UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO–USP
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Murilo Eduardo Casteroba Bento

**Avaliação de Métodos para Projeto de
Controlador em Dois Níveis Usando
Sinais de Medição Fasorial Sincronizada**

Murilo Eduardo Casteroba Bento

**Avaliação de Métodos para Projeto de
Controlador em Dois Níveis Usando
Sinais de Medição Fasorial Sincronizada**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia de São Carlos como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de concentração: Sistemas Elétricos de Potência

Orientador: Rodrigo Andrade Ramos

São Carlos

2016

Trata-se da versão corrigida da dissertação. A versão original se encontra disponível na EESC/USP que aloja o Programa de Pós-Graduação de Engenharia Elétrica.

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

B478a Bento, Murilo Eduardo Casteroba
Avaliação de Métodos para Projeto de Controlador em
Dois Níveis Usando Sinais de Medição Fasorial
Sincronizada / Murilo Eduardo Casteroba Bento;
orientador Rodrigo Andrade Ramos. São Carlos, 2016.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica e Área de Concentração em
Sistemas Elétricos de Potência -- Escola de Engenharia
de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2016.

1. Controle de Sistemas de Potência. 2.
Estabilidade a Pequenas Perturbações. 3. Equação de
Riccati. 4. Desigualdades Matriciais Lineares. 5.
Algoritmos Genéticos. 6. Medição Fasorial Sincronizada.
I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **MURILO EDUARDO CASTEROBA BENTO**.

Título da dissertação: "Avaliação de métodos para projeto de controlador em dois níveis usando sinais de medição fasorial sincronizada".

Data da defesa: 19/02/2015

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Associado **Rodrigo Andrade Ramos (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Prof. Dr. **Rôman Kuiava**
(Universidade Federal do Paraná/UFPR)

APROVADO

Prof. Dr. **Aguinaldo Silveira e Silva**
(Universidade Federal de Santa Catarina/UFSC)

APROVADO

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica:
Prof. Associado **Luis Fernando Costa Alberto**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Associado **Paulo César Lima Segantine**

Dedico esta pesquisa à minha família.

Agradecimentos

Agradeço à Deus por ter me iluminado na realização desta pesquisa.

À minha família por tudo, absolutamente tudo.

Ao professor Rodrigo pela orientação.

Ao professor Daniel Dotta que sempre me orientou a buscar os melhores resultados desta pesquisa e não mediu esforços para tal fim.

À Anna, Luan e Rafael pela amizade ao longo do mestrado.

Por fim, agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior (CAPES) pelo auxílio financeiro.

*You may never know what results come of your actions,
but if you do nothing, there will be no results*
– Mahatma Gandhi

Resumo

Bento, Murilo Eduardo Casteroba **Avaliação de Métodos para Projeto de Controlador em Dois Níveis Usando Sinais de Medição Fasorial Sincronizada.** 171 p. Dissertação de mestrado – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2016.

Esta proposta de pesquisa visa avaliar métodos de projeto de controladores em dois níveis, composto por controladores descentralizados e centralizado, utilizando sinais de medição fasorial sincronizada. Pesquisas iniciais foram realizadas utilizando a abordagem baseada na resolução da equação de Riccati num sistema multimáquinas, considerando aquisição de dados via medição fasorial sincronizada e atrasos de tempo nos canais de comunicação da entrada e da saída do controlador centralizado. Esta pesquisa propõe o projeto e avaliação de controladores centralizados através das abordagens baseadas na resolução da equação de Riccati, Desigualdades Matriciais Lineares e Algoritmos Genéticos. O projeto consiste em obter um controlador centralizado robusto a variações de carga e topologia do sistema, além de possíveis perdas de *links* de comunicação da entrada e da saída do controlador centralizado com o sistema elétrico. A fim de verificar a eficácia das abordagens de projeto foram utilizados o Sistema Equivalente Sul-Sudeste Brasileiro e o Sistema Simplificado Australiano. Além disso, simulações dinâmicas dos sistemas com aplicação de contingências foram realizadas com o propósito de se avaliar os controladores centralizados obtidos através de um modelo linear. Os resultados alcançados mostram semelhança e eficiência das abordagens quando se consideram múltiplos pontos de operação do sistema. A abordagem baseada em Algoritmos Genéticos se sobressai de acordo com os resultados obtidos para os sistemas-teste mencionados por propiciar um controlador centralizado robusto a múltiplos pontos de operação e possíveis perdas de *links* de comunicação.

Palavras-chave: Controle de Sistemas de Potência. Estabilidade a Pequenas Pertur-

bações. Equação de Riccati. Desigualdades Matriciais Lineares. Algoritmos Genéticos, Medição Fasorial Sincronizada..

Abstract

Bento, Murilo Eduardo Casteroba **Methods Assessment for Controlling Design on Two Levels Using Synchronized Phasor Measurement Signals**. 171 p. Master Dissertation – São Carlos School of Engineering, University of São Paulo, 2016.

This research proposal aims to compare control design methods on two levels, consisting of centralized and decentralized controllers, using signals synchronized phasor measurement. Initial researches have been conducted using the approach in solving the Riccati equation in a multi-machine system, considering data acquisition via synchronized phasor measurement and time delays in the communication channels of input and output of the centralized controller. This research proposes the design and comparison of centralized controllers through approaches based on resolution of the Riccati equation, Linear Matrix Inequalities and Genetic Algorithms. The project is to achieve a robust centralized controller to load variations and system topology changes and possible loss of communication of the input and output of the centralized controller with the electrical system. In order to verify the effectiveness of design approaches were used the Southern-Southeastern Brazil Equivalent Equivalent and Australian Simplified System. In addition, simulations of the dynamic systems with application of contingency were performed in order to evaluate the centralized controlling obtained by a linear model. The results show similarity and efficiency of the approaches when considering multiple system operating points. The Genetic Algorithms-based approach stands out according to the results obtained for the test systems mentioned, as demonstrated by the results, because it provides a robust centralized controller to multiple points of operation and possible loss of communication links.

Keywords: Power System Control. Small-Signal Stability. Riccati Equation. Linear Matrix Inequalities. Genetic Algorithms. Synchronized Phasor Measurement.

Lista de ilustrações

Figura 1	Estrutura do SPMS (DOTTA, 2009)	31
Figura 2	Estrutura Hierárquica (DOTTA, 2009)	33
Figura 3	Sistema Equivalente Sul-Sudeste Brasileiro	64
Figura 4	Sinal de Saída do Controlador Centralizado Referente ao Gerador 3 . .	68
Figura 5	Tensão de Campo Referente ao Gerador 3	68
Figura 6	Ângulo do Gerador 3 com a Aplicação de uma Falta Trifásica no Caso Base de Operação	68
Figura 7	Sinal de Saída do Controlador Centralizado Referente ao Gerador 4 . .	69
Figura 8	Tensão de Campo Referente ao Gerador 4	69
Figura 9	Ângulo do Gerador 4 com a Aplicação de uma Falta Trifásica no Caso Base de Operação	69
Figura 10	Curva de Carga Diária Típica de um Sistema Elétrico Brasileiro.	70
Figura 11	Ângulo do Gerador 3 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.	72
Figura 12	Tensão de Campo do Gerador 3 com a Aplicação de uma Falta Trifásica. .	73
Figura 13	Ângulo do Gerador 4 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.	73
Figura 14	Tensão de Campo do Gerador 4 com a Aplicação de uma Falta Trifásica. .	73
Figura 15	Ângulo do Gerador 3 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.	74
Figura 16	Tensão de Campo do Gerador 3 com a Aplicação de uma Falta Trifásica. .	74
Figura 17	Ângulo do Gerador 4 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.	74
Figura 18	Tensão de Campo do Gerador 4 com a Aplicação de uma Falta Trifásica. .	75
Figura 19	Ângulo do Gerador 4 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Saída do Controlador Centralizado.	78
Figura 20	Tensão de Campo do Gerador 4 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Saída do Controlador Centralizado.	78
Figura 21	Ângulo do Gerador 4 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Entrada do Controlador Centralizado.	79

Figura 22	Tensão de Campo do Gerador 4 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Entrada do Controlador Centralizado.	79
Figura 23	Ângulo do Gerador 4 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Saída do Controlador Centralizado.	80
Figura 24	Tensão de Campo do Gerador 4 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Saída do Controlador Centralizado.	80
Figura 25	Ângulo do Gerador 4 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Entrada do Controlador Centralizado.	81
Figura 26	Tensão de Campo do Gerador 4 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Entrada do Controlador Centralizado.	81
Figura 27	Sistema Simplificado Australiano (PIARDI; RAMOS, 2015)	83
Figura 28	Ângulo do Gerador da Barra 101 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.	87
Figura 29	Tensão de Campo do Gerador da Barra 101 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.	87
Figura 30	Ângulo do Gerador da Barra 201 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.	88
Figura 31	Tensão de Campo do Gerador da Barra 201 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.	88
Figura 32	Ângulo do Gerador da Barra 202 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.	88
Figura 33	Tensão de Campo do Gerador da Barra 202 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.	89
Figura 34	Ângulo do Gerador da Barra 302 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.	89
Figura 35	Tensão de Campo do Gerador da Barra 302 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.	89
Figura 36	Ângulo do Gerador da Barra 401 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.	90
Figura 37	Tensão de Campo do Gerador da Barra 401 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.	90
Figura 38	Ângulo do Gerador da Barra 404 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.	90
Figura 39	Tensão de Campo do Gerador da Barra 404 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.	91
Figura 40	Ângulo do Gerador da Barra 502 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.	91
Figura 41	Tensão de Campo do Gerador da Barra 502 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.	91
Figura 42	Ângulo do Gerador da Barra 101 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Saída do Controlador Centralizado.	94
Figura 43	Tensão de Campo do Gerador da Barra 101 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Saída do Controlador Centralizado.	94
Figura 44	Ângulo do Gerador da Barra 201 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Saída do Controlador Centralizado.	95

Figura 45	Tensão de Campo do Gerador da Barra 201 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Saída do Controlador Centralizado.	95
Figura 46	Ângulo do Gerador da Barra 302 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Saída do Controlador Centralizado.	95
Figura 47	Tensão de Campo do Gerador da Barra 302 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Saída do Controlador Centralizado.	96
Figura 48	Ângulo do Gerador da Barra 401 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Saída do Controlador Centralizado.	96
Figura 49	Tensão de Campo do Gerador da Barra 401 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Saída do Controlador Centralizado.	96
Figura 50	Ângulo do Gerador da Barra 502 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Saída do Controlador Centralizado.	97
Figura 51	Tensão de Campo do Gerador da Barra 502 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Saída do Controlador Centralizado.	97
Figura 52	Ângulo do Gerador da Barra 101 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Entrada do Controlador Centralizado.	98
Figura 53	Tensão de Campo do Gerador da Barra 101 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Entrada do Controlador Centralizado.	98
Figura 54	Ângulo do Gerador da Barra 201 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Entrada do Controlador Centralizado.	99
Figura 55	Tensão de Campo do Gerador da Barra 201 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Entrada do Controlador Centralizado.	99
Figura 56	Ângulo do Gerador da Barra 302 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Entrada do Controlador Centralizado.	99
Figura 57	Tensão de Campo do Gerador da Barra 302 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Entrada do Controlador Centralizado.	100
Figura 58	Ângulo do Gerador da Barra 401 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Entrada do Controlador Centralizado.	100
Figura 59	Tensão de Campo do Gerador da Barra 401 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Entrada do Controlador Centralizado.	100
Figura 60	Ângulo do Gerador da Barra 502 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Entrada do Controlador Centralizado.	101
Figura 61	Tensão de Campo do Gerador da Barra 502 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Entrada do Controlador Centralizado.	101
Figura 62	Ângulo do Gerador da Barra 101 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Entrada do Controlador Centralizado.	102
Figura 63	Tensão de Campo do Gerador da Barra 101 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Entrada do Controlador Centralizado.	102

Figura 64	Ângulo do Gerador da Barra 201 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Entrada do Controlador Centralizado.	103
Figura 65	Tensão de Campo do Gerador da Barra 201 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Entrada do Controlador Centralizado.	103
Figura 66	Ângulo do Gerador da Barra 302 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Entrada do Controlador Centralizado.	103
Figura 67	Tensão de Campo do Gerador da Barra 302 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Entrada do Controlador Centralizado.	104
Figura 68	Ângulo do Gerador da Barra 401 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Entrada do Controlador Centralizado.	104
Figura 69	Tensão de Campo do Gerador da Barra 401 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Entrada do Controlador Centralizado.	104
Figura 70	Ângulo do Gerador da Barra 502 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Entrada do Controlador Centralizado.	105
Figura 71	Tensão de Campo do Gerador da Barra 502 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Entrada do Controlador Centralizado.	105
Figura 72	Ângulo do Gerador da Barra 101 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Saída do Controlador Centralizado.	106
Figura 73	Tensão de Campo do Gerador da Barra 101 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Saída do Controlador Centralizado.	106
Figura 74	Ângulo do Gerador da Barra 201 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Saída do Controlador Centralizado.	107
Figura 75	Tensão de Campo do Gerador da Barra 201 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Saída do Controlador Centralizado.	107
Figura 76	Ângulo do Gerador da Barra 302 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Saída do Controlador Centralizado.	107
Figura 77	Tensão de Campo do Gerador da Barra 302 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Saída do Controlador Centralizado.	108
Figura 78	Ângulo do Gerador da Barra 401 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Saída do Controlador Centralizado.	108
Figura 79	Tensão de Campo do Gerador da Barra 401 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Saída do Controlador Centralizado.	108
Figura 80	Ângulo do Gerador da Barra 502 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Saída do Controlador Centralizado.	109
Figura 81	Tensão de Campo do Gerador da Barra 101 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do <i>Link</i> da Saída do Controlador Centralizado.	109
Figura 82	Região Ω do Plano Complexo	125
Figura 83	Sinal de Saída do Controlador Centralizado para o Gerador 3	160

Figura 84	Tensão de Campo do Gerador 3	160
Figura 85	Ângulo do Gerador 3	160
Figura 86	Sinal de Saída do Controlador Centralizado para o Gerador 4	161
Figura 87	Tensão de Campo do Gerador 4	161
Figura 88	Ângulo do Gerador 4	161
Figura 89	Sinal de Saída do Controlador Centralizado para o Gerador 3	162
Figura 90	Tensão de Campo do Gerador 3	162
Figura 91	Ângulo do Gerador 3	163
Figura 92	Sinal de Saída do Controlador Centralizado para o Gerador 4	163
Figura 93	Tensão de Campo do Gerador 4	164
Figura 94	Ângulo do Gerador 4	164
Figura 95	Sinal de Saída do Controlador Centralizado para o Gerador 3	165
Figura 96	Tensão de Campo do Gerador 3	165
Figura 97	Ângulo do Gerador 3	166
Figura 98	Sinal de Controle do Gerador 4	166
Figura 99	Sinal de Saída do Controlador Centralizado para o Gerador 4	167
Figura 100	Ângulo do Gerador 4	167
Figura 101	Sinal de Saída do Controlador Centralizado para o Gerador 3	168
Figura 102	Tensão de Campo do Gerador 3	168
Figura 103	Ângulo do Gerador 3	169
Figura 104	Sinal de Saída do Controlador Centralizado para o Gerador 4	169
Figura 105	Tensão de Campo do Gerador 4	170
Figura 106	Ângulo do Gerador 4	170

Lista de tabelas

Tabela 1	Modos de Oscilação Dominantes do Sistema em Estudo	64
Tabela 2	Modos de Oscilação Dominantes do Sistema em Estudo com Controle Descentralizado	64
Tabela 3	Modos de Oscilação Dominantes do Sistema em Estudo com Controle em Dois Níveis	67
Tabela 4	Modos de Oscilação Dominantes do Sistema em Estudo para Múltiplos Pontos de Operação	70
Tabela 5	Amortecimento Mínimo do Sistema em Estudo para Múltiplos Pontos de Operação	71
Tabela 6	Amortecimento Mínimo de Cada Condição de Operação	72
Tabela 7	Amortecimento Mínimo do Sistema em Estudo Considerando Perdas de <i>Links</i> de Comunicação	76
Tabela 8	Amortecimento Mínimo de Cada Condição de Operação	77
Tabela 9	Casos de Operação do Sistema Australiano	82
Tabela 10	Amortecimento Mínimo do Sistema Australiano	84
Tabela 11	Amortecimento Mínimo do Sistema Australiano	84
Tabela 12	Amortecimento Mínimo do Sistema em Estudo para Múltiplos Pontos de Operação	86
Tabela 13	Amortecimento Mínimo do Sistema em Estudo Considerando Perdas de <i>Links</i> de Comunicação	93
Tabela 14	Amortecimento Mínimo de Cada Condição de Operação	94
Tabela 15	Menores Amortecimentos do Sistema Australiano para o Caso 1	134
Tabela 16	Menores Amortecimentos do Sistema Australiano para o Caso 2	134
Tabela 17	Menores Amortecimentos do Sistema Australiano para o Caso 3	135
Tabela 18	Menores Amortecimentos do Sistema Australiano para o Caso 4	135
Tabela 19	Menores Amortecimentos do Sistema Australiano para o Caso 5	135
Tabela 20	Menores Amortecimentos do Sistema Australiano para o Caso 6	136

Tabela 21 Amortecimento Mínimo do Sistema Australiano 136

Tabela 22 Menores Amortecimentos para Diferentes Atrasos de Tempo 157

Lista de siglas

AG Algoritmos Genéticos

AVR *Automatic Voltage Regulator*

DML Desigualdades Matriciais Lineares

LMI *Linear Matrix Inequalities*

LQR *Linear Quadratic Regulator*

PSS *Power System Stabilizer*

RAT Regulador Automático de Tensão

SEP Sistema Elétrico de Potência

Sumário

1	Introdução	29
1.1	Melhoria da Estabilidade Angular usando dados de Medição Fasorial Sin- cronizada	32
1.2	Objetivos da Pesquisa	34
1.2.1	Objetivos Gerais	34
1.2.2	Objetivos Específicos	34
1.3	Estrutura do Texto	35
1.4	Contribuições Científicas	36
2	Formulação do Problema	37
2.1	Formulação do Modelo Linearizado do Sistema	37
2.2	Modelo de Atrasos de Tempo	38
2.3	Modelo da Estrutura de Controle	40
2.4	Modelo de Malha Fechada	42
3	Métodos de Projeto	45
3.1	Método de Redução de Ordem	45
3.2	Abordagem baseada na Solução da Equação de Riccati	47
3.2.1	Algoritmo	51
3.3	Abordagem baseada em Desigualdades Matriciais Lineares	52
3.3.1	Algoritmo	55
3.4	Abordagem baseada em Algoritmos Genéticos	57
3.4.1	Algoritmo	58
3.4.2	Projeto Considerando Perdas de <i>Links</i> do Controlador Central	59
3.5	Procedimento de Avaliação das Abordagens	61
4	Resultados da Pesquisa	63
4.1	Equivalente Sul-Sudeste Brasileiro	63

4.1.1	Categoria 1	66
4.1.2	Categoria 2	70
4.1.3	Categoria 3	76
4.2	Sistema Australiano	82
4.2.1	Conjunto de Pontos de Operação	85
4.2.2	Conjunto de Pontos de Operação e Consideração de Perdas de <i>Links</i> de Comunicação com o Controlador Centralizado	92
5	Conclusões	111
5.1	Principais Contribuições	113
5.2	Perspectivas de Trabalhos Futuros	114
	Referências	117
	Apêndices	123
	APÊNDICE A Mapeamento do Semi-Plano Esquerdo na Região de Segurança	125
A.1	Demonstração do Teorema	125
A.1.1	Passo 1	126
A.1.2	Passo 2	127
A.1.3	Passo 3	129
	APÊNDICE B Sistema Australiano	133
B.1	Sistema Original	133
B.2	Sistema Modificado	136
	APÊNDICE C Estruturas de Controle	139
C.1	Estruturas de Controle do Sistema Sul-Sudeste Brasileiro	139
C.1.1	Categoria 1	139
C.1.2	Categoria 2	143
C.1.3	Categoria 3	146
C.2	Estruturas de Controle do Sistema Simplificado Australiano	147
C.2.1	Categoria 1	147
C.2.2	Categoria 2	153
	APÊNDICE D Avaliação da Aproximação de Padé de Segunda Ordem com a Função de Atraso de Tempo Ideal	155
D.1	Atraso de Tempo Puro	155
D.2	Aproximação de Padé	156
D.3	Projeto do Controlador via Modelo Linear	157

D.3.1	Controlador Centralizado para Diferentes Atrasos de Tempo	158
D.4	Análise Não Linear	159
D.4.1	Atraso de 50 ms	159
D.4.2	Atraso de 100 ms	162
D.4.3	Atraso de 200 ms	165
D.4.4	Atraso de 300 ms	168
D.5	Conclusões	171

CAPÍTULO 1

Introdução

O cenário da indústria elétrica nacional até 1995 era caracterizado como verticalizado, ou seja, uma empresa era responsável por todos os setores para a produção do produto final que no caso seria a energia elétrica e tal estrutura do setor elétrico tendia a ser segura por diversos motivos (MORISON; WANG; KUNDUR, 2004). O primeiro motivo era que o Sistema Elétrico de Potência (SEP) era planejado, projetado, construído e operado usualmente por monopólio estatal. Por se tratar de poucos proprietários, a geração e a transmissão de energia elétrica cresciam de acordo com a demanda planejada. Os sistemas de manutenção eram rígidos e estavam sujeitos a poucos e eventuais distúrbios devido a possibilidade de se prever as condições de operação do sistema (MORISON; WANG; KUNDUR, 2004).

A partir de 1995 houve abertura do mercado de energia elétrica para a privatização de certas empresas do setor elétrico que foram divididas por atividade: geração, transmissão, distribuição e comercialização de energia elétrica. Tal medida afetou o cenário do mercado de energia elétrica, agora competitivo. Como resultado, houve um grande número de geradores independentes injetando potência na rede e competindo entre si, aumento da geração distribuída e a exigência por alta confiabilidade e qualidade da energia. Assim, a complexidade da operação do sistema passou a ser considerada como um desafio (DYLLIACCO, 2002), (BALLANCE; BHARGAVA; RODRIGUEZ, 2003).

Distúrbios de grande porte como o *blackout* de 14 de agosto de 2003 (LISCOUSKI; ELLIOT, 2004) que afetaram diversos países como, por exemplo, Estados Unidos e Canadá e blackouts ocorridos no mesmo período em diversos países (Suécia, Alemanha, Itália, Suíça, Grécia, Rússia), que motivaram discussões relacionadas à operação confiável e segura do sistema elétrico (KLUMP; WILSON; MARTIN, 2005). Questões relacionadas com o envelhecimento da infra-estrutura do setor e a necessidade de melhores equipamentos para a monitoração e controle que aumentem a confiabilidade e segurança da operação do sistema tornaram-se prioridade.

Em virtude do crescimento do setor elétrico e de seus desafios houve a necessidade de automatizar as tomadas de decisão, que até então eram baseadas no julgamento de

seus operadores, a fim de garantir a operação contínua e segura. Os sistemas de proteção começaram a ser automatizados com a instalação de equipamentos de aquisição de dados e dispositivos (sensores, relés, disjuntores) remotamente controlados, com capacidade de processar informações de sistemas de aquisição e suporte de decisão.

Um dos sistemas tradicionais de aquisição de dados é o SCADA (do inglês, *Supervisory Control and Data Acquisition*). O sistema SCADA conecta a subestação, onde estão os equipamentos de medição, monitoramento e controle digitais ao centro de operação, onde são coletados, armazenados, apresentados e processados os dados, geralmente grandezas elétricas como tensão, corrente e potência elétrica. Este conjunto de dados em tempo real permite a tomada de decisões caso ocorram distúrbios no sistema. Técnicas disponíveis atualmente como a abordagem de inteligência artificial (SAMPAIO; BARROSO; LEAO, 2005) são capazes de extrair informações destes dados via sistema SCADA e auxiliam na tomada de decisão.

A necessidade de sistemas de medição de dados com taxas de amostragem superiores ao sistema SCADA e confiabilidade de aquisição de dados foram requisitos que deram origem aos Sistemas de Medição Fasorial Sincronizada (ou do inglês, *Synchronized Phasor Measurement Systems* (SPMS)), que apresentam-se como uma tecnologia promissora para as novas necessidades de monitoração e gerenciamento da segurança de grandes sistemas (ANDERSON et al., 2005).

Um SPMS é constituído por três elementos (EHRENSPERGER, 2004): Unidades de Medição Fasorial (do inglês, *Phasor Measurement Unit* (PMU)), Concentrador de Dados de Fasores (do inglês, *Phasor Data Concentrator* (PDC)) e Estruturas de Comunicação. A Figura 1 ilustra um exemplo de um SPMS. O PMU é responsável pela aquisição de dados em tempos definidos pelo GPS (do inglês, *Global Positioning System*) garantindo que os dados sejam sincronizados. Após a medição, o sinal passa por um microprocessador onde são realizadas as operações da Transformada Discreta de Fourier (TDF) para então os dados medidos estarem na forma de fasores (EHRENSPERGER, 2004). O Concentrador de Dados de Medição é responsável por receber estes fasores via canais de comunicação, que seguem geralmente o protocolo IEEE C37.118, e fazer o armazenamento centralizado destes dados em tempo real.

Embora os componentes do SPMS estejam bem definidos, o seu projeto apresenta diversos requisitos a serem definidos que tornam o SPMS diferenciado com relação aos outros já projetados. Entre os requisitos a se definir estão: sistema de armazenamento de dados, linguagem de programação, protocolo de comunicação, *hardware* e *software*, dentre outros.

Os SPMS também são denominados, do inglês, como *Wide Area Measurement Systems* (WAMS). Esta tecnologia permite a medição de sinais sincronizados em localizações remotas para que estejam disponíveis nos centros de controle (XIE et al., 2006), (DECKER et al., 2006). As vantagens do WAMS em relação ao sistema SCADA estão na capacidade

Figura 1 – Estrutura do SPMS (DOTTA, 2009)

de monitorar a dinâmica do SEP pois apresenta maior taxa de atualização de dados (60 fasores por segundo), sincronização no tempo e *links* de comunicação de alta velocidade. Uma das aplicações destes sinais remotos obtidos via o WAMS é o projeto de estruturas de controle mais eficientes (KAMWA; GERIN-LAJOIE; TRUDEL, 1998), (CHOW et al., 2000), (KAMWA; GRONDIN; HEBERT, 2001). Em (DOTTA; SILVA; DECKER, 2009b) é apresentado um projeto de controladores em dois níveis ou também denominados controladores hierárquicos para um sistema multimáquinas considerando atrasos de tempo nos dados de medição fasorial sincronizada obtidos via WAMS. Os resultados mostraram a eficiência do método frente a perturbações, tornando esta estrutura de controle numa alternativa viável e eficiente para a operação do SEP que apresente a tecnologia de WAMS.

Os WACS (do inglês, *Wide-Area stability and voltage Control System*) proposto em (TAYLOR et al., 2005) são uma alternativa aos tradicionais sistemas de controle de emergência e citados na literatura como *Special Protection Schemes* (SPS). Os SPSs são baseados na detecção direta de distúrbios pré-definidos e atuam por meio de lógicas pré-definidas. As principais desvantagens do SPSs são a capacidade de controlar somente eventos pré-definidos, complexidade e alto custo (TAYLOR et al., 2005).

O sistema WACS consiste de uma plataforma rápida e flexível para rejeição de geração e chaveamento de compensadores de reativo para a melhoria da estabilidade transitória. Para alcançar tal propósito, utiliza-se medição fasorial de sequência positiva, comunicação por fibra óptica, um computador para controle em tempo real e canais de comunicação para rejeição de geradores e chaveamento de banco de capacitores/indutores em linhas de 500 kV (TAYLOR et al., 2005).

Em oposição aos SPS, os sistemas baseados em WACS utilizam sensores estrategicamente posicionados para monitorar a resposta do sistema quando submetidos a eventuais distúrbios. WACS é um sistema de controle realimentado em que as ações de controle são determinadas e comandadas pela observação da resposta do sistema. Ações de controle, como rejeição de geradores e chaveamento de bancos de capacitores, são tomadas quando necessário.

Pesquisas recentes (CHAKRABORTTY; KHARGONEKAR, 2013) apontam como as principais aplicações do WACS em controle de SEP: amortecimento de modos de oscilação do SEP, estabilidade de tensão, localização de distúrbios e novos paradigmas de controle tal como o controle adaptativo.

Nos países ao norte da Europa: Noruega, Suécia, Finlândia e leste da Dinamarca há um protótipo de WACS implementado e testado desde 2011 (UHLEN et al., 2012). A principal aplicação deste WACS é no amortecimento dos modos de oscilação do sistema elétrico destes países. Para tanto o WACS utiliza sinais de ângulo de fase da tensão de dois locais distantes da rede da Noruega como entradas para o controlador de amortecimento. Testes de campo foram realizados durante novembro de 2011 e envolveram a desconexão e reconexão de uma linha de transmissão de 420 kV. Os resultados mostraram que o WACS atendeu satisfatoriamente as expectativas. Além disso, foi apontado como vantagem a escolha de diferentes PMU como sinais de entrada para o controlador com o objetivo de amortecer os modos de oscilação (UHLEN et al., 2012).

Entre os principais desafios apontados em (CHAKRABORTTY; KHARGONEKAR, 2013) ao projeto, instalação e expansão dos WACS estão:

- ❑ Escalabilidade: determinar o número de PMUs suficientes para o objetivo de aplicação e os esquemas de controle capazes de lidar com os grandes volumes de dados;
- ❑ Processamento em tempo real: uma vez que haveria uma grande quantidade de pontos de medição, seria necessário que o controlador lidasse com formatação dos dados, perda de dados, dados incorretamente alinhados e gerenciamento do banco de dados;
- ❑ Mecanismos de comunicação: o maior desafio é integrar todos os sistemas do SEP mais o WACS segundo um protocolo sem que haja comprometimento da qualidade dos dados.

1.1 Melhoria da Estabilidade Angular usando dados de Medição Fasorial Sincronizada

Através dos WAMS, sinais sincronizados com uma elevada taxa de amostragem podem ser medidos, em um determinado ponto, e enviados para processamento em um controlador localizado em uma subestação distante do local de medição, ou em um centro de operação do sistema elétrico. A possibilidade de acesso a diversos sinais sincronizados e distantes geograficamente abre a possibilidade de estudos de novos esquemas de controle para sistemas elétricos.

