UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

Marlon Adriano Dal' Sochio Paiva

Controle Baseado em Observação de Distúrbio de um
Quadricóptero Sujeito a Incertezas Paramétricas e
Distúrbio de Vento

São Carlos

2019

Marlon Adriano Dal' Sochio Paiva

**Controle Baseado em Observação de Distúrbio de um
Quadricóptero Sujeito a Incertezas Paramétricas e
Distúrbio de Vento**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ciências - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Sistemas Dinâmicos

Orientador: Prof. Dr. Marco Henrique Terra

Versão corrigida

**(A versão original se encontra disponível na EESC/USP que aloja
o Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica)**

São Carlos

2019

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

Paiva, Marlon Adriano Dal' Sochio
P142c Controle Baseado em Observação de Distúrbio de um
Quadricóptero Sujeito a Incertezas Paramétricas e
Distúrbio de Vento / Marlon Adriano Dal' Sochio Paiva;
orientador Marco Henrique Terra. São Carlos, 2019.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica e Área de Concentração em
Sistemas Dinâmicos -- Escola de Engenharia de São
Carlos da Universidade de São Paulo, 2019.

1. Quadricóptero. 2. Distúrbio. 3. Observador. 4.
Incertezas. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **MARLON ADRIANO DAL'SOCHIO PAIVA.**

Título da dissertação: "Controle baseado em observação de distúrbio de um quadricóptero sujeito a incertezas paramétricas e distúrbios de vento".

Data da defesa: 22/05/2019.

Comissão Julgadora:

Prof. Titular **Marco Henrique Terra**
(Orientador)
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Prof. Dr. **Guilherme Vianna Raffo**
(Universidade Federal de Minas Gerais/UFMG)

Profa. Associada **Maíra Martins da Silva**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica:
Prof. Associado **Ivan Nunes da Silva**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Titular **Murilo Araujo Romero**

Resultado:

Aprovado

APROVADO

APROVADO

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, gostaria de agradecer a Deus por me proporcionar a vida, pelas oportunidades recebidas, pela família, amigos e pessoas com quem convivo.

Gostaria de agradecer ao meu orientador, professor Dr. Marco Henrique Terra, pela paciência e orientação no desenvolvimento deste trabalho. Também gostaria de agradecer ao professor Dr. Roberto Santos Inoue pelo auxílio prestado durante todo o curso de mestrado, bem como a todos os meus colegas presentes no LASI e Crob, em especial ao João Roberto Soares Benevides pelo apoio e trabalho em conjunto.

Gostaria de agradecer à toda minha família, em especial a meus pais, Mírian e Hélio e à minha namorada Taís pelo apoio desde o início.

Sem a colaboração dos aqui citados a realização deste trabalho não seria possível.

“Se enxerguei mais longe, foi por estar apoiado sobre os ombros de gigantes.”

Isaac Newton

RESUMO

PAIVA, M.A.D.S. **Controle Baseado em Observação de Distúrbio de um Quadricóptero Sujeito a Incertezas Paramétricas e Distúrbio de Vento.** 2019. 104p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2019.

Nesta dissertação é apresentado um estudo experimental da aplicação de diferentes controladores para o rastreamento de trajetória de um veículo aéreo não tripulado (VANT) de asas rotativas, do tipo quadricóptero, sujeito a incertezas paramétricas e distúrbio externo de vento com a utilização de uma fonte de distúrbio montada experimentalmente. Uma técnica de atenuação de distúrbio externo (*DOBC - Disturbance Observer-Based Control* ou Controle Baseado em Observação de Distúrbio) é usada e avaliada com dois observadores distintos, sendo um observador de distúrbio padrão e o filtro de Kalman aplicado a um sistema em espaço de estados aumentado. Foram realizados experimentos considerando distúrbios externos e incertezas paramétricas. A análise aqui descrita, baseia-se em um modelo dinâmico simplificado, o qual foi identificado via método dos mínimos quadrados. Os resultados experimentais mostram o desempenho de cada controlador aplicado e os índices de melhoria quando se utiliza a técnica *DOBC*. Alternativas de tratamento do distúrbio externo para realização em trabalhos futuros também são sugeridas.

Palavras-chave: VANT. Quadricóptero. Incertezas. Distúrbio. Observador.

ABSTRACT

PAIVA, M.A.D.S. **Disturbance Observer-Based Control of a Quadcopter Subject to Parametric Uncertainties and Wind Disturbance.** 2019. 104p.

Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2019.

This work presents an experimental application study of different controllers for trajectory tracking of a rotary wing unmanned aerial vehicle (UAV), a quadricopter type, subject to parametric uncertainties and external wind disturbance with the use of a disturbance source experimentally mounted. A Disturbance Observer-Based Control (DOBC) technique is used and evaluated with two distinct observers, being a standard disturbance observer and the Kalman filter applied to a system with extended state space. Experiments were performed considering external disturbances and parametric uncertainties. The analysis described here is based on a simplified dynamic model, which was identified by least squares method. The experimental results show the performance of each controller applied and the indexes of improvement when using the DOBC technique. Alternatives of treatment of the external disturbance to be performed in future work are also suggested.

Keywords: UAV. Quadcopter. Uncertainties. Disturbance. Observer.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Diagrama de corpo livre para um quadricóptero genérico com configuração de voo em “cruz”.	31
Figura 2 – Representação dos sistemas de coordenadas global e local para o quadricóptero Parrot [®] Bebop 2.0 com configuração de voo em "x".	32
Figura 3 – Diagrama de blocos padrão do método <i>DOBC</i> . Em que $\mathbf{y}_{ref}$ é a referência, $\mathbf{y}$ é a saída, $\mathbf{x}$ é o vetor de estado, $\mathbf{d}$ é o distúrbio, $\hat{\mathbf{d}}$ é a estimativa do distúrbio, $\mathbf{u}$ é o sinal de controle do controlador, $\mathbf{u}_{ff}$ é o sinal de controle do compensador e $\mathbf{u}_{com}$ é o sinal de controle composto.	42
Figura 4 – Diagrama de blocos do método <i>DOBC</i> com a alteração proposta. Em que $\mathbf{y}_{ref}$ é a referência, $\mathbf{y}$ é a saída, $\mathbf{x}$ é o vetor de estado, $\mathbf{d}$ é o distúrbio, $\hat{\mathbf{d}}$ é a estimativa do distúrbio, $\mathbf{u}$ é o sinal de controle do controlador, $\mathbf{u}_{ff}$ é o sinal de controle do compensador e $\mathbf{u}_{com}$ é o sinal de controle composto.	47
Figura 5 – Diagrama de blocos para os reguladores LQR e RLQ-R. As entradas destacadas com a linha “- -” no observador de distúrbio representam as informações de entrada quando se utiliza o Filtro de Kalman (FK). As entradas destacadas com a linha “. . .” representam as informações de entrada quando se utiliza o observador padrão (OD).	52
Figura 6 – Diagrama de blocos para o controlador LR. Aqui $\boldsymbol{\nu}$ representa a lei de controle do controlador principal (LR), $\boldsymbol{\nu}_{ff}$ é o sinal de controle do compensador de distúrbio e $\boldsymbol{\nu}_{com}$ é o sinal de controle composto. Perceba que a não utilização da técnica <i>DOBC</i> implica na inexistência de $\hat{\mathbf{d}}$ e, conseqüentemente, $\boldsymbol{\nu}_{ff} = 0$.	54
Figura 7 – Diagrama de blocos para o controlador PID. Aqui $\boldsymbol{\nu}$ representa a lei de controle do controlador principal (PID), $\boldsymbol{\nu}_{ff}$ é o sinal de controle do compensador de distúrbio e $\boldsymbol{\nu}_{com}$ é o sinal de controle composto. Perceba que a não utilização da técnica <i>DOBC</i> implica na inexistência de $\hat{\mathbf{d}}$ e, conseqüentemente, $\boldsymbol{\nu}_{ff} = 0$.	55
Figura 8 – Fonte de Distúrbio de Vento.	58
Figura 9 – Ambiente experimental.	58
Figura 10 – Câmera de infravermelho de alta precisão Vicon [®] .	58
Figura 11 – Fonte de Distúrbio de Vento.	59
Figura 12 – O gráfico a esquerda mostra a velocidade escalar do vento (m/s) medida em determinados pontos do espaço experimental conforme o sistema de coordenadas apresentado (X , Y e Z). O gráfico a direita mostra os pontos experimentais projetados no plano XY .	60

Figura 13 – O gráfico a esquerda mostra as posições dos pontos de amostragem da velocidade do vento no espaço experimental, com escala de intensidade proporcional ao tamanho dos círculos, e a representação neste mesmo espaço da trajetória de referência (seção 4.3) utilizada nos experimentos de controle. O gráfico a direita mostra os pontos experimentais de amostragem do vento e a trajetória de referência projetados em um plano de visão vertical.	60
Figura 14 – Sistema de referência e obtenção de posição e orientação.	61
Figura 15 – Diagrama do sistema de tópicos, nós e mensagens do sistema ROS.	62
Figura 16 – Comparação entre os dados experimentais e os dados gerados pelo modelo identificado para $\ddot{x}$	63
Figura 17 – Comparação entre os dados experimentais e os dados gerados pelo modelo identificado para $\ddot{y}$	63
Figura 18 – Comparação entre os dados experimentais e os dados gerados pelo modelo identificado para $\ddot{z}$	63
Figura 19 – Comparação entre os dados experimentais e os dados gerados pelo modelo identificado para $\ddot{\psi}$	63
Figura 20 – Rastreamento de trajetória (XYZ).	70
Figura 21 – Rastreamento de trajetória (XYZ) utilizando a técnica <i>DOBC</i> com o observador padrão (OD).	70
Figura 22 – Rastreamento de trajetória (XYZ) utilizando a técnica <i>DOBC</i> com o Filtro de Kalman (FK).	71
Figura 23 – Índices de desempenho $\mathcal{E}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de erros de posição) para todos os controladores.	71
Figura 24 – Índices de desempenho $\mathcal{E}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de erros de posição) dos controladores utilizando a técnica <i>DOBC</i> com o observador padrão (OD).	72
Figura 25 – Índices de desempenho $\mathcal{E}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de erros de posição) dos controladores utilizando a técnica <i>DOBC</i> com o Filtro de Kalman (FK).	72
Figura 26 – Índices de desempenho $\mathcal{E}_{psi}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do erro de orientação) dos controladores em voo sem distúrbio externo.	73
Figura 27 – Índices de desempenho $\mathcal{E}_{psi}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do erro de orientação) dos controladores, em voo sem distúrbio externo, utilizando a técnica <i>DOBC</i> com o observador padrão (OD).	73
Figura 28 – Índices de desempenho $\mathcal{E}_{psi}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do erro de orientação) dos controladores, em voo sem distúrbio externo, utilizando a técnica <i>DOBC</i> com o Filtro de Kalman (FK).	74
Figura 29 – Índices de desempenho $\mathcal{U}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de controle) dos controladores em experimento sem distúrbio externo.	74

Figura 30 – Índices de desempenho $\mathcal{U}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de controle) dos controladores, em experimento sem distúrbio externo, utilizando a técnica <i>DOBC</i> com o observador padrão (OD).	75
Figura 31 – Índices de desempenho $\mathcal{U}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de controle) dos controladores, em experimento sem distúrbio externo, utilizando a técnica <i>DOBC</i> com o Filtro de Kalman (FK).	75
Figura 32 – Variáveis controladas em voo sem aplicação de distúrbio externo.	76
Figura 33 – Variáveis controladas utilizando a técnica <i>DOBC</i> com o observador de distúrbio OD em voo sem aplicação de distúrbio externo.	76
Figura 34 – Variáveis controladas utilizando a técnica <i>DOBC</i> com o Filtro de Kalman (FK) em voo sem aplicação de distúrbio externo.	77
Figura 35 – Rastreamento de trajetória (XYZ) em voo com aplicação de distúrbio de vento.	79
Figura 36 – Índices de desempenho $\mathcal{E}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de erros de posição) dos controladores em voo com aplicação de distúrbio de vento.	79
Figura 37 – Índices de desempenho $\mathcal{E}_{psi}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do erro de orientação) dos controladores em voo com aplicação de distúrbio de vento.	80
Figura 38 – Índices de desempenho $\mathcal{U}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de controle) dos controladores em voo com aplicação de distúrbio de vento.	80
Figura 39 – Variáveis controladas sob efeito de distúrbio de vento.	81
Figura 40 – Distúrbio estimado no eixo X da aeronave utilizando o observador padrão (OD).	82
Figura 41 – Distúrbio estimado no eixo X da aeronave utilizando o Filtro de Kalman (FK).	83
Figura 42 – Rastreamento de trajetória (XYZ) com aplicação de distúrbio de vento utilizando a técnica <i>DOBC</i> com o observador padrão OD.	84
Figura 43 – Rastreamento de trajetória (XYZ) com aplicação de distúrbio de vento utilizando a técnica <i>DOBC</i> com o Filtro de Kalman (FK).	84
Figura 44 – Índices de desempenho $\mathcal{E}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de erros de posição) dos controladores em voo com aplicação de distúrbio de vento, utilizando a técnica <i>DOBC</i> com o observador padrão (OD).	85
Figura 45 – Índices de desempenho $\mathcal{E}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de erros de posição) dos controladores em voo com aplicação de distúrbio de vento, utilizando a técnica <i>DOBC</i> com o Filtro de Kalman (FK).	85
Figura 46 – Índices de desempenho $\mathcal{E}_\psi$ (norma $\mathcal{L}_2$ do erro de orientação) dos controladores em voo com aplicação de distúrbio de vento, utilizando a técnica <i>DOBC</i> com o observador padrão (OD).	86

Figura 47 – Índices de desempenho $\mathcal{E}_{psi}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do erro de orientação) dos controladores em voo com aplicação de distúrbio de vento, utilizando a técnica <i>DOBC</i> com o Filtro de Kalman (FK).	86
Figura 48 – Índices de desempenho $\mathcal{U}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de controle) dos controladores em voo com aplicação de distúrbio de vento, utilizando a técnica <i>DOBC</i> com o observador de distúrbio padrão (OD).	87
Figura 49 – Índices de desempenho $\mathcal{U}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de controle) dos controladores em voo com aplicação de distúrbio de vento, utilizando a técnica <i>DOBC</i> tendo o Filtro de Kalman (FK) como observador de distúrbio.	87
Figura 50 – Variáveis controladas sob influência de distúrbio externo e utilizando a técnica <i>DOBC</i> com o observador de distúrbio padrão (OD).	88
Figura 51 – Variáveis controladas sob influência de distúrbio externo, utilizando-se da técnica <i>DOBC</i> com o Filtro de Kalman (FK) como observador de distúrbio.	88
Figura 52 – Índices de desempenho $\mathcal{E}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de erros de posição) dos controladores em experimento com efeito de não linearidade.	90
Figura 53 – Índices de desempenho $\mathcal{E}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de erros de posição) dos controladores, em experimento com efeito de não linearidade, utilizando o observador padrão (OD) com a técnica <i>DOBC</i>	91
Figura 54 – Índices de desempenho $\mathcal{E}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de erros de posição) dos controladores, em experimento com efeito de não linearidade, utilizando o Filtro de Kalman (FK) com a técnica <i>DOBC</i>	91
Figura 55 – Índices de desempenho $\mathcal{E}_{psi}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do erro de orientação) dos controladores em experimento com efeito de não linearidade.	92
Figura 56 – Índices de desempenho $\mathcal{E}_{psi}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do erro de orientação) dos controladores, em experimento com efeito de não linearidade, utilizando o observador padrão (DO) com a técnica <i>DOBC</i>	92
Figura 57 – Índices de desempenho $\mathcal{E}_{psi}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do erro de orientação) dos controladores, em experimento com efeito de não linearidade, utilizando o Filtro de Kalman (FK) com a técnica <i>DOBC</i>	93
Figura 58 – Índices de desempenho $\mathcal{U}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de controle) dos controladores em experimento com efeito de não linearidade.	93
Figura 59 – Índices de desempenho $\mathcal{U}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de controle) dos controladores, em experimento com efeito de não linearidade, utilizando o observador padrão (DO) com a técnica <i>DOBC</i>	94
Figura 60 – Índices de desempenho $\mathcal{U}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de controle) dos controladores, em experimento com efeito de não linearidade, utilizando o Filtro de Kalman (FK) com a técnica <i>DOBC</i>	94
Figura 61 – Variáveis controladas experimentalmente com efeito de não linearidade.	95

Figura 62 – Variáveis controladas experimentalmente, com efeito de não linearidade e utilizando a técnica <i>DOBC</i> com o observador de distúrbio padrão (DO).	96
Figura 63 – Variáveis controladas experimentalmente, com efeito de não linearidade, utilizando o Filtro de Kalman (FK) com a técnica <i>DOBC</i>	96

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Regulador Linear Quadrático Robusto	50
Tabela 2 – Índices de desempenho dos controladores em voo sem distúrbio externo.	77
Tabela 3 – Índices de desempenho dos controladores em voo sem aplicação de distúrbio externo, utilizando a técnica <i>DOBC</i> com o observador de distúrbio padrão (DO).	77
Tabela 4 – Índices de desempenho dos controladores em voo sem aplicação de distúrbio externo, utilizando a técnica <i>DOBC</i> com o Filtro de Kalman (FK).	78
Tabela 5 – Percentuais de melhoria com o uso da técnica <i>DOBC</i>	78
Tabela 6 – Índices de desempenho dos controladores em voo com distúrbio externo.	89
Tabela 7 – Índices de desempenho dos controladores em voo com distúrbio externo e utilizando a técnica <i>DOBC</i> com o observador de distúrbio padrão (OD).	89
Tabela 8 – Índices de desempenho dos controladores em voo com aplicação de distúrbio externo e utilizando a técnica <i>DOBC</i> , tendo o Filtro de Kalman (FK) como observador de distúrbio.	89
Tabela 9 – Percentuais de melhoria com o uso da técnica <i>DOBC</i> em voo com distúrbio externo.	89
Tabela 10 – Índices de desempenho dos controladores em voo considerando o efeito de não linearidade.	97
Tabela 11 – Índices de desempenho dos controladores em voo considerando o efeito de não linearidade e utilizando a técnica <i>DOBC</i> com o observador de distúrbio padrão.	97
Tabela 12 – Índices de desempenho dos controladores em voo considerando o efeito de não linearidade e utilizando a técnica <i>DOBC</i> tendo o Filtro de Kalman como observador de distúrbio.	97
Tabela 13 – Percentuais de melhoria com o uso da técnica <i>DOBC</i> em voo com efeito de não linearidade.	97

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

VANT	Veículo Aéreo Não Tripulado
<i>FL</i>	<i>Feedback Linearization</i>
LR	Linearização por Realimentação
RLQ-R	Regulador Linear Quadrático Robusto
LQR	Regulador Linear Quadrático
PID	Proporcional Integral e Derivativo
<i>IMU</i>	<i>Inertial Measurement Unit</i>
<i>ROS</i>	<i>Robot Operating System</i>
MMQ	Método dos Mínimos Quadrados
<i>DOBC</i>	<i>Disturbance Observer-Based Control</i>
<i>AADC</i>	<i>Active Antidisturbance Control</i>
FK	Filtro de Kalman
OD	Observador de Distúrbio Padrão

LISTA DE SÍMBOLOS

$\mathcal{L}_2$	É a norma-2 ou norma euclidiana $ \boldsymbol{x} _2 = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}$ para um vetor $\boldsymbol{x}$ de dimensão n
$\{\bullet\}$	Significa a transposta de uma matriz cuja é precedente em um produto de três termos, ou seja, $\boldsymbol{AB}\{\bullet\} \equiv \boldsymbol{ABA}^T$

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	27
2	MODELAGEM E IDENTIFICAÇÃO	31
2.1	Modelagem de um Quadricóptero	31
2.2	Modelo Para o Parrot [®] Bebop 2.0	32
2.3	Formulação do Espaço de Estado do Erro	36
2.4	Identificação do Sistema via Estimador de Mínimos Quadrados	37
2.4.1	Metodologia para Identificação do Modelo do Parrot [®] Bebop 2.0	38
3	CONTROLE BASEADO EM OBSERVAÇÃO DE DISTÚRBIO	41
3.1	Método Padrão	41
3.2	Projeto de um Compensador de Distúrbio	42
3.3	Observador de Distúrbio (OD)	43
3.4	O Filtro de Kalman (FK) como Observador de Distúrbio	44
3.5	Controle de Compensação Proposto	46
3.6	Regulador Linear Quadrático (recursivo) - RLQ	47
3.7	Regulador Linear Quadrático Robusto (RLQ-R)	49
3.8	Linearização por Realimentação (LR)	52
3.9	Controle PID Clássico	54
4	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	57
4.1	Ambiente Experimental	57
4.1.1	Fonte de Distúrbio de Vento	59
4.1.2	Sistema ROS - Bebop 2	60
4.2	Resultados de Identificação do Sistema	62
4.3	Trajetória de Referência	63
4.4	Parâmetros dos Controladores	64
4.4.1	Parâmetros do RLQ-R	64
4.4.2	Parâmetros do RLQ	65
4.4.3	Parâmetros do LR	66
4.4.4	Parâmetros do PID	66
4.4.5	Parâmetros dos Observadores de Distúrbio	67
4.5	Índices de Desempenho	68
4.6	Resultados Experimentais sem Distúrbio Externo	69
4.7	Experimentos com Distúrbio Externo	78
4.7.1	Controle sem utilização da técnica <i>DOBC</i>	78

4.7.2	Estimativas do Distúrbio	82
4.7.3	Resultados Experimentais utilizando o Controle Baseado em Observação de Distúrbio (<i>DOBC</i>)	83
4.8	Experimentos com Variações Paramétricas	89
5	CONCLUSÃO	99
	REFERÊNCIAS	101

1 INTRODUÇÃO

O estudo de técnicas de controle aplicadas aos VANTs (Veículos Aéreos Não Tripulados) tem crescido muito ao longo das últimas décadas, sendo que, atualmente diversas tecnologias e produtos resultantes destes trabalhos já encontram-se disponíveis no mercado. Dentre os diversos tipos de aeronaves existentes, destaca-se o quadricóptero, por ser um VANT com quatro asas rotativas que possui grande versatilidade, facilidade de se manter estável em voo pairado (*hovering*) e executar manobras em qualquer direção (MADANI; BENALLEGUE, 2007; HEHN; D'ANDREA, 2011; BONNA; CAMINO, 2015).

