TAYLON GOMES LANDGRAF

**Modelagem e Estimação de Parâmetros
de Geradores Síncronos via Análise de
Sensibilidade de Trajetória**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia de São Carlos como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de concentração: Sistemas Elétricos de Potência

ORIENTADOR: Prof. Dr. Luís Fernando Costa Alberto

São Carlos
2014

Trata-se da versão corrigida da dissertação.

A versão original se encontra disponível na EESC/USP que aloja o Programa de Pós-Graduação de Engenharia Elétrica.

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

L253m Landgraf , Taylon Gomes
Modelagem e estimação de parâmetros de geradores
síncronos via análise de sensibilidade de trajetória /
Taylon Gomes Landgraf ; orientador Luís Fernando
Costa Alberto. São Carlos, 2014.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica e Área de Concentração em
Sistemas Elétricos de Potência -- Escola de Engenharia
de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2014.

1. Estimação de parâmetros. 2. Modelagem. 3.
Geradores síncronos. 4. EADs. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **TAYLON GOMES LANDGRAF.**

Título da dissertação: "Modelagem e estimação de parâmetros de geradores síncronos via análise de sensibilidade de trajetória".

Data da defesa: 14/11/2014

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Associado **Luís Fernando Costa Alberto (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Aprovado

Prof. Dr. **Elmer Pablo Tito Cari**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Aprovado

Prof. Dr. **Francisco Damasceno Freitas**
(Universidade de Brasília/UnB)

APROVADO

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica:
Prof. Titular **Denis Vinicius Coury**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Associado **Paulo César Lima Segantine**

*Ao meu pai Fabio Jesus Land-
graf*

Agradecimentos

Gostaria de agradecer primeiramente Àquele que me proporcionou que estivesse aqui com vida, concedendo forças nos momentos mais difíceis, sou realmente muito grato a DEUS.

À minha família, que mesmo a distância, concederam-me total apoio e incentivos para realização dos meus estudos.

Aos professores Luís Fernando Costa Alberto e Elmer Pablo Tito Cari, pelas orientações que possibilitaram a realização deste trabalho.

Ao CNPq pela bolsa de estudo concedida durante a realização deste mestrado.

Aos colegas de laboratório do LACO (Laboratório de Análise Computacional em Sistemas de Potência): Alexandre Prodóssimo Sohn, Daniel Souto Siqueira, Breno Carvalho Bretas, Ana Cecília Moreno Alamo, Edson Aparecido Rozas Theodoro, Moussa Reda Mansour, Alex Andrius Cecchim Bozz, Leandro Tolomeu Marques, Wendhel Raffa, Julian Zan, Júlio Massignan, pelos momentos de discussões técnicas e ensinamentos.

Aos colegas da Escola de Engenharia de São Carlos: Alexandre Festa, William Pereira, Tatiane Cristina da Costa Fernandes, Edson Luis Geraldi Júnior, Daniel Motter, Geyverson Teixeira de Paula e Thales E.P. Almeida, pelos momentos de estudos compartilhados e também pelos momentos de descontração.

Aos companheiros de repúblicas, incluindo àqueles que encontrei ao chegar: Fernando Vieira da Silva ('Kurt'), Rafael Marques ('Capão'), Jorge L.S Bonafé ('Seu Jorge'), Hiram Shirata ('Japones'), Leonardo Galvão ('Galvão'), Yago Dórea ('Coragem'), Helder De Melo Mendes ('O Árabe'). Por todos os momentos compartilhados, em especial aos filmes assistidos e as idas aos rodízios de pizzas.

A todos os meus amigos da igreja em São Carlos. Em especial ao Darlisson Alexandria, Tatiani Pivem, Lucas Andrade, Elisabet Dávila, Rafael Barostichi, Liane G. Barostichi, Mario Sergio Izidoro, Sarah Lins, Rafael Berri, Enzo Canedo, Carol Santos, Lucas Samorano, Jéssica Talita e Samuel Filipe.

Ao Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação.

Resumo

LANDGRAF, T. G., *Modelagem e Estimação de Parâmetros de Geradores Síncronos via Análise de Sensibilidade de Trajetória*. São Carlos, 2014, 121p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Neste trabalho, investigamos um algoritmo para estimação dos parâmetros de geradores síncronos baseado em análise de sensibilidade de trajetórias. Os parâmetros são estimados através da resolução de um problema de otimização não-linear de mínimos quadrados. Medidas são comparadas com as soluções obtidas dos modelos dinâmicos do gerador e o algoritmo busca minimizar a diferença entre as medidas e a saída do modelo matemático. As medidas foram obtidas de forma artificial por intermédios de simulações computacionais, admitindo-se não somente as dinâmicas transitórias da máquina, mas também considerando as dinâmicas sub-transitórias. O algoritmo proposto é adequado para medidas acessíveis em campo e permite estimar os parâmetros a partir de medidas de perturbações do sistema sem a necessidade da desconexão da máquina do sistema. A principal contribuição deste trabalho é a proposição de uma nova modelagem empregada para estimar os parâmetros do gerador síncrono. Para isto, propõe-se um modelo simplificado, modificado do modelo de dois eixos do gerador, que utiliza a corrente de campo do gerador como uma das entradas. Este modelo é constituído por um conjunto de equações algébrico-diferenciais (EADs) que contém uma equação algébrica de balanço de corrente. Esta equação elimina a necessidade de medidas de variáveis de difícil acesso. O algoritmo proposto foi testado com dados obtidos de simulações dinâmicas realizadas a partir de um sistema teste com resultados satisfatórios. Os resultados obtidos são analisados frente a resultados obtidos também para o modelo de dois eixos utilizando a tensão de campo como uma entrada. Através destes resultados é possível observar a possibilidade de sua utilização em aplicações reais.

Palavras-chave: Estimação dos parâmetros, modelagem, geradores síncronos, EADs.

Abstract

LANDGRAF, T. G., Modeling and Parameter Estimation of Synchronous Generators per Trajectory Sensitivity Analysis. São Carlos, 2014, 121. Dissertation (Master Thesis) - Engineering School of Sao Carlos, University of Sao Paulo.

In this work, we investigate an algorithm for estimating parameters of synchronous generators based on trajectories sensitivity analysis. The parameters are estimated by solving a nonlinear optimization problem of least squares. Measurements are compared with the solutions obtained from the dynamic model of the generator and the algorithm seeks to minimize the difference between the measurements and the output of the mathematical model. Measurements were obtained artificially by means of simulations, assuming not only the transient dynamics of the machine, but also considering the subtransient dynamics. The proposed algorithm is suitable for accessible measurements in the field and allows the estimation of parameters from measurements of system disturbances, without the necessity of disconnecting the machine from the system. The main contribution of this work is to propose a new generator model to estimate the parameters of the synchronous generator. To this end, a simplified model is proposed. This model is a modification of the two-axis model of the generator, which uses the generator field current as an input of the model. This model consists of a set of differential-algebraic equations (DAEs) containing an algebraic equation of balance of current. This equation eliminates the need of measuring variables that are difficult to access. The proposed algorithm has been tested with data obtained from dynamic simulations conducted from a test system with satisfactory results. The results has been analysed against the results of the two-axis model using the generator field voltage as an input of the model. These results indicate the possibility of application in real machines.

Keywords: Parameter estimation, modeling, synchronous generators, DAEs.

Lista de Ilustrações

2.1	Máquina síncrona de polos salientes (dois polos).	26
2.2	Balanco de potência da máquina síncrona (SAUER; PAI, 1998).	30
2.3	Representação do circuito da máquina síncrona em estado estacionário (SAUER; PAI, 1998).	43
2.4	Enrolamentos da máquina síncrona no modelo de dois eixos.	46
2.5	Circuito dinâmico da máquina síncrona para o modelo de dois eixos (SAUER; PAI, 1998).	48
3.1	Procedimento de identificação de sistemas	56
3.2	Diagrama do processo de estimação de parâmetros	58
3.3	Diagrama de blocos do procedimento de estimação de parâmetros baseado na técnica de sensibilidade de trajetória.	64
4.1	Período de operação e análise no processo de estimação.	68
4.2	Sistema de potência em estudo.	69
4.3	Diagrama de blocos do regulador IEEE ST2.	70
4.4	Relações entre os sistemas de referência da máquina síncrona ($d-q$) e da rede (Im-Re).	71
4.5	Diagrama de blocos para a estimação do parâmetro mecânico H	74
4.6	Diagrama do processo de estimação de parâmetros elétricos com a metodologia de sensibilidade de trajetória tradicional para o modelo de tensão de campo do gerador.	79
4.7	Saídas reais e estimadas do modelo - Potências ativa (P_e) e reativa (Q_e). . . .	82
4.8	Estimativa do ângulo de potência (β), obtida como subproduto da metodologia.	83
4.9	Diagrama do processo de estimação de parâmetros elétricos com a metodologia de sensibilidade com a abordagem de minimização.	86
4.10	Função $g(.)^2$ no início e ao final do processo de estimação dos parâmetros para uma alteração de -43% em relação aos parâmetros verdadeiros.	87
4.11	Diagrama do processo de estimação de parâmetros elétricos com a metodologia de sensibilidade de trajetória tradicional para a abordagem em corrente. . . .	92

4.12	Saídas reais e estimadas do modelo - Potências ativa (P_e) e reativa (Q_e) para o modelo utilizando a corrente de campo do gerador.	94
4.13	Estimativa do ângulo de potência (β), obtida como subproduto da metodologia para o modelo utilizando a corrente de campo do gerador.	95
4.14	Diagrama do processo de estimação dos parâmetros elétricos com a metodologia de sensibilidade com a abordagem de minimização para o modelo utilizando a corrente de campo do gerador.	98
4.15	Função $g(.)^2$ no início e ao final do processo de estimação dos parâmetros para uma alteração de 60% em relação aos parâmetros verdadeiros para o modelo utilizando a corrente de campo do gerador com a abordagem de minimização.	99

Lista de Tabelas

4.1	Estimação do parâmetro H.	75
4.2	Classificação dos parâmetros segunda sua influência na saída para o modelo de tensão de campo do gerador para o intervalo de tempo de 0,5 a 1,5 segundos do período pós-falta (desvio de 99% nos parâmetros em relação aos valores verdadeiros).	79
4.3	Estimação de parâmetros da máquina síncrona (tempo de 0,5 a 1,5 segundos do período pós-falta).	81
4.4	Estimação de parâmetros da máquina síncrona (tempo de 1,0 a 4,0 segundos do período pós-falta).	81
4.5	Estimação de parâmetros da máquina síncrona (tempo de 10,0 a 13,0 segundos do período pós-falta).	82
4.6	Estimação de parâmetros da máquina síncrona (tempo de 10,0 a 13,0 segundos do período pós-falta) utilizando a abordagem de minimização.	87
4.7	Classificação dos parâmetros segunda sua influência na saída para o modelo de corrente de campo do gerador para o intervalo de tempo de 1,0 a 3,0 segundos do período pós-falta (desvio de -60% nos parâmetros em relação aos valores verdadeiros).	92
4.8	Estimação de parâmetros da máquina síncrona (tempo de 1,0 a 3,0 segundos do período pós-falta) para o modelo utilizando a corrente de campo do gerador.	93
4.9	Estimação de parâmetros da máquina síncrona (tempo de 10,0 a 13,0 segundos do período pós-falta) para o modelo utilizando a corrente de campo do gerador.	94
4.10	Estimação de parâmetros da máquina síncrona (tempo de 10,0 a 13,0 segundos do período pós-falta) para o modelo utilizando a corrente de campo do gerador com a abordagem de minimização.	99

Sumário

1	Introdução	19
1.1	Objetivos	22
1.2	Estrutura do Trabalho	22
2	Modelagem da Máquina Síncrona	25
2.1	Introdução	25
2.2	A Máquina Síncrona	25
2.3	Novo Sistema de referência via Transformação de Park	28
2.4	Sistema por Unidade	32
2.5	Modelo Dinâmico da Máquina Síncrona	37
2.6	Estado Estacionário	41
2.7	Modelo de Dois Eixos	45
3	Estimação de Parâmetros via Análise de Sensibilidade de Trajetória	55
3.1	Introdução	55
3.2	Metodologia de Sensibilidade de Trajetória	57
3.3	Funções de Sensibilidade de Trajetória para EADs: Abordagem de mini- mização	60
3.4	Algoritmo de Ajuste de Parâmetros	63
4	Estimação de Parâmetros do Gerador Síncrono	67
4.1	Introdução	67
4.2	Considerações práticas para a realização dos testes	68
4.3	Sistema Teste	69
4.4	Modelo do Gerador Síncrono: Tensão de campo	72
4.5	Modelo do Gerador Síncrono: Corrente de campo	88
5	Conclusões	101
5.1	Propostas para Pesquisas Futuras	104

Referências	105
Apêndices	109
A Equações do Gerador com a Abordagem de Minimização: Tensão de Campo	111
A.1 Solução do Modelo	111
A.2 Equações de Sensibilidade e Funções de Sensibilidade de Trajetória	114
B Equações do Gerador com a Abordagem de Minimização: Corrente de Campo	117
B.1 Solução do Modelo	117
B.2 Equações de Sensibilidade e Funções de Sensibilidade de Trajetória	119

Capítulo 1

Introdução

A eletricidade desempenha um papel fundamental na sociedade moderna, por ser uma das principais fontes de energia. A energia elétrica atua amplamente como um fator de integração e desenvolvimento de um país e, cada vez mais o mundo atual fica mais dependente desta energia, de tal forma que os Sistemas Elétricos de Potência (SEP) devem estar preparados para satisfazer os consumos com elevados padrões de qualidade e serviço. Para atingir estes objetivos, o sistema deve ter a capacidade de alimentar as cargas de forma contínua e garantir que as variações da tensão e da frequência não excedam as tolerâncias contratuais (FERREIRA, 2005), (BERGEN; VITTAL, 2000).

Os sistemas elétricos ou sistemas eletro-energéticos podem ser definidos como um conjunto de equipamentos físicos e elementos de circuitos elétricos conectados, que atuam de modo coordenado com o intuito de gerar, transmitir e distribuir energia elétrica aos consumidores. Estes sistemas variam em tamanho e componentes, entretanto eles têm as mesmas características básicas: a geração e a transmissão são trifásicas, transmitindo-se potência por longas distâncias para os consumidores que estão espalhados em grandes áreas geográficas. Isso requer um sistema de transmissão composto por subsistemas operando em diferentes níveis de tensão, onde geralmente o consumo é trifásico a nível industrial e monofásico a nível comercial e residencial.

As máquinas síncronas são equipamentos de destaque neste sistema, pois são utilizadas na geração de energia elétrica. Máquinas motrizes convertem a fonte primária de energia (água, carvão, gás, etc.) em energia mecânica que por sua vez é convertida em energia elétrica pelos geradores síncronos. Neste contexto, o Brasil ocupa papel de destaque no cenário mundial no que se diz respeito à produção de energia a partir de geradores síncronos. Embora novas fontes de energia, como solar e eólica, chamadas de energias alternativas, tenham recebido incentivos crescentes dos governos, grandes quantidades de energia continuam sendo geradas em usinas hidroelétricas e termoeletricas (MENDONÇA, 2013). Nestas usinas, como já mencionado, a energia elétrica é convertida da fonte primária através de máquinas elétricas chamadas de máquinas síncronas ou, mais

especificamente, geradores síncronos.

As empresas do setor elétrico necessitam cada vez mais conhecer com precisão os parâmetros dos modelos das máquinas síncronas. O uso adequado de modelos representativos e uma escolha correta de parâmetros é fator decisivo para a confiabilidade dos resultados de diversos estudos, tais como: estudos de estabilidade, proteção, planejamento e expansão do SEP, dentre outros. Diversas ações de operação e controle são obtidas a partir destes estudos. Por isso, grandes dificuldades são encontradas quando as simulações não correspondem ao comportamento real do SEP. Por exemplo, depois de uma grande perturbação não prevista por simulação devido a erros nos parâmetros, o WSCC (Western System Coordinating Council) solicita a cada cinco anos, testes e verificação dos modelos e parâmetros dos geradores síncronos acima de 10 MVA (KOSTEREV; TAYLOR; MITTELSTADT, 1999). Enquanto (ZHAO et al., 1995) mostra em um estudo que o limite de transferência de potência aumentaria para cerca de 30-50 MVA em um sistema de 675 MVA, após adoção de parâmetros bem sintonizados, trazendo assim uma economia notável (CARI; ALBERTO; BRETAS, 2006).

No entanto, as empresas do setor encontram dificuldades em conhecer com precisão os parâmetros do modelo da máquina síncrona e dos controles associados (sistema de excitação, regulador de velocidade). Essas dificuldades são diversas, dentre as quais se destacam: documentação incompleta, perda de dados. Além disso, a operação diária, sujeita a perturbações de diversos tipos, faz com que o desgaste associado vá alterando gradativamente os respectivos parâmetros, de forma que os mesmos precisem ser periodicamente reavaliados.

Obter a melhor representação matemática do sistema real não é uma tarefa fácil. Os modelos utilizados nas simulações devem representar de maneira mais fidedigna possível o comportamento real do sistema. Para isto, os parâmetros dos modelos utilizados nestas simulações devem ser identificados corretamente. Porém como já mencionado, esses parâmetros possuem incertezas, e necessitam ser identificados através de algum processo de estimação de parâmetros. Muitos desses processos de estimação de parâmetros do gerador são obtidos via testes, normalmente padronizados pelas normas do (IEEE Std 1110, 2003), (IEEE Std 115, 2010) e são realizados com a máquina desconectada do sistema, sendo conhecidos como testes *off-line*. Embora estes testes padrões sejam bastante empregados na prática, eles apresentam como desvantagens a necessidade do desligamento do gerador da rede, o que além de ser impraticável em certas situações, está associado a perdas econômicas (CARI, 2005), (POSSATTI, 2013). Dentre os testes tradicionais, destacam-se o teste de curto circuito e, o teste de rejeição de carga.

O teste de curto circuito é um dos ensaios tradicionais mais utilizados para obtenção de parâmetros de eixo direto do gerador síncrono, todavia, não fornece informações sobre o eixo em quadratura, além da máquina ser submetida a intenso esforço mecânico devido às correntes elevadas do teste. Enquanto que no ensaio de rejeição de carga (COSTA BOR-

TONI; JARDINI, 2002) em situações específicas de operação, os parâmetros de eixos direto e em quadratura podem ser obtidos, contudo recomenda-se que os ensaios sejam realizados durante o comissionamento, ou que o gerador seja retirado do sistema durante o teste para a obtenção das medidas (CARI; ALBERTO; BRETAS, 2012).

Para superar as deficiências dos métodos tradicionais, métodos de identificação baseados em medições *on-line*¹ ganharam atenção durante os últimos anos (GHOMI; SAREM, 2007), sendo assunto de diversos trabalhos publicados (KARRARI; MALIK, 2004), (SAAVEDRA-MONTES et al., 2012). Estes métodos podem ser divididos em duas categorias. Na primeira categoria, admite-se uma estrutura conhecida para o modelo da máquina síncrona (como os métodos tradicionais) e os parâmetros físicos são estimados a partir de medidas obtidas. A segunda categoria lida com modelagem caixa-preta de geradores síncronos usando dados de entrada-saída (SHAMSOLLAHI; MALIK, 1996).

Neste trabalho, o método de estimação de parâmetros a ser desenvolvido é baseado no conceito de sensibilidade de trajetória, seguindo uma abordagem similar àquela desenvolvida em (CARI, 2009). Este método enquadra-se dentro dos métodos de estimação de parâmetros *on-line* (com o gerador em operação) que, a partir de medições aquisitadas da resposta do gerador a perturbações típicas, estima os parâmetros de um modelo pré-definido ou conhecido. Esta metodologia de estimação de parâmetros pode ser aplicada tanto em sistemas lineares como para sistemas não-lineares.

A escolha do modelo não-linear é uma alternativa importante em relação à resposta dinâmica do sistema, pois as vantagens oriundas da metodologia proposta podem ser enumeradas em relação aos outros métodos (tais como métodos gradientes e algoritmos genéticos):

- (i) lida de forma adequada com não-linearidades do modelo,
- (ii) obtém estimativas para intervalos curtos de amostragens das medidas,
- (iii) as medidas podem ser tomadas com a máquina em operação (*on-line*) e,
- (iv) possui uma rápida convergência para estimar os parâmetros, atingindo convergência quadrática conforme os parâmetros se aproximam dos valores verdadeiros.

A desvantagem deste método é que o sucesso da estimação depende de uma escolha de valores iniciais das condições iniciais das equações diferenciais e dos parâmetros a serem estimados próximos dos valores verdadeiros. Técnicas para lidar com tais problemas também são propostas em (CARI, 2009) e, serão utilizadas no presente trabalho. Além disso, uma das principais vantagens da metodologia é utilizar medidas de fácil obtenção a partir de dados operacionais das unidades geradoras. As medidas utilizadas por CARI (2009) foram: tensões e correntes terminais da barra do gerador e a tensão de campo do gerador

¹Em linha, ou seja, sem a desconexão do gerador do resto do sistema.

como medidas de entrada. Neste trabalho, propõe-se aprimorar a técnica desenvolvida em (CARI, 2009), inserindo uma abordagem do modelo do gerador síncrono utilizando-se a corrente de campo do gerador como medida de entrada, sendo uma abordagem inédita para esta finalidade. Destaca-se também que a corrente de campo é usualmente medida nas unidades geradoras, o que facilita a aplicação da metodologia em aplicações reais.

1.1 Objetivos

Com base no exposto anteriormente, a proposta consiste em aplicar técnicas de estimação de parâmetros em geradores síncronos trifásicos. Os objetivos gerais deste trabalho são os seguintes:

- O estudo e desenvolvimento de metodologias de identificação de parâmetros baseada na técnica de sensibilidade de trajetória aplicadas ao modelo não-linear completo de um gerador síncrono.
- Aprimoramentos no modelo não-linear do gerador síncrono, tendo como proposta inédita para esta metodologia, a utilização da corrente de campo do gerador.

Entende-se como modelo completo do gerador síncrono, admitir as dinâmicas transitórias e sub-transitórias da máquina. Em (CARI, 2009), as dinâmicas sub-transitórias foram desprezadas.

1.2 Estrutura do Trabalho

O primeiro capítulo desta dissertação apresenta a motivação e os conceitos teóricos importantes para o processo de estimação de parâmetros, que posteriormente serão apresentadas as aplicações da metodologia empregada. Assim, a estrutura do texto segue conforme descrito a seguir:

O capítulo 2 faz uma revisão geral da teoria da máquina síncrona, e apresenta de forma detalhada as equações do modelo da máquina com as respectivas referências adotadas. Além disso, mostra-se algumas considerações teóricas e práticas que levaram à construção de modelos simplificados para o estudo de problemas específicos, com ênfase para alguns destes modelos. O modelo de dois eixos utilizado em estudo de estabilidade transitória é apresentado com mais detalhes neste capítulo, com destaque para uma nova formulação proposta neste trabalho utilizando a corrente de campo do gerador.

O capítulo 3 apresenta a metodologia de estimação não-linear de parâmetros baseada na análise de sensibilidade de trajetória. Mostram-se os algoritmos e as etapas do processo de estimação dos modelos dinâmicos do gerador síncrono regidos por equações

algébrico-diferenciais. É apresentada também a abordagem de minimização para lidar com problemas de inexistência de solução da equação algébrica.

O capítulo 4 mostra a aplicação da metodologia desenvolvida no capítulo 3 para estimar parâmetros de geradores síncronos. Inicialmente são estimados os parâmetros do modelo de dois eixos tradicional, utilizando-se a tensão de campo do gerador. Posteriormente, são estimados os parâmetros do modelo de dois eixos modificado, utilizando-se a corrente de campo do gerador. Com isso, amplia-se a possibilidades da utilização de medidas dos geradores síncronos, baseado no modelo simplificado de dois eixos da máquina síncrona.

O capítulo 5 apresenta as conclusões e algumas considerações finais, além das perspectivas futuras do presente trabalho.

Nos apêndices (A) e (B) mostram-se as equações dos modelos e as equações de sensibilidade de trajetórias com a abordagem de minimização para estimar os parâmetros do gerador síncrono, para os modelos em tensão e corrente de campo, respectivamente.

Capítulo 2

Modelagem da Máquina Síncrona

2.1 Introdução

Para qualquer estudo dinâmico de sistemas de energia elétrica, um modelo matemático adequado deve ser escolhido. No entanto, a escolha de um modelo para o sistema de potência não pode ser separado do problema em si, nem das facilidades computacionais e técnicas de controle disponíveis. Não é adequado e nem prático elaborar um “modelo universal” para todos os problemas do sistema dinâmico (YU, 1983).

Existem vários tipos de problemas em sistemas de energia do ponto de vista dinâmico, como por exemplo: oscilações de alta ou de baixa frequência e distúrbios de pequenas ou grandes perturbações. Neste trabalho estaremos interessados em modelos dinâmicos para estudos de estabilidade do SEP. Consideramos portanto um número limitado de componentes importantes do sistema para estes estudos dinâmicos desejados (KUNDUR, 1994), (CARI, 2009): as turbinas hidráulicas e de vapor, o gerador síncrono, o regulador, e o sistema de excitação. Para cada um deles, diversos modelos básicos são recomendados pelas sociedades profissionais, como o Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletrônicos (IEEE), e que podem ser adaptados para os estudos de problemas específicos. Entre os modelos básicos, o do gerador síncrono é provavelmente o mais importante e complicado. Nesta dissertação o problema de estimar parâmetros de geradores síncronos será estudado. Portanto, é fundamental obter as equações da máquina síncrona, ainda mais no contexto de estimação de parâmetros, que requer um modelo matemático que reproduz de maneira fidedigna ao comportamento real do sistema elétrico.

2.2 A Máquina Síncrona

Assim como a máquina de indução é largamente utilizada quando se trata de converter energia elétrica em mecânica, a máquina síncrona é o principal meio de converter a energia mecânica em elétrica. Uma máquina síncrona é geralmente constituída por um elemento

girante, chamado de rotor, envolvido por um elemento fixo chamado de estator. O rotor contém um enrolamento de campo que é alimentado com corrente contínua, e que serve para criar um campo magnético principal na máquina, conhecido também como campo magnético de excitação. Tal enrolamento apresenta movimento rotacional impulsionado pela turbina acoplada em seu eixo, e ainda o campo magnético produzido pelo enrolamento de campo induz uma tensão senoidal nas bobinas presas ao estator (enrolamento de armadura), sendo a frequência desta tensão determinada pela velocidade angular e pelo número de polos magnéticos do rotor.

Além dos enrolamentos de campo e armadura, um enrolamento ou conjunto de enrolamentos curto-circuitados, conhecidos como enrolamentos amortecedores, são projetados no rotor, com o propósito principal de amortecer oscilações resultantes de perturbações nas condições normais de operação (KUNDUR, 1994). A exemplo de ilustração, considera-se inicialmente uma máquina com um rotor de polos salientes (figura 2.1) composta pelo enrolamento de armadura através do conjunto de bobinas (representada pelas fases a, b e c) e um enrolamento de campo (designado por f_d na figura). O efeito do enrolamento amortecedor será modelado por dois enrolamentos (designados por d e q), sendo que no primeiro (d) o eixo magnético é paralelo ao eixo magnético do enrolamento de campo e no segundo (q) está adiantado 90° graus em relação ao enrolamento de campo (considerando como positivo o sentido de rotação da máquina). A figura 2.1 mostra uma representação desta máquina com os seus respectivos enrolamentos. Em operação, os geradores síncronos são conectados à rede elétrica através dos terminais do estator e, assim, é fornecida potência elétrica ao sistema.

Figura 2.1: Máquina síncrona de polos salientes (dois polos).

Em sistemas de geração distribuída e termoeétrica é bastante comum a utilização de geradores síncronos com rotor do tipo cilíndrico. No caso de polos salientes, o enrolamento de campo é alojado no espaço interpolar. No caso de polos lisos, o enrolamento de campo é distribuído em ranhuras situadas ao longo do perímetro do rotor de tal forma que o entreferro seja uniforme. Em geral os rotores cilíndricos (polos lisos) são utilizados normalmente para máquina síncronas de dois ou quatro polos, enquanto que os rotores de polos salientes são utilizados para quatro ou mais polos. Esta escolha deve-se a rotação mais apropriada para máquina, por exemplo, rotores de polos lisos são mais empregados em turbogeradores, pois são mais aptos a trabalharem em altas rotações (1800 ou 3600 rpm), enquanto que, turbinas hidráulicas, trabalham com baixa rotação, sendo necessário, geradores com alto número de polos (polos salientes).

O esquema simplificado da figura 2.1 mostra a orientação da bobina, polaridades assumidas e referência de posição do rotor. Os enrolamentos do estator têm eixos magnéticos separados de 120° graus elétricos e considera-se que a distribuição do fluxo no entreferro seja senoidal. Embora uma máquina de dois polos seja mostrada na figura 2.1, todas as equações serão escritas para uma máquina de P-polos com $\omega = \frac{P}{2}\omega_m$ expressa em radianos elétricos por segundos. Em um primeiro momento, considera-se a convenção “motor” de corrente para todos os enrolamentos. Após a transformação das correntes do estator altera-se para convenção “gerador” de corrente na escala por unidade, que será abordada numa seção posterior. Dada as leis fundamentais de Kirchhoff, Faraday e Newton obtêm-se:

$$v_a = i_a r_s + \frac{d\lambda_a}{dt} \quad (2.1)$$

$$v_b = i_b r_s + \frac{d\lambda_b}{dt} \quad (2.2)$$

$$v_c = i_c r_s + \frac{d\lambda_c}{dt} \quad (2.3)$$

$$v_{fd} = i_{fd} r_{fd} + \frac{d\lambda_{fd}}{dt} \quad (2.4)$$

$$v_{1d} = i_{1d} r_{1d} + \frac{d\lambda_{1d}}{dt} \quad (2.5)$$

$$v_{1q} = i_{1q} r_{1q} + \frac{d\lambda_{1q}}{dt} \quad (2.6)$$

$$v_{2q} = i_{2q} r_{2q} + \frac{d\lambda_{2q}}{dt} \quad (2.7)$$

$$\frac{d\theta_m}{dt} = \frac{2}{P}\omega \quad (2.8)$$

$$J \frac{2}{P} \frac{d\omega}{dt} = T_m - T_e - T_{fw} \quad (2.9)$$

onde λ é o fluxo concatenado do enrolamento, r é a resistência do enrolamento, J é a constante de inércia, P é o número de polos magnéticos por fase, T_m é o torque mecânico

aplicado ao eixo, T_e é o torque elétrico, e T_{fw} é o torque devido ao atrito e ventilação. Um desafio importante de modelagem é obter a relação entre o fluxo e a corrente.

2.3 Novo Sistema de referência via Transformação de Park

Quando adotamos uma referência fixa ao estator para medir as grandezas eletromagnéticas da máquina, estas apresentam uma variação no tempo, devido ao movimento do rotor. Se tomarmos, por exemplo, o eixo magnético da fase a como referência, as tensões, correntes e indutâncias próprias e mútuas do estator serão funções do ângulo θ_m , como mostrado na figura 2.1. Uma grande simplificação é obtida se adotarmos uma referência girante que acompanha o movimento do rotor, criando para o estator novas variáveis que são independentes de θ_m . Isso pode ser feito com uma mudança de variáveis chamada Transformação de Park.