O conjunto de medidas disponibilizadas pelo PMU são grandezas elétricas como magnitudes e ângulos de tensão e corrente das barras onde estão instalados os dispositivos. No

entanto, grandezas como o ângulo e a velocidade angular de uma máquina síncrona, importantes para a melhoria da estabilidade angular, podem ser estimadas (XIAOCHEN HU; YUANZHANG SUN; JIANYUN ZHANG, 2005; DEL ANGEL et al., 2007; JHA; CHAKRABARTI; KYRIAKIDES, 2015). Assim, a velocidade do rotor poderia, também, ser utilizada como sinal de controle.

Em se tratando de estabilidade angular a pequenas perturbações, um dos problemas mais relevantes está relacionado aos efeitos do controle de excitação no amortecimento de oscilações que caracterizam o fenômeno da estabilidade. Esse efeito tem sido uma preocupação permanente, e a sua ocorrência encontra-se no fato de que, sob condições de operação com carga pesada e sistema externo fraco, o amortecimento gerado pelo Regulador Automático de Tensão (RAT) ou *Automatic Voltage Regulator* (AVR) pode ser negativo (DEMELLO; CONCORDIA, 1969). A fim de evitar isso procura-se adicionar dispositivos suplementares de amortecimento para incrementar a segurança do sistema (CHOW et al., 2000).

Em virtude desta preocupação constante na área de estabilidade angular e a disponibilidade de dados de medição fasorial sincronizada, estruturas de controle capacitadas a processar informações remotas vem recebendo atenção a fim de garantir a estabilidade de grandes sistemas de potência (KAMWA; GRONDIN; HEBERT, 2001; NI; HEYDT; MILI, 2002; OKUO; DESSAINT; AKHRIG, 2005; DOTTA; SILVA; DECKER, 2009b).

Em (DOTTA; SILVA; DECKER, 2009b) é apresentada uma estrutura de controle hierárquica, ou em dois níveis, Figura 2, que é composta pela convencional estrutura descentralizada de controles locais com um controle central alimentado por sinais remotos considerando atrasos de tempo dos canais de comunicação do controlador centralizado.

Figura 2 – Estrutura Hierárquica (DOTTA, 2009)

Os principais desafios no projeto destas estruturas de controle são

- Atrasos de tempo nos canais de comunicação;

- ❑ Utilização de conceitos e métodos de projeto de sistema multivariáveis;
- ❑ Assegurar a robustez frente a mudanças na configuração do sistema.

Um problema adicional nestas estruturas de controle é o fato que os canais de comunicação que conectam o controlador central ao sistema elétrico e responsáveis pelo transporte de sinais remotos podem apresentar falhas que pode comprometer a estabilidade do sistema de potência (BAILLIEUL; ANTSAKLIS, 2007). Assim, nos estudos de projeto de controladores centralizados, deve ser levado em consideração as possíveis perdas de *links* de comunicação na entrada e na saída deste controlador.

1.2 Objetivos da Pesquisa

1.2.1 Objetivos Gerais

O objetivo principal é comparar abordagens de projeto para controladores em dois níveis utilizando sinais de medição fasorial sincronizada com atraso de tempo. Há resultados na literatura para o projeto de controladores em dois níveis utilizando a teoria de resolução da equação de Riccati (DOTTA; SILVA; DECKER, 2009b). Pretende-se nesta pesquisa utilizar as teorias de Desigualdades Matriciais Lineares (DML) ou *Linear Matrix Inequalities* (LMI) e Algoritmos Genéticos (AG) para se projetar o controlador em dois níveis.

1.2.2 Objetivos Específicos

- ❑ Utilizar as teorias de Solução da Equação de Riccati, Desigualdades Matriciais Lineares e Algoritmos Genéticos para o projeto de controladores em dois níveis;
- ❑ Projetar controladores robustos às variações de carga e de topologias da rede e, além disso, considerar perdas de *links* de comunicação da entrada e da saída do controlador central com a planta;
- ❑ Considerar atrasos de tempo nos canais de comunicação na entrada e na saída do controlador centralizado;
- ❑ Comparar as três abordagens de projeto quanto à robustez e desempenho frente a perturbações (sistemas lineares e não-lineares);
- ❑ Discutir aplicabilidade dos métodos selecionados para futuros projetos de controladores utilizando dados de medição fasorial sincronizada.

1.3 Estrutura do Texto

A fim de tornar claro a compreensão desta pesquisa, a estrutura desta dissertação é a que se segue:

- **Capítulo 2:** A modelagem matemática do sistema é apresentada apontando o modelo linear e modelo de atrasos de tempo considerado para o projeto de controladores centralizados. Além disso, a estrutura de controle centralizado é descrita indicando o que deverá ser determinado pelas abordagens e os requisitos de projeto;
- **Capítulo 3:** É apresentado neste capítulo as três abordagens utilizadas para o projeto de controladores centralizados nesta pesquisa a fim de serem comparadas. Os algoritmos são apresentados apontando a capacidade ou não de considerar robustez de projeto de variações de carga e de topologia da rede bem como a perda de *links* de comunicação de entrada e de saída do controlador centralizado. Além disso, a seção final apresenta as métricas de comparação das três abordagens no estudo de estabilidade angular desta pesquisa;
- **Capítulo 4:** É apresentado a avaliação dos resultados encontrados para a aplicação das três abordagens em dois Sistemas Elétricos de Potência: o Equivalente Sul-Sudeste Brasileiro e o Sistema Simplificado Australiano de 14 Geradores. São realizadas análises modais e simulações não lineares dos sistemas com os controladores projetados. Avalia-se neste capítulo as limitações e benefícios de cada um dos métodos nas aplicações.
- **Capítulo 5:** São apresentados as conclusões gerais da pesquisa, apontando tanto as limitações e benefícios de cada abordagem de projeto de controladores como os futuros trabalhos que podem ser realizados neste campo de pesquisa.

Além dos capítulos mencionados, há quatro apêndices com informações adicionais sobre o conteúdo apresentado nos capítulos. Tais apêndices serão corretamente referenciados ao longo dos capítulos.

1.4 Contribuições Científicas

Artigos científicos foram produzidos pelo candidato durante a execução deste trabalho, em parceria com o grupo de pesquisa coordenado pelo orientador.

Os artigos já publicados são apresentados abaixo:

- ❑ BENTO, M. E. C.; RAMOS, R. A.; CASTOLDI, M. F. Design of Power Systems Stabilizers for Distributed Synchronous Generators Using Linear Matrix Inequality Solvers. *2015 IEEE Power & Energy Society General Meeting*, p. 1-5, 2015.
- ❑ BENTO, M. E. C.; RAMOS, R. A.; DOTTA, D. Projeto de Controladores em Dois Níveis via Desigualdades Matriciais Lineares usando Sinais de Medição Fasorial Sincronizada com Atraso de Tempo. *XI Latin-American Congress on Electricity Generation and Transmission*, p. 1-6, 2015.
- ❑ BENTO, M. E. C.; RAMOS, R. A.; BORGES, R. C. Projeto de Estabilizadores de Sistemas de Potência para Geradores Síncronos Distribuídos usando Otimização por Enxame de Partículas. *XI Latin-American Congress on Electricity Generation and Transmission*, p. 1-6, 2015.

Além disso, um artigo referente à pesquisa de mestrado foi recentemente aceito em um congresso internacional com política rigorosa de seleção de artigos e cuja realização será em julho de 2016:

- ❑ BENTO, M. E. C.; DOTTA, D.; RAMOS, R. A. Performance Analysis of Wide Area Damping Control Design Methods. *2016 IEEE Power & Energy Society General Meeting*, p. 1-5, 2016.

Formulação do Problema

Esta seção irá descrever a modelagem matemática dos principais componentes empregados nesta pesquisa a fim de se projetar o controlador centralizado desta pesquisa. O capítulo inicia com a descrição do modelo do sistema elétrico, seção 2.1, em seguida a seção 2.2 descreve o modelo matemático de atraso tempo empregado e como ele é incorporado ao sistema. A estrutura de controle centralizada é apresentada logo na sequência na seção 2.3 apontando o que deverá ser determinado pelas abordagens de projeto. Por fim, o modelo de malha fechada é apresentado na seção 2.4 indicando os requisitos que devem ser atendidos pelas abordagens de projeto.

2.1 Formulação do Modelo Linearizado do Sistema

O modelo do Sistema de Potência é descrito por um conjunto de equações algébrico-diferenciais que descrevem os geradores, controladores descentralizados, reguladores de tensão, cargas, dentre outros dispositivos conectados à rede. Linearizando estas equações ao redor de um ponto de equilíbrio, eliminando as variáveis algébricas e definindo x , u e y como os vetores de estado, entrada e saída respectivamente, o modelo do Sistema de Potência é dado por (KUNDUR, 1994):

$$\dot{x} = A\Delta x + B\Delta u \quad (1)$$

$$\Delta y = C\Delta x \quad (2)$$

onde $\Delta x \in \mathbb{R}^n$, $\Delta u \in \mathbb{R}^p$ e $\Delta y \in \mathbb{R}^q$ representam os desvios de estado, de entrada e de saída do sistema com relação ao ponto de equilíbrio de x_e ($\Delta x = x - x_e$), u_e ($\Delta u = u - u_e$) e y_e ($\Delta y = y - y_e$) respectivamente, no qual foi feita a linearização. Além disso, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times p}$ e $C \in \mathbb{R}^{q \times n}$.

O vetor de entrada u é composto pelos sinais de controle (VCC) provenientes do controlador centralizado que entrarão no comparador do regulador de tensão e o vetor de saída y é composto pelos sinais de desvio de velocidade ($\Delta\omega$) que serão entradas do controlador centralizado.

Deve-se ressaltar que o modelo do sistema (A, B, C) é composto pelos controladores descentralizados, ou locais, e o controlador que será projetado através das três abordagens será o centralizado, compondo-se, assim, uma estrutura de controle em dois níveis.

2.2 Modelo de Atrasos de Tempo

Umas das características da pesquisa é a consideração de atrasos de tempo na transmissão de sinais na entrada e na saída do controlador centralizado. Estipulou-se que os sinais de velocidade que serão entradas do controlador central serão obtidos via Medição Fasorial Sincronizada e uma das técnicas presentes na literatura capaz de estimar estes desvios de velocidade dos geradores (XIAOCHEN HU; YUANZHANG SUN; JIANYUN ZHANG, 2005; DEL ANGEL et al., 2007; JHA; CHAKRABARTI; KYRIAKIDES, 2015).

O controlador centralizado irá trabalhar com sinais remotos suscetíveis a atrasos de tempo presentes nos canais de comunicação que podem comprometer o desempenho do controlador central, podendo inclusive causar instabilidade no sistema.

Assim sendo, considerou-se atrasos de tempo tanto na entrada como na saída do controlador centralizado. No entanto, devido à dificuldade em se representar um atraso de tempo puro matematicamente, os atrasos de tempo são usualmente modelados por uma aproximação de Padé (CHOW et al., 2000). Em (DOTTA; SILVA; DECKER, 2009b) considerou-se uma aproximação de Padé de segunda ordem por apresentar melhores resultados. O Apêndice D apresenta uma análise comparativa entre a aproximação de Padé de segunda ordem e o atraso de tempo puro em simulações não lineares no *software* ANATEM.

Como pode ser observado no Apêndice D, houve similaridade entre as respostas angulares para atrasos de tempo de até 300 ms. Uma vez que em (TAYLOR et al., 2005) estimou-se um atraso de tempo de 116 ms nos canais de comunicação, então os atrasos de tempo modelados por uma aproximação de Padé de segunda ordem apresentam uma eficácia em representar o atraso de tempo puro para a aplicação de projeto de controladores com sinais remotos.

Tal aproximação de Padé de segunda ordem para um determinado atraso de tempo é definida pela função de transferência:

$$G_P(s) = \frac{6 - 2Ts}{6 + 4Ts + (sT)^2} \quad (3)$$

onde T é o atraso de tempo em segundos. A partir desta função de transferência é possível obter o modelo em espaço de estados linearizado através da representação

$$A_d = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{6}{T^2} \\ 1 & -\frac{4}{T} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$B_d = \begin{bmatrix} \frac{6}{T^2} \\ -\frac{2}{T} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$C_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$D_d = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Assim, o modelo linearizado é definido como

$$\dot{x}_d = A_d x_d + B_d u_d \quad (8)$$

$$y_d = C_d x_d + D_d u_d \quad (9)$$

onde x_d é o vetor de estado de atraso de tempo, u_d é o vetor de entrada e y_d é o vetor de saída.

Deve-se ressaltar aqui que considerou-se um atraso de tempo fixo (T) que é especificação das equações (3)-(9). No entanto, em se tratando de controladores que operam com sinais remotos de diferentes localizações e, conseqüentemente, com atrasos distintos, podem ser incorporados dispositivos que são responsáveis por receber e transmitir os sinais de desvio de velocidade e de controle até o atraso de tempo especificado (T). Assim, se o sinal estiver disponível para este dispositivo antes de um atraso de tempo estipulado (T), este sinal é retido e transmitido somente quando cumpriu o período de atraso de tempo especificado.

Considerou-se atrasos de tempo na entrada e na saída do controlador centralizado como pode ser observado na Figura 2. Assim, a representação do sistema em estudo com atraso de tempo na entrada e na saída do controlador centralizado é

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A}\bar{x} + \bar{B}\bar{u} \quad (10)$$

$$\bar{y} = \bar{C}\bar{x} \quad (11)$$

onde

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} x \\ x_{d_i} \\ x_{d_o} \end{bmatrix} \quad (12)$$

e

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & BC_{d_i} & 0 \\ 0 & A_{d_i} & 0 \\ B_{d_o}C & 0 & A_{d_o} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} BD_{d_i} \\ B_{d_i} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} D_{d_o}C & 0 & C_{d_o} \end{bmatrix} \quad (15)$$

onde o índice i e o denotam a entrada e a saída de atraso de tempo no sistema respectivamente e $\bar{A} \in \mathbb{R}^{r \times r}$, $\bar{B} \in \mathbb{R}^{r \times p}$ e $\bar{C} \in \mathbb{R}^{q \times r}$.

2.3 Modelo da Estrutura de Controle

O objetivo da pesquisa é um sistema operando como uma estrutura de controle hierárquica, ou dois níveis. Considerou-se o controle descentralizado já presente na modelagem do sistema (1)-(2). O projeto consistiu em determinar o controlador centralizado para o sistema. A representação em espaço de estados para este controlador centralizado pode ser definida por:

$$\dot{x}_c = A_c x_c + B_c u_c \quad (16)$$

$$y_c = C_c x_c + D_c u_c \quad (17)$$

onde x_c é a vetor de estado do controlador, u_c é o vetor de sinais de estabilização, y_c é o vetor de saídas do controlador, $A_c \in \mathbb{R}^{m \times m}$, $B_c \in \mathbb{R}^{m \times q}$, $C_c \in \mathbb{R}^{p \times m}$ e $D_c \in \mathbb{R}^{p \times q}$.

Deve-se esclarecer que em tal controlador centralizado cada sinal de controle é o resultado do processamento dos diversos sinais medidos caracterizando uma estrutura de controle multivariável (MIMO - *Multiple Input Multiple Output*).

Além desta modelagem em espaço de estados, a estrutura de controle pode ser modelada por uma matriz de funções de transferência

$$\mathbf{CC}(s) = \begin{bmatrix} cc_{11}(s) & cc_{12}(s) & \cdots & cc_{1q}(s) \\ cc_{21}(s) & cc_{22}(s) & \cdots & cc_{2q}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ cc_{p1}(s) & cc_{p2}(s) & \cdots & cc_{pq}(s) \end{bmatrix} \quad (18)$$

onde q e p são o número de entradas e saídas do controlador centralizado, respectivamente. Para o controlador descentralizado, esta matriz é diagonal com $p = q$.

As funções de transferência $cc_{ij}(s)$ são escolhidas como

$$cc_{ij} = \frac{b_{m-1}s^{m-1} + \cdots + b_1s + b_0}{s^m + a_{m-1}s^{m-1} + \cdots + a_1s + a_0} + \epsilon \quad (19)$$

onde $i = 1, \dots, p$, $j = 1, \dots, q$, a , b e ϵ são escalares.

As funções de transferência cc_{ij} são escolhidas como

$$cc_{ij} = \frac{h_{ij}(s)}{d_i(s)} + \epsilon_{ij} \quad (20)$$

onde $d_i(s)$ e $h_{ij}(s)$ são dados por

$$d_i(s) = s^m + a_{m-1}^i s^{m-1} + a_{m-2}^i s^{m-2} + \cdots + a_0^i \quad (21)$$

$$h_{ij}(s) = b_{m-1}^{ij} s^{m-1} + b_{m-2}^{ij} s^{m-2} + \cdots + b_0^{ij} \quad (22)$$

onde $i = 1, \dots, p$, $j = 1, \dots, q$ e m é a ordem da função de transferência.

Através destas funções de transferência, as matrizes A_c , B_c , C_c e D_c podem ser representadas em sua forma canônica observável

$$A_c = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & A_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & A_m \end{bmatrix} \quad (23)$$

onde

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & -a_0^i \\ 1 & \cdots & 0 & -a_1^i \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 & -a_{m-1}^i \end{bmatrix} \quad (24)$$

onde $i = 1, \dots, m$.

$$B_c = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_m \end{bmatrix} \quad (25)$$

onde

$$B_i = \begin{bmatrix} b_0^{i1} & b_0^{i2} & \cdots & b_0^{iq} \\ b_1^{i1} & b_1^{i2} & \cdots & b_1^{iq} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m-1}^{i1} & b_{m-1}^{i2} & \cdots & b_{m-1}^{iq} \end{bmatrix} \quad (26)$$

onde $i = 1, \dots, m$.

$$C_c = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & \cdots & C_i \end{bmatrix} \quad (27)$$

onde

$$C_i = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & e_i \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

onde $i = 1, \dots, m$ e e_i é a i -ésima coluna da matriz identidade I_m .

$$D_c = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \cdots & \epsilon_{1q} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \cdots & \epsilon_{2q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \epsilon_{p1} & \epsilon_{p2} & \cdots & \epsilon_{pq} \end{bmatrix} \quad (29)$$

Assim, a partir desta forma canônica observável a matriz C_c já estaria determinada. Além disso, se os polos do controlador também já forem definidos a matriz A_c também já pode ser determinada através das equações (23)-(24). O objetivo de projeto consistiria em obter as matrizes B_c e D_c .

2.4 Modelo de Malha Fechada

Considerando o modelo do sistema com atrasos de tempo na entrada e na saída do sistema (13)-(15) e o controlador centralizado (16)-(17), o modelo de malha fechada pode ser representado por:

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{x}} \\ \dot{x}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} + \bar{B}D_c\bar{C} & \bar{B}C_c \\ B_c\bar{C} & A_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ x_c \end{bmatrix} \quad (30)$$

Definindo

$$\tilde{x} = \begin{bmatrix} \bar{x} \\ x_c \end{bmatrix} \quad (31)$$

tem-se

$$\dot{\tilde{x}} = \tilde{A}\tilde{x} \quad (32)$$

onde

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} \bar{A} + \bar{B}D_c\bar{C} & \bar{B}C_c \\ B_c\bar{C} & A_c \end{bmatrix} \quad (33)$$

Uma das exigências dos métodos de projeto é garantir que todos os autovalores da matriz de malha fechada ($\tilde{A}$) apresentem parte real negativa, requisito de estabilidade (KUNDUR, 1994). Além disso, pode ser incorporado como requisito de desempenho que

o sistema de malha fechada apresente um amortecimento mínimo ζ_0 para todos os autovalores do modelo linear ($\tilde{A}$). Já foi demonstrado em (GOMES; MARTINS; PORTELA, 2002) que um amortecimento mínimo de 5% é satisfatório como margem de segurança do sistema. Um requisito adicional é que o sistema com o controlador em dois níveis apresente um desempenho superior ao obtido se tivesse operando somente com o controlador descentralizado.

Métodos de Projeto

As abordagens utilizadas com o intuito de se projetar controladores centralizados a um sistema são apresentadas neste capítulo. Foram utilizadas três abordagens: resolução da equação de Riccati, Desigualdades Matriciais Lineares e Algoritmos Genéticos. Além de garantir a estabilidade angular aos sistemas, os controladores projetados devem ser robustos a variações de carga, topologia dos sistemas e perda de *links* de comunicação.

Na Seção 3.1 é apresentado um método de redução de ordem do sistema elétrico a fim de reduzir o custo computacional da aplicação das abordagens de projeto de controladores. A Seção 3.2 descreve a abordagem baseada na resolução da equação de Riccati incluindo as incertezas do sistema. O método baseado em desigualdades matriciais lineares é apresentado na Seção 3.3 incluindo o método de redução de ordem do controlador centralizado obtido. A Seção 3.4 apresenta a abordagem baseada em algoritmos genéticos incluindo o procedimento de inclusão do requisito de estabilidade para perda de *links* de comunicação do controlador centralizado.

3.1 Método de Redução de Ordem

Sistemas elétricos frequentemente são de grande porte e a fim de se aplicar abordagens de projeto de controladores com melhora no processo de convergência exige-se a aplicação de métodos de redução de ordem que capturem as dinâmicas essenciais do sistema.

Para esta pesquisa, aplicou-se o método de redução de ordem baseado no balanceamento modal apresentado em Moore (MOORE, 1981) para reduzir o sistema de potência e, assim, projetar o controlador centralizado. Esta abordagem é baseada na representação do sistema permitindo a identificação dos estados fracamente acoplados com as entradas e saídas do sistema.

Estados fracamente acoplados são entendidos como aqueles que dificilmente podem ser controlados ou observados a partir dos pontos de entrada e saída do sistema em estudo. Em função disso, eles podem ser descartados para a obtenção do modelo de

ordem reduzida, que captura as características do sistema original do ponto de vista de entradas e saídas.

Nas três abordagens de projeto de controlador centralizado em análise nesta pesquisa, a redução de ordem auxilia na melhoria do processo de convergência e não apresentam limitações quanto ao método de redução adotado. Assim, utilizou-se o método de redução baseado em balanceamento modal onde somente os estados pouco controláveis ou observáveis do ponto de vista das entradas e saídas do sistema são removidos.

A fim de entender o processo de redução, considere o modelo linear invariante no tempo do sistema elétrico

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (34)$$

$$y = Cx + Du \quad (35)$$

com os gramianos de controlabilidade e observabilidade, dados respectivamente por W_c e W_o . Sendo a transformação de similaridade dada por $\bar{x} = Tx$, onde T é a matriz de transformação, o seguinte modelo equivalente pode ser obtido

$$\dot{\bar{x}} = TAT^{-1}\bar{x} + TBu \quad (36)$$

$$y = CT^{-1}\bar{x} + Du \quad (37)$$

onde os gramianos de controlabilidade e observabilidade são dados, respectivamente por

$$\bar{W}_c = TW_cT^t \quad (38)$$

$$\bar{W}_o = (T^{-1})^tW_oT^{-1} \quad (39)$$

onde o índice t indica matriz transposta.

O objetivo principal do método é encontrar uma transformação de similaridade que iguale os gramianos de observabilidade (W_o) e controlabilidade (W_c), tal que $\bar{W}_c = \bar{W}_o = \text{diag}(g)$, onde o vetor g contém a quantidade de energia de cada estado, do ponto de vista de entrada e saída. Um algoritmo que calcula a transformação balanceada no espaço de estados é usada para determinar a matriz T . Este algoritmo é baseado no cálculo dos fatores de Cholesky, sendo apresentado em detalhes em (LAUB et al., 1987).

Com a informação da quantidade de energia correspondente de cada estado armazenado do vetor g , deve-se estabelecer um critério de seleção, separando-se os estados em dois grupos diferentes. O vetor x_1 armazena os estados com maior energia e o vetor x_2 , os estados com menor energia e que devem ser descartados. Assim, o sistema linear é dividido em duas partes

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u \quad (40)$$

$$y = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + Du \quad (41)$$

Como a energia dos estados representados em x_2 é baixa, a derivada de x_2 é considerada zero. A equação resultante é manipulada de tal forma que o vetor x_2 possa ser escrito em função de x_1 . Substituindo-se essa equação do sistema linear acima, tem-se, como resultado, o sistema de ordem reduzida, representado por

$$\dot{x}_1 = \left[A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21} \right] x_1 + \left[B_1 - A_{12}A_{22}^{-1}B_2 \right] u \quad (42)$$

$$y = \left[C_1 - C_2A_{22}^{-1}A_{21} \right] x_1 + \left[D - C_2A_{22}^{-1}B_2 \right] u \quad (43)$$

ou

$$\dot{x}_1 = A^{red}x_1 + B^{red}u \quad (44)$$

$$y = C^{red}x_1 + D^{red}u \quad (45)$$

onde

$$A^{red} = A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21} \quad (46)$$

$$B^{red} = B_1 - A_{12}A_{22}^{-1}B_2 \quad (47)$$

$$C^{red} = C_1 - C_2A_{22}^{-1}A_{21} \quad (48)$$

$$D^{red} = D - C_2A_{22}^{-1}B_2 \quad (49)$$

3.2 Abordagem baseada na Solução da Equação de Riccati

O problema de Regulador Quadrático Linear (RQL) ou, do inglês, *Linear Quadratic Regulator* (LQR) é aplicado em muitas áreas de pesquisa em sistemas elétricos. O índice de desempenho é um funcional e sua minimização é alcançada pela solução da equação de Riccati com restrições estruturais de realimentação de saídas (SIMOES COSTA; FREITAS; SILVA, 1997; DOTTA; SILVA; DECKER, 2009a).

Este método de projeto foi originalmente apresentando em (GEROMEL, 1987) e seu uso para o projeto de controladores em dois níveis usando sinais de medição fasorial sincronizada foi apresentando em (DOTTA; SILVA; DECKER, 2009b). Este método leva

em consideração a existência de restrições estruturais a serem impostas na estratégia de controle tais como a descentralização e a realimentação de saídas.

A partir do modelo linear do sistema com inclusão do modelo de atraso de tempo, equações (10)-(11) e posterior redução, equações (42)-(49), e do modelo da estrutura de controle a ser obtida, equações (16)-(17), pode-se definir as matrizes

$$A_a = \begin{bmatrix} \bar{A}^{red} & \bar{B}^{red}C_c \\ 0 & A_c \end{bmatrix} \quad (50)$$

$$B_a = \begin{bmatrix} \bar{B}^{red} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (51)$$

$$C_a = \begin{bmatrix} \bar{C}^{red} & 0 \end{bmatrix} \quad (52)$$

$$G_a = \begin{bmatrix} -D_c \\ -B_c \end{bmatrix} \quad (53)$$

e o vetor de estados aumentado $x_a = \begin{bmatrix} x^T & x_c^T \end{bmatrix}^T$. Assim o sistema aumentado pode ser definido por

$$\dot{x}_a = A_a x_a + B_a u_a \quad (54)$$

$$y_a = C_a x_a \quad (55)$$

Este processo transforma o problema de realimentação de saída dinâmica em um problema de saída estática com realimentação de saída $u_a = -G_a y_a$ ou $u_a = -G_a C_a x_a$. Se as matrizes A_c e C_c estão na forma canônica observável e os polos do controlador centralizado estão fixos então as matrizes A_a , B_a e C_a são conhecidas. As matrizes D_c e B_c correspondentes aos ganhos e zeros do controlador centralizado devem ser determinados dos ganhos de saída estáticos. Portanto, o problema de compensador dinâmico é reduzido para um problema de realimentação de saída constante.

Este problema pode ser resolvido por um problema ótimo de restrições estruturais (GEROMEL, 1987). Tal problema consiste em determinar uma estratégia de controle que minimize um índice de desempenho quadrático

$$J(x_a, u_a) = \frac{1}{2} \int_0^\infty (x_a^T Q x_a + u_a^T R u_a) dt \quad (56)$$

onde a matriz positiva semi-definida Q e a matriz positiva definida R são matrizes de pesos.

A solução do problema de controle ótimo com restrições estruturais é obtida através da equação de Riccati generalizada (GEROMEL, 1987)

$$A_a^T P + P A_a - P B_a R^{-1} B_a^T P + Q + L^T R L = 0 \quad (57)$$

onde L é a matriz que é usada para direcionar a solução até que as restrições estruturais sejam satisfeitas.

Em (DOTTA; SILVA; DECKER, 2009b) foi utilizado este método para o projeto de um controlador centralizado usando sinais de medição fasorial sincronizada. No entanto, tal método projeta um controlador para um determinado ponto de operação e não considera robustez a variações de parâmetros do sistema decorrentes de variação de carga ou topologia do sistema.

A fim de projetar um controlador que seja robusto a variações de parâmetros pode-se incorporar a teoria de incertezas (TRINH; ALDEEN, 1993) ao método (DOTTA; SILVA; DECKER, 2009b). Considerando um sistema elétrico composto por N subsistemas, cada um associado a um ponto de operação. Deixe $x_i \in \mathbb{R}^{n_i}$, $u_i \in \mathbb{R}^{m_i}$ e $y_i \in \mathbb{R}^{w_i}$ os vetores de estado, controle e saída do i -ésimo subsistema respectivamente e $\sum_{i=1}^N n_i = n$, $\sum_{i=1}^N m_i = m$ e $\sum_{i=1}^N w_i = w$. Então o i -ésimo subsistema pode ser descrito por

$$\dot{x}_i(t) = [A_{ii} + \Delta A_{ii}(r(t))]x_i(t) + B_i u_i(t) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N [A_{ij} + \Delta A_{ij}(r(t))]x_j(t) \quad (58)$$

$$y_i(t) = C_i x_i(t) \quad (59)$$

onde $i = 1, \dots, N$ e $A_{ij} \in \mathbb{R}^{n_i \times n_j}$, $B_i \in \mathbb{R}^{n_i \times m_i}$ e $C_i \in \mathbb{R}^{w_i \times n_i}$ ($i, j = 1, \dots, N$) são matrizes reais constantes. Deixe as incertezas de parâmetros satisfazerem as seguinte condição

$$\Delta A_{ij}(r(t)) = B_i G_{ij}(r(t)) \quad (60)$$

onde $i, j = 1, \dots, N$ e $\Delta A_{ij}(r(t)) \in \mathbb{R}^{n_i \times n_j}$ são as incertezas estruturais em A_{ij} respectivamente. A matriz $G_{ij} \in \mathbb{R}^{m_i \times n_j}$ é dependente das incertezas e é função contínua de $r(t)$.

