UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO–USP
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Eleandro Marcondes de Almeida

**Planejamento de Sistemas de
Distribuição de Energia Elétrica
Considerando Questões de
Confiabilidade e Risco**

Eleandro Marcondes de Almeida

**Planejamento de Sistemas de
Distribuição de Energia Elétrica
Considerando Questões de
Confiabilidade e Risco**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia de São Carlos como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de concentração: Sistemas Elétricos de Potência

Orientador: Dr. Eduardo Nobuhiro Asada

São Carlos
2016

Trata-se da versão corrigida da dissertação. A versão original se encontra disponível na EESC/USP que aloja o Programa de Pós-Graduação de Engenharia Elétrica.

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

M447p Marcondes de Almeida, Eleandro
Planejamento de Sistemas de Distribuição de Energia
Elétrica Considerando Questões de Confiabilidade e
Risco / Eleandro Marcondes de Almeida; orientador
Eduardo Nobuhiro Asada. São Carlos, 2016.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica e Área de Concentração em
Sistemas Elétricos de Potência -- Escola de Engenharia
de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2016.

1. Planejamento da Expansão de Sistemas de
Distribuição. 2. Otimização Multiobjetivo. 3. Análise
de Risco. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **ELEANDRO MARCONDES DE ALMEIDA.**

Título da dissertação: "Planejamento de sistemas de distribuição de energia elétrica considerando questões de confiabilidade e risco".

Data da defesa: 01/04/2016

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Associado **Eduardo Nobuhiro Asada (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Dr. **John Fredy Franco Baquero**
(Pós-Doutorando na Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" – UNESP/Ilha Solteira)

Aprovado

Prof. Dr. **Rubén Augusto Romero Lázaro**
(Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" – UNESP/Ilha Solteira)

aprovado

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica:
Prof. Associado **Luis Fernando Costa Alberto**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Associado **Paulo César Lima Segantine**

Agradecimentos

Agradeço a meus pais, **Eleodoro** e **Sandra**, e a meus avós, **Geraldo**, **Terezinha**, **Sebastião** e **Rita**, pela educação, pelo apoio e pela proteção que sempre me deram para eu conseguir atingir minhas metas e objetivos.

Agradeço à minha noiva **Marilia** por decidir estar comigo nas diversas situações de tristeza, alegria, fracassos e conquistas.

Agradeço a meus irmãos **Lucas**, **Matheus** e **Gustavo**, por aceitarem minha tutela como irmão mais velho.

Agradeço a todos os meus professores, os profissionais que mais admiro, pela dedicação no ensino e no compartilhamento do conhecimento.

Agradeço especialmente ao professor **Eduardo Asada** pela orientação neste trabalho, pelo estímulo à pesquisa, pelo conhecimento e experiência transmitidos ao longo de todos esses anos de trabalho.

Agradeço ao **Benvindo Pereira Júnior** pela enorme contribuição que nos deu neste trabalho, dividindo conosco sua experiência na área e nos ajudando nas diversas etapas do projeto.

Agradeço também à **Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP)** pelo apoio financeiro concedido durante os meus estudos (Número de Processo 2013/25175-8).

Agradeço a todos os meus amigos, **Mohamad**, **Ana Paula**, **Wellington**, **Ellen**, **Jason**, **Rhauan**, **Emerson**, **Israel** e **Murilo**, pelas experiências que passamos juntos, saibam que levarei nossas amizades comigo sempre.

Eleandro Marcondes de Almeida

Resumo

Almeida, E. M. de **Planejamento de Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica Considerando Questões de Confiabilidade e Risco**. 174 p. Dissertação de mestrado – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2016.

O problema de Planejamento da Expansão de Sistemas de Distribuição (PESD) visa determinar diretrizes para a expansão da rede considerando a crescente demanda dos consumidores. Nesse contexto, as empresas distribuidoras de energia elétrica têm o papel de propor ações no sistema de distribuição com o intuito de adequar o fornecimento da energia aos padrões exigidos pelos órgãos reguladores. Tradicionalmente considera-se apenas a minimização do custo global de investimento de planos de expansão, negligenciando-se questões de confiabilidade e robustez do sistema. Como consequência, os planos de expansão obtidos levam o sistema de distribuição a configurações que são vulneráveis a elevados cortes de carga na ocorrência de contingências na rede.

Este trabalho busca a elaboração de uma metodologia para inserir questões de confiabilidade e risco ao problema PESD tradicional, com o intuito de escolher planos de expansão que maximizem a robustez da rede e, consequentemente, atenuar os danos causados pelas contingências no sistema.

Formulou-se um modelo multiobjetivo do problema PESD em que se minimizam dois objetivos: o custo global (que incorpora custo de investimento, custo de manutenção, custo de operação e custo de produção de energia) e o risco de implantação de planos de expansão. Para ambos os objetivos, são formulados modelos lineares inteiros mistos que são resolvidos utilizando o *solver* CPLEX através do *software* GAMS. Para administrar a busca por soluções ótimas, optou-se por programar em linguagem C++ dois Algoritmos Evolutivos: *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-2* (NSGA2) e *Strength Pareto Evolutionary Algorithm-2* (SPEA2). Esses algoritmos mostraram-se eficazes nessa busca, o que foi constatado através de simulações do planejamento da expansão de dois sistemas testes adaptados da literatura. O conjunto de soluções encontradas nas simulações contém planos de expansão com diferentes níveis de custo global e de risco de implantação, destacando a diversidade das soluções propostas. Algumas dessas topologias são ilustradas para se evidenciar suas diferenças.

Palavras-chave: Planejamento da Expansão de Sistemas de Distribuição. Otimização Multiobjetivo. Análise de Risco.

Abstract

Almeida, E. M. de **Power Distribution System Planning Considering Reliability and Risk**. 174 p. Master Thesis – São Carlos School of Engineering, University of São Paulo, 2016.

The Distribution System Expansion Planning (DSEP) problem aims to determine guidelines to expand the network considering the growing demand of customers. In this context, the distribution companies have to propose actions for improvements in the distribution system in order to adjust the supply of energy to the standards required by regulators. Traditionally minimizing the global cost of expansion plans is the only goal that is considered, thus reliability and robustness issues are neglected. As a result, the optimal expansion plans lead the distribution system to configurations that are vulnerable to high load shedding under the occurrence of contingencies in the network.

This work aims to develop a methodology to insert reliability and risk issues to the traditional DSEP problem in order to maximize the robustness of the network and hence mitigate the system damages caused by contingencies.

We formulated a multi-objective model of the problem that compromises two objectives: minimization of the global cost (that comprises investment cost, maintenance cost, operational cost, and production cost) and minimization of the deployment risk of expansion plans. For both objectives, we formulated mixed integer linear models which are solved using CPLEX accessed through GAMS. To manage the search for optimal solutions, we chose to implement in C++ language two Evolutionary Algorithms (EAs): *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-2* (NSGA2) and *Strength Pareto Evolutionary Algorithm-2* (SPEA2). The effectiveness of both algorithms was verified through simulations of the expansion planning of two test systems, adapted from the literature. The set of solutions that has been found contains expansion plans with different levels of global cost and deployment risk. Some of these topologies are depicted to show this diversity of the proposed solutions.

Keywords: Distribution Systems Expansion Planning. Multi-objective Optimization. Risk Analysis.

Lista de ilustrações

Figura 1	Horizonte de planejamento e seus estágios.	36
Figura 2	Diagrama fasorial da corrente em um trecho ℓ	44
Figura 3	Sistema teste para análise de confiabilidade.	71
Figura 4	Esquema da decisão do planejador do sistema e da análise de risco. . .	76
Figura 5	Exemplo de soluções de um Problema de Otimização Multiobjetivo (POM) no espaço dos objetivos.	88
Figura 6	Exemplo de Fronteiras de Pareto.	91
Figura 7	Codificação dos planos de expansão.	97
Figura 8	<i>Crossover</i> entre os códigos de duas soluções-mães com $npt = 3$ pontos. .	98
Figura 9	Metas de um Algoritmo Evolutivo	100
Figura 10	Fronteiras com espaçamento semelhantes, porém com espalhamento diferentes.	102
Figura 11	Hipervolume de uma fronteira $\mathcal{F}_1$	104
Figura 12	Sistema Original de 26 Barras.	108
Figura 13	Fronteiras finais obtidas pelos algoritmos NSGA2 e SPEA2 para o planejamento do sistema de 26 barras, considerando $\xi = 25\%$	113
Figura 14	Fronteiras Finais para o Planejamento do Sistema de 26 Barras para Diferentes Penetrações Máxima de Geradores Distribuídos	115
Figura 15	Topologia da Solução A com penetração máxima de 25%.	117
Figura 16	Topologia da Solução B com penetração máxima de 25%.	117
Figura 17	Topologia da Solução C com penetração máxima de 25%.	118
Figura 18	Topologia da Solução D com penetração máxima de 25%.	118
Figura 19	Topologia da Solução E com penetração máxima de 10%.	120
Figura 20	Topologia da Solução F com penetração máxima de 10%.	120
Figura 21	Topologia da Solução G com penetração máxima de 10%.	121
Figura 22	Topologia da Solução H com penetração máxima de 10%.	121
Figura 23	Topologia da Solução I sem penetração de GDs.	123
Figura 24	Topologia da Solução J sem penetração de GDs.	123
Figura 25	Topologia da Solução K sem penetração de GDs.	124
Figura 26	Topologia da Solução L sem penetração de GDs.	124
Figura 27	Distribuição dos valores da Frequência Equivalente de Interrupção por Consumidor e do Risco de Implantação	130

Figura 28	Distribuição dos valores da Duração Equivalente de Interrupção por Consumidor e do Risco de Implantação	130
Figura 29	Distribuição dos valores da Energia Não Suprida (ENS) e do Risco de Implantação	131
Figura 30	Sistema Original de 138 Barras.	132
Figura 31	Fronteiras Finais do Planejamento do Sistema de 138 Barras	135
Figura 32	Fronteira Final do Planejamento do Sistema de 138 Barras.	136
Figura 33	Topologia da Solução A para o Sistema 138 Barras.	138
Figura 34	Topologia da Solução B para o Sistema 138 Barras.	139
Figura 35	Topologia da Solução C para o Sistema 138 Barras.	140
Figura 36	Topologia da Solução D para o Sistema 138 Barras.	141
Figura 37	Topologia da Solução E para o Sistema 138 Barras.	142
Figura 38	Distribuição dos valores da Frequência Equivalente de Interrupção por Consumidor e do Risco de Implantação	145
Figura 39	Distribuição dos valores da Duração Equivalente de Interrupção por Consumidor e do Risco de Implantação	146
Figura 40	Distribuição dos valores da Energia Não Suprida (ENS) e do Risco de Implantação	146
Figura 41	Função quadrática $y = 10x^2$ e sua linearização	172

Lista de tabelas

Tabela 1	Cálculo dos índices de confiabilidade básicos para a carga A do sistema teste.	72
Tabela 2	Cálculo dos índices de confiabilidade básicos para a carga B do sistema teste.	72
Tabela 3	Cálculo dos índices de confiabilidade básicos para a carga C do sistema teste.	72
Tabela 4	Índices básicos das cargas do sistema exemplo	73
Tabela 5	Exemplo de Algoritmos Evolutivos (AEs)	92
Tabela 6	Dados de configurações dos trechos do Sistema de 26 Barras	109
Tabela 7	Tranformadores de Força das Subestações do Sistema de 26 Barras . .	109
Tabela 8	Dados dos Geradores Distribuídos Candidatos	110
Tabela 9	Resultados das simulações do algoritmo NSGA2 para o planejamento do sistema de 26 Barras, considerando fixo $n_{pop} = 200$ e variando outros parâmetros.	110
Tabela 10	Resultados das simulações do algoritmo NSGA2 para o planejamento do sistema de 26 Barras, considerando fixos $n_{pt} = 10$, $p_{mut} = 10$ e $ns = 20\%$ e variando n_{pop}	111
Tabela 11	Resultados das simulações do algoritmo SPEA2 para o planejamento do sistema de 26 Barras, considerando $n_{pt} = 10$, $p_{mut} = 10$ e $ns = 20\%$. .	112
Tabela 12	Comparação entre as fronteiras finais obtidas pelo NSGA2 e pelo SPEA2.	113
Tabela 13	Dados das topologias selecionadas para o planejamento do sistema de 26 barras considerando penetração máxima de geradores distribuídos $\xi = 25\%$	116
Tabela 14	Dados das topologias selecionadas para o planejamento do sistema de 26 barras considerando penetração máxima de geradores distribuídos $\xi = 10\%$	119
Tabela 15	Dados das topologias selecionadas para o planejamento do sistema de 26 barras desconsiderando a instalação de geradores distribuídos. . . .	122
Tabela 16	Dados das soluções obtidas para o planejamento do sistema de 26 barras, considerando penetração máxima $\xi = 25\%$	126
Tabela 17	Dados das soluções obtidas para o planejamento do sistema de 26 barras, considerando penetração máxima $\xi = 10\%$	127

Tabela 18	Dados das soluções obtidas para o planejamento do sistema de 26 barras, considerando penetração nula.	128
Tabela 19	Dados de configurações dos trechos do Sistema de 138 Barras	132
Tabela 20	Tranformadores de Força das Subestações do Sistema de 138 Barras .	133
Tabela 21	Barras em que podem inserir geradores distribuídos para o sistema de 138 Barras.	133
Tabela 22	Dados dos Geradores Distribuídos Candidatos para o Planejamento do Sistema de 138 Barras	133
Tabela 23	Comparação entre as fronteiras finais obtidas pelo NSGA2 e pelo SPEA2 para o planejamento do sistema de 138 Barras.	135
Tabela 24	Dados das topologias selecionadas para o planejamento do sistema de 138 barras.	136
Tabela 25	Dados das soluções obtidas para o planejamento do sistema de 138 Barras - Parte 1/2	143
Tabela 26	Dados das soluções obtidas para o planejamento do sistema de 138 Barras - Parte 2/2	144
Tabela 27	Dados de Barras do Sistema de 26 Barras	159
Tabela 28	Níveis de Carga do Sistema de 26 Barras	159
Tabela 29	Dados de Trechos de Alimentadores do Sistema de 26 Barras	160
Tabela 30	Dados de Barras do Sistema de 138 Barras - Parte 1/2	161
Tabela 31	Dados de Barras do Sistema de 138 Barras - Parte 2/2	162
Tabela 32	Níveis de Carga do Sistema de 138 Barras	162
Tabela 33	Dados de Trechos de Alimentadores do Sistema de 138 Barras - Parte 1/2	163
Tabela 34	Dados de Trechos de Alimentadores do Sistema de 138 Barras - Parte 2/2	164

Lista de siglas

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
AE	Algoritmo Evolutivo
AG	Algoritmo Genético
BT	Busca Tabu
DEC	Duração Equivalente de Interrupção por Consumidor
ENS	Energia Não Suprida
EPSO	<i>Evolutionary Particle Swarm Optimization</i>
FEC	Frequência Equivalente de Interrupção por Consumidor
FPO	Fluxo de Potência Ótimo
GAMS	<i>General Algebraic Modeling System</i>
GD	Gerador Distribuído
LCK	Lei de Correntes de Kirchhoff
LTK	Lei de Tensões de Kirchhoff
NSGA2	<i>Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-2</i>
PESD	Planejamento da Expansão de Sistemas de Distribuição
PEST	Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão
PDD	Plano de Desenvolvimento da Distribuição
PG	Progressão Geométrica
PLIM	Problema Linear Inteiro Misto
POM	Problema de Otimização Multiobjetivo
PRODIST	Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional
PSO	<i>Particle Swarm Optimization</i>

SA	<i>Simulated Annealing</i>
SCF	Sistema de Colônia de Formigas
SE	Subestação
SPEA2	<i>Strength Pareto Evolutionary Algorithm-2</i>
VPI	Valor Presente de Investimento
VPL	Valor Presente Líquido
VPM	Valor Presente de Manutenção
VPN	Valor Presente de Não Suprimento de Carga
VPO	Valor Presente de Operação
VPP	Valor Presente de Produção

Lista de símbolos

Índices

- b Índice de níveis de carga.
- f Índice de alimentadores.
- g Índice de opções de geradores distribuídos.
- j Índice de opções de recondução.
- j Índice de fronteiras de pareto.
- k Índice de opções de adição.
- l Índice de opções de transformadores de força.
- ℓ Índice de trechos de alimentadores.
- m Índices de funções objetivos.
- n Índice de barras.
- p Índice de intervalos de linearização.
- s Índice de seções de alimentadores.
- t, τ Índices de estágios de planejamento.

Conjuntos

- B Conjunto de índices de níveis de carga.
- $\mathcal{F}_j$ Fronteira de pareto j .

- F_n Conjunto de índices de trechos cuja barra inicial é a barra n .
- FO Conjunto de índices de funções objetivos.
- N Conjunto de índices de barras.
- P Conjunto de índices de intervalos de linearização.
- $\mathcal{S}$ Espaço de busca.
- T Conjunto de estágios de planejamento.
- T_n Conjunto de índices de trechos cuja barra final é a barra n .
- Ψ^A Conjunto de trechos para adição.
- Ψ_ℓ^A Conjunto de opções de adição para o trecho ℓ .
- Ψ^F Conjunto de trechos existentes fixos.
- Ψ^G Conjunto de barras com geradores distribuídos.
- Ψ_n^G Conjunto de opções de geradores distribuídos para a barra n .
- Ψ^L Conjunto de trechos do sistema.
- Ψ^R Conjunto de trechos existentes alteráveis.
- Ψ_ℓ^R Conjunto de opções de recondução para o trecho ℓ .

Ψ^S Conjunto de barras de subestações.

Ψ_n^S Conjunto de opções de transformadores para a subestação da barra n .

Θ^F Conjunto de alimentadores do sistema.

Θ_f^S Conjunto de seções do alimentador f .

Θ_f^N Conjunto de barras com geradores distribuídos do alimentador f .

c_{ng}^{MG} Custo de manutenção da opção de gerador distribuído g na barra n .

$c_{\ell j}^{MR}$ Custo de manutenção da opção de recondutoramento j no trecho ℓ .

c_{nl}^{MT} Custo de manutenção do transformador de força l na subestação da barra n .

c_{nb}^N Custo de não suprimento da carga na barra n , durante o nível de carga b .

Constantes

$\bar{C}^I$ Capital de investimento disponível.

$\bar{C}_t^I$ Capital de investimento disponível no estágio t .

$c_{\ell k}^{IA}$ Custo de investimento da opção de adição k no trecho ℓ .

c_{ℓ}^{IC} Custo de investimento em chaves no trecho ℓ .

c_{ng}^{IG} Custo de investimento da opção de gerador distribuído g na barra n .

$c_{\ell j}^{IR}$ Custo de investimento da opção de recondutoramento j no trecho ℓ .

c_n^{IS} Custo de investimento em expansão na subestação da barra n .

c_{nl}^{IT} Custo de investimento no transformador de força l na subestação da barra n .

$c_{\ell k}^{MA}$ Custo de manutenção da opção de adição k no trecho ℓ .

c_{ℓ}^{MF} Custo de manutenção do trecho fixo ℓ .

c_{gb}^{PG} Custo da energia proveniente da opção de gerador distribuído g durante o nível de carga b .

c_b^{PS} Custo da energia proveniente das subestações durante o nível de carga b .

e_{ℓ} Parâmetro de habilitação da chave do trecho ℓ .

$\bar{f}_{\ell k}^A$ Máxima magnitude de corrente na opção de adição k do trecho ℓ .

$\bar{f}_{\ell}^F$ Máxima magnitude de corrente no trecho fixo ℓ .

$\bar{f}_{\ell j}^R$ Máxima magnitude de corrente na opção de recondutoramento j do trecho ℓ .

fp Fator de potência do sistema.

$fr(\ell)$ Barra inicial do trecho ℓ .

i Taxa de juros.

$\bar{I}_{ngb}^G$ Injeção máxima de corrente na opção de gerador distribuído g , na barra n , durante o nível de carga b .

I_{nbt}^L	Corrente de carga prevista na barra n durante o nível de carga b , no estágio t .	R_ℓ^F	Resistência do trecho fixo ℓ .
$\bar{I}_{nl}^T$	Injeção máxima de corrente no transformador de força l da subestação na barra n .	$R_{\ell j}^R$	Resistência da opção de recondu-toramento j do trecho ℓ .
l_f	Comprimento total do alimenta-dor f .	R_{nl}^T	Resistência do transformador de força l da subestação na barra n .
M	Valor M-grande.	$\text{sec}(\ell)$	Seção do trecho ℓ .
$m_{\ell kp}^A$	Coefficiente de linearização do in-tervalo p para perdas na opção de adição k do trecho ℓ .	$to(\ell)$	Barra final do trecho ℓ .
$m_{\ell p}^F$	Coefficiente de linearização do in-tervalo p para perdas no trecho fixo ℓ .	v_n^G	Parâmetro de contingência em ge-radores da barra n .
$m_{\ell jp}^R$	Coefficiente de linearização do in-tervalo p para perdas na opção de recondu-toramento j do trecho ℓ .	v_s^L	Parâmetro de contingência em tre-chos da seção s .
m_{nlp}^T	Coefficiente de linearização do in-tervalo p para perdas na opção de transformador l da subestação da barra n .	V_n^{min}	Mínima magnitude de tensão per-mitida na barra n .
NC_n	Número de consumidores conecta-dos na barra n .	V_n^{max}	Máxima magnitude de tensão per-mitida na barra n .
n_f^G	Número de geradores distribuídos ativos no alimentador f .	$Z_{\ell k}^A$	Impedância da opção de adição k do trecho ℓ .
np	Número de intervalos de lineariza-ção.	Z_ℓ^F	Impedância do trecho fixo ℓ .
nt	Número de estágios de planeja-mento.	$Z_{\ell j}^R$	Impedância da opção de recondu-toramento j do trecho ℓ .
$p(t)$	Ano inicial do estágio t .	Δ_b	Duração anual do nível de carga b em horas.
$R_{\ell k}^A$	Resistência da opção de adição k do trecho ℓ .	$\Delta p(t)$	Duração em anos do estágio t .
		ε_m	Limite superior da função m .
		η^{AL}	Vida útil dos condutores em anos.
		η^{CH}	Vida útil das chaves em anos.
		η^{GD}	Vida útil dos geradores distribuí-dos em anos.
		η^{SE}	Vida útil das subestações em anos.
		η^{TR}	Vida útil dos transformadores de força em anos.

μ_t^{AC}	Fator acumulativo para o estágio t .
μ_t^I	Fator de conversão de investimento para o estágio t .
λ^G	Taxa de falhas em geradores distribuídos do sistema em falhas/ano.
λ^L	Taxa de falhas em alimentadores do sistema em falhas/ano/km.
ξ	Fator de penetração de geradores distribuídos.
ω_m	Peso da função m na função soma ponderada.

Variáveis Binárias

$a_{\ell t}$	Variável de condição do trecho ℓ , sendo igual a 1 quando flui corrente nele em ao menos um nível de carga do estágio t e 0, caso contrário.
$x_{\ell kt}^A$	Variável de decisão da instalação da opção de adição k no trecho ℓ durante o estágio t .
$x_{\ell t}^C$	Variável de decisão da instalação da chave no trecho ℓ durante o estágio t .
x_{ngt}^G	Variável de decisão da instalação da opção de gerador distribuído g na barra n durante o estágio t .
$x_{\ell jt}^R$	Variável de decisão da instalação da opção de recondutoramento j no trecho ℓ durante o estágio t .
x_{nt}^S	Variável de decisão da expansão da subestação na barra n durante o estágio t .

x_{nlt}^T	Variável de decisão da instalação do transformador de força l na subestação da barra n durante o estágio t .
$y_{\ell kt}^A$	Variável de utilização da opção de adição k no trecho ℓ durante o estágio t .
$y_{\ell t}$	Variável de utilização do trecho ℓ durante o estágio t .
$y_{\ell t}^F$	Variável de utilização do trecho fixo ℓ durante o estágio t .
y_{ngt}^G	Variável de utilização da opção de gerador distribuído g na barra n durante o estágio t .
$y_{\ell jt}^R$	Variável de utilização da opção de recondutoramento j no trecho ℓ durante o estágio t .
y_{nlt}^T	Variável de utilização do transformador de força l na subestação da barra n durante o estágio t .
$\sigma_{n\ell t}$	Variável de relação barra-trecho, sendo igual a 1 quando a barra n é guia do trecho ℓ durante o estágio t e 0, caso contrário.
$w_{\ell t}^C$	Variável de presença de chaves, sendo igual a 1 quando há chaves instaladas no trecho ℓ durante o estágio t e 0, caso contrário.

Variáveis Contínuas

C_t^I	Custo de investimento no estágio t .
C_t^M	Custo de manutenção no estágio t .
C_t^N	Custo de não suprimento de carga no estágio t .

C_t^O	Custo de operação no estágio t .	VPM	Valor presente de manutenção.
C_t^P	Custo de produção no estágio t .	VPO	Valor presente de operação.
$\mathcal{D}_f^G$	Dano por contingências em geradores distribuídos do alimentador f .	VPP	Valor presente de produção.
$\mathcal{D}_f^S$	Dano por contingências em seções do alimentador f .	VPN	Valor presente de não suprimento de carga.
$f_{\ell bt}$	Corrente que flui no trecho ℓ durante o nível de carga b , no estágio t .	$\delta_{\ell k b t p}^{A+}, \delta_{\ell k b t p}^{A-}$	Variáveis de linearização do intervalo p das perdas na opção de adição k do trecho ℓ , durante o nível de carga b , no estágio t .
$f_{\ell bt}^{fic}$	Corrente fictícia que flui no trecho ℓ durante o nível de carga b , no estágio t .	$\delta_{\ell b t p}^{F+}, \delta_{\ell b t p}^{F-}$	Variáveis de linearização do intervalo p das perdas no trecho fixo ℓ , durante o nível de carga b , no estágio t .
I_{nbt}^{fic}	Injeção de corrente fictícia na barra n durante o nível de carga b , no estágio t .	$\delta_{\ell j b t p}^{R+}, \delta_{\ell j b t p}^{R-}$	Variáveis de linearização do intervalo p das perdas na opção de recondutoramento j do trecho ℓ , durante o nível de carga b , no estágio t .
I_{ngbt}^G	Injeção de corrente na barra n pela opção de gerador distribuído g , durante o nível de carga b , no estágio t .	$\delta_{nlbt p}^T$	Variável de linearização do intervalo p das perdas na opção de transformador l da subestação da barra n , durante o nível de carga b , no estágio t .
I_{nbt}^S	Injeção de corrente na barra n durante o nível de carga b no estágio t .	ΔI_{nbt}^L	Carga não suprida na barra n , durante o nível de carga b , no estágio t .
$L_{\ell bt}^L$	Perda aproximada do trecho ℓ durante o nível de carga b , no estágio t .		
L_{nbt}^S	Perda aproximada na subestação da barra n durante o nível de carga b , no estágio t .		
V_{nbt}	Magnitude de tensão da barra n durante o nível de carga b , no estágio t .		
VPI	Valor presente de investimento.		
VPL	Valor presente líquido.		

Sumário

1	Introdução	25
2	Planejamento da Expansão de Sistemas de Distribuição	29
2.1	Introdução	29
2.2	Revisão Bibliográfica	31
2.3	Modelo Mono-objetivo - Planejamento Dinâmico	35
2.3.1	Notações	35
2.3.2	Função Objetivo	37
2.3.3	Restrições do Problema	42
2.3.4	Resumo do Modelo Mono-objetivo - Planejamento Dinâmico	54
2.4	Modelo Mono-objetivo - Planejamento Estático	57
2.4.1	Resumo do Modelo Mono-objetivo - Planejamento Estático	65
2.5	Conclusões	68
3	Confiabilidade e Risco	69
3.1	Índices de Confiabilidade em Sistemas de Distribuição	69
3.1.1	Técnica Analítica	71
3.2	Análise de Risco	74
3.3	Conclusões	83
4	Otimização Multiobjetivo	85
4.1	Custo vs. Risco	85
4.2	Conceitos de Otimização Multiobjetivo	86
4.3	Métodos Clássicos	88
4.4	Algoritmos Evolutivos	90
4.4.1	<i>Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-2</i> (NSGA2)	93
4.4.2	<i>Strength Pareto Evolutionary Algorithm-2</i> (SPEA2)	94
4.4.3	Aplicação ao Problema de Planejamento	96
4.5	Análise de Desempenho	99
4.6	Conclusões	105
5	Simulações e Resultados	107
5.1	Detalhes da implementação	107
5.2	Planejamento do Sistema 26 Barras	108
5.2.1	Comparação entre Confiabilidade e Risco - Sistema 26 Barras	129

5.3	Planejamento do Sistema 138 Barras	131
5.3.1	Comparação entre Confiabilidade e Risco - Sistema 138 Barras . .	144
6	Conclusões	149
	Referências	151
	Apêndices	157
APÊNDICE A	Dados do Sistema de 26 Barras	159
APÊNDICE B	Dados do Sistema de 138 Barras	161
APÊNDICE C	Fatores de Conversão para Valor Presente	165
APÊNDICE D	Coeficiente de Correlação de Pearson	169
APÊNDICE E	Linearização por Partes da Função Perda	171

Introdução

Com o objetivo de otimizar a operação dos sistemas de distribuição, as empresas distribuidoras de energia elétrica vêm trabalhando em constantes melhorias da rede, a fim de adequar a qualidade do fornecimento da energia aos padrões impostos pelas agências reguladoras. Nesse contexto, pode-se citar o Planejamento da Expansão de Sistemas de Distribuição (PESD) que visa determinar diretrizes de expansão da estrutura da rede elétrica, de maneira a conciliar o fornecimento da energia com a crescente demanda dos consumidores.

Segundo o módulo 2 dos Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional (PRODIST), elaborados pela Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) (ANEEL, 2015), o PESD é composto de quatro etapas. A primeira delas consiste na previsão da demanda, em que são realizadas estimativas das futuras cargas do sistema. Concomitantemente, na segunda etapa, são definidas as campanhas de medição, através das quais as distribuidoras podem caracterizar as cargas e o carregamento do sistema elétrico. Com as estimativas feitas e o acompanhamento correto do sistema elétrico, são estabelecidos, na terceira etapa, os critérios e estudos de planejamento, onde são determinados os reforços e investimentos a serem realizados na rede elétrica. Por fim, na quarta e última etapa, é definido o Plano de Desenvolvimento da Distribuição (PDD), em que são informados os estudos realizados e os planos de obras do sistema elétrico. O objeto de estudo deste trabalho está inserido na terceira etapa citada acima, especificamente nos estudos de planejamento, onde deve-se analisar as possíveis ações de expansão do sistema e formar o plano de expansão que será implantado futuramente.

Uma vez que esses estudos são realizados levando-se em conta um horizonte de planejamento muito extenso (5 a 10 anos), o cenário de incertezas de falhas em equipamentos do sistema é bem amplo. A ocorrência dessas falhas podem acarretar grandes cortes de cargas no sistema, quando este não é devidamente planejado. Apesar disso, na formulação matemática tradicional do problema PESD não se considera a maximização da robustez da rede elétrica, apenas se busca a minimização do custo global de investimento (HAFFNER et al., 2008a; HAFFNER et al., 2008b). Como consequência, os planos de ex-

pansão implementados geram configurações muito vulneráveis a grandes desligamentos frente à ocorrência de contingências no sistema. Dessa forma, necessita-se um estudo mais aprofundado da confiabilidade das configurações diretamente na etapa dos estudos de planejamento, com o intuito de se obter boas configurações sob o ponto de vista da qualidade de fornecimento de energia elétrica.

Em (LOTERO; CONTRERAS, 2011), é apresentada uma metodologia para se avaliar algumas soluções propostas pelo modelo tradicional do problema PESD. Numa primeira etapa, determina-se um conjunto de soluções com baixos custos globais de investimento, formando um “poço” de soluções. Para cada solução desse poço, na segunda etapa, calculam-se os índices de confiabilidade esperados considerando taxas de falhas dos equipamentos do sistema e tempos de restabelecimento do fornecimento da energia. Forma-se, assim, uma ferramenta extra para o planejador do sistema, auxiliando-o na decisão de que plano de expansão será implantado nos próximos anos.

Além dos índices de confiabilidade convencionais, outra abordagem considerando os danos aos sistemas elétricos frente a um conjunto de contingências pode também ser utilizada para analisar a vulnerabilidade das configurações. Em (ALGUACIL; ARROYO; CARRIÓN, 2010) e (CHEN et al., 2014), são propostos modelos matemáticos para quantificar o risco de implantação de um plano de expansão. Essa formulação analisa os cortes de carga necessários para isolar a área atingida pela contingência e manter o fornecimento de energia elétrica adequado no restante do sistema, considerando diversos cenários de contingência. Apesar de esses modelos serem formulados para a resolução do problema de Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão (PEST), neste trabalho, são realizadas adaptações para utilizá-los no planejamento do sistema de distribuição.

Busca-se, portanto, estudar a formulação do problema PESD tradicional, considerando a minimização apenas do custo global dos planos de expansão, e elaborar uma metodologia para considerar questões de confiabilidade e risco a esse problema. Com isso, objetiva-se auxiliar a escolha de planos de expansão com baixos custos globais de investimento e que levem a configurações confiáveis e robustas do sistema de distribuição. Dessa maneira, é modelado um Problema de Otimização Multiobjetivo (POM), uma vez que ambos os objetivos são conflitantes, pois para aumentar a robustez da rede é necessário realizar mais investimentos, o que ocasiona maior custo global.

O emprego de Algoritmos Evolutivos (AEs) para resolução de problemas de otimização multiobjetivo tem mostrado bons desempenhos na literatura (DEB, 2001). Por conta disso, neste trabalho, optou-se por analisar dois AEs elitistas na resolução do problema PESD multiobjetivo proposto: NSGA2 e SPEA2. Esses algoritmos definem indivíduos que carregam consigo um código que é traduzido como um plano de expansão. Esse plano é avaliado quanto ao seu valor de custo global e ao seu valor de risco de implantação. Essas avaliações consistem em resoluções de Problemas Lineares Inteiros Mistos porque os modelos apresentados para o cálculo desses objetivos, mesmo com a definição dos planos

de expansão (mais adiante denotado pela variável de decisão $\mathbf{x}$), ainda possuem variáveis binárias para serem determinadas juntamente com variáveis contínuas.

Esses algoritmos foram implementados em linguagem C++, utilizando integração com GAMS/CPLEX, para a simulação do planejamento da expansão de dois sistemas elétricos testes de dimensões diferentes. O primeiro sistema teste tem 26 barras e 38 trechos. É adaptado do sistema elétrico presente em (LOTTERO; CONTRERAS, 2011). Já o segundo sistema analisado possui 138 barras e conta com 151 trechos de alimentadores. Esse outro sistema foi adaptado do sistema elétrico estudado em (MUÑOZ-DELGADO; CONTRERAS; ARROYO, 2015).

Para comparação da eficiência das simulações realizadas, utilizaram-se indicadores de desempenhos de algoritmos evolutivos (DEB, 2001). Através desses indicadores é possível observar a eficácia das implementações dos Algoritmos Evolutivos e a viabilidade do modelo multiobjetivo proposto.

Este documento é estruturado da seguinte maneira:

- No Capítulo 2 são apresentados os modelos tradicionais do problema PESD em que se busca apenas a minimização do custo global de investimento. Tais modelos são classificados de acordo com o tipo de planejamento considerado. O primeiro é denominado planejamento dinâmico, ou multiestágios, onde se deve definir, além das ações de planejamento, o estágio dentro do horizonte em que será realizada cada uma, isto é, em que momento deve ser implantada cada ação do plano de expansão. O segundo tipo de planejamento é o denominado planejamento estático, no qual se faz uma simplificação do modelo de planejamento dinâmico, considerando apenas um estágio no horizonte. Para reduzir a complexidade do problema e gerar um modelo mais simples para simulações, optou-se por implementar apenas o modelo do planejamento estático;
- Conceitos de confiabilidade e de risco de implantação são apresentados no Capítulo 3. Nesse capítulo, detalha-se o problema linear inteiro misto empregado para a determinação do risco de implantação de um plano de expansão;
- No Capítulo 4 são apresentados conceitos de otimização multiobjetivo, bem como os métodos de resolução desse tipo de problema, que incluem os algoritmos evolutivos que são implementados;
- No Capítulo 5 são detalhadas as simulações realizadas para o planejamento dos sistemas testes e são apresentados os resultados obtidos;
- No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões gerais da pesquisa baseando-se nos resultados do capítulo anterior.
- Nos Apêndices A e B são apresentados os dados dos sistemas testes empregados nas simulações;

- ❑ No Apêndice C, descreve-se como são obtidos os fatores de conversão para o valor presente. Tais fatores são empregados na formulação do modelo multiestágios.
- ❑ O modo como é calculado o coeficiente de correlação de Pearson empregado durante a análise dos resultados está detalhado no Apêndice D;
- ❑ Por fim, no Apêndice E é descrita a linearização por partes feita nas funções de perdas nos trechos de alimentadores e nos transformadores de força das subestações.

Planejamento da Expansão de Sistemas de Distribuição

Este capítulo tem como foco principal a especificação do problema de Planejamento da Expansão de Sistemas de Distribuição (PESD). Inicialmente são apresentadas algumas características importantes desse planejamento, sob o ponto de vista da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) e da literatura acadêmica. Em seguida, é detalhada uma revisão bibliográfica dos modelos e metodologias empregados por alguns trabalhos relevantes nessa área de estudo. Por fim, seguindo no capítulo, são apresentados os modelos estudados e abordados neste trabalho.

Dentre os modelos de planejamento presentes na literatura, optou-se por estudar como referência o modelo linear inteiro misto de planejamento dinâmico empregado em (HAFFNER et al., 2008a; LOTERO; CONTRERAS, 2011; MUÑOZ-DELGADO; CONTRERAS; ARROYO, 2015). Nesse modelo se considera apenas a minimização do valor presente líquido e o plano ótimo é definido levando em conta os vários estágios do horizonte de planejamento. Para aplicação no trabalho deste projeto de mestrado, tal modelo é simplificado, aplicando-o ao planejamento estático do sistema, ou seja, com apenas um estágio de planejamento. Além disso, incorpora-se ao modelo simplificado a análise da minimização do risco de implantação dos planos ótimos, que é baseado nos cortes de cargas mínimos frente a ocorrência de um conjunto de contingências, como será detalhado mais adiante no Capítulo 3. Dessa forma completa-se o modelo multiobjetivo do problema de Planejamento da Expansão de Sistemas de Distribuição.

2.1 Introdução

O Sistema de Distribuição de Energia Elétrica é responsável por receber a energia proveniente do sistema de transmissão e por gerenciar a sua distribuição para os consumidores finais através de alimentadores e equipamentos conectados. Consiste na parte final do sistema elétrico de potência, que é constituído também pelos sistemas de geração e de

transmissão.

Na interface entre os sistemas de transmissão e de distribuição, há as denominadas Subestações (SEs), onde estão presentes elementos de proteção e de medição da energia elétrica, além de transformadores de força responsáveis por diminuir o nível de tensão para um patamar adequado para distribuição da energia dentro dos centros urbanos e zonas rurais. Vale notar que a capacidade de suprimento de uma subestação é limitada basicamente pelas capacidades dos seus transformadores de força.

Além dos diferentes níveis de tensão de operação, outras diferenças entre os sistemas de transmissão e de distribuição podem ser enumeradas:

- ❑ Topologia: No sistema de distribuição, se predomina a operação radial da rede elétrica, isto é, dada uma carga do sistema existe apenas um caminho até a fonte (Subestação). No sistema de transmissão, predomina-se por outro lado a operação malhada, em que se formam malhas no circuito elétrico, obtendo um fornecimento de mais de uma única fonte de energia para cada subestação.
- ❑ Fluxo de Potência: No sistema de transmissão, as magnitudes das tensões elétricas não variam muito, sendo as diferenças entre os ângulos de fase, as responsáveis pelo fluxo de potência ativa. Já no sistema de distribuição, esse fluxo de potência é resultado principalmente das diferenças das magnitudes de tensão. Somada à operação radial, essa característica do sistema de distribuição faz com que sejam de grande importância a preocupação com os perfis de tensão na rede.
- ❑ Relação R/X: As impedâncias das linhas de sistemas de transmissão possuem uma relação R/X muito menor que a mesma relação das impedâncias de linhas do sistema de distribuição. Isso afeta algumas simplificações que são realizadas em sistemas de transmissão, tornando-as inadequadas aos sistemas de distribuição.
- ❑ Perdas: No sistema de distribuição, existe a constante preocupação da minimização das perdas elétricas, já que são relativamente altas comparadas à energia que é efetivamente entregue aos consumidores.

O sistema elétrico passa constantemente por aperfeiçoamentos que visam melhorar o fornecimento da energia elétrica aos consumidores. O planejamento adequado do sistema é essencial para conseguir atender a crescente demanda de energia, com padrões técnicos e econômicos viáveis.

A Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) regulamenta dentro do módulo 2 dos Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional (PRODIST) (ANEEL, 2015), o planejamento da expansão de sistemas de distribuição. Segundo esse documento, o planejamento consta de quatro etapas principais:

1. Previsão de demanda: onde são definidos o horizonte de planejamento, os períodos em que ele é dividido e as previsões das demandas dos consumidores existentes.

Faz-se também a previsão de novos consumidores que se conectarão à rede em cada um dos períodos do horizonte.

2. Caracterização da Carga e do Sistema Elétrico: nessa etapa, para melhor acompanhamento da evolução do planejamento, são realizadas, através de campanhas de medições, as caracterizações das cargas das unidades consumidoras e dos carregamentos de alimentadores da rede e transformadores do sistema de distribuição.
3. Critérios e Estudos de Planejamento: onde são realizados estudos técnicos e econômicos para determinação dos planos de expansão do sistema que serão implantados.
4. Plano de Desenvolvimento da Distribuição (PDD): a última etapa consiste na elaboração desse plano, no qual são detalhadas as ações de planejamento a serem executadas, bem como quando serão realizadas. O PDD deve ser entregue anualmente à ANEEL, apresentando o conjunto de obras previstas para o ano, as obras realizadas e as que estão planejadas para o ano seguinte.

Esta dissertação de mestrado tem seu foco na etapa de Critérios e Estudos de Planejamento, onde são determinados os melhores planos de expansão para o sistema de distribuição. Assume-se que já estão definidas as cargas futuras do sistema e quais são as possíveis ações de expansão a serem realizadas. Além disso, a elaboração do Plano de Desenvolvimento da Distribuição (PDD) também foge do escopo deste trabalho. Vale ressaltar que os planos de expansão ótimos encontrados pelas metodologias apresentadas neste documento ainda devem passar por uma análise técnica e econômica mais detalhada, visando a melhor definição das ações a serem realizadas.

Portanto, o problema PESD que é estudado neste trabalho consiste basicamente em determinar que ações de expansão devem ser executadas, para atender a demanda futura do sistema de distribuição, ao menor custo de investimentos e com a qualidade exigida pelos órgãos reguladores. Dentre as ações de expansão do sistema de distribuição, serão consideradas neste trabalho:

- ❑ a desativação/ativação de trechos dos alimentadores (alteração da topologia);
- ❑ o recondutoramento e a adição de trechos de alimentadores;
- ❑ o redimensionamento e a construção de SEs;
- ❑ a alocação de chaves seccionadoras e de Geradores Distribuídos (GDs) na rede.

2.2 Revisão Bibliográfica

Nesta seção serão apresentados os trabalhos científicos nos quais o problema tratado neste documento foi baseado. Buscou-se na revisão bibliográfica apresentar as várias

vertentes de estudos do problema de planejamento da expansão do sistema de distribuição, contemplando as diferentes modelagens e os métodos de resolução empregados.

Em (BERNAL-AGUSTÍN, 1998), detalha-se uma revisão bibliográfica dos trabalhos realizados até o final da década de 90 na área de planejamento de sistemas de distribuição. Os primeiros trabalhos consideravam investimentos apenas em alimentadores e/ou subestações. O termo “*design* ótimo” da rede foi empregado para definir a alocação ótima de alimentadores nos sistemas de distribuição, isto é, na escolha dos locais onde serão instalados os alimentadores e de seus tamanhos. Em (KNIGHT, 1960), atribui-se um custo de instalação de cada trecho de alimentador e busca-se a localização ótima dos alimentadores, considerando um conjunto de restrições lineares. Utiliza-se programação linear para modelar o problema e emprega-se o método Simplex para sua resolução. Em (ADAMS; LAUGHTON, 1974), além de identificar a localização ótima dos trechos de alimentadores, também determina-se o tamanho ótimo desses trechos, levando em conta a minimização das perdas elétricas. O problema é modelado sob programação linear inteira mista e empregam-se os métodos Simplex e *Branch and Bound* para sua resolução. Em ambos os trabalhos, as localizações e as capacidades das subestações não fazem parte do planejamento e já são estabelecidas *a priori* e entregues como parâmetros aos modelos matemáticos.

Nos trabalhos (MASUD, 1974) e (CRAWFORD; HOLT JR., 1975), são apresentados modelos para alocação de subestações nos sistemas de distribuição, sem a preocupação com o *design* dos alimentadores. Em (MASUD, 1974), o autor propõe um modelo matemático para determinação do dimensionamento de subestações tendo em conta a crescente demanda dos sistemas elétricos. O modelo proposto é então apresentado sob os moldes de um problema linear inteiro misto e o método *Branch and Bound* é utilizado para sua resolução. Já em (CRAWFORD; HOLT JR., 1975), os autores consideram a determinação da localização das subestações juntamente com as suas dimensões. Um modelo linear é definido para o problema e emprega-se um algoritmo heurístico para a resolução.

Posteriormente, alguns autores começaram a considerar o planejamento simultâneo de alimentadores e subestações (WALL; THOMPSON; NORTHOCOTE-GREEN, 1979; GÖNEN; FOOTE, 1981). No trabalho (GÖNEN; FOOTE, 1981), os autores afirmam que os recursos computacionais disponíveis até então eram insuficientes para a elaboração de um modelo mais completo contemplando o planejamento simultâneo dos alimentadores e das subestações.

Em (GÖNEN; RAMÍREZ-ROSADO, 1986), os autores apresentam uma revisão de modelos matemáticos para o problema PESD. Nesse trabalho, classificam-se os modelos de acordo com o total de estágios de planejamento, sendo categorizados em duas classes:

- Modelos de um estágio ou Planejamento Estático: O planejamento é realizado considerando apenas um estágio de planejamento, no qual são realizadas todas as obras previstas no plano de expansão ótimo.

