UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO–USP
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Rayza Araújo Bezerra

**Modelagem e Controle de Robô
Manipulador de Base Livre Flutuante
com Dois Braços**

São Carlos
2015

Rayza Araújo Bezerra

**Modelagem e Controle de Robô
Manipulador de Base Livre Flutuante
com Dois Braços**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ciências, Programa de Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Sistemas Dinâmicos

Orientador: Valdir Grassi Junior

São Carlos

2015

Trata-se da versão corrigida da Dissertação. A versão original se encontra disponível na EESC/USP que aloja o Programa de Pós-Graduação de Engenharia Elétrica.

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

A658m Araújo, Rayza
Modelagem e controle de robô manipulador de base
livre flutuante com dois braços / Rayza Araújo;
orientador Valdir Grassi Jr. São Carlos, 2015.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica e Área de Concentração em
Sistemas Dinâmicos -- Escola de Engenharia de São
Carlos da Universidade de São Paulo, 2015.

1. manipulador espacial. 2. controle de robôs. 3.
modelagem de robôs. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidata: Engenheira **RAYZA ARAÚJO BEZERRA.**

Título da dissertação: "Modelagem e controle de robô manipulador de base livre flutuante com dois braços".

Data da defesa: 19/06/2015

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Dr. **Valdir Grassi Junior (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Aprovada

Prof. Dr. **Jaime Hideo Izuka**
(Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP)

APROVADA

Prof. Associado **Adriano Almeida Gonçalves Siqueira**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADA

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica:
Prof. Associado **Luis Fernando Costa Alberto**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Associado **Paulo César Lima Segantine**

Agradecimentos

Gostaria de agradecer minha família, por cuidar de mim, me apoiar e amar incondicionalmente;

Ao meu maior companheiro, por ser um porto seguro longe de casa e por toda a ajuda e carinho;

Ao meu orientador, não só pelas valiosas discussões, mas também por estar sempre disposto a ajudar;

Aos meus amigos, próximos ou distantes, pela amizade verdadeira e leal;

Aos colegas e amigos do laboratório, pelo companheirismo e momentos inesquecíveis;

Aos professores que me inspiraram, pelas aulas, discussões e valiosas contribuições para a dissertação.

Agradeço também às duas instituições que tornaram possível a realização desse trabalho. A Universidade de São Paulo (USP), pela estrutura, e a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Amazonas (FAPEAM) pela concessão da bolsa de mestrado (Edital RH-Mestrado 003/2013).

Resumo

Araujo, R. **Modelagem e Controle de Robô Manipulador de Base Livre Flutuante com Dois Braços**. 92 p. Dissertação de mestrado – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2015.

A pesquisa na área de robótica espacial lida com problemas exclusivos, acarretados pela natureza e características dinâmicas dos sistemas. Isso torna a modelagem uma área de extrema importância para garantir um desempenho satisfatório. A maior característica dos braços robóticos espaciais é que seu movimento perturba a espaçonave na qual está acoplado. Essa propriedade deve ser levada em consideração, especialmente no caso de robôs de base livre flutuante – que não possuem controle de posição ou atitude na base. A maior destreza e flexibilidade de manipuladores de múltiplos braços faz com que sua pesquisa seja colocada em foco. Eles possuem maior possibilidade de lidar com cargas maiores e fornecer maior acurácia em tarefas como montagens, reparos, abastecimento, etc. Nesse contexto, o presente trabalho tem como objetivo o desenvolvimento do modelo de um manipulador espacial de base livre flutuante de dois braços. Esse modelo, então, foi aplicado no desenvolvimento de um sistema de controle. A metodologia sugerida facilita, não só a obtenção do modelo, como também a especificação de controladores. Dois esquemas de controle foram desenvolvidos: um no espaço da tarefa e outro no espaço das juntas, com diferentes especificações de trajetórias. A simulação do sistema foi realizada no ambiente Simulink (MATLAB) e os resultados são discutidos, indicando as situações de falha dos controladores especificados.

Palavras-chave: manipulador espacial, controle de robôs, modelagem de robôs.

Abstract

Araujo, R. **Modeling and Control of Dual-Arm Free-floating Manipulator**. 92 p. Master Thesis – São Carlos School of Engineering, University of São Paulo, 2015.

Space robotics research faces unique problems, which are mainly related to the intrinsic nature and dynamic characteristics of its systems. As a consequence, modelling becomes essential to guarantee the best system result. A important characteristic of space robotic arms is that their movements affect their base's position and attitude. This property must be taken into account, specially in the case of free floating space manipulators – which have no control system for the base. High dexterity and flexibility of multi-arm manipulators cause their research to be a focus for the community. With higher loads and accuracy demands, they are more likely to succeed in tasks such as maintenance, assembly, refueling, among others. In that context, this thesis aims to develop a model for a dual-arm free-floating space manipulator. The model, then, is used in the design of a control system. The suggested methodology makes the process easier – not only the modelling, but also the controller design. Two control schemes were developed: one in joint and the other in task space, with different trajectories. System simulations were run on Simulink (MATLAB) and the obtained results were discussed, with comments regarding fault situations for the specified control systems.

Keywords: space manipulator, robot control, robot modelling.

Lista de figuras

Figura 1	Manipulador espacial juntamente com seu VM.	27
Figura 2	VM mapeando um ponto em um dos braços de um SM	28
Figura 3	Esquema de um manipulador espacial de N corpos rígidos	29
Figura 4	Corpo i da cadeia da Figura 3, com todos os vetores a ele fixos	29
Figura 5	Manipulador espacial genérico e seu VM, mapeando o ponto de interesse, situado no corpo m da cadeia cinemática.	30
Figura 6	Manipuladores de um ou dois braços, ilustrando a arbitrariedade da escolha da base.	31
Figura 7	Manipulador espacial e seu DEM.	32
Figura 8	Manipulador espacial de dois braços que deseja-se modelar	35
Figura 9	Esquema do manipulador espacial estudado e os dois DEM's	36
Figura 10	Vetores fixos no SM para cálculo do DEM2	37
Figura 11	Vetores fixos no SM para cálculo do DEM1	37
Figura 12	SM e os DEM's com os braços completamente estendidos na horizontal	39
Figura 13	Ângulos das juntas – DEM1	39
Figura 14	Ângulos das juntas – DEM2	39
Figura 15	Ângulos dos DEM's medidos no SM, para ilustrar as relações da Tabela 4	41
Figura 16	Sistemas de coordenadas dos membros para o DEM2	41
Figura 17	Esquema geral dos sistemas de controle	44
Figura 18	Trajetoória desejada das juntas no tempo – curva do quinto grau	46
Figura 19	Trajetoória desejada dos efetuadores no tempo – reta	46
Figura 20	Trajetoória desejada dos efetuadores no tempo – semicírculo	47
Figura 21	Trajetoória desejada dos efetuadores no tempo – curva do quinto grau	47
Figura 22	Manipulador espacial na configuração inicial e a trajetória dos seus efetuadores	53
Figura 23	Movimento do manipulador espacial – trajetória no espaço das juntas	53
Figura 24	Trajetoória das juntas do DEM2	54
Figura 25	Velocidade angular das juntas do manipulador dinamicamente equivalente	54
Figura 26	Perfil de torque aplicado no DEM	55

Figura 27	Manipulador espacial e a trajetória dos seus efetuadores	56
Figura 28	Movimento do manipulador espacial – trajetória retilínea no espaço da tarefa	57
Figura 29	Trajetoária da coordenada x do EF2 no tempo	57
Figura 30	Trajetoária da coordenada y do EF2 no tempo	58
Figura 31	Trajetoária da coordenada x do EF1 no tempo	58
Figura 32	Trajetoária da coordenada y do EF1 no tempo	59
Figura 33	Trajetoária das juntas do DEM2	59
Figura 34	Velocidade angular das juntas do manipulador dinamicamente equivalente	60
Figura 35	Perfil de torque aplicado no DEM	60
Figura 36	Valor do determinante da matriz da eq. 23	61
Figura 37	Manipulador espacial e a trajetória dos seus efetuadores	62
Figura 38	Movimento do manipulador espacial – trajetória semicircular no espaço da tarefa	63
Figura 39	Trajetoária da coordenada x do EF2 no tempo	63
Figura 40	Trajetoária da coordenada y do EF2 no tempo	64
Figura 41	Trajetoária da coordenada x do EF1 no tempo	64
Figura 42	Trajetoária da coordenada y do EF1 no tempo	65
Figura 43	Trajetoária das juntas do DEM2	65
Figura 44	Velocidade angular das juntas do manipulador dinamicamente equivalente	66
Figura 45	Perfil de torque aplicado no DEM	66
Figura 46	Valor do determinante da matriz	67
Figura 47	Manipulador espacial e a trajetória dos seus efetuadores	68
Figura 48	Movimento do manipulador espacial – trajetória do quinto grau no espaço da tarefa	69
Figura 49	Trajetoária da coordenada x do EF2 no tempo	69
Figura 50	Trajetoária da coordenada y do EF2 no tempo	70
Figura 51	Trajetoária da coordenada x do EF1 no tempo	70
Figura 52	Trajetoária da coordenada y do EF1 no tempo	71
Figura 53	Trajetoária das juntas do DEM2	71
Figura 54	Velocidade angular das juntas do manipulador dinamicamente equivalente	72
Figura 55	Perfil de torque aplicado no DEM	72
Figura 56	Valor do determinante da matriz	73

Lista de tabelas

Tabela 1	Parâmetros dos DEMs	38
Tabela 2	Equivalência entre os membros dos manipuladores	40
Tabela 3	Equivalência entre as juntas dos manipuladores	40
Tabela 4	Equivalência entre os ângulos dos manipuladores	40
Tabela 5	Parâmetros de Denavit-Hartenberg para o DEM2	42
Tabela 6	Equações das trajetórias selecionadas	48
Tabela 7	Erro máximo absoluto para trajetória no espaço das juntas	52
Tabela 8	Erro máximo absoluto para a trajetória retilínea no espaço da tarefa	56
Tabela 9	Erro máximo absoluto para a trajetória semicircular	62
Tabela 10	Erro máximo absoluto para a trajetória com curva do quinto grau	68

Lista de siglas

VM - do inglês, **V**irtual **M**anipulator

SM - do inglês, **S**pace **M**anipulator system

VB - do inglês, **V**irtual **B**ase

VG - do inglês, **V**irtual **G**round

DEM - do inglês, **D**ynamically **E**quivalent **M**anipulator

EF - **E**fetuador **F**inal

Lista de símbolos

N	número de corpos rígidos que constituem o SM
M_{tot}	massa total do SM
m_i	massa do elo i
I_i	inércia do elo i
C_i	centro de massa do elo i
J_i	i -ésima junta do manipulador
R_i	vetor que liga o C_i à junta J_{i+1}
L_i	vetor que liga a junta J_i ao C_i
P_i	vetor unitário que dá a direção do eixo da junta do robô
θ_i, T_i	deslocamento angular/translacional das juntas
d	vetor que liga o centro de massa do elo ao ponto de interesse
S	posição centro de massa do último elo em relação ao referencial inercial
W_i, W'_i	vetor que representa o elo i do VM/DEM
l'_{ci}	vetor que liga a junta J'_i ao centro de massa do elo i do DEM
$q, \dot{q}, \ddot{q}$	vetor das variáveis de juntas do manipulador e suas derivadas
$D(q)$	matriz de inércia
$C(q, \dot{q})$	matriz de forças centrífugas e de Coriolis
τ	vetor de torques das juntas
T_d	tempo desejado para percorrer a trajetória especificada
$\tilde{q}, \dot{\tilde{q}}$	vetor de erro de posição das juntas e sua derivada
$q_d(t)$	vetor das trajetórias desejadas das juntas do manipulador no tempo
q_0, q_f	vetores das configurações inicial e final do manipulador
$x_d(t), y_d(t)$	trajetórias desejadas das coordenadas x e y do efetuador final
x_0, y_0, x_f, y_f	coordenadas x e y das posições inicial e final do efetuador final
J_{DEMi}^*	jacobiano generalizado do DEMi

Símbolos cuja definição não indica VM ou DEM, podem ser utilizados para ambos. Quando indicadas com uma ou duas linhas (por exemplo, m'_1 ou m''_1) referem-se ao DEM.