Com a Transformação de Park, criam-se três novas correntes i_0 , i_d e i_q , sendo que i_d corresponde à “projeção” das correntes de fase ao longo de um eixo paralelo ao eixo magnético do enrolamento de campo, chamado de eixo direto (eixo d), e i_q corresponde a essa mesma “projeção” ao longo de um eixo adiantado de 90° graus em relação a este último, chamado de eixo em quadratura (eixo q). A variável i_0 é uma corrente estacionária, proporcional à corrente de sequência zero. É como se os enrolamentos a , b e c do estator fossem substituídos por dois enrolamentos fictícios nos eixos d e q , e as correntes i_0 , i_d e i_q seriam as correntes que, circulando nestes enrolamentos fictícios, produziram o mesmo efeito magnético das correntes i_a , i_b e i_c (correntes nos enrolamentos das fases a , b e c , respectivamente). A Transformação de Park (SAUER; PAI, 1998), (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 1986) é definida neste texto por,

$$v_{dq0} = T_{dq0} v_{abc} \quad (2.10)$$

$$i_{dq0} = T_{dq0} i_{abc} \quad (2.11)$$

$$\lambda_{dq0} = T_{dq0} \lambda_{abc} \quad (2.12)$$

onde,

$$v_{abc} = [v_a v_b v_c]^t, \quad i_{abc} = [i_a i_b i_c]^t, \quad \lambda_{abc} = [\lambda_a \lambda_b \lambda_c]^t \quad (2.13)$$

$$v_{dq0} = [v_d v_q v_0]^t, \quad i_{dq0} = [i_d i_q i_0]^t, \quad \lambda_{dq0} = [\lambda_d \lambda_q \lambda_0]^t \quad (2.14)$$

e

$$T_{dq0} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \sin \frac{P}{2} \theta_m & \sin(\frac{P}{2} \theta_m - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\frac{P}{2} \theta_m + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos \frac{P}{2} \theta_m & \cos(\frac{P}{2} \theta_m - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\frac{P}{2} \theta_m + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}, \quad (2.15)$$

com a seguinte inversa:

$$T_{dq0}^{-1} = \begin{bmatrix} \sin \frac{P}{2} \theta_m & \cos \frac{P}{2} \theta_m & 1 \\ \sin(\frac{P}{2} \theta_m - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\frac{P}{2} \theta_m - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \sin(\frac{P}{2} \theta_m + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\frac{P}{2} \theta_m + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.16)$$

Pode-se escrever (2.1)-(2.3) de forma compacta como:

$$v_{abc} = r_s i_{abc} + \frac{d}{dt}(\lambda_{abc}), \quad (2.17)$$

que, utilizando as transformadas (2.15) e (2.16), tornam-se:

$$v_{dq0} = r_s i_{dq0} + T_{dq0} \frac{d}{dt}(T_{dq0}^{-1} \lambda_{dq0}) \quad (2.18)$$

Após a aplicação da transformação, o sistema (2.1)-(2.9) reescrito nas coordenadas $dq0$ fica da seguinte forma:

$$v_d = r_s i_d - \omega \lambda_q + \frac{d\lambda_d}{dt} \quad (2.19)$$

$$v_q = r_s i_q + \omega \lambda_d + \frac{d\lambda_q}{dt} \quad (2.20)$$

$$v_0 = r_s i_0 + \frac{d\lambda_0}{dt} \quad (2.21)$$

$$v_{fd} = r_{fd} i_{fd} + \frac{d\lambda_{fd}}{dt} \quad (2.22)$$

$$v_{1d} = r_{1d} i_{1d} + \frac{d\lambda_{1d}}{dt} \quad (2.23)$$

$$v_{1q} = r_{1q} i_{1q} + \frac{d\lambda_{1q}}{dt} \quad (2.24)$$

$$v_{2q} = r_{2q} i_{2q} + \frac{d\lambda_{2q}}{dt} \quad (2.25)$$

$$\frac{d\theta_m}{dt} = \frac{2}{P} \omega \quad (2.26)$$

$$J \frac{2}{P} \frac{d\omega}{dt} = T_m - T_e - T_{fw} \quad (2.27)$$

Para obter uma expressão para T_e , é necessário olhar para o equilíbrio de energia ou a potência global da máquina. Trata-se de um sistema eletromecânico que pode ser dividido em sistemas: elétrico, mecânico, e um acoplamento de campo. Num sistema deste tipo, a resistência provoca perdas de potência ativa no sistema elétrico, o atrito é responsável pelas perdas de calor no sistema mecânico, e a histerese pelas perdas do acoplamento de campo.

Neste trabalho consideramos duas suposições quanto ao balanço energético, conforme descrito em (SAUER; PAI, 1998). Primeira, toda a energia armazenada no sistema elétrico no interior dos terminais da máquina está incluída na energia armazenada no acoplamento de campo. Segunda, o acoplamento de campo é sem perdas. O primeiro pressuposto é arbitrário, e o segundo pressuposto negligencia fenômenos como a histerese

(mas não de saturação). Um diagrama que mostra esse equilíbrio de energia para uma máquina é mostrado na figura 2.2, com as potências de entrada para ambos os sistemas: elétrico e mecânico. As potências elétricas são dadas pelas seguintes equações:

$$P_{ele} = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c + v_{fd} i_{fd} + v_{1d} i_{1d} + v_{1q} i_{1q} + v_{2q} i_{2q} \quad (2.28)$$

$$P_{perdas} = r_s(i_a^2 + i_b^2 + i_c^2) + r_{fd} i_{fd}^2 + r_{1d} i_{1d}^2 + r_{1q} i_{1q}^2 + r_{2q} i_{2q}^2 \quad (2.29)$$

$$P_{trans} = i_a \frac{d\lambda_a}{dt} + i_b \frac{d\lambda_b}{dt} + i_c \frac{d\lambda_c}{dt} + i_{fd} \frac{d\lambda_{fd}}{dt} + i_{1d} \frac{d\lambda_{1d}}{dt} + i_{1q} \frac{d\lambda_{1q}}{dt} + i_{2q} \frac{d\lambda_{2q}}{dt} \quad (2.30)$$

Onde P_{ele} é a potência elétrica de entrada, P_{perdas} é a potência elétrica de perdas, e P_{trans} é a potência elétrica transferida. Esta última é obtida através do balanço de potência no sistema elétrico, subtraindo a potência de perdas da potência elétrica, na referência abc , conforme apresentado no diagrama da figura 2.2.

Figura 2.2: Balanço de potência da máquina síncrona (SAUER; PAI, 1998).

Em termos da transformação de variáveis, pode-se escrever:

$$v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c = \frac{3}{2} v_d i_d + \frac{3}{2} v_q i_q + 3 v_0 i_0 \quad (2.31)$$

Substituindo (2.31) em (2.28), e aplicando a transformação de variáveis em (2.29), obtém-se as potências elétricas de entrada e de perdas, no novo sistema de referência:

$$P_{ele} = \frac{3}{2} v_d i_d + \frac{3}{2} v_q i_q + 3 v_0 i_0 + v_{fd} i_{fd} + v_{1d} i_{1d} + v_{1q} i_{1q} + v_{2q} i_{2q} \quad (2.32)$$

$$P_{perdas} = \frac{3}{2} r_s i_d^2 + \frac{3}{2} r_s i_q^2 + 3 r_s i_0^2 + r_{fd} i_{fd}^2 + r_{1d} i_{1d}^2 + r_{1q} i_{1q}^2 + r_{2q} i_{2q}^2 \quad (2.33)$$

Agora, substituindo (2.19)-(2.21) e (2.26) em (2.30), obtém-se a potência elétrica transferida (P_{trans}), no novo sistema de referência:

$$P_{trans} = -\frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{d\theta_m}{dt} \lambda_q i_d + \frac{3}{2} i_d \frac{d\lambda_d}{dt} + \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{d\theta_m}{dt} \lambda_d i_q + \frac{3}{2} i_q \frac{d\lambda_q}{dt} + 3 i_0 \frac{d\lambda_0}{dt} + i_{fd} \frac{d\lambda_{fd}}{dt} + i_{1d} \frac{d\lambda_{1d}}{dt} + i_{1q} \frac{d\lambda_{1q}}{dt} + i_{2q} \frac{d\lambda_{2q}}{dt} \quad (2.34)$$

A equação do equilíbrio entre as potências elétrica e mecânica nas coordenadas $dq0$ é expressa pela derivada no tempo da energia armazenada no acoplamento de campo, conforme ilustrado na figura 2.2.

$$\frac{dW_f}{dt} = P_{trans} + T_e \frac{2}{P} \omega \quad (2.35)$$

Substituindo (2.34) e (2.26) em (2.35):

$$\begin{aligned} \frac{dW_f}{dt} = & \left[\frac{3}{2} \frac{P}{2} (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) + T_e \right] \frac{d\theta_m}{dt} + \frac{3}{2} i_d \frac{d\lambda_d}{dt} + \frac{3}{2} i_q \frac{d\lambda_q}{dt} + 3i_0 \frac{d\lambda_0}{dt} + i_{fd} \frac{d\lambda_{fd}}{dt} \\ & + i_{1d} \frac{d\lambda_{1d}}{dt} + i_{1q} \frac{d\lambda_{1q}}{dt} + i_{2q} \frac{d\lambda_{2q}}{dt} \end{aligned} \quad (2.36)$$

A derivada da energia (W_f) pode ser descrita através de seus estados independentes θ_m , λ_d , λ_q , λ_0 , λ_{fd} , λ_{1d} , λ_{1q} e λ_{2q} :

$$\begin{aligned} \frac{dW_f}{dt} = & \frac{\partial W_f}{\partial \theta_m} \frac{d\theta_m}{dt} + \frac{\partial W_f}{\partial \lambda_d} \frac{d\lambda_d}{dt} + \frac{\partial W_f}{\partial \lambda_q} \frac{d\lambda_q}{dt} + \frac{\partial W_f}{\partial \lambda_0} \frac{d\lambda_0}{dt} + \frac{\partial W_f}{\partial \lambda_{fd}} \frac{d\lambda_{fd}}{dt} \\ & + \frac{\partial W_f}{\partial \lambda_{1d}} \frac{d\lambda_{1d}}{dt} + \frac{\partial W_f}{\partial \lambda_{1q}} \frac{d\lambda_{1q}}{dt} + \frac{\partial W_f}{\partial \lambda_{2q}} \frac{d\lambda_{2q}}{dt} \end{aligned} \quad (2.37)$$

Então, pode-se obter as seguintes identidades a partir de (2.37):

$$\frac{\partial W_f}{\partial \theta_m} = \frac{3}{2} \frac{P}{2} (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) + T_e, \quad \frac{\partial W_f}{\partial \lambda_d} = \frac{3}{2} i_d, \quad etc \quad (2.38)$$

Suponha que as relações entre λ_d , λ_q , λ_0 , λ_{fd} , λ_{1d} , λ_{1q} , λ_{2q} e i_d , i_q , i_0 , i_{fd} , i_{1d} , i_{1q} , i_{2q} sejam independentes de θ_m (SAUER; PAI, 1998). Por esta suposição, W_f será independente de θ_m , então, de (2.38):

$$T_e = -\left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{P}{2}\right)(\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) \quad (2.39)$$

Para completar o modelo dinâmico no novo sistema de referência, é conveniente definir uma ângulo que seja constante. Já que a velocidade da máquina, em regime, possui um valor muito próximo da velocidade síncrona, toma-se como referência angular um eixo girando a velocidade síncrona ω_s , definido por:

$$\delta = \frac{P}{2} \theta_m - (\omega_s t + \alpha) \quad (2.40)$$

onde:

α - ângulo de defasagem entre a referência síncrona e a referência girante no tempo $t=0$.

Derivando a equação (2.40) com relação ao tempo encontra-se:

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_s \quad (2.41)$$

O modelo final nas novas variáveis ($dq0$), ainda considerando a convenção “motor” são dadas por:

$$\frac{d\lambda_d}{dt} = -r_s i_d + \omega \lambda_q + v_d \quad (2.42)$$

$$\frac{d\lambda_q}{dt} = -r_s i_q - \omega \lambda_d + v_q \quad (2.43)$$

$$\frac{d\lambda_0}{dt} = -r_s i_0 + v_0 \quad (2.44)$$

$$\frac{d\lambda_{fd}}{dt} = -r_{fd} i_{fd} + v_{fd} \quad (2.45)$$

$$\frac{d\lambda_{1d}}{dt} = -r_{1d} i_{1d} + v_{1d} \quad (2.46)$$

$$\frac{d\lambda_{1q}}{dt} = -r_{1q} i_{1q} + v_{1q} \quad (2.47)$$

$$\frac{d\lambda_{2q}}{dt} = -r_{2q} i_{2q} + v_{2q} \quad (2.48)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_s \quad (2.49)$$

$$J \frac{2}{P} \frac{d\omega}{dt} = T_m + \left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{P}{2}\right) (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) - T_{fw} \quad (2.50)$$

É comum expressar as equações das máquinas síncronas usando o conceito de sistemas por unidade. Será apresentado este conceito na próxima seção.

2.4 Sistema por Unidade

O “sistema por unidade”, ou também, conhecido como sistema p.u, consiste na definição de valores bases para as grandezas elétricas fundamentais (tensão, corrente, potência, etc). Então, estes valores são normalizados, através da substituição dos valores base pré-definidos. Neste trabalho, inicia-se por definir as novas variáveis abc como:

$$\begin{aligned} V_a &= \frac{v_a}{V_{Babc}}, & V_b &= \frac{v_b}{V_{Babc}}, & V_c &= \frac{v_c}{V_{Babc}} \\ I_a &= \frac{-i_a}{I_{Babc}}, & I_b &= \frac{-i_b}{I_{Babc}}, & I_c &= \frac{-i_c}{I_{Babc}} \\ \psi_a &= \frac{\lambda_a}{\Lambda_{Babc}}, & \psi_b &= \frac{\lambda_b}{\Lambda_{Babc}}, & \psi_c &= \frac{\lambda_c}{\Lambda_{Babc}} \end{aligned} \quad (2.51)$$

Onde V_{Babc} é a tensão base usualmente escolhida como sendo a tensão nominal de linha-neutro *rms* do estator, e:

$$I_{Babc} = \frac{S_B}{3V_{Babc}}, \quad \Lambda_{Babc} = \frac{V_{Babc}}{\omega_B} \quad (2.52)$$

Com S_B igual a potência nominal trifásica aparente dada em VA e ω_B igual a velocidade síncrona em radianos elétricos por segundos (ω_s). Esta nova escala também converte o modelo para a convenção “gerador”, invertendo-se o sinal das correntes. As novas variáveis do estator na referência ($dq0$) são definidas como:

$$\begin{aligned} V_d &= \frac{v_d}{V_{Bdq}}, & V_q &= \frac{v_q}{V_{Bdq}}, & V_0 &= \frac{v_0}{V_{Bdq}} \\ I_d &= \frac{-i_d}{I_{Bdq}}, & I_q &= \frac{-i_q}{I_{Bdq}}, & I_0 &= \frac{-i_0}{I_{Bdq}} \\ \psi_d &= \frac{\lambda_d}{\Lambda_{Bdq}}, & \psi_q &= \frac{\lambda_q}{\Lambda_{Bdq}}, & \psi_0 &= \frac{\lambda_0}{\Lambda_{Bdq}} \end{aligned} \quad (2.53)$$

Onde V_{Bdq} é classificado como tensão de pico linha-neutro, e:

$$I_{Bdq} = \frac{2S_B}{3V_{Bdq}}, \quad \Lambda_{Bdq} = \frac{V_{Bdq}}{\omega_B}, \quad V_{Bdq} = \sqrt{2}V_{Babc} \quad (2.54)$$

Com S_B e ω_B definidos como acima, e novamente a escala foi convertida para a notação do “gerador”, as novas variáveis de rotor são definidas como segue:

$$\begin{aligned} V_{fd} &= \frac{v_{fd}}{V_{Bfd}}, & V_{1d} &= \frac{v_{1d}}{V_{B1d}}, & V_{1q} &= \frac{v_{1q}}{V_{B1q}}, & V_{2q} &= \frac{v_{2q}}{V_{B2q}} \\ I_{fd} &= \frac{i_{fd}}{I_{Bfd}}, & I_{1d} &= \frac{i_{1d}}{I_{B1d}}, & I_{1q} &= \frac{i_{1q}}{I_{B1q}}, & I_{2q} &= \frac{i_{2q}}{I_{B2q}} \\ \psi_{fd} &= \frac{\lambda_{fd}}{\Lambda_{Bfd}}, & \psi_{1d} &= \frac{\lambda_{1d}}{\Lambda_{B1d}}, & \psi_{1q} &= \frac{\lambda_{1q}}{\Lambda_{B1q}}, & \psi_{2q} &= \frac{\lambda_{2q}}{\Lambda_{B2q}} \end{aligned} \quad (2.55)$$

Onde as tensões de base do rotor do circuito são:

$$V_{Bfd} = \frac{S_B}{I_{Bfd}}, \quad V_{B1d} = \frac{S_B}{I_{B1d}}, \quad V_{B1q} = \frac{S_B}{I_{B1q}}, \quad V_{B2q} = \frac{S_B}{I_{B2q}} \quad (2.56)$$

E os fluxos bases são:

$$\Lambda_{Bfd} = \frac{V_{Bfd}}{\omega_B}, \quad \Lambda_{B1d} = \frac{V_{B1d}}{\omega_B}, \quad \Lambda_{B1q} = \frac{V_{B1q}}{\omega_B}, \quad \Lambda_{B2q} = \frac{V_{B2q}}{\omega_B} \quad (2.57)$$

Com S_B e ω_B definidos como anteriormente. As definições das correntes de base do circuito do rotor são descritas em função de indutâncias (relação entre indutância de dispersão do estador e rotor) diretamente proporcionais a I_{Bdq} , para mais detalhes, vide (SAUER; PAI, 1998).

Com isso, completa-se a escala das variáveis do modelo. Os parâmetros do modelo são dimensionados como se segue. As novas resistências são dadas por:

$$\begin{aligned}
R_s &= \frac{r_s}{Z_{Bdq}}, & R_{fd} &= \frac{r_{fd}}{Z_{Bfd}}, & R_{1d} &= \frac{r_{1d}}{Z_{B1d}} \\
R_{1q} &= \frac{r_{1q}}{Z_{B1q}}, & R_{2q} &= \frac{r_{2q}}{Z_{B2q}}
\end{aligned} \tag{2.58}$$

Onde:

$$\begin{aligned}
Z_{Bdq} &= \frac{V_{Bdq}}{I_{Bdq}}, & Z_{Bfd} &= \frac{V_{Bfd}}{I_{Bfd}}, & Z_{B1d} &= \frac{V_{B1d}}{I_{B1d}} \\
Z_{B1q} &= \frac{V_{B1q}}{I_{B1q}}, & Z_{B2q} &= \frac{V_{B2q}}{I_{B2q}}
\end{aligned} \tag{2.59}$$

Uma outra constante de inércia é utilizada na escala por unidade. Defini-se como “H”, a razão entre a energia cinética da máquina pela potência base do sistema:

$$H = \frac{\frac{1}{2} J (\omega_B \frac{2}{P})^2}{S_B} \tag{2.60}$$

Também é comum encontrar outras definições para constantes de inércia como:

$$M = \frac{2H}{\omega_s}, \quad M' = 2H \tag{2.61}$$

Onde as constantes H e M' possuem as unidades em segundos, ao passo que M tem a unidade em segundos ao quadrado. Os torques bases da máquina são definidos por:

$$T_M = \frac{T_m}{T_B}, \quad T_E = \frac{T_e}{T_B}, \quad T_{FW} = \frac{T_{fw}}{T_B} \tag{2.62}$$

Onde,

$$T_B = \frac{S_B}{\omega_B \frac{2}{P}} \tag{2.63}$$

Utilizando estas variáveis na escala por unidade, as equações dinâmicas da máquina síncrona considerando $\omega_B = \omega_s$, são:

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\psi_d}{dt} = R_s I_d + \frac{\omega}{\omega_s} \psi_q + V_d \quad (2.64)$$

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\psi_q}{dt} = R_s I_q - \frac{\omega}{\omega_s} \psi_d + V_q \quad (2.65)$$

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\psi_0}{dt} = R_s I_0 + V_0 \quad (2.66)$$

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\psi_{fd}}{dt} = -R_{fd} I_{fd} + V_{fd} \quad (2.67)$$

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\psi_{1d}}{dt} = -R_{1d} I_{1d} + V_{1d} \quad (2.68)$$

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\psi_{1q}}{dt} = -R_{1q} I_{1q} + V_{1q} \quad (2.69)$$

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\psi_{2q}}{dt} = -R_{2q} I_{2q} + V_{2q} \quad (2.70)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_s \quad (2.71)$$

$$\frac{2H}{\omega_s} \frac{d\omega}{dt} = T_M - (\psi_d I_q - \psi_q I_d) - T_{FW} \quad (2.72)$$

É importante realizar uma análise do dimensionamento das variáveis no novo sistema de referência. Considere um conjunto equilibrado de tensões e correntes senoidais da forma:

$$V_a = \sqrt{2} V_s \cos(\omega_s t + \theta_s) \quad (2.73)$$

$$V_b = \sqrt{2} V_s \cos\left(\omega_s t + \theta_s - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.74)$$

$$V_c = \sqrt{2} V_s \cos\left(\omega_s t + \theta_s + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.75)$$

$$I_a = \sqrt{2} I_s \cos(\omega_s t + \phi_s) \quad (2.76)$$

$$I_b = \sqrt{2} I_s \cos\left(\omega_s t + \phi_s - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.77)$$

$$I_c = \sqrt{2} I_s \cos\left(\omega_s t + \phi_s + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.78)$$

Usando a transformação de Park dada em (2.15),

$$V_d = \left(\frac{\sqrt{2} V_s V_{Babc}}{V_{Bdq}} \right) \text{sen} \left(\frac{P}{2} \theta_m - \omega_s t - \theta_s \right) \quad (2.79)$$

$$V_q = \left(\frac{\sqrt{2} V_s V_{Babc}}{V_{Bdq}} \right) \cos \left(\frac{P}{2} \theta_m - \omega_s t - \theta_s \right) \quad (2.80)$$

$$V_0 = 0 \quad (2.81)$$

$$I_d = \left(\frac{\sqrt{2}I_s I_{Babc}}{I_{Bdq}} \right) \text{sen} \left(\frac{P}{2} \theta_m - \omega_s t - \phi_s \right) \quad (2.82)$$

$$I_q = \left(\frac{\sqrt{2}I_s I_{Babc}}{I_{Bdq}} \right) \cos \left(\frac{P}{2} \theta_m - \omega_s t - \phi_s \right) \quad (2.83)$$

$$I_0 = 0 \quad (2.84)$$

Pelas definições de V_{Babc} , V_{Bdq} , I_{Babc} , e I_{Bdq} ,

$$\left(\frac{\sqrt{2}V_s V_{Babc}}{V_{Bdq}} \right) = V_s, \quad \left(\frac{\sqrt{2}I_s I_{Babc}}{I_{Bdq}} \right) = I_s \quad (2.85)$$

$$(2.86)$$

Utilizando a definição de δ da equação (2.40), escreve-se:

$$V_d = V_s \text{sen}(\delta - \theta_s) \quad (2.87)$$

$$V_q = V_s \cos(\delta - \theta_s) \quad (2.88)$$

$$I_d = I_s \text{sen}(\delta - \phi_s) \quad (2.89)$$

$$I_q = I_s \cos(\delta - \phi_s) \quad (2.90)$$

Essas equações algébricas podem ser escritas como equações complexas, da seguinte forma:

$$(V_d + jV_q)e^{j(\delta - \frac{\pi}{2})} = V_s e^{j\theta_s} \quad (2.91)$$

$$(I_d + jI_q)e^{j(\delta - \frac{\pi}{2})} = I_s e^{j\phi_s} \quad (2.92)$$

São conhecidos também como os fasores *rms* em p.u (por unidade) de (2.73) e (2.76). Também é importante notar que o modelo de (2.64)-(2.72) foi obtido utilizando essencialmente quatro pressupostos gerais. Estas premissas são resumidas a seguir (SAUER; PAI, 1998):

- (1) Estator tem três bobinas em uma configuração trifásica simétrica equilibrada separadas entre si de 120° graus elétricos.
- (2) Rotor tem quatro enrolamentos em uma configuração simétrica equilibrada localizados em pares separados entre si de 90° graus elétricos.
- (3) A relação entre os fluxos concatenados e correntes deve refletir em um balanço de energia conservativo no enrolamento de campo.
- (4) As relações entre o fluxo concatenado e correntes devem ser independentes de θ_m quando expressa no sistema de coordenadas $dq0$.

2.5 Modelo Dinâmico da Máquina Síncrona

Esta seção apresenta de maneira sucinta o modelo dinâmico para o modelo de máquina proposto no início do capítulo, para o caso em que os fluxos da máquina são considerados funções lineares das correntes, ou seja, operando na região linear de magnetização. Inicia-se definindo as reatâncias de dispersão na referência $dq0$ em p.u dos enrolamentos do rotor, para mais detalhes, veja (SAUER; PAI, 1998) e (KRAUSE; WASYNCHUK; SUDHOFF, 1986):

$$X_{lfd} = X_{fd} - X_{md}, \quad X_{l1d} = X_{1d} - X_{md} \quad (2.93)$$

$$X_{l1q} = X_{1q} - X_{mq}, \quad X_{l2q} = X_{2q} - X_{mq}, \quad (2.94)$$

onde:

X_{lfd} é a reatância de dispersão do enrolamento de campo (p.u),

X_{l1d} é a reatância de dispersão do enrolamento amortecedor de eixo direto (p.u),

X_{l1q} é a reatância de dispersão do primeiro enrolamento amortecedor de eixo em quadratura (p.u),

X_{l2q} é a reatância de dispersão do segundo enrolamento amortecedor de eixo em quadratura (p.u),

X_{fd} é a reatância do enrolamento de campo (p.u),

X_{1d} é a reatância do enrolamento amortecedor de eixo direto (p.u),

X_{1q} é a reatância do primeiro enrolamento amortecedor de eixo em quadratura (p.u),

X_{2q} é a reatância do segundo enrolamento amortecedor de eixo em quadratura (p.u),

X_{md} é a reatância mútua de eixo direto (p.u),

X_{mq} é a reatância mútua de eixo em quadratura (p.u).

E, da mesma forma, define-se:

$$X_d = X_l + X_{md}, \quad X_q = X_l + X_{mq}, \quad (2.95)$$

sendo:

X_d é a reatância de eixo direto (p.u),

X_q é a reatância de eixo em quadratura (p.u),

X_l é a reatância de dispersão do estator (p.u).

A relação entre ψ e I é dada por:

$$\psi_d = -X_l I_d + X_{md}(-I_d + I_{fd} + I_{1d}) \quad (2.96)$$

$$\psi_{fd} = X_{lfd} I_{fd} + X_{md}(-I_d + I_{fd} + I_{1d}) \quad (2.97)$$

$$\psi_{1d} = X_{l1d} I_{1d} + X_{md}(-I_d + I_{fd} + I_{1d}) \quad (2.98)$$

$$\psi_q = -X_l I_q + X_{mq}(-I_q + I_{1q} + I_{2q}) \quad (2.99)$$

$$\psi_{1q} = X_{l1q} I_{1q} + X_{mq}(-I_q + I_{1q} + I_{2q}) \quad (2.100)$$

$$\psi_{2q} = X_{l2q} I_{2q} + X_{mq}(-I_q + I_{1q} + I_{2q}) \quad (2.101)$$

$$\psi_0 = -X_l I_0 \quad (2.102)$$

Substituindo (2.93)-(2.94) e (2.95) em (2.96)-(2.102), obtém-se a seguinte relação $\psi - I$:

$$\psi_d = -X_d I_d + X_{md} I_{fd} + X_{md} I_{1d} \quad (2.103)$$

$$\psi_{fd} = -X_{md} I_d + X_{fd} I_{fd} + X_{md} I_{1d} \quad (2.104)$$

$$\psi_{1d} = -X_{md} I_d + X_{md} I_{fd} + X_{1d} I_{1d} \quad (2.105)$$

$$\psi_q = -X_q I_q + X_{mq} I_{1q} + X_{mq} I_{2q} \quad (2.106)$$

$$\psi_{1q} = -X_{mq} I_q + X_{1q} I_{1q} + X_{mq} I_{2q} \quad (2.107)$$

$$\psi_{2q} = -X_{mq} I_q + X_{mq} I_{1q} + X_{2q} I_{2q} \quad (2.108)$$

$$\psi_0 = -X_l I_0 \quad (2.109)$$

Então, é possível através de (2.103)-(2.109), obter a seguinte expressão matricial para os fluxos:

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \\ \psi_{fd} \\ \psi_{1d} \\ \psi_{1q} \\ \psi_{2q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -X_d & 0 & 0 & X_{md} & X_{md} & 0 & 0 \\ 0 & -X_q & 0 & 0 & 0 & X_{mq} & X_{mq} \\ 0 & 0 & -X_l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -X_{md} & 0 & 0 & X_{fd} & X_{md} & 0 & 0 \\ -X_{md} & 0 & 0 & X_{md} & X_{1d} & 0 & 0 \\ 0 & -X_{mq} & 0 & 0 & 0 & X_{1q} & X_{mq} \\ 0 & -X_{mq} & 0 & 0 & 0 & X_{mq} & X_{2q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \\ I_0 \\ I_{fd} \\ I_{1d} \\ I_{1q} \\ I_{2q} \end{bmatrix} \quad (2.110)$$

Utilizando a separação das variáveis independentes ($dq0$), é conveniente expressar (2.110) como:

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_{fd} \\ \psi_{1d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -X_d & X_{md} & X_{md} \\ -X_{md} & X_{fd} & X_{md} \\ -X_{md} & X_{md} & X_{1d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_{fd} \\ I_{1d} \end{bmatrix} \quad (2.111)$$

$$\begin{bmatrix} \psi_q \\ \psi_{1q} \\ \psi_{2q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -X_q & X_{mq} & X_{mq} \\ -X_{mq} & X_{1q} & X_{1q} \\ -X_{mq} & X_{mq} & X_{2q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_q \\ I_{1q} \\ I_{2q} \end{bmatrix} \quad (2.112)$$

$$\psi_0 = -X_l I_0 \quad (2.113)$$

Usando os parâmetros anteriormente definidos, pode-se definir os seguintes parâmetros (SAUER; PAI, 1998), (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 1986):

$$X'_d = X_l + \frac{1}{\frac{1}{X_{md}} + \frac{1}{X_{lfd}}} = X_l + \frac{X_{md}X_{lfd}}{X_{fd}} = X_d - \frac{X_{md}^2}{X_{fd}} \quad (2.114)$$

$$X'_q = X_l + \frac{1}{\frac{1}{X_{mq}} + \frac{1}{X_{l1q}}} = X_l + \frac{X_{mq}X_{l1q}}{X_{1q}} = X_q - \frac{X_{mq}^2}{X_{1q}} \quad (2.115)$$

$$X''_d = X_l + \frac{1}{\frac{1}{X_{md}} + \frac{1}{X_{lfd}} + \frac{1}{X_{l1d}}} \quad (2.116)$$

$$X''_q = X_l + \frac{1}{\frac{1}{X_{mq}} + \frac{1}{X_{l1q}} + \frac{1}{X_{l2q}}} \quad (2.117)$$

$$T'_{do} = \frac{X_{fd}}{\omega_s R_{fd}} \quad (2.118)$$

$$T'_{qo} = \frac{X_{1q}}{\omega_s R_{1q}} \quad (2.119)$$

$$T''_{do} = \frac{1}{\omega_s R_{1d}} \left(X_{l1d} + \frac{1}{\frac{1}{X_{md}} + \frac{1}{X_{lfd}}} \right) \quad (2.120)$$

$$T''_{qo} = \frac{1}{\omega_s R_{2q}} \left(X_{l2q} + \frac{1}{\frac{1}{X_{mq}} + \frac{1}{X_{l1q}}} \right) \quad (2.121)$$

Onde,

X'_d é a reatância transitória de eixo direto (p.u),

X'_q é a reatância transitória de eixo em quadratura (p.u),

X''_d é a reatância sub-transitória de eixo direto (p.u),

X''_q é a reatância sub-transitória de eixo em quadratura (p.u),

T'_{do} é a constante de tempo transitória de circuito aberto de eixo direto (s),

T'_{qo} é a constante de tempo transitória de circuito aberto de eixo em quadratura (s),

T''_{do} é a constante de tempo sub-transitória de circuito aberto de eixo direto (s),

T''_{qo} é a constante de tempo sub-transitória de circuito aberto de eixo em quadratura (s).

Verifica-se que as reatâncias transitórias estão associadas ao enrolamento de campo (fd) e apenas um enrolamento amortecedor (1q), enquanto que as reatâncias sub-transitórias

estão associadas ao enrolamento de campo (fd) e três enrolamentos amortecedores (1d, 1q e 2q). São definidas também as seguintes variáveis:

$$E'_d = -\frac{X_{mq}}{X_{1q}}\psi_{1q} \quad (2.122)$$

$$E'_q = \frac{X_{md}}{X_{fd}}\psi_{fd} \quad (2.123)$$

$$E_{fd} = \frac{X_{md}}{R_{fd}}V_{fd} \quad (2.124)$$

Sendo que:

E'_d é a tensão transitória de eixo direto (p.u),

E'_q é a tensão transitória de eixo em quadratura (p.u),

E_{fd} é a tensão de campo (p.u).