- Modelos multiestágios ou Planejamento Dinâmico: Divide-se o horizonte de planejamento em vários estágios e o planejador deve determinar em que estágio devem ser realizadas as obras do plano de expansão ótimo.

O planejamento dinâmico é mais completo que o estático, pois determina os momentos em que as ações de planejamento devem ser realizadas. Além disso, ao se considerar um modelo multiestágios, o plano ótimo obtido geralmente é mais barato que o obtido em um planejamento estático (GÖNEN; RAMÍREZ-ROSADO, 1986), pois é possível adiantar ou postergar os investimentos ao longo do horizonte de planejamento. Apesar disso, o modelo para o planejamento dinâmico é bem mais complexo que o modelo para o planejamento estático, já que aumenta consideravelmente o número de variáveis de decisão. Por isso, o uso de planejamento estático se justifica quando a modelagem adotada do problema já possuir um nível de complexidade elevada.

Em sua maioria, por conta da falta de recursos computacionais, os modelos do problema PESD desenvolvidos até o final da década de 80 trabalhavam com programação linear ou linear inteira mista. Nessa época, alguns trabalhos começaram a tratar não linearidades no modelo, principalmente na função objetivo do problema (YOUSSEF; HACKAM; ABU-EL-MAGD, 1985; MIKIC, 1986; PONNAVAIKKO; PRAKASA RAO; VENKATA, 1987). Esses trabalhos consideravam funções não lineares para os custos da expansão da rede e para as perdas no sistema e para resolução dos modelos propostos, (YOUSSEF; HACKAM; ABU-EL-MAGD, 1985) empregaram o método de relaxação lagrangiana presente no *solver* MINOS, (MIKIC, 1986) desenvolveu um algoritmo especial para resolução e (PONNAVAIKKO; PRAKASA RAO; VENKATA, 1987) utilizaram o método de Wolfe, que consiste num método simplex para resolução de problemas em que a função objetivo é quadrática (WOLFE, 1959).

Com o advento de técnicas meta-heurísticas, surgiram propostas que trabalhavam com a modelagem não linear inclusive das restrições do problema PESD, considerando o fluxo de potência não linear para a determinação dos estados da rede de distribuição e das violações das configurações propostas. Geralmente esses métodos de resolução geram um conjunto de soluções que representam os próprios planos de expansão do sistema. Tais soluções são então avaliadas através de procedimentos de cálculo de fluxo de potência, onde se verificam violações nas magnitudes das tensões nodais e nas correntes que fluem no sistema, bem como a perda total na rede do sistema. Dentre as técnicas empregadas, podem ser citados os Algoritmos Genéticos (AGs) (MIRANDA; RANITO; PROENÇA, 1994; RAMÍREZ-ROSADO; BERNAL-AGUSTÍN, 1998), o Sistema de Colônia de Formigas (SCF) (GÓMEZ et al., 2004) e a metodologia *Simulated Annealing* (SA) (PARADA et al., 2004).

Além da alocação de alimentadores e de subestações, a inserção de outros equipamentos, como capacitores, reguladores de tensão e geradores distribuídos, também pode ser estudada durante o planejamento do sistema de distribuição. Em (TAN et al., 2013) é apresentada uma revisão do estudo da alocação de Geradores Distribuídos (GDs) no

sistema elétrico. Segundo esse trabalho, um gerador distribuído é qualquer fonte de energia elétrica com capacidade limitada que está diretamente conectada na rede de distribuição e alimenta os próprios consumidores finais dessa rede. Vale ressaltar que essa revisão apresenta apenas técnicas de alocação de GDs, desconsiderando a inserção e o recondutoramento dos alimentadores, bem como a construção de novas subestações e o redimensionamento das existentes.

Alguns trabalhos recentes, como (HAFFNER et al., 2008a; HAFFNER et al., 2008b; LAVORATO et al., 2012) consideraram a presença de geradores distribuídos no modelo de planejamento do sistema de distribuição. Contudo, como a localização e o dimensionamento desses elementos já são definidos de antemão e são informados como parâmetros para o problema, assim, o planejamento da alocação dos mesmos não faz parte da decisão de expansão.

O planejamento conjunto da rede do sistema de distribuição e dos geradores distribuídos é discutido nos trabalhos (NADERI; SEIFI; SEPASIAN, 2012; SAMPER; VARGAS, 2013a; SAMPER; VARGAS, 2013b; PEREIRA JUNIOR, 2014; MUÑOZ-DELGADO; CONTRERAS; ARROYO, 2015). Em (NADERI; SEIFI; SEPASIAN, 2012), os autores modelam o problema de planejamento do sistema como um modelo não linear inteiro misto, através de um Fluxo de Potência Ótimo (FPO) e utilizam um algoritmo genético modificado para encontrar a topologia ótima. Em (SAMPER; VARGAS, 2013a; SAMPER; VARGAS, 2013b), o modelo matemático proposto para o problema de planejamento do sistema de distribuição também é não linear inteiro misto, porém os autores decidem resolvê-lo através do método *Evolutionary Particle Swarm Optimization* (EPSO). Em (PEREIRA JUNIOR, 2014), o autor emprega a Busca Tabu (BT) para determinar as soluções ótimas para o modelo não linear inteiro misto proposto para o planejamento.

Há trabalhos ainda que consideraram a alocação de chaves seccionadoras no sistema (SAHOO; GANGULY; DAS, 2012; COSSI et al., 2012). A presença dessas chaves é fundamental para reduzir o impacto de desligamentos na rede, uma vez que em caso de contingência na rede, ou mesmo em situação de manutenção de equipamentos, o operador pode alterar a topologia do sistema através da abertura e fechamento dessas chaves de manobra, diminuindo assim o número de consumidores afetados pelo desligamento da rede.

Em (SAHOO; GANGULY; DAS, 2012), os autores propõem uma metodologia multiobjetiva para a determinação dos planos ótimos de expansão de sistemas de distribuição, considerando a presença de chaves seccionadoras. Os objetivos minimizados são o Custo Total de Instalação e Operação e um índice de confiabilidade do sistema, proposto pelos autores, ao qual eles denominaram *Contingency-load-loss index* (CLLI). Para resolução do problema analisado, os autores empregam uma meta-heurística híbrida usando *Particle Swarm Optimization* (PSO) e *Strength Pareto Evolutionary Algorithm-2* (SPEA2).

Os autores de (COSSI et al., 2012) também trabalham com um modelo multiobjetivo do problema PESD em que se considera a minimização dos custos de expansão e operação

do sistema e dos custos de confiabilidade da rede que são calculados através da energia não suprida esperada. Emprega-se a metodologia de Busca Tabu (BT), auxiliada por um algoritmo genético, para a resolução dos modelos propostos.

2.3 Modelo Mono-objetivo - Planejamento Dinâmico

Primeiramente, será apresentado o modelo linear inteiro misto mono-objetivo com multiestágios de planejamento. Esse modelo não considera as questões de confiabilidade e risco e busca minimizar apenas o custo global dos planos de expansão. O planejamento é dinâmico já que as decisões devem ser tomadas a cada estágio do horizonte, indicando o momento em que cada ação do plano de expansão deve ser realizada.

Para a formulação desse modelo, tomaram-se como bases os trabalhos (HAFFNER et al., 2008a; LOTERO; CONTRERAS, 2011; MUÑOZ-DELGADO; CONTRERAS; ARROYO, 2015), acrescentando-lhes a opção de alocação de chaves seccionadoras de manobra. A alocação desse equipamento durante a fase de planejamento permite à empresa distribuidora simular as diversas condições de contingência no sistema com o intuito de determinar os planos de restauração do fornecimento na ocorrência de desligamentos. Apesar disso, a complexidade do modelo aumenta, uma vez que a utilização dos alimentadores é condicionada pelos estados (aberto ou fechado) dessas chaves. Além disso, o número de variáveis de decisão também aumenta, pois atribui-se a cada trecho de alimentador do sistema uma variável binária que indica se há ou não uma chave seccionadora instalada.

Uma vez formulado o modelo mono-objetivo com multiestágios, é possível simplificá-lo e aplicá-lo a um planejamento estático, em que se considera apenas um estágio de planejamento. Além disso, a formulação matemática da análise de risco de implantação de planos de expansão, a qual será detalhada no capítulo seguinte, se baseia no modelo mono-objetivo apresentado aqui. Por conta desses motivos, optou-se por primeiramente apresentar o modelo mono-objetivo multiestágios nas seções que seguem.

2.3.1 Notações

Para facilitar o entendimento do modelo mono-objetivo referente ao planejamento dinâmico da expansão do sistema de distribuição, serão apresentadas nesta seção algumas notações de índices, conjuntos e variáveis do modelo.

Por se tratar de um planejamento dinâmico, o horizonte de planejamento é dividido em nt estágios, os quais são denotados pelo índice t de domínio $T = \{1, 2, \dots, nt\}$. Cada ação de investimento é realizada no início de cada estágio t o qual ocorre no ano $p(t)$ após o início do planejamento. Além disso, cada estágio t tem uma duração em anos denotada por $\Delta p(t)$. Por exemplo, seja um horizonte de planejamento de 15 anos dividido em três estágios de 5 anos cada. Assim tem-se $p(1)=0$, $p(2) = 5$ e $p(3) = 10$ como sendo os anos

iniciais de cada estágio. A Figura 1 ilustra a cronologia de um horizonte de planejamento genérico, dividido em nt estágios.

Figura 1 – Horizonte de planejamento e seus estágios.

O sistema elétrico do planejamento constitui elementos existentes no sistema base e elementos que podem ser inseridos ao longo do horizonte de planejamento. Basicamente, o sistema do planejamento é formado pelo conjunto de barras N e pelo conjunto de trechos de alimentadores Ψ^L . As barras do sistema são denotadas pelo índice n e podem pertencer, não exclusivamente, a dois conjuntos especiais: o conjunto de barras de subestações Ψ^S e o conjunto de barras com geradores distribuídos Ψ^G . Geralmente consideram-se apenas três casos para uma barra n do conjunto N . Primeiro, a barra n é de uma subestação, então ela não possui carga nem gerador distribuído conectado. Segundo, a barra n não é de subestação e possui carga, tendo ou não um gerador distribuído conectado. Terceiro, a barra n não é de subestação e não possui carga. Neste último caso, caso a barra n não possua gerador distribuído, diz-se que ela é uma barra de transferência.

O índice ℓ denota os trechos de alimentadores do sistema de planejamento. O conjunto de trechos existentes do sistema elétrico base é dividido em dois conjuntos: o conjunto dos trechos fixos, denotado por Ψ^F e o conjunto dos trechos para recondutoramento, denotado por Ψ^R . O conjunto de trechos fixos Ψ^F é formado pelos trechos de alimentadores cuja configuração inicial não pode ser alterada ao longo do planejamento. Já os trechos pertencentes ao conjunto de trechos para recondutoramento Ψ^R podem ter sua configuração inicial alterada. Além desses conjuntos, ainda se definem previamente os possíveis trechos candidatos à inserção, denotado por Ψ^A . Trechos de alimentadores neste conjunto não existem no sistema elétrico base e não necessariamente precisam ser inseridos durante o planejamento. Vale ressaltar que os conjuntos Ψ^F , Ψ^R e Ψ^A não possuem interseções, isto é, dado um trecho $\ell \in \Psi^L$ então ele pertence a apenas um desses três conjuntos.

Para cada trecho ℓ do conjunto Ψ^A existe um conjunto de opções de configurações Ψ_ℓ^A para serem implantadas. Essas opções de configurações são denotados pelo índice k e consistem nos tipos de cabos a serem empregados e tipo de arranjo dos condutores. Igualmente, para cada trecho ℓ do conjunto Ψ^R , existe o conjunto Ψ_ℓ^R formado pelas opções de configurações para serem implantadas e a configuração inicial do trecho. Cada opção de recondutoramento é denotada pelo índice j , sendo que j_0 consiste na configuração inicial do trecho.

De forma análoga, para cada barra $n \in \Psi^S$, existe um conjunto de transformadores de força Ψ_n^S que são opções para o redimensionamento da subestação na barra n . Se houver transformador de força inicialmente na barra n do sistema base, então ele é denotado pelo índice l_0 . Também, para cada barra n do conjunto Ψ^G , há um conjunto de opções de geradores distribuídos denotado por Ψ_n^G .

O planejamento do sistema considera ainda que existem diferentes níveis de carga ao longo de um dia. O índice b é utilizado para identificar cada um desses níveis de carga e o conjunto B é definido como o domínio desses índices. Logo, para cada um desses níveis é necessário verificar as condições do sistema elétrico, como níveis de tensão em cada barra e a magnitude de corrente em cada trecho, para ver a adequação aos limites definidos.

2.3.2 Função Objetivo

A minimização do Valor Presente Líquido (VPL) da expansão do sistema compõe a função objetivo do modelo mono-objetivo do problema PESD dinâmico. A formulação desse objetivo é descrita na expressão (2.1) e compreende a soma de cinco parcelas:

- ❑ Valor Presente de Investimento (VPI): constitui na soma de todos os investimentos realizados durante o planejamento.
- ❑ Valor Presente de Manutenção (VPM): é composto pelo total gasto em manutenção dos componentes da rede.
- ❑ Valor Presente de Operação (VPO): é o montante desembolsado para manter a rede em funcionamento. É calculado baseando-se no total de perdas.
- ❑ Valor Presente de Produção (VPP): é o total gasto na obtenção da energia, seja ela proveniente do sistema externo (sistema de transmissão) ou de geradores distribuídos na rede.
- ❑ Valor Presente de Não Suprimento de Carga (VPN): são os totais pagos pelo não suprimento das cargas do sistema.

$$\min \{VPL\} = \min \{VPI + VPM + VPO + VPP + VPN\} \quad (2.1)$$

Por se tratar de um modelo multiestágios, os gastos realizados em diferentes estágios devem ser convertidos aos seus valores presentes. O termo “valor presente” está relacionado ao preço atual de gastos que serão realizados em momentos futuros. Uma vez que o capital de uma empresa distribuidora tem previsão de crescimento segundo uma taxa anual de juros i , os gastos futuros podem ser planejados de antemão e os seus custos podem ser reduzidos. Por exemplo, considere que a taxa de retorno da empresa seja $i = 10\%$ ao ano e que um gasto de \$110 que deve ser realizado dentro de um ano. Desse modo, para realizá-lo, a empresa não precisa desembolsar atualmente o total de \$110, mas sim

apenas \$100, pois, depois de um ano, consegue-se faturar 10% desse capital (correspondendo a \$10 de retorno) e atinge o valor necessário do investimento. O gasto de \$110 sofre, portanto, uma atenuação de aproximadamente 0,909 para ser convertido para o valor presente.

A conversão para o valor presente de um gasto depende do momento e da frequência em que ele é realizado. O Apêndice C apresenta os detalhes de como são obtidos os fatores de conversão para o valor presente de vários tipos de gastos realizados na expansão de redes de distribuição.

Seguem detalhadas a continuação as formulações matemáticas de cada um das parcelas do valor presente líquido de um plano de expansão.

Valor Presente de Investimento

O Valor Presente de Investimento (VPI) constitui a soma total dos investimentos realizados ao longo do planejamento, os quais podem ser categorizados em dois tipos: inserção e redimensionamento de recursos. Os investimentos são realizados no início de cada estágio t de planejamento e podem ser representados por um custo simples, em que se depende apenas da variável de plano de expansão $\mathbf{x}$. A expressão que define o VPI é a que segue.

$$VPI = \sum_{t \in T} \mu_t^I C_t^I \quad (2.2)$$

em que:

- μ_t^I , definido pela expressão (2.3), é o fator de conversão de investimento futuro ao valor presente e depende da taxa de juros i e o momento $p(t)$ em que são realizados os investimentos no estágio t . Quanto mais tarde for realizado o investimento menos penalizado ele será ao se converter ao valor presente. Mais detalhes do fator de conversão ao valor presente são encontrados no Apêndice C.

$$\mu_t^I = \mu_{p(t)}^{VP} = (1 + i)^{-p(t)} \quad (2.3)$$

- C_t^I é a soma dos investimentos realizados no período t e é dado pela expressão (2.4). É formado pela soma de 6 parcelas: a primeira parcela corresponde aos investimentos em recondutoramento de trechos de alimentadores. A variável binária de decisão $x_{\ell jt}^R$ indica se a opção de recondutoramento j do trecho ℓ deve ser instalada no estágio t e $c_{\ell j}^{IR}$ representa o seu custo de investimento. Observe que não faz sentido ter uma variável $x_{\ell jt}^R$ para as opções iniciais j_0 dos trechos, por conta disso, na primeira parcela exclui-se essa opção da somatória, indicado pelo conjunto $\Psi^R \setminus \{j_0\}$.

A segunda parcela corresponde aos investimentos em adição de trechos de alimentadores. Nessa parcela, a variável binária de decisão $x_{\ell kt}^A$ informa se a opção de adição k é inserida no trecho ℓ no estágio t . O custo de investimento dessa adição

é definido pelo parâmetro $c_{\ell k}^{IA}$. Essas duas primeiras parcelas são ponderadas pelo fator de anuidade considerando a vida útil dos condutores do alimentador η^{AL} (Para detalhes do fator de anuidade, ver Apêndice C).

A terceira parcela do custo de investimentos está relacionada à alocação de chaves em trechos de alimentadores. O investimento de inserção de uma chave no trecho ℓ durante o estágio t é decidido pela variável $x_{\ell t}^C$ e seu custo é definido por c_{ℓ}^{IC} . Nessa parcela, aplica-se a ponderação correspondente ao fator de anuidade das chaves $\alpha_{\eta^{CH}}$.

A quarta parcela representa os investimentos em expansão de subestações. A variável binária de decisão x_{nt}^S indica se a subestação da barra n sofrerá expansão no estágio t e o custo dessa expansão é definido por c_n^{IS} . Pondera-se essa parcela pelo fator de anuidade $\alpha_{\eta^{SE}}$ que é calculado considerando a vida útil das subestações η^{SE} .

A quinta parcela é formada pelos investimentos em adição de transformadores de força em subestações. Essa parcela é ponderada pelo fator de anuidade $\alpha_{\eta^{TR}}$ considerando a vida útil dos transformadores. A variável binária de decisão x_{nlt}^T indica se a opção de transformador l é instalada na subestação da barra n no estágio t . O custo desse investimento é dado por c_{nl}^{IT} . Note também que é desnecessário definir uma variável x_{nlt}^T para a opção inicial l_0 de transformador de força da barra n e por isso, essa opção é excluída da somatória como indica o conjunto $\Psi_n^S \setminus \{l_0\}$.

A sexta e última parcela do custo de investimentos no estágio t corresponde aos investimentos em geradores distribuídos. O custo de inserção da opção g de gerador distribuído na barra candidata n é dado pelo parâmetro c_{ng}^{IG} , enquanto que a decisão de realizar essa ação no estágio t é definida pela variável binária x_{ngt}^G . Aplica-se uma ponderação de acordo com a vida útil dos geradores distribuídos η^{GD} .

$$\begin{aligned} C_t^I = & \alpha_{\eta^{AL}} \sum_{\ell \in \Psi^R} \sum_{j \in \Psi_{\ell}^R \setminus \{j_0\}} c_{\ell j}^{IR} x_{\ell jt}^R + \alpha_{\eta^{AL}} \sum_{\ell \in \Psi^A} \sum_{k \in \Psi_{\ell}^A} c_{\ell k}^{IA} x_{\ell kt}^A + \alpha_{\eta^{CH}} \sum_{\ell \in \Psi^L} c_{\ell}^{IC} x_{\ell t}^C \\ & + \alpha_{\eta^{SE}} \sum_{n \in \Psi^S} c_n^{IS} x_{nt}^S + \alpha_{\eta^{TR}} \sum_{n \in \Psi^S} \sum_{l \in \Psi_n^S \setminus \{l_0\}} c_{nl}^{IT} x_{nlt}^T + \alpha_{\eta^{GD}} \sum_{n \in \Psi^G} \sum_{g \in \Psi_n^G} c_{ng}^{IG} x_{ngt}^G \quad \forall t \in T \end{aligned} \quad (2.4)$$

Valor Presente de Manutenção

O Valor Presente de Manutenção (VPM), cuja definição é dada pela expressão (2.5), corresponde aos custos anuais de manutenção dos recursos utilizados no sistema de distribuição. A cada recurso é atribuído um custo anual de manutenção que é considerado ou não dependendo do valor da variável binária de utilização $\mathbf{y}$. Observe que essa variável de utilização difere da variável de decisão $\mathbf{x}$ presente no cálculo do valor presente de investimentos. Isso indica que um dado recurso pode ser instalado e não ser utilizado em um estágio, permanecendo desativado para sua utilização em estágios futuros.

$$VPM = \sum_{t \in T} \mu_t^{AC} C_t^M \quad (2.5)$$

em que:

- μ_t^{AC} é o fator acumulativo de gastos futuros realizados no estágio t , para convertê-los ao valor presente. Esse fator depende tanto da duração $\Delta p(t)$ quanto do início $p(t)$ do estágio t . Ele é calculado através das expressões (C.11) e (C.12) que se encontram no Apêndice C.
- C_t^M é o custo anual de manutenção no estágio t , considerando as manutenções nos diversos recursos utilizados. Esse custo é formado por cinco parcelas: as três primeiras estão relacionadas à utilização dos trechos do sistema, sendo a primeira contabilizando os custos de manutenção em trechos fixos, a segunda, em trechos candidatos ao recondutoramento e a terceira, em trechos candidatos à adição. A quarta parcela constitui os gastos em manutenção dos transformadores de força das subestações, enquanto que a quinta parcela constitui os gastos em manutenção do geradores distribuídos. Observe que a cada equipamento é atribuído um custo de manutenção anual c^M que é contabilizado ou não, de acordo com a variável de utilização y .

$$\begin{aligned}
 C_t^M = & \sum_{\ell \in \Psi^F} c_\ell^{MF} y_{\ell t}^F + \sum_{\ell \in \Psi^R} \sum_{j \in \Psi_\ell^R} c_{\ell j}^{MR} y_{\ell j t}^R + \sum_{\ell \in \Psi^A} \sum_{k \in \Psi_\ell^A} c_{\ell k}^{MA} y_{\ell k t}^A \\
 & + \sum_{n \in \Psi^S} \sum_{l \in \Psi_n^S} c_{nl}^{MT} y_{nl t}^T + \sum_{n \in \Psi^G} \sum_{g \in \Psi_n^G} c_{ng}^{MG} y_{ng t}^G \quad \forall t \in T
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Valor Presente de Operação

O Valor Presente de Operação (VPO) do plano de expansão constitui o montante pago em energia dissipada pela rede de distribuição. É formado pela somatória de perdas totais nos trechos e nos transformadores de força do sistema em cada estágio t , segundo mostra a expressão (2.7).

$$VPO = \sum_{t \in T} \mu_t^{AC} C_t^O \tag{2.7}$$

em que:

- C_t^O é o custo total em perdas no estágio t . Constitui da soma das perdas em cada trecho e transformador de força, ponderado pelo preço da energia. A expressão (2.8) define o cálculo do custo C_t^O . Nessa expressão, Δ_b indica a duração do nível de carga b em horas/ano, enquanto que c_b^{PS} indica o preço em \$/MWh da energia obtida a partir das subestações durante esse nível de carga.

Os valores $R_\ell^F, R_{\ell j}^R, R_{\ell k}^A$ são as resistências dos trechos fixos, alteráveis e adicionáveis, respectivamente. A variável $f_{\ell b t}$ indica a corrente que flui no trecho ℓ , durante o nível de carga b no estágio de planejamento t . A resistência do transformador l instalada na subestação da barra n é dada pela constante R_{nl}^T . A injeção de corrente na subestação n , durante o nível de carga b no estágio t é definida pela variável I_{nbt}^S .

$$C_t^O = \sum_{b \in B} \Delta_b \cdot c_b^{PS} \cdot \left\{ \sum_{\ell \in \Psi^F} R_\ell^F y_{\ell t}^F (f_{\ell bt})^2 + \sum_{\ell \in \Psi^R} \left(\sum_{j \in \Psi_\ell^R} R_{\ell j}^R y_{\ell jt}^R \right) (f_{\ell bt})^2 + \sum_{\ell \in \Psi^A} \left(\sum_{k \in \Psi_\ell^A} R_{\ell k}^A y_{\ell kt}^A \right) (f_{\ell bt})^2 + \sum_{n \in \Psi^S} \left(\sum_{l \in \Psi_n^S} R_{nl}^T y_{nlt}^T \right) (I_{nbt}^S)^2 \right\} \quad \forall t \in T \quad (2.8)$$

Note que a expressão (2.8) não é linear, por conta dos quadrados das variáveis de corrente. Para linearizar essa expressão é empregada uma técnica de linearização por partes descrita no Apêndice E deste documento.

Depois de realizada a devida simplificação, as perdas são acumuladas em duas variáveis principais: $L_{\ell bt}^L$ que representa a perda em MW no trecho ℓ e L_{nbt}^S que corresponde à perda em MW no transformador de força instalado na subestação da barra n . Ambas as variáveis são consideradas no nível de carga b durante o estágio t . A expressão linearizada do custo de operação é dada pela equação (2.9).

$$C_t^O = \sum_{b \in B} \Delta_b \cdot c_b^{PS} \cdot \left(\sum_{\ell \in \Psi^L} L_{\ell bt}^L + \sum_{n \in \Psi^S} L_{nbt}^S \right) \quad \forall t \in T \quad (2.9)$$

Valor Presente de Produção

O Valor Presente de Produção (VPP) consiste no total gasto na obtenção da energia elétrica necessária para suprir o sistema de distribuição. Essa energia pode ser proveniente do sistema de transmissão, chegando através das subestações ou proveniente de geradores distribuídos na rede.

$$VPP = \sum_{t \in T} \mu_t^{AC} C_t^P \quad (2.10)$$

em que C_t^P , definido pela expressão (2.11), é o custo total de produção de energia durante o estágio t . Por se tratar de um custo anual, ele também é ponderado pelo fator acumulativo μ_t^{AC} . Nessa expressão c_{gb}^{PG} representa o custo de geração de energia do gerador g , em \$/MWh, durante o nível de carga b , enquanto que c_b^{PS} é o custo de obtenção de energia proveniente do sistema de transmissão durante o nível de carga b . As injeções de corrente no sistema de distribuição são representadas pelas variáveis I_{ngbt}^G (corrente injetada na barra n , pelo gerador g durante o nível de carga b no estágio t) e I_{nbt}^S (corrente injetada na barra de subestação n durante o nível de carga b no estágio t).

$$C_t^P = \sum_{b \in B} \Delta_b \cdot fp \cdot \left(\sum_{n \in \Psi^G} \sum_{g \in \Psi_n^G} c_{gb}^{PG} I_{ngbt}^G + \sum_{n \in \Psi^S} c_b^{PS} I_{nbt}^S \right) \quad \forall t \in T \quad (2.11)$$

Valor Presente de Não Suprimento de Carga

Algumas vezes, é mais econômico não suprir certas cargas em vez de construir novos trechos para alimentá-las. Entretanto, ao não suprir uma carga, além de não estar faturando, a companhia de distribuição também deve arcar com multas e encargos. Na

formulação matemática do Valor Presente de Não Suprimento de Carga (VPN), assume-se um custo linear com o total de carga não atendida.

$$VPN = \sum_{t \in T} \mu_t^{AC} C_t^N \quad (2.12)$$

em que C_t^N é o custo anual de energia não suprida durante o estágio t e tem sua definição explicitada na equação (2.13). Observe que, por se tratar de um custo anual, ele é ponderado pelo fator acumulativo μ_t^{AC} . Na expressão (2.13) o parâmetro c_{nb}^N representa o custo linear de não suprimento dos consumidores conectados à barra n durante o nível de carga b , enquanto que a variável ΔI_{nbt}^L representa o total de carga não suprida nessa mesma barra n , durante o mesmo nível de carga b no estágio t .

$$C_t^N = \sum_{b \in B} \Delta_b \cdot fp \cdot \sum_{n \in N} c_{nb}^N \Delta I_{nbt}^L \quad \forall t \in T \quad (2.13)$$

2.3.3 Restrições do Problema

São apresentadas agora as restrições do modelo linear mono-objetivo do planejamento dinâmico. Essas restrições podem ser classificadas em 6 grandes grupos: Restrições do Fluxo de Potência Linear, Restrições de Limitações, Restrições de Definição de Perdas, Restrições de Radialidade, Restrições da Operação de Geradores Distribuídos e Restrições Lógicas.

Restrições de Fluxo de Potência Linear

O cálculo do fluxo de potência em um sistema elétrico consiste basicamente na determinação das variáveis que definem a operação da rede, mensurando como está fluindo a energia pela rede. Através desse estudo é possível determinar se há trechos do sistema que estão operando sobrecarregados ou se há barras operando com níveis de tensão fora dos limites aceitáveis.

As variáveis cujos valores são determinados durante o estudo de fluxo de potência são geralmente as tensões elétricas das barras $\dot{V}_n = V_n e^{j\phi_n}$. Sabendo essas tensões e as impedâncias dos trechos da rede, é possível determinar todos os fluxos de potência no sistema, bem como as injeções de potência de cada fonte de energia ligada ao sistema.

A formulação original do fluxo de potência é baseada na relação entre as tensões nodais e os fluxos de potência ativa e reativa nos trechos. Formula-se um sistema de equações não lineares e métodos como Newton-Raphson (MONTICELLI, 1983) e Varredura *Forward-Backward* (SHIRMOHAMMADI et al., 1988) são empregados para resolvê-lo.

Durante o Planejamento da Expansão de Sistemas de Distribuição (PESD), com o intuito de avaliar os diversos planos de expansão factíveis, o planejador necessita executar inúmeras vezes o fluxo de potência para determinar os estados da rede em diversas situações de carga e de topologia. Alguns autores optam por empregar uma metodologia

linear do fluxo de potência, uma vez que o problema de expansão contém simplificações próprias, por exemplo, na modelagem de carga são feitas previsões do crescimento anual dos atuais consumidores e das demandas de novos clientes. Muitas vezes a precisão das previsões realizadas não é suficiente para se justificar a utilização de uma metodologia não linear para o fluxo de potência ao invés de utilizar uma metodologia linear.

Consideram-se as seguintes condições para a formulação linear do fluxo de potência em sistemas elétricos:

- ❑ Adoção do modelo unifilar da rede: arranjos polifásicos são representados apenas por um trecho de impedância fixa;
- ❑ Modelagem de cargas: todas as cargas são modeladas com mesmo fator de potência e sob o modelo de corrente constante;
- ❑ Modelagem de Subestações (SEs) e Geradores Distribuídos (GDs): as SEs e os GDs são modelados como injeções de corrente e possuem capacidade máxima de fornecimento;
- ❑ Desconsideração dos ângulos de fase: apenas se consideram as magnitudes de tensão nodais e as magnitudes das correntes que fluem pela rede.

Realizadas essas simplificações, o cálculo de fluxo de potência linear consiste em determinar as seguintes variáveis:

- ❑ V_{nbt} : magnitude da tensão nodal, para barras que não são de subestações;
- ❑ I_{nbt}^S : magnitude da corrente de injeção, para barras de SEs.
- ❑ I_{ngbt}^G : magnitude da corrente de injeção, para barras com GDs.
- ❑ f_{lbt} : a magnitude da corrente que flui em cada trecho ℓ do sistema.

Vale ressaltar que com essa simplificação há uma divergência em relação à ideia principal do cálculo de fluxo de potência, uma vez que as demandas das cargas e as injeções são traduzidas como correntes elétricas em vez de potências elétricas. Desse modo, não faz sentido dizer que se está realizando um cálculo de fluxo de potência, mas sim uma estimativa das variáveis descritas acima. Apesar disso, por simplicidade, propositalmente ainda será utilizada a nomenclatura de Fluxo de Potência Linear para representar o conjunto de restrições do modelo, mesmo que não sejam determinadas potências injetadas e que fluem no sistema.

A primeira relação entre as variáveis do fluxo de potência linear é a Lei de Correntes de Kirchhoff (LCK) aplicada a cada barra do sistema. Essa relação é expressa na equação (2.14) que segue. Nessa equação, para cada barra n , somam-se todas as injeções de

corrente e as iguala à sua carga líquida, que corresponde à carga total I_{nbt}^L menos o corte de carga ΔI_{nbt}^L .

$$I_{nbt}^S + \sum_{g \in \Psi_n^G} I_{ngbt}^G - \sum_{\ell \in F_n} f_{\ell bt} + \sum_{\ell \in T_n} f_{\ell bt} = I_{nbt}^L - \Delta I_{nbt}^L \quad \forall n \in N, \forall b \in B, \forall t \in T \quad (2.14)$$

A segunda relação entre as variáveis do problema é a Lei de Tensões de Kirchhoff (LTK), a qual é aplicada a cada trecho ℓ do sistema. Pelo diagrama fasorial ilustrado na Figura 2, aplicando a Lei dos Cossenos, pode-se observar a relação descrita na equação (2.15). Nessa equação, $fr(\ell)$ e $to(\ell)$ indicam respectivamente a barra de origem e a de destino do trecho de alimentador ℓ .

Figura 2 – Diagrama fasorial da corrente em um trecho ℓ .

$$(Z_\ell \cdot f_\ell)^2 = V_{fr(\ell)}^2 + V_{to(\ell)}^2 - 2 \cdot V_{fr(\ell)} \cdot V_{to(\ell)} \cdot \cos \Delta\delta \quad (2.15)$$

Como a abertura angular $\Delta\delta$ é desprezível em trechos de sistemas de distribuição, o valor $\cos \Delta\delta$ é bem próximo de 1 e a expressão (2.15) pode ser simplificada da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} (Z_\ell \cdot f_\ell)^2 &\approx V_{fr(\ell)}^2 + V_{to(\ell)}^2 - 2 \cdot V_{fr(\ell)} \cdot V_{to(\ell)} \\ (Z_\ell \cdot f_\ell)^2 &\approx [V_{fr(\ell)} - V_{to(\ell)}]^2 \end{aligned} \quad (2.16)$$

Consequentemente, assume-se que a corrente em um trecho ℓ é ocasionada apenas pela diferença de magnitudes da tensão nodal e a expressão linear que a define é descrita em (2.17).

$$Z_\ell \cdot f_{\ell bt} = V_{fr(\ell)bt} - V_{to(\ell)bt} \quad \forall \ell \in \Psi^L, \forall b \in B, \forall t \in T \quad (2.17)$$

Como a impedância dos trechos dos alimentadores do sistema depende do tipo de configuração empregada e a escolha dessas configurações faz parte do planejamento da rede, é necessário realizar a substituição da equação (2.17) para as restrições (2.18)-(2.20).

$$V_{fr(\ell)bt} - V_{to(\ell)bt} = Z_{\ell}^F \cdot f_{\ell bt} \quad \forall \ell \in \Psi^F, \forall b \in B, \forall t \in T \text{ tal que } y_{\ell t}^F = 1 \quad (2.18)$$

$$V_{fr(\ell)bt} - V_{to(\ell)bt} = Z_{\ell j}^R \cdot f_{\ell bt} \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_{\ell}^R, \forall b \in B, \forall t \in T \text{ tal que } y_{\ell jt}^R = 1 \quad (2.19)$$

$$V_{fr(\ell)bt} - V_{to(\ell)bt} = Z_{\ell k}^A \cdot f_{\ell bt} \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_{\ell}^A, \forall b \in B, \forall t \in T \text{ tal que } y_{\ell kt}^A = 1 \quad (2.20)$$

Note que as restrições (2.18)-(2.20) dependem da condição de utilização do trecho ℓ no estágio t , a qual é definida pela variável y . Quando $y_{\ell t} = 1$, a corrente $f_{\ell bt}$ é resultado direto da diferença das magnitudes de tensão elétricas das barras terminais $V_{fr(\ell)bt}$ e $V_{to(\ell)bt}$. Uma técnica para incorporar essas dependências no modelo, acrescentando restrições lineares é a utilização de um valor M -grande e de restrições disjuntivas (BAHIENSE et al., 2001), como mostram as expressões (2.21)-(2.23).

$$|V_{fr(\ell)bt} - V_{to(\ell)bt} - Z_{\ell}^F \cdot f_{\ell bt}| \leq M \cdot (1 - y_{\ell t}^F) \quad \forall \ell \in \Psi^F, \forall b \in B, \forall t \in T \quad (2.21)$$

$$|V_{fr(\ell)bt} - V_{to(\ell)bt} - Z_{\ell j}^R \cdot f_{\ell bt}| \leq M \cdot (1 - y_{\ell jt}^R) \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_{\ell}^R, \forall b \in B, \forall t \in T \quad (2.22)$$

$$|V_{fr(\ell)bt} - V_{to(\ell)bt} - Z_{\ell k}^A \cdot f_{\ell bt}| \leq M \cdot (1 - y_{\ell kt}^A) \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_{\ell}^A, \forall b \in B, \forall t \in T \quad (2.23)$$

Quando a variável $y_{\ell t}$ assume valor 1, os termos à direita das inequações (2.21)-(2.23) se anulam, fazendo com que a corrente $f_{\ell bt}$ dependa diretamente da diferença das magnitudes de tensão e da impedância do trecho. Por outro lado, quando $y_{\ell t} = 0$, as inequações são relaxadas pelo valor M suficientemente grande para contemplar quaisquer diferenças de magnitude de tensão.

Uma vez que se fixa a magnitude de tensão das barras de subestação, é possível determinar todas as variáveis V_{nbt} , I_{nbt}^S , I_{ngbt}^G e $f_{\ell bt}$ da rede, empregando apenas as restrições lineares da Lei de Correntes de Kirchhoff, Equação (2.14), e da Lei de Tensões de Kirchhoff, Equações (2.21)-(2.23).

Restrições de Limitações

O segundo grupo de restrições que devem ser consideradas no problema de expansão são as denominadas restrições de limitações. Para a operação adequada do sistema, algumas limitações operacionais são impostas, tais como, limitação da magnitude de corrente que flui nos alimentadores, limitação da magnitude de tensão nas barras, limitações na injeção de corrente em subestações e geradores distribuídos e a limitação dos cortes de cargas. Além dos limites operacionais, ainda há as limitações econômicas relacionadas ao capital de investimento disponível para cada estágio do planejamento. Nesta seção serão detalhadas cada uma dessas restrições.

Os cabos empregados nos alimentadores possuem limitação no valor da corrente que pode fluir por eles. Essa limitação está ligada principalmente à capacidade térmica dos cabos e, para tanto, são definidos os limites da magnitude de corrente que flui em cada tipo de cabo, compondo o parâmetro $\bar{f}$. Por exemplo, $\bar{f}_{\ell}^F$ indica a corrente máxima que

pode fluir no trecho fixo ℓ , enquanto que $\bar{f}_{\ell j}^R$ corresponde à corrente máxima que pode fluir nos cabos da opção de recondutoramento j do trecho ℓ e, por fim, $\bar{f}_{\ell k}^A$ é a corrente máxima que o cabo da opção de adição k do trecho ℓ pode suportar. Portanto, a limitação da corrente $f_{\ell bt}$ é representada pelas equações (2.24)-(2.26).

$$|f_{\ell bt}| \leq y_{\ell t}^F \cdot \bar{f}_{\ell}^F \quad \forall \ell \in \Psi^F, \forall b \in B, \forall t \in T \quad (2.24)$$

$$|f_{\ell bt}| \leq \sum_{j \in \Psi_{\ell}^R} y_{\ell jt}^R \cdot \bar{f}_{\ell j}^R \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall b \in B, \forall t \in T \quad (2.25)$$

$$|f_{\ell bt}| \leq \sum_{k \in \Psi_{\ell}^A} y_{\ell kt}^A \cdot \bar{f}_{\ell k}^A \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall b \in B, \forall t \in T \quad (2.26)$$

Vale observar que, pelas restrições de limitação, quando não é utilizado nenhum cabo no trecho ℓ durante o estágio t , isto é, as variáveis de utilização $y_{\ell t}$ são todas iguais a zero, a corrente em todos os níveis de carga b deve assumir valor nulo também.

O próximo conjunto de restrições de limitação é formado pelas equações (2.27)-(2.28). Nessas restrições, são impostos os limites de injeção de corrente nas subestações e nos geradores distribuídos em cada nível de carga b e para cada estágio de planejamento t .

$$0 \leq I_{nbt}^S \leq \sum_{l \in \Psi_n^S} y_{nl t}^T \cdot \bar{I}_{nl}^T \quad \forall n \in \Psi^S, \forall b \in B, \forall t \in T \quad (2.27)$$

$$0 \leq I_{ngbt}^G \leq y_{ngt}^G \cdot \bar{I}_{ngb}^G \quad \forall n \in \Psi^G, \forall g \in \Psi_n^G, \forall b \in B, \forall t \in T \quad (2.28)$$

Na restrição (2.27), o parâmetro $\bar{I}_{nl}^T$ corresponde ao limite máximo de injeção de corrente do transformador de força l instalado na barra n . Já em (2.28), o parâmetro $\bar{I}_{ngb}^G$ é o limite máximo de corrente injetada pelo gerador distribuído g instalado na barra n durante o nível de carga b .

Ainda em relação aos limites operacionais do sistema, são definidas as restrições (2.29) e (2.30). A restrição (2.29) impõe os limites mínimo e máximo do corte de carga que pode ser feito em cada barra n , em cada nível de carga b e em cada estágio t . Basicamente, o corte deve ser não negativo e menor ou igual à própria carga da barra. Os limites da magnitude de tensão nodal em cada estágio t é imposto pela restrição (2.30).

$$0 \leq \Delta I_{nbt}^L \leq I_{nbt}^L \quad \forall n \in N, \forall b \in B, \forall t \in T \quad (2.29)$$

$$V_n^{\min} \leq V_{nbt} \leq V_n^{\max} \quad \forall n \in N, \forall b \in B, \forall t \in T \quad (2.30)$$

Por questões de segurança e confiabilidade da rede, é imposta também a limitação de penetração de geradores distribuídos. Essa restrição é definida pela expressão (2.31) em que o parâmetro ξ corresponde à porcentagem máxima da carga que pode ser alimentada por GDs e é denominado fator de penetração.

$$\sum_{n \in \Psi^G} \sum_{g \in \Psi_n^G} I_{ngbt}^G \leq \xi \cdot \sum_{n \in N} I_{nbt}^L \quad \forall b \in B, \forall t \in T \quad (2.31)$$

Por questões econômicas, são impostos limites de investimentos durante o planejamento. Primeiramente, em cada estágio t é definido um capital de investimento disponível $\bar{C}_t^I$ que corresponde ao limite de investimentos nesse estágio - Equação (2.32). O limite total de investimentos, por sua vez, é imposto pela restrição (2.33) em que $\bar{C}^I$ representa o capital disponível para investimentos ao longo de todo o horizonte de planejamento.

$$C_t^I \leq \bar{C}_t^I \quad \forall t \in T \quad (2.32)$$

$$VPI \leq \bar{C}^I \quad (2.33)$$

Lembrando que as variáveis C_t^I e VPI são definidos respectivamente pelas equações (2.2) e (2.4) apresentadas anteriormente neste capítulo.

Restrições de Definição de Perdas

As próximas restrições do modelo são as definições das perdas nos alimentadores e nas subestações. Como mencionado anteriormente, as perdas são contabilizadas no custo operacional de cada estágio t e são linearizadas segundo a metodologia apresentada no Apêndice E deste documento. Abaixo são resumidas as expressões finais do processo de linearização.