Sumário

1	Introdução	21
2	Dinâmica de Manipuladores Espaciais e sua Modelagem	25
2.1	Características Dinâmicas	25
2.2	Modelagem de manipuladores espaciais	26
2.2.1	Método do Manipulador Virtual	26
2.2.2	Manipulador Dinamicamente Equivalente	32
3	Modelagem do Robô Manipulador Espacial com Dois Braços	35
3.1	Considerações Gerais	35
3.2	Cálculo dos parâmetros dos DEMs	37
3.3	Equivalência entre os DEMs	38
3.4	Modelo do DEM	41
4	Sistemas de Controle	43
4.1	Esquema geral de controle	43
4.2	Gerador de trajetória no espaço das juntas	45
4.3	Gerador de trajetória no espaço da tarefa	45
5	Simulação e Resultados	51
5.1	Esquema de Simulação	51
5.2	Resultados	52
5.2.1	Espaço das Juntas	52
5.2.2	Espaço da Tarefa	55
6	Conclusão	75
6.1	Trabalhos Futuros	76
	Referências	77

Apêndices	81
APÊNDICE A Especificação do modelo	83
APÊNDICE B Jacobiano generalizado	91

Capítulo 1

Introdução

O desenvolvimento da robótica está ligado à aplicação de máquinas em tarefas consideradas perigosas, desconfortáveis, tediosas ou que, de alguma forma, excedem a capacidade humana. No campo espacial não é diferente (YOSHIDA, 2009): sejam robôs móveis para exploração da superfície de um planeta, ou robôs manipuladores acoplados à espaçonave, o principal objetivo é evitar a exposição de seres humanos a ambientes hostis enquanto torna mais eficiente a execução da tarefa desejada.

Em geral, os robôs dão assistência aos astronautas, especialmente na realização de atividades extra-veiculares. As aplicações abrangem diversas finalidades: montagens, reparos, abastecimento, manutenção, captura de satélites ou aeronaves não tripuladas, etc. Essas tarefas se tornam mais complexas com a evolução da tecnologia e criam novas necessidades que, por sua vez, impulsionam o campo de pesquisa a desenvolver novas técnicas de controle, planejamento e modelagem.

O avanço, porém, não se limita a essas áreas. Trabalhos sobre experimentos realizados em solo detalhando a metodologia utilizada (MENON et al., 2007), ou no espaço com apresentação de resultados efetivamente obtidos (KASAI; ODA; SUZUKI, 1999; YOON et al., 2004), estão entre as contribuições que vêm sendo feitas. Rossmann e Schluse (2011) publicaram um artigo sobre o uso de plataformas virtuais de testes para desenvolvimento/treinamento em sistemas espaciais. Relatórios técnicos abordando a estação espacial internacional e os sistemas robóticos a ela acoplados (STIEBER; TRUDEL, 1997), e revisões da literatura que preveem quais serão os próximos avanços no campo são apenas alguns dos outros exemplos de contribuições que alimentam o avanço da comunidade há mais de vinte anos.

Para o projeto de um sistema robótico espacial confiável, é necessário conhecer as particularidades exclusivas de seu comportamento dinâmico. Para se modelar um sistema desse tipo, pode-se usar diversas metodologias. Yan, Xie e Qiang (2006) usaram o princípio de D’Alambert para modelar um braço robótico de base livre controlada. Foram feitas duas simulações, uma no software ADAMS e outra no Simulink, cujos resultados foram semelhantes. Jin et al. (2014) aplicaram a teoria de vetor espacial ao algoritmo

de corpo articulado (do inglês, *Articulated-Body Algorithm*) para modelar um manipulador de base livre flutuante. Biradar e Kiran (2012) escolheram uma abordagem mais comum, utilizando a formulação de Lagrange. Eles, entretanto, decidiram desconsiderar a movimentação da base flutuante, dada a relação entre suas propriedades inerciais e as do braço robótico. Entre as referências de modelagem na literatura é importante citar os métodos do manipulador virtual (VAFA; DUBOWSKI, 1990) e do manipulador dinamicamente equivalente (LIANG; XU; BERGERMAN, 1997) que, elegantemente, relacionam um robô espacial com um manipulador de base fixa, facilitando a obtenção do modelo.

Uma vez pronta a modelagem, esta será importante no projeto do sistema de controle – seja para utilizar as equações propriamente ditas na síntese do controlador, ou para usar o modelo em uma simulação que avalie o desempenho do controlador proposto. Papadopoulos e Dubowsky (1991) provaram que algoritmos projetados para manipuladores de base fixa podem ser utilizados para manipuladores de base livre, desde que configurações singulares sejam evitadas. Diversas formas de controle foram aplicadas desde então. Parlaktuna e Ozkan (2004), por exemplo, aplicaram o modelo dinamicamente equivalente e propuseram um controlador adaptativo no espaço das juntas para um manipulador espacial de base livre-flutuante. Pazelli (2011) desenvolveu uma plataforma de testes para manipuladores espaciais, constituída de um software em MATLAB e um manipulador planar reconfigurável de base livre que flutua sobre uma mesa do tipo *Ealing*. Soluções de controle adaptativo H_∞ não linear no espaço da tarefa foram aplicadas para manipuladores de um braço em duas situações distintas: em um manipulador de base fixa dinamicamente equivalente a um real e, depois, no robô desenvolvido. Outro trabalho relevante foi o de Jarzębowska e Pietrak (2014), no qual foi sugerida uma estrutura de modelagem orientada para controle, que combina todas as restrições impostas ou naturais do sistema no modelo. A metodologia foi testada em um sistema robótico espacial livre-flutuante, usando algoritmos de controle do tipo torque computado.

Manipuladores de múltiplos braços tem maior destreza e flexibilidade (XU et al., 2012) e, com o aumento das necessidades de carga, acurácia e complexidade na realização das tarefas, sua pesquisa tem ganhado importância. Xu et al. (2012) propuseram métodos de planejamento de trajetória para manipuladores espaciais de dois braços. Seu objetivo era captura de alvos e estabilização da base ao mesmo tempo. As tarefas são divididas entre ambos os braços, ilustrando uma típica vantagem de múltiplos manipuladores. Peng et al. (2013) analisaram o sistema composto pelo manipulador de dois braços e um alvo capturado. Após a captura, forma-se uma cadeia cinemática fechada, o que dificulta a modelagem e, por conseguinte, controle do sistema. A topologia do sistema foi estudada e um modelo foi obtido. Zhang et al. (2013) modelaram um sistema robótico que se autoconfigura. Sua topologia variável é analisada em diferentes configurações e o modelo obtido foi avaliado no software ADAMS. Tang, Tang e Li (2011), por sua vez usaram uma abordagem Lagrangeana para modelar um robô manipulador de base livre flutuante com

dois braços. Baseando-se na modelagem, foi proposto um método de controle robusto usando a técnica *backstepping*.

Essa dissertação tem como objetivos gerais: o desenvolvimento de um modelo para um robô manipulador espacial planar de base livre flutuante com dois braços e duas juntas cada um; e o desenvolvimento de sistemas de controle utilizando o modelo do robô. Os sistemas de controle desenvolvidos serão simulados no ambiente Simulink (MATLAB), e os resultados obtidos serão analisados para obter um melhor conhecimento sobre as propriedades dinâmicas do sistema e suas limitações.

Diferentemente da maioria dos trabalhos citados, neste foi utilizado o método do manipulador dinamicamente equivalente (LIANG; XU; BERGERMAN, 1997) na modelagem do robô. As principais vantagens dessa abordagem são: ela facilita a modelagem e, uma vez que o modelo obtido é de um manipulador de base fixa, a base flutuante pode ser abstraída. Isso facilita também o projeto do sistema de controle, já que é possível utilizar técnicas desenvolvidas para manipuladores de base fixa (PAPADOPOULOS; DUBOWSKY, 1991).

Outro diferencial desse trabalho é o número de graus de liberdade. O sistema escolhido possui ao todo quatro, enquanto que, normalmente, os trabalhos que utilizam essa técnica de modelagem se concentram em robôs de um braço com dois graus de liberdade. Os sistemas de controle desenvolvidos são baseados em controladores para manipuladores de base fixa: um controla o sistema no espaço das juntas e o outro no espaço da tarefa.

Como principais contribuições desta dissertação, tem-se o modelo propriamente dito do manipulador espacial em questão e a metodologia utilizada para o controle. Acredita-se que, principalmente no caso do controle no espaço da tarefa, a estrutura aplicada facilite o desenvolvimento de controladores.

O presente texto está organizado em seis capítulos. O capítulo dois trata da modelagem de manipuladores espaciais, com enfoque em dois métodos importantes para o trabalho. No capítulo seguinte, descreve-se como, efetivamente, foi feita a modelagem do sistema em questão e, em seguida, o capítulo quatro detalhará a estrutura de controle utilizada e as diferenças entre os controladores desenvolvidos. No capítulo cinco, tem-se uma breve discussão sobre os parâmetros de simulação e, em seguida, a apresentação dos resultados. Por último, tem-se o capítulo de conclusão com considerações finais sobre o trabalho e sugestões de aplicações e pesquisas futuras. Nos apêndices estão especificadas as equações finais obtidas para o modelo, bem como o Jacobiano generalizado do sistema.

Capítulo 2

Dinâmica de Manipuladores Espaciais e sua Modelagem

2.1 Características Dinâmicas

A principal propriedade da dinâmica de manipuladores espaciais, que a diferencia de robôs de base fixa, é o acoplamento dinâmico entre o braço robótico e a base espacial. Um movimento qualquer do manipulador afetará a posição e atitude da aeronave que o carrega – considerando que não há um sistema para controle da espaçonave. Essa perturbação pode prejudicar gravemente o desempenho do sistema.

Uma séria consequência desse acoplamento é a aparição das chamadas singularidades dinâmicas (PAPADOPOULOS; DUBOWSKY, 1993). Semelhantes às singularidades cinemáticas, elas ocorrem quando o Jacobiano do sistema – nesse caso, o Jacobiano generalizado (YOSHIDA, 1997) – perde posto em alguma configuração. O efetuador final do manipulador fica fisicamente impossibilitado de mover-se em alguma direção, ou seja, perde um ou mais graus de liberdade.

Essas configurações dependem não só das propriedades cinemáticas do sistema, como também dos valores de massa e inércia. Elas não podem ser mapeadas no espaço de trabalho do robô porque, para uma dada posição do efetuador no espaço cartesiano, o fato dela representar ou não uma singularidade dinâmica, depende do caminho que foi tomado para atingi-la.

Outra característica que diferencia os manipuladores espaciais dos de base fixa é sua natureza não holonômica. Ela é causada pela não integrabilidade do momento angular e está relacionada com a estrutura dinâmica do sistema (PAPADOPOULOS, 1993). Diferente dos sistemas não holonômicos cinemáticos, essa restrição deriva das equações de movimento. Matematicamente, caracteriza-se por uma restrição que relaciona as acelerações angulares das juntas à da base.

Os esquemas de controle para esses sistemas podem ser divididos em, basicamente, duas categorias: base espacial controlada e não controlada (base livre flutuante). Na

primeira categoria temos as espaçonaves dotadas de rodas de reação, jatos de propulsão e/ou outros mecanismos de controle da posição e/ou atitude da espaçonave. Uma grande vantagem desses sistemas é a versatilidade e espaço de trabalho quase ilimitado. Por outro lado, entre as desvantagens, tem-se que o uso excessivo de combustível para controlar a atitude da base pode acarretar uma diminuição significativa na vida útil em órbita do sistema. Além disso, para casos onde apenas a atitude é controlada, tem-se um sistema de controle, de certa forma, mais complicado que no primeiro caso (PAPADOPOULOS; DUBOWSKY, 1991).

Para sistemas com a base não controlada, os mecanismos descritos anteriormente são desligados. Esse modo de operação só é viável quando nenhuma excitação externa (força ou torque) está agindo no sistema e seu momento angular é nulo. A chave para resolver os problemas de controle encontrados nesses sistemas é compreender de forma completa as propriedades dinâmicas que os caracterizam.

2.2 Modelagem de manipuladores espaciais

Os métodos que serão apresentados aqui foram escolhidos pelas simplificações que trazem para a modelagem; suas definições, funções e propriedades serão abordadas brevemente. Assim, para maiores detalhes, recomenda-se a consulta à literatura citada. O foco de aplicação são os manipuladores de base livre-flutuante – sem controle de posição ou atitude da base espacial.

2.2.1 Método do Manipulador Virtual

O conceito do manipulador virtual (do inglês *Virtual Manipulador* – VM) foi desenvolvido por Vafa e Dubowsky (1987). É uma ferramenta utilizada para obtenção da modelagem dinâmica, bem como para análise do espaço de trabalho e simplificação da cinemática inversa de sistemas robóticos espaciais (SM). Em casos especiais, permite que o SM seja estudado através de um manipulador de base fixa, o que facilita o processo de análise e síntese.

2.2.1.1 Definição

O Manipulador Virtual (VAFA; DUBOWSKI, 1990) é uma cadeia cinemática ideal e sem massa, que possui uma junta a mais que o manipulador espacial real. Os dois pontos interessantes dessa cadeia são a base e a extremidade: a primeira é chamada de base virtual (VB), e se situa no centro de massa do sistema real. Esta é ligada ao primeiro membro virtual através de uma junta passiva e esférica que caracteriza o movimento livre da base espacial e mapeia sua atitude.