E através dos novos parâmetros obtidos, é possível ainda eliminar algumas variáveis, resultando num conjunto de equações em função das correntes e tensões de armadura e de campo. Usando a definição das novas variáveis e parâmetros, e rearranjando (2.103)-(2.109) obtém-se:

$$\psi_d = -X_d''I_d + \frac{(X_d'' - X_l)}{(X_d' - X_l)}E'_q + \frac{(X_d' - X_d'')}{(X_d' - X_l)}\psi_{1d} \quad (2.125)$$

$$I_{fd} = \frac{1}{X_{md}} [E'_q + (X_d - X_d')(I_d - I_{1d})] \quad (2.126)$$

$$I_{1d} = \frac{(X_d' - X_d'')}{(X_d' - X_l)^2} [\psi_{1d} + (X_d' - X_l)I_d - E'_q] \quad (2.127)$$

$$\psi_q = -X_q''I_q - \frac{(X_q'' - X_l)}{(X_q' - X_l)}E'_d + \frac{(X_q' - X_q'')}{(X_q' - X_l)}\psi_{2q} \quad (2.128)$$

$$I_{1q} = \frac{1}{X_{md}} [-E'_d + (X_q - X_q')(I_q - I_{2q})] \quad (2.129)$$

$$I_{2q} = \frac{(X_q' - X_q'')}{(X_q' - X_l)^2} [\psi_{2q} + (X_q' - X_l)I_q + E'_d] \quad (2.130)$$

$$\psi_0 = -X_l I_0 \quad (2.131)$$

Substituindo em (2.64)-(2.72), obtém-se o modelo dinâmico para um circuito magnético linear com as restrições terminais (relação entre V_d , I_d , V_q , I_q , V_o , I_o) ainda não especificados. No entanto, como existem essas restrições, aparecem equações algébricas envolvendo (I_d, I_q, I_o) . E como também E_{fd} , T_M e T_{FW} não são especificadas, a princípio, considera-se como entradas constantes.

Dito isso, o modelo de circuito magnético linear é dado pelo seguinte conjunto de equações da máquina síncrona no sistema de referência por unidade.

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\psi_d}{dt} = R_s i_d + \frac{\omega}{\omega_s} \psi_q + V_d \quad (2.132)$$

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\psi_q}{dt} = R_s i_q - \frac{\omega}{\omega_s} \psi_d + V_q \quad (2.133)$$

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\psi_0}{dt} = R_s i_0 + V_0 \quad (2.134)$$

$$\begin{aligned} T'_{do} \frac{dE'_q}{dt} = & -E'_q - (X_d - X'_d) \left[I_d - \frac{(X'_d - X''_d)}{(X'_d - X_l)^2} (\psi_{1d} \right. \\ & \left. + (X'_d - X_{ls}) I_d - E'_q) \right] + E f d \end{aligned} \quad (2.135)$$

$$T''_{do} \frac{d\psi_{1d}}{dt} = -\psi_{1d} + E'_q - (X'_d - X_l) I_d \quad (2.136)$$

$$\begin{aligned} T'_{qo} \frac{dE'_d}{dt} = & -E'_d + (X_q - X'_q) \left[I_q - \frac{(X'_q - X''_q)}{(X'_q - X_l)^2} (\psi_{2q} \right. \\ & \left. + (X'_q - X_l) I_q + E'_d) \right] \end{aligned} \quad (2.137)$$

$$T''_{qo} \frac{d\psi_{2q}}{dt} = -\psi_{2q} - E'_d - (X'_q - X_l) I_q \quad (2.138)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_s \quad (2.139)$$

$$\frac{2H}{\omega_s} \frac{d\omega}{dt} = T_M - (\psi_d I_q - \psi_q I_d) - T_{FW} \quad (2.140)$$

$$\psi_d = -X''_d I_d + \frac{(X''_d - X_l)}{(X'_d - X_l)} E'_q + \frac{(X'_d - X''_d)}{(X'_d - X_l)} \psi_{1d} \quad (2.141)$$

$$\psi_q = -X''_q I_q - \frac{(X''_q - X_l)}{(X'_q - X_l)} E'_d + \frac{(X'_q - X''_q)}{(X'_q - X_l)} \psi_{2q} \quad (2.142)$$

$$\psi_0 = -X_l I_0 \quad (2.143)$$

Isto conclui a modelagem básica da dinâmica das máquinas síncronas se a saturação do circuito magnético não for considerada.

2.6 Estado Estacionário

Para discutir sobre o estado estacionário da máquina síncrona assumimos os estados constantes e a análise realizada é para o sistema sob a condição do circuito magnético linear, visto na seção anterior. Assim, iniciando a análise de (2.132) - (2.143), observa-se para os estados constantes que a velocidade ω e o ângulo δ são contantes, portanto isto requer $\omega = \omega_s$, logo,

$$V_d = -R_s I_d - \psi_q \quad (2.144)$$

$$V_q = -R_s I_q + \psi_d, \quad (2.145)$$

no entanto, isso não significa que a velocidade do rotor seja exatamente constante, mas apenas que a sua variação é suficientemente pequena para que o efeito desta variação possa ser desprezado.

Assumindo uma condição trifásica equilibrada de operação, todas as variáveis de sequência “zero” e as correntes do enrolamento amortecedor são iguais a zero. O fato de as correntes do enrolamento amortecedor serem iguais a zero pode ser demonstrado observando-se que os lados direitos de (2.136)-(2.138) são na verdade em escala, correntes do enrolamento amortecedor. Usando tais considerações para simplificar (2.135), (2.137), (2.141) e (2.142), as outras equações algébricas a serem resolvidas são:

$$0 = -E'_q - (X_d - X'_d)I_d + E_{fd} \quad (2.146)$$

$$0 = -\psi_{1d} + E'_q - (X'_d - X_l)I_d \quad (2.147)$$

$$0 = -E'_d + (X_q - X'_q)I_q \quad (2.148)$$

$$0 = -\psi_{2q} - E'_d - (X'_q - X_l)I_q \quad (2.149)$$

$$0 = T_M - (\psi_d I_q - \psi_q I_d) - T_{FW} \quad (2.150)$$

$$\psi_d = E'_q - X'_d I_d \quad (2.151)$$

$$\psi_q = -E'_d - X'_q I_q \quad (2.152)$$

com exceção de (2.150), todas são equações lineares que podem ser facilmente resolvidas por várias representações em estado estacionário. Substituindo (2.151) e (2.152) em (2.144) e (2.145) têm-se:

$$V_d = -R_s I_d + E'_d + X'_q I_q \quad (2.153)$$

$$V_q = -R_s I_q + E'_q - X'_d I_d \quad (2.154)$$

Essas duas equações algébricas reais podem ser escritas como uma equação complexa na forma:

$$(V_d + jV_q)e^{j(\delta - \frac{\pi}{2})} = -(R_s + jX_q)(I_d + jI_q)e^{j(\delta - \frac{\pi}{2})} + \overline{E} \quad (2.155)$$

onde:

$$\begin{aligned} \overline{E} &= [(E'_d - (X_q - X'_q)I_q) + j(E'_q + (X_q - X'_d)I_d)]e^{j(\delta - \frac{\pi}{2})} \\ &= j[(X_q - X'_d)I_d + E'_q]e^{j(\delta - \frac{\pi}{2})}. \end{aligned} \quad (2.156)$$

Claramente, muitas outras equações alternativas na forma complexa podem ser escritas a partir de (2.153) e (2.154), dependendo do que está incluído na tensão interna $\overline{E}$.

Para tensões e correntes abc simétricas balanceadas, os fasores $(V_d + jV_q)e^{j(\delta - \frac{\pi}{2})}$ e $(I_d + jI_q)e^{j(\delta - \frac{\pi}{2})}$ são os fasores rms por unidade para as tensões e correntes de fase (veja (2.73)-(2.90)). Concedendo assim considerável significado físico para o circuito da figura 2.3 obtido através de (2.156). A tensão interna $\bar{E}$ pode ser ainda mais simplificada, utilizando (2.146), conforme:

Figura 2.3: Representação do circuito da máquina síncrona em estado estacionário (SAUER; PAI, 1998).

$$\begin{aligned}\bar{E} &= j[(X_q - X_d)I_d + E_{fd}]e^{j(\delta - \frac{\pi}{2})} \\ &= [(X_q - X_d)I_d + E_{fd}]e^{j\delta}.\end{aligned}\tag{2.157}$$

Uma observação importante é:

$$\delta = \text{ângulo de } \bar{E}.\tag{2.158}$$

Também a partir de (2.126) e (2.127),

$$I_{fd} = \frac{E_{fd}}{X_{md}}.\tag{2.159}$$

Outros pontos são importantes citar. Primeiro, a tensão terminal de circuito aberto (corrente no estator igual a zero ou $I_d = I_q = 0$) é:

$$(V_d + jV_q)e^{j(\delta - \frac{\pi}{2})} = E_{fd}e^{j\delta}.\tag{2.160}$$

Portanto, para $E_{fd} = 1 \text{ p.u.}$, significa que a tensão terminal de circuito aberto é 1, e a corrente de campo é $1/X_{md}$. Além disso,

$$V_d = E'_d = 0\tag{2.161}$$

$$V_q = E'_q = E_{fd}.\tag{2.162}$$

A expressão do torque elétrico no entreferro da máquina síncrona é:

$$T_E = \psi_d I_q - \psi_q I_d = V_d I_d + V_q I_q + R_s (I_d^2 + I_q^2). \quad (2.163)$$

Este torque é precisamente a potência ativa fornecida pela fonte controlada da figura 2.3. No estado estacionário, para $\bar{I} = (I_d + jI_q)e^{j(\delta - \frac{\pi}{2})}$, o torque elétrico T_E é igual ao torque mecânico aplicado ao eixo T_M , quando $T_{FW} = 0$.

$$T_E = T_M = \Re[\bar{E}\bar{I}^*]. \quad (2.164)$$

A partir do circuito com $\bar{V} = (V_d + jV_q)e^{j(\delta - \frac{\pi}{2})}$,

$$T_E = \Re \left[\bar{E} \left(\frac{\bar{E} - \bar{V}}{R_s + jX_q} \right)^* \right], \quad (2.165)$$

e para resistência do estator igual a zero e considerando uma máquina com rotor de polos lisos ($R_s = 0$ e $X_d = X_q$),

$$T_E = \Re \left[E_{fd} e^{j\delta} \left(\frac{E_{fd} e^{-j\delta} - \bar{V}^*}{-jX_d} \right) \right] \quad (2.166)$$

ou

$$T_E = \frac{E_{fd} V}{X_d} \sin(\beta), \quad (2.167)$$

onde o ângulo β é conhecido como ângulo de potência,

$$\beta = \delta - \theta, \quad (2.168)$$

com:

$$\bar{V} = V e^{j\theta}. \quad (2.169)$$

A máquina síncrona sob certas condições, e para esta definição de ângulo de potência, opera como motor para $\beta < 0$ e como gerador para $\beta > 0$. Outras soluções podem ser obtidas observando o circuito da figura 2.3, como por exemplo, a potência de saída nos terminais do estator:

$$\begin{aligned}
P_t &= \Re[\overline{V}I^*] = V_d I_d + V_q I_q \\
&= \psi_d I_q - \psi_q I_d - R_s(I_d^2 + I_q^2) \\
&= T_E - R_s(I_d^2 + I_q^2).
\end{aligned} \tag{2.170}$$

Por outro lado, a potência elétrica no entreferro da máquina, medida atrás da resistência do estator, é dada por:

$$P_e = P_t + R_s(I_d^2 + I_q^2) = T_E, \tag{2.171}$$

e com isso verifica-se, considerando a hipótese que $\omega = \omega_s$, que a potência e o torque elétricos são iguais em p.u. Além disso, é possível obter também a potência reativa de saída:

$$\begin{aligned}
Q_t &= \Im[\overline{V}I^*] = V_q I_d - V_d I_q \\
&= \psi_d I_d + \psi_q I_q.
\end{aligned} \tag{2.172}$$

A análise do estado estacionário de um determinado problema envolve certas restrições. Por exemplo, dependendo do que seja especificado, a solução das equações de estado estacionário pode ser muito difícil de obter. A solução do estado estacionário em sistemas de potência multi-máquinas é geralmente chamada de fluxo de carga.

2.7 Modelo de Dois Eixos

O modelo de dois eixos refere-se a uma máquina síncrona de polos lisos (rotor cilíndrico). Este modelo considera a representação de quatro enrolamentos, sendo dois no eixo direto e dois no eixo em quadratura. Destes quatro enrolamentos, dois expressam o efeito do estator e são obtidos através da transformação $dq0$, como já visto anteriormente. Um deles é localizado no eixo direto (d) e o outro no eixo em quadratura (q). O terceiro enrolamento (fd) é localizado no eixo direto e representa o campo da máquina síncrona. Já o quarto enrolamento (q1) está situado no eixo em quadratura e corresponde a um enrolamento amortecedor. A figura 2.4 ilustra esta condição.

2.7.1 Simplificações adotadas do modelo

As seguintes simplificações do presente modelo de máquinas síncronas são consideradas:

(a) as resistências do estator são admitidas nulas ($R_s = 0$).

Figura 2.4: Enrolamentos da máquina síncrona no modelo de dois eixos.

- (b) operação balanceada, o que permite desprezar a sequência zero.
- (c) é considerado um único enrolamento amortecedor.
- (d) as tensões transformadoras $(\frac{d\psi_d}{dt})$ e $(\frac{d\psi_q}{dt})$ são desprezadas por serem pequenas em comparação com as tensões rotacionais.
- (e) é considerada a hipótese, assim como no caso estacionário, que $\omega = \omega_s$ nas equações algébricas e nas variáveis de estado.

2.7.2 Equações em componentes $dq0$

Considerando as equações (2.64)-(2.65), (2.67) e (2.69), além de (2.103)-(2.104), (2.106)-(2.107), e as simplificações adotadas anteriormente, podem ser escritas as seguintes equações de tensão:

$$V_d = -\psi_q \quad (2.173)$$

$$V_q = \psi_d \quad (2.174)$$

$$V_{fd} = R_{fd}I_{fd} + \frac{1}{\omega_s} \frac{d\psi_{fd}}{dt} \quad (2.175)$$

$$V_{1q} = R_{1q}I_{1q} + \frac{1}{\omega_s} \frac{d\psi_{1q}}{dt} = 0, \quad (2.176)$$

e de fluxo concatenado:

$$\psi_d = -X_d I_d + X_{md} I_{fd} \quad (2.177)$$

$$\psi_q = -X_q I_q + X_{mq} I_{1q} \quad (2.178)$$

$$\psi_{fd} = -X_{md} I_d + X_{fd} I_{fd} \quad (2.179)$$

$$\psi_{1q} = -X_{mq} I_q + X_{1q} I_{1q}. \quad (2.180)$$

Substituindo as equações (2.178) em (2.173) e (2.177) em (2.174), obtêm-se:

$$V_d = X_q I_q - X_{mq} I_{1q} \quad (2.181)$$

$$V_q = -X_d I_d + X_{md} I_{fd}, \quad (2.182)$$

isolando (2.179) e (2.180) para I_{fd} e I_{1q} , têm-se:

$$I_{fd} = \frac{\psi_{fd}}{X_{fd}} + \frac{X_{md}}{X_{fd}} I_d \quad (2.183)$$

$$I_{1q} = \frac{\psi_{1q}}{X_{1q}} + \frac{X_{mq}}{X_{1q}} I_q, \quad (2.184)$$

substituindo, agora, (2.183) e (2.184) em (2.182) e (2.181), respectivamente:

$$V_d = \left(X_q - \frac{X_{mq}^2}{X_{1q}} \right) I_q - \frac{X_{mq}}{X_{1q}} \psi_{1q} \quad (2.185)$$

$$V_q = - \left(X_d - \frac{X_{md}^2}{X_{fd}} \right) I_d + \frac{X_{md}}{X_{fd}} \psi_{fd}, \quad (2.186)$$

e considerando os valores das expressões já definidas em (2.114)-(2.115), e (2.122)-(2.123), obtêm-se para as equações (2.185) e (2.186):

$$V_d = E'_d + X'_q I_q \quad (2.187)$$

$$V_q = E'_q - X'_d I_d. \quad (2.188)$$

Essas duas equações algébricas reais podem ser escritas como uma equação complexa, de modo similar ao estado estacionário, visto na seção anterior. Com isso, obtêm-se as equações algébricas do estator (2.189), conforme ilustrado no circuito equivalente da figura 2.5.

$$(V_d + jV_q)e^{j(\delta - \frac{\pi}{2})} = [E'_d + (X'_q - X'_d)I_q + jE'_q]e^{j(\delta - \frac{\pi}{2})} - jX'_d(I_d + jI_q)e^{j(\delta - \frac{\pi}{2})} \quad (2.189)$$

Adotaram-se as mesmas referências utilizadas para o estado estacionário, para as equações algébricas do estator e as equações da rede. Logo, observando que a tensão do estator:

Figura 2.5: Circuito dinâmico da máquina síncrona para o modelo de dois eixos (SAUER; PAI, 1998).

$\bar{V} = (V_d + jV_q)e^{j(\delta - \frac{\pi}{2})}$ corresponde à tensão terminal dada pela expressão (2.169), é possível escrever as componentes “d” e “q” da tensão terminal, igualando-se as duas expressões, e após algum manuseio, encontra-se:

$$V_d = V \sin(\delta - \theta) \quad (2.190)$$

$$V_q = V \cos(\delta - \theta), \quad (2.191)$$

onde:

δ = ângulo do eixo “q” com relação à referência.

θ = ângulo da tensão “V” com relação à referência.

Substituindo (2.190) e (2.191) em (2.187) e (2.188), e da definição de ângulo de potência (2.168), têm-se:

$$I_d = \frac{E'_q - V \cos(\beta)}{X'_d} \quad (2.192)$$

$$I_q = \frac{V \sin(\beta) - E'_d}{X'_q}. \quad (2.193)$$

Considerando as simplificações do presente modelo e com o auxílio das equações (2.170) e (2.171), respectivamente, pode-se escrever em valores p.u, equações de potências elétricas ativa e reativa de saída nos terminais do estator:

$$P_e = V_d I_d + V_q I_q = \psi_d I_q - \psi_q I_d \quad (2.194)$$

$$Q_e = V_q I_d - V_d I_q = \psi_d I_d + \psi_q I_q, \quad (2.195)$$

sendo:

P_e = potência ativa na barra terminal da máquina.

Q_e = potência reativa na barra terminal da máquina.

Onde, pode-se escrever também:

$$V_t^2 = V_d^2 + V_q^2 \quad (2.196)$$

$$I_t^2 = I_d^2 + I_q^2, \quad (2.197)$$

sendo:

V_t = tensão na barra terminal da máquina.

I_t = corrente vista nos terminais do estator.

2.7.3 Equações de estado

Multiplicando-se membro a membro a equação (2.175), da tensão de campo, por X_{md}/R_{fd} , têm-se:

$$\frac{X_{md}}{R_{fd}} V_{fd} = \frac{X_{md}}{R_{fd}} R_{fd} I_{fd} + \frac{d}{dt} \left(\frac{X_{md}}{\omega_s R_{fd}} \psi_{fd} \right). \quad (2.198)$$

Definindo:

$$E_q = X_{md} I_{fd}, \quad (2.199)$$

e considerando também as expressões definidas em (2.118) e (2.124), juntamente com o valor da expressão de E'_q , definido pela equação (2.123), têm-se que:

$$E_{fd} = E_q + T'_{do} \frac{dE'_q}{dt}, \quad (2.200)$$

ou ainda,

$$\frac{dE'_q}{dt} = \frac{1}{T'_{do}} (E_{fd} - E_q), \quad (2.201)$$

onde:

E_{fd} = tensão proporcional à tensão de campo.

E_q = tensão de eixo em quadratura proporcional à corrente de campo.

T'_{do} = constante de tempo transitória de circuito aberto de eixo direto.

Substituindo (2.199) em (2.182) pode-se escrever que:

$$V_q = -X_d I_d + E_q. \quad (2.202)$$

Igualando (2.188) e (2.202) obtém-se a seguinte expressão para a tensão E_q :

$$E_q = E'_q + (X_d - X'_d) I_d. \quad (2.203)$$

Levando, agora, a expressão (2.203) em (2.201):

$$\frac{dE'_q}{dt} = \frac{1}{T'_{do}} [E_{fd} - E'_q - (X_d - X'_d) I_d]. \quad (2.204)$$

A tensão E_{fd} é admitida constante, quando não são considerados os efeitos do sistema de excitação. E através das equações (4.16) e (2.180) pode-se escrever que:

$$\frac{X_{1q}}{\omega_s R_{1q}} \frac{d\psi_{1q}}{dt} = -\psi_{1q} - X_{mq} I_q. \quad (2.205)$$

Multiplicando membro a membro a equação (2.205), por X_{mq}/X_{1q} , têm-se:

$$\frac{X_{1q}}{\omega_s R_{1q}} \frac{X_{mq}}{X_{1q}} \frac{d\psi_{1q}}{dt} = -\frac{X_{mq}}{X_{1q}} \psi_{1q} - \frac{X_{mq}^2}{X_{1q}} I_q. \quad (2.206)$$

Da definição da constante de tempo transitória de eixo em quadratura (2.119), e considerando o valor de E'_d , dado pela equação (2.122), têm-se que:

$$T'_{qo} \frac{dE'_d}{dt} = -E_d + \frac{X_{mq}^2}{X_{1q}} I_q. \quad (2.207)$$

Da equação (2.115) obtêm-se:

$$\frac{X_{mq}^2}{X_{1q}} = X_q - X'_q. \quad (2.208)$$

Logo, levando o valor expresso por (2.208) em (2.207), pode-se escrever que:

$$\frac{dE'_d}{dt} = \frac{1}{T'_{qo}} [-E_d + (X_q - X'_q) I_q]. \quad (2.209)$$

2.7.4 Equações de oscilação da máquina

A equação descrita em (2.72) é chamada de equação de oscilação ou equação de *swing*, definida a partir de um sistema referencial angular girando a velocidade síncrona, conforme (2.71). No caso da máquina síncrona operando como gerador, o torque mecânico T_M desenvolvido pelo eixo da turbina é um conjugado acelerante, enquanto que o torque T_E tem um efeito desacelerante. Desprezando o termo de oposição à rotação ($T_{FW} = 0$), pode-se escrever:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\omega_s}{2H}(T_M - T_E). \quad (2.210)$$

Esta equação é recomendada em (TASKFORCE, 1999), pois não introduz erros decorrentes de aproximações na modelagem da oscilação da máquina. No entanto, como estamos interessados em relacionar medidas práticas (obter medida de potência é mais prático que medida de torque), é conveniente escrever a equação de *swing* em potência. Além do mais, levando em consideração as simplificações adotadas no modelo (destaques para (a) e (e)), verifica-se que a potência elétrica ativa na saída terminal e o torque elétrico tornam-se iguais em p.u, conforme é mostrado em (2.194). Portanto, o sistema de equações de oscilação utilizado neste trabalho será:

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_s \quad (2.211)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\omega_s}{2H}(P_m - P_e), \quad (2.212)$$

onde:

P_m = é a potência mecânica em p.u injetada na máquina.

P_e = é a potência elétrica em p.u entregue à rede pelo terminais da máquina.

As equações de oscilação da máquina (2.211)-(2.212) , juntamente com as equações diferenciais (2.204), (2.209), e as equações algébricas (2.192) e (2.193), definem o modelo de dois eixos da máquina síncrona.

2.7.5 Modelo de dois eixos admitindo como entrada a corrente de campo

Nas subseções anteriores, a modelagem da máquina síncrona e as simplificações que levaram à determinação do modelo de dois eixos foi apresentada. Nestes modelos como visto, a tensão E_{fd} do modelo aparece como entrada e é a tensão proporcional a tensão de campo V_{fd} , definida em (2.124). No entanto, caso a tensão de campo V_{fd} seja uma

medida não disponível, e que a corrente de campo I_{fd} esteja disponível, é pertinente obter o modelo de dois eixos admitindo como entrada a corrente de campo. Entretanto, deve-se observar particularmente os parâmetros que são contemplados em cada um dos modelos, para que uma análise comparativa inicial entre as duas seja feita posteriormente.

A corrente de campo I_{fd} pode ser obtida substituindo-se (2.199) em (2.203):

$$I_{fd} = \frac{1}{X_{md}} [E'_q + (X_d - X'_d)I_d]. \quad (2.213)$$

No modelo da subseção (2.7.3) anterior a equação diferencial de E'_q necessita da medida E_{fd} , como pode ser observado através da equação (2.204). Como o objetivo é não trabalhar com esta medida, e olhando para (2.213), é possível obter uma expressão algébrica de E'_q , em função da corrente de campo:

$$E'_q = X_{md}I_{fd} - (X_d - X'_d)I_d, \quad (2.214)$$

onde X_{md} é a reatância mútua de eixo direto, que pode ser escrita de (2.95), como:

$$X_{md} = X_d - X_l. \quad (2.215)$$

E substituindo a expressão (2.214) em (2.192), obtêm-se:

$$I_d = \frac{X_{md}I_{fd} - V \cos(\beta)}{X_d}. \quad (2.216)$$

Em relação à equação algébrica I_q e ao estado E'_d , segue-se procedimento igual ao modelo anterior, que considera como entrada a tensão E_{fd} . Um resumo dessas equações, para cada um destes modelos, é fornecido a seguir.

2.7.6 Resumo do modelo de dois eixos

Os equacionamentos do modelo de dois eixos, será apresentado conforme a discriminação realizada entre as entradas E_{fd} , chamada aqui de modelo de dois eixos tradicional e I_{fd} , chamada aqui de modelo de dois eixos modificado. Substituindo P_e na equação de *swing* (2.212), conforme apresentado a seguir.

Modelo de dois eixos tradicional

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_s \quad (2.217)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\omega_s}{2H} [P_m - (V_d I_d + V_q I_q)] \quad (2.218)$$

$$\frac{dE'_q}{dt} = \frac{1}{T'_{do}} [E_{fd} - E'_q - (X_d - X'_d) I_d] \quad (2.219)$$

$$\frac{dE'_d}{dt} = \frac{1}{T'_{qo}} [-E'_d + (X_q - X'_q) I_q] \quad (2.220)$$

$$V_q = E'_q - X'_d I_d. \quad (2.221)$$

$$V_d = E'_d + X'_q I_q \quad (2.222)$$

Modelo de dois eixos modificado

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_s \quad (2.223)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\omega_s}{2H} [P_m - (V_d I_d + V_q I_q)] \quad (2.224)$$

$$\frac{dE'_d}{dt} = \frac{1}{T'_{qo}} [-E'_d + (X_q - X'_q) I_q] \quad (2.225)$$

$$V_q = X_{md} I_{fd} - X_d I_d. \quad (2.226)$$

$$V_d = E'_d + X'_q I_q \quad (2.227)$$

O vetor de parâmetros da máquina para o modelo tradicional, pode ser escrito por $\rho_1 = [X_d, X_q, X'_d, X'_q, T'_{do}, T'_{qo}]^T$. E para o modelo modificado, $\rho_2 = [X_d, X_q, X_{md}, X'_q, T'_{qo}]^T$. O modelo modificado não contempla os parâmetros X'_d e T'_{do} , em contrapartida apresenta um novo parâmetro X_{md} , em comparação ao modelo tradicional, o que permite determinar o parâmetro X_l .

Capítulo 3

Estimação de Parâmetros via Análise de Sensibilidade de Trajetória

3.1 Introdução

Neste capítulo, apresenta-se uma metodologia de estimação de parâmetros de sistemas não-lineares baseada na técnica de sensibilidade de trajetória.

A estimação de parâmetros enquadra-se dentro da área de identificação de sistemas. A identificação de sistemas permite a elaboração de modelos matemáticos de um sistema dinâmico a partir de medidas coletadas e pelo ajuste de parâmetros do modelo matemático, até que a saída produzida pelo modelo matemático se aproxime das amostras das saídas medidas.

A identificação de sistemas é um processo iterativo. Imagine que estejam disponíveis os sinais de entrada, u , e de saída, y , de um sistema real. A identificação de sistemas deve ser capaz de reproduzir via modelos a relação presente nestes sinais de entrada e de saída. De forma geral, as principais etapas do processo de identificação são:

- (1) Conjuntos de dados (medidas disponíveis). A identificação necessita obter dados para alimentar os modelos. Os dados disponíveis podem ser de operação normal ou podem ser obtidos a partir de testes especialmente conduzidos para extrair informações da dinâmica do sistema. No caso deste trabalho, utilizam-se dados obtidos de perturbações típicas do sistema elétrico para estimar os parâmetros de geradores síncronos.
- (2) Seleção do método de identificação. Nessa etapa, seleciona-se o algoritmo a ser utilizado. Muitos dos métodos de identificação são baseados nos estimadores dos mínimos quadrados.
- (3) Seleção do modelo candidato. Nessa etapa do processo, definem-se as equações (algébricas e/ou diferenciais) do sistema estudado. Esta representação pode variar de

expressões simples a expressões detalhadas segundo a aplicação e a finalidade do modelo.

- (4) Estimação dos parâmetros. Nessa fase, utiliza-se o algoritmo ou a técnica de ajuste de parâmetros da etapa (2) com o objetivo de ajustar o comportamento do modelo ao comportamento do sistema real.
- (5) Validação do modelo. Para validar o modelo, deve-se simulá-lo utilizando os parâmetros identificados e compará-lo ao sistema real. Comparar a resposta do sistema real com a resposta da simulação do modelo obtido com parâmetros identificados é a forma mais usual de se validar um modelo. O modelo é adequado se o erro cometido no ajuste está dentro de valores preestabelecidos, ou ainda, para uma determinada aplicação, se a resposta do modelo estimado reflete aproximadamente a resposta do sistema real.

Essas etapas estão condensadas na figura 3.1, apresentadas através do fluxograma adaptado de (GHOMI; SAREM, 2007).

Figura 3.1: Procedimento de identificação de sistemas

3.2 Metodologia de Sensibilidade de Trajetória

Neste trabalho será utilizado a metodologia baseada na análise de sensibilidade de trajetória para estimar parâmetros de geradores síncronos. A análise de sensibilidade de trajetória já foi empregada para estimar parâmetros de máquinas síncronas (BENCHLUCH; CHOW, 1993), (CARI; ALBERTO; BRETAS, 2008), (BURTH; VERGHESE; VELEZ-REYES, 1999) e (CARI; ALBERTO, 2011). Em (BENCHLUCH; CHOW, 1993) são estimados os parâmetros do sistema de excitação de um gerador e, em (CARI; ALBERTO, 2011), estimam-se os parâmetros de um gerador para diferentes tipos de perturbações.

3.2.1 Considerações Preliminares

A formulação geral matemática do gerador síncrono trifásico, para estudos de estabilidade pode ser escrita de forma compacta da seguinte maneira:

$$\dot{x} = f(x, z, u, \rho) \quad (3.1)$$

$$0 = g(x, z, u, \rho) \quad (3.2)$$

$$y = h(x, z, u, \rho) \quad (3.3)$$

Em (3.1)-(3.3), $x \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de variáveis de estado do sistema, $u \in \mathbb{R}^p$ é o vetor de variáveis de entrada (cujos componentes podem ser diferentes dependendo dos elementos sob os quais se pode exercer controle e sobre o tipo de problema em análise), $y \in \mathbb{R}^q$ é o vetor de variáveis de saída (com características semelhantes às mencionadas para o vetor de entradas) e $z \in \mathbb{R}^m$ é o vetor de variáveis algébricas.

Para este trabalho, um dos principais objetivos está relacionado ao vetor de parâmetros ρ em (3.1) - (3.3). Este vetor contém dados de suma importância para a modelagem, tais como os parâmetros da rede (resistências, reatâncias) com suas respectivas cargas e dos geradores (constantes de tempos, ganhos, reatâncias) e respectivos controles associados. Portanto, reconhece-se a necessidade de desenvolvimento de um método que possibilite a obtenção de tais parâmetros a partir de medições aquisitadas da resposta de tais sistemas a perturbações típicas, de forma que se possa estimar valores confiáveis de parâmetros para uma correta modelagem do sistema através de (3.1) - (3.3).

Como já citado, utilizar-se-á o conceito de sensibilidade de trajetória no método de estimação de parâmetros, cuja ideia principal é a minimização do erro quadrático (3.4):

$$J(\rho) = \frac{1}{2} \int_0^{T_f} (y_r - y)^T (y_r - y) dt, \quad (3.4)$$

onde T_f é o tempo final do processo de amostragem, ρ é o vetor de parâmetros a ser identificado em (3.1)-(3.3), y é o vetor de saídas definido em (3.3) e y_r é um vetor con-

tendo a amostragem das saídas “reais” do sistema. A Figura 3.2 apresenta um diagrama esquemático do funcionamento deste processo de identificação.

