RAFAEL DINIZ SANTIAGO

Estudo de influência das buchas de suspensão traseira do tipo *Twist-Beam* nos eventos de impacto do *ride* e no regime permanente do *handling* de um veículo de passeio.

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de concentração: Dinâmica das Máquinas e Sistemas

Orientador: Prof. Dr. Álvaro Costa Neto

Este exemplar trata-se da versão corrigida. A versão original encontra-se disponível junto ao departamento de Engenharia Mecânica da EESC-SP.

São Carlos
2013

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTA TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

S235e Santiago, Rafael Diniz
Estudo de influência das buchas de suspensão
traseira do tipo Twist-Beam nos eventos de impacto do
ride e no regime permanente do handling de um veículo
de passeio / Rafael Diniz Santiago; orientador Álvaro
Costa Neto. São Carlos, 2013.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Mecânica e Área de Concentração em
Dinâmica de Máquinas e Sistemas -- Escola de Engenharia
de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2013.

1. Ride. 2. Handling. 3. Multicorpos. 4. Suspension
Bushings. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **RAFAEL DINIZ SANTIAGO**

Título da dissertação: "Estudo de influência das buchas de suspensão traseira do tipo Twist-Beam nos eventos de impacto do ride e no regime permanente do handling de um veículo de passeio".

Data da defesa: 27/09/2013

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Dr. **Álvaro Costa Neto (orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Prof. Associado **Antonio Carlos Canale**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Prof. Dr. **Cláudio Gomes Fernando**
(Universidade Paulista/UNIP)

APROVADO

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica:
Prof. Associado **Marcelo Areias Trindade**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Titular **Denis Vinicius Coury**

À Jane por todo amor e apoio incondicional.

À meus pais por todos os valores, educação e oportunidades que me deram.

À Giovanna.

AGRADECIMENTOS

A todos os amigos com os quais convivo e convivi na Ford, por todo apoio e amadurecimento técnico que me propiciaram.

Ao Prof. Dr. Álvaro Costa Neto pela amizade, confiança e orientação.

A Ford Motor Company pela oportunidade da realização do trabalho.

A Escola de Engenharia de São Carlos –USP pela oportunidade de realização do curso de mestrado.

RESUMO

SANTIAGO, R. D. **Estudo de influência das buchas de suspensão traseira do tipo *Twist-Beam* nos eventos de impacto do *ride* e no regime permanente do *handling* de um veículo de passeio.** 2013. 112 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2013.

Atualmente, a utilização de suspensão traseira do tipo *twist beam* é muito difundida em veículos de pequeno porte e alto volume de produção, por apresentar um bom compromisso entre custo e desempenho. No entanto este conceito possui limitações no que diz respeito à absorção de vibrações de *ride* (conforto) secundário e impactos, e possui um compromisso com as características de *handling*(estabilidade) do veículo. Este trabalho apresenta um estudo de influência da rigidez das buchas da suspensão *twist beam* nos eventos de impacto singular para *ride* e no regime permanente do *handling*. É utilizado no estudo um modelo de multicorpos com veículo completo construído no software ADAMS. Para o estudo de *ride* é utilizada uma abordagem semi-analítica, através dos dados de medição em pista utilizando transdutores de força nas rodas (WFT). A partir do uso de tais carregamentos é possível simular os fenômenos de *ride* sem necessitar de um modelo específico de pneu. Para o estudo de *handling* é utilizado modelo pneu correlacionado com medição de curva em uma bancada chamada *Flat-Trac*. Utilizando os modelos construídos para *ride* e *handling*, são apresentados os dados de correlação dos modelos com veículo protótipo e um estudo da influência da rigidez de bucha nas métricas de impacto singular para *ride* e gradiente de esterçamento para *handling*.

Palavras-chave: Ride, Handling, Multicorpos, Suspension Bushing.

ABSTRACT

SANTIAGO, R. D. **Study of influence of Twist Beam Rear suspension bushings in the ride impact events and handling steady state behavior of a passenger vehicle.** 2013. 112 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2013.