A extremidade do VM se localiza em um ponto de interesse escolhido pelo projetista, fixo no manipulador real. Sua principal propriedade é mapear esse ponto a todo instante. No caso do manipulador da Figura 1, por exemplo, o ponto de interesse se localiza no segundo corpo, a uma distância d de seu centro de massa.

Figura 1: Manipulador espacial juntamente com seu VM.

2.2.1.2 Propriedades

O VM possui propriedades que o ajudam a ser uma ferramenta útil no estudo de manipuladores espaciais (VAFA; DUBOWSKY, 1987), são elas:

- ❑ Quando não há forças externas agindo no manipulador espacial, seu centro de massa e, portanto, a base virtual, ficará fixo em relação ao sistema de coordenadas inercial. Nesse caso, VB recebe a denominação de terra virtual (do inglês *Virtual Ground* - VG).
- ❑ No caso da presença de forças externas – como forças de contato entre o efetuador e o ambiente ou aquelas criadas pelos mecanismos de controle da base – a VB irá acelerar e mudar sua posição em relação ao sistemas de coordenadas inercial de forma proporcional à excitação externa aplicada.
- ❑ Os eixos das juntas virtuais se mantêm paralelos aos eixos das juntas reais.
- ❑ Os deslocamentos das juntas virtuais se relacionam ao deslocamentos das juntas reais por equações simples.
- ❑ A extremidade do VM é sempre coincidente com o ponto inicialmente escolhido para ser mapeado.
- ❑ O VM pode ser construído para mapear um único ponto qualquer fixo no manipulador espacial. Como ilustrado na Figura 2, mesmo para manipuladores com mais

de um braço – quando dois ou mais pontos são de interesse – o VM possuirá apenas uma extremidade.

Figura 2: VM mapeando um ponto em um dos braços de um SM

2.2.1.3 Construção

A construção do VM de um manipulador espacial utiliza características cinemáticas como tamanho dos membros, posição dos centros de massa, etc. Essa construção resulta num conjunto de vetores que representa o tamanho e orientação dos membros virtuais.

Antes de efetivamente construir o VM, é preciso definir o sistema de coordenadas inercial. Para o caso de um robô livremente flutuante (não exposto a forças externas), é interessante escolher o próprio centro de massa do sistema robótico espacial, resultando em $VG = 0$.

Em seguida, deve-se verificar o número total de corpos que constituem o robô (incluindo a base): esse será o número de juntas do manipulador virtual.

Para a construção do VM, é necessário escolher o ponto de interesse a ser mapeado. A seguir, define-se um conjunto de vetores fixos nos membros, como ilustrado na Figura 3.

Considere que o número total de corpos rígidos que constituem o manipulador espacial da Figura 3 é N e eles são numerados a partir da base (corpo 1). As $N - 1$ juntas que os ligam são representadas por J_i . Por sua vez, elas são numeradas de 2 a N para corresponderem às N juntas virtuais.

Na Figura 4, alinhado com o eixo de cada junta real, está definido um vetor unitário P_i fixo no robô e uma variável que representa o deslocamento relativo. Para juntas rotacionais, a variável associada é θ_i e, para as translacionais, é T_i . O centro de massa associado ao membro i , que possui massa m_i , é chamado C_i . Os vetores fixos nos membros R_i e L_i conectam C_i a J_{i+1} e J_i a C_i , respectivamente. Exceto pelo vetor R_N , que conecta o centro de massa do último membro ao efetuador final.

Figura 3: Esquema de um manipulador espacial de N corpos rígidos

Figura 4: Corpo i da cadeia da Figura 3, com todos os vetores a ele fixos

O próximo passo é definir a localização da VB em relação ao sistema de coordenadas inercial, utilizando a Eq. (1).

$$VB = \sum_{i=1}^N [S(0) - \sum_{k=i}^{N-1} (R_k(0) + L_{k+1}(0))] \frac{m_i}{M_{tot}} \quad (1)$$

Os índices nulos apenas indicam o valor inicial de cada variável, S é o vetor que localiza o centro de massa do último membro em relação ao sistema de coordenadas inercial, e m_i e M_{tot} são a massa do i -ésimo corpo e a massa total da cadeia, respectivamente.

Basta então utilizar o conjunto de Eq. (2) para obter os vetores que representam os membros do VM. Essas equações são válidas para o caso ilustrado na Figura 5. O ponto

mapeado está situado no membro m de um manipulador espacial de apenas um braço.

$$\begin{aligned}
 W_1 &= r_1 \\
 W_i &= r_i + l_i, & i < m \\
 W_m &= r_m + l_m - R_m + d, & i = m \\
 W_i &= r_i + l_i - R_i + L_i, & i > m
 \end{aligned} \tag{2}$$

onde

$$r_i = R_i \sum_{q=1}^i \frac{M_q}{M_{tot}} \tag{3}$$

$$l_i = L_i \sum_{q=1}^{i-1} \frac{M_q}{M_{tot}} \tag{4}$$

e d é o vetor que liga o centro de massa do membro m ao ponto de interesse.

Figura 5: Manipulador espacial genérico e seu VM, mapeando o ponto de interesse, situado no corpo m da cadeia cinemática.

Estas mesmas equações ainda são válidas para o caso de um manipulador espacial com dois braços (VAFA; DUBOWSKI, 1990). Na Figura 6 pode-se observar como, para manipuladores com um ou dois braços, a cadeia cinemática formada é única. Os manipuladores ilustrados são essencialmente iguais e se moverão da mesma forma quando sujeitos ao mesmo conjunto de torques nas juntas – dado que possuam também os mesmos parâmetros. Em (a), pode-se observar que a base foi escolhida como membro 1. Escolhê-la como qualquer outro membro apenas define diferentes pontos de interesse para o sistema, não interferindo nas equações dinâmicas.

Uma desvantagem do manipulador virtual é fornecer apenas a equivalência cinemática entre o sistema real e a cadeia virtual obtida. Não são definidos parâmetros dinâmicos

(a)

(b)

(c)

Figura 6: Manipuladores de um ou dois braços, ilustrando a arbitrariedade da escolha da base.

(massa e inércia), o que impede, por exemplo, a construção de um protótipo do sistema espacial em questão. Um método que contorna essa desvantagem será apresentado na próxima seção.

2.2.2 Manipulador Dinamicamente Equivalente

O manipulador dinamicamente equivalente (LIANG; XU; BERGERMAN, 1997) (do inglês *Dynamically Equivalent Manipulator* – DEM) é uma técnica de modelagem de manipuladores espaciais de base livre flutuante. Ela permite a obtenção da dinâmica de sistemas desse tipo sem a necessidade de modelar a complexidade da base livre.

Uma das vantagens da utilização desse conceito é a possibilidade de montagem de um ambiente para testes utilizando um robô convencional de base fixa dinamicamente equivalente ao espacial, excluindo a necessidade do desenvolvimento de um protótipo e ambiente de teste dedicados.

2.2.2.1 Definição

O DEM é um manipulador de base fixa cuja primeira junta é esférica e passiva. Ele é dinamicamente equivalente a um manipulador espacial de base livre flutuante e mapeia o movimento de seu efetuator final, como ilustrado na Figura 7.

Figura 7: Manipulador espacial e seu DEM.

É um conceito semelhante ao supracitado manipulador virtual. A principal diferença é que o DEM utiliza a equivalência cinemática, proporcionada pelo VM, e fornece a equivalência dinâmica, resultando não só em vetores representando os tamanhos e orientações dos elos virtuais, como também valores para massa e momento de inércia.

2.2.2.2 Equivalência Cinemática e Dinâmica

Aplicando a mesma lei de controle – ou seja, a mesma sequência de torques nas juntas – o manipulador espacial e o seu dinamicamente equivalente irão se mover juntos, tanto no espaço das juntas como no da tarefa.

Para entender a equivalência cinemática, é necessário lembrar do precursor do DEM: o manipulador virtual (VM). Para um mesmo sistema robótico espacial (SM), a orientação e tamanho dos membros do DEM e VM são iguais, quando o último mapeia o efetuator final (LIANG; XU; BERGERMAN, 1996):

$$\begin{aligned} W'_1 &= r_1 \\ W'_i &= r_i + l_i & i = 2, \dots, N \\ l'_{c1} &= 0 \\ l'_{ci} &= \frac{\sum_{k=1}^{i-1} m_k}{M_t} L_i & i = 2, \dots, N \end{aligned} \quad (5)$$

Onde W' representa o comprimento dos elos, l'_c representa a distância até o centro de massa do elo¹ e r_i e l_i são calculados como mostram as Eq. 3 e 4.

Essa igualdade geométrica faz com que as propriedades citadas na seção 2.2.1.1 também valham para o DEM. Como consequência, tem-se a igualdade dos seguintes valores entre o DEM e o manipulador espacial:

- O vetor de posições angulares das juntas e suas derivadas;
- As matrizes de transformação entre os sistemas de coordenadas e a base;
- Os eixos das juntas.

A equivalência dinâmica entre o SM e o DEM se dá pela igualdade das componentes lineares e angulares da energia cinética. Liang, Xu e Bergerman (1996) provaram que as condições a seguir são suficientes para que isso aconteça:

$$\begin{aligned} m'_i &= \frac{M_{tot}^2 m_i}{\sum_{k=1}^{i-1} m_k \sum_{k=1}^i m_k} & i = 2, \dots, N \\ I'_i &= I_i & i = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (6)$$

onde m representa a massa e I , o momento de inércia. Pode-se verificar que a massa do primeiro membro do DEM não é definida. Seu valor pode ser arbitrariamente escolhido pelo projetista.

¹ As variáveis com a linha (') são referentes ao DEM.

Capítulo 3

Modelagem do Robô Manipulador Espacial com Dois Braços

Nesse capítulo apresentaremos o detalhamento sobre como o modelo para um robô manipulador planar de base livre flutuante de dois braços foi obtido. Primeiramente, será apresentada a metodologia de aplicação do Método do Manipulador Dinamicamente Equivalente. Em seguida, seus parâmetros serão calculados e será dedicada uma seção para frisar as equivalências entre o modelo e o manipulador real. Por último, será apresentada de forma geral a metodologia para obter as equações dinâmicas.

3.1 Considerações Gerais

Considere como objeto de estudo um manipulador espacial (SM) de base livre flutuante de dois braços com dois graus de liberdade em cada um, como ilustrado na Figura 8.

Figura 8: Manipulador espacial de dois braços que deseja-se modelar

Todas as juntas do manipulador são rotacionais e nenhuma força externa atua no sistema. Os efeitos das forças gravitacionais, elásticas e de atrito são desprezados. O objetivo é encontrar as equações que descrevem a dinâmica do sistema e, para isso, será aplicado o conceito do manipulador dinamicamente equivalente.

No ambiente espacial, a escolha do membro três para base é arbitrária do ponto de vista da modelagem. Fisicamente, existem diferenças entre os membros: efetadores finais

normalmente tem ferramentas ou garras nas extremidades e a base tem inércia e massa maior. Essas diferenças, entretanto, não são traduzidas no formato das equações dinâmicas. Manipuladores de dois braços formam apenas uma cadeia cinemática e, portanto, podem ser interpretados como manipuladores de um braço (base no membro um).

Tendo isso em vista, se escolhermos observar o mesmo manipulador da Figura 8 como um único braço conectado em uma base espacial, a aplicação do conceito do manipulador dinamicamente equivalente (DEM) se torna muito mais intuitiva. Esse método foi escolhido por resultar na modelagem de um manipulador de base fixa, uma vez que não haverão forças externas atuando no robô.

Contudo, uma desvantagem do uso do DEM é o mapeamento de apenas um efetuador final por vez. Para contornar isso, decidiu-se utilizar dois DEMs – um para cada efetuador final. Na Figura 9 estão ilustrados os dois DEM e o SM.

Figura 9: Esquema do manipulador espacial estudado e os dois DEM's

Para melhor referência ao longo do texto, a partir de agora, vamos denominar DEM2 o manipulador dinamicamente equivalente que mapeia o efetuador do lado direito do leitor (EF2). Todas as variáveis relativas ao DEM2 serão indicadas com duas linhas (ex. m_1''). Seguindo a mesma lógica, teremos o DEM1 mapeando EF1, e suas variáveis serão indicadas com apenas uma linha (ex. m_1').

Utilizar dois DEMs para mapear o mesmo SM é, de certa forma, redundante, uma vez que ambos fornecem a informação completa de movimento das juntas. O único conhecimento adicionado pelo segundo DEM é o movimento do outro efetuador final. Vale ainda ressaltar que essa informação poderia ter sido obtida de outros modos (cinemática direta do robô espacial). Entretanto, o principal motivo para o uso de dois DEM's foi para facilitar o projeto do sistema de controle, que será abordado nos próximos capítulos.