Diversas aplicações foram estudadas utilizando o quadricóptero para diferentes objetivos, desde aplicações militares, mapeamento aéreo e fotografia, até os serviços voltados à agricultura de precisão como em (HERWITZ et al., 2004). Muitos trabalhos realizam testes com quadricópteros em voos com ambiente confinado com auxílio de equipamentos de alta precisão em captura de movimento. Em (HABSI et al., 2015), foi proposto um controle de voo autônomo para um quadricóptero do tipo Parrot[®] AR.Drone utilizando o sistema de câmeras de captura de posição da Vicon[®] com o objetivo de realizar voos autônomos em um caminho predefinido utilizando sensores embarcados. Em (SANTANA et al., 2014), foi proposto um modelo simplificado específico em um projeto de controle de rastreamento de trajetória e posicionamento para o quadricóptero Parrot[®] AR.Drone, utilizando o Filtro de Kalman para estimação da posição com o auxílio da técnica de odometria, juntamente com a fusão de dados do sistema inercial e do sistema visual embarcado na aeronave. Há trabalhos que utilizam voos em formação com aeronaves do tipo quadricóptero, como em (MASHOOD et al., 2015) no qual foram realizados estudos de voo cooperativo em formação para rastreamento de trajetórias. Em (PARK et al., 2016) foi realizado um estudo de voos em formação para apresentações de *shows* aéreos. Outros trabalhos também exploram quadricópteros como ferramentas. Em (ALBERS et al., 2010) foi realizado o estudo de um quadricóptero semiautônomo sujeito a interações com o ambiente para aplicações em limpeza de janelas em edifícios. Também há estudos e aplicações de quadricópteros para carregamento de objetos, como em (PIZETTA; BRANDÃO; FILHO, 2016; SANZ, 2016), em que uma formação de aeronaves é utilizada para o carregamento de objetos lineares deformáveis, com cabos e cordas e em (LEE et al., 2015; PIZETTA; BRANDÃO; SARCINELLI-FILHO, 2015), no qual são realizados a modelagem e o controle para um quadricóptero que carrega uma carga genérica suspensa em forma de pêndulo.

Para que seja possível a utilização desse tipo de aeronave, de forma eficaz, nos casos de estudo citados e em aplicações comerciais diversas, principalmente quando se requer operações em ambiente externo, ou ao ar livre, é necessário que o sistema empregado

possua robustez frente a diversos distúrbios externos e internos ao sistema, como rajadas de vento e incertezas que possam surgir nos parâmetros da planta. Diversos estudos de técnicas de controle para atenuação de distúrbios externos e incertezas de parâmetros, para obtenção de robustez, foram e continuam sendo realizados. Em (LEÃO, 2013) foi feito um estudo comparativo de controladores robustos aplicados a um quadricóptero e um robô móvel para o rastreamento de trajetória, em que foram consideradas incertezas paramétricas. Em (MERHEB; NOURA; BATEMAN, 2017), foi desenvolvido um controle tolerante a falhas de emergência quando um quadricóptero sofre perda total de um dos rotores. O controlador proposto é baseado em alocação de esforços de controle, onde o atuador afetado pela falha é desconsiderado e os esforços são distribuídos sobre os atuadores restantes, tornando a aeronave em um tricóptero, porém com o compromisso de continuar a acompanhar uma trajetória predefinida. Em (SMEUR; CROON; CHU, 2017), foi proposto um controle em malha fechada de aeronaves de pequeno porte sujeitas a distúrbios de rajadas de vento. Neste estudo foi desenvolvido um controle de atitude baseado em dinâmica não linear incremental inversa. Em (YACEF et al., 2016) também foi realizado um estudo de atenuação de distúrbio de vento em um quadricóptero utilizando controle adaptativo.

Para o caso de atenuação de distúrbios externos visando a obtenção de robustez, além das técnicas existentes nos trabalhos já citados, existe a técnica chamada Controle Baseado em Observação de Distúrbio (*DOBC - Disturbance Observer-Based Control*) que é muito interessante nos casos em que há dificuldade de implantação de sensores ou completo desconhecimento do real distúrbio existente em uma planta, veja (LI et al., 2014). Sendo assim, utilizam-se os observadores de distúrbio que é uma classe de observadores desenvolvidos com a finalidade de estimar distúrbios externos em conjunto ou não com os estados em um processo (RADKE; GAO, 2006). A informação do distúrbio estimado é utilizada na formulação de um sinal de controle de compensação de malha direta, o qual tem o objetivo de atenuar o distúrbio real externo. Tal sinal é obtido através de uma lei de controle que, além da estimativa do distúrbio, utiliza o sinal de um controlador principal de malha fechada. Em (ABOUDONIA; EL-BADAWY; RASHAD, 2016), foi realizada uma abordagem de controle utilizando a técnica *DOBC* para um quadricóptero sujeito a falhas em atuadores e distúrbio de vento, assim como em (SMITH; LIU; CHEN, 2016; MARTÍNEZ-VÁSQUEZ et al., 2015). A principal contribuição, de acordo com os autores, foi prover uma abordagem para diferentes tipos de distúrbios (endógenos e exógenos) pelo acréscimo de um observador, o qual introduz robustez no controle.

Dentro deste contexto, este trabalho propõe um estudo de aplicação de controladores com a técnica de Controle Baseado em Observação de Distúrbio (*DOBC*) para o rastreamento de trajetória de um quadricóptero sujeito a distúrbios de vento e incertezas paramétricas. O modelo de aeronave em foco é o Parrot[®] Bebop 2.0. Será apresentada uma metodologia para identificar o modelo dinâmico simplificado da aeronave, o qual foi utilizado

para o projeto de três controladores, um controlador robusto do tipo Regulador Linear Quadrático (RLQ-R) para sistemas incertos em tempo discreto, um Regulador Linear Quadrático recursivo (LQR) em tempo discreto, um controle baseado em Linearização por Realimentação (LR ou *FL - Feedback Linearization*), também conhecido como Torque Calculado e um controlador PID clássico. Como parte da técnica *DOBC* foram utilizados dois observadores de distúrbio, sendo um observador de distúrbio padrão, tratado aqui como OD, e o Filtro de Kalman (FK) aplicado a um sistema em espaço de estados aumentado. Foram realizados experimentos em ambiente confinado com eventual aplicação de distúrbio real de vento e experimentos para análise de efeitos de não linearidade.

Por fim, serão apresentadas as propostas de continuidade deste trabalho, sendo estas, alternativas para a atenuação do distúrbio de vento, como a utilização de um filtro robusto como observador de distúrbio e a adaptação do controlador robusto (RLQ-R) para considerar distúrbios externos.

2 MODELAGEM E IDENTIFICAÇÃO

Neste capítulo serão apresentadas referências para a modelagem padrão de um quadricóptero genérico, para o completo entendimento deste tipo de aeronave, e um modelo matemático simplificado específico para o quadricóptero Parrot[®] Bebop 2.0. Os parâmetros do modelo simplificado foram identificados através do método dos mínimos quadrados. As figuras e tabelas apresentadas neste capítulo foram produzidas pelo autor.

2.1 Modelagem de um Quadricóptero

Um quadricóptero genérico de configuração de voo em “cruz”, como mostrado no diagrama de corpo livre da [Figura 1](#), possui vantagens sobre helicópteros convencionais, dado que dois motores rotacionam em sentido anti-horário e os outros dois motores em sentido horário, fazendo com que efeitos giroscópicos e torques aerodinâmicos se cancelem em voo pairado estável ([CASTILLO; LOZANO; DZUL, 2005](#)). Além disso, para a execução de manobras de rolagem e arfagem, não há necessidade de controle dos ângulos das pás dos rotores.

Figura 1: Diagrama de corpo livre para um quadricóptero genérico com configuração de voo em “cruz”.

De acordo com ([ABOUDONIA; EL-BADAWY; RASHAD, 2016](#); [MAHONY; KUMAR; CORKE, 2012](#)), um quadricóptero pode ser considerado um sistema subatuado com seis graus de liberdade e quatro entradas de controle. Os graus de liberdade podem ser os três ângulos de Euler (ϕ_b , θ_b , ψ_b) e os três eixos do referencial não inercial (x_b , y_b , z_b) com origem no centro de massa da aeronave. Partindo da configuração apresentada ([Figura 1](#)), a aeronave realiza movimentos verticais em z_b através do aumento (ou diminuição) simultâneo, de mesma intensidade, das velocidades dos quatro rotores. Isto resulta em um empuxo, também chamado de entrada coletiva, que é a soma das forças de empuxo dos quatro rotores. O movimento de arfagem (rotação em θ_b) é obtido pelo aumento ou diminuição

(em mesma intensidade) da velocidade do rotor traseiro e, simultaneamente, diminuição ou aumento da velocidade do rotor dianteiro. O movimento de rolagem (rotação em ϕ_b) é obtido da mesma forma com os rotores laterais e o movimento de guinada (rotação em ψ) é obtido aumentando ou diminuindo, simultaneamente, a velocidade de dois rotores que se encontram em posições opostas e mantendo o impulso total da aeronave com magnitude constante (LUUKKONEN, 2011).

Diferentes modelos para quadricópteros têm sido propostos na literatura. Em (LEÃO, 2013) é utilizando um modelo descrito por (CASTILLO; LOZANO; DZUL, 2005) para controle de atitude e rastreamento de trajetória, em que a aeronave é tratada como um corpo rígido e modelada com a utilização da formulação de Euler-Lagrange. Já em (MAHONY; KUMAR; CORKE, 2012), a modelagem é realizada utilizando a formulação Newton-Euler, assim como em (MADANI; BENALLEGUE, 2007), onde é proposto um modelo não linear levando em consideração momentos e forças aerodinâmicas.

2.2 Modelo Para o Parrot® Bebop 2.0

O VANT do tipo quadricóptero Parrot® Bebop 2.0, ilustrado na Figura 2, é um veículo aéreo autônomo desenvolvido e comercializado pela Parrot®. Foi projetado para ser controlado por *joystick* próprio, smartphones e tablets via protocolos específicos de comunicação Wi-Fi.

Figura 2: Representação dos sistemas de coordenadas global e local para o quadricóptero Parrot® Bebop 2.0 com configuração de voo em "x".

O Bebop 2.0 é equipado com dois sistemas. O primeiro, uma *IMU* (*Inertial Measurement Unit*) contendo: magnetômetro de 3 eixos, um giroscópio de 3 eixos, um acelerômetro de 3 eixos, um sensor de ultra som utilizado em voos acima de 8 metros de altitude e um sensor barométrico. O segundo, uma unidade de processamento de imagem que utiliza algoritmos de fluxo óptico para detecção de padrões de movimento. Esta unidade conta com dois sensores ópticos, um frontal e outro situado na parte inferior da aeronave, o qual é utilizado para reconhecer padrões de referência no solo com a finalidade

de obter estabilidade de atitude em voo pairado. As especificações técnicas desta aeronave estão listadas a seguir:

- Peso: 0,500 kg;
- Câmera de 14 mega-pixels com lente olho de peixe;
- Vídeo: 3 eixos full HD 1080p;
- Bateria Íon-lítio 2700 mAh que permite a autonomia de 25 min de voo;
- GPS integrado;
- Processador dual core com GPU quad-core;
- Memória flash de 8 GB;
- Conexão Wi-Fi 802.11 a/b/g/n/ac;
- *Network*: MIMO Dual band;
- Wi-Fi Aéreo: duas antenas 2.4 e 5 GHz de dipólo com alcance de 300 m;
- Velocidade horizontal máxima: 16 m/s;
- Velocidade vertical máxima: 6 m/s;
- Sensor de vídeo CMOS 14 Mpx;
- Óptica: Lente olho de peixe Sunny 180°, 1/2.3" de abertura;
- Estabilizador de vídeo: sistema digital de 3 eixos;
- Resolução de vídeo: 1920 x 1080p a 30 fps;
- Codificação de vídeo H264;
- Formato de imagem: JPEG, RAW, DNG;
- 4 motores sem escovas.

O sistema principal do quadricóptero é capaz de executar automaticamente os procedimentos de decolagem, aterrissagem e estabilização da atitude da aeronave, além de responder a comandos de movimento externos.

Um pacote *Robot Operating System (ROS)*, baseado no *Kit* de desenvolvimento de *software* da Parrot[®], foi desenvolvido no *Autonomy Lab* da Universidade Simon Fraser e disponibilizado em código aberto (*bebop_autonomy*) ([BEBOP_AUTONOMY, 2015](#)). Dentre outras funcionalidades, este pacote é responsável pela estimação de posição e

atitude, além do envio de comandos de entrada. Para mais informações sobre o sistema *ROS* veja (JOSEPH, 2015).

O Parrot[®] Bebop 2.0, através do driver *bebop_autonomy*, além de outras informações, fornece os seguintes dados de voo:

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} \dot{x}_b & \dot{y}_b & z & \phi & \theta & \psi \end{bmatrix},$$

em que ϕ , θ e ψ são os ângulos de orientação referentes ao sistema de coordenadas global, z a altitude em relação ao solo, $\dot{x}_b$ e $\dot{y}_b$ as velocidades lineares com relação ao sistema de coordenadas da aeronave, também chamado de sistema de coordenadas não inercial.

Como mencionado anteriormente, o Parrot[®] Bebop 2.0 pode ser operado via *joystick*, o qual envia comandos de movimento codificados sobre um protocolo específico através de sua rede *Wi-Fi*. Os sinais de comando são normalizados e podem ser representados pelo seguinte vetor de controle:

$$\boldsymbol{\nu}_{joystick} = \begin{bmatrix} \nu_\theta & \nu_\phi & \nu_z & \nu_\psi \end{bmatrix},$$

em que ν_θ , ν_ϕ , ν_z e $\nu_\psi \in [-1, +1]$, sendo que:

- ν_z representa o comando de velocidade linear na direção z em relação ao referencial global;
- ν_ψ representa o comando de velocidade angular que causa rotação em torno do eixo z ;
- ν_ϕ representa o comando de rotação limitada em torno do eixo x_b , causando movimento na direção y_b ;
- ν_θ representa o comando de rotação limitada em torno do eixo y_b , causando movimento na direção x_b .

Conforme abordado em (SANTANA et al., 2014), os comandos ν_ϕ e ν_θ representam, indiretamente, comandos de velocidade linear com relação aos eixos y_b e x_b , respectivamente. Desta forma, é possível tratar tais comandos como $\nu_{\dot{y}_b}$ e $\nu_{\dot{x}_b}$, que passam a representar, respectivamente, comandos de velocidade linear em y e x com relação ao sistema de coordenadas da aeronave. Assim, obtemos o seguinte vetor de controle:

$$\boldsymbol{\nu} = \begin{bmatrix} \nu_{\dot{x}_b} & \nu_{\dot{y}_b} & \nu_z & \nu_\psi \end{bmatrix}^T. \quad (2.1)$$

Em que $\nu_{\dot{x}_b}$, $\nu_{\dot{y}_b}$, ν_z e $\nu_\psi \in [-1, +1]$. Considera-se $\theta \approx 0$ e $\phi \approx 0$, desta forma $z_b \rightarrow z_g$ e $\psi_b \rightarrow \psi_g$ (para simplificação, $z_g \equiv z$ e $\psi_g \equiv \psi$). A partir destas considerações, é possível obter um modelo matemático simplificado que descreve o sistema dinâmico do

Parrot[®] Bebop 2.0, levando em conta apenas quatro variáveis de estado e quatro entradas de controle. Considere o diagrama de corpo representado na [Figura 2](#). De acordo com a abordagem considerada em ([SANTANA et al., 2014](#); [ENGEL](#); [STURM](#); [CREMERS, 2012](#)), para a aplicação do controle de rastreamento de trajetória de um quadricóptero Parrot[®] Ar.Drone que já possui estabilização de atitude, um modelo simplificado para um quadricóptero do tipo Parrot[®] Bebop 2.0 pode ser escrito da seguinte forma:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{M}\boldsymbol{\nu} - \mathbf{N}\dot{\mathbf{q}}_b, \quad (2.2)$$

sendo $\mathbf{q} = [x_g \ y_g \ z_g \ \psi_g]^T$, $\mathbf{q}_b = [x_b \ y_b \ z_b \ \psi_b]^T$, $\boldsymbol{\nu}$ definido pela [Equação 2.1](#),

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \gamma_1 \cos(\psi_b) & -\gamma_3 \sin(\psi_b) & 0 & 0 \\ \gamma_1 \sin(\psi_b) & \gamma_3 \cos(\psi_b) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_7 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} \gamma_2 \cos(\psi_b) & -\gamma_4 \sin(\psi_b) & 0 & 0 \\ \gamma_2 \sin(\psi_b) & \gamma_4 \cos(\psi_b) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_7 \end{bmatrix}.$$

Aqui, γ_1 a γ_8 são parâmetros a serem identificados. O vetor $\dot{\mathbf{q}}_b$ está relacionado ao referencial do corpo $\mathcal{O}_b$ fixo na aeronave. Sendo assim, podemos utilizar a matriz de transformação de coordenadas $\mathbf{R}_t$, que irá rotacionar os eixos x_b e y_b do modelo para o sistema de coordenadas do referencial inercial $\mathcal{O}_g$. Neste caso

$$\begin{bmatrix} x_g \\ y_g \\ z_g \\ \psi_g \end{bmatrix} = \mathbf{R}_t \times \begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \\ \psi_b \end{bmatrix},$$

em que (assumindo que os ângulos mostrado na [Figura 4.2](#) sejam $\phi_b \approx \phi_g = 0$ e $\theta_b \approx \theta_g = 0$)

$$\mathbf{R}_t = \begin{bmatrix} \cos \psi_b & \sin \psi_b & 0 & 0 \\ -\sin \psi_b & \cos \psi_b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Note que no caso de voo pairado estabilizado, é considerado que $z_b \rightarrow z_g$ e $\psi_b \rightarrow \psi_g$. Neste caso, apenas a transformação de coordenadas em x e y é necessária, visto que z_b se torna paralelo a z_g e $\psi_b \simeq \psi$. Desta forma, o modelo descrito pela [Equação 2.2](#) será

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{M}\boldsymbol{\nu} - \mathbf{N}\mathbf{R}_t^T \dot{\mathbf{q}}. \quad (2.3)$$

Caso sejam considerados distúrbios internos e externos, o modelo se tornará

$$\ddot{\mathbf{q}} = (\mathbf{M} + \delta\mathbf{M})\boldsymbol{\nu} - (\mathbf{N} + \delta\mathbf{N})\mathbf{R}_t^T \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}_d \mathbf{d}, \quad (2.4)$$

sendo $\delta\mathbf{M}$ e $\delta\mathbf{N}$ as incertezas paramétricas, $\mathbf{d}$ representa o vetor de distúrbios externos e $\mathbf{B}_d$ representa a matriz que mapeia tais distúrbios, a qual foi tratada neste trabalho como

$$\mathbf{B}_d = \begin{bmatrix} \frac{1}{m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_z} \end{bmatrix},$$

sendo m a massa da aeronave e I_z o momento de inércia com relação ao eixo z_b da aeronave.