Figura 3.2: Diagrama do processo de estimação de parâmetros

Na figura 3.2, pode-se observar que a saída do modelo (o qual depende do vetor de parâmetros ρ) é comparada com a saída do sistema “real” (obtidas por meio de medições) para produzir um sinal de erro entre ambas. Deseja-se minimizar o erro através da minimização do funcional (3.4). É importante deixar claro que o vetor y_r será obtido, neste trabalho, a partir de simulações computacionais de um modelo com parâmetros admitidos como conhecidos, e que a saída y do modelo também será obtida por meio de simulações, possivelmente do mesmo modelo, porém com certa porcentagem de erro nos parâmetros com relação aos valores anteriormente mencionados, os quais serão tomados como referência.

O sinal de erro mencionado no parágrafo anterior será então utilizado para alimentar o algoritmo de identificação de parâmetros, o qual usará uma formulação de minimização do erro quadrático (baseada no funcional descrito em (3.4)) para atualizar o vetor de parâmetros ρ do modelo (3.1) - (3.3). O problema de minimização é transformado em um problema de encontrar as raízes de um sistema não linear (aplicando a primeira condição de otimalidade) para o qual utiliza-se o método de Newton-Raphson. O processo é iterativo (como pode ser visto na figura 3.2) e utiliza as funções de sensibilidade que são as derivadas parciais da saída em relação aos parâmetros para realizar o ajuste, sendo por esta razão conhecido como metodologia de sensibilidade de trajetória. O cálculo da sensibilidade será feito através da avaliação das derivadas das equações de saída do modelo, e também utilizará atualizações nos parâmetros, bem como as próprias equações do modelo.

3.2.2 Solução de Sistemas de Equações Algébrico Diferenciais

Sistemas de equações algébrico diferenciais (EADs) são uma extensão de sistemas de EDOs (equações diferenciais ordinárias) onde existem restrições algébricas nas variáveis.

O sistema (3.1)-(3.3) pode ser resolvido por um método de integração implícito, tal como a regra trapezoidal. Para tanto, expressa-se o sistema (3.1)-(3.3) pelo seguinte sistema discreto:

$$\begin{cases} 0 = x_{n+1} - x_n - \frac{\Delta t}{2} f(x_{n+1}, z_{n+1}, u_{n+1}, \rho) - \frac{\Delta t}{2} f(x_n, z_n, u_n, \rho) \\ 0 = g(x_{n+1}, z_{n+1}, u_{n+1}, \rho) \end{cases} \quad (3.5)$$

$$y_{n+1} = h(x_{n+1}, z_{n+1}, u_{n+1}, \rho) \quad (3.6)$$

onde os sub-índices “ n ” e “ $n + 1$ ” representam as variáveis nos instantes $t_n = t_o + n\Delta t$ e $t_{n+1} = t_o + (n + 1)\Delta t$, respectivamente, e Δt é o passo de integração.

O sistema algébrico não-linear equivalente (3.5) é tratado como um subsistema de equações diferenciais algebrizadas acoplado a um subsistema de equações algébricas, admitindo solução simultânea dos dois subsistemas. O sistema (3.5) pode ser resolvido usando o método de Newton. Este procedimento deve ser realizado para todo instante de tempo t_n dentro do intervalo de integração. A saída y_{n+1} pode ser determinada por substituição direta das variáveis encontradas x_{n+1} e z_{n+1} na equação (3.6). No final do processo de integração as variáveis $x(t)$, $z(t)$ e $y(t)$ estarão disponíveis. O procedimento para resolver o sistema (3.1)-(3.3) pelo método implícito pode ser dividido nas seguintes etapas (CARI, 2009).

- a) Defina as EADs do modelo (3.1)-(3.3) e as condições iniciais t_o , x_o , z_o e então faça $n = 1$.
- b) Transforme as EADs em um conjunto de equações algébricas não-lineares usando a regra trapezoidal (3.5)-(3.6).
- c) Faça $t_n = t_o + n\Delta t$.
- d) Resolva o sistema (3.5) pelo método de Newton nas variáveis x_{n+1} , z_{n+1} , considerando como estimativas iniciais $x_{n+1} = x_n$ e $z_{n+1} = z_n$.
- e) Determine a saída y_{n+1} por substituição direta das variáveis obtidas x_{n+1} e z_{n+1} . Armazene estas variáveis.
- f) Pare se $t_{n+1} > t_{max}$ (intervalo total das medidas), caso contrário faça $n = n + 1$ e vá para o passo c.

3.2.3 Funções de Sensibilidade de Trajetória

Derivando-se o sistema (3.1)-(3.3) com relação a cada parâmetro ρ_i , obtêm-se as equações de sensibilidade:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial x}{\partial \rho_i} = \frac{\partial f(x, z, u, \rho)}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial \rho_i} + \frac{\partial f(x, z, u, \rho)}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial \rho_i} + \frac{\partial f(x, z, u, \rho)}{\partial \rho_i}, \quad (3.7)$$

$$0 = \frac{\partial g(x, z, u, \rho)}{\partial x} \cdot \frac{\partial x(t)}{\partial \rho_i} + \frac{\partial g(x, z, u, \rho)}{\partial z} \cdot \frac{\partial z(t)}{\partial \rho_i} + \frac{\partial g(x, z, u, \rho)}{\partial \rho_i}, \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial y}{\partial \rho_i} = \frac{\partial h(x, z, u, \rho)}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial \rho_i} + \frac{\partial h(x, z, u, \rho)}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial \rho_i} + \frac{\partial h(x, z, u, \rho)}{\partial \rho_i}. \quad (3.9)$$

O sistema (3.7)-(3.9) é não-linear e, de modo geral, não possui solução em termos de funções elementares conhecidas e, portanto, deve ser resolvido usando um método de integração implícito da mesma forma como foi desenvolvido para a solução das EADs do modelo (3.1)-(3.3).

Além disso, uma grande vantagem pode ser obtida resolvendo os sistemas (3.1)-(3.3) e (3.7)-(3.9) de forma alternada por um algoritmo implícito de integração numérica. Pois, neste caso, os dois sistemas possuem a mesma matriz Jacobiana em cada passo de integração o que acelera o processo de cálculo. No final do intervalo de integração, as sensibilidades $\frac{\partial x}{\partial \rho_i}$, $\frac{\partial z}{\partial \rho_i}$ e $\frac{\partial y}{\partial \rho_i}$ serão determinadas.

Uma grande dificuldade para obter a solução do sistema (3.1)-(3.3) ocorre com esta abordagem quando as equações algébricas do modelo não possuem solução. Dependendo da estimativa inicial de ρ e de quão distante estiver do valor verdadeiro, a solução da equação algébrica pode não existir. Deste modo, as funções de sensibilidades de trajetória não poderiam ser calculadas e os parâmetros não poderão ser estimados. Como alternativa e a fim de evitar tal problema, na sequência é apresentada a abordagem desenvolvida em (CARI, 2009), que modela as equações algébrico-diferenciais como um problema de minimização.

3.3 Funções de Sensibilidade de Trajetória para EADs: Abordagem de minimização

Esta formulação é proposta para lidar com problemas de inexistência de solução da equação algébrica das EADs do modelo, através de um problema de minimização restrito. Esta abordagem relaxa a restrição de igualdade das EADs durante o processo de integração e permite a obtenção de soluções quando a equação algébrica (3.2) do modelo possui singularidades. Para isto, substitui-se o sistema de equações algébrico-diferenciais (3.1)-(3.3) por um problema de minimização restrito à equação diferencial. Matematicamente o modelo (3.1)-(3.3) é substituído por:

$$\begin{aligned}
\min_{(x,z)} \quad & \sum_i g_i^2(x, z, u, \rho) \\
s.a. \quad & \{ \dot{x} = f(x, z, u, \rho) \}, \\
& y = h(x, z, u, \rho),
\end{aligned} \tag{3.10}$$

onde g_i representa a i -ésima equação algébrica do modelo (3.1)-(3.3), a equação diferencial $\dot{x} = f(x, z, u, \rho)$ é uma restrição e y é a saída. O mínimo global esperado para este problema de minimização é zero. Quando o mínimo global é alcançado, $g_i = 0$ para todo i , a solução de (3.10) coincide com a solução do modelo (3.1)-(3.3). Após a convergência de ρ , precisa-se verificar se o mínimo global foi alcançado para validar a estimação dos parâmetros.

A forma discreta de (3.10) pode ser obtida usando um método de integração implícito tal como a regra trapezoidal, isto é:

$$\begin{aligned}
\min_{x_{n+1}, z_{n+1}} \quad & \sum_i g_i^2(x_{n+1}, z_{n+1}, u_{n+1}, \rho) \\
s.a. \quad & \left\{ x_{n+1} - x_n - \frac{\Delta t}{2} \left[f(x_n, z_n, u_n, \rho) + \right. \right. \\
& \left. \left. f(x_{n+1}, z_{n+1}, u_{n+1}, \rho) \right] \right|_j = 0 \}, \\
y_{n+1} \quad & = h(x_{n+1}, z_{n+1}, u_{n+1}, \rho),
\end{aligned} \tag{3.11}$$

em que o sub-índice “j” representa a j-ésima equação diferencial. Os sub-índices n e $n+1$ denotam os valores das variáveis nos tempos $t_n = t_o + n\Delta t$ e $t_{n+1} = t_o + (n+1)\Delta t$, respectivamente.

O método de multiplicadores de Lagrange (BAZARAA, 1979) é utilizado para resolver o problema de minimização restrito (3.11). A função Lagrangeana não-restrita, a qual depende das variáveis (x_{n+1}, z_{n+1}) e do multiplicador de Lagrange $\mu_{(n+1)}$, é dada por:

$$L = \sum_i g_i^2(x_{n+1}, z_{n+1}, u_{n+1}, \rho) + \sum_j \mu_{j(n+1)} \left[x_{n+1} - x_n - \frac{\Delta t}{2} (f(x_{n+1}, z_{n+1}, u_{n+1}, \rho) + f(x_n, z_n, u_n, \rho)) \right]_j. \tag{3.12}$$

As condições de otimalidade de KKT (Karush-Kuhn-Tucker) (BAZARAA, 1979) são obtidas por:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial x_{n+1}} &= 2g_{n+1} \frac{\partial g_{n+1}}{\partial x_{n+1}} + \mu_{(n+1)} \left(1 - \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial f_{n+1}}{\partial x_{n+1}} \right) = 0, \\
\frac{\partial L}{\partial z_{n+1}} &= 2g_{n+1} \frac{\partial g_{n+1}}{\partial z_{n+1}} + \mu_{(n+1)} \left(-\frac{\Delta t}{2} \right) \frac{\partial f_{n+1}}{\partial z_{n+1}} = 0, \\
\frac{\partial L}{\partial \mu_{n+1}} &= x_{n+1} - x_n - \frac{\Delta t}{2} (f_{n+1} + f_n) = 0,
\end{aligned} \tag{3.13}$$

onde os sub-índices “n” e “n+1” indicam o valor das variáveis x , z e u nos tempos discretos “n” e “n+1”, respectivamente. Este conjunto de equações não lineares (3.13) pode ser resolvido pelo método de Newton. Para isto, faz-se:

$$F_{L(n+1)} = \left(\frac{\partial L}{\partial x_{n+1}}, \frac{\partial L}{\partial z_{n+1}}, \frac{\partial L}{\partial \mu_{n+1}} \right)^T = 0. \quad (3.14)$$

Partindo de uma estimativa inicial $v_n = (x_n, z_n, \mu_n)$ o método de Newton estima a solução $v_{n+1} = (x_{n+1}, z_{n+1}, \mu_{n+1})$. Isto é realizado em cada instante de tempo até o final do intervalo de integração.

O algoritmo para a solução das equações do modelo (3.1)-(3.3) pela abordagem de minimização utilizando o método implícito pode ser resumido nos seguintes passos:

- a) Transforme as EADs do modelo pelo modelo de minimização discretizado (3.11), defina as condições iniciais t_o , x_o , z_o e faça $n = 1$;
- b) Encontre a função Lagrangeana (3.12);
- c) Determine as derivadas parciais da função Lagrangeana em relação às variáveis x_{n+1} , z_{n+1} e μ_{n+1} (vide (3.14));
- d) Faça $t_n = t_o + n\Delta t$.
- e) Resolva o sistema (3.14) pelo método de Newton nas variáveis x_{n+1} , z_{n+1} e μ_{n+1} , considerando como estimativa inicial $x_{n+1} = x_n$, $z_{n+1} = z_n$ e $\mu_{n+1} = \mu_n$.
- f) Determine a saída y_{n+1} por substituição direta das variáveis x_{n+1} e z_{n+1} . Armazene estas variáveis.
- g) Pare se $t_{n+1} > t_{max}$, caso contrário faça $n = n + 1$ e vá para o passo c.

No final do intervalo de integração, as variáveis do modelo $x(t)$, $z(t)$ e $y(t)$ serão determinadas.

3.3.1 Funções de sensibilidade de Trajetória para a abordagem de minimização

As sensibilidades podem ser determinadas derivando parcialmente (3.13) em relação a cada parâmetro. Para ilustração, considere o parâmetro ρ_i :

$$\begin{aligned} 2 \left(\frac{\partial g_{n+1}}{\partial \rho_i} \frac{\partial g_{n+1}}{\partial x_{n+1}} + g_{n+1} \frac{\partial}{\partial \rho_i} \left(\frac{\partial g_{n+1}}{\partial x_{n+1}} \right) \right) + \frac{\partial \mu_{(n+1)}}{\partial \rho_i} \left(1 - \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial f_{n+1}}{\partial x_{n+1}} \right) - \mu_{n+1} \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial}{\partial \rho_i} \left(\frac{\partial f_{n+1}}{\partial x_{n+1}} \right) &= 0, \\ 2 \left(\frac{\partial g_{n+1}}{\partial \rho_i} \frac{\partial g_{n+1}}{\partial z_{n+1}} + g_{n+1} \frac{\partial}{\partial \rho_i} \left(\frac{\partial g_{n+1}}{\partial z_{n+1}} \right) \right) + \frac{\partial \mu_{(n+1)}}{\partial \rho_i} \left(-\frac{\Delta t}{2} \right) \frac{\partial f_{n+1}}{\partial z_{n+1}} - \mu_{n+1} \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial}{\partial \rho_i} \left(\frac{\partial f_{n+1}}{\partial z_{n+1}} \right) &= 0, \\ \frac{\partial x_{n+1}}{\partial \rho_i} - \frac{\partial x_n}{\partial \rho_i} - \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\partial f_n}{\partial \rho_i} + \frac{\partial f_{n+1}}{\partial \rho_i} \right) &= 0. \end{aligned} \quad (3.15)$$

O conjunto de equações (3.15) pode ser resolvido aplicando-se o método de Newton. Em cada passo de integração, determinam-se $\frac{\partial x_{n+1}}{\partial \rho_i}$, $\frac{\partial z_{n+1}}{\partial \rho_i}$ e $\frac{\partial \mu_{(n+1)}}{\partial \rho_i}$. No final do tempo amostrado, as funções de sensibilidade $\frac{\partial x(t)}{\partial \rho_i}$ e $\frac{\partial y(t)}{\partial \rho_i}$ serão determinadas.

3.4 Algoritmo de Ajuste de Parâmetros

O procedimento de estimação de parâmetros é formulado como um problema de otimização não-linear, conforme descrito na Seção preliminar 3.2.1.

A função objetivo $J(\rho)$ definida em (3.4) avalia numericamente a proximidade entre as saídas do sistema “real” e do modelo matemático. Para fins didáticos, ela será re-escrita a seguir:

$$J(\rho) = \frac{1}{2} \int_0^{T_o} (y_r - y)^T (y_r - y) dt, \quad (3.16)$$

onde y_r o vetor de saída do sistema “real”, y a saída do modelo (3.3) e $[0, T_o]$ o intervalo de tempo em análise. O fator $\frac{1}{2}$ que aparece na equação (3.16) é utilizado apenas para simplificar os cálculos. A condição de otimalidade $\frac{\partial J(\rho)}{\partial \rho} = 0$ é dada por:

$$G(\rho) = \frac{\partial J(\rho)}{\partial \rho} = - \int_0^{T_o} \left(\frac{\partial y}{\partial \rho} \right)^T (y_r - y) dt = 0. \quad (3.17)$$

O método de Newton pode ser usado para resolver a equação não linear (3.17). Partindo do vetor inicial $\rho = \rho_o$, o ajuste dos parâmetros na iteração $k + 1$ é dado por:

$$\rho_{k+1} = \rho_k - \Gamma(\rho)^{-1} G(\rho) \Big|_{\rho=\rho_k}, \quad (3.18)$$

onde $\Gamma(\rho)$ é a matriz obtida derivando-se $G(\rho)$ em relação ao vetor de parâmetros ρ :

$$\Gamma(\rho) = - \int_0^{T_o} \frac{\partial^2 y^T}{\partial \rho^2} (y_r - y) dt + \int_0^{T_o} \left(\frac{\partial y}{\partial \rho} \right)^T \left(\frac{\partial y}{\partial \rho} \right) dt \Big|_{\rho=\rho_k}. \quad (3.19)$$

Desprezando os termos de segunda ordem, $\Gamma(\rho)$ pode ser aproximada por:

$$\Gamma(\rho) \approx \int_0^{T_o} \left(\frac{\partial y}{\partial \rho} \right)^T \left(\frac{\partial y}{\partial \rho} \right) dt \Big|_{\rho=\rho_k}. \quad (3.20)$$

A regra de ajuste de parâmetros da equação (3.18) é uma variação do método de Newton-Raphson aplicada a otimização desde que $\Gamma(\rho)$ e $G(\rho)$ são a Hessiana e Jacobiano do funcional $J(\rho)$. Além disso, as matrizes $\Gamma(\rho)$ e $G(\rho)$ dependem das funções de sensibilidade de trajetória $\left(\frac{\partial y}{\partial \rho} \right)$, o que caracteriza um método de sensibilidade. Isto explica o porquê do método ser conhecido na literatura científica como metodologia de sensibilidade de trajetória (HISKENS, 2000) (CARI, 2009). Para fins de programação, as integrais prévias são substituídas por somatórios. O método pode ser resumido no diagrama da figura 3.3.

A nomenclatura da figura 3.3 é explicada a seguir:

Figura 3.3: Diagrama de blocos do procedimento de estimação de parâmetros baseado na técnica de sensibilidade de trajetória.

- (1) Saída do sistema real, obtidas de medidas do sistema com os parâmetros reais;
- (2) Saída do modelo, obtidas das equações matemáticas;
- (3) Cálculo do funcional de erro $J(\rho)$;
- (4) Equações de sensibilidade, obtido derivando as equações em relação aos parâmetros (ρ_i);
- (5) Cálculo de $\frac{\partial J(\rho)}{\partial \rho} = \Gamma(\rho)$;
- (6) Cálculo do $\Delta \rho$ (Método de Newton);
- (7) Atualização dos parâmetros.

O ajuste é realizado sucessivamente até que o erro devido à diferença entre a saída do modelo e do sistema real $J(\rho)$ seja pequeno. Usamos como critério de parada a relação $\Delta(\rho) < \epsilon_1$, onde ϵ_1 é uma precisão fornecida.

3.4.1 Método de Levenberg-Marquardt

O algoritmo de ajuste de parâmetros utilizado pela metodologia de estimação é uma variação do método de Newton-Raphson, conforme foi apresentado na Seção (3.4). O método de Newton se baseia no fato de que se ρ^* é um ponto crítico da função objetivo J , então $J(\rho^*) = 0$. Isto significa que, dada uma estimativa inicial de ρ_o , o método produz uma série de vetores $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_k$ que vão convergir para ρ^* , um mínimo local para a função de saída a ser ajustada.

O método de Newton é bem determinado se, a cada iteração k , a matriz Hessiana Γ for definida positiva em ρ_k . Neste caso, obtém-se taxa de convergência quadrática se a aproximação inicial está suficientemente próxima da solução. Porém, este método possui algumas desvantagens. Primeiramente, é possível que a sequência ρ_k gerada não convirja em virtude da direção proveniente desse método ser ortogonal ao gradiente, não permitindo portanto, a redução do valor da função objetivo. Em segundo lugar, a matriz Γ em alguma aproximação ρ_k pode estar próxima de ser singular e, assim, a solução esperada pode não ser obtida. Além disso, o vetor de ajuste $\Delta\rho_k = \rho_{k+1} - \rho_k$ obtido pelo método de Newton pode apresentar uma norma razoavelmente grande tornando os seus valores inadmissíveis.

Em busca de contornar tais dificuldades, MARQUARDT (1963), adotando as ideias de LEVENBERG (1944), propôs um método que passa continuamente do método de máxima descida para o método de Newton-Raphson. Isto possibilita que o algoritmo defina sempre uma direção de descida e que, próximo da solução, obtenha a taxa de convergência quadrática do método de Newton (SILVA MEDEIROS, 2008).

O algoritmo proposto por Marquardt é bastante simples. Considere somar uma parcela $\alpha_k I$ à matriz $\Gamma(\rho_k)$, onde α_k é um escalar denominado parâmetros de *damping* (NIELSEN, 1999) e I é a matriz identidade. Com essa modificação, a direção de ajuste do método de Levenberg-Marquardt pode ser calculada da seguinte maneira:

$$(\Gamma(\rho_k) + \alpha_k I) \Delta(\rho_k) = -G(\rho_k), \quad (3.21)$$

para $\alpha_k > 0$, de modo que a matriz $(\Gamma(\rho_k) + \alpha_k I)$ seja definida positiva. Em seguida, obtém-se uma nova estimativa da solução, o vetor:

$$\rho_{k+1} = \rho_k - (\Gamma(\rho_k) + \alpha_k I)^{-1} G(\rho_k), \quad (3.22)$$

e compara-se o vetor da função no novo ponto com o valor atual. Se a nova aproximação define um valor funcional menor, adota-se um parâmetro α_{k+1} menor que α_k , para que o método se aproxime do método de Newton próximo da solução. Caso contrário, aumenta-se esse parâmetro, aproximando a direção de busca da direção de máxima descida, garantindo assim o progresso do método.

Observe que, quando $\alpha_k = 0$, o método de Levenberg-Marquardt se reduz ao método de Newton-Raphson. Neste caso, o método terá taxa de convergência quadrática partindo de um ponto próximo da solução. Se α_k tender ao infinito, $\Delta(\rho_k)$ tenderá a direção de máxima descida, no entanto sua norma tenderá a zero.

O valor inicial de α_o pode ser relacionado ao tamanho do passo da matriz Γ que é calculada pelo algoritmo de estimação, isto é, ao tamanho dos elementos de $\Gamma(\rho_o)$.

$$\alpha_o = \tau \max_i \{(\Gamma(\rho_o))_{ii}\}, \quad (3.23)$$

onde τ é escolhido pelo usuário. Para determinados problemas em que o valor de ρ_o é uma boa aproximação de ρ^* pode-se adotar $\tau = 10^{-6}$. Caso contrário, recomenda-se $\tau = 10^{-3}$ ou até mesmo $\tau = 1$.

3.4.2 Análise dos parâmetros pela decomposição QR

Durante o processo de estimação de parâmetros pode ocorrer divergência dos parâmetros, especialmente quando vários parâmetros são estimados simultaneamente. Uma causa frequente de não convergência da metodologia de sensibilidade de trajetória é a existência de parâmetros com diferentes níveis de observabilidade. Um dos aspectos que distingue o processo de estimação de vários parâmetros do caso de um único parâmetro é a influência que cada um dos parâmetros exercem sobre a saída, dado que a influência sobre a saída de alguns parâmetros é muito pequena em relação a influência dos outros parâmetros, o que pode tornar a matriz $\Gamma(\rho)$ mal-condicionada. Deste modo o ajuste de parâmetros fornecido pela metodologia de estimação torna-se muito crítica nos parâmetros com menor influência da saída, fazendo o processo divergir.

Uma forma de avaliar a influência dos parâmetros na saída (classificar o nível de observabilidade dos parâmetros em relação a saída) é através da decomposição QR da matriz $\Gamma(\rho)$ (BURTH; VERGHESE; VELEZ-REYES, 1999). O algoritmo reportado de (CARI, 2009) é descrito a seguir:

- a. Dada a estimativa inicial dos parâmetros $\rho = \rho_o$, determine Γ e calcule a decomposição em autovetores e autovalores: $\Gamma = UVU^T$.
- b. Determine γ , tal que os γ autovalores de Γ sejam maiores que os restantes, $n - \gamma$ autovalores, e faça uma partição $U = [U_\gamma U_{n-\gamma}]$ com U_γ contendo as primeiras γ colunas de U .
- c. Determine a matriz de permutação P construindo a decomposição QR considerando como pivô a coluna U_γ^T onde, $U_\gamma^T P = QR$.
- d. Reordene o vetor de parâmetros segundo $\rho = P^T \rho$. Assim, os primeiros γ elementos de ρ serão parâmetros com maior grau de observabilidade.

A classificação dos parâmetros é realizada repetindo-se o procedimento descrito acima variando γ de 1 até $m - 1$, sendo m o número de parâmetros.

Estimação de Parâmetros do Gerador Síncrono

4.1 Introdução

O objetivo deste capítulo é apresentar a aplicação da metodologia de sensibilidade de estimação de parâmetros em geradores síncronos utilizando abordagem semelhante àquela apresentada em (CARI, 2009). A proposta da metodologia é utilizar medidas obtidas a partir de oscilografias de perturbações. Assim, a máquina não precisa ser desligada do sistema, sendo apenas necessário esperar um evento do SEP (falta em uma linha de transmissão) para que os oscilógrafos registrem a informação das medidas. No caso da máquina síncrona, estas medidas são as tensões e correntes trifásicas, a saída do sistema de excitação e a velocidade mecânica do rotor (caso queira-se estimar os parâmetros mecânicos).

Como mencionado no capítulo anterior, a metodologia proposta utiliza a análise de sensibilidade de trajetória combinada com uma nova abordagem, denominada “abordagem de minimização” para estimação de parâmetros de sistemas dinâmicos não-lineares modelados por conjuntos de equações algébricas diferenciais (EADs). Esta nova abordagem surge como uma alternativa para a formulação tradicional da metodologia de sensibilidade de trajetória, pois esta última pode apresentar dificuldades de convergência devido principalmente a impossibilidade de lidar com singularidades nas EADs que levam à inexistência de soluções, principalmente quando as estimativas iniciais dos valores dos parâmetros estão distantes dos valores verdadeiros.

A metodologia proposta possui as seguintes características: (i) não requer testes especiais, pois utiliza medidas de perturbações obtidas com a máquina em operação, (ii) estima os parâmetros mecânicos e elétricos de forma desacoplada, (iii) estima o ângulo de carga como resultado do processo de estimação e (iv) é robusta em relação a valores iniciais de parâmetros, permitindo a convergência do processo de estimação mesmo para

valores iniciais de parâmetros distantes dos valores verdadeiros¹.

4.2 Considerações práticas para a realização dos testes

Os testes aqui neste trabalho são obtidos através de simulações (Matlab/Simulink), porém a experiência adquirida com estes testes pode ser utilizada em futuros testes em sistemas reais. Outra consideração é que na presença de uma perturbação no sistema existem três períodos bem definidos: período pré-falta (ou condições de operação normal), período em falta (na presença da perturbação) e período pós-falta (depois de eliminada a perturbação). O processo de estimação é realizado no período pós-falta. Normalmente, o início da amostragem é alguns ciclos após a eliminação da falta, como ilustrado na figura 4.1. Iniciar a análise alguns ciclos após à eliminação da falta não é extremamente necessário, mas acreditamos que problemas de ruído e chaveamentos são minimizados. Por outro lado, podemos perder observabilidade dos parâmetros sub-transitórios ou transitórios se esperarmos muitos ciclos.

Com o objetivo de realizar diferentes análises é possível, dependendo da resposta dinâmica do sistema, selecionar outras janelas de tempo do período pós-falta. Para isso, desloca-se o início da amostragem para um determinado ponto em que se deseja iniciar a análise. Por exemplo, para a figura 4.1, muda-se o início da amostragem do ponto (t_o, p_o) para o ponto (t_o, p_n) .

Algo importante que se observa também na figura 4.1 é que os valores iniciais das variáveis de estado no começo do processo de estimação podem ser totalmente diferentes dos seus valores em regime permanente. Isto dificulta a estimativa de E'_{qo} e E'_{do} no começo do processo de estimação a partir de valores de regime permanente.

Figura 4.1: Período de operação e análise no processo de estimação.

¹Para que a metodologia seja robusta em relação a valores iniciais de parâmetros, o algoritmo de ajuste deve ter uma região de convergência grande, ou seja, deve permitir a correta estimação mesmo que o processo comece com valores iniciais dos parâmetros distantes dos valores verdadeiros.

4.3 Sistema Teste

O sistema de potência utilizado neste estudo consiste em um turbogerador equivalente de (4X555) MVA, 2 polos, 24 kV e 60 Hz fornecendo potência a um barramento infinito através de duas linhas de transmissão (KUNDUR, 1994) como visualizado na figura 4.2. A potência base é 2220 MVA, a tensão base no lado de baixa do transformador é 24 kV e no lado de alta é 220 kV. A perturbação aplicada consiste em um curto-circuito (trifásico) em um dos terminais da linha de transmissão (L2 - ponto F). A resposta da máquina síncrona e dos controladores associados são obtidos por intermédio da implementação do sistema através do *SimPowerSystems* do Matlab. A falta é eliminada pela atuação dos dispositivos de proteção e isolamento da linha em falta em $t = 0,07$ s. Os dados foram gerados e gravados através do programa Matlab.

Figura 4.2: Sistema de potência em estudo.

Os parâmetros do sistema de excitação são:

$$K_A = 200, \quad T_A = 0.015 \text{ s}, \quad E_{FDmax} = 7.0, \quad E_{FDmin} = -6.4, \\ K_E = 1, \quad T_E = 0, \quad K_F = 0.01, \quad T_F = 0.1$$

A condição do sistema pré-perturbação em p.u na base 2220 MVA, 24 KV é dada por:

$$P = 0.9, \quad Q = 0.436 \text{ (sobreexcitado)}, \\ V_t = 1 \angle 28.34^\circ, \quad E_b = 0.90081 \angle 0.$$

O bloco da máquina síncrona utilizado no ambiente de simulação foi o *Synchronous Machine pu Standard*, para uma máquina de polos lisos, com os seguintes parâmetros elétrico: $(X_d, X'_d, X''_d, X_q, X'_q, X''_q, X_l, T'_{do}, T''_{do}, T'_{qo}, T''_{qo})$. Além destes parâmetros, o gerador síncrono possui um parâmetro mecânico: a constante de inércia H .

4.3.1 Modelagem do sistema de excitação

O sistema de excitação da máquina síncrona exerce forte influência sobre a estabilidade do sistema elétrico de potência, tornando imprescindível a sua modelagem para a realização

das simulações nos estudos propostos. O sistema de excitação tem como principal função manter a tensão terminal do gerador síncrono dentro de um limite pré-determinado.

O sistema de excitação controla a tensão terminal do gerador através do suprimento de corrente contínua ao circuito de campo do gerador síncrono. Tal sistema compara a tensão terminal do gerador com uma tensão pré-especificada e o sinal de erro da comparação é processado e enviado para a excitatriz. A excitatriz produzirá então a corrente necessária ao ajuste da tensão terminal.

Os sistemas de excitação mais utilizados nos sistemas de potência são divididos em três categorias: sistema de excitação do tipo DC, sistema de excitação do tipo AC e sistema de excitação do tipo ST (estático). Este trabalho utiliza um sistema de excitação equivalente ao sistema do tipo IEEE ST2. Na figura 4.3, apresenta-se o diagrama de blocos para esse tipo de sistema de excitação (IEEE Std 421.5, 2006). As equações diferenciais para esse modelo de AVR são dadas por:

Figura 4.3: Diagrama de blocos do regulador IEEE ST2.

$$\dot{V}_D(t) = \frac{1}{T_D} (|V_t(t)| - V_D(t)) \quad (4.1)$$

$$\dot{V}_A(t) = \frac{1}{T_A} [K_A(V_S(t) + V_{ref} - V_D(t) - V_F(t)) - V_A(t)] \quad (4.2)$$

$$\dot{V}_F(t) = \frac{1}{T_F} (K_F \dot{E}_{FD}(t) - V_F(t)) \quad (4.3)$$

$$\dot{E}_{FD}(t) = \frac{1}{T_E} (V_A(t) - K_E E_{FD}(t)) \quad (4.4)$$

Através da figura 4.3, é possível observar que a tensão terminal da máquina é filtrada por um bloco de primeira ordem com constante de tempo T_D . Tal constante de tempo é normalmente muito pequena. O regulador de tensão em si é representado por um amplificador no qual o ganho é dado por K_A e uma constante de tempo T_A . O laço

de realimentação tem como finalidade melhorar a estabilidade da resposta do sistema de excitação. Por fim, a dinâmica da excitatriz pode ser visualizada a partir do bloco de integração K_E e uma constante de tempo T_E .

