EDWIN CHOQUE PILLCO

**A Importância da Região de Estabilidade no
Problema de Análise de Estabilidade de
Tensão em Sistemas Elétricos de Potência**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ciências, Programa de Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Sistemas Elétricos de Potência.

Orientador: Prof. Dr. Luís Fernando Costa Alberto

São Carlos

2011

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

C549i Choque Pillco, Edwin.
A importância da região de estabilidade no problema de análise de estabilidade de tensão em sistemas elétricos de potência. / Edwin Choque Pillco; orientador Luís Fernando Costa Alberto. São Carlos, 2011.

Dissertação (Mestrado-Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Área de Concentração em Sistemas Elétricos de Potência) -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2011.

1. Sistemas elétricos de potência. 2. Região de estabilidade. 3. Método quase estático. 4. Sistemas singularmente perturbados. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato(a): Ingeniero EDWIN CHOQUE PILLCO.

Dissertação defendida e julgada em 06/05/2011 perante a Comissão Julgadora:

Prof. Associado **LUÍS FERNANDO COSTA ALBERTO** – (Orientador)
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP) Aprovado

Prof. Dr. **RODRIGO ANDRADE RAMOS**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP) APROVADO

Prof. Dr. **FLAVIO HENRIQUE JUSTINIANO RIBEIRO DA SILVA**
(Universidade de Brasília/UnB) APROVADO

Prof. Titular **DENIS VINICIUS COURY**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica

Prof. Associado **PAULO CÉSAR LIMA SEGANTINE**
Presidente da Comissão da Pós-Graduação da EESC

Agradecimentos

A minha família por estar sempre ao meu lado.

Ao Professor Luís Fernando Costa Alberto por sua orientação, por todo apoio, disposição durante o desenvolvimento deste trabalho.

Aos colegas do LACOSEP pela amizade.

A todos os professores cujos ensinamentos me permitiram realizar esta pesquisa, em especial aos Professores Rodrigo Andrade Ramos e João Bosco Augusto London Júnior.

A meu amigo Rubén Romero Lázaro pela confiança e amizade.

A Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo pela oportunidade de realizar o curso de mestrado.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela bolsa de estudo concedida e pelo apoio financeiro para a realização desta pesquisa.

Resumo

Edwin Choque Pillco, (2011). *A Importância da Região de Estabilidade no Problema de Análise de Estabilidade de Tensão em Sistemas Elétricos de Potência*. Dissertação de Mestrado – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

Neste trabalho, estuda-se o problema de estabilidade de tensão do ponto de vista dinâmico, enfocando a análise nas instabilidades originadas por grandes perturbações. A modelagem utilizada nestes estudos envolve dinâmicas que possuem múltiplas escalas de tempo, mas na prática, os problemas de instabilidade de tensão estão geralmente associados às dinâmicas de longo prazo. Nesse sentido, o método de análise QSS fornece muitas vantagens do ponto de vista computacional, reduzindo significativamente o tempo de processamento, mediante a substituição das equações de dinâmica rápida por suas correspondentes equações de equilíbrio. As contribuições deste trabalho são duas: A primeira consiste no estudo da importância da região de estabilidade das dinâmicas lentas do SEP e sua relação com a região de estabilidade do sistema original. A segunda consiste em estudar a aplicação do método QSS no SEP oleando para as condições existentes na literatura e analisando principalmente as desvantagens de sua aplicação. Os sistemas de potência apresentados na literatura são utilizados como exemplos. Com base nestas simulações e na teoria existente da análise QSS, são estudadas algumas condições sob as quais o método QSS é válido. A teoria de região de estabilidade para estes sistemas é explorada para fornecer indicativos de margem de estabilidade e controle preventivo.

Palavras-Chave: Sistemas Elétricos de Potência, Região de Estabilidade, Método Quase Estático, Sistemas Singularmente Perturbados.

Abstract

Edwin Choque Pillco, (2011). *The importance of Stability Region in the Problem of Voltage Stability in Power Systems*. Dissertation (Master-Thesis) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

In this work, we study the problem of voltage stability of the dynamic point of view, focusing the analysis on the instability caused by large disturbances. The modeling used in these studies involves dynamics that have multiple time scales, but in practice, the problems of voltage instability are generally associated with long-term scale. Thus, the QSS method of analysis provides many advantages in terms of computational resource, significantly reducing the processing time, by replacing the equations by their corresponding fast dynamic equilibrium equations. The contributions of this work are two: The first is to study the importance of the stability region of the slow dynamics of the power system and its relation to the stability region of the original system. The second is to study the application of the QSS method in power systems considering the current theory in the literature and analyzing the main disadvantages of its application. The power system presented in the literature are used as examples. Based on these simulations and the existing theory of the QSS method, we study some conditions under which this method is valid. The theory of stability region for these systems is exploited to provide indicative of margin stability and preventive control.

Key-Words: Power Systems, Region of Stability, Quasi Static Method, Singular Perturbation System.

Lista de Figuras

1.1	Decomposição em escalas de tempo do sistema elétrico de potencia	.....	4
2.1	Evolução da estabilidade de tensão no SEP	.....	17
2.2	Integração trapezoidal de uma função f	.....	19
2.3	Algoritmo de solução do SEP via simulação dinâmica	.....	20
2.4	Curva V-Q para avaliação do margem de potência reativa	.....	22
2.5	Curva P-V para a avaliação do limite de carregamento do sistema	.....	23
3.1	Sistema gerador - comutador sob carga	.....	27
3.2	Evolução das dinâmicas do sistema elétrico de potência	.....	30
3.3	Modelagem em escalas de tempo do sistema elétrico de potência	.....	30
3.4	Princípio de simulação pelo método QSS	.....	32
3.5	Sequência de simulação do método QSS	.....	34
3.6	Circuito a simular pelo método QSS	.....	34
3.7	Evolução da tensão em barras não controladas	.....	37
3.8	Erro entre o método de simulação dinâmica e QSS	.....	37
3.9	Evolução da tensão em barras controladas	.....	38
4.1	Região de estabilidade de $\mathbf{x}_s$	.....	40
4.2	Definição de estabilidade do ponto de equilíbrio $\mathbf{x}_i$	.....	41
4.3	Definição de estabilidade assintótica do ponto de equilíbrio $\mathbf{x}_i$	.....	42
4.4	Região de estabilidade de $\mathbf{x}_s$	.....	43

4.5	Sistema barra infinita, gerador modelo clássico e carga dinâmica	46
4.6	Resposta do sistema frente a uma grande e pequena perturbação	47
4.7	Comportamento das variáveis rápidas do sistema	48
4.8	Comportamento das variáveis do subsistema rápido	49
4.9	Dinâmicas rápidas atingem estabilidade	50
4.10	Evolução das variáveis no subsistema lento Π_0	50
4.11	Lugares geométricos dos equilíbrios do subsistema lento (Π_0)	52
4.12	Trajatória do subsistema Π_0 e os lugares geométricos dos equilíbrios (caso estável – $t_{ch}=90s$)	52
4.13	Região de estabilidade do subsistema lento (Π_0)	53
4.14	Trajatória do subsistema (Π_0) e os lugares geométricos dos equilíbrios (caso instável – $t_{ch}=100s$)	53
4.15	Trajatória pré-chaveamento atinge singularidade	54
4.16	Sistema de três barras gerador infinito, controle do tap e carga com dinâmica de longo prazo	55
4.17	Evolução das tensões em barra ($P_0=4.6pu$)	57
4.18	Lugar geométrico dos equilíbrios das equações (4.7.1) (superior direito), lugar geo- métrico de $G-V_2$ das equações (4.7.2) e (4.7.3) (superior esquerdo) e pontos de equilíbrio do sistema (inferior)	58
4.19	Evolução da tensão na barra 2 e admitância no tempo e localização dos pontos de equilíbrio ($P_0=4.6pu$)	59
4.20	Ação do controle do tap no sistema ($P_0=4.6pu$)	60
4.21	Região de Estabilidade ($P_0=4.6pu$)	61
4.22	Evolução da tensão na barra não controlada ($P_0=5.5125pu$)	63
4.23	Pontos de equilíbrio assintoticamente estáveis ($P_0=5.5125pu$)	63
4.24	Evolução da tensão na barra não controlada ($P_0=5.8pu$)	64

A.1	Modelo Π da linha de transmissão	.....	74
A.2	Representação dos circuitos da máquina síncrona	.....	77
A.3	Bobinas da máquina síncrona após a Transformação de Park	.....	78
A.4	Representação fasorial de uma máquina síncrona	.....	79
A.5	Diagrama vetorial de regime permanente do gerador síncrono	.....	82
A.6	Circuito que Representa o Modelo Clássico	.....	82
A.7	Diagrama de blocos do Regulador Automático de Tensão (AVR)	.....	84
A.8	Modelo do AVR	.....	84
A.9	Configuração do Sistema Elétrico de Potência	.....	86
A.10	Modelo de carga controlada através de termostato	.....	89
A.11	O transformador de potência e o OLTC no SEP	.....	90
A.12	Diagrama equivalente do OLTC do transformador	.....	91

Lista de Tabelas

2.1	Classificação de estabilidade dos sistemas elétricos de potência	.....	10
2.2	Estabilidade de tensão em escalas de tempo	.....	15
4.1	Dados do sistema gerador infinito - controle do tap e carga dinâmica	.....	56
4.2	Análise da estabilidade dos equilíbrios ($P_0=4.6\text{pu}$)	.....	62

Lista de Abreviaturas e Siglas

AGC	Automatic Generator Control
AVR	Automatic Voltage Regulator
CIGRÉ	International Council on Large Electric Systems
CPFLOW	Continuation Power Flow
EAD	Equação Algébrico Diferencial
FACTS	Flexible Alternating Current Transmission System
HVDC	High Voltage Direct Current
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
OLTC	On Load Tap Changer
OXL	Over Exciter Limiter
QSS	Quasi Steady State
SEP	Sistema Elétrico de Potência.
SVC	Static Var Compensator
TSSP	Teoria de Sistemas Singularmente Perturbados

Sumário

Folha de Julgamento	iii
Agradecimento	v
Resumo	vii
Abstract	ix
Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xv
Lista de Abreviaturas e Siglas	xvii
1. Introdução.	1
1.1 Estabilidade de Tensão em Sistemas Elétricos de Potência.	1
1.2 Objetivos do Trabalho.	6
1.3 Organização do Trabalho.	6
2. Estabilidade de Tensão.	9
2.1 Conceitos Básicos e Definições.	9
2.2 Classificação de Estabilidade de Sistemas Elétricos de Potência	10
2.2.1 Estabilidade de Frequência.	11
2.2.2 Estabilidade do Ângulo do Rotor.	11
2.2.3 Estabilidade de Tensão.	13
2.3 Caracterização da Instabilidade de Tensão.	15
2.4 Métodos de Análise da Estabilidade de Tensão.	
2.3.1 Análise Dinâmica.	18
2.3.2 Análise Estática.	21

3. O Método de Análise Quase Estática (Quasi Steady State Method) para Análise de Estabilidade de Tensão.	25
3.1 Decomposição em Escalas de Tempo.	25
3.2 O Método QSS e Simulação de Longo Prazo.	29
3.2.1 A Simulação QSS de Longo Prazo.	29
3.2.2 Exemplo de Aplicação de Método QSS.	34
4. Análise de Estabilidade de Tensão de Longo Prazo	39
4.1 Região de Estabilidade.	39
4.2 Mecanismos de Instabilização em Grandes Perturbações.	45
4.2.1 Análise da Região de Estabilidade em Duas Escalas de Tempo.	46
4.2.2 A comutação do Tap do Transformador e a Região de Estabilidade	55
5. Conclusões e Perspectivas Futuras	65
5.1 Comentários e Conclusões Finais.	65
5.2 Perspectivas Futuras.	66
Referências Bibliográficas	69
Apêndice	
Modelagem do Sistema Elétrico de Potência.	73

Capítulo 1

Introdução

1.1 Estabilidade de Tensão em Sistemas Elétricos de Potência

O problema de estabilidade de tensão em SEP tem como principal origem a expansão modesta dos sistemas de transmissão e geração de energia em contraste com o aumento, cada vez maior, do consumo nas últimas décadas, forçando os sistemas a operar perto de seus limites de carregamento. Há um número de fatores que contribuíram para este cenário como, por exemplo, restrições ambientais e incremento do consumo de energia em áreas críticas onde é inadequada ou dispendiosa a construção de novas usinas (VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998).

A necessidade de estudar estabilidade de tensão justifica-se no fato de que, nas últimas décadas, diversos eventos que levaram muitos SEP do mundo ao colapso de tensão (TAYLOR, C.W., 1993; KUNDUR P., 1994), originando problemas de colapsos parciais da rede ou até blecautes (colapso total), foram registrados. Como consequência, os termos “instabilidade de tensão” e “colapso de tensão” passaram a aparecer na literatura e na discussão do planejamento e operação dos SEP (KUNDUR P., 1994).

Quedas ou incrementos de tensão nas barras do sistema podem causar desestabilização dos controles e violação de limites. Além disso, afetam os clientes finais, prejudicando as máquinas com problemas de isolamento, superaquecimento, interrompendo processos contínuos de produção, etc. e produzindo em geral grandes perdas econômicas. Em face dessa perspectiva, manter um perfil de tensão adequado com um fator de segurança é cada vez mais importante (VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998).

Os mecanismos que levam um SEP a um problema de estabilidade de tensão são muito complexos e variados e podem estar relacionados com problemas na geração, transmissão e distribuição. Além disso, podem ser causados tanto por variações lentas e previsíveis de carga quanto por grandes perturbações inesperadas. Por este motivo, controles de tensão, compensações de potência reativa, relés de proteção e operação de centros de controle, todos eles influem com maior ou menor intensidade na estabilidade de tensão (TAYLOR, C.W., 1993).

Como o problema de estabilidade de tensão pode estar relacionado com uma grande diversidade de eventos na rede, o conceito de estabilidade de tensão tem significados diferentes para os engenheiros dependendo do tipo de evento. Por exemplo, pode estar relacionado com um evento rápido quando motores de indução, ar condicionado ou ligações do tipo HVDC são responsáveis pelo colapso, ou pode estar relacionado com um evento lento quando comutadores mecânicos de *tap* em transformadores, limitadores de corrente de excitação, etc. (TAYLOR, C.W., 1993) são a causa do problema. Por este motivo, a análise de estabilidade de tensão em SEP é usualmente dividida em escalas de tempo.

No curto prazo, ou seja, em intervalos de até 3 ou 10 segundos, após a ocorrência de uma (grande) perturbação, o estudo de estabilidade é conhecido como estabilidade transitória. Nesta fase, dinâmicas de geradores, AVRs e dispositivos FACTs são relevantes para a análise. Após o período transitório, temos a análise de estabilidade de médio prazo (*mid-term stability analysis*). Nesta fase, vários segundos e até mesmo alguns minutos são considerados na análise e dinâmicas de outros dispositivos como, por exemplo, OLTCs, OXL, AGC e controle secundário de tensão passam a ter grande importância. Por fim, a análise de estabilidade de longo prazo (*long-term stability analysis*) está relacionada com variações lentas de carga e geração, e intervalos de tempo de algumas horas são usualmente considerados.

As técnicas existentes para o estudo de estabilidade de tensão são usualmente divididas em estáticas e dinâmicas. As primeiras são usualmente empregadas para estudos de estabilidade quando as variações no sistema são lentas e graduais. Esta análise só envolve a solução de equações algébricas e é computacionalmente mais rápida que os métodos dinâmicos. Já os métodos para estudos dinâmicos utilizam a integração numérica do conjunto completo de equações diferenciais que modelam o SEP. Seu emprego é útil para análises de variações rápidas, em intervalos de tempo desde dezenas de milissegundos (ex. dinâmicas subtransitórias dos geradores) até vários

segundos (POWER SYSTEM STABILITY SUBCOMMITTEE SPECIAL PUBLICATION, 2002).

Análises dinâmicas fornecem a resposta no tempo do SEP. A determinação exata no tempo dos diferentes eventos que levam a uma instabilidade de tensão é necessária para uma análise de tipo corretiva (ou post-mortem) e para a coordenação de proteção e controle do sistema. Estes tipos de simulações precisam de maior tempo computacional e de engenharia para as análises de resultados (POWER SYSTEM STABILITY SUBCOMMITTEE SPECIAL PUBLICATION, 2002). Em contrapartida, a análise dinâmica não fornece facilmente informação correspondente ao grau de instabilidade ou sensibilidade. Isso torna a análise dinâmica pouca prática para o estudo de um grande número de contingências ou para determinar limites de estabilidade, a menos que seja associada com outras técnicas tais como métodos diretos. Então, usualmente a análise dinâmica dos problemas de estabilidade é complementada com o uso de análises estáticas.

Para variações lentas de carga e geração, a análise de estabilidade de tensão é usualmente abordada como um problema estático (fluxo de carga). A falta de capacidade para transferir potência reativa desde as fontes de geração reativa (capacitores, SVCs, etc.) e usinas até as cargas durante condições normais de operação é um dos fatores que mais contribuem para problemas de estabilidade de tensão. Por outro lado, a estabilidade de tensão é um processo dinâmico. Um SEP é um sistema dinâmico, mas em contraste com a estabilidade de ângulo do rotor, as dinâmicas das cargas e dos equipamentos de controle de tensão tornam-se importantes neste caso.

Grandes perturbações podem acarretar em problemas de estabilidade de tensão (incluindo incremento súbito na carga ou da transferência de potência). Neste caso, a instabilidade é quase sempre um decremento monótono da tensão levando posteriormente a uma queda brusca de tensão que deve ser detectada oportunamente com a finalidade de evitar o blecaute da rede. Análises de bifurcações são usualmente utilizadas para explicar estes fenômenos. Instabilidade oscilatória de tensão pode acontecer, mas instabilidades de controles são excluídas porque acontecem geralmente por inadequados ajustes nos equipamentos (controles de *tap*, SVC, etc.) (POWER SYSTEM STABILITY SUBCOMMITTEE SPECIAL PUBLICATION, 2002). O fenômeno de sobretensão e instabilidade como a auto-excitação de máquinas rotativas não é levado em consideração neste trabalho porque as sobretensões estão mais relacionadas a problemas específicos de máquinas do que com problemas no SEP.

Devido à crescente complexidade dos SEP, o número de contingências a ser analisado incrementa-se consideravelmente, precisando-se cada vez mais de métodos de análise mais rápidos e confiáveis. Uma grande variedade deles é descrito em (TAYLOR, C.W., 1993). Por sua simplicidade, os métodos estáticos ganharam grande popularidade com relação aos métodos dinâmicos, apesar de sua menor exatidão e incapacidade de sua aplicação no problema dinâmico com variações rápidas. Na década de noventa, a aplicação da Teoria de Sistemas Singularmente Perturbados (TSSP) ao problema de análise de estabilidade de tensão começou a ganhar popularidade entre os engenheiros pela considerável redução de esforço computacional que implica sua aplicação e a boa exatidão obtida em sistemas de pequeno e grande porte, método conhecido na literatura como QSS (VAN CUTSEM, T. et al, 1995, 1996, 1997, 1998).

Em (YORINO N.; SASAKI, H. et al., 1992), apresenta-se um diagrama que mostra a idéia geral da decomposição em escalas de tempo, base para a análise pelo método QSS, das equações que descrevem o comportamento do SEP, figura 1.1. A variável $\mathbf{x}$ representa os estados dinâmicos lentos e $\mathbf{y}$ as dinâmicas rápidas do SEP, $\mathbf{u}$ as entradas de controle e ε uma constante escalar positiva pequena.

Figura 1.1: Decomposição em escalas de tempo do sistema elétrico de potencia

Numa primeira aproximação do sistema ①, admite-se $\varepsilon \rightarrow 0$. Nesse caso, a segunda equação muda de tipo diferencial a algébrica, correspondente aos equilíbrios das variáveis rápidas. As componentes lentas de $\mathbf{y}$ podem ser calculadas como função das variáveis lentas $\mathbf{x}_s$, definindo-se assim o sistema algébrico diferencial ②, também chamado de representação QSS, e usado para estudos de médio ou longo prazo. O subsistema rápido ③ é obtido por uma mudança de variáveis ($\tau = t/\varepsilon$) e admitindo-se

novamente $\varepsilon \rightarrow 0$. Neste novo subsistema, as variáveis lentas $\mathbf{x}_s$, $\mathbf{y}_s$ são tratadas como constantes. Em geral, este modelo pode ser empregado em análise de estabilidade das variáveis rápidas.

Neste projeto de pesquisa estudaremos os fundamentos do método QSS. Como a redução das dinâmicas rápidas implica um menor esforço computacional, o uso deste método está sendo introduzido também na análise da margem de carregamento em conjunto com CPFLOW (VENKATARAMANA, A., 2006), análise de bifurcações e colapso de tensão (VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998), redução de sistemas Híbridos AC/DC em relação com suas escalas de tempo (FAN MA; LIJUN FU, 2008).

