiliar na abordagem da Lagrangiana aumentada, que faz parte da metodologia deste trabalho.

No caso em que se deve minimizar uma função objetivo $f(\mathbf{x})$ sujeito a restrições de igualdade $\mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0$, por exemplo, tem-se a nova função objetivo $F(\mathbf{x})$ dada por:

$$\min \mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \frac{1}{2} \cdot w \cdot \mathbf{h}^2(\mathbf{x}) \quad (3.25)$$

É intuitivo notar que a solução ótima tem que ter $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ muito próximo de zero, caso contrário uma grande penalidade $w \cdot \mathbf{h}^2(\mathbf{x})$ será adicionada.

No caso em que se deve minimizar uma função objetivo $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ sujeito a restrições de desigualdade $\mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0$, por exemplo, tem-se a nova função objetivo $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ como apresentado a seguir:

$$\min \mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \frac{1}{2} \cdot w \cdot [\max\{0, \mathbf{g}(\mathbf{x})\}]^2 \quad (3.26)$$

Com esta formulação é possível verificar que:

- Se $\mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0$ (factível), então $\max\{0, \mathbf{g}(\mathbf{x})\} = 0$. Isto significa que nenhuma penalidade é adicionada;
- Se $\mathbf{g}(\mathbf{x}) > 0$ (infactível), então $\max\{0, \mathbf{g}(\mathbf{x})\} > 0$. Isto significa que a função é penalizada por $\frac{1}{2} \cdot w \cdot [\max\{0, \mathbf{g}(\mathbf{x})\}]^2$.

Assim, genericamente, o problema (3.24) assume os valores de $\mathbf{P}(\mathbf{x})$ conforme o conjunto de equações apresentadas a seguir:

$$\mathbf{P}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{1}{2} [\mathbf{h}(\mathbf{x})]^2 & \therefore \text{ para restrições de igualdade} \\ \frac{1}{2} [\max\{0, \mathbf{g}(\mathbf{x})\}]^2 & \therefore \text{ para restrições de desigualdade} \end{cases} \quad (3.27)$$

Os parâmetros de penalidade são atualizados a cada iteração por um parâmetro $\beta > 1$ e constante, isto é:

$$w^{k+1} = \beta \cdot w^k \quad (3.28)$$

Para permitir o melhor entendimento do método da função penalidade, é feita uma interpretação geométrica na Seção 3.4.3.1.

3.4.3.1 Interpretação Geométrica da Função Penalidade w

A interpretação geométrica é apresentada por meio de um problema de PNL (BAZARAA; SHERALLI; SHETTY, 2006), ilustrando como se comporta geometricamente a função penalidade.

Seja um problema da seguinte forma:

$$\begin{aligned} v(\varepsilon) &\equiv \min x_1^2 + x_2^2 \\ \text{s. a. } x_1 + x_2 - 1 &= \varepsilon. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Supondo que a restrição $\mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0$ foi perturbada até que $\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \varepsilon$, tem-se $x_1 + x_2 - 1 = \varepsilon$. Fazendo as devidas operações matemáticas, observa-se que $x_2 = 1 + \varepsilon - x_1$ e, substituindo na função objetivo e derivando-a, encontra-se que a solução ótima do PP é $x_1 = x_2 = (1 + \varepsilon)/2$, e a função objetivo é a parábola $v(\varepsilon) = (1 + \varepsilon)^2/2$ da Figura 3.3. Resolvendo pelo método de penalidade, o problema passa a ser minimizar $f + wh^2(x)$. As duas parábolas pontilhadas com concavidade para baixo representam esta nova função objetivo em dois casos. No primeiro caso, para $\mathbf{h}(\mathbf{x}) \neq 0$ e $f + wh^2(x)$, nota-se que a parábola pontilhada tangencia a parábola $v(\varepsilon)$ e intercepta o eixo- f em um valor menor que a solução ótima do problema primal. No segundo caso, para $\mathbf{h}(\mathbf{x}) \neq 0$, $f + w'h^2(x)$ e $w' > w$, nota-se que a nova parábola pontilhada tangencia a parábola $v(\varepsilon)$ e ainda intercepta o eixo- f em um valor menor que a solução ótima do problema primal, mas maior que o do primeiro caso. Logo, é possível afirmar que à medida que w cresce, a parábola pontilhada tende a se posicionar cada vez mais perto da solução do problema primal, até atingi-la no caso de $\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \varepsilon$.

Figura 3.3 – Interpretação geométrica da função penalidade no plano (h, f) .

Fonte: BAZARAA; SHERALI; SHETTY, 2006. Adaptado.

No caso de problemas não convexos, como o mostrado na Figura 3.4, a aproximação pelo método dual-Lagrangiano falha por causa da presença do *gap* de dualidade. Já no caso de utilizar funções penalidade, a resposta obtida é arbitrariamente próxima da solução ótima do problema original porque ela usa uma aproximação não linear, o que se opõe à aproximação linear do método dual-Lagrangiano.

Figura 3.4 – Função Penalidade em problemas não convexos.

Fonte: BAZARAA; SHERALI; SHETTY, 2006. Adaptado.

É possível notar que a solução pelo método de penalidade encontra uma solução próxima do ótimo do problema original, mas com um parâmetro penalidade w suficientemente grande. A solução do método de penalidade, assim, tende a se tornar equivalente à do problema original.

3.4.4 Método de Newton

O método de Newton é baseado em análise numérica e consiste em determinar as raízes de qualquer função f diferenciável. A filosofia de resolução do método é utilizar um processo iterativo baseado em aproximação de série de Taylor de 1º ordem da função f em que, igualando-a a zero, obtém-se a fórmula para calcular a nova solução x_{k+1} . A cada iteração, a nova solução x_{k+1} estará cada vez mais próxima da raiz do problema. O problema é finalizado quando a função no ponto encontrado tiver erro absoluto inferior a uma dada tolerância.

Algumas características a respeito da escolha do Método de Newton como método de solução do problema, destacam-se (COSTA, 1998):

- ✓ todas as variáveis são ajustadas simultaneamente (variáveis de estado e de controle);
- ✓ as equações do fluxo de carga são resolvidas com o ajuste das variáveis do problema;
- ✓ a cada iteração do método de Newton a aproximação quadrática da função Lagrangiana é minimizada;
- ✓ a penalização das violações e a redução da função objetivo são realizadas simultaneamente durante o processo de convergência.

No contexto da otimização, esta é uma técnica muito utilizada para resolver problemas de otimização irrestrita, daí a importância dos multiplicadores de Lagrange e do método da função penalidade. A Seção 3.5 aborda o problema completo usando o Método de Newton, o Método da Função Penalidade para as restrições de desigualdade e o Método Dual-Lagrangiano para as restrições de igualdade.

3.5 Método da Lagrangiana Aumentada

O Método da Lagrangiana Aumentada aplicado para o problema de PNL do sistema de equações (3.1) tem a formulação da função Lagrangiana apresentada como:

$$L(\mathbf{x}, \lambda, \mu) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^{NRI} \lambda_i \cdot \mathbf{h}_i(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^{NRD} \mathbf{p}_j(\mathbf{x}) \quad (3.30)$$

Considerando que o termo de penalidade $\mathbf{P}(\mathbf{x})$ é usado somente para a restrição de desigualdade, tem-se:

$$\mathbf{p}_j(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot w_j \cdot \mathbf{g}_j^2(\mathbf{x}), & \text{se } \mathbf{g}_j(\mathbf{x}) > 0 \text{ (inactivo)} \\ 0 & , \text{ se } \mathbf{g}_j(\mathbf{x}) \leq 0 \text{ (activo)} \end{cases} \quad (3.31)$$

A filosofia do método é encontrar os valores das variáveis $\mathbf{x}$ e dos multiplicadores de Lagrange λ de modo que o gradiente da função Lagrangiana seja nulo em relação a esses dois vetores, para assim serem satisfeitas as condições de otimalidade apresentadas na Seção 3.4.1. A equação (3.32) ilustra o caso.

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{x}} L &= 0 \\ \nabla_{\lambda} L &= 0 \end{aligned} \quad (3.32)$$

sendo:

$\nabla_{\mathbf{x}} L$: é o gradiente da função Lagrangiana em relação ao vetor de variáveis $\mathbf{x}$;

$\nabla_{\lambda} L$: é o gradiente da função Lagrangiana em relação ao vetor de multiplicadores de Lagrange λ ;

Fazendo as devidas operações matemáticas na equação (3.32), tem-se:

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{x}} L &= \nabla_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}) + \lambda^T \cdot \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{p}(\mathbf{x}) = 0 \\ \nabla_{\lambda} L &= \mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0 \end{aligned} \quad (3.33)$$

Por se tratar de um método iterativo, é necessário encontrar as variações $\Delta \mathbf{x}$ e $\Delta \lambda$ em cada iteração para seguir atualizando as variáveis até atingir a convergência do processo. Para tal tarefa, recorre-se à aproximação por série de Taylor até a 1ª ordem na equação (3.32), e obtém-se a seguinte formulação:

$$\begin{aligned}\nabla_x \mathbf{L}(\mathbf{x}_k, \lambda_k) + \nabla_{xx}^2 \mathbf{L}(\mathbf{x}_k, \lambda_k) \cdot \Delta x + \nabla_{x\lambda}^2 \mathbf{L}(\mathbf{x}_k, \lambda_k) \cdot \Delta \lambda &= 0 \\ \nabla_\lambda \mathbf{L}(\mathbf{x}_k, \lambda_k) + \nabla_{\lambda x}^2 \mathbf{L}(\mathbf{x}_k, \lambda_k) \cdot \Delta x + \nabla_{\lambda\lambda}^2 \mathbf{L}(\mathbf{x}_k, \lambda_k) \cdot \Delta \lambda &= 0\end{aligned}\quad (3.34)$$

sendo os vetores de direção de busca Δx e $\Delta \lambda$ definidos como:

$$\begin{aligned}x_{k+1} - x_k &= \Delta x \\ \lambda_{k+1} - \lambda_k &= \Delta \lambda\end{aligned}\quad (3.35)$$

Matricialmente, a equação (3.34) pode ser formulada conforme apresentado a seguir:

$$\begin{bmatrix} \nabla_{xx}^2 \mathbf{L}(\mathbf{x}_k, \lambda_k) & \nabla_{x\lambda}^2 \mathbf{L}(\mathbf{x}_k, \lambda_k) \\ \nabla_{\lambda x}^2 \mathbf{L}(\mathbf{x}_k, \lambda_k) & \nabla_{\lambda\lambda}^2 \mathbf{L}(\mathbf{x}_k, \lambda_k) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x \mathbf{L}(\mathbf{x}_k, \lambda_k) \\ \nabla_\lambda \mathbf{L}(\mathbf{x}_k, \lambda_k) \end{bmatrix}\quad (3.36)$$

Da equação (3.36), realizando os cálculos das derivadas parciais, tem-se:

$$\begin{aligned}& \begin{bmatrix} \nabla_{xx}^2 \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \lambda^T \cdot \nabla_{xx}^2 \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \nabla_{xx}^2 \mathbf{p}(\mathbf{x}) & \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x}_k)^T \\ \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} \\ &= - \begin{bmatrix} \nabla_x \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \lambda^T \cdot \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \nabla_x \mathbf{p}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (3.37)$$

A equação (3.37) também pode ser reescrita como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{J}^T \\ \mathbf{J} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x \mathbf{L}(\mathbf{x}_k, \lambda_k) \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) \end{bmatrix}\quad (3.38)$$

sendo:

$\mathbf{H} = \frac{\partial^2 L}{\partial x^2}$: a matriz Hessiana ou a matriz das derivadas de segunda ordem da função Lagrangiana $\mathbf{L}$ em relação às variáveis x ;

$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial x}$: a matriz Jacobiana ou a matriz das derivadas de primeira ordem das restrições de igualdade $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ em relação às variáveis x ; e

$\begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{J}^T \\ \mathbf{J} & 0 \end{bmatrix}$: a matriz Hessiana da Lagrangiana.

O algoritmo do Método da Lagrangiana Aumentada pode ser expresso da seguinte forma:

1. Na iteração $k = 0$, estimar solução inicial dos x^k , λ^k e w^k e estabelecer um valor de tolerância $\varepsilon = 10^{-3}$, por exemplo.
2. Verificação das condições de otimalidade de KKT.

Se

$$\begin{aligned} |\nabla_x L(x_k, \lambda_k)| &< \varepsilon \\ |\nabla_\lambda L(x_k, \lambda_k)| &< \varepsilon \\ g(x^*) &\leq 0 \text{ e } h(x^*) = 0 \quad (\text{factibilidade primal}) \\ \lambda &\geq 0 \quad (\text{irrestrito}) \end{aligned}$$

Fim do processo iterativo. Caso contrário, seguir para o passo 3.

3. Resolver

$$\begin{bmatrix} H^k & J^{T^k} \\ J^k & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x L(x_k, \lambda_k) \\ h(x_k) \end{bmatrix}$$

Atualizar as variáveis de estado e os multiplicadores de Lagrange conforme equação (3.35).

$$\begin{aligned} x_{k+1} - x_k &= \Delta x \\ \lambda_{k+1} - \lambda_k &= \Delta \lambda \end{aligned}$$

4. Atualizar as penalidades segundo a equação (3.28).

$$w^{k+1} = \beta \cdot w^k$$

5. Atualizar a iteração $k = k + 1$ e retornar para o passo 2.

É importante afirmar que a solução ótima encontrada pela metodologia, embora garanta que o ponto estacionário seja um mínimo, não garante que o ponto seja o mínimo global. Isto se deve ao fato de que as condições de otimalidade analisadas são apenas as condições necessárias de 1ª. ordem de KKT e, além disto, a convexidade do problema não está garantida (COSTA, 1998).

3.5.1 Mal Condicionamento da Matriz Lagrangiana

Uma matriz é mal condicionada quando existem elementos com valor muito grande ou muito pequeno na diagonal principal em relação aos demais. Para ilustrar a influência de um valor muito grande, Costa (1998) apresentou o seguinte exemplo:

$$[A] \cdot [\Delta x] = [x]$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 10000 & 5 & 4 \\ 3 & 5 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 3 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \Delta x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,5 \\ 1,3 \\ 2,3 \\ 1,9 \end{bmatrix}$$

$$[\Delta x] = [A]^{-1} \cdot [x]$$

$$\begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \Delta x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,15006 & 0,51E-4 & 0,14994 & -0,19962 \\ 0,51E-4 & 0,00101 & 2,51E-4 & -0,00151 \\ 0,14994 & 2,51E-4 & -0,34994 & 0,29962 \\ -0,19962 & -0,00151 & 0,29962 & 0,10226 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2,5 \\ 1,3 \\ 2,3 \\ 1,9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \Delta x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,34004 \\ -1,6E-4 \\ 0,13995 \\ 0,38024 \end{bmatrix}$$

É possível observar que o elemento Δx_2 é igual a $-1,6E-4$. Isto significa que este elemento é muito pequeno em relação aos demais do vetor Δx_2 . Este é o efeito do mal condicionamento de matrizes, em que um ou mais elementos praticamente não são atualizados a cada iteração, o que dificulta que o processo atinja a convergência devido à variável relacionada à diagonal principal mal condicionada ficar praticamente fora do processo de melhoria do seu valor.

No método de Newton tradicional, em problemas de fluxo de carga, por exemplo, este mal condicionamento pode ocorrer, principalmente em sistemas de distribuição, devido à elevada relação de R/X. O método da função penalidade, por si só, também tende a inserir mal condicionamento na matriz na medida em que o parâmetro w cresce a cada iteração de acordo com o fator de multiplicação β , e este crescimento influencia na diagonal principal. O método dos multiplicadores de Lagrange pode inserir mal condicionamento também por inserir zeros na diagonal principal.

Já no problema que utiliza Lagrangiana Aumentada, o mal condicionamento da matriz não é frequente, por razões como:

- a matriz equivalente à matriz $\mathbf{A}$ do exemplo não é somente uma jacobiana, como no método de Newton tradicional, mas sim uma matriz Hessiana da Lagrangiana, e isto lhe garante um melhor condicionamento numérico (SOUSA, 2006);
- a Lagrangiana Aumentada usa tanto os multiplicadores de Lagrange como os parâmetros penalidade para tratar as restrições:
 - caso fosse só penalidade, a matriz poderia ser mal condicionada pelos elevados valores na diagonal principal;
 - caso fossem só multiplicadores de Lagrange, a matriz poderia ser mal condicionada pelos valores nulos na diagonal principal, embora tenham alternativas de solução sem provocar este mal condicionamento numérico.

A escolha da solução inicial é um fator importante que contribui para que o método atinja ou não a convergência, por isto, de preferência, ela deve ser um valor próximo do que se espera como solução ótima.

3.6 Considerações Finais

Neste capítulo foi apresentada a técnica de otimização não linear adotada nesta pesquisa para solucionar o problema, ou seja, encontrar os valores das variáveis de estado x e dos multiplicadores de Lagrange λ . No capítulo posterior é realizado um estudo para determinar as barras nas quais devem ser alocados capacitores fixos e os seus respectivos dimensionamentos.

Vale ressaltar também que, como neste trabalho a função penalidade é que está sendo utilizada para tratar restrições de desigualdade, maior flexibilidade se tem para a escolha de uma solução inicial, pois esta pode ser tanto um valor factível como um infactível, contanto que seja um valor próximo da solução ótima para se obter uma melhor convergência do processo.

Capítulo 4

DETERMINAÇÃO DO NÚMERO, LOCALIZAÇÃO E DIMENSIONAMENTO DE BANCOS DE CAPACITORES

4.1 Considerações iniciais

O uso de ferramentas computacionais para simulação de redes elétricas é cada vez mais frequente nas concessionárias de distribuição de energia. Aplicações de monitoramento e supervisão como simulação de contingências, análise de estabilidade, cálculo de fluxo de potência, dentre outros, são utilizados como auxílio no planejamento e operação dos SEP de forma a atender às normas de segurança e operacionais que regulamentam o setor. Perdas técnicas, por exemplo, com o auxílio de tais ferramentas, podem ser calculadas rapidamente para qualquer cenário de operação, permitindo, assim, a tomada de medidas de controle de caráter preventivo, corretivo ou preditivo que otimizem o funcionamento de uma rede de distribuição de energia.

Na prática de alocação de capacitores em alimentadores primários de distribuição, soluções também podem ser encontradas por meio da criação e comparação de diversos cenários de operação da rede, produzindo resultados não necessariamente ótimos, mas satisfatórios. Alguns *softwares* comerciais já possuem funções avançadas de otimização para dar suporte a esta tarefa. Todavia, em muitos casos, a solução final ainda é encontrada de acordo com a experiência do engenheiro (LAFLAMME e SIMARD, 2004). Isto ocorre porque ainda não existe um procedimento comum que esteja difundido e consolidado nas práticas operacionais das concessionárias de distribuição de energia que venha atender a esta

questão. Neste cenário, uma nova abordagem para solucionar o problema é desenvolvida com o intuito de permitir sua aplicação a problemas práticos.

Neste capítulo uma formulação mais específica para o problema estudado é apresentada, detalhando-se também o algoritmo proposto para a alocação de reativos nas redes de distribuição. Na Seção 4.3 discute-se sobre a implementação computacional do método e, na Seção 4.4, tem-se um exemplo de um sistema radial de 10 barras sem laterais sendo solucionado em detalhes.

4.2 Formulação e algoritmo proposto

A estratégia de alocação de bancos de capacitores utilizada na proposta baseia-se na resolução de um fluxo de carga por meio da formulação de um problema de otimização não linear. Os multiplicadores de Lagrange e as variáveis de estado são calculados em um problema em que o número de equações é igual ao número de incógnitas. A Seção 4.2.1 apresenta detalhes do método. As Seções 4.2.2 e 4.2.3 esclarecem como são determinados os números, localização e dimensionamento dos BCs.

4.2.1 Formulação específica do problema

O problema de fluxo de carga pode ser escrito segundo um problema de otimização não linear da forma:

$$\begin{aligned}
 \min f(x) &= \sum_{i=1}^{NL} g_{km} (V_k^2 + V_m^2 - 2V_k V_m \cos \theta_{km}) \\
 s. a. \quad &\begin{cases} \Delta P_k(V, \theta) = P_k^{esp} - V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \sin \theta_{km}) = 0 \\ \Delta Q_k(V, \theta) = Q_k^{esp} + V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (b_{km} \cos \theta_{km} - g_{km} \sin \theta_{km}) = 0 \end{cases} \quad (4.1) \\
 &k = 1, \dots, NB
 \end{aligned}$$

Resolvendo o problema de PNL pelo Método de Newton, tem-se que na iteração $i = 0$ os valores iniciais para V^i , θ^i , λ^i e um valor de tolerância ε devem ser estimados. A Função

Lagrangiana $L(V, \theta, \lambda,)$ é formulada, portanto, de acordo com a equação (4.2), para tornar o problema restrito em um problema irrestrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 L(V, \theta, \lambda) = & \sum_{i=1}^{NL} g_{km} (V_k^2 + V_m^2 - 2V_k V_m \cos \theta_{km}) \\
 & + \sum_{k=2}^{NB} \lambda_{P_k} \cdot \Delta P_k(V, \theta) + \\
 & + \sum_{k=2}^{NB} \lambda_{Q_k} \cdot \Delta Q_k(V, \theta)
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Para atualizar o vetor de variáveis de estado e os multiplicadores de Lagrange, é necessário satisfazer as derivadas parciais de $L(V, \theta, \lambda)$ em relação à V , θ e λ iguais a zero. A Seção 3.4.1 oferece o suporte teórico para esta afirmação. Deste modo, tem-se:

$$|\nabla_V L(V, \theta, \lambda, w)| \leq \varepsilon \tag{4.3}$$

$$|\nabla_\theta L(V, \theta, \lambda, w)| \leq \varepsilon \tag{4.4}$$

$$|\nabla_\lambda L(V, \theta, \lambda, w)| = \begin{bmatrix} |\Delta P(V, \theta)| \\ |\Delta Q(V, \theta)| \end{bmatrix} \leq \varepsilon \tag{4.5}$$

Caso as equações (4.3), (4.4) e (4.5) não sejam satisfeitas, a atualização do vetor de variáveis de estado e de multiplicadores de Lagrange deve ser realizada. Assim, tem-se em forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \nabla_{VV}^2 L(V, \theta, \lambda, w) & \nabla_{V\theta}^2 L(V, \theta, \lambda, w) & \nabla_{V\lambda}^2 L(V, \theta, \lambda, w) \\ \nabla_{\theta V}^2 L(V, \theta, \lambda, w) & \nabla_{\theta\theta}^2 L(V, \theta, \lambda, w) & \nabla_{\theta\lambda}^2 L(V, \theta, \lambda, w) \\ \nabla_{\lambda V}^2 L(V, \theta, \lambda, w) & \nabla_{\lambda\theta}^2 L(V, \theta, \lambda, w) & \nabla_{\lambda\lambda}^2 L(V, \theta, \lambda, w) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta \theta \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_V L(V, \theta, \lambda, w) \\ \nabla_\theta L(V, \theta, \lambda, w) \\ \nabla_\lambda L(V, \theta, \lambda, w) \end{bmatrix} \tag{4.6}$$

Associando a equação (4.6) à equação (3.38), obtêm-se:

$$H = \begin{bmatrix} \nabla_{VV}^2 L(V, \theta, \lambda, w) & \nabla_{V\theta}^2 L(V, \theta, \lambda, w) \\ \nabla_{\theta V}^2 L(V, \theta, \lambda, w) & \nabla_{\theta\theta}^2 L(V, \theta, \lambda, w) \end{bmatrix} \tag{4.7a}$$

$$J = [\nabla_{\lambda V}^2 L(V, \theta, \lambda, w) \quad \nabla_{\lambda\theta}^2 L(V, \theta, \lambda, w)] \tag{4.7b}$$

$$J^T = \begin{bmatrix} \nabla_{V\lambda}^2 L(V, \theta, \lambda, w) \\ \nabla_{\theta\lambda}^2 L(V, \theta, \lambda, w) \end{bmatrix} \tag{4.7c}$$

$$\nabla_{\lambda\lambda}^2 L(V, \theta, \lambda, w) = 0 \quad (4.7d)$$

Resolvendo o sistema de equações (4.6), calculam-se os valores de ΔV , $\Delta \theta$ e $\Delta \lambda$ com o intuito de atualizar as respectivas variáveis da seguinte forma:

$$\begin{aligned} V_{i+1} - V_i &= \Delta V \\ \theta_{i+1} - \theta_i &= \Delta \theta \\ \lambda_{i+1} - \lambda_i &= \Delta \lambda \end{aligned} \quad (4.8)$$

Por fim, atualiza-se a iteração $i = i + 1$ e retorna-se à etapa de verificação de otimalidade com as novas variáveis de estado e novos valores de multiplicadores de Lagrange. Este procedimento deve ser realizado até que o problema atinja a convergência (COSTA, 1998).

Neste cenário, algumas vantagens e considerações importantes assumidas no presente trabalho devem ser enumeradas com o intuito de explicar a utilização desta formulação. Dentre elas, tem-se:

- a importância dos multiplicadores de Lagrange para a realização de uma análise de sensibilidade;
- a boa característica de convergência devido à robustez da matriz Hessiana da Lagrangiana;
- a praticidade e relativa simplicidade de implementação em programas computacionais que possuem pacotes de otimização; e
- a boa precisão dos resultados.

Considere-se o caso em que um fluxo de carga está sendo solucionado a partir da equação (4.2). A escolha da barra adequada para receber um BC é determinada pelos multiplicadores de Lagrange. A Seção 4.2.2 aborda em detalhes as especificidades desta análise. A Seção 4.2.3 apresenta a metodologia de dimensionamento dos BCs e, por fim, na Seção 4.2.4, o algoritmo para a resolução do problema é demonstrado de maneira organizada e clara com o intuito de esclarecer os passos a ser seguidos para a alocação de reativos em redes de distribuição.

4.2.2 Escolha das barras candidatas a receberem BCs

Segundo Sousa (2003), um item importante no problema em questão é a escolha correta das barras para alocar reativos. Na literatura especializada, muitas vezes a escolha é baseada em métodos heurísticos. Todavia, é de interesse que esta escolha tenha um conteúdo científico incorporado a esta tomada de decisão.

Considere-se o problema da equação (4.1) cujos valores de potência ativa (P_k^{esp}) e reativa (Q_k^{esp}) especificados nas barras k equivalem aos valores de potências ativas e reativas, respectivamente, das cargas ou dos geradores conectados às barras k .

Analisando de um ponto de vista de problemas de otimização, P_k^{esp} e Q_k^{esp} podem ser interpretados como uma quantidade de recursos demandados. Esses recursos podem sofrer perturbações ε_P e ε_Q , respectivamente, que resultarão em um novo problema, e, consequentemente, em uma nova solução.