Desse modo, o DEM2 será utilizado como modelo principal e o DEM1 atuará como auxiliar (apenas para mapear o EF1).

3.2 Cálculo dos parâmetros dos DEMs

Utilizando a mesma notação do capítulo 2, os parâmetros dos DEM's foram calculados, garantindo suas equivalências com o SM em questão. Os valores estão indicados na Tabela 1 e foram parcialmente retirados do trabalho de Pazelli (2011) (os dados foram completados de modo que o manipulador espacial ficasse simétrico). Os vetores foram representados como valores escalares porque o manipulador é planar. Para cálculo do DEM2, o SM foi observado seguindo a ordem intuitiva dos membros, ou seja, considerando o membro um como a base e seguindo até o membro cinco (EF2), como indicado na Figura 10.

Figura 10: Vetores fixos no SM para cálculo do DEM2

Desse modo, as juntas do SM e DEM2 seguem a mesma numeração. Já para o DEM1, foi utilizada a ordem inversa: considerando o membro cinco como a base e seguindo até o membro um (EF1), como ilustrado na Figura 11.

Figura 11: Vetores fixos no SM para cálculo do DEM1

Apesar disso, os dois DEMs são idênticos (mesmos valores de parâmetros) porque o SM aqui considerado é simétrico.

Tabela 1: Parâmetros dos DEMs

Membro	SM			
	m (kg)	I (kgm ²)	R (m)	L (m)
1	1.01	0.01	0.112	0.112
2	1.38	0.02	0.111	0.144
3	4.78	0.04	0.150	0.150
4	1.38	0.02	0.111	0.144
5	1.01	0.01	0.112	0.103
Membro	DEM1			
	m' (kg)	I' (kgm ²)	W' (m)	l'_c (m)
1'	1.0100	0.0100	0.0118	0
2'	5.4653	0.0200	0.0430	0.0152
3'	2.6667	0.0400	0.1500	0.0375
4'	0.2152	0.0200	0.2073	0.1080
5'	0.1181	0.0100	0.2041	0.0921
Membro	DEM2			
	m'' (kg)	I'' (kgm ²)	W'' (m)	l''_c (m)
1''	1.0100	0.0100	0.0118	0
2''	5.4653	0.0200	0.0430	0.0152
3''	2.6667	0.0400	0.1500	0.0375
4''	0.2152	0.0200	0.2073	0.1080
5''	0.1181	0.0100	0.2041	0.0921

3.3 Equivalência entre os DEMs

Pelo fato utilizar-se de uma estrutura incomum para modelagem, é importante frisar a relação entre os elementos do modelo e do manipulador real. Apesar dos valores da Tabela 1 serem iguais para os dois DEM's, ambos estão em configurações iniciais diferentes – porém, equivalentes.

Para explicar melhor, considere a configuração ilustrada na Figura 12. Os braços do SM estão completamente alinhados, na direção do eixo x do sistemas de coordenada inercial. Dado que os vetores R_i e L_i estejam alinhados, que é o caso do SM em estudo, os ângulos da configuração inicial calculados para o DEM2 serão todos nulos: $q'' = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$. Entretanto, para o DEM1 os valores de ângulos calculados serão $q' = [\pi \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$.

Isso acontece porque cada DEM mapeia um ponto diferente do manipulador real. As Figuras 13 e 14 mostram os ângulos em ambos os DEM's. O ângulo da primeira junta é medido em relação ao eixo horizontal, enquanto nas outras é medido relativo ao membro anterior. O sentido positivo é o anti-horário – os ângulos θ_i para $i = 2, \dots, 5$ são negativos na Figura 14.

Figura 12: SM e os DEM's com os braços completamente estendidos na horizontal

Figura 13: Ângulos das juntas – DEM1

Figura 14: Ângulos das juntas – DEM2

Uma consequência de ambos os DEM's mapearem o mesmo SM é a existência de equivalências entre os modelos. As Tabelas 2 e 3 ilustram essas relações entre os membros e juntas dos três manipuladores.

Tabela 2: Equivalência entre os membros dos manipuladores

SM	DEM1	DEM2
membro 1	membro 5	membro 1
membro 2	membro 4	membro 2
membro 3	membro 3	membro 3
membro 4	membro 2	membro 4
membro 5	membro 1	membro 5

Tabela 3: Equivalência entre as juntas dos manipuladores

SM	DEM1	DEM2
J_2	J'_5	J''_2
J_3	J'_4	J''_3
J_4	J'_3	J''_4
J_5	J'_2	J''_5

Apesar do capítulo 2 garantir que há igualdade entre os valores de ângulo das juntas de um SM e seu DEM, deve-se explicitar a relação para esse modelo em específico. O DEM1 toma uma ordem inversa em relação aos membros do SM, o que ocasiona uma inversão tanto de ordem quanto de sinal em relação às juntas. Seguindo o sistema de coordenadas já definido – dextrogiro, com x e y positivos para a direita e para cima, respectivamente – a Figura 15 mostra os ângulos das juntas dos DEM medidos no SM, para ilustrar essa equivalência. A Tabela 4 explicita essa relação.

Tabela 4: Equivalência entre os ângulos dos manipuladores

SM	DEM1	DEM2
θ_2	$-\theta'_5$	θ''_2
θ_3	$-\theta'_4$	θ''_3
θ_4	$-\theta'_3$	θ''_4
θ_5	$-\theta'_2$	θ''_5

Figura 15: Ângulos dos DEM's medidos no SM, para ilustrar as relações da Tabela 4

3.4 Modelo do DEM

Nessa seção será mostrada a sequência de trabalho para obter o modelo do manipulador dinamicamente equivalente. Uma vez que o DEM possui uma base fixa, seu modelo poderia ter sido obtido de inúmeras maneiras. A abordagem Lagrangiana foi escolhida e não será completamente detalhada aqui já que, pelo número de graus de liberdade, as equações são muito extensas.

Usando o sistema de coordenadas inercial já definido, o próximo passo é fixar os sistemas de coordenadas de cada membro. Como se sabe, essa definição fica a critério do projetista, uma vez que não influencia no resultado das equações dinâmicas. A Figura 16 mostra o DEM2 com os sistemas de coordenadas escolhidos para cada membro. Vale ressaltar que os valores dos ângulos ilustrados são negativos, exceto por θ_1 .

Figura 16: Sistemas de coordenadas dos membros para o DEM2

Na Tabela 5, pode-se identificar os respectivos valores dos parâmetros de Denavit-Hartenberg para cada membro do DEM2.

Com isso, obtêm-se as matrizes de rotação R_i que relacionam o sistema de coordenadas de cada membro com o da base – que é também o sistema de coordenadas inercial, uma vez que a base do DEM se localiza no centro de massa.

Tabela 5: Parâmetros de Denavit-Hartenberg para o DEM2

Membro	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1''
2	W_1''	0	0	θ_2''
3	W_2''	0	0	θ_3''
4	W_3''	0	0	θ_4''
5	W_4''	0	0	θ_5''

O passo seguinte é obter as matrizes jacobianas apropriadas, como nas Eq. 7 e 8, que relacionam a velocidade angular das juntas com as velocidades linear e angular do centro de massa de cada membro.

$$v_i = J_{vi}(q)\dot{q} \quad (7)$$

$$\omega_i = J_{\omega i}(q)\dot{q} \quad (8)$$

Em seguida, é possível calcular as matrizes que constituem o modelo. A matriz de inércia $D(q)$ é dada pela expressão da Eq. 9

$$D(q) = \sum_{i=1}^N m_i J_{vi}^T(q) J_{vi}(q) + J_{\omega i}(q)^T R_i(q) I_i R_i^T J_{\omega i}(q) \quad (9)$$

Finalmente, com os elementos de $D(q)$, calcula-se a matriz de forças centrífugas e de Coriolis $C(q, \dot{q})$, cujos elementos são dados pela Eq. 10

$$c_{kj} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial d_{ki}}{\partial q_j} - \frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k} \right\} \dot{q}_i \quad (10)$$

Então, o modelo de um robô manipulador espacial (desconsiderando a ação da gravidade) possui a forma da Eq. 11.

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} = \tau \quad (11)$$

Onde τ é o vetor de torques das juntas (o primeiro deve ser sempre nulo, para garantir a equivalência). O vetor q e suas derivadas referem-se às variáveis de juntas do DEM. As matrizes D e C foram identificadas no apêndice A.

Após obtenção das equações analíticas, é necessário aplicar valores diferentes de configuração inicial para se obter os modelos de ambos DEM usados na modelagem do SM em questão.

Capítulo 4

Sistemas de Controle

O controle de sistemas robóticos espaciais apresenta problemas interessantes e únicos, não encontrados em robôs manipuladores terrestres. A solução para esses problemas está conectada ao completo entendimento da dinâmica desses sistemas. Para aplicação do modelo obtido nos capítulos anteriores, foram desenvolvidos dois esquemas de controle com objetivos distintos. Nesse projeto, resultados importantes da literatura foram levados em consideração.

Papadopoulos e Dubowsky (1991) provaram que praticamente qualquer controlador inicialmente imaginado para manipuladores de base fixa, pode ser utilizado no controle de manipuladores espaciais de base livre flutuante, desde que evitadas as singularidades dinâmicas e estimada ou medida a orientação da base. Com a utilização de um modelo que mapeia o robô em um manipulador de base fixa, isso se torna ainda mais evidente.

Umetani e Yoshida (1987) propuseram a matriz jacobiana generalizada. Ela relaciona as velocidades das juntas do braço do manipulador espacial com a velocidade linear do efetuador final. Esse conceito foi expandido para outros sistemas subatuados por Yoshida (1997), devido às características dinâmicas semelhantes entre eles. Essa matriz permite identificar configurações singulares, uma vez que ela perde o posto nessas posições. Combinando-a com a modelagem desenvolvida, pode-se montar um esquema baseado no controle Jacobiano inverso.

Nas próximas seções serão abordados os sistemas de controle desenvolvidos para o espaço das juntas e o espaço da tarefa. Primeiramente será detalhado o esquema geral de ambos os controladores e, depois, o gerador de trajetória – principal diferença entre os esquemas – será abordado para cada caso.

4.1 Esquema geral de controle

Foram projetados dois sistemas de controle com objetivos distintos: um no espaço das juntas e o outro no espaço da tarefa. Ambos possuem uma estrutura geral dividida em, basicamente, três partes, como é ilustrado na Figura 17.

Figura 17: Esquema geral dos sistemas de controle

O conjunto de blocos mais a direita é constituído pelos modelos dos dois DEM's e fornece a resposta do sistema nos espaços da tarefa e das juntas. Esses valores de saída são realimentados para o bloco anterior (controlador), que gera os valores de torque a serem aplicados a cada instante no robô.

O bloco controlador tem como entradas a resposta das juntas e suas derivadas, bem como os valores desejados para essas variáveis. É constituído por um controlador Torque Calculado com PID. Como o manipulador dinamicamente equivalente é, essencialmente, um manipulador subatuado, sua lei de controle é da forma:

$$\tau_{2,5} = \overline{D}[\ddot{q}_{d2,5} + K_{v2,5}\dot{\tilde{q}}_{2,5} + K_{p2,5}\tilde{q}_{2,5} + \int \tilde{q}_{2,5}dt] + \overline{B} \quad (12)$$

Com as matrizes K_p e K_v definidas positivas, para garantir a estabilidade. A variável $\tilde{q} = q_d - q$ refere-se ao erro das juntas e suas derivadas. As matrizes $\overline{D}$ e $\overline{B}$ estão indicadas no conjunto de Eq. 13; elas são calculadas utilizando as matrizes do modelo dinâmico.

$$\overline{D} = \begin{bmatrix} d_{22} - d_{12}\rho_2 & d_{23} - d_{13}\rho_2 & d_{24} - d_{14}\rho_2 & d_{25} - d_{15}\rho_2 \\ d_{32} - d_{12}\rho_3 & d_{33} - d_{13}\rho_3 & d_{34} - d_{14}\rho_3 & d_{35} - d_{15}\rho_3 \\ d_{42} - d_{12}\rho_4 & d_{43} - d_{13}\rho_4 & d_{44} - d_{14}\rho_4 & d_{45} - d_{15}\rho_4 \\ d_{52} - d_{12}\rho_5 & d_{53} - d_{13}\rho_5 & d_{54} - d_{14}\rho_5 & d_{55} - d_{15}\rho_5 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\overline{B} = \begin{bmatrix} b_2 - \rho_2 b_{11} \\ b_{31} - \rho_3 b_{11} \\ b_{41} - \rho_4 b_{11} \\ b_{51} - \rho_5 b_{11} \end{bmatrix}$$

Onde $\rho_2 = d_{21}/d_{11}$, $\rho_3 = d_{31}/d_{11}$, $\rho_4 = d_{41}/d_{11}$ e $\rho_5 = d_{51}/d_{11}$.