O método de análise QSS, pelas vantagens computacionais que oferece, é usado com mais frequência durante análise de estabilidade de tensão no médio prazo. Nesta análise, desprezam-se as dinâmicas das variáveis rápidas, substituindo-se as equações diferenciais que modelam as dinâmicas rápidas pelas correspondentes equações de equilíbrio.

Ao se fazer esta aproximação, admite-se: (i) que a dinâmica do sistema original possa ser decomposta nas dinâmicas de dois subsistemas mais simples: o sistema rápido e o lento, (ii) que a dinâmica rápida seja estável e que a trajetória convirja rapidamente para as proximidades do equilíbrio das variáveis rápidas e (iii) que o problema de estabilidade de tensão esteja associado à dinâmica lenta.

Embora estas considerações sejam naturais e muitas vezes razoáveis do ponto de vista prático, os resultados clássicos da teoria de sistemas dinâmicos não lineares com duas escalas de tempo (sistemas singularmente perturbados) não são suficientes para garantir a validade da análise de estabilidade de tensão pelo método QSS.

O teorema de Tikhonov (HASSAN K. K., 2002), por exemplo, estuda a decomposição da dinâmica do sistema singularmente perturbado na dinâmica do sistema lento e rápido, em intervalos de tempo finitos, na ausência de singularidades. No problema de estabilidade de tensão, por sua vez, esta decomposição pode ser quebrada pela presença de pontos singulares e intervalos de tempo grandes, maiores do que aqueles cuja decomposição da dinâmica é garantida teoricamente.

Toda vez que um chaveamento ocorre, em geral uma fase de dinâmicas rápidas se inicia e a teoria de Tikhonov exige que a dinâmica rápida seja estável. Isto não é verificado nos programas de análise de estabilidade de tensão pelo método QSS.

1.2 Objetivos do Trabalho

Este projeto de pesquisa investigará a análise de estabilidade de tensão de médio e longo prazo na medida em que a grande maioria dos problemas de estabilidade de tensão está associada às dinâmicas nesta escala de tempo.

Com objetivo de compreender melhor os cenários de instabilidade de tensão no médio e longo prazo, estudaremos a importância da região de estabilidade no problema de análise de estabilidade de tensão em SEP.

Estudar a caracterização da região de estabilidade do sistema de dinâmica lenta e relacioná-la com a região de estabilidade do sistema original é outro objetivo importante deste trabalho.

Os sistemas de potência apresentados em (TAYLOR, C.W., 1993; KUNDUR P., 1994; VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998) serão utilizados como exemplos. Com base nestas simulações e na teoria existente de análise QSS, estudaremos algumas condições sob as quais o método QSS é válido. A teoria de região de estabilidade para estes sistemas será então explorada para fornecer indicativos de margem de estabilidade e controle preventivo.

1.3 Organização do Trabalho

O trabalho está dividido em cinco capítulos. O capítulo dois descreve brevemente aspectos teóricos sobre estabilidade de tensão, apresenta definições, uma classificação de estabilidade de tensão e alguns métodos empregados nesta análise de estabilidade. O capítulo três descreve o método QSS. Neste capítulo, explora-se a metodologia QSS na modelagem do SEP para sua simulação de médio ou longo prazo. Este modelo é obtido desprezando-se as dinâmicas de curto prazo que são substituídas por suas equações de equilíbrio e ficam como equações de restrição das dinâmicas de longo prazo. Mostra-se também como o incremento do passo de integração introduz erros

cada vez maiores nos resultados da simulação. O capítulo quatro ilustra a caracterização da região de estabilidade na escala de longo prazo. O primeiro exemplo mostra como a caracterização da região de estabilidade é empregada para determinar o correto ajuste do chaveamento da compensação de reativo do sistema, enquanto o segundo exemplo relaciona a região de estabilidade das dinâmicas de longo prazo em um problema de controle de tap do transformador discreto com a dinâmica de carga contínua de longo prazo. Finalmente o trabalho é encerrado com as conclusões, comentários e perspectivas futuras que são apresentadas no capítulo cinco.

Capítulo 2

Estabilidade de Tensão

2.1 Conceitos Básicos e Definições

Existem muitas definições na literatura para estabilidade de tensão. Utilizaremos aquelas publicadas pelo IEEE/CIGRE *joint task force* no ano 2004 e *Power System Stability Subcommittee Special Publication* no ano 2002 que estabelecem um conjunto de definições e terminologias referentes à estabilidade em SEP. A seguir apresenta-se uma lista de definições que serão frequentemente usadas nesta pesquisa:

- **Estabilidade de Tensão:** um sistema elétrico diz-se estável, do ponto de vista da tensão, se conseguir manter tensões aceitáveis em todos os barramentos do sistema sob condições normais de funcionamento depois de ter sido submetido a uma perturbação. A estabilidade de tensão pode estar relacionada ao fluxo de potência reativa na rede, ao comportamento das cargas em face de variações de tensão, à ação de dispositivos automáticos de controle de tensão e limitação de sobre excitação de geradores, etc.
- **Instabilidade de Tensão:** o sistema elétrico é considerado instável do ponto de vista da tensão quando algumas barras registram uma progressiva e descontrolada queda ou incremento das tensões depois de uma perturbação.
- **Colapso de Tensão** é normalmente a consequência de um conjunto de eventos que acompanham a instabilidade de tensão levando para níveis muito baixos, de forma abrupta, a tensão nos barramentos, numa parte significativa do sistema levando ao blecaute do SEP ou parte deste.
- **Bifurcação:** é uma mudança qualitativa no comportamento do sistema, como quando um equilíbrio desaparece (bifurcação de ponto sela - SNB) ou em mudanças do regime estacionário para um regime oscilatório (bifurcação Hopf) entre os tipos mais conhecidos em SEP.

- **Quase estático:** a aproximação quase estática considera alguns parâmetros ou variáveis como variáveis de entrada no sistema cuja dinâmica é desprezada. Assim, embora estes parâmetros possam variar, a dinâmica do sistema é calculada supondo-se que o parâmetro é fixado nesse valor. A aproximação quase estática é válida enquanto a variação do parâmetro é lenta comparada com a dinâmica do resto do sistema.

2.2 Classificação de Estabilidade

A análise de estabilidade de SEP é basicamente um único problema, mas devido à diversidade de perturbações e condições operativas que o SEP experimenta, observa-se uma incapacidade, tanto do ponto de vista teórico como computacional, de entender e tratar efetivamente o problema de forma unificada. Mediante uma classificação dos subproblemas, é possível fazer simplificações, e dividir o problema de estabilidade em subproblemas mais simples. Para isto, utilizam-se um apropriado grau de detalhe na representação do sistema e técnicas analíticas específicas, em função das condições para analisar subproblemas específicos.

Estabilidade de Sistemas Elétricos de Potência							
		Segundo as Variáveis de Interesse					
		Ângulo do rotor ou Ângulo síncrono	Tensão			Frequência	
Segundo o Tipo de Perturbação	Grandes Perturbações	Estabilidade Transitória Modelos Não Lineares Simplificados Dinâmicas Rápidas	Estabilidade de Médio Prazo Dinâmicas Rápidas e Lentas	Modelos Não Lineares Dinâmicas Rápidas		Modelos Não Lineares (proteções) Dinâmicas Rápidas e Lentas Projeto de Controle	
	Variação Lenta de Parâmetros				Modelos Não Lineares Dinâmicas Lentas Teoria de Bifurcações		
	Pequenas Perturbações	Estabilidade de Pequena Sinal Modelos Lineares Completos Projeto de Controle Dinâmicas Rápidas					
Segundo o Tempo de Análise		Curto Prazo (0 – 10 s)	Médio Prazo (0 – vários minutos)	Curto Prazo (0 – 10 s)	Médio e Longo Prazo (0 – vários minutos)	Curto Prazo (0 – 10 s)	Longo Prazo (minutos até horas)

Tabela 2.1: Classificação de estabilidade dos sistemas elétricos de potência

A tabela 2.1 mostra uma classificação do problema de estabilidade do SEP em termos das variáveis de interesse, tipo de perturbação e tempo de análise. Em seguida uma breve descrição de cada um dos subproblemas de estabilidade, com ênfase na estabilidade de tensão, é apresentada.

2.2.1 Estabilidade de Frequência

Estabilidade de frequência é a capacidade do SEP em manter a frequência estável após uma perturbação severa no sistema resultando num desequilíbrio entre geração e carga. Isto depende da capacidade em manter/restabelecer o equilíbrio entre sistema de geração e carga.

Grandes perturbações geralmente implicam grandes excursões de frequência, fluxo de potência, tensão e outras variáveis do sistema. Consequentemente são ativadas ações ou processos como controles e proteções que não são modeladas em estudos convencionais de estabilidade transitória e estabilidade de tensão. Estes processos podem ser muito lentos ou só desencadeados por condições extremas do sistema, como uma proteção Volts/Hertz que desliga geradores.

Durante excursões de frequência, a característica de tempo dos processos e dispositivos que são ativados estende-se desde frações de segundos, correspondendo à resposta dos dispositivos como corte de carga por baixa frequência, controles de geradores e proteções, até vários minutos, correspondendo à resposta de dispositivos como reguladores de tensão da carga e reguladores de velocidade. Por conseguinte, como se mostra na tabela 2.1, a estabilidade de frequência pode ser um fenômeno de curto ou longo prazo. Um exemplo de instabilidade de frequência em curto prazo é a formação de ilhas com insuficiente geração. Sejam ações de corte de carga, o decaimento da frequência pode levar a ilha ao blecaute em poucos segundos. Por outro lado, cenários causados por controles de sobre velocidade em turbinas de vapor ou dispositivos de proteção e controle da caldeira/reator originam instabilidade de frequência no longo prazo.

2.2.2 Estabilidade do Ângulo do Rotor

Estabilidade do ângulo do rotor é a capacidade das máquinas síncronas de um SEP interconectado em manter o sincronismo (do ângulo do rotor) depois de uma perturbação. Esta depende da capacidade de manter/restaurar o equilíbrio entre

torque eletromagnético e torque mecânico de cada máquina no sistema. Esta instabilidade usualmente ocorre na forma de um incremento do ângulo de rotor de alguns geradores levando-os à perda de sincronismo com os demais geradores do sistema.

Para uma melhor análise e compreensão, o estudo da estabilidade do ângulo do rotor é dividido em duas subcategorias segundo o tipo de perturbação:

- **Estabilidade do ângulo do rotor a pequenas perturbações** estuda a capacidade do SEP em manter o sincronismo pela ação de pequenas perturbações. As perturbações são consideradas suficientemente pequenas para que a linearização do sistema de equações seja permitida na análise.
- **Estabilidade do ângulo do rotor a grandes perturbações ou estabilidade transitória** estuda a capacidade das máquinas síncronas do SEP em manter o sincronismo após a ocorrência de uma perturbação severa. A dinâmica do sistema caracteriza-se por grandes excursões dos ângulos dos geradores e é influenciada pelas relações não lineares entre potência e ângulo.

O tempo de análise para os estudos de estabilidade do ângulo de rotor é usualmente de 3 a 5 seg. e pode ser estendido no caso de grandes perturbações a intervalos entre 10 a 20 seg. depois da perturbação (KUNDUR P., 1994). Por esse motivo, esta análise de estabilidade é classificada na escala de tempo de curto prazo.

Do ponto de vista de pequenas perturbações, o torque eletromagnético de uma máquina síncrona em relação a uma perturbação pode ser dividida em duas componentes:

- Torque sincronizante, em fase com o desvio angular do rotor.
- Torque de amortecimento, em fase com o desvio da velocidade.

A estabilidade do sistema depende da existência de ambas componentes do torque para cada uma das máquinas síncronas. A falta de suficiente torque sincronizante implica instabilidade aperiódica, enquanto a falta de suficiente torque de amortecimento implica instabilidade oscilatória.

2.2.3 Estabilidade de Tensão

Um sistema elétrico diz-se estável, do ponto de vista da tensão, se conseguir manter tensões aceitáveis em todos os barramentos do sistema sob condições normais de funcionamento depois de ter sido submetido a uma perturbação. A estabilidade de tensão está usualmente relacionada ao fluxo de potência reativa na rede, ao comportamento das cargas em face de variações de tensão, à ação de dispositivos automáticos de controle de tensão e limitação de sobre excitação de geradores, etc.

A estabilidade de tensão pode ser classificada em duas categorias com relação ao tipo de perturbação: grandes perturbações e variações lentas de carga (pequenas perturbações).

- **Estabilidade de tensão devido a grandes perturbações** está relacionada com a capacidade do sistema em manter as tensões dentro de limites aceitáveis depois de uma grande perturbação, tais como avarias nos elementos do sistema, perda de geradores ou contingências nas linhas. As interações dos controles contínuos e discretos, das proteções e também as características do sistema são fatores que têm influência na capacidade do sistema em controlar as tensões. A análise da estabilidade de tensão para grandes perturbações requer simulações dinâmicas não-lineares, num período de tempo suficiente para analisar a influência de aparelhos como os transformadores com comutador sob carga, dos bancos de condensadores ou dos geradores com limitadores de corrente de excitação, tempo que pode variar de uns poucos segundos a minutos.
- **Estabilidade de tensão devido a variações lentas de carga** está relacionada com a capacidade do sistema em manter a tensão dentro de limites aceitáveis após variações lentas de carga, conhecidas também como pequenas perturbações. Esta forma de estabilidade é usualmente influenciada pelas características da carga, controles contínuos e discretos. Mediante este tipo de análise é possível determinar, em qualquer instante de tempo, como a tensão irá responder a uma pequena mudança no sistema, ex. a transição entre períodos de carga. Para pequenas perturbações, as equações do sistema podem ser linearizadas, usualmente num ponto de operação, e permitem obter valiosas informações de sensibilidade na identificação de fatores que influenciam a estabilidade de tensão, com uma análise tipicamente baseada em técnicas de autovalores e autovetores (KUNDUR P., 1994). No entanto, esta linearização

não pode considerar efeitos não lineares como controles de comutadores de *taps* (*zonas-mortas*, passos discretos de *tap* e atrasos de tempo). Então, uma combinação de análises lineares e não lineares é frequentemente usada de forma complementar.

Além de uma classificação com relação à perturbação, a estabilidade de tensão é dividida de acordo com o tempo em que vai ser feita a análise (segundos, minutos ou horas) como é descrito em (POWER SYSTEM STABILITY SUBCOMMITTEE SPECIAL PUBLICATION, 2002) e mostrado a seguir:

- 1 Transitórios eletromecânicos (geradores, reguladores, motores de indução, etc.) e eletrônicos de potência (SVC, HVDC, etc.) em escalas de tempo no intervalo de poucos segundos.
- 2 Dispositivos discretos, como comutadores sob carga de transformadores e limitadores de sobre-excitação de geradores que atuam em intervalos de algumas de dezenas de segundos.
- 3 Processos de recuperação de carga que levam vários minutos.

A escala de tempo 1 é chamada escala transitória (*transient time*) enquanto as escalas 2 e 3 constituem a escala de longo prazo (*long-term*) ou também conhecido como (*mid-term*) para estabilidade de tensão. Transitórios eletromagnéticos na linha de transmissão e máquina síncrona, p.ex. componentes DC de correntes de curto circuito, se dissipam muito rápido para serem considerados na análise de estabilidade de tensão. Por esse motivo, admite-se que os transitórios eletromagnéticos extinguem-se rapidamente tal que tensões e correntes podem ser analisadas como fasores variantes no tempo.

O incremento de carga sob uma escala de longo prazo pode ser importante para a estabilidade de tensão. A tabela 2.2, relaciona os diversos equipamentos do modelo de um SEP com o problema de estabilidade de tensão, que é decomposto em escalas de tempo transitório (curto prazo) e de médio e longo prazo.

A estabilidade de tensão tem como foco principal as áreas de carga e suas características e por isso que este tipo de estabilidade é identificado também como estabilidade de carga, enquanto a estabilidade de ângulo de rotor preocupa-se na interligação de usinas remotas e seu sincronismo. Quando a tensão entra em colapso num ponto longe das cargas existe em geral um problema de estabilidade

angular. Se o colapso acontece numa área de carga existe provavelmente um problema de estabilidade de tensão. As duas formas de instabilidade podem não acontecer simultaneamente após uma falta, pois é possível detectar colapso de tensão numa grande área do sistema sem perda de sincronismo dos geradores (TAYLOR, C.W., 1993).

Escala de Tempo	Componentes do sistema	Carga
Longo Prazo	Geração horária	Cíclica
Médio Prazo	Comutadores Sob Carga (OLTC), Limitadores de Sobre Excitação (OXL), Capacitores/Indutores Chaveados, Controle Secundário de Tensão, ...	Termostáticas
Transitório	Geradores, Regulador de Tensão (AVR), Compensador Estático (SVC), Reguladores HVDC, ...	Motores de Indução
Instantâneo	Rede	Estáticas

Tabela 2.2: Estabilidade de tensão em escalas de tempo

2.3 Caracterização da Instabilidade de Tensão

Os problemas de estabilidade de tensão estão geralmente associados com um SEP trabalhando próximo as suas condições limites de transmissão e capacidade máxima de operação, ex. insuficiente capacidade de compensação e geração reativa, linhas sobrecarregadas, centros de carga e geração afastados por longas distâncias, etc., caracterizando situações onde o cenário principal é a incapacidade e fragilidade do sistema de atender a demanda de potência reativa. A operação próxima dos limites do sistema pode ter origem em erros na operação e planejamento, geralmente associados a problemas sociais e políticos. Na base dos problemas de instabilidade/colapso de tensão registrados no mundo, em (KUNDUR P., 1994), a instabilidade de tensão é usualmente caracterizada pela seguinte sequência de eventos:

1. Acontece uma perturbação no sistema, tais como pequenas e graduais mudanças das cargas ou grandes e súbitas perturbações, como a perda de uma grande unidade de geração ou uma linha de transmissão importante.
2. Após a perturbação verifica-se a incapacidade do sistema de satisfazer a demanda de potência reativa. Um colapso de tensão se relaciona frequentemente com linhas sobrecarregadas, tal que o transporte de potência reativa a áreas adjacentes não é

possível e qualquer solicitação adicional de potência reativa leva o sistema ao colapso de tensão.

3. O colapso de tensão se manifesta geralmente como um decaimento lento do perfil de tensões, como resultado de um processo que compromete ações e interações de muitos dispositivos, controles e sistemas de proteção. A escala de tempo do colapso de tensão pode ser de até vários minutos. Registrado o decaimento das tensões do sistema, os AVR's dos geradores tentam restaurar as tensões terminais pelo incremento da corrente de excitação, originando um incremento no fluxo de potência reativa na rede, mas esta potência adicional também produz quedas de tensão pelos elementos indutivos situados no sistema (transformadores, linhas, geradores). Nesse cenário, os geradores provavelmente operam dentro de seus limites P-Q, com as correntes de campo e armadura dentro de seus limites térmicos. Por enquanto, reguladores de velocidade controlam a frequência pela redução de MW consumidos. Além disso, o problema de estabilidade de tensão pode ser agravado pelo uso excessivo de compensação, pois uma efetiva compensação é feita pelo uso adequado e misturado de compensadores síncronos, SVCs, reatores e capacitores shunt.
4. A redução da tensão nas zonas de alta tensão da rede será refletida ao sistema de distribuição. Então, os OLTCs das subestações de distribuição tentam restaurar as tensões e cargas aos níveis pré falta numa média de 2 a 4 minutos.
5. Como resultado da atuação do *tap* o fornecimento da potência ativa de geradores através do sistema se incrementa, alcançando os geradores gradualmente seus limites de potência reativa (fixados pela máxima corrente de campo continua permitida) um por um. Quando o primeiro gerador alcança seu limite de geração reativa, a tensão cai em seus terminais e sua corrente de armadura se incrementa até a atuação do sistema de proteção. Nesse cenário, o fornecimento da carga reativa será distribuído entre os outros geradores levando assim à sobrecarga de outros geradores, num efeito do tipo dominó. Com alguns geradores sem controle automático de excitação, o sistema fica mais propenso a uma instabilidade de tensão.

Em resumo, após uma perturbação a instabilidade de tensão é percebida pela queda nos perfis de tensão do sistema como consequência do incremento da demanda de potência reativa. Além disso, os controles e sistemas de proteção atuam em relação a suas dinâmicas, figura 2.1, com a finalidade de recuperar o perfil de tensões e levar o

sistema a um novo ponto de equilíbrio. Persistindo o problema, e com os dispositivos em seus limites de operação, acontece o colapso de tensão na rede.

Figura 2.1: Evolução da estabilidade de tensão no SEP

2.4 Métodos de Análise da Estabilidade de Tensão

A forma geral do modelo matemático de um SEP para estudos de estabilidade é um sistema EAD (Equação Algébrico Diferencial) (VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998):

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \\ \mathbf{0} &= \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y})\end{aligned}\tag{2.1}$$

O grupo de equações (2.1) representa as dinâmicas dos equipamentos na rede (incluindo geradores e controles) e cargas nas barras. A parte algébrica representa as relações de transferência de potência entre as barras ligadas à rede de transmissão. Nesta modelagem do SEP, as variáveis de estado “ $\mathbf{x}$ ” envolvem ângulos de geradores, frequências e grandezas de fluxos, variáveis de controle e variáveis de carga dinâmica. As variáveis “ $\mathbf{y}$ ” das equações algébricas envolvem geralmente as variáveis do fluxo de potência, ou seja, tensões e ângulos em barra.