As restrições (2.34)-(2.36) definem as perdas nos trechos de alimentadores do sistema, sendo que (2.34) é a expressão que define a perda em trechos fixos, (2.35), a perda em trechos para recondutoramento e (2.36) em trechos para adição. As relações entre as variáveis $\mathbf{f}$, δ^+ e δ^- são modeladas pelas restrições (2.37)-(2.39).

$$L_{\ell bt}^L = \sum_{p \in P} m_{\ell p}^F (\delta_{\ell btp}^{F+} + \delta_{\ell btp}^{F-}) \quad \forall \ell \in \Psi^F, \forall b \in B, \forall t \in T \quad (2.34)$$

$$L_{\ell bt}^L = \sum_{p \in P} \sum_{j \in \Psi_\ell^R} m_{\ell jp}^R (\delta_{\ell jbt}^{R+} + \delta_{\ell jbt}^{R-}) \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall b \in B, \forall t \in T \quad (2.35)$$

$$L_{\ell bt}^L = \sum_{p \in P} \sum_{k \in \Psi_\ell^A} m_{\ell kp}^A (\delta_{\ell kbt}^{A+} + \delta_{\ell kbt}^{A-}) \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall b \in B, \forall t \in T \quad (2.36)$$

$$f_{\ell bt} = \sum_{p \in P} (\delta_{\ell btp}^{F+} - \delta_{\ell btp}^{F-}) \quad \forall \ell \in \Psi^F, \forall b \in B, \forall t \in T \quad (2.37)$$

$$f_{\ell bt} = \sum_{p \in P} \sum_{j \in \Psi_\ell^R} (\delta_{\ell jbt}^{R+} - \delta_{\ell jbt}^{R-}) \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall b \in B, \forall t \in T \quad (2.38)$$

$$f_{\ell bt} = \sum_{p \in P} \sum_{k \in \Psi_\ell^A} (\delta_{\ell kbt}^{A+} - \delta_{\ell kbt}^{A-}) \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall b \in B, \forall t \in T \quad (2.39)$$

Nas restrições (2.34)-(2.36), os parâmetros $\mathbf{m}$ são os coeficientes de linearização e dependem da resistência do trechos, da magnitude máxima de corrente que pode fluir neles, do número de intervalos np de linearização e do intervalo p correspondente. Esses parâmetros são obtidos de acordo com as expressões (2.40)-(2.42).

$$m_{\ell p}^F = \frac{2p-1}{np} \cdot R_{\ell}^F \cdot \bar{f}_{\ell}^F \quad \forall \ell \in \Psi^F, \forall p \in P \quad (2.40)$$

$$m_{\ell j p}^R = \frac{2p-1}{np} \cdot R_{\ell j}^R \cdot \bar{f}_{\ell j}^R \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_{\ell}^R, \forall p \in P \quad (2.41)$$

$$m_{\ell k p}^A = \frac{2p-1}{np} \cdot R_{\ell k}^A \cdot \bar{f}_{\ell k}^A \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_{\ell}^A, \forall p \in P \quad (2.42)$$

Por fim, para completar as restrições de definição de perdas em trechos de alimentadores, seguem os domínios das variáveis δ^+ , δ^- . Observe que essas variáveis apenas podem assumir valor diferente de zero quando for utilizado o trecho em questão, pois dependem da variável de utilização $\mathbf{y}$.

$$0 \leq \delta_{\ell b t p}^{F+} \leq y_{\ell t}^F \cdot \frac{\bar{f}_{\ell}^F}{np} \quad \forall \ell \in \Psi^F, \forall b \in B, \forall t \in T, \forall p \in P \quad (2.43)$$

$$0 \leq \delta_{\ell b t p}^{F-} \leq y_{\ell t}^F \cdot \frac{\bar{f}_{\ell}^F}{np} \quad \forall \ell \in \Psi^F, \forall b \in B, \forall t \in T, \forall p \in P \quad (2.44)$$

$$0 \leq \delta_{\ell j b t p}^{R+} \leq y_{\ell j t}^R \cdot \frac{\bar{f}_{\ell j}^R}{np} \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_{\ell}^R, \forall b \in B, \forall t \in T, \forall p \in P \quad (2.45)$$

$$0 \leq \delta_{\ell j b t p}^{R-} \leq y_{\ell j t}^R \cdot \frac{\bar{f}_{\ell j}^R}{np} \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_{\ell}^R, \forall b \in B, \forall t \in T, \forall p \in P \quad (2.46)$$

$$0 \leq \delta_{\ell k b t p}^{A+} \leq y_{\ell k t}^A \cdot \frac{\bar{f}_{\ell k}^A}{np} \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_{\ell}^A, \forall b \in B, \forall t \in T, \forall p \in P \quad (2.47)$$

$$0 \leq \delta_{\ell k b t p}^{A-} \leq y_{\ell k t}^A \cdot \frac{\bar{f}_{\ell k}^A}{np} \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_{\ell}^A, \forall b \in B, \forall t \in T, \forall p \in P \quad (2.48)$$

No que segue, são apresentadas as expressões que definem as variáveis de perda em transformadores de força em subestações. A restrição (2.49) descreve a definição da perda na subestação da barra n durante o nível de carga b no estágio t , enquanto que a restrição (2.50) apresenta a relação entre a variável de injeção de corrente na subestação I_{nbt}^S e a variável de linearização δ_{nlbtp}^T . A expressão (2.51) define o coeficiente de linearização m_{nlp}^T , o qual depende do intervalo p , do número de intervalos de linearização np , da resistência do transformador de força R_{nl}^T e do limite máximo de injeção de corrente $\bar{I}_{nl}^T$. Por fim, a restrição (2.52) impõe os limites inferior e superior da variável de linearização δ_{nlbtp}^T .

$$L_{nbt}^S = \sum_{p \in P} \sum_{l \in \Psi_n^S} m_{nlp}^T \cdot \delta_{nlbtp}^T \quad \forall n \in \Psi^S, \forall b \in B, \forall t \in T \quad (2.49)$$

$$I_{nbt}^S = \sum_{p \in P} \sum_{l \in \Psi_n^S} \delta_{nlbtp}^T \quad \forall n \in \Psi^S, \forall b \in B, \forall t \in T \quad (2.50)$$

$$m_{nlp}^T = \frac{2p-1}{np} \cdot R_{nl}^T \cdot \bar{I}_{nl}^T \quad \forall n \in \Psi^S, \forall l \in \Psi_n^S, \forall p \in P \quad (2.51)$$

$$0 \leq \delta_{nlbtp}^T \leq y_{nl t}^T \cdot \frac{\bar{I}_{nl}^T}{np} \quad \forall n \in \Psi^S, \forall l \in \Psi_n^S, \forall b \in B, \forall t \in T, \forall p \in P \quad (2.52)$$

Restrições de Radialidade

Por questões operacionais e de segurança, a operação de um sistema de distribuição deve ser radial, isto é, deve existir apenas um caminho a partir de qualquer carga até a subestação do alimentador em que ela está conectada. Em (LAVORATO et al., 2012), é feito um estudo das restrições necessárias para impor a operação radial dos sistemas de distribuição. Considera-se que as restrições devem impor duas condições básicas: a primeira condição diz que a topologia do sistema que é formada deve conter $nb-nse$ trechos ativos, em que nb é o número de barras do sistema e nse , o número de barras de subestações; a segunda condição diz que o sistema não deve conter partes isoladas, sem alimentação de subestações.

Para os estudos realizados neste trabalho de dissertação, a imposição da segunda condição de radialidade dificulta a aplicação da metodologia proposta. Isso porque os algoritmos evolutivos empregados (descritos mais adiante no Capítulo 4) podem gerar topologias do sistema elétrico que não são totalmente conectadas, isto é, contendo partes isoladas. Uma vez que decide-se aplicar a segunda condição de radialidade, deve-se verificar a factibilidade de cada solução proposta pelos algoritmos evolutivos antes de avaliá-la.

Evitando aplicar as restrições apresentadas em (LAVORATO et al., 2012) e ter que tratar infactibilidades nos algoritmos de resolução do problema, optou-se por formular um novo modelo para contemplar radialidade da operação dos sistema de distribuição. Compensa ressaltar que a própria modelagem do problema penaliza as soluções que apresentam topologias com partes isoladas e os algoritmos por si só ignoram essas soluções. Logo, apesar de não se aplicar a metodologia de (LAVORATO et al., 2012), ainda se descarta a possibilidade de construção de topologias com partes isoladas.

A nova modelagem da restrição de radialidade das topologias é feita considerando conceitos de trechos ativos e barras-guias. Diz-se que um trecho de alimentador está ativo quando há corrente percorrendo por ele. Para definir a ativação ou não de um trecho, é estabelecida uma variável binária $a_{\ell t}$ que indica, quando assume valor igual a 1, que está fluindo uma corrente no trecho ℓ durante um dos níveis de carga b do estágio t . Isso é garantido pela restrição (2.53).

$$|f_{\ell b t}| \leq M \cdot a_{\ell t} \quad \forall \ell \in \Psi^L, \forall b \in B, \forall t \in T \quad (2.53)$$

Cada trecho ativo deve estar relacionado a uma barra de carga, a qual denomina-se barra-guia do trecho. Para representar essa relação, utiliza-se a variável binária $\sigma_{n \ell t}$ em que $\sigma_{n \ell t} = 1$ indica que a barra n é a barra-guia do trecho ℓ no estágio t e $\sigma_{n \ell t} = 0$, caso contrário.

As barras de subestações não podem ser guias de nenhum trecho do sistema, sendo imposto pela restrição (2.55). Além disso, cada barra que não é de subestação pode ser guia de um trecho ativo apenas, essa condição, por sua vez, é imposta pela restrição (2.54).

$$\sum_{\ell \in \Psi^L} \sigma_{n\ell t} \leq 1 \quad \forall n \in N \setminus \Psi^S, \forall t \in T \quad (2.54)$$

$$\sigma_{n\ell t} = 0 \quad \forall n \in \Psi^S, \forall \ell \in \Psi^L, \forall t \in T \quad (2.55)$$

A restrição (2.56) impõe que a barra-guia de um trecho ativo ℓ deve ser uma de suas barras extremas, isto é, ou a barra $fr(\ell)$ ou a barra $to(\ell)$.

$$\sigma_{fr(\ell)\ell t} + \sigma_{to(\ell)\ell t} = a_{\ell t} \quad \forall \ell \in \Psi^L, \forall t \in T \quad (2.56)$$

Uma vez que uma barra extrema de um trecho ℓ é escolhida como barra-guia de um trecho adjacente ℓ' , se existir ligação no trecho ℓ , isto é, $y_{\ell t} = 1$, a outra barra extrema de ℓ deve ser escolhida como barra-guia do trecho ℓ , mesmo se não estiver fluindo corrente. Essas condições são impostas pelas equações (2.57) e (2.58).

$$\sigma_{fr(\ell)\ell t} \geq y_{\ell t} + \sum_{\ell' \in \Psi^L \setminus \{\ell\}} \sigma_{to(\ell)\ell' t} - 1 \quad \forall \ell \in \Psi^L, \forall t \in T \quad (2.57)$$

$$\sigma_{to(\ell)\ell t} \geq y_{\ell t} + \sum_{\ell' \in \Psi^L \setminus \{\ell\}} \sigma_{fr(\ell)\ell' t} - 1 \quad \forall \ell \in \Psi^L, \forall t \in T \quad (2.58)$$

em que:

$$y_{\ell t} = y_{\ell t}^F \quad \forall \ell \in \Psi^F, \forall t \in T \quad (2.59)$$

$$y_{\ell t} = \sum_{j \in \Psi_\ell^R} y_{j t}^R \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall t \in T \quad (2.60)$$

$$y_{\ell t} = \sum_{k \in \Psi_\ell^A} y_{k t}^A \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall t \in T \quad (2.61)$$

Restrições de Operação de Geradores Distribuídos

Essas restrições são impostas para garantir que os geradores não operem em ilhas isoladas do sistema. Para tanto, são definidas correntes fictícias que fluem na rede do sistema e são injetadas nas barras onde os geradores distribuídos estão conectados. Essas correntes têm mesmo valor das correntes injetadas pelos GDs no sistema real - Equação (2.62). Para garantir que haja uma ligação física entre cada gerador e uma subestação do sistema, isto é, que os geradores não operem em ilhas, as correntes fictícias injetadas não podem ser drenadas em barras de carga, mas apenas em barras de subestações. Por esse motivo, impõe-se, através da restrição (2.63), que em barras de cargas sem geradores a injeção fictícia deve ser nula.

A corrente fictícia deve percorrer apenas os trechos ativos e utilizados do sistema original, como é imposto nas restrições (2.64)-(2.65). Nessas restrições, quando o trecho está desativado, isto é, $a_{\ell t} = 0$ ou $y_{\ell t} = 0$, impõe-se que o valor da corrente fictícia que flui nesse trecho seja nulo. Pelo contrário, quando o trecho está ativado, o valor da corrente

fictícia é relaxado pelo valor M -grande suficiente para contemplar qualquer magnitude de corrente.

$$I_{nbt}^{fic} = \sum_{g \in \Psi_n^G} I_{ngbt}^G \quad \forall n \in \Psi^G, \forall b \in B, \forall t \in T \quad (2.62)$$

$$I_{nbt}^{fic} = 0 \quad \forall n \in N \setminus \{\Psi^S \cup \Psi^G\}, \forall b \in B, \forall t \in T \quad (2.63)$$

$$|f_{\ell bt}^{fic}| \leq M \cdot a_{\ell t} \quad \forall \ell \in \Psi^L, \forall b \in B, \forall t \in T \quad (2.64)$$

$$|f_{\ell bt}^{fic}| \leq M \cdot y_{\ell t} \quad \forall \ell \in \Psi^L, \forall b \in B, \forall t \in T \quad (2.65)$$

Por fim, para finalizar as restrições de operação de geradores distribuídos, segue a restrição de balanço de corrente fictícia em cada barra do sistema - Equação (2.66). Essa restrição consiste na aplicação da Lei de Correntes de Kirchhoff em cada barra, modelando assim as relações entre as variáveis de injeção de corrente fictícia e as variáveis de corrente que flui nos trechos da rede.

$$\sum_{\ell \in F_n} f_{\ell bt}^{fic} - \sum_{\ell \in T_n} f_{\ell bt}^{fic} = I_{nbt}^{fic} \quad \forall n \in N, \forall b \in B, \forall t \in T \quad (2.66)$$

Restrições Lógicas

O último conjunto de restrições são as chamadas restrições lógicas do modelo. Recebem esse nome pois impõem características do problema relacionando as variáveis binárias do modelo. As restrições (2.68) e (2.69) impõem que ações de recondutoramento e de adição em um trecho ℓ sejam realizadas apenas em um estágio de planejamento e que seja escolhida apenas uma única opção de condutores. Expansões em subestações devem ocorrer no máximo em apenas um estágio, essa restrição é definida pela equação (2.70). Pela restrição (2.71), a instalação de transformadores de força em uma subestação só pode ser realizada caso essa subestação tenha sido expandida. A restrição (2.72) impõe que apenas um tipo de gerador distribuído pode ser instalado em cada barra do sistema e se for instalado, essa instalação deve ser feita em apenas um estágio de planejamento.

$$\sum_{t \in T} x_{\ell t}^C \leq 1 \quad \forall \ell \in \Psi^L \quad (2.67)$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{j \in \Psi_\ell^R \setminus \{j_0\}} x_{\ell jt}^R \leq 1 \quad \forall \ell \in \Psi^R \quad (2.68)$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{k \in \Psi_\ell^A} x_{\ell kt}^A \leq 1 \quad \forall \ell \in \Psi^A \quad (2.69)$$

$$\sum_{t \in T} x_{nt}^S \leq 1 \quad \forall n \in \Psi^S \quad (2.70)$$

$$\sum_{l \in \Psi_n^S \setminus \{l_0\}} x_{nlt}^T \leq x_{nt}^S \quad \forall n \in \Psi^S, \forall t \in T \quad (2.71)$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{g \in \Psi_n^G} x_{ngt}^G \leq 1 \quad \forall n \in \Psi^G \quad (2.72)$$

Seguem as restrições lógicas que relacionam as variáveis de topologia $\mathbf{y}$ da rede. Pode-se utilizar uma opção de recondutoramento j do trecho ℓ apenas se ela já estiver disponível na rede, essa restrição é garantida pela equação (2.73). Já a restrição (2.74) impõe que a configuração inicial j_0 dos trechos alteráveis não pode ser utilizada quando tiver havido uma instalação de outras configurações nesse trecho. Para trechos que podem ser inseridos no sistema, apenas se pode utilizar uma opção de adição k do trecho ℓ caso ela já estiver disponível e isso é imposto pela equação (2.75).

A restrição (2.76) impõe que uma opção de transformador l da barra n só pode ser utilizada no estágio t , se ela tiver sido instalada anteriormente. Uma vez que uma opção de transformador for instalada em uma subestação existente, a opção l_0 não poderá mais ser utilizada. Isso é imposto pela restrição (2.77). A equação (2.78) condiciona o uso de geradores distribuídos nas barras do sistema. Apenas se pode utilizar um gerador durante um estágio t , caso esse gerador tenha sido instalado anteriormente.

$$y_{\ell jt}^R \leq \sum_{\tau=1}^t x_{\ell j\tau}^R \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_\ell^R \setminus \{j_0\}, \forall t \in T \quad (2.73)$$

$$y_{\ell j_0 t}^R \leq 1 - \sum_{\tau=1}^t \sum_{j \in \Psi_\ell^R \setminus \{j_0\}} x_{\ell j\tau}^R \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall t \in T \quad (2.74)$$

$$y_{\ell kt}^A \leq \sum_{\tau=1}^t x_{\ell k\tau}^A \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_\ell^A, \forall t \in T \quad (2.75)$$

$$y_{nlt}^T \leq \sum_{\tau=1}^t x_{nl\tau}^T \quad \forall n \in \Psi^S, \forall l \in \Psi_n^S \setminus \{l_0\}, \forall t \in T \quad (2.76)$$

$$y_{nl_0 t}^T \leq 1 - \sum_{\tau=1}^t \sum_{l \in \Psi_n^S \setminus \{l_0\}} x_{nl\tau}^T \quad \forall n \in \Psi^S, \forall t \in T \quad (2.77)$$

$$y_{ngt}^G \leq \sum_{\tau=1}^t x_{ng\tau}^G \quad \forall n \in \Psi^G, \forall g \in \Psi_n^G, \forall t \in T \quad (2.78)$$

A utilização de um trecho ℓ também é condicionada pela presença de chaves nele instaladas. Para apresentar as restrições que relacionam as variáveis de topologia e a variável de investimento em chaves, primeiramente é definida a variável binária de presença de chave, $w_{\ell t}^C$ que indica se há chave instalada no trecho ℓ durante o estágio t quando assume valor 1, como mostrado na Equação (2.79).

A restrição (2.80) impõe que só pode deixar de utilizar o trecho fixo ℓ quando nele existir uma chave instalada. Com essa restrição, é possível verificar como atua a presença de chaves em trechos fixos do sistema. Caso não haja nenhuma chave instalada nesse trecho num estágio t , a variável $w_{\ell t}^C$ assume valor 0 e a restrição (2.80) impõe que a variável $y_{\ell t}^F$ seja igual a 1, ou seja, que o trecho esteja sendo utilizado. Para trechos com opções de recondutoramento, a restrição (2.81) é responsável por garantir essa condição de utilização. A restrição (2.82) complementa a condição de utilização dos trechos alteráveis

no que se refere à utilização da opção inicial j_0 desses trechos. Já para complementar a condição de utilização dos trechos a serem inseridos, a restrição (2.83) é imposta.

$$w_{\ell t}^C = \sum_{\tau=1}^t x_{\ell \tau}^C \quad \forall \ell \in \Psi^L, \forall t \in T \quad (2.79)$$

$$y_{\ell t}^F \geq 1 - w_{\ell t}^C \quad \forall \ell \in \Psi^F, \forall t \in T \quad (2.80)$$

$$y_{\ell jt}^R \geq \sum_{\tau=1}^t x_{\ell j \tau}^R - w_{\ell t}^C \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_\ell^R \setminus \{j_0\}, \forall t \in T \quad (2.81)$$

$$y_{\ell j_0 t}^R \geq 1 - \sum_{\tau=1}^t \sum_{j \in \Psi_\ell^R \setminus \{j_0\}} x_{\ell j \tau}^R - w_{\ell t}^C \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall t \in T \quad (2.82)$$

$$y_{\ell kt}^A \geq \sum_{\tau=1}^t x_{\ell k \tau}^A - w_{\ell t}^C \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_\ell^A, \forall t \in T \quad (2.83)$$

Para a finalizar as restrições do modelo, são definidas as restrições (2.84)-(2.92) que descrevem a natureza das variáveis binárias do modelo.

$$x_{\ell jt}^R \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_\ell^R \setminus \{j_0\}, \forall t \in T \quad (2.84)$$

$$x_{\ell kt}^A \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_\ell^A, \forall t \in T \quad (2.85)$$

$$x_{nt}^S \in \{0, 1\} \quad \forall n \in \Psi^S, \forall t \in T \quad (2.86)$$

$$x_{nlt}^T \in \{0, 1\} \quad \forall n \in \Psi^S, \forall l \in \Psi_n^S \setminus \{l_0\}, \forall t \in T \quad (2.87)$$

$$x_{ngt}^G \in \{0, 1\} \quad \forall n \in \Psi^G, \forall g \in \Psi_n^G, \forall t \in T \quad (2.88)$$

$$x_{\ell t}^C \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \Psi^L, \forall t \in T \quad (2.89)$$

$$y_{\ell t}^F \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \Psi^F, \forall t \in T \quad (2.90)$$

$$y_{\ell jt}^R \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_\ell^R, \forall t \in T \quad (2.91)$$

$$y_{\ell kt}^A \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_\ell^A, \forall t \in T \quad (2.92)$$

$$y_{nlt}^T \in \{0, 1\} \quad \forall n \in \Psi^S, \forall l \in \Psi_n^S, \forall t \in T \quad (2.93)$$

$$y_{ngt}^G \in \{0, 1\} \quad \forall n \in \Psi^G, \forall g \in \Psi_n^G, \forall t \in T \quad (2.94)$$

$$a_{\ell t} \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \Psi^L, \forall t \in T \quad (2.95)$$

$$\sigma_{nlt} \in \{0, 1\} \quad \forall n \in N, \forall \ell \in \Psi^L, \forall t \in T \quad (2.96)$$

$$y_{\ell t} \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \Psi^L, \forall t \in T \quad (2.97)$$

$$w_{\ell t}^C \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \Psi^L, \forall t \in T \quad (2.98)$$

Como é possível verificar, o modelo mono-objetivo do problema PESD considerando multiestágios, descrito aqui, é linear. O emprego de uma modelagem sob os moldes de um Problema Linear Inteiro Misto (PLIM) garante a convergência finita às soluções ótimas do problema, sendo possível também acompanhar a condição de otimalidade ao longo do processo de resolução. Apesar disso, o modelo possui elevada complexidade de resolução, devido principalmente ao grande número de variáveis binárias que ele apresenta.

2.3.4 Resumo do Modelo Mono-objetivo - Planejamento Dinâmico

Função Objetivo:

$$\min \{VPI + VPM + VPO + VPP + VPN\}$$

sujeito a:

Definição da Função Objetivo	$VPI = \sum_{t \in T} \mu_t^I C_t^I$ $C_t^I = \alpha_{\eta^{AL}} \sum_{\ell \in \Psi^R} \sum_{j \in \Psi_\ell^R \setminus \{j_0\}} c_{\ell j}^{IR} x_{\ell j t}^R + \alpha_{\eta^{AL}} \sum_{\ell \in \Psi^A} \sum_{k \in \Psi_\ell^A} c_{\ell k}^{IA} x_{\ell k t}^A$ $+ \alpha_{\eta^{SE}} \sum_{n \in \Psi^S} c_n^{IS} x_{nt}^S + \alpha_{\eta^{TR}} \sum_{n \in \Psi^S} \sum_{l \in \Psi_n^S \setminus \{l_0\}} c_{nl}^{IT} x_{nlt}^T$ $+ \alpha_{\eta^{GD}} \sum_{n \in \Psi^G} \sum_{g \in \Psi_n^G} c_{ng}^{IG} x_{ngt}^G + \alpha_{\eta^{CH}} \sum_{\ell \in \Psi^L} c_\ell^{IC} x_{\ell t}^C \quad \forall t \in T$ $VPM = \sum_{t \in T} \mu_t^{AC} C_t^M$ $C_t^M = \sum_{\ell \in \Psi^F} c_\ell^{MF} y_{\ell t}^F + \sum_{\ell \in \Psi^R} \sum_{j \in \Psi_\ell^R} c_{\ell j}^{MR} y_{\ell j t}^R + \sum_{\ell \in \Psi^A} \sum_{k \in \Psi_\ell^A} c_{\ell k}^{MA} y_{\ell k t}^A$ $+ \sum_{n \in \Psi^S} \sum_{l \in \Psi_n^S} c_{nl}^{MT} y_{nlt}^T + \sum_{n \in \Psi^G} \sum_{g \in \Psi_n^G} c_{ng}^{MG} y_{ngt}^G \quad \forall t \in T$ $VPO = \sum_{t \in T} \mu_t^{AC} C_t^O$ $C_t^O = \sum_{b \in B} \Delta_b \cdot c_b^{PS} \cdot \left(\sum_{\ell \in \Psi^L} L_{\ell bt}^L + \sum_{n \in \Psi^S} L_{nbt}^S \right) \quad \forall t \in T$ $VPP = \sum_{t \in T} \mu_t^{AC} C_t^P$ $C_t^P = \sum_{b \in B} \Delta_b \cdot f_p \cdot \left(\sum_{n \in \Psi^G} \sum_{g \in \Psi_n^G} c_{gb}^{PG} I_{ngbt}^G + \sum_{n \in \Psi^S} c_b^{PS} I_{nbt}^S \right) \quad \forall t \in T$ $VPN = \sum_{t \in T} \mu_t^{AC} C_t^N$ $C_t^N = \sum_{b \in B} \Delta_b \cdot f_p \cdot \sum_{n \in N} c_{nb}^N \Delta I_{nbt}^L \quad \forall t \in T$
Fluxo de Potência Linear	$I_{nbt}^S + \sum_{g \in \Psi_n^G} I_{ngbt}^G - \sum_{\ell \in F_n} f_{\ell bt} + \sum_{\ell \in T_n} f_{\ell bt} = I_{nbt}^L - \Delta I_{nbt}^L \quad \forall n \in N, \forall b \in B, \forall t \in T$ $ V_{fr(\ell)bt} - V_{to(\ell)bt} - Z_\ell^F \cdot f_{\ell bt} \leq M \cdot (1 - y_{\ell t}^F) \quad \forall \ell \in \Psi^F, \forall b \in B, \forall t \in T$ $ V_{fr(\ell)bt} - V_{to(\ell)bt} - Z_{\ell j}^R \cdot f_{\ell bt} \leq M \cdot (1 - y_{\ell j t}^R) \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_\ell^R, \forall b \in B, \forall t \in T$ $ V_{fr(\ell)bt} - V_{to(\ell)bt} - Z_{\ell k}^A \cdot f_{\ell bt} \leq M \cdot (1 - y_{\ell k t}^A) \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_\ell^A, \forall b \in B, \forall t \in T$

Restrições de Limitações	$ f_{\ell bt} \leq y_{\ell t}^F \cdot \bar{f}_{\ell}^F \quad \forall \ell \in \Psi^F, \forall b \in B, \forall t \in T$ $ f_{\ell bt} \leq \sum_{j \in \Psi_{\ell}^R} y_{\ell jt}^R \cdot \bar{f}_{\ell j}^R \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall b \in B, \forall t \in T$ $ f_{\ell bt} \leq \sum_{k \in \Psi_{\ell}^A} y_{\ell kt}^A \cdot \bar{f}_{\ell k}^A \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall b \in B, \forall t \in T$ $0 \leq I_{nbt}^S \leq \sum_{l \in \Psi_n^S} y_{nlt}^T \cdot \bar{I}_{nl}^T \quad \forall n \in \Psi^S, \forall b \in B, \forall t \in T$ $0 \leq I_{ngbt}^G \leq y_{ngt}^G \cdot \bar{I}_{ngb}^G \quad \forall n \in \Psi^G, \forall g \in \Psi_n^G, \forall b \in B, \forall t \in T$ $0 \leq \Delta I_{nbt}^L \leq I_{nbt}^L \quad \forall n \in N, \forall b \in B, \forall t \in T$ $V_n^{\min} \leq V_{nbt} \leq V_n^{\max} \quad \forall n \in N, \forall b \in B, \forall t \in T$ $\sum_{n \in \Psi^G} \sum_{g \in \Psi_n^G} I_{ngbt}^G \leq \xi \cdot \sum_{n \in N} I_{nbt}^L \quad \forall b \in B, \forall t \in T$ $C_t^I \leq \bar{C}_t^I \quad \forall t \in T$ $VPI \leq \bar{C}^I$
Definição de Perdas	$L_{\ell bt}^L = \sum_{p \in P} m_{\ell p}^F \cdot (\delta_{\ell btp}^{F+} + \delta_{\ell btp}^{F-}) \quad \forall \ell \in \Psi^F, \forall b \in B, \forall t \in T$ $L_{\ell bt}^L = \sum_{p \in P} \sum_{j \in \Psi_{\ell}^R} m_{\ell jp}^R \cdot (\delta_{\ell jbt p}^{R+} + \delta_{\ell jbt p}^{R-}) \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall b \in B, \forall t \in T$ $L_{\ell bt}^L = \sum_{p \in P} \sum_{k \in \Psi_{\ell}^A} m_{\ell kp}^A \cdot (\delta_{\ell kbt p}^{A+} + \delta_{\ell kbt p}^{A-}) \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall b \in B, \forall t \in T$ $f_{\ell bt} = \sum_{p \in P} (\delta_{\ell btp}^{F+} - \delta_{\ell btp}^{F-}) \quad \forall \ell \in \Psi^F, \forall b \in B, \forall t \in T$ $f_{\ell bt} = \sum_{p \in P} \sum_{j \in \Psi_{\ell}^R} (\delta_{\ell jbt p}^{R+} - \delta_{\ell jbt p}^{R-}) \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall b \in B, \forall t \in T$ $f_{\ell bt} = \sum_{p \in P} \sum_{k \in \Psi_{\ell}^A} (\delta_{\ell kbt p}^{A+} - \delta_{\ell kbt p}^{A-}) \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall b \in B, \forall t \in T$ $0 \leq \delta_{\ell btp}^{F+} \leq y_{\ell t}^F \cdot \frac{\bar{f}_{\ell}^F}{np} \quad \forall \ell \in \Psi^F, \forall b \in B, \forall t \in T, \forall p \in P$ $0 \leq \delta_{\ell btp}^{F-} \leq y_{\ell t}^F \cdot \frac{\bar{f}_{\ell}^F}{np} \quad \forall \ell \in \Psi^F, \forall b \in B, \forall t \in T, \forall p \in P$ $0 \leq \delta_{\ell jbt p}^{R+} \leq y_{\ell jt}^R \cdot \frac{\bar{f}_{\ell j}^R}{np} \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_{\ell}^R, \forall b \in B, \forall t \in T, \forall p \in P$ $0 \leq \delta_{\ell jbt p}^{R-} \leq y_{\ell jt}^R \cdot \frac{\bar{f}_{\ell j}^R}{np} \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_{\ell}^R, \forall b \in B, \forall t \in T, \forall p \in P$ $0 \leq \delta_{\ell kbt p}^{A+} \leq y_{\ell kt}^A \cdot \frac{\bar{f}_{\ell k}^A}{np} \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_{\ell}^A, \forall b \in B, \forall t \in T, \forall p \in P$ $0 \leq \delta_{\ell kbt p}^{A-} \leq y_{\ell kt}^A \cdot \frac{\bar{f}_{\ell k}^A}{np} \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_{\ell}^A, \forall b \in B, \forall t \in T, \forall p \in P$ $L_{nbt}^S = \sum_{p \in P} \sum_{l \in \Psi_n^S} m_{nlp}^T \cdot \delta_{nlbtp}^T \quad \forall n \in \Psi^S, \forall b \in B, \forall t \in T$ $I_{nbt}^S = \sum_{p \in P} \sum_{l \in \Psi_n^S} \delta_{nlbtp}^T \quad \forall n \in \Psi^S, \forall b \in B, \forall t \in T$ $0 \leq \delta_{nlbtp}^T \leq y_{nlt}^T \cdot \frac{\bar{I}_{nl}^T}{np} \quad \forall n \in \Psi^S, \forall l \in \Psi_n^S, \forall b \in B, \forall t \in T, \forall p \in P$

Radialidade	$ f_{\ell bt} \leq M \cdot a_{\ell t}$ $\sum_{\ell \in \Psi^L} \sigma_{n\ell t} \leq 1$ $\sigma_{n\ell t} = 0$ $\sigma_{fr(\ell)\ell t} + \sigma_{to(\ell)\ell t} = a_{\ell t}$ $\sigma_{fr(\ell)\ell t} \geq y_{\ell t} + \sum_{\ell' \in \Psi^L \setminus \{\ell\}} \sigma_{to(\ell)\ell' t} - 1$ $\sigma_{to(\ell)\ell t} \geq y_{\ell t} + \sum_{\ell' \in \Psi^L \setminus \{\ell\}} \sigma_{fr(\ell)\ell' t} - 1$ $y_{\ell t} = y_{\ell t}^F$ $y_{\ell t} = \sum_{j \in \Psi_\ell^R} y_{\ell j t}^R$ $y_{\ell t} = \sum_{k \in \Psi_\ell^A} y_{\ell k t}^A$	$\forall \ell \in \Psi^L, \forall b \in B, \forall t \in T$ $\forall n \in N \setminus \Psi^S, \forall t \in T$ $\forall n \in \Psi^S, \forall \ell \in \Psi^L, \forall t \in T$ $\forall \ell \in \Psi^L, \forall t \in T$ $\forall \ell \in \Psi^L, \forall t \in T$ $\forall \ell \in \Psi^L, \forall t \in T$ $\forall \ell \in \Psi^F, \forall t \in T$ $\forall \ell \in \Psi^R, \forall t \in T$ $\forall \ell \in \Psi^A, \forall t \in T$
Operação de GDs	$I_{nbt}^{fic} = \sum_{g \in \Psi_n^G} I_{ngbt}^G$ $I_{nbt}^{fic} = 0$ $ f_{\ell bt}^{fic} \leq M \cdot a_{\ell t}$ $ f_{\ell bt}^{fic} \leq M \cdot y_{\ell t}$ $\sum_{\ell \in F_n} f_{\ell bt}^{fic} - \sum_{\ell \in T_n} f_{\ell bt}^{fic} = I_{nbt}^{fic}$	$\forall n \in \Psi^G, \forall b \in B, \forall t \in T$ $\forall n \in N \setminus \{\Psi^S \cup \Psi^G\},$ $\forall b \in B, \forall t \in T$ $\forall \ell \in \Psi^L, \forall b \in B, \forall t \in T$ $\forall \ell \in \Psi^L, \forall b \in B, \forall t \in T$ $\forall n \in N, \forall b \in B, \forall t \in T$
Restrições Lógicas	$\sum_{t \in T} x_{\ell t}^C \leq 1$ $\sum_{t \in T} \sum_{j \in \Psi_\ell^R \setminus \{j_0\}} x_{\ell j t}^R \leq 1$ $\sum_{t \in T} \sum_{k \in \Psi_\ell^A} x_{\ell k t}^A \leq 1$ $\sum_{t \in T} x_{nt}^S \leq 1$ $\sum_{l \in \Psi_n^S \setminus \{l_0\}} x_{nlt}^T \leq x_{nt}^S$ $\sum_{t \in T} \sum_{g \in \Psi_n^G} x_{ngt}^G \leq 1$ $y_{\ell j t}^R \leq \sum_{\tau=1}^t x_{\ell j \tau}^R$ $y_{\ell j_0 t}^R \leq 1 - \sum_{\tau=1}^t \sum_{j \in \Psi_\ell^R \setminus \{j_0\}} x_{\ell j \tau}^R$ $y_{\ell k t}^A \leq \sum_{\tau=1}^t x_{\ell k \tau}^A$ $y_{nlt}^T \leq \sum_{\tau=1}^t x_{nl \tau}^T$ $y_{nl_0 t}^T \leq 1 - \sum_{\tau=1}^t \sum_{l \in \Psi_n^S \setminus \{l_0\}} x_{nl \tau}^T$	$\forall \ell \in \Psi^L$ $\forall \ell \in \Psi^R$ $\forall \ell \in \Psi^A$ $\forall n \in \Psi^S$ $\forall n \in \Psi^S, \forall t \in T$ $\forall n \in \Psi^G$ $\forall \ell \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_\ell^R \setminus \{j_0\}, \forall t \in T$ $\forall \ell \in \Psi^R, \forall t \in T$ $\forall \ell \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_\ell^A, \forall t \in T$ $\forall n \in \Psi^S, \forall l \in \Psi_n^S \setminus \{l_0\}, \forall t \in T$ $\forall n \in \Psi^S, \forall t \in T$

Restrições Lógicas	$y_{ngt}^G \leq \sum_{\tau=1}^t x_{ng\tau}^G$	$\forall n \in \Psi^G, \forall g \in \Psi_n^G, \forall t \in T$
	$w_{lt}^C = \sum_{\tau=1}^t x_{l\tau}^C$	$\forall l \in \Psi^L, \forall t \in T$
	$y_{lt}^F \geq 1 - w_{lt}^C$	$\forall l \in \Psi^F, \forall t \in T$
	$y_{ljt}^R \geq \sum_{\tau=1}^t x_{lj\tau}^R - w_{lt}^C$	$\forall l \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_\ell^R \setminus \{j_0\}, \forall t \in T$
	$y_{lj_0t}^R \geq 1 - \sum_{\tau=1}^t \sum_{j \in \Psi_\ell^R \setminus \{j_0\}} x_{lj\tau}^R - w_{lt}^C$	$\forall l \in \Psi^R, \forall t \in T$
	$y_{lkt}^A \geq \sum_{\tau=1}^t x_{lk\tau}^A - w_{lt}^C$	$\forall l \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_\ell^A, \forall t \in T$
	$x_{ljt}^R \in \{0, 1\}$	$\forall l \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_\ell^R \setminus \{j_0\}, \forall t \in T$
	$x_{lkt}^A \in \{0, 1\}$	$\forall l \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_\ell^A, \forall t \in T$
	$x_{nt}^S \in \{0, 1\}$	$\forall n \in \Psi^S, \forall t \in T$
	$x_{nlt}^T \in \{0, 1\}$	$\forall n \in \Psi^S, \forall l \in \Psi_n^S \setminus \{l_0\}, \forall t \in T$
	$x_{ngt}^G \in \{0, 1\}$	$\forall n \in \Psi^G, \forall g \in \Psi_n^G, \forall t \in T$
	$x_{lt}^C \in \{0, 1\}$	$\forall l \in \Psi^L, \forall t \in T$
	$y_{lt}^F \in \{0, 1\}$	$\forall l \in \Psi^F, \forall t \in T$
	$y_{ljt}^R \in \{0, 1\}$	$\forall l \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_\ell^R, \forall t \in T$
	$y_{lkt}^A \in \{0, 1\}$	$\forall l \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_\ell^A, \forall t \in T$
	$y_{nlt}^T \in \{0, 1\}$	$\forall n \in \Psi^S, \forall l \in \Psi_n^S, \forall t \in T$
	$y_{ngt}^G \in \{0, 1\}$	$\forall n \in \Psi^G, \forall g \in \Psi_n^G, \forall t \in T$
	$a_{lt} \in \{0, 1\}$	$\forall l \in \Psi^L, \forall t \in T$
	$\sigma_{nlt} \in \{0, 1\}$	$\forall n \in N, \forall l \in \Psi^L, \forall t \in T$
	$y_{lt} \in \{0, 1\}$	$\forall l \in \Psi^L, \forall t \in T$
	$w_{lt}^C \in \{0, 1\}$	$\forall l \in \Psi^L, \forall t \in T$

2.4 Modelo Mono-objetivo - Planejamento Estático

Para reduzir a complexidade do modelo mono-objetivo do planejamento dinâmico, optou-se por considerar apenas um estágio de expansão com duração igual ao horizonte de planejamento. Dessa maneira, o problema deixa de ser multiestágio e passa a ter um único período de análise, não sendo mais necessário determinar os instantes em que os investimentos são realizados, eliminando, assim, a dependência do índice t das variáveis do modelo multiestágios apresentado anteriormente. Essa simplificação diminui consideravelmente a complexidade do problema, já que reduz bastante o número de variáveis binárias.

Como não há mais sentido em dizer valor presente líquido de um plano de expansão, já que todas as decisões serão tomadas para um único estágio, optou-se por modificar a nomenclatura da função objetivo do modelo mono-objetivo do planejamento estático para

Custo Global do plano de expansão, denotando por $\mathcal{C}$. Dessa maneira, a minimização do custo global dos planos de expansão representa a função objetivo do modelo simplificado, equação (2.99). Note que o estágio único de planejamento começa no ano 0 e, portanto, o fator de valor presente dos investimentos μ^I assume valor unitário e o fator acumulativo μ^{AC} , o valor $\frac{1+i}{i}$, em que i é a taxa de retorno da empresa.

$$\mathcal{C} = \min \left\{ C^I + \frac{1+i}{i} \cdot (C^M + C^O + C^P + C^N) \right\} \quad (2.99)$$

Nessa expressão, o custo global é dividido em cinco parcelas:

1. Custo de Investimento: Eliminando a dependência do índice t da expressão (2.4), o custo de investimento passa a ser descrito pela expressão (2.100).

$$\begin{aligned} C^I &= \alpha_{\eta^{AL}} \sum_{\ell \in \Psi^R} \sum_{j \in \Psi_\ell^R \setminus \{j_0\}} c_{\ell j}^{IR} x_{\ell j}^R + \alpha_{\eta^{AL}} \sum_{\ell \in \Psi^A} \sum_{k \in \Psi_\ell^A} c_{\ell k}^{IA} x_{\ell k}^A + \alpha_{\eta^{CH}} \sum_{\ell \in \Psi^L} c_{\ell}^{IC} x_{\ell}^C \\ &+ \alpha_{\eta^{SE}} \sum_{n \in \Psi^S} c_n^{IS} x_n^S + \alpha_{\eta^{TR}} \sum_{n \in \Psi^S} \sum_{l \in \Psi_n^S \setminus \{l_0\}} c_{nl}^{IT} x_{nl}^T + \alpha_{\eta^{GD}} \sum_{n \in \Psi^G} \sum_{g \in \Psi_n^G} c_{ng}^{IG} x_{ng}^G \end{aligned} \quad (2.100)$$

2. Custo Anual de Manutenção: Dado pela expressão (2.101), o custo anual de manutenção é resultado da simplificação da expressão (2.6) descrita anteriormente no modelo multi-estágios.

$$\begin{aligned} C^M &= \sum_{\ell \in \Psi^F} c_{\ell}^{MF} y_{\ell}^F + \sum_{\ell \in \Psi^R} \sum_{j \in \Psi_\ell^R} c_{\ell j}^{MR} y_{\ell j}^R + \sum_{\ell \in \Psi^A} \sum_{k \in \Psi_\ell^A} c_{\ell k}^{MA} y_{\ell k}^A \\ &+ \sum_{n \in \Psi^S} \sum_{l \in \Psi_n^S} c_{nl}^{MT} y_{nl}^T + \sum_{n \in \Psi^G} \sum_{g \in \Psi_n^G} c_{ng}^{MG} y_{ng}^G \end{aligned} \quad (2.101)$$

3. Custo Anual de Operação: Definido pela expressão (2.102), consiste no gasto anual em perdas no sistema e é a simplificação da expressão (2.9).

$$C^O = \sum_{b \in B} \Delta_b \cdot c_b^{PS} \cdot \left(\sum_{\ell \in \Psi^L} L_{\ell b}^L + \sum_{n \in \Psi^S} L_{nb}^S \right) \quad (2.102)$$

4. Custo Anual de Produção: Compreendendo a soma dos gastos em compra de energia ao longo de um ano, o custo anual de produção é definido pela expressão (2.103), a qual é a simplificação da expressão (2.11).

$$C^P = \sum_{b \in B} \Delta_b \cdot fp \cdot \left(\sum_{n \in \Psi^G} \sum_{g \in \Psi_n^G} c_{gb}^{PG} I_{ng}^G + \sum_{n \in \Psi^S} c_b^{PS} I_{nb}^S \right) \quad (2.103)$$

5. Custo Anual de Não Suprimento de Cargas: Compreende o valor desembolsado anualmente pago por não suprir algumas cargas do sistema. Esse custo é descrito pela expressão (2.104), simplificação da expressão (2.13).

$$C^N = \sum_{b \in B} \Delta_b \cdot fp \cdot \sum_{n \in N} c_{nb}^N \Delta I_{nb}^L \quad (2.104)$$

As restrições do problema são as mesmas do modelo multiestágios, porém elimina-se a dependência do índice t . As restrições (2.105)-(2.108) compõem as equações do fluxo de potência linear. A Lei de Correntes de Kirchhoff (LCK) em cada barra n do sistema e a cada nível de carga b é imposta pela restrição (2.105). Já a Lei de Tensões de Kirchhoff (LTK) em cada nível de carga b e trecho ℓ fixo, recondutorável e adicionável, é definida pelas equações (2.106), (2.107) e (2.108), respectivamente.

$$I_{nb}^S + \sum_{g \in \Psi_n^G} I_{ngb}^G - \sum_{\ell \in F_n} f_{\ell b} + \sum_{\ell \in T_n} f_{\ell b} = I_{nb}^L - \Delta I_{nb}^L \quad \forall n \in N, \forall b \in B \quad (2.105)$$

$$|V_{fr(\ell)b} - V_{to(\ell)b} - Z_{\ell}^F \cdot f_{\ell b}| \leq M \cdot (1 - y_{\ell}^F) \quad \forall \ell \in \Psi^F, \forall b \in B \quad (2.106)$$

$$|V_{fr(\ell)b} - V_{to(\ell)b} - Z_{\ell j}^R \cdot f_{\ell b}| \leq M \cdot (1 - y_{\ell j}^R) \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_{\ell}^R, \forall b \in B \quad (2.107)$$

$$|V_{fr(\ell)b} - V_{to(\ell)b} - Z_{\ell k}^A \cdot f_{\ell b}| \leq M \cdot (1 - y_{\ell k}^A) \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_{\ell}^A, \forall b \in B \quad (2.108)$$

As limitações das variáveis são descritas pelo conjunto de restrições (2.109)-(2.117). O limite da magnitude das correntes que fluem em trechos fixos é definido pela restrição (2.109), enquanto que para os trechos recondutoráveis e adicionáveis, os limites das correntes são impostos, respectivamente, pelas restrições (2.110) e (2.111). A restrição (2.112) impõe o limite na injeção da subestação conectada na barra n durante o nível de carga b . O limite de injeção de corrente em geradores distribuídos é definido pela restrição (2.113). Impõe-se a limitação do corte de cargas através da restrição (2.114). A magnitude de tensão em cada barra é limitada pelos limites inferior e superior adequados conforme mostra a restrição (2.115). A limitação da penetração de geradores é imposta pela restrição (2.116), enquanto que o limite de investimentos em expansão é imposto pela restrição (2.117).

$$|f_{\ell b}| \leq y_{\ell t}^F \cdot \bar{f}_{\ell}^F \quad \forall \ell \in \Psi^F, \forall b \in B \quad (2.109)$$

$$|f_{\ell b}| \leq \sum_{j \in \Psi_{\ell}^R} y_{\ell j}^R \cdot \bar{f}_{\ell j}^R \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall b \in B \quad (2.110)$$

$$|f_{\ell b}| \leq \sum_{k \in \Psi_{\ell}^A} y_{\ell k}^A \cdot \bar{f}_{\ell k}^A \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall b \in B \quad (2.111)$$

$$0 \leq I_{nb}^S \leq \sum_{l \in \Psi_n^S} y_{nl}^T \cdot \bar{I}_{nl}^T \quad \forall n \in \Psi^S, \forall b \in B \quad (2.112)$$

$$0 \leq I_{ngb}^G \leq y_{ng}^G \cdot \bar{I}_{ngb}^G \quad \forall n \in \Psi^G, \forall g \in \Psi_n^G, \forall b \in B \quad (2.113)$$

$$0 \leq \Delta I_{nb}^L \leq I_{nb}^L \quad \forall n \in N, \forall b \in B \quad (2.114)$$

$$V_n^{\min} \leq V_{nb} \leq V_n^{\max} \quad \forall n \in N, \forall b \in B \quad (2.115)$$

$$\sum_{n \in \Psi^G} \sum_{g \in \Psi_n^G} I_{ngb}^G \leq \xi \cdot \sum_{n \in N} I_{nb}^L \quad \forall b \in B \quad (2.116)$$

$$C^I \leq \bar{C}^I \quad (2.117)$$

Abaixo seguem as restrições simplificadas das definições de perdas no sistema. A restrição (2.118) é a definição da perda em trechos fixos do sistema, enquanto que as restrições (2.119) e (2.120) são as definições de perdas em trechos recondutoráveis e adicionáveis, respectivamente. As relações entre as variáveis δ^+ , δ^- e f_{lb} são impostas pelas restrições (2.121)-(2.123), sendo que a expressão (2.121) é definida para trechos fixos, enquanto que a expressão (2.122), para trechos recondutoráveis e a expressão (2.123), para trechos adicionáveis. Os intervalos de definição das variáveis δ^+ e δ^- são descritos nas restrições (2.124)-(2.129). Vale lembrar que a linearização por partes feita nas funções de perdas no sistema é detalhada no Apêndice E deste documento.