O sistema (58-59) pode ser reescrito numa forma mais compacta como

$$\dot{x} = [A + \Delta A(r(t))]x(t) + Bu(t) \quad (61)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (62)$$

onde $x = \begin{bmatrix} x_1^T & \dots & x_N^T \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^n$ é um vetor de estado global, $u = \begin{bmatrix} u_1^T & \dots & u_N^T \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^m$ é um vetor de controle global, $y = \begin{bmatrix} y_1^T & \dots & y_N^T \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^w$ é um vetor de saída global e $A = (A_{ij}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B = \text{diag}(B_1, \dots, B_N) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ e $C = \text{diag}(C_1, \dots, C_N) \in \mathbb{R}^{w \times n}$ são matrizes reais constantes.

Similarmente, a equação (60) pode ser reescrita como

$$\Delta A(r(t)) = BG(r(t)) \quad (63)$$

onde

$$\Delta A(r(t)) = (\Delta A_{ij}(r(t))) \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad (64)$$

O problema de realimentação de saída constante consiste na resolução da equação generalizada de Riccati, equação (57). A fim de lidar com incertezas com a matriz A , deve-se escolher apropriadamente as matrizes R e Q .

Para o caso onde não há incertezas associadas com a matriz de entrada de controle B , a matriz de pesos de controle R é escolhida como (TRINH; ALDEEN, 1993)

$$R = \frac{1}{1 + \eta} I_m \quad (65)$$

onde I_m é a matriz identidade, $\eta > 1$ é um número escalar real e a matriz de pesos de estados Q é dividida em duas partes, ou seja, $Q = Q_1 + Q_2$. Então a matriz Q_1 é escolhida para refletir as incertezas da matriz de estados A como

$$Q_1 \succ G^T(r(t))G(r(t)) \quad (66)$$

para $\forall r(t) \in \mathbb{R}$. A matriz de incertezas $G(r(t))$ pode ser particionada como

$$G(r(t)) = \sum_{i=1}^N r_i(t) G_i \quad (67)$$

onde $G_i \in \mathbb{R}^{m \times n}$ são matrizes constantes, $|r_i(t)| \leq \bar{r}_i$, $\forall i \in N$, onde $\bar{r}_i$ is o limite máximo em $r_i(t)$ e N é a dimensão do vetor de incertezas $r(t)$. A escolha da matriz Q_1 pode ser realizada como

$$Q_1 = \sum_{i=1}^N N \bar{r}_i^2 G_i^T G_i + \rho I_n \quad (68)$$

onde ρ é um número real.

A matriz G_i pode ser determinada da equação por

$$G_i = (|B_i|^T |B_i|)^{-1} |B_i|^T |\Delta A_i| \quad (69)$$

admitindo um valor conhecido de ΔA_i e um conjunto N de pontos de operação ($i = 1, \dots, N$).

Assim, pelo que foi exposto é possível projetar um controlador central robusto a variações de parâmetros admitindo os pesos corretos das matrizes R e Q para resolver a equação generalizada de Riccati. A próxima seção descreve o algoritmo modificado de projeto de controladores presente em (DOTTA; SILVA; DECKER, 2009b) para a consideração de incertezas associadas ao sistema.

3.2.1 Algoritmo

- **Passo 1** – Definir a ordem e os polos do controlador e, assim, montar as matrizes A_c e C_c na forma canônica observável;
- **Passo 2** – Definir o atraso de tempo e construir as matrizes A_a , B_a e C_a para todos os N pontos de operação;
- **Passo 3** – Definir um valor de η e fazer

$$R = \frac{1}{1 + \eta} I \quad (70)$$

- **Passo 4** – Determinar ΔA_a a partir de um conjunto N de pontos de operação

$$\Delta A_a = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_{a_i} \quad (71)$$

- **Passo 5** – Calcular

$$G = (|B_a|^T |B_a|)^{-1} |B_a| |\Delta A_a| \quad (72)$$

- **Passo 6** – Definir r e ρ e calcular

$$Q_1 = rG^T G + \rho I \quad (73)$$

- **Passo 7** – Definir $k = 0$ e $L_0 = 0$ e resolver a equação de Ricatti

$$A_a^T P_0 + P_0 A_a - P_0 B_a R^{-1} B_a^T P_0 + Q_1 = 0 \quad (74)$$

- **Passo 8** – Para $k = k + 1$, calcular

$$L_k = R^{-1} B_a P_{k-1} (I - C_a^T (C_a C_a^T)^{-1} C_a) \quad (75)$$

- **Passo 9** – Calcular

$$Q = Q_1 + \frac{L_k^T L_k}{\eta} \quad (76)$$

- **Passo 10** – Resolver a equação de Ricatti

$$A_a^T P_k + P_k A_a - P_k B_a R^{-1} B_a^T P_k + Q = 0 \quad (77)$$

□ **Passo 11** – Calcular

$$\|L_k - L_{k-1}\|_e < \epsilon \quad (78)$$

onde ϵ é um número real positivo.

□ **Passo 12** – Se a condição não é atendida, retornar ao Passo 8, senão determinar o ganho factível K e a matriz de realimentação de saída G_a

$$K = R^{-1} B_a^T P_{k-1} - L_k \quad (79)$$

$$G_a = K C_a^T (C_a C_a^T)^{-1} \quad (80)$$

□ **Passo 13** – Determinar as matrizes B_c e D_c através da equação

$$G_a = \begin{bmatrix} -D_c \\ -B_c \end{bmatrix} \quad (81)$$

A convergência deste algoritmo fornece as matrizes B_c e D_c que definem o controlador, sendo que as matrizes A_c e C_c foram definidas no início do algoritmo.

3.3 Abordagem baseada em Desigualdades Matriciais Lineares

Desigualdades Matriciais Lineares são um conjunto de equações lineares de igualdade e desigualdade onde as variáveis a determinar são matrizes. Seu surgimento ocorreu há mais de cem anos com as pesquisas realizadas por Aleksandr Lyapunov. No entanto, havia poucos algoritmos para a resolução numérica das DMLs. Durante os últimos 30 anos, foram desenvolvidos os algoritmos de pontos interiores capazes de resolver estas desigualdades de maneira rápida e eficiente. Para a utilização desse método, o sistema e suas restrições precisam ser modelados por equações lineares afins. Uma outra exigência, referente ao algoritmo de pontos interiores, é a de que o problema seja convexo (BOYD et al., 1994; SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005).

DMLs apresentam como vantagem a capacidade de resolver problemas que envolvem muitas variáveis matriciais e diversas estruturas podem ser impostas a essas variáveis a fim de atender a determinado requisito de desempenho. Além disso, DMLs constituem um método flexível para resolver problemas relacionados à engenharia de controle como, por exemplo: projeto de controladores H_∞ , projeto de controladores H_2 , projeto misto de controladores ótimos H_2/H_∞ , alocação de polos de sistemas no plano complexo, dentre outras aplicações (BOYD et al., 1994; SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005).

O conceito de matrizes positivas ou negativas definidas é uma importante definição para o entendimento de DMLs. Assim, uma matriz quadrada e real P é dita positiva definida se

$$x^T P x > 0, \forall x \neq 0, P \in \mathbb{R}^{n \times n}, x \in \mathbb{R}^n \quad (82)$$

e uma matriz quadrada e real Q é dita negativa definida se

$$x^T Q x < 0, \forall x \neq 0, Q \in \mathbb{R}^{n \times n}, x \in \mathbb{R}^n \quad (83)$$

Outra notação para indicar que a matriz P é positiva definida é $P \succ 0$ e Q , negativa definida é $Q \prec 0$. Uma característica importante relacionada é que se P é definida positiva então a parte real de todos os autovalores de P é positiva ($\lambda_n(P) > 0$) e Q , definida negativa, então $\lambda_n(Q) < 0$ (BOYD et al., 1994).

Assim, as DMLs são normalmente escritas como

$$R + M_1^T P_1 N_1 + N_1^T P_1 M_1 + \dots + M_n^T P_n N_n + N_n^T P_n M_n \prec 0 \quad (84)$$

M_i , N_i e R , $i = 1, \dots, n$ são as matrizes fixas, e P_i , $i = 1, \dots, n$ são as matrizes variáveis.

Na teoria de estabilidade, o sistema linear contínuo no tempo descrito por $\dot{x} = Ax$, com $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é assintoticamente estável no senso de Lyapunov se duas condições forem satisfeitas

$$v(x) > 0, \forall x \neq 0 \quad (85)$$

$$\dot{v}(x) < 0, \forall x \neq 0 \quad (86)$$

onde $v(x)$ é a função de Lyapunov (BOYD et al., 1994).

Escolhendo como candidata à função de Lyapunov uma função quadrática $v(x) = x^T P x$, com $P = P^T$ a determinar, tem-se

$$v(x) = x^T P x > 0, \forall x \neq 0 \Leftrightarrow P \succ 0 \quad (87)$$

$$\dot{v}(x) = \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} = \quad (88)$$

$$= (x^T A^T) P x + x^T P (A x) = x^T (A^T P + P A) x < 0 \Leftrightarrow A^T P + P A \prec 0 \quad (89)$$

Portanto, para determinar se A é estável deve-se procurar uma solução factível $P = P^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ tal que

$$P \succ 0 \quad (90)$$

$$A^T P + P A \prec 0 \quad (91)$$

Nesta pesquisa, o objetivo é encontrar um controlador (A_c, B_c, C_c) com múltiplas entradas e saídas de maneira que o sistema de malha fechada definido em (30) seja estável. Assim, o sistema de malha fechada $(\tilde{A})$ é estável no senso de Lyapunov se e somente se existir uma matriz $P = P^T \succ 0$ tal que

$$P \succ 0 \quad (92)$$

$$\tilde{A}^T P + P \tilde{A} \prec 0 \quad (93)$$

Embora a estabilidade do sistema de malha fechada seja prioridade do projeto de controladores, deve-se procurar um controlador que além de garantir a estabilidade do sistema garanta também um desempenho aceitável ao mesmo. Em se tratando de projeto de controladores um dos critérios de desempenho usualmente exigidos é que todos os autovalores do sistema de malha fechada atendam um valor mínimo (ζ_0) .

A fim de alcançar tal desempenho, o critério de estabilidade pode ser redefinido como (CHILALI; GAHINET, 1996): o sistema de malha fechada $(\tilde{A})$ é estável no senso de Lyapunov e atende a um requisito de amortecimento mínimo (ζ_0) a todos os autovalores se e somente se existir uma matriz $P = P^T \succ 0$ tal que

$$P \succ 0 \quad (94)$$

$$\begin{bmatrix} \sin(\theta)(\tilde{A}^T P + P \tilde{A}) & \cos(\theta)(P \tilde{A} - \tilde{A}^T P) \\ -\cos(\theta)(P \tilde{A} - \tilde{A}^T P) & \sin(\theta)(\tilde{A}^T P + P \tilde{A}) \end{bmatrix} \prec 0 \quad (95)$$

onde $\theta = \arccos(\zeta_0)$.

A completa comprovação deste teorema pode ser encontrada no apêndice A desta dissertação, onde são realizados os passos necessários que comprovam que se encontrar uma matriz P que atenda a desigualdade (95), então o controlador projetado garante um amortecimento mínimo ao sistema (ζ_0) .

Métodos de projeto de controladores baseadas neste critério de estabilidade e desempenho já foram desenvolvidas na literatura, vide (DE OLIVEIRA; RAMOS; BRETAS, 2010; DE CAMPOS; CRUZ; ZANETTA, 2012; BENTO; RAMOS; CASTOLDI, 2015a). No entanto, tais métodos, por exigirem que o espaço de busca seja convexo, requerem condições iniciais factíveis para o controlador. Então, normalmente utiliza-se abordagens híbridas compostas por métodos que procuram boas condições iniciais e posterior utilização de métodos que empregam (94-95) (DE CAMPOS; CRUZ; ZANETTA, 2012).

Além das abordagens que empregam (94-95), há as que utilizam as normas H_2 e H_∞ para o projeto de controladores (DE OLIVEIRA; GEROMEL; BERNUSSOU, 2000; RAMOS; ALBERTO; BRETAS, 2004; RAMOS; MARTINS; BRETAS, 2005; DENG; LI; ZHANG, 2015).

Com o objetivo de se projetar um controlador central com múltiplas entradas e múltiplas saídas, que atenda a um valor especificado de amortecimento mínimo (ζ_0) , que

permita que o sistema de malha fechada seja estável e não exija condições iniciais factíveis ao controlador central a se projetar, foi utilizado método de projeto de controladores presente em (RAMOS; ALBERTO; BRETAS, 2004). Tal abordagem é uma combinação da teoria de alocação de polos (94-95) e de espaços de Hardy (neste caso particular, do espaço H_2). O desenvolvimento completo deste método está presente em (RAMOS, 2002).

A abordagem presente em (RAMOS; ALBERTO; BRETAS, 2004) foi proposta para o projeto de controladores descentralizados. No entanto, pode-se projetar controladores centralizados a partir da consideração das matrizes variáveis com estrutura completa e não somente diagonal como está informado no artigo. O método é composto por dois estágios onde deve-se aplicar um *solver* de resolução de desigualdades matriciais lineares. O algoritmo completo é descrito na próxima seção.

3.3.1 Algoritmo

Estágio 1

- **Passo 1** – Escolher N pontos de operação típicos e linearizar as equações que descrevem o sistema ao redor destes pontos de operação, obtendo as matrizes jacobianas A_i , $i = 1, \dots, N$, B e C , incluir os atrasos de tempo como definido em (13)-(15), obtendo-se, assim, $\bar{A}$, $\bar{B}$ e $\bar{C}$ que formarão o sistema de malha aberta. Além disso, aplicar o método de redução de ordem, equações (42)-(49) obtendo-se, assim, $\bar{A}_{red}$, $\bar{B}_{red}$ e $\bar{C}_{red}$ com o cuidado das matrizes para todos os pontos de operação apresentarem a mesma dimensão.
- **Passo 2** – Definir o amortecimento mínimo (ζ_0) exigido e calcular $\theta = \arccos(\zeta_0)$.
- **Passo 3** – Construir a representação computacional das matrizes variáveis Y e L com estrutura completa e das DMLs:

$$Y \succ 0 \tag{96}$$

$$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{12}^T & D_{22} \end{bmatrix} \prec 0 \tag{97}$$

onde

$$D_{11} = \sin(\theta)(\bar{A}_{red}Y + Y\bar{A}_{red}^T + \bar{B}_{red}L + L^T\bar{B}_{red}^T) \tag{98}$$

$$D_{12} = \cos(\theta)(Y\bar{A}_{red}^T - \bar{A}_{red}Y + L^T\bar{B}_{red}^T - \bar{B}_{red}L) \tag{99}$$

$$D_{22} = D_{11} \tag{100}$$

para $i = 1, \dots, N$.

- **Passo 5** – Aplicar um *solver* de DMLs para encontrar Y e L sujeito à (96)-(97) e então calcular $C_c = LY^{-1}$.

Estágio 2

- **Passo 6** – Calcular $\hat{A}_i = \bar{A}_{redi} + \bar{B}_{redi}C_c$ para $i = 1, \dots, N$.
- **Passo 7** – Construir a representação computacional das matrizes variáveis P , X , F e S com estrutura completa e das DMLs:

$$\begin{bmatrix} P & P \\ P & X \end{bmatrix} \succ 0 \quad (101)$$

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ \star & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ \star & \star & M_{33} & M_{34} \\ \star & \star & \star & M_{44} \end{bmatrix} \prec 0 \quad (102)$$

onde o símbolo $\star$ indica simetria e

$$M_{11} = \text{sen}(\theta)(P\hat{A}_i + \hat{A}_i^T P) \quad (103)$$

$$M_{12} = \text{sen}(\theta)(P\bar{A}_{redi} + \hat{A}_i^T X + \bar{C}_{redi}^T F^T + S) \quad (104)$$

$$M_{13} = \text{cos}(\theta)(\hat{A}_i^T P - P\hat{A}_i) \quad (105)$$

$$M_{14} = \text{cos}(\theta)(-P\bar{A}_{redi} + \hat{A}_i^T X + \bar{C}_{redi}^T F^T + S) \quad (106)$$

$$M_{22} = \text{sen}(\theta)(X\bar{A}_{redi} + \bar{A}_{redi}^T X + F\bar{C}_{redi} + \bar{C}_{redi}^T F^T) \quad (107)$$

$$M_{23} = M_{14}^T \quad (108)$$

$$M_{24} = \text{cos}(\theta)(-X\bar{A}_{redi} + \bar{A}_{redi}^T X - F\bar{C}_{redi} + \bar{C}_{redi}^T F^T) \quad (109)$$

$$M_{33} = M_{11} \quad (110)$$

$$M_{34} = M_{12} \quad (111)$$

$$M_{44} = M_{22} \quad (112)$$

onde $i = 1, \dots, N$.

- **Passo 8** – Aplicar um *solver* de DMLs em (101)-(102) para encontrar P , X , F e S .
- **Passo 9** – Calcular $U = P - X$.
- **Passo 10** – Calcular $B_c = U^{-1}F$.
- **Passo 11** – Calcular $H = P^{-1}S$.
- **Passo 12** – Calcular $A_c = U^{-1}H^T P$.

A convergência deste algoritmo baseado em LMIs fornece as matrizes que definem o controlador (A_c, B_c, C_c) . No entanto, tal controlador é da mesma ordem da planta e precisa ser reduzido a fim de ser fisicamente implementável. Decidiu-se utilizar nesta pesquisa o truncamento balanceado, para o qual maiores informações podem ser encontradas em (SAFONOV; CHIANG, 1989). Além disso, utilizou-se para a resolução das desigualdades matriciais o *solver* SeDuMi (STURM, 1999; LOFBERG, 2012).

3.4 Abordagem baseada em Algoritmos Genéticos

Algoritmos Genéticos são uma classe particular de algoritmos evolutivos que utilizam técnicas inspiradas por biologia evolutiva como hereditariedade, mutação, seleção natural e recombinação. AGs são implementados como uma simulação computacional em que uma população de soluções aleatórias é selecionada em busca de melhores soluções. A evolução usualmente inicia por um conjunto de soluções aleatórias e é executada através de gerações. A cada geração, a adaptação de cada solução na população é avaliada, alguns indivíduos são selecionados para a próxima geração e passam pelos processos de recombinação e mutação para formar a nova população. A nova população é então utilizada como entrada para a próxima iteração do algoritmo. O algoritmo continua a ser executado até que o objetivo é alcançado (GOLDBERG, 1989).

O projeto de controladores de amortecimento utilizando a abordagem baseada em algoritmos evolutivos já é utilizado comumente na literatura (DO BOMFIM; TARANTO; FALCAO, 2000; FLEMING; PURSHOUSE, 2002; HASSAN et al., 2014; CASTOLDI et al., 2014; BENTO; RAMOS; BORGES, 2015). Em função disso, procurou-se utilizar algoritmos evolutivos, em especial a abordagem baseada em algoritmos genéticos, para o projeto de controladores centralizados desta pesquisa.

Para o projeto de controladores centrais através de AG, decidiu-se fixar os valores das matrizes C_c e D_c . Além disso, tal controlador projetado será estritamente próprio, ou seja, a matriz D_c assumirá valores zeros somente a fim de reduzir o espaço de busca. Portanto, o objetivo da abordagem baseada em algoritmos genéticos é a busca por valores das componentes das matrizes A_c e B_c que forneçam um amortecimento mínimo satisfatório (ζ_0) para a matriz de malha fechada, equação (33), para todos os pontos de operação do sistema.

Cada indivíduo da população do AG é composto pelos possíveis valores da matriz B_c . Além disso, para cada simulação do algoritmo genético escolhe-se de maneira aleatória os valores dos polos do controlador em um determinado intervalo e monta a matriz A_c na forma canônica. Durante o processo de execução do algoritmo, os indivíduos da população (P) passarão por um processo de seleção, recombinação e mutação bem definidos. Aqueles indivíduos que promoverem a melhor função objetivo serão selecionados para a próxima geração.

A função objetivo ($\mathbf{F}()$) do AG será justamente o menor amortecimento (ζ_{min}) do sistema de malha fechada com o indivíduo ($B_{cj}, j = 1, \dots, P$) obtido até então para todos os pontos de operação ($i = 1, \dots, N$) e para uma determinada escolha da matriz A_c ($A_{ck}, k = 1, \dots, Q$).

Assim a função objetivo pode ser definida como

$$\mathbf{F}(A_{ck}, B_{cj}, C_c) = \zeta_{min} \left(\begin{array}{cc} \bar{A}_{redi} & \bar{B}_{redi} C_c \\ B_{cj} \bar{C}_{redi} & A_{ck} \end{array} \right) \quad i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, P \text{ e } k = 1, \dots, Q \quad (113)$$

3.4.1 Algoritmo

- **Passo 1** – Definir a ordem (n), o número de épocas (ne), o número de simulações (ns), o número de pontos de operação (no) e o tamanho da população (P). Construir a matriz C_c na forma canônica observável;
- **Passo 2** – Para $m = m + 1$ até ns , escolher aleatoriamente os polos do controlador no intervalo (M_{min}, M_{max}) e construir a matriz A_{cm} na forma canônica;
- **Passo 3** – Para $k = k + 1$ até ne , inicializar todos os indivíduos desta população ($B_{cj}, j = 1, \dots, P$) por valores aleatórios em um determinado intervalo $(-L, +L)$;
- **Passo 4** – Aplicar a função objetivo, equação (114), e ordenar os indivíduos (B_{cj}) com maior função objetivo (processo de seleção). Se o melhor indivíduo atender o requisito de desempenho desejável (ζ_0), pare o algoritmo, senão ir para o Passo 5;

$$\mathbf{F}(A_{cm}, B_{cj}, C_c) = \zeta_{min} \left(\begin{array}{cc} \bar{A}_{redi} & \bar{B}_{redi} C_c \\ B_{cj} \bar{C}_{redi} & A_{cm} \end{array} \right) \quad i = 1, \dots, no, j = 1, \dots, P \quad (114)$$

- **Passo 5 – Recombinação:** selecionar os $P/2$ indivíduos com maior função objetivo e gerar novos $P/2$ indivíduos com g genes (linhas de B_{cj}) trocados aleatoriamente. Ordenar os $P + P/2$ indivíduos com maior função objetivo e escolher os P melhores. Se o melhor indivíduo atender o requisito de desempenho desejável (ζ_0), pare o algoritmo, senão ir para o Passo 6;
- **Passo 6 – Mutação:** selecionar os $P/2$ indivíduos com menor função objetivo e gerar novos $P/2$ indivíduos com g genes (linhas de B_{cj}) produzidos aleatoriamente. Ordenar os $P + P/2$ indivíduos com maior função objetivo e escolher os P melhores. Se o melhor indivíduo atender o requisito de desempenho desejável (ζ_0), pare o algoritmo, senão ir para o Passo 3;

Diferentemente das abordagens baseadas na resolução da equação de Riccati e nas Desigualdade Matriciais Lineares empregadas nesta pesquisa, a abordagem baseada em Algoritmos Genéticos permite a paralelização dos processo durante sua execução, agilizando o procedimento de convergência. Na aplicação das técnicas de recombinação e mutação cada grupo de indivíduos pode ser subdividido para cada núcleo do computador.

3.4.2 Projeto Considerando Perdas de *Links* do Controlador Central

Com o propósito de se projetar um controlador centralizado robusto a perdas de *links* de comunicação na entrada (sinais de desvio de velocidade) e na saída (sinais de controle) do controlador, a função objetivo da abordagem de algoritmo genético pode ser aprimorada.

A fim de facilitar o entendimento, imagine um controlador central composto de 4 entradas ($\Delta\omega_1, \dots, \Delta\omega_4$) e 4 saídas ($VCC_1, \dots, VCC_4$)

$$\begin{bmatrix} VCC_1 \\ VCC_2 \\ VCC_3 \\ VCC_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cc_{11} & cc_{12} & cc_{13} & cc_{14} \\ cc_{21} & cc_{22} & cc_{23} & cc_{24} \\ cc_{31} & cc_{32} & cc_{33} & cc_{34} \\ cc_{41} & cc_{42} & cc_{43} & cc_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega_1 \\ \Delta\omega_2 \\ \Delta\omega_3 \\ \Delta\omega_4 \end{bmatrix} \quad (115)$$

Se houve a perda do sinal de entrada do controlador centralizado referente ao gerador 3 ($\Delta\omega_3$), então a coluna do controlador centralizado em negrito na equação (116) não tem mais ação sobre a dinâmica do sistema.

$$\begin{bmatrix} VCC_1 \\ VCC_2 \\ VCC_3 \\ VCC_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cc_{11} & cc_{12} & \mathbf{cc_{13}} & cc_{14} \\ cc_{21} & cc_{22} & \mathbf{cc_{23}} & cc_{24} \\ cc_{31} & cc_{32} & \mathbf{cc_{33}} & cc_{34} \\ cc_{41} & cc_{42} & \mathbf{cc_{43}} & cc_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega_1 \\ \Delta\omega_2 \\ \Delta\omega_3 \\ \Delta\omega_4 \end{bmatrix} \quad (116)$$

Então a nova estrutura de controle que deve garantir estabilidade ao sistema é

$$\begin{bmatrix} VCC_1 \\ VCC_2 \\ VCC_3 \\ VCC_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cc_{11} & cc_{12} & cc_{14} \\ cc_{21} & cc_{22} & cc_{24} \\ cc_{31} & cc_{32} & cc_{34} \\ cc_{41} & cc_{42} & cc_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega_1 \\ \Delta\omega_2 \\ \Delta\omega_4 \end{bmatrix} \quad (117)$$

Se houve a perda do sinal de saída do controlador centralizado referente ao gerador 2 (VCC_2), então a linha do controlador centralizado em negrito na equação (118) não tem

mais ação sobre a dinâmica do sistema.

$$\begin{bmatrix} VCC_1 \\ \mathbf{VCC}_2 \\ VCC_3 \\ VCC_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cc_{11} & cc_{12} & cc_{13} & cc_{14} \\ \mathbf{cc}_{21} & \mathbf{cc}_{22} & \mathbf{cc}_{23} & \mathbf{cc}_{24} \\ cc_{31} & cc_{32} & cc_{33} & cc_{34} \\ cc_{41} & cc_{42} & cc_{43} & cc_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega_1 \\ \Delta\omega_2 \\ \Delta\omega_3 \\ \Delta\omega_4 \end{bmatrix} \quad (118)$$

Então a nova estrutura de controle que deve garantir estabilidade ao sistema é

$$\begin{bmatrix} VCC_1 \\ VCC_3 \\ VCC_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cc_{11} & cc_{12} & cc_{13} & cc_{14} \\ cc_{31} & cc_{32} & cc_{33} & cc_{34} \\ cc_{41} & cc_{42} & cc_{43} & cc_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega_1 \\ \Delta\omega_2 \\ \Delta\omega_3 \\ \Delta\omega_4 \end{bmatrix} \quad (119)$$

Como pode ser observado, a perda de sinais envolve a perda das componentes cc_{ij} do controlador centralizado.

Avaliando as matrizes linearizadas da planta ($\bar{A} \in \mathbb{R}^{r \times r}$, $\bar{B} \in \mathbb{R}^{r \times 4}$ e $\bar{C} \in \mathbb{R}^{4 \times r}$) e do controlador centralizado ($A_c \in \mathbb{R}^{m \times m}$, $B_c \in \mathbb{R}^{m \times 4}$, $C_c \in \mathbb{R}^{4 \times m}$) para este exemplo, se houve a perda do sinal de entrada do controlador centralizado referente ao gerador 3 ($\Delta\omega_3$), então as novas dimensões das matrizes $\bar{C}$ e B_c são $3 \times r$ e $m \times 3$ respectivamente. Mesmo com esta redução das matrizes, ainda é possível aplicar a função objetivo do algoritmo genético pois o produto $(B_c \bar{C})$ é possível e, assim, avaliar o amortecimento de malha fechada do sistema com a perda de sinal de entrada do controlador centralizado.

Caso haja a perda do sinal de saída do controlador centralizado referente ao gerador 2 (VCC_2), então as novas dimensões das matrizes $\bar{B}$ e C_c são $r \times 3$ e $3 \times m$ e, ainda assim, é possível aplicar a função objetivo do algoritmo genético pois o produto $(\bar{B} C_c)$ é possível.

Assim sendo, a perda de sinal na entrada e na saída do controlador centralizado envolve apenas o redimensionamento e a correta multiplicação das colunas e linhas das matrizes da planta e do controlador na função objetivo do algoritmo genético.

Deve-se ressaltar aqui que considerou-se apenas uma perda de sinal por vez, ou seja, ou perdeu um único sinal da entrada ou um único sinal na saída do controlador centralizado.

Portanto, a função objetivo do algoritmo genético ($\mathbf{F}()$), que deve retornar o menor amortecimento de todos os pontos de operação, pode ser dividida em três partes:

- Determinar o amortecimento mínimo (ζ_{min}^1) para o sistema de malha fechada com cada indivíduo ($B_{cj}, j = 1, \dots, P$) e sem perdas de *links* para todos os pontos de operação ($i = 1, \dots, N$);
- Determinar o amortecimento mínimo (ζ_{min}^2) para o sistema de malha fechada com cada indivíduo ($B_{cj}, j = 1, \dots, P$) e com todas as possíveis perdas de *links* (uma por vez) de entrada do controlador centralizado (sinais de desvio de velocidade $\Delta\omega$) para todos os pontos de operação ($i = 1, \dots, N$). Assim, as matrizes $\bar{C} \in \mathbb{R}^{q \times r}$ e

$B_c \in \mathbb{R}^{m \times q}$ alterarão para $\bar{\mathbf{C}}^s \in \mathbb{R}^{(q-1) \times r}$ (remoção de uma linha) e $\mathbf{B}_c^s \in \mathbb{R}^{m \times (q-1)}$ (remoção de uma coluna) em q combinações ($s = 1, \dots, q$);

- Determinar o amortecimento mínimo (ζ_{min}^3) para o sistema de malha fechada com cada indivíduo ($B_{cj}, j = 1, \dots, P$) e com todos as possíveis perdas de *links* (uma por vez) de saída do controlador centralizado (sinais de controle VCC) para todos os pontos de operação ($i = 1, \dots, N$). Assim, as matrizes $\bar{B} \in \mathbb{R}^{r \times p}$ e $C_c \in \mathbb{R}^{p \times m}$ alterarão para $\bar{\mathbf{B}}^t \in \mathbb{R}^{r \times (p-1)}$ (remoção de uma coluna) e $\mathbf{C}_c^t \in \mathbb{R}^{(p-1) \times m}$ (remoção de uma linha) em p combinações ($t = 1, \dots, p$);

Assim, a função objetivo aprimorada, que será utilizada no algoritmo da seção 3.4.1, pode ser redefinida como

$$\mathbf{F}(A_{cm}, B_{cj}, C_c) = \zeta_{min} \begin{cases} \zeta_{min}^1 \begin{pmatrix} \bar{A}_{redi} & \bar{B}_{redi} C_c \\ B_{cj} \bar{C}_{redi} & A_{cm} \end{pmatrix} & i = 1, \dots, N \text{ e } j = 1, \dots, P \\ \zeta_{min}^2 \begin{pmatrix} \bar{A}_{redi} & \bar{B}_{redi} C_c \\ \mathbf{B}_{cj}^s \bar{\mathbf{C}}_{redi}^s & A_{cm} \end{pmatrix} & i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, P \text{ e } s = 1, \dots, q \\ \zeta_{min}^3 \begin{pmatrix} \bar{A}_{redi} & \bar{\mathbf{B}}_{redi}^t \mathbf{C}_c^t \\ B_{cj} \bar{C}_{redi} & A_{cm} \end{pmatrix} & i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, P \text{ e } t = 1, \dots, p \end{cases} \quad (120)$$

3.5 Procedimento de Avaliação das Abordagens

O procedimento de avaliação das três abordagens de projeto de controladores centralizados consistiu de duas etapas:

- Avaliar a aplicabilidade das abordagens no problema proposto: projetar um único controlador centralizado robusto a variações de carga e topologia e possíveis perdas de *links* de comunicação do controlador centralizado com a planta;
- Comparar os amortecimentos mínimos alcançados do sistema de malha fechada com os controladores centralizados projetados pelas três abordagens no *software* PacDyn;
- Executar simulações dinâmicas dos sistemas elétricos com o controladores projetados e avaliar os desempenhos para a aplicação de contingências no *software* ANATEM.