Neste cenário, a partir da interpretação de Fritzsche (1978) a respeito da sensibilidade dos multiplicadores de Lagrange, os vetores λ_{P_k} e λ_{Q_k} representam a mudança marginal do valor ótimo na função objetivo $f(V^*, \theta^*)$, equivalente a perdas ativas totais, mediante a variação ε_P e ε_Q , respectivamente, da disponibilidade da quantidade de recurso P_k^{esp} e Q_k^{esp} . O significado de λ_{P_k} e λ_{Q_k} pode ser expresso de acordo com as equações dadas por:

$$\lambda_{P_k} = \frac{\partial f(V^*, \theta^*)}{\partial (P_k^{esp})} \quad (4.11)$$

$$\lambda_{Q_k} = \frac{\partial f(V^*, \theta^*)}{\partial (Q_k^{esp})} \quad (4.12)$$

sendo V^* e θ^* os vetores do módulo e da fase da tensão, respectivamente, na condição em que a solução é ótima.

Os valores para os λ_{P_k} e λ_{Q_k} mostram o quanto haverá de acréscimo ou o decréscimo na função objetivo, caso haja um acréscimo ou decréscimo de uma unidade na disponibilidade dos recursos P_k^{esp} e Q_k^{esp} . Vale ressaltar que existem, em quantidade, tantos multiplicadores de Lagrange quanto restrições de igualdade. Isto significa que cada valor de λ está associado a uma equação de balanço de potência ativa ou reativa.

Assim, variando o recurso potência reativa nas barras do sistema pela injeção de potência reativa por meio de bancos de capacitores, tem-se $\varepsilon_P = 0$ e $\varepsilon_Q = Q_k^{\text{capacitor}}$.

A análise para determinar a localização da barra adequada para receber BCs é baseada, então, no **maior valor** de λ_{Q_k} , pois, quanto maior o valor deste, maior redução de perdas ativas totais haverá para um incremento ε_Q na restrição de igualdade associada.

Após determinar a localização adequada para receber os BCs, faz-se necessário determinar o seu dimensionamento. A Seção 4.2.3 detalha a metodologia utilizada.

4.2.3 Determinação do dimensionamento de BCs a serem alocados

A formulação do problema de dimensionamento dos BCs a serem alocados é feita por meio da resolução de um problema de programação linear, apresentado na Seção 4.2.3.1. Alternativamente, mas de maneira dependente de tal método, uma abordagem é realizada na Seção 4.2.3.2 utilizando a formulação de um FPO e o Método da Lagrangiana Aumentada.

4.2.3.1 Formulação do problema de programação linear

Considere-se que existe uma relação linear entre as potências ativas e reativas com a magnitude e a fase da tensão estabelecidas pela matriz jacobiana do fluxo de carga conforme a equação a seguir (LÖF; SMED; ANDERSSON; HILL 1992):

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial V} \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} & \frac{\partial Q}{\partial V} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Como o problema tratado neste trabalho busca relacionar a variação de tensão (ΔV) mediante um incremento de potência reativa (ΔQ) de acordo com a equação dada:

$$\Delta V = S \cdot \Delta Q \quad (4.14)$$

sendo S definida como matriz sensibilidade.

Assume-se que $\Delta P(V, \theta) = 0$, ou seja, que não há variação de potência ativa por parte tanto da geração, como das barras de carga, e tem-se a equação (4.13) expressa da forma:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

A partir da formulação da equação (4.15) proposta por Löf *et al.* (1992), define-se a matriz de sensibilidade S da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \Delta Q &= (J_4 - J_3 \cdot J_1^{-1} \cdot J_2) \cdot \Delta V \\ &= J_{QV} \cdot \Delta V \end{aligned} \quad (4.16)$$

Logo, da equação (4.16) deduz-se:

$$S = (J_{QV})^{-1} = (J_4 - J_3 \cdot J_1^{-1} \cdot J_2)^{-1} \quad (4.17)$$

De posse da matriz sensibilidade, o problema passa a ser formulado de acordo com um problema de PL.

Considerando que uma mudança na injeção de reativos ΔQ_k em uma barra k cause uma variação ΔV_i na tensão das barras de carga i , tem-se a formulação da equação (4.14) apresentada em sua forma matricial dada por:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_{NPQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1,NVC} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2,NVC} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{NPQ,1} & S_{NPQ,2} & \cdots & S_{NPQ,NVC} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_{NVC} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Devido às restrições de operação (desigualdade), os valores das magnitudes de tensão em cada barra de carga k são canalizados em um valor mínimo (V_k^{min}) e em um valor máximo (V_k^{max}), de modo que a injeção de potência reativa deva satisfazer um valor de $V_k + \Delta V_k$ dentro deste intervalo. A equação (4.19) ilustra o caso.

$$V_k^{min} \leq V_k + \Delta V_k \leq V_k^{max} \quad (4.19)$$

Fazendo as devidas operações matemáticas na equação (4.19), tem-se:

$$\Delta V_k \leq V_k^{max} - V_k \quad (4.20)$$

$$\Delta V_k \geq V_k^{min} - V_k \quad (4.21)$$

Substituindo a equação (4.18) em (4.20) e (4.21), encontram-se as restrições de desigualdade do problema conforme mostradas abaixo:

$$S_{k1} \cdot \Delta Q_1 + S_{k2} \cdot \Delta Q_2 + \dots + S_{k,NVC} \cdot \Delta Q_{NVC} \leq V_k^{max} - V_k \quad \therefore k = 1, \dots, NPQ \quad (4.22)$$

$$S_{k1} \cdot \Delta Q_1 + S_{k2} \cdot \Delta Q_2 + \dots + S_{k,NVC} \cdot \Delta Q_{NVC} \geq V_k^{min} - V_k \quad \therefore k = 1, \dots, NPQ \quad (4.23)$$

Por fim, para efeito de minimização de reativos a serem alocados, o que implica, indiretamente, redução de custos, tem-se que a formulação final do problema de PL é dada da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \min F(Q) &= \sum_{j=1}^{NVC} \Delta Q_j \\ s. a. \quad &\begin{cases} S \cdot \Delta Q \leq V_k^{max} - V_k \\ S \cdot \Delta Q \geq V_k^{min} - V_k \\ \Delta Q_j \geq 0 \end{cases} \\ &k = 1, \dots, NPQ \quad \therefore j = 1, \dots, NVC \end{aligned} \quad (4.24)$$

sendo:

$F(Q)$: função objetivo para minimizar a dimensão dos capacitores instalados;

ΔQ : é um vetor coluna de dimensão $(1 \times NVC)$ referente à injeção de potência reativa pelos BCs. É o vetor de variáveis a ser encontrado neste PL; e

S : a matriz de sensibilidade.

Resolvendo este problema de otimização linear, a dimensão dos BCs pode ser encontrada, e, portanto, pode até ser aproximada para os valores discretos existentes no mercado, garantindo que uma boa solução foi alcançada.

4.2.3.2 Formulação do problema de FPO

A formulação do problema de otimização utilizando o FPO necessita que o número e a localização dos BCs no sistema estejam definidos a fim de encontrar a dimensão ótima destes. Isto significa que as tensões estarão dentro dos limites estabelecidos e as perdas ativas totais (função objetivo) serão as mínimas possíveis para tal configuração de BCs.

Considere-se o problema de FPO da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \min f(x) &= \sum_{i=1}^{NL} g_{km}(V_k^2 + V_m^2 - 2V_k V_m \cos \theta_{km}) \\ \text{s. a. } &\begin{cases} \Delta \mathbf{P}(V, \theta) = 0 \\ \Delta \mathbf{Q}(V, \theta) - \mathbf{Q}^{\text{capacitor}} = 0 \\ V_k - V_{sup} \leq 0 \\ V_{inf} - V_k \leq 0 \\ k = 1, \dots, NB \end{cases} \end{aligned} \quad (4.25)$$

sendo $\mathbf{Q}^{\text{capacitor}}$ um vetor constituído por um conjunto de "0", nas posições das barras em que não há BCs, e de variáveis de controle " $\mathbf{Q}_k^{\text{capacitor}}$ ", nas posições das barras em que há BCs. Os valores encontrados para as variáveis de controle, pelo Método da Lagrangiana Aumentada, indicarão a dimensão, em pu, dos BCs.

Da equação (4.25), obtém-se a nova Função Lagrangiana da forma:

$$\begin{aligned} L(V, \theta, \lambda, w, \mathbf{Q}_k^{\text{capacitor}}) &= \sum_{i=1}^{NL} g_{km}(V_k^2 + V_m^2 - 2V_k V_m \cos \theta_{km}) \\ &\quad + \sum_{k=2}^{NB} \lambda_{P_k} \cdot \Delta \mathbf{P}_k(V, \theta) + \\ &\quad + \sum_{k=2}^{NB} \lambda_{Q_k} \cdot (\Delta \mathbf{Q}_k(V, \theta) - \mathbf{Q}_k^{\text{capacitor}}) + \\ &\quad + \sum_{k=2}^{NB} \frac{w_k^{V_{max}}}{2} \cdot \begin{cases} (V_k - V_k^{max})^2 & \text{se } V_k > V_k^{max} \\ 0 & \text{se } V_k \leq V_k^{max} \end{cases} + \\ &\quad + \sum_{k=2}^{NB} \frac{w_k^{V_{min}}}{2} \cdot \begin{cases} (V_k - V_k^{min})^2 & \text{se } V_k < V_k^{min} \\ 0 & \text{se } V_k \geq V_k^{min} \end{cases} \end{aligned} \quad (4.26)$$

O restante do procedimento segue o algoritmo descrito na Seção 3.5, isto é, verificam-se as condições necessárias de KKT conforme o conjunto de equações representado a seguir:

$$\begin{aligned} |\nabla_V \mathbf{L}(V, \theta, \lambda, w, Q^{cap})| &\leq \varepsilon \\ |\nabla_\theta \mathbf{L}(V, \theta, \lambda, w, Q^{cap})| &\leq \varepsilon \\ |\nabla_\lambda \mathbf{L}(V, \theta, \lambda, w, Q^{cap})| &\leq \varepsilon \\ |\nabla_{Q^{capacitor}} \mathbf{L}(V, \theta, \lambda, w, Q^{cap})| &\leq \varepsilon \end{aligned} \quad (4.27)$$

Quando as condições de KKT não são satisfeitas, realiza-se a atualização das variáveis de estado e dos multiplicadores de Lagrange. O conjunto de equações (4.27) passa a ser representado matricialmente como:

$$\begin{bmatrix} \nabla_{VV}^2 \mathbf{L} & \nabla_{V\theta}^2 \mathbf{L} & \nabla_{V\lambda}^2 \mathbf{L} & \nabla_{VQ^{cap}}^2 \mathbf{L} \\ \nabla_{\theta V}^2 \mathbf{L} & \nabla_{\theta\theta}^2 \mathbf{L} & \nabla_{\theta\lambda}^2 \mathbf{L} & \nabla_{\theta Q^{cap}}^2 \mathbf{L} \\ \nabla_{\lambda V}^2 \mathbf{L} & \nabla_{\lambda\theta}^2 \mathbf{L} & \nabla_{\lambda\lambda}^2 \mathbf{L} & \nabla_{\lambda Q^{cap}}^2 \mathbf{L} \\ \nabla_{Q^{cap}V}^2 \mathbf{L} & \nabla_{Q^{cap}\theta}^2 \mathbf{L} & \nabla_{Q^{cap}\lambda}^2 \mathbf{L} & \nabla_{Q^{cap}Q^{cap}}^2 \mathbf{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta \theta \\ \Delta \lambda \\ \Delta Q^{capacitor} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_V \mathbf{L} \\ \nabla_\theta \mathbf{L} \\ \nabla_\lambda \mathbf{L} \\ \nabla_{Q^{capacitor}} \mathbf{L} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

Resolvendo este sistema de equações (4.28), encontram-se os valores de ΔV , $\Delta \theta$, $\Delta \lambda$ e $\Delta Q^{capacitor}$ com o intuito de atualizar as respectivas variáveis, sendo expressas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} V_{i+1} - V_i &= \Delta V \\ \theta_{i+1} - \theta_i &= \Delta \theta \\ \lambda_{i+1} - \lambda_i &= \Delta \lambda \\ Q_{i+1}^{capacitor} - Q_i^{capacitor} &= \Delta Q^{capacitor} \end{aligned} \quad (4.29)$$

Os parâmetros de penalidade são atualizados conforme a equação dada:

$$w^{i+1} = \beta \cdot w^i \quad (4.30)$$

Por fim, atualiza-se a iteração $i = i + 1$ e retorna-se à etapa de verificação de otimalidade com as novas variáveis de estado, novos valores de multiplicadores de Lagrange, novos parâmetros de penalidade e novos valores para as variáveis de controle. O procedimento deve ser aplicado até que o problema atinja a convergência.

4.2.4 Algoritmo proposto

O problema de alocação de reativos usando a formulação de problemas PL pode ser resolvido conforme o processo iterativo apresentado a seguir:

Passo inicial

Faça $i = 0$;

Defina os *mismatches* de potência ativa e reativa ξ e uma tolerância $\delta_V (= 0,93 - V_k)$ para os desvios de tensão em relação ao limite inferior.

Passo iterativo

PI1) Escolha uma solução inicial para as variáveis do problema: V^0 , θ^0 e λ^0 ;

PI2) Dado o problema (4.1), construa a função Lagrangiana aumentada (4.2);

PI3) Se as equações (4.3), (4.4) e (4.5) são satisfeitas, siga ao passo **PI6**); caso contrário, siga ao passo **PI4**);

PI4) Determine o sistema (4.6) e resolva-o;

PI5) Atualize as variáveis V^i , θ^i e λ^i conforme as equações (4.8) e retorne ao passo **PI3**);

PI6) Se os critérios de parada do problema (4.20) e (4.21) são satisfeitos respeitando δ_V , **PARE**; caso contrário, siga ao passo **PI7**);

PI7) Determine o problema de PL (4.24) e resolva-o;

PI8) Atualize $i = i + 1$, insira o BC dimensionado aos dados de entrada e retorne ao passo **PI1**).

Ao término do processo iterativo, bancos de capacitores terão sido alocados para eliminar violações de tensão. Concomitantemente, haverá a redução de perdas ativas e a minimização da injeção de potência reativa.

O problema de alocação de reativos usando a formulação de problemas de FPO pode ser resolvido conforme o processo iterativo apresentado a seguir:

Passo inicial

Faça $i = 0$;

Defina os *mismatches* de potência ativa e reativa ξ e uma tolerância $\delta_V (= 0,93 - V_k)$ para os desvios de tensão em relação ao limite inferior.

Passo iterativo

PI1) Escolha uma solução inicial para as variáveis do problema: $V^0, \theta^0, \lambda^0, w^0$ e Q^0 ;

PI2) Dado o problema (4.25), construa a função Lagrangiana aumentada (4.26);

PI3) Se as equações (4.27) são satisfeitas, **PARE**; caso contrário, siga ao passo **PI4**);

PI4) Determine o sistema (4.28) e resolva-o;

PI5) Atualize as variáveis V^i, θ^i, λ^i e Q^i conforme as equações (4.29), w^i conforme equação (4.30) e retorne ao passo **PI3**);

Ao término do processo iterativo, bancos de capacitores terão sido alocados para eliminar violações de tensão. Concomitantemente, haverá a minimização de perdas ativas totais.

4.3 Implementação computacional

O FPO utilizando Método da Lagrangiana Aumentada, abordado no Capítulo 3 desta dissertação, foi implementado em três programas distintos para garantir que a solução encontrada seja correta:

1. Foi elaborado um programa em MATLABTM para resolução do problema de alocação de reativos pelo algoritmo proposto.
2. Sousa (2006) desenvolveu um programa computacional em FORTRANTM para resolução de fluxo de carga e FPO em redes de transmissão e de distribuição. Este programa é utilizado como referência na análise dos resultados por já ter sido testado e validado em diversos sistemas. Os cálculos computacionais foram todos otimizados, até mesmo os critérios de esparsidade da matriz Hessiana da Lagrangiana foram considerados, logo, o processo iterativo dos cálculos atinge a convergência na ordem de milésimos de segundos para os sistemas testados.
3. O *software* de otimização GAMS⁸ também foi utilizado para calcular fluxo de carga e FPO. Os *solvers* adotados para a resolução dos problemas foram: o IPOPT (*Interior Point Optimizer*), um *solver* baseado em Método dos Pontos Interiores que pode ser encontrado dentro do projeto COIN-OR (*Computational Infrastructure for Operations Research*); e o MINOS, o mais antigo *solver* de programação linear e não linear cujos desenvolvedores são da Universidade de Stanford. Este último é baseado em Método da Lagrangiana Aumentada para os problemas de otimização não linear (GAMS, 2011).

O computador utilizado para realizar as simulações foi um HP Pavilion dv5-1140br, cujo processador é um AMD TurionTM X2 Dual-Core Mobile RM-70 2.00 GHz, 3 GB de memória RAM, usando-se o Sistema Operacional Windows 7 Professional de 32 bits.

O objetivo da utilização destes programas computacionais é encontrar as variáveis de estado do sistema e os multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade de potência reativa a fim de realizar o processo de alocação de reativos na rede. O programa foi elaborado de acordo com o fluxograma da Figura 4.1.

⁸ GAMS: É uma IDE (*Integrated Development Enviroment*) de otimização e programação numérica chamada de *General Algebraic Modeling Systems*. Trata-se de um compilador integrado a um conjunto de *solvers* de problemas de otimização de alto desempenho.

Figura 4.1 – Fluxograma para o programa de alocação de BCs.

Início – inicializa a declaração das variáveis e constantes utilizadas no programa;

Leitura do banco de dados – engloba as rotinas responsáveis pela leitura dos dados de barras (potência ativa e reativa) e de linhas (topologia da rede, resistências e reatâncias das linhas);

Calcular V , θ e λ – realiza o cálculo de um fluxo de carga formulado como um problema de PNL e encontra o vetor de variáveis de estado V_k e θ_k , sendo $k = 1, \dots, NB$; e o vetor de multiplicadores de Lagrange λ_j , sendo $j = 1, \dots, NRI$;

Verificar se há violação de tensão – faz a verificação se existem barras com os limites de tensão violados. É o critério de parada do problema;

Determinar localização do BC – localiza o maior multiplicador de Lagrange associado às equações de balanço de potência reativa e determina a barra que deve receber potência reativa;

Observação: na 1ª. iteração do problema, imediatamente após o fluxo de potência ser obtido sem alocar nenhum BC, assume-se que as barras que apresentam níveis de tensão abaixo dos limites estabelecidos são consideradas como barras candidatas a receber BCs. Isto significa que somente os multiplicadores de Lagrange dessas barras são analisados.

Determinar dimensão do BC – calcula a dimensão do BC baseado na formulação do problema de PL;

Observação: tendo em vista que um único BC é alocado por iteração, este deve ter o papel de regular os níveis de tensão somente da própria barra e das adjacentes cujos limites de tensão estão violados. Deste modo, consideram-se na montagem do problema de PL, conforme a equação (4.24), somente as restrições de desigualdade associadas à própria barra e às adjacentes cujos limites de tensão estão violados.

Inserir BC ao banco de dados – insere um BC para o banco de dados e atualiza uma nova iteração $i = i + 1$;

Fim do problema – gera o arquivo de saída que contém os valores de magnitude e ângulo de fase da tensão, o número, a localização e o dimensionamento dos BCs instalados no sistema.

A fim de avaliar e comparar com os resultados obtidos pelo programa, um FPO também é simulado. Um exemplo de aplicação do programa pode ser ilustrado a seguir na Seção 4.4.

4.4 Exemplo numérico detalhado – Sistema radial de 10 barras

Seja o sistema de 10 barras, apresentado por Grainger e Lee (1982), que possui 1 barra de geração ($NPV = 1$), 9 barras de carga ($NPQ = 9$) e 9 linhas de distribuição, conforme Figura 4.2.

Figura 4.2 – Sistema de distribuição radial sem laterais de 10 barras.

A subestação (SE) corresponde à barra 1 do sistema e os dados referentes a este são apresentados no APÊNDICE A. A tensão base adotada será a tensão nominal (V_{base}) de 23 kV e a potência base (S_{base}) de 1000 kVA.

O exemplo é resolvido de três formas distintas:

- ✓ usando a formulação de PL para o dimensionamento dos BCs (Seção 4.4.1);
- ✓ usando a formulação de FPO para o dimensionamento dos BCs (Seção 4.4.2); e
- ✓ usando ambas as formulações e considerando o dimensionamento dos BCs como valores discretos (Seção 4.4.3).

A Seção 4.4.4 realiza a análise e discussão dos resultados.

4.4.1 Resolução usando a formulação de PL para o dimensionamento dos BCs

Resolvendo o fluxo de carga com a função objetivo de minimizar perdas ativas, encontram-se valores de magnitude e fase da tensão (Tabela 4.1) e as perdas ativas e reativas totais (Tabela 4.2). A tolerância especificada foi de $\xi = 10^{-5}$ e $\delta_V = 0,001 pu$.

Tabela 4.1 – Resultados das Variáveis de Estado do Sistema de 10 Barras sem BC alocado.

Barra	Magnitude de Tensão (em pu)	Ângulo de Fase (em graus)
1	1,000026649	0
2	0,992928595	-0,521812091
3	0,987405665	-1,267732969
4	0,963436754	-2,330389343
5	0,948045248	-2,651733098
6	0,917200788	-3,720925291
7	0,907198703	-4,136360768
8	0,888988303	-4,618051181
9	0,858726665	-5,403153925
10	0,837536622	-5,989670269

Tabela 4.2 – Perdas Ativas (kW) e Reativas (kVAr) Totais na condição sem BC alocado.

Perdas Ativas Totais (kW)	Perdas Reativas Totais (kVAr)
783,7785	1036,4744

Na Tabela 4.1, verifica-se que as barras 6, 7, 8, 9 e 10 violam o limite inferior de magnitude de tensão de $0,93$ pu. Essas barras, portanto, são classificadas como *barras candidatas* a receber BCs até o fim do problema. Assim, inicia-se a etapa de alocação de BCs.

A. Estudo da alocação do 1º BC ao sistema de 10 barras

Para determinar qual a barra adequada para receber BCs, leva-se em consideração o maior multiplicador de Lagrange associado às restrições de igualdade das equações de balanço de potência reativa. A Tabela 4.3 apresenta os resultados.

Tabela 4.3 – Resultado dos Multiplicadores de Lagrange do Sistema de 10 Barras sem BC alocado.

Potência Ativa		Potência Reativa	
Barra	λ_p	Barra	λ_q
2	0,006699938	2	0,004026555
3	0,007504400	3	0,006595374
4	0,041718611	4	0,022943085
5	0,069431732	5	0,034961495
6	0,137457509	6	0,051627712
7	0,162253353	7	0,055873327
8	0,210710096	8	0,062802439
9	0,296445499	9	0,075928404
10	0,361273472	10	0,084508449

Observa-se que a barra 10 apresenta o maior multiplicador de Lagrange λ_Q associado às restrições de potência reativa, logo a alocação de BC deve ser feita nesta barra.

Para determinar o seu dimensionamento, considera-se que existe uma aproximação linear da relação $\Delta Q \times \Delta V$, assim o problema de Programação Linear (PL) pode ser formulado.

Para realizar tal tarefa, a partir da equação (4.17), encontra-se a matriz sensibilidade S . Para esta iteração, o resultado encontrado é:

$S =$

0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0009	0.0009	0.0009	0.0009	0.0009
0.0008	0.0020	0.0020	0.0021	0.0021	0.0021	0.0021	0.0021	0.0021
0.0008	0.0020	0.0045	0.0046	0.0047	0.0047	0.0047	0.0048	0.0048
0.0008	0.0021	0.0046	0.0059	0.0060	0.0060	0.0061	0.0062	0.0062
0.0009	0.0022	0.0048	0.0061	0.0099	0.0099	0.0100	0.0102	0.0103
0.0009	0.0022	0.0048	0.0062	0.0100	0.0117	0.0118	0.0120	0.0121
0.0009	0.0022	0.0049	0.0063	0.0102	0.0120	0.0146	0.0148	0.0150
0.0009	0.0023	0.0051	0.0066	0.0106	0.0124	0.0151	0.0215	0.0217
0.0010	0.0024	0.0053	0.0068	0.0109	0.0128	0.0155	0.0220	0.0292

Em seguida, formula-se o equacionamento do problema de PL de acordo com a equação (4.18) e obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \\ \vdots \\ \Delta V_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1,9} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2,9} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{9,1} & S_{9,2} & \cdots & S_{9,9} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \Delta Q_{10} \end{bmatrix}$$

Fazendo as devidas operações matemáticas, o resultado obtido pode ser descrito como:

$$\begin{cases} S_{1,9} \cdot \Delta Q_{10} \leq V_2^{max} - V_2 \\ S_{2,9} \cdot \Delta Q_{10} \leq V_3^{max} - V_3 \\ \vdots \\ S_{9,9} \cdot \Delta Q_{10} \leq V_{10}^{max} - V_{10} \\ S_{1,9} \cdot \Delta Q_{10} \geq V_2^{min} - V_2 \\ S_{2,9} \cdot \Delta Q_{10} \geq V_3^{min} - V_3 \\ \vdots \\ S_{9,9} \cdot \Delta Q_{10} \geq V_{10}^{min} - V_{10} \end{cases}$$

Concluindo a formulação do problema de PL, foram montados na Tabela 4.4 os valores das restrições de desigualdade encontrados pelas equações (4.20) e (4.21).

Tabela 4.4 – Definição dos valores de tensão a serem ajustados na condição sem BC alocado.