Os métodos de análise para estabilidade de tensão do sistema representado pelas equações (2.1) são classificados em dois grandes grupos: estáticos e dinâmicos (dependendo do tipo de problema a estudar). A desvantagem principal dos métodos dinâmicos em relação aos estáticos é o elevado esforço computacional, principalmente quando um número elevado de dispositivos de controle é considerado na análise.

2.3.1 Análise Dinâmica

A análise dinâmica é importante para a realização de um estudo mais profundo sobre situações de colapso de tensão específicas, coordenação de proteções e equipamento de controle, e para o teste de ações de restabelecimento da rede. As simulações dinâmicas determinam ainda se o ponto de equilíbrio estável será atingido e, se for, quando é atingido.

O comportamento das dinâmicas de um SEP em sua forma mais geral é descrito pelo sistema (2.1), com $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$ já definidos, onde $\mathbf{f}$ e $\mathbf{g}$ são funções vetoriais não lineares. A análise dinâmica é feita pela resolução das equações (2.1) por qualquer método numérico de integração da parte diferencial, ficando as equações algébricas como um conjunto de condições de restrição.

No caso de simulações de maior tempo, até alguns minutos ou horas, é necessária a incorporação de dinâmicas de longo prazo. Nessa escala de tempo a ação de controles discretos e de resposta lenta como OLTCs, Capacitores/Reatores chaveados, AGC e controles secundários de tensão influi na resposta do SEP. Neste caso, o SEP passa a ser modelado pelo seguinte conjunto de equações:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_C, \mathbf{z}_D(k)) \\ \mathbf{0} &= \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_C, \mathbf{z}_D(k)) \\ \mathbf{z}_D(k+1) &= \mathbf{h}_D(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_C, \mathbf{z}_D(k)) \\ \dot{\mathbf{z}}_C &= \mathbf{h}_C(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_C, \mathbf{z}_D(k))\end{aligned}\tag{2.2}$$

O sistema de equações não lineares (2.2) é do tipo DDAE (Discrete Differential Algebraic Equations). Equipamentos de controle discreto (ou contínuo) são representados pela variável $\mathbf{z}_D$ (ou $\mathbf{z}_C$), por exemplo transformadores com comutadores sob carga, OXL, banco de capacitores chaveados no caso discreto e cargas de recomposição lenta no caso contínuo. As variáveis $\mathbf{y}$ representam as tensões e ângulos das

barras do sistema e $\mathbf{x}$ o vetor das variáveis de dinâmica rápida, como por exemplo dinâmicas de geradores, motores, etc.

Então, o sistema de equações (2.2) é uma representação explícita do SEP, fornecendo a evolução no tempo de cada uma de suas variáveis. A resolução de (2.2) também demanda um grande esforço computacional, além de não fornecer diretamente informação como a sensibilidade ou o grau de instabilidade do sistema (KUNDUR P., 1994). Mediante a informação das variáveis " $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$, $\mathbf{z}$ " é feita a avaliação das violações dos limites de operação pré-estabelecidos em cada área do SEP. Aplicando a metodologia de integração implícita trapezoidal, como mostrado na figura 2.2, nas equações dinâmicas do sistema, obtém-se:

Figura 2.2: Integração trapezoidal de uma função f

$$\mathbf{x}(t_i) - \mathbf{x}(t_{i-1}) = \frac{\Delta t}{2} [\mathbf{f}(\mathbf{x}(t_i), \mathbf{y}(t_i), \mathbf{z}_C(t_i), \mathbf{z}_D(k)) + \mathbf{f}(\mathbf{x}(t_{i-1}), \mathbf{y}(t_{i-1}), \mathbf{z}_C(t_{i-1}), \mathbf{z}_D(k))]$$

Analogamente para $\mathbf{z}_C$:

$$\mathbf{z}_C(t_i) - \mathbf{z}_C(t_{i-1}) = \frac{\Delta t}{2} [\mathbf{h}_C(\mathbf{x}(t_i), \mathbf{y}(t_i), \mathbf{z}_C(t_i), \mathbf{z}_D(k)) + \mathbf{h}_C(\mathbf{x}(t_{i-1}), \mathbf{y}(t_{i-1}), \mathbf{z}_C(t_{i-1}), \mathbf{z}_D(k))]$$

Então, o sistema de equações (2.2) é transformado num sistema algébrico. Considerando que os valores das variáveis ($\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ e $\mathbf{z}_C$) são conhecidos no tempo t_{i-1} obtém-se:

$$\mathbf{M} : \begin{cases} \mathbf{x}(t_i) - \frac{\Delta t}{2} \mathbf{f}(\mathbf{x}(t_i), \mathbf{y}(t_i), \mathbf{z}_C(t_i), \mathbf{z}_D(k)) - \left(\mathbf{x}(t_{i-1}) + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{f}(\mathbf{x}(t_{i-1}), \mathbf{y}(t_{i-1}), \mathbf{z}_C(t_{i-1}), \mathbf{z}_D(k)) \right) = 0 \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}(t_i), \mathbf{y}(t_i), \mathbf{z}_C(t_i), \mathbf{z}_D(k)) = 0 \\ \mathbf{z}_C(t_i) - \frac{\Delta t}{2} \mathbf{h}_C(\mathbf{x}(t_i), \mathbf{y}(t_i), \mathbf{z}_C(t_i), \mathbf{z}_D(k)) - \left(\mathbf{z}_C(t_{i-1}) + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{h}_C(\mathbf{x}(t_{i-1}), \mathbf{y}(t_{i-1}), \mathbf{z}_C(t_{i-1}), \mathbf{z}_D(k)) \right) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_D(k+1) &= \mathbf{h}_D(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_C, \mathbf{z}_D(k)) \\ \mathbf{M}(\mathbf{x}(t_i), \mathbf{y}(t_i), \mathbf{z}_C(t_i), \mathbf{z}_D(k+1)) &= 0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

O sistema de equações (2.3) é resolvido mediante o seguinte algoritmo:

Figura 2.3: Algoritmo de solução do SEP via simulação dinâmica

Dado um ponto inicial do sistema (condição inicial), obtém-se a resposta dinâmica para um determinado passo de integração (Δt). Uma argumentação detalhada a respeito da convergência da simulação pela escolha adequada de Δt (passo de integração) pode ser encontrada em (KUNDUR P., 1994; VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998). Adicionalmente, os métodos de integração implícita são aqueles que melhor se adaptam na resolução destas equações e permitem facilmente a mudança automática do passo de integração, na medida em que a solução avança, aumentando muito a eficiência computacional destas técnicas.

Outro método empregado na análise dinâmica é o método QSS, que considera as dinâmicas rápidas do sistema infinitamente rápidas com relação a suas dinâmicas lentas, substituindo as equações diferenciais destas por suas correspondentes equações de equilíbrio, ou seja $\dot{\mathbf{x}} = 0$, então:

$$\begin{aligned}
\mathbf{0} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_C, \mathbf{z}_D(k)) \\
\mathbf{0} &= \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_C, \mathbf{z}_D(k)) \\
\mathbf{z}_D(k+1) &= \mathbf{h}_D(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_C, \mathbf{z}_D(k)) \\
\dot{\mathbf{z}}_C &= \mathbf{h}_C(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_C, \mathbf{z}_D(k))
\end{aligned} \tag{2.4}$$

No sistema de equações (2.4), devido à substituição das dinâmicas de curto prazo por suas equações de equilíbrio, o esforço computacional é diminuído assim como sua complexidade na representação, fatos que podem ser percebidos com maior facilidade na simulação de sistemas de grande porte. A redução do esforço computacional é obtida em grande parte devido a possibilidade de utilizar passos de integração maiores neste modelo simplificado.

As vantagens na prática são aproveitadas em análises que envolvem simulações de longo prazo mostrando que o fato de desprezar as dinâmicas rápidas não prejudica a qualidade do resultado obtido nessa escala de tempo. Esta redução das dinâmicas de curto prazo é baseada na teoria dos sistemas singularmente perturbados (HASSAN K. K., 2002) e foi aplicada em SEP reais de grande porte (VAN CUTSEM, T. et al, 1997, 1998) mostrando boa exatidão nos resultados.

Durante a simulação, os passos de integração devem ser controlados adequadamente de tal forma que resultados errados sejam evitados. O passo de integração na prática é usualmente escolhido entre 1 e 10s (VAN CUTSEM, T. et al, 1997, 1998), mas cada vez que o passo é incrementado, o erro na simulação incrementa-se. Este fato manifesta-se na forma de divergência ou falsa convergência das variáveis instáveis, conduzindo os engenheiros a conclusões erradas.

Maiores detalhes da modelagem da rede para a aplicação do método QSS serão apresentados no apêndice.

2.3.2 Análise Estática

A análise estática consiste no estudo de vários instantes de funcionamento do sistema, ao longo da trajetória no domínio do tempo, tirando fotografias do comportamento do sistema em pontos chave de operação (MORRISON, G.K. et al, 1993; KUNDUR P., 1994). Em cada um destes instantes, as derivadas das variáveis de estado, isto é, $\dot{\mathbf{x}}$, no sistema 2.1, são consideradas nulas tomando um valor constante para cada instante temporal. Assim, as equações do sistema ficam

reduzidas a equações algébricas permitindo a utilização de técnicas de análise estática.

As seguintes metodologias são usadas na análise estática:

- **Curvas V-Q:** método clássico na abordagem do problema de estabilidade de tensão, a curva V-Q mostra a relação entre o carregamento reativo **Q** e a tensão **V** para uma barra do SEP. Através da análise da derivada desta curva é possível determinar se o sistema é estável, instável e o limite de estabilidade do sistema ($dQ/dV > 0$, $dQ/dV < 0$ e $dQ/dV = 0$ respectivamente), figura 2.4. Embora a vantagem do método seja a determinação da margem de potência reativa nas barras críticas do SEP, o fato de incrementar a potência reativa só numa das barras pode levar a resultados enganosos (KUNDUR P., 1994). Nesse sentido, o método fica ineficiente para a avaliação da margem de carregamento do SEP pois sua análise só envolve uma barra determinada.

Figura 2.4: Curva V-Q para avaliação do margem de potência reativa

- **Curvas P-V:** a análise da curva P-V é normalmente utilizada para a determinação das margens de estabilidade de tensão ou margem de carregamento a partir de um ponto de operação dado. As curvas P-V representam a relação entre o crescimento de carga e a variação de tensão do sistema como um todo. A margem de carregamento do sistema corresponde à distância em MW ou em porcentagem, do ponto de operação (caso base P_0) ao ponto de máximo carregamento do sistema (nariz P_{max}) da curva P-V, figura 2.5. Através da curva P-V, pode-se visualizar o comportamento da tensão em função do carregamento da rede (potência ativa). Além disso, a curva mostra a região de operação estável

como aquela onde as tensões são superiores à tensão correspondente ao “nariz” da curva P-V e a região de operação instável como aquela onde as tensões são inferiores à tensão correspondente ao “nariz” da curva P-V, figura 2.5.

Figura 2.5: Curva P-V para a avaliação do limite de carregamento do sistema

- **Análise da Sensibilidade Q-V:** o cálculo deste parâmetro é realizado mediante a linearização das equações do fluxo de potência num ponto de operação determinado. A sensibilidade Q-V num barramento é o declive da curva Q-V num determinado ponto de funcionamento. Uma sensibilidade Q-V positiva indica uma situação estável, e quanto menor for a sensibilidade mais estável será o sistema. A sensibilidade aumenta, tornando-se infinita no limite da estabilidade. Também uma sensibilidade negativa, indica uma situação instável. Uma sensibilidade negativa pequena representa uma situação muito instável. Mas, devido à natureza não linear da relação Q-V, as amplitudes das sensibilidades para diferentes condições do sistema não fornecem uma medida direta do grau de estabilidade do mesmo.
- **Análise Modal Q-V:** consiste basicamente na análise dos autovalores e autovetores do jacobiano J_R , definido para a análise de sensibilidade em (KUNDUR P., 1994). O módulo dos autovalores pode fornecer uma medida da proximidade à instabilidade. No entanto, tal módulo não fornece uma medida concreta devido à não linearidade do problema. Esta análise é análoga ao fator de amortecimento em análise de estabilidade de pequeno sinal (ângulo) que é o indicativo do grau de amortecimento, mas não é uma medida absoluta da margem de estabilidade. Se uma distância em megawatts para a instabilidade de tensão é necessária, o modelo do sistema é forçado de forma incremental até que se torne instável e análise modal é aplicada em cada ponto de operação. A aplicação de análise modal ajuda determinar o grau de estabilidade do sistema, ou seja, a

carga adicional ou capacidade de transmissão de potência que este possui. Quando o sistema atinge o ponto crítico, a análise modal é bastante útil a identificar as áreas críticas e os elementos que participam em cada modo.

Capítulo 3

O Método de Análise Quase Estática (Quasi Steady State Method) para Análise de Estabilidade de Tensão.

3.1 Decomposição em Escalas de Tempo

A Teoria de Sistemas Singularmente Perturbados (TSSP) é usualmente empregada na decomposição em duas escalas de tempo (lenta e rápida) dos sistemas dinâmicos (HASSAN K. K., 2002; ALBERTO, L.F.C.; CHIANG, H. D., 2008). Um modelo padrão de um sistema em duas escalas de tempo é definido em (ALBERTO, L.F.C.; CHIANG, H. D., 2008):

$$(\Sigma_\varepsilon) \begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \\ \varepsilon \dot{\mathbf{y}} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \end{cases} \quad (3.1)$$

sendo $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$, $\mathbf{f}$ e $\mathbf{g}$ funções de classe C^1 e ε um escalar pequeno não negativo. O sistema (3.1) é dividido em escalas de tempo como é mostrado na figura 1.1. Seja $\varphi_\varepsilon(t, \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)$ a trajetória de (Σ_ε) que começa no ponto $(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)$ e E seu correspondente conjunto de pontos de equilíbrios. Admite-se que $(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s)$ seja um ponto assintoticamente estável de (Σ_ε) e define-se,

$$\mathbf{A}_\varepsilon(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s) = \{ (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m : \varphi_\varepsilon(t, \mathbf{x}, \mathbf{y}) \rightarrow (\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s) \text{ quando } t \rightarrow \infty \} \quad (3.2)$$

como sendo a região de estabilidade de $(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s)$. Na aplicação desta teoria, o principal objetivo é o estudo da região de estabilidade $\mathbf{A}_\varepsilon(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s)$ quando $\varepsilon \rightarrow 0$, e sua relação com os subsistemas simplificados, que são definidos como:

1. Subsistema lento

O subsistema lento é obtido considerando $\varepsilon \rightarrow 0$ em (3.1):

$$(\Sigma_0) \begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \\ \mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \end{cases} \quad (3.3)$$

A equação $\mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ restringe as dinâmicas lentas ao seguinte conjunto:

$$\Gamma = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^m : \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{0}\}$$

Seja $\varphi_0(t, \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)$ a trajetória de (Σ_0) que começa no ponto $(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)$ e

$$\mathbf{A}_0(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s) = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \Gamma : \varphi_0(t, \mathbf{x}, \mathbf{y}) \rightarrow (\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s) \text{ quando } t \rightarrow \infty\} \quad (3.4)$$

a região de estabilidade de $(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s)$ com relação a (Σ_0) .

2. Subsistema rápido

Para explorar a propriedade de escala de tempo do sistema (Σ_ε) , define-se a escala de tempo rápida $\tau = t/\varepsilon$. Com esta mudança de variável, o sistema (3.1) fica:

$$(\Pi_\varepsilon) \begin{cases} \frac{d\mathbf{x}}{d\tau} = \varepsilon \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \\ \frac{d\mathbf{y}}{d\tau} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \end{cases} \quad (3.5)$$

Seja $\Phi_\varepsilon(\tau, \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)$ a trajetória de (Π_ε) que começa no ponto $(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)$. Fica óbvio que $\Phi_\varepsilon(\tau, \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) = \varphi_\varepsilon(\varepsilon\tau, \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)$. O subsistema rápido (Π_0) é formalmente obtido fazendo $\varepsilon = 0$ em (3.5). No sistema rápido, a variável $\mathbf{x}$ é congelada, então o sistema rápido (Π_0) pode ser considerado como uma família de subsistemas rápidos (SR):

$$(\Pi_{\text{SR}}(\mathbf{x})) \left\{ \frac{d\mathbf{y}}{d\tau} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \right. \quad (3.6)$$

onde a variável $\mathbf{x}$ é congelada e tratada como parâmetro.

Seja $\Phi_0(\tau, \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)$ a trajetória de (Π_0) que começa em $(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)$. Define-se:

$$\mathbf{A}_{\text{SR}}(\mathbf{x}^*, \mathbf{y}^*) = \{ \mathbf{y} \in \mathbf{R}^m : \Phi_0(\tau, \mathbf{x}^*, \mathbf{y}) \rightarrow (\mathbf{x}^*, \mathbf{y}^*) \text{ quando } t \rightarrow \infty \} \quad (3.7)$$

como sendo região de estabilidade do ponto assintoticamente estável $\mathbf{y}^*$ de $(\Pi_{\text{SR}}(\mathbf{x}^*))$.

Em (3.4) e (3.7) define-se a região de estabilidade do subsistema lento e rápido, respectivamente, com a finalidade de separar a análise das regiões de estabilidade

associadas às variáveis de longo e curto prazo, conforme classificação da tabela 2.2. Em muitas situações, a propriedade de estabilidade das variáveis lentas não é a principal preocupação e, em vez disso, deseja-se garantir a estabilidade do subsistema rápido (ALBERTO, L.F.C.; CHIANG, H.D., 2007). Instabilidade das variáveis rápidas impossibilita a divisão da análise do sistema original na análise dos subsistemas rápidos e lentos, sendo este portanto um pré-requisito neste tipo de abordagem.

Na análise dos SEP, como as dinâmicas dos dispositivos podem ser classificadas em relação a seus tempos de resposta (YORINO N.; SASAKI, H. et al., 1992; VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998), a aplicação da TSSP na análise de estabilidade de tensão é feita com a vantagem principal da simplificação matemática das equações sem a perda do significado físico do problema (YORINO N.; SASAKI, H. et al., 1992).

Em (VENKATARAMANA, A., 2006), a interação das dinâmicas rápidas e lentas da carga é mostrado em um SEP, constituído por gerador – comutador sob carga, conforme a figura 3.1(a). O gerador fornece energia à carga através de uma linha e um transformador que possui um OLTC. Admite-se uma carga puramente resistiva (fator de potência unitário), então o OLTC tenta manter a tensão V_2 numa referência de tensão fixa V_{20} .

Admite-se uma característica exponencial da carga:

$$P = P_0 \left(\frac{V_2}{V_{20}} \right)^\alpha \quad (3.8)$$

Figura 3.1: Sistema gerador - comutador sob carga

Com $\alpha > 1$, toma-se a tensão de referência do OLTC V_{20} como sendo a tensão de referência da carga exponencial. O transformador é ideal, P é a potência injetada no transformador (veja figura 3.1). Sendo “ r ” a relação de transformação do transformador ideal, então a tensão secundária é:

$$V_2 = V/r \quad (3.9)$$

Portanto, a carga “ P ” pode ser expressa como uma função de V :

$$P = P_0 \left(\frac{V}{rV_{20}} \right)^\alpha \quad (3.10)$$

A equação (3.10) mostra a característica de curto prazo ou transitória da carga quando é vista do lado da rede no transformador para cada valor particular do tap “ r ”. Se “ r ” muda, então a característica transitória da carga muda. Por outro lado, a característica de longo prazo da carga manifesta-se quando a tensão V_2 é restabelecida a sua tensão de referência V_{20} , nesse caso a carga consumida será uma quantidade constante $P=P_0$, pela equação (3.8). O que significa que para uma demanda de carga dada, a característica de longo prazo da carga é potência constante e representada por linhas verticais na figura 3.1.

Identificadas as características de curto e longo prazo da carga, na figura 3.1(b) tenta-se caracterizar a interação destas dinâmicas após uma contingência. Neste cenário, a característica de carga de curto prazo é completamente restaurada a sua correspondente de longo prazo. Inicialmente, o sistema opera no ponto **A** pré-contingência. Devido à característica de curto prazo da carga, o sistema muda para **A'** após uma contingência.

A partir do ponto **A'** a dinâmica da carga começa a evoluir sobre a curva PV pós-falta, correspondente ao lugar geométrico das soluções das equações algébricas do fluxo de potência e os equilíbrios de curto prazo do sistema, até atingir seu equilíbrio de longo prazo no ponto **B**. Portanto, a característica de carga de longo prazo (linha vertical) intercepta a curva PV pós-falta no ponto **B** do sistema como é mostrado na figura 3.1(b).