Resultados da Pesquisa

Esta seção apresentará os resultados alcançados para o projeto de controladores centralizados através de três métodos distintos. O desempenho das três abordagens foi avaliado através da aplicação em dois Sistemas Elétricos de Potência: o Equivalente Sul Sudeste Brasileiro (LIMA et al., 2015) e o Sistema Australiano Simplificado de 14 Geradores (CANIZARES et al., 2015).

Serão apresentados os controladores centralizados obtidos através das abordagens para ambos os sistemas em estudo. Além disso, os controladores obtidos neste estudo serão avaliados utilizando o *software* PacDyn (CEPEL, 2013) para análise modal. As análises detalhadas usando simulações não lineares serão realizadas utilizando o *software* ANATEM (CEPEL, 2014).

A seção 4.1 descreverá os resultados alcançados para o Equivalente Sul Sudeste Brasileiro, informando as considerações para cada uma das abordagens empregadas e a Seção 4.2, para o Sistema Simplificado Australiano.

4.1 Equivalente Sul-Sudeste Brasileiro

Um dos sistemas em estudo para o projeto de um controlador em dois níveis foi o Equivalente Sul-Sudeste Brasileiro (CHOW et al., 2000; MARTINS; LIMA, 1989) como pode ser observado na Figura 3. Tal sistema apresenta sete barramentos e cinco modelos equivalentes de geradores. Os geradores são síncronos e descritos por um modelo de sexta ordem. Além disso, todos os geradores apresentam o mesmo modelo de regulador automático de tensão de primeira ordem. Os dados completos do sistema Equivalente Sul-Sudeste podem ser obtidos de (MARTINS; LIMA, 1989).

A análise modal do modelo deste SEP foi feita utilizando o *software* PACDYN versão V9.6.2 (CEPEL, 2013). Este sistema apresenta dois modos inter-área. Um corresponde ao sistema Equivalente Sudeste oscilando contra o gerador de Itaipu (Tabela 1, linha 1) e a outra oscilação corresponde ao sistema Sul (usinas de Salto Santiago, Sato Segredo e Foz do Areia) contra o sistema Sudeste junto com o gerador de Itaipu (Tabela 1, linha 2).

Figura 3 – Sistema Equivalente Sul-Sudeste Brasileiro

Tabela 1 – Modos de Oscilação Dominantes do Sistema em Estudo.

Autovalor	Frequência	Amortecimento
	(Hz)	(%)
$0,64 \pm 5,39i$	0,86	-11,9
$-0,22 \pm 5,87i$	0,93	3,84

Como pode ser observado pelos modos dominantes, o sistema é instável pois apresenta um par de autovalores com parte real positiva (KUNDUR, 1994). Além disso, o sistema apresenta um problema adicional de controle. É um sistema de fase não mínima com um par de zeros complexos conjugados no semi-plano direito do plano complexo perto dos polos instáveis. O sistema pode ser estável somente se for utilizado dois controladores locais do tipo *Power System Stabilizer* (PSS) ou um PSS combinando sinais remotos ou locais (CHOW et al., 2000; MARTINS; LIMA, 1989; DOTTA; SILVA; DECKER, 2009b).

O primeiro passo para o projeto de controladores em Dois Níveis é o controle descentralizado. Este primeiro nível deve garantir a estabilidade do sistema e um amortecimento mínimo. Decidiu-se utilizar os mesmos PSSs projetados em (MARTINS; LIMA, 1989) para o controle descentralizado. São quatro PSSs localizados nas usinas de Itaipu, Salto Segredo, Foz do Areia e Salto Santiago, resultando em um sistema estável com o modo associado à oscilação entre Itaipu e o sistema Sul associado ao menor amortecimento como pode ser observado na Tabela 2.

Tabela 2 – Modos de Oscilação Dominantes do Sistema em Estudo com Controle Descentralizado.

Autovalor	Frequência	Amortecimento
	(Hz)	(%)
$-0,33 \pm 5,20i$	0,82	6,39

As funções de transferências que descrevem estes quatro PSSs estão presentes em (MARTINS; LIMA, 1989) e são dadas por:

□ PSSs das máquinas de Foz do Areia, Salto Santiago e Salto Segredo:

$$PSS(s) = 10 \frac{3s}{1 + 3s} \left[\frac{1 + 0,3s}{1 + 0,075s} \right]^2 \quad (121)$$

□ PSS da máquina de Itaipu:

$$PSS(s) = 16 \frac{3s}{1 + 3s} \left[\frac{1 + 0,52s}{1 + 0,065s} \right]^2 \quad (122)$$

O segundo nível de controle, o centralizado e objetivo da pesquisa, foi projetado para melhorar o amortecimento do modo responsável pelo menor amortecimento que está descrito na Tabela 2.

No intuito de avaliar os métodos de projeto especificados, três categorias de requisito de projeto foram definidas, são elas:

- **Categoria 1:** No primeiro teste, foi projetado um controlador centralizado para o caso base de operação, o mesmo tratado em (DOTTA; SILVA; DECKER, 2009b). Os resultados de tal teste estão na Seção 4.1.1, onde também foi avaliado o desempenho destes controladores à contingências de operação como, por exemplo, uma falta trifásica franca.
- **Categoria 2:** O segundo teste compreendeu projetar um único controlador centralizado considerando um conjunto de pontos de operação. Tais pontos de operação foram obtidos a partir do caso base considerando algumas variações de carga e variações de topologia, como remoção de linhas de transmissão de energia elétrica. A Seção 4.1.2 apresenta os resultados alcançados para este segundo teste.
- **Categoria 3:** O terceiro teste compreendeu projetar um único controlador centralizado considerando o mesmo conjunto de pontos de operação do segundo teste e perdas de *links* de comunicação na entrada e na saída do controlador centralizado com o sistema de potência. Em tal teste, foi utilizado somente a abordagem baseada em Algoritmos Genéticos uma vez que é a única das três que permite projetar um controlador considerando perdas de *links* de comunicação.

Em todos os testes realizados, considerou-se um atraso de tempo de $T = 200$ ms tanto na entrada como na saída do controlador, totalizando 400 ms de atraso de tempo. Tal atraso de tempo já foi considerado em projeto de controladores hierárquicos em (DOTTA; SILVA; DECKER, 2009b; OKUO; DESSAINT; AKHRIG, 2005).

Além disso, considerou-se como entradas do controlador centralizado os sinais de desvio de velocidade ($\Delta\omega_i$) de quatro geradores síncronos: Foz do Areia ($\Delta\omega_1$), Salto Santiago

$(\Delta\omega_2)$, Salto Segredo $(\Delta\omega_3)$ e Itaipu $(\Delta\omega_4)$. Os sinais de saída do controlador centralizado (VCC_i) irão para as entradas dos reguladores de tensão destes mesmos quatro geradores $(VCC_1, VCC_2, VCC_3, VCC_4)$. Portanto o controlador centralizado é composto por quatro entradas e quatro saídas e pode ser definido por

$$\begin{bmatrix} VCC_1 \\ VCC_2 \\ VCC_3 \\ VCC_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cc_{11} & cc_{12} & cc_{13} & cc_{14} \\ cc_{21} & cc_{22} & cc_{23} & cc_{24} \\ cc_{31} & cc_{32} & cc_{33} & cc_{34} \\ cc_{41} & cc_{42} & cc_{43} & cc_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega_1 \\ \Delta\omega_2 \\ \Delta\omega_3 \\ \Delta\omega_4 \end{bmatrix} \quad (123)$$

onde cc_{ij} ($i, j = 1, \dots, 4$) são funções de transferência que compõe o controlador centralizado que deverão ser determinadas.

4.1.1 Categoria 1

Para o caso base de operação, o mesmo tratado em (DOTTA; SILVA; DECKER, 2009b), o sistema apresenta um modo eletromecânico com 6,39% de amortecimento (Tabela 2). Assim, o objetivo do controlador centralizado para este caso base de operação seria prover maior amortecimento a este modo eletromecânico.

Os requisitos de projeto para esta categoria foram os mesmos definidos em (DOTTA; SILVA; DECKER, 2009b). Para este caso, não são considerados requisitos de robustez a variações de carga e topologia, bem como, a perda de *links* de comunicação. Para o método baseado na resolução da equação de Riccati, o controlador utilizado foi o mesmo proposto em (DOTTA; SILVA; DECKER, 2009b).

Para a abordagem baseada em desigualdades matriciais lineares, utilizou-se o *solver* SeDuMi para a sua resolução (LOFBERG, 2012). Além disso, foi utilizado o truncamento balanceado a fim de reduzir a ordem do controlador, onde maiores informações podem ser encontradas em (SAFONOV; CHIANG, 1989).

Todas as abordagens foram implementadas e simuladas num computador composto por 20 núcleos, sendo que cada núcleo apresenta uma velocidade de processamento de 2,20 GHz e memória RAM de 128 GB. Assim, foi possível utilizar a paralelização do algoritmo genético através do número de núcleos disponíveis. O tamanho da população foi definido como 40 e o número de épocas em 1000. Os limites $(-L, +L)$ foram estipulados como $(-1500, 1500)$, os polos foram escolhidos aleatoriamente no intervalo $(-15, -6)$ e o amortecimento mínimo foi fixado como 10%.

As duas abordagens, desigualdades matriciais lineares e algoritmos genéticos, obtiveram êxito. A fim de ficar melhor visualizado, as estruturas de controle alcançadas para as três abordagens (CC_{LQR} , CC_{LMI} , CC_{AG}) em análise para esta categoria estão descritas em C.1.1.

4.1.1.1 Análise Modal

Com os controladores centralizados projetados, foi implementado no *software* PacDyn usando linguagem CDU (Controlador Definido pelo Usuário) o sistema Equivalente Sul Sudeste Brasileiro com a estrutura de controle em dois níveis, controladores locais mais o controlador centralizado. A Tabela 3 fornece os modos de oscilação do sistema em estudo, com o controlador em dois níveis para cada uma das três abordagens: resolução da equação de Riccati (LQR), desigualdades matriciais lineares (LMI) e algoritmos genéticos (AG). Observa-se que nos três casos o amortecimento mínimo do sistema foi superior ao apresentado com o sistema apenas com o controlador descentralizado, ou local.

Tabela 3 – Modos de Oscilação Dominantes do Sistema em Estudo com Controle em Dois Níveis.

Método	Autovalor	Frequência (Hz)	Amortecimento (%)
LQR	$-0,49 \pm 5,02i$	0,80	9,65
LMI	$-0,46 \pm 5,25i$	0,84	8,79
AG	$-1,36 \pm 12,23i$	1,95	11,08

4.1.1.2 Análise Não Linear

O desempenho dos controladores projetados a partir do modelo linear do sistema foi avaliado frente a contingências de operação no *software* ANATEM (CEPEL, 2014). Este *software* é utilizado para a realização de simulações do modelo não linear do sistema resolvendo suas equações algébrico-diferenciais pelo método de Runge-Kutta, obtendo-se, assim, os valores das variáveis de estado em determinando período de tempo e de condição de operação.

Para as simulações do sistema com os controladores em dois níveis, foi aplicado uma grande perturbação do tipo falta trifásica franca na barra 4, onde situa-se o gerador de Itaipu, no instante 1 segundo e com duração de 6 ms. Limites do regulador de tensão foram definidos em -3.0 V e +7.0 V. As simulações foram realizadas no caso base de operação.

As Figuras 4 à 9 fornecem os resultados de sinais de saída do controlador centralizado, tensão de campo e ângulos referentes aos geradores 3 e 4 respectivamente para a aplicação da falta trifásica na barra 4 para o sistema operando com os controladores em dois níveis. Através das figuras 4 e 7, é possível observar a atuação do controlador centralizado para o caso base de operação. As Figuras 5 e 8 apresentam os sinais de tensão de campo dentro dos limites do regulador de tensão (-3.0 V e +7.0 V). Além disso, também é possível observar através das Figuras 6 e 9 o melhor desempenho em termos de amortecimento do controlador obtido através da abordagem baseada em Algoritmos Genéticos.

Figura 4 – Sinal de Saída do Controlador Centralizado Referente ao Gerador 3

Figura 5 – Tensão de Campo Referente ao Gerador 3

Figura 6 – Ângulo do Gerador 3 com a Aplicação de uma Falta Trifásica no Caso Base de Operação

Figura 7 – Sinal de Saída do Controlador Centralizado Referente ao Gerador 4

Figura 8 – Tensão de Campo Referente ao Gerador 4

Figura 9 – Ângulo do Gerador 4 com a Aplicação de uma Falta Trifásica no Caso Base de Operação

4.1.2 Categoria 2

A fim de projetar um controlador centralizado robusto, variações topológicas e diferentes pontos de operação devem ser considerados. Para esta pesquisa em questão foram considerados variações de carga de um dia típico de um sistema elétrico brasileiro, Figura 10, resultando em 24 pontos de operação sendo que o caso base está definido às 12 hs (58% de nível de carga). Variações topológicas, tais como a desconexão das linhas de transmissão 1-3 e 2-3 do sistema da Figura 3 também foram considerados. Como resultado, há um total de 72 diferentes pontos de operação e cujo amortecimento mínimo está associado ao modo eletromecânico (desvio de velocidade do gerador de Itaipu, $\Delta\omega_4$) e corresponde à $-1,71\%$, Tabela 4.

Figura 10 – Curva de Carga Diária Típica de um Sistema Elétrico Brasileiro.

Tabela 4 – Modos de Oscilação Dominantes do Sistema em Estudo para Múltiplos Pontos de Operação.

Autovalor	Frequência	Amortecimento
	(Hz)	(%)
$0,09 \pm 4,96i$	0,79	$-1,71$

Os três métodos de projeto são capazes de projetar um único controlador centralizado considerando múltiplos pontos de operação. Em função do número elevado de pontos de operação do sistema e da alta compensação de fase necessária, foi projetado um controlador centralizado de ordem 3 para os três métodos em análise.

Para a aplicação do método baseado na resolução da equação de Riccati considerando incertezas, apresentado na seção 2.6.1, foram fixados três polos da matriz A_c iguais a -10 , $\eta = 16$, $r = 0,04$ e $\rho = 1$.

No caso do método baseado em desigualdades matriciais, os 72 diferentes pontos de operação foram incluídos nas inequações matriciais. Além disso, definiu-se o valor de

$\zeta_0 = 10\%$ e utilizou-se o truncamento balanceado após a convergência do algoritmo para reduzir a ordem do controlador centralizado para o valor três.

No método baseado em Algoritmos Genéticos, definiu-se o valor de $\zeta_0 = 10\%$, o tamanho da população igual a 40, o número de gerações igual a 1000 e polos da matriz A_c num valor aleatório do intervalo $(-15, -6)$.

As três abordagens obtiveram êxito fornecendo um controlador centralizado de ordem igual a três. O controlador centralizado para os três métodos (CC_{LQR} , CC_{LMI} , CC_{AG}) estão descritas, novamente por razões de melhor visualização, em C.1.2.

As próximas seções apresentam o desempenho dos controladores projetados via análise modal no *software* PacDyn e análise não linear no *software* ANATEM.

4.1.2.1 Análise Modal

A Tabela 5 fornece o amortecimento mínimo dos 72 pontos de operação do sistema Sul Sudeste Brasileiro operando com o controlador em dois níveis, sendo que o controlador centralizado foi projetado por três abordagens em análise. Observa-se pelos resultados que o amortecimento mínimo foi bem superior ao sistema operando apenas com controlador local $(-1, 71\%$, Tabela 4).

Tabela 5 – Amortecimento Mínimo do Sistema em Estudo para Múltiplos Pontos de Operação.

Método	Autovalor	Frequência (Hz)	Amortecimento (%)
LQR	$-0,36 \pm 4,72i$	0,75	7,69
LMI	$-0,38 \pm 4,97i$	0,79	7,59
AG	$-0,44 \pm 4,87i$	0,77	8,97

Pode-se então concluir pela análise modal que o controlador em dois níveis além de garantir a estabilidade do sistema de potência, garante um amortecimento mínimo bem superior ao aceitável de 5%, considerado como uma margem de segurança (GOMES; MARTINS; PORTELA, 2002). Além disso, observa-se pelos resultados que o controlador centralizado obtido através do método de Algoritmos Genéticos garantiu um maior amortecimento mínimo ao conjunto de pontos de operação em estudo.

4.1.2.2 Análise Não Linear

O desempenho dos controladores projetados a partir do modelo linear do sistema foi avaliado frente a contingências de operação no *software* ANATEM (CEPEL, 2014).

Foram escolhidos dois pontos de operação: um relativo à curva de carga que apresentou menor amortecimento e o outro referente a este ponto de operação com perda da linha de transmissão de energia elétrica 1-3. A Tabela 6 fornece os modos de menor amortecimento para estes dois pontos de operação para os diferentes controladores centralizados projetados.

Tabela 6 – Amortecimento Mínimo De Cada Condição de Operação.

Condição	Método	Autovalor	Frequência (Hz)	Amortecimento (%)
1	LQR	$-0,36 \pm 4,72i$	0,75	7,69
	LMI	$-0,46 \pm 5,59i$	0,89	8,24
	AG	$-0,44 \pm 4,87i$	0,77	8,97
2	LQR	$-0,45 \pm 4,69i$	0,75	9,46
	LMI	$-0,38 \pm 4,97i$	0,79	7,59
	AG	$-0,44 \pm 4,86i$	0,77	9,07

Para as simulações do sistema com os controladores em dois níveis, foi aplicado uma grande perturbação do tipo falta trifásica franca na barra 4, onde situa-se o gerador de Itaipu, no instante 1 segundo e com duração de 6 ms. Limites no regulador de tensão foram considerados (-3,0 V e +7,0 V).

As Figuras 11-14 ilustram os resultados dos ângulos e tensão de campos do geradores 3 e 4 respectivamente para a aplicação da falta trifásica para o ponto de operação relativo ao menor amortecimento da curva de carga, e as Figuras 15-18, relativo ao menor amortecimento da curva de carga e sem a linha de transmissão 1-3. Como pode-se observar, os resultados alcançados foram satisfatórios, além de garantir a estabilidade para todos os pontos de operação, proveu um bom amortecimento. Além disso, os limites do regulador de tensão não foram violados.

Figura 11 – Ângulo do Gerador 3 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.

Figura 12 – Tensão de Campo do Gerador 3 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.

Figura 13 – Ângulo do Gerador 4 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.

Figura 14 – Tensão de Campo do Gerador 4 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.

Figura 15 – Ângulo do Gerador 3 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.

Figura 16 – Tensão de Campo do Gerador 3 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.

Figura 17 – Ângulo do Gerador 4 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.

Figura 18 – Tensão de Campo do Gerador 4 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.

4.1.3 Categoria 3

A abordagem baseada em Algoritmos Genéticos é a única dentre as três em análise capaz de considerar perdas de *links* de comunicação dos canais de entrada e de saída do controlador centralizado com a planta no momento do projeto. No caso desta abordagem, como foi mostrado na seção 3.4.2, exige apenas a redefinição da função objetivo.

Utilizando a mesma configuração do método baseado em Algoritmos Genéticos da seção anterior, o objetivo agora era buscar pelo maior amortecimento possível para todas as possíveis perdas de *links* dentre todos os 72 pontos de operação. No caso do Sistema Sul-Sudeste Brasileiro, há quatro canais de entrada e quatro canais de saída. Portanto, o controlador projetado deve ser robusto quando possui as 4 entradas e as 4 saídas, além de ser robusto quando perde um único canal por vez, seja na entrada ou na saída do controlador.

Em (GOMES; MARTINS; PORTELA, 2002) foi mostrado que um nível de amortecimento mínimo satisfatório para o sistema elétrico operar com desempenho aceitável era de 5%. Assim, buscou-se atender a este requisito de margem de segurança como critério de parada. O resultado alcançado está em C.1.3, onde encontram-se o controlador centralizado projetado através da abordagem baseada em algoritmos genéticos (CC_{AG}).

As próximas seções apresentam os resultados da análise modal e não linear do sistema considerando perdas de *links* de comunicação do controlador centralizado com a planta. Os controladores centralizados das abordagens via resolução da equação de Riccati e Desigualdades Matriciais Lineares obtidos da seção anterior foram comparados com o controlador centralizado obtido via Algoritmos Genéticos considerando perdas de *links* de comunicação.

4.1.3.1 Análise Modal

A Tabela 7 fornece os modos dominantes do sistema em estudo obtidos através do *software* PacDyn considerando as possíveis perdas de *links* do controlador centralizado com a planta. Como pode-se observar, o controlador obtido via a abordagem de Algoritmos Genéticos foi o único que garantiu o amortecimento aceitável de 5%. Além disso, o controlador da abordagem de resolução da equação de Riccati apresentou um modo instável quando se perde um *link* de comunicação.

Tabela 7 – Amortecimento Mínimo do Sistema em Estudo Considerando Perdas de *Links* de Comunicação.

Método	Autovalor	Frequência (Hz)	Amortecimento (%)
LQR	0,40	0	-100
LMI	$-0,12 \pm 5,04i$	0,80	2,37
AG	$-0,26 \pm 5,16i$	0,82	5,05

4.1.3.2 Análise Não Linear

A fim de avaliar o desempenho do controlador projetado frente a perturbações, foi utilizado o *software* ANATEM.

Foram realizadas quatro análises, todas compreenderam a aplicação de uma falta trifásica franca na barra 4 com duração de 6 ms a partir do instante 1 segundo:

1. Condição de menor nível de carga dentre os 24 pontos de operação da curva típica (Figura 10, 4 horas) e perda do *link* da saída do controlador centralizado referente ao gerador 4;
2. Condição de menor nível de carga dentre os 24 pontos de operação da curva típica (Figura 10, 4 horas) e perda do *link* da entrada do controlador centralizado referente ao gerador 4;
3. Condição de menor nível de carga dentre os 24 pontos de operação da curva típica (Figura 10, 4 horas), remoção da linha de transmissão 1-3 e perda do *link* da saída do controlador centralizado referente ao gerador 4;
4. Condição de menor nível de carga dentre os 24 pontos de operação da curva típica (Figura 10, 4 horas), remoção da linha de transmissão 1-3 e perda do *link* da entrada do controlador centralizado referente ao gerador 4;

Limites no regulador de tensão foram considerados e definidos em -3,0 V e +7,0 V para os cinco geradores do sistema elétrico.

A Tabela 8 fornece a análise modal destas quatro condições de operação com o controlador em dois níveis obtidos das três diferentes abordagens.

Tabela 8 – Amortecimento Mínimo De Cada Condição de Operação.

Condição	Método	Autovalor	Frequência (Hz)	Amortecimento (%)
1	LQR	$0,05 \pm 5,11i$	0,81	-0,88
	LMI	$-0,26 \pm 4,98i$	0,79	5,27
	AG	$-0,44 \pm 5,11i$	0,81	8,47
2	LQR	$0,03 \pm 5,07i$	0,81	-0,52
	LMI	$-0,26 \pm 4,96i$	0,85	5,33
	AG	$-0,43 \pm 4,96i$	0,79	8,63
3	LQR	$0,05 \pm 5,03i$	0,80	-1,05
	LMI	$-0,16 \pm 5,07i$	0,81	3,21
	AG	$-0,66 \pm 10,99i$	1,75	6,02
4	LQR	$0,05 \pm 4,83i$	0,77	-1,10
	LMI	$-0,14 \pm 5,10i$	0,81	2,67
	AG	$-0,66 \pm 11,11i$	1,77	5,92

Para a condição 1 de operação em análise, as Figuras 19 e 20 mostram o ângulo e a tensão de campo do gerador 4 para a perda de *link* na saída do controlador centralizado não comprometeu a estabilidade angular do sistema no caso dos controladores centralizados projetados através das abordagens baseadas em desigualdades matriciais lineares (LMI) e algoritmos genéticos (AG). Por outro lado, o controlador centralizado projetado pela resolução da equação de Riccati (LQR) embora apresente uma oscilação com amplitude decrescente para a resposta angular, ela perdura por muito tempo, típico de sistemas pouco amortecidos.

Além disso, o amortecimento das respostas de ângulos para os controladores projetados via desigualdades matriciais lineares e algoritmos genéticos apresentaram amortecimentos semelhantes pela análise do gráfico.

Figura 19 – Ângulo do Gerador 4 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Saída do Controlador Centralizado.

Figura 20 – Tensão de Campo do Gerador 4 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Saída do Controlador Centralizado.

Para a condição 2 de operação em análise, as Figuras 21 e 22 mostram o ângulo e a tensão de campo do gerador 4 para a perda de *link* na entrada do controlador centralizado não comprometeu a estabilidade angular do sistema no caso dos controladores centralizados projetados através das abordagens baseadas em desigualdades matriciais lineares (LMI) e algoritmos genéticos (AG). Por outro lado, o controlador centralizado projetado pela resolução da equação de Riccati (LQR) embora apresente uma oscilação com amplitude decrescente para a resposta angular, ela perdura por muito tempo, típico de sistemas pouco amortecidos.

Além disso, o amortecimento das respostas de ângulos para o controlador projetado via algoritmos genéticos apresentou similaridade com o projetado via desigualdades matriciais lineares pela análise do gráfico.

Figura 21 – Ângulo do Gerador 4 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Entrada do Controlador Centralizado.

Figura 22 – Tensão de Campo do Gerador 4 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Entrada do Controlador Centralizado.

Para a condição 3 de operação em análise, as Figuras 23 e 24 mostram o ângulo e a tensão de campo do gerador 4 para a perda de *link* na saída do controlador centralizado não comprometeu a estabilidade angular do sistema no caso dos controladores centralizados projetados através das abordagens baseadas algoritmos genéticos (AG) e desigualdades matriciais lineares (LMI). Por outro lado, o controlador centralizado projetado pela resolução da equação de Riccati (LQR) embora apresente uma oscilação com amplitude decrescente para a resposta angular, ela perdura por muito tempo, típico de sistemas pouco amortecidos.

Figura 23 – Ângulo do Gerador 4 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Saída do Controlador Centralizado.

Figura 24 – Tensão de Campo do Gerador 4 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Saída do Controlador Centralizado.

Para a condição 4 de operação em análise, as Figuras 25 e 26 mostram o ângulo e a tensão de campo do gerador 4 para a perda de *link* na entrada do controlador centralizado não comprometeu a estabilidade angular do sistema no caso somente do controlador centralizado projetado através da abordagem baseada em algoritmos genéticos (AG). Por outro lado, os controladores centralizados projetado pela resolução da equação de Riccati (LQR) e desigualdades matriciais lineares (LMI) embora apresentem uma oscilação com amplitude decrescente para a resposta angular, ela perdura por muito tempo, típico de sistemas pouco amortecidos.

Figura 25 – Ângulo do Gerador 4 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Entrada do Controlador Centralizado.

Figura 26 – Tensão de Campo do Gerador 4 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Entrada do Controlador Centralizado.

Assim, pelos resultados apresentados, a consideração de perdas de *links* de comunicação nos canais de entrada e saída do controlador centralizado permitiu que as respostas angulares do sistema fossem estáveis para estes tipos de eventos. No entanto, as abordagens baseadas em desigualdades matriciais lineares e na resolução da equação de Riccati

por não considerarem este evento no momento do projeto, não fornecem garantias de estabilidade angular ao sistema.

4.2 Sistema Australiano

O desempenho de projeto de controladores centralizados através das três abordagens também foi avaliado no Modelo de 14 Geradores Simplificado do Sistema de Potência do Sudoeste da Austrália (PIARDI; RAMOS, 2015). Este sistema teste representa um modelo simplificado do sudoeste da Austrália, Figura 27, e originalmente proposto em (GIBBARD; VOWLES, 2014). Neste sistema, há 14 geradores, 5 compensadores estáticos VAR (SVCs), 59 barras e 104 linhas com níveis de tensão entre 15 kV e 500 kV.

Para o projeto de controladores do tipo PSS utilizando análise a pequenas perturbações, foram considerados seis condições de operação, denominados por "casos". Todos os casos estão sumarizados na Tabela 9, em termos de potência total em MW de carga e geração.

Tabela 9 – Casos de Operação do Sistema Australiano.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6
Condição de Carga	Elevada	Meio-Elevada	Pico	Leve	Média	Leve
Geração Total	23030	21590	25430	15050	19060	14840
Carga Total	22300	21000	24800	14810	18600	14630

O sistema australiano foi dividido em 5 áreas. Há 4 áreas principais e, como consequência, 3 modos inter-área e 10 modos locais. Sem os PSSs, a maioria dos modos eletromecânicos são instáveis. Maiores detalhes sobre a rede e os modelos dinâmicos dos elementos do sistema estão presentes em (GIBBARD; VOWLES, 2014).

Foram projetados no total 14 PSSs, um para cada um dos 14 geradores. Informações sobre estes controladores descentralizados estão presentes em (GIBBARD; VOWLES, 2014).