Barra	V (em pu)	V_k^{min}	V_k^{max}	$V_k^{min} - V_k$	$V_k^{max} - V_k$
1	1,000026649	0,93	1,05	-0,070026649	0,049973351
2	0,992928595			-0,062928595	0,057071405
3	0,987405665			-0,057405665	0,062594335
4	0,963436754			-0,033436754	0,086563246
5	0,948045248			-0,018045248	0,101954752
6	0,917200788			0,012799212	0,132799212
7	0,907198703			0,022801297	0,142801297
8	0,888988303			0,041011697	0,161011697
9	0,858726665			0,071273335	0,191273335
10	0,837536622			0,092463378	0,212463378

Finalmente, formulando o problema de PL conforme a equação (4.24) com os dados da Tabela 4.4 e com os valores da matriz sensibilidade S , obtém-se:

$$\begin{aligned}
 & \min F(Q) = \Delta Q_{10} \\
 & s. a. \left\{ \begin{array}{l}
 0.0009 \cdot \Delta Q_{10} \leq 0,057071405 \\
 0.0021 \cdot \Delta Q_{10} \leq 0,062594335 \\
 0.0048 \cdot \Delta Q_{10} \leq 0,086563246 \\
 0.0062 \cdot \Delta Q_{10} \leq 0,101954752 \\
 0.0103 \cdot \Delta Q_{10} \leq 0,132799212 \\
 0.0121 \cdot \Delta Q_{10} \leq 0,142801297 \\
 0.0150 \cdot \Delta Q_{10} \leq 0,161011697 \\
 0.0217 \cdot \Delta Q_{10} \leq 0,191273335 \\
 0.0292 \cdot \Delta Q_{10} \leq 0,212463378 \\
 0.0009 \cdot \Delta Q_{10} \geq -0,062928595 \\
 0.0021 \cdot \Delta Q_{10} \geq -0,057405665 \\
 0.0048 \cdot \Delta Q_{10} \geq -0,033436754 \\
 0.0062 \cdot \Delta Q_{10} \geq -0,018045248 \\
 0.0103 \cdot \Delta Q_{10} \geq 0,012799212 \\
 0.0121 \cdot \Delta Q_{10} \geq 0,022801297 \\
 0.0150 \cdot \Delta Q_{10} \geq 0,041011697 \\
 0.0217 \cdot \Delta Q_{10} \geq 0,071273335 \\
 0.0292 \cdot \Delta Q_{10} \geq 0,092463378 \\
 \Delta Q_{10} \geq 0
 \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

É importante salientar que a alocação de um único BC tem o papel de regular os níveis de tensão apenas da própria barra que recebe o BC, tal como das suas adjacentes que possuem os limites inferiores de tensão violados. Portanto, o problema acima pode ser simplificado para a formulação apresentada a seguir:

$$\begin{aligned}
 &\min F(Q) = \Delta Q_{10} \\
 &s. a. \begin{cases} 0.0103 \cdot \Delta Q_{10} \leq 0,132799212 \\ 0.0121 \cdot \Delta Q_{10} \leq 0,142801297 \\ 0.0150 \cdot \Delta Q_{10} \leq 0,161011697 \\ 0.0217 \cdot \Delta Q_{10} \leq 0,191273335 \\ 0.0292 \cdot \Delta Q_{10} \leq 0,212463378 \\ 0.0103 \cdot \Delta Q_{10} \geq 0,012799212 \\ 0.0121 \cdot \Delta Q_{10} \geq 0,022801297 \\ 0.0150 \cdot \Delta Q_{10} \geq 0,041011697 \\ 0.0217 \cdot \Delta Q_{10} \geq 0,071273335 \\ 0.0292 \cdot \Delta Q_{10} \geq 0,092463378 \\ \Delta Q_{10} \geq 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Resolvendo este problema de PL, a solução encontrada foi $\Delta Q_{10} = 3,28 \text{ pu}$.

Inserindo este BC ao problema, atualiza-se a iteração $i = i + 1$ e o problema retorna a calcular novamente um fluxo de carga para verificar se ainda há alguma barra com a magnitude de tensão violada.

O resultado das variáveis de estado da rede com a alocação de $\Delta Q_{10} = 3,28 \text{ pu}$ é mostrado na Tabela 4.5. Na Tabela 4.6 o resultado das perdas nesta condição é apresentado.

Tabela 4.5 – Resultados das Variáveis de Estado do Sistema de 10 Barras com BC na barra 10.

Barra	Magnitude de Tensão (em pu)	Ângulo de Fase (em graus)
1	1	0
2	0,9953629	-0,572957795
3	0,9935205	-1,331553916
4	0,9767759	-2,666545579
5	0,9650187	-3,246608050
6	0,9446814	-5,055493105
7	0,9395625	-5,814834071
8	0,9286467	-7,096999025
9	0,9163067	-9,804339199
10	0,9163920	-12,56840219

Tabela 4.6 – Perdas Ativas (kW) e Reativas (kVAr) Totais na condição com BC na barra 10.

Perdas Ativas Totais (kW)	Perdas Reativas Totais (kVAr)
993,1052	1.109,8698

Na Tabela 4.5, verifica-se que as barras 8, 9 e 10 ainda estão com as tensões violadas, portanto, segue-se para o estudo de alocação do 2º BC ao sistema. É de interesse mostrar que as perdas ativas totais aumentaram de 783,77 kW para 993,10 kW. Isto significa que reativos em excesso foram adicionados, pois, ao invés de redução, houve aumento de perdas.

B. Estudo da alocação do 2º BC ao sistema de 10 barras

Para determinar a nova barra a receber BC, faz-se necessário analisar os multiplicadores de Lagrange. Os resultados são apresentados na Tabela 4.7.

Tabela 4.7 – Resultado dos Multiplicadores de Lagrange do Sistema de 10 Barras com BC na barra 10.

Potência Ativa		Potência Reativa	
Barra	λ_p	Barra	λ_q
2	0,00688	2	0,00285
3	0,00767	3	0,00572
4	0,04238	4	0,01326
5	0,07043	5	0,01605
6	0,1383	6	0,00485
7	0,16273	7	-0,00438
8	0,21029	8	-0,03011
9	0,29024	9	-0,0996
10	0,34339	10	-0,18876

Um critério adotado nesta metodologia é levar em conta que somente as barras com tensões violadas no fluxo de carga inicial são consideradas como barras candidatas a receber BCs até o fim do problema (vide seção 4.3). Com esta consideração, tem-se o benefício de evitar que bancos de capacitores sejam alocados muito distantes de barras com limites de tensão violados. Assim, há uma possível redução na quantidade de BCs a ser instalados. Isto se deve ao fato de que BCs instalados longe das barras com tensões violadas tem pouca influência na regulação da tensão destas.

Tendo isto em vista, observa-se na Tabela 4.7 que a barra 6 apresentou o maior multiplicador de Lagrange λ_q dentre as barras candidatas, logo, a alocação de BC será na respectiva barra.

A matriz sensibilidade S para este sistema na presença de um BC alocado na barra 10 é:

$S =$

0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0006
0.0008	0.0020	0.0020	0.0020	0.0020	0.0019	0.0019	0.0018	0.0017
0.0008	0.0020	0.0044	0.0044	0.0043	0.0043	0.0042	0.0039	0.0035
0.0008	0.0020	0.0044	0.0057	0.0056	0.0055	0.0053	0.0049	0.0043
0.0008	0.0021	0.0046	0.0058	0.0092	0.0090	0.0087	0.0079	0.0068
0.0009	0.0021	0.0046	0.0059	0.0092	0.0107	0.0103	0.0093	0.0080
0.0009	0.0021	0.0047	0.0060	0.0094	0.0109	0.0128	0.0114	0.0097
0.0009	0.0022	0.0048	0.0061	0.0096	0.0111	0.0131	0.0169	0.0142
0.0009	0.0022	0.0048	0.0061	0.0096	0.0111	0.0131	0.0170	0.0199

Os valores dos desvios de tensão em relação aos limites inferior e superior são apresentados na Tabela 4.8.

Tabela 4.8 – Definição dos valores de tensão a serem ajustados na condição com BC na barra 10.

Barra	V (em pu)	V_k^{min}	V_k^{max}	$V_k^{min} - V_k$	$V_k^{max} - V_k$
1	1			-0,70000	0,500000
2	0,995363			-0,06536	0,054637
3	0,993521			-0,06352	0,056480
4	0,976776			-0,04678	0,073224
5	0,965019	0,93	1,05	-0,03502	0,084981
6	0,944681			-0,01468	0,105319
7	0,939563			-0,00956	0,110438
8	0,928647			0,001353	0,121353
9	0,916307			0,013693	0,133693
10	0,916392			0,013608	0,133608

O problema de PL é formulado da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 &\min F(Q) = \Delta Q_6 \\
 &s. a. \begin{cases} 0,0094 \cdot \Delta Q_6 \leq 0,121353 \\ 0,0096 \cdot \Delta Q_6 \leq 0,133693 \\ 0,0096 \cdot \Delta Q_6 \leq 0,133608 \\ 0,0094 \cdot \Delta Q_6 \geq 0,001353 \\ 0,0096 \cdot \Delta Q_6 \geq 0,013693 \\ 0,0096 \cdot \Delta Q_6 \geq 0,013608 \\ \Delta Q_6 \geq 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Resolvendo este problema de PL, a solução encontrada foi $\Delta Q_6 = 1,43 \text{ pu}$. Um novo fluxo de carga é simulado e o resultado das variáveis de estado da rede com a alocação de $\Delta Q_{10} = 3,28 \text{ pu}$ e $\Delta Q_6 = 1,43 \text{ pu}$ é mostrado na Tabela 4.9.

Tabela 4.9 – Resultado das Variáveis de Estado do Sistema de 10 Barras com BCs nas barras 10 e 6.

Barra	Magnitude de Tensão (em pu)	Ângulo de Fase (em graus)
1	1	0
2	0,996475	-0,591808107
3	0,996266	-1,350289636
4	0,982844	-2,791851448
5	0,972823	-3,476536014
6	0,957542	-5,575853375
7	0,952529	-6,314395973
8	0,941822	-7,561381318
9	0,929744	-10,19217433
10	0,929858	-12,87682538

A Tabela 4.10 apresenta os valores das perdas nesta mesma condição.

Tabela 4.10 – Perdas Ativas (kW) e Reativas (kVAr) Totais na condição com BCs nas barras 10 e 6.

Perdas Ativas Totais (kW)	Perdas Reativas Totais (kVAr)
1002,008	1116,0118

Verifica-se que as tensões em todas as barras respeitam a tolerância de $\delta_V = 0,001 pu$ assumida, logo o problema de alocação de BCs é finalizado conforme a configuração apresentada na Figura 4.3.

Figura 4.3 – Sistema de distribuição radial de 10 barras com os BCs $\Delta Q_{10} = 3,28 pu$ e $\Delta Q_6 = 1,43 pu$ alocados.

4.4.2 Resolução usando a formulação do FPO para o dimensionamento dos BCs

A alocação de BCs do exemplo numérico de 10 barras foi realizada por meio da utilização do programa computacional desenvolvido no MATLABTM. A validação deste foi feita por meio da formulação e resolução do problema pelos *solvers* MINOS e IPOPT do GAMS.

A formulação básica do problema utiliza os resultados alcançados na Seção 4.4.1 em se tratando de número e localização de BCs, de modo que esta é apresentada conforme o seguinte sistema de equações:

$$\min f(x) = \sum_{i=1}^{NL} g_{km}(V_k^2 + V_m^2 - 2V_k V_m \cos \theta_{km})$$

$$s. a. \begin{cases} \Delta P(V, \theta) = 0 \\ \Delta Q(V, \theta) - Q^{capacitor} = 0 \\ V_k - 1,05 \leq 0 \\ 0,93 - V_k \leq 0 \\ k = 1, \dots, NB \end{cases}$$

sendo $\Delta P(V, \theta)$ e $\Delta Q(V, \theta)$ as equações de balanço de potência ativa e reativa, respectivamente, e o vetor $Q^{capacitor} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \Delta Q_6 \ 0 \ 0 \ 0 \ \Delta Q_{10}]^T$ correspondente às variáveis de controle associadas à alocação de BCs nas barras 6 e 10.

Os valores encontrados para as variáveis de controle foram $\Delta Q_6 = 5,266 \text{ pu}$ e $\Delta Q_{10} = 1,628 \text{ pu}$. A Figura 4.4 ilustra o caso.

Figura 4.4 – Sistema de distribuição radial de 10 barras com os BCs $\Delta Q_6 = 5,266 \text{ pu}$ e $\Delta Q_{10} = 1,628 \text{ pu}$ alocados.

A Tabela 4.11 ilustra a situação final das variáveis de estado, enquanto a Tabela 4.12 apresenta os valores das perdas totais.

Tabela 4.11 – Resultado das Variáveis de Estado do Sistema de 10 Barras com BCs nas barras 6 e 10. Exemplo usando FPO.

Barra	Magnitude de Tensão (em pu)	Ângulo de Fase (em graus)
1	1	0
2	0,9982606	-0,614497235
3	1,0006210	-1,362493637
4	0,9926291	-2,947753264
5	0,9855404	-3,781177673
6	0,9788182	-6,281565491
7	0,9719275	-6,813098438
8	0,9586166	-7,619020872
9	0,9393478	-9,223818361
10	0,9299707	-10,78541483

Tabela 4.12 – Perdas Ativas (kW) e Reativas (kVAr) Totais na condição com BCs nas barras 6 e 10. Exemplo usando FPO.

Perdas Ativas Totais (kW)	Perdas Reativas Totais (kVAr)
861,8134	1.058,5579

Analisando os dados apresentados, conclui-se que todas as tensões estão dentro dos limites estabelecidos pela ANEEL, respeitando a tolerância assumida de $\delta_V = 0,001 \text{ pu}$.

Comparando os valores das perdas ativas totais da Tabela 4.12 com os Tabela 4.10, tem-se que 861,81 kW são obtidos em relação aos 1002,01 kW do caso anterior.

4.4.3 Resolução considerando valores discretos dos BCs

Nos problemas de alocação de bancos de capacitores fixos, com o intuito de aproximar cada vez mais a solução de um problema prático de engenharia, é importante considerar que os BCs são comercializados em valores discretos, conforme Tabela 4.13.

Tabela 4.13 – Características Técnicas das Unidades Capacitivas.

BANCO DE CAPACITORES PARALELOS			
Item	Tensão Nominal (kV)	Tipo de Controle do Banco	Potência (kVAr)
1	13,8	Fixo	100
2			150
3			300
4			450
5			600
6			900
7			1200
8			1800

Fonte: Nota Técnica nº 304/2010 do Anexo IV (AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA, 2010).

As mudanças que devem ser feitas no algoritmo proposto são:

- Caso a solução do problema de PL seja um valor de $\Delta Q_k^{capacitor} \geq 1800 \text{ kVAr} = 1,8 \text{ pu}$, o mesmo deve ser fixado em $\Delta Q_k^{capacitor} = 1,8 \text{ pu}$;
- Caso $\Delta Q_k^{capacitor} < 1,8 \text{ pu}$, considerar o valor de $\Delta Q_k^{capacitor}$ o mais próximo dentre os valores discretos da Tabela 4.13.

Resolvendo o fluxo de carga, os mesmos resultados da Tabela 4.1, da Tabela 4.2 e da Tabela 4.3 são encontrados. Assim, conclui-se que um BC de $\Delta Q_{10} = 3,28 \text{ pu}$ deve ser alocado na barra 10. Considerando que $\Delta Q_{10} = 3,28 \text{ pu} > 1,8 \text{ pu}$, tem-se o primeiro BC a ser alocado à rede é $\Delta Q_{10} = 1,8 \text{ pu}$.

Na iteração 1 um novo fluxo de carga é simulado e verifica-se que as barras 7, 8, 9 e 10 estão com os limites de tensão violados. A barra 6 recebe BC (vide APÊNDICE B). A

solução encontrada para o seu dimensionamento é $\Delta Q_6 = 4,53 \text{ pu}$. Considerando que $\Delta Q_6 = 4,53 \text{ pu} > 1,8 \text{ pu}$, tem-se que $\Delta Q_6 = 1,8 \text{ pu}$.

Na iteração 2 as barras 8, 9 e 10 ainda possuem violações nos limites inferiores de tensão. A barra 7 recebe BC (vide APÊNDICE B). A solução encontrada para o dimensionamento é $\Delta Q_7 = 2,50 \text{ pu}$. Considerando que $\Delta Q_7 = 2,50 \text{ pu} > 1,8 \text{ pu}$, tem-se que $\Delta Q_7 = 1,8 \text{ pu}$.

Na iteração 3 somente a barra 10 ainda possui violação de tensão. A barra 8 recebe BC (vide APÊNDICE B). A solução encontrada para o dimensionamento é $\Delta Q_8 = 0,66 \text{ pu}$. Considerando que $\Delta Q_8 = 0,66 \text{ pu} < 1,8 \text{ pu}$, tem-se que o BC a ser alocados na barra 8 será aproximado, dentre os possíveis valores da Tabela 4.13, para $\Delta Q_8 = 0,6 \text{ pu}$.

Por fim, o fluxo de carga é simulado e identifica-se que nenhuma barra apresenta magnitude de tensão violada. A Tabela 4.14 mostra as iterações do algoritmo.

Tabela 4.14 – Iterações do algoritmo para o Sistema de 10 Barras. Caso discreto.

	ESTADO DA REDE			ALOCÇÃO DE BCS		
	$V_{min} \text{ em pu}$ (Barra)	$máx(\lambda_Q)$	Perdas Ativas Totais (kW)	Posição do BC (nº da barra)	Dimensão do BC (pu) calculada	Dimensão do BC (pu) inserida
Iteração 1	0,8375 (10)	0,08450	783,7785	10	3,28	1,8
Iteração 2	0,8844 (10)	0,02194	790,1116	6	4,53	1,8
Iteração 3	0,9020 (10)	-0,01059	776,9275	7	2,50	1,8
Iteração 4	0,9215 (10)	-0,05465	825,9225	8	0,66	0,6
Fim	0,9291 (10)	-	863,3391	-	-	-

Pela Tabela 4.14, verifica-se que as tensões em todas as barras respeitam a tolerância de $\delta_V = 0,001 \text{ pu}$ assumida. Deste modo, o problema de alocação de BCs é finalizado. Identifica-se também um aumento nas perdas ativas de 783,78 kW para 863,34 kW. A Figura 4.5 ilustra a configuração final do sistema.

Figura 4.5 – Sistema de distribuição radial de 10 barras com os BCs $\Delta Q_{10} = 1,8 \text{ pu}$, $\Delta Q_6 = 1,8 \text{ pu}$, $\Delta Q_7 = 1,8 \text{ pu}$ e $\Delta Q_8 = 0,6 \text{ pu}$ alocados. Caso discreto.

Utilizando os resultados encontrados para número e localização de BCs do estudo anterior, é possível resolver o problema de dimensionamento dos BCs por meio da inserção de variáveis de controle no FPO.

Nestas condições, a formulação básica do problema é apresentada conforme o sistema de equações mostrado a seguir:

$$\min f(x) = \sum_{i=1}^{NL} g_{km}(V_k^2 + V_m^2 - 2V_k V_m \cos \theta_{km})$$

$$s. a. \begin{cases} \Delta P(V, \theta) = 0 \\ \Delta Q(V, \theta) - Q^{capacitor} = 0 \\ V_k - 1,05 \leq 0 \\ 0,93 - V_k \leq 0 \\ \Delta Q_k^{capacitor} \leq 1,8 \\ k = 1, \dots, NB \end{cases}$$

sendo o vetor $Q^{capacitor} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \Delta Q_6 \quad \Delta Q_7 \quad \Delta Q_8 \quad 0 \quad \Delta Q_{10}]^T$ correspondente às variáveis de controle associadas à alocação de BCs nas barras 6, 7, 8 e 10.

Os valores encontrados para as variáveis de controle foram $\Delta Q_6 = \Delta Q_7 = 1,8 pu$, $\Delta Q_8 = 1,163 pu$ e $\Delta Q_{10} = 1,521 pu$. A Figura 4.6 representa a configuração da rede com a condição da solução final do problema.

Figura 4.6 – Sistema de distribuição radial de 10 barras com os BCs $\Delta Q_6 = \Delta Q_7 = 1,8 pu$, $\Delta Q_8 = 1,163 pu$ e $\Delta Q_{10} = 1,521 pu$ alocados.

A Tabela 4.15 ilustra os valores da tensão mínima, as perdas ativas totais e a dimensão dos BCs alocados com as respectivas localizações.

Tabela 4.15 – Solução do sistema de 10 barras usando FPO. Caso discreto.

	V_{min} em pu (Barra)	Perdas Ativas Totais (kW)	Dimensão do BC em pu (Barra)
Sem BC	0,8375 (10)	783,7785	1,8 (6); 1,8 (7); 1,163 (8); 1,521 (10)
Fim	0,9299 (10)	865,2074	

Na Tabela 4.15, é possível observar que todas as tensões estão dentro dos limites estabelecidos pela ANEEL, respeitando a tolerância assumida de $\delta_V = 0,001 \text{ pu}$. As perdas ativas totais foram de 865,20 kW, comparados aos 863,33 kW do caso anterior.

4.4.4 Análises e discussões dos resultados

A finalidade deste tópico é evidenciar a eficácia da metodologia e justificar algumas considerações importantes que são assumidas ao longo da resolução do problema de alocação de reativos. Os resultados obtidos são analisados, comparados e discutidos.

É importante salientar que o sistema de 10 barras proposto por Grainger e Lee (1982) foi utilizado neste capítulo, por ser de pequeno porte e de simples topologia, com o intuito de facilitar a compreensão da metodologia proposta para alocação de reativos.

Na Seção 4.4.1, o fluxo de carga foi simulado e verificou-se que as magnitudes das tensões nas barras 6, 7, 8, 9 e 10 estavam violadas. Deste modo, com a finalidade de regular os níveis de tensão, foram adicionados BCs às barras do sistema. Na Figura 4.7 o gráfico demonstra de que maneira a tensão mais crítica do sistema (tensão na barra 10) foi regulada para o nível de $0,93 \text{ pu}$ por meio da adição dos BCs nas barras 10 (1º iteração) e 6 (2º iteração). Os respectivos valores das perdas ativas totais (pu) também são ilustrados.

Figura 4.7 – Gráfico da evolução dos valores da Magnitude de Tensão na barra 10 (pu) e das Perdas Ativas Totais (pu) para o Sistema de 10 Barras mediante a adição de cada BC à rede.

Analisando os resultados (Figura 4.7), constata-se que, embora os níveis de tensão tenham sido regulados de 0,8375 *pu* para 0,9299 *pu*, um aumento aproximado de 27,6% nas perdas ativas totais ocorreu. A Figura 4.8, que mostra o valor dos multiplicadores de Lagrange λ_Q a cada iteração, justifica este aumento nas perdas.

Figura 4.8 – Gráfico representativo do valor dos multiplicadores de Lagrange λ_Q para o Sistema de 10 Barras nas três situações (sem BC; com BC na barra 10 e com BC nas barras 6 e 10).

No problema inicial, em que não há BCs alocados (gráfico de barras azul), observa-se que o maior λ_Q é na barra 10. Suponha-se, portanto, uma adição gradativa de reativos na barra 10. Na medida em que reativos são injetados na respectiva barra, os valores de λ_Q e das perdas ativas totais seguem uma tendência de diminuição. Analisando do ponto de vista físico, quando menos potência reativa é demandada da subestação, menos potência flui nas linhas, logo, menos perdas totais são acumuladas.

Por outro lado, quando este incremento de potência reativa é muito maior que o valor demandado pela carga conectada a esta barra, o excesso de corrente reativa flui desta para suprir a demanda de reativos das barras adjacentes, contribuindo de maneira significativa para, ao invés de diminuição, um aumento nas perdas. Segundo Vasconcelos *et al.* (2011), a relação Perdas Ativas Totais *versus* Adição de Reativos segue uma curva de tendência aproximadamente quadrática, logo, quando a adição de reativos ultrapassa o ponto de inflexão da curva, as perdas tendem a aumentar, ao invés de diminuir.

No caso em questão ($\Delta Q_{10} = 3,28 \text{ pu}$), este incremento foi excessivo e pode ser visualizado no valor do multiplicador de Lagrange, pois este se tornou um valor negativo. As perdas, portanto, foram de $0,7838 \text{ pu}$ para $0,9931 \text{ pu}$ (Figura 4.7). Quando o outro BC ($\Delta Q_6 = 1,43 \text{ pu}$) é alocado no sistema, as perdas ativas também aumentam de $0,9931 \text{ pu}$ para $1,002 \text{ pu}$ (comparação do gráfico de barras azul com o verde), isto significa que reativos em excesso também foram adicionados.

É importante ressaltar que o objetivo da metodologia é eliminar as violações de tensão buscando minimizar as perdas ativas totais. Deste modo, com o intuito de alcançar melhores resultados do que os obtidos na Seção 4.4.1, na Seção 4.4.2 o dimensionamento dos BCs foi calculado por FPO. A Tabela 4.16 apresenta um comparativo entre os resultados obtidos em cada metodologia.

Tabela 4.16 – Comparativo entre o método de dimensionamento de BCs usando PL com o método usando FPO.

Método	Perdas Ativas Totais (pu)	V_{min} (pu)	ΔQ_{10} (pu)	ΔQ_6 (pu)
PL	1,0020	0,9299	3,28	1,43
FPO	0,8618	0,9299	1,628	5,226

Analisando a Tabela 4.16, pode-se concluir que o FPO encontra uma solução cujas perdas ativas totais são aproximadamente 14% inferiores, todavia, a quantidade de reativos adicionada à rede é 45,52% superior. Deste modo, é possível notar que existe uma relação de compromisso entre minimização das perdas ativas totais e minimização dos custos relacionados aos bancos de capacitores a serem alocados (dimensão e quantidade). No sistema radial em estudo, por exemplo, quanto mais perto os capacitores estiverem da barra mais sensível (última barra), menores são as dimensões destes para regular os níveis de tensão, entretanto, maiores serão as perdas, quando comparados a outras combinações possíveis (VASCONCELOS; DA COSTA; SOUSA; COTA, 2011).

A relação de compromisso adotada nesta pesquisa é aproximar o problema do contexto de aplicações práticas. Assim, considera-se que existem valores discretos de dimensão de BCs na Seção 4.4.3. A Figura 4.9 mostra um gráfico que demonstra de que maneira a tensão mais crítica do sistema (tensão na barra 10) foi regulada para o nível de $0,93 \text{ pu}$ por meio da adição dos BCs nas barras 10 (1ª iteração), 6 (2ª iteração), 7 (3ª iteração) e 8 (4ª iteração). Os respectivos valores das perdas ativas totais (pu) também são ilustrados.

Figura 4.9 – Gráfico da evolução dos valores da Magnitude de Tensão na barra 10 (pu) e das Perdas Ativas Totais (pu) para o Sistema de 10 Barras mediante a adição de cada BC à rede. Caso discreto.

Analisando os resultados (Figura 4.9), constata-se que os níveis de tensão foram regulados de 0,8375 pu para 0,9291 pu, todavia, um aumento aproximado de 10,14% ocorreu nas perdas ativas totais. A Figura 4.10 ilustra os valores dos multiplicadores de Lagrange λ_Q e justifica este aumento nas perdas.

Figura 4.10 – Gráfico representativo do valor dos multiplicadores de Lagrange λ_Q para o sistema de 10 barras nas cinco situações (sem BC, com BC na barra 10; com BC nas barras 6 e 10; com BC nas barras 6, 7 e 10 e com BC nas barras 6, 7, 8 e 10). Caso discreto.

A partir dos resultados obtidos, verifica-se que, quando nenhum BC foi instalado, a adição de uma unidade de reativos à rede em quaisquer barras provoca redução das perdas ativas totais, embora a maior redução ocorra quando reativos são adicionados à barra 10 do sistema. Na iteração 1 (com BC na barra 10), as barras 2 a 8 provocam redução de perdas, enquanto nas barras 9 e 10 há aumento. Observe-se que, se o critério de barras candidatas não fosse adotado, o maior λ_Q seria na barra 5, todavia, como o objetivo do trabalho é eliminar violações de tensão, esta não é candidata a receber BC porque não apresenta limite inferior de tensão violado. Na iteração 2 (com BC nas barras 10 e 6), alocar reativos nas barras 2 a 5 provocaria redução de perdas, enquanto, no restante, causaria aumento. Na iteração 3 (com BC nas barras 10, 6 e 7), adição de reativos somente nas barras 2, 3 e 4 provocariam redução de perdas. Por fim, na iteração 4 (com BC nas barras 10, 6, 7 e 8) somente as barras 2 e 3 reduziriam perdas.