Os parâmetros do modelo nominal descrito pela [Equação 2.3](#) podem ser definidos através de testes experimentais utilizando técnicas de identificação de sistemas, como será apresentado a seguir na [seção 2.4](#).

2.3 Formulação do Espaço de Estado do Erro

De acordo com a abordagem adotada em (LEÃO, 2013), $\ddot{\mathbf{q}}^d$ e $\dot{\mathbf{q}}^d$ são consideradas, respectivamente, como acelerações e velocidades de referência. Assim, podemos adicionar e subtrair ambos os termos $\ddot{\mathbf{q}}^d$ e $\mathbf{N}\mathbf{R}_t^T\dot{\mathbf{q}}^d$ em ambos os lados da [Equação 2.4](#) que descreve o modelo do quadricóptero aqui utilizado, desconsiderando as matrizes de incertezas paramétricas, obtendo

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{q}}^d + \mathbf{N}\mathbf{R}_t^T\dot{\mathbf{q}}^d + \ddot{\mathbf{q}} - \ddot{\mathbf{q}}^d - \mathbf{N}\mathbf{R}_t^T\dot{\mathbf{q}}^d &= \ddot{\mathbf{q}}^d + \mathbf{N}\mathbf{R}_t^T\dot{\mathbf{q}}^d + \\ &+ \mathbf{M}\boldsymbol{\nu} - \mathbf{N}\mathbf{R}_t^T\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}_d\mathbf{d} - \ddot{\mathbf{q}}^d - \mathbf{N}\mathbf{R}_t^T\dot{\mathbf{q}}^d. \end{aligned}$$

Definindo $\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{q} - \mathbf{q}^d$, $\dot{\tilde{\mathbf{q}}} = \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}^d$ e $\ddot{\tilde{\mathbf{q}}} = \ddot{\mathbf{q}} - \ddot{\mathbf{q}}^d$ como o erro de rastreamento da referência e suas derivadas, a equação anterior se torna

$$\ddot{\tilde{\mathbf{q}}} = -\mathbf{N}\mathbf{R}_t^T\dot{\tilde{\mathbf{q}}} + \mathbf{M}\boldsymbol{\nu} - \ddot{\mathbf{q}}^d - \mathbf{N}\mathbf{R}_t^T\dot{\mathbf{q}}^d + \mathbf{B}_d\mathbf{d} \quad (2.5)$$

e, se consideramos

$$\mathbf{u} = \mathbf{M}\boldsymbol{\nu} - \ddot{\mathbf{q}}^d - \mathbf{N}\mathbf{R}_t^T\dot{\mathbf{q}}^d \quad (2.6)$$

como uma entrada de controle virtual, podemos definir o vetor de controle $\boldsymbol{\nu}$ como

$$\boldsymbol{\nu} = \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{u} + \ddot{\mathbf{q}}^d + \mathbf{N}\mathbf{R}_t^T\dot{\mathbf{q}}^d). \quad (2.7)$$

De acordo com as considerações feitas até aqui, define-se um vetor de estado ($\tilde{\mathbf{x}}$) para representar o espaço de estado baseado no erro

$$\tilde{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \\ \tilde{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}^d \\ \mathbf{q} - \mathbf{q}^d \end{bmatrix}.$$

Assim, de acordo com a [Equação 2.5](#) e a entrada de controle virtual ([Equação 2.6](#)), a representação do sistema no espaço de estado do erro será

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} -\mathbf{N}\mathbf{R}_t^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{u} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_d \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{d}. \quad (2.8)$$

Desta forma, para o rastreamento de trajetória ou de uma referência, deve-se obter uma entrada de controle que minimize o vetor de estado $\tilde{\mathbf{x}}$. Este modelo é útil para o projeto de reguladores aplicados ao controle de rastreamento de trajetória ou quando a referência é não nula.

2.4 Identificação do Sistema via Estimador de Mínimos Quadrados

De acordo com (AGUIRRE, 2004), identificar parâmetros de um sistema dinâmico através do Método de Mínimos Quadrados (MMQ), é um dos procedimentos mais utilizados nas diversas áreas de ciência e tecnologia. Sua origem pode ser encontrada nos trabalhos de Gauss sobre estudos astronômicos. O método se baseia no seguinte sistema invariante no tempo:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\theta},$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 & \mathbf{x}_2 & \dots & \mathbf{x}_n \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix},$$

sendo $\boldsymbol{\theta}$ o vetor de parâmetros a ser identificado, $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ a matriz de regressores ou matriz da variável independente, na qual $\mathbf{x}_i$ é um vetor coluna de n linhas e $\mathbf{y}$ o vetor das variáveis dependentes. Supondo que é cometido um erro ϵ_i ao tentar explicar o valor observado y_i a partir do vetor de regressores $\mathbf{x}_i^T$ e de um vetor de parâmetros $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ conhecido, obtém-se:

$$y_i = \begin{bmatrix} x_{1i} & x_{2i} & \dots & x_{2n} \end{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\theta}} + \epsilon_i.$$

Sendo assim, para n aplicações ou processos, podemos obter um vetor de valores observados que podem ser considerados como sendo $\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\theta}}$, admitindo-se um vetor de erros ou vetor de resíduos $\boldsymbol{\epsilon}$, que podem ser assumidos como gaussianos. Então, tem-se

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{\epsilon}. \quad (2.9)$$

Com a finalidade de se obter um valor ótimo para o vetor de parâmetros, minimiza-se o somatório do quadrado dos erros

$$J_{MQ} = \sum_{i=1}^n \epsilon(i)^2 = \boldsymbol{\epsilon}^T \boldsymbol{\epsilon}. \quad (2.10)$$

Da Equação 2.9, podemos isolar o vetor de resíduos e substituir na equação Equação 2.10, resultando em:

$$\begin{aligned} J_{MQ} &= (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\theta}})^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\theta}}), \\ &= \mathbf{y}^T \mathbf{y} - \mathbf{y}^T \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\theta}} - \hat{\boldsymbol{\theta}}^T \mathbf{X}^T \mathbf{y} + \hat{\boldsymbol{\theta}}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\theta}}. \end{aligned}$$

Como o objetivo é minimizar esta expressão, também chamada de função de custo, deve-se resolver

$$\frac{\partial J_{MQ}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}} = 0.$$

Logo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{MQ}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}} &= -2\mathbf{X}^T \mathbf{y} + 2\mathbf{X}^T \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\theta}}, \\ &= 0. \end{aligned}$$

Isolando o vetor de parâmetros $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ na equação anterior, obtém-se:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}, \quad (2.11)$$

sendo $(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T$ a matriz pseudo inversa de $\mathbf{X}$. Por fim, para garantir que $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ seja um mínimo, devemos considerar a seguinte restrição:

$$\frac{\partial^2 J_{MQ}}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}^2} = 2\mathbf{X}^T \mathbf{X}.$$

Para todo caso, $2\mathbf{X}^T \mathbf{X}$ é positiva definida por construção (AGUIRRE, 2004).

2.4.1 Metodologia para Identificação do Modelo do Parrot[®] Bebop 2.0

Para fins de identificação do modelo descrito pela Equação 2.3 é possível reescrever a equação matricial do modelo da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \gamma_1 \cos \psi \nu_{\dot{x}_b} - \gamma_3 \sin \psi \nu_{\dot{y}_b} - [\gamma_2 \cos \psi \dot{x} - \gamma_4 \sin \psi \dot{y}], \\ \ddot{y} &= \gamma_1 \sin \psi \nu_{\dot{x}_b} + \gamma_3 \cos \psi \nu_{\dot{y}_b} - [\gamma_2 \sin \psi \dot{x} + \gamma_4 \cos \psi \dot{y}], \\ \ddot{z} &= \gamma_5 \nu_z - \gamma_6 \dot{z}, \\ \ddot{\psi} &= \gamma_7 \nu_{\dot{\psi}} - \gamma_8 \dot{\psi}. \end{aligned}$$

Para construir a matriz de regressão $\mathbf{X}$, podemos definir as seguintes variáveis:

$$\begin{array}{llll} \alpha_1 = \cos \psi \nu_{\dot{x}_b} & \beta_1 = \sin \psi \nu_{\dot{x}_b} & \theta_1 = \nu_z & \delta_1 = \nu_{\dot{\psi}} \\ \alpha_2 = -\cos \psi \dot{x}_b & \beta_2 = -\sin \psi \dot{x}_b & \theta_2 = -\dot{z} & \delta_2 = -\dot{\psi} \\ \alpha_3 = -\sin \psi \nu_{\dot{y}_b} & \beta_3 = \cos \psi \nu_{\dot{y}_b} & & \\ \alpha_4 = \sin \psi \dot{y}_b & \beta_4 = -\cos \psi \dot{y}_b & & \end{array}$$

Assim, podemos obter a seguinte equação para n valores observados:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \ddot{x}_i \\ \vdots \\ \ddot{x}_n \\ \ddot{y}_i \\ \vdots \\ \ddot{y}_n \\ \ddot{z}_i \\ \vdots \\ \ddot{z}_n \\ \ddot{\psi}_i \\ \vdots \\ \ddot{\psi}_n \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \alpha_{1i} & \alpha_{2i} & \alpha_{3i} & \alpha_{4i} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \alpha_{1n} & \alpha_{2n} & \alpha_{3n} & \alpha_{4n} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \beta_{1i} & \beta_{2i} & \beta_{3i} & \beta_{4i} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \beta_{1n} & \beta_{2n} & \beta_{3n} & \beta_{4n} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_{1i} & \theta_{2i} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_{1n} & \theta_{2n} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_{1i} & \delta_{2i} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_{1n} & \delta_{2n} \end{bmatrix}}_{\mathbf{X}} \times \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \\ \gamma_7 \\ \gamma_8 \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\gamma}'} + \underbrace{\begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \vdots \\ \epsilon_n \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\epsilon}}.$$

Logo, a partir da [Equação 2.11](#) para o estimador de mínimos quadrados, pode-se identificar o vetor de parâmetros do sistema:

$$\boldsymbol{\gamma} = \begin{bmatrix} \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 & \gamma_4 & \gamma_5 & \gamma_6 & \gamma_7 & \gamma_8 \end{bmatrix}^T,$$

o qual é parte de $\boldsymbol{\gamma}'$. Para isto, computa-se a seguinte equação:

$$\hat{\boldsymbol{\gamma}}' = \mathbf{X}^+ \mathbf{y},$$

na qual $\hat{\boldsymbol{\gamma}}'$ é o vetor de parâmetros ótimo e $\mathbf{X}^+$ é a notação para a pseudo-inversa da matriz $\mathbf{X}$.

Esta foi a metodologia para a identificação dos parâmetros do modelo simplificado para o Parrot[®] Bebop 2.0. No capítulo a seguir, serão apresentadas as estratégias de controle utilizadas.

3 CONTROLE BASEADO EM OBSERVAÇÃO DE DISTÚRBBIO

Neste capítulo, será apresentada a técnica de controle baseado em observação de distúrbio (*DOBC - Disturbance Observer-Based Control*), um exemplo da forma de se projetar um controle de compensação com base na estimativa e no controlador principal, bem como os observadores de distúrbio utilizados neste trabalho e um compensador de distúrbio proposto. Na sequência, serão apresentados os principais controladores utilizados, os quais são o RLQ - Regulador Linear Quadrático recursivo em tempo discreto, o RLQ-R - Regulador Linear Quadrático Robusto em tempo discreto, o controlador LR - Linearização por Realimentação e o controlador clássico PID. As figuras e tabelas apresentadas neste capítulo foram produzidas pelo autor.

3.1 Método Padrão

O controle baseado em observação de distúrbio (*DOBC*) tem recebido grande atenção nos campos de teoria e aplicações em engenharia. A exploração de técnicas para estimar distúrbios, comumente chamadas de *soft disturbance measurements*, é muito interessante em casos que requerem a rejeição ou atenuação de distúrbios. Esta técnica possui vantagens ao ser utilizada em projetos de controle frente a técnicas de atenuação de distúrbios através da medição direta destes utilizando sensores (*active antisturbance control - AADC*), devido ao aumento de custos e dificuldades instrumentais para medição em diversos processos industriais, nos quais muitos distúrbios não são mensuráveis (LI et al., 2014).

De acordo com (LI et al., 2014), o método consiste em um controlador composto de duas partes, o controle de realimentação principal e o controle direto (malha aberta) utilizado como compensador de distúrbio.

O controle principal é geralmente empregado através de técnicas convencionais baseadas na planta nominal, no qual os distúrbios (principalmente externos) e incertezas não são necessariamente considerados. Para que seja possível rejeitar a atuação do distúrbio na planta, um observador pode ser utilizado para sua estimativa e um compensador é projetado baseado na dinâmica do sistema. O método básico pode ser representado pela Figura 3.

Figura 3: Diagrama de blocos padrão do método *DOBC*. Em que $\mathbf{y}_{ref}$ é a referência, $\mathbf{y}$ é a saída, $\mathbf{x}$ é o vetor de estado, $\mathbf{d}$ é o distúrbio, $\hat{\mathbf{d}}$ é a estimativa do distúrbio, $\mathbf{u}$ é o sinal de controle do controlador, $\mathbf{u}_{ff}$ é o sinal de controle do compensador e $\mathbf{u}_{com}$ é o sinal de controle composto.

Adaptado de (LI et al., 2014).

3.2 Projeto de um Compensador de Distúrbio

Uma vez obtida a estimativa do sinal de distúrbio $\hat{\mathbf{d}}$ em uma planta, o compensador deve ser projetado de forma que o distúrbio seja atenuado por um sinal de controle de compensação adicionado ao sinal do controlador principal, como ilustrado na Figura 3. Tomando como exemplo o Regulador Linear Quadrático padrão em tempo contínuo, no qual se considera $\mathbf{y}_{ref} = 0$, com a lei de controle $\mathbf{u} = \mathbf{u}_{rlq}$ sendo

$$\mathbf{u}_{lqr} = -\mathbf{K}_{lqr}\mathbf{x},$$

em que $\mathbf{K}_{lqr}$ é o ganho ótimo e $\mathbf{x}$ é um vetor de estado genérico. De acordo com o método apresentado, deve-se obter o seguinte sinal de controle composto:

$$\mathbf{u}_{com} = \mathbf{u}_{lqr} + \mathbf{K}_{com}\hat{\mathbf{d}}, \quad (3.1)$$

em que $\mathbf{u}_{ff} = \mathbf{K}_{com}\hat{\mathbf{d}}$ e $\mathbf{K}_{com}$ é o ganho do compensador. Utilizando a lei de controle composta $\mathbf{u}_{com}$, juntamente com o sistema da Equação 3.3, obtém-se

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} - \mathbf{BK}_{lqr})\mathbf{x} + \mathbf{BK}_{com}\hat{\mathbf{d}} + \mathbf{B}_d\mathbf{d}$$

e, isolando o vetor de estado $\mathbf{x}$, obtém-se

$$\mathbf{x} = (\mathbf{A} - \mathbf{BK}_{lqr})^{-1} \dot{\mathbf{x}} - (\mathbf{A} - \mathbf{BK}_{lqr})^{-1} \mathbf{BK}_{com}\hat{\mathbf{d}} - (\mathbf{A} - \mathbf{BK}_{lqr})^{-1} \mathbf{B}_d\mathbf{d}.$$

Como $\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}$, temos que

$$\mathbf{y} = \mathbf{C} \left[(\mathbf{A} - \mathbf{BK}_{lqr})^{-1} \dot{\mathbf{x}} - (\mathbf{A} - \mathbf{BK}_{lqr})^{-1} \mathbf{BK}_{com} \hat{\mathbf{d}} - (\mathbf{A} - \mathbf{BK}_{lqr})^{-1} \mathbf{B}_d \mathbf{d} \right].$$

Portanto, considerando que o distúrbio estimado tenda a convergir ao valor real do distúrbio ($\hat{\mathbf{d}} \rightarrow \mathbf{d}$), o ganho do compensador deve ser projetado de forma que o distúrbio real seja eliminado na saída $\mathbf{y}$, assim

$$\mathbf{K}_{com} = - \left[\mathbf{C} (\mathbf{A} - \mathbf{BK}_{lqr})^{-1} \mathbf{B} \right]^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{A} - \mathbf{BK}_{lqr})^{-1} \mathbf{B}_d. \quad (3.2)$$

Perceba que para outros controladores, o ganho do compensador de distúrbio é obtido de forma análoga à aqui descrita, a partir da inserção da respectiva lei de controle na [Equação 3.1](#). Nas próximas seções, serão apresentados dois observadores de distúrbio distintos, os quais foram utilizados neste trabalho, para obter a estimativa $\hat{\mathbf{d}}$ utilizada no controle de compensação.

3.3 Observador de Distúrbio (OD)

A diferença de um observador de estado para um observador de distúrbios é que este, ao invés de estimar as variáveis de estado, são estimadas perturbações externas e discrepâncias no modelo. Observadores de distúrbios surgiram com o propósito de complementar soluções para problemas práticos de controle de plantas, contendo não linearidades e incertezas, e com o objetivo de remover efetivamente distúrbios externos ao incluir, apropriadamente, a estimava de distúrbio na lei de controle ([RADKE; GAO, 2006](#)).