Este mesmo sistema foi projetado para os seis casos nos *softwares* ANAREDE, PacDyn e Anatem (PIARDI; RAMOS, 2015). No entanto, tais implementações apresentam erros que comprometem a análise de estabilidade e este projeto de pesquisa. Através da comparação entre os relatórios de (GIBBARD; VOWLES, 2014) e (PIARDI; RAMOS, 2015), foram identificados os erros de implementação presentes em (PIARDI; RAMOS, 2015). A identificação dos erros e as correções realizadas para os *softwares* ANAREDE, PacDyn e Anatem estão presentes no Apêndice B e os resultados estão de acordo com o encontrado em (GIBBARD; VOWLES, 2014).

A Tabela 10 fornece os amortecimentos mínimos para os seis casos de operação do sistema simplificado australiano. Nota-se que os PSSs sintonizados garantiram elevados amortecimentos ao sistema.

Figura 27 – Sistema Simplificado Australiano (PIARDI; RAMOS, 2015)

O sistema simplificado australiano operando com os PSSs projetados não justifica a utilização de um controlador central uma vez que o sistema apresenta elevado amortecimento mínimo. No entanto, tais PSSs foram projetados para garantir elevados amortecimentos para os seis casos de operação apresentados. Diferentes casos de operação poderiam prover diferentes amortecimentos ao sistema que justificassem a necessidade de um controlador em dois níveis.

Tabela 10 – Amortecimento Mínimo do Sistema Australiano.

Caso	Autovalor	Frequência (Hz)	Amortecimento (%)
1	$-0,3849 \pm 2,4008i$	0,3821	15,830
2	$-0,4463 \pm 2,5413i$	0,4045	17,298
3	$-1,9091 \pm 11,244i$	1,7896	16,739
4	$-0,5725 \pm 3,3184i$	0,5281	17,001
5	$-0,4568 \pm 2,8895i$	0,4599	15,614
6	$-0,5760 \pm 3,2979i$	0,5249	17,204

Além disso, tais PSSs podem ter sido projetados não considerando determinados eventos e/ou contingências que podem ocorrer em épocas futuras. Em função disso, foram avaliados determinados eventos e/ou contingências que o sistema está sujeito e que podem comprometer o desempenho do mesmo.

Dentre os resultados destas análises, percebeu-se que se uma determinada linha de transmissão de energia elétrica estiver desligada para manutenção e ocorrer uma falta trifásica em uma outra linha de transmissão, a estabilidade do sistema está comprometida. Como exemplo, a Tabela 11 fornece o amortecimento mínimo do sistema para os seis casos de operação quando a linha de transmissão 207-209 está em manutenção e ocorreu uma falta trifásica franca na linha de transmissão 209-212 e não houve recuperação desta linha de transmissão. Percebe-se que o caso 1 de operação apresentou um modo instável associado, em maior grau, à variável de estado ω_{101} , ou seja, a velocidade do gerador da barra 101.

Tabela 11 – Amortecimento Mínimo do Sistema Australiano.

Caso	Autovalor	Frequência (Hz)	Amortecimento (%)	Estado de Participação
1	$0,1886 \pm 7,7209i$	1,2288	-2,443	ω_{101}
2	$-0,9178 \pm 6,1014i$	0,9711	14,875	δ_{202}
3	$-0,5179 \pm 5,3739i$	0,8553	9,5928	δ_{202}
4	$-1,2851 \pm 8,2501i$	1,313	15,391	ω_{101}
5	$-0,3830 \pm 2,8521i$	0,4539	13,311	δ_{502}
6	$-1,1236 \pm 8,2832i$	1,3183	13,442	ω_{101}

Tal situação evidencia que os controladores locais, ou descentralizados, projetados não garantem a estabilidade do sistema para todos os eventos e/ou contingências que um sistema elétrico está sujeito. Além disso, ajustes destes controladores locais a fim de atender a estes novos pontos de operação nem sempre são possíveis uma vez que a diversidade de condições de operação torna o projeto ou ajuste inviável.

Em tal situação onde determinados eventos e/ou contingências não foram consideradas e o controlador local não permite a melhora do desempenho mesmo com pequenos ajustes,

a presença do controlador centralizado é de grande proveito para o desempenho do sistema. Assim, a presença de um controlador centralizado juntamente com o controle local podem garantir a operação estável e satisfatória do sistema.

Com base no que foi exposto, será projetado um controlador central para a situação de operação apresentada anteriormente: quando a linha de transmissão 207-209 está em manutenção e ocorreu uma falta trifásica na linha de transmissão 209-212. Além de garantir um desempenho satisfatório do sistema com a estrutura de controle em dois níveis, o controlador central deve ser estável a perdas de *links* de comunicação do controlador central com o sistema, seja na entrada como na saída do controlador.

Em todos os testes realizados, considerou-se um atraso de tempo de $T = 200$ ms tanto na entrada como na saída do controlador, totalizando 400 ms de atraso de tempo. Tal atraso de tempo já foi considerado em projeto de controladores hierárquicos em (DOTTA; SILVA; DECKER, 2009b; OKUO; DESSAINT; AKHRIG, 2005).

Além disso, considerou-se como entradas do controlador centralizado os sinais de desvio de velocidade ($\Delta\omega_i$) de cinco grupos de geradores síncronos que estão presentes nas barras 101, 201, 302, 401 e 501 ($\Delta\omega_{101}, \Delta\omega_{201}, \Delta\omega_{302}, \Delta\omega_{401}, \Delta\omega_{501}$). Os sinais de saída do controlador centralizado (VCC_i) irão para as entradas dos reguladores de tensão destes mesmos cinco grupo de geradores ($VCC_{101}, VCC_{201}, VCC_{302}, VCC_{401}, VCC_{501}$). Portanto o controlador centralizado é composto por cinco entradas e cinco saídas e pode ser definido por

$$\begin{bmatrix} VCC_{101} \\ VCC_{201} \\ VCC_{302} \\ VCC_{401} \\ VCC_{501} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cc_{11} & cc_{12} & cc_{13} & cc_{14} & cc_{15} \\ cc_{21} & cc_{22} & cc_{23} & cc_{24} & cc_{25} \\ cc_{31} & cc_{32} & cc_{33} & cc_{34} & cc_{35} \\ cc_{41} & cc_{42} & cc_{43} & cc_{44} & cc_{45} \\ cc_{51} & cc_{52} & cc_{53} & cc_{54} & cc_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega_{101} \\ \Delta\omega_{201} \\ \Delta\omega_{302} \\ \Delta\omega_{401} \\ \Delta\omega_{501} \end{bmatrix} \quad (124)$$

onde cc_{ij} ($i, j = 1, \dots, 5$) são as funções de transferência que compõe o controlador centralizado que deverão ser determinadas.

A seção 4.2.1 apresenta os resultados alcançados por cada uma das abordagens de projeto considerando os seis casos de operação da Tabela 11. Além disso, o projeto considerando perdas de *links* de comunicação do controlador centralizado só foi possível através da abordagem baseada em Algoritmos Genéticos e os resultados se encontram na seção 4.2.2. Em ambas as seções foram realizadas análise modais no *software* PacDyn e análises não lineares no *software* ANATEM.

4.2.1 Conjunto de Pontos de Operação

Em função do porte do sistema elétrico em estudo e do nível de compensação de fase necessário, decidiu-se projetar controladores centralizados de ordem 3. O objetivo do controlador centralizado era além de garantir estabilidade ao caso 1 do sistema (Tabela

11, linha 2), garantir também um bom amortecimento mínimo (ζ_0) aos seis casos de operação.

Implementadas as abordagens de projeto e realizadas as simulações, os resultados alcançados encontram em C.2.1 para as três abordagens: resolução da equação de Riccati (CC_{LQR}), desigualdades matriciais lineares (CC_{LMI}) e algoritmos genéticos (CC_{AG}).

4.2.1.1 Análise Modal

A fim de avaliar o desempenho modal dos controladores em dois níveis com o controlador centralizado projetado por três diferentes abordagens, foi implementado no *software* PacDyn a estrutura de controle centralizado. A Tabela 12 fornece os modos dominantes dos seis casos do sistema para as três abordagens.

Como pode-se observar, os controladores centralizados projetados além de garantirem estabilidade a todos os seis casos de operação do sistema, também garantiram um amortecimento mínimo superior ao de 5%, considerado uma margem de segurança (GOMES; MARTINS; PORTELA, 2002). Convém destacar aqui que a análise modal foi realizada para todos os seis casos de operação, mas os modos dominantes estavam presentes no caso 1 para os três diferentes controladores centralizados.

Tabela 12 – Amortecimento Mínimo do Sistema em Estudo para Múltiplos Pontos de Operação.

Método	Autovalor	Frequência (Hz)	Amortecimento (%)	Estado de Participação
LQR	$-0,35 \pm 5,13i$	0,82	6,80	$\Delta\delta_{202}$
LMI	$-0,43 \pm 5,35i$	0,85	7,95	$\Delta\omega_{202}$
AG	$-0,92 \pm 11,21i$	1,78	8,17	$\Delta\omega_{201}$

4.2.1.2 Análise Não Linear

O desempenho dos controladores projetados a partir do modelo linear do sistema foi avaliado frente a contingências de operação no *software* ANATEM (CEPEL, 2014).

Foi escolhido o Caso 1 do sistema em estudo, o responsável pelo modo instável, para executar as simulações no *software* ANATEM. Convém destacar aqui que o pacote de códigos do sistema australiano para simulações no ANATEM disponíveis em (PIARDI; RAMOS, 2015) inclui apenas o caso 2. Assim foi necessário também implementar o código do caso 1 no *software* ANATEM para simulações não lineares.

Para as simulações do sistema com os controladores em dois níveis, foi aplicado uma grande perturbação do tipo falta trifásica franca na barra 101 no instante 1 segundo e com duração de 30 ms. Foi escolhido o gerador da barra 503 como referência angular por apresentar maior inércia dentre os 14 geradores do sistema elétrico. As Figuras 28 a 41 apresentam os ângulos dos geradores das barras 101, 201, 202, 302, 401, 404 e 502

respectivamente. Limites foram considerados no regulador de tensão e estão presentes (PIARDI; RAMOS, 2015).

Como pode-se observar pelas figuras, o controlador em dois níveis obteve êxito na estabilidade angular do sistema para as três abordagens em análise. As respostas de ângulos dos geradores com os controladores centralizados projetados através das abordagens baseadas em desigualdades matriciais lineares (LMI) e algoritmos genéticos (AG) apresentaram desempenho similares e melhores do que a abordagem baseada na resolução da equação de Riccati com incertezas (LQR).

Figura 28 – Ângulo do Gerador da Barra 101 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.

Figura 29 – Tensão de Campo do Gerador da Barra 101 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.

Figura 30 – Ângulo do Gerador da Barra 201 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.

Figura 31 – Tensão de Campo do Gerador da Barra 201 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.

Figura 32 – Ângulo do Gerador da Barra 202 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.

Figura 33 – Tensão de Campo do Gerador da Barra 202 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.

Figura 34 – Ângulo do Gerador da Barra 302 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.

Figura 35 – Tensão de Campo do Gerador da Barra 302 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.

Figura 36 – Ângulo do Gerador da Barra 401 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.

Figura 37 – Tensão de Campo do Gerador da Barra 401 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.

Figura 38 – Ângulo do Gerador da Barra 404 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.

Figura 39 – Tensão de Campo do Gerador da Barra 404 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.

Figura 40 – Ângulo do Gerador da Barra 502 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.

Figura 41 – Tensão de Campo do Gerador da Barra 502 com a Aplicação de uma Falta Trifásica.

4.2.2 Conjunto de Pontos de Operação e Consideração de Perdas de *Links* de Comunicação com o Controlador Centralizado

Como mencionado anteriormente, a abordagem baseada em algoritmos genéticos é a única dentre as três em análise nesta pesquisa capaz de considerar perdas de *links* de comunicação com o controlador centralizado no momento do projeto. Além disso, o projeto permite considerar múltiplos pontos de operação e no caso do sistema australiano em estudo há seis.

Utilizando a teoria de fatores de participação (PEREZ-ARRIAGA; VERGHESE; SCHWEPPE, 1982) constatou-se que para o caso 1 que é responsável pela instabilidade do sistema (Tabela 11) o sinal de velocidade do gerador da barra 101 (ω_{101}) apresenta uma participação muito elevada no modo instável e, por esta razão, não considerou perda de *link* do sinal de velocidade do gerador da barra 101.

Executado o algoritmo baseado em algoritmos genéticos e considerando os canais possíveis de serem perdidos na comunicação com o controlador centralizado, o resultado alcançado (CC_{AG}) encontra-se em C.2.2.

4.2.2.1 Análise Modal

A fim de avaliar se o controlador centralizado projetado apresenta os modos dominantes da convergência do algoritmos, foi realizado a simulação do sistema com o controlador em dois níveis, controladores locais mais o centralizado, no *software* PacDyn. Para as simulações, foi considerado o controlador centralizado projetado pelo algoritmo baseado em algoritmos genéticos, (C.2.2), que considera perda de *links* e os controladores centralizados projetados via resolução da equação de Riccati e desigualdades matriciais lineares, (C.2.1), que não consideram perda de *links*.

A Tabela 13 apresenta os modos dominantes dos seis casos do sistema australiano em estudo considerando as possíveis perdas de *links*. Como pode-se observar, os resultados alcançados com a abordagem baseada em algoritmos genéticos (AG) foi promissora, um amortecimento mínimo de 7,66% que é superior à margem de segurança de 5% (GOMES; MARTINS; PORTELA, 2002). Embora a abordagem baseada em desigualdades matriciais lineares (LMI) não permita a consideração de perdas de *links*, os resultados obtidos para este sistema em estudo foram também promissores, um amortecimento mínimo de 7,17% foi alcançado. No caso da abordagem baseada na resolução da equação de Riccati (LQR), por não permitir a consideração de perdas de *links*, os resultados apontam um modo dominante com amortecimento muito baixo, no limiar de estabilidade e que está associado a perda de um *link*. Além disso, os modos de baixo amortecimento das três abordagens estão associados ao caso 1 do sistema australiano.

Tabela 13 – Amortecimento Mínimo do Sistema em Estudo Considerando Perdas de *Links* de Comunicação.

Método	Autovalor	Frequência (Hz)	Amortecimento (%)
LQR	$-0,01 \pm 8,04i$	1,28	0,17
LMI	$-0,37 \pm 5,09i$	0,81	7,17
AG	$-0,41 \pm 5,38i$	0,86	7,66

4.2.2.2 Análise Não Linear

Esta seção apresenta o desempenho dos controladores projetados através de modelos lineares no *software* ANATEM que executa simulações não lineares do sistema. Foram realizadas seis tipos de análise no caso 1 do sistema australiano, responsável pelo modo instável (Tabela 11) e pelo menor amortecimento com os controladores em dois níveis (Tabela 13), que consistiram na aplicação de uma falta trifásica franca na barra 101 com duração de 30 ms a partir do instante 1 s e remoção de um *link* de comunicação do controlador centralizado com a planta. A sequência de análises é descrita a seguir

1. Aplicação da falta franca trifásica e perda do sinal de controle do gerador 101;
2. Aplicação da falta franca trifásica e perda do sinal do desvio velocidade do gerador 201;
3. Aplicação da falta franca trifásica e perda do sinal do desvio velocidade do gerador 302;
4. Aplicação da falta franca trifásica e perda do sinal de controle do gerador 302;

A Tabela 14 fornece a análise modal destas quatro análises com os controladores em dois níveis obtidos das três diferentes abordagens.

As Figuras 42 a 50 apresentam os resultados dos ângulos dos geradores das barras 101, 201, 302, 401 e 502 respectivamente para a primeira condição de análise. Como pode-se observar pelos resultados, houve estabilidade angular do sistema mesmo perdendo o sinal de controle (saída do controlador centralizado) que vai para o gerador da barra 101 para os controladores centralizados projetados através das abordagens baseadas em desigualdades matriciais lineares (LMI) e em algoritmos genéticos (AG). O controlador centralizado projetado através da abordagem baseada na resolução da equação de Riccati (LQR) não garantiu a estabilidade para a perda de *link*. Além disso, pode-se observar um desempenho ligeiramente melhor do controlador obtido via algoritmos genéticos.

Tabela 14 – Amortecimento Mínimo De Cada Condição de Operação.

Condição	Método	Autovalor	Frequência (Hz)	Amortecimento (%)
1	LQR	$-0,01 \pm 8,04i$	1,28	0,17
	LMI	$-0,64 \pm 7,43i$	1,18	8,57
	AG	$-0,46 \pm 5,08i$	0,81	8,96
2	LQR	$-0,33 \pm 5,15i$	0,82	6,43
	LMI	$-0,53 \pm 7,12i$	1,13	7,38
	AG	$-0,59 \pm 6,41i$	1,02	9,20
3	LQR	$-0,34 \pm 7,48i$	1,19	4,56
	LMI	$-0,37 \pm 5,09i$	0,81	7,17
	AG	$-0,41 \pm 5,38i$	0,86	7,66
4	LQR	$-0,44 \pm 7,59i$	1,21	5,82
	LMI	$-0,62 \pm 7,52i$	1,20	8,15
	AG	$-0,49 \pm 5,13i$	0,82	9,50

Figura 42 – Ângulo do Gerador da Barra 101 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Saída do Controlador Centralizado. Figura 43 – Tensão de Campo do Gerador da Barra 101 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Saída do Controlador Centralizado.

Figura 44 – Ângulo do Gerador da Barra 201 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Saída do Controlador Centralizado.

Figura 45 – Tensão de Campo do Gerador da Barra 201 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Saída do Controlador Centralizado.

Figura 46 – Ângulo do Gerador da Barra 302 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Saída do Controlador Centralizado.

Figura 47 – Tensão de Campo do Gerador da Barra 302 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Saída do Controlador Centralizado.

Figura 48 – Ângulo do Gerador da Barra 401 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Saída do Controlador Centralizado.

Figura 49 – Tensão de Campo do Gerador da Barra 401 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Saída do Controlador Centralizado.

Figura 50 – Ângulo do Gerador da Barra 502 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Saída do Controlador Centralizado.

Figura 51 – Tensão de Campo do Gerador da Barra 502 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Saída do Controlador Centralizado.

As Figuras 52 a 60 apresentam os resultados dos ângulos dos geradores das barras 101, 201, 302, 401 e 502 respectivamente para a segunda condição de análise: a perda do sinal de desvio de velocidade do gerador da barra 201. Para este caso, houve estabilidade angular do sistema para os três diferentes controladores centralizados projetados. Além disso, os resultados apontam um desempenho em termos de amortecimento melhor para o controlador centralizado projetado através da abordagem baseada em algoritmos genéticos, seguido do projetado através da abordagem baseada em desigualdades matriciais e do projetado através da abordagem baseada na resolução da equação de Riccati.

Figura 52 – Ângulo do Gerador da Barra 101 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Entrada do Controlador Centralizado.

Figura 53 – Tensão de Campo do Gerador da Barra 101 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Entrada do Controlador Centralizado.

Figura 54 – Ângulo do Gerador da Barra 201 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Entrada do Controlador Centralizado.

Figura 55 – Tensão de Campo do Gerador da Barra 201 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Entrada do Controlador Centralizado.

Figura 56 – Ângulo do Gerador da Barra 302 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Entrada do Controlador Centralizado.

Figura 57 – Tensão de Campo do Gerador da Barra 302 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Entrada do Controlador Centralizado.

Figura 58 – Ângulo do Gerador da Barra 401 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Entrada do Controlador Centralizado.

Figura 59 – Tensão de Campo do Gerador da Barra 401 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Entrada do Controlador Centralizado.

Figura 60 – Ângulo do Gerador da Barra 502 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Entrada do Controlador Centralizado.

Figura 61 – Tensão de Campo do Gerador da Barra 502 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Entrada do Controlador Centralizado.

As Figuras 62 a 70 apresentam os resultados dos ângulos dos geradores das barras 101, 201, 302, 401 e 502 respectivamente para a terceira condição de análise: perda do sinal de desvio de velocidade do gerador da barra 302. Novamente pode-se observar que houve estabilidade angular do sistema para os três diferentes controladores centralizados projetados. A ordem de abordagens que promoveram melhor desempenho em termos de amortecimento foram: algoritmos genéticos, desigualdades matriciais e resolução da equação de Riccati.

Figura 62 – Ângulo do Gerador da Barra 101 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Entrada do Controlador Centralizado.

Figura 63 – Tensão de Campo do Gerador da Barra 101 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Entrada do Controlador Centralizado.

Figura 64 – Ângulo do Gerador da Barra 201 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Entrada do Controlador Centralizado.

Figura 65 – Tensão de Campo do Gerador da Barra 201 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Entrada do Controlador Centralizado.

Figura 66 – Ângulo do Gerador da Barra 302 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Entrada do Controlador Centralizado.

Figura 67 – Tensão de Campo do Gerador da Barra 302 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Entrada do Controlador Centralizado.

Figura 68 – Ângulo do Gerador da Barra 401 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Entrada do Controlador Centralizado.

Figura 69 – Tensão de Campo do Gerador da Barra 401 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Entrada do Controlador Centralizado.

Figura 70 – Ângulo do Gerador da Barra 502 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Entrada do Controlador Centralizado.

Figura 71 – Tensão de Campo do Gerador da Barra 502 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Entrada do Controlador Centralizado.

As Figuras 72 a 80 apresentam os resultados dos ângulos dos geradores das barras 101, 201, 302, 401 e 502 respectivamente para a quarta condição de análise: perda do sinal de controle do controlador centralizado que vai para o gerador da barra 302. Novamente pode-se observar que houve estabilidade angular do sistema para os três diferentes controladores centralizados projetados. A ordem de abordagens que promoveram melhor desempenho em termos de amortecimento foram: algoritmos genéticos, desigualdades matriciais e resolução da equação de Riccati.

Figura 72 – Ângulo do Gerador da Barra 101 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Saída do Controlador Centralizado.

Figura 73 – Tensão de Campo do Gerador da Barra 101 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Saída do Controlador Centralizado.

Figura 74 – Ângulo do Gerador da Barra 201 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Saída do Controlador Centralizado.

Figura 75 – Tensão de Campo do Gerador da Barra 201 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Saída do Controlador Centralizado.

Figura 76 – Ângulo do Gerador da Barra 302 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Saída do Controlador Centralizado.

Figura 77 – Tensão de Campo do Gerador da Barra 302 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Saída do Controlador Centralizado.

Figura 78 – Ângulo do Gerador da Barra 401 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Saída do Controlador Centralizado.

Figura 79 – Tensão de Campo do Gerador da Barra 401 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Saída do Controlador Centralizado.

Figura 80 – Ângulo do Gerador da Barra 502 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Saída do Controlador Centralizado.

Figura 81 – Tensão de Campo do Gerador da Barra 101 com a Aplicação de uma Falta Trifásica e Perda do *Link* da Saída do Controlador Centralizado.

Assim, pela análise não linear realizada, a consideração das possíveis perdas de *links* de comunicação do controlador centralizado com a planta no projeto do controlador através da abordagem baseada em algoritmos genéticos garantiu estabilidade angular ao sistema com amortecimento satisfatório. Embora as abordagens baseadas em desigualdades matriciais lineares e na resolução da Riccati tenham apresentado bons resultados para algumas perdas de *links*, não há garantias de estabilidade do sistema por não considerarem este tipo de evento no momento do projeto do controlador centralizado.

Conclusões

Nesta pesquisa foi apresentado a avaliação de forma comparativa entre diferentes métodos de projeto de controladores em dois níveis utilizando sinais de medição fasorial sincronizada e considerando atrasos de tempo. Este controlador em dois níveis apresenta como principal objetivo a melhora do desempenho dinâmico do sistema elétrico, no âmbito da estabilidade angular, diante de pequenas perturbações. Ele é composto pelo tradicional controle descentralizado no primeiro nível e pelo controle centralizado usando sinais de medição fasorial sincronizada no segundo nível.

Os principais desafios deste controle em dois níveis são o atraso dos canais de medição e controle, o uso de métodos de projeto multivariáveis e, principalmente, a consideração de um controle com realimentação de saída de baixa ordem. Já foi apresentado na literatura um método baseado na resolução da equação de Riccati a fim de superar estes desafios e projetar um controlador centralizado.

Foi apresentada no Apêndice D desta pesquisa uma avaliação comparativa entre a aproximação de Padé de segunda ordem e o atraso de tempo puro em simulações não lineares no *software* ANATEM para diferentes atrasos de tempo. Pode-se observar que as respostas angulares foram similares para os dois modelos de atrasos de tempo considerando atrasos de tempo de 50, 100, 200 e 300 ms, embora as respostas de sinais de saída do controlador centralizado não apresentassem similaridade. Uma vez que em (TAYLOR et al., 2005) foi estimado um atraso de tempo de 116 ms nos canais de comunicação, então a aproximação de Padé de segunda ordem apresenta eficácia na representação do atraso de tempo puro para controladores a sinais remotos.

Esta pesquisa propôs avaliar métodos de projeto de controladores centralizados considerando os mesmos desafios do parágrafo anterior além de considerar múltiplos pontos de operação do sistema e possíveis perdas de *links* de comunicação na entrada e na saída do controlador centralizado. As abordagens avaliadas foram três: resolução da equação de Riccati considerando incertezas, desigualdades matriciais lineares e algoritmos genéticos. Dois sistemas elétricos foram utilizados a fim de ser comparar as abordagens: o Sistema Equivalente Sul-Sudeste Brasileiro e o Sistema Simplificado Australiano.

A abordagem de projeto de controlador centralizado baseada na resolução da equação de Riccati e apresentada em (DOTTA; SILVA; DECKER, 2009b) foi aprimorada. Antes ela permitia projetar o controlador considerando apenas um ponto de operação. Com o propósito de projetar o controlador centralizado robusto a variações do ponto de operação, foi considerado a teoria de incertezas (TRINH; ALDEEN, 1993). Uma vantagem desta abordagem é encontrar uma matriz de Lyapunov (P) para o sistema de malha fechada e, assim, garante-se estabilidade no senso de Lyapunov para os pontos de operação que foram considerados no projeto e para os pontos presentes na região definida por estes pontos de operação do projeto (teoria de politopos). No entanto tal abordagem não permite considerar possíveis perdas de *links* do controlador centralizado. Além disso, no momento do projeto é necessário definir os polos do controlador centralizado exigindo do projetista uma avaliação da compensação de fase necessária.

Com a abordagem baseada em desigualdades matriciais lineares, decidiu-se utilizar o método de projeto de controladores apresentado em (RAMOS; ALBERTO; BRETAS, 2004). Tal método permite projetar controladores multivariáveis e robustos a diferentes pontos de operação. Entretanto, a convergência do método fornece um controlador da mesma ordem da planta e, assim, é necessário aplicar um método de redução de ordem a fim do controlador ser fisicamente implementável. Com a redução do algoritmo perde-se a garantia de estabilidade no senso de Lyapunov uma vez que a matriz P de Lyapunov do controlador projetado não é o mesmo do controlador reduzido, embora garanta-se estabilidade para os pontos de operação que foram considerados no projeto. Além disso, tal abordagem também não permite considerar perdas de *links* de comunicação do controlador centralizado com a planta no projeto do controlador.

No Apêndice A desta pesquisa é apresentado a comprovação do teorema baseado em desigualdades matriciais lineares de mapeamento do semi-plano esquerdo na região de segurança definida pelo amortecimento mínimo (ζ_0). Tal teorema compõe o desenvolvimento do algoritmo presente em (RAMOS; ALBERTO; BRETAS, 2004) e esta especificação de amortecimento mínimo foi alcançada como comprovado pelas simulações realizadas no projeto e avaliação de controladores centralizados.

A abordagem baseada em algoritmos genéticos que foi apresentada é a única abordagem dentre as três em análise nesta pesquisa em particular que permite projetar um controlador centralizado multivariável robusto a múltiplos pontos de operação e possíveis perdas de *links* de comunicação do controlador com a planta. Além disso, tal abordagem permite a aplicação de programação paralela a fim de agilizar o processo de convergência de uma solução para o problema.

Os resultados alcançados para ambos os sistemas elétricos mostraram que as três abordagens são eficazes no projeto de controladores centralizados considerando múltiplos pontos de operação. Simulações dinâmicas do sistema realizadas no *software* ANATEM com o controlador em dois níveis evidenciaram a estabilidade angular dos sistemas elétricos

com a aplicação de uma contingência e garantiram um amortecimento superior à margem de segurança de 5%.

Considerando as possíveis perdas de *links* na entrada e na saída do controlador centralizado com a planta, a abordagem baseada em algoritmos genéticos forneceu um controlador centralizado com bom desempenho como evidenciado pelos resultados de ambos os sistemas elétricos em análise. A estabilidade angular foi garantida como demonstrado pelas simulações dinâmicas e o controlador em dois níveis forneceu um amortecimento superior à margem de segurança de 5%. Os controladores centralizados projetados através das abordagens baseadas na resolução da equação de Riccati e em desigualdades matriciais lineares também foram avaliados com a perda de *link* de comunicação mesmo não considerando no momento do projeto. Os resultados mostraram que não há garantias de estabilidade dos sistemas embora para alguns casos de operação a resposta angular tenha sido estável.

Com face ao apresentado, a abordagem baseada em algoritmos genéticos apresentou melhor eficácia, como demonstrado pelos resultados alcançados em simulações lineares e não lineares, por projetar um controlador centralizado robusto a múltiplos pontos de operação e possíveis perdas de *links* de comunicação na entrada e na saída do controlador com a planta.