Currently, the use of rear suspension twist beam is widespread in small vehicles and high-volume production, because it presents a good compromise between cost and performance. However, this concept has limitations regards the absorption of secondary ride vibrations and impacts, and has a commitment with handling characteristics of the vehicle. This dissertation presents a study of the stiffness influence of the twist beam suspension bushings in impact singular events to the ride and the steady state handling behavior. A multibody model of vehicle complete built in ADAMS software has been used for the study. For the ride study is using a semi-analytical approach, through the track measurement data using wheel force transducers (WFT). From the use of such road loads is possible to simulate the ride phenomena without needing a specific model of tire. For the handling study a tire model used is correlated with measurement curve on a workbench called Flat-Trac. Using models built for ride and handling are shown the correlation data models with prototype vehicle and a study of the influence of the bushing stiffness for the singular impact event metrics for ride and the steering gradient metric for handling.

Keywords: Ride, Handling, Multicorpos, Suspension Bushing.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Diagrama ambiente/motorista/veículo (Costa, 2002)	15
Figura 2: Gráfico de tolerância do corpo humano a acelerações verticais(ISO2631)	17
Figura 3: Suspensão do tipo <i>Twist-Beam</i> da plataforma Volkswagen 1997 (Reimpell et al., 2001)	21
Figura 4: <i>Compliance Steer Oversteer</i> (Reimpell et al., 2001)	23
Figura 5: Forças atuantes no eixo durante uma curva (Reimpell et al., 2001)	23
Figura 6: <i>Roll Steer Understeer</i> (Reimpell et al., 2001).....	24
Figura 7: Fluxograma de projeto do eixo <i>Twist-Beam</i> (Dongchan and Chulho, 2012)	26
Figura 8: Eixo <i>trailing arm</i> (Wagh et al., 2011)	27
Figura 9: Eixo <i>twist-beam</i> (Wagh et al., 2011).....	27
Figura 10: Eventos singulares tira retangular e lombada cossenoidal (Rill, 2011)	35
Figura 11: Perfil de Pista e propriedades estatísticas (Rill, 2011)	36
Figura 12: <i>PSD</i> de pista: (a) medições, (b) classificações (Rill, 2011)	36
Figura 13: Perfil de Pista Tridimensional (Rill, 2011).....	37
Figura 14: Modelos planar sofisticado (Rill, 2011).....	38
Figura 15: Modelo simplificado para análise básica de conforto e segurança (Rill, 2011)	39
Figura 16: Modelos simplificados de dinâmica vertical (Rill, 2011)	40
Figura 17: Bicycle Model (Costa, 2002).....	43
Figura 18: Modelo Plano de 4 Rodas (Costa, 2002)	44
Figura 19: Modelo de 2 massas (Costa, 2002).....	44
Figura 20: Modelo com efeito de geometria de suspensão (Costa,2002).	45
Figura 21: Geometria de Ackermann (Rill, 2011).	46
Figura 22: Curvas de força lateral x <i>slip angle</i> (Costa,2002).....	47
Figura 23: Efeito de algumas grandezas na força lateral (Costa,2002).....	48
Figura 24: Veículo fazendo curva à direita (Rill, 2011).....	48
Figura 25: Eixo de rolagem ou <i>roll axis</i> (Rill, 2011).	49
Figura 26: Transferência de carga para carroceria rígida e flexível (Rill, 2011).	50
Figura 27: Modelo simplificado de dinâmica lateral (Rill, 2011).....	51
Figura 28: Tendências de esterçamento (Rill, 2011).....	57