Neste trabalho, utilizou-se uma estrutura básica de um observador de distúrbios para sistema lineares proposta em ([LI et al., 2014](#)) e representada aqui com a sigla OD. Esta estrutura de observador de distúrbio foi utilizada em diversos trabalhos como em ([SMITH; LIU; CHEN, 2016; YANG; CHEN; LI, 2010](#)) e, com algumas variações para sistemas com atraso, discretos e não lineares, em ([WEI; ZHANG; GUO, 2009; CHEN; CHEN, 2010; YANG; CHEN; LI, 2011](#)). Considere a seguinte representação em espaço de estado de um sistema linear genérico em tempo contínuo:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{B}_d\mathbf{d}, \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}. \end{cases} \quad (3.3)$$

Para este caso, o sistema do observador de distúrbio é representado por:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}} = -\mathbf{LB}_d(\mathbf{z} + \mathbf{L}\mathbf{x}) - \mathbf{L}(\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}), \\ \hat{\mathbf{d}} = \mathbf{z} + \mathbf{L}\mathbf{x}, \end{cases} \quad (3.4)$$

em que $\hat{\mathbf{d}}$ é a estimativa do distúrbio, $\mathbf{z}$ é um vetor auxiliar interno e $\mathbf{L}$ é a matriz de ganho do observador, sendo utilizada como parâmetro de projeto. O erro de estimativa é definido como

$$\hat{\mathbf{e}}_d = \hat{\mathbf{d}} - \mathbf{d}.$$

Sendo assim, a partir da [Equação 3.3](#) e da [Equação 3.4](#), a derivada do erro de estimativa será

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\mathbf{e}}}_d &= \dot{\hat{\mathbf{d}}} - \dot{\mathbf{d}}, \\ &= \dot{\mathbf{z}} + \mathbf{L}\dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{d}}, \\ &= -\mathbf{L}\mathbf{B}_d\hat{\mathbf{d}} - \mathbf{L}(\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}) + \mathbf{L}(\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{B}_d\mathbf{d}) - \dot{\mathbf{d}}, \\ &= -\mathbf{L}\mathbf{B}_d(\hat{\mathbf{d}} - \mathbf{d}) - \dot{\mathbf{d}}, \\ &= -\mathbf{L}\mathbf{B}_d\hat{\mathbf{e}}_d - \dot{\mathbf{d}}.\end{aligned}$$

Logo, pode-se afirmar que a dinâmica do erro de estimativa $\hat{\mathbf{e}}_d$ é estável se o termo $-\mathbf{L}\mathbf{B}_d$ é uma matriz *Hurwitz*, ou seja, se possui os seus autovalores no semiplano complexo esquerdo. Assim, projeta-se a matriz $\mathbf{L}$ de forma a garantir esta condição. Neste sentido, partindo do modelo apresentado na [Equação 2.3](#), considerando o distúrbio na [Equação 2.4](#) para o quadricóptero utilizado neste trabalho, pode-se entender que $\mathbf{x} \rightarrow \dot{\mathbf{q}}$, $\mathbf{u} \rightarrow \boldsymbol{\nu}$ e que as matrizes $\mathbf{A} \rightarrow -\mathbf{N}\mathbf{R}_t^T$ e $\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{M}$. Já para o modelo do espaço de estado do erro ([seção 2.3](#)), temos que o sistema apresentado na [Equação 3.3](#) passa a ser a [Equação 2.8](#).

Mais detalhes e complementações deste tipo de observador podem ser encontrados em ([CHEN et al., 2000](#)). Na seção seguinte, será apresentada uma forma de utilizar o Filtro de Kalman para estimar distúrbios em conjunto com o vetor de estado a partir de um sistema aumentado de tempo discreto.

3.4 O Filtro de Kalman (FK) como Observador de Distúrbio

O Filtro de Kalman (FK) ([KALMAN, 1960](#)), dado pelo Algoritmo 1, foi um dos primeiros estimadores de estado a incluir informações dos ruídos de processo e medida de uma planta nominal e prover soluções ótimas ([RADKE; GAO, 2006](#)).

Algoritmo 1 Filtro de Kalman.

Dado o espaço de estado genérico:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{i+1} &= \mathbf{F}_i \mathbf{x}_i + \mathbf{G}_i \mathbf{u}_i + \mathbf{w}_i, \\ \mathbf{z}_i &= \mathbf{H}_i \mathbf{x}_i + \mathbf{v}_i,\end{aligned}$$

em que $\mathbf{w}$ é o ruído de processo, considerado ruído branco gaussiano de média zero, N_p e covariância $\mathbf{Q}_i : \mathbf{w}_i \sim (0, \mathbf{Q}_i)$, assim como $\mathbf{v}$ que é o ruído de medida com covariância $\mathbf{R}_i : \mathbf{v}_i \sim (0, \mathbf{R}_i)$. E, com as matrizes conhecidas $\mathbf{F}_i$, $\mathbf{G}_i$, $\mathbf{H}_i$, $\mathbf{R}_i$, $\mathbf{Q}_i$, $\mathbf{P}_{0|0}$ e $\hat{\mathbf{x}}_{0|0}$, realizar:

// Predição:

- 1: Predição do Estado: $\hat{\mathbf{x}}_{i|i-1} = \mathbf{F}_i \hat{\mathbf{x}}_{i-1|i-1} + \mathbf{G}_i \mathbf{u}_i$.
- 2: Predição da Covariância do Erro: $\mathbf{P}_{i|i-1} = \mathbf{F}_i \mathbf{P}_{i-1|i-1} \mathbf{F}_i^T + \mathbf{Q}_i$.

// Correção:

- 1: Erro Residual de Medida: $\tilde{\mathbf{y}}_i = \mathbf{z}_i - \mathbf{H}_i \hat{\mathbf{x}}_{i|i-1}$.
- 2: Covariância Residual: $\mathbf{S}_i = \mathbf{R}_i + \mathbf{H}_i \mathbf{P}_{i|i-1} \mathbf{H}_i^T$.
- 3: Ganho de Kalman Ótimo: $\mathbf{K}_i = \mathbf{P}_{i|i-1} \mathbf{H}_i^T \mathbf{S}_i^{-1}$.
- 4: Atualização da Estimativa do Estado: $\hat{\mathbf{x}}_{i|i} = \hat{\mathbf{x}}_{i|i-1} + \mathbf{K}_i \tilde{\mathbf{y}}_i$.
- 5: Atualização da Covariância do Erro de Medida:

$$\mathbf{P}_{i|i} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_i \mathbf{H}_i) \mathbf{P}_{i|i-1} (\mathbf{I} - \mathbf{K}_i \mathbf{H}_i)^T + \mathbf{K}_i \mathbf{R}_i \mathbf{K}_i^T.$$

- 6: Atualização do Erro de Medida: $\tilde{\mathbf{y}}_{i|i} = \mathbf{z}_i - \mathbf{H}_i \hat{\mathbf{x}}_{i|i}$.
-

Como mostrado em (KIM; PARK, 2017; CHEN; MERCORELLI; LIU, 2005; RIGATOS; SIANO; PESSOLANO, 2012; NAGATSU; KATSURA, 2016; TATJEWSKI, 2014; AGARWAL; PARTHASARATHY, 2016), o Filtro de Kalman pode ser utilizado para estimar distúrbios externos em sistemas. Na maioria dos casos modela-se o distúrbio $\mathbf{d}$, de forma que

$$\ddot{\mathbf{d}} \approx 0.$$

Considerando

$$\mathbf{d}_a \equiv \mathbf{d}, \quad \mathbf{d}_b = \dot{\mathbf{d}}_a, \quad e \quad \dot{\mathbf{d}}_b = 0,$$

e, utilizando o método de Euler para um sistema discreto, obtém-se

$$\mathbf{d}_{a,i+1} = \mathbf{d}_{a,i} + T \mathbf{d}_{b,i+1} + \omega_{a,i},$$

$$\mathbf{d}_{b,i+1} = \mathbf{d}_{b,i} + \omega_{b,i},$$

sendo T o tempo de amostragem, $\omega_{a,i}$ e $\omega_{b,i}$ ruídos brancos. Perceba que é possível assumir qualquer ordem para a taxa de variação do distúrbio considerada nula, ou seja $\mathbf{d}^n \approx 0$ em que n é a ordem escolhida para a derivada. Sendo assim, para o caso apresentado, modifica-se o modelo discreto utilizado em espaço de estado de forma que o distúrbio seja adicionado ao vetor de estado, sendo este um vetor de estado aumentado ou estendido,

representado aqui nesta seção como $\mathbf{x}$. Considere:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{i+1} \\ \mathbf{d}_{a_{i+1}} \\ \mathbf{d}_{b_{i+1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_i & \Xi_i & 0 \\ 0 & I & TI \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_i \\ \mathbf{d}_{a_i} \\ \mathbf{d}_{b_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{u}_i + \mathbf{w}_i,$$

em que $\mathbf{w}$ é o vetor de ruído de processo, Φ , Γ e Ξ são a matriz de estado, a matriz de entrada e a matriz de modelagem do distúrbio, respectivamente. Desta forma, considerando

$$\mathbf{x}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_i \\ \mathbf{d}_{a_i} \\ \mathbf{d}_{b_i} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_i = \begin{bmatrix} \Phi_i & \Xi_i & 0 \\ 0 & I & TI \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \quad e \quad \mathbf{G}_i = \begin{bmatrix} \Gamma_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

configura-se o sistema:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{F}_i \mathbf{x}_i + \mathbf{G}_i \mathbf{u}_i + \mathbf{w}_i \\ \mathbf{z} = \mathbf{H} \mathbf{x}_i + \mathbf{v}_i. \end{cases}$$

Em que, considerando os vetores que compõem o estado aumentado $\mathbf{x}$ com dimensões n ($\mathbf{x}_n$, $\mathbf{d}_{a_n}$ e $\mathbf{d}_{b_n}$) e que não há informações de medida dos distúrbios, a matriz de observação será

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} \end{bmatrix}.$$

Logo, é possível aplicar o Filtro de Kalman em sua forma padrão, para estimar o vetor de estado aumentado, $\hat{\mathbf{x}}$, obtendo tanto a forma filtrada do estado original $\hat{\mathbf{x}}$ quanto a estimativa do distúrbio em uma planta ($\hat{\mathbf{d}}_a \equiv \hat{\mathbf{d}}$). Neste sentido, partindo do modelo apresentado na [Equação 2.3](#), considerando o distúrbio em [Equação 2.4](#) para o quadricóptero utilizado neste trabalho, pode-se entender que $\mathbf{x} \rightarrow \dot{\mathbf{q}}$, $\mathbf{u} \rightarrow \boldsymbol{\nu}$ e que $\Phi \rightarrow -\mathbf{N}\mathbf{R}_t^T$, $\Xi \rightarrow \mathbf{B}_d$ e $\Gamma \rightarrow \mathbf{M}$ em suas formas discretas.

3.5 Controle de Compensação Proposto

No decorrer deste trabalho, notou-se que o sistema experimental, além de incertezas de modelagem, sofria influência de atrasos no envio e execução dos comandos de controle devido às conexões sem fio e atrasos de processamento. Este atraso não foi considerado na modelagem da planta. Sendo assim, ao utilizar os observadores de distúrbio na composição do sinal de controle (utilizando a técnica *DOBC*), as estimativas eram afetadas pelos atrasos, acarretando em baixo desempenho e instabilidade no rastreamento de trajetória quando se utilizava o compensador na forma em que foi apresentado ([seção 3.2](#)).

Como alternativa, reprojeteu-se o compensador para o sinal obtido com o estimador de distúrbio ($\mathbf{K}_{com}\hat{\mathbf{d}}$). Neste caso, diminuiu-se o ganho proporcional de compensação, $\mathbf{K}_{com}$, como o deduzido na [Equação 3.2](#), e utilizou-se a derivada calculada da estimativa do distúrbio com o intuito de antecipar a atuação do compensador, obtendo-se:

$$\mathbf{u}_{ff} = \alpha \mathbf{K}_{com} \hat{\mathbf{d}} + \beta \dot{\hat{\mathbf{d}}}. \quad (3.5)$$

sendo $|\alpha| < 1$ e β , ganhos tratados como parâmetros de projeto. Logo, a lei de controle na [Equação 3.1](#) se torna-se

$$\mathbf{u}_{com} = \mathbf{u} + \mathbf{u}_{ff}.$$

Observe a [Figura 4](#).

Figura 4: Diagrama de blocos do método *DOBC* com a alteração proposta. Em que $\mathbf{y}_{ref}$ é a referência, $\mathbf{y}$ é a saída, $\mathbf{x}$ é o vetor de estado, $\mathbf{d}$ é o distúrbio, $\hat{\mathbf{d}}$ é a estimativa do distúrbio, $\mathbf{u}$ é o sinal de controle do controlador, $\mathbf{u}_{ff}$ é o sinal de controle do compensador e $\mathbf{u}_{com}$ é o sinal de controle composto.

Adaptado de ([LI et al., 2014](#)).

3.6 Regulador Linear Quadrático (recursivo) - RLQ

Na teoria de controle ótimo, o Regulador Linear Quadrático (LQR) padrão é caracterizado por regular um sistema a partir de uma função de custo que considera as variáveis de estado e as entradas de controle que deverão ser implementadas, procurando minimizar ambas. Dado um sistema

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{F}_i \mathbf{x}_i + \mathbf{G}_i \mathbf{u}_i; \quad i = 0, \dots, N, \quad (3.6)$$

com um dado estado inicial não nulo $\mathbf{x}_0$, o objetivo é encontrar um sinal de controle u_i que leva o vetor de estado para zero ($\mathbf{x} = 0$) de maneira ótima ([SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2007](#)). Desta forma, procura-se resolver o seguinte problema de otimização:

$$\mathcal{J} = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{\infty} [\mathbf{x}_i^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_i + \mathbf{u}_i^T \mathbf{R} \mathbf{u}_i]$$

em que $\mathbf{Q}$ e $\mathbf{R}$ são matrizes de penalidade simétricas positivas definidas, tomadas como parâmetros de projeto. Sendo assim, a lei de controle ótima para qualquer estado inicial é

$$\mathbf{u}_i^* = -\mathbf{K}\mathbf{x}_i \quad (3.7)$$

na qual

$$\mathbf{K} = (\mathbf{R} + \mathbf{B}^T \mathbf{S} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{S} \mathbf{A}$$

e $\mathbf{S} = \mathbf{S}^T \geq 0$ é uma solução positiva definida da equação algébrica de Riccati (FRANKLIN; POWELL; WORKMAN, 1998):

$$\mathbf{A}^T \mathbf{S} \mathbf{A} - \mathbf{A}^T \mathbf{S} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{S} \mathbf{A} + \mathbf{Q} - \mathbf{S} = 0.$$

Neste tipo de regulador, o ganho $\mathbf{K}$ é fixo, pois admite-se que a modelagem do sistema é precisa e a parâmetros variantes.

Já em (CERRI, 2009) é apresentado um regulador linear quadrático recursivo para sistemas de tempo discreto partindo do princípio da otimalidade de Bellman e com o auxílio da programação dinâmica. Neste caso, considere novamente o sistema descrito na Equação 3.6, considerando a existência de parâmetros variáveis e conhecidos, e a nova função de custo:

$$\mathcal{J} = \mathbf{x}_{N+1}^T \mathbf{P}_{N+1} \mathbf{x}_{N+1} + \sum_{j=0}^N \mathcal{L}_j(\mathbf{x}_j, \mathbf{u}_j),$$

na qual

$$\mathcal{L}_j(\mathbf{x}_j, \mathbf{u}_j) = \mathbf{x}_j^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_j + \mathbf{u}_j^T \mathbf{R} \mathbf{u}_j; \quad j = 0, \dots, N.$$

Sendo as matrizes de ponderação definidas positivas ($\mathbf{P}_{N+1}$, $\mathbf{Q}_j$, $\mathbf{R}_j$) e conhecidas. Para a obtenção do regulador recursivo é utilizado o seguinte problema de minimização:

$$\min_{\mathbf{x}_{i+1}, \mathbf{u}_i} \{\mathcal{J}\}.$$

$$s.a \quad \mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{F}_i \mathbf{x}_i + \mathbf{G}_i \mathbf{u}_i, \quad i = 0, \dots, N$$

que, de forma equivalente, pode ser representado por um problema de minimização irrestrita do funcional quadrático

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_i(\mathbf{x}_{i+1}, \mathbf{u}_i) &= \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{i+1} \\ \mathbf{u}_i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{i+1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{i+1} \\ \mathbf{u}_i \end{bmatrix} + \\ &+ \left(\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & -\mathbf{G}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{i+1} \\ \mathbf{u}_i \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\mathbf{I} \\ \mathbf{F}_i \end{bmatrix} \mathbf{x}_i \right)^T \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_i & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mu \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bullet \\ \bullet \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

com relação às variáveis $\mathbf{x}_{i+1}$ e $\mathbf{u}_i$ para cada valor fixado do parâmetro de penalidade μ , em que a solução ótima, de acordo com o desenvolvimento apresentado em (CERRI, 2009), é obtida quando $\mu \rightarrow +\infty$. Pode ser observado, que o problema de minimização deste caso

não é apenas em função do sinal de controle $\mathbf{u}_i$, mas também do vetor de estado posterior $\mathbf{x}_{i+1}$. A solução ótima deste problema para cada iteração i é dado por

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{i+1}^* \\ \mathbf{u}_i^* \\ \tilde{J}_i(\mathbf{x}_{i+1}^*, \mathbf{u}_i^*) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{x}_i^{*T} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{L}_i \\ \mathbf{K}_i \\ \mathbf{P}_i \end{bmatrix} \mathbf{x}_i^*, \quad (3.8)$$

em que

$$\begin{bmatrix} \mathbf{L}_i \\ \mathbf{K}_i \\ \mathbf{P}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{F}_i \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}^T \times \mathcal{N} \times \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ -\mathbf{I} \\ \mathbf{F}_i \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix},$$

e

$$\mathcal{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{i+1}^{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_i^{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Q}_i^{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & -\mathbf{G}_i \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & -\mathbf{G}_i^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}^{-1}.$$

Os detalhes da dedução e solução deste problema encontram-se em (CERRI, 2009). Este controlador foi aplicado no modelo em espaço de estado do erro em tempo discreto que pode ser obtido a partir da Equação 2.8 discretizada. Desta forma, ao minimizar o erro calculado pela diferença entre a posição e atitude de referência e a posição e atitude em que a aeronave se encontra é possível realizar o controle de rastreamento de trajetória (posição e orientação). Na próxima seção, será apresentado um regulador linear quadrático robusto, bem como o diagrama de blocos na Figura 5 que explica a forma como os reguladores foram aplicados.

3.7 Regulador Linear Quadrático Robusto (RLQ-R)

Nos moldes do RLQ apresentado anteriormente, em (TERRA; CERRI; ISHIHARA, 2014) foi apresentado um regulador linear quadrático robusto para sistemas lineares variantes no tempo sujeito a incertezas paramétricas. Tal regulador é baseado em parâmetros de penalidade e mínimos quadrados regularizados robustos, provendo um algoritmo que independe de parâmetros de ajuste em aplicações *online*.

Considere o seguinte sistema linear de tempo discreto sujeito a incertezas paramétricas

$$\mathbf{x}_{i+1} = (\mathbf{F}_i + \delta \mathbf{F}_i) \mathbf{x}_i + (\mathbf{G}_i + \delta \mathbf{G}_i) \mathbf{u}_i, \quad i = 0, \dots, N, \quad (3.9)$$

no qual $\mathbf{F}_i \in R^{n \times n}$ e $\mathbf{G}_i \in R^{n \times m}$ são as matrizes de parâmetros nominais do sistema, $\mathbf{x}_i \in R^n$ é o vetor de estado, $\mathbf{u}_i \in R^m$ é a entrada de controle do sistema e N é o número inteiro que define a quantidade iterações. Devemos considerar que o estado inicial $\mathbf{x}_0$ é conhecido e que as matrizes de incertezas $\delta\mathbf{F}_i \in R^{n \times n}$ e $\delta\mathbf{G}_i \in R^{n \times m}$ são modeladas como

$$\begin{bmatrix} \delta\mathbf{F}_i & \delta\mathbf{G}_i \end{bmatrix} = \mathbf{H}_i \Delta_i \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{F_i} & \mathbf{E}_{G_i} \end{bmatrix}; \quad i = 0, \dots, N, \quad (3.10)$$

sendo $\mathbf{H}_i \in R^{n \times p}$, $\mathbf{E}_{F_i} \in R^{l \times n}$, $\mathbf{E}_{G_i} \in R^{l \times m}$ são matrizes conhecidas, que podem ser tratadas como parâmetros de projeto, e $\Delta_i \in R^{p \times l}$ é uma matriz de contração (i.e., $\|\Delta_i\| \leq 1$). A matriz $\mathbf{H}_i$ deverá ser não-nula para todo i .