5.1 Principais Contribuições

Com o propósito de resumir as contribuições desta pesquisa de mestrado, essas são apresentadas como segue:

- ❑ Avaliação de abordagens de projeto de controladores centralizados baseadas em Solução da Equação de Riccati, Desigualdades Matriciais Lineares e Algoritmos Genéticos, considerando atrasos de tempo no momento do projeto.
- ❑ Comprovação do teorema de mapeamento do semi-plano esquerdo na região de segurança (vide Apêndice A);
- ❑ Avaliação da aproximação de Padé de segunda ordem e do atraso de tempo puro em simulações não lineares no *software* ANATEM (vide Apêndice D);
- ❑ Aprimoramento da abordagem baseada na Solução da Equação de Riccati a fim de considerar incertezas com relação ao sistema elétrico;
- ❑ Projeto de controladores centralizados para as três abordagens robustos às variações de carga e de topologia da rede elétrica;

- ❑ Projeto de controladores centralizados baseado em algoritmos genéticos robustos às variações de carga e de topologia da rede elétrica e possíveis perdas de *links* de comunicação do controlador com a planta;

5.2 Perspectivas de Trabalhos Futuros

Como próximos passos desta pesquisa estão:

- ❑ **Robustez à atrasos de tempo:** o uso da aproximação de Padé requer a especificação do atraso de tempo (T) que permanece constante durante o projeto do controlador centralizado. Assim, é necessário o aprimoramento das abordagens de projeto a fim de se projetar controladores centralizados robustos a variações de atrasos de tempo dos canais de comunicação da entrada e da saída do controlador centralizado.
- ❑ **Projeto de controladores considerando geradores eólicos:** nesta pesquisa os sistemas elétricos utilizados para projetos de controladores centralizados apresentam geradores síncronos. Em virtude da alta penetração de geradores eólicos (assíncronos) em sistemas de potência, há a necessidade de se avaliar os modos de oscilação e as abordagens de projeto de controladores centralizados.
- ❑ **Robustez a ruídos de medição:** grandezas fasoriais são adquiridas das unidades do tipo PMU e durante o período de medição podem ocorrer falhas e/ou erros no processo afetando na fidelidade dos dados medidos. Uma vez que os desvios de velocidade dos geradores são estimados através das grandezas fasoriais medidas, então tais falhas e/ou erros afetam os sinais de entrada dos controladores de sinais remotos. Assim, é importante projetar e avaliar controladores frente a possíveis falhas e/ou erros no processo de medição.
- ❑ **Avaliação de meta-heurísticas no projeto de controladores:** Nesta pesquisa foi utilizada uma classe particular de algoritmos evolutivos: o algoritmo genético. Há meta-heurísticas disponíveis na literatura como Otimização por Enxame de Partículas, Otimização por Colônia de Formigas, Pesquisa Tabu, Evolução Diferencial, dentre outras. Assim, estas meta-heurísticas podem ser avaliadas no projeto de controladores centralizados a partir de análises estatísticas como tempo para convergência, amortecimento máximo alcançado para o sistema de malha fechada, média e desvio padrão de um conjunto de simulações do mesmo algoritmo, dentre outras.
- ❑ **Projeto de controladores considerando ângulos dos geradores como entradas:** Nesta pesquisa utilizou-se desvios de velocidade como entradas para o projeto de controladores centralizados que é o procedimento usual da literatura. Consiste

como passos futuros projetar controladores centralizados que apresentem como entradas ângulos dos geradores e avaliar em termos de desempenho com o projetado com desvios de velocidade como entradas.

Referências

- ANDERSON, G. et al. Causes of the 2003 major grid blackouts in north america and europe, and recommended means to improve system dynamic performance. **IEEE Transactions on Power Systems**, 2005. v. 20, n. 4, p. 1923–1928, 2005.
- BAILLIEUL, J.; ANTSAKLIS, P. J. Control and Communication Challenges in Networked Real-Time Systems. **Proceedings of the IEEE**, 2007. v. 95, n. 1, p. 9–28, jan. 2007. ISSN 0018-9219.
- BALLANCE, J. W.; BHARGAVA, B.; RODRIGUEZ, G. D. Monitoring power system dynamics using phasor measurement technology for power system dynamic security assessment. In: **Power Tech Conference Proceedings, 2003 IEEE Bologna**. [S.l.: s.n.], 2003.
- BENTO, M. E. C.; DOTTA, D.; RAMOS, R. A. Performance Analysis of Wide Area Damping Control Design Methods. In: **2016 IEEE Power & Energy Society General Meeting**. [S.l.: IEEE, 2016. p. 1–5.
- BENTO, M. E. C.; RAMOS, R. A.; BORGES, R. C. Projeto de Estabilizadores de Sistemas de Potência para Geradores Síncronos Distribuídos usando Otimização por Enxame de Partículas. In: **XI Latin-American Congress on Electricity Generation and Transmission**. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1–6. ISBN 978-85-61065-02-7.
- BENTO, M. E. C.; RAMOS, R. A.; CASTOLDI, M. F. Design of Power Systems Stabilizers for distributed synchronous generators using Linear Matrix Inequality solvers. In: **2015 IEEE Power & Energy Society General Meeting**. [S.l.: IEEE, 2015. p. 1–5. ISBN 978-1-4673-8040-9.
- _____. Projeto de Estabilizadores de Sistemas de Potência para Geradores Síncronos Distribuídos Operando sob Condições Desbalanceadas. In: **XI Latin-American Congress on Electricity Generation and Transmission**. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1–7. ISBN 978-85-61065-02-7.
- BENTO, M. E. C.; RAMOS, R. A.; DOTTA, D. Projeto de Controladores em Dois Níveis via Desigualdades Matriciais Lineares usando Sinais de Medição Fasorial Sincronizada com Atraso de Tempo. In: **XI Latin-American Congress on Electricity Generation and Transmission**. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1–6. ISBN 978-85-61065-02-7.
- BOYD, S. et al. **Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory**. [S.l.: SIAM: Phliadelphia, 1994.

- BREZINSKI, C. Extrapolation algorithms and Padé approximations: a historical survey. **Applied Numerical Mathematics**, 1996. v. 20, n. 3, p. 299–318, mar. 1996. ISSN 01689274.
- CANIZARES, C. et al. **Benchmark Systems for Small-Signal Stability Analysis and Control, PES Resource Center (IEEE PES Technical Report (TR-18) of the PSDP Task Force on Benchmark Models for Stability Controls)**. [S.l.], Aug 2015. Disponível em: <<http://resourcecenter.ieee-pes.org/pes/product/technical-reports/PESTR18>>.
- CASTOLDI, M. et al. A hybrid algorithm to tune power oscillation dampers for FACTS devices in power systems. **Control Engineering Practice**, 2014. v. 24, p. 25–32, mar. 2014. ISSN 09670661.
- CEPEL. **PACDYN User's Manual version 9.6.2**. [S.l.], 2013. Disponível em: <<http://www.dre.cepel.br/>>.
- _____. **Anatem User's Manual version 10.5.2**. [S.l.], 2014. Disponível em: <<http://www.dre.cepel.br/>>.
- CHAKRABORTTY, A.; KHARGONEKAR, P. P. Introduction to wide-area control of power systems. In: **2013 American Control Conference**. [S.l.]: IEEE, 2013. p. 6758–6770. ISBN 978-1-4799-0178-4.
- CHILALI, M.; GAHINET, P. h_∞ design with pole placement constraints: An lmi approach. **IEEE Transactions on Automatic Control**, 1996. v. 41, n. 3, p. 358–367, 1996.
- CHOW, J. H. et al. Power system damping controller design using multiple input signals. **IEEE Control System Magazine**, 2000. v. 20, n. 4, p. 82–90, 2000.
- DAVISON, E. J.; RAMESH, N. A note on the eigenvalues of a real matrix. **IEEE Transactions on Automatic Control**, 1970. v. 15, n. 2, p. 252–253, 1970.
- DE CAMPOS, V.; CRUZ, J. da; ZANETTA, L. Robust and optimal adjustment of Power System Stabilizers through Linear Matrix Inequalities. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, 2012. v. 42, n. 1, p. 478–486, nov. 2012. ISSN 01420615.
- DE OLIVEIRA, M. C.; GEROMEL, J. C.; BERNUSSOU, J. Design of dynamic output feedback decentralized controllers via a separation procedure. **International Journal of Control**, 2000. v. 73, n. 5, p. 371–381, 2000. ISSN 0020-7179.
- DE OLIVEIRA, R. V.; RAMOS, R. A.; BRETAS, N. G. An algorithm for computerized automatic tuning of power system stabilizers. **Control Engineering Practice**, 2010. v. 18, n. 1, p. 45–54, jan. 2010. ISSN 09670661.
- DECKER, I. et al. Performance of a synchronized phasor measurements system in the Brazilian power system. In: **2006 IEEE Power Engineering Society General Meeting**. [S.l.]: IEEE, 2006. p. 8 pp. ISBN 1-4244-0493-2.
- DEL ANGEL, A. et al. Estimation of rotor angles of synchronous machines using artificial neural networks and local PMU-based quantities. **Neurocomputing**, 2007. v. 70, n. 16-18, p. 2668–2678, out. 2007. ISSN 09252312.

- DEMELLO, F.; CONCORDIA, C. Concepts of Synchronous Machine Stability as Affected by Excitation Control. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, 1969. PAS-88, n. 4, p. 316–329, abr. 1969. ISSN 0018-9510.
- DENG, J.; LI, C.; ZHANG, X.-P. Coordinated Design of Multiple Robust FACTS Damping Controllers: A BMI-Based Sequential Approach With Multi-Model Systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, 2015. v. 30, n. 6, p. 3150–3159, nov. 2015. ISSN 0885-8950.
- DO BOMFIM, A.; TARANTO, G.; FALCAO, D. Simultaneous tuning of power system damping controllers using genetic algorithms. **IEEE Transactions on Power Systems**, 2000. v. 15, n. 1, p. 163–169, 2000. ISSN 08858950.
- DOTTA, D. **Controle hierárquico usando sinais de medição fasorial sincronizada**. Tese (Doutorado) — Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Florianópolis, 2009. Disponível em: <<http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/92498>>.
- DOTTA, D.; SILVA, A. S. e.; DECKER, I. C. Design of power system controllers by nonsmooth, nonconvex optimization. In: **2009 IEEE Power & Energy Society General Meeting**. [S.l.]: IEEE, 2009. p. 1–7. ISBN 978-1-4244-4241-6.
- DOTTA, D.; SILVA, A. S. e; DECKER, I. C. Wide-area measurements-based two-level control design considering signal transmission delay. **IEEE Transactions on Power Systems**, 2009. v. 24, n. 1, p. 208–216, 2009.
- DY-LIACCO, T. Control centers are here to stay. **IEEE Computer Applications in Power**, 2002. v. 15, n. 4, p. 18–23, 2002.
- EHRENSPERGER, J. G. **Sistemas de Medição Fasorial Sincronizada: Análise do Estado da Arte e Aplicações no Monitoramento de Sistemas de Energia Elétrica**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), 2004.
- FLEMING, P.; PURSHOUSE, R. Evolutionary algorithms in control systems engineering: a survey. **Control Engineering Practice**, 2002. v. 10, n. 11, p. 1223–1241, nov. 2002. ISSN 09670661.
- GEROMEL, J. C. **Methods and Techniques for Decentralized Control Systems: Analysis and Design**. [S.l.]: Ed. Clup, 1987.
- GIBBARD, M.; VOWLES, D. Simplified 14-generator model of the se australian power system. **IEEE PES Task Force on Benchmark Systems for Stability Controls**, 2014. June 2014. Disponível em: <<http://www.sel.eesc.usp.br/ieee>>.
- GOLDBERG, D. E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning**. 1st. ed. Boston, MA, USA: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1989. ISBN 0201157675.
- GOMES, S.; MARTINS, N.; PORTELA, C. Computing Small-Signal Stability Boundaries for Large-Scale Power Systems. **IEEE Power Engineering Review**, 2002. v. 22, n. 12, p. 61–61, dez. 2002. ISSN 0272-1724.

- HASSAN, L. H. et al. Optimization of power system stabilizers using participation factor and genetic algorithm. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, 2014. v. 55, p. 668–679, fev. 2014. ISSN 01420615.
- JHA, M.; CHAKRABARTI, S.; KYRIAKIDES, E. Estimation of the rotor angle of a synchronous generator by using PMU measurements. In: **2015 IEEE Eindhoven PowerTech**. [S.l.]: IEEE, 2015. p. 1–6. ISBN 978-1-4799-7693-5.
- KAMWA, I.; GERIN-LAJOIE, L.; TRUDEL, G. Multi-loop power system stabilizers using wide-area synchronous phasor measurements. In: **Proceedings of the 1998 American Control Conference. ACC (IEEE Cat. No.98CH36207)**. [S.l.]: IEEE, 1998. p. 2963–2967 vol.5. ISBN 0-7803-4530-4.
- KAMWA, I.; GRONDIN, R.; HEBERT, Y. Wide-area measurement based stabilizing control of large power systems - a decentralized/hierarchical approach. **IEEE Transactions on Power Systems**, 2001. v. 16, n. 1, p. 136–153, 2001.
- KLUMP, R.; WILSON, R.; MARTIN, K. Visualizing Real-Time Security Threats Using Hybrid SCADA / PMU Measurement Displays. In: **Proceedings of the 38th Annual Hawaii International Conference on System Sciences**. [S.l.]: IEEE, 2005. p. 55c–55c. ISBN 0-7695-2268-8.
- KUNDUR, P. **Power System Stability Control**. [S.l.]: New York: McGraw-Hill, 1994.
- LAUB, A. et al. Computation of system balancing transformations and other applications of simultaneous diagonalization algorithms. **IEEE Transactions on Automatic Control**, 1987. v. 32, n. 2, p. 115–122, fev. 1987. ISSN 0018-9286.
- LIMA, L. et al. **IEEE PES Task Force on Benchmark Systems for Stability Controls**. [S.l.], july 2015.
- LISCOUSKI, B.; ELLIOT, W. Final report on the august 14, 2003 blackout in the united states and canada: Causes and recommendations. **A report to US Department of Energy**, 2004. v. 40, n. 4, 2004.
- LOFBERG, J. Automatic robust convex programming. **Optimization methods and software**, 2012. v. 27, n. 1, p. 115–129, 2012.
- MARTINS, N.; LIMA, L. T. G. Eigenvalue and frequency domain analysis of small-signal electromechanical stability problems. In: **Proceedings IEEE Symposium on Application of Eigenanalysis and Frequency Domain Method for System Dynamic Performance**. [S.l.: s.n.], 1989. p. 17–33.
- MOORE, B. Principal component analysis in linear systems: Controllability, observability, and model reduction. **IEEE Transactions on Automatic Control**, 1981. v. 26, n. 1, p. 17–32, 1981.
- MORISON, K.; WANG, L.; KUNDUR, P. Power system security assessment. **IEEE Power and Energy Magazine**, 2004. v. 2, n. 5, p. 30–39, 2004.
- NI, H.; HEYDT, G. T.; MILI, L. Power system damping stability agents using robust wide-area control. **IEEE Transactions on Power Systems**, 2002. v. 17, n. 4, p. 1123–1131, 2002.

- OKUO, F.; DESSAINT, L. A.; AKHRIG, O. Power system stability enhancement using a wide-area signals based hierarchical controller. **IEEE Transactions on Power Systems**, 2005. v. 20, n. 3, p. 1465–1477, 2005.
- PEREZ-ARRIAGA, I.; VERGHESE, G.; SCHWEPPE, F. Selective Modal Analysis with Applications to Electric Power Systems, PART I: Heuristic Introduction. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, 1982. PAS-101, n. 9, p. 3117–3125, set. 1982. ISSN 0018-9510.
- PIARDI, A. B.; RAMOS, R. A. Report on the simplified 14-generator model of the southeastern australian power system - cepel package. **IEEE PES Task Force on Benchmark Systems for Stability Controls**, 2015. July 2015. Disponível em: <<http://www.sel.eesc.usp.br/ieee>>.
- RAMOS, R. A. **Procedimento de projeto de controladores robustos para o amortecimento de oscilações eletromecânicas em sistemas de potência**. Tese (Doutorado) — Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18133/tde-11032003-074604>>.
- RAMOS, R. A.; ALBERTO, L. F. C.; BRETAS, N. G. A new methodology for the coordinated design of robust decentralized power system damping controllers. **IEEE Transactions on Power Systems**, 2004. v. 19, n. 1, p. 444–454, 2004.
- RAMOS, R. A.; MARTINS, A. C. P.; BRETAS, N. G. An improved methodology for the design of power system damping controllers. **IEEE Transactions on Power Systems**, 2005. v. 20, n. 4, p. 1938–1945, 2005.
- SAFONOV, M.; CHIANG, R. A Schur method for balanced-truncation model reduction. **IEEE Transactions on Automatic Control**, 1989. v. 34, n. 7, p. 729–733, jul. 1989. ISSN 00189286. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper-.htm?arnumber=29399>>.
- SAMPAIO, R. F.; BARROSO, G. C.; LEAO, R. P. S. Método de implementação de sistema de diagnóstico de falta para subestações baseado em redes de petri. **SBA Controle & Automação**, 2005. v. 16, n. 4, 2005.
- SIMOES COSTA, A.; FREITAS, F.; SILVA, A. e. Design of decentralized controllers for large power systems considering sparsity. **IEEE Transactions on Power Systems**, 1997. v. 12, n. 1, p. 144–152, 1997. ISSN 08858950.
- SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. **Multivariable feedback control: analysis and design**. [S.l.]: NJ: John Wiley, 2005.
- STURM, J. F. Using SeDuMi 1.02, A Matlab toolbox for optimization over symmetric cones. **Optimization Methods and Software**, 1999. v. 11, n. 1-4, p. 625–653, jan. 1999. ISSN 1055-6788.
- TAYLOR, C. W. et al. Wacs wide-area stability and voltage control system: R&d and online demonstration. In: **Proceedings of the IEEE**. [S.l.: s.n.], 2005. v. 93, n. 5, p. 892–906.

TRINH, H.; ALDEEN, M. Decentralised feedback controllers for uncertain interconnected dynamic systems. In: IET. **Control Theory and Applications, IEE Proceedings D**. [S.l.], 1993. v. 140, n. 6, p. 429–434.

UHLEN, K. et al. Wide-area power oscillation damper implementation and testing in the norwegian transmission network. In: **IEEE Power Energy Society General Meeting**. [S.l.: s.n.], 2012. p. 1–7.

XIAOCHEN HU; YUANZHANG SUN; JIANYUN ZHANG. Power system stabilizer with synthesized speed deviation signal. In: **IEEE Power Engineering Society General Meeting, 2005**. [S.l.]: IEEE, 2005. p. 1844–1849. ISBN 0-7803-9157-8.

XIE, X. et al. Wams application in chinese power system. **IEEE Power Energy Magazine**, 2006. v. 4, n. 1, p. 54–63, 2006.

Apêndices

Mapeamento do Semi-Plano Esquerdo na Região de Segurança

Este apêndice apresentará os passos e comprovações que constataam que o algoritmo baseado em LMIs apresentando na seção 3.3.1 fornece um controlador com amortecimento mínimo (ζ_0) desejado além de garantir estabilidade no senso de Lyapunov ao sistema. A Seção A.1 irá demonstrar o teorema de localização de polos de malha fechada segundo um critério de amortecimento desejado e as teorias de estabilidade no senso de Lyapunov (DAVISON; RAMESH, 1970), (CHILALI; GAHINET, 1996).

A.1 Demonstração do Teorema

Seja um região do plano complexo definida por $\Omega = \{z \in \mathbb{R} | \zeta(z) \geq \zeta_0\}$, onde ζ_0 é um amortecimento mínimo desejado e a função $\zeta()$ calcula o amortecimento mínimo de determinado número complexo. Tal região Ω está representada na Figura 82.

Figura 82 – Região Ω do Plano Complexo

Ir ser demonstrado o seguinte teorema (DAVISON; RAMESH, 1970), (CHILALI; GAHINET, 1996):

Teorema 1: Uma matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ Ω -estvel se e somente se existir uma matriz $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ tal que $P = P^T \succ 0$ tal que:

$$\begin{bmatrix} \sin(\theta)(PA + A^T P) & -\cos(\theta)(PA - A^T P) \\ \cos(\theta)(PA - A^T P) & \sin(\theta)(PA + A^T P) \end{bmatrix} \prec 0 \quad (125)$$

onde $\theta = \arccos(\zeta_0)$.

So necessrios trs passos para a completa demonstrao deste teorema:

- **Passo 1:** Representar a regio Ω definida por um ngulo θ ;
- **Passo 2:** Garantir que todos os autovalores da matriz A estejam na regio Ω ;
- **Passo 3:** Garantir que todos os autovalores da matriz A estejam na regio Ω e a matriz A seja estvel no senso de Lyapunov.

A.1.1 Passo 1

A regio Ω da Figura 82 pode ser representada por

$$\Omega = \left\{ \lambda_i \in \mathbb{R}; \operatorname{Re}(\lambda_i)\sin(\theta) \pm \operatorname{Im}(\lambda_i)\cos(\theta) \leq 0; 0 \leq \theta < \frac{\pi}{2} \right\} \quad (126)$$

onde $\lambda_i, i = 1, \dots, n$ so os autovalores da matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$.

Prova

Seja $\lambda_i = -r_i(\cos(\phi_i) \pm j\sin(\phi_i))$, $i = 1, \dots, n$, $r \in \mathbb{R}^+$ os autovalores da matriz A na representao polar. Ento da desigualdade de Ω , eq. 126:

$$\operatorname{Re}(\lambda_i)\sin(\theta) \pm \operatorname{Im}(\lambda_i)\cos(\theta) \leq 0 \quad (127)$$

$$(-r_i\cos(\phi_i))\sin(\theta) \pm (-r_i\sin(\phi_i))\cos(\theta) \leq 0 \quad (128)$$

$$\begin{cases} -r_i\cos(\phi_i)\sin(\theta) - r_i\sin(\phi_i)\cos(\theta) \leq 0 \\ -r_i\cos(\phi_i)\sin(\theta) + r_i\sin(\phi_i)\cos(\theta) \leq 0 \end{cases} \quad (129)$$

$$\begin{cases} -r_i[\cos(\phi_i)\sin(\theta) + \sin(\phi_i)\cos(\theta)] \leq 0 \\ -r_i[\cos(\phi_i)\sin(\theta) - \sin(\phi_i)\cos(\theta)] \leq 0 \end{cases} \quad (130)$$

Eliminando-se r_i , uma vez que se trata de um nmero no nulo, tem-se

$$\begin{cases} \cos(\phi_i)\sin(\theta) + \sin(\phi_i)\cos(\theta) \geq 0 \\ \cos(\phi_i)\sin(\theta) - \sin(\phi_i)\cos(\theta) \geq 0 \end{cases} \quad (131)$$

$$\begin{cases} \text{sen}(\theta - \phi_i) \geq 0 \\ \text{sen}(\theta + \phi_i) \geq 0 \end{cases} \quad (132)$$

Assim,

$$\begin{cases} 0 \leq \theta - \phi_i \leq \pi \\ 0 \leq \theta + \phi_i \leq \pi \end{cases} \quad (133)$$

Portanto,

$$0 \leq \phi_i \leq \theta \quad (134)$$

Como $\phi_i \leq \theta$ implica em $\zeta(\phi_i) \leq \zeta(\theta)$, então todos os autovalores λ_i estão na região Ω definida pela Figura 82. Assim, a representação por desigualdade, eq. 126, define a região Ω corretamente.

A.1.2 Passo 2

Teorema: Uma condição necessária e suficiente para que todos os autovalores da matriz real A , $\lambda_i(A)$, $i = 1, \dots, n$ estejam dentro de uma região Ω é que:

$$\text{Re}[\lambda_k^*(A^*)] \leq 0 \quad (135)$$

para $k = 1, \dots, 2n$, onde

$$A^* = \begin{bmatrix} A \text{sen}(\theta) & -A \text{cos}(\theta) \\ A \text{cos}(\theta) & A \text{sen}(\theta) \end{bmatrix} \quad (136)$$

Antes de demonstrar este teorema, é necessário informar alguns teoremas que são importantes para compreender a futura demonstração:

Teorema: Seja $\lambda_i = \alpha_i \pm j\beta_i$ autovalores complexos da matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, então uma representação da matriz A por bloco de Jordan é:

$$A = \begin{bmatrix} \alpha_1 & -\beta_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \beta_1 & \alpha_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_2 & -\beta_2 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_2 & \alpha_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \alpha_n & -\beta_n \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \beta_n & \alpha_n \end{bmatrix} \quad (137)$$

Teorema: Seja $\lambda_i = \sigma_i$ autovalores reais da matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, então uma representação da matriz A por bloco de Jordan é:

$$A = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_n \end{bmatrix} \quad (138)$$

Teorema: Seja λ_i os autovalores da matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, sendo $\lambda_i = \alpha_i \pm j\beta_i$ para $i = 1, \dots, p$ os autovalores complexos, parte imaginária diferente de zero, e $\lambda_i = \sigma_{i-p}$ para $i = p+1, \dots, n$ os autovalores reais. Então uma representação da matriz A por bloco de Jordan é:

$$A = \begin{bmatrix} \alpha_1 & -\beta_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \beta_1 & \alpha_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_2 & -\beta_2 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \beta_2 & \alpha_2 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \alpha_p & -\beta_p & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \beta_p & \alpha_p & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \sigma_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \sigma_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \sigma_{n-p} \end{bmatrix} \quad (139)$$

Teorema: Seja $A = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{m \times n}$ e $B \in \mathbb{R}^{p \times q}$, então o produto de Kronecker $\otimes$ é definido por:

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & \cdots & a_{1n}B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}B & \cdots & a_{mn}B \end{bmatrix} \quad (140)$$

Seja $A \in \mathbb{R}^{m \times m}$ e $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\alpha_i[A]$ os autovalores de A para $i = 1, \dots, m$ e $\beta_k[B]$, os autovalores de B para $k = 1, \dots, n$, então os autovalores γ_l de $A \otimes B$, para $l = m \times n$, são:

$$\gamma_l[A \otimes B] = \alpha_i[A] \cdot \beta_k[B] \quad (141)$$

Agora será demonstrado o teorema definido pelas eqs. (135)-(136). Seja a matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ definida por:

$$A^* = \begin{bmatrix} A \sin(\theta) & -A \cos(\theta) \\ A \cos(\theta) & A \sin(\theta) \end{bmatrix} \quad (142)$$

então

$$A^* = \begin{bmatrix} \text{sen}(\theta) & -\text{cos}(\theta) \\ \text{cos}(\theta) & \text{sen}(\theta) \end{bmatrix} \otimes A \quad (143)$$

Assim os autovalores λ_k^* , para $k = 1, \dots, 2n$ de A^* são:

$$\lambda_k^*(A^*) = \lambda_i(A) \cdot (\text{sen}(\theta) \pm j\text{cos}(\theta)) \quad (144)$$

$$\lambda_k^* = \lambda_i \cdot (\text{sen}(\theta) \pm j\text{cos}(\theta)) \quad (145)$$

$$\lambda_k^* = [\text{Re}(\lambda_i) \pm j\text{Im}(\lambda_i)] \cdot (\text{sen}(\theta) \pm j\text{cos}(\theta)) \quad (146)$$

$$\lambda_k^* = \begin{cases} (\text{Re}(\lambda_i) + j\text{Im}(\lambda_i)) \cdot (\text{sen}(\theta) + j\text{cos}(\theta)) \\ (\text{Re}(\lambda_i) - j\text{Im}(\lambda_i)) \cdot (\text{sen}(\theta) + j\text{cos}(\theta)) \\ (\text{Re}(\lambda_i) + j\text{Im}(\lambda_i)) \cdot (\text{sen}(\theta) - j\text{cos}(\theta)) \\ (\text{Re}(\lambda_i) - j\text{Im}(\lambda_i)) \cdot (\text{sen}(\theta) - j\text{cos}(\theta)) \end{cases} \quad (147)$$

$$\lambda_k^* = \begin{cases} (\text{Re}(\lambda_i)\text{sen}(\theta) - \text{Im}(\lambda_i)\text{cos}(\theta)) + j(\text{Re}(\lambda_i)\text{cos}(\theta) + \text{Im}(\lambda_i)\text{sen}(\theta)) \\ (\text{Re}(\lambda_i)\text{sen}(\theta) + \text{Im}(\lambda_i)\text{cos}(\theta)) + j(\text{Re}(\lambda_i)\text{cos}(\theta) - \text{Im}(\lambda_i)\text{sen}(\theta)) \\ (\text{Re}(\lambda_i)\text{sen}(\theta) - \text{Im}(\lambda_i)\text{cos}(\theta)) + j(-\text{Re}(\lambda_i)\text{cos}(\theta) + \text{Im}(\lambda_i)\text{sen}(\theta)) \\ (\text{Re}(\lambda_i)\text{sen}(\theta) + \text{Im}(\lambda_i)\text{cos}(\theta)) + j(-\text{Re}(\lambda_i)\text{cos}(\theta) - \text{Im}(\lambda_i)\text{sen}(\theta)) \end{cases} \quad (148)$$

Tomando-se a parte real dos autovalores λ_k^* tem-se:

$$\text{Re}(\lambda_k^*) = \begin{cases} \text{Re}(\lambda_i)\text{sen}(\theta) - \text{Im}(\lambda_i)\text{cos}(\theta) \\ \text{Re}(\lambda_i)\text{sen}(\theta) + \text{Im}(\lambda_i)\text{cos}(\theta) \end{cases} \quad (149)$$

ou de forma simplificada

$$\text{Re}(\lambda_k^*) = \text{Re}(\lambda_i)\text{sen}(\theta) \pm \text{Im}(\lambda_i)\text{cos}(\theta) \quad (150)$$

justamente a definição da região Ω , eq. 126.

A.1.3 Passo 3

Segundo as teorias de Lyapunov, uma matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é estável se e somente se existe uma matriz $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ tal que $P = P^T$ satisfazendo:

$$P \succ 0 \quad (151)$$

$$A^T P + P A \prec 0 \quad (152)$$

Agora é necessário encontrar uma condição para que todos os autovalores de A estejam em uma região Ω e, além disso, seja estável no senso de Lyapunov.

Teorema: Uma região LMI é qualquer conjunto Ω do plano complexo que pode ser definido por:

$$\Omega = \{z \in \mathbb{C} | \alpha + z\beta + \bar{z}\beta^T < 0\} \quad (153)$$

onde $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ e $\alpha = \alpha^T$.

A função

$$f_\Omega = \alpha + z\beta + \bar{z}\beta^T \quad (154)$$

é chamada função característica.

A função característica da região Ω definida pela Figura 82 e eq. 126 é:

$$f_\Omega = \begin{bmatrix} \text{sen}(\theta)(z + \bar{z}) & -\cos(\theta)(z - \bar{z}) \\ \cos(\theta)(z - \bar{z}) & \text{sen}(\theta)(z + \bar{z}) \end{bmatrix} \quad (155)$$

onde z são os autovalores de A .