$$L_{lb}^L = \sum_{p \in P} m_{lp}^F \cdot (\delta_{lbp}^{F+} + \delta_{lbp}^{F-}) \quad \forall l \in \Psi^F, \forall b \in B \quad (2.118)$$

$$L_{lb}^L = \sum_{p \in P} \sum_{j \in \Psi_\ell^R} m_{lj p}^R \cdot (\delta_{ljbp}^{R+} + \delta_{ljbp}^{R-}) \quad \forall l \in \Psi^R, \forall b \in B \quad (2.119)$$

$$L_{lb}^L = \sum_{p \in P} \sum_{k \in \Psi_\ell^A} m_{lk p}^A \cdot (\delta_{lkbp}^{A+} + \delta_{lkbp}^{A-}) \quad \forall l \in \Psi^A, \forall b \in B \quad (2.120)$$

$$f_{lb} = \sum_{p \in P} (\delta_{lbp}^{F+} - \delta_{lbp}^{F-}) \quad \forall l \in \Psi^F, \forall b \in B \quad (2.121)$$

$$f_{lb} = \sum_{p \in P} \sum_{j \in \Psi_\ell^R} (\delta_{ljbp}^{R+} - \delta_{ljbp}^{R-}) \quad \forall l \in \Psi^R, \forall b \in B \quad (2.122)$$

$$f_{lb} = \sum_{p \in P} \sum_{k \in \Psi_\ell^A} (\delta_{lkbp}^{A+} - \delta_{lkbp}^{A-}) \quad \forall l \in \Psi^A, \forall b \in B \quad (2.123)$$

$$0 \leq \delta_{lbp}^{F+} \leq y_\ell^F \cdot \frac{\bar{f}_\ell^F}{np} \quad \forall l \in \Psi^F, \forall b \in B, \forall p \in P \quad (2.124)$$

$$0 \leq \delta_{lbp}^{F-} \leq y_\ell^F \cdot \frac{\bar{f}_\ell^F}{np} \quad \forall l \in \Psi^F, \forall b \in B, \forall p \in P \quad (2.125)$$

$$0 \leq \delta_{ljbp}^{R+} \leq y_{\ell j}^R \cdot \frac{\bar{f}_{\ell j}^R}{np} \quad \forall l \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_\ell^R, \forall b \in B, \forall p \in P \quad (2.126)$$

$$0 \leq \delta_{ljbp}^{R-} \leq y_{\ell j}^R \cdot \frac{\bar{f}_{\ell j}^R}{np} \quad \forall l \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_\ell^R, \forall b \in B, \forall p \in P \quad (2.127)$$

$$0 \leq \delta_{lkbp}^{A+} \leq y_{\ell k}^A \cdot \frac{\bar{f}_{\ell k}^A}{np} \quad \forall l \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_\ell^A, \forall b \in B, \forall p \in P \quad (2.128)$$

$$0 \leq \delta_{lkbp}^{A-} \leq y_{\ell k}^A \cdot \frac{\bar{f}_{\ell k}^A}{np} \quad \forall l \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_\ell^A, \forall b \in B, \forall p \in P \quad (2.129)$$

As restrições (2.130)-(2.132) representam as equações da definição das perdas em transformadores de força. A restrição (2.130) representa a equação linear de definição

da variável perda L_{nb}^S , enquanto que a restrição (2.131) consiste na relação entre a variável de linearização δ^T e a variável de injeção de corrente $\mathbf{I}^S$. O domínio da variável de linearização δ^T é definido pela equação (2.132).

$$L_{nb}^S = \sum_{p \in P} \sum_{l \in \Psi_n^S} m_{nlp}^T \cdot \delta_{nlbp}^T \quad \forall n \in \Psi^S, \forall b \in B \quad (2.130)$$

$$I_{nb}^S = \sum_{p \in P} \sum_{l \in \Psi_n^S} \delta_{nlbp}^T \quad \forall n \in \Psi^S, \forall b \in B \quad (2.131)$$

$$0 \leq \delta_{nlbp}^T \leq y_{nl}^T \cdot \frac{\bar{I}_{nl}^T}{np} \quad \forall n \in \Psi^S, \forall l \in \Psi_n^S, \forall b \in B, \forall p \in P \quad (2.132)$$

As restrições (2.133)-(2.141) impõem a condição de operação radial do sistema. A equação (2.133) indica a relação entre a variável binária de ativação a_ℓ e a variável de corrente $f_{\ell b}$. A condição de que cada barra que não seja da subestação possa ser guia de apenas um trecho ativo está contemplada na restrição (2.134). Já a condição que impõe que nenhuma barra de subestação pode ser guia é descrita pela equação (2.135). A restrição (2.136) impõe que a barra-guia de um trecho ℓ é uma de suas barras extremas. Quando uma das barras extremas de um trecho ℓ é definida como sendo guia de outro trecho ℓ' e esse trecho ℓ é empregado na topologia, isto é, $y_\ell = 1$, a outra barra extrema deve ser sua guia. Essa condição é imposta pelas restrições (2.137) e (2.138). Já as restrições (2.139), (2.140) e (2.141) são as definições da variável de utilização y_ℓ dos trechos fixos, recondutoráveis e adicionáveis, respectivamente.

$$|f_{\ell b}| \leq M \cdot a_\ell \quad \forall \ell \in \Psi^L, \forall b \in B \quad (2.133)$$

$$\sum_{\ell \in \Psi^L} \sigma_{n\ell} \leq 1 \quad \forall n \in N \setminus \Psi^S \quad (2.134)$$

$$\sigma_{n\ell} = 0 \quad \forall n \in \Psi^S, \forall \ell \in \Psi^L \quad (2.135)$$

$$\sigma_{fr(\ell)\ell} + \sigma_{to(\ell)\ell} = a_\ell \quad \forall \ell \in \Psi^L \quad (2.136)$$

$$\sigma_{fr(\ell)\ell} \geq y_\ell + \sum_{\ell' \in \Psi^L \setminus \{\ell\}} \sigma_{to(\ell)\ell'} - 1 \quad \forall \ell \in \Psi^L \quad (2.137)$$

$$\sigma_{to(\ell)\ell} \geq y_\ell + \sum_{\ell' \in \Psi^L \setminus \{\ell\}} \sigma_{fr(\ell)\ell'} - 1 \quad \forall \ell \in \Psi^L \quad (2.138)$$

$$y_\ell = y_\ell^F \quad \forall \ell \in \Psi^F \quad (2.139)$$

$$y_\ell = \sum_{j \in \Psi_\ell^R} y_{\ell j}^R \quad \forall \ell \in \Psi^R \quad (2.140)$$

$$y_\ell = \sum_{k \in \Psi_\ell^A} y_{\ell k}^A \quad \forall \ell \in \Psi^A \quad (2.141)$$

A operação de Geradores Distribuídos de maneira não ilhada é conseguida impondo as restrições (2.142)-(2.146). Primeiramente, através da equação (2.142), impõe-se que a injeção de corrente fictícia nas barras com geradores deve ser numericamente igual à injeção de corrente no sistema real. Através da equação (2.143), impõe-se que não exista

injeção de corrente fictícia em barras que não sejam de subestações e que não tenham geradores distribuídos conectados. As restrições (2.144) e (2.145) impedem que corrente fictícia flua em trechos desativados ou não empregados. Para finalizar esse conjunto de restrições, impõe-se, através da Lei de Correntes de Kirchhoff aplicada em cada barra do sistema, a relação entre as variáveis de injeção de corrente fictícia e de correntes fictícias que fluem nos trechos, segundo a restrição (2.146).

$$I_{nb}^{fic} = \sum_{g \in \Psi_n^G} I_{ngb}^G \quad \forall n \in \Psi^G, \forall b \in B \quad (2.142)$$

$$I_{nb}^{fic} = 0 \quad \forall n \in N \setminus \{\Psi^S \cup \Psi^G\}, \forall b \in B \quad (2.143)$$

$$|f_{\ell b}^{fic}| \leq M \cdot a_\ell \quad \forall \ell \in \Psi^L, \forall b \in B \quad (2.144)$$

$$|f_{\ell b}^{fic}| \leq M \cdot y_\ell \quad \forall \ell \in \Psi^L, \forall b \in B \quad (2.145)$$

$$\sum_{\ell \in F_n} f_{\ell b}^{fic} - \sum_{\ell \in T_n} f_{\ell b}^{fic} = I_{nb}^{fic} \quad \forall n \in N, \forall b \in B \quad (2.146)$$

Seguem abaixo as restrições lógicas do modelo mono-objetivo do planejamento estático. As restrições (2.147) e (2.148) impõem que apenas uma opção de configuração pode ser instalada em cada trecho reconduzível e adicionável, respectivamente. Para que um transformador de força seja instalado em uma subestação, é necessário realizar primeiramente investimento de sua expansão, isso é garantido pela restrição (2.149). A restrição (2.150) é responsável por garantir que no máximo apenas uma opção de gerador distribuído seja inserida por barra.

$$\sum_{j \in \Psi_\ell^R \setminus \{j_0\}} x_{\ell j}^R \leq 1 \quad \forall \ell \in \Psi^R \quad (2.147)$$

$$\sum_{k \in \Psi_\ell^A} x_{\ell k}^A \leq 1 \quad \forall \ell \in \Psi^A \quad (2.148)$$

$$\sum_{l \in \Psi_n^S \setminus \{l_0\}} x_{nl}^T \leq x_n^S \quad \forall n \in \Psi^S \quad (2.149)$$

$$\sum_{g \in \Psi_n^G} x_{ng}^G \leq 1 \quad \forall n \in \Psi^G \quad (2.150)$$

As restrições (2.151)-(2.156) relacionam as variáveis de decisão de investimento $\mathbf{x}$ com as variáveis de utilização $\mathbf{y}$. Na restrição (2.151) é imposto que a opção de reconduzimento j do trecho ℓ apenas pode ser utilizada $y_{\ell j}^R = 1$ quando ela estiver disponível $x_{\ell j}^R = 1$. A restrição seguinte, equação (2.152), impõe que a opção inicial j_0 não pode ser utilizada caso haja algum investimento em outras opções de reconduzimento no trecho ℓ . Através da restrição (2.153), é exigido que uma opção de adição k de um trecho ℓ apenas seja utilizada quando estiver disponível. O mesmo é exigido na restrição (2.154) no que se refere à utilização da opção de transformador l da barra n . A restrição (2.155) por sua vez impõe que a opção de transformador inicial l_0 de uma barra de subestação n

não pode ser utilizada quando houver investimento em outras opções na mesma barra. O uso de uma opção de gerador g na barra n é restringido pela equação (2.156).

$$y_{\ell j}^R \leq x_{\ell j}^R \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_\ell^R \setminus \{j_0\} \quad (2.151)$$

$$y_{\ell j_0}^R \leq 1 - \sum_{j \in \Psi_\ell^R \setminus \{j_0\}} x_{\ell j}^R \quad \forall \ell \in \Psi^R \quad (2.152)$$

$$y_{\ell k}^A \leq x_{\ell k}^A \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_\ell^A \quad (2.153)$$

$$y_{nl}^T \leq x_{nl}^T \quad \forall n \in \Psi^S, \forall l \in \Psi_n^S \setminus \{l_0\} \quad (2.154)$$

$$y_{nl_0}^T \leq 1 - \sum_{l \in \Psi_n^S \setminus \{l_0\}} x_{nl}^T \quad \forall n \in \Psi^S \quad (2.155)$$

$$y_{ng}^G \leq x_{ng}^G \quad \forall n \in \Psi^G, \forall g \in \Psi_n^G \quad (2.156)$$

As restrições (2.157)-(2.160) impõem as condições de utilização dos trechos do sistema considerando a presença de chaves seccionadoras. A restrição (2.157) impõe a utilização do trecho fixo ℓ quando não existe chave nele instalada. A condição de utilização dos trechos reconduzíveis são impostas pelas equações (2.158) e (2.159), sendo esta última responsável pela utilização da opção inicial j_0 do trecho. A condição de utilização dos trechos adicionáveis, levando em conta a presença de chaves, é imposta pela restrição (2.160).

$$y_\ell^F \geq 1 - x_\ell^C \quad \forall \ell \in \Psi^F \quad (2.157)$$

$$y_{\ell j}^R \geq x_{\ell j}^R - x_\ell^C \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_\ell^R \setminus \{j_0\} \quad (2.158)$$

$$y_{\ell j_0}^R \geq 1 - \sum_{j \in \Psi_\ell^R \setminus \{j_0\}} x_{\ell j}^R - x_\ell^C \quad \forall \ell \in \Psi^R \quad (2.159)$$

$$y_{\ell k}^A \geq x_{\ell k}^A - x_\ell^C \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_\ell^A \quad (2.160)$$

Para finalizar as restrições do modelo simplificado, são definidos os domínios das variáveis binárias do problema através das restrições (2.161)-(2.174), descritas a seguir.

$$x_{\ell j}^R \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_\ell^R \setminus \{j_0\} \quad (2.161)$$

$$x_{\ell k}^A \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_\ell^A \quad (2.162)$$

$$x_n^S \in \{0, 1\} \quad \forall n \in \Psi^S \quad (2.163)$$

$$x_{nl}^T \in \{0, 1\} \quad \forall n \in \Psi^S, \forall l \in \Psi_n^S \setminus \{l_0\} \quad (2.164)$$

$$x_{ng}^G \in \{0, 1\} \quad \forall n \in \Psi^G, \forall g \in \Psi_n^G \quad (2.165)$$

$$x_\ell^C \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \Psi^L \quad (2.166)$$

$$y_\ell^F \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \Psi^F \quad (2.167)$$

$$y_{\ell j}^R \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_\ell^R \quad (2.168)$$

$$y_{\ell k}^A \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_\ell^A \quad (2.169)$$

$$y_{nl}^T \in \{0, 1\} \quad \forall n \in \Psi^S, \forall l \in \Psi_n^S \quad (2.170)$$

$$y_{ng}^G \in \{0, 1\} \quad \forall n \in \Psi^G, \forall g \in \Psi_n^G \quad (2.171)$$

$$a_\ell \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \Psi^L \quad (2.172)$$

$$\sigma_{n\ell} \in \{0, 1\} \quad \forall n \in N, \forall \ell \in \Psi^L \quad (2.173)$$

$$y_\ell \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \Psi^L \quad (2.174)$$

As variáveis binárias do problema podem ser classificadas em dois grupos. O primeiro deles é formado pelas variáveis que definem o plano de expansão, ou seja, as variáveis de decisão $\mathbf{x}$. O segundo grupo é formado pelas outras variáveis que ainda dependem das variáveis de decisão, porém podem sofrer alterações para um mesmo plano de expansão. Esse segundo grupo é formado pelas variáveis de utilização $\mathbf{y}$ e pelas variáveis auxiliares para as restrições de operação radial, $\mathbf{a}$ e σ .

Mais adiante, no Capítulo 4 será detalhada a metodologia empregada para a busca das soluções ótimas do modelo multiobjetivo, o qual contempla também o cálculo do risco de implantação. Empregam-se Algoritmos Evolutivos (AEs) cujos indivíduos estabelecem valores apenas para as variáveis binárias de decisão, isto é, as variáveis que definem os planos de expansão. Dessa forma essas variáveis passam a se tornar parâmetros para o modelo de custo global apresentado nessa seção. Como ainda é preciso determinar os valores das outras variáveis binárias, o problema ainda continua linear inteiro misto, sendo necessário o uso de um *solver* de otimização.

2.4.1 Resumo do Modelo Mono-objetivo - Planejamento Estático

Função Objetivo:

$$\mathcal{C} = \min \left\{ C^I + \frac{1+i}{i} \cdot (C^M + C^O + C^P + C^N) \right\}$$

sujeito a:

Definição da Função Objetivo	$ \begin{aligned} C^I &= \alpha_{\eta^{AL}} \sum_{\ell \in \Psi^R} \sum_{j \in \Psi_\ell^R \setminus \{j_0\}} c_{\ell j}^{IR} x_{\ell j}^R + \alpha_{\eta^{AL}} \sum_{\ell \in \Psi^A} \sum_{k \in \Psi_\ell^A} c_{\ell k}^{IA} x_{\ell k}^A \\ &\quad + \alpha_{\eta^{SE}} \sum_{n \in \Psi^S} c_n^{IS} x_n^S + \alpha_{\eta^{TR}} \sum_{n \in \Psi^S} \sum_{l \in \Psi_n^S \setminus \{l_0\}} c_{nl}^{IT} x_{nl}^T \\ &\quad + \alpha_{\eta^{GD}} \sum_{n \in \Psi^G} \sum_{g \in \Psi_n^G} c_{ng}^{IG} x_{ng}^G + \alpha_{\eta^{CH}} \sum_{\ell \in \Psi^L} c_\ell^{IC} x_\ell^C \\ C^M &= \sum_{\ell \in \Psi^F} c_\ell^{MF} y_\ell^F + \sum_{\ell \in \Psi^R} \sum_{j \in \Psi_\ell^R} c_{\ell j}^{MR} y_{\ell j}^R + \sum_{\ell \in \Psi^A} \sum_{k \in \Psi_\ell^A} c_{\ell k}^{MA} y_{\ell k}^A \\ &\quad + \sum_{n \in \Psi^S} \sum_{l \in \Psi_n^S} c_{nl}^{MT} y_{nl}^T + \sum_{n \in \Psi^G} \sum_{g \in \Psi_n^G} c_{ng}^{MG} y_{ng}^G \\ C^O &= \sum_{b \in B} \Delta_b \cdot c_b^{PS} \cdot \left(\sum_{\ell \in \Psi^L} L_{\ell b}^L + \sum_{n \in \Psi^S} L_{nb}^S \right) \\ C^P &= \sum_{b \in B} \Delta_b \cdot fp \cdot \left(\sum_{n \in \Psi^G} \sum_{g \in \Psi_n^G} c_{gb}^{PG} I_{ngb}^G + \sum_{n \in \Psi^S} c_b^{PS} I_{nb}^S \right) \\ C^N &= \sum_{b \in B} \Delta_b \cdot fp \cdot \sum_{n \in N} c_{nb}^N \Delta I_{nb}^L \end{aligned} $	
Fluxo de Pot. Linear	$ \begin{aligned} I_{nb}^S + \sum_{g \in \Psi_n^G} I_{ngb}^G - \sum_{\ell \in F_n} f_{\ell b} + \sum_{\ell \in T_n} f_{\ell b} &= I_{nb}^L - \Delta I_{nb}^L & \forall n \in N, \forall b \in B \\ V_{fr(\ell)b} - V_{to(\ell)b} - Z_\ell^F \cdot f_{\ell b} &\leq M \cdot (1 - y_\ell^F) & \forall \ell \in \Psi^F, \forall b \in B \\ V_{fr(\ell)b} - V_{to(\ell)b} - Z_{\ell j}^R \cdot f_{\ell b} &\leq M \cdot (1 - y_{\ell j}^R) & \forall \ell \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_\ell^R, \\ && \forall b \in B \\ V_{fr(\ell)b} - V_{to(\ell)b} - Z_{\ell k}^A \cdot f_{\ell b} &\leq M \cdot (1 - y_{\ell k}^A) & \forall \ell \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_\ell^A, \\ && \forall b \in B \end{aligned} $	
Restrições de Limitações	$ \begin{aligned} f_{\ell b} &\leq y_{\ell t}^F \cdot \bar{f}_\ell^F & \forall \ell \in \Psi^F, \forall b \in B \\ f_{\ell b} &\leq \sum_{j \in \Psi_\ell^R} y_{\ell j}^R \cdot \bar{f}_{\ell j}^R & \forall \ell \in \Psi^R, \forall b \in B \\ f_{\ell b} &\leq \sum_{k \in \Psi_\ell^A} y_{\ell k}^A \cdot \bar{f}_{\ell k}^A & \forall \ell \in \Psi^A, \forall b \in B \\ 0 \leq I_{nb}^S &\leq \sum_{l \in \Psi_n^S} y_{nl}^T \cdot \bar{I}_{nl}^T & \forall n \in \Psi^S, \forall b \in B \\ 0 \leq I_{ngb}^G &\leq y_{ng}^G \cdot \bar{I}_{ngb}^G & \forall n \in \Psi^G, \forall g \in \Psi_n^G, \\ && \forall b \in B \\ 0 \leq \Delta I_{nb}^L &\leq I_{nb}^L & \forall n \in N, \forall b \in B \\ V_n^{min} &\leq V_{nb} \leq V_n^{max} & \forall n \in N, \forall b \in B \\ \sum_{n \in \Psi^G} \sum_{g \in \Psi_n^G} I_{ngb}^G &\leq \xi \cdot \sum_{n \in N} I_{nb}^L & \forall b \in B \\ C^I &\leq \bar{C}^I \end{aligned} $	

Definição de Perdas	$L_{lb}^L = \sum_{p \in P} m_{lp}^F \cdot (\delta_{lbp}^{F+} + \delta_{lbp}^{F-}) \quad \forall l \in \Psi^F, \forall b \in B$ $L_{lb}^L = \sum_{p \in P} \sum_{j \in \Psi_\ell^R} m_{lj p}^R \cdot (\delta_{ljbp}^{R+} + \delta_{ljbp}^{R-}) \quad \forall l \in \Psi^R, \forall b \in B$ $L_{lb}^L = \sum_{p \in P} \sum_{k \in \Psi_\ell^A} m_{lk p}^A \cdot (\delta_{lkbp}^{A+} + \delta_{lkbp}^{A-}) \quad \forall l \in \Psi^A, \forall b \in B$ $f_{lb} = \sum_{p \in P} (\delta_{lbp}^{F+} - \delta_{lbp}^{F-}) \quad \forall l \in \Psi^F, \forall b \in B$ $f_{lb} = \sum_{p \in P} \sum_{j \in \Psi_\ell^R} (\delta_{ljbp}^{R+} - \delta_{ljbp}^{R-}) \quad \forall l \in \Psi^R, \forall b \in B$ $f_{lb} = \sum_{p \in P} \sum_{k \in \Psi_\ell^A} (\delta_{lkbp}^{A+} - \delta_{lkbp}^{A-}) \quad \forall l \in \Psi^A, \forall b \in B$ $0 \leq \delta_{lbp}^{F+} \leq y_\ell^F \cdot \frac{\bar{f}_\ell^F}{np} \quad \forall l \in \Psi^F, \forall b \in B, \forall p \in P$ $0 \leq \delta_{lbp}^{F-} \leq y_\ell^F \cdot \frac{\bar{f}_\ell^F}{np} \quad \forall l \in \Psi^F, \forall b \in B, \forall p \in P$ $0 \leq \delta_{ljbp}^{R+} \leq y_{\ell j}^R \cdot \frac{\bar{f}_{\ell j}^R}{np} \quad \forall l \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_\ell^R, \forall b \in B, \forall p \in P$ $0 \leq \delta_{ljbp}^{R-} \leq y_{\ell j}^R \cdot \frac{\bar{f}_{\ell j}^R}{np} \quad \forall l \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_\ell^R, \forall b \in B, \forall p \in P$ $0 \leq \delta_{lkbp}^{A+} \leq y_{\ell k}^A \cdot \frac{\bar{f}_{\ell k}^A}{np} \quad \forall l \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_\ell^A, \forall b \in B, \forall p \in P$ $0 \leq \delta_{lkbp}^{A-} \leq y_{\ell k}^A \cdot \frac{\bar{f}_{\ell k}^A}{np} \quad \forall l \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_\ell^A, \forall b \in B, \forall p \in P$ $L_{nb}^S = \sum_{p \in P} \sum_{l \in \Psi_n^S} m_{nl p}^T \cdot \delta_{nlbp}^T \quad \forall n \in \Psi^S, \forall b \in B$ $I_{nb}^S = \sum_{p \in P} \sum_{l \in \Psi_n^S} \delta_{nlbp}^T \quad \forall n \in \Psi^S, \forall b \in B$ $0 \leq \delta_{nlbp}^T \leq y_{nl}^T \cdot \frac{\bar{I}_{nl}^T}{np} \quad \forall n \in \Psi^S, \forall l \in \Psi_n^S, \forall b \in B, \forall p \in P$
Radialidade	$ f_{lb} \leq M \cdot a_\ell \quad \forall l \in \Psi^L, \forall b \in B$ $\sum_{\ell \in \Psi^L} \sigma_{n\ell} \leq 1 \quad \forall n \in N \setminus \Psi^S$ $\sigma_{n\ell} = 0 \quad \forall n \in \Psi^S, \forall \ell \in \Psi^L$ $\sigma_{fr(\ell)\ell} + \sigma_{to(\ell)\ell} = a_\ell \quad \forall \ell \in \Psi^L$ $\sigma_{fr(\ell)\ell} \geq y_\ell + \sum_{\ell' \in \Psi^L \setminus \{\ell\}} \sigma_{to(\ell)\ell'} - 1 \quad \forall \ell \in \Psi^L$ $\sigma_{to(\ell)\ell} \geq y_\ell + \sum_{\ell' \in \Psi^L \setminus \{\ell\}} \sigma_{fr(\ell)\ell'} - 1 \quad \forall \ell \in \Psi^L$ $y_\ell = y_\ell^F \quad \forall \ell \in \Psi^F$ $y_\ell = \sum_{j \in \Psi_\ell^R} y_{\ell j}^R \quad \forall \ell \in \Psi^R$ $y_\ell = \sum_{k \in \Psi_\ell^A} y_{\ell k}^A \quad \forall \ell \in \Psi^A$

Operação de GDs	$I_{nb}^{fic} = \sum_{g \in \Psi_n^G} I_{ngb}^G \quad \forall n \in \Psi^G, \forall b \in B$ $I_{nb}^{fic} = 0 \quad \forall n \in N \setminus \{\Psi^S \cup \Psi^G\}, \forall b \in B$ $ f_{\ell b}^{fic} \leq M \cdot a_\ell \quad \forall \ell \in \Psi^L, \forall b \in B$ $ f_{\ell b}^{fic} \leq M \cdot y_\ell \quad \forall \ell \in \Psi^L, \forall b \in B$ $\sum_{\ell \in F_n} f_{\ell b}^{fic} - \sum_{\ell \in T_n} f_{\ell b}^{fic} = I_{nb}^{fic} \quad \forall n \in N, \forall b \in B$
Restrições Lógicas	$\sum_{j \in \Psi_\ell^R \setminus \{j_0\}} x_{\ell j}^R \leq 1 \quad \forall \ell \in \Psi^R$ $\sum_{k \in \Psi_\ell^A} x_{\ell k}^A \leq 1 \quad \forall \ell \in \Psi^A$ $\sum_{l \in \Psi_n^S \setminus \{l_0\}} x_{nl}^T \leq x_n^S \quad \forall n \in \Psi^S$ $\sum_{g \in \Psi_n^G} x_{ng}^G \leq 1 \quad \forall n \in \Psi^G$ $y_{\ell j}^R \leq x_{\ell j}^R \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_\ell^R \setminus \{j_0\}$ $y_{\ell j_0}^R \leq 1 - \sum_{j \in \Psi_\ell^R \setminus \{j_0\}} x_{\ell j}^R \quad \forall \ell \in \Psi^R$ $y_{\ell k}^A \leq x_{\ell k}^A \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_\ell^A$ $y_{nl}^T \leq x_{nl}^T \quad \forall n \in \Psi^S, \forall l \in \Psi_n^S \setminus \{l_0\}$ $y_{nl_0}^T \leq 1 - \sum_{l \in \Psi_n^S \setminus \{l_0\}} x_{nl}^T \quad \forall n \in \Psi^S$ $y_{ng}^G \leq x_{ng}^G \quad \forall n \in \Psi^G, \forall g \in \Psi_n^G$ $y_\ell^F \geq 1 - x_\ell^C \quad \forall \ell \in \Psi^F$ $y_{\ell j}^R \geq x_{\ell j}^R - x_\ell^C \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_\ell^R \setminus \{j_0\}$ $y_{\ell j_0}^R \geq 1 - \sum_{j \in \Psi_\ell^R \setminus \{j_0\}} x_{\ell j}^R - x_\ell^C \quad \forall \ell \in \Psi^R$ $y_{\ell k}^A \geq x_{\ell k}^A - x_\ell^C \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_\ell^A$ $x_{\ell j}^R \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_\ell^R \setminus \{j_0\}$ $x_{\ell k}^A \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_\ell^A$ $x_n^S \in \{0, 1\} \quad \forall n \in \Psi^S$ $x_{nl}^T \in \{0, 1\} \quad \forall n \in \Psi^S, \forall l \in \Psi_n^S \setminus \{l_0\}$ $x_{ng}^G \in \{0, 1\} \quad \forall n \in \Psi^G, \forall g \in \Psi_n^G$ $x_\ell^C \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \Psi^L$ $y_\ell^F \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \Psi^F$ $y_{\ell j}^R \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_\ell^R$ $y_{\ell k}^A \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_\ell^A$ $y_{nl}^T \in \{0, 1\} \quad \forall n \in \Psi^S, \forall l \in \Psi_n^S$ $y_{ng}^G \in \{0, 1\} \quad \forall n \in \Psi^G, \forall g \in \Psi_n^G$ $a_\ell \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \Psi^L$ $\sigma_{nl} \in \{0, 1\} \quad \forall n \in N, \forall \ell \in \Psi^L$ $y_\ell \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \Psi^L$

2.5 Conclusões

O modelo mono-objetivo do problema Planejamento da Expansão de Sistemas de Distribuição (PESD) apresentado aqui, apesar de ser linear, tem alta complexidade de resolução, por conta do grande número de variáveis binárias e de restrições referentes aos diversos estágios de planejamento. A simplificação realizada, considerando o planejamento estático do sistema, facilitará a modelagem de análise de risco, que será apresentado no próximo capítulo. Junto com o modelo de cálculo do custo global, a análise do risco de implantação dos planos de expansão forma a abordagem multiobjetivo do problema PESD proposta neste trabalho.

Confiabilidade e Risco

Neste capítulo serão abordadas técnicas para avaliar o desempenho de um plano de expansão de um sistema de distribuição na ocorrência de falhas na rede. A maximização desse desempenho completará o modelo multiobjetivo proposto neste trabalho, juntamente com a minimização dos custos globais dos planos de expansão. Para tanto, são abordados os conceitos de confiabilidade e de análise de risco e a relação entre eles.

Boa parte das interrupções que ocorrem nos sistemas elétricos se concentram nos sistemas de distribuição (BILLINTON; BILLINTON, 1989). Isso acarreta uma maior preocupação por parte das concessionárias e dos órgãos reguladores para investigar o comportamento a longo prazo do sistema de distribuição frente às possíveis falhas nos componentes da rede. Dessa maneira é indispensável verificar o nível de confiabilidade das configurações que são propostas durante a fase de planejamento da expansão.

Duas técnicas podem ser empregadas para a verificação da robustez das futuras configurações do sistema. A primeira delas se baseia nos cálculos dos índices de confiabilidade esperados para as configurações futuras, considerando estimativas para taxas de falhas e tempos de localização, de reparo e de manobra (LOTTERO; CONTRERAS, 2011). A segunda técnica é mais conservadora e traduz a busca por maior robustez da rede através da minimização do risco de implantação. A cada plano de expansão é definido um risco de implantação que é diretamente relacionado ao corte de cargas na rede elétrica, frente à ocorrência de várias contingências previstas. Nas seções a seguir serão descritas as principais características de cada uma dessas técnicas.

3.1 Índices de Confiabilidade em Sistemas de Distribuição

Os índices de confiabilidade são valores associados às cargas e ao sistema elétrico que medem a qualidade do fornecimento de energia elétrica aos consumidores. Calculados pelas empresas distribuidoras, esses índices devem obedecer a limites previamente esta-

belecidos por órgãos reguladores, com o intuito de manter a confiabilidade do sistema.

Como feito em (LOTERO; CONTRERAS, 2011), durante o Planejamento da Expansão de Sistemas de Distribuição (PESD), a análise dos índices de confiabilidade é usada para se ter um critério comparativo entre as configurações futuras do sistema elétrico. Isso porque os índices de confiabilidade traduzem de forma quantitativa a robustez da rede elétrica considerando dados históricos de ocorrências de falhas no sistema e ferramentas estatísticas, como simulações de Monte Carlo (TANG, 1996; BILLINTON; LI, 1994).

Existem três índices básicos de confiabilidade associados às cargas, a partir do qual são calculados os outros índices de confiabilidade do sistema elétrico (BILLINTON; LI, 1994):

- Taxa de falhas λ : Indica o total de falhas ocorridas no sistema que afetam o fornecimento de energia a uma carga, contadas ao longo de um ano.
- Duração de interrupção r : Indica a duração média em horas das falhas ocorridas no sistema que afetam o fornecimento de energia a uma carga.
- Indisponibilidade anual U : Indica o intervalo de tempo médio em horas em que não houve fornecimento de energia a uma carga durante um ano de análise.

No que seguem, são apresentados de maneira simplificada alguns índices de confiabilidades mais empregados em planejamentos do sistema de distribuição.

1. Frequência Equivalente de Interrupção por Consumidor (FEC)

O FEC ou SAIFI (*System Average Interruption Frequency Index*) é calculado para um conjunto de consumidores e indica o número de interrupções anuais por consumidor. O FEC é calculado pela expressão (3.1) a seguir.

$$FEC = \frac{\sum_{n \in N} NC_n \cdot \lambda_n}{\sum_{n \in N} NC_n} \quad [\text{interrupções/consumidor/ano}] \quad (3.1)$$

em que λ_n é a taxa média de falhas da barra n e NC_n é o número de consumidores na barra n .

2. Duração Equivalente de Interrupção por Consumidor (DEC)

Assim como o FEC, o DEC ou SAIDI (*System Average Interruption Duration Index*) também é calculado para um conjunto de consumidores, entretanto exprime o tempo médio anual que estes ficaram sem fornecimento de energia. É determinado pela expressão (3.2).

$$DEC = \frac{\sum_{n \in N} NC_n \cdot U_n}{\sum_{n \in N} NC_n} \quad [\text{horas/consumidor/ano}] \quad (3.2)$$

em que U_n é a indisponibilidade de fornecimento anual na barra n .

3. Energia Não Suprida (ENS)

O índice ENS expressa o total de energia não entregue aos consumidores em decorrências das falhas ocorridas no sistema. É calculado pela expressão (3.3):

$$ENS = \sum_{n \in N} P_n \cdot U_n \quad [\text{kWh/ano}] \quad (3.3)$$

em que P_n é a demanda média em kW dos consumidores conectados à barra n .

3.1.1 Técnica Analítica

Nesta seção será detalhada a técnica analítica empregada para determinar os valores médios esperados dos índices de confiabilidade de um sistema elétrico. Para tanto, considere o sistema elétrico exemplo ilustrado na Figura 3. Nesse sistema há três barras de cargas (A, B e C) alimentadas pela subestação principal por trechos cujos comprimentos são mostrados na figura. Existe ainda uma alimentação alternativa conectada ao sistema através de uma chave normalmente aberta (Chave NA). As outras chaves do sistema são normalmente fechadas (Chave NF e Disjuntor).

Figura 3 – Sistema teste para análise de confiabilidade.

Uma vez que ocorre uma falha em um trecho, o sistema de proteção atua isolando-o do resto do sistema elétrico, realizando a abertura de chaves específicas. O operador do sistema pode realizar a reconfiguração da rede para transferir cargas para a alimentação alternativa, com o intuito de minimizar o total de consumidores afetados pela interrupção. Paralelamente à reconfiguração, uma equipe é solicitada para identificar o trecho afetado e realizar seu reparo.

Considere que as falhas nos trechos do sistema ocorrem a uma taxa igual a 0,40 falhas/ano para cada quilômetro de linha. Além disso, considere também um tempo médio de reconfiguração igual a $t_{rec} = 0,5$ hora e um tempo médio de reparo de $t_{rep} = 2,0$ horas.

As Tabelas 1, 2 e 3 mostram os resultados da técnica analítica para a determinação dos índices básicos para as cargas A, B e C, respectivamente. Por exemplo, na Tabela 1, nota-se que é esperada 0,4 falha ao ano no trecho R1, que ao ocorrer compromete o fornecimento de energia à carga A apenas por 0,5 h, já que com a ligação da alimentação alternativa é possível realimentar a carga A. Multiplicando esses dois valores, obtém-se um tempo esperado de 0,20 hora ao ano sem fornecimento de energia à barra da carga A. O mesmo é feito para cada contingência em trechos, sempre avaliando se há corte do fornecimento de energia às cargas A, B e C. Quando a contingência em um trecho não afeta a alimentação de uma carga, não aparecem os valores nas correspondentes tabelas.

Tabela 1 – Cálculo dos índices de confiabilidade básicos para a carga A do sistema teste.

Trecho Isolado	Carga A		
	λ (falha/ano)	r (hora/falha)	$\lambda \cdot r$ (hora/ano)
R1	0,40	0,5	0,20
R2	0,40	2,0	0,80
R3	-	-	-
R4	-	-	-
R5	-	-	-

Tabela 2 – Cálculo dos índices de confiabilidade básicos para a carga B do sistema teste.

Trecho Isolado	Carga B		
	λ (falha/ano)	r (hora/falha)	$\lambda \cdot r$ (hora/ano)
R1	0,40	0,5	0,20
R2	-	-	-
R3	0,80	2,0	1,60
R4	-	-	-
R5	-	-	-

Tabela 3 – Cálculo dos índices de confiabilidade básicos para a carga C do sistema teste.

Trecho Isolado	Carga C		
	λ (falha/ano)	r (hora/falha)	$\lambda \cdot r$ (hora/ano)
R1	0,40	0,5	0,20
R2	-	-	-
R3	-	-	-
R4	1,20	0,5	0,60
R5	0,40	2,0	0,80

Para o cálculo dos índices básicos, considera-se que a taxa média de falhas λ_n , a indisponibilidade média anual U_n e a duração média de interrupção r_n para uma carga conectada na barra n são dadas, respectivamente, pelas expressões (3.4), (3.5) e (3.6).

$$\lambda_n = \sum_{\ell \in \Psi^L} \lambda_{\ell n} \quad \forall n \in N \quad (3.4)$$

$$U_n = \sum_{\ell \in \Psi^L} \lambda_{\ell n} \cdot r_{\ell n} \quad \forall n \in N \quad (3.5)$$

$$r_n = \frac{U_n}{\lambda_n} \quad \forall n \in N \quad (3.6)$$

em que $\lambda_{\ell n}$ assume o valor do número de falhas anuais no trecho ℓ quando a desativação desse trecho afeta a barra n ou o valor nulo, quando não afeta a barra n ; $r_{\ell n}$ é a duração esperada da interrupção do fornecimento de energia à barra n , quando ocorre uma contingência no trecho ℓ .

Através dessas expressões, é possível chegar aos valores dos índices básicos de cada carga do sistema como mostra a Tabela 4.

Tabela 4 – Índices básicos das cargas do sistema exemplo

Índice	Carga A	Carga B	Carga C
λ (falhas/ano)	0,80	1,20	2,00
r (horas/falha)	1,25	1,50	0,80
U (horas/ano)	1,00	1,80	1,60

Para calcular os valores esperados dos índices FEC, DEC e ENS do sistema, é necessário saber em quantos consumidores constitui cada carga descrita e quais são suas demandas ativas médias. Como exemplo, considere que as cargas A, B e C são formadas por, respectivamente, 150, 250 e 200 consumidores, cujas demandas ativas médias são 250 kW, 350 kW e 300 kW. Logo:

$$FEC = \frac{150 \cdot 0,80 + 250 \cdot 1,20 + 200 \cdot 2,00}{150 + 250 + 200} = 1,37 \text{ interrupções/cons./ano}$$

$$DEC = \frac{150 \cdot 1,00 + 250 \cdot 1,80 + 200 \cdot 1,60}{150 + 250 + 200} = 1,53 \text{ horas/cons./ano}$$

$$ENS = 250 \cdot 1,00 + 350 \cdot 1,80 + 300 \cdot 1,60 = 1360 \text{ kWh/ano}$$

Como apresentada aqui, essa metodologia desconsidera possíveis falhas em geradores distribuídos que estejam presentes na rede. Porém é fácil ajustar as expressões que calculam os índices para contemplar a presença desse tipo de falha. Basta considerar que os geradores distribuídos do sistema têm uma taxa de falha diferente, denotada por λ^G , e um tempo de reparo t_{rep}^G também diferente do reparo de trechos. Assim, basta complementar a análise de contingência e reescrever as expressões (3.4) e (3.5) como segue. A expressão que calcula o tempo médio da falha em uma barra n , r_n mantém como em (3.6).

$$\lambda_n = \sum_{\ell \in \Psi^L} \lambda_{\ell n} + \sum_{n' \in \Psi^G} \lambda_{n'n} \quad \forall n \in N \quad (3.7)$$

$$U_n = \sum_{\ell \in \Psi^L} \lambda_{\ell n} \cdot r_{\ell n} + \sum_{n' \in \Psi^G} \lambda_{n'n} \cdot r_{n'n} \quad \forall n \in N \quad (3.8)$$

em que $\lambda_{n'n} = \lambda^G$ quando a desativação do gerador na barra n' afeta as cargas conectadas na barra n e $\lambda_{n'n} = 0$, caso contrário; $r_{n'n} = t_{rec}$ quando a reconfiguração consegue restaurar a alimentação da barra n , $r_{n'n} = t_{rep}^G$, caso seja necessário reconectar o gerador da barra n' para restabelecer a energia na barra n e $r_{n'n}$ quando a contingência do GD na barra n' não afeta o fornecimento de energia na barra n .

Apesar de serem bastante utilizados, os valores médios esperados dos índices de confiabilidade não são suficientes para se realizar uma análise mais detalhada da confiabilidade do sistema, uma vez que se necessitam também informações sobre a variação desses índices. Para tanto, existem técnicas de simulação de Monte Carlo para a determinação da distribuição de probabilidade dos índices de confiabilidade (TANG, 1996). Entretanto, isso requer muito recurso computacional e, às vezes, a precisão dos dados durante o planejamento injustifica a utilização dessas técnicas.

Como feito em (LOTTERO; CONTRERAS, 2011), durante o Planejamento da Expansão de Sistemas de Distribuição (PESD), pode-se estabelecer limites aceitáveis para alguns índices de confiabilidade do sistema, por exemplo DEC^{lim} e FEC^{lim} e penalizar as topologias obtidas pelos planos de expansão que infringem esses valores. Além dessa abordagem, é possível também, através do valor esperado da energia não suprida, ENS , calcular o gasto esperado por não suprir as cargas no sistema, de acordo com a topologia proposta pelos planos de expansão.

Na próxima seção é apresentada outra abordagem mais ampla da análise de confiabilidade do sistema durante o planejamento, em que se considera o risco de implantação dos planos de expansão. Comparada com o cálculo dos índices de confiabilidade, a análise de risco é mais conservadora, uma vez que busca apenas o pior desempenho do sistema frente a um conjunto de contingências.

3.2 Análise de Risco

Nesta seção são apresentados os conceitos necessários para mensurar o risco de implantação de planos de expansão de sistemas elétricos (ALGUACIL; ARROYO; CARRIÓN, 2010; CHEN et al., 2014). A ideia de risco remete à probabilidade da ocorrência de uma alteração, às vezes não desejada, na situação padrão de um sistema. Por exemplo, na área de economia, quando se diz que um aplicação financeira tem baixo risco, indica-se que o retorno dessa aplicação é praticamente garantido e que as incertezas no mercado não afetarão muito essa aplicação. O conceito de risco de um plano de expansão também

pode ser aplicado na área de planejamento de sistemas elétricos de potência. Dizer que um plano de expansão tem alto risco significa dizer que a rede resultante do plano é pouco robusta frente às possíveis contingências no sistema elétrico. Por outro lado, quando um plano de expansão formula uma rede elétrica mais robusta, de forma que as incertezas relacionadas às ocorrências de contingências não afetam muito a operação adequada do sistema elétrico, diz-se que este plano de expansão possui baixo risco.

A operação adequada de um sistema de distribuição está diretamente relacionada ao fornecimento de energia elétrica, sob condições normais de tensão e frequência, a todos os consumidores da rede. Uma vez que ocorre uma contingência no sistema, como por exemplo, o desligamento de uma seção de alimentador, o fornecimento de energia para alguns consumidores é comprometido e sua restauração requer recursos e tempo, o que é traduzido como custos para a empresa distribuidora.

As contingências na rede elétrica compõem o conjunto de incertezas da operação do sistema. Um bom planejamento do sistema elétrico não pode negligenciar a chance de ocorrência dessas contingências. Dessa forma, como é difícil trabalhar para evitar a ocorrência de todas as contingências, a melhor opção é mitigar os danos causados por elas. Como mencionado acima, o dano de uma contingência pode ser assumido como o quanto a operação do sistema diverge da sua condição adequada. Neste trabalho, propõe-se uma metodologia de cálculo de danos de contingências baseando-se em cortes de carga no sistema.

Ao ocorrer uma contingência, o sistema de proteção da rede atuará desligando a parte afetada, comprometendo o fornecimento de energia a um conjunto de cargas da rede. O operador do sistema tentará restaurar o fornecimento realizando, primeiramente, a transferência da alimentação dessas cargas a outros alimentadores não afetados. Essa transferência de alimentação é possível através do fechamento de chaves normalmente abertas presentes no sistema. Em seguida, o operador acionará uma equipe de reparo que irá buscar a causa da contingência e irá saná-la. Porém nesse intervalo de tempo, parte do sistema ficará sem alimentação compondo o que é denominado “corte de carga” da contingência.

Numa situação de operação adequada do sistema, o corte de carga é nulo, isto é, nenhuma carga é mantida desligada. Além disso, o corte de carga ocasionado por uma dada contingência depende muito da configuração do sistema, no que diz respeito a caminhos alternativos para alimentação das cargas.

Resumindo, existe no momento presente uma decisão a ser tomada pelo planejador do sistema que consiste em montar o plano de expansão e implantá-lo. Obtém-se, como resultado dessa decisão, a topologia da rede elétrica do sistema futuro. A operação dessa configuração está sujeita a incertezas formadas pelas possíveis contingências no sistema. A rede em si pode ser robusta a ponto de sofrer pouca influência dessas incertezas, mostrando um melhor desempenho, o que é entendido como baixos cortes de cargas na ocorrência

dessas contingências. A Figura 4 ilustra o cenário de decisão e de análise de risco de implantação dos planos de expansão.

Figura 4 – Esquema da decisão do planejador do sistema e da análise de risco.

Será apresentada agora a formulação matemática para o cálculo dos cortes de cargas sofridos pelo sistema frente a cada contingência e o cálculo do risco de implantação de um plano de expansão. Ao ocorrer uma contingência, o operador do sistema deve alterar a configuração da rede a fim de estabelecer uma condição em que há o menor corte de cargas possível no sistema. Neste trabalho, considera-se como contingência a desativação de seções e de geradores distribuídos. Dessa forma, definem-se os parâmetros de contingência v_s^L , que indica a desativação da seção s quando é igual a 0, e v_n^G , que indica se o gerador distribuído conectado à barra n está desativado quando $v_n^G = 0$.