Resolvendo o problema de dimensionamento de BCs por FPO para o caso discreto, tem-se na Tabela 4.17 um comparativo entre os resultados obtidos por cada metodologia.

Tabela 4.17 – Comparativo entre o método de dimensionamento de BCs usando PL com o método usando FPO. Caso discreto.

Método	Perdas Ativas Totais (pu)	V_{min} (pu)	ΔQ_{10} (pu)	ΔQ_6 (pu)	ΔQ_7 (pu)	ΔQ_8 (pu)
PL	0,8633	0,9291	1,8	1,8	1,8	0,6
FPO	0,8652	0,9299	1,163	1,8	1,8	1,521

A tensão e as perdas são ligeiramente superiores no estudo usando o FPO. A somatória da dimensão dos BCs usando FPO foi 4,73% maior que o caso usando PL. Conclui-se, todavia, que a metodologia utilizando PL encontrou bons resultados para os valores de perdas ativas totais quando comparada à formulação usando FPO, diferentemente do estudo realizado na Seção 4.4.1.

4.5 Considerações Finais

Neste capítulo foram apresentados a formulação específica do problema e o respectivo algoritmo para alocação de reativos. Um método baseado em técnicas de otimização não linear é usado para resolver o problema de fluxo de carga. Posteriormente, uma análise de sensibilidade é realizada nos multiplicadores de Lagrange para determinar a barra a receber reativos. A formulação de um problema de PL é realizada com o intuito de determinar a

quantidade mínima de potência reativa necessária para regular os níveis de tensão dentro de patamares inferiores e superiores pré-estabelecidos. Por fim, realiza-se este processo de maneira iterativa de modo que o problema finaliza somente quando as tensões em todas as barras não estiverem com os limites violados. Um FPO para o mesmo problema é executado para permitir a avaliação dos resultados.

É interessante frisar que este trabalho propôs a substituição da matriz de sensibilidade S utilizada tanto por Kishore e Hill (1971), quanto por Sousa (2003), que consideram o acoplamento Variação de Potência Reativa com Variação de Tensão por meio de uma expansão de uma série de Taylor de 1ª. ordem, por uma relação linear da Variação de Potência com a Variação das Variáveis de Estado demonstrada matematicamente por Löf *et al.* (1992).

O método considerando BCs discretos converge para uma boa solução quando se trata de redução tanto da quantidade de BCs, quanto das perdas ativas totais.

Tendo em vista que bons resultados foram alcançados para o caso discreto, no Capítulo 5, testes são realizados em sistemas maiores (estudos de casos) utilizando tal consideração. Os resultados são avaliados e discutidos.

Capítulo 5

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos da aplicação da técnica utilizando análise de sensibilidade dos multiplicadores de Lagrange para alocação de reativos em sistemas de distribuição de energia. Sistemas de 34 barras e 70 barras foram utilizados em dois estudos de casos, para cada sistema, de modo que algumas de suas particularidades são discutidas.

5.1 Considerações iniciais

A fim de verificar a eficácia do método proposto nesta pesquisa, dois estudos de casos foram realizados. O primeiro deles é de um sistema radial com 4 laterais de 34 barras (CHIS; SALAMA; JAYARAM, 1997). O segundo é um sistema radial com 7 laterais de 70 barras (BARAN; WU, 1989a). Os dois casos foram simulados para situações de carga distintas.

Algumas considerações são assumidas na realização dos estudos de casos. Elas são:

- a tensão na subestação (SE) é considerada no valor de $V_{SE} = 1 \text{ pu}$ e $S_{base} = 1000 \text{ kVA}$, invariavelmente;
- a magnitude de tensão em todas as barras deve estar entre $0,93 \text{ pu}$ e $1,05 \text{ pu}$;
- a tolerância especificada para os *mismatches* das equações de balanço de potência ativa ou reativa é de $\xi = 10^{-5}$;
- a tolerância especificada para os desvios de tensão em relação a $0,93 \text{ pu}$ é de $\delta_V = 0,5 \cdot 10^{-3}$; e

- consideram-se somente os bancos de capacitores discretos de 100 *kVAr*, 150 *kVAr*, 300 *kVAr*, 450 *kVAr*, 600 *kVAr*, 900 *kVAr*, 1200 *kVAr* e 1800 *kVAr*.

A função objetivo do problema é a minimização de perdas ativas totais nas linhas de distribuição. As restrições de igualdade são as equações de balanço de potência ativa e reativa. As restrições de desigualdade são os limites inferiores e superiores de tensão.

5.2 Sistema de 34 barras

O sistema de 34 barras (CHIS; SALAMA; JAYARAM, 1997) estudado apresenta as seguintes características:

- 1 barra de geração (*slack*) – barra 1. É a subestação que alimenta a rede;
- 33 barras de carga;
- 33 linhas de distribuição; e
- 4 laterais.

O diagrama unifilar da rede em questão é ilustrado na Figura 5.1.

Figura 5.1 – Diagrama unifilar do sistema de distribuição radial de 34 barras.

O estudo do sistema da Figura 5.1 foi dividido em dois estudos de caso (Caso 1 e Caso 2). Considerando os dados de barras originais (caso base ou original do APÊNDICE A)

propostos por Chis, Salama e Jayaram (1997), calculam-se os vetores das variáveis de estado V e θ por meio do fluxo de carga. Os resultados obtidos permitiram identificar que a menor magnitude de tensão é correspondente ao valor de 0,9417 pu na barra 27, logo a restrição de nível de tensão está sendo atendida. Neste contexto, o Sistema de 34 barras Caso 1 (S34C1) e o Sistema 34 barras Caso 2 (S34C2) foram elaborados a partir do caso base.

Na coluna referente ao Caso 1 (Tabela A.3), um crescimento uniforme das cargas foi considerado em relação aos dados originais, ao longo de 5 anos, assumindo uma taxa de crescimento anual de 4,5%. Além disso, a carga na barra 22 sofreu um aumento de 200%. Na coluna referente ao Caso 2 (Tabela A.3), assume-se que, com os dados do Caso 1, uma situação mais crítica é criada. Um acréscimo de 500% no valor da carga atual é realizado na barra 9 do sistema.

Tendo em vista a existência dos dois estudos de caso, S34C1 e S34C2, as Seções 5.2.1 e 5.2.2 avaliam a metodologia de alocação de BCs fixos para tais cenários.

5.2.1 Sistema de 34 barras - Caso 1 (S34C1)

A. Solução do S34C1 usando PL

O estado inicial do S34C1 referente à magnitude da tensão determinado pelo fluxo de carga é ilustrado a seguir:

Figura 5.2 – Magnitude de tensão (pu) para o S34C1.

Pelos resultados obtidos, identifica-se que as barras 21 a 27 estão com os níveis de tensão abaixo de $0,93 \text{ pu}$. O estudo de alocação de BCs, portanto, é realizado. Considerando a formulação do problema por PL, verifica-se que as barras 27 (1º iteração) e 21 (2º iteração) devem receber BCs. As dimensões dos BCs calculadas são $\Delta Q_{27} = 2,31 \text{ pu}$ e $\Delta Q_{21} = 1,169 \text{ pu}$; os valores discretos atribuídos são $\Delta Q_{27} = 1,8 \text{ pu}$ e $\Delta Q_{21} = 1,2 \text{ pu}$. A magnitude das tensões no estado final do S34C1 é ilustrada na Figura 5.3.

Figura 5.3 – Magnitude de tensão (pu) para o S34C1 com BCs nas barras 27 e 21.

Os resultados mostram que não há barras com tensão violada (respeitando uma tolerância de $0,0005 \text{ pu}$), logo o estudo de alocação de BCs é finalizado.

A Tabela 5.1 apresenta algumas informações relevantes durante as etapas intermediárias do algoritmo. Maiores detalhes a respeito dos valores das variáveis de estado e de controle a cada iteração podem ser observados no APÊNDICE C.

Tabela 5.1 – Alocação de BCs para o S34C1.

	ESTADO DA REDE			ALOCÇÃO DE BCS		
	V_{min} em pu (Barra)	Perdas Ativas Totais (kW)	$máx(\lambda_Q)$	Posição do BC (nº da barra)	Dimensão do BC (pu) calculada	Dimensão do BC (pu) inserida
Iteração 1	0,9143 (27)	463,9540	0,10477	27	2,31	1,8
Iteração 2	0,9252 (26)	375,9705	0,02552	21	1,169	1,2
Fim	0,9299 (26)	367,8995	-	-	-	-

Com base nos dados apresentados na Tabela 5.1, verifica-se que a tensão mínima da rede é de $0,9143 \text{ pu}$ na barra 27, para o caso base (sem BCs), e $0,9299 \text{ pu}$ na barra 26, para o

estado final. Além disto, constata-se que houve uma redução nas perdas ativas de 463,95 kW para 367,89 kW, que pode ser explicada matematicamente pelo sinal positivo de " $\max(\lambda_Q)$ " nas duas iterações.

Havendo determinado o número, a localização e o dimensionamento de BCs para o S34C1, os resultados podem ser confrontados e avaliados com os obtidos pela metodologia baseada em um FPO.

B. Solução do S34C1 usando Fluxo Potência Ótimo

A resolução de um FPO permite determinar as variáveis de estado e as variáveis de controle do problema. As soluções encontradas, quando inseridos BCs como variáveis de controle nas barras 27 e 21, são: $\Delta Q_{21} = 1,8 \text{ pu}$ e $\Delta Q_{27} = 1,36 \text{ pu}$.

Para estabelecer uma comparação entre ambas as metodologias, calculam-se as diferenças entre as magnitudes das tensões finais obtidas pelo FPO em relação às obtidas pelo modelo anterior, como ilustrado a seguir:

Figura 5.4 – Diferença na Magnitude de tensão (pu) do S34C1 calculada pelo FPO em relação a PL.

Os resultados apresentados na Figura 5.4 mostram que tal diferença retorna valores positivos para todas as barras, sendo ela máxima na barra 21, e mínima, na barra 27. Isto ocorre porque 5,3% mais reativos foram alocados ao sistema neste caso. Além disto, a diferença é máxima na barra 21, pois esta recebeu um BC 50% maior que aquele dimensionado pela PL, e mínima na barra 27, porque esta recebeu um BC 24,44% menor.

As perdas ativas e reativas na condição com BC alocado nas barras 21 e 27, usando o FPO, são mostradas na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Perdas Ativas (kW) e Reativas (kVAr) Totais calculadas pelo FPO para o S34C1 com BC nas barras 21 e 27.

Perdas Ativas Totais (kW)	Perdas Reativas Totais (kVAr)
359,4614	102,4983

Comparando os dados apresentados na Tabela 5.1 com os da Tabela 5.2, verifica-se que as perdas ativas reduziram de 367,89 kW para 359,46 kW. Esta diferença, aproximadamente de 2,29%, deve-se à capacidade que o FPO possui para minimizar a função objetivo (perdas ativas) independentemente da quantidade de reativos adicionada. Conclui-se, portanto, que a formulação baseada em PL apresenta resultados satisfatórios, considerando que BCs de valores discretos estão sendo alocados.

C. Análise e discussão dos resultados

No estudo de caso S34C1, constatou-se inicialmente a existência de sete barras com os limites de tensão violados, representando um único grupo de barras candidatas a receberem BCs (barras 21 a 27). A fim de eliminar tais violações, BCs foram instalados com base na formulação de um problema de PL. O gráfico apresentado na Figura 5.5 mostra a evolução tanto dos valores da magnitude de tensão na barra 27 (tensão inicial mais baixa do sistema), quanto das perdas ativas totais.

Figura 5.5 – Gráfico da evolução dos valores da Magnitude de Tensão na barra 27 (pu) e das Perdas Ativas Totais (pu) para o S34C1 mediante a adição de cada BC à rede.

Observa-se que o algoritmo convergiu em duas iterações, sendo elas correspondentes à alocação de BCs nas barras 27 (1ª iteração) e 21 (2ª iteração). As restrições de violações de tensão foram todas respeitadas. Além disso, as perdas reduziram significativamente, correspondendo a uma redução de 20,78%. A Tabela 5.3 complementa as informações apresentadas, mostrando a evolução percentual da tensão e das perdas a cada iteração.

Tabela 5.3 – Evolução percentual da tensão na barra 27 e das perdas a cada iteração para o S34C1.

S34C1	Iteração 1	Iteração 2
Dimensão do BC	$\Delta Q_{27} = 1,8 \text{ pu}$	$\Delta Q_{21} = 1,2 \text{ pu}$
Tensão (barra 27)	↑ 1,22%	↑ 0,52%
Perdas Ativas Totais	↓ 19,03%	↓ 2,15%

A Tabela 5.3 evidencia contribuições significativas tanto na elevação da tensão, como na redução das perdas, particularmente na iteração 1. O decréscimo das perdas pode ser justificado pela análise dos valores dos multiplicadores de Lagrange para cada iteração, cujos dados são apresentados na Figura 5.6.

Figura 5.6 – Gráfico representativo do valor dos multiplicadores de Lagrange λ_Q para o S34C1 nas três iterações (sem BC, com BC na barra 27; com BCs nas barras 27 e 21).

Na iteração 1 (barras azuis) da Figura 5.6, o multiplicador de Lagrange na barra 27 é o maior, logo, a adição de potência reativa gera a maior redução de perdas. Na iteração 2 (barras vermelhas), a adição de reativos na barra 21 também gera redução de perdas, mas em menor proporção, pois o valor absoluto do multiplicador de Lagrange da barra 21 é inferior quando comparado ao da barra 27 da iteração 1. No estado final da rede (barras verdes), verifica-se que caso houvesse adição de reativos nas barras 19 a 27, um aumento nas perdas ocorreria, pois os multiplicadores são negativos.

5.2.2 Sistema de 34 barras - Caso 2 (S34C2)

A. Solução do S34C2 usando PL

O estado inicial do S34C2 referente à magnitude da tensão é ilustrado a seguir:

Figura 5.7 – Magnitude de tensão (pu) para o S34C2.

Pelos resultados obtidos, identifica-se que as barras 9 a 12 e 31 a 34 formam um grupo de barras adjacentes com os níveis de tensão abaixo de $0,93 pu$, e 19 a 27 o outro grupo. Neste cenário, BCs são alocados a fim de regular tensão. Considerando a formulação do problema de PL, tem-se que as barras 27 (1ª iteração), 34 (2ª iteração), 19 (3ª iteração), 20 (4ª iteração) e 21 (5ª iteração) devem receber BCs. As dimensões calculadas destes elementos são $\Delta Q_{27} = 4,01 pu$, $\Delta Q_{34} = 1,07 pu$, $\Delta Q_{19} = 4,08 pu$, $\Delta Q_{20} = 2,29 pu$ e $\Delta Q_{21} = 0,57 pu$; os valores discretos atribuídos são $\Delta Q_{27} = 1,8 pu$, $\Delta Q_{34} = 1,2 pu$, $\Delta Q_{19} = 1,8 pu$, $\Delta Q_{20} = 1,8 pu$ e $\Delta Q_{21} = 0,6 pu$. A magnitude das tensões no estado final do S34C2 é ilustrada na Figura 5.8.

Figura 5.8 – Magnitude de tensão (pu) para o S34C2 com BC nas barras 27, 34, 19, 20 e 21.

Com base nos resultados obtidos, conclui-se que não há barras com tensão violada. A Tabela 5.4 apresenta algumas informações relevantes durante as etapas intermediárias do

algoritmo. Maiores detalhes a respeito dos valores das variáveis de estado e de controle a cada iteração podem ser observados no APÊNDICE C.

Tabela 5.4 – Alocação de BCs para o S34C2.

	ESTADO DA REDE			ALOCÇÃO DE BCS		
	V_{min} em pu (Barra)	Perdas Ativas Totais (kW)	$máx(\lambda_Q)$	Posição do BC (nº da barra)	Dimensão do BC (pu) calculada	Dimensão do BC (pu) inserida
Iteração 1	0,9025 (27)	713,8986	0,12159	27	4,01	1,8
Iteração 2	0,9136 (26)	600,6418	0,07129	34	1,07	1,2
Iteração 3	0,9162 (26)	550,9596	0,02434	19	4,08	1,8
Iteração 4	0,9220 (26)	546,1193	-0,01898	20	2,29	1,8
Iteração 5	0,9280 (26)	624,3078	-0,06865	21	0,57	0,6
Fim	0,9300 (26)	670,9781	-	-	-	-

Pelos dados apresentados na Tabela 5.4, verifica-se que a tensão mínima da rede é de 0,9025 pu na barra 27, para o caso base (sem BCs), e 0,9300 pu na barra 26, para o estado final. Além disto, constata-se que houve uma redução nas perdas ativas de 713,90 kW para 670,98 kW. O aumento das perdas na iteração 5 e no estado final pode ser explicado pelo sinal negativo de " $max(\lambda_Q)$ " das respectivas iterações anteriores.

Havendo determinado o número, a localização e o dimensionamento de BCs para o S34C2, os resultados também podem ser confrontados e avaliados com aqueles obtidos pela metodologia baseada em FPO.

B. Solução do S34C2 usando Fluxo Potência Ótimo

As soluções encontradas pela metodologia baseada em FPO, quando inseridos BCs como variáveis de controle nas barras 19, 20, 21, 27 e 34, são: $\Delta Q_{19} = 1,8$ pu, $\Delta Q_{20} = 0,58$ pu, $\Delta Q_{21} = 1,651$ pu, $\Delta Q_{27} = 1,755$ pu e $\Delta Q_{34} = 1,398$ pu.

Para estabelecer uma comparação entre ambas as metodologias, calculam-se as diferenças entre as magnitudes das tensões finais obtidas pelo FPO em relação às obtidas pelo modelo anterior, como ilustrado a seguir:

Figura 5.9 – Diferença na Magnitude de tensão (pu) do S34C2 calculada pelo FPO em relação a PL.

Os resultados apresentados na Figura 5.9 mostram que tal diferença retorna tanto valores positivos como negativos, sendo ela máxima na barra 34 e mínima na barra 20. Neste caso 0,22% menos reativos foram alocados ao sistema. Além disto, a diferença é máxima na barra 34, pois esta recebeu um BC 16,5% maior que aquele dimensionado pela PL, e mínima na barra 20, porque esta recebeu um BC 67,77% menor.

As perdas ativas e reativas na condição com BC alocado nas barras 19, 20, 21, 27 e 34 usando o FPO, são mostradas na Tabela 5.5.

Tabela 5.5 – Perdas Ativas (kW) e Reativas (kVAr) Totais calculadas pelo FPO para o S34C2 com BC nas barras 19, 20, 21, 27 e 34.

Perdas Ativas Totais (kW)	Perdas Reativas Totais (kVAr)
666,0637	186,8629

Comparando os dados apresentados na Tabela 5.4 com os da Tabela 5.5, verifica-se que as perdas ativas reduziram de 670,97 kW para 666,06 kW. Esta diferença, aproximadamente de 0,73%, deve-se à capacidade que o FPO possui para minimizar a função objetivo (perdas ativas) independentemente da quantidade de reativos adicionada. Conclui-se, portanto, que a formulação baseada em PL apresenta resultados bastante satisfatórios considerando que BCs de valores discretos estão sendo alocados.

C. *Análise e discussão dos resultados*

No estudo de caso S34C2, constatou-se inicialmente a existência de dezessete barras com os limites de tensão violados, representando dois grupos de barras candidatas a receberem BCs (grupo 1: barras 19 a 27; grupo 2: 9 a 12 e 31 a 34). A fim de eliminar tais violações, BCs foram instalados com base na formulação de um problema de PL. O gráfico apresentado na Figura 5.10 mostra a evolução tanto dos valores de magnitude de tensão na barra 27 (tensão inicial mais baixa), quanto das perdas ativas totais.

Figura 5.10 – Gráfico da evolução dos valores da Magnitude de Tensão na barra 27 (pu) e das Perdas Ativas Totais (pu) para o S34C2 mediante a adição de cada BC à rede.

Observa-se que o algoritmo convergiu em cinco iterações, sendo elas correspondentes à alocação de BCs nas barras 27 (1ª iteração), 34 (2ª iteração), 19 (3ª iteração), 20 (4ª iteração) e 21 (5ª iteração). As restrições de violações de tensão foram todas respeitadas. Além disto, as perdas sofreram uma redução de 6,01%. A Tabela 5.6 complementa as informações apresentadas, mostrando a evolução percentual da tensão e das perdas a cada iteração.

Tabela 5.6 – Evolução percentual da tensão mínima e das perdas a cada iteração para o S34C2.

S34C2	Iteração 1	Iteração 2	Iteração 3	Iteração 4	Iteração 5
Dimensão do BC	ΔQ_{27} = 1,8 pu	ΔQ_{34} = 1,2 pu	ΔQ_{19} = 1,8 pu	ΔQ_{20} = 1,8 pu	ΔQ_{21} = 0,6 pu
Tensão (barra 27)	↑ 1,24%	↑ 0,28%	↑ 0,64%	↑ 0,64%	↑ 0,23%
Perdas Ativas Totais	↓ 15,87%	↓ 8,26%	↓ 0,89%	↑ 14,32%	↑ 7,48%

A Tabela 5.6 evidencia contribuições significativas na elevação da tensão, como na redução de perdas, particularmente na iteração 1. O comportamento de diminuição das perdas durante as três primeiras iterações, e posterior aumento nas iterações restantes, pode ser justificado pela análise dos valores dos multiplicadores de Lagrange para cada iteração, cujos dados são apresentados na Figura 5.11.

Figura 5.11 – Gráfico representativo do valor dos multiplicadores de Lagrange λ_Q para o S34C2 nas cinco iterações (sem BC, com BC na barra 27; com BCs nas barras 27 e 34; com BC nas barras 27, 34 e 19; com BC nas barras 27, 34, 19 e 20; com BC nas barras 27, 34, 19, 20 e 21).

Na iteração 1 (barras azuis), o multiplicador de Lagrange na barra 27 é o maior, logo, a adição de potência reativa gera a maior redução de perdas. Na iteração 2 (barras vermelhas) e na iteração 3 (barras verdes), contudo, a adição de reativos nas barras também gera redução

de perdas, mas em menor proporção, porque o valor absoluto do multiplicador de Lagrange fica cada vez menor a cada iteração. Na iteração 4 (barras roxas) e na iteração 5 (barras azuis celestes), os multiplicadores de Lagrange associados às barras que recebem BCs são negativos, por isto a adição de reativos aumentou as perdas, conforme Tabela 5.6. No estado final da rede (barras laranja) verifica-se que a adição de reativos em qualquer barra geraria aumento das perdas.

5.3 Sistema de 70 barras

O sistema de 70 barras (BARAN; WU, 1989a) estudado apresenta as seguintes características:

- 1 barra de geração (*slack*) – barra 1. É a subestação que alimenta a rede;
- 69 barras de carga;
- 69 linhas de distribuição; e
- 7 laterais.

O diagrama unifilar da rede em questão é ilustrado na Figura 5.12.

Figura 5.12 – Diagrama unifilar do sistema de distribuição radial de 70 barras.

O estudo do sistema da Figura 5.12 foi dividido em dois estudos de caso (Caso 1 e Caso 2). Considerando os dados de barras originais (caso base ou original no APÊNDICE A) propostos por Baran e Wu (1989a), calculam-se os vetores das variáveis de estado V e θ por meio do fluxo de carga. Os resultados obtidos permitiram identificar que a menor magnitude de tensão corresponde ao valor de 0,9091807 pu na barra 66, logo a restrição de nível de tensão está sendo violada. Neste contexto, o Sistema de 70 barras Caso 1 (S70C1) e o Sistema 70 barras Caso 2 (S70C2) foram elaborados com o intuito a partir do caso base.

Na coluna referente ao Caso 1, (Tabela A.5) os dados de barra do problema original foram considerados. Na coluna referente ao Caso 2 (Tabela A.5), o sistema é submetido a um cenário onde novas cargas são alimentadas pelas barras 22, 25 e 28 da rede, correspondendo a um acréscimo de 200%, 900% e 900%, respectivamente, nos valores das cargas atuais.

Tendo em vista a existência dos dois estudos de caso, S70C1 e S70C2, as Seções 5.3.1 e 5.3.2 avaliam metodologia de alocação de BCs fixos para tais cenários.

5.3.1 Sistema de 70 barras - Caso 1 (S70C1)

A. Solução do S70C1 usando PL

O estado inicial do S70C1 referente à magnitude da tensão é ilustrado na Figura 5.13.

Figura 5.13 – Magnitude de tensão (pu) para o S70C1.

Com base nos resultados obtidos, identifica-se que as barras 59 a 66 estão com os níveis de tensão abaixo de $0,93 \text{ pu}$. O estudo de alocação de BCs, então, é realizado. Considerando a formulação do problema de PL, verifica-se que as barras 66 (1ª iteração) e 62 (2ª iteração) devem receber BCs. As dimensões dos BCs calculadas são $\Delta Q_{66} = 0,99 \text{ pu}$ e $\Delta Q_{62} = 0,20 \text{ pu}$; os valores discretos atribuídos são $\Delta Q_{66} = 0,9 \text{ pu}$ e $\Delta Q_{62} = 0,3 \text{ pu}$. A magnitude das tensões no estado final do S70C1 é ilustrada na Figura 5.14.

Figura 5.14 – Magnitude de tensão (pu) para o S70C1 com BCs nas barras 66 e 62.

Conclui-se, pelos resultados, que não há barras com tensão violada. A Tabela 5.7 apresenta algumas informações relevantes a respeito das etapas intermediárias do algoritmo. Maiores detalhes a respeito dos valores das variáveis de estado e de controle a cada iteração podem ser observados no APÊNDICE C.

Tabela 5.7 – Alocação de BCs para o S70C1.

	ESTADO DA REDE			ALOCÇÃO DE BCS		
	V_{min} em pu (Barra)	Perdas Ativas Totais (kW)	$máx(\lambda_Q)$	Posição do BC (nº da barra)	Dimensão do BC (pu) calculada	Dimensão do BC (pu) inserida
Iteração 1	0,9092 (66)	225,0193	0,11697	66	0,99	0,9
Iteração 2	0,9268 (62)	169,4491	0,03535	62	0,20	0,3
Fim	0,9314 (62)	162,5153	-	-	-	-

Pelos dados apresentados na Tabela 5.7, verifica-se que a tensão mínima da rede é de $0,9092 \text{ pu}$ na barra 66, para o caso base (sem BCs), e $0,9314 \text{ pu}$ na barra 62, para o estado final. Além disto, constata-se que houve uma redução nas perdas ativas de 225,02 kW para

162,52 kW, que pode ser explicada matematicamente pelo sinal positivo de " $\max(\lambda_Q)$ " nas duas iterações.

Havendo determinado o número, a localização e o dimensionamento de BCs para o S70C1, os resultados podem ser confrontados e avaliados com os obtidos pela metodologia baseada em um FPO.