Prova

$$f_\Omega = \begin{bmatrix} \text{sen}(\theta)(z + \bar{z}) & -\cos(\theta)(z - \bar{z}) \\ \cos(\theta)(z - \bar{z}) & \text{sen}(\theta)(z + \bar{z}) \end{bmatrix} < 0 \quad (156)$$

$$\text{sen}(\theta)(z + \bar{z}) = \text{sen}(\theta)(\text{Re}(z) + j\text{Im}(z) + \text{Re}(z) - j\text{Im}(z)) \quad (157)$$

$$\text{sen}(\theta)(z + \bar{z}) = \text{sen}(\theta)(\text{Re}(z) + \mathbf{jIm}(z) + \text{Re}(z) - \mathbf{jIm}(z)) \quad (158)$$

$$\text{sen}(\theta)(z + \bar{z}) = \text{sen}(\theta)(2 \cdot \text{Re}(z)) \quad (159)$$

$$\cos(\theta)(z - \bar{z}) = \cos(\theta)(\text{Re}(z) + j\text{Im}(z) - \text{Re}(z) + j\text{Im}(z)) \quad (160)$$

$$\cos(\theta)(z - \bar{z}) = \cos(\theta)(\mathbf{Re}(z) + j\text{Im}(z) - \mathbf{Re}(z) + j\text{Im}(z)) \quad (161)$$

$$\cos(\theta)(z - \bar{z}) = \cos(\theta)(2 \cdot j\text{Im}(z)) \quad (162)$$

então

$$f_\Omega = \begin{bmatrix} \text{sen}(\theta)(2 \cdot \text{Re}(z)) & -\cos(\theta)(2 \cdot j\text{Im}(z)) \\ \cos(\theta)(2 \cdot j\text{Im}(z)) & \text{sen}(\theta)(2 \cdot \text{Re}(z)) \end{bmatrix} < 0 \quad (163)$$

$$f_\Omega = 2 \begin{bmatrix} \text{sen}(\theta)(\text{Re}(z)) & -\cos(\theta)(j\text{Im}(z)) \\ \cos(\theta)(j\text{Im}(z)) & \text{sen}(\theta)(\text{Re}(z)) \end{bmatrix} < 0 \quad (164)$$

Então, os autovalores de f_Ω são:

$$\lambda(f_\Omega(z)) = \text{Re}(z)\text{sen}(\theta) \pm j(j\text{Im}(z)\cos(\theta)) \quad (165)$$

simplificando

$$\lambda(f_\Omega(z)) = \text{Re}(z)\text{sen}(\theta) \mp \text{Im}(z)\cos(\theta) \quad (166)$$

justamente a definição da região Ω .

Teorema de Gutman para Regiões LMI: Seja

$$M_\Omega(A, P) := \alpha \otimes P + \beta \otimes (PA) + \beta^T \otimes (PA)^T \quad (167)$$

onde $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e $P = P^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$. A matriz A é Ω -estável se e somente se existe uma matriz P tal que

$$P \succ 0 \quad (168)$$

$$M_\Omega(A, P) \prec 0 \quad (169)$$

Prova

Seja λ qualquer autovalor de $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e $v \in \mathbb{C}^n$ um vetor não nulo tal que $A \cdot v = \lambda \cdot v$. Usando a identidade:

$$(I_m \otimes v^T) \cdot M_\Omega(A, P) \cdot (I_m \otimes v) = \quad (170)$$

$$= (I_m \otimes v^T) \cdot (\alpha \otimes P + \beta \otimes (PA) + \beta^T \otimes (PA)^T) \cdot (I_m \otimes v) = \quad (171)$$

$$= (I_m \alpha \otimes v^T P + I_m \beta \otimes v^T (PA) + I_m \beta^T \otimes v^T (PA)^T) \cdot (I_m \otimes v) = \quad (172)$$

$$= \alpha \otimes v^T P v + \beta \otimes v^T P A v + \beta^T \otimes v^T A^T P v = \quad (173)$$

$$= \alpha \otimes v^T P v + \beta \otimes v^T P A v + \beta^T \otimes (A v)^T P v = \quad (174)$$

$$= \alpha \otimes v^T P v + \beta \otimes v^T P \mathbf{A} v + \beta^T \otimes (\mathbf{A} v)^T P v = \quad (175)$$

Como $A \cdot v = \lambda \cdot v$, então

$$= \alpha \otimes v^T P v + \beta \otimes v^T P \lambda v + \beta^T \otimes (\lambda v)^T P v = \quad (176)$$

$$= \alpha \otimes v^T P v + \beta \otimes v^T P v \lambda + \beta^T \otimes \lambda^T v^T P v = \quad (177)$$

$$= (\alpha \otimes I_m + \beta \otimes \lambda + \beta^T \otimes \lambda^T) v^T P v = \quad (178)$$

$$= f_\Omega(\lambda) \cdot v^T P v \quad (179)$$

Assim,

$$(I_m \otimes v^T) \cdot M_\Omega(A, P) \cdot (I_m \otimes v) = f_\Omega(\lambda) \cdot v^T P v \quad (180)$$

Portanto, é possível concluir que se $M_\Omega(A, P) \prec 0$ e $P \succ 0$ então $f_\Omega(\lambda) \prec 0$.

Já foi dito também que para os autovalores λ de $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ estejam na região Ω definida pelo ângulo θ , $f_\Omega(\lambda) \prec 0$, Figura 82, sendo:

$$f_\Omega(\lambda) = \begin{bmatrix} \text{sen}(\theta)(\lambda + \bar{\lambda}) & -\cos(\theta)(\lambda - \bar{\lambda}) \\ \cos(\theta)(\lambda - \bar{\lambda}) & \text{sen}(\theta)(\lambda + \bar{\lambda}) \end{bmatrix} \quad (181)$$

Analisando $f_\Omega(\lambda)$ e $M_\Omega(A, P)$:

$$f_\Omega(\lambda) = \alpha + \beta \cdot \lambda + \beta^T \cdot \bar{\lambda} < 0 \quad (182)$$

$$M_\Omega(A, P) = \alpha \otimes P + \beta \otimes PA + \beta^T \otimes (PA)^T \prec 0 \quad (183)$$

Então, pode ser feita a analogia:

$$(1, \lambda, \bar{\lambda}) \Leftrightarrow (P, PA, (PA)^T) \quad (184)$$

Assim, fazendo esta analogia, a eq. 181 para região LMI segundo Gutman é:

$$M_\Omega(A, P) = \begin{bmatrix} \text{sen}(\theta)(PA + A^T P) & -\cos(\theta)(PA - A^T P) \\ \cos(\theta)(PA - A^T P) & \text{sen}(\theta)(PA + A^T P) \end{bmatrix} \prec 0 \quad (185)$$

Então, da eq. 181 se $M_\Omega(A, P) \prec 0$ e $P \succ 0$ então $f_\Omega(\lambda) \prec 0$.

Logo conclui-se a comprovação do Teorema 1 do início deste apêndice.

Sistema Australiano

O presente apêndice apresentará informações relevantes sobre o sistema australiano, sistema que foi objeto de estudo desta pesquisa para o projeto de controladores centralizados. Tal sistema está presente no *benchmark* (PIARDI; RAMOS, 2015) para simulações nos *softwares* ANAREDE, PacDyn e ANATEM. No entanto, alterações no sistema foram necessárias pois os códigos presentes nesta referência, e disponíveis para *download*, apresentavam erros na construção das funções de transferência que descrevem os controladores do tipo PSS.

A fim de esclarecer as alterações, a seção B.1 apresenta o sistema presente em (PIARDI; RAMOS, 2015), apontando o erro na construção das funções de transferência. A seção B.2 já apresenta tanto o sistema com os erros corrigidos como o desempenho do mesmo em termos de amortecimento.

B.1 Sistema Original

O sistema trata-se de um modelo simplificado de 14 geradores do sistema elétrico do sudeste da Austrália. A Figura 27 ilustra este modelo simplificado. Ele é composto 14 geradores, 5 Compensadores Estáticos de Tensão ou, do inglês, *Static VAR Compensators* (SVCs), 59 barras e 104 linhas com níveis de tensão entre 15 kV a 500 kV.

Em tal sistema foram considerados seis casos de operação, diferenciando-se nos níveis de carga e geração. Para estes seis níveis de carga, o sistema apresentava baixo amortecimento ou amortecimento negativo, tornando o sistema instável. A fim de solucionar este problema, foram projetados um PSS para cada um dos 14 geradores do sistema, totalizando 14 PSSs. Os dados destes PSSs projetados estão presentes em (GIBBARD; VOWLES, 2014), onde pode-se encontrar tanto o relatório quanto um pacote com códigos de execução do modelo australiano para análise de estabilidade à pequenas perturbações no *software* PSS/E.

Foi desenvolvido também um pacote para os seis casos de operação nos *softwares* ANAREDE, PacDyn e ANATEM para a análise de estabilidade à pequenas perturbações,

onde as informações encontram-se em (PIARDI; RAMOS, 2015).

Fazendo-se a execução dos seis casos presentes no pacote no *software* PacDyn, constatou-se a presença de modos de baixo amortecimento e altas frequências como pode-se verificar nas Tabelas 15-20. Além disso, estes modos estão associados às variáveis de estado dos PSSs dos geradores. Estas informações não condizem com os modos de baixo amortecimento do pacote de execução do PSS/E.

Tabela 15 – Menores Amortecimentos do Sistema Australiano para o Caso 1.

Autovalor	Frequência (Hz)	Amortecimento (%)	Estado de Participação
$-6,59672 \times 10^{-8} \pm 10000i$	1591,5	$6,59672 \times 10^{-10}$	PSS 501
$-1,27323 \times 10^{-7} \pm 10000i$	1591,5	$1,27323 \times 10^{-9}$	PSS 302
$-1,02317 \times 10^{-4} \pm 10000i$	1591,5	$1,02317 \times 10^{-6}$	PSS 201
$-1,47764 \times 10^{-4} \pm 10000i$	1591,5	$1,47764 \times 10^{-6}$	PSS 204
$-2,13177 \times 10^{-4} \pm 10000i$	1591,5	$2,13177 \times 10^{-6}$	PSS 101
$-2,35661 \times 10^{-4} \pm 10000i$	1591,5	$2,35661 \times 10^{-6}$	PSS 404
$-3,56690 \times 10^{-4} \pm 10000i$	1591,5	$3,56690 \times 10^{-6}$	PSS 301
$-5,77204 \times 10^{-4} \pm 10000i$	1591,5	$5,77204 \times 10^{-6}$	PSS 403

Tabela 16 – Menores Amortecimentos do Sistema Australiano para o Caso 2.

Autovalor	Frequência (Hz)	Amortecimento (%)	Estado de Participação
$-6,58247 \times 10^{-8} \pm 10000i$	1591,5	$6,58247 \times 10^{-10}$	PSS 501
$-1,20566 \times 10^{-7} \pm 10000i$	1591,5	$1,20566 \times 10^{-9}$	PSS 302
$-9,85751 \times 10^{-5} \pm 10000i$	1591,5	$9,85751 \times 10^{-7}$	PSS 201
$-1,42956 \times 10^{-4} \pm 10000i$	1591,5	$1,42956 \times 10^{-6}$	PSS 204
$-2,45667 \times 10^{-4} \pm 10000i$	1591,5	$2,45667 \times 10^{-6}$	PSS 404
$-3,59246 \times 10^{-4} \pm 10000i$	1591,5	$3,59246 \times 10^{-6}$	PSS 101
$-3,62911 \times 10^{-4} \pm 10000i$	1591,5	$3,62911 \times 10^{-6}$	PSS 301
$-5,91417 \times 10^{-4} \pm 10000i$	1591,5	$5,91417 \times 10^{-6}$	PSS 403

Comparando-se os relatórios do PSS/E e do PacDyn para o sistema simplificado australiano, foi constatado um erro na construção do PSSs no *software* PacDyn.

Os PSSs projetados para os geradores 204, 302 e 501 são da forma:

$$H_c(s) = K_c \frac{1 + sT_a}{1 + sT_d} \frac{1 + sT_b}{1 + sT_e} \frac{1 + as + bs^2}{(1 + sT_f)(1 + sT_g)} \quad (186)$$

E os PSSs projetados para os geradores 101, 201, 301, 403 e 404 são da forma:

$$H_c(s) = K_c \frac{1 + as + bs^2}{(1 + sT_e)(1 + sT_f)} \quad (187)$$

Tabela 17 – Menores Amortecimentos do Sistema Australiano para o Caso 3.

Autovalor	Frequência (Hz)	Amortecimento (%)	Estado de Participação
$-6,74804 \times 10^{-8} \pm 10000i$	1591,5	$6,74804 \times 10^{-10}$	PSS 501
$-1,18472 \times 10^{-7} \pm 10000i$	1591,5	$1,18472 \times 10^{-9}$	PSS 302
$-9,10288 \times 10^{-5} \pm 10000i$	1591,5	$9,10288 \times 10^{-7}$	PSS 201
$-1,36161 \times 10^{-4} \pm 10000i$	1591,5	$1,36161 \times 10^{-6}$	PSS 204
$-2,45671 \times 10^{-4} \pm 10000i$	1591,5	$2,45671 \times 10^{-6}$	PSS 404
$-3,49801 \times 10^{-4} \pm 10000i$	1591,5	$3,49801 \times 10^{-6}$	PSS 301
$-4,53436 \times 10^{-4} \pm 10000i$	1591,5	$4,53436 \times 10^{-6}$	PSS 101
$-5,91316 \times 10^{-4} \pm 10000i$	1591,5	$5,91316 \times 10^{-6}$	PSS 403

Tabela 18 – Menores Amortecimentos do Sistema Australiano para o Caso 4.

Autovalor	Frequência (Hz)	Amortecimento (%)	Estado de Participação
$-6,12885 \times 10^{-8} \pm 10000i$	1591,5	$6,12885 \times 10^{-10}$	PSS 501
$-1,46753 \times 10^{-7} \pm 10000i$	1591,5	$1,46753 \times 10^{-9}$	PSS 302
$-9,63790 \times 10^{-5} \pm 10000i$	1591,5	$9,63790 \times 10^{-7}$	PSS 201
$-1,42908 \times 10^{-4} \pm 10000i$	1591,5	$1,42908 \times 10^{-6}$	PSS 204
$-2,58363 \times 10^{-4} \pm 10000i$	1591,5	$2,58363 \times 10^{-6}$	PSS 404
$-3,44018 \times 10^{-4} \pm 10000i$	1591,5	$3,44018 \times 10^{-6}$	PSS 301
$-5,83819 \times 10^{-4} \pm 10000i$	1591,5	$5,83819 \times 10^{-6}$	PSS 403

Tabela 19 – Menores Amortecimentos do Sistema Australiano para o Caso 5.

Autovalor	Frequência (Hz)	Amortecimento (%)	Estado de Participação
$-6,40458 \times 10^{-8} \pm 10000i$	1591,5	$6,40458 \times 10^{-10}$	PSS 501
$-1,26388 \times 10^{-7} \pm 10000i$	1591,5	$1,26388 \times 10^{-9}$	PSS 302
$-8,46709 \times 10^{-5} \pm 10000i$	1591,5	$8,46709 \times 10^{-7}$	PSS 201
$-1,39949 \times 10^{-4} \pm 10000i$	1591,5	$1,39949 \times 10^{-6}$	PSS 204
$-2,52919 \times 10^{-4} \pm 10000i$	1591,5	$2,52919 \times 10^{-6}$	PSS 404
$-2,62519 \times 10^{-4} \pm 10000i$	1591,5	$2,62519 \times 10^{-6}$	PSS 301
$-4,00792 \times 10^{-4} \pm 10000i$	1591,5	$4,00792 \times 10^{-6}$	PSS 101
$-5,73987 \times 10^{-4} \pm 10000i$	1591,5	$5,73987 \times 10^{-6}$	PSS 403

No entanto, os PSSs implementados no *software* PacDyn para os geradores 204, 302 e 501 são da forma:

$$H_c(s) = K_c \frac{1 + sT_a}{1 + sT_d} \frac{1 + sT_b}{1 + sT_e} \frac{1}{(1 + sT_f)(1 + sT_g)} \frac{1 + as + bs^2}{10^{-8}s^2 + 1} \quad (188)$$

Tabela 20 – Menores Amortecimentos do Sistema Australiano para o Caso 6.

Autovalor	Frequência (Hz)	Amortecimento (%)	Estado de Participação
$-6,95119 \times 10^{-8} \pm 10000i$	1591,5	$6,95119 \times 10^{-10}$	PSS 501
$-1,44710 \times 10^{-7} \pm 10000i$	1591,5	$1,44710 \times 10^{-9}$	PSS 302
$-1,07890 \times 10^{-4} \pm 10000i$	1591,5	$1,07890 \times 10^{-6}$	PSS 201
$-1,63247 \times 10^{-4} \pm 10000i$	1591,5	$1,63247 \times 10^{-6}$	PSS 204
$-2,71073 \times 10^{-4} \pm 10000i$	1591,5	$2,71073 \times 10^{-6}$	PSS 404
$-3,43250 \times 10^{-4} \pm 10000i$	1591,5	$3,43250 \times 10^{-6}$	PSS 301
$-6,85119 \times 10^{-4} \pm 10000i$	1591,5	$6,85119 \times 10^{-6}$	PSS 403

E os PSSs projetados para os geradores 101, 201, 301, 403 e 404 são da forma:

$$H_c(s) = K_c \frac{1}{(1 + sT_e)(1 + sT_f)} \frac{1 + as + bs^2}{10^{-8}s^2 + 1} \quad (189)$$

A presença do termo $10^{-8}s^2 + 1$ a mais no denominador resultou no baixo amortecimento do sistema associado às variáveis de estado dos PSSs. Percebe-se que para altas frequências, o termo $10^{-8}s^2 + 1$ apresenta valores consideráveis que afetariam a dinâmica do sistema, justamente o que ocorreu.

Assim, para o correto funcionamento dos PSSs no sistema australiano, o termo $10^{-8}s^2 + 1$ deve ser removido da implementação dos PSSs no PacDyn.

B.2 Sistema Modificado

Descoberto o erro na implementação dos PSSs no *software* PacDyn, os mesmos foram corrigidos. Como resultado, os novos amortecimentos mínimos estão próximos dos encontrados no *software* PSS/E e estão associados às variáveis de estado eletromecânicas (δ , ângulo dos geradores e ω , velocidade dos geradores).

A Tabela 21 fornece os amortecimentos mínimos para os seis casos de operação do sistema simplificado australiano. Nota-se que os PSSs sintonizados garantiram elevados amortecimentos ao sistema.

Tabela 21 – Amortecimento Mínimo do Sistema Australiano.

Caso	Autovalor	Frequência (Hz)	Amortecimento (%)	Estado de Participação
1	$-0,3849 \pm 2,4008i$	0,3821	15,830	δ_{503}
2	$-0,4463 \pm 2,5413i$	0,4045	17,298	δ_{503}
3	$-1,9091 \pm 11,244i$	1,7896	16,739	ω_{203}
4	$-0,5725 \pm 3,3184i$	0,5281	17,001	δ_{503}
5	$-0,4568 \pm 2,8895i$	0,4599	15,614	δ_{502}
6	$-0,5760 \pm 3,2979i$	0,5249	17,204	δ_{502}

Além disso, foi necessário corrigir os PSSs no *software* ANATEM. O pacote disponível apresenta o arquivo para execução no *software* ANATEM apenas para o caso 2 dentre os 6 casos disponíveis. Portanto, também foi necessário implementar os outros 5 casos no *software* ANATEM com o objetivo de fazer análises no domínio do tempo nesta pesquisa.

Estruturas de Controle

Este apêndice informa as estruturas de controle centralizadas obtidas através da aplicação das três abordagens em avaliação para os dois sistemas elétricos em estudo. A Seção C.1 descreve os controladores centralizados para as três categorias de análise do Sistema Sul-Sudeste Brasileiro e a Seção C.2 descreve os controladores centralizados para o Sistema Simplificado Australiano para as duas categorias em análise.

C.1 Estruturas de Controle do Sistema Sul-Sudeste Brasileiro

C.1.1 Categoria 1

$$CC_{LQR}(s) = \begin{bmatrix} \frac{n_{11}(s)}{d(s)} & \frac{n_{12}(s)}{d(s)} & \frac{n_{13}(s)}{d(s)} & \frac{n_{14}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{21}(s)}{d(s)} & \frac{n_{22}(s)}{d(s)} & \frac{n_{23}(s)}{d(s)} & \frac{n_{24}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{31}(s)}{d(s)} & \frac{n_{32}(s)}{d(s)} & \frac{n_{33}(s)}{d(s)} & \frac{n_{34}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{41}(s)}{d(s)} & \frac{n_{42}(s)}{d(s)} & \frac{n_{43}(s)}{d(s)} & \frac{n_{44}(s)}{d(s)} \end{bmatrix} \quad (190)$$

onde

$$d(s) = s^2 + 20s + 100 \quad (191)$$

e

$$n_{11}(s) = 6,6s^2 + 132,7s + 666,3$$

$$n_{12}(s) = 5,8s^2 + 115s + 577,7$$

$$n_{13}(s) = 8,44s^2 + 168,4s + 845$$

$$n_{14}(s) = 22,2s^2 + 441s + 2221,6$$

$$n_{21}(s) = -8,5s^2 - 170,8s - 851,2$$

$$n_{22}(s) = -6,1s^2 - 122,33s - 609,4$$

$$n_{23}(s) = -7,6s^2 - 152,7s - 761,2$$

$$n_{24}(s) = -16,6s^2 - 334,3s - 1658,7$$

$$n_{31}(s) = -12,1s^2 - 242,3s - 1207,9$$

$$n_{32}(s) = -8,6s^2 - 172,8s - 860,9$$

$$n_{33}(s) = -10,9s^2 - 218,2s - 1087,7$$

$$n_{34}(s) = -13,1s^2 - 265,4s - 1310,9$$

$$n_{41}(s) = -9,1s^2 - 181,9s - 905$$

$$n_{42}(s) = -3,16s^2 - 63,9s - 316,7$$

$$n_{43}(s) = -9,37s^2 - 188,4s - 937,5$$

$$n_{44}(s) = -28,3s^2 - 567,6s - 2831,6$$

$$CC_{LMI}(s) = \begin{bmatrix} \frac{n_{11}(s)}{d(s)} & \frac{n_{12}(s)}{d(s)} & \frac{n_{13}(s)}{d(s)} & \frac{n_{14}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{21}(s)}{d(s)} & \frac{n_{22}(s)}{d(s)} & \frac{n_{23}(s)}{d(s)} & \frac{n_{24}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{31}(s)}{d(s)} & \frac{n_{32}(s)}{d(s)} & \frac{n_{33}(s)}{d(s)} & \frac{n_{34}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{41}(s)}{d(s)} & \frac{n_{42}(s)}{d(s)} & \frac{n_{43}(s)}{d(s)} & \frac{n_{44}(s)}{d(s)} \end{bmatrix} \quad (192)$$

onde

$$d(s) = s^2 + 249,9481s + 1613,84 \quad (193)$$

e

$$n_{11}(s) = -1404s - 4547$$

$$n_{12}(s) = 684,2s + 2503$$

$$n_{13}(s) = 561,9s + 11712$$

$$n_{14}(s) = 1916s + 18003$$

$$n_{21}(s) = 1124s + 28225$$

$$n_{22}(s) = -541,5s - 12467$$

$$n_{23}(s) = -237,1s + 33247$$

$$n_{24}(s) = -1280s + 14609$$

$$n_{31}(s) = -51,65s - 20507$$

$$n_{32}(s) = 20,08s + 8749$$

$$n_{33}(s) = -155,3s - 34831$$

$$n_{34}(s) = -139,3s - 23346$$

$$n_{41}(s) = 1851s - 6244$$

$$n_{42}(s) = -905,2s + 1909$$

$$n_{43}(s) = -846,6s - 36657$$

$$n_{44}(s) = -2652s - 38181$$

$$CC_{AG}(s) = \begin{bmatrix} \frac{n_{11}(s)}{d(s)} & \frac{n_{12}(s)}{d(s)} & \frac{n_{13}(s)}{d(s)} & \frac{n_{14}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{21}(s)}{d(s)} & \frac{n_{22}(s)}{d(s)} & \frac{n_{23}(s)}{d(s)} & \frac{n_{24}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{31}(s)}{d(s)} & \frac{n_{32}(s)}{d(s)} & \frac{n_{33}(s)}{d(s)} & \frac{n_{34}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{41}(s)}{d(s)} & \frac{n_{42}(s)}{d(s)} & \frac{n_{43}(s)}{d(s)} & \frac{n_{44}(s)}{d(s)} \end{bmatrix} \quad (194)$$

onde

$$d(s) = s^2 + 25,1648s + 157,3859 \quad (195)$$

e

$$n_{11}(s) = 444,8936s - 286,3834$$

$$n_{12}(s) = 206,8975s + 412,0566$$

$$n_{13}(s) = -92,5719s - 90,6911$$

$$n_{14}(s) = 212,3635s - 377,5206$$

$$n_{21}(s) = 114,0403s - 163,1541$$

$$n_{22}(s) = 286,4987s - 415,2341$$

$$n_{23}(s) = 422,8872s + 88,8768$$

$$n_{24}(s) = 109,0385s + 95,3990$$

$$n_{31}(s) = 469,0032s - 299,7591$$

$$n_{32}(s) = 358,5829s - 354,4265$$

$$n_{33}(s) = -332,6477s + 351,4009$$

$$n_{34}(s) = 183,2663s - 217,1303$$

$$n_{41}(s) = -145,1070s + 365,9157$$

$$n_{42}(s) = -262,8237s - 225,1406$$

$$n_{43}(s) = -230,1361s - 375,5159$$

$$n_{44}(s) = -264,6661s - 293,3825$$

C.1.2 Categoria 2

$$CC_{LQR}(s) = \begin{bmatrix} \frac{n_{11}(s)}{d(s)} & \frac{n_{12}(s)}{d(s)} & \frac{n_{13}(s)}{d(s)} & \frac{n_{14}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{21}(s)}{d(s)} & \frac{n_{22}(s)}{d(s)} & \frac{n_{23}(s)}{d(s)} & \frac{n_{24}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{31}(s)}{d(s)} & \frac{n_{32}(s)}{d(s)} & \frac{n_{33}(s)}{d(s)} & \frac{n_{34}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{41}(s)}{d(s)} & \frac{n_{42}(s)}{d(s)} & \frac{n_{43}(s)}{d(s)} & \frac{n_{44}(s)}{d(s)} \end{bmatrix} \quad (196)$$

onde

$$d(s) = s^3 + 30s^2 + 300s + 1000 \quad (197)$$

e

$$\begin{aligned} n_{11}(s) &= 19s^3 + 572,6s^2 + 5726s + 19090 \\ n_{12}(s) &= 39,4s^3 + 1183s^2 + 11830s + 39420 \\ n_{13}(s) &= 6,6s^3 + 132,4s^2 + 666s + 13 \\ n_{14}(s) &= 2,8s^3 + 85,5s^2 + 854,7s + 2849 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_{21}(s) &= -5,7s^3 - 171s^2 - 1711s - 5704 \\ n_{22}(s) &= -29,5s^3 - 884s^2 - 8841s - 29470 \\ n_{23}(s) &= 5,9s^3 + 176s^2 + 1761s + 5871 \\ n_{24}(s) &= 7,6s^3 + 228,7s^2 + 2287s + 7622 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_{31}(s) &= -8s^3 - 238,9s^2 - 2390s - 7965 \\ n_{32}(s) &= -17s^3 - 520s^2 - 5202s - 17340 \\ n_{33}(s) &= -17,9s^3 - 537,4s^2 - 5374s - 17910 \\ n_{34}(s) &= 20s^3 + 598,6s^2 + 5986s + 19950 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_{41}(s) &= -23,3s^3 - 698,3s^2 - 6984s - 23280 \\ n_{42}(s) &= -10,7s^3 - 320,4s^2 - 3204s - 10680 \\ n_{43}(s) &= -10s^3 - 301,2s^2 - 3012s - 10040 \\ n_{44}(s) &= -54,9s^3 - 1647s^2 - 16470s - 5480 \end{aligned}$$

$$CC_{LMI}(s) = \begin{bmatrix} \frac{n_{11}(s)}{d(s)} & \frac{n_{12}(s)}{d(s)} & \frac{n_{13}(s)}{d(s)} & \frac{n_{14}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{21}(s)}{d(s)} & \frac{n_{22}(s)}{d(s)} & \frac{n_{23}(s)}{d(s)} & \frac{n_{24}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{31}(s)}{d(s)} & \frac{n_{32}(s)}{d(s)} & \frac{n_{33}(s)}{d(s)} & \frac{n_{34}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{41}(s)}{d(s)} & \frac{n_{42}(s)}{d(s)} & \frac{n_{43}(s)}{d(s)} & \frac{n_{44}(s)}{d(s)} \end{bmatrix} \quad (198)$$

onde

$$d(s) = s^3 + 20,5s^2 + 133,9s + 281,3 \quad (199)$$

e

$$\begin{aligned} n_{11}(s) &= 494,6s^2 - 319,7s + 471,1 \\ n_{12}(s) &= 139,7s^2 + 101,2s + 157,1 \\ n_{13}(s) &= -91,5s^2 + 72,3s + 375,3 \\ n_{14}(s) &= 47,1s^2 - 66,7s + 264,7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_{21}(s) &= -35,4s^2 + 265,2s + 363 \\ n_{22}(s) &= -82,4s^2 - 127,3s - 101,7 \\ n_{23}(s) &= 181,7s^2 - 227,3s + 183,9 \\ n_{24}(s) &= -19,3s^2 - 475,7s + 21,9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_{31}(s) &= 309,2s^2 + 335,7s + 64,1 \\ n_{32}(s) &= 480s^2 - 472,1s - 397,8 \\ n_{33}(s) &= -201,9s^2 - 487,2s + 72,8 \\ n_{34}(s) &= 389,7s^2 - 414,9s + 91,8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_{41}(s) &= 274,2s^2 + 484,5s + 449 \\ n_{42}(s) &= -269,8s^2 - 490,8s - 446,1 \\ n_{43}(s) &= 17,9s^2 - 413,9s - 446 \\ n_{44}(s) &= -224s^2 - 477,1s + 230 \end{aligned}$$

$$CC_{AG}(s) = \begin{bmatrix} \frac{n_{11}(s)}{d(s)} & \frac{n_{12}(s)}{d(s)} & \frac{n_{13}(s)}{d(s)} & \frac{n_{14}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{21}(s)}{d(s)} & \frac{n_{22}(s)}{d(s)} & \frac{n_{23}(s)}{d(s)} & \frac{n_{24}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{31}(s)}{d(s)} & \frac{n_{32}(s)}{d(s)} & \frac{n_{33}(s)}{d(s)} & \frac{n_{34}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{41}(s)}{d(s)} & \frac{n_{42}(s)}{d(s)} & \frac{n_{43}(s)}{d(s)} & \frac{n_{44}(s)}{d(s)} \end{bmatrix} \quad (200)$$

onde

$$d(s) = s^3 + 22,4s^2 + 167s + 413,8 \quad (201)$$

e

$$n_{11}(s) = -102,4s^2 - 1040,2s + 1441,1$$

$$n_{12}(s) = 355,8s^2 - 1094,3s + 1015,5$$

$$n_{13}(s) = 286,4s^2 - 689,4s + 879,6$$

$$n_{14}(s) = 767s^2 + 1,2s - 238,7$$

$$n_{21}(s) = 259,6s^2 + 567,1s - 127,9$$

$$n_{22}(s) = -170,6s^2 - 659,6s - 866,2$$

$$n_{23}(s) = -241,4s^2 - 390,3s - 346,9$$

$$n_{24}(s) = 966,1s^2 - 347,8s + 720,6$$

$$n_{31}(s) = -s^2 + 241,9s - 69,4$$

$$n_{32}(s) = 37,6s^2 + 706,9s - 859,6$$

$$n_{33}(s) = 512,1s^2 + 1206,4s - 105,6$$

$$n_{34}(s) = -483,8s^2 - 1046,6s + 147,2$$

$$n_{41}(s) = 518,6s^2 - 1101,5s + 725,9$$

$$n_{42}(s) = 67,2s^2 + 839,2s - 626,2$$

$$n_{43}(s) = -190,8s^2 - 1402,9s - 87,8$$

$$n_{44}(s) = -741,5s^2 - 944,3s + 373,3$$

C.1.3 Categoria 3

$$CC_{AG}(s) = \begin{bmatrix} \frac{n_{11}(s)}{d(s)} & \frac{n_{12}(s)}{d(s)} & \frac{n_{13}(s)}{d(s)} & \frac{n_{14}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{21}(s)}{d(s)} & \frac{n_{22}(s)}{d(s)} & \frac{n_{23}(s)}{d(s)} & \frac{n_{24}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{31}(s)}{d(s)} & \frac{n_{32}(s)}{d(s)} & \frac{n_{33}(s)}{d(s)} & \frac{n_{34}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{41}(s)}{d(s)} & \frac{n_{42}(s)}{d(s)} & \frac{n_{43}(s)}{d(s)} & \frac{n_{44}(s)}{d(s)} \end{bmatrix} \quad (202)$$

onde

$$d(s) = s^3 + 31s^2 + 317,5s + 1073,3 \quad (203)$$

e

$$\begin{aligned} n_{11}(s) &= 472,8s^2 - 12451s + 1406,9 \\ n_{12}(s) &= 1373s^2 + 103,7s - 390,8 \\ n_{13}(s) &= -143,8s^2 - 1476,1s + 1042,4 \\ n_{14}(s) &= 1154,6s^2 + 1985,5s - 221,9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_{21}(s) &= 796,7s^2 - 912,2s - 1468,1 \\ n_{22}(s) &= 14,3s^2 - 1672,8s + 538,4 \\ n_{23}(s) &= 264,1s^2 - 1407,9s - 189,3 \\ n_{24}(s) &= 1384,6s^2 - 1351,7s - 826,6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_{31}(s) &= 604,8s^2 + 1237s - 1006,1 \\ n_{32}(s) &= 338,1s^2 + 382,1s + 844,8 \\ n_{33}(s) &= -418,1s^2 - 283s - 228,6 \\ n_{34}(s) &= 1056s^2 + 1933,2s - 1315 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_{41}(s) &= -128,9s^2 + 771,2s - 1015,6 \\ n_{42}(s) &= 66,3s^2 - 573,4s - 888,8 \\ n_{43}(s) &= 1243,2s^2 - 1365,3s + 1068,5 \\ n_{44}(s) &= 1183,2s^2 - 221,7s - 557,6 \end{aligned}$$