4.3.2 Sistema de referência

A máquina síncrona é modelada na referência $d-q$ que fica posicionada no rotor e gira a velocidade do rotor. As grandezas do estator são projetadas nesta referência por intermédio da transformação de Park (SAUER; PAI, 1998). As equações da rede para obtenção de tensões e correntes no SEP são projetadas na referência síncrona (Im-Re), com o eixo Re atrasado de 90 graus do eixo Im. Para os cálculos de estabilidade, envolvendo soluções de equações diferenciais da máquina e equações algébricas da rede, os modelos dos sistemas, rede e máquina, precisam estar apropriadamente interligados ou nas variáveis do gerador (referência $d-q$) ou da rede (referência síncrona). A transformação necessária pode ser obtida a partir da figura 4.4. Onde δ e θ são os ângulos do eixo em quadratura e da tensão terminal, respectivamente, em relação à referência síncrona, e β é o ângulo de potência. Essa transformação é dada por:

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \delta & -\cos \delta \\ \cos \delta & \sin \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{Re} \\ V_{Im} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Figura 4.4: Relações entre os sistemas de referência da máquina síncrona ($d-q$) e da rede (Im-Re).

A transformação inversa é dada por:

$$\begin{bmatrix} V_{Re} \\ V_{Im} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \delta & \cos \delta \\ -\cos \delta & \sin \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Onde, $V_{Re} = V_t \cos \theta$ e $V_{Im} = V_t \sin \theta$. Existem relações similares entre as componentes Re-Im e d - q da corrente terminal. E ainda,

$$V_{Re}^2 + V_{Im}^2 = V_d^2 + V_q^2 = V_t^2 \quad (4.7)$$

$$I_{Re}^2 + I_{Im}^2 = I_d^2 + I_q^2 = I_t^2. \quad (4.8)$$

4.4 Modelo do Gerador Síncrono: Tensão de campo

Considere as equações diferenciais do modelo de dois-eixos da máquina síncrona descrito na Seção (2.7.6), para o modelo de dois eixos tradicional:

$$\dot{\delta} = \omega - \omega_s \quad (4.9)$$

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_s}{2H} [P_m - (V_d I_d + V_q I_q)] \quad (4.10)$$

$$\dot{E}'_q = \frac{1}{T'_{do}} [E_{fd} - E'_q - (X_d - X'_d) I_d] \quad (4.11)$$

$$\dot{E}'_d = \frac{1}{T'_{qo}} [-E'_d + (X_q - X'_q) I_q] \quad (4.12)$$

$$I_d = \frac{E'_q - V_q}{X'_d} \quad (4.13)$$

$$I_q = \frac{V_d - E'_d}{X'_q}, \quad (4.14)$$

sendo:

$$V_d = V_t \sin(\beta) \quad (4.15)$$

$$V_q = V_t \cos(\beta), \quad (4.16)$$

onde I_d (corrente de eixo direto), I_q (corrente de eixo em quadratura), V_d (tensão de eixo direto) e V_q (tensão de eixo em quadratura) são variáveis intermediárias, descritas em (4.13)-(4.16). Os parâmetros elétricos do gerador síncrono são:

X_d : Reatância de eixo direto.

X_q : Reatância de eixo em quadratura.

X'_d : Reatância transitória de eixo direto.

X'_q : Reatância transitória de eixo em quadratura.

T'_{do} : Constante de tempo de eixo direto em circuito aberto.

T'_{qo} : Constante de tempo de eixo em quadratura em circuito aberto.

Além destes parâmetros, o gerador síncrono possui um parâmetro mecânico: a constante de inércia H . Vale destacar novamente que as perdas ($T_{FW} = 0$) foram desprezadas neste texto.

Este modelo, usado amplamente em estudos de estabilidade transitória em caso de máquinas de rotor de polos lisos, possui 4 variáveis de estado ($\delta, \omega, E'_q, E'_d$) e 7 parâmetros ($X_d, X'_d, T'_{do}, X_q, X'_q, T'_{qo}, H$). A variável β é o ângulo entre o eixo em quadratura e a tensão terminal V_t (vide figura 4.4). Os estados $E'_d(t)$ e $E'_q(t)$ não podem ser medidos e $\delta(t)$ é difícil de ser medido na prática. Portanto, a metodologia precisará estimar também as condições iniciais destas variáveis ($E'_{qo}, E'_{do}, \delta_o$), as quais são tratadas como parâmetros. Assim, o número de parâmetros a serem estimados aumenta para 10. Embora este modelo não permita o cálculo dos parâmetros sub-transitórios, tais como $x''_d, T''_{do}, x''_q, T''_{qo}$, ele será utilizado por simplicidade. No entanto, é importante destacar que a simulação realizada no Matlab/Simulink é para uma máquina que contempla o modelo completo do gerador síncrono, ou em outras palavras, admite-se nas simulações as dinâmicas transitórias e sub-transitórias da máquina. É necessário um estudo adicional para aplicar a metodologia proposta para modelos sub-transitórios, pois em geral, quanto maior é o número de parâmetros a serem estimados simultaneamente, pior fica o condicionamento numérico da metodologia (CARI, 2009).

Além dos problemas numéricos usualmente encontrados para estimar um grande número de parâmetros simultaneamente, a solução do modelo (4.9)-(4.14) apresenta um problema intrínseco. O ângulo β é o ângulo entre o “eixo - q ” e a tensão terminal, enquanto δ é o ângulo do “eixo - q ” em relação à referência síncrona. A medida da velocidade mecânica do rotor e a estimação de δ não são suficientes para estimar β com precisão. Em outras palavras, β não é observável a partir das medidas disponíveis. O uso de PMUs clássicos não é suficiente para obter esta medida, sendo necessário um medidor especial de ângulo de rotor APMU (Angle Phase Measurement Unit) como o apresentado em (JIN et al., 2007). No entanto, o uso de APMUs é ainda muito limitado.

A metodologia de estimação de parâmetros proposta em (CARI, 2009) resolve este problema intrínseco do modelo e diminui o número de parâmetros a serem estimados simultaneamente. Para isto, algumas ações são tomadas: (i) o modelo será desacoplado para que a estimação dos parâmetros mecânicos e elétricos seja feita de forma independente, (ii) o ângulo β será estimado usando uma equação algébrica adicional que relaciona o ângulo β com as correntes elétricas, e (iii) utilizam-se as variáveis P_e e Q_e como saídas.

4.4.1 Estimação dos Parâmetros Mecânicos do Gerador

Considere a equação (4.10)

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_s}{2H} [P_m - (V_d I_d + V_q I_q)]. \quad (4.17)$$

Substituindo $P_e = (V_d I_d + V_q I_q)$ na equação anterior, obtêm-se:

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_o}{2H} (P_m - P_e). \quad (4.18)$$

A equação (4.18) é utilizada para estimar os parâmetros mecânicos do gerador. As potência mecânicas e elétrica (P_m e P_e) são consideradas como variáveis de entrada, e a velocidade do rotor é a variável de saída. A potência ativa P_e é obtida a partir das tensões e correntes trifásicas, enquanto que a potência mecânica P_m é considerada constante e igual ao valor da potência elétrica P_e antes da perturbação. Este modelo é completamente desacoplado das variáveis e parâmetros elétricos e contém uma variável de estado ω e um parâmetro $\rho = H$.

Equação de sensibilidade

A equação de sensibilidade é obtida derivando-se (4.18) em relação ao parâmetro, isto é:

$$\dot{\lambda}_\omega^H = \frac{-\omega_s}{2H^2} (P_m - P_e), \quad (4.19)$$

sendo $\lambda_\omega^H = \frac{\partial \omega}{\partial H}$.

A condição inicial da equação (4.19) é: $\lambda_\omega^H(t_o) = 0$. A sensibilidade da saída pode ser obtida por substituição direta como: $\frac{\partial \omega}{\partial p} = \lambda_\omega^H$.

Na figura 4.5 mostra-se o diagrama de blocos para estimar o parâmetro mecânico H . O bloco modelo matemático contém as equações do modelo. O ajuste do parâmetro é realizado calculando-se Γ e $\frac{\partial J(p)}{\partial p}$ a partir das equações (3.17) e (3.19), respectivamente.

Figura 4.5: Diagrama de blocos para a estimação do parâmetro mecânico H .

Resultados

A metodologia conseguiu estimar os parâmetros mesmo para estimativas iniciais destes entre -90% e +90% em relação aos valores verdadeiros. O parâmetro convergiu após 7 iterações como é mostrado na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Estimação do parâmetro H .

Parâmetro	Valor Inicial	Alteração	Valor Final	Valor Verdadeiro	Erro (%)
H	6,650	+90%	3,516	3,500	0,460

4.4.2 Estimação dos Parâmetros Elétricos do Gerador

Nesta proposta o gerador é modelado de tal forma que somente medidas de fácil acesso sejam utilizadas, de modo a satisfazer requisitos práticos. Para este objetivo, a escolha das variáveis de entrada e saída, bem como as variáveis de estados do modelo, é fundamental para encontrar um modelo adequado para a estimação dos parâmetros elétricos do gerador. O primeiro passo é usar a referência de ângulo nas variáveis do gerador (referência $d-q$) em relação a referência síncrona (Im-Re), assim as equações do gerador ficam independentes dos parâmetros da rede. Para esta escolha de referência, o modelo fica dependente do ângulo β , o qual é muito difícil de ser medido na prática. A partir da velocidade mecânica do rotor ω pode-se estimar δ via integração numérica de (4.9) conhecendo δ_o (o qual é difícil de ser obtido). Entretanto, esta informação não é suficiente para calcular β . Este pode ser calculado pela diferença de δ com o ângulo da tensão terminal θ (que pode ser obtido usando um PMU). Uma alternativa para medir δ diretamente é utilizar o tipo especial de medidor APMU, proposto em (JIN et al., 2007); no entanto, como já mencionado, o uso de tal dispositivo em SEP ainda é muito limitado e caro.

Nesta alternativa, propõe-se um método para calcular numericamente β . Assim, para estimar os parâmetros elétricos, utilizaremos a equação algébrica a seguir para estabelecer a relação entre o ângulo β a ser estimado e a corrente vista nos terminais do estator:

$$I_t^2 - I_d^2 - I_q^2 = 0. \quad (4.20)$$

As potências elétricas ativa e reativa serão as saídas. A corrente elétrica I_t , a tensão terminal V_t , e a tensão de campo E_{fd} são as entradas. As equações do modelo do gerador são as equações (4.11)-(4.12), a equação algébrica (4.20) e as saídas P_e e Q_e . Conforme descrito a seguir:

$$\dot{E}'_q = \frac{1}{T'_{do}} [E_{fd} - E'_q - (X_d - X'_d)I_d] \quad (4.21)$$

$$\dot{E}'_d = \frac{1}{T'_{qo}} [-E'_d + (X_q - X'_q)I_q] \quad (4.22)$$

$$0 = I_t^2 - I_d^2 - I_q^2 \quad (4.23)$$

$$P_e = V_d I_d + V_q I_q \quad (4.24)$$

$$Q_e = V_q I_d - V_d I_q, \quad (4.25)$$

em que V_d , V_q , I_d , I_q são variáveis intermediárias, obtidas por:

$$V_d = V_t \sin(\beta) \quad (4.26)$$

$$V_q = V_t \cos(\beta) \quad (4.27)$$

$$I_d = \frac{E'_q - V_q}{X'_d} \quad (4.28)$$

$$I_q = \frac{V_d - E'_d}{X'_q}. \quad (4.29)$$

Este modelo contém oito parâmetros $\rho = (X_d, X'_d, T'_{do}, X_q, X'_q, T'_{qo}, E'_{qo}, E'_{do})^T$, duas variáveis de estado $x = (E'_q(t), E'_d(t))^T$ e uma variável algébrica $z = (\beta(t))$. O vetor de entrada é $u = (E_{fd}(t), I_t(t), V_t(t))^T$ e o vetor de saída é $y = (P_e(t), Q_e(t))^T$.

Os parâmetros deste modelo podem ser estimados a partir das EADs do modelo (4.21)-(4.29) utilizando a metodologia de estimação estudada no Capítulo 3. Além disso, o ângulo de potência $\beta(t)$ pode ser calculado pela integração numérica de (4.21)-(4.23).

Na sequência, será avaliado o desempenho dos algoritmos de ajuste de sensibilidade de trajetória com a formulação tradicional (Seção 3.2) e com a abordagem de minimização (Seção 3.3).

A) Algoritmo de sensibilidade de trajetória tradicional

Nesta abordagem, a solução do modelo e as funções de sensibilidade devem ser calculadas utilizando um método numérico de integração. O método de integração trapezoidal foi escolhido para este objetivo.

Solução do modelo

Considere as EADs (4.21)-(4.23) do modelo. Aplicando o método trapezoidal, obtém-se:

$$F1 : 0 = -E'_{q(n+1)} + E'_{q(n)} + \frac{\Delta t}{2} \left[\frac{1}{T'_{do}} \left(E_{fd(n+1)} - E'_{q(n+1)} - (X_d - X'_d) I_{d(n+1)} \right) \right] + \dots$$

$$+ \frac{\Delta t}{2} \left[\frac{1}{T'_{do}} \left(E_{fd(n)} - E'_{q(n)} - (X_d - X'_d) I_{d(n)} \right) \right], \quad (4.30)$$

$$G1 : 0 = -E'_{d(n+1)} + E'_{d(n)} + \frac{\Delta t}{2} \left[\frac{1}{T'_{qo}} \left(-E'_{d(n+1)} + (X_q - X'_q) I_{q(n+1)} \right) \right] + \dots$$

$$+ \frac{\Delta t}{2} \left[\frac{1}{T'_{qo}} \left(-E'_{d(n)} + (X_q - X'_q) I_{q(n)} \right) \right], \quad (4.31)$$

$$H1 : 0 = I_{t(n+1)}^2 - I_{d(n+1)}^2 - I_{q(n+1)}^2, \quad (4.32)$$

onde os sub-índices n e $n + 1$ indicam os instantes de tempo $t_n = t_o + n\Delta t$ e $t_{n+1} = t_o + (n + 1)\Delta t$, respectivamente.

Este conjunto de equações não-lineares para as variáveis $E'_{q(n+1)}, E'_{d(n+1)}, \beta_{(n+1)}$ pode ser resolvido pelo método de Newton. Para tanto, utiliza-se como estimativa inicial $E'_{q(n+1)} = E'_{q(n)}$, $E'_{d(n+1)} = E'_{d(n)}$ e $\beta_{(n+1)} = \beta_{(n)}$, ou seja, a solução das mesmas equação em um passo anterior.

Denotando as equações (4.30), (4.31) e (4.32) por $F1$, $G1$ e $H1$, respectivamente, o vetor que contém estas equações é dado por:

$$W1 = \begin{pmatrix} F1(E'_{q(n+1)}, E'_{d(n+1)}, \beta_{(n+1)}) \\ G1(E'_{q(n+1)}, E'_{d(n+1)}, \beta_{(n+1)}) \\ H1(E'_{q(n+1)}, E'_{d(n+1)}, \beta_{(n+1)}) \end{pmatrix} \quad (4.33)$$

Fazendo $V_v = (E'_{q(n+1)}, E'_{d(n+1)}, \beta_{(n+1)})$ e aplicando o método de Newton, na iteração $n + 1$ obtém-se:

$$V_v^{n+1} = V_v^n - \left(\frac{\partial W1}{\partial V_v} \right)^{-1} W1 \Big|_n, \quad (4.34)$$

onde $\frac{\partial W1}{\partial V_v}$ é a matriz Jacobiana, dada por:

$$\frac{\partial W1}{\partial V_v} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F1}{\partial E'_{q(n+1)}} & \frac{\partial F1}{\partial E'_{d(n+1)}} & \frac{\partial F1}{\partial \beta_{(n+1)}} \\ \frac{\partial G1}{\partial E'_{q(n+1)}} & \frac{\partial G1}{\partial E'_{d(n+1)}} & \frac{\partial G1}{\partial \beta_{(n+1)}} \\ \frac{\partial H1}{\partial E'_{q(n+1)}} & \frac{\partial H1}{\partial E'_{d(n+1)}} & \frac{\partial H1}{\partial \beta_{(n+1)}} \end{pmatrix} \quad (4.35)$$

Este procedimento é repetido em todo o período de amostragem (vide algoritmo da Seção 3.2.2). No instante inicial $n = 0$, as seguintes estimativas foram consideradas $E'_{qo} = V_{to}$, $E'_{do} = 0$ e $\beta_o = \tan^{-1} \frac{P_e}{V_t^2 / X_d + Q_e}$.

Equações de sensibilidade

As equações de sensibilidade são obtidas derivando-se (4.21)-(4.25) em relação a cada parâmetro. Para o parâmetro X_d , por exemplo, têm-se:

$$\dot{\lambda}_{E'_q}^{X_d} = \frac{1}{T'_{do}} \left(-\lambda_{E'_q}^{X_d} - I_d - (X_d - X'_d) \frac{\partial I_d}{\partial X_d} \right) \quad (4.36)$$

$$\dot{\lambda}_{E'_d}^{X_d} = \frac{1}{T'_{qo}} \left(-\lambda_{E'_d}^{X_d} + (X_q - X'_q) \frac{\partial I_q}{\partial X_d} \right) \quad (4.37)$$

$$0 = -2I_d \frac{\partial I_d}{\partial X_d} - 2I_q \frac{\partial I_q}{\partial X_d} \quad (4.38)$$

$$\lambda_{P_e}^{X_d} = V_d \frac{\partial I_d}{\partial X_d} + V_q \frac{\partial I_q}{\partial X_d} + Q_e \lambda_\beta^{X_d} \quad (4.39)$$

$$\lambda_{Q_e}^{X_d} = V_q \frac{\partial I_d}{\partial X_d} - V_d \frac{\partial I_q}{\partial X_d} - P_e \lambda_\beta^{X_d}, \quad (4.40)$$

onde $\frac{\partial I_d}{\partial X_d} = \frac{1}{X'_d} \left(\lambda_{E'_q}^{X_d} + V_d \lambda_\beta^{X_d} \right)$ e $\frac{\partial I_q}{\partial X_d} = \frac{1}{X'_q} \left(V_q \lambda_\beta^{X_d} - \lambda_{E'_d}^{X_d} \right)$.

As equações de sensibilidade (4.36)-(4.38) formam um conjunto de EADs que pode ser resolvido utilizando o método trapezoidal como método de integração numérica, da mesma forma que o modelo (4.30)-(4.32) foi resolvido. No final do tempo amostrado, as funções de sensibilidades $\lambda_{E'_q}^{X_d}$, $\lambda_{E'_d}^{X_d}$, $\lambda_\beta^{X_d}$ e $\frac{\partial I_d}{\partial X_d}$, $\frac{\partial I_q}{\partial X_d}$ serão determinadas. Substituindo estas nas equações (4.39)-(4.40) as sensibilidades do vetor de saída são calculadas. Note ainda que P_e e Q_e aparecem também nas sensibilidades de saída, podendo portanto serem utilizadas como entradas de acoplamento a fim de ajudar na sincronização das saídas. As sensibilidades em relação aos outros parâmetros podem ser encontradas repetindo-se o mesmo procedimento.

A figura 4.6 apresenta o diagrama de blocos do processo de estimação dos parâmetros do gerador por intermédio desta abordagem. O conjunto de medidas do Sistema “Real” é composto pela tensão de excitação e pelas amplitudes de tensões e correntes trifásicas. A entrada é obtida através da transformação das tensões e correntes trifásicas em componentes de sequência positiva e pela tensão de excitação. A saída é composta pela potência ativa e reativa. O modelo é representado pelas EADs (4.21)-(4.29) e resolvido utilizando integração numérica. A matriz Γ e o vetor $\frac{\partial J(\rho)}{\partial \rho}$ são determinados a partir das funções de sensibilidade e das equações (3.17)-(3.19).

Resultados

Quando todos os parâmetros são estimados simultaneamente, o algoritmo da metodologia de sensibilidade de trajetória tradicional usualmente diverge devido a condições iniciais distantes dos valores verdadeiros e parâmetros poucos observáveis. Uma análise dos valores singulares é necessária para verificar os parâmetros mais observáveis, análise realizada através da decomposição QR, apresentada na Seção (3.4.2).

Figura 4.6: Diagrama do processo de estimação de parâmetros elétricos com a metodologia de sensibilidade de trajetória tradicional para o modelo de tensão de campo do gerador.

Portanto, aplicando o algoritmo da Seção (3.4.2), os parâmetros foram ordenados segundo sua influência na saída. Os resultados estão apresentados na Tabela 4.2, juntamente com os valores singulares da Matriz Γ . De acordo com os valores singulares observados, os parâmetros que mais influenciam a saída (parâmetros com alta-observabilidade) são X'_d , E'_{qo} , X_d , E'_{do} e X'_q . E os parâmetros com menor influência (parâmetros com baixa-observabilidade) correspondem a X_q , T'_{qo} e T'_{do} .

Tabela 4.2: Classificação dos parâmetros segunda sua influência na saída para o modelo de tensão de campo do gerador para o intervalo de tempo de 0,5 a 1,5 segundos do período pós-falta (desvio de 99% nos parâmetros em relação aos valores verdadeiros).

Par.	X'_d	E'_{qo}	E'_{do}	X'_q	X_d	X_q	T'_{qo}	T'_{do}
V. Sing	3,36	0,28	0,10	0,0076	0,0011	0,0002	$8,8 \cdot 10^{-6}$	$7,79 \cdot 10^{-6}$
	alta-observabilidade				$\longleftrightarrow$	baixa-observabilidade		

A Tabela 4.2 foi obtida considerando estimativas mais gerais para as condições iniciais $E'_{qo} = V_{to}$ e $E'_{do} = 0$, no entanto não foi possível estimar esses parâmetros em conjunto com os demais (X_d , X'_d , X_q , X'_q , T'_{do} , T'_{qo}) simultaneamente. Somente foi possível estimar E'_{qo} e E'_{do} em conjunto com os parâmetros mais observáveis (X'_d , X'_q , X_d).

Os parâmetros com baixa observabilidade (X_q , T'_{qo} , T'_{do}) dificultam a correta estimação simultânea de todos os parâmetros, mesmo que os parâmetros com alta observabilidade estejam perto dos valores verdadeiros. Então, algumas alternativas são propostas para contornar alguns destes problemas relatados com os parâmetros poucos observáveis. Primeiro, considera-se o fato que o modelo da máquina síncrona é o modelo de dois eixos, tipicamente utilizado para máquinas de polos lisos (turbogeradores), onde é comum pres-

supor ($X_d \cong X_q$), apesar de $X_d > X_q$ devido a distribuição não uniforme das ranhuras rotóricas dos turbogeradores. Além disso, convém lembrar que esta desigualdade decorre, principalmente, da diferença entre suas componentes de magnetização, X_{md} e X_{mq} . Por isso, dado o problema de observabilidade do parâmetro X_q , foi adotada tal aproximação ($X_d = X_q$) no processo de estimação dos parâmetros.

A seguir são apresentadas análises da estimação de parâmetros com a abordagem tradicional da metodologia de sensibilidade de trajetória para 3 janelas de tempo. Na primeira janela é mostrado que a constante de tempo transitória de eixo em quadratura T'_{qo} é melhor estimada em relação a segunda janela, onde o mesmo parâmetro apresentou problemas de observabilidade, inviabilizando sua estimação. Verificou-se também que para janelas de tempo posteriores, o parâmetro T'_{qo} apresentou os mesmos problemas, sendo portanto observável apenas no período inicial do pós falta, correspondente aos instantes iniciais do transitório. Portanto, para janelas de tempo posteriores, utiliza-se a estimativa de T'_{qo} obtida nesta primeira janela de tempo.

No algoritmo foi utilizado também o método de Levenberg-Marquardt, conforme apresentado na Seção (3.4.1). O método é muito útil para a minimização de funções quadráticas que consistem em somas de quadrados. Ele é utilizado de forma a garantir um decréscimo no valor da função objetivo.

1) Tempo de 0,5 a 1,5 segundos do período pós-falta

Este intervalo de tempo corresponde aos instantes iniciais do período pós-falta, correspondendo ao período inicial do transitório. Tanto o parâmetro T'_{qo} e T'_{do} foram estimados de maneira satisfatória, isto é, quando considerada a aproximação do modelo de dois eixos para a solução do parâmetro pouco observável X_q . Esta aproximação do modelo foi necessária também para todos os demais instante de tempo analisados, pois verificou-se que a estimação do parâmetro X_q impossibilita tanto sua própria estimação, bem como atrapalha numericamente a estimação dos outros parâmetros em conjunto com a metodologia. Para as seguintes estimativas das condições iniciais: $E'_{do} = 0,1603$ e $E'_{qo} = 1,2581$, os parâmetros foram estimados com alterações relativas entre -14% e 61% nos parâmetros iniciais com relação aos valores verdadeiros. Como exemplo, na tabela 4.3 são mostrados os resultados para uma alteração nos valores dos parâmetros de +61% em relação aos valores verdadeiros.

O parâmetro T'_{qo} foi o que apresentou o maior erro. Além disso, somente foi possível obter uma estimativa para tal parâmetro para esta primeira janela de tempo. Nas demais janelas (2 e 3), não foi possível obter uma estimativa de T'_{qo} (parâmetro não observável), utilizando-se portanto para as demais janelas a estimativa de T'_{qo} desta janela de tempo.

Tabela 4.3: Estimação de parâmetros da máquina síncrona (tempo de 0,5 a 1,5 segundos do período pós-falta).

Parâmetro	Estimativa Inicial	Desvio	Estimativa Final	Valor verdadeiro	Erro (%)
$X_d = X_q$	2,9141	+61%	1,7796	1,8100	-1,680
X'_d	0,4830	+61%	0,2987	0,300	-0,433
T'_{do}	12,88	+61%	7,8842	8,000	-1,450
X'_q	1,0465	+61%	0,6348	0,6500	-2,340
T'_{qo}	1,61	+61%	1,1683	1,000	16,83

2) Tempo de 1,5 a 4,0 segundos do período pós-falta

Para esta janela de tempo foram estimadas as seguintes condições iniciais: $E'_{do} = 0,3211$ e $E'_{qo} = 1,0260$. Conforme já mencionado, utilizou-se o resultado da estimação anterior do parâmetro T'_{qo} pelas razões supracitadas. Os parâmetros foram estimados com alterações relativas entre -10% e 99% nos parâmetros iniciais com relação aos valores verdadeiros. A tabela 4.4 mostra os resultados para uma alteração nos valores dos parâmetros de +99% em relação aos valores verdadeiros.

Tabela 4.4: Estimação de parâmetros da máquina síncrona (tempo de 1,0 a 4,0 segundos do período pós-falta).

Parâmetro	Estimativa Inicial	Desvio	Estimativa Final	Valor verdadeiro	Erro (%)
$X_d = X_q$	3.6019	+99%	1,8041	1,8100	-0,326
X'_d	0,5970	+99%	0,300	0,300	0,0
T'_{do}	15,92	+99%	8,096	8,000	1,2
X'_q	1,2935	+99%	0,6242	0,6500	-3,97

A margem de convergência aumentou em relação à primeira janela de tempo. Note que a alteração negativa diminuiu de -14% para -10%, porém a alteração positiva aumentou de 61% para 99% dos parâmetros verdadeiros. Apesar do parâmetro T'_{qo} tornar-se não observável, o parâmetro T'_{do} não perde observabilidade, conforme também é apresentado na terceira janela de tempo a seguir.

3) Tempo de 10,0 a 13,0 segundos do período pós-falta

As condições iniciais estimadas para esta janela de tempo foram: $E'_{do} = 0,3970$ e $E'_{qo} = 1,0660$. Aqui novamente utilizou-se a estimativa do parâmetro anterior de T'_{qo} . Os parâmetros foram estimados com alterações entre -27% e 99% de alterações positiva e negativa nos parâmetros iniciais. A tabela 4.5 mostra os resultados para uma alteração nos valores dos parâmetros de -27% em relação aos valores verdadeiros.

A margem de convergência para alteração negativa aumentou de -10% para -27% dos valores verdadeiros, em relação a janela de tempo anterior. E ainda, o parâmetro T'_{do} foi

Tabela 4.5: Estimação de parâmetros da máquina síncrona (tempo de 10,0 a 13,0 segundos do período pós-falta).

Parâmetro	Estimativa Inicial	Desvio	Estimativa Final	Valor verdadeiro	Erro (%)
$X_d = X_q$	1,3213	-27%	1,8035	1,8100	-0,36
X'_d	0,2190	-27%	0,3024	0,300	0,8
T'_{do}	5,840	-27%	8,2376	8,000	2,97
X'_q	0,4745	-27%	0,6878	0,6500	5,81

estimado com erro de 2,97%. Além disso, nesta janela de tempo, todos os parâmetros foram estimados com margem de erro inferior a 6%. Na figura 4.7 são apresentadas as saídas reais e, estimadas do modelo. A figura 4.8 apresenta a estimativa do ângulo de potência (β), obtida como subproduto da metodologia.

Figura 4.7: Saídas reais e estimadas do modelo - Potências ativa (Pe) e reativa (Qe).

Para alterações negativas dos parâmetros, inferiores àquelas apresentadas nos resultados anteriores, o algoritmo produz um conjunto de parâmetros para o qual a equação algébrica não possui solução (singularidades) e a estimação dos parâmetros não é efetuada. Então, para contornar os problemas de singularidades na equação algébrica, apresenta-se a seguir a aplicação do algoritmo de sensibilidade de trajetória com abordagem de minimização, estudada na Seção (3.3), para a solução das EADs do gerador síncrono.

Figura 4.8: Estimativa do ângulo de potência (β), obtida como subproduto da metodologia.

B) Algoritmo de sensibilidade de trajetória com abordagem de minimização

Os problemas de não solução da equação algébrica do sistema de EADs do modelo podem ser evitados substituindo-se as equações (4.21)-(4.25) pelo problema de minimização conforme proposto na Seção (3.3).

O modelo de minimização é dado por:

$$\begin{aligned} \min_{(x,z)} \quad & g^2(E'_q, E'_d, \beta, \rho, I_t, V_t, E_{fd}) \\ \text{s.a.} \quad & \begin{cases} \dot{E}'_q = \frac{1}{T'_{do}}[E_{fd} - E'_q - (X_d - X'_d)I_d] \\ \dot{E}'_d = \frac{1}{T'_{qo}}[-E'_d + (X_q - X'_q)I_q] \end{cases} \end{aligned} \quad (4.41)$$

$$y = \begin{cases} P_e = V_d I_d + V_q I_q \\ Q_e = V_q I_d - V_d I_q \end{cases} \quad (4.42)$$

sendo $g(\overbrace{E'_q, E'_d}^x, \overbrace{\beta}^z, \overbrace{\rho, I_t, V_t, E_{fd}}^u) = I_t^2 - I_d^2 - I_q^2$. O vetor de saída y pode ser calculado por simples substituição das variáveis intermediárias V_d , V_q , I_d , I_q , e portanto, não será considerado no equacionamento nas seções seguintes.