Um parâmetro de interesse na figura 3.1(a) é a distância entre os pontos **B** e **C** que representa a margem de carregamento do sistema. Este valor é associado com a região de estabilidade do mesmo mostrando um encolhimento desta na direção da atuação do tap.

3.2 O Método QSS e a Simulação de Longo Prazo

3.2.1 A Simulação QSS de Longo Prazo

O método de Análise Quase Estática (QSS) emprega um modelo aproximado, denominado sistema lento, do comportamento do SEP para estudar o comportamento de longo prazo dos mesmos. A análise do subsistema lento oferece uma boa aproximação do comportamento de longo prazo admitindo-se que o subsistema rápido seja muito rápido e que, portanto possa ser substituído por suas correspondentes equações de equilíbrio. Reciprocamente, o subsistema de dinâmicas rápidas oferece uma boa aproximação do comportamento de curto prazo se as dinâmicas lentas foram suficientemente lentas a ponto de podermos considerar as variáveis lentas como constantes no período transitório rápido. Estas considerações implicam uma simplificação na análise de SEP mediante sua divisão em dois subsistemas (VENKATARAMANA, A., 2006).

O método QSS é justificado pela aplicação da TSSP na análise de SEP. Por suas vantagens na redução do esforço computacional na simulação de longo prazo e boas aproximações em sua aplicação sobre SEP reais, este método é cada vez mais empregado (VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998; VENKATARAMANA, A., 2006).

No capítulo 2, a equação (2.2) representa com maior detalhe o SEP, chamado também sistema acoplado (VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998). O sistema de equações (3.11) mostra novamente o conjunto de equações (2.2).

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_C, \mathbf{z}_D(k)) \quad (3.11.1)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_C, \mathbf{z}_D(k)) \quad (3.11.2)$$

$$\mathbf{z}_D(k+1) = \mathbf{h}_D(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_C, \mathbf{z}_D(k)) \quad (3.11.3)$$

$$\dot{\mathbf{z}}_C = \mathbf{h}_C(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_C, \mathbf{z}_D(k)) \quad (3.11.4)$$

Em referência à caracterização de instabilidade de tensão feita na seção 2.3, cada variável participa no processo de instabilidade de acordo com sua dinâmica. A figura 3.2 extraída de (VAN CUTSEM, T. et al, 1995), mostra de forma gráfica a relação dos componentes físicos (equipamentos) do SEP e sua relação com o sistema de equações (3.11), além disso, a numeração nos blocos desta figura indica a participação sequencial no tempo de cada equação.

Aplicando a TSSP enfocada principalmente na decomposição em escalas de tempo, seção 3.1, obtém-se a figura 3.3 proposta em (VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998), que mostra explicitamente a decomposição do sistema de equações (3.11).

Figura 3.2: Evolução das dinâmicas do sistema elétrico de potência

Figura 3.3: Modelagem em escalas de tempo do sistema elétrico de potência

Na figura 3.3, o sistema acoplado corresponde a uma modelagem mais geral do SEP, equações (3.11). A aproximação de curto prazo é feita admitindo-se $\mathbf{z}_c$ e $\mathbf{z}_D$ constantes nesse período de tempo. Observar que $\mathbf{z}_D$ é na prática constante entre mudanças da variável discreta (ex. entre mudanças do tap). A aproximação QSS por outro lado, consiste em substituir as dinâmicas de curto prazo por sua correspondente equação de equilíbrio:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_D(k)) = \mathbf{0} \quad (3.12)$$

Ficando o subsistema reduzido de longo prazo ou aproximação QSS:

$$\mathbf{0} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_D(k)) \quad (3.13.1)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_D(k)) \quad (3.13.2)$$

$$\mathbf{z}_D(k+1) = \mathbf{h}_D(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_D(k)) \quad (3.13.3)$$

$$\dot{\mathbf{z}}_c = \mathbf{h}_c(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_c, \mathbf{z}_D(k)) \quad (3.13.4)$$

Na prática, o sistema de equações reduzido (3.13), que inclui um vetor de estados reduzido, pois $\dot{\mathbf{x}} = 0$, é preferido para análise de longo prazo devido ao fato da redução do esforço computacional em comparação ao correspondente modelo acoplado (3.11) (VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998). A forma de equacionar os equilíbrios de curto prazo será apresentada na próxima subseção.

A figura 3.4, proposta em (VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998), caracteriza o procedimento de simulação pelo método QSS. O passo de tempo h fica entre 1 e 10 seg. na prática (VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998). Os pontos de A', B' e C na figura representam os equilíbrios de curto prazo, pois as variáveis rápidas ficaram em equilíbrio, ex. a solução de (3.12) ou (3.13.1) e (3.13.2) com $\mathbf{z}_c$ e $\mathbf{z}_D$ fixos em valores particulares. As mudanças de A para A', B para B', etc. são produzidas pelas dinâmicas discretas (3.13.3), ex. OLTCs, OXls, elementos shunt chaveados. Estes dispositivos são submetidos a uma transição, uma vez que a condição para sua atuação seja preenchida em um intervalo de tempo especificado.

Os atrasos dos dispositivos podem ser constantes ou relacionados a uma característica de tempo inverso ou simplesmente zero, ex. a limitação da susceptância do SVC é considerada infinitamente rápida na aproximação QSS.

A simulação QSS não permite encontrar de forma simples e com muita precisão o tempo de cada transição, pois as dinâmicas de curto prazo foram desprezadas. Os diversos dispositivos discretos são controlados escolhendo-se um passo de integração “h” como múltiplo dos atrasos ou constantes de tempo destes de tal forma que resultados errados sejam evitados. Esta escolha deve ser sincronizada para todos os dispositivos do sistema em análise.

Figura 3.4: Princípio de simulação pelo método QSS

Os pontos A', B, etc. são obtidos resolvendo (3.13.1) e (3.13.2) com relação a x e y , por ex. pelo Método de Newton-Raphson:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} df/dx & df/dy \\ dg/dx & dg/dy \end{bmatrix}}_{J_{xy}} \begin{bmatrix} x_{(k+1)}^{j+1} \\ y_{(k+1)}^{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f(x_{(k)}^{j+1}, y_{(k)}^{j+1}) \\ -g(x_{(k)}^{j+1}, y_{(k)}^{j+1}) \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Os subíndices representam número da iteração ($k=0, 1, \dots$). Os cálculos dos valores das variáveis x e y antes das descontinuidades dificilmente podem ser previstos (veja figura 3.4), então a iteração começa com valores de x e y do último passo (VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998).

A transição de A' a B, B' a C, etc. corresponde à resolução da equação diferencial (3.13.4), ou variações lentas de alguns parâmetros com o tempo, ex. incrementos de

carga. Se uma equação do tipo (3.13.4) não é considerada na modelagem, a evolução do sistema é só uma sucessão de pontos de equilíbrio de curto prazo onde B é obtido a partir de A', C de B', etc., pela equação (3.14) com parâmetros atualizados. No caso de equações diferenciais, um método de integração explícita é suficiente, pois o tamanho do passo de tempo h pequeno se comparado com as constantes de tempo em (3.13.3) (VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998).

Em geral a aplicação do método QSS é feita admitindo-se que as dinâmicas de curto prazo sejam estáveis, mas este pressuposto implica limitações deste método nos seguintes casos (VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998):

1. As dinâmicas de curto prazo são instáveis.

A estabilidade do subsistema rápido (3.6) é uma condição necessária para permitir a redução do sistema completo (3.1) ao subsistema lento (3.3) e a análise pelo método QSS. As equações dinâmicas rápidas são substituídas por equações algébricas ou de equilíbrio, na escala de longo prazo equivale a dizer que o subsistema rápido (3.6) atingiu um equilíbrio instantaneamente. Isto contraria o fato da dinâmica de curto prazo ser instável. Uma idéia para evitar este problema é testar a matriz jacobiana no decorrer da simulação, mas isto envolve um maior esforço computacional e anula a vantagem principal de velocidade computacional do método QSS. Então, precisa-se de uma metodologia mais eficiente que permita assegurar a confiabilidade da simulação QSS.

2. Não pode reproduzir situações instáveis onde uma evolução instável das dinâmicas de longo prazo desencadeará a instabilidade das dinâmicas de curto prazo. Este caso é percebido na prática pela singularidade da matriz jacobiana J_{xy} em (3.14).

Esta afirmação complementa o item 1, pois, no longo prazo, a atuação de dinâmicas discretas como o chaveamento de capacitores ou OLTCs excitam as dinâmicas de curto prazo, como é mostrado na seção 3.2.2 para o caso do OLTC. Geralmente, esta excitação tem pequeno efeito nestas dinâmicas e não é analisada nos programas de simulação (VAN CUTSEM, T. et al, 1996, 1997).

O processo de simulação do método QSS descrito anteriormente é resumido na sequência mostrada na figura 3.5.

Figura 3.5: Sequência de simulação do método QSS

3.2.2 Exemplo de Aplicação do Método QSS

A figura 3.6 mostra o diagrama do circuito exemplo selecionado para a simulação pelo método QSS. Os dados do sistema correspondente são:

Figura 3.6: Circuito a simular pelo método QSS

Referência

$$\text{Barra1} \quad V_1 = 1.06 \angle 0^\circ$$

Linhas

$$X_1 = 0.1 \quad X_2 = 0.225 \quad X_3 = 0.05 \quad X_4 = 0.17 \quad b_{km}^{\text{sh}} = 0$$

Transformadores

$$r_{\min} = 0.85 \quad r_{\max} = 1.1 \quad \Delta r = 0.01 \quad dr = 0.02$$

$$T_{f01} + T_{m1} = T_{f1} + T_{m1} = 100 \text{ s.} \quad T_{f02} + T_{m2} = T_{f2} + T_{m2} = 100 \text{ s.}$$

$$X_{T1} = 0.125 \quad X_{T2} = 0.095$$

Gerador

$$X'_d = 0.1 \quad T'_d = 8 \text{ s} \quad X_d = X_q = 0.4 \quad V_{30} = 1.05 \quad P_{g0} = 2 \quad D = 0 \quad H = 18 \quad f = 60 \text{ Hz}$$

Regulador de Tensão (AVR)

$$T_R = 0.5 \quad K_R = 50$$

Cargas

$$S1 : \quad t = 0 \quad P_{10} = 1$$

$$t > 0 \quad P_{10} = 1.5 \quad T_{L1} = 800 \text{ s.} \quad \dot{G}_1 = (P_{01} - G_1 V_1^2) / T_{L1}$$

$$S2 : \quad t = 0 \quad P_{20} = 1.2$$

$$t > 0 \quad P_{20} = 1.8 \quad T_{L2} = 800 \text{ s.} \quad \dot{G}_2 = (P_{02} - G_2 V_2^2) / T_{L2}$$

Algumas considerações gerais para a simulação do sistema são:

1. A barra 1 é a barra *slack* ou barra de referência com potência de curto-circuito infinita, portanto mantém a frequência constante do sistema.
2. As linhas são modeladas por reatâncias séries. Os efeitos dos *shunts* de linha e resistências série são desprezados.
3. O transformador é modelado por uma reatância em série com um transformador ideal, veja apêndice.
4. Os transformadores estão equipados com OLTCs para manter a tensão numa faixa específica. O tap “r” é uma variável do tipo discreto e corresponde ao sistema de equações (3.13.3) identificado como $z_D(k)$.
5. O gerador é representado pelo modelo de um eixo e conta com um regulador de tensão, vide apêndice. A potência mecânica do gerador é considerada constante. O modelo de um eixo do gerador contém dinâmicas rápidas, como a frequência

angular “w”, ângulo “ δ ” e tensão induzida E'_q que correspondem às variáveis rápidas “x” do sistema de equações (3.13).

6. As cargas são de fator de potência unitário e suas dinâmicas introduzem no sistema uma variação lenta de carga (pequena perturbação). Estas dinâmicas de carga, no sistema de equações (3.13), correspondem às variáveis lentas z_C .

A simulação é feita pelo método QSS, indicado na figura 3.5, onde as condições iniciais do sistema são obtidas mediante a aplicação de um algoritmo de fluxo de potência, com os seguintes resultados:

Nó	tensão	ângulo
1	1.0600	0.0000
2	1.0082	-10.0232
3	1.0500	3.2279
4	1.0065	-9.5339
5	1.0005	-17.1418
6	1.0001	-16.0367

No tempo $t=0^+$, uma perturbação do tipo degrau (P_{10} e P_{20}) excita as variáveis de longo prazo (G_1 e G_2). Sendo a ação das cargas e dos taps dos transformadores de interesse na análise deste sistema. Como neste caso particular a perturbação, variação da impedância de carga “ G_1 ” e “ G_2 ”, tem o perfil de uma variação lenta de carga no tempo, devido às constantes $T_{L1} = 800$ s e $T_{L2} = 800$ s, em conjunto com as dinâmicas discretas dos taps, $T_{foi} + T_{mi} \geq 100$ s, constantes de tempo da ação do tap do transformador, um período de análise de vários minutos até algumas horas se faz necessário. A aplicação do método de simulação QSS neste caso tem a vantagem de reduzir os tempos de simulação [25, 26] para análise de estabilidade de longo prazo.

A figura 3.7 mostra a evolução da tensão em barras não controladas dos transformadores, barra 2 e 4, em um período de simulação de 5000s. O sistema, devido à ação do controle do tap, alcança o equilíbrio após a oitava comutação do tap depois de 2800s da ocorrência da perturbação. A evolução das tensões V_2 e V_4 foram obtidas nesta figura por dois métodos: o método de tipo “full time” (ou considerando todas as dinâmicas do sistema) e o método QSS. Ambas simulações são mostradas na mesma figura 3.7, a linha azul e verde para a tensão V_2 mostra a simulação do tipo “full time” e QSS, e da mesma forma, as linhas preta e amarela correspondem a evolução de V_4 para o caso “full time” e QSS respectivamente.

Figura 3.7: Evolução da tensão em barras não controladas

Observa-se como estas simulações fornecem resultados bastante próximos no decorrer da simulação. As diferenças são percebidas quando é feito um “zoom” em um intervalo da simulação, figura 3.8. Esta figura mostra um afastamento entre os resultados de cada método o que indica erro na simulação, fato que é justificado pela aproximação QSS que substitui as equações dinâmicas de curto prazo por suas correspondentes equações de equilíbrio. O erro é mais pronunciado em cada chaveamento do OLTC, pois em cada comutação, as variáveis de curto prazo ficam excitadas atingindo o equilíbrio após alguns segundos deste evento.

Figura 3.8: Erro entre o método de simulação dinâmica e QSS

Na figura 3.9, a evolução das tensões nas barras controladas é mostrada, onde após a oitava comutação o sistema atingiu o equilíbrio devido ao controle da ação direta do tap nestas barras que atua até antes dos 2800s. Outra característica do efeito da ação do tap é mostrada pela presença de pequenos patamares no intervalo de 0 a 2800s que tentam manter a tensão dentro da zona morta de controle. Neste caso, os taps conseguem garantir assim a estabilidade de longo prazo do sistema.

Figura 3.9: Evolução da tensão em barras controladas

Capítulo 4

Análise de Estabilidade de Tensão no Longo Prazo

O objetivo deste capítulo é estudar o problema de instabilidade de tensão, na escala de longo prazo, e sua relação com a caracterização da região de estabilidade do subsistema lento.

O capítulo inicia com uma breve revisão de teoria da região de estabilidade, incluindo-se definições e teoremas nesse contexto. Dois exemplos de instabilidade de tensão são apresentados. O primeiro deles mostra um sistema constituído por dinâmicas de curto prazo associadas ao modelo clássico do gerador (veja apêndice) e carga de variação contínua e lenta no tempo. O segundo exemplo mostra um pequeno sistema com dinâmica contínua e discreta de longo prazo constituído por uma barra infinita associada a uma carga dinâmica de longo prazo de primeira ordem e controle discreto do tap incorporado ao transformador. Em cada caso, analisa-se a região de estabilidade das variáveis de longo prazo e seu impacto na operação e atuação de proteção dos equipamentos.

4.1 Região de Estabilidade.

Se analisarmos um SEP submetido a uma perturbação, este pode ser descrito pelo seguinte conjunto de equações diferenciais:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}^F(\mathbf{x}(t)) \quad 0 < t \leq t_{cl} \quad , \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (4.1)$$

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) \quad t > t_{cl} \quad , \quad \mathbf{x}(t_{cl}) = \mathbf{x}^* \quad (4.2)$$

onde $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ é o vetor de variáveis de estado do sistema. O sistema encontra-se em um estado de equilíbrio $\mathbf{x}_0$ até que no tempo $t=0$, uma falta ou perturbação acontece no

sistema. Durante o intervalo $0 < t \leq t_{cl}$, chamado período em falta, o sistema é dirigido pelas dinâmicas do campo vetorial em falta f^F . Na realidade, antes que a falta seja removida em $t=t_{cl}$, podem acontecer múltiplos chaveamentos na rede, cada um originando um diferente f^F . Por simplicidade, só consideraremos um f^F , que significa que não há mudança estrutural entre $t=0$ e $t=t_{cl}$. Quando a falta é removida em $t=t_{cl}$, as dinâmicas do sistema passam a ser regidas pelo campo vetorial pós falta $f(x(t))$.

A condição inicial $x(t_{cl})$ para a equação diferencial (4.2) é determinada pela solução do sistema em falta (4.1) avaliada em $t=t_{cl}$. Admitindo-se que (4.2) tem um ponto de equilíbrio assintoticamente estável x_s , deseja-se saber se a trajetória $x(t)$ de (4.2), com a condição inicial $x(t_{cl})$, convergirá a x_s quando $t \rightarrow +\infty$. O maior valor de t_{cl} onde esta condição é verdadeira chama-se tempo crítico de abertura (t_{cr}). A figura 4.1 ilustra este conceito em duas dimensões. As trajetórias em falta x^F e pós falta x do sistema assim como a locação física dos pontos chave da evolução do sistema x_0 , x^* e x_s . são identificados nesta figura. Onde x_0 é o ponto de equilíbrio pré-falta, x^* é a interseção da trajetória perturbada x^F com a fronteira da região de estabilidade $A(x_s)$ e x_s é o ponto de equilíbrio assintoticamente estável pós-falta.

Figura 4.1: Região de estabilidade de x_s

A determinação da região de estabilidade de um ponto de equilíbrio x_s não é tarefa trivial, mas, uma vez determinada, o problema de análise no caso de estabilidade transitória fica resolvido segundo o esquema a seguir (BRETAS, N.G.; ALBERTO, L.F.C., 2000):

- i) Determina-se a região de estabilidade $A(x_s)$ do ponto de equilíbrio estável do sistema pós-falta.

- ii) Simula-se o sistema em falta até que sua órbita abandone a área de atração $A(x_s)$ do sistema pós-falta.
- iii) O tempo em que a órbita do sistema em falta abandona a área de atração do pós-falta é o tempo crítico de abertura.

Portanto, se o defeito for eliminado antes do tempo crítico de abertura, a condição inicial do pós-falta estará contida na área de atração e o sistema será estável.

Considere um sistema dinâmico autônomo não linear representado por:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (4.3)$$

onde $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ é o vetor das variáveis de estado do sistema e o campo vetorial $\mathbf{f}: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ é uma função de classe C^1 . O ponto $\mathbf{x}_i$ é um ponto de equilíbrio de (4.1) se $\mathbf{f}(\mathbf{x}_i) = \mathbf{0}$. O conjunto formado pelos pontos de equilíbrio será denotado por $E = \{\mathbf{x}: \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}\}$. O Jacobiano de $\mathbf{f}$ calculado no ponto $\mathbf{x}_i$ será denotado por $J(\mathbf{x}_i)$. O tipo de ponto de equilíbrio $\mathbf{x}_i$ é definido como sendo o número de autovalores com parte real positiva do Jacobiano de $\mathbf{f}$ calculado em $\mathbf{x}_i$, então:

Definição: Um ponto de equilíbrio $\mathbf{x}_i$ é dito estável no senso de Lyapunov ou apenas estável se dado $\varepsilon > 0$ suficientemente pequeno, existir um $\delta > 0$ dependente de ε tal que para todo ponto inicial $\mathbf{x}_0$ satisfazendo $|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_i| < \delta$ a solução $\phi(t)$ com $\phi(t_0) = \mathbf{x}_0$ satisfaz $|\phi(t) - \mathbf{x}_i| < \varepsilon$ para $t \geq t_0$ (BRETAS, N.G.; ALBERTO, L.F.C., 2000).

A figura 4.2 mostra a interpretação geométrica da definição de estabilidade de um ponto de equilíbrio $\mathbf{x}_i$, onde o ponto de equilíbrio é estável se, e somente se, toda solução iniciando numa vizinhança do ponto de equilíbrio não se afasta significativamente com o passar do tempo.