B. Solução do S70C1 usando Fluxo Potência Ótimo

As soluções encontradas, quando inseridos BCs como variáveis de controle nas barras 66 e 62, são: $\Delta Q_{66} = 0,873 \text{ pu}$ e $\Delta Q_{62} = 0,229 \text{ pu}$.

Para estabelecer uma comparação entre ambas as metodologias, calculam-se as diferenças entre as magnitudes das tensões finais obtidas pelo FPO em relação às obtidas pelo modelo anterior, como ilustrado a seguir:

Figura 5.15 – Diferença na Magnitude de tensão (pu) do S70C1 calculada pelo FPO em relação a PL.

Os resultados apresentados na Figura 5.15 mostram que tal diferença retorna valores negativos para todas as barras, sendo ela, em valor absoluto, máxima na barra 66. Isto ocorre porque 8,16% menos reativos foram alocados ao sistema neste caso. A barra 66 recebeu um BC 3% menor que àquele dimensionado pela PL, e a barra 62, BC 23,66% menor.

As perdas ativas e reativas na condição com BC alocado nas barras 66 e 62, usando o FPO, são mostradas na Tabela 5.8.

Tabela 5.8 – Perdas Ativas (kW) e Reativas (kVAr) Totais calculadas pelo FPO para o S70C1 com BC nas barras 66 e 62.

Perdas Ativas Totais (kW)	Perdas Reativas Totais (kVAr)
163,2934	76,1803

Comparando os dados apresentados na Tabela 5.7 com os da Tabela 5.8, verifica-se que as perdas ativas aumentaram de 162,5153 kW para 163,29 kW. Esta diferença, aproximadamente de 0,44%, é justificada porque 8,16% menos reativos são injetados à rede pela metodologia baseada no FPO. Conclui-se, portanto, que a formulação baseada em PL apresenta resultados bastante satisfatórios.

C. *Análise e discussão dos resultados*

No estudo de caso S70C1, constatou-se inicialmente a existência de oito barras com os limites de tensão violados, representando um único grupo de barras candidatas a receberem BCs (barras 59 a 66). A fim de eliminar tais violações, BCs foram instalados com base na formulação de um problema de PL. O gráfico apresentado na Figura 5.16 mostra a evolução tanto dos valores da magnitude de tensão na barra 66 (tensão inicial mais baixa do sistema), quanto das perdas ativas totais.

Figura 5.16 – Gráfico da evolução dos valores da Magnitude de Tensão na barra 66 (pu) e das Perdas Ativas Totais (pu) para o S70C1 mediante a adição de cada BC à rede.

Observa-se que o algoritmo convergiu em duas iterações, sendo elas correspondentes à alocação de BCs nas barras 66 (1ª iteração) e 62 (2ª iteração). As restrições de violações de tensão foram todas respeitadas e as perdas reduzidas em um valor aproximado de 27,78%. A Tabela 5.9 complementa as informações apresentadas, mostrando a evolução percentual da tensão e das perdas a cada iteração.

Tabela 5.9 – Evolução percentual da tensão mínima e das perdas a cada iteração para o S70C1.

S70C1	Iteração 1	Iteração 2
Dimensão do BC	$\Delta Q_{66} = 0,9 \text{ pu}$	$\Delta Q_{62} = 0,3 \text{ pu}$
Tensão (barra 66)	↑ 2,26%	↑ 0,49%
Perdas Ativas Totais	↓ 24,71%	↓ 4,07%

A Tabela 5.9 evidencia contribuições significativas tanto na elevação da tensão, como na redução das perdas, particularmente na iteração 1. O decréscimo das perdas pode ser justificado pela análise dos valores dos multiplicadores de Lagrange para cada iteração, cujos dados são apresentados na Figura 5.17.

Figura 5.17 – Gráfico representativo do valor dos multiplicadores de Lagrange λ_Q para o S70C1 nas três iterações (sem BC, com BC na barra 66; com BCs nas barras 66 e 62).

Na iteração 1 (barras azuis), da Figura 5.17, o multiplicador de Lagrange na barra 66 é o maior. Assim, a adição de um BC gera a maior redução de perdas. Na iteração 2 (barras vermelhas), a adição de reativos na barra 62 também gera redução de perdas porque o

multiplicador de Lagrange é positivo, mas em menor proporção, pois, além de menos reativos terem sido adicionados a rede, o valor absoluto é inferior quando comparado ao da barra 66 da iteração 1. No estado final da rede (barras verdes) verifica-se que caso houvesse adição de reativos na barra 66, um aumento das perdas ocorreria, pois o multiplicador de Lagrange é negativo.

5.3.2 Sistema de 70 barras - Caso 2 (S70C2)

A. Solução do S70C2 usando PL

O estado inicial do S70C2 referente à magnitude da tensão é ilustrado a seguir:

Figura 5.18 – Magnitude de tensão (pu) para o S70C2.

Com base nos resultados obtidos, identifica-se que as barras 16 a 28 e 59 a 66 estão com os níveis de tensão abaixo de 0,93 pu. O estudo de alocação de BCs, portanto, é realizado. Considerando a formulação do problema por PL, verifica-se que as barras 66 (1º iteração), 28 (2º iteração), 22 (3º iteração) e 60 (4º iteração) devem receber BCs. As dimensões dos BCs calculadas são $\Delta Q_{66} = 1,31 \text{ pu}$, $\Delta Q_{28} = 0,41 \text{ pu}$, $\Delta Q_{22} = 0,03 \text{ pu}$ e $\Delta Q_{60} = 0,21 \text{ pu}$; os valores discretos atribuídos são $\Delta Q_{66} = 1,2 \text{ pu}$, $\Delta Q_{28} = 0,45 \text{ pu}$, $\Delta Q_{22} = 0,1 \text{ pu}$ e $\Delta Q_{60} = 0,3 \text{ pu}$. A magnitude das tensões no estado final do S70C2 é ilustrada na Figura 5.19.

Figura 5.19 – Magnitude de tensão (pu) para o S70C2 com BCs nas barras 66, 28, 22 e 60.

Os resultados mostram que não há barras com tensão violada. A Tabela 5.10 apresenta algumas informações relevantes a respeito das etapas intermediárias do algoritmo. Maiores detalhes a respeito dos valores das variáveis de estado e de controle a cada iteração podem ser observados no APÊNDICE C.

Tabela 5.10 – Alocação de BCs para o S70C2.

	ESTADO DA REDE			ALOCÇÃO DE BCs		
	V_{min} em pu (Barra)	Perdas Ativas Totais (kW)	$max(\lambda_Q)$	Posição do BC (nº da barra)	Dimensão do BC (pu) calculada	Dimensão do BC (pu) inserida
Iteração 1	0,9032 (66)	327,3455	0,12593	66	1,31	1,2
Iteração 2	0,9193 (28)	265,4839	0,09240	28	0,41	0,45
Iteração 3	0,9270 (62)	238,5664	0,03625	22	0,03	0,1
Iteração 4	0,9273 (62)	235,4906	0,01191	60	0,21	0,3
Fim	0,9311 (62)	234,8853	-	-	-	-

Pelos dados apresentados na Tabela 5.10, verifica-se que a tensão mínima da rede é de 0,9032 pu na barra 66, para o caso base (sem BCs), e 0,9311 pu na barra 62, para o estado final. Além disto, constata-se uma redução nas perdas ativas de 327,34 kW para 234,89 kW, que pode ser explicada matematicamente pelo sinal positivo de " $max(\lambda_Q)$ " nas quatro iterações.

Havendo determinado o número, a localização e o dimensionamento de BCs para o S70C2, os resultados podem ser confrontados e avaliados com os obtidos pela metodologia baseada em um FPO.

B. Solução do S70C2 usando Fluxo Potência Ótimo

As soluções encontradas quando inseridos BCs como variáveis de controle nas barras 66, 28, 22 e 60, são: $\Delta Q_{66} = 0,574 \text{ pu}$, $\Delta Q_{28} = 0,179 \text{ pu}$, $\Delta Q_{22} = 0,369 \text{ pu}$ e $\Delta Q_{60} = 0,975 \text{ pu}$.

Para estabelecer uma comparação entre ambas as metodologias, calculam-se as diferenças entre as magnitudes das tensões finais obtidas pelo FPO em relação às obtidas pelo modelo anterior, como ilustrado a seguir:

Figura 5.20 – Diferença na Magnitude de tensão (pu) do S70C2 calculada pelo FPO em relação a PL.

Os resultados apresentados na Figura 5.20 mostram que tal diferença retorna tanto valores positivos como negativos para as barras, sendo ela máxima, em valor absoluto, na barra 66, mas em valor real, na barra 60. Neste caso 2,29% mais reativos foram alocados ao sistema. Além disto, a diferença em valor absoluto é máxima na barra 66, pois esta recebeu um BC 52,16% menor que aquele dimensionado pela PL, e máxima em valor real na barra 60, porque esta recebeu um BC 225% maior.

As perdas ativas e reativas na condição com BCs alocados nas barras 22, 28, 60 e 66, usando o FPO, são mostradas na Tabela 5.11.

Tabela 5.11 – Perdas Ativas (kW) e Reativas (kVAr) Totais calculadas pelo FPO para o S70C2 com BCs nas barras 22, 28, 60 e 66.

Perdas Ativas Totais (kW)	Perdas Reativas Totais (kVAr)
220,6921	98,6128

Comparando os dados apresentados na Tabela 5.10 com os da Tabela 5.11, verifica-se que as perdas ativas reduziram de 234,8853 kW para 220,6921 kW. Esta diferença, aproximadamente de 6%, deve-se à capacidade que o FPO possui de minimizar a função objetivo (perdas ativas) independentemente da quantidade de reativos adicionada e, além disso, observar que 2,3% mais reativos foram alocados. Deste modo, conclui-se que a formulação baseada em PL apresenta resultados satisfatórios considerando que BCs de valores discretos foram alocados.

C. *Análise e discussão dos resultados*

No estudo de caso S70C2, constatou-se inicialmente a existência de vinte e uma barras com os limites de tensão violados, representando dois grupos de barras candidatas (barras 16 a 28 e 59 a 66) a receberem BCs. A fim de eliminar tais violações, BCs foram instalados com base na formulação do problema de PL. O gráfico ilustrado na Figura 5.21 mostra a evolução tanto dos valores da magnitude de tensão na barra 62 (tensão final mais baixa do sistema), quanto das perdas ativas totais.

Figura 5.21 – Gráfico da evolução dos valores da Magnitude de Tensão na barra 62 (pu) e das Perdas Ativas Totais (pu) para o S70C2 mediante a adição de cada BC à rede.

Observa-se que o algoritmo convergiu em quatro iterações, sendo elas correspondentes à alocação de BCs nas barras 66 (1ª iteração), 28 (2ª iteração), 22 (3ª iteração) e 60 (4ª

iteração). As restrições de violações de tensão foram todas respeitadas e as perdas reduziram em um valor aproximado de 28,23%. A Tabela 5.12 complementa as informações apresentadas, mostrando a evolução percentual da tensão e das perdas a cada iteração.

Tabela 5.12 – Evolução percentual da tensão mínima e das perdas a cada iteração para o S70C2.

S70C2	Iteração 1	Iteração 2	Iteração 3	Iteração 4
Dimensão do BC	$\Delta Q_{66} = 1,2 \text{ pu}$	$\Delta Q_{28} = 0,45 \text{ pu}$	$\Delta Q_{22} = 0,1 \text{ pu}$	$\Delta Q_{60} = 0,3 \text{ pu}$
Tensão (barra 62)	↑ 2,08%	↑ 0,18%	↑ 0,03%	↑ 0,41%
Perdas Ativas Totais	↓ 18,81%	↓ 10,13%	↓ 1,3%	↓ 0,25%

A Tabela 5.12 evidencia contribuições significativas tanto na elevação da tensão, como na redução das perdas, particularmente na iteração 1. O decréscimo das perdas pode ser explicado pela análise dos valores dos multiplicadores de Lagrange para cada iteração, cujos dados são apresentados na Figura 5.22.

Figura 5.22 – Gráfico representativo do valor dos multiplicadores de Lagrange λ_Q para o sistema de 70 barras nas cinco iterações (sem BC, com BC na barra 66; com BCs nas barras 66 e 28; com BCs nas barras 66, 28 e 22; com BCs nas barras 66, 28, 22 e 60).

Na iteração 1 (barras azuis) da Figura 5.22, o multiplicador de Lagrange na barra 66 é o maior, logo, a adição de um BC nesta barra gera a maior redução nas perdas. Nas iterações 2 e 3 (barras vermelhas e verdes), os multiplicadores de Lagrange permanecem sendo todos positivos, portanto a adição de reativos em qualquer barra gera redução de perdas. Na iteração

4 (barras roxas), caso BCs fossem alocados na barra 66, o valor das perdas ativas totais aumentaria. No estado final da rede (barras azuis celestes), verifica-se que se houvesse adição de reativos nas barras 57 a 66, um aumento nas perdas ocorreria, pois os multiplicadores de Lagrange são negativos.

5.4 Considerações Finais

Com base nos resultados obtidos, é possível concluir que duas metodologias são apresentadas para a instalação de BCs fixos com o intuito de regular os níveis de tensão nas barras e reduzir as perdas ativas totais. A primeira delas, baseada em aproximação linear, realiza a alocação de BCs com a injeção mínima de potência reativa (resolução do problema de PL) e a instalação de um número reduzido de BCs (devido à consideração das barras candidatas a receberem BCs). A segunda, todavia, baseada em FPO, minimiza a função objetivo (perdas ativas) e atende às restrições de carga e de operação.

Quanto à qualidade dos resultados, tem-se que todos os estudos de casos apresentaram boas soluções, pois, juntamente com a redução das perdas ativas totais, houve a regulação da tensão. As soluções encontradas para as perdas por meio do método de aproximação linear foram bastante satisfatórias quando comparadas com as do FPO, uma vez que diferenças foram calculadas nos valores de 2,34%, 0,73%, 0,44% e 6%, respectivamente, para os S34C1, S34C2, S70C1 e S70C2. Vale recordar que o método baseado em PL determina valores discretos, enquanto que o FPO, valores contínuos para a dimensão dos BCs.

É importante salientar que a injeção mínima de potência reativa é realizada na formulação do problema de PL, pois a função objetivo é a somatória de potência reativa injetada, sujeito a restrições de desigualdade relacionadas à regulação dos níveis de tensão de determinadas barras. Além disto, visando a evitar que potência reativa seja injetada muito distante das barras com limites de tensão violados, adotou-se a consideração de barras candidatas a receberem BCs. Assim, para alguns casos, uma redução na quantidade de BCs a serem instalados pode ocorrer, pois, quanto mais distante um BC estiver de uma barra com tensão violada, menor é a sua influencia na regulação da tensão da mesma.

Por fim, na análise dos multiplicadores de Lagrange, observa-se que quando os mesmos são valores negativos, um acréscimo na restrição causa um aumento do valor na

função objetivo (quando a função objetivo é de minimização). Em outros termos, perdas aumentam quando mais potência reativa é injetada. Neste tipo de problema, isto pode ser interpretado como um excesso de reativos na rede.

Capítulo 6

CONCLUSÕES

Neste trabalho um estudo foi realizado para a resolução do problema de alocação de bancos de capacitores fixos em redes de distribuição. A proposta apresentada baseia-se na resolução de um fluxo de carga, por meio da formulação de um problema de PNL, para determinar o estado da rede e os multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade. Os multiplicadores de Lagrange são utilizados como índices de determinação da localização do BC a ser instalado. A formulação de um problema de PL é usada como ferramenta de determinação da dimensão mínima deste BC para elevar a tensão de determinadas barras para o patamar inferior de 0,93 pu. O processo iterativo retorna para a etapa do fluxo de carga e determina o número de BCs a serem instalados à rede quando o critério de parada – eliminação das violações de tensão – é atingido.

Iniciando pela revisão do estado da arte e o posicionamento do trabalho em um contexto cronológico, fundamentos de otimização não linear utilizados no desenvolvimento da abordagem, que inclui Métodos Lagrangianos, Método da Função Penalidade Quadrática e aplicação do Método de Newton, foram apresentados. De acordo com este suporte teórico, define-se o problema: a função objetivo corresponde à somatória das perdas ativas de uma rede de distribuição, as restrições de igualdade são tratadas pelo método Lagrangiano e o conjunto das restrições de desigualdades canalizadas é tratado pelo método da Função Penalidade Quadrática. A utilização do método, embora de maior complexidade que um fluxo de carga convencional, é justificada principalmente pela relevância que os valores dos multiplicadores de Lagrange possuem para serem utilizados como índices de sensibilidade.

O método foi aplicado às redes de 10, 34 e 70 barras, sendo sua implementação computacional desenvolvida no *software* MATLABTM. Os resultados foram confrontados e validados utilizando-se um programa computacional desenvolvido por Sousa (2006), em FORTRAN, e pelos *solvers* IPOPT e MINOS, do GAMS. Os resultados numéricos obtidos

evidenciam o potencial desta metodologia para a resolução de problemas de alocação de BCs fixos, visando, *a priori*, a eliminar violações de tensão.

Dentre as principais características presentes no método desenvolvido e contribuições para o campo de planejamento e operação de redes de distribuição de energia elétrica, podem ser citados: (a) a robustez do método para contornar mal condicionamento da matriz jacobiana do Método de Newton convencional; (b) a relativa simplicidade de implementação do método em *softwares* de otimização similares ao GAMS; (c) a boa precisão dos resultados do método que dimensiona BCs usando uma aproximação linear da relação $Q \times V$ quando comparado ao método que dimensiona usando o FPO; (d) o número e o dimensionamento de BCs alocados à rede reduzido devido a considerações de barras candidatas adotadas no algoritmo.

A pesquisa desenvolvida permite elencar diversos itens pelos quais uma sequência nos estudos ainda pode ser realizada, conforme os citados a seguir:

- realização de simulações utilizando a metodologia para redes fracamente malhadas;
- consideração de novas restrições de operação;
- proposta de novas regras para a determinação da barra candidata a receber BCs quando os multiplicadores de Lagrange são todos negativos;
- modelagem do problema com a inclusão de outras funções objetivos;
- realização de estudos de casos em sistemas elétricos maiores e/ou em sistemas provenientes de concessionárias de distribuição de energia elétrica;
- comparação do desempenho do método com outras metodologias abordadas na literatura.

Todos estes aspectos podem vir a ser levados em consideração a fim de avaliar e aprimorar ainda mais o algoritmo proposto, na perspectiva de compatibilizar cada vez mais a solução do problema para situações práticas, respeitando normas operacionais e limites de segurança.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS⁹

ABDEL SALAM, T. S.; CHIKHANI, A. Y.; HACKAM, R. A new technique for loss reduction using compensating capacitors applied to distribution systems with varying load condition. **IEEE Transactions on Power Delivery**, vol. 9, no. 2, p. 819-827, Apr. 1994.

ABDUL-RAHMAN, K. H.; SHAHIDEHPOUR, S. M. A fuzzy-based optimal reactive power control. **IEEE Transactions on Power System**, vol. 8, no. 2, p. 662-670, May 1993.

ACCURATE CONTROLS. **Global Positioning System (GPS) Time and Voltage Capacitor Control**. Disponível em: <<http://www.accuratecontrolsinc.com/GPS24.htm>>. Acesso em: 20 mar. 2011.

AGUIAR, R. S. F.; FRANCO, P. E. C. Alocação de capacitores em redes de distribuição radial utilizando um modelo de otimização determinístico linear. In: **Anais do VII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente**, São Luís, 2005.

AJJARAPU, V.; ALBANNA, Z. Application of genetic based algorithms to optimal capacitor placement. In: **Proceedings of the First International Forum on Applications of Neural Networks to Power Systems**, p. 251-255, July 1991.

ALCÂNTARA, M. V. P. **Alocação de capacitores em sistemas de distribuição de energia elétrica**. 2005. 155 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas – SP, 2005.

ALSAÇ, O.; BRIGHT, J.; PRAIS, M.; STOTT, B. Further developments in LP-based optimal power flow. **IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems**, vol. 5, no. 3, p. 697-711, Aug. 1990.

⁹ De acordo com a ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6023**.

ALVES, H.; SOUZA, B.; FERREIRA, H. Algoritmos microgenéticos e lógica *fuzzy* aplicados ao controle de bancos de capacitores em redes de distribuição. In: **Anais do XIV Congresso Brasileiro de Automática**, 2002 – CBA 2002, Natal, p. 855-860, 2002.

AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. **Nota técnica nº 304/2010 do anexo IV**: Módulos construtivos de redes de distribuição aérea: Catálogo referencial de módulos padrões de construção de subestações, linhas e redes de distribuição de energia elétrica, 523 p. 2010. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/>>. Acesso em: 17 out. 2011.

_____. **PRODIST**: procedimentos de distribuição de energia elétrica no sistema elétrico nacional. Módulos 1 a 8, 379 p. 2012. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/>>. Acesso em: 14 fev. 2012.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5460**: eletrotécnica e eletrônica – sistemas elétricos de potência. Rio de Janeiro, 1992, 66 p.

BAE, Y. G. Analytical method of capacitor allocation on distribution primary feeders. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, vol. PAS-97, no. 4, p. 1232-1238, July 1978.

BAGHZOUZ, Y.; ERTEM, S. Shunt capacitor sizing for radial distribution feeders with distorted substation voltages. **IEEE Transactions on Power Delivery**, vol. 5, no. 2, p. 650-657, Apr. 1990.

BALA, J. L.; KUNTZ, P. A.; PEPLES, M. J. Optimal capacitor allocation using a distribution-analyzer-recorder. **IEEE Transactions on Power Delivery**, vol. 12, no. 1, p. 464-469, Jan. 1997.

BALAKUMARAN, J., THANUSKODI, K. Loss reduction in radial distribution systems by capacitor placement: fuzzy technique. In: **E-Tech 2004**, p. 23 – 29, July 2004.

BARAN, M. E.; WU, F. F. Optimal capacitor placement on a radial distribution system. **IEEE Transactions on Power Delivery**, vol. 4, no. 1, p. 725-734, Jan. 1989a.

_____. Optimal sizing of capacitors placed on a radial distribution system. **IEEE Transactions on Power Delivery**, vol. 4, no. 1, p. 735-743, Jan. 1989b.

BAZARAA, M. S.; SHERALI, H. D.; SHETTY, C. M. **Nonlinear programming**: theory and algorithms. 3rd ed. New York: John Wiley & Sons, 2006, p. 853.

BEÊ, R. T. **Alocação de bancos de capacitores em sistema de distribuição de energia elétrica utilizando algoritmos genéticos**. 2007. 129 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

BRANDINI, P. A. F. **Metaheurística *particle swarm* utilizada para alocação ótima de bancos de capacitores em sistemas de distribuição radial**. 2007. 128 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Ilha Solteira, 2007.

CARLISLE, J. C.; EL-KEIB, A. A.; BOYD, D.; NOLAN, K. Reactive power compensation on distribution feeders. In: **Proceedings of The Twenty-ninth South-eastern Symposium on System Theory**, p. 366-371, Mar. 1997a.

_____. A review of capacitor placement techniques on distribution feeder. In: **Proceedings of the Twenty-ninth South-eastern Symposium on System Theory**, p. 359-365, Mar. 1997b.

CARPENTIER, J. Contribution à l'étude du dispatching économique. In: **Bulletin de la Société Française des Electriciens**, ser. 8, vol. 3, p. 431-447, Aug. 1962.

_____. Differential injections method, a general method for secure and optimal load flows. **IEEE PICA Conference Proceedings**, p. 255-262, Jun. 1973.

CHANG, C. F.; WONG, J. J.; CHIOU, J. P.; SU, C. T. Robust searching hybrid differential evolution method for optimal reactive power planning in large-scale distribution systems. **Electric Power Systems Research**, vol. 77, no. 5-6, p. 430-437, Apr. 2007.

CHANG, N. E. Generalized equation on loss reduction with shunt capacitor. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, vol. PAS-91, no. 5, p. 2189-2195, Sept. 1972.

_____. Locating shunt capacitors on primary feeder for voltage control and loss reduction. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, vol. PAS-88, no. 10, p. 1574-1577, Oct. 1969.

CHEN, C. S.; HSU, C. T.; YAN, Y. H. Optimal distribution feeder capacitor placement considering mutual coupling effect of conductors. **IEEE Transactions on Power Delivery**, vol. 10, no. 2, p. 987-994, Apr. 1995.

CHIANG, H. D.; WANG, J. C.; COCKINGS, O.; SHIN, H. D. Optimal capacitor placements in distribution systems. I. A new formulation and the overall problem. **IEEE Transactions on Power Delivery**, vol. 5, no. 2, p. 634-642, Apr. 1990a.

_____. Optimal capacitor placements in distribution systems. II. Solution algorithms and numerical results. **IEEE Transactions on Power Delivery**, vol. 5, no. 2, p. 643-649, Apr. 1990b.

CHIANG, H.; WANG, J.; DARLING, G. Optimal capacitor placement, replacement and control in large-scale unbalanced distribution systems: modeling and a new formulation. **IEEE Transactions on Power Systems**, vol. 10, no. 1, p. 356-362, Feb. 1995a.

_____. Optimal capacitor placement, replacement and control in large-scale unbalanced distribution systems: systems solution algorithms and numerical studies. **IEEE Transactions on Power Systems**, vol. 10, no. 1, p. 363-369, 1995b.

CHIN, H. C. Optimal shunt capacitor allocation by fuzzy dynamic programming. **Electric Power Systems Research**, vol. 35, no. 2, p.133-139, Nov. 1995.

CHIN, H. C.; LIN, W. M. Capacitor placement for distribution systems with fuzzy algorithm. In: **Proceedings of 1994 IEEE Region 10's Ninth Annual International Conference**, vol. 2, p. 1025-1029, Aug. 1994.

CHIOU, J. P.; CHANG, C. F.; SU, C. T. Ant direction hybrid differential evolution for solving large capacitor placement problems. **IEEE Transactions on Power Systems**, vol. 19, no. 4, p. 1794-1800, Nov. 2004.

CHIS, M.; SALAMA, M. M. A.; JAYARAM, S. Capacitor placement in distribution systems using heuristic search strategies. In: **IEE Proceedings Generation, Transmission & Distribution**, vol. 144, no. 3, p. 225-230, May 1997.

CIVANLAR, S.; GRAINGER, J. J. Volt/Var control on distribution systems with lateral branches using shunt capacitors and voltage regulators; part II: the solution method. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, vol. PAS-104, no. 11, p. 3284-3290, Nov. 1985a.

_____. Volt/Var control on distribution systems with lateral branches using shunt capacitors and voltage regulators; part III: the numerical results. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, vol. PAS-104, no.11, p. 3291-3297, Nov. 1985b.

COOK, R. F. Analysis of capacitor application as affected by load cycle. **Transactions of the AIEE Power Apparatus and Systems, Part III**, vol. 78, no. 3, p. 950-956, Apr. 1959.