Tabela 1: Regulador Linear Quadrático Robusto

<p>Modelo Com Incertezas: Considere (Equação 3.9), (Equação 3.10), e (Equação 3.11) com $\mathbf{F}_i$, $\mathbf{G}_i$, $\mathbf{E}_{F_i}$, $\mathbf{E}_{G_i}$, $\mathbf{Q}_i \succ 0$ e $\mathbf{R}_i \succ 0$ conhecidos para todo i.</p> <p>Condições Iniciais: Inicie $\mathbf{x}_0$ e $\mathbf{P}_{N+1} \succ 0$.</p> <p>Passo 1: (Do fim para o início) Compute a Equação 3.13 para todo $i = N, \dots, 0$.</p> <p>Passo 2: (Do início para o fim) Compute a Equação 3.14 para cada $i = 0, \dots, N$: com o custo total dado por $J_r^* = \mathbf{x}_0^T \mathbf{P}_0 \mathbf{x}_0$.</p>

De acordo com (TERRA; CERRI; ISHIHARA, 2014), para obter o RLQ-R o seguinte problema de otimização deve ser solucionado:

$$\min_{\mathbf{x}_{i+1}, \mathbf{u}_i} \max_{\delta\mathbf{F}_i, \delta\mathbf{G}_i} \{ \tilde{J}_i^\mu(\mathbf{x}_{i+1}, \mathbf{u}_i, \delta\mathbf{F}_i, \delta\mathbf{G}_i) \},$$

no qual $\tilde{J}_i^\mu$ é a função de custo quadrático regularizado, também conhecida como índice de desempenho e definida pela Equação 3.11.

$$\begin{aligned} \tilde{J}_i^\mu(\mathbf{x}_{i+1}, \mathbf{u}_i, \delta\mathbf{F}_i, \delta\mathbf{G}_i) = & \\ = & \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{i+1} \\ \mathbf{u}_i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{i+1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{i+1} \\ \mathbf{u}_i \end{bmatrix} + \left\{ \left(\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & -\mathbf{G}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\delta\mathbf{G}_i \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{i+1} \\ \mathbf{u}_i \end{bmatrix} + \right. \\ & \left. - \left(\begin{bmatrix} -\mathbf{I} \\ \mathbf{F}_i \end{bmatrix} \mathbf{x}_i + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \delta\mathbf{F}_i \end{bmatrix} \mathbf{x}_i \right) \right\}^T \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_i & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mu\mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3.11)$$

sendo $\mathbf{P}_{i+1} \succ 0$, $\mathbf{Q}_i \succ 0$ and $\mathbf{R}_i \succ 0$ matrizes de pesos e $\mu > 0$ um parâmetro de penalidade responsável por garantir que a igualdade na Equação 3.9 se mantenha.

De acordo com (TERRA; CERRI; ISHIHARA, 2014), para cada parâmetro de penalidade $\mu > 0$, o RLQ-R é baseado na solução $(\mathbf{x}_{i+1}^*(\mu), \mathbf{u}_i^*(\mu))$ do problema de otimização *min-max*, no qual se pretende obter a menor magnitude do estado e a menor magnitude de ação de controle para os piores casos de incertezas paramétricas. A solução

ótima é dada pela [Equação 3.12](#) e pela [Equação 3.13](#). Além disso, quando o parâmetro de penalidade tende ao infinito, o regulador robusto é obtido. Deve-se notar que o algoritmo recursivo depende apenas dos parâmetros de penalidade e das matrizes de parâmetros, os quais devem ser definidos pelo projetista. Para mais detalhes, veja ([TERRA; CERRI; ISHIHARA, 2014](#)).

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{i+1}^*(\mu) \\ \mathbf{u}_i^*(\mu) \\ \tilde{J}_i^\mu(\mathbf{x}_{i+1}^*(\mu), \mathbf{u}_i^*(\mu)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{x}_i^*(\mu)^T \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{i,\mu} \\ \mathbf{K}_{i,\mu} \\ \mathbf{P}_{i,\mu} \end{bmatrix} \times \mathbf{x}_i^*(\mu), \quad (3.12)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{L}_{i,\mu} \\ \mathbf{K}_{i,\mu} \\ \mathbf{P}_{i,\mu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathcal{F}_i \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}^T \mathcal{M} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ -\mathbf{I} \\ \mathcal{F}_i \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (3.13)$$

na qual

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{i+1}^{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_i^{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Q}_i^{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Sigma_i(\mu, \lambda_i) & \mathcal{I} & -\mathcal{G}_i \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathcal{I}^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & -\mathcal{G}_i^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}^{-1}$$

e

$$\Sigma_i(\mu, \lambda_i) = \begin{bmatrix} \mu^{-1}\mathbf{I} - \hat{\lambda}_i^{-1}\mathbf{H}_i\mathbf{H}_i^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \hat{\lambda}_i^{-1}\mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad \mathcal{I} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{G}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_i \\ \mathbf{E}_{G_i} \end{bmatrix}, \quad \mathcal{F}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_i \\ \mathbf{E}_{F_i} \end{bmatrix},$$

e $\lambda_i > \|\mu\mathbf{H}_i^T\mathbf{H}_i\|$ de acordo com ([SAYED; NASCIMENTO, 1999](#)). Desta forma, obtém-se o vetor de estado e a lei de controle ótima robusta:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{i+1}^* \\ \mathbf{u}_i^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{i,\mu} \\ \mathbf{K}_{i,\mu} \end{bmatrix} \mathbf{x}_i^*. \quad (3.14)$$

A matriz de ganhos $\mathbf{K}_i$ é variante no tempo devido a $\mathbf{P}_{i+1}$. O algoritmo deste regulador pode ser visto na [Tabela 1](#).

Este controlador foi aplicado no modelo em espaço de estado do erro discreto que pode ser obtido a partir da [Equação 2.8](#) discretizada, com as matrizes de modelagem de incertezas paramétricas sendo consideradas parâmetros de projeto.

O diagrama de blocos da [Figura 5](#) explica a utilização dos reguladores neste trabalho, juntamente com a utilização da estimativa do distúrbio e compensação. Em tal representação, $\mathbf{q}$ representa o vetor das variáveis controladas, $\mathbf{q}^d$ representa a referência, $\mathbf{u}_{regulador}$ representa a lei de controle do controlador principal (RLQ ou RLQ-R), baseado no modelo de espaço de estado do erro, $\mathbf{u}_{ff}$ é o sinal de controle do compensador de distúrbio e $\mathbf{u}_{com}$ é o sinal de controle composto. O sinal de controle $\mathbf{v}$ é o sinal real de comando, pré-saturação, enviado para a aeronave. Perceba que a não utilização da técnica *DOBC* implica na inexistência de $\hat{\mathbf{d}}$ e, conseqüentemente, $\mathbf{v}_{ff} = 0$.

Figura 5: Diagrama de blocos para os reguladores LQR e RLQ-R. As entradas destacadas com a linha “- -” no observador de distúrbio representam as informações de entrada quando se utiliza o Filtro de Kalman (FK). As entradas destacadas com a linha “· · ·” representam as informações de entrada quando se utiliza o observador padrão (OD).

3.8 Linearização por Realimentação (LR)

A técnica de controle chamada de linearização por realimentação, também conhecida como torque computado será citada neste trabalho como controlador LR. Trata-se de uma abordagem para projetos de controle de sistemas não lineares, na qual, algebricamente transforma um sistema dinâmico não linear em um sistema linear ou parcialmente linear. Assim é possível aplicar técnicas de controle linear ([SLOTINE; LI et al., 1991](#)). É muito

utilizada para problemas de controle de helicópteros autônomos (BERGERMAN et al., 2007; SANTANA et al., 2014), aeronaves de alto desempenho e robôs industriais. Esta técnica difere da linearização convencional pelo fato de proporcionar uma transformação exata através de uma realimentação e não por aproximações lineares da dinâmica de um sistema. Pode ser aplicada à classe de problemas não lineares do tipo forma canônica controlável (SLOTINE; LI et al., 1991). Considere o seguinte sistema não linear

$$\dot{x}^n = f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})u$$

no qual x é uma saída escalar desejada, n indica a ordem da derivada, u é uma entrada escalar, $\mathbf{x} = [x \ \dot{x} \ \dots \ x^{n-1}]^T$ é o vetor de estado e $f(\mathbf{x})$ e $g(\mathbf{x})$ são as funções não lineares dependentes do vetor de estado. Na representação em espaço de estado, tem-se

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \dots \\ x_n \\ f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})u \end{bmatrix}.$$

De acordo com (SLOTINE; LI et al., 1991), pode-se definir a entrada de controle escalar como

$$u = \frac{1}{b(\mathbf{x})} (\beta - f(\mathbf{x}))$$

na qual $\beta = x^{(n)}$ é a nova lei de controle que cancela as não linearidades do sistema. Neste caso, em que se pretende realizar o rastreamento de trajetória, define-se

$$\beta = x_d^{(n)} - k_0 \tilde{x} - k_1 \dot{\tilde{x}} - \dots - k_{n-1} \tilde{x}^{(n-1)}$$

sendo x_d a referência e $\tilde{x} = x(t) - x_d(t)$ é o erro de rastreamento da referência. Em geral, esta técnica de controle satisfaz o critério de estabilidade de *Lyapunov*, veja o caso de aplicação em (SANTANA et al., 2014).

Baseando-se no modelo descrito pela Equação 2.3 e definindo $\mathbf{q}_d$ como a referência e $\mathbf{q}$ como o vetor das variáveis controladas, a lei de controle será

$$\boldsymbol{\nu} = \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{u} - \mathbf{N} \mathbf{R}_t^T \dot{\mathbf{q}}), \quad (3.15)$$

sendo

$$\mathbf{u} = \ddot{\mathbf{q}}_d - \mathbf{K}_1 \tilde{\mathbf{q}} - \mathbf{K}_2 \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \quad (3.16)$$

Para ajustar os ganhos do controlador PID, pode-se partir do método do ganho limite de Ziegler-Nichols (ZIEGLER; NICHOLS, 1993). Vale ressaltar que dos controladores utilizados neste trabalho, apenas o controlador PID não é baseado em modelo. O diagrama de blocos da Figura 7 explica a forma como este controlador foi aplicado, juntamente com a utilização da estimativa do distúrbio e compensação.

Figura 7: Diagrama de blocos para o controlador PID. Aqui ν representa a lei de controle do controlador principal (PID), ν_{ff} é o sinal de controle do compensador de distúrbio e ν_{com} é o sinal de controle composto. Perceba que a não utilização da técnica *DOBC* implica na inexistência de $\hat{d}$ e, conseqüentemente, $\nu_{ff} = 0$.

4 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Nesta seção, é descrito o ambiente experimental, os equipamentos utilizados e os ensaios, bem como os resultados obtidos. São apresentados os dados coletados em voo de ambiente fechado, no qual o quadricóptero é designado a seguir uma trajetória específica (seção 4.3) com e sem a incidência de distúrbio de vento (subseção 4.1.1). Os resultados foram disponibilizados em gráficos e tabelas contendo os índices de desempenho definidos na seção 4.5, sendo os índices do controlador PID os padrões de comparação utilizados neste trabalho. Também são comparados os resultados percentuais de melhoria de desempenho quando se utiliza a técnica *DOBC*. As figuras e tabelas apresentadas neste capítulo foram produzidas pelo autor.

4.1 Ambiente Experimental

O ambiente experimental utilizado para a realização dos voos se constitui de uma sala com tela de proteção e piso com espuma anti-impacto, com localização no Laboratório de Testes do Crob (Centro de Robótica de São Carlos - USP). No laboratório foram utilizados os seguintes equipamentos:

- 4 (quatro) câmeras de captura de movimento (Figura 10) e um console Vicon[®];
- um PC com sistema operacional Windows com software Vicon[®] *Tracker* instalado para operação e calibragem das câmeras;
- um notebook Samsung Expert X40 com sistema operacional Ubuntu 16.04 LTS e com sistema ROS Kinetic Kame instalado;
- um quadricóptero Parrot[®] Bebop 2.0;
- um *joystick* produzido pela Microsoft[®];
- um roteador configurado como repetidor Wi-Fi;
- uma fonte de distúrbio de vento (subseção 4.1.1), constituída de uma montagem com um motor sem escovas do tipo *fan* E-Flite[®] Delta-V E15 69mm, utilizado em aeromodelismo e controlado por um *ESC* (Figura 8 e Figura 11);

Figura 8: Fonte de Distúrbio de Vento.

Figura 9: Ambiente experimental.

Figura 10: Câmera de infravermelho de alta precisão Vicon[®].

4.1.1 Fonte de Distúrbio de Vento

A fonte de distúrbio de vento é composta pelo motor de aeromodelismo E-Flite® do tipo *fan* montado em um tripé com altura e orientação ajustáveis (Figura 8 e Figura 11). Duas baterias LIPO 25C com tensão de 11,1v e 3300mAh conectadas em paralelo são usadas para alimentação do motor e do módulo de acionamento e controle (ESC).

Figura 11: Fonte de Distúrbio de Vento.

A velocidade máxima média do ar emitido pelo motor do tipo *fan* no bocal de saída e utilizada nos experimentos em que se aplica distúrbio de vento, foi mensurada em 27m/s com um anemômetro portátil Incoterm® TAN100.

Para ilustrar o padrão de velocidade do vento emitido pela fonte de distúrbio e a forma como foi aplicado nos experimentos, foi construído um mapa de pontos experimentais utilizando o anemômetro portátil com auxílio do sistema de câmeras de captura de posições e movimento de alta precisão da Vicon®. O padrão de velocidades do vento está ilustrado na Figura 12 e na Figura 13 com representação da trajetória de referência utilizada nos experimentos (seção 4.3).

Figura 12: O gráfico a esquerda mostra a velocidade escalar do vento (m/s) medida em determinados pontos do espaço experimental conforme o sistema de coordenadas apresentado (X , Y e Z). O gráfico a direita mostra os pontos experimentais projetados no plano XY .

Figura 13: O gráfico a esquerda mostra as posições dos pontos de amostragem da velocidade do vento no espaço experimental, com escala de intensidade proporcional ao tamanho dos círculos, e a representação neste mesmo espaço da trajetória de referência (seção 4.3) utilizada nos experimentos de controle. O gráfico a direita mostra os pontos experimentais de amostragem do vento e a trajetória de referência projetados em um plano de visão vertical.

4.1.2 Sistema ROS - Bebop 2

Para obter a posição e a orientação da aeronave no espaço experimental, computam-se as informações obtidas das câmeras Vicon[®] através do processamento de imagem dos marcadores ópticos posicionados na aeronave, de forma que se possa construir um sistema de referência e orientação. A informação de posição é transmitida pelo console da Vicon[®] com frequência de $100Hz$ via conexão Wi-Fi para o notebook Samsung Expert X40 com sistema operacional Ubuntu 16.04 LTS e com o sistema *ROS Kinetic*

instalado. Com os pacotes *vicon_bridge* (VICON_BRIDGE, 2015) e *bebop_autonomy* (BEBOP_AUTONOMY, 2015), ambos pacotes do sistema *ROS*, é possível tratar as informações de posição e orientação recebidas e programar o controle da aeronave.

Figura 14: Sistema de referência e obtenção de posição e orientação.

Com o auxílio da Figura 14, pode-se entender o método de obtenção da atitude e da posição da aeronave da seguinte forma:

- Ao executar o comando de *takeoff* da aeronave utilizando um botão programado no *joystick*, com implementação no sistema *ROS*, o ponto de partida em $\mathcal{W}$ é registrado como referencial inicial ($\mathcal{O}$);
- No *joystick* utilizado para operar a aeronave compreendida em $\mathcal{B}$, foi programado um botão para registrar uma posição de referência para a realização dos experimentos, compreendida na origem de $\mathcal{O}$. Tal posição passa a ser considerada como o referencial inicial para todos os experimentos práticos. Todo e qualquer ponto no espaço (p) e a posição da aeronave, fornecidos pelas câmeras, serão computados com referência em $\mathcal{O}$ através de cálculos realizados com as matrizes de rotação e as informações de distâncias dos referenciais.

Desta forma é possível definir pontos de referência para trajetórias no espaço experimental. A Figura 15 representa a organização dos tópicos, mensagens e nós do sistema *ROS* utilizado neste trabalho.

Figura 15: Diagrama do sistema de tópicos, nós e mensagens do sistema ROS.

A aeronave Parrot[®] Bebop 2.0 recebe os comandos de controle a uma frequência de $10Hz$, esta frequência foi a utilizada para o projeto dos controladores e observadores de tempo discreto.

4.2 Resultados de Identificação do Sistema

O experimento executado para a identificação do sistema foi realizado com a execução dos seguintes passos:

- realização de voo experimental com comandos de controle conhecidos utilizando o sistema *ROS* e o *joystick*;
- coleta dos dados de posição e orientação através do sistema Vicon[®];
- seleção dos dados de identificação e validação;
- aplicação do método MMQ e obtenção dos parâmetros (Equação 2.11).

O vetor de parâmetros obtido na identificação do sistema foi

$$\gamma = \begin{bmatrix} 4,5752 & 0,1149 & 5,2296 & 0,2364 & 4,4206 & 3,1341 & 5,9289 & -0,3868 \end{bmatrix}^T.$$

Para verificar a validade dos parâmetros identificados, foi realizada uma comparação com dados de teste, utilizando as entradas de controle no voo experimental e aplicando-as no modelo identificado, como demonstrado nos gráficos abaixo:

Figura 16: Comparação entre os dados experimentais e os dados gerados pelo modelo identificado para $\ddot{x}$.

Figura 17: Comparação entre os dados experimentais e os dados gerados pelo modelo identificado para $\ddot{y}$.

Figura 18: Comparação entre os dados experimentais e os dados gerados pelo modelo identificado para $\ddot{z}$.

Figura 19: Comparação entre os dados experimentais e os dados gerados pelo modelo identificado para $\ddot{\psi}$.

4.3 Trajetória de Referência

A trajetória utilizada como referência possui forma de elipse em um plano no espaço euclidiano tridimensional. A trajetória tem a posição $\mathbf{q}^d = [x^d \ y^d \ z^d \ \psi^d]^T$ e a velocidade $\dot{\mathbf{q}}^d$ representadas pelas seguintes equações:

$$\mathbf{q}^d = \begin{bmatrix} A \cos \omega t & A \sin \omega t & \frac{A}{2} \sin \omega t & 0 \end{bmatrix}^T,$$

$$\dot{\mathbf{q}}^d = \begin{bmatrix} -\omega A \sin \omega t & \omega A \cos \omega t & \frac{\omega A}{2} \cos \omega t & 0 \end{bmatrix}^T.$$

Note que a referência de posição é considerada um ponto no espaço que varia com o tempo. Para todos os casos apresentados neste trabalho, foram realizados diversos experimentos com voos partindo da origem ($x = 0m$, $y = 0m$, $z = 0m$, $\psi = 0rad$) de um

referencial $\mathcal{O}$ determinado experimentalmente e seguindo a trajetória especificada após a ativação do controle. O tempo de voo médio para seguir a trajetória foi de 12,6s, sendo $A = 0,3m$ e $\omega = 1rad/s$ os parâmetros da trajetória de referência.