Figura 4.2: Definição de estabilidade do ponto de equilíbrio $\mathbf{x}_i$

A definição matemática de estabilidade é bastante precisa, mas deve-se salientar que esta é uma definição local de estabilidade. As definições não dizem nada a respeito de quão pequenas podem ser as vizinhanças. Portanto, pode-se, através destas, dizer apenas que um ponto de equilíbrio é estável ou não (BRETAS, N.G.; ALBERTO, L.F.C., 2000).

Definição: Diz-se que um ponto de equilíbrio é assintoticamente estável se este é estável e existe uma vizinhança do equilíbrio tal que toda solução $\phi(t)$ iniciando na vizinhança satisfaz $\lim_{t \rightarrow \infty} \phi(t) = x_i$.

A figura 4.3 mostra a interpretação geométrica da definição anterior, que diz que toda solução iniciando numa vizinhança do ponto de equilíbrio converge para o ponto de equilíbrio x_i com o passar do tempo (BRETAS, N.G.; ALBERTO, L.F.C., 2000).

Figura 4.3: Definição de estabilidade assintótica do ponto de equilíbrio x_i

Estabilidade não implica estabilidade assintótica, embora o contrario seja verdadeiro.

Em geral, equilíbrios de sistemas não-lineares não são globalmente assintoticamente estáveis, ou seja, apenas um conjunto de condições iniciais produz trajetórias que se aproximam do ponto de equilíbrio assintoticamente estável quando $t \rightarrow +\infty$. A este conjunto de condições denomina-se Região de Estabilidade (ou região de atração) de um ponto de equilíbrio assintoticamente estável do sistema dinâmico. Na prática sua determinação não é uma tarefa trivial (BRETAS, N.G.; ALBERTO, L.F.C., 2000).

A região de estabilidade $A(x_s)$ do ponto de equilíbrio assintoticamente estável x_s é definida como sendo o conjunto:

$$A(x_s) = \{ x \in \mathbb{R}^n : \lim_{t \rightarrow \infty} \phi(x, t) = x_s \} \quad (4.4)$$

onde φ é uma trajetória do sistema, ou seja, $A(x_s)$ é o conjunto de todas as condições iniciais que produzem trajetórias que se aproximam de x_s quando o tempo tende ao infinito. A fronteira da área de atração será denotada por $\partial A(x_s)$ e o fecho por $\bar{A}(x_s)$. A figura 4.4, mostra a interpretação geométrica do conjunto definido por (4.4), onde todos os pontos $x_{i0} \in A(x_s)$ convergem para o ponto de equilíbrio estável x_s .

Figura 4.4: Região de estabilidade de x_s

Se x_i é um ponto de equilíbrio hiperbólico (todos os autovalores de $J(x_i)$ tem parte real diferente de zero), suas variedades estáveis e instáveis são definidas respectivamente por:

$$W^s(x_i) = \{x : \varphi(x, t) \rightarrow x_i \text{ quando } t \rightarrow \infty\} \text{ e}$$

$$W^u(x_i) = \{x : \varphi(x, t) \rightarrow x_i \text{ quando } t \rightarrow -\infty\}$$

É importante salientar que as variedades estáveis e instáveis dos pontos de equilíbrio são conjuntos invariantes (CHIANG, H. D.; WU, F.F.; VARAYA, P. P., 1987; BRETAS, N.G.; ALBERTO, L.F.C., 2000).

Sejam A e B duas variedades em $\mathbb{R}^n$, a interseção de A e B satisfaz a condição de transversalidade se elas não se interceptam ou se em cada ponto $x \in (A \cap B)$, o espaço tangente de A e de B gera o espaço tangente de $\mathbb{R}^n$ em x :

$$T_x(A) + T_x(B) = \mathbb{R}^n \quad \text{para} \quad x \in (A \cap B)$$

Muitas pesquisas foram desenvolvidas na análise e caracterização da região de estabilidade $A(x_s)$ e sua fronteira $\partial A(x_s)$ (BRETAS, N.G.; ALBERTO, L.F.C., 2000; CHIANG, H. D. et al, 1987, 1988, 1994; DAIZHAN, C.; JIN MA., 2003). Em (BRETAS, N.G.; ALBERTO, L.F.C., 2000), mostra-se que o campo vetorial que modela o

comportamento dos SEP é um campo de Morse-Smale, que satisfaz as seguintes propriedades:

- i) Todos os elementos críticos (pontos de equilíbrio e ciclos limites) são hiperbólicos.
- ii) A interseção das variedades $W^s(x_i)$ e $W^u(x_j)$ satisfazem a condição de transversalidade para todos os pontos de equilíbrio x_i, x_j .

$$W^s(x_i) \cap W^u(x_j) \neq \emptyset \quad \Rightarrow \quad TW^s(x_i) + TW^u(x_j) = \mathbb{R}^n$$

- iii) Os conjuntos α e ω -limites são elementos críticos.

Além disso, para caracterizar a fronteira da região de estabilidade admite-se que o campo vetorial f de (4.3) satisfaça as seguintes propriedades:

- P1)** Existe um ponto de equilíbrio estável x_s do qual deseja-se conhecer a área de atração.
- P2)** O campo vetorial é um campo de Morse-Smale.
- P3)** O campo vetorial possui uma função energia C^1 , $V: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, tal que:
  - i) $\dot{V}(\varphi(x, t)) \leq 0$ para todo $x \notin E$.
  - ii) O conjunto $\{t \in \mathbb{R}, \dot{V}(\varphi(x, t)) = 0\}$ para $x \notin E$ tem medida zero em $\mathbb{R}$.
  - iii) Se $V(\varphi(x, t))$ é limitada, então $\varphi(x, t)$ é limitada.

Com base nas hipóteses anteriores, uma série de teoremas que permitem caracterizar a região de estabilidade e sua fronteira assim como métodos para sua estimativa foram propostas em (BRETAS, N.G.; ALBERTO, L.F.C., 2000; CHIANG, H. D. et al, 1987, 1988, 1994; DAIZHAN, C.; JIN MA., 2003), mais precisamente em (CHIANG, H. D. et al, 1987) dois teoremas são enunciados:

Teorema 1: Para um sistema dinâmico satisfazendo as propriedades P1), P2) e P3), x_i é um ponto de equilíbrio instável na fronteira da área de atração $\partial A(x_s)$ de um ponto de equilíbrio x_s , se e somente se $W^u(x_i) \cap A(x_s) \neq \emptyset$.

Como a fronteira da região de estabilidade é constituída apenas por trajetórias e pontos de equilíbrio, um segundo teorema fornece uma caracterização mais precisa desta fronteira.

Teorema 2: (Caracterização da região de estabilidade) Se um sistema dinâmico como (4.3) satisfaz as propriedades P1), P2) e P3), e $x_i, i=1, 2, \dots$ denota os pontos de equilíbrio

instáveis pertencentes à fronteira da região de estabilidade $\partial A(\mathbf{x}_s)$ de um ponto de equilíbrio estável $\mathbf{x}_s$, então

$$\partial A(\mathbf{x}_s) = \bigcup_{\mathbf{x} \in E \cap \partial A} W^s(\mathbf{x}_i)$$

O teorema 2 indica que a fronteira da área de atração é composta pela união das variedades estáveis dos pontos de equilíbrio que pertencem à fronteira da região de estabilidade. Isso significa que a fronteira é composta pela união de diversos conjuntos, onde cada um é formado por um único ponto de equilíbrio instável $\mathbf{x}_i$ e por uma infinidade de pontos que convergem para $\mathbf{x}_i$. Da unicidade de soluções conclui-se que tais conjuntos são disjuntos (BRETAS, N.G.; ALBERTO, L.F.C., 2000).

O sistema de equações (4.3) representa um SEP depois de algumas simplificações sobre o modelo de equações algébrico diferencial representado pelo sistema de equações (4.5). Após redução das equações algébricas de (4.5), o modelo (4.3) é chamado modelo equivalente de rede reduzida.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \\ \mathbf{0} &= \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \end{aligned} \tag{4.5}$$

A teoria das estimativas da região de estabilidade e a caracterização de sua fronteira apresentadas até agora são relacionadas diretamente com o sistema de equações (4.3). Entretanto, esta teoria também pode ser estendida para o estudo do sistema (4.5). Em [34] apresentam-se um conjunto de definições e teoremas relativos à caracterização da região de estabilidade do sistema de equações (4.5).

4.2 Mecanismos de Instabilização em Grandes Perturbações.

Nesta seção, são apresentados dois exemplos com o objetivo de analisar a importância da região de estabilidade na análise das dinâmicas de longo prazo.

O primeiro exemplo mostra um sistema constituído por um barramento infinito, um gerador e uma carga com dinâmica lenta e contínua no tempo. Neste exemplo acontece uma perturbação, curto circuito em barra, que excita as variáveis, lentas e rápidas. Após

poucos segundos, as dinâmicas rápidas do gerador atingem uma condição estável. Entretanto, a dinâmica lenta da carga continua em um regime instável que só pode mudar com a compensação reativa do sistema. O adequado tempo de chaveamento da compensação é analisado via as regiões de estabilidade do sistema pré-falta e pós-falta.

O segundo exemplo é constituído por um sistema com um barramento infinito, um transformador com controle do tap e uma carga de dinâmica lenta e contínua no tempo. No tempo $t=0$, acontece uma perturbação que excita a dinâmica de longo prazo e o controle do tap atua tentando estabilizar o sistema. A análise deste exemplo relaciona o comportamento das variáveis de longo prazo, carga e comutação do tap do transformador, com a região de estabilidade do sistema de longo prazo.

4.2.1 Análise da Região de Estabilidade em Duas Escalas de Tempo

O sistema a seguir será usado para ilustrar outros mecanismos de instabilização no problema de estabilidade de longo prazo.

Figura 4.5: Sistema barra infinita, gerador modelo clássico e carga dinâmica

$$(\Pi_g) \left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = \frac{1}{T_L} (P_0 - P_L) \quad \text{com} \quad P_L = x + P_0 a^2 V_3^2 \quad \text{Carga Dinâmica} \\ \hline \frac{d\delta}{dt} = w \\ M \frac{dw}{dt} = P_m - \frac{E_q V_1}{x_q} \sin(\delta - \theta_1) - Dw \quad \text{Gerador} \\ \hline 0 = \frac{E_q V_1}{x_q} \sin(\delta - \theta_1) - V_1 \sum_{k=1}^3 V_k (G_{1k} \cos(\theta_1 - \theta_k) + B_{1k} \sin(\theta_1 - \theta_k)) \\ 0 = \frac{E_q V_1}{x_q} \cos(\delta - \theta_1) - \frac{V_1^2}{x_q} - V_1 \sum_{k=1}^3 V_k (G_{1k} \sin(\theta_1 - \theta_k) + B_{1k} \cos(\theta_1 - \theta_k)) \\ 0 = P_L + V_3 \sum_{k=1}^3 V_k (G_{3k} \cos(\theta_3 - \theta_k) + B_{3k} \sin(\theta_3 - \theta_k)) \\ 0 = \frac{V_3^2}{x_c} - V_3 \sum_{k=1}^3 V_k (G_{3k} \sin(\theta_3 - \theta_k) + B_{3k} \cos(\theta_3 - \theta_k)) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ \text{Equações do} \\ \text{Fluxo de} \\ \text{Potência} \end{array}$$

Onde “x” é a variável dinâmica associada ao modelo de carga dinâmica de recomposição (KUNDUR P., 1994, VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998) na barra 4, $T_L=30s$ é a constante de tempo do modelo de carga de recomposição e $P_0=0,54$ é o valor nominal da carga. Como T_L é uma constante de tempo grande, a variável “x” é uma variável lenta em relação às variáveis do ângulo do rotor “ δ ” e frequência “w” que são rápidas. A seguir apresentam-se os valores numéricos dos parâmetros dos elementos principais do sistema da figura 4.5.

Gerador:

$$P_m=0.54 \quad M=0.0146 \quad D=0.01 \quad E_q=1.0861$$

Rede:

$$x_{LG}=0.7 \quad x_{LL1}=0.8 \quad x_{LL2}=0.48 \quad a=1.026 \quad x_c=10 \quad E_\infty=0.98 \quad \theta_\infty=0$$

Neste sistema, acontece um curto-circuito na linha LL2 nas vizinhanças da barra 1 no tempo $t=0$. A proteção atua no tempo $t=120ms$ eliminando a linha em curto-circuito. Após a eliminação da linha, ocorre uma queda progressiva de tensão devido à influência da variável de longo prazo “x”. Com a finalidade de evitar um colapso de tensão, no tempo $t=90s$, um capacitor é inserido na barra 3 do sistema de tal forma que após alguns segundos o sistema recupera a estabilidade.

Figura 4.6: Resposta do sistema frente a uma grande e pequena perturbação.

A figura 4.6 mostra a dinâmica das principais variáveis do sistema frente ao cenário descrito anteriormente. Observando o comportamento de cada variável na figura 4.6, verificam-se oscilações de alta frequência pela influência das variáveis

rápidas fortemente excitadas, durante os primeiros 10s. O mesmo comportamento, mas em menor magnitude acontece após o chaveamento do capacitor. Isto indica que após chaveamentos, as variáveis rápidas de curto prazo ficam excitadas, podendo atingir um ponto de equilíbrio estável no curto prazo. Este fato porém não implica que o sistema fique estável pois as variáveis de longo prazo podem ficar instáveis e levar o sistema a um colapso no longo prazo.

A figura 4.7 mostra o fato comentado acima acerca do comportamento das variáveis rápidas. Nesta figura, mostra-se como as variáveis rápidas ficam estáveis após cada chaveamento, atuação da proteção de linha (trajetoria azul) e chaveamento do capacitor (trajetoria verde). O máximo tempo de atuação da proteção neste caso é 236ms. Após esse tempo, as variáveis rápidas ficam fortemente excitadas e o gerador perde sincronismo com o barramento infinito.

Figura 4.7: Comportamento das variáveis rápidas do sistema.

A análise anterior foi feita a partir de uma simulação do sistema, considerando todas as variáveis, lentas e rápidas, na simulação. A seguir, de forma comparativa, será feita a simulação em duas escalas de tempo.

O modelo rápido a seguir é usado para análise de estabilidade transitória. As variáveis lentas são consideradas constantes, pois admite-se que estas variáveis não mudam significativamente em um curto intervalo de tempo considerado usualmente nesta tipo de análise. No sistema (Π_ε) , admite-se $\varepsilon=0$ com $1/\varepsilon=T_L$ portanto o sistema reduzido fica:

$$(\Pi_F) \begin{cases} \frac{d\delta}{dt} = w \\ M \frac{dw}{dt} = P_m - \frac{E_q V_1}{x_q} \sin(\delta - \theta_1) - Dw \\ 0 = h(x, \delta, w, V_1, \theta_1, V_3, \theta_3) \end{cases}$$

No sistema reduzido (Π_F) , “ h ” representa o grupo de equações algébricas de (Π_ε) admitindo “ x ” contante. As figuras 4.8 e 4.9 mostram a evolução das variáveis do subsistema rápido no decorrer do tempo.

A figura 4.8 mostra a evolução das variáveis em geral, à exceção da frequência angular. Esta simulação excibe oscilações da mesma forma que na simulação completa anterior. Observa-se também nesta figura que variáveis rápidas atingem uma condição de estabilidade pois estas oscilações decaem com o decorrer do tempo.

Figura 4.8: Comportamento das variáveis do subsistema rápido

A figura 4.9 corresponde ao retrato de fase produzido pelas variáveis rápidas “ δ ” e “ w ”. Conclui-se que as variáveis rápidas atingem uma situação estável. Entretanto não é possível afirmar nada acerca das variáveis lentas. Com a garantia de estabilidade do subsistema rápido, é possível fazer a aproximação do tipo QSS para análise das dinâmicas lentas.

Figura 4.9: Dinâmicas rápidas atingem estabilidade

Na análise de longo prazo do sistema original (Π_ε) as equações das dinâmicas de curto-prazo são zeradas ou, equivalentemente, substituídas por suas correspondentes equações de equilíbrio.

$$(\Pi_0) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{1}{T_L} (P_0 - P_L) & \text{com} \quad P_L = x + P_0 a^2 V_3^2 \\ 0 = w \\ 0 = P_m - \frac{E_q V_1}{x_q} \sin(\delta - \theta_1) - Dw \\ 0 = h(x, \delta, w, V_1, \theta_1, V_3, \theta_3) \end{cases}$$

Figura 4.10: Evolução das variáveis no subsistema lento Π_0 .

A figura 4.10 mostra como as variáveis do subsistema lento evoluem no tempo. É importante salientar a ausência das oscilações tanto após a eliminação da falta na linha LL2 e após o chaveamento do capacitor. Isto ocorre devido a substituição das equações diferenciais das dinâmicas rápidas por suas correspondentes equações de equilíbrio (equações algébricas). Em geral, a análise de instabilidade via simulação no tempo do sistema que tem dinâmicas lentas é complexo e depende do intervalo de tempo a analisar. A escolha do intervalo de análise pode implicar em conclusões erradas. Por exemplo na figura 4.10, aparentemente o sistema é estável durante os primeiros 10s, mas este continua sob a influência das dinâmicas lentas que levam o sistema a uma situação instável em um tempo maior, precisando-se ainda de compensação reativa para conseguir estabilizar o sistema.

A seguir é feita a análise de estabilidade de longo prazo do sistema, mediante a análise das interseções dos lugares geométricos dos pontos de equilíbrio da dinâmica lenta e a dinâmica do sistema.

No sistema de equações (Π_0) , o lugar geométrico dos pontos de equilíbrio da dinâmica do longo prazo “ $\mathbf{x}$ ” é obtido fazendo-se $d\mathbf{x}/dt=0$:

$$P_0 = P_L \quad \text{com} \quad P_L = x + P_0 a^2 V_3^2 \quad (4.6)$$

Além disso, os equilíbrios de curto prazo e as equações do fluxo de potência determinam o lugar geométrico das variáveis algébricas de curto prazo:

$$\begin{cases} 0 = w \\ 0 = P_m - \frac{E_q V_1}{x_q} \sin(\delta - \theta_1) - Dw \\ 0 = h(x, \delta, w, V_1, \theta_1, V_3, \theta_3) \end{cases} \quad (4.7)$$

Tomando-se a variável “ $\mathbf{x}$ ” como parâmetro, os lugares geométricos dos equilíbrios representados pela equações (4.6) e (4.7) são mostrados na figura 4.11. Nesta figura, as interseções dos equilíbrios de longo prazo em conjunto com o lugar geométrico do sistema de equações (4.7) determinam os equilíbrios de (Π_0) . Antes do chaveamento do capacitor “ $\mathbf{x}_c$ ” o sistema ficava instável, pois o mesmo não apresenta equilíbrio. Após o chaveamento do capacitor, o lugar geométrico de (4.7) muda e pode-se afirmar que o sistema tem dois pontos de equilíbrio, a estabilidade destes pontos é analisada via autovalores do jacobiano do sistema.

Figura 4.11: Lugares geométricos dos equilíbrios do subsistema lento (Π_0).

Na figura 4.12, a trajetória do subsistema de longo prazo (Π_0), no tempo $t=0s$, começa sobre o lugar geométrico de (4.7), linha azul, e no tempo $t=90s$ acontece o chaveamento do capacitor “ x_c ”, mudando o lugar geométrico de (4.7), “linha azul claro”. Neste instante, a trajetória do sistema salta para o novo lugar geométrico e caminha na direção do ponto de equilíbrio estável “A”. Desta figura pode-se inferir que o ponto “A” é estável e o ponto “B” instável.

Figura 4.12: Trajetória do subsistema Π_0 e os lugares geométricos dos equilíbrios (caso estável – $t_{ch}=90s$).

A figura 4.13 mostra a região de estabilidade do ponto “A” que é limitada pelo ponto instável “B”, as setas indicam a direção das trajetórias do subsistema (Π_0). O ponto “C” é a singularidade do sistema de equações (4.15) após o chaveamento. Se o chaveamento do capacitor é feito em um tempo onde a trajetória do sistema fica fora da região de estabilidade de “A” esta trajetória se afastará de “B” e a tensão colapsará na singularidade no ponto “C”.

Figura 4.13: Região de estabilidade do subsistema lento (Π_0).

Figura 4.14: Trajetória do subsistema (Π_0) e os lugares geométricos dos equilíbrios (caso instável – $t_{ch}=100s$).

A figura 4.14 mostra o caso instável, onde a trajetória do sistema inicialmente caminha pelo lugar geométrico de (4.7) pré chaveamento de x_c . Devido à condição instável do sistema, o capacitor é inserido em $t=100s$, a trajetória salta para uma condição pós chaveamento, mas cai fora da região de estabilidade do ponto “A” e atinge em pouco tempo a singularidade “C”, colapsando o sistema.

No exemplo de quatro barras da figura 4.5, um caso adicional a salientar é quando o capacitor usado, além de incrementar a região de estabilidade também deve incrementar a tensão na barra 3, isto é conseguido inserindo no sistema um capacitor com $x_c=7pu$. Se o chaveamento do capacitor é feito no tempo $t=20s$ então a trajetória do sistema converge para o ponto estável “A” com um valor maior da tensão de barra.

Figura 4.15: Trajetória pré-chaveamento atinge singularidade.