C.2 Estruturas de Controle do Sistema Simplificado Australiano

C.2.1 Categoria 1

$$CC_{LQR}(s) = \begin{bmatrix} \frac{n_{11}(s)}{d(s)} & \frac{n_{12}(s)}{d(s)} & \frac{n_{13}(s)}{d(s)} & \frac{n_{14}(s)}{d(s)} & \frac{n_{15}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{21}(s)}{d(s)} & \frac{n_{22}(s)}{d(s)} & \frac{n_{23}(s)}{d(s)} & \frac{n_{24}(s)}{d(s)} & \frac{n_{25}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{31}(s)}{d(s)} & \frac{n_{32}(s)}{d(s)} & \frac{n_{33}(s)}{d(s)} & \frac{n_{34}(s)}{d(s)} & \frac{n_{35}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{41}(s)}{d(s)} & \frac{n_{42}(s)}{d(s)} & \frac{n_{43}(s)}{d(s)} & \frac{n_{44}(s)}{d(s)} & \frac{n_{45}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{51}(s)}{d(s)} & \frac{n_{52}(s)}{d(s)} & \frac{n_{53}(s)}{d(s)} & \frac{n_{54}(s)}{d(s)} & \frac{n_{55}(s)}{d(s)} \end{bmatrix} \quad (204)$$

onde

$$d(s) = s^3 + 30s^2 + 300s + 1000 \quad (205)$$

e

$$n_{11}(s) = -38,7s^3 - 1162s^2 - 11620s - 38730$$

$$n_{12}(s) = 1,2s^3 + 34,8s^2 + 348,3s + 1161$$

$$n_{13}(s) = 11,6s^3 + 347s^2 + 3470s + 11570$$

$$n_{14}(s) = -5,3s^3 - 158,3s^2 - 1583s - 5276$$

$$n_{15}(s) = 0,2s^3 + 6,3s^2 + 63,1s + 210,4$$

$$n_{21}(s) = 6,3s^3 + 187,5s^2 + 1875s + 6251$$

$$n_{22}(s) = -0,4s^3 - 13s^2 - 130s - 433,4$$

$$n_{23}(s) = -1,7s^3 - 51s^2 - 508,6s - 1691$$

$$n_{24}(s) = 0,4s^3 + 12,5s^2 + 125,1s + 417,2$$

$$n_{25}(s) = 0,3s^3 + 10,2s^2 + 101,8s + 339,5$$

$$n_{31}(s) = 10,1s^3 + 303,1s^2 + 3031s + 10100$$

$$n_{32}(s) = 31,7s^3 + 950,8s^2 + 9508s + 31690$$

$$n_{33}(s) = -3,9s^3 - 116,3s^2 - 1163s - 3877$$

$$n_{34}(s) = 10,9s^3 + 326s^2 + 3260s + 10870$$

$$n_{35}(s) = -1,6s^3 - 49s^2 - 489,8s - 1633$$

$$n_{41}(s) = 22,4s^3 + 672,9s^2 + 6729s + 22430$$

$$n_{42}(s) = 4,4s^3 + 130,6s^2 + 1306s + 4354$$

$$n_{43}(s) = -4,9s^3 - 146,8s^2 - 1468s - 4892$$

$$n_{44}(s) = 2,6s^3 + 78,1s^2 + 780,9s + 2603$$

$$n_{45}(s) = 4,7s^3 + 140,6s^2 + 1406s + 4688$$

$$n_{51}(s) = -1,4s^3 - 40,6s^2 - 406,1s - 1354$$

$$n_{52}(s) = -4,8s^3 - 144,3 - 1443s - 4811$$

$$n_{53}(s) = 11,7s^3 + 350,3s^2 + 3503s + 11680$$

$$n_{54}(s) = 6,9s^3 + 206,5s^2 + 2065s + 6882$$

$$n_{55}(s) = 6,2s^3 + 187s^2 + 1870s + 6232$$

$$CC_{LMI}(s) = \begin{bmatrix} \frac{n_{11}(s)}{d(s)} & \frac{n_{12}(s)}{d(s)} & \frac{n_{13}(s)}{d(s)} & \frac{n_{14}(s)}{d(s)} & \frac{n_{15}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{21}(s)}{d(s)} & \frac{n_{22}(s)}{d(s)} & \frac{n_{23}(s)}{d(s)} & \frac{n_{24}(s)}{d(s)} & \frac{n_{25}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{31}(s)}{d(s)} & \frac{n_{32}(s)}{d(s)} & \frac{n_{33}(s)}{d(s)} & \frac{n_{34}(s)}{d(s)} & \frac{n_{35}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{41}(s)}{d(s)} & \frac{n_{42}(s)}{d(s)} & \frac{n_{43}(s)}{d(s)} & \frac{n_{44}(s)}{d(s)} & \frac{n_{45}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{51}(s)}{d(s)} & \frac{n_{52}(s)}{d(s)} & \frac{n_{53}(s)}{d(s)} & \frac{n_{54}(s)}{d(s)} & \frac{n_{55}(s)}{d(s)} \end{bmatrix} \quad (206)$$

onde

$$d(s) = s^3 + 947s^2 + 2297s + 545 \quad (207)$$

e

$$n_{11}(s) = -348,5s^2 - 26845s - 7772,4$$

$$n_{12}(s) = 84,5s^2 + 8149,6s + 5100,4$$

$$n_{13}(s) = -38,7s^2 + 3439,1s + 3281,8$$

$$n_{14}(s) = 40,5s^2 + 4309,3s + 3603,2$$

$$n_{15}(s) = -11,2s^2 - 1620,6s + 701,1$$

$$n_{21}(s) = 10636s^2 - 30958s - 9961,5$$

$$n_{22}(s) = -2517,1s^2 + 10222s + 7267,2$$

$$n_{23}(s) = 1422,3s^2 + 10334s + 6167,4$$

$$n_{24}(s) = -1193,s^2 + 5423,3s + 5185$$

$$n_{25}(s) = 312,4s^2 - 3159,9s + 819,4$$

$$n_{31}(s) = -472,4s^2 + 4002,7s + 1253,3$$

$$n_{32}(s) = 111,5s^2 - 1362,1s - 1070,9$$

$$n_{33}(s) = -64s^2 - 904,9s - 800,2$$

$$n_{34}(s) = 52,8s^2 - 756,7s - 791,7$$

$$n_{35}(s) = -13,8s^2 + 256,9s - 200,7$$

$$n_{41}(s) = -190,8s^2 + 743,6s + 98,1$$

$$n_{42}(s) = 45,5s^2 + 69,7s + 538$$

$$n_{43}(s) = -25,3s^2 + 47,1s + 435,2$$

$$n_{44}(s) = 21,7s^2 + 139,2s + 473,4$$

$$n_{45}(s) = -5,5s^2 + 201,2s + 255,8$$

$$n_{51}(s) = -631,4s^2 + 396,9s + 214$$

$$n_{52}(s) = 149,4s^2 - 263,3s - 371,4$$

$$n_{53}(s) = -84,1s^2 - 497,2s - 360,6$$

$$n_{54}(s) = 70,9s^2 - 171,8s - 294,3$$

$$n_{55}(s) = -18,6s^2 + 57,7s - 95,5$$

$$CC_{AG}(s) = \begin{bmatrix} \frac{n_{11}(s)}{d(s)} & \frac{n_{12}(s)}{d(s)} & \frac{n_{13}(s)}{d(s)} & \frac{n_{14}(s)}{d(s)} & \frac{n_{15}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{21}(s)}{d(s)} & \frac{n_{22}(s)}{d(s)} & \frac{n_{23}(s)}{d(s)} & \frac{n_{24}(s)}{d(s)} & \frac{n_{25}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{31}(s)}{d(s)} & \frac{n_{32}(s)}{d(s)} & \frac{n_{33}(s)}{d(s)} & \frac{n_{34}(s)}{d(s)} & \frac{n_{35}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{41}(s)}{d(s)} & \frac{n_{42}(s)}{d(s)} & \frac{n_{43}(s)}{d(s)} & \frac{n_{44}(s)}{d(s)} & \frac{n_{45}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{51}(s)}{d(s)} & \frac{n_{52}(s)}{d(s)} & \frac{n_{53}(s)}{d(s)} & \frac{n_{54}(s)}{d(s)} & \frac{n_{55}(s)}{d(s)} \end{bmatrix} \quad (208)$$

onde

$$d(s) = s^3 + 1135,5s^2 + 11529s + 4619,6 \quad (209)$$

e

$$n_{11}(s) = -3134,4s^2 - 13751s - 19958$$

$$n_{12}(s) = 6157,8s^2 - 17616s - 15424$$

$$n_{13}(s) = 8738,7s^2 + 14051s + 12480$$

$$n_{14}(s) = -367,6s^2 - 2020s + 4525,6$$

$$n_{15}(s) = 11338s^2 + 8669,4s + 10278$$

$$n_{21}(s) = 19373s^2 + 6347,9s - 962,4$$

$$n_{22}(s) = -9238,7s^2 - 17768s - 4697,2$$

$$n_{23}(s) = -13397s^2 + 6344,8s + 15995$$

$$n_{24}(s) = -5485s^2 + 10541s + 18397$$

$$n_{25}(s) = -1258s^2 + 13641s + 8163,5$$

$$n_{31}(s) = -7958,1s^2 + 8469,3s + 8118,6$$

$$n_{32}(s) = -6396s^2 - 12805s - 11810$$

$$n_{33}(s) = 7935,8s^2 - 2528,2s + 18345$$

$$n_{34}(s) = -17862s^2 + 292,9s + 13487$$

$$n_{35}(s) = 4841,7s^2 - 15661s + 12190$$

$$n_{41}(s) = -16350s^2 - 19217s - 13400$$

$$n_{42}(s) = -12508s^2 + 9921s + 3054,5$$

$$n_{43}(s) = -18758s^2 - 166,4s + 5957,2$$

$$n_{44}(s) = 12229s^2 + 16481s - 10881$$

$$n_{45}(s) = 19104s^2 + 3242,6s + 2463,1$$

$$n_{51}(s) = 17275s^2 + 14608s + 10942$$

$$n_{52}(s) = 7745,8s^2 - 10451s + 8540,5$$

$$n_{53}(s) = -3758,6s^2 + 10962s + 11448$$

$$n_{54}(s) = -2784,2s^2 + 1558,8s + 11121$$

$$n_{55}(s) = -10089s^2 + 6757,2s - 14383$$

C.2.2 Categoria 2

$$CC_{AG}(s) = \begin{bmatrix} \frac{n_{11}(s)}{d(s)} & \frac{n_{12}(s)}{d(s)} & \frac{n_{13}(s)}{d(s)} & \frac{n_{14}(s)}{d(s)} & \frac{n_{15}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{21}(s)}{d(s)} & \frac{n_{22}(s)}{d(s)} & \frac{n_{23}(s)}{d(s)} & \frac{n_{24}(s)}{d(s)} & \frac{n_{25}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{31}(s)}{d(s)} & \frac{n_{32}(s)}{d(s)} & \frac{n_{33}(s)}{d(s)} & \frac{n_{34}(s)}{d(s)} & \frac{n_{35}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{41}(s)}{d(s)} & \frac{n_{42}(s)}{d(s)} & \frac{n_{43}(s)}{d(s)} & \frac{n_{44}(s)}{d(s)} & \frac{n_{45}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{51}(s)}{d(s)} & \frac{n_{52}(s)}{d(s)} & \frac{n_{53}(s)}{d(s)} & \frac{n_{54}(s)}{d(s)} & \frac{n_{55}(s)}{d(s)} \end{bmatrix} \quad (210)$$

onde

$$d(s) = s^3 + 1042,5s^2 + 12532s + 3177,1 \quad (211)$$

e

$$n_{11}(s) = 238,5s^2 + 1298,8s - 9357,6$$

$$n_{12}(s) = -5421,4s^2 - 1525,5s + 18640$$

$$n_{13}(s) = 13578s^2 + 7069,4s - 6383,1$$

$$n_{14}(s) = 19919s^2 - 16958s + 13318$$

$$n_{15}(s) = -16508s^2 + 14142s - 2744,1$$

$$n_{21}(s) = 19350s^2 + 14560s - 5842,7$$

$$n_{22}(s) = -3091,4s^2 - 1992,6s - 11060$$

$$n_{23}(s) = -6143,6s^2 - 15397s + 14071$$

$$n_{24}(s) = -11631s^2 + 4574,2s + 152,6$$

$$n_{25}(s) = 3974s^2 - 14055s - 299,1$$

$$n_{31}(s) = 5196,5s^2 - 14322s + 11914$$

$$n_{32}(s) = -18463s^2 + 16519s + 307,1$$

$$n_{33}(s) = -16562s^2 - 13302s + 14444$$

$$n_{34}(s) = 15707s^2 + 13191s + 10737$$

$$n_{35}(s) = -13493s^2 + 16479s - 6358,8$$

$$n_{41}(s) = -515,1s^2 + 7629,2s + 17965$$

$$n_{42}(s) = 6146,5s^2 - 13514s + 6921,4$$

$$n_{43}(s) = -9854,5s^2 + 16585s + 10017$$

$$n_{44}(s) = -19195s^2 + 2841,2s + 13116$$

$$n_{45}(s) = -8648,4s^2 - 2307s - 18110$$

$$n_{51}(s) = -8291s^2 - 7866,7s + 15531$$

$$n_{52}(s) = -2893,9s^2 + 7978,1s - 18930$$

$$n_{53}(s) = 8211,5s^2 + 12893s - 14743$$

$$n_{54}(s) = 18348s^2 + 13097s + 6707,2$$

$$n_{55}(s) = -1340,9s^2 + 7993s - 14486$$

Avaliação da Aproximação de Padé de Segunda Ordem com a Função de Atraso de Tempo Ideal

Este apêndice apresenta uma análise comparativa das respostas angulares de um sistema elétrico no *software* ANATEM com o bloco de atraso de tempo representado por uma aproximação de Padé de segunda ordem e por uma função de atraso de tempo ideal disponível no próprio *software*.

O propósito é avaliar se a aproximação de Padé de segunda ordem que é utilizada para o modelo linear e projeto do controlador centralizado representa com certo grau de fidelidade o atraso de tempo puro nas simulações não lineares.

A seção D.1 fornece o controlador centralizado projetado para diferentes atrasos de tempo e os seus respectivos modos de menor amortecimento. A seção D.2 apresenta os resultados de respostas angulares para os atrasos de tempo modelados como aproximação de Padé de segunda ordem e função de atraso puro. Por fim, as conclusões estão na seção D.3.

D.1 Atraso de Tempo Puro

O atraso de tempo puro pode ser representado pela seguinte função:

$$G_a(s) = e^{-sT} \quad (212)$$

onde T é o atraso de tempo em segundos. Assim, para um determinado sinal de entrada ($V_{entrada}$), o sinal de saída ($V_{saída}$) é dado por

$$V_{saída} = V_{entrada}(t - T) \quad (213)$$

No *software* ANATEM há um bloco de comando denominado ATRASO que realiza a operação definida na equação (213) para um determinado valor de atraso de tempo T .

D.2 Aproximação de Padé

Dada uma função $f(x)$ e dois inteiros $m \geq 0$ e $n \geq 1$, a aproximação de Padé de ordem $[m/n]$ é dada pela função racional (BREZINSKI, 1996)

$$R(x) = \frac{\sum_{j=0}^m a_j x^j}{1 + \sum_{k=1}^n b_k x^k} = \frac{a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_m x^m}{1 + b_1 x + b_2 x^2 + \cdots + b_n x^n} \quad (214)$$

que concorda com $f(x)$ à mais alta ordem possível

$$f(0) = R(0) \quad (215)$$

$$f'(0) = R'(0) \quad (216)$$

$$f''(0) = R''(0) \quad (217)$$

$$\vdots \quad (218)$$

$$f^{m+n}(0) = R^{m+n}(0) \quad (219)$$

Nesta pesquisa utilizou-se uma aproximação de Padé de segunda ordem, ou seja, $m = 1$ e $n = 2$. Assim

$$R(x) = \frac{\sum_{j=0}^1 a_j x^j}{1 + \sum_{k=1}^2 b_k x^k} = \frac{a_0 + a_1 x}{1 + b_1 x + b_2 x^2} \quad (220)$$

e

$$f(0) = R(0) \quad (221)$$

$$f'(0) = R'(0) \quad (222)$$

$$f''(0) = R''(0) \quad (223)$$

Procura-se uma aproximação de Padé ($R(x)$) para a função

$$f(x) = e^{-Tx} \quad (224)$$

Resolvendo o sistema de equações (221)-(223) encontra-se

$$a_0 = 1 \quad (225)$$

$$a_1 = -\frac{T}{3} \quad (226)$$

$$b_1 = \frac{2T}{3} \quad (227)$$

$$b_2 = -\frac{T^2}{6} \quad (228)$$

E a aproximação de Padé de segunda ordem é dada por

$$R(x) = \frac{1 - \frac{T}{3}x}{1 + \frac{2T}{3}x + \frac{T^2}{6}x^2} \quad (229)$$

ou

$$R(x) = \frac{6 - 2Tx}{6 + 4Tx + T^2x^2} \quad (230)$$

D.3 Projeto do Controlador via Modelo Linear

A fim de avaliar se a aproximação de Padé representa com fidelidade o atraso de tempo puro, foi projetado um único controlador centralizado para o caso base de operação do Sistema Equivalente Sul-Sudeste Brasileiro para diferentes atrasos de tempo.

Considerou-se quatro valores de atrasos de tempo: 50, 100, 200 e 300 ms, tanto na entrada como na saída do controlador centralizado. Tais valores de atrasos de tempo foram incorporados nas matrizes que definem o modelo linear de atraso de tempo (A_d, B_d, C_d, D_d).

Utilizou-se a abordagem baseada em algoritmos genéticos para o projeto de um único controlador centralizado para os diferentes atrasos de tempo. O projeto foi bem sucedido e a Tabela 22 fornece os modos de menor amortecimento para os diferentes atrasos de tempo considerados. Como pode-se observar, para os diferentes atrasos de tempo o menor amortecimento foi superior ao caso base de operação operando somente com controladores locais (6,39%, Tabela 2).

Tabela 22 – Menores Amortecimentos para Diferentes Atrasos de Tempo

Atraso (ms)	Autovalor	Frequência (Hz)	Amortecimento (%)
50	$-0,42 \pm 5,10i$	0,81	8,25
100	$-0,43 \pm 5,17i$	0,82	8,25
200	$-0,43 \pm 5,19i$	0,83	8,18
300	$-0,46 \pm 5,38i$	0,86	8,59

O controlador centralizado projetado está presente na seção D.3.1, onde pode-se encontrar as funções de transferência.

D.3.1 Controlador Centralizado para Diferentes Atrasos de Tempo

$$CC(s) = \begin{bmatrix} \frac{n_{11}(s)}{d(s)} & \frac{n_{12}(s)}{d(s)} & \frac{n_{13}(s)}{d(s)} & \frac{n_{14}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{21}(s)}{d(s)} & \frac{n_{22}(s)}{d(s)} & \frac{n_{23}(s)}{d(s)} & \frac{n_{24}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{31}(s)}{d(s)} & \frac{n_{32}(s)}{d(s)} & \frac{n_{33}(s)}{d(s)} & \frac{n_{34}(s)}{d(s)} \\ \frac{n_{41}(s)}{d(s)} & \frac{n_{42}(s)}{d(s)} & \frac{n_{43}(s)}{d(s)} & \frac{n_{44}(s)}{d(s)} \end{bmatrix} \quad (231)$$

onde

$$d(s) = s^3 + 30s^2 + 300s + 1000 \quad (232)$$

e

$$\begin{aligned} n_{11}(s) &= 811.4758s^2 - 850.5816s + 1297.3 \\ n_{12}(s) &= 133.8045s^2 - 304.2454s - 670.9403 \\ n_{13}(s) &= 129.0689s^2 - 1128.4s + 1427.1 \\ n_{14}(s) &= 200.8962s^2 - 1234.8s + 1334 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_{21}(s) &= -1413.7s^2 + 929.5311s + 1407.8 \\ n_{22}(s) &= -745.6945s^2 + 279.2737s - 323.2296 \\ n_{23}(s) &= -193.7569s^2 + 1351s - 922.1638 \\ n_{24}(s) &= -272.6112s^2 + 399.3274s - 1056.1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_{31}(s) &= 1134.8s^2 - 1198.9s - 1052.6 \\ n_{32}(s) &= 352.4038s^2 + 18.2537s + 1191.4 \\ n_{33}(s) &= 82.4914s^2 + 1043.8s - 1367.8 \\ n_{34}(s) &= -198.4922s^2 + 199.5708s + 1355.7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_{41}(s) &= 195.2252s^2 - 1085.2s - 1472.9 \\ n_{42}(s) &= 122.3572s^2 + 1231.2s - 444.8606 \\ n_{43}(s) &= 364.4126s^2 - 1237.7s + 82.6058 \\ n_{44}(s) &= 151.1358s^2 - 675.3879s + 1450.9 \end{aligned}$$

D.4 Análise Não Linear

A fim de verificar a eficácia do controlador centralizado projetado, considerando como atrasos de tempo a aproximação de Padé de segunda, foi aplicado uma falta trifásica franca na barra 4, onde está o gerador de Itaipu, no instante 1 segundo e com duração de 6 ms no *software* ANATEM. Tal contingência foi aplicada para duas representações do atraso de tempo: a aproximação de Padé de segunda ordem e o atraso puro (disponível como bloco de comando no *software* ANATEM).

As métricas de comparação foram as seguintes:

- ❑ Comparar as respostas dinâmicas para as duas representações de atraso de tempo: aproximação de Padé (Padé) e bloco de atraso puro disponível no *software* ANATEM (Bloco);
- ❑ Comparar as respostas dinâmicas para quatro diferentes atrasos de tempo: 50, 100, 200 e 300 ms;
- ❑ Comparar as respostas dinâmicas de sinal de controle do controlador centralizado (considerando atrasos na entrada e saída do controlador), da tensão de campo e do ângulo do gerador para as duas representações de atraso de tempo;
- ❑ Comparar as respostas dinâmicas relacionadas aos geradores das barras 3 e 4.

D.4.1 Atraso de 50 ms

As Figuras 83 à 85 apresentam o sinal de controle do controlador centralizado, a tensão de campo e o ângulo do gerador 3 respectivamente para as duas representações de atraso de tempo. As Figuras 86 à 88 apresentam o sinal de controle do controlador centralizado, a tensão de campo e o ângulo do gerador 4 respectivamente para as duas representações de atraso de tempo.

Como pode ser observado pelas respostas dinâmicas, os sinais para a aproximação de Padé e para o bloco de atraso do ANATEM foram similares para o atraso de tempo de 50 ms.

Figura 83 – Sinal de Saída do Controlador Centralizado para o Gerador 3

Figura 84 – Tensão de Campo do Gerador 3

Figura 85 – Ângulo do Gerador 3

Figura 86 – Sinal de Saída do Controlador Centralizado para o Gerador 4

Figura 87 – Tensão de Campo do Gerador 4

Figura 88 – Ângulo do Gerador 4

D.4.2 Atraso de 100 ms

As Figuras 89 à 91 apresentam o sinal de controle do controlador centralizado, a tensão de campo e o ângulo do gerador 3 respectivamente para as duas representações de atraso de tempo. As Figuras 92 à 94 apresentam o sinal de controle do controlador centralizado, a tensão de campo e o ângulo do gerador 4 respectivamente para as duas representações de atraso de tempo.

Como pode ser observado pelas respostas dinâmicas, os sinais para a aproximação de Padé e para o bloco de atraso do ANATEM foram similares para o atraso de tempo de 100 ms. No entanto, pode ser observado com relação ao atraso de 50 ms que houve uma ligeira diferença entre as duas representações de atrasos de tempo.

Figura 89 – Sinal de Saída do Controlador Centralizado para o Gerador 3

Figura 90 – Tensão de Campo do Gerador 3

Figura 91 – Ângulo do Gerador 3

Figura 92 – Sinal de Saída do Controlador Centralizado para o Gerador 4

Figura 93 – Tensão de Campo do Gerador 4

Figura 94 – Ângulo do Gerador 4

D.4.3 Atraso de 200 ms

As Figuras 95 à 97 apresentam o sinal de controle do controlador centralizado, a tensão de campo e o ângulo do gerador 3 respectivamente para as duas representações de atraso de tempo. As Figuras 98 à 100 apresentam o sinal de controle do controlador centralizado, a tensão de campo e o ângulo do gerador 4 respectivamente para as duas representações de atraso de tempo.

Como pode ser observado pelas respostas dinâmicas, os sinais para a aproximação de Padé e para o bloco de atraso do ANATEM foram distintos por um período de tempo (até 4 segundos) principalmente para o sinal de saída do controlador centralizado para o atraso de tempo de 200 ms. No entanto, os ângulos dos geradores das barras 3 e 4 foram similares para as duas representações de atrasos de tempo.

Figura 95 – Sinal de Saída do Controlador Centralizado para o Gerador 3

Figura 96 – Tensão de Campo do Gerador 3

Figura 97 – Ângulo do Gerador 3

Figura 98 – Sinal de Controle do Gerador 4

Figura 99 – Sinal de Saída do Controlador Centralizado para o Gerador 4

Figura 100 – Ângulo do Gerador 4

D.4.4 Atraso de 300 ms

As Figuras 101 à 103 apresentam o sinal de controle do controlador centralizado, a tensão de campo e o ângulo do gerador 3 respectivamente para as duas representações de atraso de tempo. As Figuras 104 à 106 apresentam o sinal de controle do controlador centralizado, a tensão de campo e o ângulo do gerador 4 respectivamente para as duas representações de atraso de tempo.

Como pode ser observado pelas respostas dinâmicas, os sinais para a aproximação de Padé e para o bloco de atraso do ANATEM foram distintos por um período de tempo principalmente para o sinal de saída do controlador centralizado para o atraso de tempo de 300 ms. Além disso, diferentemente das respostas para o atraso de tempo de 200 ms, os ângulos dos geradores das barras 3 e 4 não foram similares (houve ligeira diferença) para as duas representações de atrasos de tempo.

Figura 101 – Sinal de Saída do Controlador Centralizado para o Gerador 3

Figura 102 – Tensão de Campo do Gerador 3

Figura 103 – Ângulo do Gerador 3

Figura 104 – Sinal de Saída do Controlador Centralizado para o Gerador 4

Figura 105 – Tensão de Campo do Gerador 4

Figura 106 – Ângulo do Gerador 4

D.5 Conclusões

A partir dos resultados alcançados para quatro diferentes atrasos de tempo, a saber 50, 100, 200 e 300 ms, pode-se concluir que a aproximação de Padé diferencia-se do bloco de atraso puro disponível no *software* ANATEM principalmente para os sinais de saída do controlador centralizado. Embora as respostas angulares sejam similares, percebe-se que para o atraso de tempo de 300 ms houve uma ligeira diferença.

Em (TAYLOR et al., 2005) foi estimado um atraso total de 116 ms referente ao processo de medição (50 ms), transmissão do sinal (33 ms) e processamento dos pacotes no PDC (33 ms). Assim, a consideração de um atraso de tempo de 200 ms estaria de acordo com esta estimativa e, de acordo com os resultados alcançados na seção anterior, as respostas angulares seriam similares.