4.4 Parâmetros dos Controladores

Nesta seção são mostrados os parâmetros utilizados experimentalmente nos controladores, bem como os seus respectivos ganhos de compensação na atenuação do distúrbio externo e os parâmetros dos estimadores de distúrbio.

4.4.1 Parâmetros do RLQ-R

O controlador RLQ-R foi ajustado heurísticamente com base em voos experimentais. As matrizes $\mathbf{E}_F$ e $\mathbf{E}_G$, apresentadas na [Equação 3.10](#), influenciam no cálculo do ganho $\mathbf{K}_{i,\mu}$ descrito na [Equação 3.14](#) e, como mencionado anteriormente, podem ser utilizadas para o ajuste do controlador, desde que satisfaçam a seguinte condição

$$posto \left(\begin{bmatrix} \mathbf{E}_F & \mathbf{E}_g \end{bmatrix} \right) = posto(\mathbf{E}_G)$$

descrita em ([TERRA; CERRI; ISHIHARA, 2014](#)). Neste trabalho, tais matrizes de modelagem de incertezas foram tomadas apenas como parâmetros de projeto, uma vez que não foi possível obter informações claras da incerteza envolvida nos parâmetros do sistema em questão. Tais matrizes utilizadas são:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R} = 0.15\mathbf{I}_{4 \times 4},$$

$$\mathbf{E}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{f1} & \mathbf{E}_{f2} \end{bmatrix},$$

em que

$$\mathbf{E}_{f1} = 0.295\mathbf{I}_{4 \times 4},$$

$$\mathbf{E}_{f2} = \begin{bmatrix} 0.285 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.285 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.85 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.425 \end{bmatrix}$$

e

$$\mathbf{E}_g = \begin{bmatrix} 0.01875 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01875 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01875 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.01875 \end{bmatrix}.$$

Para o projeto de compensador de distúrbio com a utilização do observador de distúrbio OD foram utilizados os seguintes ganhos:

$$\alpha_{rlqr}^{od} = 0,1 \quad e \quad \beta_{rlqr}^{od} = 0,7.$$

Já para o compensador com o Filtro de Kalman (FK) como observador de distúrbio, foram utilizados:

$$\alpha_{rlqr}^{fk} = 0,04 \quad e \quad \beta_{rlqr}^{fk} = 0,0025.$$

4.4.2 Parâmetros do RLQ

O controlador RLQ foi ajustado heurísticamente com voos experimentais, tendo como base inicial a regra de Bryson ([FRANKLIN; POWELL; EMAMI-NAEINI, 2014](#)). Os parâmetros são:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

e

$$\mathbf{R} = 0.15 \mathbf{I}_{4 \times 4}.$$

Para o projeto de compensador de distúrbio com a utilização do observador de distúrbio OD foram utilizados os seguintes ganhos:

$$\alpha_{rlq}^{od} = 0,7 \quad e \quad \beta_{rlq}^{od} = 0,95.$$

Já para o compensador com o Filtro de Kalman (FK) como observador de distúrbio, foram utilizados:

$$\alpha_{rlq}^{fk} = 0,2 \quad e \quad \beta_{rlq}^{fk} = 0,0001.$$

4.4.3 Parâmetros do LR

O controlador LR foi ajustado heurísticamente com base em voos experimentais, sendo utilizados os seguintes parâmetros:

$$\mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} 1,33 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,40 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3,50 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,75 \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} 1,50 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2,00 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2,00 \end{bmatrix}.$$

Para o projeto de compensador de distúrbio com a utilização do observador de distúrbio OD foram utilizados os seguintes ganhos:

$$\alpha_{fl}^{od} = 0,005 \quad e \quad \beta_{fl}^{od} = 0,005.$$

Já para o compensador com o Filtro de Kalman (FK) como observador de distúrbio, foram utilizados:

$$\alpha_{fl}^{fk} = 0,001 \quad e \quad \beta_{fl}^{fk} = 0,0001.$$

4.4.4 Parâmetros do PID

O controlador PID foi ajustado experimentalmente, tendo como base inicial o método do ganho limite de Ziegler-Nichols ([ZIEGLER; NICHOLS, 1993](#)). Os ganhos utilizados foram:

$$\mathbf{K}_p = \begin{bmatrix} 0,70 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,70 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2,75 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,20 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K}_d = \begin{bmatrix} 0,75 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,75 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,75 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3,35 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K}_i = 0,01\mathbf{I}_{4 \times 4}.$$

Para o projeto de compensador de distúrbio com a utilização do observador de distúrbio OD foram utilizados os seguintes ganhos:

$$\alpha_{pid}^{od} = 0,07 \quad e \quad \beta_{pid}^{od} = 0,2,$$

Já para o compensador com o Filtro de Kalman (FK) como observador de distúrbio, foram utilizados os seguintes ganhos:

$$\alpha_{pid}^{fk} = 0,08 \quad e \quad \beta_{pid}^{fk} = 1 \cdot 10^{-5}.$$

4.4.5 Parâmetros dos Observadores de Distúrbio

Para o observador padrão utilizado com os controladores RLQ e RLQ-R, foi utilizada a seguinte matriz de ganho:

$$\mathbf{L}_{reguladores} = \begin{bmatrix} 0,25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,25 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Para o observador de distúrbio padrão utilizado com os controladores PID e LR, foi utilizada a seguinte matriz de ganho:

$$\mathbf{L}_{PID-LR} = 0,25\mathbf{I}_{4 \times 4}.$$

Para o Filtro de Kalman (FK) como observador de distúrbio, foram utilizadas, em todos os casos, as seguintes matrizes de ponderação:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0, 1\mathbf{I}_{4 \times 4} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{4 \times 4} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & 10\mathbf{I}_{4 \times 4} \end{bmatrix}$$

e

$$\mathbf{R} = 3, 5 \cdot 10^{-4} \mathbf{I}_{4 \times 4}.$$

4.5 Índices de Desempenho

Para avaliar o desempenho de cada controlador utilizado nos experimentos de rastreamento de trajetória, considerou-se os erros computados em cada variável controlada e as entradas de controle a cada iteração. De forma similar à realizada por (SAYED, 2001) para representação gráfica de desempenho, utilizou-se a norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de erros e do vetor das entradas de controle, ambos obtidos através de coleta de dados, sendo

$$\mathcal{E}(i) = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K \|\mathbf{q}_i^{(j)} - \mathbf{q}_i^d\|$$

a norma média para os erros de posição (x , y e z),

$$\mathcal{E}_\psi(i) = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K \|\psi_i^{(j)} - \psi_i^d\|$$

a norma média para os erros de orientação (ψ) e

$$\mathcal{U}(i) = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K \|\mathbf{u}_i^{(j)}\|$$

a norma média para as entradas de controle. Neste caso, $\mathbf{q}$ representa o vetor de 3 variáveis controladas contendo x , y e z , $\mathbf{u}$ representa o vetor de entradas de controle, j representa o índice do experimento para o total de K experimentos idênticos realizados e i é o valor de um determinado instante no tempo ou iteração para um total de N .

Como valores numéricos para avaliação de desempenho com relação aos erros de rastreamento de trajetória, foi computada a norma $\mathcal{L}_2$ do vetor total de erros em cada variável controlada, a partir de uma média de valores obtidos experimentalmente, constituindo os índices

$$\mathcal{L}_{2\tilde{\mathbf{q}}} = \|\tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{y}} + \tilde{\mathbf{z}}\| \text{ e } \mathcal{L}_{2\tilde{\psi}} = \|\tilde{\psi}\|,$$

nos quais $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}^d$, $\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \mathbf{y}^d$, $\tilde{\mathbf{z}} = \mathbf{z} - \mathbf{z}^d$ e $\tilde{\boldsymbol{\psi}} = \boldsymbol{\psi} - \boldsymbol{\psi}^d$ representam o vetor de erros obtidos durante os experimentos. Com relação as entradas de controle, foi computada a soma dos valores médios absolutos de todas entradas de controle:

$$\bar{u} = \sum_i^N \sum_q \left[\frac{1}{K} \sum_{j=1}^K |u_{qi}^{(j)}| \right].$$

Neste caso, q representa cada uma das quatro entradas de controle ($\boldsymbol{\nu}_x$, $\boldsymbol{\nu}_y$, $\boldsymbol{\nu}_z$ e $\boldsymbol{\nu}_\psi$). Devido ao modelo proposto, os valores dos índices de desempenho das entradas de controle $\mathcal{U}$ e $\bar{u}$ não possuem unidade de medida.

Como forma de comparação para os índices de desempenho apresentados, foi computado o percentual de melhoria relativa $P\%$ entre os índices (*Índice*) dos controladores em relação aos índices do controlador PID (*Índice_{ref}*), por ser o tipo de controlador clássico comumente utilizado. Também serão computados os percentuais de melhoria relativa entre formas de controle, sendo estas formas a utilização e a não utilização da técnica *DOBC*, sendo este último o padrão de referência (*Índice_{ref}*).

$$P\% = \left(1 - \frac{\text{Índice}}{\text{Índice}_{ref}} \right) 100.$$

Os índices de desempenho $\mathcal{L}_{2\tilde{\mathbf{q}}}$, $\mathcal{L}_{2\tilde{\boldsymbol{\psi}}}$ e $\bar{u}$ foram computados a partir dos 2,5s após o início de cada voo experimental em todos os casos apresentados neste trabalho, com a finalidade de obter estes índices a partir do momento em que a aeronave alcança a trajetória desejada (seção 4.3).

4.6 Resultados Experimentais sem Distúrbio Externo

A seguir, são apresentados os resultados experimentais de voo sem aplicação de distúrbio externo (distúrbio de vento). Foram realizados experimentos sem a aplicação da técnica de controle baseado em observação de distúrbio (*DOBC*) com a finalidade de avaliar o desempenho dos controladores individualmente. Também foram realizados experimentos com a técnica *DOBC*, utilizando os observadores de distúrbio apresentados neste trabalho, com a finalidade de comparar o desempenho dos controladores juntamente com o uso dos compensadores e identificar variações de desempenho.

Os resultados apresentados nas Figuras 20, 23, 26, 29 e 32, sem a utilização dos compensadores, correspondem à média de 4 experimentos realizados para o controlador RLQ, 5 experimentos realizados para os controladores LR e PID e 6 experimentos para o controlador RLQ-R.

Os resultados apresentados nas Figuras 21, 24, 27, 30 e 33, neste caso, com a utilização dos compensadores baseados na estimativa do distúrbio obtida pelo observador OD, correspondem à média de 6 experimentos realizados para o controlador RLQ, 5

experimentos realizados para os controladores PID e RLQ-R e 4 experimentos para o controlador LR.

Os resultados apresentados nas Figuras 22, 25, 28, 31 e 34, neste caso, com a utilização dos compensadores baseados na estimativa do distúrbio obtida pelo observador FK, correspondem à média de 5 experimentos realizados para os controladores LR, PID e RLQ e à média de 3 experimentos para o controlador RLQ-R.

Figura 20: Rastreamento de trajetória (XYZ).

Figura 21: Rastreamento de trajetória (XYZ) utilizando a técnica *DOBC* com o observador padrão (OD).

Analisando as curvas apresentadas na Figura 23, a qual apresenta os dados relacionados aos erros de rastreamento de posição, que envolve 3 das 4 variáveis controladas (x , y e z), e os índices numéricos de desempenho presentes na Tabela 2, pode-se observar que o controlador LR apresentou, em geral, um menor desempenho após os 3s de voo e

Figura 22: Rastreamento de trajetória (XYZ) utilizando a técnica *DOBC* com o Filtro de Kalman (FK).

Figura 23: Índices de desempenho $\mathcal{E}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de erros de posição) para todos os controladores.

teve o maior índice de erros ($\mathcal{L}_{2\tilde{q}}$). Neste caso, o RLQ-R se destacou por apresentar o melhor desempenho, notado tanto graficamente devido a $\mathcal{E}$, quanto numericamente devido ao índice $\mathcal{L}_{2\tilde{q}}$. O controlador PID, por sua vez, apresentou um melhor tempo de resposta, ou rápida convergência para a trajetória desejada a partir da origem, ao contrário do RLQ que apresenta uma resposta mais lenta no início, porém um desempenho razoavelmente superior ao PID durante o restante do voo, apresentando o segundo menor índice numérico relacionado aos erros ($\mathcal{L}_{2\tilde{q}}$). Normalmente, esse fato se deve à sintonia utilizada nos ganhos de cada controlador. Com relação ao rastreamento de orientação (ψ), pode-se observar na [Figura 26](#) que os controladores apresentaram desempenhos bastantes similares, nota-se a diferença no índice de desempenho $\mathcal{L}_{2\tilde{\psi}}$, no qual o LR apresenta o melhor resultado e o PID um resultado significativamente abaixo dos outros controladores. Avaliando os

Figura 24: Índices de desempenho $\mathcal{E}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de erros de posição) dos controladores utilizando a técnica *DOBC* com o observador padrão (OD).

Figura 25: Índices de desempenho $\mathcal{E}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de erros de posição) dos controladores utilizando a técnica *DOBC* com o Filtro de Kalman (FK).

esforços de controle (Figura 29) e índice $\bar{u}$, observa-se que o controlador RLQ apresentou o menor consumo, sendo que o PID apresentou um consumo significativamente maior em relação aos outros controladores.

Analisando as curvas apresentadas na Figura 23 para os erros de rastreamento de posição e os índices numéricos de desempenho apresentados na Tabela 3, utilizando a técnica *DOBC* com o observador de distúrbio OD, pode-se observar que o controlador LR apresentou o maior valor do índice de desempenho com relação aos erros de rastreamento de posição ($\mathcal{L}_2\tilde{q}$), ao contrário do RLQ-R, que apresentou o melhor índice, apresentando menor quantidade de erros de rastreamento durante o voo. Já com relação ao rastreamento

Figura 26: Índices de desempenho $\mathcal{E}_{psi}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do erro de orientação) dos controladores em voo sem distúrbio externo.

Fonte: Produzido pelo autor (2019).

Figura 27: Índices de desempenho $\mathcal{E}_{psi}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do erro de orientação) dos controladores, em voo sem distúrbio externo, utilizando a técnica *DOBC* com o observador padrão (OD).

de orientação (Figura 27) e índice $\mathcal{L}_{2\tilde{\psi}}$ o melhor desempenho (menor valor do índice) foi obtido pelo RLQ, sendo que o RLQ-R, neste caso, apresentou o maior índice de erros. Avaliando os índices relacionados aos esforços de controle, através da Figura 30 e índice numérico $\bar{u}$, o melhor resultado foi apresentado pelo controlador LR e o PID novamente apresentou um consumo significativamente maior com relação aos outros controladores.

Analizando as curvas apresentadas na Figura 25, para os erros de posição, e os índices numéricos de desempenho apresentados na Tabela 3, utilizando a técnica *DOBC* com o Filtro de Kalman (FK) como observador de distúrbio, pode-se observar que o controlador

Figura 28: Índices de desempenho $\mathcal{E}_{psi}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do erro de orientação) dos controladores, em voo sem distúrbio externo, utilizando a técnica *DOBC* com o Filtro de Kalman (FK).

Figura 29: Índices de desempenho $\mathcal{U}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de controle) dos controladores em experimento sem distúrbio externo.

LR apresentou o maior valor do índice de desempenho relacionado ao rastreamento de posição ($\mathcal{L}_2\tilde{q}$), ao contrário do RLQ-R, que apresentou o menor valor, tendo melhor resultado neste quesito. Isso se deve ao fato de o controlador LR não possuir o foco em desempenho, mas em garantir estabilidade em controle de determinados sistemas não lineares. Já com relação ao rastreamento de orientação, índice apresentado pela [Figura 28](#) e índice numérico $\mathcal{L}_2\tilde{\psi}$, o melhor desempenho, ou o menor valor do índice, foi apresentado pelo controlador RLQ, sendo que o RLQ-R apresentou o menor desempenho entre os quatro controladores. Com relação aos esforços de controle, através das curvas apresentadas na [Figura 31](#) o melhor resultado foi apresentado pelo controlador LR, tendo o índice de

Figura 30: Índices de desempenho $\mathcal{U}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de controle) dos controladores, em experimento sem distúrbio externo, utilizando a técnica *DOBC* com o observador padrão (OD).

Figura 31: Índices de desempenho $\mathcal{U}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de controle) dos controladores, em experimento sem distúrbio externo, utilizando a técnica *DOBC* com o Filtro de Kalman (FK).

desempenho $\bar{u}$ muito próximo ao do RLQ. O controlador PID, novamente, apresentou o maior consumo ou alto valor do índice numérico, sendo este significativamente maior aos apresentados pelos outros controladores.

Analisando os percentuais de melhoria nos índices de desempenho da [Tabela 5](#) e comparando as curvas de desempenho apresentadas anteriormente, pode-se observar que, em geral, os controladores melhoram seu desempenho quando a técnica *DOBC* é utilizada, seja com o observador de distúrbio padrão (OD) ou com o Filtro de Kalman (FK). Observa-se, neste caso, que a utilização do Filtro de Kalman apresentou, também, melhoria de desempenho em relação aos esforços de controle ($\bar{u}$), tendo percentual positivo

em 3 dos 4 controladores (RLQ-R, LR e PID).

Figura 32: Variáveis controladas em voo sem aplicação de distúrbio externo.

Figura 33: Variáveis controladas utilizando a técnica *DOBC* com o observador de distúrbio OD em voo sem aplicação de distúrbio externo.

Figura 34: Variáveis controladas utilizando a técnica *DOBC* com o Filtro de Kalman (FK) em voo sem aplicação de distúrbio externo.

Tabela 2: Índices de desempenho dos controladores em voo sem distúrbio externo.

Índice	RLQ-R	RLQ	LR	PID	Melhoria Relativa ao PID		
					RLQ-R	RLQ	LR
$\mathcal{L}_{2\tilde{q}}[m]$	2,3876	3,1354	4,1610	3,5352	32,46%	11,31%	-30,40%
$\mathcal{L}_{2\tilde{\psi}}[rad]$	0,3023	0,2187	0,1731	0,3990	24,24%	45,19%	56,62%
$\bar{u}$	318,7786	247,4513	266,3461	400,7820	20,46%	38,26%	33,54%

Tabela 3: Índices de desempenho dos controladores em voo sem aplicação de distúrbio externo, utilizando a técnica *DOBC* com o observador de distúrbio padrão (DO).

Índice	RLQ-R	RLQ	LR	PID	Melhoria Relativa ao PID		
					RLQ-R	RLQ	LR
$\mathcal{L}_{2\tilde{q}}[m]$	1,2549	2,1728	3,7592	2,2755	44,85%	4,51%	-65,20%
$\mathcal{L}_{2\tilde{\psi}}[rad]$	0,5436	0,1222	0,3278	0,2453	-121,61%	50,18%	-33,63%
$\bar{u}$	307,7554	301,1140	269,9127	404,9150	24%	25,64%	33,34%

Tabela 4: Índices de desempenho dos controladores em voo sem aplicação de distúrbio externo, utilizando a técnica *DOBC* com o Filtro de Kalman (FK).

Índice	RLQ-R	RLQ	LR	PID	Melhoria Relativa ao PID		
					RLQ-R	RLQ	LR
$\mathcal{L}_{2\tilde{q}}[m]$	1,6458	2,6559	3,5947	2,5565	35,62%	-3,89%	-40,61%
$\mathcal{L}_{2\tilde{\psi}}[rad]$	0,2649	0,3692	0,4435	0,2058	-28,72%	-79,40%	-115,50%
$\bar{u}$	294,1953	259,7880	255,8050	389,5073	24,47%	33,30%	34,33%

Tabela 5: Percentuais de melhoria com o uso da técnica *DOBC*.