Utilizando o método trapezoidal para integrar as equações diferenciais, a forma discreta do problema prévio é dada por:

$$\min_{(x,z)} \quad g_{(n+1)}^2(E'_q, E'_d, \beta, \rho, I_t, V_t, E_{fd}) \quad (4.43)$$

$$\text{s.a.} \quad \begin{cases} E'_{q(n+1)} - E'_{q(n)} - \frac{\Delta t}{2} f_{1(n+1)} - \frac{\Delta t}{2} f_{1(n)} = 0 \\ E'_{d(n+1)} - E'_{d(n)} - \frac{\Delta t}{2} f_{2(n+1)} - \frac{\Delta t}{2} f_{2(n)} = 0 \end{cases} \quad (4.44)$$

onde:

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{1}{T'_{do}}(E_{fd} - E'_q - (X_d - X'_d)I_d) \\ f_2 &= \frac{1}{T'_{qo}}(-E'_d + (X_q - X'_q)I_q) \end{aligned}$$

Os sub-índices n e $n + 1$ denotam os valores das variáveis nos tempos $t_n = t_o + n\Delta t$ e $t_{n+1} = t_o + (n + 1)\Delta t$, respectivamente. A função Lagrangeana associada é escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} L &= g_{(n+1)}^2 + \mu_{1(n+1)} \left(E'_{q(n+1)} - E'_{q(n)} - \frac{\Delta t}{2} f_{1(n+1)} - \frac{\Delta t}{2} f_{1(n)} \right) \\ &\quad + \mu_{2(n+1)} \left(E'_{d(n+1)} - E'_{d(n)} - \frac{\Delta t}{2} f_{2(n+1)} - \frac{\Delta t}{2} f_{2(n)} \right) \end{aligned} \quad (4.45)$$

onde μ_1 e μ_2 são os multiplicadores de Lagrange.

Aplicando a primeira condição de otimalidade de KKT (Karush-Kuhn-Tucker) (BA-ZARAA, 1979) em (4.45), tem-se que:

$$\frac{\partial L}{\partial E'_{q(n+1)}} = 2g_{(n+1)} \frac{\partial g_{(n+1)}}{\partial E'_{q(n+1)}} + \mu_{1(n+1)} \left(1 - \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial f_{1(n+1)}}{\partial E'_{q(n+1)}} \right) + \mu_{2(n+1)} \left(-\frac{\Delta t}{2} \frac{\partial f_{2(n+1)}}{\partial E'_{q(n+1)}} \right) \quad (4.46)$$

onde:

$$\frac{\partial g_{(n+1)}}{\partial E'_{q(n+1)}} = -2I_{d(n+1)} \frac{\partial I_{d(n+1)}}{\partial E'_{q(n+1)}} - 2I_{q(n+1)} \frac{\partial I_{q(n+1)}}{\partial E'_{q(n+1)}} \quad (4.47)$$

$$\frac{\partial I_{d(n+1)}}{\partial E'_{q(n+1)}} = \frac{1}{X'_d} \quad (4.48)$$

$$\frac{\partial I_{q(n+1)}}{\partial E'_{q(n+1)}} = 0 \quad (4.49)$$

$$\frac{\partial f_{1(n+1)}}{\partial E'_{q(n+1)}} = \frac{1}{T'_{do}} \left[-1 - (X_d - X'_d) \frac{\partial I_{d(n+1)}}{\partial E'_{q(n+1)}} \right] = -\frac{X_d}{T'_{do} X'_d} \quad (4.50)$$

$$\frac{\partial f_{2(n+1)}}{\partial E'_{q(n+1)}} = \frac{1}{T'_{qo}} \left[(X_q - X'_q) \frac{\partial I_{q(n+1)}}{\partial E'_{q(n+1)}} \right] = 0. \quad (4.51)$$

Substituindo (4.48)-(4.51) em (4.46) tem-se (4.52):

$$\frac{\partial L}{\partial E'_{q(n+1)}} = -\frac{4}{X'_d} g_{(n+1)} I_{d(n+1)} + \mu_{1(n+1)} \left(1 + \frac{\Delta t X_d}{2T'_{do} X'_d} \right). \quad (4.52)$$

Procedendo de maneira similar encontra-se $\frac{\partial L}{\partial E'_{d(n+1)}}$, $\frac{\partial L}{\partial \beta_{n+1}}$, $\frac{\partial L}{\partial \mu_{1(n+1)}}$ e $\frac{\partial L}{\partial \mu_{2(n+1)}}$. Assim, as equações obtidas derivando a função Lagrangeana L pelas variáveis $E'_{q(n+1)}$, $E'_{d(n+1)}$, $\beta_{(n+1)}$, $\mu_{1(n+1)}$ e $\mu_{2(n+1)}$ são:

$$\frac{\partial L}{\partial E'_{q(n+1)}} = -\frac{4}{X'_d} g_{(n+1)} I_{d(n+1)} + \mu_{1(n+1)} \left(1 + \frac{\Delta t X_d}{2T'_{do} X'_d} \right) \quad (4.53)$$

$$\frac{\partial L}{\partial E'_{d(n+1)}} = \frac{4}{X'_q} g_{(n+1)} I_{q(n+1)} + \mu_{2(n+1)} \left(1 + \frac{\Delta t X_q}{2T'_{qo} X'_q} \right) \quad (4.54)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \beta_{(n+1)}} = & -4g_{(n+1)} \left(\frac{I_{d(n+1)} V_{d(n+1)}}{X'_d} + \frac{I_{q(n+1)} V_{q(n+1)}}{X'_q} \right) + \mu_{1(n+1)} \left(\frac{\Delta t (X_d - X'_d)}{2T'_{do} X'_d} V_{d(n+1)} \right) + \dots \\ & \mu_{2(n+1)} \left(\frac{-\Delta t (X_q - X'_q)}{2T'_{qo} X'_q} V_{q(n+1)} \right) \end{aligned} \quad (4.55)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \mu_{1(n+1)}} = & E'_{q(n+1)} - E'_{q(n)} - \frac{\Delta t}{2T'_{do}} \left(E_{fd(n+1)} - E'_{q(n+1)} - (X_d - X'_d) I_{d(n+1)} \right) - \dots \\ & \frac{\Delta t}{2T'_{do}} \left(E_{fd(n)} - E'_{q(n)} - (X_d - X'_d) I_{d(n)} \right) \end{aligned} \quad (4.56)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \mu_{2(n+1)}} = & E'_{d(n+1)} - E'_{d(n)} - \frac{\Delta t}{2T'_{qo}} \left(-E'_{d(n+1)} + (X_q - X'_q) I_{q(n+1)} \right) - \dots \\ & \frac{\Delta t}{2T'_{qo}} \left(-E'_{d(n)} + (X_q - X'_q) I_{q(n)} \right), \end{aligned} \quad (4.57)$$

sendo $I_{d(n)} = \frac{E'_{q(n)} - V_{q(n)}}{X'_d}$, $I_{d(n+1)} = \frac{E'_{q(n+1)} - V_{q(n+1)}}{X'_d}$, $I_{q(n)} = \frac{V_{d(n)} - E'_{d(n)}}{X'_q}$, $I_{q(n+1)} = \frac{V_{d(n+1)} - E'_{d(n+1)}}{X'_q}$, e $g_{(n+1)} = I_{t(n+1)}^2 - I_{d(n+1)}^2 - I_{q(n+1)}^2$.

Este conjunto de equações não-lineares pode ser resolvido pelo método de Newton nas variáveis $E'_{q(n+1)}$, $E'_{d(n+1)}$, $\beta_{(n+1)}$, $\mu_{1(n+1)}$ e $\mu_{2(n+1)}$. Para tanto, utiliza-se como estimativa inicial $E'_{q(n+1)} = E'_{q(n)}$, $E'_{d(n+1)} = E'_{d(n)}$, $\beta_{(n+1)} = \beta_{(n)}$, $\mu_{1(n+1)} = \mu_{1(n)}$ e $\mu_{2(n+1)} = \mu_{2(n)}$.

Definindo:

$$W1 = \left(\frac{\partial L}{\partial E'_{q(n+1)}}, \frac{\partial L}{\partial E'_{d(n+1)}}, \frac{\partial L}{\partial \beta_{(n+1)}}, \frac{\partial L}{\partial \mu_{1(n+1)}}, \frac{\partial L}{\partial \mu_{2(n+1)}} \right)^T, \quad (4.58)$$

$$V_v = (E'_{q(n+1)}, E'_{d(n+1)}, \beta_{(n+1)}, \mu_{1(n+1)}, \mu_{2(n+1)})^T, \quad (4.59)$$

e aplicando o método de Newton para a iteração $n + 1$, obtém-se:

$$V_v^{n+1} = V_v^n - \left(\frac{\partial W1}{\partial V_v} \right)^{-1} W1 \Big|_n. \quad (4.60)$$

Este procedimento deve ser repetido para todo n dentro do período de integração. Ao longo do processo serão determinadas as variáveis do modelo: $E'_q(t)$, $E'_d(t)$, $\beta(t)$, $\mu_1(t)$ e $\mu_2(t)$ (vide procedimento para integrar equações algébrico-diferenciais da Seção 3.2.2). No apêndice (A) mostram-se as equações da matriz Jacobiana $\frac{\partial W1}{\partial V_v}$.

Equações de Sensibilidade

As equações de sensibilidade de trajetória podem ser obtidas derivando-se as equações (4.53)-(4.57) em relação a cada parâmetro e a sua solução pode ser obtida usando o método de Newton.

A Figura 4.9 apresenta o diagrama de blocos com a abordagem de minimização proposta nesta Seção. Trata-se do modelo através do problema de minimização (4.41)-(4.42).

A matriz Γ e o vetor $\frac{\partial J(\rho)}{\partial \rho}$ são determinados a partir das funções de sensibilidade e das equações (3.17)-(3.19). As equações para encontrar as funções de sensibilidade estão mostradas no Apêndice (A).

Figura 4.9: Diagrama do processo de estimação de parâmetros elétricos com a metodologia de sensibilidade com a abordagem de minimização.

Resultados

A metodologia com esta abordagem aumentou a região de convergência da máxima alteração negativa dos parâmetros, pois para valores maiores que a máxima alteração negativa o algoritmo da metodologia tradicional produz um conjunto de parâmetros para o qual a equação algébrica não possui solução e o uso da metodologia tradicional fica comprometido. Utilizando o algoritmo com a abordagem de minimização relaxa-se esta restrição, permitindo a aplicação da metodologia através desta abordagem.

Para as mesmas condições iniciais estimadas em cada uma das 3 janelas apresentadas para a metodologia tradicional obteve-se um relaxamento da solução algébrica para todas as janelas de tempos apresentadas. Para a primeira janela de tempo (tempo de 0,5 a 1,5 segundos) obteve-se um aumento da máxima alteração negativa de -14% para -25%, enquanto que para a segunda janela (tempo de 1,0 a 4,0 segundos) obteve-se apenas um aumento de -10% para -13%. Já para a terceira (tempo de 10,0 a 13,0 segundos) passou de -27% para -43% a máxima alteração negativa dos parâmetros em relação aos valores verdadeiros.

A tabela 4.6 mostra os resultados com a metodologia de sensibilidade de trajetória com a abordagem de minimização aplicada para a terceira janela de tempo. A figura

4.10 apresenta os valores da função $g^2(\cdot)$ no início e ao final do processo de estimação dos parâmetros.

Tabela 4.6: Estimação de parâmetros da máquina síncrona (tempo de 10,0 a 13,0 segundos do período pós-falta) utilizando a abordagem de minimização.

Parâmetro	Estimativa Inicial	Desvio	Estimativa Final	Valor verdadeiro	Erro (%)
$X_d = X_q$	1,0317	-43%	1,8075	1,8100	-0,138
X'_d	0,1710	-43%	0,3015	0,300	0,5
T'_{do}	4,56	-43%	8,1826	8,000	2,28
X'_q	0,3705	-43%	0,6754	0,6500	3,77

No início, com alteração de -43% dos parâmetros em relação aos parâmetros verdadeiros, a função $g(\cdot)$ não possui solução no intervalo entre 11 e 13 segundos (vide figura 4.10), e o modelo com a aplicação da metodologia de sensibilidade de trajetória tradicional não pode ser utilizado, enquanto que com a abordagem de minimização relaxa-se esta restrição do modelo, podendo ser aplicada a metodologia. Como era esperado, a função $g(\cdot)$ é nula para todo o intervalo de integração após a convergência no final do processo de estimação dos parâmetros, conforme ilustrado na figura 4.10.

Figura 4.10: Função $g(\cdot)^2$ no início e ao final do processo de estimação dos parâmetros para uma alteração de -43% em relação aos parâmetros verdadeiros.

A seguir na próxima Seção é apresentada a aplicação da metodologia de sensibilidade de trajetória para o modelo de gerador síncrono utilizando a corrente de campo do gerador.

4.5 Modelo do Gerador Síncrono: Corrente de campo

A abordagem do modelo através da corrente de campo surge como uma alternativa prática para o problema de estimação de parâmetros do gerador síncrono, tendo em vista que a corrente de campo é usualmente medida nas unidades geradoras pelas diversas empresas do setor. Sendo também uma alternativa de entrada do sistema de excitação, caso a tensão de campo do gerador seja uma medida não disponível.

Considere, portanto, as equações diferenciais do modelo de dois eixos da máquina síncrona descrito na Seção (2.7.6), para o modelo de dois eixos modificado:

$$\dot{\delta} = \omega - \omega_s \quad (4.61)$$

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_s}{2H} [P_m - (V_d I_d + V_q I_q)] \quad (4.62)$$

$$\dot{E}'_d = \frac{1}{T'_{qo}} [-E'_d + (X_q - X'_q) I_q] \quad (4.63)$$

$$I_d = \frac{X_{md} I_{fd} - V_q}{X_d} \quad (4.64)$$

$$I_q = \frac{V_d - E'_d}{X'_q}, \quad (4.65)$$

onde I_d (corrente em eixo direto) e I_q (corrente em eixo em quadratura) são variáveis intermediárias, descritas em (4.64) e (4.65). Os parâmetros elétricos do gerador síncrono deste modelo são:

X_d : Reatância de eixo direto.

X_q : Reatância de eixo em quadratura.

X_{md} : Reatância mútua de eixo direto.

X'_q : Reatância transitória de eixo em quadratura.

T'_{qo} : Constante de tempo de eixo em quadratura em circuito aberto.

Este modelo para máquina síncrona de rotor de polos lisos, possui 3 variáveis de estados (δ , ω , E'_d) e 6 parâmetros (X_d , X_q , X_{md} , X'_q , T'_{qo} , H). Ele não contempla os parâmetros X'_d e T'_{do} em comparação ao modelo utilizando a tensão de campo, no entanto apresenta um novo parâmetro X_{md} , a partir do qual é possível obter o parâmetro X_l (reatância de dispersão do estator).

Nesta nova formulação do modelo de dois eixos serão estimados apenas os parâmetros elétricos, pois o processo de identificação do parâmetro mecânico (H) é idêntico ao processo da Seção (4.4.1).

O estado $E'_d(t)$ não pode ser medido e o ângulo β não é observável a partir das medidas disponíveis, como visto anteriormente. Então, segue-se procedimento similar ao modelo

anterior, porém agora utiliza-se como entrada do sistema de excitação a corrente de campo $I_{fd}(t)$ ao invés da tensão de campo $E_{fd}(t)$. Assim, propõe-se novamente utilizar o método para calcular numericamente β , isto é, para estimar os parâmetros elétricos utilizaremos novamente a equação algébrica que relaciona a corrente vista nos terminais do estator e o ângulo β . As potências elétrica ativa e reativa continuam sendo saídas, a corrente elétrica I_t , a tensão terminal V_t , e a corrente de campo I_{fd} são as entradas. As equações deste modelo para o gerador são as equações (4.63)-(4.65), a equação algébrica (4.20) e as saídas P_e e Q_e . Conforme descrito a seguir:

$$\dot{E}'_d = \frac{1}{T'_{qo}} [-E'_d + (X_q - X'_q)I_q] \quad (4.66)$$

$$0 = I_t^2 - I_d^2 - I_q^2 \quad (4.67)$$

$$P_e = V_d I_d + V_q I_q \quad (4.68)$$

$$Q_e = V_q I_d - V_d I_q, \quad (4.69)$$

em que V_d , V_q , I_d , I_q são variáveis intermediárias, obtidas por:

$$V_d = V_t \sin(\beta) \quad (4.70)$$

$$V_q = V_t \cos(\beta) \quad (4.71)$$

$$I_d = \frac{X_{md} I_{fd} - V_q}{X_d} \quad (4.72)$$

$$I_q = \frac{V_d - E'_d}{X'_q}. \quad (4.73)$$

Este modelo contém seis parâmetros $\rho = (X_d, X_q, X_{md}, X'_q, T'_{qo}, E'_{do})^T$, uma variável de estado $x = (E'_d(t))$ e uma variável algébrica $z = (\beta(t))$. O vetor de entrada é $u = (I_{fd}(t), I_t(t), V_t(t))^T$ e o vetor de saída é $y = (P_e(t), Q_e(t))^T$.

Os parâmetros deste modelo podem ser estimados a partir das EADs do modelo (4.66)-(4.73) utilizando a abordagem tradicional da metodologia de sensibilidade de trajetória estudada na Seção (3.2). Além disso, o ângulo de potência $\beta(t)$ pode ser calculado pela integração numérica de (4.66)-(4.67).

A seguir, será avaliado o desempenho dos algoritmos de ajuste de sensibilidade de trajetória com a formulação tradicional (Seção 3.2) e com a abordagem de minimização (Seção 3.3).

4.5.1 Algoritmo de sensibilidade de trajetória tradicional

Nesta abordagem, a solução do modelo e as funções de sensibilidade devem ser calculadas utilizando um método numérico de integração. O método de integração trapezoidal foi escolhido para este objetivo.

Solução do modelo

Considere as EADs (4.66)-(4.67) do modelo e aplicando o método trapezoidal, obtém-se:

$$F1 : 0 = -E'_{d(n+1)} + E'_{d(n)} + \frac{\Delta t}{2} \left[\frac{1}{T'_{qo}} \left(-E'_{d(n+1)} + (X_q - X'_q) I_{q(n+1)} \right) \right] + \dots \\ + \frac{\Delta t}{2} \left[\frac{1}{T'_{qo}} \left(-E'_{d(n)} + (X_q - X'_q) I_{q(n)} \right) \right], \quad (4.74)$$

$$G1 : 0 = I_{t(n+1)}^2 - I_{d(n+1)}^2 - I_{q(n+1)}^2, \quad (4.75)$$

onde os sub-índices n e $n + 1$ indicam os instantes de tempo $t_n = t_o + n\Delta t$ e $t_{n+1} = t_o + (n + 1)\Delta t$, respectivamente.

Este conjunto de equações não-lineares para as variáveis $E'_{q(n+1)}, E'_{d(n+1)}, \beta_{(n+1)}$ pode ser resolvido pelo método de Newton. Para tanto, utiliza-se como estimativa inicial $E'_{d(n+1)} = E'_{d(n)}$ e $\beta_{(n+1)} = \beta_{(n)}$, ou seja, as soluções das mesmas equações em um passo anterior.

Denotando as equações (4.74) e (4.32) por $F1$ e $G1$, respectivamente, o vetor que contém estas equações é dado por:

$$W1 = \begin{pmatrix} F1(E'_{d(n+1)}, \beta_{(n+1)}) \\ G1(E'_{d(n+1)}, \beta_{(n+1)}) \end{pmatrix} \quad (4.76)$$

Fazendo $V_v = (E'_{d(n+1)}, \beta_{(n+1)})$ e aplicando o método de Newton, na iteração $n + 1$ obtém-se:

$$V_v^{n+1} = V_v^n - \left(\frac{\partial W1}{\partial V_v} \right)^{-1} W1 \Big|_n, \quad (4.77)$$

onde $\frac{\partial W1}{\partial V_v}$ é a matriz Jacobiana, dada por:

$$\frac{\partial W1}{\partial V_v} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F1}{\partial E'_{d(n+1)}} & \frac{\partial F1}{\partial \beta_{(n+1)}} \\ \frac{\partial G1}{\partial E'_{d(n+1)}} & \frac{\partial G1}{\partial \beta_{(n+1)}} \end{pmatrix} \quad (4.78)$$

Este procedimento é repetido em todo o período de amostragem (vide algoritmo da Seção 3.2.2). No instante inicial $n = 0$, as seguintes estimativas foram consideradas: $E'_{do} = 0$ e $\beta_o = \tan^{-1} \frac{P_e}{V_t^2/X_d + Q_e}$.

Equações de sensibilidade

As equações de sensibilidade são obtidas derivando-se (4.66)-(4.69) em relação a cada parâmetro. Para o parâmetro X_d , por exemplo, têm-se:

$$\dot{\lambda}_{E'_d}^{X_d} = \frac{1}{T'_{qo}} \left(-\lambda_{E'_d}^{X_d} + (X_q - X'_q) \frac{\partial I_q}{\partial X_d} \right) \quad (4.79)$$

$$0 = -2I_d \frac{\partial I_d}{\partial X_d} - 2I_q \frac{\partial I_q}{\partial X_d} \quad (4.80)$$

$$\lambda_{P_e}^{X_d} = V_d \frac{\partial I_d}{\partial X_d} + V_q \frac{\partial I_q}{\partial X_d} + Q_e \lambda_\beta^{X_d} \quad (4.81)$$

$$\lambda_{Q_e}^{X_d} = V_q \frac{\partial I_d}{\partial X_d} - V_d \frac{\partial I_q}{\partial X_d} - P_e \lambda_\beta^{X_d}, \quad (4.82)$$

onde $\frac{\partial I_d}{\partial X_d} = \frac{1}{X_d} (V_d \lambda_\beta^{X_d} - I_d)$ e $\frac{\partial I_q}{\partial X_d} = \frac{1}{X'_q} (V_q \lambda_\beta^{X_d} - \lambda_{E'_d}^{X_d})$.

As equações de sensibilidade (4.36)-(4.38) formam um conjunto de EADs que pode ser resolvido utilizando o método trapezoidal como método de integração numérica, da mesma forma que o modelo (4.74)-(4.75) foi resolvido. No final do tempo amostrado, as funções de sensibilidades $\lambda_{E'_d}^{X_d}$, $\lambda_\beta^{X_d}$ e $\frac{\partial I_d}{\partial X_d}$, $\frac{\partial I_q}{\partial X_d}$ serão determinadas. Substituindo estas nas equações (4.81)-(4.82) as sensibilidades do vetor de saída são calculadas. Note novamente que P_e e Q_e aparecem também nas sensibilidades de saída, podendo portanto serem utilizadas como entradas de acoplamento a fim de ajudar na sincronização das saídas. As sensibilidades em relação aos outros parâmetros podem ser encontradas repetindo-se o mesmo procedimento.

A figura 4.11 apresenta o diagrama de blocos do processo de estimação dos parâmetros do gerador por intermédio desta abordagem. O conjunto de medidas do Sistema “Real” é composto pela corrente de excitação e pelas amplitudes de tensões e correntes trifásicas. A entrada é obtida através da transformação das tensões e correntes trifásicas em componentes de sequência positiva e pela corrente de excitação. A saída é composta pelas potências ativa e reativa. O modelo é representado pelas EADs (4.21)-(4.29) e resolvido utilizando integração numérica. A matriz Γ e o vetor $\frac{\partial J(\rho)}{\partial \rho}$ são determinados a partir das funções de sensibilidade e das equações (3.17)-(3.19).

Resultados

Assim como ocorreu com o modelo utilizando a tensão de campo como entrada, não foi possível estimar todos os parâmetros simultaneamente. Usualmente, o algoritmo da metodologia de sensibilidade de trajetória diverge devido a condições iniciais distantes dos valores reais e também por causa de parâmetros poucos observáveis. Por isso, uma análise dos valores singulares é necessária para verificar os parâmetros com um grau maior de observabilidade, análise realizada através da decomposição QR, apresentada na Seção (3.4.2). Os parâmetros são ordenados segundo sua influência na saída. Os resultados estão apresentados na Tabela 4.7, juntamente com os valores singulares da Matriz Γ . De

Figura 4.11: Diagrama do processo de estimação de parâmetros elétricos com a metodologia de sensibilidade de trajetória tradicional para a abordagem em corrente.

acordo com os valores singulares observados, os parâmetros que mais influenciam a saída (parâmetros com alta-observabilidade) são X_{md} , X_d e E'_{do} . E os parâmetros com menor influência (parâmetros com baixa-observabilidade) correspondem a X'_q , X_q e T'_{qo} .

Tabela 4.7: Classificação dos parâmetros segunda sua influência na saída para o modelo de corrente de campo do gerador para o intervalo de tempo de 1,0 a 3,0 segundos do período pós-falta (desvio de -60% nos parâmetros em relação aos valores verdadeiros).

Par.	X_{md}	X_d	X_q	X'_q	E'_{do}	T'_{qo}
V. Sing	22,97	2,52	0,828	0,314	0,0396	0,0268
	alta-observabilidade			$\longleftrightarrow$	baixa-observabilidade	

A Tabela 4.7 foi obtida considerando estimativas mais gerais para a condição inicial $E'_{do} = 0$, no entanto não foi possível estimar esse parâmetro em conjunto com os demais (X_d , X_q , X_{md} , X'_q , T'_{qo}) simultaneamente. Somente foi possível estimar E'_{do} em conjunto com os parâmetros mais observáveis (X_{md} , X_d).

Os parâmetros com baixa observabilidade (X_q , X'_q , T'_{qo}) dificultam a correta estimação simultânea de todos os parâmetros, mesmo que os parâmetros com alta observabilidade estejam perto dos valores verdadeiros. Então, algumas alternativas são propostas para contornar alguns destes problemas relatados com os parâmetros poucos observáveis. Primeiro, considera-se o fato do modelo da máquina síncrona é o modelo de dois eixos, tipicamente utilizado para máquinas de polos lisos (turbogeradores), onde é comum pressupor ($X_d \cong X_q$), apesar de $X_d > X_q$ devido a distribuição não uniforme das ranhuras rotóricas dos turbogeradores. Por isso, utiliza-se o mesmo procedimento seguido para o caso anterior (entrada para tensão de campo E_{fd}), dado o problema de observabilidade

do parâmetro X_q , onde foi adotada tal aproximação ($X_d = X_q$) no processo de estimação dos parâmetros.

A seguir são apresentadas análises da estimação de parâmetros com a abordagem tradicional da metodologia de sensibilidade de trajetória para 2 janelas de tempo. Na primeira janela de tempo a constante de tempo transitória de eixo em quadratura T'_{qo} é estimada e utiliza-se o valor estimado na segunda janela, onde o mesmo parâmetro apresentou problemas de observabilidade, inviabilizando sua estimação. Verificou-se também para janelas de tempo posteriores, que o parâmetro T'_{qo} apresentou os mesmos problemas, sendo portanto observável apenas no período inicial do pós falta, correspondente aos instantes iniciais do transitório. Portanto, assim como no caso da tensão de campo, para janelas de tempo posteriores, utiliza-se a estimativa de T'_{qo} obtida nesta primeira janela de tempo. Foi utilizado também no algoritmo o método de Levenberg-Marquardt, conforme apresentado na Seção (3.4.1).

1) Tempo de 1,0 a 3,0 segundos do período pós-falta

Considerando a aproximação do modelo de dois eixos para a solução do parâmetro pouco observável X_q ; a seguinte estimativa da condição inicial foi obtida: $E'_{do} = -0,1614$. Os parâmetros foram estimados com alterações relativas entre -56% e 4% nos parâmetros iniciais com relação aos valores verdadeiros. Como exemplo, na tabela 4.8 são mostrados os resultados para uma alteração nos valores dos parâmetros de -56% em relação aos valores verdadeiros.

Tabela 4.8: Estimação de parâmetros da máquina síncrona (tempo de 1,0 a 3,0 segundos do período pós-falta) para o modelo utilizando a corrente de campo do gerador.

Parâmetro	Estimativa Inicial	Desvio	Estimativa Final	Valor verdadeiro	Erro (%)
$X_d = X_q$	0,7964	-56%	1,7719	1,8100	-2,105
X_{md}	0,7304	-56%	1,6253	1,66	-2,09
$X_l = X_d - X_{md}$	0,066	-56%	0,1466	0,15	-2,27
X'_q	0,2860	-56%	0,5195	0,6500	-20,1
T'_{qo}	0,44	-56%	0,8622	1,000	-13,8

Os parâmetros X'_q e T'_{qo} foram os que apresentaram os maiores erros. Trata-se dos parâmetros com baixa observabilidade, apresentando pouca influência na saída. Na janela de tempo apresentada a seguir não foi possível estimar o parâmetro T'_{qo} (parâmetro não observável), utiliza-se portanto a estimativa de T'_{qo} obtida nesta primeira janela de tempo.

2) Tempo de 10,0 a 13,0 segundos do período pós-falta

Para esta janela de tempo foi estimada a seguinte condição inicial: $E'_{do} = 0,3453$. Os parâmetros foram estimados com alterações relativas entre -47% e 28% nos parâmetros

iniciais com relação aos valores verdadeiros. A tabela 4.9 mostra os resultados para uma alteração nos valores dos parâmetros de +28% em relação aos valores verdadeiros.

Tabela 4.9: Estimação de parâmetros da máquina síncrona (tempo de 10,0 a 13,0 segundos do período pós-falta) para o modelo utilizando a corrente de campo do gerador.

Parâmetro	Estimativa Inicial	Desvio	Estimativa Final	Valor verdadeiro	Erro (%)
$X_d = X_q$	2,3168	+28%	1,7577	1,8100	-3,28
X_{md}	2,1248	+28%	1,6248	1,66	-2,41
$X_l = X_d - X_{md}$	0,192	+28%	0,1329	0,15	-11,4
X'_q	0,8320	+28%	0,5731	0,6500	-11,83

A margem de convergência aumentou em relação à primeira janela de tempo. Note que embora a alteração negativa diminuiu de -56% para -47%, a alteração positiva aumentou de 4% para 28% nos parâmetros iniciais com relação aos valores verdadeiros. Apesar do parâmetro T'_{qo} tornar-se não observável, os demais parâmetros são estimados nesta janela de tempo. Observe a figura 4.12, onde são apresentadas as saídas reais e, estimadas do modelo. Na figura 4.13 apresenta-se a estimativa do ângulo de potência (β), obtida como subproduto da metodologia.

Figura 4.12: Saídas reais e estimadas do modelo - Potências ativa (Pe) e reativa (Qe) para o modelo utilizando a corrente de campo do gerador.

Figura 4.13: Estimativa do ângulo de potência (β), obtida como subproduto da metodologia para o modelo utilizando a corrente de campo do gerador.

Nota-se que as alterações positivas nos parâmetros iniciais em relação aos parâmetros verdadeiros são menores que as alterações negativas nos parâmetros. Isto se deve não apenas à região de convergência, mas também porque para alterações positivas nos parâmetros o algoritmo produz um conjunto de parâmetros para o qual o modelo não possui solução e a estimação dos parâmetros não pode ser efetuada. Por isso, para contornar os problemas de singularidades na equação algébrica, apresenta-se a seguir a aplicação do algoritmo de sensibilidade de trajetória com abordagem de minimização, estudada na Seção (3.3), para a solução das EADs do gerador síncrono para o modelo em corrente de campo.

4.5.2 Algoritmo de sensibilidade de trajetória com abordagem de minimização

Os problemas de não solução da equação algébrica do sistema de EADs do modelo podem ser evitados substituindo-se as equações (4.66)-(4.69) pelo problema de minimização conforme proposto na Seção (3.3).

O modelo de minimização para o modelo utilizando a corrente de campo do gerador é dado por:

$$\begin{aligned} \min_{(x,z)} \quad & g^2(E'_d, \beta, \rho, I_t, V_t, I_{fd}) \\ \text{s.a.} \quad & \begin{cases} \dot{E}'_d = \frac{1}{T'_{qo}} [-E'_d + (X_q - X'_q)I_q] \end{cases} \end{aligned} \quad (4.83)$$

$$y = \begin{cases} P_e = V_d I_d + V_q I_q \\ Q_e = V_q I_d - V_d I_q \end{cases} \quad (4.84)$$

sendo $g(\overbrace{E'_d}^x, \overbrace{\beta}^z, \rho, \overbrace{I_t, V_t, I_{fd}}^u) = I_t^2 - I_d^2 - I_q^2$. O vetor de saída y pode ser calculado por simples substituição das variáveis intermediárias V_d , V_q , I_d , I_q , e portanto, não será considerado no equacionamento nas seções seguintes.