_____. Calculating loss reduction afforded by shunt capacitor application. **IEEE Transactions on Power Apparatus Systems**, vol. 83, no. 12, p. 1227-1230, Dec. 1964.

_____. Optimizing the application of shunt capacitors for reactive-volt-ampere control and loss reduction. **Transactions of the AIEE Power Apparatus and Systems, Part III**, p. 430-441, Apr. 1961.

COSTA, C. E. U. **O método de Newton e a função penalidade quadrática aplicados ao problema de fluxo de potência ótimo**. 1998. 103 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Escola de Engenharia de São Carlos – Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1998.

DA SILVA, I. C.; CARNEIRO, S.; OLIVEIRA, E. J.; DE SOUZA COSTA, J.; PEREIRA, J.L.R.; GARCIA, P.A.N. A heuristic constructive algorithm for capacitor placement on distribution systems. **IEEE Transactions On Power Systems**, vol. 23, no. 4, p.1619-1626, Nov. 2008.

DE MEDEIROS JUNIOR, M. F.; FILHO, M. C. P. Optimal power flow in distribution networks by newton's optimization methods. In: **Proceedings of the 1998 IEEE International Symposium on Circuits and Systems – ISCAS '98**, vol. 3, p. 505-509, 31 May-3 Jun. 1998.

DELFANTI, M.; GRANELLI, G.; MARANNIN, P.; MONTAGNA, M. Optimal capacitor placement using deterministic and genetic algorithms. **IEEE Transactions on Power Systems**, vol. 15, no. 3, p. 1041-1046, Aug. 2000.

DOMMEL, H. W.; TINNEY, W. F. Optimal power flows solutions. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, vol. PAS-87, no. 10, p. 1866-1876, Oct. 1968.

DURAN, H. Optimal number, location, and size of shunt capacitors in radial distribution feeders; a dynamic programming approach. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, vol. PAS-87, no. 9, p. 1769-1774, Sept. 1968.

EL-KIB, A. A.; GRAINGER, J. J.; CLINARD, K. N.; GALE, L. J. Placement of fixed and/or non-simultaneously switched capacitors on unbalanced three-phase feeders involving laterals. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, vol. PAS-104, no.11, p. 3298-33-5, Nov. 1985.

ERTEM, S. Optimal shunt capacitor sizing for reduced line loading, voltage improvement and loss reduction of distribution feeders. In: **Proceedings of The Twenty-First Annual North American Power Symposium**, pp. 262-269, Oct. 1989.

ETEMADI, A. H.; FIRUZABAD, M. F. Distribution system reliability enhancement using optimal capacitor placement. **IET Generation, Transmission & Distribution**, vol. 2, no. 5, p. 621-631, Sep. 2008.

FRITZSCHE, H. **Programação não-linear**. Análise e métodos. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda., 1978, 170 p.

GAIKWAD, A.; RANJAN, R; ARYA, L. D. Capacitor placement for loss reduction of reconfigured radial distribution systems by depth first search algorithm. **International Journal of Advanced Engineering & Applications**, vol. I & II, p. 143-149, Jan. 2010.

GALLEGO, R. A.; MONTICELLI, A. J.; ROMERO, R. Optimal capacitor placement in radial distribution networks. **IEEE Transactions on Power Systems**, vol. 16, no. 4, p. 630-637, Nov. 2001.

GAMS. **The General Algebraic Modeling Systems solver descriptions**. Disponível em: <<http://www.gams.com/solvers/solvers.htm>>. Acesso em: 18 mar. 2011.

GONZÁLEZ, J. F. V. **Redução de perdas em redes primárias de distribuição de energia elétrica por instalação e controle de capacitores**. 2003. 105 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

GRAINGER, J. J.; CIVANLAR, S. Volt/Var control on distribution systems with lateral branches using shunt capacitors and voltage regulators part I: the overall problem. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, vol. PAS-104, no.11, p. 3278-3283 , Nov. 1985.

GRAINGER, J. J.; CIVANLAR, S.; CLINARD, K. N.; GALE, L. J. Optimal voltage dependent continuous-time control of reactive power on primary feeders. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, vol. PAS-103, no.9, p. 2714-2722, Sept.1984.

GRAINGER, J. J.; CIVANLAR, S.; LEE, S. H. Optimal design and control scheme for continuous capacitive compensation of distribution feeders. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, vol. PAS-102, no.10, p. 3271-3278, Oct. 1983.

GRAINGER, J. J.; LEE, S. H. Optimum size and location of shunt capacitors for reduction of losses on distribution feeders. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, vol. PAS-100, no.3, p. 1105-1 118, Mar. 1981.

_____; Capacity release by shunt capacitor placement on distribution feeders: a new voltage-dependent model. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, vol. PAS-101, no.5, p. 1236-1244, May 1982.

GRAINGER, J. J.; LEE, S. H.; EL-KIB, A. A. Design of a real-time switching control scheme for capacitive compensation of distribution feeders. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, vol. PAS-101, no.8, p. 2420-2428, Aug. 1982.

GRANVILLE, S. Optimal reactive dispatch through interior point methods. **IEEE Transactions on Power Systems**, vol. 9, no. 1, pp. 136-146, Feb. 1994.

GUIMARÃES, M. A. N. **Plataforma integrada para o planejamento de sistemas de distribuição de energia elétrica utilizando metaheurísticas**. 2009. 166 p. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2009.

HAKIMI, S. M.; ZARRINGHALAMI, M.; MOGHADDAS TAFRESHI, S. M. Optimal capacitor placement and sizing in non-radial distribution to improve power quality. **14th International Conference on Harmonics and Quality of Power (ICHQP)**, p.1-6, Sept. 2010.

HAMADA, M. M.; WAHAB, M. A. A.; EL-SAYED, A.-H.M.; RAMADAN, H. A. A proposed strategy for capacitor allocation in radial distribution feeders. In: **12th International Middle-East Power System Conference**, pp. 146-151, Mar. 2008.

HASSOUNA, E. H.; MOHAMED, E. A.; AMER, A. H.; SWIDAN, M. A. Optimal capacitor allocation on radial feeders using genetic algorithm. In: **Sixth Middle-East Power Systems Conference (MEPCON' 98)**, Mansoura, Egypt, pp. 82-87, Dec. 1998.

HSIAO, Y. T.; CHEN, C. H.; CHIEN, C. C. Optimal capacitor placement in distribution systems using a combination fuzzy-GA method. **International Journal of Electric Power & Energy Systems**, vol. 26, no. 7, p. 501-508, Sep. 2004.

INTEGRATED PUBLISHING. **Chapter 2. Construction methods and materials: electrical and mechanicals systems**. Disponível em: <<http://www.tpub.com/inteng/2.htm>>. Acesso em: 20 mar. 2011.

JAIN, S. K.; SINGH, V. P. **Water resources systems planning and management** (developments in water science). Ed. Elsevier Science Publishing Company, 2003, 858 p.

KANNAN, S. M.; MONICA, A. R. G.; SLOCHANAL, S. M. R. Fuzzy logic based optimal capacitor placement on radial distribution feeders. **International Conference on Power System Technology and IEEE Power India Conference, POWERCON 2008**, p.1-6, Oct. 2008.

KAPLAN, M. Optimization of number, location, size, control type, and control setting of shunt capacitors on radial distribution feeders. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, vol. PAS-103, no.9, p. 2659-2665, Sept.1984.

KISHORE, A.; HILL, E. F. Static Optimization of Reactive Power Sources by Use of Sensitive Parameters. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, vol. PAS-90, no.3, p. 1166-1173, May 1971.

LAFLAMME, J. P.; SIMARD, G. **Six Steps to Improve Distribution Voltage Quality**, 2004. Disponível em: <http://tdworld.com/mag/power_six_steps_improve/>. Acesso em: 03 fev. 2011.

LAFRAMBOISE, J. R. P. R.; FERLAND, G.; CHIKHANI, A. Y.; SALAMA, M. M. A. An expert system for reactive power control of a distribution system. Part 2: system implementation. **IEEE Transactions on Power System**, vol. 10, no. 3, p. 1433-1441, Aug. 1995.

LEE, S. H.; GRAINGER, J. J. Optimum placement of fixed and switched capacitors on primary distribution feeders. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, vol. PAS-100, no.1, p. 345-352, Jan. 1981.

LÖF, P.-A.; SMED, T.; ANDERSSON, G.; HILL, D.J. Fast calculation of a voltage stability index. **IEEE Transactions on Power Systems**, vol.7, no.1, pp.54-64, Feb. 1992.

MEKHAMER, S. F., EL-HAWARY, M. E., MOUSTAFA, M. A., MANSOUR, M. M., SOLIMAN, S. A. Fuzzy and heuristic techniques for reactive power compensation of radial distribution feeders: a comparative study. In: **IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering 2002**, vol. 1, pp. 112–121, May 2002a.

_____. State of the art in optimal capacitor allocation for reactive power compensation in distribution feeders. In: **Large Engineering Systems Conference on Power Engineering**, p. 61–75, Jun. 2002b.

MIRANDA, V.; OO, N. W.; FIDALGO, J. N. Experimenting in the optimal capacitor placement and control problem with hybrid mathematical-genetic algorithms. In: **Proceedings of the International Symposium of Intelligent Systems Applications to Power Systems**, Budapest, Jun. 2001.

MIU, K. N.; CHIANG, H. D.; DARLING, G. Capacitor placement, replacement and control in large-scale distribution systems by a GA-based two stage algorithm. **IEEE Transactions on Power Systems**, vol. 12, no. 3, p.1160-1166, Aug. 1997.

MONTICELLI, A. J. **Fluxo de carga em redes de energia elétrica**. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda., 1983, 164 p.

MORI, H.; OGITA, Y. Capacitor placement using parallel tabu search in distribution systems. In: **IEEE SMC'99 Conference Proceedings, 1999 International Conference on Systems, Man, and Cybernetics**, vol. 6, p. 521-526, Oct.1999.

NEAGLE, N. M.; SAMSON, D. R., Loss reduction from capacitors installed on primary feeders. **Transactions of the AIEE Power Apparatus and Systems, Part III**, vol. 75, no. 3, p. 950-959, Jan. 1956.

NEDJDAWI, I. M.; CLEMENTS, K. A.; DAVIS, P. W. An efficient interior point method for sequential quadratic programming based optimal power flow. **IEEE Transactions on Power Systems**, vol. 15, no. 4, p. 1179-1183, Nov. 2000.

NG, H. N.; SALAMA, M. M. A. Fuzzy optimal capacitor sizing and placement. In: **Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering**, vol. 2, p. 680-683, Sep. 1995.

NG, H. N.; SALAMA, M. M. A.; CHIKHANI, A. Y. A survey of the application of AI in capacitor allocation and control. **IEEE 1997 Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering**, vol. 1, p. 161-164, May 1997.

_____. Classification of capacitor allocation techniques. **IEEE Transactions on Power Delivery**, vol. 15, no. 1, pp. 387-392, Jan. 2000a.

_____. Capacitor allocation by approximate reasoning: fuzzy capacitor placement. **IEEE Transactions on Power Delivery**, vol. 15, no. 1, p. 393-398, Jan. 2000b.

NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. J. **Numerical Optimization**. 2nd ed. New York: Springer Series in Operations Research and Financial Engineering, 2006, 664 p.

NOUREDDINE, A. H.; CHANDRASEKARAN, A. Linear programming approach to loss minimization and capacitor sizing and placement. In: **The 24th Southeastern Symposium on System Theory and The 3rd Annual Symposium on Communications, Signal Processing Expert System, and ASIC VLSI Design**, p. 454-458, Mar. 1992.

PARK, J. Y.; SOHN, J. M.; PARK, J. K. Optimal capacitor allocation in a distribution system considering operation costs, **IEEE Transactions on Power Systems**, vol. 24, no. 1, p. 462-468, Feb. 2009.

PENHA, F. D. **Um modelo alternativo baseado em conjuntos nebulosos aplicado ao planejamento da compensação reativa em redes de distribuição que contém cargas especiais**. 2000. 118 p. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

PEREIRA JUNIOR, B. R.; COSSI, A. M.; MANTOVANI, J. Alocação de bancos de capacitores em sistema de distribuição de energia elétrica utilizando algoritmo evolutivo multi-objetivo. In: **Anais do XVI CBA Congresso Brasileiro de Automática – CBA 2006**, Salvador – BA, p. 1303-1308, Out. 2006.

PONNAVSILKCO, M.; RAO, K. S. P. Optimal choice of fixed and switched shunt capacitors on radial distributors by the method of local variations. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, vol. PAS-102, no.6, p. 1607-1615, Jun.1983.

RAMAKRISHNA, G.; RAO, N. D. A fuzzy logic framework for control of switched capacitors in distribution systems. In: **Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering**, vol. 2, p. 676-679, Sep. 1995.

RAO, R. S. Capacitor placement in radial distribution system for loss reduction using artificial bee colony. **International Journal of Engineering and Applied Sciences**, vol. 4, no. 6, p. 359-363, 2010.

SANDRINI, F. T. **Otimização de banco de capacitores em sistemas de distribuição de energia elétrica usando algoritmos genéticos e nuvem de partículas**. 2005. 112 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2005.

SANTOSO, N. I.; TAN, O. T. Neural-net based real-time control of capacitors installed on distribution systems. **IEEE Transactions on Power Delivery**, vol. 5, no.1, p. 266-272, Jan. 1990.

SCHMILL, J. V. Optimum size and location of shunt capacitors on distribution feeders. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, vol. 84, no. 9, p. 825–832, Sept. 1965.

SHUAIB, Y. M.; RAJAN, C. C. A. Capacitor sizing and placement on radial distribution system using queen bee assisted genetic algorithm. **International Conference on Process Automation, Control and Computing (PACC)**, p.1-8, July 2011.

SHWEHDI, M. H.; SULTAN, M. R. Power factor correction capacitors; essentials and cautions. In: **2000 IEEE Power Engineering Society Summer Meeting**, vol. 3, p. 1317-1322, 2000.

SOUSA, T. **Estudo de planejamento de reativos em sistemas elétricos de potência**. 2003. 118 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

SOUSA, V. A. **Resolução do problema de fluxo de potência ótimo reativo via método da função lagrangiana barreira modificada**. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.

SUN, D. I.; ASHLEY, B.; HUGHES, A.; TINNEY W. F. Optimal power flow by newton approach. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, vol. PAS-103, no. 10, p. 2864-2875, Oct. 1984.

SUNDHARARAJAN, S.; PAHWA, A. Optimal selection of capacitors for radial distribution systems using a genetic algorithm. **IEEE Transactions on Power Systems**, vol. 9, no. 3, p. 1499-1507, Aug. 1994.

SZUVOVIVSKI, I. **Alocação simultânea de bancos de capacitores e reguladores de tensão em sistemas distribuição usando algoritmos genéticos e fluxo de potência ótimo**. 2008. 207 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2008.

TENG, J. H. A linear model for real-time capacitor control in unbalanced distribution system. In: **2000 IEEE Power Engineering Society Summer Meeting**, vol. 4, pp. 2391-2396, 2000.

VARGAS, L. S.; JIMENEZ-ESTEVEZ, G. A. Genetic algorithms for the capacitor placement problem in distribution networks. **16th International Conference on Intelligent System Application to Power Systems (ISAP)**, p.1-5, Sept. 2011.

VASCONCELOS, F. M.; DA COSTA, G. R. M.; SOUSA, V. A.; COTA, F. E. M. Estudos dos efeitos da alocação de bancos de capacitores na magnitude de tensão e nas perdas ativas em sistemas de distribuição. In: **Proceedings of 9th Latin-american congress on Electricity Generation and Transmission - CLAGTEE 2011**, Mar del Plata, p. 1-7, 2011.

WANG, J. C.; CHIANG, H. D.; MIU, K. N.; DARLING, G. Capacitor placement and real time control in large-scale unbalanced distribution systems: loss reduction formula, problem formulation, solution methodology and mathematical justification. In: **IEEE Proceedings of Transmission and Distribution Conference**, p. 236-241, Sep. 1996a.

_____. Capacitor placement and real time control in large-scale unbalanced distribution systems: numerical studies. In: **IEEE Proceedings of Transmission and Distribution Conference**, p. 242-247, Sep. 1996b.

WESTINGHOUSE ELECTRIC CORPORATION. **Electric utility Engineering Reference Book – Distribution Systems**, vol. 3, East Pittsburgh, Pa., 1965, 832 p.

WU, Y.; DEBS, A. S.; MARSTEN, R. E. A direct nonlinear predictor corrector primal-dual interior point algorithm for optimal power flows. **IEEE Transactions on Power Systems**, vol. 9, no. 2, p. 876-883, May 1994.

YAN, Y. H.; CHUNG, F. C.; CHEN, C. S. Effect of mutual coupling on the reactive power placement of power systems. In: **1992 IEEE Region 10 International Conference – TENCON '92**, p. 381-385, Nov. 1992.

YANG, H.; HUANG, Y.; HUANG, C. Solution to capacitor placement problem in radial distribution system using tabu search method. In: **1995 International Conference on Energy Management and Power Delivery, Proceedings of EMPD '95**, vol. 1, pp. 388-393, Nov. 1995.

APÊNDICE A – Dados de barra e de linha das redes de distribuição

SISTEMA DE 10 BARRAS – 23 kV (GRAINGER; LEE, 1982)

Tabela A.1 – Dados de Barra do Sistema de 10 Barras - 23 kV.

Dados de Barra		
Barra	Potência ativa [kW]	Potência Reativa [kVAr]
1	0	0
2	1840	460
3	980	340
4	1790	446
5	1598	1840
6	1610	600
7	780	110
8	1150	60
9	980	130
10	1640	200

Tabela A.2 – Dados de Linha do Sistema de 10 Barras - 23 kV.

Dados de Linha					
Linha	Barra k	Barra j	R [Ohm]	X [Ohm]	Capacidade [A]
1	1	2	0,1233	0,4127	130
2	2	3	0,014	0,6051	80
3	3	4	0,7463	1,205	65
4	4	5	0,6984	0,6084	65
5	5	6	1,9831	1,7276	65
6	6	7	0,9053	0,7886	65
7	7	8	2,0552	1,164	130
8	8	9	4,7953	2,716	65
9	9	10	5,3434	3,0264	65

SISTEMA DE 34 BARRAS – 11 kV (CHIS; SALAMA; JAYARAM, 1997)

Tabela A.3 – Dados de Barra do Sistema de 34 Barras - 11 kV.

Dados de Barra						
Barra	Original		Caso 1		Caso 2	
	Potência Ativa [kW]	Potência Reativa [kVAr]	Potência Ativa [kW]	Potência Reativa [kVAr]	Potência Ativa [kW]	Potência Reativa [kVAr]
1	0,00	0,00	0	0	0	0
2	230,00	142,50	286,6218	177,5809	286,6218	177,5809
3	0,00	0,00	0	0	0	0
4	230,00	142,50	286,6218	177,5809	286,6218	177,5809
5	230,00	142,50	286,6218	177,5809	286,6218	177,5809
6	0,00	0,00	0	0	0	0
7	0,00	0,00	0	0	0	0
8	230,00	142,50	286,6218	177,5809	286,6218	177,5809
9	230,00	142,50	286,6218	177,5809	1719,731	1065,486
10	0,00	0,00	0	0	0	0
11	230,00	142,50	286,6218	177,5809	286,6218	177,5809
12	137,00	84,00	170,7269	104,6793	170,7269	104,6793
13	72,00	45,00	89,7251	56,07819	89,7251	56,07819
14	72,00	45,00	89,7251	56,07819	89,7251	56,07819
15	72,00	45,00	89,7251	56,07819	89,7251	56,07819
16	13,50	7,50	16,82346	9,346365	16,82346	9,346365
17	230,00	142,50	286,6218	177,5809	286,6218	177,5809
18	230,00	142,50	286,6218	177,5809	286,6218	177,5809
19	230,00	142,50	286,6218	177,5809	286,6218	177,5809
20	230,00	142,50	286,6218	177,5809	286,6218	177,5809
21	230,00	142,50	286,6218	177,5809	286,6218	177,5809
22	230,00	142,50	859,863	532,74	859,863	532,74
23	230,00	142,50	286,6218	177,5809	286,6218	177,5809
24	230,00	142,50	286,6218	177,5809	286,6218	177,5809
25	230,00	142,50	286,6218	177,5809	286,6218	177,5809
26	230,00	142,50	286,6218	177,5809	286,6218	177,5809
27	137,00	85,00	170,7269	105,9255	170,7269	105,9255
28	75,00	48,00	93,46365	59,81673	93,46365	59,81673
29	75,00	48,00	93,46365	59,81673	93,46365	59,81673
30	75,00	48,00	93,46365	59,81673	93,46365	59,81673
31	57,00	37,50	71,03237	46,73182	71,03237	46,73182
32	57,00	37,50	71,03237	46,73182	71,03237	46,73182
33	57,00	37,50	71,03237	46,73182	71,03237	46,73182
34	57,00	37,50	71,03237	46,73182	71,03237	46,73182

Tabela A.4 – Dados de Linha do Sistema de 34 Barras - 11 kV.

Dados de Linha					
Linha	Barra k	Barra j	R [Ohm]	X [Ohm]	Capacidade [A]
1	1	2	0,1170	0,048	100
2	2	3	0,1073	0,044	100
3	3	4	0,1645	0,0457	100
4	4	5	0,1495	0,0415	100
5	5	6	0,1495	0,0415	100
6	6	7	0,3144	0,054	100
7	7	8	0,2096	0,036	100
8	8	9	0,3144	0,054	100
9	9	10	0,2096	0,036	100
10	10	11	0,1310	0,0225	100
11	11	12	0,1048	0,018	65
12	3	13	0,1572	0,027	80
13	13	14	0,2096	0,036	65
14	14	15	0,1048	0,018	65
15	15	16	0,0524	0,009	130
16	6	17	0,1794	0,0498	130
17	17	18	0,1645	0,0457	130
18	18	19	0,2079	0,0473	65
19	19	20	0,1890	0,043	80
20	20	21	0,1890	0,043	65
21	21	22	0,2620	0,045	65
22	22	23	0,2620	0,045	130
23	23	24	0,3144	0,045	130
24	24	25	0,2096	0,036	65
25	25	26	0,1310	0,0225	80
26	26	27	0,1048	0,018	65
27	7	28	0,1572	0,027	65
28	28	29	0,1572	0,027	130
29	29	30	0,1572	0,027	130
30	10	31	0,1572	0,027	65
31	31	32	0,2096	0,036	65
32	32	33	0,1572	0,027	130
33	33	34	0,1048	0,018	130

SISTEMA DE 70 BARRAS – 12,66 kV (BARAN; WU, 1989a)

Tabela A.5 – Dados de Barra do Sistema de 70 Barras – 12,66 kV.

Dados de Barra						
Original			Caso 1		Caso 2	
Barra	Potência Ativa [kW]	Potência Reativa [kVAr]	Potência Ativa [kW]	Potência Reativa [kVAr]	Potência Ativa [kW]	Potência Reativa [kVAr]
1	0,0	0,0	IDEM AOS DADOS ORIGINAIS		0,00	0,00
2	0,0	0,0			0,00	0,00
3	0,0	0,0			0,00	0,00
4	0,0	0,0			0,00	0,00
5	0,0	0,0			0,00	0,00
6	0,0	0,0			0,00	0,00
7	2,6	2,2			2,60	2,20
8	40,4	30,0			40,40	30,00
9	75,0	54,0			75,00	54,00
10	30,0	22,0			30,00	22,00
11	28,0	19,0			28,00	19,00
12	145,0	104,0			145,00	104,00
13	145,0	104,0			145,00	104,00
14	8,0	5,5			8,00	5,50
15	8,0	5,5			8,00	5,50
16	0,0	0,0			0,00	0,00
17	45,5	30,0			45,50	30,00
18	60,0	35,0			60,00	35,00
19	60,0	35,0			60,00	35,00
20	0,0	0,0			0,00	0,00
21	1,0	0,6			1,00	0,60
22	114,0	81,0			342,00	243,00
23	5,3	3,5			5,30	3,50
24	0,0	0,0			0,00	0,00
25	28,0	20,0			280,00	200,00
26	0,0	0,0			0,00	0,00
27	14,0	10,0			14,00	10,00
28	14,0	10,0			140,00	100,00
29	26,0	18,6			26,00	18,60
30	26,0	18,6			26,00	18,60
31	0,0	0,0			0,00	0,00
32	0,0	0,0			0,00	0,00
33	0,0	0,0			0,00	0,00
34	14,0	10,0			14,00	10,00
35	19,5	14,0			19,50	14,00

Tabela A.5 – Continuação – Dados de Barra do Sistema de 70 Barras – 12,66 kV.

Dados de Barra						
Original			Caso 1		Caso 2	
Barra	Potência Ativa [kW]	Potência Reativa [kVAr]	Potência Ativa [kW]	Potência Reativa [kVAr]	Potência Ativa [kW]	Potência Reativa [kVAr]
36	6,0	4,0	IDEM AOS DADOS ORIGINAIS		6,00	4,00
37	26,0	18,6			26,00	18,55
38	26,0	18,6			26,00	18,55
39	0,0	0,0			0,00	0,00
40	24,0	17,0			24,00	17,00
41	24,0	17,0			24,00	17,00
42	1,2	1,0			1,20	1,00
43	0,0	0,0			0,00	0,00
44	6,0	4,3			6,00	4,30
45	0,0	0,0			0,00	0,00
46	39,2	26,3			39,22	26,30
47	39,2	26,3			39,22	26,30
48	0,0	0,0			0,00	0,00
49	79,0	56,4			79,00	56,40
50	384,7	274,5			384,70	274,50
51	384,7	274,5			384,70	274,50
52	40,5	28,3			40,50	28,30
53	3,6	2,7			3,60	2,70
54	4,4	3,5			4,35	3,50
55	26,4	19,0			26,40	19,00
56	24,0	17,2			24,00	17,20
57	0,0	0,0			0,00	0,00
58	0,0	0,0			0,00	0,00
59	0,0	0,0			0,00	0,00
60	100,0	72,0			100,00	72,00
61	0,0	0,0			0,00	0,00
62	1244,0	888,0			1244,00	888,00
63	32,0	23,0			32,00	23,00
64	0,0	0,0			0,00	0,00
65	227,0	162,0			227,00	162,00
66	59,0	42,0			59,00	42,00
67	18,0	13,0			18,00	13,00
68	18,0	13,0			18,00	13,00
69	28,0	20,0			28,00	20,00
70	28,0	20,0			28,00	20,00

Tabela A.6 – Dados de Linha do Sistema de 70 Barras – 12,66 kV.