Uma vez que ocorre uma contingência em uma seção s , ela é isolada do sistema e todas as suas barras perdem a alimentação e, por conta do isolamento dessa seção, as seções a jusante de s , chamadas seções-filhas de s , também perdem o fornecimento de energia. Nessa situação, busca-se restaurar a alimentação dessas seções-filhas através do fechamento de chaves normalmente abertas presentes no sistema. Dessa forma, durante o processo de restauração da alimentação das seções-filhas de s , não há alterações na alimentação das seções a montante da seção afetada pela contingência nem na alimentação das seções de outros alimentadores do sistema. Portanto, para cada contingência em seções no sistema de distribuição, existe um conjunto de chaves que podem ser empregadas para alterar a topologia da rede.

Já em outra situação, quando ocorre uma contingência em um gerador, todo o alimentador em que ele se encontra conectado é afetado, sendo necessário deixar todas as chaves desse alimentador disponíveis para alterarem seus estados durante o processo de restauração.

Observe que antes de realizar a análise do risco de um plano de expansão, é necessário verificar como se encontra a topologia da rede futura proposta por esse plano, identificando os alimentadores e suas seções. Essa aquisição dos dados de topologia consiste em determinar quais são as seções existentes no sistema elétrico, quais são suas seções-filhas

e que chaves podem sofrer alterações na ocorrência de contingência em cada seção. Além disso, necessita-se também determinar que alimentadores estão conectados os geradores distribuídos e quais são as chaves presentes nesses alimentadores. Definem-se, portanto, o conjunto de alimentadores do sistema, denotado por Θ^F e o conjunto de seções de cada alimentador f , denotado por Θ_f^S .

Logo, a cada contingência no sistema, seja ela em seções ou em geradores, existe um conjunto de chaves habilitadas para sofrerem alteração de estado, aberto para fechado e vice-versa, com o intuito de minimizar os cortes de carga no sistema. Para indicar se uma chave está habilitada ou não durante uma contingência, define-se o parâmetro e_ℓ que, quando $e_\ell = 1$, indica que a chave presente no trecho ℓ está habilitada para a restauração e $e_\ell = 0$, caso não esteja habilitada.

Como as contingências em seções e em geradores ocorrem com frequências distintas, optou-se por realizar dois tipos de análise de risco, uma considerando os danos causados por contingências em seções e outra, considerando os danos causados por contingências em geradores distribuídos.

Dano causado por contingências em seções

Para cada alimentador $f \in \Theta^F$, determina-se o maior dano sofrido pelo sistema na perda de no máximo uma seção, isto é, simulam-se isoladamente contingências em cada seção, verificam-se os cortes de carga necessários em cada situação, determina-se o maior corte dentre essas simulações e atribui seu valor ao dano por contingências em seções do alimentador f , denotado por $\mathcal{D}_f^S$.

Em outras palavras, em cada seção $s \in \Theta_f^S$ é simulada uma contingência, fazendo $v_s^L = 0$ para a seção s em análise e $v_{s'}^L = 1$ para as outras seções s' do sistema. Em seguida, esse valor do parâmetro $\mathbf{v}$ é passado para o problema que calcula o corte de carga mínimo - detalhado mais adiante - correspondendo ao dano da contingência, $\mathcal{D}(\mathbf{v})$. Por fim, o dano por contingências em seções do alimentador $f \in \Theta^F$, denotado por $\mathcal{D}_f^S$, é considerado como sendo o maior dos danos obtidos para a perda de cada seção. Essa definição é descrita pelo problema que segue.

$$\mathcal{D}_f^S = \max \{ \mathcal{D}(\mathbf{v}) \} \quad (3.9)$$

sujeito a

$$\sum_{s \in \Theta_f^S} v_s^L \geq |\Theta_f^S| - 1 \quad (3.10)$$

$$v_s^L = 1 \quad \forall s \notin \Theta_f^S \quad (3.11)$$

A restrição (3.10) impõe que seja considerada a contingência em apenas uma seção do alimentador f por vez. Já a restrição (3.11) define o valor unitário para o parâmetro de contingência v_s^L de seções que não pertencem ao alimentador f .

Dano causado por contingências em geradores distribuídos

Também para cada alimentador f , determina-se o maior dano frente à ocorrência de contingências em geradores conectados nas barras n desse alimentador. Para cada barra $n \in \Theta_f^N$, simula-se a perda da injeção de corrente de seu gerador distribuído e busca-se restaurar o fornecimento de energia às cargas afetadas. Caso não seja possível restaurar a alimentação, são necessários os cortes de carga que compreendem o dano da contingência. O dano por contingências em geradores de um alimentador $f \in \Theta^F$ é denotado por $\mathcal{D}_f^G$ e determinado através do problema que segue.

$$\mathcal{D}_f^G = \max \{ \mathcal{D}(\mathbf{v}) \} \quad (3.12)$$

sujeito a

$$\sum_{n \in \Theta_f^N} v_n^G \geq |\Theta_f^N| - 1 \quad (3.13)$$

$$v_n^G = 1 \quad \forall n \notin \Theta_f^N \quad (3.14)$$

A restrição (3.13) impõe que seja considerada a contingência em apenas um GD do alimentador f por vez. A restrição (3.14) indica que não há alteração da conexão dos GDs que não pertencem ao alimentador f ao definir o valor unitário para parâmetro de contingência v_n^G .

Feitas as análises de contingências e determinados os danos máximos $\mathcal{D}_f^S$ e $\mathcal{D}_f^G$, calcula-se o risco de implantação do plano de expansão baseando-se no dano esperado que o sistema irá sofrer durante um ano de operação. Para tanto, estimam-se a taxa de falhas em alimentadores, λ^L , dada em falhas/km/ano, e a taxa de falhas em geradores, λ^G , dada em falhas/ano. O dano esperado anual é ponderado pelo fator acumulativo de gastos anuais μ^{AC} definido no capítulo anterior. A expressão (3.15) mostra como é então determinado o risco de implantação de um plano de expansão.

$$\mathcal{R} = \mu^{AC} \cdot \sum_{f \in \Theta^F} \{ \lambda^L \cdot l_f \cdot \mathcal{D}_f^S + \lambda^G \cdot n_f^G \cdot \mathcal{D}_f^G \} \quad (3.15)$$

em que l_f é o comprimento total em km do alimentador f e n_f^G é o número de geradores ativos - com injeção diferente de nula durante a operação do sistema - no alimentador f . Ambos os parâmetros são determinados durante a fase de aquisição da topologia do sistema.

No que segue, é apresentado o problema linear inteiro misto que define o dano no sistema, dada a ocorrência de uma contingência definida pelo parâmetro $\mathbf{v}$. A função objetivo desse problema - Equação (3.16) - consiste na minimização do corte de carga D , que representa o maior corte de carga dentre os níveis de carga do sistema.

$$\mathcal{D}(\mathbf{v}) = \min \{ D \} \quad (3.16)$$

As equações (3.17)-(3.55) representam as restrições do problema. A restrição (3.17) impõe que a variável D seja o maior dano dentre os níveis de carga b . Já a restrição (3.18) impõe que o dano deve ser maior ou igual a um valor de referência, D^{ref} , o qual é definido como parâmetro do modelo. Ainda nessa seção, será detalhado como é obtido esse valor de referência. Ele é empregado para auxiliar o processo de convergência da resolução do modelo, uma vez que define um limite inferior para a função objetivo. As restrições de fluxo de potência linear são impostas pelas equações (3.19)-(3.22), enquanto que as restrições de limitações das magnitudes de corrente são impostas pelas equações (3.23)-(3.25). As restrições (3.26) e (3.27) impõem as limitações de injeção de corrente nas subestações e nos geradores distribuídos, respectivamente. Os limites inferior e superior dos cortes de carga são definidos pela restrição (3.28). A equação (3.29) impõe os limites das magnitudes de tensão nodal no sistema. A restrição da penetração de geradores distribuídos é imposta pela equação (3.30).

$$D \geq fp \cdot \sum_{n \in N} c_{nb}^N \Delta I_{nb}^L \quad \forall b \in B \quad (3.17)$$

$$D \geq D^{ref} \quad (3.18)$$

$$I_{nb}^S + \sum_{g \in \Psi_n^G} I_{ngb}^G - \sum_{\ell \in F_n} f_{\ell b} + \sum_{\ell \in T_n} f_{\ell b} = I_{nb}^L - \Delta I_{nb}^L \quad \forall n \in N, \forall b \in B \quad (3.19)$$

$$|V_{fr(\ell)b} - V_{to(\ell)b} - Z_{\ell}^F \cdot f_{\ell b}| \leq M \cdot (1 - y_{\ell}^F) \quad \forall \ell \in \Psi^F, \forall b \in B \quad (3.20)$$

$$|V_{fr(\ell)b} - V_{to(\ell)b} - Z_{\ell j}^R \cdot f_{\ell b}| \leq M \cdot (1 - y_{\ell j}^R) \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_{\ell}^R, \forall b \in B \quad (3.21)$$

$$|V_{fr(\ell)b} - V_{to(\ell)b} - Z_{\ell k}^A \cdot f_{\ell b}| \leq M \cdot (1 - y_{\ell k}^A) \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_{\ell}^A, \forall b \in B \quad (3.22)$$

$$|f_{\ell b}| \leq y_{\ell t}^F \cdot \bar{f}_{\ell}^F \quad \forall \ell \in \Psi^F, \forall b \in B \quad (3.23)$$

$$|f_{\ell b}| \leq \sum_{j \in \Psi_{\ell}^R} y_{\ell j}^R \cdot \bar{f}_{\ell j}^R \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall b \in B \quad (3.24)$$

$$|f_{\ell b}| \leq \sum_{k \in \Psi_{\ell}^A} y_{\ell k}^A \cdot \bar{f}_{\ell k}^A \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall b \in B \quad (3.25)$$

$$0 \leq I_{nb}^S \leq \sum_{l \in \Psi_n^S} y_{nl}^T \cdot \bar{I}_{nl}^T \quad \forall n \in \Psi^S, \forall b \in B \quad (3.26)$$

$$0 \leq I_{ngb}^G \leq y_{ng}^G \cdot \bar{I}_{ngb}^G \quad \forall n \in \Psi^G, \forall g \in \Psi_n^G, \forall b \in B \quad (3.27)$$

$$0 \leq \Delta I_{nb}^L \leq I_{nb}^L \quad \forall n \in N, \forall b \in B \quad (3.28)$$

$$V_n^{min} \leq V_{nb} \leq V_n^{max} \quad \forall n \in N, \forall b \in B \quad (3.29)$$

$$\sum_{n \in \Psi^G} \sum_{g \in \Psi_n^G} I_{ngb}^G \leq \xi \cdot \sum_{n \in N} I_{nb}^L \quad \forall b \in B \quad (3.30)$$

A operação radial do sistema é imposta pelas equações (3.31)-(3.39). Já as restrições (3.40)-(3.44) impõem, através de correntes fictícias, a impossibilidade de operação de geradores distribuídos em ilhas isoladas do sistema.

$$|f_{\ell b}| \leq M \cdot a_\ell \quad \forall \ell \in \Psi^L, \forall b \in B \quad (3.31)$$

$$\sum_{\ell \in \Psi^L} \sigma_{n\ell} \leq 1 \quad \forall n \in N \setminus \Psi^S \quad (3.32)$$

$$\sigma_{n\ell} = 0 \quad \forall n \in \Psi^S, \forall \ell \in \Psi^L \quad (3.33)$$

$$\sigma_{fr(\ell)\ell} + \sigma_{to(\ell)\ell} = a_\ell \quad \forall \ell \in \Psi^L \quad (3.34)$$

$$\sigma_{fr(\ell)\ell} \geq y_\ell + \sum_{\ell' \in \Psi^L \setminus \{\ell\}} \sigma_{to(\ell)\ell'} - 1 \quad \forall \ell \in \Psi^L \quad (3.35)$$

$$\sigma_{to(\ell)\ell} \geq y_\ell + \sum_{\ell' \in \Psi^L \setminus \{\ell\}} \sigma_{fr(\ell)\ell'} - 1 \quad \forall \ell \in \Psi^L \quad (3.36)$$

$$y_\ell = y_\ell^F \quad \forall \ell \in \Psi^F \quad (3.37)$$

$$y_\ell = \sum_{j \in \Psi_\ell^R} y_{\ell j}^R \quad \forall \ell \in \Psi^R \quad (3.38)$$

$$y_\ell = \sum_{k \in \Psi_\ell^A} y_{\ell k}^A \quad \forall \ell \in \Psi^A \quad (3.39)$$

$$I_{nb}^{fic} = \sum_{g \in \Psi_n^G} I_{ngb}^G \quad \forall n \in \Psi^G, \forall b \in B \quad (3.40)$$

$$I_{nb}^{fic} = 0 \quad \forall n \in N \setminus \{Psi^G \cup \Psi^G\}, \forall b \in B \quad (3.41)$$

$$|f_{\ell b}^{fic}| \leq M \cdot a_\ell \quad \forall \ell \in \Psi^L, \forall b \in B \quad (3.42)$$

$$|f_{\ell b}^{fic}| \leq M \cdot y_\ell \quad \forall \ell \in \Psi^L, \forall b \in B \quad (3.43)$$

$$\sum_{\ell \in F_n} f_{\ell b}^{fic} - \sum_{\ell \in T_n} f_{\ell b}^{fic} = I_{nb}^{fic} \quad \forall n \in N, \forall b \in B \quad (3.44)$$

Observe que à exceção das restrições (3.17) e (3.18), as outras restrições apresentadas até agora são semelhantes às restrições do problema linear inteiro misto que define o custo global de um plano de expansão mostrado na seção 2.4. Vale ressaltar que diferentemente do problema que define o custo global, aqui, na formulação do risco de implantação, não são consideradas as perdas nos alimentadores e nos transformadores de força do sistema.

Seguem as restrições que impõem como pode ser alterada a topologia do sistema, durante a ocorrência da contingência definida pelo parâmetro $\mathbf{v}$. A variável de utilização do trecho ℓ , denotada por y_ℓ , possui limites inferiores e superiores impostos pelas restrições (3.45) e (3.46), respectivamente. Nessas equações, y_ℓ^I indica o estado de utilização inicial antes da ocorrência da contingência e $sec(\ell)$ indica a seção a qual pertence o trecho ℓ . Esses parâmetros também são obtidos durante o processo de aquisição de topologia do sistema. A utilização dos geradores distribuídos em uma barra n é condicionada pela restrição (3.47).

$$y_\ell \geq v_{sec(\ell)}^L \cdot (1 - e_\ell \cdot x_\ell^C) \cdot y_\ell^I \quad \forall \ell \in \Psi^L \quad (3.45)$$

$$y_\ell \leq v_{sec(\ell)}^L \cdot (e_\ell \cdot x_\ell^C + y_\ell^I) \quad \forall \ell \in \Psi^L \quad (3.46)$$

$$y_{ng}^G \leq v_n^G \cdot x_{ng}^G \quad \forall n \in \Psi^G \quad (3.47)$$

Vale ressaltar que as restrições (3.45) e (3.46) traduzem as seguintes condições:

- Quando a contingência considerada é o desligamento da seção do trecho ℓ , isto é, $v_{sec(\ell)}^L = 0$, o valor da variável de utilização desse trecho y_ℓ deve assumir valor nulo.
- Quando existe uma chave no trecho ℓ e ela está habilitada, isto é, $e_\ell \cdot x_\ell^C = 1$, o valor da variável de utilização pode assumir valor igual ou diferente do seu valor inicial y_ℓ^I . Caso contrário, ou seja, ou não há chave ou ela não está habilitada, o valor da variável y_ℓ deve ser igual ao seu valor inicial y_ℓ^I .

Por fim, os domínios das variáveis binárias do problema são definidos pelas restrições (3.48)-(3.55).

$$y_\ell^F \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \Psi^F \quad (3.48)$$

$$y_{\ell j}^R \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \Psi^R, \forall j \in \Psi_\ell^R \quad (3.49)$$

$$y_{\ell k}^A \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \Psi^A, \forall k \in \Psi_\ell^A \quad (3.50)$$

$$y_{nl}^T \in \{0, 1\} \quad \forall n \in \Psi^S, \forall l \in \Psi_n^S \quad (3.51)$$

$$y_{ng}^G \in \{0, 1\} \quad \forall n \in \Psi^G, \forall g \in \Psi_n^G \quad (3.52)$$

$$a_\ell \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \Psi^L \quad (3.53)$$

$$\sigma_{n\ell} \in \{0, 1\} \quad \forall n \in N, \forall \ell \in \Psi^L \quad (3.54)$$

$$y_\ell \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \Psi^L \quad (3.55)$$

A seguir são detalhadas as etapas do processo de cálculo do risco de implantação de um plano de expansão $\mathbf{x}$.

1ª Etapa: Aquisição da Topologia.

Através do modelo matemático que calcula o custo global, detalhado na Seção 2.4, é possível determinar a topologia final do sistema de distribuição resultado da implantação do plano de expansão $\mathbf{x}$. Nessa etapa são adquiridos dados como:

- Parâmetro $\mathbf{y}^I$ com os estados de utilização dos trechos do sistema elétrico.
- Conjunto de alimentadores Θ^F e de suas seções Θ_f^S .
- Conjunto de barras com geradores distribuídos ativos, Θ_f^N , isto é, com injeção de corrente não nula.
- Comprimento total l_f e o número de geradores distribuídos ativos n_f^G de cada alimentador do sistema.

2ª Etapa: Laço para cálculo do dano por contingências em seções.

Em cada seção dos alimentadores do sistema elétrico, é simulada uma contingência, isolando a seção em questão, e determina-se o dano mínimo que o operador pode chegar através da restauração do maior número de cargas do sistema, alterando apenas o fornecimento das seções-filhas da seção em contingência.

Como a cada alimentador f apenas se está interessado no valor máximo dos danos de suas seções, cada vez que termina o cálculo do dano em uma seção s , atualiza-se o valor do dano máximo em seções do alimentador. Para acelerar o processo de cálculo dos danos, ainda é passado esse valor de dano máximo para o modelo, conforme informado anteriormente. Segue, no Algoritmo 1, um pseudocódigo do processo de determinação do dano por contingências em seções dos alimentadores.

Algoritmo 1 Algoritmo para o cálculo do dano por contingências em seções.

Para cada alimentador $f \in \Theta^F$:

Define $D^{ref} = 0$;

Para cada seção $s \in \Theta_f^S$:

Define parâmetros: $\mathbf{v}$ e $\mathbf{e}$;

Calcula dano $\mathcal{D}(\mathbf{v})$;

Se $\mathcal{D}(\mathbf{v}) > D^{ref}$: **então**

Atualiza $D^{ref} = \mathcal{D}(\mathbf{v})$;

Fim Se

Fim Para

Define $\mathcal{D}_f^S = D^{ref}$;

Fim Para

3ª Etapa: Laço para cálculo do dano por contingências em geradores distribuídos.

Para cada alimentador, são simuladas as contingências e desligamentos de seus geradores distribuídos, um de cada vez, e analisado o dano esperado para o sistema. Ressalta-se que uma vez ocorrida a contingência no gerador de um alimentador f , o equipamento é desligado do sistema e o operador da rede pode alterar o estado das chaves desse alimentador f , com o intuito de minimizar os cortes de cargas. Novamente, como se está interessado apenas no valor de dano máximo, atualiza-se um parâmetro de referência, o qual é informado a cada novo cálculo de dano. Segue, no Algoritmo 2, o pseudocódigo para determinar o dano por contingências em geradores distribuídos.

4ª Etapa: Definição do Risco de Implantação.

Através da expressão (3.15), calcula-se o risco de implantação do plano de expansão, considerando os danos por contingências em seções e em geradores de todos os alimentadores do sistema.

Algoritmo 2 Algoritmo para o cálculo do dano por contingências em GDs.

Para cada alimentador $f \in \Theta^F$:

 Define $D^{ref} = 0$;

Para cada barra $n \in \Theta_f^N$:

 Define parâmetros: $\mathbf{v}$ e $\mathbf{e}$;

 Calcula dano $\mathcal{D}(\mathbf{v})$;

Se $\mathcal{D}(\mathbf{v}) > D^{ref}$: **então**

 Atualiza $D^{ref} = \mathcal{D}(\mathbf{v})$;

Fim Se
Fim Para

 Define $\mathcal{D}_f^G = D^{ref}$;

Fim Para

3.3 Conclusões

O procedimento de análise de risco proposto neste capítulo tem como objetivo complementar o modelo mono-objetivo do problema Planejamento da Expansão de Sistemas de Distribuição (PESD), detalhado no capítulo anterior, em que se considera apenas a minimização do custo global de planos de expansão. Tal procedimento consiste na resolução sucessiva de problemas lineares inteiros mistos, correspondentes aos cálculos dos danos de cada contingência no sistema.

Formula-se, portanto, uma abordagem multiobjetivo do problema PESD, em que se buscam planos de expansão de baixos custos globais e que geram configurações da rede confiáveis e robustas, conseguidas através da minimização do risco de implantação. No próximo capítulo, são detalhados conceitos de otimização multiobjetivo e de algoritmos evolutivos para resolução do problema proposto.

Otimização Multiobjetivo

Como detalhado nos capítulos anteriores, propõe-se a minimização não só do custo global de um plano de expansão, mas também do seu risco de implantação. Como ambos os objetivos são conflitantes, o modelo proposto para o planejamento da expansão é caracterizado como um Problema de Otimização Multiobjetivo (POM). Neste capítulo são apresentados alguns conceitos básicos de otimização multiobjetivo, com o intuito de estabelecer critérios para seleção de boas soluções para o modelo multiobjetivo do Planejamento da Expansão de Sistemas de Distribuição (PESD).

4.1 Custo vs. Risco

Dentro do âmbito de planejamento da expansão de redes de distribuição, o planejador do sistema tem o papel de determinar planos de expansão que tenham custos globais baixos e que levem o sistema a topologias robustas e confiáveis. Trata-se, portanto, de um Problema de Otimização Multiobjetivo em que se deseja minimizar os custos globais de um plano e de maximizar a robustez do sistema que, como estudado no capítulo anterior, é traduzido como minimizar o risco da implantação.

O custo global de um plano de expansão é definido em um horizonte de planejamento. Nesse período, todo investimento realizado deve estar incorporado ao custo global, além dos gastos em manutenção e operação na rede e em produção de energia. Esse processo foi detalhado anteriormente no Capítulo 2.

Já o risco de implantação de um plano de expansão é modelado baseando-se nos cortes de carga necessários para estabilizar o fornecimento de energia no sistema elétrico, sob condições de contingências nos alimentadores e nos geradores distribuídos. Como estudado no Capítulo 3, a minimização do risco de implantação garante uma elevação na robustez do sistema elétrico, melhorando assim sua confiabilidade.

Um plano de expansão é formado por um conjunto de obras de reforço realizadas no sistema de distribuição, as quais incluem inserção de novos elementos ou redimensionamento dos existentes. Quando são realizadas poucas obras no sistema, visando minimizar

os investimentos e, conseqüentemente, o custo global, o sistema passa a ter uma configuração não muito robusta frente a ocorrência de contingências, aumentando, assim, seu risco de implantação. Por outro lado, para se minimizar o risco de implantação, é necessário um número maior de obras no plano de expansão, isso acarreta um aumento no custo global. Essas características indicam o conflito entre esses dois objetivos. Assim sendo, torna-se necessária a utilização de metodologias que levem em consideração esses objetivos conflitantes e determinem bons planos de expansão. Para isso, são apresentados nas seções seguintes alguns conceitos de otimização multiobjetivo e métodos de resolução de problemas desse tipo.

4.2 Conceitos de Otimização Multiobjetivo

Denota-se por FO , o conjunto de índices de funções objetivos de um Problema de Otimização Multiobjetivo. Tal conjunto é dividido em dois subconjuntos, FO^{min} que é formado pelos índices das funções objetivos a serem minimizadas e FO^{max} com os índices das funções objetivos que se deseja maximizar. Cada uma das funções tem como domínio o espaço de busca $\mathcal{S}$ e como contradomínio, o conjunto dos números reais $\mathbb{R}$. Em outras palavras, cada função objetivo f_m , com $m \in FO$, tem como papel avaliar as soluções factíveis do problema pertencentes ao espaço $\mathcal{S}$ e atribuir a elas um valor de desempenho, também denominado *fitness*. Assim o problema de otimização multiobjetivo genérico pode ser expresso como abaixo.

$$\min\{f_m(\mathbf{x})\} \quad \forall m \in FO^{min} \quad (4.1)$$

$$\text{e } \max\{f_{m'}(\mathbf{x})\} \quad \forall m' \in FO^{max} \quad (4.2)$$

sujeito a $\mathbf{x} \in \mathcal{S}$.

De acordo com as características do problema, busca-se minimizar ou maximizar cada uma dessas funções objetivo, de maneira independente. Por exemplo, dado um conjunto com duas funções f_1 e f_2 , existem quatro opções de otimização: Minimizar f_1 e minimizar f_2 ; Minimizar f_1 e maximizar f_2 ; Maximizar f_1 e minimizar f_2 ; Maximizar f_1 e maximizar f_2 .

Dado que podem existir dois tipos de otimização, definem-se os operadores $\preceq$ (melhor ou igual a) e $\triangleleft$ (estritamente melhor que) para comparação dos valores das funções objetivo. Quando se deseja minimizar uma função objetivo f_m , ao se dizer que $f_m(\mathbf{x}_1) \preceq f_m(\mathbf{x}_2)$ significa dizer que $f_m(\mathbf{x}_1) \leq f_m(\mathbf{x}_2)$, assim como denotar $f_m(\mathbf{x}_1) \triangleleft f_m(\mathbf{x}_2)$ significa dizer $f_m(\mathbf{x}_1) < f_m(\mathbf{x}_2)$. Já para a maximização da função f_m , $f_m(\mathbf{x}_1) \preceq f_m(\mathbf{x}_2)$ significa $f_m(\mathbf{x}_1) \geq f_m(\mathbf{x}_2)$, e $f_m(\mathbf{x}_1) \triangleleft f_m(\mathbf{x}_2)$ significa $f_m(\mathbf{x}_1) > f_m(\mathbf{x}_2)$.

Para comparação entre duas soluções factíveis de um POM, define-se a operação binária relação de dominância, descrita a seguir.

Def. 4.1 (Relação de Dominância) Diz-se que uma solução $\mathbf{x}^D$ domina uma solução $\mathbf{x}^d$ se as condições de dominância abaixo são verdadeiras:

1. A solução $\mathbf{x}^D$ é melhor ou igual a $\mathbf{x}^d$ em todos os objetivos, isto é, $f_m(\mathbf{x}^D) \leq f_m(\mathbf{x}^d)$, $\forall m \in FO$.
2. A solução $\mathbf{x}^D$ é estritamente melhor que $\mathbf{x}^d$ em ao menos um objetivo, isto é, $\exists m \in FO$, tal que $f_m(\mathbf{x}^D) < f_m(\mathbf{x}^d)$.

Matematicamente, se ambas as condições de dominância são satisfeitas, denota-se essa relação por $\mathbf{x}^D < \mathbf{x}^d$. Por outro lado, quando ao menos uma das condições não é satisfeita, denota-se $\mathbf{x}^D \not< \mathbf{x}^d$.

A título de ilustração, a Figura 5 mostra um conjunto de cinco soluções de um problema com dois objetivos, ambos de minimização. Nesse exemplo, podem ser feitas várias considerações, tais como:

- A solução 1 domina as soluções 2 e 4.
- A solução 2 domina apenas a solução 4.
- A solução 3 domina as soluções 4 e 5.
- A solução 4 não domina nenhuma das cinco soluções.
- A solução 5 domina apenas a solução 4.

Note que não existe relação de dominância entre alguns pares de soluções (como 1-3, 1-5, 2-3 e 2-5). Nesses casos, nem a primeira solução domina a segunda, nem a segunda domina a primeira. Por conta de existir uma relação neutra entre duas soluções do espaço de busca, diz-se que a relação de dominância é uma relação de ordem parcial estrita (DEB, 2001). Portanto, pode haver soluções igualmente ótimas, não necessariamente tendo os mesmos valores para as funções objetivos.

Def. 4.2 (Conjunto Não Dominado) Dado um conjunto de soluções $\mathcal{P}$, define-se como Conjunto Não Dominado $\mathcal{P}' \subseteq \mathcal{P}$, o conjunto formado pelas soluções que não são dominadas por nenhuma solução em $\mathcal{P}$. Matematicamente, $\mathbf{x}' \in \mathcal{P}' \iff \forall \mathbf{x} \in \mathcal{P}, \mathbf{x} \not< \mathbf{x}'$.

Por exemplo, no conjunto formado pelas cinco soluções do problema ilustrado na Figura 5, os elementos que compõem o conjunto não dominado são as soluções 1 e 3.

Def. 4.3 (Pareto-Ótimo) O conjunto não dominado de um espaço de busca $\mathcal{S}$ é denominado Conjunto Pareto-Ótimo, ou simplesmente Pareto-Ótimo.

Figura 5 – Exemplo de soluções de um Problema de Otimização Multiobjetivo (POM) no espaço dos objetivos.

Uma vez que as soluções do pareto-ótimo não são dominadas por nenhuma solução do espaço de busca, elas são consideradas as soluções ótimas do Problema de Otimização Multiobjetivo. Portanto, o foco das metodologias para resolução desse tipo de problema é determinar o conjunto pareto-ótimo da região factível. Em (DEB, 2001), o autor classifica as metodologias de resolução de Problemas de Otimização Multiobjetivo em duas classes distintas, sendo a primeira formada pelos métodos que atualizam uma única solução a cada iteração e que empregam técnicas determinísticas para dirigir a busca, aos quais se deu a nomenclatura Métodos Clássicos. A segunda classe de metodologias, por sua vez, é formada pelos Algoritmos Evolutivos, os quais avaliam um conjunto de soluções do problema a cada iteração e realizam a busca das soluções ótimas através de técnicas baseadas em conceitos de evolução natural. Seguem nas próximas seções alguns detalhes relevantes de cada classe, bem como exemplos de métodos.

4.3 Métodos Clássicos

Os métodos clássicos para resolução do Problema de Otimização Multiobjetivo (POM) receberam esse nome por terem sido propostos antes dos Algoritmos Evolutivos (AEs). A característica principal desses métodos é que eles são capazes de garantir que as soluções encontradas estão próximas do conjunto pareto-ótimo do espaço de busca segundo uma tolerância. Esses métodos podem até mesmo garantir que uma dada solução pertence ao conjunto de pareto-ótimo.

Dentre os métodos clássicos, o mais simples é o denominado Método da Soma Ponderada. Para resolver um problema com múltiplos objetivos, todos de minimização, por

exemplo, minimiza-se uma única função objetivo $F(\mathbf{x})$ formada pela soma ponderada de cada função objetivo do problema, conforme mostra a expressão (4.3).

$$\min\{F(\mathbf{x}) = \sum_{m \in FO} \omega_m \cdot f_m(\mathbf{x})\} \quad (4.3)$$

sujeito a $\mathbf{x} \in \mathcal{S}$.

Na expressão (4.3), o parâmetro ω_m corresponde ao peso de ponderação da função f_m e é escolhido de forma que $\omega_m \in [0, 1]$, $\forall m \in FO$ e $\sum_{m \in FO} \omega_m = 1$. De acordo com os pesos especificados, o método encontra distintas soluções do conjunto do pareto-ótimo. Assim, basta escolher diferentes valores para ω_m e obter um conjunto finito de soluções ótimas.

Apesar de ser bem simples, o Método da Soma Ponderada apresenta algumas desvantagens. Em alguns problemas, a distribuição uniforme dos valores dos pesos não garante uma distribuição uniforme nas soluções do pareto-ótimo. Como consequência, para se obter um conjunto de soluções mais bem representativo do pareto-ótimo do espaço de busca, faz-se necessário estudar melhor os valores de ω_m passados ao problema. Outra grande desvantagem do método da soma ponderada é a dificuldade em encontrar as soluções ótimas de problemas com espaço de busca não convexo (DEB, 2001).

Outro método clássico para resolução de Problemas de Otimização Multiobjetivo é o denominado Método do ε -restrito. Para um problema de minimização das funções objetivos, por exemplo, escolhe-se uma função principal f_μ para ser minimizada enquanto que se impõem limitações nas outras funções objetivos dentro das restrições do problema, conforme mostrado a seguir.

$$\min\{f_\mu(\mathbf{x})\} \quad (4.4)$$

sujeito a

$$f_m(\mathbf{x}) \leq \varepsilon_m \quad \forall m \in FO \setminus \{\mu\} \quad (4.5)$$

$$\mathbf{x} \in \mathcal{S} \quad (4.6)$$

Dessa maneira, ao se variar os valores dos parâmetros ε_m , obtêm-se diferentes soluções do pareto-ótimo. Esse método consegue contornar a dificuldade em se trabalhar com espaços de buscas não convexos que o método da soma ponderada enfrenta.

Além dessas metodologias, em (DEB, 2001) ainda são detalhados outros métodos clássicos como os Métodos da Métrica Ponderada, o Método de Benson, o Método da Função Utilidade e os Métodos de Programação por Metas. Todos esses métodos clássicos, inclusive o método da soma ponderada e o método do ε -restrito, requerem um conhecimento prévio do problema para se ter um bom desempenho para encontrar o pareto-ótimo do espaço de busca. Tais métodos trabalham transformando a abordagem multiobjetivo em um modelo de apenas um objetivo e o resolve encontrando uma solução do pareto-ótimo por vez.

4.4 Algoritmos Evolutivos

Os Algoritmos Evolutivos (AEs) são técnicas meta-heurísticas de otimização que imitam o processo de evolução biológica. São amplamente empregados em Problemas de Otimização Multiobjetivo, devido principalmente à sua versatilidade de implementação, uma vez que podem ser empregados de forma eficiente em diversos tipos de problemas. Diferentemente de métodos clássicos de otimização, os AEs têm incorporado um componente de diversidade que impede que eles fiquem presos em soluções subótimas. Além disso, os AEs ainda apresentam desempenhos melhores quando comparados com os métodos clássicos ao se resolver problemas com espaço de busca discreto (DEB, 2001).

Para aplicar os algoritmos evolutivos, é necessário representar as soluções factíveis do problema através de um código, também denominado cromossomo da solução. Essa codificação deve ser capaz de representar todas as soluções factíveis do problema. Além disso, um código deve estar associado exclusivamente a uma solução factível. Dessa maneira, as características de uma solução são codificadas no seu cromossomo e podem ser transmitidas para soluções futuras através dos operadores genéticos. Por conta da abordagem feita pelos AEs, as soluções do problema também podem ser denominadas indivíduos. Nesse contexto, um conjunto de soluções pode ser interpretado como uma população de indivíduos.

Os algoritmos evolutivos trabalham com um conjunto de soluções que se modifica a cada iteração. Esse conjunto passa por uma série de processos para promover a evolução dos seus indivíduos e conseguir assim, depois de várias iterações (aqui também chamadas de gerações), uma população de indivíduos mais adaptados ao problema, isto é, um conjunto de soluções próximas ao pareto-ótimo do problema.

Primeiramente, os indivíduos passam por uma Avaliação em que se definem os valores de desempenho (ou *fitness*) de cada um. Em seguida, são selecionados os melhores indivíduos através do Operador de Seleção, para comporem o conjunto de soluções que se reproduzirá e passará suas características para as gerações futuras. Na fase de reprodução, são aplicados dois operadores genéticos: o Operador de *Crossover* e o Operador de Mutação. O primeiro tem a função de mesclar o material genético das soluções selecionadas e gerar os novos indivíduos. O outro operador possui a função de modificar aleatoriamente parte do cromossomo das soluções filhas geradas, com a intenção de promover a diversidade genética das soluções.

Durante a fase de avaliação dos indivíduos, os AEs realizam um procedimento de classificação das soluções correntes denominada ordenação por não dominância. Esse procedimento busca dividir um conjunto de soluções factíveis em subconjuntos denominados fronteiras de pareto. Uma fronteira de pareto $\mathcal{F}_j$ de um conjunto finito de soluções $\mathcal{P}$ é o subconjunto que apresenta as seguintes propriedades:

- A fronteira de pareto $\mathcal{F}_1$ é o conjunto não dominado de $\mathcal{P}$.

- A fronteira de pareto $\mathcal{F}_2$ é o conjunto não dominado do conjunto formado pelas soluções de $\mathcal{P}$ que não pertencem à fronteira $\mathcal{F}_1$, isto é, $\mathcal{F}_2$ é o conjunto não dominado de $\mathcal{P} \setminus \mathcal{F}_1$.
- A fronteira de pareto $\mathcal{F}_j$ é o conjunto não dominado do conjunto formado pelas soluções de $\mathcal{P}$ que não pertencem às fronteiras $\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \dots, \mathcal{F}_{j-1}$, isto é, $\mathcal{F}_j$ é o conjunto não dominado de $\mathcal{P} \setminus \left\{ \bigcup_{k=1}^{j-1} \mathcal{F}_k \right\}$.
- A cada fronteira de pareto $\mathcal{F}_j$ é definido um valor denominado Nível de Dominância $ND(\mathcal{F}_j)$ que é numericamente igual ao valor j , isto é, $ND(\mathcal{F}_1) = 1, \dots, ND(\mathcal{F}_j) = j$.

A Figura 6 mostra um conjunto de soluções factíveis e suas fronteiras de pareto. O problema ilustrado busca minimizar ambas as funções objetivos.

Figura 6 – Exemplo de Fronteiras de Pareto.

Para se realizar a ordenação não dominada de um conjunto $\mathcal{P}$ e, consequentemente, definir suas fronteiras de pareto, basta seguir o seguinte procedimento (DEB, 2001):

Passo 1: Definir contador de nível de dominância $j = 1$.

Passo 2: Encontrar o conjunto não dominado $\mathcal{P}'$ do conjunto $\mathcal{P}$.

Passo 3: Fazer $\mathcal{F}_j = \mathcal{P}'$ e remover elementos de $\mathcal{P}'$ do conjunto $\mathcal{P}$, isto é, fazer $\mathcal{P} = \mathcal{P} \setminus \mathcal{P}'$.

Passo 4: Se $\mathcal{P} \neq \emptyset$, fazer $j = j + 1$ e ir para Passo 2. Caso contrário, parar o procedimento.

Em (DEB, 2001), o autor reúne um conjunto bem amplo de Algoritmos Evolutivos desenvolvidos até o início dos anos 2000. Esses algoritmos são categorizados em dois grupos, sendo o primeiro denominado Algoritmos Não Elitistas, onde não se preservam as melhores soluções de uma geração para a geração seguinte, e o segundo grupo denominado Algoritmos Elitistas, em que essa preservação é feita em todas as gerações do algoritmo. A vantagem principal dos algoritmos elitistas sobre os não elitistas é que eles conseguem garantir que o desempenho das melhores soluções não se deteriora ao longo das gerações de indivíduos criadas na sua execução. A Tabela 5 apresenta os principais algoritmos evolutivos detalhados em (DEB, 2001).

Tabela 5 – Exemplo de Algoritmos Evolutivos (AEs)

Algoritmos Evolutivos Não Elitistas
<i>Vector Evaluated Genetic Algorithm</i> (VEGA) (SCHAFER, 1984), <i>Weight-Based Genetic Algorithm</i> (WBGA) (HAJELA; LIN, 1992), <i>Multiple Objective Genetic Algorithm</i> (MOGA) (FONSECA; FLEMING, 1993), <i>Non-dominated Sorting Genetic Algorithm</i> (NSGA) (SRINIVAS; DEB, 1994), <i>Niched-Pareto Genetic Algorithm</i> (NPGA) (HORN; NAFPLIOTIS; GOLDBERG, 1994), <i>Predator-Prey Evolution Strategy</i> (PPES) (LAUMANN; RUDOLPH; SCHWEFEL, 1998)
Algoritmos Evolutivos Elitistas
<i>Distance-Based Pareto Genetic Algorithm</i> (DPGA) (OSYCZKA; KUNDU, 1995) <i>Thermodynamical Genenetic Algorithm</i> (TGA) (KITA et al., 1996) <i>Strength Pareto Evolutionary Algorithm</i> (SPEA) (ZITZLER; THIELE, 1998a) <i>Multi-Objective Messy Genetic Algorithm</i> (MOMGA) (VELDHUIZEN, 1999) <i>Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-2</i> (NSGA2) (DEB et al., 2000) <i>Pareto-Archived Evolution Strategy</i> (PAES) (KNOWLES; CORNE, 2000) <i>Strength Pareto Evolutionary Algorithm-2</i> (SPEA2) (ZITZLER et al., 2001)

Apesar de boa parte desses algoritmos ter bom desempenho na resolução de uma gama bem ampla de problemas, optou-se por estudar e implementar apenas os algoritmos elitistas NSGA2 e SPEA2. Ambos os algoritmos se diferenciam basicamente em como é tratada a classificação de indivíduos pertencentes a uma mesma fronteira de pareto. Segundo conceitos de otimização multiobjetivo, quando dois indivíduos estão em uma mesma fronteira de pareto eles são neutros um ao outro, isto é, o primeiro não domina o segundo, nem vice-versa. Entretanto, faz-se necessário ainda classificar esses indivíduos para o processo de seleção natural, por exemplo. O NSGA2 emprega o conceito de Distância de Multidão para realizar essa classificação, enquanto que o SPEA2 emprega para isso o cálculo do *Fitness* Bruto e do Fator de Densidade. Seguem nas próximas seções, os detalhes desses algoritmos evolutivos.

4.4.1 *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-2* (NSGA2)

A segunda versão do Algoritmo Genético com Ordenação por Não Dominância (DEB, 2001) é um algoritmo evolutivo elitista aplicado a Problemas de Otimização Multiobjetivo baseado na sua primeira versão, porém com algumas diferenças particulares: as fronteiras de pareto são encontradas considerando tanto a população mãe $\mathcal{P}_t$ quanto a população filha $\mathcal{Q}_t$, em vez de considerar apenas esta última, garantindo assim o elitismo das soluções.

Num primeiro momento, são escolhidas aleatoriamente N soluções para comporem a população mãe inicial $\mathcal{P}_0$. Através dos operadores genéticos é gerada a população filha $\mathcal{Q}_0$ com N novos indivíduos. Aplica-se a ordenação por não dominância no conjunto $\mathcal{R}_0 = \mathcal{P}_0 \cup \mathcal{Q}_0$ e separam-se as soluções nas suas diversas fronteiras de pareto.

A cada fronteira de pareto são calculadas as distâncias de multidão dos seus indivíduos. Essa métrica quantifica quão distante ele está dos indivíduos mais próximos na mesma fronteira de pareto. Para o cálculo desse valor, primeiramente, para cada função objetivo, deve-se ordenar os indivíduos de acordo com o *fitness* e em seguida utilizar a expressão (4.7). Note que para as soluções extremas de uma fronteira ($\mathbf{x}_1^{\mathcal{F}_j}$ e $\mathbf{x}_{N_j}^{\mathcal{F}_j}$), o valor da distância de multidão é infinito¹.

$$CD_i^{\mathcal{F}_j} = \begin{cases} \sum_{m \in FO} \frac{f_m(\mathbf{x}_{i+1}^{\mathcal{F}_j}) - f_m(\mathbf{x}_{i-1}^{\mathcal{F}_j})}{f_m(\mathbf{x}_{N_j}^{\mathcal{F}_j}) - f_m(\mathbf{x}_1^{\mathcal{F}_j})} & \forall i \notin \{1, N_j\} \\ \infty & \forall i \in \{1, N_j\} \end{cases} \quad (4.7)$$

em que:

- FO é conjunto de funções objetivos do problema;
- $f_m(\mathbf{x}_i^{\mathcal{F}_j})$ é o valor da função objetivo m aplicada ao indivíduo i da fronteira $\mathcal{F}_j$;
- N_j é o número de indivíduos na fronteira $\mathcal{F}_j$.

Para formação da próxima população mãe $\mathcal{P}_{t+1}$, é necessário selecionar as N melhores soluções do conjunto $\mathcal{R}_t$. Para tanto, selecionam-se as soluções das fronteiras de pareto $\mathcal{F}_1$, depois as soluções de $\mathcal{F}_2$, e assim por diante até a primeira fronteira $\mathcal{F}_j$ tal que $|\mathcal{F}_1| + \dots + |\mathcal{F}_j| \geq N$. Caso $|\mathcal{F}_1| + \dots + |\mathcal{F}_j| = N$, selecionam-se todos os indivíduos da fronteira $\mathcal{F}_j$ e segue para a etapa de criação da próxima população filha $\mathcal{Q}_{t+1}$ através dos operadores genéticos. Entretanto, quando $|\mathcal{F}_1| + \dots + |\mathcal{F}_j| > N$, deve-se selecionar apenas $N - |\mathcal{F}_1| - \dots - |\mathcal{F}_{j-1}|$ indivíduos da fronteira $\mathcal{F}_j$ para completar o total de N indivíduos. Nesse caso usa-se a informação da distância de multidão dos indivíduos dessa fronteira e se selecionam os indivíduos mais afastados, isto é, as soluções com maiores valores de distâncias de multidão.

¹Para a implementação do algoritmo, é suficiente utilizar um número maior que $|FO|$ para que as distâncias de multidão das soluções extremas sejam maiores que as distâncias de multidão dos outros indivíduos da fronteira.

Formada a população mãe $\mathcal{P}_{t+1}$, aplicam-se os operadores genéticos para a formação da população filha $\mathcal{Q}_{t+1}$ com N indivíduos. O processo recomeça realizando-se a ordenação por não dominância no conjunto $\mathcal{R}_{t+1} = \mathcal{P}_{t+1} \cup \mathcal{Q}_{t+1}$, para a seleção dos N melhores para comporem a população mãe da iteração seguinte.

Esse processo continua até que o critério de parada seja satisfeito. Geralmente, opta-se por finalizar o processo quando o número de iterações t atinge um valor máximo t^{max} . Pode-se terminar o processo quando o tempo de execução do algoritmo atinge um tempo máximo pré-definido, ou mesmo quando se notar que não há mais evolução da fronteira de pareto $\mathcal{F}_1$. Este último critério de parada será detalhado mais adiante quando forem definidas as métricas para comparar conjuntos de soluções.