Na figura 4.15, observam-se duas condições do sistema pré e pós chaveamento do capacitor, na condição pré chaveamento o sistema carece de pontos de equilíbrio e a trajetória colapsará no ponto “C”, mas na condição pós chaveamento existe uma região de estabilidade associada ao ponto de equilíbrio assintoticamente estável “A” que é limitada pelo ponto de equilíbrio instável “B”. Nesta figura, observa-se a necessidade de fazer uma coordenação adequada do chaveamento do capacitor pois a projeção da singularidade pré chaveamento “C” na curva pós chaveamento está contida na região de estabilidade do sistema pós chaveamento, o que implica que o tempo de chaveamento do capacitor deve ser feito considerando o tempo em que a trajetória atingirá a singularidade “C”. No caso analisado, o tempo de chaveamento deve ser menor a 124s.

Conclusão: O tempo máximo de atuação do chaveamento do capacitor é determinado não somente pelo tamanho da região de estabilidade mas também pelas singularidades do sistema pré-chaveamento.

4.2.2 A Comutação do Tap de Transformador e a Região de Estabilidade.

Neste exemplo, analisa-se a região de estabilidade de longo prazo e a influência do tap do transformador nesta região. A figura 4.16, mostra o sistema em consideração. Este sistema está composto por uma barra infinita “1”, um transformador “T” com tap ajustável OLTC que controla a tensão na barra “3” e uma carga dinâmica de recomposição nesta mesma barra.

$z_D(k+1) := r(k+1)$ A dinâmica discreta do tap é modelada pela seguinte equação de diferença:

$$r(k+1) = \begin{cases} r(k) + \Delta r & \text{se } V_3 > V_0 \\ r(k) - \Delta r & \text{se } V_3 < V_0 \\ r(k) & \text{em outro caso} \end{cases}$$

$z_C := G$ Enquanto a equação dinâmica da admitância de carga é dada por:

$$\dot{G} = \frac{1}{T_L} (P_0 - P) \quad \text{onde} \quad P = \left(\frac{V_2}{r}\right)^2 G$$

$g(y, z_D, z_C) = 0$ As equações do fluxo de potência na barra “2” são:

$$G \left(\frac{V_2}{r}\right)^2 + \frac{V_2 V_1}{x_L} \sin(\theta_2 - \theta_1) = 0$$

onde $y = [\theta_2 \ V_2]$

$$\frac{V_2 V_1}{x_L} \sin(\theta_2 - \theta_1) - \frac{V_2^2}{x_L} = 0$$

Figura 4.16: Sistema de três barras gerador infinito, controle do tap e carga com dinâmica de longo prazo

O sistema da figura 4.16, é modelado por um conjunto de equações na forma do sistema (3.11). Este sistema possui uma variável discreta, representada pelo tap do transformador, e uma variável de dinâmica lenta correspondente à variável do modelo da admitância de carga, enquanto a dinâmica do gerador é desprezada e este é modelado por um barramento infinito. Uma descrição específica da modelagem de cada elemento deste sistema encontra-se no apêndice.

Finalmente o conjunto de equações que modela o sistema de duas barras é dado por:

$$r(k+1) = \begin{cases} r(k) + \Delta r & \text{se } V_3 > V_0 \\ r(k) - \Delta r & \text{se } V_3 < V_0 \\ r(k) & \text{em outro caso} \end{cases} \quad (4.8.1)$$

$$\dot{G} = \frac{1}{T_L} (P_0 - P) \quad \text{onde} \quad P = \left(\frac{V_2}{r}\right)^2 G \quad (4.8.2)$$

$$0 = G \left(\frac{V_2}{r}\right)^2 + \frac{V_2 V_1}{x_L} \sin(\theta_2 - \theta_1) \quad (4.8.3)$$

$$0 = \frac{V_2 V_1}{x_L} \sin(\theta_2 - \theta_1) - \frac{V_2^2}{x_L} \quad (4.8.4)$$

x_L (pu)	V_1 (pu)	V_0 (pu)	$r_{\max}$ (pu)	$r_{\min}$ (pu)	Δr (pu)	ΔT_{oltc} (s)	T_L (s)
0.1	1.05	1.0	1.1	0.9	0.02	100	500

Tabela 4.1: Dados do sistema gerador infinito - controle do tap e carga dinâmica

A tabela 4.1, mostra os dados do sistema. No tempo $t=0$ o sistema está em regime permanente (equilíbrio) com impedância da carga $G_0=3\text{p.u.}$, $r=1$, $V_{20}=1.0191\text{p.u.}$ No tempo $t=0^+$ um súbito incremento de carga é registrado com $P_0=4.6\text{p.u.}$ O incremento de carga reduz a tensão nas barras, mas a dinâmica da admitância de carga “G” começa a influir no sistema aumentando a potência e levando as tensões do sistema a níveis abaixo de seus limites normais de operação.

A figura 4.17 mostra a evolução das tensões no decorrer do tempo, onde observa-se que pela ação do OLTC a tensão da barra controlada V_3 fica dentro dos limites normais de operação, ou seja dentro do intervalo $[0.98, 1.02]$. Após o quinto chaveamento, o sistema entra em regime permanente.

Figura 4.17: Evolução das tensões em barra ($P_0=4.6\text{pu}$)

A seguir analisaremos o comportamento dos equilíbrios e da região de estabilidade para cada tap do transformador. Admitindo-se que o tap do transformador permaneça fixo no sistema de equações (4.8), o sistema de equações fica reduzido a:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \dot{G} = \frac{1}{T_L} (P_0 - P) & \text{onde } P = \left(\frac{V_2}{r}\right)^2 G \end{array} \right. \quad (4.9.1)$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} 0 = G \left(\frac{V_2}{r}\right)^2 + \frac{V_2 V_1}{x_L} \sin(\theta_2 - \theta_1) \end{array} \right. \quad (4.9.2)$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} 0 = \frac{V_2 V_1}{x_L} \sin(\theta_2 - \theta_1) - \frac{V_2^2}{x_L} \end{array} \right. \quad (4.9.3)$$

Fazendo-se $\dot{G} = 0$ na equação (4.9.1) obtém-se o lugar geométrico dos equilíbrios da equação (4.9.1) conforme figura 4.18 superior direita. O lugar geométrico dos equilíbrios das equações (4.9.2) e (4.9.3) é mostrado na figura 4.18 superior esquerda. Na figura 4.18 inferior, mostram-se os pontos de equilíbrio do sistema, a interseção das duas curvas anteriores. Para cada valor do tap do OLTC, as curvas podem ter zero, uma ou duas interseções. Determina-se a estabilidade destes equilíbrios linearizando-se o sistema (4.9) numa vizinhança de cada um destes pontos, em cada posição do tap.

Considere-se a forma compacta do sistema de equações (4.9):

$$\begin{cases} \dot{z} = h(z, y) \\ 0 = g(z, y) \end{cases} \quad \text{onde } z = G, \quad y = [\theta_2 \ V_2]^T \quad (4.10)$$

Linearizando (4.10) em x_0 , obtém-se:

$$\Delta \dot{z} = [h_z - h_y g_y^{-1} g_z] \big|_{(x_0, y_0)} \Delta z \quad \text{ou} \quad \Delta \dot{z} = H_z \Delta z \quad (4.11)$$

Figura 4.18: Lugar geométrico dos equilíbrios das equações (4.9.1) (superior direito), lugar geométrico de G - V_2 das equações (4.9.2) e (4.9.3) (superior esquerdo) e pontos de equilíbrio do sistema (inferior).

Se g_y^{-1} é não singular, então mediante a análise dos autovalores de H_z determina-se a estabilidade do sistema original (4.10). Por exemplo, para o tap $r=1$, existem dois pontos de equilíbrio “A” e “B”, vide figura 4.19, os autovalores de H_z em (4.11) para o caso particular de $r=1$ são:

$$A = (5.3800, 0.9247) \quad \text{com} \quad H_z = -9.4233 \times 10^{-4}$$

$$B = (18.5874, 0.4975) \quad \text{com} \quad H_z = 2.7275 \times 10^{-4}$$

Neste exemplo de um sistema de duas barras, o valor do jacobiano H_z coincide com os autovalores pois $\dim(z)=1$. Logo o ponto A é estável e o ponto B é instável. Os resultados anteriores confirmam os resultados obtidos via simulação numérica (linha preta) e ilustrados na figura 4.19. A mesma análise pode ser repetida para cada valor da interseção dos lugares geometricos dos equilíbrios de longo prazo e a curva $G-V_2$ do sistema, no máximo existirão dois pontos a analisar conforme ilustra a figura 4.18 inferior

Figura 4.19: Evolução da tensão na barra 2 e admitância no tempo e localização dos pontos de equilíbrio ($P_0=4.6\text{pu}$)

Figura 4.20: Ação do controle do tap no sistema ($P_0=4.6\text{pu}$)

A figura 4.20 ilustra a trajetória do sistema (linha preta) sob a ação do OLTC. Para esta contingência em consideração, a trajetória do sistema tende a um ponto de equilíbrio estável, o qual é atingido antes dos 5000s como mostra a simulação numérica feita na figura 4.17. Estas trajetórias acompanham o lugar geométrico formado pelas equações do fluxo de potência do sistema, linha verde, atingindo finalmente um ponto de equilíbrio do sistema de equações (4.8), após a terceira comutação do tap, dado pelo intercepto das curvas “verde e azul”.

Das duas figuras 4.19 e 4.20, observa-se que o comutador do tap do transformador em todo momento procura ajustar a tensão na barra secundária V_3 para que esta fique nos limites permitidos [1.02, 0.98]. O ponto de equilíbrio “A” da figura 4.19 encontra-se com tensão na barra controlada abaixo do limite inferior, devido ao tap $r=1$. A lei de comutação do tap procura aumentar a tensão instantânea na barra controlada quando esta cai abaixo do valor limite. Entretanto, este controle não observa o ponto de equilíbrio após comutação. De fato, se não existe equilíbrio após cada comutação o controle do tap continuará operando até atingir seus limites mecânicos de comutação.

A seguir, caracteriza-se a região de estabilidade do equilíbrio deste sistema, ($P_0=4.6\text{pu}$). A figura 4.21 mostra na parte superior os lugares geométricos dos equilíbrios de longo prazo do sistema (linhas azuis) e o lugar geométrico das equações do fluxo de potência do sistema (linhas verdes). A interseção destas curvas, para cada posição do tap, determinam dois pontos de equilíbrio. Mediante

análise do jacobiano em cada ponto determina-se sua estabilidade. Para $J(\mathbf{x}_i) < 0$ o ponto é estável e com $J(\mathbf{x}_i) > 0$ o ponto é instável. As setas na figura 4.21 inferior (G-r) indicam a direção da trajetória nas vizinhanças de cada ponto.

A figura 4.21, também mostra como após cada comutação do tap a região de estabilidade é incrementada ou reduzida. Esta característica é importante quando relacionada com a estratégia de controle do tap. Para o sistema específico em análise onde o parâmetro é a admitância da carga “G” tem-se:

- A ação do tap com a estratégia de controle convencional, reduz a região de estabilidade nos casos frequentes de quedas de tensão na barra controlada. Na figura 4.20, o tap vai sendo decrementado de tal forma a controlar a tensão da barra V_3 dentro dos limites permitidos, este comportamento como se mostra na figura 4.21 vai na direção de uma menor região de estabilidade.
- A figura 4.20 mostra que o lugar geométrico das equações do fluxo de potência do sistema “linha verde” não possui singularidades. Esse fato é relatado em [25] quando se tem cargas onde “G” é tomado como parâmetro. Sendo assim, não acontece instabilização devido a presença de singularidades neste exemplo.

Figura 4.21: Região de estabilidade ($P_0=4.6pu$)

r	x_{is}	$J(x_{is})$	x_{iu}	$J(x_{iu})$	$ x_{is}-x_{iu} $
1.10	6.5098	-7.7879E-04	22.4908	2.2541E-04	15.9810
1.08	6.2752	-8.0790E-04	21.6803	2.3384E-04	15.4051
1.06	6.0450	-8.3867E-04	20.8848	2.4275E-04	14.8398
1.04	5.8190	-8.7124E-04	20.1041	2.5217E-04	14.2851
1.02	5.5973	-9.0574E-04	19.3383	2.6216E-04	13.7410
1.00	5.3800	-9.4233E-04	18.5874	2.7275E-04	13.2074
0.98	5.1669	-9.8119E-04	17.8513	2.8400E-04	12.6844
0.96	4.9582	-0.0010	17.1302	2.9595E-04	12.1720
0.94	4.7538	-0.0011	16.4238	3.0868E-04	11.6700
0.92	4.5536	-0.0011	15.7324	3.2225E-04	11.1788
0.90	4.3578	-0.0012	15.0558	3.3673E-04	10.6980

Tabela 4.2: Análise da estabilidade dos equilíbrios ($P_0=4.6pu$)

Do sistema de equações (4.9) a equação que define os dois pontos de equilíbrio é dada por:

$$\frac{1}{r^2} G^2 - \left(\frac{V_1}{x_L}\right)^2 \frac{1}{P_0} G + \left(\frac{r}{x_L}\right)^2 = 0 \quad (4.12)$$

Resolvendo (4.12) para “ G_e ”:

$$G_e = \frac{\left(\frac{V_1}{x_L}\right)^2 \frac{r^2}{P_0} \pm r^2 \sqrt{\left(\frac{V_1}{x_L}\right)^4 \frac{1}{P_0^2} - \frac{4}{x_L^2}}}{2} \quad (4.13)$$

então:

$$\left(\frac{V_1}{x_L}\right)^4 \frac{1}{P_0^2} - \frac{4}{x_L^2} \geq 0 \quad \Rightarrow \quad P_0 \geq \frac{V_1^2}{2x_L} \quad (4.14)$$

Da equação (4.13), se $P_0=V_1^2/2x_L$, o sistema de equações (4.9) só teria um ponto de equilíbrio da forma:

$$G_e = \frac{r^2}{x_L} \quad , \quad V_{2e} = \frac{V_1}{\sqrt{2}} \quad (4.15)$$

Calculando o jacobiano de (4.11) no ponto de equilíbrio (4.15) resulta $H_z=0$. Não é possível afirmar nada acerca da estabilidade deste ponto de equilíbrio via linearização do sistema (teorema de Hartman e Grobman (HASSAN K. K., 2002)). O

comportamento do sistema nessa situação é analisado via simulação numérica. Simulando o sistema, incluindo o controle do tap, obtém-se a figura 4.22 que mostra o lugar geométrico dos equilíbrios de longo prazo e o lugar geométrico das equações do fluxo de potência. Só existe um unico ponto de equilíbrio para cada comutação do tap, além disso, via simulação, mostra-se que a trajetória converge para o ponto $(G_e, V_{2e}) = (8.1, 0.742)$ do tap mínimo ($r=0.9$). Assim, afirma-se que este ponto é assintoticamente estável.

Figura 4.22: Evolução da tensão na barra não controlada ($P_0=5.5125pu$)

Figura 4.23: Pontos de equilíbrio assintoticamente estáveis ($P_0=5.5125pu$)

Fazendo simulações para cada posição do tap e da equação (4.15) afirma-se que para $P_0 = V_1^2 / 2x_L$, o sistema fica só com um ponto de equilíbrio assintoticamente estável simultaneamente para todas as comutações do tap figura 4.23, fato que é independente do controle do tap, o que implica que a região de estabilidade desaparece para valores de $P_0 > V_1^2 / 2x_L$. Matematicamente, acontece uma bifurcação no ponto $P_0 = V_1^2 / 2x_L$, pois dois pontos de equilíbrio, estável e instável, coalescem e desaparecem. Devido a esta característica do sistema, uma atuação inversa no controle do tap não acontece e o tap seria comutado até a ocorrência do colapso de tensão.

Na figura 4.14, mostra-se a simulação para $P_0 = 5.8 \text{ pu}$ ($> V_1^2 / 2x_L$), onde observa-se como o sistema fica sem equilíbrios. O controle do tap tenta manter sem sucesso a tensão nos limites permitidos até atingir seu limite mecânico.

Figura 4.24: Evolução da tensão na barra não controlada ($P_0 = 5.8 \text{ pu}$)

Finalmente, conclui-se que a estratégia de controle do tap apesar de atuar na direção de encolher a região de estabilidade do sistema, ainda é vantajosa pois sua exclusão implicaria em uma tensão de equilíbrio baixa caso este equilíbrio estável exista. Caso não exista equilíbrio estável, o controle prolonga o tempo de operação do sistema, pois este tenta incrementar a tensão na barra controlada em todo momento contribuindo assim com a operação normal do sistema por um tempo maior quando comparado com o sistema sem OLTC.

Capítulo 5

Conclusões e Perspectivas Futuras.

5.1 Comentários e Conclusões Finais.

Neste projeto de pesquisa investigamos a análise de estabilidade de tensão de médio prazo ("mid-term stability") mediante a decomposição em escalas de tempo. Analisa-se o subsistema de longo prazo, obtido pela aproximação QSS ou Método Quase Estático e salienta-se a importância da Região de Estabilidade no Problema de Análise Quase Estática em SEP. Para isso, explorou-se a modelagem do SEP via decomposição em escalas de tempo, discutiram-se as vantagens e desvantagens desta teoria aplicada na resolução de equações algébrico-diferenciais, relacionando-a com a região de estabilidade na escala de longo prazo.

A análise pelo método QSS tem vantagem da rapidez de simulação. Isto ocorre porque as dinâmicas rápidas são substituídas por suas correspondentes equações de equilíbrio, e então os passos de integração podem assumir valores relativamente grandes desde 1 até 10 (VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998). Passos de integração maiores implicam maior rapidez na simulação, e o erro é incrementado em relação direta com o incremento do passo. Nesse sentido, a escolha adequada do passo de integração deve ser feita considerando o tipo de análise, pois nos casos que se requeiram maior exatidão, os passos de integração devem ser pequenos (KUNDUR P., 1994; VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998) e, nesses casos, a maior velocidade na simulação obtida pelo método QSS só é percebida em análises de sistemas de grande porte.

A caracterização da região de estabilidade do subsistema lento e sua relação com as singularidades permitem coordenar adequadamente o chaveamento dos equipamentos de compensação e a atuação das proteções garantindo estabilidade.

Neste trabalho, foram apresentados dois exemplos em que a região de estabilidade tem papel importante na determinação de estabilidade do sistema. O primeiro deles estuda a região de estabilidade com relação à mudança do tap do transformador, observando-se como a estratégia de controle do tap do transformador atua na direção de decrescimento da região de estabilidade para cargas do tipo resistivo.

No segundo exemplo, explora-se a região de estabilidade em duas escalas de tempo, mostrando-se como as variáveis rápidas atingem o equilíbrio, permitindo a análise QSS. Após a atuação da proteção e o chaveamento do capacitor, as variáveis rápidas ficam excitadas por um curto período de tempo. Após a estabilização destas variáveis é possível fazer a análise de longo prazo pelo método QSS. No entanto, as variáveis de dinâmica lenta ficam instáveis e podem levar o sistema ao colapso se estas atingem uma singularidade ou abandonam a região de estabilidade de longo prazo. Neste exemplo mostra-se como a fronteira da região de estabilidade do sistema lento pode ser limitada por pontos de equilíbrio instáveis, como no primeiro caso ou por singularidades do sistema de equações.

Em resumo, estudo-se a análise de estabilidade de tensão no médio prazo pelo método QSS e mostrou-se a importância da caracterização da região de estabilidade de longo prazo na determinação da estabilidade das variáveis de longo prazo.

5.2 Perspectivas Futuras.

Como perspectivas futuras deste trabalho, pretende-se fornecer os fundamentos teóricos que permitam analisar os problemas de estabilidade de tensão em duas escalas de tempo e estabelecer as condições sob as quais o método QSS fornece resultados confiáveis. Existem várias questões teóricas em aberto que não foram analisadas de forma adequada e diversas condições que não são verificadas quando se executa um programa de análise QSS. Por exemplo:

- (i) O sistema reduzido, obtido a partir da simplificação do equacionamento das variáveis rápidas, pode dar origem a singularidades que não são usualmente verificadas durante a simulação.
- (ii) O modelo para análise das dinâmicas lentas usualmente contempla dinâmicas de chaveamento, como é o caso de transformadores equipados com “taps”

variáveis em carga (OLTCs), que excitam, no instante de chaveamento as dinâmicas rápidas. A estabilidade da dinâmica rápida não é usualmente avaliada durante estes chaveamentos.

- (iii) A teoria de decomposição do sistema em escalas de tempo devido a Tikhonov [8] requer a satisfação de alguns requisitos que não são testados durante as simulações.

A exploração dos fundamentos do método QSS será usada para estender os métodos diretos de análise de estabilidade, inicialmente desenvolvidos para o problema de análise de estabilidade transitória, para o problema de análise de estabilidade em médio prazo. Esta extensão não é trivial devido a diversos fatores. Em primeiro lugar, o modelo do sistema elétrico de potência para análises QSS é um sistema não linear híbrido que contempla dinâmicas contínuas e chaveadas. Estudar a caracterização da fronteira da região de estabilidade desta classe de sistemas não lineares é outro trabalho futuro que deverá complementar os estudos da caracterização da fronteira da região de estabilidade de sistemas singularmente perturbados.