Dados de Linha					
Linha	Barra k	Barra j	R [Ohm]	X [Ohm]	Capacidade [A]
1	1	2	0,0005	0,0012	130
2	2	3	0,0005	0,0012	80
3	3	4	0,0001	0,0001	65
4	4	5	0,0015	0,0036	65
5	5	6	0,0251	0,0294	65
6	6	7	0,3660	0,1864	65
7	7	8	0,3811	0,1941	130
8	8	9	0,0922	0,0470	65
9	9	10	0,0493	0,0251	65
10	10	11	0,8190	0,2707	130
11	11	12	0,1872	0,0619	80
12	12	13	0,7114	0,2351	65
13	13	14	1,0300	0,3400	65
14	14	15	1,0440	0,3450	65
15	15	16	1,0580	0,3496	65
16	16	17	0,1966	0,0650	130
17	17	18	0,3744	0,1238	65
18	18	19	0,0047	0,0016	65
19	19	20	0,3276	0,1083	130
20	20	21	0,2106	0,0696	130
21	21	22	0,3416	0,1129	130
22	22	23	0,0140	0,0046	130
23	23	24	0,1591	0,0526	80
24	24	25	0,3463	0,1145	65
25	25	26	0,7488	0,2475	65
26	26	27	0,3089	0,1021	65
27	27	28	0,1732	0,0572	65
28	3	29	0,0044	0,0108	130
29	29	30	0,0640	0,1565	65
30	30	31	0,3978	0,1315	65
31	31	32	0,0702	0,0232	130
32	32	33	0,3510	0,1160	80
33	33	34	0,8390	0,2816	65
34	34	35	1,7080	0,5646	65
35	35	36	1,4740	0,4870	65

Tabela A.6 – Continuação – Dados de Linha do Sistema de 70 Barras – 12,66 kV.

Dados de Linha					
Linha	Barra k	Barra j	R [Ohm]	X [Ohm]	Capacidade [A]
36	4	37	0,0044	0,0108	65
37	37	38	0,0640	0,1565	130
38	38	39	0,1053	0,1230	65
39	39	40	0,0304	0,0305	65
40	40	41	0,0018	0,0021	130
41	41	42	0,7283	0,8509	130
42	42	43	0,3100	0,3623	130
43	43	44	0,0410	0,0478	130
44	44	45	0,0092	0,0116	80
45	45	46	0,1089	0,1373	65
46	46	47	0,0009	0,0012	65
47	5	48	0,0034	0,0084	130
48	48	49	0,0851	0,2083	65
49	49	50	0,2898	0,7091	65
50	50	51	0,0822	0,2011	130
51	9	52	0,0928	0,0473	80
52	52	53	0,3319	0,1114	65
53	10	54	0,1740	0,0886	65
54	54	55	0,2030	0,1034	65
55	55	56	0,2842	0,1447	65
56	56	57	0,2813	0,1433	130
57	57	58	1,5900	0,5337	65
58	58	59	0,7837	0,2630	65
59	59	60	0,3042	0,1006	130
60	60	61	0,3861	0,1172	130
61	61	62	0,5075	0,2585	130
62	62	63	0,0974	0,0496	65
63	63	64	0,1450	0,0738	65
64	64	65	0,7105	0,3619	130
65	65	66	1,0410	0,5302	80
66	12	67	0,2012	0,0611	65
67	67	68	0,0047	0,0014	65
68	13	69	0,7394	0,2444	65
69	69	70	0,0047	0,0016	65

APÊNDICE B – Resultado das Magnitudes de Tensão e dos Ângulos de Fase

EXEMPLO NUMÉRICO – SISTEMA 10 BARRAS. CASO DISCRETO.

Tabela B.1 – Magnitudes de Tensão e Ângulos de Fase a cada iteração para o Sistema de 10 Barras. Caso discreto.

Sistema de 10 Barras - 11 kV						
Barra	Iteração 1		Iteração 2		Iteração 3	
	$ V $ (pu)	θ (°)	$ V $ (pu)	θ (°)	$ V $ (pu)	θ (°)
1	1,00000	0,00000	1,00000	0,00000	1,00000	0,00000
2	0,99290	-0,52185	0,99435	-0,54620	0,99578	-0,56935
3	0,98738	-1,26784	0,99094	-1,29191	0,99447	-1,31339
4	0,96341	-2,33056	0,97127	-2,49643	0,97910	-2,65314
5	0,94802	-2,65194	0,95811	-2,95944	0,96817	-3,25108
6	0,91717	-3,72119	0,93364	-4,43475	0,95019	-5,10534
7	0,90717	-4,13670	0,92658	-5,04014	0,94328	-5,68930
8	0,88896	-4,61844	0,91283	-5,97320	0,92983	-6,58907
9	0,85869	-5,40356	0,89329	-7,85502	0,91072	-8,40111
10	0,83750	-5,99016	0,88445	-9,70780	0,90206	-10,18289

Tabela B.1 – Continuação – Magnitudes de Tensão e Ângulos de Fase a cada iteração para o Sistema de 10 Barras. Caso discreto.

Sistema de 10 Barras - 11 kV						
Barra	Iteração 4		Estado Final		FPO	
	$ V $ (pu)	θ (°)	$ V $ (pu)	θ (°)	$ V $ (pu)	θ (°)
1	1,00000	0,00000	1,00000	0,00000	1,00000	0,00000
2	0,99714	-0,59421	0,99757	-0,60321	0,99779	-0,60682
3	0,99784	-1,34066	0,99892	-1,35178	0,99945	-1,35539
4	0,98651	-2,81632	0,98886	-2,87361	0,99004	-2,89750
5	0,97768	-3,54489	0,98068	-3,64516	0,98220	-3,68870
6	0,96582	-5,76040	0,97075	-5,97841	0,97326	-6,07524
7	0,96183	-6,51350	0,96768	-6,78594	0,97067	-6,90724
8	0,94869	-7,37838	0,95600	-7,78340	0,95976	-7,96560
9	0,93003	-9,11753	0,93750	-9,49551	0,93999	-9,50577
10	0,92157	-10,82535	0,92912	-11,17594	0,92999	-10,99546

Tabela B.2 – Multiplicadores de Lagrange a cada iteração para o Sistema de 10 Barras. Caso discreto.

Sistema de 10 Barras - 11 kV					
Barra	Iteração 1 λ_Q	Iteração 2 λ_Q	Iteração 3 λ_Q	Iteração 4 λ_Q	Estado Final λ_Q
1	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
2	0,00403	0,00311	0,00215	0,00135	0,00113
3	0,00660	0,00549	0,00428	0,00341	0,00322
4	0,02295	0,01604	0,00907	0,00307	0,00135
5	0,03497	0,02237	0,00987	-0,00116	-0,00442
6	0,05163	0,02194	-0,00677	-0,03228	-0,03998
7	0,05588	0,01796	-0,01059	-0,04321	-0,05306
8	0,06281	0,00533	-0,02263	-0,05465	-0,06996
9	0,07594	-0,03126	-0,05724	-0,08726	-0,10181
10	0,08452	-0,08232	-0,10526	-0,13224	-0,14565

APÊNDICE C – Resultados dos Estudos de Casos

ESTUDO DE CASO - S34C1

Tabela C.1 – Magnitudes de Tensão e Ângulos de Fase a cada iteração para o S34C1.

Sistema de 34 Barras - 11 kV								
Barra	Iteração 1		Iteração 2		Estado Final		FPO	
	$ V $ (pu)	θ (°)	$ V $ (pu)	θ (°)	$ V $ (pu)	θ (°)	$ V $ (pu)	θ (°)
1	1,00000	0,00000	1,00000	0,00000	1,00000	0,00000	1,00000	0,00000
2	0,99179	0,07208	0,99260	-0,02796	0,99309	-0,09494	0,99316	-0,10371
3	0,98458	0,13613	0,98613	-0,05707	0,98707	-0,18615	0,98721	-0,20311
4	0,97471	0,29702	0,97706	-0,04234	0,97846	-0,26832	0,97868	-0,29805
5	0,96617	0,43871	0,96923	-0,03598	0,97107	-0,35140	0,97135	-0,39293
6	0,95807	0,57536	0,96184	-0,03696	0,96410	-0,44313	0,96445	-0,49664
7	0,95321	0,69437	0,95701	0,08107	0,95928	-0,32561	0,95963	-0,37924
8	0,95055	0,75991	0,95435	0,14616	0,95663	-0,26092	0,95698	-0,31455
9	0,94742	0,83766	0,95123	0,22322	0,95352	-0,18415	0,95387	-0,23789
10	0,94591	0,87554	0,94973	0,26081	0,95202	-0,14679	0,95238	-0,20054
11	0,94533	0,88963	0,94915	0,27479	0,95145	-0,13287	0,95180	-0,18661
12	0,94516	0,89381	0,94898	0,27897	0,95128	-0,12869	0,95163	-0,18249
13	0,98417	0,14599	0,98572	-0,04721	0,98665	-0,17636	0,98679	-0,19332
14	0,98378	0,15499	0,98534	-0,03822	0,98627	-0,16736	0,98641	-0,18438
15	0,98368	0,15745	0,98523	-0,03581	0,98617	-0,16495	0,98631	-0,18197
16	0,98367	0,15756	0,98522	-0,03564	0,98616	-0,16484	0,98630	-0,18180
17	0,95128	0,68990	0,95589	-0,08973	0,95867	-0,60596	0,95910	-0,67397
18	0,94554	0,78770	0,95091	-0,14719	0,95416	-0,76530	0,95467	-0,84666
19	0,93908	0,91954	0,94524	-0,21417	0,94899	-0,96223	0,94958	-1,06066
20	0,93375	1,02943	0,94062	-0,28699	0,94484	-1,15422	0,94550	-1,26830
21	0,92897	1,12896	0,93655	-0,37196	0,94123	-1,35911	0,94198	-1,48895
22	0,92328	1,26996	0,93161	-0,48931	0,93632	-1,47525	0,93691	-1,54303
23	0,91984	1,35613	0,92888	-0,66280	0,93361	-1,64702	0,93405	-1,65218
24	0,91665	1,44288	0,92642	-0,88912	0,93116	-1,87111	0,93144	-1,80086
25	0,91509	1,48230	0,92544	-1,05894	0,93018	-2,03916	0,93034	-1,91843
26	0,91449	1,49748	0,92521	-1,17445	0,92995	-2,15352	0,93002	-2,00123
27	0,91431	1,50201	0,92532	-1,27437	0,93006	-2,25241	0,93006	-2,07485
28	0,95279	0,70514	0,95658	0,09179	0,95886	-0,31501	0,95921	-0,36864
29	0,95251	0,71230	0,95630	0,09889	0,95858	-0,30791	0,95893	-0,36154
30	0,95236	0,71591	0,95616	0,10244	0,95844	-0,30436	0,95879	-0,35798
31	0,94547	0,88700	0,94930	0,27221	0,95159	-0,13545	0,95194	-0,18919
32	0,94504	0,89851	0,94887	0,28361	0,95116	-0,12410	0,95151	-0,17785
33	0,94482	0,90430	0,94865	0,28934	0,95094	-0,11837	0,95130	-0,17217
34	0,94475	0,90619	0,94858	0,29123	0,95087	-0,11648	0,95122	-0,17028

ESTUDO DE CASO - S34C1 - CONTINUAÇÃO

Tabela C.2 – Multiplicadores de Lagrange a cada iteração para o S34C1.

Sistema de 34 Barras - 11 kV			
Barra	Iteração 1 λ_Q	Iteração 2 λ_Q	Estado Final λ_Q
1	0,00000	0,00000	0,00000
2	0,00841	0,00474	0,00237
3	0,01595	0,00881	0,00420
4	0,02710	0,01449	0,00636
5	0,03702	0,01926	0,00782
6	0,04668	0,02361	0,00875
7	0,05296	0,02981	0,01490
8	0,05644	0,03324	0,01831
9	0,06059	0,03733	0,02237
10	0,06261	0,03933	0,02435
11	0,06338	0,04008	0,02510
12	0,06360	0,04030	0,02532
13	0,01645	0,00929	0,00469
14	0,01689	0,00974	0,00513
15	0,01701	0,00986	0,00525
16	0,01702	0,00987	0,00526
17	0,05493	0,02535	0,00631
18	0,06205	0,02636	0,00341
19	0,07041	0,02684	-0,00115
20	0,07744	0,02655	-0,00611
21	0,08384	0,02552	-0,01188
22	0,09181	0,02301	-0,01435
23	0,09671	0,01736	-0,01991
24	0,10137	0,00923	-0,02791
25	0,10363	0,00292	-0,03412
26	0,10451	-0,00156	-0,03852
27	0,10477	-0,00557	-0,04247
28	0,05352	0,03036	0,01545
29	0,05390	0,03074	0,01582
30	0,05409	0,03092	0,01601
31	0,06322	0,03993	0,02494
32	0,06383	0,04052	0,02554
33	0,06413	0,04082	0,02584
34	0,06423	0,04092	0,02593

ESTUDO DE CASO - S34C2

Tabela C.3 – Magnitudes de Tensão e Ângulos de Fase a cada iteração para o S34C2.

Sistema de 34 Barras - 11 kV								
Barra	Iteração 1		Iteração 2		Iteração 3		Iteração 4	
	V (pu)	θ (°)	V (pu)	θ (°)	V (pu)	θ (°)	V (pu)	θ (°)
1	1,00000	0,00000	1,00000	0,00000	1,00000	0,00000	1,00000	0,00000
2	0,98978	0,08720	0,99062	-0,01289	0,99115	-0,07964	0,99187	-0,18014
3	0,98074	0,16570	0,98234	-0,02802	0,98336	-0,15693	0,98475	-0,35094
4	0,96822	0,36784	0,97065	0,02624	0,97220	-0,20042	0,97430	-0,54041
5	0,95729	0,54872	0,96046	0,06939	0,96248	-0,24809	0,96524	-0,72336
6	0,94680	0,72605	0,95070	0,10583	0,95320	-0,30430	0,95662	-0,91719
7	0,93735	0,95609	0,94130	0,33403	0,94442	-0,27594	0,94787	-0,88900
8	0,93164	1,09710	0,93561	0,47378	0,93914	-0,27141	0,94260	-0,88453
9	0,92397	1,28938	0,92797	0,66446	0,93209	-0,28636	0,93558	-0,89937
10	0,92242	1,32920	0,92643	0,70394	0,93092	-0,38451	0,93442	-0,99683
11	0,92183	1,34404	0,92584	0,71866	0,93033	-0,36990	0,93383	-0,98234
12	0,92165	1,34846	0,92566	0,72302	0,93016	-0,36560	0,93366	-0,97804
13	0,98032	0,17567	0,98192	-0,01811	0,98294	-0,14702	0,98433	-0,34102
14	0,97993	0,18472	0,98154	-0,00905	0,98256	-0,13803	0,98395	-0,33203
15	0,97983	0,18719	0,98143	-0,00665	0,98245	-0,13556	0,98385	-0,32962
16	0,97982	0,18730	0,98142	-0,00647	0,98244	-0,13545	0,98384	-0,32945
17	0,93992	0,84328	0,94468	0,05180	0,94720	-0,35810	0,95139	-1,13858
18	0,93411	0,94349	0,93964	-0,00705	0,94217	-0,41660	0,94710	-1,35218
19	0,92756	1,07859	0,93389	-0,07569	0,93644	-0,48484	0,94214	-1,61820
20	0,92216	1,19124	0,92922	-0,15034	0,93178	-0,55909	0,93751	-1,69154
21	0,91732	1,29322	0,92509	-0,23738	0,92767	-0,64567	0,93342	-1,77709
22	0,91157	1,43789	0,92009	-0,35764	0,92267	-0,76524	0,92847	-1,89517
23	0,90807	1,52630	0,91733	-0,53554	0,91992	-0,94211	0,92573	-2,06987
24	0,90484	1,61528	0,91483	-0,76765	0,91743	-1,17296	0,92326	-2,29773
25	0,90326	1,65579	0,91384	-0,94177	0,91645	-1,34605	0,92228	-2,46870
26	0,90266	1,67138	0,91360	-1,06026	0,91621	-1,46391	0,92204	-2,58507
27	0,90248	1,67602	0,91371	-1,16270	0,91632	-1,56578	0,92215	-2,68563
28	0,93692	0,96727	0,94087	0,34504	0,94399	-0,26494	0,94744	-0,87812
29	0,93663	0,97466	0,94058	0,35243	0,94371	-0,25766	0,94715	-0,87090
30	0,93649	0,97838	0,94044	0,35609	0,94356	-0,25399	0,94701	-0,86723
31	0,92198	1,34129	0,92599	0,71591	0,93076	-0,47573	0,93426	-1,08736
32	0,92153	1,35338	0,92554	0,72789	0,93069	-0,60132	0,93419	-1,21203
33	0,92131	1,35946	0,92532	0,73390	0,93076	-0,69849	0,93426	-1,30846
34	0,92123	1,36146	0,92525	0,73591	0,93088	-0,76524	0,93437	-1,37470

ESTUDO DE CASO - S34C2 - CONTINUAÇÃO

Tabela C.3 – Continuação – Magnitudes de Tensão e Ângulos de Fase a cada iteração para o S34C2.

Sistema de 34 Barras - 11 kV						
Barra	Iteração 5		Estado Final		FPO	
	$ V $ (pu)	θ (°)	$ V $ (pu)	θ (°)	$ V $ (pu)	θ (°)
1	1,00000	0,00000	1,00000	0,00000	1,00000	0,00000
2	0,99251	-0,28109	0,99270	-0,31484	0,99270	-0,31392
3	0,98598	-0,54551	0,98636	-0,61060	0,98635	-0,60882
4	0,97614	-0,88018	0,97669	-0,99351	0,97669	-0,99047
5	0,96765	-1,19731	0,96837	-1,35522	0,96837	-1,35092
6	0,95962	-1,52739	0,96052	-1,73045	0,96052	-1,72495
7	0,95090	-1,49937	0,95181	-1,70249	0,95189	-1,72924
8	0,94565	-1,49490	0,94657	-1,69802	0,94671	-1,74660
9	0,93866	-1,50969	0,93958	-1,71274	0,93980	-1,79445
10	0,93750	-1,60646	0,93842	-1,80934	0,93871	-1,91328
11	0,93692	-1,59208	0,93784	-1,79496	0,93812	-1,89895
12	0,93674	-1,58784	0,93766	-1,79072	0,93795	-1,89466
13	0,98557	-0,53572	0,98594	-0,60075	0,98594	-0,59897
14	0,98518	-0,52672	0,98556	-0,59181	0,98555	-0,59003
15	0,98508	-0,52431	0,98545	-0,58940	0,98545	-0,58763
16	0,98507	-0,52414	0,98544	-0,58923	0,98544	-0,58745
17	0,95512	-1,91414	0,95624	-2,17191	0,95616	-2,14670
18	0,95151	-2,28026	0,95285	-2,58845	0,95268	-2,54502
19	0,94730	-2,74023	0,94887	-3,11236	0,94861	-3,04584
20	0,94336	-2,99296	0,94516	-3,42405	0,94482	-3,33639
21	0,93930	-3,07741	0,94134	-3,56855	0,94137	-3,58213
22	0,93438	-3,19407	0,93642	-3,68463	0,93644	-3,69191
23	0,93166	-3,36653	0,93371	-3,85635	0,93371	-3,85721
24	0,92921	-3,59153	0,93126	-4,08038	0,93125	-4,07350
25	0,92823	-3,76032	0,93029	-4,24842	0,93026	-4,23639
26	0,92800	-3,87514	0,93005	-4,36279	0,93002	-4,34755
27	0,92811	-3,97444	0,93016	-4,46162	0,93012	-4,44380
28	0,95048	-1,48854	0,95138	-1,69166	0,95147	-1,71847
29	0,95019	-1,48133	0,95110	-1,68450	0,95119	-1,71125
30	0,95005	-1,47772	0,95096	-1,68089	0,95104	-1,70764
31	0,93734	-1,69641	0,93826	-1,89913	0,93859	-2,01973
32	0,93727	-1,82029	0,93820	-2,02271	0,93858	-2,16555
33	0,93734	-1,91609	0,93826	-2,11834	0,93869	-2,27779
34	0,93745	-1,98192	0,93838	-2,18406	0,93884	-2,35457

ESTUDO DE CASO - S34C2 - CONTINUAÇÃO

Tabela C.4 – Multiplicadores de Lagrange a cada iteração para o S34C2.

Sistema de 34 Barras - 11 kV						
Barra	Iteração 1	Iteração 2	Iteração 3	Iteração 4	Iteração 5	Estado Final
	λ_Q	λ_Q	λ_Q	λ_Q	λ_Q	λ_Q
1	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
2	0,01056	0,00683	0,00439	0,00083	-0,00260	-0,00371
3	0,02016	0,01286	0,00810	0,00118	-0,00550	-0,00766
4	0,03451	0,02158	0,01315	0,00086	-0,01101	-0,01487
5	0,04752	0,02922	0,01730	-0,00007	-0,01685	-0,02232
6	0,06043	0,03653	0,02097	-0,00167	-0,02354	-0,03067
7	0,07306	0,04897	0,02555	0,00286	-0,01906	-0,02620
8	0,08089	0,05669	0,02787	0,00515	-0,01679	-0,02393
9	0,09169	0,06732	0,03019	0,00745	-0,01451	-0,02166
10	0,09393	0,06952	0,02683	0,00413	-0,01780	-0,02494
11	0,09477	0,07036	0,02765	0,00494	-0,01700	-0,02415
12	0,09502	0,07060	0,02789	0,00518	-0,01676	-0,02391
13	0,02066	0,01336	0,00860	0,00167	-0,00501	-0,00717
14	0,02111	0,01381	0,00905	0,00212	-0,00456	-0,00673
15	0,02124	0,01394	0,00917	0,00224	-0,00444	-0,00661
16	0,02125	0,01394	0,00918	0,00225	-0,00443	-0,00660
17	0,06911	0,03836	0,02278	-0,00635	-0,03449	-0,04366
18	0,07660	0,03942	0,02383	-0,01137	-0,04535	-0,05643
19	0,08540	0,03993	0,02434	-0,01869	-0,06022	-0,07376
20	0,09279	0,03963	0,02404	-0,01898	-0,06762	-0,08347
21	0,09955	0,03855	0,02297	-0,02003	-0,06865	-0,08689
22	0,10793	0,03591	0,02036	-0,02259	-0,07116	-0,08938
23	0,11310	0,02996	0,01447	-0,02836	-0,07682	-0,09501
24	0,11800	0,02141	0,00600	-0,03667	-0,08497	-0,10312
25	0,12039	0,01478	-0,00058	-0,04311	-0,09128	-0,10939
26	0,12132	0,01006	-0,00525	-0,04768	-0,09577	-0,11384
27	0,12159	0,00584	-0,00943	-0,05177	-0,09978	-0,11783
28	0,07367	0,04957	0,02614	0,00344	-0,01848	-0,02562
29	0,07407	0,04996	0,02653	0,00383	-0,01810	-0,02524
30	0,07427	0,05016	0,02673	0,00403	-0,01790	-0,02504
31	0,09460	0,07019	0,02332	0,00066	-0,02124	-0,02837
32	0,09527	0,07085	0,01842	-0,00418	-0,02604	-0,03316
33	0,09561	0,07118	0,01458	-0,00798	-0,02979	-0,03691
34	0,09572	0,07129	0,01191	-0,01061	-0,03241	-0,03951

ESTUDO DE CASO – S70C1

Tabela C.5 – Magnitudes de Tensão e Ângulos de Fase a cada iteração para o S70C1.

Sistema de 70 Barras – 12,66 kV									
Barra		Iteração 1				Iteração 2			
(1)	(2)	$ V_1 $ (pu)	$ V_2 $ (pu)	θ_1 (°)	θ_2 (°)	$ V_1 $ (pu)	$ V_2 $ (pu)	θ_1 (°)	θ_2 (°)
1	36	1,00000	0,99895	0,00000	0,01043	1,00000	0,99896	0,00000	0,01014
2	37	0,99997	0,99992	-0,00120	-0,00304	0,99997	0,99993	-0,00138	-0,00332
3	38	0,99993	0,99974	-0,00246	-0,00940	0,99995	0,99976	-0,00275	-0,00974
4	39	0,99993	0,99958	-0,00252	-0,01186	0,99994	0,99960	-0,00281	-0,01215
5	40	0,99984	0,99954	-0,00590	-0,01232	0,99987	0,99956	-0,00665	-0,01261
6	41	0,99902	0,99954	-0,01856	-0,01232	0,99923	0,99955	-0,02699	-0,01266
7	42	0,99008	0,99884	0,04927	-0,02332	0,99150	0,99886	-0,07741	-0,02366
8	43	0,98079	0,99855	0,12107	-0,02796	0,98345	0,99856	-0,13086	-0,02830
9	44	0,97857	0,99851	0,13831	-0,02859	0,98154	0,99853	-0,14427	-0,02888
10	45	0,97744	0,99850	0,14714	-0,02871	0,98057	0,99852	-0,15189	-0,02905
11	46	0,97244	0,99840	0,23193	-0,03054	0,97558	0,99842	-0,06761	-0,03083
12	47	0,97134	0,99840	0,25073	-0,03054	0,97448	0,99842	-0,04893	-0,03088
13	48	0,96817	0,99979	0,30361	-0,00773	0,97133	0,99982	0,00355	-0,00848
14	49	0,96525	0,99854	0,35008	-0,05260	0,96842	0,99858	0,04979	-0,05329
15	50	0,96235	0,99469	0,39626	-0,19165	0,96553	0,99473	0,09568	-0,19240
16	51	0,95948	0,99415	0,44221	-0,21148	0,96267	0,99419	0,14129	-0,21222
17	52	0,95895	0,97854	0,45080	0,13860	0,96214	0,98150	0,14983	-0,14398
18	53	0,95806	0,97853	0,46496	0,13877	0,96126	0,98149	0,16387	-0,14381
19	54	0,95806	0,97465	0,46507	0,16902	0,96125	0,97835	0,16404	-0,18810
20	55	0,95759	0,97141	0,47361	0,19463	0,96079	0,97576	0,17246	-0,23067
21	56	0,95729	0,96693	0,47911	0,23027	0,96049	0,97221	0,17796	-0,29123
22	57	0,95681	0,96257	0,48799	0,26522	0,96001	0,96876	0,18673	-0,35220
23	58	0,95680	0,94009	0,48810	0,66177	0,96000	0,94982	0,18690	-0,51767
24	59	0,95673	0,92903	0,48942	0,86431	0,95993	0,94048	0,18822	-0,60166
25	60	0,95657	0,92475	0,49234	0,94532	0,95977	0,93686	0,19108	-0,63369
26	61	0,95641	0,91973	0,49549	1,04983	0,95960	0,93260	0,19423	-0,67397
27	62	0,95634	0,91233	0,49675	1,11887	0,95953	0,92685	0,19549	-0,79584
28	63	0,95632	0,91204	0,49716	1,12156	0,95951	0,92686	0,19584	-0,82970
29	64	0,99993	0,91166	-0,00269	1,12523	0,99994	0,92692	-0,00298	-0,88046
30	65	0,99985	0,90976	-0,00533	1,14311	0,99987	0,92720	-0,00561	-1,12924
31	66	0,99973	0,90918	-0,00321	1,14849	0,99975	0,92982	-0,00344	-1,51255
32	67	0,99971	0,97128	-0,00281	0,25187	0,99973	0,97443	-0,00309	-0,04778
33	68	0,99961	0,97128	-0,00092	0,25187	0,99962	0,97443	-0,00120	-0,04778
34	69	0,99935	0,96784	0,00350	0,30963	0,99936	0,97100	0,00321	0,00963
35	70	0,99901	0,96784	0,00934	0,30968	0,99903	0,97100	0,00905	0,00963

ESTUDO DE CASO – S70C1 – CONTINUAÇÃO

Tabela C.5 – Continuação – Magnitudes de Tensão e Ângulos de Fase a cada iteração para o S70C1.