O torque gerado na primeira junta é mantido em zero e, como se pode observar, os outros são calculados utilizando valores desejados e de erro das juntas ativas.

O bloco comutador, localizado na saída do controlador e antes do DEM1, serve para inverter a ordem dos torques calculados, de modo que eles sejam aplicados nas juntas corretas do DEM1.

A entrada do bloco controlador é gerada pelo primeiro bloco da Figura 17: gerador de trajetórias. Ele diferencia os dois sistemas de controle criados. Esse bloco será melhor detalhado, para cada um dos controladores, nas seções seguintes. Suas entradas são tempo para cumprir a tarefa, configuração inicial e posição desejada do manipulador. Sua saída é um conjunto de pontos interpolados no tempo que determina a posição angular desejada e suas derivadas a cada instante. Foram geradas ao todo quatro trajetórias: uma no espaço das juntas e três no espaço da tarefa.

4.2 Gerador de trajetória no espaço das juntas

Para o controlador que tem como objetivo de controle levar o robô de uma configuração q_0 até q_f em um dado tempo T_d , o bloco gerador de trajetórias é bem simples. São definidos apenas os polinômios de 5º, 4º e 3º graus que descrevem as posições, velocidades e acelerações das juntas em função do tempo. A Eq. 14 mostra o polinômio utilizado e a Figura 18 ilustra a trajetória no tempo.

$$q_d(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 + a_5t^5 \quad (14)$$

com os coeficientes dados por:

$$a_0 = q_0 \quad (15)$$

$$a_1 = a_2 = 0 \quad (16)$$

$$a_3 = \frac{10(q_f - q_0)}{T_d^3} \quad (17)$$

$$a_4 = \frac{15(q_0 - q_f)}{T_d^4} \quad (18)$$

$$a_5 = \frac{6(q_f - q_0)}{T_d^5} \quad (19)$$

4.3 Gerador de trajetória no espaço da tarefa

Para o caso do controlador que tem como objetivo seguir trajetórias razoavelmente independentes com os efetuadores finais, gerar o conjunto de pontos a ser passado para o controlador é um pouco mais complicado. Deve-se primeiro escolher as trajetórias no espaço da tarefa e em seguida transformá-las para o espaço das juntas através do Jacobiano generalizado.

Foram selecionadas três trajetórias diferentes: uma reta, um semicírculo e um polinômio do quinto grau. Os formatos das trajetórias utilizadas estão na Tabela 6 e ilustrados

Figura 18: Trajetória desejada das juntas no tempo – curva do quinto grau

nas Figuras 19, 20 e 21. A posição cartesiana inicial do efetuador é $\begin{bmatrix} x_0 & y_0 \end{bmatrix}^T$ e deseja-se seguir a trajetória $\begin{bmatrix} x_d(t) & y_d(t) \end{bmatrix}^T$ para chegar à posição $\begin{bmatrix} x_f & y_f \end{bmatrix}^T$ em T_d segundos.

Figura 19: Trajetória desejada dos efetuadores no tempo – reta

Figura 20: Trajetória desejada dos efetuadores no tempo – semicírculo

Figura 21: Trajetória desejada dos efetuadores no tempo – curva do quinto grau

Tabela 6: Equações das trajetórias selecionadas

Trajetória	Equações	Coefficientes
Reta	$x_d(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 + a_5t^5$ $y_d(t) = y_0 + (x - x_0)\frac{y_f - y_0}{x_f - x_0}$	$a_0 = x_0$ $a_1 = a_2 = 0$ $a_3 = 10\frac{x_f - x_0}{T_d^3}$ $a_4 = 15\frac{x_0 - x_f}{T_d^4}$ $a_5 = 6\frac{x_f - x_0}{T_d^5}$
Semicírculo	$\alpha_{aux} = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 + a_5t^5$ $x_d(t) = R_{traj} \cos \alpha_{aux} + x_0 - R_{traj}$ $y_d(t) = R_{traj} \sin \alpha_{aux} + y_0$	$\alpha_f = \pi, \alpha_0 = 0$ $a_0 = \alpha_0$ $a_1 = a_2 = 0$ $a_3 = 10\frac{\alpha_f - \alpha_0}{T_d^3}$ $a_4 = 15\frac{\alpha_0 - \alpha_f}{T_d^4}$ $a_5 = 6\frac{\alpha_f - \alpha_0}{T_d^5}$
Curva do quinto grau	$x_d(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 + a_5t^5$ $y_d(t) = e_0 + e_1x_d + e_2x_d^2 + e_3x_d^3 + e_4x_d^4 + e_5x_d^5$	$a_0 = x_0, a_1 = a_2 = 0$ $a_3 = 10\frac{x_f - x_0}{T_d^3}$ $a_4 = 15\frac{x_0 - x_f}{T_d^4}$ $a_5 = 6\frac{x_f - x_0}{T_d^5}$ $e_0 = y_0, e_1 = a_2 = 0$ $e_3 = 10\frac{y_f - y_0}{(x_f - x_0)^3}$ $e_4 = 15\frac{y_0 - y_f}{(x_f - x_0)^4}$ $e_5 = 6\frac{y_f - y_0}{(x_f - x_0)^5}$

Esse trabalho considera que a trajetória proposta no espaço da tarefa está inteiramente contida no espaço de trabalho de rotas independentes (*path independent workspace*) (PAPADOPOULOS; DUBOWSKY, 1993) e, portanto, não gerará condições de singularidade dinâmica. Os pontos de início e fim são, então, escolhidos de acordo.

A partir daí, por causa do esquema de controle proposto, precisa-se transformar essa trajetória para o espaço das juntas, para que se possa fornecê-la ao controlador. Isso é feito utilizando o conceito de Jacobiano generalizado, que relaciona a velocidade do efetuador final, com as juntas ativas do sistema. Escrevendo essa relação para ambos os

DEM's, tem-se

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}'' \\ \dot{y}'' \end{bmatrix} &= J_{DEM2}^* \dot{q}_{2,5}'' \\ \begin{bmatrix} \dot{x}' \\ \dot{y}' \end{bmatrix} &= J_{DEM1}^* \dot{q}_{2,5}' \end{aligned} \quad (20)$$

O procedimento para obtenção das matrizes jacobianas generalizadas está brevemente descrito no apêndice B. Em vista da relação entre os valores das juntas dos DEM's discutida na seção 3.3 do capítulo 3, podemos reescrever Eq. 20 na forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}' \\ \dot{y}' \end{bmatrix} = -\text{fliplr}(J_{DEM1}^*) \dot{q}_{2,5}'' \quad (21)$$

A função *fliplr* inverte as colunas da matriz da esquerda para a direita. Usando a Eq. 21, podemos escrever:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}'' \\ \dot{y}'' \\ \dot{x}' \\ \dot{y}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{DEM2}^* \\ -\text{fliplr}(J_{DEM1}^*) \end{bmatrix} \dot{q}_{2,5}'' \quad (22)$$

Tem-se, então, uma relação entre as trajetórias dos dois efetuadores e das juntas:

$$\dot{q}_{2,5}'' = \begin{bmatrix} J_{DEM2}^* \\ -\text{fliplr}(J_{DEM1}^*) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x}'' \\ \dot{y}'' \\ \dot{x}' \\ \dot{y}' \end{bmatrix} \quad (23)$$

Aqui, pode-se perceber o motivo pelo qual escolheu-se mapear cada efetuador com um DEM. Combinando as informações dos Jacobianos generalizados, obtém-se uma matriz jacobiana que, exceto em condições de singularidade dinâmica, possui inversa.

Essa dependência da inversa da matriz da Eq. 23 causa uma falha no sistema de controle quando o manipulador passa por configurações onde ela possui determinante nulo. O valor de torque não poderá ser corretamente calculado, deixando o sistema possivelmente instável.

Capítulo 5

Simulação e Resultados

5.1 Esquema de Simulação

O ambiente de simulação foi desenvolvido no software MATLAB, utilizando o Simulink. Os blocos foram montados seguindo o esquema de controle ilustrado na Figura 17. O solver utilizado foi o *ode3* com um passo fixo de 0.01s. O tempo designado pelo gerador de trajetória para o manipulador assumir sua posição desejada foi de 10s, fixo para todas as trajetórias utilizadas. Os valores escolhidos para as matrizes K_p e K_v são dados pelas Eqs. 24 e 25.

$$K_p = \begin{bmatrix} \omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega^2 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$K_v = \begin{bmatrix} 2\omega & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2\omega & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\omega \end{bmatrix} \quad (25)$$

com $\omega = 2$ para todos os casos. Desse modo, cada junta se comporta como um sistema linear criticamente amortecido (KELLY; SANTIBÁÑEZ; LÓRIA, 2005).

Escolheu-se manter esses parâmetros fixos, uma vez que o objetivo principal é ilustrar a aplicação dos sistemas de controle desenvolvidos para o sistema em questão e não a avaliação profunda do desempenho de controladores específicos.

5.2 Resultados

Nessa seção serão ilustrados os resultados obtidos com as simulações: eles se dividem em duas categorias, de acordo com o espaço no qual a trajetória desejada é especificada. Primeiramente, tem-se o espaço das juntas, para o qual foi gerada apenas uma trajetória: um polinômio de grau cinco no tempo. Já para o espaço da tarefa tem-se três exemplos de trajetória: retilínea, semicircular e uma curva de quinto grau.

5.2.1 Espaço das Juntas

O objetivo de controle é levar o manipulador espacial de uma configuração $q_{inicial} = [-90^\circ \ 15^\circ \ 45^\circ \ 45^\circ \ 15^\circ]$ a uma $q_{final} = [0^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ]$ seguindo uma curva desejada no espaço das juntas, no tempo determinado.

A trajetória final dos efetuadores, juntamente com sua configuração inicial, está ilustrada na Figura 22. Na Tabela 7, estão indicados os valores de erro máximo absoluto das variáveis do SM.

Tabela 7: Erro máximo absoluto para trajetória no espaço das juntas

Variável	Erro máximo absoluto
θ_2	$9.89694 \cdot 10^{-10}$ rad
θ_3	$2.96908 \cdot 10^{-9}$ rad
θ_4	$2.96908 \cdot 10^{-9}$ rad
θ_5	$9.89693 \cdot 10^{-10}$ rad
$\dot{\theta}_2$	$3.45374 \cdot 10^{-9}$ rad/s
$\dot{\theta}_3$	$1.03612 \cdot 10^{-8}$ rad/s
$\dot{\theta}_4$	$1.03612 \cdot 10^{-8}$ rad/s
$\dot{\theta}_5$	$3.45374 \cdot 10^{-9}$ rad/s

Para melhor visualização do movimento dos outros membros do manipulador espacial, na Figura 23 estão ilustradas várias configurações sequenciais do robô. As imagens mais claras mostram configurações mais próximas da inicial e, à medida que ficam mais escuras, se aproximam da configuração final.

As Figuras 24, 25 e 26 mostram a trajetória do espaço das juntas e os perfis de velocidade e torque, respectivamente.

A abordagem para o sistema de controle aqui utilizado foi padrão para manipuladores de base fixa e os resultados foram satisfatórios. A única modificação no controlador Torque Calculado padrão foi, como já mencionamos, forçar o torque nulo na primeira junta – que é uma condição de equivalência do DEM.

Figura 22: Manipulador espacial na configuração inicial e a trajetória dos seus efetadores

Figura 23: Movimento do manipulador espacial – trajetória no espaço das juntas

Figura 24: Trajetória das juntas do DEM2

Figura 25: Velocidade angular das juntas do manipulador dinamicamente equivalente

Figura 26: Perfil de torque aplicado no DEM

5.2.2 Espaço da Tarefa

O objetivo de controle no espaço da tarefa é fazer o manipulador espacial, que se encontra em uma configuração inicial $q_{inicial}$, mover seus efetadores das posições iniciais até posições finais $[x''_{final} \ y''_{final}]^T$ e $[x'_{final} \ y'_{final}]^T$ seguindo trajetórias cartesianas específicas no tempo desejado.

5.2.2.1 Trajetória retilínea

As primeiras trajetórias cartesianas selecionadas foram retilíneas e estão ilustradas, junto com o manipulador espacial, na Figura 27. Como feito na seção 5.2.1, a Figura 28 mostra o movimento do robô: a configuração inicial é mostrada mais clara e a final, mais escura.

As Figuras 33, 34 e 35 mostram a trajetória dos ângulos das juntas e os perfis de velocidade e torque, respectivamente. As trajetórias das componentes x e y das posições dos efetadores no tempo estão ilustradas nas Figuras 29, 30, 31 e 32. As trajetórias desejadas não foram ilustradas porque os valores de erro absoluto, indicados na Tabela 8, foram desprezíveis.