Controlador	Percentual de Melhoria					
	<i>DOBC</i> (OD)			<i>DOBC</i> (FK)		
	$\mathcal{L}_{2\tilde{q}}$	$\mathcal{L}_{2\tilde{\psi}}$	$\bar{u}$	$\mathcal{L}_{2\tilde{q}}$	$\mathcal{L}_{2\tilde{\psi}}$	$\bar{u}$
RLQ - R	47,44%	-79,82%	3,46%	31,07%	12,37%	7,71%
RLQ	30,70%	44,12%	-21,69%	15,29%	-68,82%	-4,98%
LR	9,66%	-89,37%	-1,34%	13,61%	-156,21%	3,96%
PID	35,63%	38,52%	-1,03%	27,68%	48,42%	2,81%

4.7 Experimentos com Distúrbio Externo

A seguir são apresentados os resultados experimentais de controle de rastreamento de trajetória em voos experimentais com aplicação de distúrbio de vento ([subseção 4.1.1](#)). Os experimentos foram realizados com e sem a aplicação da técnica de controle baseado em observação de distúrbio (*DOBC*), na qual se utilizou os dois observadores apresentados neste trabalho. A finalidade destes experimentos foi de observar e comparar mudanças nos índices de desempenho devido ao distúrbio externo de vento e a influência do controle de compensação.

4.7.1 Controle sem utilização da técnica *DOBC*

Primeiramente, serão apresentados os resultados experimentais de controle de rastreamento de trajetória sob influência de distúrbio de vento sem a utilização dos observadores de distúrbio e controle de compensação (técnica *DOBC*). Os resultados representam a média de 4 experimentos realizados com os controladores LR, PID e RLQ-R e 5 experimentos com o controlador RLQ (Figuras [35](#), [36](#), [37](#), [38](#) e [50](#)).

Como mostrado nas Figuras [36](#), [37](#) e [38](#) e nos índices de desempenho presentes na [Tabela 6](#), o distúrbio aplicado produz um aumento nos erros de posição e de orientação para o rastreamento da trajetória com a utilização de todos os controladores, como esperado, mas também se observa um aumento no consumo de entradas de controle ao analisar o índice $\bar{u}$. Alguns controladores apresentaram desempenhos significativamente maiores do que outros em determinados índices de desempenho, destaca-se positivamente o RLQ-R por apresentar os melhores resultados em todos os índices e, negativamente, o controlador PID por apresentar um índice de consumo ($\bar{u}$) significativamente alto.

Figura 35: Rastreamento de trajetória (XYZ) em voo com aplicação de distúrbio de vento.

Figura 36: Índices de desempenho $\mathcal{E}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de erros de posição) dos controladores em voo com aplicação de distúrbio de vento.

Figura 37: Índices de desempenho $\mathcal{E}_{psi}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do erro de orientação) dos controladores em voo com aplicação de distúrbio de vento.

Figura 38: Índices de desempenho $\mathcal{U}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de controle) dos controladores em voo com aplicação de distúrbio de vento.

Figura 39: Variáveis controladas sob efeito de distúrbio de vento.

4.7.2 Estimativas do Distúrbio

Antes de apresentar os resultados dos experimentos em que se utilizou a técnica (*DOBC*), serão apresentados a seguir os exemplos dos resultados das estimativas do distúrbio gerado pela fonte de vento (subseção 4.1.1) obtidas utilizando os estimadores OD e FK apresentados neste trabalho (seção 3.3 e seção 3.4), com a finalidade de demonstrar um exemplo experimental do sinal obtido por cada estimador e controlador.

Experimentalmente, a aeronave foi controlada para manter uma posição e orientação fixa no espaço, de forma que a fonte de distúrbio estivesse orientada no eixo x e com a mesma altura da aeronave, fazendo com que o fluxo de vento se mantivesse na direção contrária a uma distância horizontal de aproximadamente $1,8m$.

Nos gráficos a seguir (Figura 40 e Figura 41), são apresentadas as estimativas do distúrbio no eixo x da aeronave para os dois observadores, utilizando todos os controladores apresentados neste trabalho.

Figura 40: Distúrbio estimado no eixo X da aeronave utilizando o observador padrão (OD).

Figura 41: Distúrbio estimado no eixo X da aeronave utilizando o Filtro de Kalman (FK).

Os exemplos de estimativa de distúrbio apresentados mostraram um caso particular da forma do sinal estimado em cada observador quando se utiliza a fonte de distúrbio de vento no experimento em questão. Neste caso, observou-se a presença maior de ruídos nas estimativas geradas pelo Filtro de Kalman, isso pode ocorrer devido à topologia do filtro, dos ganhos utilizados e também do modelo assumido para o distúrbio. A seguir, são apresentados os resultados experimentais de rastreamento de trajetória utilizando o controle baseado em observação de distúrbio sob a influência do distúrbio de vento.

4.7.3 Resultados Experimentais utilizando o Controle Baseado em Observação de Distúrbio (*DOBC*)

Nesta seção são apresentados os resultados experimentais utilizando o controle baseado em observação de distúrbio, apresentado no [Capítulo 3](#), com a utilização dos observadores discutidos neste trabalho. Neste caso, utilizando o observador OD foram obtidos resultados experimentais que representam a média de 5 experimentos realizados com os controladores LR e RLQ, 7 experimentos com o controlador PID e 4 experimentos com o controlador RLQ-R (Figuras [42](#), [44](#), [46](#), [48](#) e [50](#)). Utilizando o Filtro de Kalman, foram obtidos resultados experimentais que representam a média de 5 experimentos realizados com os controladores PID, RLQ e RLQ-R e 4 experimentos com o controlador LR (Figuras [43](#), [45](#), [47](#), [49](#) e [51](#)).

Analizando as curvas apresentadas na [Figura 44](#), que representa os erros de posição através do índice $\mathcal{E}$ e os índices numéricos de desempenho presentes na [Tabela 7](#), que tratam dos experimentos de voo em que se utilizou a técnica *DOBC* com o observador de

Figura 42: Rastreamento de trajetória (XYZ) com aplicação de distúrbio de vento utilizando a técnica *DOBC* com o observador padrão OD.

Figura 43: Rastreamento de trajetória (XYZ) com aplicação de distúrbio de vento utilizando a técnica *DOBC* com o Filtro de Kalman (FK).

distúrbio OD, pode-se observar que o controlador RLQ-R apresentou os menores valores de erros de rastreamento de posição, obtendo o melhor desempenho, sendo inclusive o único a ser superior ao controlador PID no índice $\mathcal{L}_{2\tilde{q}}$. O controlador LR apresentou índices de desempenho relativamente baixos quando comparado com os mesmo índices apresentados nos experimentos com a utilização dos outros controladores. Já analisando os resultados de rastreamento de orientação através do índice $\mathcal{E}_{\tilde{\psi}}$ representado na [Figura 46](#), pode-se observar que as curvas de desempenho apresentadas são semelhantes, com exceção da apresentada com a utilização do controlador PID, o qual apresenta um desempenho visivelmente abaixo dos outros. Numericamente, através do índice $\mathcal{L}_{2\tilde{\psi}}$ observa-se que o melhor resultado foi apresentado pelo controlador RLQ. Analisando os esforços de controle, ([Figura 48](#)) e

Figura 44: Índices de desempenho $\mathcal{E}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de erros de posição) dos controladores em voo com aplicação de distúrbio de vento, utilizando a técnica *DOBC* com o observador padrão (OD).

Figura 45: Índices de desempenho $\mathcal{E}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de erros de posição) dos controladores em voo com aplicação de distúrbio de vento, utilizando a técnica *DOBC* com o Filtro de Kalman (FK).

índice $\bar{u}$, observou-se um desempenho semelhante graficamente e numericamente entre os controladores RLQ e RLQ-R, sendo o melhor resultado apresentado pelo controlador LR.

Analisando as curvas apresentadas na [Figura 45](#), que trata dos erros de posição através do índice $\mathcal{E}$ e os índices numéricos de desempenho presentes na [Tabela 8](#), que tratam dos experimentos em que se utilizou os controladores com a técnica *DOBC*, tendo o Filtro de Kalman (FK) como observador de distúrbio, pode-se observar que o controlador LR, neste caso, apresentou o menor desempenho com relação ao índice $\mathcal{L}_2 \bar{q}$, o qual foi muito próximo ao do controlador RLQ, ficando ambos significativamente abaixo do controlador PID, o qual apresenta o melhor tempo de resposta, ou rápida convergência para as posições

Figura 46: Índices de desempenho $\mathcal{E}_\psi$ (norma $\mathcal{L}_2$ do erro de orientação) dos controladores em voo com aplicação de distúrbio de vento, utilizando a técnica *DOBC* com o observador padrão (OD).

Figura 47: Índices de desempenho $\mathcal{E}_{psi}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do erro de orientação) dos controladores em voo com aplicação de distúrbio de vento, utilizando a técnica *DOBC* com o Filtro de Kalman (FK).

desejadas, ao se observar as curvas de desempenho ($\mathcal{E}$). O RLQ-R, neste caso, apresentou menor número de erros de rastreamento de posição e consequentemente obteve o melhor índice e um tempo de resposta intermediário ao se comparar com os outros controladores. Analisando o rastreamento de orientação ψ , através das curvas do índice $\mathcal{E}_{psi}$ apresentadas na Figura 47 e o índice numérico $\mathcal{L}_{2\tilde{\psi}}$, todos os controladores tiveram desempenho inferior ao PID, com destaque para o controlador LR. Analisando os esforços de controle através das curvas do índice $\mathcal{U}$, apresentadas na Figura 49, e o índice numérico $\bar{u}$, o melhor resultado, em geral, foi apresentado pelo controlador LR, tendo o RLQ e o RLQ-R resultados próximos e superiores ao PID.

Figura 48: Índices de desempenho $\mathcal{U}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de controle) dos controladores em voo com aplicação de distúrbio de vento, utilizando a técnica *DOBC* com o observador de distúrbio padrão (OD).

Figura 49: Índices de desempenho $\mathcal{U}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de controle) dos controladores em voo com aplicação de distúrbio de vento, utilizando a técnica *DOBC* tendo o Filtro de Kalman (FK) como observador de distúrbio.

Analisando a mudança nos índices de desempenho quanto à utilização da técnica *DOBC*, através da [Tabela 5](#), pode-se observar que, embora ocorra uma diminuição de desempenho em relação ao rastreamento de orientação (ψ) utilizando o controlador RLQ-R e o controlador LR, há um aumento percentual significativo do índice de erros de rastreamento de posição ($\mathcal{L}_{2\hat{q}}$) em todos os controladores ao utilizar os dois observadores de distúrbio para compor o controle de compensação, havendo também aumento de desempenho nos esforços de controle, ou seja, menor consumo nos controladores LR e *PID* com utilizando o observador de distúrbio OD e nos controladores RLQ-R, LR e *PID* utilizando o Filtro de Kalman (FK).

Figura 50: Variáveis controladas sob influência de distúrbio externo e utilizando a técnica *DOBC* com o observador de distúrbio padrão (OD).

Figura 51: Variáveis controladas sob influência de distúrbio externo, utilizando-se da técnica *DOBC* com o Filtro de Kalman (FK) como observador de distúrbio.

Tabela 6: Índices de desempenho dos controladores em voo com distúrbio externo.

Índice	RLQ-R	RLQ	LR	PID	Melhoria Relativa ao PID		
					RLQ-R	RLQ	LR
$\mathcal{L}_{2\tilde{q}}$	3,8189	4,5709	7,2340	4,4530	14,24%	-2,65%	-62,45%
$\mathcal{L}_{2\tilde{\psi}}$	0,4659	0,5053	0,5034	0,6599	29,40%	23,43%	23,72%
$\bar{u}$	301,9437	234,2222	309,2040	510,7635	40,88%	54,14%	39,46%

Tabela 7: Índices de desempenho dos controladores em voo com distúrbio externo e utilizando a técnica *DOBC* com o observador de distúrbio padrão (OD).

Índice	RLQ-R	RLQ	LR	PID	Melhoria Relativa ao PID		
					RLQ-R	RLQ	LR
$\mathcal{L}_{2\tilde{q}}[m]$	2,8612	3,2079	4,7891	2,9749	3,82%	-7,83%	-60,98%
$\mathcal{L}_{2\tilde{\psi}}[rad]$	0,6299	0,4854	0,6677	0,6997	9,98%	30,63%	4,57%
$\bar{u}$	325,1448	320,7945	246,1958	462,5749	29,71%	30,65%	46,78%

Tabela 8: Índices de desempenho dos controladores em voo com aplicação de distúrbio externo e utilizando a técnica *DOBC*, tendo o Filtro de Kalman (FK) como observador de distúrbio.

Índice	RLQ-R	RLQ	LR	PID	Melhoria Relativa ao PID		
					RLQ-R	RLQ	LR
$\mathcal{L}_{2\tilde{q}}[m]$	1,9351	4,4555	4,5092	2,7071	28,52%	-64,58%	-66,57%
$\mathcal{L}_{2\tilde{\psi}}[rad]$	0,5081	0,4229	0,8173	0,3641	-39,55%	-16,15%	-124,47%
$\bar{u}$	295,4157	246,9343	226,8608	480,0604	38,46%	39,48%	52,74%

Tabela 9: Percentuais de melhoria com o uso da técnica *DOBC* em voo com distúrbio externo.

Controlador	Percentual de Melhoria					
	<i>DOBC</i> (OD)			<i>DOBC</i> (FK)		
	$\mathcal{L}_{2\tilde{q}}$	$\mathcal{L}_{2\tilde{\psi}}$	$\bar{u}$	$\mathcal{L}_{2\tilde{q}}$	$\mathcal{L}_{2\tilde{\psi}}$	$\bar{u}$
RLQ - R	25,08%	-35,20%	-7,68%	49,33%	-9,06%	2,16%
RLQ	29,82%	3,94%	-36,96%	2,52%	16,31%	-5,43%
LR	33,80%	-32,64%	20,38%	37,67%	-62,36%	26,63%
PID	33,19%	-6,03%	9,43%	39,21%	44,82%	6,01%

4.8 Experimentos com Variações Paramétricas

Nos experimentos apresentados até aqui, o quadricóptero cujo modelo apresenta características não lineares foi controlado em condições em que a planta apresenta aparente linearidade e parâmetros aproximadamente invariáveis ao manter como orientação desejada $\psi^d = 0rad$, iniciando os experimentos já na orientação do *setpoint*, ou seja $\psi_0 \approx 0rad$. Desta forma, as poucas variações em ψ durante os voos suavizam os efeitos de variações paramétricas no modelo.

Nesta seção, são analisados os índices de desempenho dos controladores em experimentos com variações paramétricas que ocorrem através do deslocamento e controle

efetivo da variável ψ . Experimentalmente, iniciou-se o voo com $\psi \neq 0rad$ sendo, em sequência, ativado o controle de rastreamento de trajetória, a qual foi mantida em um ponto fixo no espaço. Em outras palavras, foi utilizado um *setpoint* para posição e orientação (considerando $\mathbf{q} = [x \ y \ z \ \psi]^T$):

$$\mathbf{q}^d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T,$$

de forma que $\psi_0 > 0.6rad$.

Sendo assim, foram realizados experimentos com e sem a utilização da técnica *DOBC* apresentada e proposta neste trabalho. Cada voo teve a duração de 6s. Diferentemente dos outros resultados experimentais apresentados anteriormente, nos quais foram utilizados valores médios dos dados coletados de uma certa quantidade de voos experimentais idênticos realizados, neste caso será apresentado o resultado experimental de um único voo como exemplo de cada caso de controle.

Figura 52: Índices de desempenho $\mathcal{E}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de erros de posição) dos controladores em experimento com efeito de não linearidade.

Analisando as curvas apresentadas na [Figura 52](#) para os erros de rastreamento de posição e os índices numéricos presentes na [Tabela 10](#), observa-se o melhor desempenho do controlador RLQ-R, o qual é projetado para tolerar incertezas paramétricas, apresenta rápido tempo de resposta e baixo índice de erros ($\mathcal{L}_2\tilde{\mathbf{q}}$) seguido do controlador LR, o qual é projetado para determinados sistemas não lineares. O controlador com menor desempenho com relação aos erros, foi o RLQ. Com relação ao rastreamento de orientação, ([Figura 55](#) e índice $\mathcal{L}_2\tilde{\psi}$) também se observa um desempenho significativamente superior apresentado pelo controlador RLQ-R, seguido dos controladores RLQ e LR, tendo o PID apresentado o menor desempenho. Analisando os índices de esforços de controle ([Figura 58](#) e índice $\bar{u}$), observam-se os melhores desempenhos (baixo consumo) dos controladores

Figura 53: Índices de desempenho $\mathcal{E}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de erros de posição) dos controladores, em experimento com efeito de não linearidade, utilizando o observador padrão (OD) com a técnica *DOBC*.

Figura 54: Índices de desempenho $\mathcal{E}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de erros de posição) dos controladores, em experimento com efeito de não linearidade, utilizando o Filtro de Kalman (FK) com a técnica *DOBC*.

RLQ e LR, respectivamente. Destaca-se com significativo alto consumo e saturação das entradas de controle o controlador PID, o que explica as oscilações apresentadas nas variáveis controladas (Figura 61). Qualitativamente, pode-se inferir que o controlador PID é inviável para este caso, observando-se demasiado *overshoot*, alto tempo de assentamento e oscilações.

Avaliando as curvas apresentadas na Figura 53 para os erros de posição e os índices de desempenho presentes na Tabela 11 utilizando a técnica *DOBC* com o observador de distúrbio padrão (OD), observa-se mais uma vez o melhor desempenho apresentado pelo controlador RLQ-R, seguido do PID e do LR até os 2s de voo. No índice numérico $\mathcal{L}_{2\tilde{q}}$

Figura 55: Índices de desempenho $\mathcal{E}_{psi}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do erro de orientação) dos controladores em experimento com efeito de não linearidade.

Figura 56: Índices de desempenho $\mathcal{E}_{psi}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do erro de orientação) dos controladores, em experimento com efeito de não linearidade, utilizando o observador padrão (DO) com a técnica *DOBC*.

o PID apresentou o segundo melhor desempenho devido ao rápido tempo de resposta inicial. Com relação aos erros de rastreamento de orientação, através da avaliação do índice numérico $\mathcal{L}_{2\tilde{\psi}}$ e do índice $\mathcal{E}_{\psi}$ apresentado na Figura 56, destaca-se também o controlador RLQ-R com desempenho significativamente superior no início do voo, após os 3s observa-se o aumento de desempenho do RLQ seguido do LR e não se observa diminuição significativa nos erros apresentados pelo controlador PID. E, analisando os esforços de controle (Figura 59 e índice $\bar{u}$), o menor consumo é apresentado pelo controlador LR. Neste caso, observam-se sinais de controle com maior ruído apresentados no RLQ-R e RLQ, devido ao sinal de compensação, tendo estes controladores índices de desempenho próximos. O PID novamente apresenta grande consumo e saturação, o que explica as

Figura 57: Índices de desempenho $\mathcal{E}_{psi}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do erro de orientação) dos controladores, em experimento com efeito de não linearidade, utilizando o Filtro de Kalman (FK) com a técnica *DOBC*.

Figura 58: Índices de desempenho $\mathcal{U}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de controle) dos controladores em experimento com efeito de não linearidade.

grandes oscilações apresentadas nas variáveis controladas (Figura 62).