Sistema de 70 Barras – 12,66 kV									
Barra		Estado Final				FPO			
(1)	(2)	$ V_1 $ (pu)	$ V_2 $ (pu)	θ_1 (°)	θ_2 (°)	$ V_1 $ (pu)	$ V_2 $ (pu)	θ_1 (°)	θ_2 (°)
1	36	1,00000	0,99896	0,00000	0,01003	1,00000	0,99896	0,00000	0,01008
2	37	0,99998	0,99993	-0,00143	-0,00344	0,99998	0,99993	-0,00138	-0,00338
3	38	0,99995	0,99976	-0,00286	-0,00985	0,99995	0,99976	-0,00281	-0,00980
4	39	0,99995	0,99960	-0,00292	-0,01226	0,99995	0,99960	-0,00286	-0,01220
5	40	0,99988	0,99956	-0,00693	-0,01272	0,99988	0,99956	-0,00682	-0,01266
6	41	0,99930	0,99956	-0,02991	-0,01278	0,99928	0,99956	-0,02893	-0,01272
7	42	0,99193	0,99886	-0,11981	-0,02378	0,99180	0,99886	-0,10594	-0,02372
8	43	0,98428	0,99857	-0,21503	-0,02842	0,98402	0,99857	-0,18747	-0,02836
9	44	0,98246	0,99853	-0,23864	-0,02899	0,98217	0,99853	-0,20775	-0,02899
10	45	0,98153	0,99852	-0,25170	-0,02916	0,98123	0,99852	-0,21904	-0,02911
11	46	0,97656	0,99842	-0,16759	-0,03094	0,97625	0,99842	-0,13493	-0,03094
12	47	0,97546	0,99842	-0,14897	-0,03100	0,97515	0,99842	-0,11625	-0,03094
13	48	0,97231	0,99983	-0,09654	-0,00877	0,97200	0,99983	-0,06383	-0,00865
14	49	0,96940	0,99859	-0,05048	-0,05357	0,96909	0,99858	-0,01770	-0,05346
15	50	0,96651	0,99474	-0,00464	-0,19269	0,96620	0,99474	0,02813	-0,19257
16	51	0,96365	0,99420	0,04091	-0,21245	0,96334	0,99419	0,07374	-0,21240
17	52	0,96312	0,98242	0,04939	-0,23835	0,96281	0,98213	0,08222	-0,20747
18	53	0,96225	0,98241	0,06343	-0,23812	0,96193	0,98212	0,09626	-0,20730
19	54	0,96224	0,97949	0,06354	-0,30722	0,96192	0,97913	0,09637	-0,26832
20	55	0,96177	0,97711	0,07202	-0,37242	0,96146	0,97669	0,10485	-0,32613
21	56	0,96148	0,97385	0,07746	-0,46478	0,96116	0,97334	0,11029	-0,40806
22	57	0,96100	0,97069	0,08623	-0,55737	0,96068	0,97008	0,11912	-0,49034
23	58	0,96099	0,95286	0,08640	-0,90636	0,96068	0,95190	0,11923	-0,77968
24	59	0,96092	0,94408	0,08772	-1,08323	0,96061	0,94295	0,12055	-0,92636
25	60	0,96076	0,94068	0,09058	-1,15170	0,96045	0,93947	0,12342	-0,98302
26	61	0,96059	0,93667	0,09368	-1,23873	0,96028	0,93539	0,12657	-1,05487
27	62	0,96052	0,93146	0,09500	-1,42185	0,96021	0,93000	0,12783	-1,21805
28	63	0,96051	0,93147	0,09534	-1,45531	0,96019	0,93000	0,12817	-1,25059
29	64	0,99994	0,93153	-0,00309	-1,50562	0,99994	0,93005	-0,00304	-1,29941
30	65	0,99987	0,93181	-0,00567	-1,75188	0,99987	0,93027	-0,00567	-1,53856
31	66	0,99975	0,93442	-0,00355	-2,13146	0,99975	0,93279	-0,00355	-1,90783
32	67	0,99973	0,97540	-0,00321	-0,14782	0,99973	0,97509	-0,00315	-0,11511
33	68	0,99962	0,97540	-0,00132	-0,14782	0,99962	0,97509	-0,00126	-0,11511
34	69	0,99937	0,97198	0,00309	-0,09053	0,99937	0,97167	0,00315	-0,05781
35	70	0,99903	0,97198	0,00894	-0,09053	0,99903	0,97167	0,00900	-0,05781

ESTUDO DE CASO – S70C1 – CONTINUAÇÃO

Tabela C.6 – Multiplicadores de Lagrange a cada iteração para o S70C1.

Sistema de 70 Barras – 12,66 kV							
Barra		Iteração 1		Iteração 2		Estado Final	
(1)	(2)	λ_{Q_1}	λ_{Q_2}	λ_{Q_1}	λ_{Q_2}	λ_{Q_1}	λ_{Q_2}
1	36	0,00000	0,00112	0,00000	0,00111	0,00000	0,00111
2	37	0,00002	0,00005	0,00001	0,00004	0,00001	0,00003
3	38	0,00004	0,00014	0,00003	0,00013	0,00003	0,00012
4	39	0,00005	0,00026	0,00003	0,00025	0,00003	0,00024
5	40	0,00011	0,00030	0,00007	0,00028	0,00006	0,00028
6	41	0,00083	0,00030	0,00048	0,00029	0,00037	0,00028
7	42	0,01065	0,00083	0,00583	0,00081	0,00429	0,00081
8	43	0,02110	0,00105	0,01146	0,00104	0,00838	0,00103
9	44	0,02363	0,00108	0,01280	0,00106	0,00934	0,00106
10	45	0,02493	0,00109	0,01346	0,00107	0,00979	0,00107
11	46	0,03098	0,00116	0,01944	0,00114	0,01576	0,00114
12	47	0,03233	0,00116	0,02077	0,00114	0,01708	0,00114
13	48	0,03618	0,00013	0,02458	0,00010	0,02087	0,00009
14	49	0,03969	0,00079	0,02804	0,00075	0,02433	0,00074
15	50	0,04319	0,00282	0,03151	0,00278	0,02778	0,00277
16	51	0,04669	0,00311	0,03496	0,00307	0,03122	0,00306
17	52	0,04734	0,02367	0,03561	0,01284	0,03186	0,00938
18	53	0,04842	0,02368	0,03667	0,01285	0,03293	0,00939
19	54	0,04843	0,02819	0,03668	0,01446	0,03294	0,01008
20	55	0,04904	0,03201	0,03728	0,01562	0,03354	0,01039
21	56	0,04943	0,03734	0,03767	0,01716	0,03392	0,01073
22	57	0,05006	0,04261	0,03830	0,01862	0,03454	0,01098
23	58	0,05007	0,07284	0,03830	0,02649	0,03455	0,01177
24	59	0,05016	0,08851	0,03840	0,03040	0,03465	0,01197
25	60	0,05037	0,09474	0,03860	0,03192	0,03485	0,01202
26	61	0,05059	0,10226	0,03882	0,03339	0,03507	0,01160
27	62	0,05069	0,11253	0,03891	0,03535	0,03516	0,01100
28	63	0,05071	0,11293	0,03894	0,03425	0,03519	0,00992
29	64	0,00005	0,11348	0,00003	0,03255	0,00003	0,00826
30	65	0,00008	0,11616	0,00007	0,02421	0,00007	0,00011
31	66	0,00022	0,11697	0,00021	0,00914	0,00021	-0,01464
32	67	0,00025	0,03240	0,00023	0,02084	0,00023	0,01715
33	68	0,00037	0,03240	0,00036	0,02085	0,00035	0,01716
34	69	0,00066	0,03660	0,00065	0,02499	0,00065	0,02129
35	70	0,00105	0,03660	0,00104	0,02499	0,00103	0,02129

ESTUDO DE CASO – S70C2

Tabela C.7 – Magnitudes de Tensão e Ângulos de Fase a cada iteração para o S70C2.

Sistema de 70 Barras – 12,66 kV									
Barra		Iteração 1				Iteração 2			
(1)	(2)	$ V_1 $ (pu)	$ V_2 $ (pu)	θ_1 (°)	θ_2 (°)	$ V_1 $ (pu)	$ V_2 $ (pu)	θ_1 (°)	θ_2 (°)
1	36	1,00000	0,99893	0,00000	0,00997	1,00000	0,99895	0,00000	0,00957
2	37	0,99996	0,99990	-0,00143	-0,00344	0,99997	0,99992	-0,00166	-0,00390
3	38	0,99992	0,99973	-0,00292	-0,00985	0,99994	0,99975	-0,00327	-0,01031
4	39	0,99992	0,99957	-0,00292	-0,01226	0,99994	0,99959	-0,00338	-0,01272
5	40	0,99981	0,99953	-0,00705	-0,01272	0,99985	0,99955	-0,00802	-0,01318
6	41	0,99879	0,99953	-0,02286	-0,01278	0,99907	0,99955	-0,03421	-0,01324
7	42	0,98769	0,99883	0,05999	-0,02378	0,98954	0,99885	-0,10955	-0,02418
8	43	0,97613	0,99854	0,14817	-0,02842	0,97962	0,99856	-0,18965	-0,02882
9	44	0,97337	0,99850	0,16942	-0,02905	0,97725	0,99852	-0,20965	-0,02945
10	45	0,97195	0,99849	0,18042	-0,02916	0,97604	0,99851	-0,22082	-0,02962
11	46	0,96262	0,99839	0,33908	-0,03100	0,96675	0,99841	-0,06348	-0,03140
12	47	0,96053	0,99839	0,37506	-0,03100	0,96467	0,99841	-0,02785	-0,03140
13	48	0,95363	0,99976	0,49366	-0,00882	0,95781	0,99980	0,08973	-0,00985
14	49	0,94532	0,99851	0,63661	-0,05369	0,94954	0,99856	0,23142	-0,05466
15	50	0,93698	0,99466	0,78272	-0,19280	0,94123	0,99471	0,37626	-0,19377
16	51	0,92859	0,99412	0,93220	-0,21262	0,93288	0,99417	0,52437	-0,21360
17	52	0,92703	0,97334	0,96028	0,16971	0,93133	0,97722	0,55216	-0,20936
18	53	0,92421	0,97333	1,01161	0,16988	0,92852	0,97721	0,60304	-0,20919
19	54	0,92417	0,96914	1,01224	0,20260	0,92849	0,97397	0,60367	-0,27697
20	55	0,92202	0,96588	1,05327	0,22850	0,92634	0,97156	0,64429	-0,34292
21	56	0,92063	0,96138	1,07974	0,26448	0,92496	0,96826	0,67053	-0,43636
22	57	0,91839	0,95698	1,12283	0,29977	0,92273	0,96505	0,71322	-0,53010
23	58	0,91834	0,93436	1,12380	0,70113	0,92268	0,94700	0,71419	-0,88241
24	59	0,91776	0,92323	1,13503	0,90625	0,92210	0,93812	0,72536	-1,06100
25	60	0,91649	0,91892	1,15955	0,98824	0,92084	0,93467	0,74960	-1,13022
26	61	0,91552	0,91386	1,17840	1,09412	0,91987	0,93061	0,76828	-1,21805
27	62	0,91512	0,90642	1,18619	1,16402	0,91947	0,92534	0,77601	-1,40357
28	63	0,91491	0,90612	1,19015	1,16683	0,91927	0,92544	0,77997	-1,44976
29	64	0,99991	0,90573	-0,00315	1,17050	0,99993	0,92564	-0,00355	-1,51880
30	65	0,99984	0,90382	-0,00573	1,18860	0,99986	0,92662	-0,00613	-1,85690
31	66	0,99972	0,90324	-0,00361	1,19404	0,99974	0,93029	-0,00401	-2,36981
32	67	0,99970	0,96048	-0,00327	0,37626	0,99972	0,96462	-0,00361	-0,02664
33	68	0,99959	0,96047	-0,00138	0,37626	0,99961	0,96462	-0,00178	-0,02664
34	69	0,99934	0,95330	0,00304	0,49991	0,99936	0,95747	0,00269	0,09597
35	70	0,99900	0,95330	0,00894	0,49991	0,99902	0,95747	0,00854	0,09597

ESTUDO DE CASO – S70C2 – CONTINUAÇÃO

Tabela C.7 – Continuação – Magnitudes de Tensão e Ângulos de Fase a cada iteração para o S70C2.

Sistema de 70 Barras – 12,66 kV									
Barra		Iteração 3				Iteração 4			
(1)	(2)	$ V_1 $ (pu)	$ V_2 $ (pu)	θ_1 (°)	θ_2 (°)	$ V_1 $ (pu)	$ V_2 $ (pu)	θ_1 (°)	θ_2 (°)
1	36	1,00000	0,99896	0,00000	0,00945	1,00000	0,99896	0,00000	0,00940
2	37	0,99997	0,99993	-0,00172	-0,00407	0,99997	0,99993	-0,00172	-0,00407
3	38	0,99995	0,99976	-0,00344	-0,01043	0,99995	0,99976	-0,00344	-0,01049
4	39	0,99994	0,99960	-0,00355	-0,01289	0,99995	0,99960	-0,00355	-0,01289
5	40	0,99987	0,99956	-0,00842	-0,01335	0,99988	0,99956	-0,00848	-0,01335
6	41	0,99918	0,99955	-0,03845	-0,01335	0,99920	0,99956	-0,03942	-0,01341
7	42	0,99024	0,99886	-0,17269	-0,02435	0,99039	0,99886	-0,18684	-0,02441
8	43	0,98095	0,99856	-0,31524	-0,02899	0,98123	0,99857	-0,34326	-0,02905
9	44	0,97874	0,99853	-0,35054	-0,02962	0,97905	0,99853	-0,38193	-0,02962
10	45	0,97760	0,99852	-0,36984	-0,02974	0,97793	0,99852	-0,40313	-0,02979
11	46	0,96923	0,99842	-0,35225	-0,03157	0,96975	0,99842	-0,41637	-0,03163
12	47	0,96735	0,99842	-0,34887	-0,03157	0,96791	0,99842	-0,42015	-0,03163
13	48	0,96126	0,99982	-0,35512	-0,01020	0,96199	0,99983	-0,45373	-0,01031
14	49	0,95411	0,99858	-0,39528	-0,05506	0,95506	0,99858	-0,53388	-0,05512
15	50	0,94692	0,99473	-0,43797	-0,19412	0,94812	0,99473	-0,61765	-0,19423
16	51	0,93971	0,99419	-0,48306	-0,21394	0,94115	0,99419	-0,70497	-0,21406
17	52	0,93837	0,97870	-0,49154	-0,35025	0,93985	0,97901	-0,72135	-0,38165
18	53	0,93595	0,97869	-0,50999	-0,35008	0,93752	0,97901	-0,75499	-0,38148
19	54	0,93592	0,97554	-0,51028	-0,42588	0,93749	0,97587	-0,75544	-0,45905
20	55	0,93412	0,97314	-0,53056	-0,49160	0,93577	0,97347	-0,78902	-0,52477
21	56	0,93297	0,96984	-0,54362	-0,58476	0,93466	0,97018	-0,81068	-0,61782
22	57	0,93109	0,96664	-0,56499	-0,67815	0,93287	0,96698	-0,84591	-0,71116
23	58	0,93105	0,94862	-0,56660	-1,02926	0,93283	0,94897	-0,84752	-1,06203
24	59	0,93064	0,93976	-0,58522	-1,20728	0,93241	0,94010	-0,86608	-1,23994
25	60	0,92973	0,93632	-0,62578	-1,27626	0,93151	0,93666	-0,90648	-1,30886
26	61	0,92952	0,93227	-0,74685	-1,36381	0,93130	0,93261	-1,02708	-1,39630
27	62	0,92943	0,92700	-0,79681	-1,54865	0,93121	0,92735	-1,07687	-1,58108
28	63	0,92940	0,92710	-0,82523	-1,59466	0,93118	0,92745	-1,10518	-1,62697
29	64	0,99994	0,92730	-0,00367	-1,66347	0,99994	0,92765	-0,00372	-1,69578
30	65	0,99987	0,92828	-0,00625	-2,00037	0,99987	0,92863	-0,00630	-2,03240
31	66	0,99975	0,93194	-0,00413	-2,51139	0,99975	0,93229	-0,00418	-2,54307
32	67	0,99973	0,96730	-0,00378	-0,34773	0,99973	0,96786	-0,00378	-0,41900
33	68	0,99962	0,96730	-0,00189	-0,34773	0,99962	0,96786	-0,00195	-0,41900
34	69	0,99936	0,96093	0,00252	-0,34899	0,99936	0,96165	0,00252	-0,44754
35	70	0,99903	0,96093	0,00837	-0,34899	0,99903	0,96165	0,00837	-0,44754

ESTUDO DE CASO – S70C2 – CONTINUAÇÃO

Tabela C.7 – Continuação – Magnitudes de Tensão e Ângulos de Fase a cada iteração para o S70C2.

Sistema de 70 Barras – 12,66 kV									
Barra		Estado Final				FPO			
(1)	(2)	$ V_1 $ (pu)	$ V_2 $ (pu)	θ_1 (°)	θ_2 (°)	$ V_1 $ (pu)	$ V_2 $ (pu)	θ_1 (°)	θ_2 (°)
1	36	1,00000	0,99897	0,00000	0,00928	1,00000	0,99897	0,00000	0,00928
2	37	0,99998	0,99994	-0,00178	-0,00418	0,99998	0,99994	-0,00178	-0,00418
3	38	0,99995	0,99976	-0,00355	-0,01060	0,99995	0,99977	-0,00355	-0,01060
4	39	0,99995	0,99961	-0,00367	-0,01301	0,99995	0,99961	-0,00367	-0,01301
5	40	0,99989	0,99956	-0,00877	-0,01346	0,99989	0,99956	-0,00877	-0,01346
6	41	0,99927	0,99956	-0,04234	-0,01352	0,99928	0,99956	-0,04274	-0,01352
7	42	0,99081	0,99886	-0,22941	-0,02452	0,99092	0,99886	-0,23594	-0,02452
8	43	0,98202	0,99857	-0,42771	-0,02916	0,98224	0,99857	-0,44072	-0,02916
9	44	0,97993	0,99853	-0,47659	-0,02974	0,98017	0,99853	-0,49120	-0,02979
10	45	0,97887	0,99852	-0,50323	-0,02991	0,97912	0,99852	-0,51864	-0,02991
11	46	0,97069	0,99843	-0,51646	-0,03174	0,97094	0,99843	-0,53130	-0,03174
12	47	0,96886	0,99842	-0,52019	-0,03174	0,96911	0,99843	-0,53491	-0,03174
13	48	0,96293	0,99984	-0,55371	-0,01060	0,96319	0,99984	-0,56780	-0,01060
14	49	0,95602	0,99859	-0,63369	-0,05541	0,95628	0,99859	-0,64698	-0,05541
15	50	0,94908	0,99475	-0,71729	-0,19452	0,94935	0,99475	-0,72972	-0,19452
16	51	0,94212	0,99420	-0,80449	-0,21429	0,94239	0,99420	-0,81601	-0,21434
17	52	0,94082	0,97990	-0,82082	-0,47630	0,94110	0,98013	-0,83222	-0,49091
18	53	0,93850	0,97989	-0,85439	-0,47607	0,93877	0,98012	-0,86540	-0,49068
19	54	0,93847	0,97697	-0,85485	-0,57857	0,93875	0,97726	-0,86585	-0,59719
20	55	0,93675	0,97477	-0,88837	-0,66698	0,93702	0,97512	-0,89909	-0,68927
21	56	0,93564	0,97176	-0,90997	-0,79194	0,93592	0,97218	-0,92051	-0,81944
22	57	0,93385	0,96884	-0,94515	-0,91702	0,93413	0,96934	-0,95541	-0,94962
23	58	0,93381	0,95191	-0,94676	-1,45107	0,93408	0,95273	-0,95546	-1,51450
24	59	0,93339	0,94359	-0,96526	-1,72134	0,93357	0,94458	-0,95627	-1,80018
25	60	0,93249	0,94037	-1,00554	-1,82653	0,93247	0,94142	-0,95804	-1,91139
26	61	0,93228	0,93633	-1,12592	-1,91328	0,93181	0,93694	-0,99500	-1,90044
27	62	0,93219	0,93109	-1,17559	-2,09657	0,93154	0,93067	-1,01024	-1,95344
28	63	0,93216	0,93119	-1,20384	-2,14212	0,93140	0,93058	-1,01918	-1,97390
29	64	0,99995	0,93139	-0,00384	-2,21036	0,99995	0,93048	-0,00384	-2,00478
30	65	0,99987	0,93236	-0,00642	-2,54428	0,99988	0,93000	-0,00642	-2,15610
31	66	0,99975	0,93601	-0,00430	-3,05089	0,99975	0,93147	-0,00430	-2,39754
32	67	0,99973	0,96880	-0,00390	-0,51904	0,99973	0,96905	-0,00390	-0,53377
33	68	0,99963	0,96880	-0,00206	-0,51904	0,99963	0,96905	-0,00206	-0,53371
34	69	0,99937	0,96260	0,00241	-0,54758	0,99937	0,96286	0,00241	-0,56173
35	70	0,99903	0,96260	0,00825	-0,54752	0,99903	0,96286	0,00825	-0,56167

ESTUDO DE CASO – S70C2 – CONTINUAÇÃO

Tabela C.8 – Multiplicadores de Lagrange a cada iteração para o S70C2.

Sistema de 70 Barras – 12,66 kV											
Barra		Iteração 1		Iteração 2		Iteração 3		Iteração 4		Estado Final	
(1)	(2)	λ_{Q_1}	λ_{Q_2}	λ_{Q_1}	λ_{Q_2}	λ_{Q_1}	λ_{Q_2}	λ_{Q_1}	λ_{Q_2}	λ_{Q_1}	λ_{Q_2}
1	36	0,00000	0,00113	0,00000	0,00112	0,00000	0,00111	0,00000	0,00111	0,00000	0,00110
2	37	0,00003	0,00006	0,00002	0,00004	0,00001	0,00004	0,00001	0,00004	0,00001	0,00003
3	38	0,00005	0,00015	0,00003	0,00013	0,00003	0,00013	0,00003	0,00012	0,00002	0,00012
4	39	0,00006	0,00027	0,00004	0,00025	0,00003	0,00025	0,00003	0,00025	0,00002	0,00024
5	40	0,00013	0,00031	0,00009	0,00029	0,00007	0,00028	0,00007	0,00028	0,00006	0,00028
6	41	0,00105	0,00031	0,00059	0,00029	0,00041	0,00028	0,00038	0,00028	0,00027	0,00028
7	42	0,01340	0,00084	0,00701	0,00082	0,00460	0,00081	0,00408	0,00081	0,00257	0,00081
8	43	0,02661	0,00106	0,01376	0,00104	0,00894	0,00103	0,00790	0,00103	0,00487	0,00103
9	44	0,02982	0,00109	0,01537	0,00107	0,00995	0,00106	0,00879	0,00106	0,00538	0,00106
10	45	0,03149	0,00110	0,01617	0,00108	0,01044	0,00107	0,00920	0,00107	0,00559	0,00106
11	46	0,04324	0,00117	0,02775	0,00115	0,01664	0,00114	0,01424	0,00114	0,01061	0,00114
12	47	0,04592	0,00117	0,03038	0,00115	0,01803	0,00114	0,01536	0,00114	0,01172	0,00114
13	48	0,05488	0,00016	0,03920	0,00011	0,02200	0,00010	0,01828	0,00009	0,01464	0,00008
14	49	0,06587	0,00081	0,05002	0,00077	0,02563	0,00075	0,02037	0,00075	0,01672	0,00074
15	50	0,07721	0,00284	0,06117	0,00280	0,02925	0,00278	0,02237	0,00278	0,01872	0,00277
16	51	0,08890	0,00313	0,07267	0,00309	0,03287	0,00307	0,02430	0,00306	0,02064	0,00305
17	52	0,09110	0,02986	0,07484	0,01541	0,03354	0,00999	0,02465	0,00883	0,02099	0,00542
18	53	0,09514	0,02988	0,07881	0,01542	0,03465	0,01001	0,02515	0,00884	0,02148	0,00543
19	54	0,09519	0,03484	0,07886	0,01649	0,03466	0,01075	0,02515	0,00951	0,02149	0,00519
20	55	0,09836	0,03876	0,08197	0,01684	0,03525	0,01110	0,02521	0,00986	0,02154	0,00469
21	56	0,10040	0,04423	0,08398	0,01724	0,03563	0,01149	0,02524	0,01025	0,02157	0,00389
22	57	0,10374	0,04963	0,08726	0,01754	0,03625	0,01179	0,02529	0,01055	0,02162	0,00300
23	58	0,10381	0,08062	0,08734	0,01854	0,03622	0,01278	0,02526	0,01154	0,02159	-0,00306
24	59	0,10469	0,09670	0,08819	0,01884	0,03585	0,01308	0,02489	0,01183	0,02123	-0,00642
25	60	0,10659	0,10309	0,09006	0,01892	0,03504	0,01316	0,02409	0,01191	0,02043	-0,00780
26	61	0,10805	0,11081	0,09150	0,01853	0,03078	0,01277	0,01986	0,01153	0,01621	-0,00818
27	62	0,10866	0,12136	0,09210	0,01800	0,02902	0,01224	0,01811	0,01099	0,01447	-0,00871
28	63	0,10896	0,12178	0,09240	0,01640	0,02800	0,01065	0,01710	0,00941	0,01347	-0,01027
29	64	0,00006	0,12234	0,00004	0,01396	0,00003	0,00823	0,00003	0,00700	0,00003	-0,01264
30	65	0,00009	0,12510	0,00008	0,00202	0,00007	-0,00363	0,00007	-0,00484	0,00006	-0,02427
31	66	0,00023	0,12593	0,00022	-0,01831	0,00021	-0,02380	0,00021	-0,02499	0,00020	-0,04406
32	67	0,00026	0,04600	0,00024	0,03046	0,00023	0,01810	0,00023	0,01543	0,00023	0,01180
33	68	0,00038	0,04600	0,00036	0,03046	0,00036	0,01810	0,00035	0,01543	0,00035	0,01180
34	69	0,00067	0,05532	0,00066	0,03964	0,00065	0,02243	0,00065	0,01872	0,00064	0,01507
35	70	0,00106	0,05533	0,00104	0,03964	0,00103	0,02243	0,00103	0,01872	0,00103	0,01507