4.4.2 *Strength Pareto Evolutionary Algorithm-2* (SPEA2)

Desenvolvida por (ZITZLER et al., 2001), a metodologia SPEA2 é um algoritmo evolutivo elitista baseado na sua primeira versão, porém com uma estratégia de avaliação mais refinada que incorpora conceitos de densidade na ordenação dos indivíduos de uma dada geração.

Como sua primeira versão, o SPEA2 possui, além da população usual, um depósito externo (do termo em inglês *archive*) formado pelas melhores soluções de cada geração. Entretanto, diferentemente da primeira versão, na segunda versão do algoritmo, realiza-se uma ordenação por não dominância entre os indivíduos tanto da população usual quanto do depósito, considerando como apenas um único conjunto.

Abaixo são detalhados os passos do algoritmo do algoritmo SPEA2:

Passo 1: Inicialização - Gerar aleatoriamente uma população inicial $\mathcal{P}_0$ com NP indivíduos e definir o depósito inicial como um conjunto vazio $\mathcal{A}_0 = \emptyset$. Definir iterador $t = 0$.

Passo 2: Avaliação - Calcular os valores de *fitness* dos indivíduos em $\mathcal{P}_t$ e $\mathcal{A}_t$ através da Avaliação Refinada.

Passo 3: Seleção Ambiental - Copiar todas as soluções não dominadas em $\mathcal{P}_t \cup \mathcal{A}_t$ para $\mathcal{A}_{t+1}$. Caso necessário, aplicar o Critério de Truncamento para ajustar o tamanho de $\mathcal{A}_{t+1}$ para ser igual a NA .

Passo 4: Convergência - se o critério de parada for satisfeito, inserir as soluções não dominadas de $\mathcal{A}_{t+1}$ no conjunto de soluções obtidas e parar processo, caso contrário, continuar.

Passo 5: Seleção Natural - Realizar a seleção natural entre os indivíduos de $\mathcal{A}_{t+1}$ para formar os elementos da população para reprodução.

Passo 6: Reprodução - Através dos operadores genéticos, gerar a nova população usual $\mathcal{P}_{t+1}$ com NP indivíduos. Incrementar contador t em uma unidade e ir para o Passo 2.

Avaliação Refinada

A cada indivíduo i das populações $\mathcal{P}_t$ e $\mathcal{A}_t$ da iteração t é definido um Valor de Força $S(\mathbf{x}_i)$ que consiste no número de indivíduos dominados por i , isto é,

$$S(\mathbf{x}_i) = |\{\mathbf{x}_{i'} \in \mathcal{P}_t \cup \mathcal{A}_t : \mathbf{x}_i < \mathbf{x}_{i'}\}| \quad (4.8)$$

Baseando-se no valor de $S(\mathbf{x}_i)$, é calculado o *Fitness* Bruto $R(\mathbf{x}_i)$ de cada indivíduo i através da expressão (4.9). Esse valor é a soma das forças dos dominadores de i . Note que soluções do pareto ótimo, por não serem dominadas possuem *fitness* bruto nulo.

$$R(\mathbf{x}_i) = \sum_{\mathbf{x}_{i'} \in \mathcal{P}_t \cup \mathcal{A}_t : \mathbf{x}_{i'} < \mathbf{x}_i} S(\mathbf{x}_{i'}) \quad (4.9)$$

O valor de *fitness* bruto é falho ao classificar soluções de uma mesma fronteira de pareto. Necessita-se ainda determinar um Fator de Densidade que leve em consideração a concentração das soluções. Dada uma solução i , seu Fator de Densidade $D(\mathbf{x}_i)$ é definido como função da distância da k -ésima solução mais próxima da solução i . Logo, primeiramente, calculam-se as distâncias $d_{ii'}$ (no espaço dos objetivos) entre todas as soluções i e i' . Esses valores são ordenados e seleciona-se a distância d_{ik} da k -ésima solução mais próxima de i e se determina o Fator de Densidade $D(\mathbf{x}_i)$ através da expressão (4.10).

$$D(\mathbf{x}_i) = \frac{1}{d_{ik} + 2} \quad (4.10)$$

Usualmente, define-se k como sendo a raiz quadrada do número de indivíduos, isto é, $k = \sqrt{NP + NA}$. Na expressão (4.10) o valor 2 é adicionado no denominador para garantir que $0 < D(\mathbf{x}_i) < 0,5$, para todo indivíduo i . Por fim, define-se o *Fitness* da solução i como sendo a soma do seu *fitness* bruto e do seu fator de densidade, como mostra a equação (4.11).

$$F(\mathbf{x}_i) = R(\mathbf{x}_i) + D(\mathbf{x}_i) \quad (4.11)$$

Seleção Ambiental

No Passo 3 do algoritmo SPEA2 é necessário selecionar as soluções não dominadas da população $\mathcal{P}_t \cup \mathcal{A}_t$ para compor o próximo depósito de soluções. Entretanto, o número de elementos nessa condição pode ser inferior ou superior que NA . Quando o número de solução não dominadas é igual a NA , então o critério de truncamento não é necessário. Quando o número de elementos é inferior a NA , então basta selecionar os $NA - |\mathcal{A}_{t+1}|$

elementos com menores valores de *fitness*, $F(\mathbf{x}_i)$, calculados anteriormente na avaliação refinada. Quando o número de elementos exceder o valor NA é necessário utilizar o critério de truncamento para selecionar os indivíduos que não permanecerão no depósito A_{t+1} . Esse critério elimina as soluções que possuem menores distâncias aos outros elementos do depósito A_{t+1} , isto é, para cada solução i , determina-se a distância $\sigma_{i,1}$ para a solução mais próxima de i . As soluções com menores distâncias $d_{i,1}$ são eliminadas do conjunto de depósito. Caso haja indivíduos com valores de distância mínimas $d_{i,1}$ iguais, elimina-se o elemento com distância mínima ao segundo mais próximo $d_{i,2}$. Caso continue havendo indistinção, as distâncias aos próximos indivíduos são calculadas até que seja possível eliminar o número necessário de soluções.

4.4.3 Aplicação ao Problema de Planejamento

Os dois Algoritmos Evolutivos (AEs) apresentados foram detalhados de maneira genérica. Nesta seção é apresentado o modo como foram aplicados esses algoritmos ao problema de Planejamento da Expansão de Sistemas de Distribuição. Primeiramente, é mostrado como representou-se um plano de expansão na forma de um código (gene). Em seguida, detalham-se os operadores genéticos empregados para a geração de novas soluções a cada iteração dos algoritmos.

Vale lembrar que as ações de planejamento contempladas na implementação são: o recondutoramento de parte dos trechos existentes, a adição de novos trechos, a alocação de chaves seccionadoras, a determinação do transformador de força empregado em cada subestação e os tipos de geradores distribuídos empregados em cada barra do sistema. Levando em conta essas ações, a codificação adotada é formada por 5 partes, como mostra a Figura 7. A primeira e a segunda partes correspondem às opções de configurações empregadas nos trechos de recondutoramento e de adição. A primeira parte possui $NR = |\Psi^R|$ entradas, cada uma correspondendo a um trecho recondutorável. Já a segunda parte possui $NA = |\Psi^A|$ entradas, cada uma correspondendo a uma trecho adicionável. Nessas duas primeiras partes optou-se por empregar a codificação decimal, isto é, a própria entrada é a opção inserida no trecho correspondente, sendo que quando o valor da entrada é igual a 0, para trechos recondutoráveis, considera-se que se está empregando a sua configuração inicial e para trechos adicionáveis, que esse trecho não foi inserido.

A terceira parte da codificação corresponde à inserção de chaves nos trechos. Essa parte possui $NT = |\Psi^L|$ entradas, cada uma correspondendo a um trecho do sistema. A codificação empregada nessa parte é binária, ou seja, a entrada tem valor 1 quando é inserida a chave no trecho correspondente e 0, caso contrário.

A quarta parte da codificação está relacionada aos transformadores de força das subestações do sistema. Cada uma das $NSE = |\Psi^S|$ entradas corresponde a uma barra de subestação e seu valor indica que transformador está sendo empregado na subestação

□ **Operador de *Crossover*:** Uma vez que ambas as soluções-mãe são selecionadas, o *crossover* é aplicado em seus códigos, a fim de gerar a solução-filha. Para tanto, o código da solução-filha é resultado da cópia alternada dos códigos das soluções-mãe, como ilustra a Figura 8. Fixam-se npt pontos de *crossover*, dividindo o código em $npt+1$ partes. A primeira parte do código da solução-filha é idêntica à primeira parte da solução-mãe 1, a segunda parte, à da solução-mãe 2, e assim por diante. Assim como o parâmetro ns do torneio, o parâmetro npt também é definido no início da execução do algoritmo evolutivo. Entretanto, as posições em que estão esses npt pontos variam para cada novo indivíduo a ser gerado, sendo definidas de forma aleatória para cada *crossover* realizado.

Figura 8 – *Crossover* entre os códigos de duas soluções-mães com $npt = 3$ pontos.

□ **Operador de Mutação:** Para manter a diversidade genética, é aplicado um operador de mutação nos códigos das soluções-filhas geradas. Estabelece-se uma taxa de mutação p_{mut} que indica a porcentagem aproximada de indivíduos sofrerão a mutação a cada nova geração criada. Quando uma solução é selecionada para sofrer mutação, é realizada a alteração do seu código de forma que aconteça uma dessas ações:

1. Remoção de um trecho;
2. Troca da configuração selecionada para um trecho;
3. Inserção de um trecho;
4. Remoção de um gerador distribuído;
5. Troca do tipo de gerador distribuído em uma barra;
6. Inserção de um gerador distribuído;
7. Aumento da capacidade de uma subestação;
8. Diminuição da capacidade de uma subestação;
9. Remoção de chave de um trecho;
10. Inserção de chave em um trecho;
11. Remoção de chaves de um conjunto de trechos.

Após a geração da nova população, os novos indivíduos são decodificados e avaliados. Através dos mesmos operadores genéticos, geram-se a população seguinte. Esse ciclo continua até que se satisfaça um critério de parada. O critério empregado nas simulações

descritas no capítulo seguinte se baseia na evolução da fronteira não dominada dos indivíduos $\mathcal{F}_1$, isto é, quando o algoritmo evolutivo continua até que não se note mais evolução dessa fronteira. Na seção que segue, são mostradas algumas métricas para se avaliar um conjunto de soluções em um Problema de Otimização Multiobjetivo e, com isso, verificar se a fronteira $\mathcal{F}_1$ evolui de uma iteração para outra.

4.5 Análise de Desempenho

Diferentemente dos Métodos Clássicos, os Algoritmos Evolutivos (AEs) não garantem que as soluções obtidas pertencem ao pareto-ótimo de um Problema de Otimização Multiobjetivo (POM). Portanto, faz-se necessária a utilização de técnicas para avaliar o desempenho desses tipos de algoritmos e verificar se eles conseguem atingir uma fronteira próxima ao conjunto de pareto-ótimo do espaço de busca.

Em um problema com apenas um objetivo, a solução ótima é formada geralmente por um único ponto, entretanto para POM não faz sentido dizer “solução ótima”, mas sim um conjunto de soluções ótimas. Dessa forma, a análise de desempenho de um AE necessita comparar conjuntos de soluções, o que torna esse processo de análise mais complexo, uma vez que nem sempre é possível afirmar que uma tal simulação obteve melhor resultado que outra, isto é, duas simulações diferentes de resolução de um problema multiobjetivo podem chegar a conjuntos de soluções diferentes que não são comparáveis.

Em otimização multiobjetivo, há duas metas a serem cumpridas pelos métodos de resolução (DEB, 2001): (i) convergência: determinar soluções mais próximas possíveis do pareto-ótimo do espaço de busca, e (ii) distribuição: determinar soluções o mais bem distribuídas possível. A primeira meta consiste em uma busca na direção do pareto-ótimo, enquanto a segunda meta consiste em uma busca junto ao pareto-ótimo, como ilustrado na Figura 9. Para ter seu desempenho classificado como satisfatório, um algoritmo evolutivo deve obter um conjunto de soluções que satisfaçam ambas as metas (convergência e distribuição) e não apenas uma delas.

Para verificar quão próximo do pareto-ótimo está o conjunto de soluções obtido por um AE, alguns autores definiram algumas métricas de proximidade que comparam o conjunto de pareto-ótimo, denotado por $\mathcal{P}^*$, e o conjunto das soluções não dominadas obtidas pelo algoritmo, denotado por $\mathcal{F}_1$. Dentre essas métricas selecionaram-se duas para a aplicação neste trabalho: a Taxa de Erro e a Distância Geracional.

Taxa de erro - ER (VELDHUIZEN, 1999)

Essa métrica simplesmente calcula a razão de soluções do conjunto $\mathcal{F}_1$ que não pertencem ao pareto-ótimo $\mathcal{P}^*$, como mostra a expressão (4.12). Quando a taxa de erro $ER = 0$,

Figura 9 – Metas de um Algoritmo Evolutivo na resolução de um Problema de Otimização Multiobjetivo - Adaptado de (DEB, 2001).

indica-se que todas as soluções do conjunto $\mathcal{F}_1$ pertencem ao conjunto $\mathcal{P}^*$, enquanto que quando $ER = 1$, nenhuma solução do conjunto $\mathcal{F}_1$ pertence ao pareto ótimo, $\mathcal{P}^*$.

$$ER = \frac{1}{|\mathcal{F}_1|} \sum_{\mathbf{x}_i \in \mathcal{F}_1} E(\mathbf{x}_i) \quad (4.12)$$

em que $E(\mathbf{x}_i) = 0$ quando $\mathbf{x}_i \in \mathcal{P}^*$ e $E(\mathbf{x}_i) = 1$, caso contrário.

Essa métrica é bem simples de ser calculada, entretanto exige o conhecimento do conjunto de pareto-ótimo do problema analisado. Além disso, essa métrica não dá noção de quão próximo estão os conjuntos $\mathcal{F}_1$ e $\mathcal{P}^*$, pois não identifica a distância entre as soluções.

Distância de Gerações - $\mathcal{G}$ (VELDHUIZEN, 1999)

Essa métrica em vez de determinar quantos indivíduos da fronteira final $\mathcal{F}_1$ estão do pareto-ótimo do problema $\mathcal{P}^*$, determina quão próximos eles estão. Essa métrica é definida como a média das distâncias entre as soluções do conjunto $\mathcal{F}_1$ e do conjunto $\mathcal{P}^*$, como mostra a expressão (4.13).

$$\mathcal{G} = \frac{1}{|\mathcal{F}_1|} \sum_{\mathbf{x}_i \in \mathcal{F}_1} \delta(\mathbf{x}_i) \quad (4.13)$$

em que $\delta(\mathbf{x}_i)$ é a distância entre a solução $\mathbf{x}_i \in \mathcal{F}_1$ e a solução mais próxima i' que está no pareto-ótimo, como pode ser visto na expressão (4.14).

$$\delta(\mathbf{x}_i) = \min_{\mathbf{x}_{i'} \in \mathcal{P}^*} \left\{ \sqrt{\sum_{m \in FO} [f_m(\mathbf{x}_j) - f_m(\mathbf{x}_i)]^2} \right\} \quad \forall \mathbf{x}_i \in \mathcal{F}_1 \quad (4.14)$$

Observe que ambas as métricas enumeradas dependem do conhecimento do conjunto pareto-ótimo, ou ao menos parte dele. *A priori*, o problema estudado neste trabalho não possui pareto-ótimo conhecido, uma vez que a proposta realizada é nova e a determinação desse conjunto demandaria aplicação de métodos clássicos, o que sairia do propósito do trabalho. Entretanto, após uma série exaustiva de simulações do planejamento do sistema, é possível encontrar um conjunto de soluções não dominadas que pode ser considerado o pareto-ótimo do problema. A partir desse conjunto, é possível avaliar as métricas apresentadas com o intuito de classificar uma dada simulação.

Vale ressaltar que as duas métricas apresentadas até então medem apenas a convergência do conjunto final obtido pelos Algoritmos Evolutivos. A seguir são enumeradas outras métricas que medem principalmente a distribuição ou diversidade das soluções obtidas:

Indicador de Espaçamento - I_S (SCHOTT, 1995)

O indicador de espaçamento, I_S , mede se as soluções da fronteira $\mathcal{F}_1$ estão igualmente espaçadas no domínio dos objetivos. Uma vantagem dessa métrica é não depender do conhecimento do pareto-ótimo do problema. Para cada solução $\mathbf{x}_i$ da fronteira $\mathcal{F}_1$, calcula-se seu espaçamento $d(\mathbf{x}_i)$, o qual é definido considerando a solução mais próxima de $\mathbf{x}_i$, como é mostrado na equação (4.15).

$$d(\mathbf{x}_i) = \frac{1}{|FO|} \cdot \left\{ \min_{\mathbf{x} \in \mathcal{F}_1 - \{\mathbf{x}_i\}} \sum_{m \in FO} |f_m(\mathbf{x}) - f_m(\mathbf{x}_i)| \right\} \quad \forall \mathbf{x}_i \in \mathcal{F}_1 \quad (4.15)$$

Observe que não é calculada a distância Euclidiana entre as soluções da fronteira $\mathcal{F}_1$, mas sim a distância modular. Com os valores $d(\mathbf{x}_i)$ calculados, define-se o indicador de espaçamento, I_S , como sendo o desvio padrão desses valores $d(\mathbf{x}_i)$, conforme a equação (4.16).

$$I_S = \sqrt{\frac{1}{|\mathcal{F}_1|} \sum_{\mathbf{x}_i \in \mathcal{F}_1} [d(\mathbf{x}_i) - \bar{d}]^2} \quad (4.16)$$

em que $\bar{d} = \frac{1}{|\mathcal{F}_1|} \sum_{\mathbf{x}_i \in \mathcal{F}_1} d(\mathbf{x}_i)$ é o valor médio dos espaçamentos.

Uma desvantagem dessa métrica é desprezar o espalhamento das soluções. Para exemplificar esse problema sejam os dois conjuntos ilustrados na Figura 10. Ambos possuem valores de espaçamento próximos $I_S \approx 8,5$, porém a fronteira $\mathcal{F}_1^A$ é mais representativa do pareto-ótimo pois sua extensão é mais abrangente que a fronteira $\mathcal{F}_1^B$.

(a) Fronteira $\mathcal{F}_1^A$ com $I_S = 8,51$ (b) Fronteira $\mathcal{F}_1^B$ com $I_S = 8,48$

Figura 10 – Fronteiras com espaçamento semelhantes, porém com espalhamento diferentes.

Espalhamento Máximo - I_E (ZITZLER, 1999)

O espalhamento máximo, I_E , é um indicador que mede o quão estão afastadas as soluções extremas do conjunto $\mathcal{F}_1$ no espaço dos objetivos. Esse indicador é dado pela expressão (4.17).

$$I_E = \sqrt{\frac{1}{|FO|} \sum_{m \in FO} \left[\max_{\mathbf{x} \in \mathcal{F}_1} f_m(\mathbf{x}) - \min_{\mathbf{x} \in \mathcal{F}_1} f_m(\mathbf{x}) \right]^2} \quad (4.17)$$

Hipervolume - I_H (ZITZLER; THIELE, 1998b)

O indicador de hipervolume, I_H , é uma métrica capaz de apresentar simultaneamente informações sobre a convergência e a distribuição das soluções do conjunto $\mathcal{F}_1$. Consiste na determinação do hipervolume da união dos hipercubos formados pela região de dominância das soluções em $\mathcal{F}_1$, escolhendo um ponto de referência W .

Def. 4.4 (Hipercubo) *O hipercubo $\mathcal{H}(Y, W)$ definido entre os pontos Y e W , ambos no espaço de objetivo $\mathcal{I}$, é toda região desse espaço que é dominada pelo ponto Y e não é dominada por W , isto é:*

$$\mathcal{H}(Y, W) = \{Z \in \mathcal{I} : \forall m \in FO, Y_m \triangleleft Z_m \triangleleft W_m\} \quad (4.18)$$

Para um problema de otimização, define-se o hipercubo entre o ponto do espaço de objetivos correspondente a uma solução $\mathbf{x}$, isto é, $Y = f(\mathbf{x})$ e um ponto de referência W . Para um problema com dois objetivos, tal hipercubo é um retângulo, já para três objetivos, ele é um paralelepípedo. Considerando um problema com dois objetivos de minimização, o retângulo em questão é formado pelos pontos $(Z_1, Z_2) \in \mathbb{R}^2$ tais que $f_1(\mathbf{x}) < Z_1 < W_1$ e $f_2(\mathbf{x}) < Z_2 < W_2$.

Def. 4.5 (Hipervolume de um hipercubo) *Seja o hipercubo definido pelos pontos $Y = f(\mathbf{x})$ e W , o seu hipervolume, denotado por $HV(\mathcal{H}(f(\mathbf{x}), W))$, é calculado através do seguinte produto:*

$$HV(\mathcal{H}(\mathbf{x}, W)) = \prod_{m \in FO^{min}} [W_m - f_m(\mathbf{x})] \cdot \prod_{m \in FO^{max}} [f_m(\mathbf{x}) - W_m] \quad (4.19)$$

Por exemplo, o hipervolume do retângulo definido pelo ponto $Y = f(\mathbf{x})$ e um ponto de referência $W = (W_1, W_2)$ de um problema de dois objetivos de minimização é dado por $HV(\mathcal{H}(\mathbf{x}, W)) = [W_1 - f_1(\mathbf{x})] \cdot [W_2 - f_2(\mathbf{x})]$, ou seja, é a própria área desse retângulo.

O indicador de hipervolume de uma fronteira $\mathcal{F}_1$ é definido como o hipervolume da união dos hipercubos definidos pelos pontos do espaço de objetivos correspondentes às soluções $\mathbf{x} \in \mathcal{F}_1$ e um ponto de referência W , conforme descrito na expressão (4.20).

$$I_H = HV(\mathcal{F}_1) = HV\left(\bigcup_{\mathbf{x}_i \in \mathcal{F}_1} \mathcal{H}(f(\mathbf{x}_i), W)\right) \quad (4.20)$$

A Figura 11 ilustra um problema com dois objetivos de minimização, como é o caso do modelo multiobjetivo proposto o Planejamento da Expansão de Sistemas de Distribuição. O indicador de hipervolume é numericamente igual a área hachurada do gráfico. Vale ressaltar que quanto mais próxima do pareto-ótimo está uma fronteira $\mathcal{F}_1$ e mais bem distribuída, maior será seu indicador de hipervolume. Essa métrica é capaz de medir ambas as metas de resolução (convergência e distribuição) simultaneamente, porém não consegue

Figura 11 – Hipervolume de uma Fronteira $\mathcal{F}_1$ para um problema com dois objetivos de minimização. O valor do indicador de hipervolume é numericamente igual à área da parte destacada.

distinguir se houve mais convergência ou mais distribuição na fronteira. Por conta disso, ainda é necessário aplicar outras métricas para avaliar duas fronteiras diferentes.

Quando se tem o conhecimento do conjunto de pareto-ótimo do problema $\mathcal{P}^*$, pode-se empregar também o índice de hipervolume relativo, I_H^R , que é obtido através da expressão (4.21). Nesse caso são comparados os valores de hipervolumes da fronteira $\mathcal{F}_1$ conseguida pelo algoritmo e do pareto-ótimo $\mathcal{P}^*$ que representa o maior valor de hipervolume que se pode atingir.

$$I_H^R = \frac{HV(\mathcal{F}_1)}{HV(\mathcal{P}^*)} \quad (4.21)$$

Algumas vezes, os objetivos de um problema de otimização possuem ordens de grandezas diferentes entre si. Essa diferença pode afetar a boa representação das métricas apresentadas nessa seção. Por conta disso, faz-se necessário normalizar os valores das funções objetivos de acordo com os limites mínimo e máximo esperados, antes de aplicar as métricas. O valor normalizado de uma função objetivo, denotado por $\hat{f}_m(\mathbf{x})$, é calculado através da expressão (4.22).

$$\hat{f}_m(\mathbf{x}) = \frac{f_m(\mathbf{x}) - f_m^{\min}}{f_m^{\max} - f_m^{\min}} \quad \forall m \in FO \quad (4.22)$$

Tendo em vista as métricas apresentadas nesta seção, optou-se por considerar o hipervolume para verificar se a fronteira de soluções não dominadas $\mathcal{F}_1$ evolui de uma iteração a outra. Assim, quando o hipervolume da fronteira $\mathcal{F}_1$ não aumenta de uma geração de indivíduos à seguinte, diz-se que o algoritmo não evoluiu na busca.

Sabe-se que a evolução dos indivíduos não é feita de maneira contínua, por isso, parar o algoritmo evolutivo logo na primeira vez que o hipervolume não aumentar é um pro-

cedimento não adequado, pois pode finalizar o processo prematuramente. Para se evitar esse problema, optou-se por considerar como critério de parada quando o hipervolume não aumentar em um total de n^{ISE} iterações seguidas. Esse parâmetro n^{ISE} é definido logo no início da execução do algoritmo e indica o número de iterações sem evolução que ele deve atingir para ser finalizado.

4.6 Conclusões

Com os conceitos de otimização multiobjetivo apresentados neste capítulo, foi possível elaborar uma metodologia para encontrar soluções próximas ao conjunto de pareto-ótimo do modelo multiobjetivo do problema de Planejamento da Expansão de Sistemas de Distribuição (PESD), proposto ao longo deste trabalho. Essa metodologia consiste no emprego de algoritmos evolutivos para determinar o pareto-ótimo do espaço formado pelos planos de expansão do sistema, considerando a minimização do custo global e do risco de implantação.

Para analisar a abordagem proposta neste trabalho, no próximo capítulo, são apresentados e discutidos os resultados de simulações do planejamento de dois sistemas testes. Apresentam-se também os detalhes da implementação realizada dos algoritmos evolutivos estudados neste capítulo.

Simulações e Resultados

Neste capítulo serão apresentadas as simulações realizadas para verificar a aplicabilidade da metodologia proposta neste trabalho. Serão discutidos os resultados obtidos para o planejamento da expansão de dois sistemas de distribuição adaptados de sistemas presentes na literatura: sistema de 26 barras e sistema de 138 barras. Os dados de barras e trechos desses sistemas são apresentados nos Apêndices A e B deste documento.

Primeiramente são apresentados os detalhes da implementação dos algoritmos evolutivos usados para resolver os problemas propostos. Depois é detalhado o planejamento do sistema de 26 barras, onde é estudado o desempenho de ambos algoritmos e realizada uma comparação entre eles. Além disso, para o sistema de 26 barras é feito um estudo de como se comportam as soluções obtidas de acordo com mudanças do nível máximo de penetração de geradores distribuídos. Em seguida, é feita a análise de alguns índices de confiabilidade para as melhores soluções e, com isso, realiza-se a comparação entre esses índices e o risco de implantação do plano. Por fim, são apresentados os resultados do planejamento do sistema de 138 barras, onde se comparam os desempenhos dos algoritmos evolutivos implementados para a resolução desse problema.

5.1 Detalhes da implementação

Ambos os algoritmos evolutivos detalhados no capítulo anterior (NSGA2 e SPEA2) foram implementados em linguagem C++, onde se empregou uma *interface* direta com o *software* de otimização GAMS para resolução dos modelos de programação linear inteira mista do cálculo do custo global e dos danos de contingências. A *interface* entre a implementação e o GAMS é conseguida incluindo a biblioteca GAMS.net4.dll presente no diretório de instalação do GAMS. Nessa biblioteca, existe um *namespace* denominado GAMS que fornece ferramentas para utilizar o *software* de otimização através da programação orientada a objetos.

Essa conexão entre o C++ e o GAMS é feita de maneira direta e não exige muito esforço computacional. Inicialmente é gerado um modelo cru para o GAMS, em que

não são fornecidos os dados de parâmetros referentes aos planos de expansão e topologia do sistema. A cada avaliação de um indivíduo, é interpretado o seu código e, então, é completado esse modelo cru e é solicitada sua resolução através do *solver* CPLEX. Dessa maneira, a maior parte do tempo de avaliação dos indivíduos está no processo de resolução dos modelos lineares inteiro misto.

As simulações descritas neste capítulo foram realizadas em um computador com processador Intel® Core™ i7, 2,93GHz e 8,0 Gb de memória RAM. Em todas as simulações considerou-se o *gap* de otimalidade para a resolução dos Problemas Lineares Inteiros Mistos igual a 1% assim como é usado em (MUÑOZ-DELGADO; CONTRERAS; ARROYO, 2015).

5.2 Planejamento do Sistema 26 Barras

O sistema de distribuição de 26 barras foi adaptado de (LOTTERO; CONTRERAS, 2011) e seus dados são apresentados no Apêndice A. A Figura 12 ilustra a topologia inicial desse sistema, em que linhas duplas indicam trechos existentes reconduzíveis, linhas simples, os trechos existentes fixos e linhas tracejadas representam os trechos candidatos à inserção.

Figura 12 – Sistema Original de 26 Barras.

Os dados elétricos das configurações iniciais dos trechos e das possíveis configurações para inserção e para troca são descritos na Tabela 6. O custo anual de manutenção dos trechos de alimentadores foi definido como sendo \$450/km e o custo de inserção de chaves em trechos foi definido como sendo \$1000 independentemente do trecho. Para esse sistema

elétrico, considerou-se que a taxa de juros é $i = 10\%$ ao ano, o que corresponde a um fator acumulativo $\mu^{AC} = 11$ que deve ser multiplicado aos custos anuais para a soma ao custo global.

Tabela 6 – Dados de configurações dos trechos do Sistema de 26 Barras

	Config. Inicial - C0			Config. C1				Config. C2			
	R $\left(\frac{\Omega}{km}\right)$	Z $\left(\frac{\Omega}{km}\right)$	f (A)	c^I $\left(\frac{10^3\$}{km}\right)$	R $\left(\frac{\Omega}{km}\right)$	Z $\left(\frac{\Omega}{km}\right)$	f (A)	c^I $\left(\frac{10^3\$}{km}\right)$	R $\left(\frac{\Omega}{km}\right)$	Z $\left(\frac{\Omega}{km}\right)$	f (A)
Fixo	0,76	1,00	251	-	-	-	-	-	-	-	-
Rec.	0,76	1,00	251	20	0,44	0,70	402	38	0,25	0,50	502
Adic.	-	-	-	90	0,76	1,00	251	110	0,44	0,70	402

O sistema conta com duas subestações - quadrados brancos - situadas nas barras 25 e 26, ambas com transformador de força TR1, cujas características são apresentadas na Tabela 7. Nesta tabela também são apresentados os possíveis transformadores para os quais as subestações podem ser redimensionadas. O custo de expansão c^{IS} da subestação da barra 25 é igual a \$50.000, enquanto que a expansão da subestação na barra 26 tem custo igual a \$70.000. Lembrando que esse custo representa o total que deve ser investido para realizar uma expansão nas subestações, isto é, trocar o transformador de força existente. Note que o transformador TR1 não tem custo de investimento, isso porque esse transformador já está instalado nas subestações e não é opção de instalação.

Tabela 7 – Transformadores de Força das Subestações do Sistema de 26 Barras

ID	$\bar{I}^T$ (MVA)	R (Ω)	c^{IT} (\$)	c^{MT} (\$/ano)
TR1	15,0	0,130	-	3.000
TR2	22,5	0,086	375.000	4.000
TR3	27,0	0,072	600.000	5.000

A demanda do sistema foi dividida em três níveis de cargas, a saber NC1, NC2 e NC3, com durações diárias iguais a 3h, 13h e 8h, respectivamente. Os preços da energia são iguais para as duas subestações e valem \$60/MWh, \$50/MWh e \$35/MWh, nos níveis de carga NC1, NC2 e NC3, respectivamente. Como alternativas de suprimento de energia, as barras do conjunto $\Psi^G = \{2, 3, 4, 14, 15, 21, 23\}$ foram selecionadas como candidatas à instalação de Geradores Distribuídos (GDs). As opções de geradores distribuídos e suas características são apresentados na Tabela 8. O custo de manutenção anual de cada gerador distribuído foi estimado como sendo 5% do seu correspondente custo de investimento.

Observe na Tabela 8 que a injeção máxima de potência dos geradores eólicos depende da zona de vento em que ele se encontra. Ressalta-se que as barras 2, 3 e 4 pertencem à zona B e as barras 14, 15, 21 e 23 se encontram na zona A, como é possível observar na Figura 12. Como valor da penetração máxima dos geradores distribuídos, definiu-

Tabela 8 – Dados dos Geradores Distribuídos Candidatos

Id	Tipo	Zona	$\bar{I}^G$ (kVA)			c^{IG} (\$)	c^{PG} (\$/MWh)
			NC1	NC2	NC3		
1	Conv.	-	1.000,0	1.000,0	1.000,0	450.000	47
2	Conv.	-	2.000,0	2.000,0	2.000,0	882.000	45
3	Eólico	A	523,7	394,6	324,5	1.515.150	0
		B	84,2	60,7	26,6		
4	Eólico	A	1.765,8	1.364,4	1.120,5	3.394.800	0
		B	284,8	209,7	104,4		

se o valor $\xi = 25\%$ como em (MUÑOZ-DELGADO; CONTRERAS; ARROYO, 2015) para as primeiras simulações.

Primeiramente testou-se a implementação do algoritmo NSGA2. Como critério de parada, optou-se por considerar a finalização do algoritmo quando não havia evolução em $n^{ISE} = 10$ iterações seguidas. Fixou-se o número da população igual a 200 indivíduos, sendo 100 da população mãe e 100 indivíduos da população filha. Foram realizadas vinte simulações considerando os seguintes parâmetros do algoritmo:

- Número de Pontos de *Crossover* n_{pt} : 2 e 10;
- Taxa de Mutação p_{mut} : 10% e 50%;
- Número de Indivíduos Selecionados por torneio n_s : 20 e 60.

Após a execução dessas simulações, foram calculados alguns dos indicadores de desempenho estudados na Seção 4.5. Seguem na Tabela 9 os valores médios, mínimos e máximos do indicador de hipervolume, do número de indivíduos da fronteira obtida $|\mathcal{F}_1|$, do espaçamento e do espalhamento desses indivíduos e do tempo de execução do algoritmo. Vale ressaltar que antes do cálculo dessas métricas, os resultados foram normalizados considerando o custo global mínimo $\mathcal{C}^{min} = 1,22 \cdot 10^8\$$, custo global máximo $\mathcal{C}^{max} = 1,27 \cdot 10^8\$$, risco de implantação mínimo $\mathcal{R}^{min} = 0\$/h$ e máximo $\mathcal{R}^{max} = 2 \cdot 10^6\$/h$. Esses limites foram determinados analisando as soluções não dominadas obtidas pelo algoritmo.

Tabela 9 – Resultados das simulações do algoritmo NSGA2 para o planejamento do sistema de 26 Barras, considerando fixo $n_{pop} = 200$ e variando outros parâmetros.

Indicador	Mínimo	Média	Máximo
Hipervolume	0,465	0,515	0,562
$ \mathcal{F}_1 $	36	57	98
Espaçamento (%)	0,615	2,596	4,579
Espalhamento (%)	50,89	61,13	72,97
Tempo de Execução (min)	202,2	391,5	799,2

Nessas simulações, em que se considerou a população de 200 indivíduos, o tempo médio de avaliação das soluções foi de 0,594 s, sendo que o cálculo do custo global toma na média

36,8% desse tempo (aproximadamente 0,219 s) e o cálculo do risco de implantação, 62,9% do tempo médio total (aproximadamente 0,374 s). O processo de decodificação e aquisição da topologia tomam juntos um tempo médio de 0,001 s por avaliação de indivíduo, o que corresponde a aproximadamente 0,3% do tempo médio de avaliação. Esses tempos indicam que a maior parte do processo de avaliação de um indivíduo está na determinação do seu risco de implantação. Isso já era esperado, uma vez que nessa fase são resolvidos vários problemas lineares inteiros mistos referentes aos danos de cada contingência em seções e geradores do sistema.

Observou-se nessas simulações que não houve relação muito forte entre a escolha dos parâmetros do algoritmo genético e o seu desempenho. Por isso, baseando-se no indicador de hipervolume, escolheu-se as melhores simulações e definiu-se o seguinte conjunto de valores de parâmetros de acordo com as médias aritméticas dos parâmetros desses simulações: $npt = 10$, $p_{mut} = 10$ e $ns = 20$. Em seguida, variou-se o número de indivíduos $npop$ da população para valores iguais a 300, 400, 500 e 600. Observe que o valor $ns = 20$ corresponde a 20% da população mãe de cada geração (lembrando que $npop = 200$, com 100 indivíduos na população mãe e 100 na população filha). Essa proporção foi respeitada nas simulações seguintes. Logo, o parâmetro ns também variou para 30, 40, 50 e 60, enquanto que os outros dois parâmetros (npt e p_{mut}) se mantiveram fixos. Os resultados dessas novas simulações são apresentadas na Tabela 10.

Tabela 10 – Resultados das simulações do algoritmo NSGA2 para o planejamento do sistema de 26 Barras, considerando fixos $npt = 10$, $p_{mut} = 10$ e $ns = 20\%$ e variando $npop$.

Indicador	Mínimo	Média	Máximo
Hipervolume	0,512	0,533	0,559
$ \mathcal{F}_1 $	47	75	130
Espaçamento (%)	0,5899	1,7780	3,4804
Espalhamento (%)	43,39	56,49	71,14
Tempo de Execução (min)	219,1	683,8	1.442,4

Comparando as Tabelas 9 e 10, pode-se ressaltar que reduziu-se a variação do valor do indicador de hipervolume atingido, isto é, a diferença entre o máximo valor atingido e o mínimo. Antes essa variação era de 0,097 e abaixou para 0,047. Além disso, o valor médio do hipervolume aumentou de 0,515 para 0,533 (correspondendo a um aumento de 3,5%). Isso mostra que com o aumento da população aumentou-se também o desempenho do algoritmo. Por outro lado, o tempo de execução também aumentou consideravelmente, seu valor médio aumentou de 391,5 min = 6,5 h para 683,8 min = 11,4 h, o que corresponde a um aumento de aproximadamente 75%.

Apesar de o tempo de execução aumentar, o tempo médio de avaliação de cada indivíduo não sofreu alteração significativa. O tempo médio de avaliação foi de 0,595 s, sendo que o cálculo do custo global tomou um tempo médio de 0,222 s (aproximadamente

37,2%) e a determinação do risco de implantação tomou tempo médio de 0,372 s (aproximadamente 62,5%). O tempo médio de decodificação e aquisição da topologia juntas foi novamente de 0,001 s, o que corresponde dessa vez a 0,2% do tempo médio de avaliação.

Como se trata de um planejamento do sistema de distribuição, o tempo elevado de execução do algoritmo não é grave o bastante para injustificar a sua aplicação. Portanto, é melhor empregar uma população maior que leva mais tempo para execução, porém garante melhores resultados. Baseando-se nesse fato, realizaram-se as simulações do algoritmo SPEA2.

Para a avaliação do SPEA2, foram realizadas dez simulações considerando os parâmetros $npt = 10$, $p_{mut} = 10$ e $ns = 20\%$ do parâmetro $npop$. Este parâmetro por sua vez assumiu dois valores distintos: 250 e 300. Para ambos os valores de $npop$, definiu-se o valor $narch$ como sendo 70%, isto é, $narch$ assumiu o valor 175 quando $npop = 250$ e 210 quando $npop = 300$. Vale notar que esses valores de $npop$ são equivalentes aos valores 500 e 600 para o algoritmo NSGA2, uma vez que neste algoritmo metade da população é avaliada a cada geração e no algoritmo SPEA2, toda a população é avaliada.

Na Tabela 11 são mostrados os valores mínimo, máximo e médio dos principais indicadores de desempenho nas dez simulações realizadas. Observe que, quando comparado com o algoritmo NSGA2, o indicador de hipervolume das simulações do SPEA2 varia menos e tem seu valor médio mais alto.

Tabela 11 – Resultados das simulações do algoritmo SPEA2 para o planejamento do sistema de 26 Barras, considerando $npt = 10$, $p_{mut} = 10$ e $ns = 20\%$.

Indicador	Mínimo	Média	Máximo
Hipervolume	0,523	0,538	0,547
$ \mathcal{F}_1 $	60	85	97
Espaçamento (%)	0,6536	1,4732	2,4733
Espalhamento (%)	47,3050	52,92	64,21
Tempo de Execução (min)	522,4	897,4	1.299,3

Para efeito de comparação, a cada algoritmo evolutivo, agregaram-se os indivíduos não dominados encontrados em todas as suas simulações. Dessa maneira, formaram-se duas fronteiras finais, uma obtida pelas simulações do algoritmo NSGA2 e a outra pelas simulações do SPEA2. Essas fronteiras são ilustradas na Figura 13. Existem 7 soluções (destacadas em preto) em comum nas duas fronteiras, isto é, foram encontradas por ambos os algoritmos.

Na região de soluções com baixos custos globais, visivelmente é destacado que o NSGA2 teve melhor desempenho que SPEA2. Entretanto ainda há trechos em que existem soluções do NSGA2 que são dominadas por soluções da fronteira do SPEA2 (por exemplo, de $1,235 \cdot 10^8\$$ a $1,240 \cdot 10^8\$$). Portanto, para melhor comparar os conjuntos de soluções obtidos, selecionaram-se os indivíduos não dominados da união dessas fronteiras

Figura 13 – Fronteiras finais obtidas pelos algoritmos NSGA2 e SPEA2 para o planejamento do sistema de 26 barras, considerando $\xi = 25\%$.

para formar o conjunto de pareto-ótimo $\mathcal{P}^*$. Dessa maneira foi possível calcular outros indicadores que são apresentados na Tabela 12.

Tabela 12 – Comparação entre as fronteiras finais obtidas pelo NSGA2 e pelo SPEA2.

Indicador	Fronteira		
	NSGA2	SPEA2	União
Hipervolume	0,5914	0,5569	0,5919
Número de Indivíduos	78	76	56
Espaçamento (%)	1,4328	1,2480	1,6783
Espalhamento (%)	56,492	63,912	56,492
Taxa de Erro (%)	50,00	68,42	-
Distância de Gerações (%)	0,4021	2,3829	-

Comparando as taxas de erro e as distâncias de geração, o algoritmo NSGA2 mostrou-se melhor que o algoritmo SPEA2 na resolução do planejamento do sistema de 26 barras. Por conta disso, ele foi empregado para se obter as fronteiras considerando outros níveis de penetração máximo de geradores distribuídos. Vale lembrar que esse parâmetro indica qual é a porcentagem máxima da demanda que pode ser suprida por geradores distribuídos em cada nível de carga do sistema. Os valores escolhidos para serem estudados foram de

$\xi = 25\%$, 10% e 0% , sendo que quando $\xi = 0\%$ indica que não se permite a inserção de geradores distribuídos.

Antes de apresentar as fronteiras finais obtidas para cada penetração, será detalhado como elas foram obtidas. Primeiramente, tomaram-se as soluções não dominadas da união das fronteiras dos algoritmos NSGA2 e SPEA2, considerando a penetração máxima de $\xi = 25\%$, as mesmas apresentadas anteriormente na Figura 13. Em seguida, simulou-se novamente o algoritmo NSGA2 com os parâmetros $n_{pop} = 1000$, $n_{pt} = 10$, $p_{mut} = 10\%$ e $ns = 100$, tendo as soluções selecionadas como o conjunto inicial para o algoritmo. No final dessa simulação, obteve-se a fronteira final para a penetração máxima $\xi = 25\%$, denotada por $\mathcal{F}_1^{\xi=25\%}$.

Definindo as soluções da fronteira $\mathcal{F}_1^{\xi=25\%}$ como soluções iniciais, reduziu-se o valor da penetração máxima para 10% e executou-se o algoritmo NSGA2 com os mesmos parâmetros n_{pop} , n_{pt} , p_{mut} e ns . Em seguida, partindo de um conjunto aleatório de soluções, simulou-se outra vez o SPEA2, considerando ainda 10% como penetração máxima. As soluções não dominadas da união das duas fronteiras obtidas foram definidas como soluções iniciais para uma terceira e última simulação considerando $\xi = 10\%$. No final dessa simulação, obteve-se, então, a fronteira final para esse nível de penetração máxima, denotada por $\mathcal{F}_1^{\xi=10\%}$.

O mesmo procedimento foi empregado para se determinar a fronteira $\mathcal{F}_1^{\xi=0\%}$, em que se desconsidera a presença de geradores. Primeiramente partiu-se das soluções de $\mathcal{F}_1^{\xi=25\%}$, depois partindo de soluções aleatórias e por fim, da união das fronteiras das duas primeiras simulações. O resultado final é a determinação da fronteira $\mathcal{F}_1^{\xi=0\%}$.

A Figura 14 ilustra as fronteiras obtidas através das simulações descritas. Selecionaram-se algumas soluções dessas fronteiras, para realizar uma análise de suas características, de seus custos globais e dos seus riscos de implantação.

As Tabelas 13, 14 e 15 apresentam os dados das topologias selecionadas nas fronteiras. A Tabela 13 apresenta os dados das topologias A, B, C e D que são obtidas da fronteira final considerando a penetração máxima de geradores distribuídos igual a 25% da carga do sistema. Nessa tabela são apresentados o custo global, que engloba os custos de investimento, de manutenção, de operação, de produção e de não suprimento de carga, e o risco de implantação. Vale lembrar que na formulação do custo global, as parcelas de custos de manutenção, operação, produção e não suprimento de carga são multiplicadas pelo fator acumulativo μ^{AC} que, para a taxa de juros $i = 10\%$ ao ano, vale 11.

Na Tabela 13, a linha “Aumento do Custo Global” indica quanto o custo global de uma dada solução é maior que o custo global da solução selecionada imediatamente anterior. Por exemplo, o valor 561,8 na coluna da solução B indica a diferença entre o custo global dessa solução e o da solução A. Já na linha “Diminuição do Risco de Implantação” é indicado quanto o risco de implantação diminuiu quando comparado com o risco da solução imediatamente anterior. Por exemplo, na coluna da solução B o valor 1.059,1\$/h indica

Figura 14 – Fronteiras Finais para o Planejamento do Sistema de 26 Barras para Penetração Máxima de Geradores Distribuídos igual a 25%, 10% e 0%.

a diferença entre os valores do risco de implantação dessa solução e o da solução A. A última linha dessa tabela, denotada por λ^{lim} , indica o tempo de reparo médio limite para que uma solução seja mais viável que a solução anterior.