Analisando as curvas do índice $\mathcal{E}$ apresentadas na Figura 54, que tratam dos erros de rastreamento de posição, e os índices numéricos de desempenho presentes na Tabela 11, que demonstram os resultados experimentais utilizando a técnica *DOBC* com o Filtro de Kalman (FK) como observador de distúrbio, observa-se novamente o melhor desempenho apresentado pelo controlador RLQ-R no início do experimento, os controladores LR e RLQ apresentaram desempenhos próximos e até superiores após os 5s de voo. O controlador PID apresentou índice de desempenho numérico $\mathcal{L}_{2\tilde{q}}$ superior apenas ao RLQ devido ao rápido tempo de resposta inicial no entre 1s e 2s. Com relação aos erros de rastreamento de orientação (Figura 57 e índice $\mathcal{L}_{2\tilde{\psi}}$), os resultados apresentados

Figura 59: Índices de desempenho $\mathcal{U}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de controle) dos controladores, em experimento com efeito de não linearidade, utilizando o observador padrão (DO) com a técnica *DOBC*.

Figura 60: Índices de desempenho $\mathcal{U}$ (norma $\mathcal{L}_2$ do vetor de controle) dos controladores, em experimento com efeito de não linearidade, utilizando o Filtro de Kalman (FK) com a técnica *DOBC*.

são similares aos resultados em que não se utiliza a técnica *DOBC*, destacando-se mais uma vez o desempenho superior apresentado pelo RLQ-R. Analisando os esforços de controle através das curvas do índice $\mathcal{U}$ representadas na Figura 60 e do índice numérico $\bar{u}$, observa-se que os melhores desempenhos foram apresentados pelos controladores RLQ e LR. O PID, como demonstrando anteriormente, também apresenta grande consumo e saturação, o que explica as oscilações apresentadas nas variáveis controladas (Figura 63).

Quanto à utilização da técnica *DOBC*, analisando a Tabela 13 se observa uma melhoria significativa no desempenho de rastreamento de posição ($\mathcal{L}_{2\hat{q}}$) nos experimentos com a maioria dos controladores, tendo apenas o RLQ-R um desempenho levemente inferior

quando se utiliza o observador de distúrbio OD com o compensador. O controlador PID também apresenta desempenho relativamente baixo quando se utiliza o Filtro de Kalman (FK). Já com relação aos esforços de controle, analisando o índice $\bar{u}$, houve melhoria de desempenho em 3 dos 4 controladores quando se utilizou o Filtro de Kalman (FK), ficando com desempenho abaixo do esperado apenas o controlador PID. O inverso ocorreu quando se utilizou o observador de distúrbio OD.

Figura 61: Variáveis controladas experimentalmente com efeito de não linearidade.

Figura 62: Variáveis controladas experimentalmente, com efeito de não linearidade e utilizando a técnica *DOBC* com o observador de distúrbio padrão (DO).

Figura 63: Variáveis controladas experimentalmente, com efeito de não linearidade, utilizando o Filtro de Kalman (FK) com a técnica *DOBC*.

Tabela 10: Índices de desempenho dos controladores em voo considerando o efeito de não linearidade.

Índice	RLQ-R	RLQ	LR	PID	Melhoria Relativa ao PID		
					RLQ-R	RLQ	LR
$\mathcal{L}_{2\tilde{q}}^{(erro)}[mm]$	6,9560	15,5832	9,1287	9,4519	26,41%	-64,87%	3,42%
$\mathcal{L}_{2\tilde{\psi}}[rad]$	3,1612	6,7025	6,8466	8,6626	63,51%	22,63%	20,96%
$\bar{u}$	224,3950	119,8454	121,6101	868,8810	74,17%	86,21%	86,00%

Tabela 11: Índices de desempenho dos controladores em voo considerando o efeito de não linearidade e utilizando a técnica *DOBC* com o observador de distúrbio padrão.

Índice	RLQ-R	RLQ	LR	PID	Melhoria Relativa ao PID		
					RLQ-R	RLQ	LR
$\mathcal{L}_{2\tilde{q}}^{(erro)}[mm]$	7,0372	13,0426	8,0957	7,7159	8,80%	-69,04%	-4,92%
$\mathcal{L}_{2\tilde{\psi}}[rad]$	2,4166	3,8065	3,8626	8,3151	70,94%	59,14%	54,22%
$\bar{u}$	255,0979	236,1085	124,9680	799,1364	68,08%	70,45%	84,36%

Tabela 12: Índices de desempenho dos controladores em voo considerando o efeito de não linearidade e utilizando a técnica *DOBC* tendo o Filtro de Kalman como observador de distúrbio.

Índice	RLQ-R	RLQ	LR	PID	Melhoria Relativa ao PID		
					RLQ-R	RLQ	LR
$\mathcal{L}_{2\tilde{q}}^{(erro)}[mm]$	6,2342	12,3377	8,8183	10,2801	39,36%	-20,02%	14,22%
$\mathcal{L}_{2\tilde{\psi}}[rad]$	1,5833	6,4998	5,7694	7,4507	78,95%	12,76%	22,56%
$\bar{u}$	193,8364	106,0667	118,0160	992,3958	80,47%	89,31%	88,11%

Tabela 13: Percentuais de melhoria com o uso da técnica *DOBC* em voo com efeito de não linearidade.

Controlador	Percentual de Melhoria					
	<i>DOBC</i> (OD)			<i>DOBC</i> (FK)		
	$\mathcal{L}_{2\tilde{q}}$	$\mathcal{L}_{2\tilde{\psi}}$	$\bar{u}$	$\mathcal{L}_{2\tilde{q}}$	$\mathcal{L}_{2\tilde{\psi}}$	$\bar{u}$
RLQ - R	-1,17%	23,55%	-13,68%	10,36%	49,91%	13,62%
RLQ	16,30%	43,21%	-97,99%	20,30%	3,02%	11,50%
LR	11,32%	43,58%	-2,76%	3,40%	15,73%	2,95%
PID	18,37%	4,01%	8,03%	-8,76%	13,99%	-14,22%

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho foram realizados voos experimentais para controle de rastreamento de trajetória em ambiente confinado e com aplicação de distúrbio de vento utilizando um quadricóptero Parrot[®] Bebop 2.0, para o qual foi utilizado um modelo simplificado (seção 2.2) com parâmetros identificados através da obtenção de dados experimentais de posição, orientação e entradas de controle através do sistema *ROS*. Com base neste modelo, foram projetados os controladores LR, RLQ e RLQ-R, os quais foram utilizados para os experimentos de controle, tendo seus desempenhos (seção 4.5) comparados entre si e com o controlador PID clássico. Da mesma forma, foi possível utilizar estimadores de distúrbio, sendo um estimador de distúrbio padrão, chamado aqui de OD, (seção 3.3) e o Filtro de Kalman (FK) aplicado a um sistema aumentado contendo o distúrbio como variável de estado após determinar um modelo para este (seção 3.4). Com as estimativas do distúrbio a partir de ambos os estimadores aqui apresentados, foi possível aplicar o controle baseado em observação de distúrbio (*DOBC*), onde se utilizou um compensador projetado com base não somente nas estimativas, mas também em suas derivadas calculadas, com a finalidade de atenuar os distúrbios aplicados na planta experimental.

Os resultados experimentais mostraram que a utilização da informação da estimativa do distúrbio em um controle de compensação, mesmo utilizando técnicas lineares, é eficaz não somente na atenuação de distúrbio, mas também na correção da planta nominal, quando há parâmetros não modelados e incertezas e nos casos de inexistência da aplicação de distúrbios externos de grande intensidade, melhorando o desempenho do controle em geral. Os resultados também mostraram que, apesar de os observadores serem projetados para sistemas lineares e sem atraso, o desempenho obtido em uma planta com características não lineares e contendo atrasos no envio de entradas de controle foi satisfatório. Contudo, foi necessário elaborar uma lei de controle de compensação para o distúrbio em que foi necessário utilizar um maior número de parâmetros de ajuste, visto que foi utilizado um ganho adicional de compensação relacionado à estimativa do distúrbio, ajustado experimentalmente, além de um ganho para a derivada calculada da mesma estimativa.

Para trabalhos futuros, pode-se propor como alternativa a aplicação de um estimador robusto em substituição ao Filtro de Kalman, como em (ISHIHARA; TERRA; CERRI, 2015; INOUE; TERRA; CERRI, 2016) onde são apresentadas formas filtradas e preditoras de um filtro robusto recursivo baseado em mínimos quadrados regularizados e função penalidade. Observa-se no *framework* formulado em (INOUE; TERRA; CERRI, 2016) que é possível obter uma estimativa na forma preditora robusta do distúrbio de processo e de medida em um sistema com incertezas paramétricas. Como alternativa ao controle, pode-se propor a inserção do distúrbio externo no modelo para a reformulação do Regulador Linear

Quadrático Robusto (RLQ-R). Também é interessante o estudo e a proposição de técnicas de ajuste de parâmetros para os controladores aqui utilizados, em especial o regulador RLQ-R que possui as matrizes de ponderação convencionais e as matrizes de incertezas que também atuam como parâmetros de projeto.

REFERÊNCIAS

ABOUDONIA, A.; EL-BADAWY, A.; RASHAD, R. Disturbance observer-based feedback linearization control of an unmanned quadrotor helicopter. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 230, n. 9, p. 877–891, 2016.

AGARWAL, V.; PARTHASARATHY, H. Disturbance estimator as a state observer with extended kalman filter for robotic manipulator. **Nonlinear Dynamics**, Springer, v. 85, n. 4, p. 2809–2825, 2016.

AGUIRRE, L. A. **Introdução à identificação de sistemas—Técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais**. [S.l.]: Editora UFMG, 2004.

ALBERS, A. et al. Semi-autonomous flying robot for physical interaction with environment. In: IEEE. **Robotics Automation and Mechatronics (RAM), 2010 IEEE Conference on**. [S.l.], 2010. p. 441–446.

BEBOP_AUTONOMY. ROS, 2015. Disponível em: <http://wiki.ros.org/bebop_autonomy>. Acesso em: 20 ago. 2018.

BERGERMAN, M. et al. Cascaded position and heading control of a robotic helicopter. In: IEEE. **Intelligent Robots and Systems, 2007. IROS 2007. IEEE/RSJ International Conference on**. [S.l.], 2007. p. 135–140.

BONNA, R.; CAMINO, J. Trajectory tracking control of a quadrotor using feedback linearization. In: **Proc. of the XVII International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics DINAME-2015.—2015**. [S.l.: s.n.], 2015.

CASTILLO, P.; LOZANO, R.; DZUL, A. E. **Modelling and control of mini-flying machines**. [S.l.]: Physica-Verlag, 2005.

CERRI, J. P. **Regulador robusto recursivo para sistemas lineares de tempo discreto no espaço de estado**. 2009. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2009.

CHEN, L.; MERCORELLI, P.; LIU, S. A kalman estimator for detecting repetitive disturbances. In: IEEE. **American Control Conference, 2005. Proceedings of the 2005**. [S.l.], 2005. p. 1631–1636.

CHEN, M.; CHEN, W.-H. Disturbance-observer-based robust control for time delay uncertain systems. **International Journal of Control, Automation and Systems**, Springer, v. 8, n. 2, p. 445–453, 2010.

CHEN, W.-H. et al. A nonlinear disturbance observer for robotic manipulators. **IEEE Transactions on industrial Electronics**, IEEE, v. 47, n. 4, p. 932–938, 2000.

DORF, R. C.; BISHOP, R. H. **Modern control systems**. Pearson (Addison-Wesley), 1998.

ENGEL, J.; STURM, J.; CREMERS, D. Camera-based navigation of a low-cost quadcopter. In: IEEE. **Intelligent Robots and Systems (IROS), 2012 IEEE/RSJ International Conference on**. [S.l.], 2012. p. 2815–2821.

FRANKLIN, G. F.; POWELL, J. D.; EMAMI-NAEINI, A. **Feedback control of dynamic systems**. [S.l.]: Prentice Hall Press, 2014.

FRANKLIN, G. F.; POWELL, J. D.; WORKMAN, M. L. **Digital control of dynamic systems**. [S.l.]: Addison-wesley Menlo Park, CA, 1998. v. 3.

HABSI, S. A. et al. Integration of a vicon camera system for indoor flight of a parrot ar drone. In: IEEE. **Mechatronics and its Applications (ISMA), 2015 10th International Symposium on**. [S.l.], 2015. p. 1–6.

HEHN, M.; D'ANDREA, R. Quadcopter trajectory generation and control. **IFAC Proceedings Volumes**, Elsevier, v. 44, n. 1, p. 1485–1491, 2011.

HERWITZ, S. et al. Imaging from an unmanned aerial vehicle: agricultural surveillance and decision support. **Computers and electronics in agriculture**, Elsevier, v. 44, n. 1, p. 49–61, 2004.

INOUE, R. S.; TERRA, M. H.; CERRI, J. P. Extended robust kalman filter for attitude estimation. **IET Control Theory & Applications**, IET, v. 10, n. 2, p. 162–172, 2016.

ISHIHARA, J. Y.; TERRA, M. H.; CERRI, J. P. Optimal robust filtering for systems subject to uncertainties. **Automatica**, Elsevier, v. 52, p. 111–117, 2015.

JOSEPH, L. **Mastering ROS for robotics programming**. [S.l.]: Packt Publishing Ltd, 2015.

KALMAN, R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems. **Journal of basic Engineering**, American Society of Mechanical Engineers, v. 82, n. 1, p. 35–45, 1960.

KIM, D.-W.; PARK, C.-S. Application of kalman filter for estimating a process disturbance in a building space. **Sustainability**, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 9, n. 10, p. 1868, 2017.

LEÃO, W. M. **Análise comparativa de controladores robustos aplicados em robôs móvel e aéreo**. 2013. Tese (Doutorado), 2013.

LEE, B.-Y. et al. Study on payload stabilization method with the slung-load transportation system using a quad-rotor. In: IEEE. **Control Conference (ECC), 2015 European**. [S.l.], 2015. p. 2097–2102.

LI, S. et al. **Disturbance observer-based control: methods and applications**. [S.l.]: CRC press, 2014.

LUUKKONEN, T. Modelling and control of quadcopter. **Independent research project in applied mathematics**, Espoo, 2011.

MADANI, T.; BENALLEGUE, A. Sliding mode observer and backstepping control for a quadrotor unmanned aerial vehicles. In: IEEE. **American Control Conference, 2007. ACC'07**. [S.l.], 2007. p. 5887–5892.

MAHONY, R.; KUMAR, V.; CORKE, P. Multirotor aerial vehicles: Modeling, estimation, and control of quadrotor. *roboticsautomationmagazine*, 19, 20-32. **Mayhew et al. C. Mayhew, R. Sanfelice, and A. Teel. On path-lifting mechanisms and unwinding in quaternion-based attitude control. *Automatic Control, IEEE Transactions on. PP (99)*, p. 1–1, 2012.**

MARTÍNEZ-VÁSQUEZ, A. et al. Linear observer for estimating wind gust in uav's. In: IEEE. **Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE), 2015 12th International Conference on. [S.l.], 2015. p. 1–6.**

MASHOOD, A. et al. A hardware setup for formation flight of uavs using motion tracking system. In: IEEE. **Mechatronics and its Applications (ISMA), 2015 10th International Symposium on. [S.l.], 2015. p. 1–6.**

MERHEB, A.-R.; NOURA, H.; BATEMAN, F. Emergency control of ar drone quadrotor uav suffering a total loss of one rotor. **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, IEEE, 2017.**

NAGATSU, Y.; KATSURA, S. High-order disturbance estimation using kalman filter for precise reaction-torque control. In: IEEE. **2016 IEEE 14th International Workshop on Advanced Motion Control (AMC). [S.l.], 2016. p. 79–84.**

PARK, M.-C. et al. Realization of distributed formation flying using a group of autonomous quadcopters and application to visual performance show. In: IEEE. **Transportation Electrification Asia-Pacific (ITEC Asia-Pacific), 2016 IEEE Conference and Expo. [S.l.], 2016. p. 877–882.**

PIZETTA, I. H. B.; BRANDÃO, A. S.; FILHO, M. S. Cooperative quadrotors carrying a suspended load. In: IEEE. **Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), 2016 International Conference on. [S.l.], 2016. p. 1049–1055.**

PIZETTA, I. H. B.; BRANDÃO, A. S.; SARCINELLI-FILHO, M. Modelling and control of a pvtol quadrotor carrying a suspended load. In: IEEE. **Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), 2015 International Conference on. [S.l.], 2015. p. 444–450.**

RADKE, A.; GAO, Z. A survey of state and disturbance observers for practitioners. In: IEEE. **American Control Conference, 2006. [S.l.], 2006. p. 6–pp.**

RIGATOS, G.; SIANO, P.; PESSOLANO, S. Design of active suspension control system with the use of kalman filter-based disturbances estimator. **Cybernetics and Physics**, , v. 1, n. 4, p. 279–294, 2012.

SANTANA, L. V. et al. A trajectory tracking and 3d positioning controller for the ar. drone quadrotor. In: IEEE. **Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), 2014 International Conference on. [S.l.], 2014. p. 756–767.**

SANZ, J. E. **Quadrotor Team Modeling and Control for DLO Transportation.** 2016. Tese (Doutorado) — Universidad del País Vasco, 2016.

SAYED, A. H. A framework for state-space estimation with uncertain models. **IEEE Transactions on Automatic Control, IEEE**, v. 46, n. 7, p. 998–1013, 2001.

SAYED, A. H.; NASCIMENTO, V. H. Design criteria for uncertain models with structured and unstructured uncertainties. In: **Robustness in identification and control**. [S.l.]: Springer, 1999. p. 159–173.

SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. **Multivariable feedback control: analysis and design**. [S.l.]: Wiley New York, 2007. v. 2.

SLOTINE, J.-J. E.; LI, W. et al. **Applied nonlinear control**. [S.l.]: Prentice hall Englewood Cliffs, NJ, 1991. v. 199.

SMEUR, E. J.; CROON, G. C. de; CHU, Q. Cascaded incremental nonlinear dynamic inversion control for mav disturbance rejection. **arXiv preprint arXiv:1701.07254**, 2017.

SMITH, J.; LIU, C.; CHEN, W.-H. Disturbance observer based control for gust alleviation of a small fixed-wing uas. In: IEEE. **Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), 2016 International Conference on**. [S.l.], 2016. p. 97–106.

TATJEWSKI, P. Disturbance modeling and state estimation for offset-free predictive control with state-space process models. **International Journal of Applied Mathematics and Computer Science**, De Gruyter Open, v. 24, n. 2, p. 313–323, 2014.

TERRA, M. H.; CERRI, J. P.; ISHIHARA, J. Y. Optimal robust linear quadratic regulator for systems subject to uncertainties. **IEEE Transactions on Automatic Control**, IEEE, v. 59, n. 9, p. 2586–2591, 2014.

VICON_BRIDGE. ROS, 2015. Disponível em: <http://wiki.ros.org/vicon_bridge>. Acesso em: 20 ago. 2018.

WEI, X.; ZHANG, H.; GUO, L. Saturating composite disturbance-observer-based control and h control for discrete time-delay systems with nonlinearity. **International Journal of Control, Automation and Systems**, Springer, v. 7, n. 5, p. 691, 2009.

YACEF, F. et al. Observer-based adaptive fuzzy backstepping tracking control of quadrotor unmanned aerial vehicle powered by li-ion battery. **Journal of Intelligent & Robotic Systems**, Springer, v. 84, n. 1-4, p. 179–197, 2016.

YANG, J.; CHEN, W. H.; LI, S. Autopilot design of bank-to-turn missiles using state-space disturbance observers. **IET control theory & applications**, 2010.

YANG, J.; CHEN, W.-H.; LI, S. Non-linear disturbance observer-based robust control for systems with mismatched disturbances/uncertainties. **IET control theory & applications**, IET, v. 5, n. 18, p. 2053–2062, 2011.

ZIEGLER, J. G.; NICHOLS, N. B. Optimum settings for automatic controllers. **Journal of dynamic systems, measurement, and control**, American Society of Mechanical Engineers, v. 115, n. 2B, p. 220–222, 1993.