Utilizando o método trapezoidal para integrar as equações diferenciais, a forma discreta do problema prévio é dada por:

$$\min_{(x,z)} \quad g_{(n+1)}^2(E'_d, \beta, \rho, I_t, V_t, I_{fd}) \quad (4.85)$$

$$\text{s.a.} \quad \begin{cases} E'_{d(n+1)} - E'_{d(n)} - \frac{\Delta t}{2} f_{(n+1)} - \frac{\Delta t}{2} f_{(n)} = 0 \end{cases} \quad (4.86)$$

onde:

$$f = \frac{1}{T'_{qo}} (-E'_d + (X_q - X'_q)I_q)$$

Os sub-índices n e $n + 1$ denotam os valores das variáveis nos tempos $t_n = t_o + n\Delta t$ e $t_{n+1} = t_o + (n + 1)\Delta t$, respectivamente. A função Lagrangeana associada é escrita da seguinte forma:

$$L = g_{(n+1)}^2 + \mu_{(n+1)} \left(E'_{d(n+1)} - E'_{d(n)} - \frac{\Delta t}{2} f_{(n+1)} - \frac{\Delta t}{2} f_{(n)} \right) \quad (4.87)$$

onde μ é o multiplicador de Lagrange. Aplicando a primeira condição de otimalidade de KKT (Karush-Kuhn-Tucker) (BAZARAA, 1979) em (4.45), tem-se que:

$$\frac{\partial L}{\partial E'_{d(n+1)}} = 2g_{(n+1)} \frac{\partial g_{(n+1)}}{\partial E'_{d(n+1)}} + \mu_{(n+1)} \left(1 - \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial f_{(n+1)}}{\partial E'_{d(n+1)}} \right), \quad (4.88)$$

onde:

$$\frac{\partial g_{(n+1)}}{\partial E'_{d(n+1)}} = -2I_{d(n+1)} \frac{\partial I_{d(n+1)}}{\partial E'_{d(n+1)}} - 2I_{q(n+1)} \frac{\partial I_{q(n+1)}}{\partial E'_{d(n+1)}} \quad (4.89)$$

$$\frac{\partial I_{d(n+1)}}{\partial E'_{d(n+1)}} = 0 \quad (4.90)$$

$$\frac{\partial I_{q(n+1)}}{\partial E'_{d(n+1)}} = -\frac{1}{X'_q} \quad (4.91)$$

$$\frac{\partial f_{(n+1)}}{\partial E'_{d(n+1)}} = \frac{1}{T'_{qo}} \left[-1 + (X_q - X'_q) \frac{\partial I_{d(n+1)}}{\partial E'_{d(n+1)}} \right] = -\frac{X_q}{T'_{qo} X'_q} \quad (4.92)$$

Substituindo (4.89)-(4.92) em (4.88) obtêm-se:

$$\frac{\partial L}{\partial E'_{d(n+1)}} = \frac{4}{X'_q} g_{(n+1)} I_{q(n+1)} + \mu_{(n+1)} \left(1 + \frac{\Delta t X_q}{2T'_{qo} X'_q} \right). \quad (4.93)$$

Procedendo de maneira similar encontra-se $\frac{\partial L}{\partial \beta_{(n+1)}}$ e $\frac{\partial L}{\partial \mu_{(n+1)}}$. Assim, as equações obtidas derivando a função Lagrangeana L pelas variáveis $E'_{d(n+1)}$, $\beta_{(n+1)}$ e $\mu_{(n+1)}$ são:

$$\frac{\partial L}{\partial E'_{d(n+1)}} = \frac{4}{X'_q} g_{(n+1)} I_{q(n+1)} + \mu_{(n+1)} \left(1 + \frac{\Delta t X_q}{2T'_{qo} X'_q} \right) \quad (4.94)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \beta_{(n+1)}} &= -4g_{(n+1)} \left(\frac{I_{d(n+1)} V_{d(n+1)}}{X_d} + \frac{I_{q(n+1)} V_{q(n+1)}}{X'_q} \right) + \dots \\ &\quad \mu_{(n+1)} \left(\frac{-\Delta t (X_q - X'_q)}{2T'_{qo} X'_q} V_{q(n+1)} \right) \end{aligned} \quad (4.95)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \mu_{(n+1)}} &= E'_{d(n+1)} - E'_{d(n)} - \frac{\Delta t}{2T'_{qo}} \left(-E'_{d(n+1)} + (X_q - X'_q) I_{q(n+1)} \right) - \dots \\ &\quad \frac{\Delta t}{2T'_{qo}} \left(-E'_{d(n)} + (X_q - X'_q) I_{q(n)} \right), \end{aligned} \quad (4.96)$$

sendo $I_{d(n)} = \frac{X_{md} I_{fd(n)} - V_{q(n)}}{X_d}$, $I_{d(n+1)} = \frac{X_{md} I_{fd(n+1)} - V_{q(n+1)}}{X_d}$, $I_{q(n)} = \frac{V_{d(n)} - E'_{d(n)}}{X'_q}$, $I_{q(n+1)} = \frac{V_{d(n+1)} - E'_{d(n+1)}}{X'_q}$, e $g_{(n+1)} = I_{t(n+1)}^2 - I_{d(n+1)}^2 - I_{q(n+1)}^2$.

Este conjunto de equações não-lineares pode ser resolvido pelo método de Newton nas variáveis $E'_{d(n+1)}$, $\beta_{(n+1)}$ e $\mu_{(n+1)}$. Para tanto, utiliza-se como estimativa inicial $E'_{d(n+1)} = E'_{d(n)}$, $\beta_{(n+1)} = \beta_{(n)}$ e $\mu_{(n+1)} = \mu_{(n)}$.

Definindo:

$$W1 = \left(\frac{\partial L}{\partial E'_{d(n+1)}}, \frac{\partial L}{\partial \beta_{(n+1)}}, \frac{\partial L}{\partial \mu_{(n+1)}} \right)^T, \quad (4.97)$$

$$H_v = (E'_{d(n+1)}, \beta_{(n+1)}, \mu_{(n+1)})^T, \quad (4.98)$$

e aplicando o método de Newton para a iteração $n + 1$, obtêm-se:

$$H_v^{n+1} = H_v^n - \left(\frac{\partial W1}{\partial H_v} \right)^{-1} W1 \Big|_n. \quad (4.99)$$

Este procedimento deve ser repetido para todo n dentro do período de integração. Ao longo do processo serão determinadas as variáveis do modelo: $E'_d(t)$, $\beta(t)$ e $\mu(t)$ (vide procedimento para integrar equações algébrico-diferenciais da Seção 3.2.2). No apêndice (B) mostram-se as equações da matriz Jacobiana $\frac{\partial W1}{\partial H_v}$.

Equações de Sensibilidade

As equações de sensibilidade de trajetória podem ser obtidas derivando-se as equações (4.94)-(4.96) em relação a cada parâmetro e a sua solução pode ser obtida usando o método de Newton.

A Figura 4.14 apresenta o diagrama de blocos com a abordagem de minimização proposta nesta Seção. Trata-se do modelo através do problema de minimização (4.41)-(4.42). A matriz Γ e o vetor $\frac{\partial J(\rho)}{\partial \rho}$ são determinados a partir das funções de sensibilidade e das equações (3.17)-(3.19). As equações para encontrar as funções de sensibilidade estão mostradas no Apêndice (B).

Figura 4.14: Diagrama do processo de estimação dos parâmetros elétricos com a metodologia de sensibilidade com a abordagem de minimização para o modelo utilizando a corrente de campo do gerador.

Resultados

A metodologia com esta abordagem aumentou a região de convergência da máxima alteração positiva dos parâmetros, pois valores maiores que a máxima alteração positiva do modelo utilizando a metodologia tradicional produz um conjunto de parâmetros para o qual a equação algébrica não possui solução e o uso deste modelo fica comprometido. Por isso, utiliza-se o modelo com a abordagem de minimização, pois o mesmo relaxa esta restrição, permitindo a aplicação da metodologia através desta abordagem.

Para as mesmas condições iniciais estimadas em cada uma das 2 janelas apresentadas para o modelo utilizando a metodologia tradicional, obteve-se um relaxamento da solução algébrica para as máximas alterações dos parâmetros. Para a primeira janela de tempo (tempo de 1,0 a 3,0 segundos) obteve-se um aumento da região relativa de convergência

entre (-56% e 4%) para (-79% e 10%). Enquanto para a segunda janela (tempo de 10,0 a 13,0 segundos) a região relativa de convergência passou de (-47% e 28%) para (-12% e 60%). Note que para a segunda janela de tempo a convergência relativa teve uma pequena queda, porém a máxima alteração positiva aumentou consideravelmente.

A tabela 4.10 mostra os resultados com a metodologia de sensibilidade de trajetória com a abordagem de minimização aplicada para a segunda janela de tempo. A figura 4.15 apresenta os valores da função $g^2(\cdot)$ no início e ao final do processo de estimação dos parâmetros.

Tabela 4.10: Estimação de parâmetros da máquina síncrona (tempo de 10,0 a 13,0 segundos do período pós-falta) para o modelo utilizando a corrente de campo do gerador com a abordagem de minimização.

Parâmetro	Estimativa Inicial	Desvio	Estimativa Final	Valor verdadeiro	Erro (%)
$X_d = X_q$	2,896	+60%	1,7577	1,8100	-3,28
X_{md}	2,6560	+60%	1,6248	1,66	-2,41
$X_l = X_d - X_{md}$	0,24	+60%	0,1329	0,15	-11,4
X'_q	1,04	+60%	0,5731	0,6500	-11,83

No início, com alteração de 60% dos parâmetros em relação aos parâmetros verdadeiros, a função $g(\cdot)$ não possui solução na maior parte do intervalo entre 10 e 13 segundos (vide figura 4.15) e o modelo com a aplicação da metodologia de sensibilidade de trajetória tradicional não pode ser utilizado, enquanto que com a abordagem de minimização relaxa-se esta restrição do modelo, podendo ser aplicada a metodologia. Como era esperado, a função $g(\cdot)$ é nula para todo o intervalo de integração após a convergência no final do processo de estimação dos parâmetros, conforme ilustrado na figura 4.15.

Figura 4.15: Função $g(\cdot)^2$ no início e ao final do processo de estimação dos parâmetros para uma alteração de 60% em relação aos parâmetros verdadeiros para o modelo utilizando a corrente de campo do gerador com a abordagem de minimização.

Capítulo 5

Conclusões

O algoritmo utilizado para estimar os parâmetros de geradores síncronos mostrou-se adequado para o modelo apresentado nesta dissertação. O algoritmo é capaz de estimar os parâmetros a partir dos dados de oscilografias de perturbações, sem a necessidade da máquina ser desligada do sistema elétrico. As principais características do procedimento de estimação de parâmetros de geradores síncronos são:

- (i) Uso do modelo não-linear da máquina síncrona;
- (ii) Não requer testes especiais, pois utiliza medidas de perturbações obtidas com a máquina em operação;
- (iii) Estima os parâmetros elétricos e mecânicos de forma desacoplada;
- (iv) Estima o ângulo de potência (ângulo do rotor com relação a tensão terminal) como resultado do processo de estimação.

A metodologia de estimação desenvolvida é baseada na análise de sensibilidade de trajetórias com o objetivo de promover a sincronização das saídas do sistema “real” e do modelo matemático. Quando as saídas dos dois sistemas são minimizadas através do procedimento de otimização não-linear de mínimos quadrados, obtém-se um conjunto de parâmetros para o qual o modelo selecionado aproxima o comportamento dinâmico do sistema “real”.

O modelo do gerador síncrono proposto neste trabalho depende do ângulo de potência (β), o qual não é observável a partir das medidas disponíveis. Além disso, esta variável é muito difícil de ser obtida na prática, pois requer o uso de PMUs especiais. Para contornar este problema, adiciona-se uma equação algébrica ao modelo que relaciona o ângulo de potência com a corrente terminal do gerador. Deste modo, o gerador síncrono é modelado por um conjunto de equações algébrico-diferenciais (EADs), de tal maneira que o ângulo de potência é estimado e obtido como um subproduto do procedimento de estimação de parâmetros.

Em particular, neste trabalho, investigou-se a estimação de parâmetros de dois modelos específicos, baseados no modelo de dois eixos da máquina síncrona. No primeiro modelo abordado, utiliza-se um modelo similar ao proposto em (CARI, 2009), cuja proposta era utilizar como entradas dados de medições de fácil obtenção, tais como tensões e correntes trifásicas, e a tensão de campo do gerador. Enquanto que no segundo modelo abordado, utiliza-se, ao invés da tensão de campo, a medida da corrente de campo do gerador como entrada, proposta inédita deste trabalho. A escolha apropriada das variáveis de estado, das entradas e saídas possibilita que os parâmetros mecânicos e elétricos sejam estimados independentemente.

Para estimar o parâmetro mecânico foi adotado o modelo composto pela equação diferencial que relaciona a velocidade mecânica do rotor ω , a potência elétrica ativa P_e e a potência mecânica P_m com o parâmetro H (constante de inércia). Escolhem-se as potências (P_e, P_m) como entrada e ω como saída. Esta escolha de entradas e saídas permitiu que o parâmetro H fosse estimado com sucesso pela metodologia de sensibilidade de trajetória tradicional.

A estimação dos parâmetros elétricos é mais complicada. O modelo do gerador que utiliza a tensão de campo como entrada, possui o seguinte vetor de parâmetros $\rho = (X_d, X'_d, T'_{do}, X_q, X'_q, T'_{qo}, E'_{qo}, E'_{do})^T$. Para os testes realizados, alguns destes parâmetros não são observáveis provocando não convergência do algoritmo proposto quando se tenta estimá-los simultaneamente. Verificou-se que a convergência do algoritmo de estimação depende, em grande proporção, dos valores iniciais dos parâmetros, especialmente das condições iniciais das variáveis não mensuráveis (E'_{qo}, E'_{do}) . Além do mais, os parâmetros possuem diferentes níveis de observabilidade, apresentando alta ou baixa influência na saída. Os valores singulares da matriz $\Gamma(\rho)$ podem ser utilizados para identificar o grau de observabilidade dos parâmetros. Estes valores foram obtidos através da decomposição QR da matriz $\Gamma(\rho)$. Os parâmetros (X_q, T'_{qo}, T'_{do}) foram classificados com baixa observabilidade. Os mesmos dificultam a estimação simultânea de todos os parâmetros, mesmo que os parâmetros (X'_d, X'_q, X_d) , classificados com alta observabilidade, estejam perto dos valores verdadeiros. Portanto, para contornar alguns destes problemas com os parâmetros com baixo grau de observabilidade, e a fim de aumentar a região de convergência, foram propostas algumas alternativas descritas a seguir:

- (1). Usar a aproximação $(X_q = X_d)$ no processo de estimação dos parâmetros. Considerou-se o fato de que o modelo utilizado da máquina síncrona é o modelo de dois eixos, tipicamente utilizado para máquinas de polos lisos (turbogeradores).
- (2). Estimação de conjuntos de parâmetros em janelas distintas de tempos como uma alternativa para aumentar a região de convergência do algoritmo. Destaca-se que o parâmetro T'_{qo} tornou-se não observável para intervalos de tempos mais distantes do período logo após a eliminação da falta. Portanto, para estas janelas de tempos, onde

o parâmetro T'_{qo} torna-se não observável, utilizou-se o valor estimado do mesmo a partir da primeira janela de tempo, correspondente ao período inicial do transitório.

De maneira similar, analisou-se o modelo do gerador utilizando a corrente de campo como variável de entrada. O vetor de parâmetros para este modelo é dado por $\rho = (X_d, X_q, X_{md}, X'_q, T'_{qo}, E'_{do})^T$. Assim como ocorreu com o modelo utilizando a tensão de campo como entrada, não foi possível estimar todos os parâmetros simultaneamente. Por isso, para esse modelo foi necessário realizar também uma análise dos valores singulares da matriz $\Gamma(\rho)$ pela decomposição QR. Neste caso, o modelo apresenta apenas condição inicial da variável E'_{do} como parâmetro adicional. Somente foi possível estimar E'_{do} em conjunto com os parâmetros com maior grau de observabilidade (X_{md}, X_d). Os parâmetros classificados com baixa observabilidade (X_q, X'_q, T'_{qo}) dificultam a estimação simultânea de todos os parâmetros. Deste modo, para contornar estes problemas, foram adotadas as mesmas alternativas propostas nos itens (1) e (2), descritas anteriormente para o modelo utilizando a tensão de campo.

Dependendo das alterações dos parâmetros, positivas ou negativas, a depender do modelo que se estava trabalhando, o algoritmo de estimação produzia um conjunto de parâmetros para o qual a equação algébrica do modelo selecionado não possuía solução, e a estimação dos parâmetros era interrompida. Para resolver estes problemas de singularidades da equação algébrica, foi aplicado o algoritmo de sensibilidade de trajetória com abordagem de minimização. Para o modelo do gerador em tensão de campo, utilizando-se o algoritmo com a abordagem de minimização, a máxima alteração negativa dos parâmetros aumentou em todas as janelas de tempos analisadas. Por exemplo, para a terceira janela de tempo, a região de convergência relativa passou do intervalo (-27% e 99%) para (-43% e 99%).

Para o modelo em corrente, utilizando-se a abordagem de minimização, os resultados foram um pouco diferente. Foram analisadas duas janelas de tempo. Na primeira janela, obteve-se um aumento tanto na região negativa como na positiva dos parâmetros. A região de convergência relativa do intervalo (-56% e 4%) para (-79% e 10%). Enquanto que para segunda janela analisada, a região relativa de convergência passou de (-47% e 28%) para (-12% e 60%). Apesar da convergência relativa ter sofrido uma queda na direção negativa, a máxima alteração positiva aumentou consideravelmente.

Os resultados da estimação dos parâmetros do gerador síncrono utilizando o algoritmo baseado na análise de sensibilidade de trajetória, tanto para o modelo do gerador utilizando a tensão de campo, como para uma nova abordagem do modelo do gerador utilizando-se a corrente de campo foram apresentados. A partir dos testes analisados foi possível observar que os maiores erros de estimação nos parâmetros elétricos ocorreram utilizando-se a corrente de campo como uma das entradas. Isto indica que o modelo simplificado de dois eixos da máquina utilizando a tensão de campo como uma das entradas aproximou melhor o comportamento dinâmico da máquina, e assim, obteve-se menores

erros de estimação. No entanto, destaca-se novamente que a corrente de campo é usualmente medida nas unidades geradoras, o que facilita a aplicação da metodologia em aplicações reais.

O algoritmo proposto atende diversos requisitos práticos desejáveis para a solução do problema de estimação de parâmetros de geradores síncronos. A metodologia é robusta em relações a condições iniciais dos parâmetros, apresentando uma grande região de convergência. No entanto, mostrou-se sensível a condições iniciais dos parâmetros adicionais (E'_{qo} , E'_{do}). Essas dificuldades em estimar tais parâmetros foram provocadas principalmente pelos problemas apresentados em estimar os parâmetros com menor grau de observabilidade. Espera-se que trabalhos futuros possam viabilizar a aplicação da técnica em sistemas reais a partir dos dados obtidos de perturbações com o gerador conectado à rede. Dentre as recomendações para melhorar a metodologia citam-se:

- 1) Análises de outros testes para a identificação de parâmetros como, por exemplo, faltas bifásicas e monofásicas.
- 2) Utilizar dados de perturbações distintas para a validação da metodologia.
- 3) Aperfeiçoar a técnica de estimação por janelas de tempos, utilizando a decomposição QR ou outras técnicas.
- 4) Realizar testes em laboratório de um sistema de pequeno porte para validar a metodologia proposta.

5.1 Propostas para Pesquisas Futuras

Aplicar os algoritmos desenvolvidos neste trabalho na identificação de parâmetros de geradores reais é um objetivo de futuras pesquisas. Para tanto, ainda é necessário investigar os problemas relatados com a estimativa das condições iniciais (E'_{qo} , E'_{do}), de tal modo que se possa tratar com os parâmetros que apresentaram menor grau de observabilidade. Além disso, a continuação natural do presente trabalho seria considerar um modelo mais completo (modelo sub-transitório) do gerador.

Referências

- BAZARAA, M. S. **Nonlinear Programming**. [S.l.]: John Wiley and Sons, Inc., 1979.
- BENCHLUCH, S.; CHOW, J. A trajectory sensitivity method for the identification of nonlinear excitation system models. **Energy Conversion, IEEE Transactions on**, [S.l.], v.8, n.2, p.159–164, 1993.
- BERGEN, A. R.; VITTAL, V. **Power Systems Analysis**. [S.l.]: Second Edition, New Jersey, USA, Prentice Hall, 2000.
- BURTH, M.; VERGHESE, G. C.; VELEZ-REYES, M. Subset selection for improved parameter estimation in on-line identification of a synchronous generator. **Power Systems, IEEE Transactions on**, [S.l.], v.14, n.1, p.218–225, 1999.
- CARI, E.; ALBERTO, L.; BRETAS, N. A new methodology for parameter estimation of synchronous generator from disturbance measurements. In: POWER AND ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING-CONVERSION AND DELIVERY OF ELECTRICAL ENERGY IN THE 21ST CENTURY, 2008 IEEE, 2008. **Anais...** [S.l.: s.n.], 2008. p.1–7.
- CARI, E. P.; ALBERTO, L. F. C.; BRETAS, N. G. Metodologia prática para estimação de parâmetros de geradores síncronos a partir de medidas de perturbações. **Sba Controle & Automação**, [S.l.], v.23, p.453–464, 2012.
- CARI, E. P. T. **Estimação dos parâmetros da máquina síncrona e seu sistema de excitação**. [S.l.]: Dissertação de mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2005.
- CARI, E. P. T. **Metodologia de estimação de parâmetros de sistemas dinâmicos não-lineares com aplicação em geradores síncronos**. [S.l.]: Tese de doutorado, Universidade de São Paulo, Escola de engenharia de São Carlos, 2009.
- CARI, E. P. T.; ALBERTO, L. Parameter estimation of synchronous generators from different types of disturbances. In: POWER AND ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING, 2011 IEEE, 2011. **Anais...** [S.l.: s.n.], 2011. p.1–7.

- CARI, E. P. T.; ALBERTO, L. F. C.; BRETAS, N. A methodology for parameter estimation of synchronous generators based on trajectory sensitivity and synchronization technique. In: POWER ENGINEERING SOCIETY GENERAL MEETING, 2006. IEEE, 2006. **Anais...** [S.l.: s.n.], 2006. p.6 pp.–.
- COSTA BORTONI, E. da; JARDINI, J. A. Identification of synchronous machine parameters using load rejection test data. **IEEE Transactions on energy conversion**, [S.l.], v.17, n.2, p.242–247, 2002.
- FERREIRA, C. M. B. M. **Análise da Estabilidade Transitória se Sistemas Elétricos de Energia utilizando formulações híbridas**. [S.l.]: Tese de doutorado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2005.
- GHOMI, M.; SAREM, Y. Review of synchronous generator parameters estimation and model identification. In: UNIVERSITIES POWER ENGINEERING CONFERENCE, 2007. UPEC 2007. 42ND INTERNATIONAL, 2007. **Anais...** [S.l.: s.n.], 2007. p.228–235.
- HISKENS, I. A. Trajectory sensitivity analysis of hybrid systems. **IEEE Transactions on Circuits and Systems**, [S.l.], v.47, n.2, p.204–220, Feb 2000.
- IEEE Std 1110. IEEE Guide for Synchronous Generator Modeling Practices and Applications in Power System Stability Analyses. **Revision of IEEE Std 1110-1991**, [S.l.], p.0–72, 2003.
- IEEE Std 115. IEEE Guide: test procedures for synchronous machines part i– acceptance and performance testing part ii–test procedures and parameter determination for dynamic analysis. **IEEE Power & Energy Society**, [S.l.], p.1–207, 2010.
- IEEE Std 421.5. IEEE Recommended Practice for Excitation System Models for Power System Stability Studies. **Revision of IEEE Std 421.5-1992**, [S.l.], p.1–72, 2006.
- JIN, Y.-Q.; QIN, C.; WU, F.; HAN, J.-D.; XU, Q.; YAN, D.-J.; JU, P. The power Angle and Phase Measurement Units based Wide Area Measurement System and its application. **Bulk Power System Dynamics and Control - VII. Revitalizing Operational Reliability, 2007 iREP Symposium**, [S.l.], p.1–7, 2007.
- KARRARI, M.; MALIK, O. P. Identification of physical parameters of a synchronous Generator from online measurements. **Energy Conversion, IEEE Transactions on**, [S.l.], v.19, n.2, p.407–415, June 2004.
- KOSTEREV, D. N.; TAYLOR, C.; MITTELSTADT, W. Model validation for the August 10, 1996 WSCC system outage. **Power Systems, IEEE Transactions on**, [S.l.], v.14, n.3, p.967–979, Aug 1999.

- KRAUSE, P. C.; WASYNCZUK, O.; SUDHOFF, S. D. **Analysis of electric machinery**. [S.l.]: McGraw-Hill New York, 1986. v.7.
- KUNDUR, P. **Power System Stability and Control**. [S.l.]: McGraw-Hill, 1994.
- LEVENBERG, K. A method for the solution of certain problems in least squares. **Quarterly of applied mathematics**, [S.l.], v.2, p.164–168, 1944.
- MARQUARDT, D. W. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. **Journal of the Society for Industrial & Applied Mathematics**, [S.l.], v.11, n.2, p.431–441, 1963.
- MENDONÇA, A. J. **Contribuição à determinação das reatâncias não saturadas de máquina síncronas de polos lisos laminados**. [S.l.]: Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, 2013.
- NIELSEN, H. B. **Damping parameter in Marquardt's method**. [S.l.]: Informatics and Mathematical Modelling, Technical University of Denmark, DTU, 1999.
- POSSATTI, L. H. F. **Identificação de parâmetros de máquinas síncronas utilizando dados operacionais**. [S.l.]: Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2013.
- SAAVEDRA-MONTES, A.; RAMIREZ-SCARPETTA, J.; RAMOS-PAJA, C.; MALIK, O. Identification of excitation systems with the generator online. **Electric Power Systems Research**, [S.l.], v.87, p.1–9, 2012.
- SAUER, P. W.; PAI, M. **Power system dynamics and stability**. [S.l.]: Prentice Hall New Jersey, 1998.
- SHAMSOLLAHI, P.; MALIK, O. P. On-line identification of synchronous generator using neural networks. In: ELECTRICAL AND COMPUTER ENGINEERING, 1996. CANADIAN CONFERENCE ON, 1996. **Anais...** [S.l.: s.n.], 1996. v.2, p.595–598 vol.2.
- SILVA MEDEIROS, L. A. da. **Acelerando o método de Levenberg-Marquardt para a minimização da soma de quadrados de funções com restrições em caixa**. 2008. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS.
- TASKFORCE. Power System Damping Ad Hoc Task Force of the Power System Dynamic Performance Committee. Damping representation for power system stability studies. **IEEE Transactions on Power Systems**, [S.l.], v.14, n.1, p.151–157, Feb 1999.
- YU, Y.-N. Electric power system dynamics. **ACADEMIC PRESS, INC., 111 FIFTH AVE., NEW YORK, NY 10003, USA, 1983, 256**, [S.l.], 1983.

ZHAO, Z.; ZHENG, F.; GAO, J.; XU, L. A dynamic on-line parameter identification and full-scale system experimental verification for large synchronous machines. **Energy Conversion, IEEE Transactions on**, [S.l.], v.10, n.3, p.392–398, Sep 1995.

Apêndices

Apêndice A

Equações do Gerador com a Abordagem de Minimização: Tensão de Campo

As equações para solução do modelo e das equações de sensibilidade da Seção 4.4.2 (B), que considera como uma das entradas a tensão de campo são apresentadas neste apêndice.

A.1 Solução do Modelo

O modelo é representado pelas equações não-lineares (4.53)-(4.57). As soluções destas equações são obtidas de forma iterativa pelo método de Newton. Para a iteração $n + 1$, obtém-se:

$$V_v^{n+1} = V_v^n - \left(\frac{\partial W1}{\partial V_v} \right)^{-1} W1 \Big|_n \quad (\text{A.1})$$

Sendo:

$$V_v = \left(E'_{q(n+1)}, E'_{d(n+1)}, \beta_{(n+1)}, \mu_{1(n+1)}, \mu_{2(n+1)} \right)^T$$

$$W1 = \left(\frac{\partial L}{\partial E'_{q(n+1)}}, \frac{\partial L}{\partial E'_{d(n+1)}}, \frac{\partial L}{\partial \beta_{(n+1)}}, \frac{\partial L}{\partial \mu_{1(n+1)}}, \frac{\partial L}{\partial \mu_{2(n+1)}} \right)^T$$

A matrix Jacobiana $\frac{\partial W1}{\partial V_v}$ pode ser encontrada derivando-se parcialmente $W1$ em relação a V_v . Derivando-se $W1$ em relação a $V_{v(1)} = E'_{q(n+1)}$ têm-se:

$$\frac{\partial W1_{(1)}}{\partial V_{v(1)}} = -\frac{4}{X'_d} \left[\frac{\partial g_{(n+1)}}{\partial E'_{q(n+1)}} I_{d(n+1)} + g_{(n+1)} \frac{\partial I_{d(n+1)}}{\partial E'_{q(n+1)}} \right],$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_{d(n+1)}}{\partial E'_{q(n+1)}} &= \frac{1}{X'_d}; \quad \frac{\partial I_{q(n+1)}}{\partial E'_{q(n+1)}} = 0; \quad \frac{\partial g_{(n+1)}}{\partial E'_{q(n+1)}} = -\frac{2I_{d(n+1)}}{X'_d}, \\ \frac{\partial W1_{(1)}}{\partial V_{v(1)}} &= \frac{4}{X_d'^2} (2I_{d(n+1)}^2 - g_{(n+1)}). \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial W1_{(2)}}{\partial V_{v(1)}} &= \frac{4}{X'_q} \left[\frac{\partial g_{(n+1)}}{\partial E'_{q(n+1)}} I_{q(n+1)} + g_{(n+1)} \frac{\partial I_{q(n+1)}}{\partial E'_{q(n+1)}} \right], \\ \frac{\partial W1_{(2)}}{\partial V_{v(1)}} &= -\frac{8I_{d(n+1)}I_{q(n+1)}}{X'_d X'_q}. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial W1_{(3)}}{\partial V_{v(1)}} &= -4 \frac{\partial g_{(n+1)}}{\partial E'_{q(n+1)}} \left(\frac{I_{d(n+1)}V_{d(n+1)}}{X'_d} + \frac{I_{q(n+1)}V_{q(n+1)}}{X'_q} \right) + \\ &\quad -4g_{(n+1)} \left(\frac{V_{d(n+1)}}{X'_d} \frac{\partial I_{d(n+1)}}{\partial E'_{q(n+1)}} + \frac{V_{q(n+1)}}{X'_q} \frac{\partial I_{q(n+1)}}{\partial E'_{q(n+1)}} \right), \\ \frac{\partial W1_{(3)}}{\partial V_{v(1)}} &= \frac{4}{X'_d} \left[\frac{(2I_{d(n+1)}^2 - g_{(n+1)})}{X'_d} V_{d(n+1)} + \frac{(2I_{d(n+1)}I_{q(n+1)})}{X'_q} V_{q(n+1)} \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{\partial W1_{(4)}}{\partial V_{v(1)}} = 1 - \frac{\Delta t}{2T'_{do}} \left[-1 - (X_d - X'_d) \frac{\partial I_{d(n+1)}}{\partial E'_{q(n+1)}} \right] = 1 + \frac{\Delta t}{2T'_{do}} \frac{X_d}{X'_d}. \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{\partial W1_{(5)}}{\partial V_{v(1)}} = -\frac{\Delta t}{2T'_{qo}} (X_q - X'_q) \frac{\partial I_{q(n+1)}}{\partial E'_{q(n+1)}} = 0. \quad (\text{A.6})$$