Para explicar melhor esse valor, vale lembrar que o risco de implantação é o valor esperado que deve ser pago por hora média de contingência, isto é, quando o risco tem valor $\mathcal{R}$ \$/h e, em média o tempo de reparo do sistema é de λ horas, espera-se um custo adicional com contingências igual a $\lambda \cdot \mathcal{R}$ \$ que pode ser adicionado ao custo global $\mathcal{C}$ para formar o valor total do plano $\mathcal{V}$, conforme mostrado na expressão (5.1).

$$\mathcal{V}(\mathbf{x}) = \mathcal{C}(\mathbf{x}) + \lambda \cdot \mathcal{R}(\mathbf{x}) \quad (5.1)$$

Em outras palavras, o valor λ^{lim} da Tabela 13 indica o tempo médio de reparo a partir do qual a solução tem valor total menor que a solução anterior. O parâmetro λ^{lim} é calculado dividindo o valor do aumento do custo global pelo valor da diminuição do risco de implantação. Portanto, analisando os dados apresentados, dentre as quatro soluções, a solução A tem menor valor total considerando um tempo médio de reparo menor que 0,5h. A partir desse valor, a solução B torna-se mais viável e mantém-se até um tempo médio de reparo igual 2,1h. Entre 2,1h e 5,2h, a solução C tem menor valor total que as outras soluções. A partir de um tempo de reparo de 5,2h, a solução D tem menor valor total que as outras soluções.

Tabela 13 – Dados das topologias selecionadas para o planejamento do sistema de 26 barras considerando penetração máxima de geradores distribuídos $\xi = 25\%$.

	Topologia			
	A	B	C	D
Custo Global ($10^3\$$)	122.785,3	123.347,1	123.541,3	123.659,8
Investimento ($10^3\$$)	11.977,2	11.834,5	12.849,6	13.016,0
Manutenção ($10^3\$/ano$)	444,48	401,38	445,48	445,48
Operação ($10^3\$/ano$)	197,50	205,11	185,93	181,57
Produção ($10^3\$/ano$)	9.431,48	9.531,02	9.431,48	9.431,48
Carga Não Suprida ($10^3\$/ano$)	0,00	0,00	0,00	0,00
Aumento do Custo Global ($10^3 \$$)	-	561,8	194,2	118,5
Risco de Implantação ($10^3 \$/h$)	1.444,7	385,6	294,1	271,4
Diminuição do Risco de Implantação ($10^3 \$/h$)	-	1.059,1	91,5	22,7
λ^{lim} (h)	-	0,5	2,1	5,2

Uma vez determinada a solução a ser implantada no sistema, o valor λ^{lim} pode servir como indicador de meta para o tempo de reparo do sistema. Por exemplo, baseando-se nos dados da Tabela 13, caso o planejador do sistema opte por implantar a solução B, define-se o valor $\lambda^{lim} = 2,1h$ como uma meta de valor médio do tempo de reparos para a equipe de manutenção da rede.

Nas Figuras 15, 16, 17 e 18 são ilustradas as topologias finais do sistema considerando a implantação dos planos de expansão propostos pelas soluções A, B, C e D, respectivamente. Nessas figuras, a magnitude máxima de corrente que pode fluir em cada trecho está diretamente relacionada à largura da linha empregada para desenhá-los e as chaves são representadas por quadrados preenchidos.

Linhas tracejadas indicam trechos que foram inseridos no sistema, porém não são utilizados na topologia. A presença desse tipo de trecho indica que a rede é malhada, contudo, com a imposição da restrição de radialidade, a operação é feita de maneira radial. Observe que da topologia da solução A para a topologia da solução D, aumenta-se o número de trechos existentes e não utilizados. A solução A, por exemplo, apresenta apenas um trecho desse tipo (trecho 1-2). Esse trecho existia no sistema original e optou-se por desligá-lo, ligando a alimentação das barras 2, 3 e 4 a partir da subestação da barra 26 e do gerador distribuído instalado na barra 3. As soluções B e C apresentam, cada uma, quatro trechos existentes e sem utilização, sendo um deles existentes no sistema original

e três inseridos. A solução D, por sua vez, possui cinco trechos desse tipo. A inserção de trechos desse tipo aumenta a confiabilidade do sistema, pois permite alternativas de alimentação às cargas em caso de contingências.

Na Tabela 14 são apresentados os dados das topologias E, F, G e H, pertencentes à fronteira final obtida considerando a penetração máxima de geradores distribuídos igual a 10%.

Tabela 14 – Dados das topologias selecionadas para o planejamento do sistema de 26 barras considerando penetração máxima de geradores distribuídos $\xi = 10\%$.

	Topologia			
	E	F	G	H
Custo Global ($10^3\$$)	123.255,1	123.664,8	123.836,5	124.647,1
Investimento ($10^3\$$)	6.380,3	7.787,5	7.990,2	8.639,1
Manutenção ($10^3\$/ano$)	187,54	231,64	231,64	231,64
Operação ($10^3\$/ano$)	274,60	236,09	233,26	247,97
Produção ($10^3\$/ano$)	10.162,85	10.066,57	10.066,57	10.066,57
Carga Não Suprida ($10^3\$/ano$)	0,00	0,00	0,00	0,00
Aumento do Custo Global ($10^3 \$$)	-	409,7	171,7	810,6
Risco de Implantação ($10^3 \$/h$)	1.312,9	442,9	378,3	250,0
Diminuição do Risco de Implantação ($10^3 \$/h$)	-	870,0	64,6	128,3
λ^{lim} (h)	-	0,5	2,7	6,3

Na Tabela 14 também são apresentadas os valores do aumento do custo global, da diminuição do risco de implantação e do parâmetro λ^{lim} como descritos anteriormente. Para a penetração máxima de 10%, a solução E possui menor valor total para tempos médios de reparos inferiores a 0,5h. Entre 0,5h e 2,7h, a solução F mostra-se mais viável que as outras soluções. Já a solução G apresenta-se melhor que as outras soluções quando se considera um tempo médio de reparo entre 2,7h e 6,3h. A partir desse último valor, a solução H é a que apresenta menor valor total.

As Figuras 19, 20, 21 e 22 que seguem ilustram as topologias das soluções E, F, G e H respectivamente. Observe que a topologia da solução E não possui trechos inutilizados, ou seja, todos os trechos de alimentador da rede estão sendo utilizados na operação do sistema. Na topologia da solução F, por outro lado, três trechos permanecem desativados durante a operação do sistema (trechos 1-17, 3-4 e 7-8). A solução G apresenta um total de cinco trechos desse tipo (trechos 1-17, 3-4, 7-8, 14-21 e 22-23). Por fim, a topologia da

Figura 21 – Topologia da Solução G com penetração máxima de 10%.

Figura 22 – Topologia da Solução H com penetração máxima de 10%.

solução H apresenta nove trechos não utilizados (trechos 1-17, 2-3, 3-4, 7-8, 10-21, 10-22, 13-20, 15-16 e 15-23).

Outro resultado interessante que pode ser notado nessas topologias é que nenhuma delas apresenta geradores distribuídos nas barras 2, 3 e 15. Em todas as quatro, é inserido um gerador na barra 21, sendo que nas soluções F e G é inserido um gerador distribuído na barra 23 também. Na solução H, é inserido um gerador na barra 14, além do gerador da barra 21. O número de barras com geradores distribuídos diminuiu quando comparado com as topologias das soluções A, B, C e D, o que já era esperado, uma vez que a penetração máxima desses equipamentos foi diminuída.

Desconsiderando agora a penetração de geradores distribuídos, selecionaram-se as soluções I, J, K e L cujos dados de topologia são apresentados na Tabela 15.

Tabela 15 – Dados das topologias selecionadas para o planejamento do sistema de 26 barras desconsiderando a instalação de geradores distribuídos.

	Topologia			
	I	J	K	L
Custo Global ($10^6\$$)	123.637,3	124.189,9	124.740,9	124.755,6
Investimento ($10^3\$$)	2.688,6	3.498,9	3.988,1	4.010,1
Manutenção ($10^3\$/ano$)	18,80	18,80	18,80	18,80
Operação ($10^3\$/ano$)	298,49	275,06	280,68	280,02
Produção ($10^3\$/ano$)	10.678,05	10.678,05	10.678,05	10.678,05
Carga Não Suprida ($10^3\$/ano$)	0,00	0,00	0,00	0,00
Aumento do Custo Global ($10^3 \$$)	-	552,6	551,0	14,7
Risco de Implantação ($10^3 \$/h$)	1.366,7	412,2	290,5	288,4
Diminuição do Risco de Implantação ($10^3 \$/h$)	-	954,5	121,7	2,1
λ^{lim} (h)	-	0,6	4,5	7,1

Novamente foram calculados os valores λ^{lim} que indicam em que faixas de tempos médios de reparo cada uma dessas quatro soluções possuem menores valores totais $\mathcal{V}$. Para um tempo médio de reparo inferior a 0,6h, a solução I mostra-se com menor valor total. Entre 0,6h e 4,5h, a solução J passa a ser a que tem menor valor total. Entre 4,5h e 7,1h, a solução K passa a ser a mais viável entre as quatro soluções. A solução L só passa a ser mais viável para tempos médios de reparo superiores a 7,1h.

As Figuras 23, 24, 25 e 26 ilustram as topologias das soluções I, J, K e L, respectivamente.

Figura 23 – Topologia da Solução I sem penetração de GDs.

Figura 24 – Topologia da Solução J sem penetração de GDs.

Figura 25 – Topologia da Solução K sem penetração de GDs.

Figura 26 – Topologia da Solução L sem penetração de GDs.

São apresentadas nas Tabelas 16, 17 e 18, os detalhes complementares das soluções selecionadas para o problema de planejamento do sistema de 26 barras. São descritos os planos ótimos de cada solução citadas anteriormente, mostrando os trechos reconduto-
rados, os trechos adicionados, os trechos com inserção de chaves, os transformadores de
força empregados em cada subestação e os geradores distribuídos inseridos no sistema.
Na descrição dos trechos reconduto-
rados e dos adicionados, é apresentada entre parênteses a configuração empregada no trecho correspondente. Quando não há configuração
especificada significa que foi empregada a configuração C1.

A Tabela 16 apresenta os dados das quatro soluções selecionadas da fronteira final
obtida considerando a penetração máxima de geradores distribuídos igual a $\xi = 25\%$. Já
para uma penetração máxima de $\xi = 10\%$, foram selecionadas as soluções cujos planos de
expansão são apresentados na Tabela 17. Por fim, na Tabela 18 são detalhados os planos
de expansão das soluções selecionadas da fronteira final considerando a penetração nula
de geradores distribuídos.

Tabela 16 – Dados das soluções obtidas para o planejamento do sistema de 26 barras, considerando penetração máxima $\xi = 25\%$

Solução			
A	B	C	D
Trechos reconduzidos			
5-25 (C2), 12-26 (C2)	1-5 (C2), 5-25 (C2), 12-26 (C2)	1-5 (C2), 5-25 (C2), 12-26 (C2)	1-5 (C2), 5-25 (C2), 12-26 (C2)
2 trechos	3 trechos	3 trechos	3 trechos
Trechos adicionados			
3-19, 5-10 (C2), 7-19 (C2), 7-26 (C2), 8-12, 9-25, 10-21, 11-22, 11-26 (C2), 12-24, 13-14, 13-20 (C2), 15-16, 17-18, 18-25 (C2), 20-25 (C2), 21-23	1-17, 4-8, 5-10 (C2), 7-8, 7-19, 7-26 (C2), 8-12, 9-25, 11-22, 11-26 (C2), 12-24, 13-14, 13-20 (C2), 14-21, 15-16, 15-23, 17-18 (C2), 18-25 (C2), 20-25 (C2), 21-23	1-17, 4-8, 5-10 (C2), 7-8, 7-19, 7-26 (C2), 8-12, 9-25, 11-22, 11-26 (C2), 12-24, 13-14, 13-20, 14-15, 14-21, 17-18 (C2), 18-25 (C2), 20-25 (C2), 21-23, 22-23	1-17, 3-19, 4-8, 5-10 (C2), 7-8, 7-19 (C2), 7-26 (C2), 8-12, 9-25, 11-22, 11-26 (C2), 12-24, 13-14, 13-20 (C2), 14-15, 14-21, 17-18 (C2), 18-25 (C2), 20-25 (C2), 21-23 (C2), 22-23
17 trechos	20 trechos	20 trechos	21 trechos
Trechos com chaves			
1-2, 5-25, 7-26, 9-25, 11-26, 12-26, 18-25, 20-25	1-2, 1-5, 1-17, 2-3, 3-4, 4-8, 5-25, 7-8, 7-26, 8-12, 9-25, 11-26, 12-26, 13-14, 14-21, 17-18, 18-25, 20-25	1-2, 1-5, 1-17, 2-3, 3-4, 4-8, 5-25, 7-8, 7-26, 8-12, 9-25, 11-22, 11-26, 12-26, 17-18, 18-25, 20-25, 21-23, 22-23	1-2, 1-5, 1-17, 2-3, 3-4, 3-19, 4-8, 5-25, 7-8, 7-26, 8-12, 9-25, 11-22, 11-26, 12-26, 17-18, 18-25, 20-25, 21-23, 22-23
8 trechos	18 trechos	19 trechos	20 trechos
Subestações			
B25-TR1, B26-TR1	B25-TR2, B26-TR1	B25-TR2, B26-TR1	B25-TR2, B26-TR1
Geradores Distribuídos			
B3-GD2, B14-GD4, B21-GD2, B23-GD4	B14-GD4, B21-GD2, B23-GD4	B14-GD4, B15-GD2, B21-GD4, B23-GD2	B14-GD4, B15-GD2, B21-GD4, B23-GD2
4 geradores	3 geradores	4 geradores	4 geradores

Tabela 17 – Dados das soluções obtidas para o planejamento do sistema de 26 barras, considerando penetração máxima $\xi = 10\%$

Solução			
E	F	G	H
Trechos reconduzidos			
1-5 (C2), 5-25 (C2), 12-26 (C2)	1-5 (C2), 5-25 (C2), 12-16 (C2), 12-26 (C2)	1-5 (C2), 5-25 (C2), 12-16 (C2), 12-26 (C2)	1-5 (C2), 5-25 (C2), 12-16 (C2), 12-26 (C2)
3 trechos	4 trechos	4 trechos	4 trechos
Trechos adicionados			
5-10 (C2), 7-8, 7-19, 7-26 (C2), 9-25, 11-22, 11-26 (C2), 12-24, 13-14, 13-20 (C2), 14-21, 15-16, 17-18, 18-25 (C2), 20-25 (C2), 23-24	1-17, 4-8, 5-10 (C2), 7-8, 7-19, 7-26 (C2), 8-12, 9-25, 11-26 (C2), 12-24, 13-14, 13-20 (C2), 15-16, 15-23, 17-18 (C2), 18-25 (C2), 20-25 (C2), 21-23, 22-23	1-17, 4-8, 5-10 (C2), 7-8, 7-19, 7-26 (C2), 8-12, 9-25, 11-22, 11-26 (C2), 12-24, 13-14, 13-20 (C2), 14-21, 15-16, 15-23, 17-18 (C2), 18-25 (C2), 20-25 (C2), 21-23, 22-23	1-17, 3-19, 4-8 (C2), 5-10 (C2), 7-8, 7-19 (C2), 7-26 (C2), 8-12 (C2), 9-13 (C2), 9-25 (C2), 10-21 (C2), 10-22, 11-22 (C2), 11-26 (C2), 12-24, 13-14 (C2), 13-20 (C2), 14-15, 14-21 (C2), 15-16, 15-23 (C2), 17-18 (C2), 18-25 (C2), 20-25 (C2), 21-23 (C2)
16 trechos	19 trechos	21 trechos	25 trechos
Trechos com chaves			
5-25, 7-26, 9-25, 11-26, 12-26, 18-25, 20-25	1-2, 1-5, 1-17, 2-3, 3-4, 4-8, 5-25, 7-8, 7-26, 8-12, 9-25, 11-26, 12-26, 17-18, 18-25, 20-25	1-2, 1-5, 1-17, 2-3, 3-4, 4-8, 5-25, 7-8, 7-26, 8-12, 9-25, 11-22, 11-26, 12-26, 13-14, 14-21, 17-18, 18-25, 20-25, 22-23	1-2, 2-3, 3-4, 1-5, 5-6, 5-25, 12-16, 12-26, 1-17, 3-19, 4-8, 7-8, 7-26, 8-12, 9-13, 9-25, 10-21, 10-22, 11-22, 11-26, 12-24, 13-20, 14-21, 15-16, 15-23, 17-18, 18-25, 20-25, 21-23
7 trechos	16 trechos	20 trechos	29 trechos
Subestações			
B25-TR2, B26-TR1	B25-TR2, B26-TR1	B25-TR2, B26-TR1	B25-TR2, B26-TR1
Geradores Distribuídos			
B21-GD4	B21-GD2, B23-GD4	B21-GD2, B23-GD4	B14-GD2, B21-GD4
1 gerador	2 geradores	2 geradores	2 geradores

Tabela 18 – Dados das soluções obtidas para o planejamento do sistema de 26 barras, considerando penetração nula.

Solução			
I	J	K	L
Trechos reconduzidos			
1-5 (C2), 5-25 (C2), 12-26 (C2)	1-5 (C2), 5-25 (C2), 12-26 (C2)	5-6 (C2), 5-25 (C2), 12-16 (C2), 12-26 (C2)	5-6 (C2), 5-25 (C2), 12-16 (C2), 12-26 (C2)
3 trechos	4 trechos	4 trechos	4 trechos
Trechos adicionados			
5-10 (C2), 7-8, 7-19, 7-26 (C2), 9-13 (C2), 9-25 (C2), 10-21, 11-22, 11-26 (C2), 12-24, 13-14, 15-16, 17-18, 18-25 (C2), 20-25, 23-24	1-17, 4-8, 5-10 (C2), 7-8, 7-19, 7-26 (C2), 9-25, 11-22 (C2), 11-26 (C2), 12-24 (C2), 13-14, 13-20 (C2), 14-21, 15-16, 17-18 (C2), 18-25 (C2), 20-25 (C2), 21-23 (C2), 22-23 (C2), 23-24 (C2)	1-17, 3-19 (C2), 4-8, 5-10 (C2), 6-7, 7-8, 7-19 (C2), 7-26 (C2), 8-12, 9-25, 10-21 (C2), 11-22, 11-26 (C2), 12-24, 13-14, 13-20 (C2), 14-21 (C2), 15-16 (C2), 15-23 (C2), 17-18 (C2), 18-25 (C2), 20-25 (C2), 21-23, 22-23 (C2)	1-17 (C2), 3-19 (C2), 4-8, 5-10 (C2), 6-7, 7-8, 7-19 (C2), 7-26 (C2), 8-12, 9-25, 10-21 (C2), 11-22, 11-26 (C2), 12-24, 13-14, 13-20 (C2), 14-21 (C2), 15-16 (C2), 15-23 (C2), 17-18 (C2), 18-25 (C2), 20-25 (C2), 21-23, 22-23 (C2)
16 trechos	20 trechos	24 trechos	24 trechos
Trechos com chaves			
5-25, 12-26, 7-26, 9-25, 11-26, 18-25, 20-25	1-2, 2-3, 3-4, 1-5, 5-25, 12-26, 1-17, 4-8, 7-26, 9-25, 11-22, 11-26, 13-14, 14-21, 17-18, 18-25, 20-25, 21-23, 22-23, 23-24	1-2, 2-3, 3-4, 1-5, 5-6, 5-25, 12-16, 12-26, 3-19, 4-8, 6-7, 7-8, 7-26, 8-12, 9-25, 11-22, 11-26, 13-14, 14-21, 15-16, 15-23, 17-18, 18-25, 20-25, 21-23, 22-23	1-2, 2-3, 3-4, 1-5, 5-6, 5-25, 12-16, 12-26, 3-19, 4-8, 6-7, 7-8, 7-26, 8-12, 9-25, 11-22, 11-26, 13-14, 14-21, 15-16, 15-23, 17-18, 18-25, 20-25, 21-23, 22-23
7 trechos	20 trechos	20 trechos	26 trechos
Subestações			
B25-TR3, B26-TR1	B25-TR2, B26-TR2	B25-TR2, B26-TR2	B25-TR2, B26-TR2

5.2.1 Comparação entre Confiabilidade e Risco - Sistema 26 Barras

Para comparação entre as abordagens de análise da robustez do sistema de distribuição, a primeira usando os índices de confiabilidade e a outra através da análise do risco de implantação, foi realizado o estudo detalhado nessa seção. Inicialmente, foram selecionadas as soluções da fronteira final do planejamento do sistema de 26 barras, considerando a penetração de geradores distribuídos $\xi = 25\%$. Para cada solução, calcularam-se os três índices de confiabilidade apresentados na seção 3.1: a Duração Equivalente de Interrupção por Consumidor (DEC), a Frequência Equivalente de Interrupção por Consumidor (FEC) e a Energia Não Suprida (ENS). Em seguida, através do coeficiente de Pearson - descrito no Apêndice D - foram determinadas as correlações entre cada um desses índices e o risco de implantação.

Para o cálculo dos índices de confiabilidade, considerou-se um tempo médio de reconfiguração igual a $t^{rec} = 0,5$ h. Considerou-se também um tempo médio de reparo igual a $t^{rep} = 2,0$ h. A taxa de falhas em trechos foi definido igual a $\lambda^L = 0,4$ falhas/km/ano e em geradores distribuídos igual a $\lambda^G = 1,5$ falhas/ano em cada gerador. Os valores de taxas de falhas são os mesmos utilizados pelo modelo multiobjetivo durante o cálculo do risco de implantação dos planos ótimos.

Na Figura 27 está ilustrada a distribuição dos valores da Frequência Equivalente de Interrupção por Consumidor (FEC) e do Risco de Implantação entre as 108 soluções da fronteira selecionada, ou seja, no gráfico existem 108 pontos, cada um correspondendo a uma solução, sendo posicionados de acordo com os valores do risco de implantação e do FEC de suas soluções.

É possível observar que existe uma dependência direta entre os parâmetros, isto é, com o aumento do risco de implantação há também o aumento do índice FEC. O coeficiente de correlação de Pearson tem valor igual a 0,8482, indicando uma correlação linear direta forte entre esses parâmetros.

A distribuição dos valores da Duração Equivalente de Interrupção por Consumidor (DEC) e do Risco de Implantação das soluções é ilustrada na Figura 28. É possível observar que também existe uma dependência direta entre esses parâmetros. O valor do coeficiente de correlação entre eles é igual a 0,9262, indicando uma correlação linear direta bem forte.

Por fim, a Figura 29 mostra a distribuição entre os valores da Energia Não Suprida (ENS) e o Risco de Implantação das soluções da fronteira selecionada. Nessa figura já não é possível afirmar que existe uma relação direta entre os parâmetros quando o risco de implantação é baixo. Por outro lado, para valores mais elevados de risco, é possível verificar a dependência direta entre os parâmetros. O coeficiente de correlação de Pearson desses dois parâmetros tem valor igual a 0,7275, ainda elevado para afirmar uma correlação linear direta entre os parâmetros, apesar de ser menor que o valor dos

Figura 27 – Distribuição dos valores do FEC e do Risco de Implantação entre as soluções obtidas para o planejamento sistema de 26 barras, considerando $\xi = 25\%$.

Figura 28 – Distribuição dos valores do DEC e do Risco de Implantação entre as soluções obtidas para o planejamento sistema de 26 barras, considerando $\xi = 25\%$.

coeficientes de correlação entre os índices FEC, DEC e o Risco de Implantação.

Observando os resultados, conclui-se que para o planejamento da expansão do sistema de 26 barras, é possível verificar uma correlação linear direta entre os índices de confiabilidade e o risco de implantação das soluções obtidas considerando a penetração $\xi = 25\%$. Além disso, dentre os índices de confiabilidade, o DEC apresentou maior valor de correlação com o risco de implantação e a Energia Não Suprida, o menor valor. Acredita-se

Figura 29 – Distribuição dos valores da Energia Não Suprida e do Risco de Implantação entre as soluções obtidas para o planejamento sistema de 26 barras, considerando $\xi = 25\%$.

que essa conclusão pode ser expandida para o planejamento com outros níveis de penetração e de outros sistema elétricos, uma vez que o risco de implantação é desenvolvido visando a maximização da robustez do sistema, melhorando de forma indireta os índices de confiabilidade.

5.3 Planejamento do Sistema 138 Barras

O sistema de 138 barras, adaptado de (MUÑOZ-DELGADO; CONTRERAS; ARROYO, 2015), tem sua topologia inicial ilustrada na Figura 30. Ele opera sob tensão de 13,8kV e possui no final do horizonte do planejamento uma carga total de demanda de pico aproximadamente igual a 38,13 MVA que pode ser distribuída entre as três barras de subestações, duas existentes e uma planejada. Esse sistema possui 135 barras de carga (da barra 1 à barra 135) e 3 barras de subestações (136, 137 e 138). Conta com 101 trechos de alimentadores existentes, os quais são representados por linhas cheias na Figura 30. Desses 101 trechos, 89 são fixos, representados por linhas simples, e 12 podem ser reconduzidos, representados pelas linhas duplas. Há ainda 50 trechos para inserção, os quais são ilustrados por linhas tracejadas. Os dados das barras e dos trechos são apresentados no Apêndice B desse documento. Na Tabela 19 são apresentadas as configurações iniciais e possíveis dos trechos de alimentadores. Novamente o custo de manutenção anual de cada trecho foi definido como \$450/km e o custo para inserção de chaves, como \$1000 independentemente do trecho.

Supõe-se que inicialmente há chaves no início dos alimentadores, ou seja, na saída das

subestações. Além disso, impõe-se que um trecho ligado diretamente à subestação 138 só pode ser inserido se também for inserida nele uma chave. Na Figura 30 são destacadas as três zonas de ventos (zonas A, B e C) do sistema assim como em (MUÑOZ-DELGADO; CONTRERAS; ARROYO, 2015).

Também baseando-se nesse artigo, para o sistema de 138 barras, considerou-se que a taxa de juros é $i = 7,1\%$. Desta maneira, o fator acumulativo que deve ser multiplicado aos custos anuais para a composição do custo global vale $\mu^{AC} = 15,08$.

Figura 30 – Sistema Original de 138 Barras.

Tabela 19 – Dados de configurações dos trechos do Sistema de 138 Barras

	Config. Inicial - C0			Config. C1				Config. C2			
	R $\left(\frac{\Omega}{km}\right)$	Z $\left(\frac{\Omega}{km}\right)$	f (A)	c^I $\left(\frac{10^3\$}{km}\right)$	R $\left(\frac{\Omega}{km}\right)$	Z $\left(\frac{\Omega}{km}\right)$	f (A)	c^I $\left(\frac{10^3\$}{km}\right)$	R $\left(\frac{\Omega}{km}\right)$	Z $\left(\frac{\Omega}{km}\right)$	f (A)
Fixo	0,50	0,56	263	-	-	-	-	-	-	-	-
Rec.	0,50	0,56	263	29,9	0,43	0,48	377	39,3	0,38	0,42	502
Adic.	-	-	-	25,0	0,50	0,56	263	34,9	0,43	0,48	377

As duas subestações existentes (barras 136 e 137) contam cada uma com um transformador de força TR1, cujas características são apresentadas na Tabela 20. Nessa tabela também são detalhadas as características dos outros dois transformadores de força que podem substituir o existente. Para o redimensionamento de cada uma dessas duas subestações, há um custo de expansão igual a \$100.000. Para a subestação a ser construída,

na barra 138, o custo de expansão é de \$150.000, sendo que as opções de transformador de força para inserção são TR2 e TR3 da Tabela 20.

Tabela 20 – Tranformadores de Força das Subestações do Sistema de 138 Barras

ID	$\bar{I}^T$ (MVA)	R (Ω)	c^{IT} (\$)	c^{MT} (\$/ano)
TR1	12,0	0,16	-	2.000
TR2	7,5	0,25	500.000	1.000
TR3	15,0	0,13	950.000	3.000

Como alternativas de fornecimento de energia, foram selecionadas algumas barras para se inserir geradores distribuídos. Essas barras compõem o conjunto Ψ^G do problema e são apresentadas na Tabela 21, onde é descrito se a barra está disponível para inserir gerador distribuído convencional, gerador eólico ou ambos. As características dos tipos de geradores empregados são apresentadas na Tabela 22. Assim como no planejamento do sistema de 26 barras, considerou-se o custo de manutenção dos geradores distribuídos igual a 5% do custo de investimento.

Tabela 21 – Barras em que podem inserir geradores distribuídos para o sistema de 138 Barras.

Tipo de GD	Barras
Convencional	10, 28, 38, 64, 108, 117, 126, 133
Eólica	31, 52, 53, 78, 103, 113, 114, 116, 120, 122
Convencional e Eólica	94

Tabela 22 – Dados dos Geradores Distribuídos Candidatos para o Planejamento do Sistema de 138 Barras

Id	Tipo	Zona	$\bar{I}^G$ (kVA)			c^{IG} (\$)	c^{PG} (\$/MWh)
			NC1	NC2	NC3		
1	Conv.	-	1.000,0	1.000,0	1.000,0	450.000	47
2	Conv.	-	2.000,0	2.000,0	2.000,0	882.000	45
3	Eólico	A	324,5	394,6	523,7	1.515.150	0
		B	115,3	197,0	183,4		
		C	26,6	60,7	84,2		
4	Eólico	A	1.120,5	1.364,4	1.765,8	3.394.800	0
		B	387,1	672,9	625,7		
		C	104,4	209,7	284,8		

Visando a aplicação dos algoritmos evolutivos implementados e a comparação entre eles na resolução do planejamento do sistema de 138 barras, duas simulações foram realizadas: uma aplicando o algoritmo NSGA2 e outra aplicando o algoritmo SPEA2.

Na primeira simulação, o algoritmo NSGA2 foi executado considerando empiricamente os parâmetros $n_{pop} = 300$ (150 indivíduos para a população mãe e 150 para a população filha), $n_{pt} = 30$ pontos de *crossover*, $p_{mut} = 10\%$, $ns = 30$ indivíduos selecionados para cada torneio (correspondendo a 20% da população mãe de cada iteração). Como critério de parada, definiu-se $n^{ISE} = 5$ para o número máximo de iterações consecutivas sem evolução

da melhor fronteira. Além desse critério, ainda se definiu um tempo máximo de 240 horas para a execução do algoritmo.

A simulação foi finalizada por ter atingido o tempo máximo de execução. Especificamente, o algoritmo levou 240h15min para sua execução, totalizando 114.434 avaliações de indivíduos. O tempo médio por avaliação foi de 7,56 s, sendo que a avaliação do custo global levou em média 1,54 s (correspondendo a aproximadamente 20,4% do tempo médio de avaliação) e a avaliação do risco de implantação, 6,01 s (correspondendo a aproximadamente 79,5% do tempo médio de avaliação). O tempo médio para decodificação e para a aquisição da topologia dos indivíduos foi de 0,01 s (correspondendo a aproximadamente 0,1% do tempo médio de avaliação). Note que novamente a maior parte do tempo de avaliação é tomada para calcular o risco dos indivíduos, assim como foi observado para o planejamento do sistema de 26 barras.

Para a simulação do algoritmo SPEA2, também empiricamente definiram-se os parâmetros: $n_{pop} = 150$ indivíduos na população principal; $n_{arch} = 105$ indivíduos no depósito externo; $n_{pt} = 30$ pontos de *crossover*; taxa de mutação $p_{mut} = 10\%$; $n_s = 30$ indivíduos selecionados para o torneio, o que corresponde a 20% da população principal. Novamente definiu-se $n^{ISE} = 5$ como o número de iterações sem evolução para finalizar o algoritmo e o tempo máximo de execução de 240 h.

A simulação do algoritmo SPEA2 também foi finalizado por ter atingido o tempo máximo de execução. Essa simulação levou especificamente 240h6min, englobando 88.689 avaliações, num tempo médio de avaliação igual a 9,75 s. Desse tempo médio de avaliação, em média foram levados 1,98 s para avaliar o custo global, o que corresponde a 20,3% do tempo médio de avaliação. Para avaliar o risco de implantação, em média foram levados 7,76 s, correspondendo a aproximadamente 79,6% do tempo médio de avaliação. Para decodificação e aquisição da topologia dos indivíduos, o tempo médio foi de 0,01 s, correspondendo a aproximadamente 0,1% do tempo médio de avaliação.

Seguem ilustradas na Figura 31, ambas as fronteiras obtidas pelos algoritmos NSGA2 e SPEA2. Note que não existem soluções comuns entre essas fronteiras. Na Tabela 23 são apresentados os indicadores de desempenho das fronteiras obtidas por cada algoritmo. Além dessas duas fronteiras, avaliaram-se também os indicadores de desempenho do conjunto formado pelas soluções não dominadas da união de ambas as fronteiras. Esse conjunto foi considerado como sendo a fronteira de pareto-ótimo do problema $\mathcal{P}^*$.

Para o cálculo dos índices de desempenho mostrados na Tabela 23, os valores de custo e risco dos indivíduos foram normalizados considerando o custo global mínimo $\mathcal{C}^{min} = 2,53 \cdot 10^8 \$$, custo global máximo $\mathcal{C}^{max} = 2,57 \cdot 10^8 \$$, risco de implantação mínimo $\mathcal{R}^{min} = 0 \$/h$ e máximo $\mathcal{R}^{max} = 3,2 \cdot 10^6 \$/h$.

Considerando a taxa de erros e a distância de gerações, pode-se dizer de que o algoritmo NSGA2 mostrou-se melhor que o SPEA2, para o planejamento do sistema de 138 Barras. Apesar disso, ainda há partes da fronteira de pareto-ótimo que são formadas por soluções

Figura 31 – Fronteiras Finais do Planejamento do Sistema de 138 Barras.

Tabela 23 – Comparação entre as fronteiras finais obtidas pelo NSGA2 e pelo SPEA2 para o planejamento do sistema de 138 Barras.

Indicador	Fronteira		
	NSGA2	SPEA2	União
Hipervolume	0,7669	0,7257	0,7697
Número de Indivíduos	107	85	82
Espaçamento (%)	3,5803	0,7707	4,0351
Espalhamento (%)	89,2493	82,2872	89,2493
Taxa de Erro (%)	30,84	90,59	-
Distância de Gerações (%)	0,2665	3,2532	-

do algoritmo SPEA2. Contudo, não foram realizadas simulações suficientes para garantir que a fronteira final obtida é o próprio conjunto de pareto-ótimo do problema. Vale ressaltar que o tempo de execução de cada simulação é muito elevado impossibilitando a realização de mais simulações.

Tomando a fronteira formada pelas soluções não dominadas obtidas por ambos os algoritmos, selecionaram-se 5 soluções para se analisar suas topologias propostas. Na Figura 32 é ilustrada a fronteira em questão e as soluções extraídas. Alguns dados relevantes de cada uma dessas soluções são descritos na Tabela 24.

Na Tabela 24 são apresentados os tempos médios de reparo limites, denotados por λ^{lim} , que representam os limites para a viabilização de uma solução em relação às outras.

Figura 32 – Fronteira Final do Planejamento do Sistema de 138 Barras.

Tabela 24 – Dados das topologias selecionadas para o planejamento do sistema de 138 barras.

	Topologia				
	A	B	C	D	E
Custo Global ($10^3\$$)	253.455,8	254.151,8	254.598,3	255.350,6	256.083,2
Investimento ($10^3\$$)	25.070,1	25.893,0	26.457,5	27.099,5	28.050,3
Manutenção ($10^3\$$)	905,3	907,5	929,2	930,0	929,9
Operação ($10^3\$$)	304,3	293,7	294,5	301,1	278,7
Produção ($10^3\$$)	13.930,8	13.930,8	13.900,4	13.900,4	13.908,4
Carga Não Suprida ($10^3\$$)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Aumento do Custo Global ($10^3 \$$)	-	696,0	446,5	752,3	732,6
Risco de Implantação ($10^3 \$/h$)	3.171,2	552,4	405,6	263,3	149,6
Diminuição do Risco de Implantação ($10^3 \$/h$)	-	2.618,8	146,8	142,3	113,6
λ^{lim} (h)	-	0,3	3,0	5,3	6,4

Considerando os valores obtidos, a solução A é viável quando a previsão do tempo médio de reparo é inferior a 0,3h. A partir desse valor até 3,0 h, a solução B apresenta-se mais viável comparadas às outras soluções. A solução C, por sua vez, é viável quando o tempo médio de reparo tem previsão entre 3,0h e 5,3h. A solução D, quando a previsão está entre 5,3h e 6,4h. Por fim, para previsões acima de 6,4h para o tempo médio de reparo da rede, a solução E é a que se apresenta mais viável.

As Figuras 33, 34, 35, 36 e 37 ilustram as topologias das soluções do planejamento do sistema de 138 barras A, B, C, D e E, respectivamente. Lembrando que a largura das linhas está relacionada diretamente com a magnitude máxima de corrente que pode fluir nos trechos, enquanto que as linhas tracejadas indicam trechos que estão inseridos na rede, porém não são empregados durante a operação normal.

Figura 33 – Topologia da Solução A para o Sistema 138 Barras.

Figura 34 – Topologia da Solução B para o Sistema 138 Barras.

Figura 35 – Topologia da Solução C para o Sistema 138 Barras.

Figura 36 – Topologia da Solução D para o Sistema 138 Barras.

Figura 37 – Topologia da Solução E para o Sistema 138 Barras.

São apresentados nas Tabelas 25 e 26 os detalhes complementares das soluções selecionadas para o problema de planejamento do sistema de 138 barras. Os planos ótimos das cinco soluções selecionadas são descritos nessas tabelas, mostrando os trechos reconduzidos, os trechos adicionados, os trechos com inserção de chaves, os transformadores de força empregados em cada subestação e os geradores distribuídos inseridos no sistema. Vale lembrar que na descrição dos trechos reconduzidos e dos adicionados, é apresentada entre parênteses a configuração empregada no trecho correspondente. Quando não há configuração especificada significa que foi empregada a configuração C1.

Tabela 25 – Dados das soluções obtidas para o planejamento do sistema de 138 Barras - Parte 1/2

Solução				
A	B	C	D	E
Trechos reconduzidos				
35-136	35-136	35-136	35-136	35-136
1 trecho	1 trecho	1 trecho	1 trecho	1 trecho
Trechos adicionados				
15-120, 15-121, 30-113, 31-123, 46-129, 50-101, 51-101, 65-131, 65-133, 85-111, 94-106, 100-128, 101-102, 102-103, 103-138, 104-105, 105-122, 106-107, 107-122, 107-125, 108-109, 108-122, 108-138, 109-110, 108-138, 109-110, 111-112, 112-113, 113-114, 115-116, 116-117, 117-118, 118-130, 123-124, 124-125, 126-127, 126-138, 127-128, 130-138, 132-133, 133-134, 134-135	15-120, 15-121, 30-113, 31-123 (C2), 46-129, 50-101, 51-101, 65-131, 65-133, 85-111, 94-106, 100-128, 101-102, 102-103, 103-138, 104-105, 105-122, 106-107, 107-122, 107-125, 108-109, 108-122, 108-138, 109-110, 111-112, 112-113, 113-114, 115-116, 115-129, 116-117, 117-118, 118-130, 119-120, 121-132, 123-124, 124-125, 126-127, 126-138, 127-128, 130-138, 132-133, 133-134, 134-135	15-120, 15-121, 30-113, 31-123, 46-129, 50-101, 51-101, 65-131, 65-133, 85-111, 94-106, 100-128, 101-102, 102-103, 103-138, 104-105, 105-122, 106-107, 107-122, 107-125, 108-109, 108-122, 108-138, 109-110, 111-112, 112-113, 113-114, 115-116, 115-129, 116-117, 117-118, 118-130, 119-120, 121-132, 123-124, 124-125, 126-127, 126-138, 127-128, 130-138, 132-133, 133-134, 134-135	15-120, 15-121, 30-113, 31-123 (C2), 46-129, 50-101, 51-101, 65-131, 65-133, 85-111 (C2), 94-106, 100-128 (C2), 101-102, 102-103, 103-138, 104-105, 105-122, 106-107, 107-122, 107-125, 108-109, 108-122, 108-138, 109-110, 108-138, 109-110, 111-112 (C2), 112-113, 113-114, 115-116, 115-129, 116-117, 117-118, 118-130, 119-120, 121-132 (C2), 123-124, 124-125, 126-127, 126-138, 127-128, 130-138, 132-133, 133-134, 134-135	15-120, 15-121, 30-113, 31-123, 46-129, 50-101, 51-101, 65-131, 65-133, 85-111, 94-106 (C2), 100-128, 101-102, 102-103, 103-138, 104-105, 105-122, 106-107, 107-122, 107-125, 108-109, 108-122, 108-138, 109-110, 111-112 (C2), 112-113, 113-114, 115-116, 115-129, 116-117, 117-118, 118-130, 119-120, 121-132, 123-124, 124-125, 126-127, 126-138, 127-128, 130-138, 132-133, 133-134, 134-135
40 trechos	43 trechos	43 trechos	43 trechos	43 trechos

Tabela 26 – Dados das soluções obtidas para o planejamento do sistema de 138 Barras - Parte 2/2

Solução				
A	B	C	D	E
Trechos com chaves				
1-136, 26-27, 42-51, 47-48, 60-137, 66-137, 74-137, 82-83, 90-91, 95-137, 97-99, 17-136, 35-136, 86-137, 103-138, 108-138, 126-138, 130-138	1-136, 25-26, 26-27, 42-51, 44-45, 46-47, 47-48, 60-137, 66-137, 74-75, 74-137, 75-76, 76-78, 78-80, 80-81, 80-82, 82-83, 83-84, 91-92, 92-93, 93-94, 95-96, 95-137, 96-97, 97-98, 99-100, 17-18, 17-136, 18-19, 19-20, 35-136, 38-39, 86-87, 86-137, 87-89, 89-90, 15-120, 15-121, 46-129, 51-101, 65-133, 94-106, 102-103, 103-138, 108-138, 115-116, 115-129, 119-120, 121-132, 124-125, 126-138, 130-138, 132-133, 133-134, 134-135	1-136, 25-26, 26-27, 42-51, 44-45, 46-47, 47-48, 60-137, 66-137, 74-137, 78-80, 80-81, 80-82, 82-83, 83-84, 91-92, 92-93, 93-94, 95-96, 95-137, 96-97, 99-100, 17-136, 18-19, 19-20, 35-136, 86-137, 87-89, 89-90, 15-120, 15-121, 31-123, 46-129, 51-101, 103-138, 108-138, 115-116, 115-129, 119-120, 121-132, 124-125, 126-138, 130-138, 132-133	1-136, 24-25, 25-26, 26-27, 42-51, 44-45, 46-47, 47-48, 60-137, 64-65, 66-137, 74-137, 78-80, 80-81, 80-82, 82-83, 83-84, 91-92, 92-93, 93-94, 95-96, 95-137, 96-97, 99-100, 17-18, 17-136, 18-19, 19-20, 35-136, 38-39, 86-137, 87-89, 89-90, 15-120, 15-121, 31-123, 46-129, 51-101, 65-131, 65-133, 94-106, 102-103, 103-138, 107-122, 107-125, 108-138, 115-116, 115-129, 119-120, 121-132, 124-125, 126-138, 127-128, 130-138, 132-133, 133-134	1-136, 25-26, 26-27, 42-51, 44-45, 46-47, 47-48, 60-137, 66-137, 72-119, 74-137, 90-91, 91-92, 92-93, 95-137, 96-97, 97-99, 99-100, 17-136, 18-19, 19-20, 35-136, 38-39, 86-137, 87-89, 89-90, 15-120, 46-129, 51-101, 65-133, 85-111, 100-128, 102-103, 103-138, 104-105, 107-122, 107-125, 108-122, 108-138, 111-112, 115-116, 115-129, 119-120, 121-132, 123-124, 124-125, 126-138, 127-128, 130-138, 132-133
18 trechos	55 trechos	44 trechos	56 trechos	50 trechos
Subestações				
B136-TR1, B137-TR1, B138-TR2	B136-TR1, B137-TR1, B138-TR3	B136-TR1, B137-TR1, B138-TR3	B136-TR1, B137-TR1, B138-TR3	B136-TR1, B137-TR3, B138-TR3
Geradores Distribuídos				
B10-GD1, B31-GD4, B52-GD4, B113-GD4, B114-GD4, B122-GD4	B10-GD1, B31-GD4, B52-GD4, B113-GD4, B114-GD4, B122-GD4	B10-GD2, B31-GD4, B52-GD4, B113-GD4, B114-GD4, B122-GD4	B10-GD2, B31-GD4, B52-GD4, B113-GD4, B114-GD4, B122-GD4, B133-GD1	B10-GD2, B31-GD4, B52-GD4, B113-GD4, B114-GD4, B122-GD4
6 geradores	6 geradores	6 geradores	7 geradores	6 geradores

5.3.1 Comparação entre Confiabilidade e Risco - Sistema 138 Barras

Novamente foi realizada a análise de comparação entre a abordagem usando os índices de confiabilidade e a abordagem através da análise do risco de implantação para determinação da robustez do sistema de distribuição. Foram selecionadas as soluções da fronteira final do planejamento do sistema de 138 barras apresentadas anteriormente. Para cada solução, calcularam-se os três índices de confiabilidade apresentados na seção 3.1: a Du-

ração Equivalente de Interrupção por Consumidor (DEC), a Frequência Equivalente de Interrupção por Consumidor (FEC) e a Energia Não Suprida (ENS). Em seguida, através do coeficiente de Pearson - descrito no Apêndice D - foram determinadas as correlações entre cada um desses índices e o risco de implantação.

Novamente, para o cálculo dos índices de confiabilidade, consideraram-se os mesmos parâmetros utilizados para a análise das soluções do planejamento do sistema de 26 barras: tempo médio de reconfiguração igual a $t^{rec} = 0,5$ h; tempo médio de reparo igual $t^{rep} = 2,0$ h; taxa de falhas em trechos igual a $\lambda^L = 0,4$ falhas/km/ano e em geradores distribuídos igual a $\lambda^G = 1,5$ falhas/ano.

Na Figura 38 ilustra-se a distribuição dos valores da Frequência Equivalente de Interrupção por Consumidor (FEC) e do Risco de Implantação entre as 82 soluções da fronteira final obtida para o planejamento do sistema de 138 barras. Nesse gráfico há 82 pontos, cada um correspondendo a uma solução, sendo posicionado de acordo com seus valores do risco de implantação e do FEC.

Figura 38 – Distribuição dos valores do FEC e do Risco de Implantação entre as soluções obtidas para o planejamento sistema de 138 barras.

Observando a distribuição desses pontos, é possível notar que existe uma dependência direta bem fraca entre os parâmetros. Isso é confirmado com o cálculo do coeficiente de correlação de Pearson, o qual tem valor igual a 0,3569, indicando uma correlação linear direta fraca entre eles.