Os picos nos valores de torque observados ao redor do instante $t = 2s$ ocorrem porque o determinante da matriz da Eq. 23 – ilustrado na Figura 36 – torna-se muito próximo de zero. Nesse instante o manipulador espacial se aproxima de uma configuração singular.

Tabela 8: Erro máximo absoluto para a trajetória retilínea no espaço da tarefa

Variável	Erro máximo absoluto
x''	$1.88653 \cdot 10^{-5}$ m
y''	$2.79922 \cdot 10^{-6}$ m
x'	$9.40198 \cdot 10^{-6}$ m
y'	$1.57498 \cdot 10^{-5}$ m
θ_2	0.000313697 rad
θ_3	0.000422541 rad
θ_4	0.000656718 rad
θ_5	0.000678147 rad
$\dot{\theta}_2$	0.00181276 rad/s
$\dot{\theta}_3$	0.00239381 rad/s
$\dot{\theta}_4$	0.00267214 rad/s
$\dot{\theta}_5$	0.00232758 rad/s

Figura 27: Manipulador espacial e a trajetória dos seus efetuadores

Figura 28: Movimento do manipulador espacial – trajetória retilínea no espaço da tarefa

Figura 29: Trajetória da coordenada x do EF2 no tempo

Figura 30: Trajetória da coordenada y do EF2 no tempo Figura 31: Trajetória da coordenada x do EF1 no tempo

Figura 32: Trajetória da coordenada y do EF1 no tempo

Figura 33: Trajetória das juntas do DEM2

Figura 34: Velocidade angular das juntas do manipulador dinamicamente equivalente

Figura 35: Perfil de torque aplicado no DEM

Figura 36: Valor do determinante da matriz da eq. 23

5.2.2.2 Trajetória semicírculo

Para as próximas trajetórias dos efetuadores, decidiu-se manter a trajetória retilínea do EF1 e mover o EF2 em um semicírculo, indicado Figura 37. Assim, pode-se verificar a existência de certa independência na escolha da trajetória dos efetuadores – a determinação da trajetória de um restringe, porém não especifica completamente a trajetória do outro.

Não é escopo do presente trabalho determinar a relação que define o espaço de trabalho de um efetuator do manipulador espacial de base livre flutuante de dois braços em relação ao outro. Essa relação deve ilustrar características do sistema como singularidades dinâmicas e cinemáticas, além da conservação de momento (centro de massa estático).

Seguindo o padrão das seções anteriores, a Figura 38 mostra o movimento do robô: configurações mais próximas da inicial são retratadas com a cor mais clara e as mais próximas da final retratadas com a cor mais escura. As Figuras 43, 44 e 45 indicam a trajetória no espaço das juntas e os perfis de velocidade e torque, respectivamente. Os valores das componentes das posições de cada efetuator no tempo estão ilustrados nas Figuras 39, 40, 41 e 42. Os valores de erro máximo absoluto estão indicados na Tabela 9.

Como no caso da trajetória anterior, é possível observar picos acentuados de torque por volta de $t = 1s$, coincidentes com os valores mais próximos de zero do determinante ilustrado na Figura 46. Quando esse valor é exatamente nulo (singularidade dinâmica), o

Tabela 9: Erro máximo absoluto para a trajetória semicircular

Variável	Erro máximo absoluto
x''	$1.89655 \cdot 10^{-5}$ m
y''	$1.57923 \cdot 10^{-5}$ m
x'	$7.8434 \cdot 10^{-6}$ m
y'	$1.223 \cdot 10^{-5}$ m
θ_2	0.000350835 rad
θ_3	0.000348935 rad
θ_4	0.000343322 rad
θ_5	0.000352663 rad
$\dot{\theta}_2$	0.00112373 rad/s
$\dot{\theta}_3$	0.00142167 rad/s
$\dot{\theta}_4$	0.00161835 rad/s
$\dot{\theta}_5$	0.00156095 rad/s

Figura 37: Manipulador espacial e a trajetória dos seus efetuadores

Figura 38: Movimento do manipulador espacial – trajetória semicircular no espaço da tarefa

Figura 39: Trajetória da coordenada x do EF2 no tempo

Figura 40: Trajetória da coordenada y do EF2 no tempo Figura 41: Trajetória da coordenada x do EF1 no tempo

Figura 42: Trajetória da coordenada y do EF1 no tempo

Figura 43: Trajetória das juntas do DEM2

Figura 44: Velocidade angular das juntas do manipulador dinamicamente equivalente

Figura 45: Perfil de torque aplicado no DEM

Figura 46: Valor do determinante da matriz

controle projetado falha, tornando o sistema possivelmente instável. A trajetória desejada no espaço das juntas não pode ser calculada, pois depende diretamente da inversa dessa matriz.

Como pode-se perceber, passar próximo de uma configuração singular afeta diretamente o torque gerado pelo controlador. Consequentemente, pode-se verificar seu impacto também nas Figuras 44 (velocidade) e 43 (ângulo das juntas).

5.2.2.3 Trajetória do quinto grau

Começando de uma posição inicial diferente em relação às anteriores, a Figura 47 mostra as últimas trajetórias selecionadas: uma reta para EF1 – com posições inicial e final diferentes – e uma curva do quinto grau para o EF2. Da mesma forma que nas seções anteriores, a Figura 48 ilustra o movimento do robô: imagens mais claras se referem à configurações mais próximas da inicial, enquanto que as mais escuras estão mais próximas da configuração final.

Os gráficos de ângulos e velocidade das juntas e torque aplicado estão ilustrados nas Figuras 53, 54 e 55. As trajetórias das componentes das posições de ambos os efetuadores no tempo estão indicadas nas Figuras 49, 50, 51 e 52. Na Tabela 10 estão os valores de erro máximo absoluto para as variáveis relevantes para o desempenho do sistema.

Tabela 10: Erro máximo absoluto para a trajetória com curva do quinto grau

Variável	Erro máximo absoluto
x''	$1.82853 \cdot 10^{-5}$ m
y''	$2.47759 \cdot 10^{-5}$ m
x'	$1.62398 \cdot 10^{-5}$ m
y'	$1.13376 \cdot 10^{-5}$ m
θ_2	0.000212953 rad
θ_3	0.000278209 rad
θ_4	0.000238881 rad
θ_5	0.00015401 rad
$\dot{\theta}_2$	0.00124323 rad/s
$\dot{\theta}_3$	0.00164652 rad/s
$\dot{\theta}_4$	0.00145019 rad/s
$\dot{\theta}_5$	0.000942742 rad/s

Figura 47: Manipulador espacial e a trajetória dos seus efetuadores

Figura 48: Movimento do manipulador espacial – trajetória do quinto grau no espaço da tarefa

Figura 49: Trajetória da coordenada x do EF2 no tempo

Figura 50: Trajetória da coordenada y do EF2 no tempo Figura 51: Trajetória da coordenada x do EF1 no tempo

Figura 52: Trajetória da coordenada y do EF1 no tempo

Figura 53: Trajetória das juntas do DEM2

Figura 54: Velocidade angular das juntas do manipulador dinamicamente equivalente

Figura 55: Perfil de torque aplicado no DEM

Figura 56: Valor do determinante da matriz

Nessa simulação, iniciou-se o manipulador em uma posição próxima a uma singularidade, como indicado na Figura 56. O determinante inicialmente parece nulo pela escala do gráfico. Vale ressaltar que, apesar do gerador de trajetórias não tratar diretamente a possibilidade da trajetória desejada passar por uma condição de singularidade, os pontos e trajetórias aqui ilustrados foram escolhidos justamente por estarem no espaço de trabalho de rotas independentes (*Path-Independent workspace*) – ou seja, não gerarem condições de singularidade dinâmica.

Capítulo 6

Conclusão

No presente trabalho foi desenvolvido o modelo para um manipulador espacial de base livre flutuante de dois braços. A metodologia utilizada foi o manipulador dinamicamente equivalente (DEM). Ela foi escolhida porque traz a facilidade de não precisar lidar com a base flutuante; uma vez que o manipulador espacial é modelado por um manipulador de base fixa.

Como o robô modelado possui dois braços, decidiu-se utilizar dois DEM's para mapeá-los. É uma metodologia redundante, uma vez que a informação dada por um DEM é suficiente para localizar ambos os efetuadores finais e fornecer uma relação entre os valores de torque aplicados e as trajetórias das juntas. Mesmo assim, preferiu-se continuar com essa metodologia. O motivo principal foi o projeto do sistema de controle baseado no Jacobiano inverso. Utilizando os dois DEM's, foi possível combinar as informações dos Jacobianos generalizados de forma simples e obter uma matriz que, exceto em condições de singularidade dinâmica, possui inversa (quadrada e de determinante não nulo).

Após a modelagem, foram desenvolvidos dois esquemas de controle. O primeiro, no espaço das juntas, é bem simples e possibilitou uma aplicação do modelo de modo a verificar se o comportamento era o esperado. O outro esquema de controle é no espaço da tarefa e usa o Jacobiano generalizado inverso e o mesmo controlador no espaço das juntas utilizado no esquema anterior. O objetivo desse controle foi mover ambos os efetuadores de forma independente e essa tarefa foi realizada com sucesso.

Entretanto, vale ressaltar que a escolha das trajetórias para os dois efetuadores realizarem ao mesmo tempo não é completamente livre. Ao definir-se uma trajetória desejada para um efetuator, restringe-se a escolha para o outro. Essa relação não foi explorada pelo presente trabalho, porém sabe-se que ela precisa ilustrar tanto a conservação de movimento (centro de massa do sistema permanece estático) quanto a existência das singularidades cinemáticas e dinâmicas.

Através das simulações feitas, foi possível compreender as peculiaridades desse sistema físico: o funcionamento da dinâmica, a influência das singularidades e como elas geram falhas nos esquemas de controle projetados. A metodologia da modelagem e a aplicação

do controlador no espaço da tarefa são as maiores contribuições desse trabalho porque fornecem alternativas simples para esses problemas normalmente complexos.

6.1 Trabalhos Futuros

Para dar continuidade ao trabalho desenvolvido, existem várias opções de abordagem:

- ❑ Comparação dos resultados de simulação com resultados experimentais;
- ❑ Encontrar o espaço de trabalho do robô livre de configurações singulares;
- ❑ Mapeamento da relação entre as trajetórias permitidas dos dois efetuadores finais;
- ❑ Expandir o gerador de trajetórias para evitar caminhos que passem por singularidades dinâmicas ou muito próximo delas;
- ❑ Aplicação de outros tipos de controladores (controle robusto ou ótimo);

Referências

BIRADAR, R.; KIRAN, M. The dynamics of fixed base and Free-Floating robotic manipulator. **International Journal of Engineering Research and Technology**, 2012. v. 1, n. 5, 2012.

JARZĘBOWSKA, E.; PIETRAK, K. Constrained mechanical systems modeling and control: A free-floating space manipulator case as a multi-constrained system. **Robotics and Autonomous Systems**, 2014. v. 62, n. 10, 2014. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.robot.2014.04.004>>.

JIN, M. et al. Dynamics modeling and simulation of space manipulator based on spatial vector. In: **2014 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA)**. IEEE, 2014. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/ICMA.2014.6885841>>.

KASAI, T.; ODA, M.; SUZUKI, T. Results of the ETS-7 Mission-Rendezvous docking and space robotics experiments. In: **Proc. of Fifth International Symposium on Artificial Intelligence, Robotics and Automation in Space (ISAIRAS 99)**. Paris: European Space Agency, 1999.

KELLY, R.; SANTIBÁÑEZ, V.; LÓRIA, A. **Control of Robot Manipulators in Joint Space – Advanced Textbooks in Control and Signal Processing**. : Springer, 2005.

LIANG, B.; XU, Y.; BERGERMAN, M. **Mapping a Space Manipulator to a Dynamically Equivalent Manipulator**. Pittsburgh, PA 15213, September 1996.

_____. Dynamically equivalent manipulator for space manipulator system: Part 1. In: **Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)**. : IEEE, 1997. v. 4, p. 2765–2770 vol.4.

MENON, C. et al. Issues and solutions for testing free-flying robots. **Acta Astronautica**, 2007. v. 60, n. 12, p. 957 – 965, 2007. ISSN 0094-5765. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0094576506004279>>.

PAPADOPOULOS, E. Nonholonomic behavior in free-floating space manipulators and its utilization. **The Springer International Series in Engineering and Computer Science**, 1993. v. 192, p. 423–445, 1993.

PAPADOPOULOS, E.; DUBOWSKY, S. On the nature of control algorithms for free-floating space manipulators. **IEEE Transactions on Robotics and Automation**, 1991. v. 7, n. 6, p. 750–758, 1991. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/70.105384>>.