Derivando-se $W1$ em relação a $V_{v(2)} = E'_{d(n+1)}$ têm-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial W1_{(1)}}{\partial V_{v(2)}} &= -\frac{4}{X'_d} \left[\frac{\partial g_{(n+1)}}{\partial E'_{d(n+1)}} I_{d(n+1)} + g_{(n+1)} \frac{\partial I_{d(n+1)}}{\partial E'_{d(n+1)}} \right], \\ \frac{\partial I_{d(n+1)}}{\partial E'_{d(n+1)}} &= 0; \quad \frac{\partial I_{q(n+1)}}{\partial E'_{d(n+1)}} = -\frac{1}{X'_q}; \quad \frac{\partial g_{(n+1)}}{\partial E'_{d(n+1)}} = \frac{2I_{q(n+1)}}{X'_q}, \\ \frac{\partial W1_{(1)}}{\partial V_{v(2)}} &= \frac{\partial W1_{(2)}}{\partial V_{v(1)}}. \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial W1_{(2)}}{\partial V_{v(2)}} &= \frac{4}{X'_q} \left[\frac{\partial g_{(n+1)}}{\partial E'_{d(n+1)}} I_{q(n+1)} + g_{(n+1)} \frac{\partial I_{q(n+1)}}{\partial E'_{d(n+1)}} \right], \\ \frac{\partial W1_{(2)}}{\partial V_{v(2)}} &= \frac{4}{X_q'^2} (2I_{q(n+1)}^2 - g_{(n+1)}). \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial W1_{(3)}}{\partial V_{v(2)}} &= -4 \frac{\partial g_{(n+1)}}{\partial E'_{d(n+1)}} \left(\frac{I_{d(n+1)}V_{d(n+1)}}{X'_d} + \frac{I_{q(n+1)}V_{q(n+1)}}{X'_q} \right) + \\ &\quad -4g_{(n+1)} \left(\frac{V_{d(n+1)}}{X'_d} \frac{\partial I_{d(n+1)}}{\partial E'_{d(n+1)}} + \frac{V_{q(n+1)}}{X'_q} \frac{\partial I_{q(n+1)}}{\partial E'_{d(n+1)}} \right), \\ \frac{\partial W1_{(3)}}{\partial V_{v(2)}} &= \frac{4}{X'_q} \left[\frac{-(2I_{d(n+1)}I_{q(n+1)})}{X'_d} V_{d(n+1)} + \frac{(g_{(n+1)} - 2I_{q(n+1)}^2)}{X'_q} V_{q(n+1)} \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{\partial W1_{(4)}}{\partial V_{v(2)}} = \frac{\Delta t}{2T'_{do}}(X_d - X'_d) \frac{\partial I_{d(n+1)}}{\partial E'_{d(n+1)}} = 0. \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{\partial W1_{(5)}}{\partial V_{v(2)}} = 1 - \frac{\Delta t}{2T'_{qo}} \left[-1 + (X_q - X'_q) \frac{\partial I_{q(n+1)}}{\partial E'_{d(n+1)}} \right] = 1 + \frac{\Delta t}{2T'_{qo}} \frac{X_q}{X'_q}. \quad (\text{A.11})$$

Derivando-se $W1$ em relação a $V_{v(3)} = \beta_{(n+1)}$ têm-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial W1_{(1)}}{\partial V_{v(3)}} &= -\frac{4}{X'_d} \left[\frac{\partial g_{(n+1)}}{\partial \beta_{(n+1)}} I_{d(n+1)} + g_{(n+1)} \frac{\partial I_{d(n+1)}}{\partial \beta_{(n+1)}} \right], \\ \frac{\partial I_{d(n+1)}}{\partial \beta_{(n+1)}} &= \frac{V_{d(n+1)}}{X'_d}; \quad \frac{\partial I_{q(n+1)}}{\partial \beta_{(n+1)}} = \frac{V_{q(n+1)}}{X'_q}, \\ \frac{\partial g_{(n+1)}}{\partial \beta_{(n+1)}} &= -\frac{2I_{d(n+1)}V_{d(n+1)}}{X'_d} - \frac{2I_{q(n+1)}V_{q(n+1)}}{X'_q}, \\ \frac{\partial W1_{(1)}}{\partial V_{v(3)}} &= \frac{\partial W1_{(3)}}{\partial V_{v(1)}}. \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{\partial W1_{(2)}}{\partial V_{v(3)}} = \frac{\partial W1_{(3)}}{\partial V_{v(2)}}. \quad (\text{A.13})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial W1_{(3)}}{\partial V_{v(3)}} &= 8 \left(\frac{I_{d(n+1)}V_{d(n+1)}}{X'_d} + \frac{I_{q(n+1)}V_{q(n+1)}}{X'_q} \right)^2 + \\ &\quad -4g_{(n+1)} \left[\frac{1}{X'_d} \left(\frac{V_{d(n+1)}^2}{X'_d} + I_{d(n+1)}V_{q(n+1)} \right) + \frac{1}{X'_q} \left(\frac{V_{q(n+1)}^2}{X'_q} - I_{q(n+1)}V_{d(n+1)} \right) \right] + \\ &\quad \mu_{1(n+1)} \left(\frac{\Delta t(X_d - X'_d)}{2T'_{do}X'_d} V_{q(n+1)} \right) + \mu_{2(n+1)} \left(\frac{\Delta t(X_q - X'_q)}{2T'_{qo}X'_q} V_{d(n+1)} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{\partial W1_{(4)}}{\partial V_{v(3)}} = \frac{\Delta t(X_d - X'_d)}{2T'_{do}X'_d} V_{d(n+1)}. \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{\partial W1_{(5)}}{\partial V_{v(3)}} = -\frac{\Delta t(X_q - X'_q)}{2T'_{qo}X'_q} V_{q(n+1)}. \quad (\text{A.16})$$

Derivando-se $W1$ em relação a $V_{v(4)} = \mu_{1(n+1)}$ têm-se:

$$\frac{\partial W1_{(1)}}{\partial V_{v(4)}} = \frac{\partial W1_{(4)}}{\partial V_{v(1)}}. \quad (\text{A.17})$$

$$\frac{\partial W1_{(2)}}{\partial V_{v(4)}} = 0. \quad (\text{A.18})$$

$$\frac{\partial W1_{(3)}}{\partial V_{v(4)}} = \frac{\partial W1_{(4)}}{\partial V_{v(3)}}. \quad (\text{A.19})$$

$$\frac{\partial W1_{(4)}}{\partial V_{v(4)}} = 0. \quad (\text{A.20})$$

$$\frac{\partial W1_{(5)}}{\partial V_{v(4)}} = 0. \quad (\text{A.21})$$

Derivando-se $W1$ em relação a $V_{v(5)} = \mu_{2(n+1)}$ tem-se:

$$\frac{\partial W1_{(1)}}{\partial V_{v(5)}} = 0. \quad (\text{A.22})$$

$$\frac{\partial W1_{(2)}}{\partial V_{v(5)}} = \frac{\partial W1_{(5)}}{\partial V_{v(2)}}. \quad (\text{A.23})$$

$$\frac{\partial W1_{(3)}}{\partial V_{v(5)}} = \frac{\partial W1_{(5)}}{\partial V_{v(3)}}. \quad (\text{A.24})$$

$$\frac{\partial W1_{(4)}}{\partial V_{v(5)}} = 0. \quad (\text{A.25})$$

$$\frac{\partial W1_{(5)}}{\partial V_{v(5)}} = 0. \quad (\text{A.26})$$

Portanto a matriz Jacobiana é dada por:

$$\frac{\partial W1}{\partial V_v} = \begin{pmatrix} \frac{\partial W1_{(1)}}{\partial V_{v(1)}} & \frac{\partial W1_{(1)}}{\partial V_{v(2)}} & \cdots & \frac{\partial W1_{(1)}}{\partial V_{v(5)}} \\ \frac{\partial W1_{(2)}}{\partial V_{v(1)}} & \frac{\partial W1_{(2)}}{\partial V_{v(2)}} & \cdots & \frac{\partial W1_{(2)}}{\partial V_{v(5)}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial W1_{(5)}}{\partial V_{v(1)}} & \frac{\partial W1_{(5)}}{\partial V_{v(2)}} & \cdots & \frac{\partial W1_{(5)}}{\partial V_{v(5)}} \end{pmatrix}$$

Sendo utilizada na equação (B.1) para obter $E'_{q(n+1)}$, $E'_{d(n+1)}$, $\beta_{(n+1)}$, $\mu_{1(n+1)}$ e $\mu_{2(n+1)}$. Este procedimento é repetido para todo “n” dentro do intervalo de tempo discreto das medidas aferidas. No final $E'_q(t)$, $E'_d(t)$, $\beta(t)$, $\mu_1(t)$, $\mu_2(t)$ são determinadas.

A.2 Equações de Sensibilidade e Funções de Sensibilidade de Trajetória

Esta seção apresenta as equações de sensibilidade para a metodologia de sensibilidade de trajetória utilizando a abordagem de minimização (vide Seção 4.4.2 (B)).

A partir das equações não-lineares do modelo $W1$ obtida de (4.53)-(4.57) e o vetor de parâmetros $\rho = (X_d, X'_d, T'_{do}, X_q, X'_q, T'_{qo}, E'_{qo}, E'_{do})^T$, as equações de sensibilidade são obtidas derivando-se $W1$ em relação a cada parâmetro e igualando a zero o conjunto de equações não-lineares resultante, como é mostrado a seguir.

Para o parâmetro X_d , denota-se as seguintes variáveis:

$$U = \begin{pmatrix} \frac{\partial W1_{(1)}}{\partial X_d} \\ \frac{\partial W1_{(2)}}{\partial X_d} \\ \vdots \\ \frac{\partial W1_{(5)}}{\partial X_d} \end{pmatrix} = 0; \quad Z_z = \begin{pmatrix} \lambda_{E'_{q(n+1)}}^{X_d} \\ \lambda_{E'_{d(n+1)}}^{X_d} \\ \lambda_{\beta_{(n+1)}}^{X_d} \\ \lambda_{\mu_{1(n+1)}}^{X_d} \\ \lambda_{\mu_{2(n+1)}}^{X_d} \end{pmatrix}.$$

Sendo $\lambda_f^{\rho_i} = \frac{\partial f}{\partial \rho_i}$, U o vetor de equações não lineares que compõem as equações de sensibilidade e Z_z o vetor que contém as funções de sensibilidade, as quais podem ser encontradas utilizando o método de Newton.

Utilizando o método de Newton, na iteração $n+1$, têm-se:

$$Z_z^{n+1} = Z_z^n - \left(\frac{\partial U}{\partial Z_z} \right)^{-1} U \Big|_n \quad (\text{A.27})$$

Durante o processo de cálculo utiliza-se o fato que a matriz Jacobiana das funções de sensibilidade $\left(\frac{\partial U}{\partial Z_z} \right)$ é a mesma que a matriz Jacobiana da solução das equações do sistema auxiliar $\left(\frac{\partial W_1}{\partial V_v} \right)$.

As equações de sensibilidade das variáveis de estado para o parâmetro X_d são as seguintes:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_{(1)}}{\partial X_d} = & -\frac{4}{X'_d} \left(\frac{\partial g_{(n+1)}}{\partial X_d} I_{d(n+1)} + g_{(n+1)} \frac{\partial I_{d(n+1)}}{\partial X_d} \right) + \\ & \lambda_{\mu_{1(n+1)}}^{X_d} \left(1 + \frac{\Delta t X_d}{2T'_{do} X'_d} \right) + \frac{\mu_{1(n+1)} \Delta t}{2T'_{do} X'_d}. \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

$$\frac{\partial U_{(2)}}{\partial X_d} = \frac{4}{X'_q} \left(\frac{\partial g_{(n+1)}}{\partial X_d} I_{q(n+1)} + g_{(n+1)} \frac{\partial I_{q(n+1)}}{\partial X_d} \right) + \lambda_{\mu_{2(n+1)}}^{X_d} \left(1 + \frac{\Delta t X_q}{2T'_{qo} X'_q} \right). \quad (\text{A.29})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_{(3)}}{\partial X_d} = & -4 \frac{\partial g_{(n+1)}}{\partial X_d} \left(\frac{I_{d(n+1)} V_{d(n+1)}}{X'_d} + \frac{I_{q(n+1)} V_{q(n+1)}}{X'_q} \right) + \\ & -4g_{(n+1)} \left[\frac{1}{X'_d} \left(\frac{\partial I_{d(n+1)}}{\partial X_d} V_{d(n+1)} + I_{d(n+1)} V_{q(n+1)} \lambda_{\beta(n+1)}^{X_d} \right) \right] + \\ & -4g_{(n+1)} \left[\frac{1}{X'_q} \left(\frac{\partial I_{q(n+1)}}{\partial X_d} V_{q(n+1)} - I_{q(n+1)} V_{d(n+1)} \lambda_{\beta(n+1)}^{X_d} \right) \right] + \\ & \frac{\Delta t (X_d - X'_d)}{2T'_{do} X'_d} \left(\mu_{1(n+1)} V_{q(n+1)} \lambda_{\beta(n+1)}^{X_d} + V_{d(n+1)} \lambda_{\mu_{1(n+1)}}^{X_d} + \frac{\mu_{1(n+1)} V_{d(n+1)}}{(X_d - X'_d)} \right) + \\ & \frac{\Delta t (X_q - X'_q)}{2T'_{qo} X'_q} \left(\mu_{2(n+1)} V_{d(n+1)} \lambda_{\beta(n+1)}^{X_d} - V_{q(n+1)} \lambda_{\mu_{2(n+1)}}^{X_d} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_{(4)}}{\partial X_d} = & \lambda_{E'_{q(n+1)}}^{X_d} - \lambda_{E'_{q(n)}}^{X_d} - \frac{\Delta t}{2T'_{do}} \left[-\lambda_{E'_{q(n+1)}}^{X_d} - I_{d(n+1)} - (X_d - X'_d) \frac{\partial I_{d(n+1)}}{\partial X_d} \right] + \\ & -\frac{\Delta t}{2T'_{do}} \left[-\lambda_{E'_{q(n)}}^{X_d} - I_{d(n)} - (X_d - X'_d) \frac{\partial I_{d(n)}}{\partial X_d} \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.31})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_{(5)}}{\partial X_d} = & \lambda_{E'_{d(n+1)}}^{X_d} - \lambda_{E'_{d(n)}}^{X_d} - \frac{\Delta t}{2T'_{qo}} \left[-\lambda_{E'_{d(n+1)}}^{X_d} + (X_q - X'_q) \frac{\partial I_{q(n+1)}}{\partial X_d} \right] + \\ & -\frac{\Delta t}{2T'_{qo}} \left[-\lambda_{E'_{d(n)}}^{X_d} + (X_q - X'_q) \frac{\partial I_{q(n)}}{\partial X_d} \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

Sendo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_{d(n+1)}}{\partial X_d} &= \frac{1}{X'_d} \left(\lambda_{E'_{q(n+1)}}^{X_d} + V_{d(n+1)} \lambda_{\beta(n+1)}^{X_d} \right) \\ \frac{\partial I_{q(n+1)}}{\partial X_d} &= \frac{1}{X'_q} \left(V_{q(n+1)} \lambda_{\beta(n+1)}^{X_d} - \lambda_{E'_{d(n+1)}}^{X_d} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial I_{d(n)}}{\partial X_d} &= \frac{1}{X'_d} \left(\lambda_{E'_q(n)}^{X_d} + V_{d(n)} \lambda_{\beta(n)}^{X_d} \right) \\
\frac{\partial I_{q(n)}}{\partial X_d} &= \frac{1}{X'_q} \left(V_{q(n)} \lambda_{\beta(n)}^{X_d} - \lambda_{E'_d(n)}^{X_d} \right) \\
\frac{\partial g_{(n+1)}}{\partial X_d} &= -2I_{d(n+1)} \frac{\partial I_{d(n+1)}}{\partial X_d} - 2I_{q(n+1)} \frac{\partial I_{q(n+1)}}{\partial X_d} \\
\frac{\partial g_{(n)}}{\partial X_d} &= -2I_{d(n)} \frac{\partial I_{d(n)}}{\partial X_d} - 2I_{q(n)} \frac{\partial I_{q(n)}}{\partial X_d}
\end{aligned}$$

Portanto a matriz Jacobiana é dada por:

$$\frac{\partial U}{\partial Z_z} = \begin{pmatrix} \frac{\partial U_{(1)}}{\partial Z_{z(1)}} & \frac{\partial U_{(1)}}{\partial Z_{z(2)}} & \cdots & \frac{\partial U_{(1)}}{\partial Z_{z(5)}} \\ \frac{\partial U_{(2)}}{\partial Z_{z(1)}} & \frac{\partial U_{(2)}}{\partial Z_{z(2)}} & \cdots & \frac{\partial U_{(2)}}{\partial Z_{z(5)}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial U_{(5)}}{\partial Z_{z(1)}} & \frac{\partial U_{(5)}}{\partial Z_{z(2)}} & \cdots & \frac{\partial U_{(5)}}{\partial Z_{z(5)}} \end{pmatrix}$$

Sendo utilizada na equação (B.11) para obter $\lambda_{E'_q}^{X_d}$, $\lambda_{E'_d}^{X_d}$, $\lambda_{\beta}^{X_d}$ e $\frac{\partial I_d}{\partial X_d}$, $\frac{\partial I_q}{\partial X_d}$. Este procedimento é repetido para todo “n” dentro do intervalo de tempo discreto das medidas aferidas. No final $\lambda_{E'_q}^{X_d}(t)$, $\lambda_{E'_d}^{X_d}(t)$, $\lambda_{\beta}^{X_d}(t)$, $\frac{\partial I_d}{\partial X_d}(t)$ e $\frac{\partial I_q}{\partial X_d}(t)$ são determinadas.

As funções de sensibilidade de trajetória das saídas podem ser facilmente determinadas derivando-se (4.24) e (4.25) em relação a X_d e substituindo as variáveis anteriormente encontradas.

$$\begin{aligned}
\lambda_{P_e}^{X_d} &= V_d \frac{\partial I_d}{\partial X_d} + V_q \frac{\partial I_q}{\partial X_d} + Q_e \lambda_{\beta}^{X_d} \\
\lambda_{Q_e}^{X_d} &= V_q \frac{\partial I_d}{\partial X_d} - V_d \frac{\partial I_q}{\partial X_d} - P_e \lambda_{\beta}^{X_d}
\end{aligned}$$

As funções de sensibilidade para os outros parâmetros podem ser determinadas seguindo o mesmo procedimento.

Apêndice B

Equações do Gerador com a Abordagem de Minimização: Corrente de Campo

As equações para solução do modelo e das equações de sensibilidade da Seção 4.5.2, que considera como uma das entradas a corrente de campo são apresentadas neste apêndice.

B.1 Solução do Modelo

O modelo é representado pelas equações não-lineares (4.94)-(4.96). As soluções destas equações são obtidas de forma iterativa pelo método de Newton. Para a iteração $n + 1$, obtém-se:

$$H_v^{n+1} = H_v^n - \left(\frac{\partial W1}{\partial H_v} \right)^{-1} W1 \Big|_n \quad (\text{B.1})$$

Sendo:

$$H_v = \left(E'_{d(n+1)}, \beta_{(n+1)}, \mu_{(n+1)} \right)^T$$

$$W1 = \left(\frac{\partial L}{\partial E'_{d(n+1)}}, \frac{\partial L}{\partial \beta_{(n+1)}}, \frac{\partial L}{\partial \mu_{(n+1)}} \right)^T$$

A matrix Jacobiana $\frac{\partial W1}{\partial H_v}$ pode ser encontrada derivando-se parcialmente $W1$ em relação a H_v . Derivando-se $W1$ em relação a $H_{v(1)} = E'_{d(n+1)}$ têm-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial W1_{(1)}}{\partial H_{v(1)}} &= \frac{4}{X'_q} \left[\frac{\partial g_{(n+1)}}{\partial E'_{d(n+1)}} I_{q(n+1)} + g_{(n+1)} \frac{\partial I_{q(n+1)}}{\partial E'_{d(n+1)}} \right], \\ \frac{\partial I_{d(n+1)}}{\partial E'_{d(n+1)}} &= 0; \quad \frac{\partial I_{q(n+1)}}{\partial E'_{d(n+1)}} = -\frac{1}{X'_q}; \quad \frac{\partial g_{(n+1)}}{\partial E'_{d(n+1)}} = \frac{2I_{q(n+1)}}{X'_q}, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial W1_{(1)}}{\partial H_{v(1)}} = \frac{4}{X_q'^2} (2I_{q(n+1)}^2 - g_{(n+1)}) . \quad (B.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial W1_{(2)}}{\partial H_{v(1)}} &= -4 \frac{\partial g_{(n+1)}}{\partial E'_{d(n+1)}} \left(\frac{I_{d(n+1)} V_{d(n+1)}}{X_d} + \frac{I_{q(n+1)} V_{q(n+1)}}{X_q'} \right) + \\ &\quad -4g_{(n+1)} \left(\frac{V_{d(n+1)}}{X_d} \frac{\partial I_{d(n+1)}}{\partial E'_{d(n+1)}} + \frac{V_{q(n+1)}}{X_q'} \frac{\partial I_{q(n+1)}}{\partial E'_{d(n+1)}} \right) , \\ \frac{\partial W1_{(2)}}{\partial H_{v(1)}} &= \frac{4}{X_q'} \left[\frac{-(2I_{d(n+1)} I_{q(n+1)})}{X_d} V_{d(n+1)} + \frac{(g_{(n+1)} - 2I_{q(n+1)}^2)}{X_q'} V_{q(n+1)} \right] . \end{aligned} \quad (B.3)$$

$$\frac{\partial W1_{(3)}}{\partial H_{v(1)}} = 1 - \frac{\Delta t}{2T'_{qo}} \left[-1 + (X_q - X_q') \frac{\partial I_{q(n+1)}}{\partial E'_{d(n+1)}} \right] = 1 + \frac{\Delta t}{2T'_{qo}} \frac{X_q}{X_q'} . \quad (B.4)$$

Derivando-se $W1$ em relação a $H_{v(2)} = \beta_{(n+1)}$ têm-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial W1_{(1)}}{\partial H_{v(2)}} &= \frac{4}{X_q'} \left[\frac{\partial g_{(n+1)}}{\partial \beta_{(n+1)}} I_{q(n+1)} + g_{(n+1)} \frac{\partial I_{q(n+1)}}{\partial \beta_{(n+1)}} \right] , \\ \frac{\partial I_{d(n+1)}}{\partial \beta_{(n+1)}} &= \frac{V_{d(n+1)}}{X_d} ; \quad \frac{\partial I_{q(n+1)}}{\partial \beta_{(n+1)}} = \frac{V_{q(n+1)}}{X_q'} , \\ \frac{\partial g_{(n+1)}}{\partial \beta_{(n+1)}} &= -\frac{2I_{d(n+1)} V_{d(n+1)}}{X_d} - \frac{2I_{q(n+1)} V_{q(n+1)}}{X_q'} , \\ \frac{\partial W1_{(1)}}{\partial H_{v(2)}} &= \frac{\partial W1_{(2)}}{\partial H_{v(1)}} . \end{aligned} \quad (B.5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial W1_{(2)}}{\partial H_{v(2)}} &= 8 \left(\frac{I_{d(n+1)} V_{d(n+1)}}{X_d} + \frac{I_{q(n+1)} V_{q(n+1)}}{X_q'} \right)^2 + \\ &\quad -4g_{(n+1)} \left[\frac{1}{X_d} \left(\frac{V_{d(n+1)}^2}{X_d'} + I_{d(n+1)} V_{q(n+1)} \right) + \frac{1}{X_q'} \left(\frac{V_{q(n+1)}^2}{X_q'} - I_{q(n+1)} V_{d(n+1)} \right) \right] + \\ &\quad \mu_{(n+1)} \left(\frac{\Delta t (X_q - X_q')}{2T'_{qo} X_q'} V_{d(n+1)} \right) . \end{aligned} \quad (B.6)$$

$$\frac{\partial W1_{(3)}}{\partial H_{v(2)}} = -\frac{\Delta t (X_q - X_q')}{2T'_{qo} X_q'} V_{q(n+1)} . \quad (B.7)$$

Derivando-se $W1$ em relação a $H_{v(3)} = \mu_{(n+1)}$ têm-se:

$$\frac{\partial W1_{(1)}}{\partial H_{v(3)}} = \frac{\partial W1_{(3)}}{\partial H_{v(1)}} . \quad (B.8)$$

$$\frac{\partial W1_{(2)}}{\partial H_{v(3)}} = \frac{\partial W1_{(3)}}{\partial H_{v(2)}} . \quad (B.9)$$

$$\frac{\partial W1_{(3)}}{\partial H_{v(3)}} = 0 . \quad (B.10)$$

Portanto a matriz Jacobiana é dada por:

$$\frac{\partial W1}{\partial H_v} = \begin{pmatrix} \frac{\partial W1_{(1)}}{\partial H_{v(1)}} & \frac{\partial W1_{(1)}}{\partial H_{v(2)}} & \frac{\partial W1_{(1)}}{\partial H_{v(3)}} \\ \frac{\partial W1_{(2)}}{\partial H_{v(1)}} & \frac{\partial W1_{(2)}}{\partial H_{v(2)}} & \frac{\partial W1_{(2)}}{\partial H_{v(3)}} \\ \frac{\partial W1_{(3)}}{\partial H_{v(1)}} & \frac{\partial W1_{(3)}}{\partial H_{v(2)}} & \frac{\partial W1_{(3)}}{\partial H_{v(3)}} \end{pmatrix}$$

Sendo utilizada na equação (B.1) para obter $E'_{d(n+1)}$, $\beta_{(n+1)}$ e $\mu_{(n+1)}$. Este procedimento é repetido para todo “n” dentro do intervalo de tempo discreto das medidas aferidas. No final $E'_d(t)$, $\beta(t)$ e $\mu(t)$ são determinadas.

B.2 Equações de Sensibilidade e Funções de Sensibilidade de Trajetória

Esta seção apresenta as equações de sensibilidade para a metodologia de sensibilidade de trajetória utilizando a abordagem de minimização (vide Seção 4.5.2).

A partir das equações não-lineares do modelo $W1$ obtida de (4.94)-(4.96) e o vetor de parâmetros $\rho = (X_d, X_q, X_{md}, X'_q, T'_{qo}, E'_{do})^T$, as equações de sensibilidade são obtidas derivando-se $W1$ em relação a cada parâmetro e igualando a zero o conjunto de equações não-lineares resultante, como é mostrado a seguir.

Para o parâmetro X_d , denota-se as seguintes variáveis:

$$U = \begin{pmatrix} \frac{\partial W1_{(1)}}{\partial X_d} \\ \frac{\partial W1_{(2)}}{\partial X_d} \\ \frac{\partial W1_{(3)}}{\partial X_d} \end{pmatrix} = 0; \quad Z_z = \begin{pmatrix} \lambda_{E'_{d(n+1)}}^{X_d} \\ \lambda_{\beta_{(n+1)}}^{X_d} \\ \lambda_{\mu_{(n+1)}}^{X_d} \end{pmatrix}.$$

Sendo $\lambda_f^{\rho_i} = \frac{\partial f}{\partial \rho_i}$, U o vetor de equações não lineares que compõem as equações de sensibilidade e Z_z o vetor que contém as funções de sensibilidade, as quais podem ser encontradas utilizando o método de Newton.

Utilizando o método de Newton, na iteração $n+1$, têm-se:

$$Z_z^{n+1} = Z_z^n - \left(\frac{\partial U}{\partial Z_z} \right)^{-1} U \Big|_n \quad (B.11)$$

Durante o processo de cálculo utiliza-se o fato que a matriz Jacobiana das funções de sensibilidade $(\frac{\partial U}{\partial Z_z})$ é a mesma que a matriz Jacobiana da solução das equações do sistema auxiliar $(\frac{\partial W1}{\partial H_v})$.

As equações de sensibilidade das variáveis de estado para o parâmetro X_d são as seguintes:

$$\frac{\partial U_{(1)}}{\partial X_d} = \frac{4}{X'_q} \left(\frac{\partial g_{(n+1)}}{\partial X_d} I_{q(n+1)} + g_{(n+1)} \frac{\partial I_{q(n+1)}}{\partial X_d} \right) + \lambda_{\mu(n+1)}^{X_d} \left(1 + \frac{\Delta t X_q}{2T'_{qo} X'_q} \right). \quad (\text{B.12})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_{(2)}}{\partial X_d} = & -4 \frac{\partial g_{(n+1)}}{\partial X_d} \left(\frac{I_{d(n+1)} V_{d(n+1)}}{X_d} + \frac{I_{q(n+1)} V_{q(n+1)}}{X'_q} \right) + \\ & -4g_{(n+1)} \left[\frac{1}{X_d} \left(\frac{\partial I_{d(n+1)}}{\partial X_d} V_{d(n+1)} + I_{d(n+1)} V_{q(n+1)} \lambda_{\beta(n+1)}^{X_d} \right) - \frac{1}{X_d^2} (I_{d(n+1)} V_{d(n+1)}) \right] + \\ & -4g_{(n+1)} \left[\frac{1}{X'_q} \left(\frac{\partial I_{q(n+1)}}{\partial X_d} V_{q(n+1)} - I_{q(n+1)} V_{d(n+1)} \lambda_{\beta(n+1)}^{X_d} \right) \right] + \\ & \frac{\Delta t (X_q - X'_q)}{2T'_{qo} X'_q} \left(\mu_{(n+1)} V_{d(n+1)} \lambda_{\beta(n+1)}^{X_d} - V_{q(n+1)} \lambda_{\mu(n+1)}^{X_d} \right). \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_{(3)}}{\partial X_d} = & \lambda_{E'_{d(n+1)}}^{X_d} - \lambda_{E'_{d(n)}}^{X_d} - \frac{\Delta t}{2T'_{qo}} \left[-\lambda_{E'_{d(n+1)}}^{X_d} + (X_q - X'_q) \frac{\partial I_{q(n+1)}}{\partial X_d} \right] + \\ & -\frac{\Delta t}{2T'_{qo}} \left[-\lambda_{E'_{d(n)}}^{X_d} + (X_q - X'_q) \frac{\partial I_{q(n)}}{\partial X_d} \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

Sendo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_{d(n+1)}}{\partial X_d} &= \frac{1}{X_d} \left(V_{d(n+1)} \lambda_{\beta(n+1)}^{X_d} - I_{d(n+1)} \right) \\ \frac{\partial I_{q(n+1)}}{\partial X_d} &= \frac{1}{X'_q} \left(V_{q(n+1)} \lambda_{\beta(n+1)}^{X_d} - \lambda_{E'_{d(n+1)}}^{X_d} \right) \\ \frac{\partial I_{d(n)}}{\partial X_d} &= \frac{1}{X_d} \left(V_{d(n)} \lambda_{\beta(n)}^{X_d} - I_{d(n)} \right) \\ \frac{\partial I_{q(n)}}{\partial X_d} &= \frac{1}{X'_q} \left(V_{q(n)} \lambda_{\beta(n)}^{X_d} - \lambda_{E'_{d(n)}}^{X_d} \right) \\ \frac{\partial g_{(n+1)}}{\partial X_d} &= -2I_{d(n+1)} \frac{\partial I_{d(n+1)}}{\partial X_d} - 2I_{q(n+1)} \frac{\partial I_{q(n+1)}}{\partial X_d} \\ \frac{\partial g_{(n)}}{\partial X_d} &= -2I_{d(n)} \frac{\partial I_{d(n)}}{\partial X_d} - 2I_{q(n)} \frac{\partial I_{q(n)}}{\partial X_d} \end{aligned}$$

Portanto a matriz Jacobiana é dada por:

$$\frac{\partial U}{\partial Z_z} = \begin{pmatrix} \frac{\partial U_{(1)}}{\partial Z_{z(1)}} & \frac{\partial U_{(1)}}{\partial Z_{z(2)}} & \frac{\partial U_{(1)}}{\partial Z_{z(3)}} \\ \frac{\partial U_{(2)}}{\partial Z_{z(1)}} & \frac{\partial U_{(2)}}{\partial Z_{z(2)}} & \frac{\partial U_{(2)}}{\partial Z_{z(3)}} \\ \frac{\partial U_{(3)}}{\partial Z_{z(1)}} & \frac{\partial U_{(3)}}{\partial Z_{z(2)}} & \frac{\partial U_{(3)}}{\partial Z_{z(3)}} \end{pmatrix}$$

Sendo utilizada na equação (B.11) para obter $\lambda_{E'_d}^{X_d}$, $\lambda_{\beta}^{X_d}$ e $\frac{\partial I_d}{\partial X_d}$, $\frac{\partial I_q}{\partial X_d}$. Este procedimento é repetido para todo “n” dentro do intervalo de tempo discreto das medidas aferidas. No final $\lambda_{E'_d}^{X_d}(t)$, $\lambda_{\beta}^{X_d}(t)$, $\frac{\partial I_d}{\partial X_d}(t)$ e $\frac{\partial I_q}{\partial X_d}(t)$ são determinadas.

As funções de sensibilidade de trajetória das saídas podem ser facilmente determinadas derivando-se (4.68) e (4.69) em relação a X_d e substituindo as variáveis anteriormente

encontradas.

$$\begin{aligned}\lambda_{P_e}^{X_d} &= V_d \frac{\partial I_d}{\partial X_d} + V_q \frac{\partial I_q}{\partial X_d} + Q_e \lambda_\beta^{X_d}. \\ \lambda_{Q_e}^{X_d} &= V_q \frac{\partial I_d}{\partial X_d} - V_d \frac{\partial I_q}{\partial X_d} - P_e \lambda_\beta^{X_d}.\end{aligned}$$

As funções de sensibilidade para os outros parâmetros podem ser determinadas seguindo o mesmo procedimento.