Na Figura 39, ilustra-se a distribuição dos valores da Duração Equivalente de Interrupção por Consumidor (DEC) e do Risco de Implantação das soluções. Nessa distribuição, é possível observar que existe uma dependência direta mais forte entre esses parâmetros. O valor do coeficiente de correlação entre eles é igual a 0,7746, indicando essa correlação linear direta forte.

Figura 39 – Distribuição dos valores do DEC e do Risco de Implantação entre as soluções obtidas para o planejamento sistema de 138 barras.

Por fim, a distribuição entre os valores da Energia Não Suprida (ENS) e o Risco de Implantação das soluções da fronteira final é mostrada na Figura 40. Nessa figura, é possível notar uma relação direta forte entre os parâmetros. Para comprovar isso, calculou-se o coeficiente de correlação de Pearson e obteve-se o valor igual a 0,7887.

Figura 40 – Distribuição dos valores da Energia Não Suprida e do Risco de Implantação entre as soluções obtidas para o planejamento sistema de 138 barras.

Outra vez, pode-se concluir através dos resultados que para o planejamento da expansão do sistema, é possível verificar uma correlação linear direta entre os índices de confi-

abilidade e o risco de implantação das soluções obtidas. Para o planejamento do sistema de 138 barras, a Energia Não Suprida apresentou maior valor de correlação com o risco de implantação dentre os índices de confiabilidade estudados, enquanto que o Frequência Equivalente de Interrupção por Consumidor, apresentou o menor valor correlação. Outra observação importante que pode ser feita, observando os gráficos das distribuições, é que a correlação entre os índices de confiabilidade e o risco de implantação é bem fraca quando são comparadas apenas as soluções com baixos riscos.

Conclusões

O objetivo principal deste trabalho foi a elaboração de um modelo multiobjetivo para o Planejamento da Expansão de Sistemas de Distribuição (PESD) englobando questões de confiabilidade e risco. O primeiro objetivo de interesse é a minimização do custo global dos planos de expansão. Esse custo incorpora custos de investimento (instalação de novos equipamentos e redimensionamento de antigos), custos de manutenção (utilização dos equipamentos presentes no sistema), custos de operação (associados às perdas elétricas), custo de produção (referentes à aquisição da energia elétrica externamente, proveniente de sistemas de transmissão, ou internamente, proveniente de geradores distribuídos) e custos de não suprimento de cargas (encargos pagos pelo não suprimentos de cargas previstas no sistema).

O segundo objetivo de interesse do modelo proposto é a minimização do risco de implantação dos planos de expansão. Esse risco está associado aos danos causados no sistema frente a ocorrência de um conjunto de contingências em seções e em geradores distribuídos. Através da metodologia aplicada para o cálculo do risco de implantação, é possível ponderar os danos esperados de acordo com a frequência esperada de ocorrência, que é definida pelas taxas de falhas estabelecidas na empresa distribuidora. A associação direta entre o risco de implantação e alguns dos índices de confiabilidade mais empregados foi comprovada através da análise de topologias propostas para os sistemas de 26 barras e de 138 barras. Essa associação direta pode servir como embasamento para o emprego da metodologia de análise de risco para a caracterização da robustez das redes elétricas futuras do sistema de distribuição.

Como característica do modelo multiobjetivo proposto, pode-se citar que cada problema que o compõe foi elaborado sob os moldes de um problema linear inteiro misto. Linearizações por partes foram realizadas nas funções perdas do custo de operação e empregou-se a técnica de restrições disjuntivas com valor M-grande nas equações de fluxo de potência linear. Dessa forma, foi possível empregar o *solver* CPLEX integrado no *software* de otimização GAMS.

O modelo multiobjetivo proposto pôde ser resolvido empregando uma implementação

em C++ de dois Algoritmos Evolutivos (AEs) de grande aplicabilidade na área de otimização multiobjetivo: NSGA2 e SPEA2. Ambos os algoritmos geram, como solução para o problema de otimização, um conjunto de soluções próximas ao Pareto-ótimo do espaço de busca do problema. Do ponto de vista prático, exige-se que sejam selecionadas poucas soluções durante o Estudo de Planejamento, com o intuito de melhor aprofundar a análise de seus custos e ações de expansão. A metodologia empregada para determinar o risco de implantação dos planos de expansão permite ao planejador do sistema determinar tais soluções, baseando-se no tempo médio de reparo de instalações da rede na ocorrência de contingências que a empresa opera.

Os Algoritmos Evolutivos (AEs) foram empregados para a resolução do problema de planejamento da expansão de um sistema teste de 26 barras e de um sistema teste de 138 barras. Nesses planejamentos, ambos os algoritmos implementados obtiveram bons resultados, porém o algoritmo NSGA2 teve melhor desempenho que o SPEA2, apesar de ambos terem sido eficazes na resolução do problema proposto, já que atingiram fronteiras finais semelhantes para os casos estudados.

Para o sistema de 26 barras ainda foi possível estudar o comportamento das fronteiras finais obtidas quando se varia a penetração máxima permitida de geradores distribuídos no sistema. Nessas simulações foi possível observar que há um aumento no custo global das soluções da fronteira final quando se diminui a penetração máxima, enquanto que não se variam os valores de risco de implantação dos melhores planos de expansão. Isso indica que a penetração de geradores distribuídos contribui apenas para a minimização do custo global dos planos.

Com os resultados obtidos, a utilização do modelo multiobjetivo estudado neste trabalho mostrou-se uma ferramenta auxiliar importante ao planejador do sistema durante a escolha dos planos de expansão que além de visarem baixo custos globais, consideram questões de confiabilidade da rede e dos riscos de implantação frente às contingências inerentes ao sistema.

Referências

ADAMS, R. N.; LAUGHTON, M. A. Optimal planning of power networks using mixed-integer programming. Part 1 - Static and time-phased network synthesis. **Proceedings of the IEE**, v. 121, p. 139–147, Fevereiro 1974.

ALGUACIL, N.; ARROYO, J. M.; CARRIÓN, M. Transmission network expansion planning under deliberate outages. In: **Handbook of Power Systems I**. Berlim: Springer, 2010. p. 365–389.

ANEEL. **Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional - PRODIST, Módulo 2 - Planejamento da Expansão de Sistema de Distribuição**. 2015. Revisão 6. Disponível em: <http://www.aneel.gov.br/arquivos/PDF/PRODIST%20-%20M%C3%B3dulo%20_Revision_6.pdf>.

BAHIENSE, L. et al. A mixed integer disjunctive model for transmission network expansion. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 16, n. 3, p. 560–565, Agosto 2001.

BERNAL-AGUSTÍN, J. L. **Aplicación de Algoritmos Genéticos Al Diseño Óptimo de Sistemas de Distribución de Energía Eléctrica**. Tese (Doutorado) — Universidad de Zaragoza, Zaragoza, Espanha, Janeiro 1998.

BILLINTON, R.; BILLINTON, J. E. Distribution system reliability indices. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 4, n. 1, p. 561–586, Janeiro 1989.

BILLINTON, R.; LI, W. **Reliability assessment of electric power systems using Monte Carlo methods**. New York: Plenum Press, 1994.

BRADLEY, S. P.; HAX, A. C.; MAGNANTI, T. L. **Applied Mathematical Programming**. Reading, MA: Addison-Wesley, 1977.

CHEN, B. et al. Robust optimization for transmission expansion planning: Minimax cost vs. minimax regret. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 29, n. 6, p. 3069–3077, Novembro 2014.

COSSI, A. M. et al. Primary power distribution systems planning taking into account reliability, operation and expansion costs. **IET Generation, Transmission & Distribution**, v. 6, p. 274–284, Março 2012.

CRAWFORD, D. M.; HOLT JR., S. B. A mathematical optimization technique for locating and sizing distribution substations, and deriving their optimal service areas. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. 94, p. 230–235, Março 1975.

DEB, K. **Multi-objective optimization using evolutionary algorithms**. Chichester, England: John Wiley & Sons, 2001. v. 16.

DEB, K. et al. A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II. **Lecture notes in computer science**, v. 1917, p. 849–858, 2000.

FONSECA, C. M.; FLEMING, P. J. Genetic algorithms for multiobjective optimization: Formulation, discussion, and generalization. In: CITESEER. **International Conference on Genetic Algorithms**. San Mateo, CA, 1993. v. 93, p. 416–423.

GÓMEZ, J. F. et al. Ant colony system algorithm for the planning of primary distribution circuits. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 19, n. 2, p. 996–1004, Maio 2004.

GÖNEN, T.; FOOTE, B. L. Distribution-system planning using mixed-integer programming. **Proceedings of the IEE**, v. 128, n. 2, p. 70–79, 1981.

GÖNEN, T.; RAMÍREZ-ROSADO, I. J. Review of distribution system planning models: A model for optimal multistage planning. **Proceedings of the IEE**, v. 133, n. 7, p. 397–408, Novembro 1986.

HAFFNER, S. et al. Multistage model for distribution expansion planning with distributed generation - Part I: Problem formulation. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 23, n. 2, Abril 2008.

HAFFNER, S. et al. Multistage model for distribution expansion planning with distributed generation - Part II: Numerical results. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 23, n. 2, Abril 2008.

HAJELA, P.; LIN, C.-Y. Genetic search strategies in multi-criterion optimal design. **Structural Optimization**, v. 4, p. 99–107, 1992.

HORN, J.; NAFPLIOTIS, N.; GOLDBERG, D. A niched pareto genetic algorithm for multi-objective optimization. In: **Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation**. Orlando, FL: IEEE, 1994. v. 1, p. 82–87.

KITA, H. et al. Multi-objective optimization by means of thermodynamical genetic algorithm. In: **Proceedings of Parallel Problem Solving from Nature IV (PPSN-IV)**. Berlim, Alemanha: Springer Berlin Heidelberg, 1996. v. 1141, p. 504–512.

KNIGHT, U. G. W. The logical design of electrical networks using linear programming methods. **Proceedings IEE**, v. 33A, p. 306–319, 1960.

KNOWLES, J. D.; CORNE, D. W. Approximating the non-dominated front using pareto archived evolution strategy. **Evolutionary Computation**, v. 8, n. 2, p. 149–172, 2000.

LAUMANN, M.; RUDOLPH, G.; SCHWEFEL, H. P. A spatial predator-prey approach to multi-objective optimization: A preliminary study. In: **Proceedings of the Parallel Problem Solving from Nature V (PPSN-V)**. Amsterdam, Holanda: Springer Berlin Heidelberg, 1998. p. 241–249.

LAVORATO, M. et al. Imposing radiality constraints in distribution system optimization problems. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 27, n. 1, p. 172–180, Fevereiro 2012.

- LOTERO, R. C.; CONTRERAS, J. Distribution system planning with reliability. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 26, n. 4, Outubro 2011.
- MASUD, E. An interactive procedure for sizing and timing distribution substations using optimization techniques. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, PAS-93, Setembro 1974.
- MIKIC, O. M. Mathematical dynamic model for long-term distribution system planning. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 1, n. 1, p. 34–40, Fevereiro 1986.
- MIRANDA, V.; RANITO, J. V.; PROENÇA, L. M. Genetic algorithms in optimal multistage distribution network planning. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 9, n. 4, 1994.
- MONTGOMERY, D. C.; HUBELE, N. F.; RUNGER, G. C. **Estatística Aplicada à Engenharia**. 2^a. ed. Rio de Janeiro: Editora LTC, 2004.
- MONTICELLI, A. **Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica**. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 1983.
- MUÑOZ-DELGADO, G.; CONTRERAS, J.; ARROYO, J. M. Joint expansion planning of distributed generation and distribution networks. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 30, n. 5, p. 2579–2590, Setembro 2015.
- NADERI, E.; SEIFI, H.; SEPASIAN, M. S. A dynamic approach for distribution system planning considering distributed generation. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 27, n. 3, p. 1313–1322, Julho 2012.
- OSYCKA, A.; KUNDU, S. A new method to solve generalized multicriteria optimization problems using the simple genetic algorithm. **Structural Optimization**, v. 10, n. 2, p. 94–99, 1995.
- PARADA, V. et al. Optimization of electrical distribution feeders using simulated annealing. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 19, n. 3, p. 1135–1141, Julho 2004.
- PEREIRA JUNIOR, B. R. **Planejamento de Médio e Longo Prazo de Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica com Geradores Distribuídos (GDs) Considerando Custos de Confiabilidade, Operação e Expansão**. Tese (Doutorado) — UNESP-Ilha Solteira, Janeiro 2014.
- PONNAVAIKKO, M.; PRAKASA RAO, K. S.; VENKATA, S. S. Distribution system planning through a quadratic mixed integer programming approach. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 2, n. 4, p. 1157–1163, Outubro 1987.
- RAMÍREZ-ROSADO, I. J.; BERNAL-AGUSTÍN, J. L. Genetic algorithms applied to the design of large power distribution system. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 13, n. 2, Maio 1998.
- SAHOO, N. C.; GANGULY, S.; DAS, D. Multi-objective planning of electrical distribution systems incorporating sectionalizing switches and tie-lines using particle swarm optimization. **Swarm and Evolutionary Computation**, v. 3, p. 15–32, 2012.

SAMPER, M. E.; VARGAS, A. Investment decisions in distribution networks under uncertainty with distributed generation - Part I: Model formulation. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 28, n. 3, p. 2331–2340, Agosto 2013.

SAMPER, M. E.; VARGAS, A. Investment decisions in distribution networks under uncertainty with distributed generation - Part II: Implementation and results. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 28, n. 3, p. 2341–2351, Agosto 2013.

SCHAFFER, J. D. **Some Experiments in Machine Learning Using Vector Evaluated Genetic Algorithms**. Tese (Doutorado) — Vanderbilt University, Nashville, TN, 1984.

SCHOTT, J. R. **Fault Tolerance Design Using Single and Multi-Criteria Genetic Algorithms**. Dissertação (Mestrado) — Department of Aeronautics and Astronautics, Massachusetts Institute of Technology, Boston, 1995.

SHIRMOHAMMADI, D. et al. A compensation-based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 3, n. 2, Maio 1988.

SRINIVAS, N.; DEB, K. Multi-objective function optimization using non-dominated sorting genetic algorithms. **Evolutionary Computation**, v. 2, p. 221–248, 1994.

TAN, W. S. et al. Optimal distributed renewable generation planning: A review of different approaches. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 18, p. 626–645, 2013.

TANG, Y. Power distribution system planning with reliability modeling and optimization. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 11, n. 1, p. 181–189, Fevereiro 1996.

VELDHUIZEN, D. V. **Multiobjective Evolutionary Algorithms: Classifications, Analyses, and New Innovations**. Tese (Doutorado) — Air Force Institute of Technology, Dayton, 1999.

WALL, D. L.; THOMPSON, G. L.; NORTHOCOTE-GREEN, J. E. D. An optimization model for planning radial distribution networks. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, PAS-98, n. 3, p. 1061–1068, 1979.

WOLFE, P. The simplex method for quadratic programming. **Econometrics**, v. 27, p. 382–399, 1959.

YOUSSEF, H. K.; HACKAM, R.; ABU-EL-MAGD, M. A. Novel optimization model for long range distribution planning. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, PAS-104, n. 11, p. 3195–3202, Novembro 1985.

ZITZLER, E. **Evolutionary Algorithms for Multiobjective Optimization: Methods and Applications**. Tese (Doutorado) — Swiss Federal Institute of Technology (ETH), Zurique, Suíça, 1999.

ZITZLER, E. et al. **SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm**. Zurique, Suíça: Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, Institut für Technische Informatik und Kommunikationsnetze, 2001.

ZITZLER, E.; THIELE, L. **An evolutionary algorithm for multiobjective optimization: The strength Pareto approach.** Zurique, Suíça, 1998.

ZITZLER, E.; THIELE, L. Multiobjective optimization using evolutionary algorithms - A comparative case study. In: **Parallel Problem Solving from Nature.** Amsterdam, Holanda: Springer Berlin Heidelberg, 1998, (Lecture Notes in Computer Science, v. 1498). p. 292–301.

Apêndices

Dados do Sistema de 26 Barras

O sistema de 26 barras, adaptado do sistema apresentado em (LOTERO; CONTRERAS, 2011), possui 24 barras de carga e 2 barras de subestações e opera sob tensão nominal de 13,8 kV. Conta com 38 trechos de alimentadores, dentre eles 8 são existentes (5 alteráveis e 3 inalteráveis) e 30 são trechos adicionais.

A Tabela 27 apresenta a demanda e o número de consumidores em cada barra de carga do sistema de 26 barras. A demanda dos consumidores é dividida em três níveis de carga cujas durações são apresentadas na Tabela 28. Nesta tabela também são apresentados os preços para obtenção de energia através de subestações.

Tabela 27 – Dados de Barras do Sistema de 26 Barras

Barra	Demanda (MVA)			Número de Consumidores	Barra	Demanda (MVA)			Número de Consumidores
	NC1	NC2	NC3			NC1	NC2	NC3	
1	1,20	0,72	0,24	100	13	2,40	3,60	1,20	15
2	1,20	0,72	0,24	10	14	2,40	1,20	0,48	15
3	1,20	0,72	0,24	50	15	2,40	1,20	0,48	15
4	1,20	0,72	0,24	10	16	1,20	0,72	0,24	50
5	1,20	0,72	0,24	50	17	2,40	1,20	0,48	15
6	1,20	0,72	0,24	30	18	1,20	2,40	0,48	20
7	1,20	0,72	0,24	10	19	1,20	2,40	0,48	10
8	1,20	0,72	0,24	50	20	1,20	0,72	0,24	50
9	2,40	1,20	0,48	100	21	1,20	2,40	0,48	100
10	2,40	3,60	1,20	10	22	1,20	0,72	0,24	10
11	2,40	3,60	1,20	70	23	1,20	0,72	0,24	10
12	1,20	0,72	0,24	50	24	1,20	0,72	0,24	50

Tabela 28 – Níveis de Carga do Sistema de 26 Barras

Nível de Carga	Duração (h/dia)	Preço da Energia (\$/MWh)
NC1	3	60
NC2	13	50
NC3	8	35

A Tabela 29 apresenta os dados dos trechos do sistema. Nesta tabela são apresentados os tipos de cada trecho, bem como suas barras inicial e final e seu comprimento.

Tabela 29 – Dados de Trechos de Alimentadores do Sistema de 26 Barras

Trecho	Barra Inicial	Barra Final	Comp. (km)	Trecho	Barra Inicial	Barra Final	Comp. (km)
Existentes Inalteráveis				Adicionáveis			
1	1	2	1	19	9	13	1
2	2	3	1	20	9	25	1
3	3	4	1	21	10	11	1
Existentes Alteráveis				22	10	21	1
4	1	5	1	23	10	22	1
5	5	6	1	24	11	22	1
6	5	25	1	25	11	26	1
7	12	16	1	26	12	24	1
8	12	26	1	27	13	14	1
Adicionáveis				28	13	20	1
9	1	17	1	29	14	15	1
10	3	19	1	30	14	21	1
11	4	8	1	31	15	16	1
12	5	10	1	32	15	23	1
13	6	7	1	33	17	18	1
14	7	8	1	34	18	25	1
15	7	19	1	35	20	25	1
16	7	26	1	36	21	23	1
17	8	12	1	37	22	23	1
18	9	10	1	38	23	24	1

Dados do Sistema de 138 Barras

O sistema de 138 barras foi adaptado de (MUÑOZ-DELGADO; CONTRERAS; ARROYO, 2015) e contém 135 barras de carga, 3 barras de subestações, 101 trechos existentes (89 fixos e 12 alteráveis) e 50 trechos adicionáveis.

As Tabelas 30 e 31 apresentam os dados das barras do sistema de 138 barras. Nessas tabelas são apresentadas as demandas de pico das cargas e o número de consumidores de cada barra. Supõe-se que existem três níveis de carga, sendo que no primeiro, NC1, as cargas de cada barra correspondem a 70% da demanda de pico, no segundo nível de carga NC2, as cargas das barras correspondem a 83% da demanda de pico e, no terceiro nível de carga, NC3, as cargas correspondem a 100% da demanda de pico.

Tabela 30 – Dados de Barras do Sistema de 138 Barras - Parte 1/2

Barra	Dem. de Pico (MVA)	Num. de Cons.	Barra	Dem. de Pico (MVA)	Num. de Cons.	Barra	Dem. de Pico (MVA)	Num. de Cons.
1	0,3756	5	17	0,6221	20	33	0,2480	10
2	0,0746	5	18	0,2291	15	34	0,6403	15
3	0,0664	10	19	0,1088	25	35	0,5409	10
4	0,1358	5	20	0,0486	5	36	0,2924	15
5	0,4858	5	21	0,3728	10	37	0,3909	5
6	0,2323	5	22	0,0973	5	38	0,1216	10
7	0,3725	15	23	0,3728	10	39	0,2074	10
8	0,0972	5	24	0,1945	10	40	0,0020	5
9	0,1944	25	25	0,3901	5	41	0,0099	5
10	0,2187	10	26	0,0920	5	42	0,2480	5
11	0,1823	15	27	0,5886	10	43	0,1856	10
12	0,3889	15	28	0,3132	5	44	0,0981	5
13	0,4546	25	29	0,2012	5	45	0,2713	5
14	0,4740	5	30	0,0920	5	46	0,7222	15
15	0,3361	5	31	0,5467	15	47	0,4141	25
16	0,3099	5	32	0,1380	5	48	0,3713	5

Tabela 31 – Dados de Barras do Sistema de 138 Barras - Parte 2/2

Barra	Dem. de Pico (MVA)	Num. de Cons.	Barra	Dem. de Pico (MVA)	Num. de Cons.	Barra	Dem. de Pico (MVA)	Num. de Cons.
49	0,2958	15	78	0,1513	5	107	0,1214	5
50	0,1720	10	79	0,4732	5	108	0,0753	5
51	0,4191	5	80	0,2224	20	109	0,0986	5
52	0,1147	5	81	0,4407	20	110	0,2968	5
53	0,4071	10	82	0,1375	10	111	0,0859	5
54	0,1089	5	83	0,3840	15	112	0,0644	5
55	0,0344	10	84	0,3902	30	113	0,1976	5
56	0,6409	15	85	0,6148	10	114	0,2218	10
57	0,0323	5	86	0,1415	5	115	0,1463	10
58	0,2371	20	87	1,7911	60	116	0,3396	5
59	0,3476	5	88	0,7218	15	117	0,4438	10
60	0,1455	15	89	0,6067	40	118	0,0931	10
61	0,6163	10	90	0,0972	10	119	0,0418	5
62	0,3570	10	91	0,1254	5	120	0,0796	5
63	0,5293	15	92	0,1375	5	121	0,3276	5
64	0,4588	25	93	0,3770	10	122	0,1211	5
65	0,1295	5	94	0,1165	20	123	0,0638	5
66	0,1295	5	95	0,3655	5	124	0,1577	5
67	0,1619	15	96	0,2234	5	125	0,1003	15
68	0,2753	20	97	0,0972	15	126	0,1781	5
69	0,1295	5	98	0,1204	5	127	0,0262	5
70	0,3401	5	99	0,5264	25	128	0,0916	10
71	0,0364	5	100	0,0808	15	129	0,2664	10
72	0,0079	5	101	0,0943	10	130	0,0416	5
73	0,1134	20	102	0,1885	5	131	0,2914	10
74	0,6336	25	103	0,3248	5	132	0,3525	5
75	0,2683	5	104	0,0254	15	133	0,3716	5
76	0,1578	5	105	2,2908	30	134	0,2775	10
77	0,2245	20	106	0,4760	10	135	0,3170	15

A duração de cada nível de carga e o preço de obtenção da energia através do sistema de transmissão nesses períodos são apresentados na Tabela 32.

Tabela 32 – Níveis de Carga do Sistema de 138 Barras

Nível de Carga	Duração (h/ano)	Preço da Energia (\$/MWh)
NC1	2000	57,7
NC2	5760	70,0
NC3	1000	85,3

As Tabela 33 e 34 que seguem contêm os dados dos trechos de alimentadores do sistema de 138 barras. Nessa tabela são apresentadas as barras inicial e final de cada trecho, bem

como seu comprimento.

Tabela 33 – Dados de Trechos de Alimentadores do Sistema de 138 Barras - Parte 1/2

Trecho	Barra Inicial	Barra Final	Comp. (km)	Trecho	Barra Inicial	Barra Final	Comp. (km)
Trechos Fixos							
1	1	2	0,4106	42	47	48	0,3304
2	1	136	0,8354	43	48	49	0,1557
3	2	3	0,2879	44	49	50	0,2879
4	3	4	0,0802	45	52	53	1,4010
5	4	5	0,5890	46	53	54	0,4009
6	5	6	0,1537	47	53	57	0,1133
7	6	7	0,4497	48	54	55	0,0661
8	6	8	0,9699	49	55	56	0,1510
9	8	9	0,1671	50	57	58	0,0755
10	8	10	0,5675	51	58	59	0,0519
11	10	11	0,0802	52	60	61	0,2737
12	10	12	0,3320	53	60	137	0,0047
13	10	13	0,8354	54	61	62	0,2891
14	13	14	0,0047	55	62	63	0,4712
15	13	15	0,5616	56	63	64	0,5675
16	15	16	0,2737	57	64	65	0,3748
17	20	21	0,8031	58	66	67	0,2356
18	20	22	0,4578	59	66	137	0,5617
19	22	23	0,3427	60	67	68	0,3492
20	22	24	0,0614	61	68	69	0,0189
21	24	25	0,1133	62	69	70	1,6796
22	25	26	0,0472	63	70	71	0,9628
23	26	27	0,1631	64	71	72	0,8306
24	27	28	0,0334	65	72	73	0,8259
25	28	29	0,2142	66	72	119	0,3681
26	28	31	0,4497	67	74	75	0,4295
27	29	30	0,0802	68	74	137	0,2501
28	31	32	0,1071	69	75	76	0,6318
29	32	33	0,4712	70	76	77	0,1463
30	33	34	1,1285	71	76	78	0,7924
31	36	37	0,1069	72	78	79	1,1565
32	39	40	0,4176	73	78	80	0,1699
33	39	46	0,2998	74	80	81	1,3992
34	40	41	0,0802	75	80	82	0,0283
35	41	42	0,8354	76	82	83	1,8359
36	42	43	0,2973	77	83	84	0,5663
37	42	51	3,1323	78	84	85	0,5239
38	43	44	0,0047	79	87	88	0,1180
39	43	52	0,1746	80	90	91	0,8755
40	44	45	0,9209	81	91	92	0,4812
41	46	47	0,1605	82	92	93	0,6425

Tabela 34 – Dados de Trechos de Alimentadores do Sistema de 138 Barras - Parte 2/2

Trecho	Barra Inicial	Barra Final	Comp. (km)	Trecho	Barra Inicial	Barra Final	Comp. (km)
Trechos Fixos				Trechos Adicionáveis			
83	93	94	0,1537	117	94	106	0,0283
84	95	96	0,6425	118	94	110	1,6330
85	95	137	0,3917	119	100	128	0,1133
86	96	97	0,0283	120	101	102	0,5565
87	97	98	1,0525	121	102	103	1,0519
88	97	99	0,1721	122	103	138	0,2973
89	99	100	1,1044	123	104	105	0,5997
Trechos Alteráveis				124	105	122	0,2454
90	17	18	0,2124	125	106	107	0,2973
91	17	136	0,0795	126	107	122	0,3492
92	18	19	0,3351	127	107	125	1,1086
93	19	20	0,4143	128	108	109	0,2313
94	35	36	0,3074	129	108	122	0,4059
95	35	136	0,1935	130	108	138	2,4168
96	36	38	0,3742	131	109	110	0,5346
97	38	39	0,2596	132	111	112	0,5614
98	86	87	0,3398	133	112	113	0,4143
99	86	137	0,8354	134	113	114	0,9166
100	87	89	0,0236	135	114	123	1,7023
101	89	90	0,4248	136	115	116	0,2763
Trechos Adicionáveis				137	115	129	0,9041
102	11	121	1,1516	138	116	117	1,2549
103	15	120	0,3328	139	117	118	0,8623
104	15	121	0,3500	140	118	130	0,5555
105	16	120	0,6211	141	119	120	0,6419
106	30	113	0,6104	142	121	132	0,9643
107	31	123	0,0746	143	123	124	0,5816
108	45	108	0,5354	144	124	125	0,3571
109	46	129	0,9744	145	126	127	1,3583
110	50	101	0,6425	146	126	138	1,1469
111	51	101	0,8781	147	127	128	0,3593
112	56	107	1,2207	148	130	138	1,7510
113	59	104	1,2130	149	132	133	0,3071
114	65	131	0,5354	150	133	134	0,4528
115	65	133	0,8118	151	134	135	0,5610
116	85	111	0,3115				

Fatores de Conversão para Valor Presente

O estudo multiestágio do planejamento de expansão exige o cálculo do valor presente de gastos realizados nos diversos estágios do horizonte de planejamento. Calcular o valor presente de um gasto futuro consiste em determinar o quanto deve ser desembolsado no momento atual para se conseguir o valor necessário, no momento futuro, considerando a taxa de retorno i da empresa. Neste apêndice, busca-se um melhor entendimento do que consiste a determinação do valor presente de um gasto futuro, bem como a determinação dos fatores de conversão para valor presente que são apresentados na formulação do problema multiestágios do problema de expansão de sistemas de distribuição.

Considere que atualmente a empresa possua um capital inicial C_0 e que a taxa de retorno anual seja i . Após um ano, esse capital da empresa passará a valer $C_1 = C_0 \cdot (1 + i)$. Já após dois anos, esse capital passará a ser $C_2 = C_1 \cdot (1 + i)$, ou então, $C_2 = C_0 \cdot (1 + i)^2$. Consequentemente, após n anos, sem realizar nenhum resgate desse capital, o total que a empresa possuirá será de $C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n$. Disso é possível concluir que, para um gasto de C_n ser realizado após n anos do início do planejamento, considerando uma taxa de retorno anual i , o capital inicial necessário é de $C_0 = C_n \cdot (1 + i)^{-n}$. Esse capital inicial corresponde ao valor presente do gasto, isto é, quanto o gasto vale atualmente.

Analisando um investimento em equipamentos do sistema de distribuição, os quais possuem uma vida útil de η anos. Após esse período, esses equipamentos não desempenharão suas funções de maneira adequada, sendo necessária a substituição por novos equipamentos. O gasto em investimento nesses equipamentos deve ser realizado periodicamente a cada η anos, começando pelo ano $p(t)$ em que se decidiu implantá-los pela primeira vez. Daqui pra frente, o valor do gasto desse investimento será denotado por C_t^I . Assim, o valor presente de investimento realizado no estágio t (VPI_t) é dado pela soma

dos valores presentes de cada gasto realizado no futuro, como mostra a expressão (C.1).

$$VPI_t = \underbrace{C_t^I \cdot (1+i)^{-p(t)}}_{\text{após } p(t) \text{ anos}} + \underbrace{C_t^I \cdot (1+i)^{-(p(t)+\eta)}}_{\text{após } p(t)+\eta \text{ anos}} + \dots + \underbrace{C_t^I \cdot (1+i)^{-(p(t)+N \cdot \eta)}}_{\text{após } p(t)+N \cdot \eta \text{ anos}} \quad (C.1)$$

Essa expressão pode ser simplificada, utilizando a notação de somatória, como mostra a expressão (C.2).

$$VPI_t = C_t^I \cdot (1+i)^{-p(t)} \cdot \sum_{k=0}^N (1+i)^{-k \cdot \eta} \quad (C.2)$$

Observe que o termo representado pela somatória na expressão (C.2) corresponde a uma soma de elementos de uma Progressão Geométrica (PG) de razão $(1+i)^{-\eta}$. Geralmente assume-se que o planejamento realizado é válido para um tempo indeterminado de anos (MUÑOZ-DELGADO; CONTRERAS; ARROYO, 2015), indicando que sempre deverá realizar a substituição dos equipamentos. Matematicamente, isso significa que o valor N da expressão (C.2) tende ao valor $+\infty$, logo, a somatória tem infinitas parcelas. Considerando a expressão que define a soma de infinitos termos de uma PG, e assumindo que $i > 0$ e $\eta > 0$, o valor presente do investimento pode ser descrito pela expressão (C.3).

$$VPI_t = C_t^I \cdot (1+i)^{-p(t)} \cdot \frac{1}{1 - (1+i)^{-\eta}} \quad (C.3)$$

O gasto em investimentos no estágio t é, portanto, ponderado por dois fatores para ser convertido ao valor presente. O primeiro deles é denominado Fator de Valor Presente, denotado por $\mu_{p(t)}^{VP}$, e depende da taxa de retorno i e do ano $p(t)$ em que o gasto foi realizado inicialmente. O segundo fator depende da vida útil η do componente a ser instalado periodicamente e da taxa de retorno i . Esse segundo fator é denominado Fator de Anuidade e é denotado por α_η . Assim o cálculo do valor presente do investimento pode ser simplificado como mostra a expressão (C.4).

$$VPI_t = \mu_{p(t)}^{VP} \cdot \alpha_\eta \cdot C_t^I \quad (C.4)$$

em que:

$$\mu_{p(t)}^{VP} = (1+i)^{-p(t)} \quad (C.5)$$

$$\alpha_\eta = \frac{1}{1 - (1+i)^{-\eta}} \quad (C.6)$$

Diferentemente dos gastos em investimentos, os gastos em manutenção, operação e produção devem ser realizados anualmente ao longo do planejamento. Para simplificação de nomenclatura, esses gastos são denominados na análise a seguir como gastos anuais e denotados por C^A . Durante a fase de planejamento, o valor presente de um gasto anual

de um estágio t (VPA_t) que se inicia no ano $p(t)$ e finaliza no ano $p(t) + \Delta p(t) - 1$ é dada pela expressão (C.7).

$$VPA_t = \underbrace{C_t^A \cdot (1+i)^{-p(t)}}_{\text{após } p(t) \text{ anos}} + \underbrace{C_t^A \cdot (1+i)^{-(p(t)+1)}}_{\text{após } p(t)+1 \text{ anos}} + \dots + \underbrace{C_t^A \cdot (1+i)^{-(p(t)+\Delta p(t)-1)}}_{\text{após } p(t)+\Delta p(t)-1 \text{ anos}} \quad (C.7)$$

Novamente obtém-se a somatória de uma PG, entretanto, agora a razão é igual a $(1+i)^{-1}$ e há $\Delta p(t)$ termos em vez de infinitos termos. Considerando a fórmula para soma de uma Progressão Geométrica com finitos termos, a expressão do valor presente de um gasto anual passa a ser definida por (C.8).

$$VPA_t = C_t^A \cdot (1+i)^{-p(t)} \cdot \frac{1 - (1+i)^{-\Delta p(t)}}{1 - (1+i)^{-1}} \quad (C.8)$$

Considerando a equação (C.5), que define o Fator de Valor Presente de um gasto no ano $p(t)$, a expressão do valor presente de um gasto anual do estágio t (VPA_t) pode ser rearranjada e escrita como em (C.9).

$$VPA_t = C_t^A \cdot \frac{1+i}{i} \cdot \left[\delta_{p(t)}^{VP} - \delta_{p(t)+\Delta p(t)}^{VP} \right] \quad (C.9)$$

Convenientemente, simplifica-se o cálculo do valor presente de um gasto anual do estágio t como mostra a expressão (C.10). Nessa expressão, o fator que multiplica o gasto anual C_t^A é denominado Fator Acumulativo e é denotado por μ_t^{AC} .

$$VPA_t = \mu_t^{AC} \cdot C_t^A \quad (C.10)$$

em que:

$$\mu_t^{AC} = \frac{1+i}{i} \cdot \left[\delta_{p(t)}^{VP} - \delta_{p(t)+\Delta p(t)}^{VP} \right] \quad (C.11)$$

Vale ressaltar que o gasto anual do último estágio do horizonte de planejamento, $t = T$, irá se repetir até o final da vigência do planejamento. Dessa forma, ainda deve-se considerar o gasto anual do último estágio, C_T^A , mesmo após o final do horizonte. Como é considerado um planejamento de duração indeterminada, sua duração $\Delta p(T)$ tende ao valor $+\infty$, assim a expressão que calcula o fator acumulativo dos gastos anuais do estágio T é alterada como mostrado na equação (C.12).

$$\delta_T^{AC} = \frac{1+i}{i} \cdot \delta_{p(T)}^{VP} \quad (C.12)$$

Coeficiente de Correlação de Pearson

O Coeficiente de Correlação de Pearson, ou Coeficiente de Correlação Linear (MONTGOMERY; HUBELE; RUNGER, 2004), indica o grau e a direção da correlação linear entre duas variáveis, isto é, quão bem a distribuição dessas variáveis pode ser expressa através de uma reta. Dadas duas variáveis $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$ com dimensão igual a n , o coeficiente de correlação de Pearson entre elas $\rho(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ é calculado segundo a expressão abaixo.

$$\rho(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (\text{D.1})$$

em que $\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i$ e $\bar{y} = \sum_{i=1}^n y_i$ são as médias dos valores das variáveis $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$, respectivamente.

Por conta da expressão que define o coeficiente de correlação, ele tem seu valor compreendido no intervalo $[-1, 1]$. Quando o valor desse coeficiente é positivo, indica-se que a correlação linear entre as variáveis é direta, enquanto que, quando o valor é negativo, indica-se uma correlação linear inversa. Quanto maior o módulo do coeficiente mais forte é a correlação linear entre as variáveis.

Por exemplo, quando o coeficiente de correlação de Pearson entre duas variáveis tem seu valor próximo de 1, pode-se afirmar que existe uma correlação linear direta forte entre essas variáveis. Por outro lado, quando esse valor está próximo de -1, existe uma correlação linear inversa forte entre as variáveis. Quando o valor desse coeficiente está próximo de zero, diz-se que não existe correlação linear entre as variáveis. Contudo, apesar de não existir uma correlação linear entre as variáveis, ainda pode existir uma correlação não linear entre elas, a qual não é captada pelo coeficiente de Pearson.

Linearização por Partes da Função Perda

Na formulação do custo operacional dos planos de expansão há a necessidade de estimar o total de perdas elétricas no sistema de distribuição. O cálculo direto dessas perdas relaciona de maneira não linear tanto as variáveis de corrente elétrica f_ℓ que flui em cada trecho de alimentador quanto as variáveis de injeção de corrente I_n^S nas subestações. Para contornar essa característica, é realizada uma linearização por partes da função de perdas, baseando-se em (BRADLEY; HAX; MAGNANTI, 1977).

Dada uma corrente f_ℓ fluindo em um trecho com resistência elétrica R_ℓ^L , a função de perda em demanda L_ℓ^L nesse trecho pode ser expressa como sendo $L_\ell^L = R_\ell^L (f_\ell)^2$, que, devido à relação quadrática, é não linear sobre a variável f_ℓ . O mesmo ocorre quando uma injeção de corrente I_n^S percorre a resistência R_n^S do transformador de força da subestação da barra n . A função perda em demanda L_n^S nessa subestação é dada pela expressão $L_n^S = R_n^S (I_n^S)^2$. Entretanto, uma vez que essas variáveis são limitadas, é possível realizar uma divisão do seu domínio em partes e assumir que a expressão das perdas seja linear em cada um desses intervalos.

Para detalhar a linearização por partes realizada na função de perdas, seja o exemplo de minimização da função quadrática $y = 10x^2$, ilustrada na Figura 41. Considere que a variável x tem módulo limitado, menor ou igual a 10, isto é, $x \in [-10, 10]$. Qualquer valor desse domínio pode ser escrito como a soma das variáveis de linearização δ_1^+ , δ_1^- , δ_2^+ , δ_2^- , δ_3^+ e δ_3^- , conforme a equação (E.1).

$$x = (\delta_1^+ + \delta_2^+ + \delta_3^+) - (\delta_1^- + \delta_2^- + \delta_3^-) \quad (\text{E.1})$$

em que

$$0 \leq \delta_1^+, \delta_1^- \leq 2 \quad (\text{E.2})$$

$$0 \leq \delta_2^+, \delta_2^- \leq 3 \quad (\text{E.3})$$

$$0 \leq \delta_3^+, \delta_3^- \leq 5 \quad (\text{E.4})$$

Figura 41 – Função quadrática $y = 10x^2$ e sua linearização. Os números ao lado dos triângulos indicam a taxa de crescimento das funções lineares nos intervalos correspondentes.

Dessa forma, considerando a linearização por partes apresentada na Figura 41, a função linearizada y^{LIN} para o domínio $x \in [-10, 10]$ pode ser escrita como mostra a expressão (E.5).

$$y^{LIN} = 20 \cdot (\delta_1^+ + \delta_1^-) + 70 \cdot (\delta_2^+ + \delta_2^-) + 150 \cdot (\delta_3^+ + \delta_3^-) \quad (E.5)$$

Observe que, como o objetivo é minimizar a função y e os coeficientes das variáveis de linearização assumem valores tais que as variáveis δ_3^+ e δ_3^- são mais penalizadas que δ_2^+ e δ_2^- , que por sua vez são mais penalizadas que δ_1^+ e δ_1^- , apenas uma das seguintes condições é possível:

- quando $-10 \leq x \leq -5$, tem-se $\delta_1^+ = \delta_2^+ = \delta_3^+ = 0$, $\delta_1^- = 2$, $\delta_2^- = 3$ e $\delta_3^- = -x - 5$.
- quando $-5 \leq x \leq -2$, tem-se $\delta_1^+ = \delta_2^+ = \delta_3^+ = 0$, $\delta_1^- = 2$, $\delta_2^- = -x - 2$ e $\delta_3^- = 0$.
- quando $-2 \leq x \leq 0$, tem-se $\delta_1^+ = \delta_2^+ = \delta_3^+ = 0$, $\delta_1^- = -x$, $\delta_2^- = 0$ e $\delta_3^- = 0$.
- quando $0 \leq x \leq 2$, tem-se $\delta_1^+ = x$ e $\delta_2^+ = \delta_3^+ = \delta_1^- = \delta_2^- = \delta_3^- = 0$.
- quando $2 \leq x \leq 5$, tem-se $\delta_1^+ = 2$, $\delta_2^+ = x - 2$ e $\delta_3^+ = \delta_1^- = \delta_2^- = \delta_3^- = 0$.
- quando $5 \leq x \leq 10$, tem-se $\delta_1^+ = 2$, $\delta_2^+ = 3$, $\delta_3^+ = x - 5$ e $\delta_1^- = \delta_2^- = \delta_3^- = 0$.

Por exemplo, quando $x = -6$, apenas a primeira condição acima é válida, sendo, portanto, $\delta_1^+ = \delta_2^+ = \delta_3^+ = 0$, $\delta_1^- = 2$, $\delta_2^- = 3$ e $\delta_3^- = 1$. Dessa maneira, a função linearizada pode ser escrita como $y^{LIN} = 20 \cdot (0 + 2) + 70 \cdot (0 + 3) + 150 \cdot (0 + 1) = 400$. Existem outras possibilidades de se escrever o valor $x = -6$ como soma das variáveis δ e ainda respeitando seus limites, porém o valor de y^{LIN} que se obtém será maior que 400.

Considere agora a função de perdas por demanda em um trecho ℓ definida no domínio $f_\ell \in [-\bar{f}_\ell, \bar{f}_\ell]$. Realiza-se a divisão desse domínio em $2 \cdot np$ intervalos iguais, sendo np intervalos no lado positivo desse domínio e np intervalos no lado negativo. Dessa maneira, qualquer valor de corrente nesse domínio pode ser expresso conforme a equação (E.6).

$$f_\ell = \sum_{p \in P} (\delta_{\ell p}^{L+} - \delta_{\ell p}^{L-}) \quad \forall \ell \in \Psi^L \quad (\text{E.6})$$

em que:

- p é o índice dos intervalos;
- $P = \{1, 2, \dots, np\}$ é o conjunto de índices de intervalos;
- $\delta_{\ell p}^{L+}, \delta_{\ell p}^{L-}$ são as variáveis de linearização do intervalo p das perdas no trecho ℓ e são tais que:

$$0 \leq \delta_{\ell p}^{L+} \leq \frac{\bar{f}_\ell}{np} \quad \forall \ell \in \Psi^L, \forall p \in P \quad (\text{E.7})$$

$$0 \leq \delta_{\ell p}^{L-} \leq \frac{\bar{f}_\ell}{np} \quad \forall \ell \in \Psi^L, \forall p \in P \quad (\text{E.8})$$

A função perda no trecho ℓ é então linearizada conforme a expressão (E.9).

$$L_\ell^L = \sum_{p \in P} m_{\ell p}^L \cdot (\delta_{\ell p}^{L+} + \delta_{\ell p}^{L-}) \quad \forall \ell \in \Psi^L \quad (\text{E.9})$$

em que $m_{\ell p}^L$ são os coeficientes de linearização da função perda no trecho ℓ de cada intervalo p . Para se determinar os valores desses parâmetros é necessário calcular a taxa de crescimento da função linearizada em cada intervalo. Logo, seja um intervalo p cujos limites inferior e superior são respectivamente $f_\ell^{(p-1)}$ e $f_\ell^{(p)}$, o cálculo do coeficiente é dado pela expressão (E.10).

$$m_{\ell p}^L = \frac{R_\ell^L \left(f_\ell^{(p)} \right)^2 - R_\ell^L \left(f_\ell^{(p-1)} \right)^2}{f_\ell^{(p)} - f_\ell^{(p-1)}} = R_\ell^L \left(f_\ell^{(p)} + f_\ell^{(p-1)} \right) \quad (\text{E.10})$$

Como os intervalos de linearização têm mesmos tamanhos, o parâmetro $f_\ell^{(p)}$ pode ser reescrito como $f_\ell^{(p)} = p \cdot \frac{\bar{f}_\ell}{np}$ e o parâmetro $m_{\ell p}^L$, como mostra a equação (E.11).

$$m_{\ell p}^L = R_\ell^L (2p - 1) \frac{\bar{f}_\ell}{np} \quad (\text{E.11})$$

Analogamente, pode-se escrever qualquer valor injeção de corrente I_n^S pertencente ao domínio $I_n^S \in [0, \bar{I}_n^S]$ como a soma das variáveis de linearização δ_{np}^T conforme a equação (E.12).

$$I_n^S = \sum_{p \in P} \delta_{np}^T \quad \forall n \in \Psi^S \quad (\text{E.12})$$

em que δ_{np}^T é a variável de linearização do intervalo p das perdas no transformador da subestação da barra n e pertence ao seguinte intervalo:

$$0 \leq \delta_{np}^T \leq \frac{\bar{I}_n^S}{np} \quad \forall n \in \Psi^S, \forall p \in P \quad (\text{E.13})$$

Vale ressaltar que a variável de injeção de corrente I_n^S é definida não negativa, logo não há necessidade de acrescentar variáveis de linearização referente a valores negativos.