_____. Dynamic singularities in free-floating space manipulators. **Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control**, 1993. v. 115, n. 1, p. 44–52, 1993.

PARLAKTUNA, O.; OZKAN, M. Adaptive control of free-floating space manipulators using dynamically equivalent manipulator model. **Robotics and Autonomous Systems**, 2004. v. 46, n. 3, 2004. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.robot.2003.11.007>>.

PAZELLI, T. **Montagem e Controle H-infinito Não Linear de Manipuladores Espaciais com Base Flutuante**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2011.

PENG, J. et al. Dynamic analysis of the compounded system formed by dual-arm space robot and the captured target. 2013. 2013. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/ROBIO.2013.6739684>>.

ROSSMANN, J.; SCHLUSE, M. Virtual robotic testbeds: A foundation for e-robotics in space, in industry - and in the woods. In: **Developments in E-systems Engineering (DeSE)**, 2011. 2011. p. 496–501.

STIEBER, M.; TRUDEL, C. Robotic systems for the international space station. In: **Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)**. 1997. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/ROBOT.1997.606754>>.

TANG, X.; TANG, C.; LI, H. A backstepping robust control method for free-floating space robot system with dual-arms. In: **Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)**. 2011.

UMETANI, Y.; YOSHIDA, K. Continuous path control of space manipulators mounted on OMV. **Acta Astronautica**, 1987. v. 15, n. 12, p. 981–986, 1987.

VAFA, Z.; DUBOWSKI, S. The kinematics and dynamics of space manipulators: The virtual manipulator approach. **International Journal of Robotics Research**, 1990. v. 9, n. 4, p. 3–21, 1990.

VAFA, Z.; DUBOWSKY, S. On the dynamics of manipulators in space using the virtual manipulator approach. In: **Robotics and Automation. Proceedings. 1987 IEEE International Conference on**. 1987. v. 4, p. 579–585.

XU, W. et al. Singularity-free path planning of dual-arm space robot for keeping the base inertially stabilized during target capturing. In: **Robotics and Biomimetics (ROBIO), 2012 IEEE International Conference on**. 2012. p. 1536–1541.

YAN, S.; XIE, J.; QIANG, W. Dynamics modeling and simulation analysis of 6-DOF space manipulator. In: **1st International Symposium on Systems and Control in Aerospace and Astronautics (ISSCAA 2006)**. 2006. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/ISSCAA.2006.1627647>>.

YOON, W. K. et al. Model-Based space robot teleoperation of ETS-VII manipulator. **IEEE Transactions on Robotics and Automation**, 2004. v. 20, n. 3, p. 602–612, 2004. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/TRA.2004.824700>>.

YOSHIDA, K. A general formulation for under-actuated manipulators. In: **Proceedings of the 1997 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 97)**. 1997. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1109/IROS.1997-656579](http://dx.doi.org/10.1109/IROS.1997.656579)>.

_____. Achievements in space robotics. **Robotics Automation Magazine, IEEE**, 2009. v. 16, n. 4, p. 20–28, December 2009. ISSN 1070-9932.

ZHANG, Y. et al. Dynamic modeling of self-reconfigurable multi-arm space robotic system with variable topology. In: **IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)**. 2013. p. 599–604. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/ROBIO.2013.6739525>>.

Apêndices

APÊNDICE A

Especificação do modelo

Como foi visto no capítulo 3, o modelo tem forma da equação 11, que será repetida aqui:

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} = \tau \quad (26)$$

Com as matrizes $D(q)$ e $C(q, \dot{q})$:

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} & d_{44} & d_{45} \\ d_{51} & d_{52} & d_{53} & d_{54} & d_{55} \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} & c_{35} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} & c_{45} \\ c_{51} & c_{52} & c_{53} & c_{54} & c_{55} \end{bmatrix} \quad (28)$$

Seus elementos estão identificados abaixo:

$$\begin{aligned} d_{1,1} = & I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 + l_{c1}^2 m_1 + l_{c2}^2 m_2 + l_{c3}^2 m_3 + l_{c4}^2 m_4 + l_{c5}^2 m_5 + W_1^2 m_2 \\ & + W_1^2 m_3 + W_1^2 m_4 + W_2^2 m_3 + W_1^2 m_5 + W_2^2 m_4 + W_2^2 m_5 + W_3^2 m_4 + W_3^2 m_5 \\ & + W_4^2 m_5 + 2l_{c5} W_1 m_5 \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5) + 2l_{c3} W_1 m_3 \cos(\theta_2 + \theta_3) \\ & + 2l_{c4} W_2 m_4 \cos(\theta_3 + \theta_4) + 2l_{c5} W_3 m_5 \cos(\theta_4 + \theta_5) + 2W_1 W_3 m_4 \cos(\theta_2 + \theta_3) \\ & + 2W_1 W_3 m_5 \cos(\theta_2 + \theta_3) + 2W_2 W_4 m_5 \cos(\theta_3 + \theta_4) + 2l_{c2} W_1 m_2 \cos(\theta_2) \\ & + 2l_{c3} W_2 m_3 \cos(\theta_3) + 2l_{c4} W_3 m_4 \cos(\theta_4) + 2l_{c5} W_4 m_5 \cos(\theta_5) + 2W_1 W_2 m_3 \cos(\theta_2) \\ & + 2W_1 W_2 m_4 \cos(\theta_2) + 2W_1 W_2 m_5 \cos(\theta_2) + 2W_2 W_3 m_4 \cos(\theta_3) \\ & + 2W_2 W_3 m_5 \cos(\theta_3) + 2W_3 W_4 m_5 \cos(\theta_4) + 2l_{c4} W_1 m_4 \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \\ & + 2l_{c5} W_2 m_5 \cos(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5) + 2W_1 W_4 m_5 \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d_{1,2} = & d_{2,1}I_2 + I_3 + I_4 + I_5 + l_{c2}^2m_2 + l_{c3}^2m_3 + l_{c4}^2m_4 + l_{c5}^2m_5 + W_2^2m_3 + W_2^2m_4 \\
& + W_2^2m_5 + W_3^2m_4 + W_3^2m_5 + W_4^2m_5 + l_{c5}W_1m_5 \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5) \\
& + l_{c3}W_1m_3 \cos(\theta_2 + \theta_3) + 2l_{c4}W_2m_4 \cos(\theta_3 + \theta_4) + 2l_{c5}W_3m_5 \cos(\theta_4 + \theta_5) \\
& + W_1W_3m_4 \cos(\theta_2 + \theta_3) + W_1W_3m_5 \cos(\theta_2 + \theta_3) + 2W_2W_4m_5 \cos(\theta_3 + \theta_4) \\
& + l_{c2}W_1m_2 \cos(\theta_2) + 2l_{c3}W_2m_3 \cos(\theta_3) + 2l_{c4}W_3m_4 \cos(\theta_4) + 2l_{c5}W_4m_5 \cos(\theta_5) \\
& + W_1W_2m_3 \cos(\theta_2) + W_1W_2m_4 \cos(\theta_2) + W_1W_2m_5 \cos(\theta_2) + 2W_2W_3m_4 \cos(\theta_3) \\
& + 2W_2W_3m_5 \cos(\theta_3) + 2W_3W_4m_5 \cos(\theta_4) + l_{c4}W_1m_4 \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \\
& + 2l_{c5}W_2m_5 \cos(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5) + W_1W_4m_5 \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d_{1,3} = & d_{3,1}I_3 + I_4 + I_5 + l_{c3}^2m_3 + l_{c4}^2m_4 + l_{c5}^2m_5 + W_3^2m_4 + W_3^2m_5 \\
& + W_4^2m_5 + l_{c5}W_1m_5 \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5) + l_{c3}W_1m_3 \cos(\theta_2 + \theta_3) \\
& + l_{c4}W_2m_4 \cos(\theta_3 + \theta_4) + 2l_{c5}W_3m_5 \cos(\theta_4 + \theta_5) + W_1W_3m_4 \cos(\theta_2 + \theta_3) \\
& + W_1W_3m_5 \cos(\theta_2 + \theta_3) + W_2W_4m_5 \cos(\theta_3 + \theta_4) + l_{c3}W_2m_3 \cos(\theta_3) \\
& + 2l_{c4}W_3m_4 \cos(\theta_4) + 2l_{c5}W_4m_5 \cos(\theta_5) + W_2W_3m_4 \cos(\theta_3) \\
& + W_2W_3m_5 \cos(\theta_3) + 2W_3W_4m_5 \cos(\theta_4) + l_{c4}W_1m_4 \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \\
& + l_{c5}W_2m_5 \cos(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5) + W_1W_4m_5 \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d_{1,4} = & d_{4,1}I_4 + I_5 + l_{c4}^2m_4 + l_{c5}^2m_5 + W_4^2m_5 + l_{c5}W_1m_5 \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5) \\
& + l_{c4}W_2m_4 \cos(\theta_3 + \theta_4) + l_{c5}W_3m_5 \cos(\theta_4 + \theta_5) \\
& + W_2W_4m_5 \cos(\theta_3 + \theta_4) + l_{c4}W_3m_4 \cos(\theta_4) + 2l_{c5}W_4m_5 \cos(\theta_5) \\
& + W_3W_4m_5 \cos(\theta_4) + l_{c4}W_1m_4 \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \\
& + l_{c5}W_2m_5 \cos(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5) + W_1W_4m_5 \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d_{1,5} = & d_{5,1}I_5 + l_{c5}^2m_5 + l_{c5}W_1m_5 \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5) + l_{c5}W_3m_5 \cos(\theta_4 + \theta_5) \\
& + l_{c5}W_4m_5 \cos(\theta_5) + l_{c5}W_2m_5 \cos(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d_{2,2} = & I_2 + I_3 + I_4 + I_5 + l_{c2}^2m_2 + l_{c3}^2m_3 + l_{c4}^2m_4 + l_{c5}^2m_5 + W_2^2m_3 + W_2^2m_4 \\
& + W_2^2m_5 + W_3^2m_4 + W_3^2m_5 + W_4^2m_5 + 2l_{c4}W_2m_4 \cos(\theta_3 + \theta_4) \\
& + 2l_{c5}W_3m_5 \cos(\theta_4 + \theta_5) + 2W_2W_4m_5 \cos(\theta_3 + \theta_4) + 2l_{c3}W_2m_3 \cos(\theta_3) \\
& + 2l_{c4}W_3m_4 \cos(\theta_4) + 2l_{c5}W_4m_5 \cos(\theta_5) + 2W_2W_3m_4 \cos(\theta_3) \\
& + 2W_2W_3m_5 \cos(\theta_3) + 2W_3W_4m_5 \cos(\theta_4) + 2l_{c5}W_2m_5 \cos(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d_{2,3} = & d_{3,2}I_3 + I_4 + I_5 + l_{c3}^2m_3 + l_{c4}^2m_4 + l_{c5}^2m_5 + W_3^2m_4 + W_3^2m_5 + W_4^2m_5 \\
& + l_{c4}W_2m_4 \cos(\theta_3 + \theta_4) + 2l_{c5}W_3m_5 \cos(\theta_4 + \theta_5) + W_2W_4m_5 \cos(\theta_3 + \theta_4) \\
& + l_{c3}W_2m_3 \cos(\theta_3) + 2l_{c4}W_3m_4 \cos(\theta_4) + 2l_{c5}W_4m_5 \cos(\theta_5) + W_2W_3m_4 \cos(\theta_3) \\
& + W_2W_3m_5 \cos(\theta_3) + 2W_3W_4m_5 \cos(\theta_4) + l_{c5}W_2m_5 \cos(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d_{2,4} = & d_{4,2}I_4 + I_5 + l_{c4}^2m_4 + l_{c5}^2m_5 + W_4^2m_5 + l_{c4}W_2m_4 \cos(\theta_3 + \theta_4) \\
& + l_{c5}W_3m_5 \cos(\theta_4 + \theta_5) + W_2W_4m_5 \cos(\theta_3 + \theta_4) + l_{c4}W_3m_4 \cos(\theta_4) \\
& + 2l_{c5}W_4m_5 \cos(\theta_5) + W_3W_4m_5 \cos(\theta_4) + l_{c5}W_2m_5 \cos(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5)
\end{aligned}$$

$$d_{2,5} = d_{5,2}I_5 + l_{c5}^2m_5 + l_{c5}W_3m_5 \cos(\theta_4 + \theta_5) + l_{c5}W_4m_5 \cos(\theta_5) + l_{c5}W_2m_5 \cos(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5)$$

$$\begin{aligned}
d_{3,3} = & I_3 + I_4 + I_5 + l_{c3}^2m_3 + l_{c4}^2m_4 + l_{c5}^2m_5 + W_3^2m_4 + W_3^2m_5 + W_4^2m_5 + 2l_{c5}W_3m_5 \cos(\theta_4 + \theta_5) \\
& + 2l_{c4}W_3m_4 \cos(\theta_4) + 2l_{c5}W_4m_5 \cos(\theta_5) + 2W_3W_4m_5 \cos(\theta_4)
\end{aligned}$$