Referências Bibliográficas

AN NING, ZHOU SHUANGXI, ZHU LINGZHI. Power System Voltage Stability Limits Estimation Based On Quasi-Steady-State Simulation. Power System Technology 2006. PowerCon 2006. International Conference, 2006.

ASSIS, T.M.L.; NUNES A.R., FALCÃO D.M. Mid and Long-Term Voltage Stability Assessment Using Neural Networks And Quasi-Steady-State Simulation. Power Engineering, 2007 Large Engineering Systems Conference, 2007, p. 213-217.

BRETAS, N.G., L.F.C. ALBERTO Estabilidade Transitória Em Sistemas Eletroenergéticos. Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo 2000.

CARSON W. TAYLOR. Power System Voltage Stability. McGraw-Hill 1993.

CENTRAL STATION ENGINEERS WHESTINGHOUSE. Electrical Transmission And Distribution Reference Book, Lakeside, 1944.

FAN MA, LIJUN FU. Principle Of Multi-time Scale Order Reduction And Its Application In AC/DC Hybrid Power Systems. Electrical Machines And Systems, 2008. ICEMS 2008, International Conference, 2008, p. 3951-3956.

GUEDES, R.B.L., Aplicação de Métodos Estáticos para Estudo do Colapso de Tensão em Sistemas Elétricos de Potência. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos – USP, 2000.

HASSAN K. K. Nonlinear Systems. Prentice Hall, 3rd edition, 2002.

GRAINGER J., WILLIAM D. S. JR., Power System Analysis McGraw-Hill Publishing Co., 1994.

KUNDUR P. Power System Stability and Control. McGraw-Hill 1994.

KUNDUR, P.; PASERBA, J.; AJJARAPU, V. et al. Definition And Classification Of Power System Stability. IEEE Trans. Power Systems, 2004, vol. 19, no. 3, p. 1387-1401.

KURITA, A. O.; OKI, K. A. et al. Multiple Time-Scale Power System Dynamic Simulation. IEEE Trans. Power System, 1993, vol. 8, no. 1, p. 216-223.

ALBERTO, L.F.C.; CHIANG, H.D. Uniform Approach for Stability Analysis of Fast Subsystem of Two-Time Scale Nonlinear Systems. International Journal of Bifurcation and Chaos in Applied Sciences and Engineering, 2007, vol. 17, p. 4195-4203.

ALBERTO, L.F.C.; CHIANG, H. D.. Controlling Unstable Equilibrium Point Theory for Stability Assessment of Two-Time-Scale Power System Models. In: IEEE Power & Energy Society 2008 General Meeting, 2008, Pittsburgh. Proceedings of the IEEE Power & Energy Society 2008 General Meeting, 2008.

MORRISON, G.K.; GAO, B.; KUNDUR P. Voltage Stability Analysis Using Static and Dynamic Approaches. IEEE Trans. Power Systems, 1993, vol. 8, no. 3, p. 1159- 1171.

ANDERSON, P.M.; FOUAD, A.A.. Power System Control And Stability. IEEE Press and John Wiley & Sons Inc., 2003.

POWER SYSTEM STABILITY SUBCOMMITTEE SPECIAL PUBLICATION. Voltage Stability Assessment: Concepts, Practices and Tools, IEEE 2002.

PRADA, R.B.; SOUZA, L.J.; SOUSA, L.A.P. The Need For A New Constraint On Voltage / Reactive Power Studies To Ensure Proper Voltage Control. International Journal Of Electrical Power & Energy Systems, 2002, vol. 24, no. 7, p. 535-540.

RAMOS, R. A.; ALBERTO, L. F. C.; BRETAS, N. G. Modelagem de Máquinas Síncronas Aplicada ao Estudo de Estabilidade de Sistemas Elétricos de Potência. Escola de Engenharia Elétrica – Universidade de São Paulo, 2000.

SAUER, P.W.; PAI, M.A. Power System Steady-State Stability And The Load-Flow Jacobian”, Power Systems, IEEE Transactions on, 1990, vol. 5, no. 4, p. 1374-1383.

SAUER, P.W.; PAI, M.A. Power Systems Dynamics and Stability. Prentice-Hall, 1997.

VAN CUTSEM, T.; JACQUEMART, Y.; MARQUET, J.-N. et al. A Comprehensive Analysis Of Mid-Term Voltage Stability. IEEE Trans. Power Systems, 1995, vol. 10, no. 3, p. 1173-1182.

VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D. Voltage Stability Analysis in Transient and Mid-Term Time Scales. IEEE Trans. Power Systems, 1996, vol. 11, no.1, p. 146-154.

VAN CUTSEM, T.; MAILHOT, R. Validation Of a Fast Voltage Stability Analysis Method On The Hydro-Québec System", IEEE Trans. Power Systems, 1997, vol. 12, no. 1, p. 282-292.

VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D. Voltage Stability of Electric Power Systems. Kluwer Academic Publishers, 1998.

VENKATARAMANA, A. Computacional Techniques For Voltage Stability Assessment And Control, Springer 2006.

VOURNAS, C.D.; SAKELLARIDIS. Problems And Solutions For Local Identification Of Voltage Instability And Emergency Control. Power And Energy Society General Meeting – Conversion And Delivery Of Electrical Energy In The 21st Century, 2008 IEEE, p. 1 -7, July 2008.

YIHONG W.; CHAN, K. W.; MEI, S.; ZHANG, Y. A Novel Criterion On Judging Long-Term Voltage Stability. Electric Utility Deregulation And Restructuring And Power Technologies, 2008. Third International Conference, p. 1542-1547.

YORINO N.; SASAKI, H. et al. An Investigation of Voltage Instability Problems. IEEE Trans. Power System, 1992, vol. 7, no. 2, p. 600-611.

CHIANG, H. D.; WU, F.F.; VARAYA, P. P. Foundations of Direct Methods for Power System Transient Stability Analysis. IEEE Transactions on Circuit and Systems, 1987, CAS-34, n.2.

CHIANG, H.D.; HIRSCH, M.W.; WU, F.F. Stability Regions of Nonlinear Autonomous Dynamical Systems. IEEE Transactions on Automatic Control, 1988, vol. 33, no. 1.

DAIZHAN, C.; JIN MA. Calculation of Stability Region. Proceeding of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control Maui, Hawaii USA, 2003.

CHIANG, H.D.; WU, F.F. A BCU Method for Direct Analysis of Power System Transient Stability. IEEE Transactions on Power Systems, 1994, vol. 9, no. 3.

VENKATASUBRAMANIAN, V. S.; H. ZABORSKY, J. Dynamics of Large Constrained Nonlinear Systems – A Taxonomy Theory. Proceeding of IEEE, 1995, vol. 83, no. 11.

Apêndice

Modelagem do Sistema Elétrico de Potência

Diversos estudos são realizados em SEPs. Dentre eles, podemos citar estudos de controle, estabilidade, proteção, etc.. Devido a isso, os modelos e as considerações na modelagem mudam com relação ao tipo de análise a ser feito. Neste capítulo modelam-se os dispositivos do SEP relacionados com a Análise de Estabilidade de Tensão a serem usados nas simulações pelo método QSS.

Uma breve descrição do modelo II da linha de transmissão é apresentada inicialmente. Os geradores síncronos formam também a maior porcentagem da fonte de energia dos SEP (KUNDUR P., 1994; SAUER, P.W.; PAI, M.A., 1997; VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998), então, a modelagem desta máquina e seus controladores (AVR, OXL, etc.) são importantes para estudos de estabilidade em geral. A modelagem das cargas tem importância também nas simulações dos SEP em estudos de estabilidade de tensão. Devido às características particulares destas, alguns modelos (polinomiais, exponenciais, etc.) serão descritos, mas os motores de indução por sua importância em aplicações de baixa e alta potência é abordado com maior detalhe. O transformador de potência em conjunto com o OLTC é um dispositivo importante no sistema de transmissão e distribuição por sua influência no controle de tensão e fluxo de potência reativa, o modelo discreto e contínuo do OLTC é usado frequentemente em estudos de estabilidade e será descrito neste capítulo.

A.1 Linha de Transmissão

A energia elétrica é transmitida das usinas até os consumidores através de linhas aéreas e subterrâneas. Linhas aéreas são usadas para distâncias longas em campo aberto e áreas rurais, enquanto cabos elétricos são usados para transmissão subterrânea

em áreas urbanas (onde não é permitido o uso de linhas aéreas) e conexões sob água. Pelas características especiais das linhas subterrâneas com relação às linhas aéreas, as primeiras são mais dispendiosas e são usualmente empregadas em distâncias curtas e onde as linhas aéreas não podem ser usadas (KUNDUR P., 1994).

Na presente pesquisa será empregado nas simulações o modelo II para linha aérea (ainda que seu uso seja também para linhas subterrâneas), pois as linhas dos SEPs são formadas numa maior porcentagem por este tipo (KUNDUR P., 1994). O modelo II de linhas aéreas caracteriza-se pelos seguintes parâmetros:

- (1) Resistência série R , devido à resistividade do condutor, dados geralmente fornecidos em tabelas pelos fabricantes.
- (2) Condutância shunt G , representa as perdas devido a correntes de fuga entre as fases e a terra.
- (3) Indutância série L , este parâmetro depende do fluxo magnético que envolve os cabos, para linhas aéreas a indutância nas três fases é diferente a menos que fiquem distribuídas simetricamente, o que é pouco usual na prática. Algumas delas são equiparadas mediante transposições físicas.
- (4) Capacitância shunt C , devido ao campo elétrico entre condutores, a diferença de potencial entre os condutores de uma linha de transmissão é consequência da carga elétrica armazenada nestes condutores, a carga por unidade de diferença de tensão aplicada é a capacitância entre condutores.

Maiores detalhes matemáticos da formulação dos parâmetros podem ser encontrados em (CENTRAL STATION ENGINEERS WHESTINGHOUSE, 1994; KUNDUR P., 1994). Eliminando os transitórios do modelo completo por sua maior velocidade em relação às outras dinâmicas analisadas na estabilidade de tensão (SAUER, P.W.; PAI, M.A., 1997; VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998), o modelo ficaria representado como é mostrado na figura A.1.

Figura A.1: Modelo II da linha de transmissão

Os parâmetros do modelo II da figura A.1 mediante a formulação feita em [9, 10] são:

$z = R + j\omega L$ = impedância série por unidade de longitude/fase

$y = G + j\omega C$ = admitância shunt por unidade de longitude/fase

ℓ = comprimento de linha

$$Z_C = \sqrt{z/y}$$

$$Z_{km} = Z_C \sinh(\gamma \ell)$$

$$\frac{Y_{km}}{2} = \frac{1}{Z_C} \tanh\left(\frac{\gamma \ell}{2}\right) \quad (A.1)$$

Em (KUNDUR P., 1994), uma aproximação quando $\gamma \ell \ll 1$ (onde γ é um número imaginário definido em (KUNDUR P., 1994)), as expressões gerais para Z_{km} e Y_{km} são aproximadas por:

$$\begin{aligned} \frac{Y_{km}}{2} &= \frac{1}{Z_C} \tanh\left(\frac{\gamma \ell}{2}\right) \\ &\approx \frac{1}{Z_C} \left(\frac{\gamma \ell}{2}\right) \\ &\approx \frac{y \ell}{2} = \frac{Y}{2} \end{aligned} \quad (A.2)$$

$$\begin{aligned} Z_{km} &= Z_C \sinh(\gamma \ell) \\ &\approx Z_C (\gamma \ell) \\ &\approx z \ell = Z \end{aligned} \quad (A.3)$$

Nas equações (A.2) e (A.3), Z e Y representam a impedância serie total ($z\ell$) e admitância shunt total ($y\ell$), além disso, como $G \ll \omega C$ então $Y_{km} \approx j\omega C = j b_{km}^{sh}$ as admitâncias shunt do circuito equivalente também pode ser representadas como um shunt puramente capacitivo, veja figura 3.1, com esta aproximação o circuito é chamado circuito equivalente II normal [10] e mostra bons resultados se:

$\ell < 170$ km a 60 Hz para linhas aéreas

$\ell < 50$ km a 60 Hz para cabos subterrâneos.

Uma classificação das linhas aéreas é proposta em (KUNDUR P., 1994), com relação a seu comprimento:

- (a) Linhas curtas, menores a 80 km. Elas têm a capacitância shunt insignificante e podem ser representados por suas impedâncias series.
- (b) Linhas de comprimento médio, linhas com comprimento entre 80 km e 200 km. Elas podem ser representadas pelo modelo Π normal da figura A.1.
- (c) Linhas longas, maiores a 200 km. Nestas linhas os efeitos dos parâmetros distribuídos são significantes. Elas precisam ser representadas pelo circuito Π equivalente completo, mas em forma alternativa são representados por pequenas secções seriadas cada uma delas representadas pelo circuito Π equivalente normal.

Nesta pesquisa o circuito Π equivalente normal será empregado, pois muitos problemas da estabilidade de tensão são razoavelmente bem modelados com dito modelo.

A.2 Modelagem dos Geradores

Nesta seção a convenção do equacionamento e parte de simbologia é tomada de (SAUER, P.W.; PAI, M.A., 1997; VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998).

A.2.1 A Máquina Síncrona

Os geradores síncronos, por seu uso na maioria das usinas hidrelétricas e termelétricas, é um dos tipos de máquinas elétricas mais importantes no SEP. O termo síncrono desta máquina deve-se ao fato de operar com velocidade de rotação constante sincronizada com a frequência da tensão elétrica alternada aplicada nos terminais da mesma.

O movimento do rotor é definido pelo ângulo elétrico θ_r entre o eixo direto do rotor e o eixo da “fase a” do estator, como é mostrado na figura A.2, quando a máquina rota a velocidade síncrona (w_0) se tem:

$$\theta_r = w_0 t + \theta_r^0 \quad \Rightarrow \quad \dot{\theta}_r = w_0$$

Onde θ_r^0 é uma constante arbitrária e w_0 é velocidade angular síncrona (rad./s), relacionada à frequência síncrona (ou elétrica) f , mediante $w_0 = 2\pi f$.

A figura A.2, mostra a representação simbólica dos circuitos da máquina síncrona, onde o estator está formado por enrolamentos trifásicos com tensões v_a , v_b e v_c e as correntes i_a , i_b e i_c correspondentes. A figura também indica a orientação e sentido destas grandezas. O grau de detalhe da modelagem do rotor está diretamente relacionado com o número de circuitos considerados para representar os múltiplos fenômenos eletromagnéticos neste (VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998).

Na figura A.2, os circuitos do rotor ficam no eixo direto e de quadratura, o eixo direto coincide com o eixo do enrolamento de campo, ou excitação, denotado por fd e o eixo de quadratura fica 90° adiantado no eixo de rotação. Os enrolamentos marcados com $1d$ e $1q$ representam o efeito das barras amortecedoras, enquanto os enrolamentos marcados com $2q$ representam o efeito da corrente de Foucault em máquinas de rotor cilíndrico. No enrolamento de campo a tensão e corrente são representadas por v_{fd} e i_{fd} respectivamente com a orientação indicada na figura A.2, o resto dos enrolamentos no rotor ficam em curto-circuito.

Figura A.2: Representação dos circuitos da máquina síncrona

A representação trifásica abc dos enrolamentos do estator na figura A.2 é substituída por uma representação com três enrolamentos fictícios $dq0$. Esta mudança de representação é feita mediante a transformação de Park, figura A.3. Adotando uma referência girante que acompanha ao movimento do rotor, as novas variáveis para o estator ficam invariantes no tempo se a máquina está em regime permanente à frequência síncrona.

Com a transformação de Park criam-se três novas correntes i_0 , i_d e i_q , sendo que i_d corresponde à “projeção” das correntes de fase ao longo de um eixo magnético do enrolamento do campo (eixo d), e i_q corresponde a essa mesma “projeção” ao longo do eixo em quadratura (eixo q). A variável i_0 é uma corrente estacionária, proporcional à corrente de sequência zero. É como se os enrolamentos fictícios nos eixos d e q, e as correntes que circulam nestes enrolamentos fictícios, produzissem o mesmo efeito das correntes i_a , i_b e i_c (correntes das fases a, b e c respectivamente).

Figura A.3: Bobinas da máquina síncrona após a Transformação de Park

As equações de Park (VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998), relativas às tensões do estator, são:

$$v_d = -R_a i_d - \dot{\theta}_r \psi_q + \dot{\psi}_d$$

$$v_q = -R_a i_q - \dot{\theta}_r \psi_d + \dot{\psi}_q \quad (\text{A.4 a})$$

$$v_0 = -R_a i_0 + \dot{\psi}_0 \quad (\text{A.4 b})$$

$$(\text{A.4 c})$$

Onde:

v_d (e v_q)	Tensão no enrolamento d (e q)
i_d (e i_q)	Corrente no enrolamento d (e q)
ψ_d (e ψ_q)	Fluxo acoplado no enrolamento d (e q)
$\dot{\theta}_r$	Velocidade angular elétrica
R_a	Resistência do estator

- Transitórios no rotor elétrico: as componentes $\dot{\psi}_{fd}$, $\dot{\psi}_{1q}$, etc. associados com as equações dos enrolamentos no rotor, possuem dois tipos de dinâmicas que podem ser diferenciadas segundo:
  - Dinâmicas subtransitórias associadas com o enrolamento amortecedor e as correntes de Foucault.
  - Dinâmicas transitórias associadas com o enrolamento de campo.
- Transitórios mecânicos associados com o eixo de movimento.

O fluxo principal do enrolamento de campo na direção do “eixo d” do rotor produz uma tensão induzida 90° em atraso. Então, a tensão induzida E' fica no “eixo q”, considerando uma tensão nos terminais do gerador V , por ação do gerador o fasor $\bar{E}$ deveria adiantar o fasor $\bar{V}$. O ângulo entre $\bar{E}$ e $\bar{V}$ é o ângulo de torque da máquina δ . Se no tempo $t=0$ o fasor $\bar{V}$ fica no eixo da fase a, ex. no eixo de referência da figura A.4, o “eixo q” fica no ângulo δ , e o eixo d fica $\theta_r = \delta + \pi/2$. Em $t>0$, o eixo de referência fica num ângulo $w_0 t$ com relação ao eixo da “fase a”. O “eixo d” do rotor fica então:

$$\theta_r = w_0 t + \delta + \pi/2 \quad (A.6)$$

Onde w_0 é a frequência síncrona e δ é o ângulo síncrono do torque.

Também, se define a equação de *swing* ou equação de oscilação:

$$\frac{2H}{w_0} \ddot{\delta} + \frac{D}{w_0} \dot{\delta} = P_m - P \quad (A.7)$$

onde:

H	Constante de inércia (seg)
P_m	Potência mecânica produzida pela turbina do gerador (p.u)
P_e	Potência elétrica produzida pelo gerador (p.u)
D	Coefficiente de amortecimento (p.u.)

Modelo de um eixo

Este modelo despreza fenômenos ocorridos durante o período subtransitório, levando em conta apenas os efeitos transitórios. A hipótese de desprezar tensões transformatórias é considerada neste modelo, além disso, os efeitos do enrolamento amortecedor são desprezados. Em máquinas de rotor cilíndrico, é usual utilizar um circuito equivalente adicional no eixo q para modelar as correntes de Foucault que

fluem através do rotor solido de pólos lisos. O modelo que inclui este circuito equivalente é chamado modelo equivalente de dois eixos (ANDERSON, P.M.; FOUAD, A.A., 2003), e aplica-se a máquina de pólos lisos.

Na máquina de pólos salientes, os caminhos de correntes formados através da laminação de ferro são bem menores, e por isso estas correntes podem ser desprezadas. O modelo aplicado a este tipo de máquina, com as hipóteses mencionadas acima, é chamado de modelo de um eixo (ANDERSON, P.M.; FOUAD, A.A., 2003). Um resumo do conjunto de equações para este modelo é dado a seguir:

$$\dot{w} = -\frac{D}{2H}w + \frac{w_0}{2H}(P_m - P) \quad (\text{A.8 b})$$

$$\dot{E}'_q = \frac{1}{T'_{d0}}[-E'_q + E_f - (X_d - X'_d)i_d] \quad (\text{A.8 c})$$

$$v_q = E'_q - X'_d i_d - R i_q \quad (\text{A.8 d})$$

$$v_d = X_q i_q - R i_d \quad (\text{A.8 e})$$

$$E_q = (X_d - X'_d)i_d + E'_q \quad (\text{A.8 f})$$

Uma representação fasorial das tensões deste modelo na figura A.5, relacionando as equações algébricas (A.8 d, e, f) com sua representação fasorial. As equações (A.8 d,e) podem ser interpretadas como projeções nos eixos d-q da máquina, como mostra a seguinte equação complexa:

$$\bar{E}_q = \bar{V} + jX_d \bar{I}_d + jX_q \bar{I}_q \quad (\text{A.8 g})$$

Corresponde ao diagrama fasorial na figura A.5. $\bar{V}$ (resp. $\bar{I}$) é o fasor da tensão de armadura (resp. corrente). $\bar{I}_d$ e $\bar{I}_q$ de (A.8g) são as projeções de $\bar{I}$ nos eixos d e q respectivamente, com:

$$\bar{I} = \bar{I}_d + j\bar{I}_q = (i_d + ji_q)e^{j(\delta - \pi/2)} \quad (\text{A.8 h})$$

Onde δ é o ângulo do rotor definido anteriormente. O fasor $\bar{E}_q$ fica diretamente no eixo q e δ é também o ângulo de fase desta força eletromotriz. Uma análise similar pode ser feita da figura A.5 para $\bar{E}'_q$ e conseguir sua relação com a equação (A.8f).