$$d_{3,4} = d_{4,3}m_4l_{c4}^2 + W_3m_4\cos(\theta_4)l_{c4} + m_5l_{c5}^2 + 2m_5\cos(\theta_5)l_{c5}W_4 \\ + W_3m_5\cos(\theta_4 + \theta_5)l_{c5} + m_5W_4^2 + W_3m_5\cos(\theta_4)W_4 + I_4 + I_5$$

$$d_{3,5} = d_{5,3}I_5 + l_{c5}^2m_5 + l_{c5}W_3m_5\cos(\theta_4 + \theta_5) + l_{c5}W_4m_5\cos(\theta_5)$$

$$d_{4,4} = m_4l_{c4}^2 + m_5l_{c5}^2 + 2m_5\cos(\theta_5)l_{c5}W_4 + m_5W_4^2 + I_4 + I_5$$

$$d_{4,5} = d_{5,4}m_5l_{c5}^2 + W_4m_5\cos(\theta_5)l_{c5} + I_5$$

$$d_{5,5} = m_5l_{c5}^2 + I_5$$

$$c_{1,1} = -\dot{\theta}_3(l_{c5}W_1m_5\sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5) + l_{c3}W_1m_3\sin(\theta_2 + \theta_3) + l_{c4}W_2m_4\sin(\theta_3 + \theta_4) \\ + W_1W_3m_4\sin(\theta_2 + \theta_3) + W_1W_3m_5\sin(\theta_2 + \theta_3) + W_2W_4m_5\sin(\theta_3 + \theta_4) \\ + l_{c3}W_2m_3\sin(\theta_3) + W_2W_3m_4\sin(\theta_3) + W_2W_3m_5\sin(\theta_3) + l_{c4}W_1m_4\sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \\ + l_{c5}W_2m_5\sin(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5) + W_1W_4m_5\sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)) \\ - \dot{\theta}_5(l_{c5}W_1m_5\sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5) + l_{c5}W_3m_5\sin(\theta_4 + \theta_5) + l_{c5}W_4m_5\sin(\theta_5) \\ + l_{c5}W_2m_5\sin(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5)) - \dot{\theta}_4(l_{c5}W_1m_5\sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5) \\ + l_{c4}W_2m_4\sin(\theta_3 + \theta_4) + l_{c5}W_3m_5\sin(\theta_4 + \theta_5) + W_2W_4m_5\sin(\theta_3 + \theta_4) \\ + l_{c4}W_3m_4\sin(\theta_4) + W_3W_4m_5\sin(\theta_4) + l_{c4}W_1m_4\sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \\ + l_{c5}W_2m_5\sin(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5) + W_1W_4m_5\sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)) \\ - \dot{\theta}_2(l_{c5}W_1m_5\sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5) + l_{c3}W_1m_3\sin(\theta_2 + \theta_3) + W_1W_3m_4\sin(\theta_2 + \theta_3) \\ + W_1W_3m_5\sin(\theta_2 + \theta_3) + l_{c2}W_1m_2\sin(\theta_2) + W_1W_2m_3\sin(\theta_2) + W_1W_2m_4\sin(\theta_2) \\ + W_1W_2m_5\sin(\theta_2) + l_{c4}W_1m_4\sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) + W_1W_4m_5\sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4))$$

$$c_{1,2} = -\dot{\theta}_3(l_{c5}W_1m_5\sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5) + l_{c3}W_1m_3\sin(\theta_2 + \theta_3) + l_{c4}W_2m_4\sin(\theta_3 + \theta_4) \\ + W_1W_3m_4\sin(\theta_2 + \theta_3) + W_1W_3m_5\sin(\theta_2 + \theta_3) + W_2W_4m_5\sin(\theta_3 + \theta_4) \\ + l_{c3}W_2m_3\sin(\theta_3) + W_2W_3m_4\sin(\theta_3) + W_2W_3m_5\sin(\theta_3) + l_{c4}W_1m_4\sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \\ + l_{c5}W_2m_5\sin(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5) + W_1W_4m_5\sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)) \\ - \dot{\theta}_5(l_{c5}W_1m_5\sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5) + l_{c5}W_3m_5\sin(\theta_4 + \theta_5) + l_{c5}W_4m_5\sin(\theta_5) \\ + l_{c5}W_2m_5\sin(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5)) - \dot{\theta}_4(l_{c5}W_1m_5\sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5) \\ + l_{c4}W_2m_4\sin(\theta_3 + \theta_4) + l_{c5}W_3m_5\sin(\theta_4 + \theta_5) + W_2W_4m_5\sin(\theta_3 + \theta_4) \\ + l_{c4}W_3m_4\sin(\theta_4) + W_3W_4m_5\sin(\theta_4) + l_{c4}W_1m_4\sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \\ + l_{c5}W_2m_5\sin(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5) + W_1W_4m_5\sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)) \\ - \dot{\theta}_1(l_{c5}W_1m_5\sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5) + l_{c3}W_1m_3\sin(\theta_2 + \theta_3) + W_1W_3m_4\sin(\theta_2 + \theta_3) \\ + W_1W_3m_5\sin(\theta_2 + \theta_3) + l_{c2}W_1m_2\sin(\theta_2) + W_1W_2m_3\sin(\theta_2) + W_1W_2m_4\sin(\theta_2) \\ + W_1W_2m_5\sin(\theta_2) + l_{c4}W_1m_4\sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) + W_1W_4m_5\sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)) \\ - \dot{\theta}_2(l_{c5}W_1m_5\sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5) + l_{c3}W_1m_3\sin(\theta_2 + \theta_3) + W_1W_3m_4\sin(\theta_2 + \theta_3) \\ + W_1W_3m_5\sin(\theta_2 + \theta_3) + l_{c2}W_1m_2\sin(\theta_2) + W_1W_2m_3\sin(\theta_2) + W_1W_2m_4\sin(\theta_2) \\ + W_1W_2m_5\sin(\theta_2) + l_{c4}W_1m_4\sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) + W_1W_4m_5\sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4))$$

$$\begin{aligned}
c_{4,3} = & \dot{\theta}_1(l_{c5}W_3m_5 \sin(\theta_4 + \theta_5) + l_{c4}W_3m_4 \sin(\theta_4) + W_3W_4m_5 \sin(\theta_4)) \\
& + \dot{\theta}_2(l_{c5}W_3m_5 \sin(\theta_4 + \theta_5) + l_{c4}W_3m_4 \sin(\theta_4) + W_3W_4m_5 \sin(\theta_4)) \\
& + \dot{\theta}_3(l_{c5}W_3m_5 \sin(\theta_4 + \theta_5) + l_{c4}W_3m_4 \sin(\theta_4) + W_3W_4m_5 \sin(\theta_4)) - l_{c5}W_4\dot{\theta}_5m_5 \sin(\theta_5)
\end{aligned}$$

$$c_{4,4} = -l_{c5}W_4\dot{\theta}_5m_5 \sin(\theta_5)$$

$$\begin{aligned}
c_{4,5} = & -l_{c5}W_4\dot{\theta}_1m_5 \sin(\theta_5) - l_{c5}W_4\dot{\theta}_2m_5 \sin(\theta_5) - l_{c5}W_4\dot{\theta}_3m_5 \sin(\theta_5) \\
& - l_{c5}W_4\dot{\theta}_4m_5 \sin(\theta_5) - l_{c5}W_4\dot{\theta}_5m_5 \sin(\theta_5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{5,1} = & \dot{\theta}_2(l_{c5}W_3m_5 \sin(\theta_4 + \theta_5) + l_{c5}W_4m_5 \sin(\theta_5) + l_{c5}W_2m_5 \sin(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5)) \\
& + \dot{\theta}_1(l_{c5}W_1m_5 \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5) + l_{c5}W_3m_5 \sin(\theta_4 + \theta_5) + l_{c5}W_4m_5 \sin(\theta_5) \\
& \quad + l_{c5}W_2m_5 \sin(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5)) \\
& + \dot{\theta}_3(l_{c5}W_3m_5 \sin(\theta_4 + \theta_5) + l_{c5}W_4m_5 \sin(\theta_5)) + l_{c5}W_4\dot{\theta}_4m_5 \sin(\theta_5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{5,2} = & \dot{\theta}_1(l_{c5}W_3m_5 \sin(\theta_4 + \theta_5) + l_{c5}W_4m_5 \sin(\theta_5) + l_{c5}W_2m_5 \sin(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5)) \\
& + \dot{\theta}_2(l_{c5}W_3m_5 \sin(\theta_4 + \theta_5) + l_{c5}W_4m_5 \sin(\theta_5) + l_{c5}W_2m_5 \sin(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5)) \\
& + \dot{\theta}_3(l_{c5}W_3m_5 \sin(\theta_4 + \theta_5) + l_{c5}W_4m_5 \sin(\theta_5)) + l_{c5}W_4\dot{\theta}_4m_5 \sin(\theta_5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{5,3} = & \dot{\theta}_1(l_{c5}W_3m_5 \sin(\theta_4 + \theta_5) + l_{c5}W_4m_5 \sin(\theta_5)) \\
& + \dot{\theta}_2(l_{c5}W_3m_5 \sin(\theta_4 + \theta_5) + l_{c5}W_4m_5 \sin(\theta_5)) \\
& + \dot{\theta}_3(l_{c5}W_3m_5 \sin(\theta_4 + \theta_5) + l_{c5}W_4m_5 \sin(\theta_5)) + l_{c5}W_4\dot{\theta}_4m_5 \sin(\theta_5)
\end{aligned}$$

$$c_{5,4} = l_{c5}W_4\dot{\theta}_1m_5 \sin(\theta_5) + l_{c5}W_4\dot{\theta}_2m_5 \sin(\theta_5) + l_{c5}W_4\dot{\theta}_3m_5 \sin(\theta_5) + l_{c5}W_4\dot{\theta}_4m_5 \sin(\theta_5)$$

$$c_{5,5} = 0$$

APÊNDICE B

Jacobiano generalizado

Aqui será apresentado o método de obter a matriz jacobiana generalizada (YOSHIDA, 1997) do sistema.

O Jacobiano relaciona a velocidade angular das juntas e a velocidade linear do efetuador final, como mostra a Eq. 29

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = J(q)\dot{q}. \quad (29)$$

Os elementos de $J(q)$ – calculados usando o DEM – são dados por:

$$j_{11} = -W_4 * \sin \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - W_2 * \sin \theta_1 + \theta_2 - W_1 * \sin \theta_1 \\ - W_5 * \sin \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 - W_3 * \sin \theta_1 + \theta_2 + \theta_3$$

$$j_{12} = -W_4 * \sin \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - W_2 * \sin \theta_1 + \theta_2 - W_5 \\ * \sin \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 - W_3 * \sin \theta_1 + \theta_2 + \theta_3$$

$$j_{13} = -W_4 * \sin \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - W_5 * \sin \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 - W_3 * \sin \theta_1 + \theta_2 + \theta_3$$

$$j_{14} = -W_4 * \sin \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - W_5 * \sin \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5$$

$$j_{15} = -W_5 * \sin \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5$$

$$j_{21} = W_4 * \cos \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + W_2 * \cos \theta_1 + \theta_2 + W_1 * \cos \theta_1 \\ + W_5 * \cos \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 + W_3 * \cos \theta_1 + \theta_2 + \theta_3$$

$$j_{22} = W_4 * \cos \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + W_2 * \cos \theta_1 + \theta_2 + W_5 \\ * \cos \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 + W_3 * \cos \theta_1 + \theta_2 + \theta_3$$

$$j_{23} = W_4 * \cos \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + W_5 * \cos \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 + W_3 * \cos \theta_1 + \theta_2 + \theta_3$$

$$j_{24} = W_4 * \cos \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + W_5 * \cos \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5$$

$$j_{25} = W_5 * \cos \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5$$

O Jacobiano generalizado J^* é calculado utilizando a Eq.30 (YOSHIDA, 1997):

$$J^* = J_m - J_b D_b^{-1} D_{bm} \quad (30)$$

Onde, J_m é a parte do Jacobiano relacionada às juntas ativas q_m e J_b às passivas q_b – como indicado na Eq. 31.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_b \\ J_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_b \\ \dot{q}_m \end{bmatrix} \quad (31)$$

A matriz D_b é obtida através do modelo do manipulador (Eq. 26), particionando-o como mostra a Eq. 32

$$\begin{bmatrix} D_b & D_{bm} \\ D_{bm} & D_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_b \\ \ddot{q}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_b \\ B_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_m \end{bmatrix} \quad (32)$$

No caso do robô em questão, D_b é uma matriz 1x1, já que a base flutuante é representada pela junta passiva do DEM.