Figura A.5: Diagrama vetorial de regime permanente do gerador síncrono

Modelo Clássico

O modelo de um eixo, apesar de ser um modelo simplificado, em um sistema de grande número de geradores pode gerar um espaço de estados de dimensão elevada. Com o objetivo de reduzir o número de variáveis nos estudos, uma opção é o emprego do modelo clássico, principalmente quando os geradores ficam eletricamente distantes do distúrbio em estudo (RAMOS, R. A.; ALBERTO, L. F. C.; BRETAS, N. G., 2000). A modelagem clássica admite que a variação de tensão E'_q durante o período transitorio não é muito grande, e que a tensão E_{FD} (definida em RAMOS, R. A.; ALBERTO, L. F. C.; BRETAS, N. G., 2000) não tem variações muito rápidas. Dessa forma, pode-se considerar o fluxo no eixo direito e também a tensão E'_q , sejam constantes. O conjunto de equações (A.9) descreve o modelo clássico enquanto a figura A.6, mostra o correspondente diagrama do circuito elétrico.

Figura A.6: Circuito que Representa o Modelo Clássico

$$\dot{\delta} = w \quad (\text{A.9 a})$$

$$\dot{w} = -\frac{D}{2H}w + \frac{w_0}{2H}(P_m - P) \quad (\text{A.9 b})$$

$$v_q = E'_q - X'_d i_d - R i_q \quad (\text{A.9 c})$$

$$v_d = X'_d i_q - R i_d \quad (\text{A.9 d})$$

A.2.2 Regulador Automático de Tensão (AVR)

Uma descrição esquemática de um Regulador Automático de Tensão (AVR), ou sistema de controle de excitação, é mostrada na figura A.7. A tensão no terminal do gerador V é medida mediante um Transformador de Tensão (PT), depois retificada e filtrada para produzir um sinal DC proporcional ao valor RMS desta tensão AC.

Opcionalmente a sinal DC pode ser proporcional a:

$$V_c = |\bar{V} \pm (R_c + jX_c)\bar{I}| \quad (\text{A.10})$$

Onde R_c (e X_c) é uma resistência de compensação (e reatância) e $\bar{I}$ é a corrente gerada para a rede e medida mediante um Transformador de Corrente (CT).

- Usando o signo menos em (A.10), um valor proporcional à tensão em algum ponto afastado dos terminais do gerador é obtido. O sistema de excitação regula a tensão neste ponto do sistema de transmissão. Devido à regulação da tensão perto as cargas este tipo de compensação melhora a estabilidade de tensão, dentro dos limites da capacidade de potência reativa da máquina.
- O sinal mais em (A.10) é usado para regular a tensão em um ponto fictício “dentro” do gerador. Desta maneira a compensação assegura uma adequada distribuição da potência reativa produzida por vários geradores ligados à mesma barra, cada um equipado com um regulador de tensão.

Figura A.7: Diagrama de blocos do Regulador Automático de Tensão (AVR)

Na figura A.7, o sinal V_c é comparado com a referência V_0 e a diferença é processada pelo regulador cuja função é fundamentalmente incrementar a excitação de tensão do gerador como resposta a decremento de V_c ou um incremento de V_0 , e de modo inverso. O regulador amplifica o sinal de erro $V_0 - V_c$ e alimenta de forma adequada o controle do excitador (ex. disparo de tiristores.). O regulador é usualmente equipado com circuitos de compensação dirigidos a atender o rendimento dinâmico e especificações de exatidão (VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998). Esta compensação usa a corrente de campo (ou excitação) i_{fd} .

O modelo de AVR de um gerador é usualmente representado pela função de transferência de primeira ordem, na figura A.8, com limites *non-windup* na tensão v_{fd} que correspondem à tensão de campo mínima e máxima, G é o ganho, T o tempo de resposta do equipo (ou constante de tempo), V_0 a tensão de referência, x_{oxl} variável que representa a ação do OXL (a ser detalhado na seguinte seção).

Figura A.8: Modelo do AVR

A.3 Cargas no Sistema Elétrico de Potência

A operação estável de um SEP depende da capacidade de equilibrar continuamente a potência elétrica gerada com o consumo das cargas elétricas. A modelagem das cargas é um problema complicado, pois uma carga típica é composta por um grande número de dispositivos como lâmpadas fluorescentes e incandescentes, motores, compressores, etc., e a exata composição das cargas é difícil de ser estimada. Também, a mudança na composição depende de muitos fatores incluindo (hora, dia, estação), condições climáticas, etc.

A.3.1 Modelagem das Cargas

Em estudos de estabilidade e fluxo de potência, a prática comum é representar a característica composta de carga como vista desde pontos de distribuição em transformadores de alta potência. Na figura A.9, a carga agrupada representada numa subestação (barra A) geralmente inclui além de dispositivos ligados à carga, os efeitos de transformadores elevadores na subestação, linhas de subtransmissão, linhas de distribuição, transformadores de distribuição, reguladores de tensão e dispositivos de compensação reativa.

Outros aspectos das componentes da carga que requerem atenção em estudos de estabilidade são:

- (a) A extinção de lâmpadas de descarga para valores de tensão abaixo de determinado valor e seu restabelecimento quando a tensão se recupera. Lâmpadas de descarga incluem vapor de mercúrio, vapor de sódio e lâmpadas fluorescentes. Estas se extinguem a tensões no intervalo de 0.7 a 0.8 pu. Quando a tensão se recupera elas se restabelecem depois de 1 ou 2 segundos de atraso.
- (b) Operação de reles de proteção, como reles térmicos e de sobrecorrente, muitos motores industriais arrancam com contadores eletromagnéticos. Estes abrem o circuito num intervalo de tensão de 0.55 a 0.75 pu. O tempo de abertura é de poucos ciclos. Pequenos motores em refrigeradores e ar condicionado tem só proteções de sobrecarga térmica que tipicamente atuam entre 10 a 30 seg.
- (c) Controle termostático de cargas, tais como zonas de aquecimento/resfriamento, aquecedores de água e refrigeradores. Tais cargas operam muito tempo durante condições de baixa tensão. Como resultado, o numero total destes dispositivos

ligados ao sistema se incrementará em poucos minutos depois de uma queda de tensão. Ar condicionado e refrigeradores mostram tais características sob condições prolongadas de baixa frequência.

- (d) A reação dos OLTCs em transformadores de distribuição, reguladores de tensão, e bancos de capacitores controlados pela tensão. Estes dispositivos não são claramente modelados em muitos estúdios. Em muitos casos, seus efeitos podem ser implicitamente na carga equivalente que é representada em pontos de distribuição de energia.

Como estes dispositivos restauram a tensão de distribuição após um distúrbio, a energia fornecida a cargas sensíveis a tensão é restaurada aos níveis pré-distúrbio. A ação de controle começa próximo um minuto depois de mudar a tensão e a restauração da tensão na capacidade dos dispositivos é completada num tempo total de dois a três minutos.

Figura A.9: Configuração do Sistema Elétrico de Potência

Os modelos de carga são também classificados em duas grandes categorias: modelos estáticos e dinâmicos (KUNDUR P., 1994).

Modelos Estáticos de Carga

O modelo estático de carga expressa a característica da carga em qualquer instante de tempo como funções algébricas da tensão na barra e da frequência. As componentes de potência ativa P e reativa Q são consideradas separadas. Tradicionalmente, a dependência da tensão tem sido representada pelo modelo exponencial:

$$\begin{aligned} P &= P_0 \tilde{V}^\alpha \\ Q &= Q_0 \tilde{V}^\beta \end{aligned} \tag{A.11}$$

onde $\tilde{V}$ é definido como:

$$\tilde{V} = \frac{V}{V_0}$$

Onde P e Q são os componentes de potência ativa e reativa e V é grandeza da tensão na barra. O subíndice 0 indica o valor da variável respectiva na condição inicial de operação. Neste modelo, os expoentes “ α ” e “ β ” são os parâmetros. Com estes expoentes iguais a 0, 1 e 2, o modelo representa potência constante, corrente constante ou característica de impedância constante, respectivamente. O expoente α (ou β) é quase igual à tangente dP/dV (ou dQ/dV) em $V=V_0$. Para um sistema de cargas composto, o expoente α fica entre 0.5 e 1.8, o expoente β fica entre 1.5 e 6 (KUNDUR P., 1994). Uma característica importante do expoente β é que varia como uma função não linear da tensão. Isto é originado pela saturação magnética em transformadores de distribuição e motores. Em altas tensões, Q tende a ser significativamente mais alto.

Muitas são as referências no IEEE e CIGRE de estudos da modelagem de carga, fornecendo informações como variações da característica da carga com o horário ao longo do dia, estações e temperatura (KUNDUR P., 1994; VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998). Com a falta de informação específica, uma prática normalmente empregada é representar a potência ativa como corrente constante (ex. $\alpha=1$) e a potência reativa como impedância constante (ex. $\beta=2$) (KUNDUR P., 1994).

Outro modelo alternativo que é usado frequentemente para representar a dependência da tensão das cargas é o modelo polinomial:

$$\begin{aligned} P &= P_0 [p_1 \tilde{V}^2 + p_2 \tilde{V} + p_3] \\ Q &= Q_0 [q_1 \tilde{V}^2 + q_2 \tilde{V} + q_3] \end{aligned} \quad (A.12)$$

Este modelo é referido também como modelo ZIP, à medida que é composto por componentes de impedância constante (Z), corrente constante (I) e potência constante (P). Os parâmetros do modelo são os coeficientes p_1 a p_3 e q_1 a q_3 , que definem a proporção de cada componente.

A dependência da frequência da característica de carga é usualmente representada multiplicando o modelo exponencial ou polinomial por um fator mostrado a seguir:

$$\begin{aligned} P &= P_0 \tilde{V}^\alpha (1 + K_{pf} \Delta f) \\ Q &= Q_0 \tilde{V}^\beta (1 + K_{qf} \Delta f) \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

ou,

$$\begin{aligned} P &= P_0 [p_1 \tilde{V}^2 + p_2 \tilde{V} + p_3] (1 + K_{pf} \Delta f) \\ Q &= Q_0 [q_1 \tilde{V}^2 + q_2 \tilde{V} + q_3] (1 + K_{qf} \Delta f) \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

onde Δf é a variação de frequência ($f - f_0$). Tipicamente, K_{pf} fica entre 0 e 3, e K_{qf} entre -2 e 0 (KUNDUR P., 1994). A frequência f de cada barra não é usualmente uma variável de estado no modelo do sistema usado para análise de estabilidade. Então, ela é avaliada calculando-se a derivada no tempo do ângulo da tensão em cada barra.

Um modelo estático global que oferece a flexibilidade de integrar as diversas formas de representação das cargas é dado por:

$$P = P_0 [P_{ZIP} + P_{EX1} + P_{EX2}] \quad (\text{A.15})$$

onde

$$\begin{aligned} P_{ZIP} &= p_1 \tilde{V}^2 + p_2 \tilde{V} + p_3 \\ P_{EX1} &= p_4 \tilde{V}^{\alpha_1} (1 + K_{pf1} \Delta f) \\ P_{EX2} &= p_5 \tilde{V}^{\alpha_2} (1 + K_{pf2} \Delta f) \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

A expressão para a componente reativa da carga tem uma estrutura similar. A compensação de potência reativa associada com a carga é representada em separado. Os modelos estáticos representados pelas equações (A.15) e (A.16) não são realistas em baixas tensões, e podem levar a problemas computacionais. Portanto, os programas de estabilidade costumam fazer previsões para a mudança da característica de carga ao modelo de impedância constante, quando a tensão de barra cai abaixo de um valor especificado (KUNDUR P., 1994).

Modelos Dinâmicos de Carga

As respostas de muitas cargas compostas com relação às mudanças de tensão e frequência são rápidas e o estado estável da resposta é alcançado rapidamente. Isto é certo pelo menos para moderadas amplitudes nas mudanças de tensão ou frequência. O uso de modelos estáticos como foi descrito é justificado nesses casos.

Mas, há muitos casos onde é necessário considerar os componentes dinâmicos das cargas. Estudos de oscilações inter-área, estabilidade de tensão e estabilidade de longo prazo frequentemente requerem modelos de cargas dinâmicas. Estudos de sistemas com muita concentração de motores também requerem representação de cargas dinâmicas.

Em geral, os motores elétricos consomem de 60 a 70% da energia total gerada (KUNDUR P., 1994; VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998). Portanto, as dinâmicas dos motores são mais significativas na característica dinâmica das cargas do sistema. A modelagem dos motores será apresentada na próxima seção.

A figura A.10, mostra um modelo simples de uma carga controlada através de termostato (KUNDUR P., 1994). Neste modelo G é a condutância da carga, G_0 é o valor inicial de G , $K_L G_0$ é o máximo valor de G que representa uma condição com todas as cargas operando e T é a constante de tempo.

Figura A.10: Modelo de carga controlada através de termostato

A.4 O Transformador de Potência e Comutador Sob Carga

O transformador de potência é um elemento do SEP com um grande impacto na transmissão de energia porque permite o uso de diferentes tensões, pois desde o ponto de vista da eficiência e capacidade de transferência de potência as tensões de transmissão devem ser elevadas, mas não é possível gerar e consumir energia nessas

tensões. O transformador na rede de transmissão pode estar associado a um OLTC que tem a função de regular a tensão.

A figura A.11 mostra um diagrama típico deste dispositivo no sistema. O OLTC controla a tensão de rede de distribuição, lado de Media Tensão (MV) V_2 mediante a mudança da relação de transformação r . Em muitos casos o *tap* variável fica no lado de Alta Tensão (HV), pois a corrente é menor desse lado fazendo com que os problemas de comutação sejam minimizados. Outro motivo é que no lado de Alta Tensão é possível conseguir maior quantidade de passos para a comutação (VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998).

Figura A.11: O transformador de potência e o OLTC no SEP

Os OLTCs têm uma atuação lenta; são dispositivos discretos (descontínuos) que mudam o *tap* de um passo em cada período de tempo se o erro de tensão fica fora da *zona-morta* num tempo maior que o especificado. O mínimo tempo que um OLTC leva para completar a comutação é usualmente 5 segundos. Este tempo é chamado tempo de atraso mecânico e denotado por T_m .

Muitos atrasos de tempo intencionais (variando desde alguns segundos até minutos) são normalmente adicionados ao tempo de atraso para evitar numerosas ou desnecessárias mudanças do *tap*; mudanças estas que provocam desgastes do equipamento. Os atrasos de tempo intencionais podem ser constantes ou variáveis, no último caso uma característica de tempo inverso é usada normalmente. A importância da característica de tempo inversa é que o atraso deve ser menor para grandes erros de tensão (VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998).

Uma restrição importante na operação do OLTC é que a relação do *tap* tem um intervalo limitado de regulação:

$$r^{\min} \leq r \leq r^{\max}$$

Valores típicos do limite inferior são desde 0.85 a 0.9 pu e para o limite superior de 1.1 a 1.15 pu. O tamanho do passo do *tap* fica usualmente no intervalo de 0.5% a 1.15%. Um valor típico usado nos Estados Unidos é 0.00625 (5/8%) (VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998). Por razões evidentes a *zona morta* deve ser maior do que o tamanho do passo, tipicamente a *zona-morta* é o dobro do tamanho do passo.

A.4.1 Modelagem do OLTC

Dois tipos de modelos para o OLTC são propostos (VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C.D., 1998; KUNDUR P., 1994):

- Modelo discreto representa uma mudança passo a passo do *tap*.
- Modelo contínuo aproximado.

Por simplicidade considerar-se-á um transformador com resistência e reatância magnetizante desprezível, e com uma reatância X_t constante. Certamente, modelos mais detalhados incluem resistência e reatância magnetizante e possivelmente o efeito do *tap* variável na impedância do transformador é usado em simulações computacionais. Um diagrama equivalente do OLTC do transformador é mostrado na figura A.12 incluindo um transformador ideal com relação $r:1$.

Figura A.12: Diagrama equivalente do OLTC do transformador

Modelo Discreto do OLTC

O modelo discreto do OLTC admite que o OLTC irá aumentar ou diminuir a relação de transformação do transformador por passo do *tap* instantaneamente. O tamanho de cada passo do *tap* será denotado por Δr . O OLTC pode operar em

passos discretos de tempo instantâneos denotados por t_k , $k = 0, 1, 2, \dots$ e representado pela fórmula seguinte:

$$t_{k+1} = t_k + \Delta T_k \quad (\text{A.17})$$

Ao contrario de um sistema discreto no tempo convencional, t_k não é uma variável independente e ΔT_k não é necessariamente constante, pois depende em geral das características do dispositivo e do erro da tensão. O contador inteiro avançará a partir de k ate $k+1$, quando o tempo transcorrido desde t_k ficar igual (ou superior) a ΔT_k .

Uma fórmula universal para ΔT_k incluindo atraso de tempo inverso e fixo é:

$$\Delta T_k = T_d \frac{d}{|V_2 - V_2^0|} + T_f + T_m \quad (\text{A.18})$$

Onde V_2 é a tensão controlada, V_2^0 é a tensão de referência, d é a metade da *zona-morta* do OLTC, T_d é o máximo tempo de atraso da característica de tempo inverso, T_f é o atraso de tempo fixo intencional e T_m é o tempo mecânico necessario para a ação da mudança do *tap*.

A lógica da mudança do *tap* num instante de tempo é:

$$r_{k+1} = \begin{cases} r_k + \Delta r & \text{se } V_2 > V_2^0 + d \text{ e } r_k < r^{\max} \\ r_k - \Delta r & \text{se } V_2 < V_2^0 - d \text{ e } r_k > r^{\min} \\ r_k & \text{caso contrario} \end{cases} \quad (\text{A.19})$$

Onde $r_{\max}$ e $r_{\min}$ são os limites superior e inferior do *tap*.

Depois que o OLTC é ativado e o contador k volta à zero em cada tempo t_0 o erro de tensão incrementa-se se os limites da *zona-morta*:

$$k = 0 \quad \text{se} \quad |V_2(t_0^+) - V_2^0| > d + \epsilon \quad \text{e} \quad |V_2(t_0^-) - V_2^0| \leq d + \epsilon$$

onde ϵ é um termo de histerese (opcional). Usando o termo de histerese, a *zona-morta* efectiva é maior para o primeiro movimento do *tap*, então, a operação do OLTC chega a ser maior quando começa a sequencia de mudanças do *tap*. Observar que o termo de histeresis ϵ não é incluído na equação (A.18), assim o OLTC tentará

manter o erro dentro da propria *zona-morta* (se os limites não são satisfeitos inicialmente).

A fórmula geral para o tempo de atraso do primeiro *tap* é similar a (A.18):

$$\Delta T_0 = T_{d0} \frac{d}{|V_2 - V_2^0|} + T_{f0} + T_m \quad (A.20)$$

Onde T_{d0} , T_{f0} são os valores de atraso de tempo inverso e fixo intencional respectivamente, para o primeiro *tap*.

Os subsequentes *taps* são operados em intervalos de tempo constantes correspondentes a (A.18) com $T_d = 0$.

Modelo Contínuo do OLTC

O modelo contínuo do OLTC é baseado na suposição de uma mudança continua do *tap* $r(t)$, que pode assumir qualquer valor entre $r^{\min}$ e $r^{\max}$. Normalmente, o efeito da *zona-morta* é desprezado num modelo contínuo do OLTC, de modo que resulta a seguinte equação:

$$T_c \dot{r} = V_2 - V_2^0 \quad r^{\min} \leq r \leq r^{\max} \quad (A.21)$$

Observar que quando é usado (A.21), o OLTC é modelado como um controlador integral. O modelo contínuo do OLTC é menos exato que o modelo discreto [25], mas é uma aproximação útil para análises teóricas (VAN CUTSEM, T.; JACQUEMART, Y.; MARQUET, J.-N. et al, 1995).

O modelo (A.21) é uma aproximação continua de um OLTC não sequencial com $T_f=T_m=0$, caso em que a constante de tempo T_c é derivada como:

$$T_c = \frac{T_d d}{\Delta r} \quad (A.22)$$

Na pratica pode-se admitir uma constante de tempo levemente grande para compensar o inevitável tempo de atraso mecânico T_m .