Figura 29: Diagrama simplificado da lei de Newton e Princípios relativos a um sistema dinâmico (Costa, 1992).....	59
Figura 30: Configuração do sistema de partículas (Costa, 1992).....	61
Figura 31: Modelo da suspensão dianteira <i>MacPherson</i>	70
Figura 32: Curva característica do amortecedor dianteiro.....	71
Figura 33: Modelo do eixo traseiro <i>twist-beam</i>	72
Figura 34: Curva característica do amortecedor traseiro.....	73
Figura 35: Rigidezes da bucha do eixo <i>twist-beam</i>	74
Figura 36 : Modelo de veículo completo.....	76
Figura 37: Wheel Force Transducer (WFT) (Cruz et al., 2003)	77
Figura 38: Representação do modelamento da WFT no <i>software</i> ADAMS (Duarte, 2010)	78
Figura 39: Bancada de medição de pneus <i>Flat-Trac</i> – MTS	79
Figura 40: Curva de pneu utilizando a fórmula mágica de Pacejka (Wikipedia, 2013)	80
Figura 41: Ângulo de Esterço x Tempo	82
Figura 42: <i>Yaw Rate</i> x Tempo	82
Figura 43: Aceleração Lateral x Tempo.....	83
Figura 44: Ângulo de Esterço x Tempo	84
Figura 45: <i>Yaw Rate</i> x Tempo.....	84
Figura 46: Aceleração Lateral x Tempo.....	85
Figura 47: Deslocamento vertical da Roda dianteira direita	86
Figura 48: Deslocamento vertical da roda Traseira direita.	86
Figura 49: Aceleração vertical da massa não-suspensa da roda dianteira direita.....	87
Figura 50: Aceleração vertical da massa não-suspensa da roda traseira direita.	88
Figura 51: Bucha Original com coordenada local X vertical e Y na horizontal.	89
Figura 52: Bucha Rotacionada 90 graus com coordenada local X na horizontal e Y na vertical.....	90
Figura 53: Flexibilidade Longitudinal da roda traseira direita	92
Figura 54: Flexibilidade Lateral da roda traseira direita.....	92
Figura 55: Compliance Steer da roda traseira direita	93
Figura 56: Ângulo de Esterço x Aceleração Lateral	93
Figura 57: <i>Slip Angle</i> x Aceleração Lateral.....	94

Figura 58: Yaw x Aceleração Lateral.....	94
Figura 59 Deslocamento vertical de roda (traseira direita)	97
Figura 60: Aceleração vertical na massa não-suspensa da roda (traseira direita)	98
Figura 61: Aceleração longitudinal na massa não-suspensa da roda (traseira direita)	98
Figura 62: Força da bucha aplicada na carroceria nos eixos XYZ	99
Figura 63: Aceleração Vertical no Trilho do Banco	99
Figura 64: Aceleração Longitudinal no Trilho do Banco	100
Figura 65: Modelo Simplificado para estimativa de cargas	102
Figura 66: Curva de Força Longitudinal no Pneu x Tempo	103
Figura 67: Detalhe do pico de força longitudinal no pneu	103
Figura 68: Deslocamento vertical da Roda – modelo corrigido	104
Figura 69: Aceleração vertical na massa não-suspensa da roda - modelo corrigido	104
Figura 70: Aceleração longitudinal na massa não-suspensa da roda - modelo corrigido.....	105
Figura 71: Força da bucha aplicada na carroceria nos eixos XYZ- modelo corrigido	105
Figura 72: Aceleração Vertical no Trilho do Banco –modelo corrigido	106
Figura 73: Aceleração Longitudinal no Trilho do Banco – modelo corrigido.....	106

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Tendências de esterçamento para veículo movimentando à frente (Rill, 2011).	58
Tabela 2: Características Gerais do veículo.....	69
Tabela 3: Gradiente de Esterçamento (regime permanente)	95
Tabela 4: <i>Understeer Budget</i>	95
Tabela 5: Percentagem de diferença nos valores de Amplitude e RMS	100
Tabela 6: Percentagem de diferença nos valores de Amplitude e RMS – Modelo Corrigido.....	107

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	15
1.1 MOTIVAÇÃO	18
1.2 OBJETIVO	19
1.3 DIVISÃO DOS CAPÍTULOS	20
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	21
2.1 A SUSPENSÃO <i>TWIST-BEAM</i>	21
2.2 <i>RIDE, HANDLING</i> E AS BUCHAS	27
3 REVISÃO TEÓRICA	34
3.1 DINÂMICA VERTICAL	34
3.1.1 Irregularidades da Via	35
3.1.1.1 Modelo Tridimensional de pista	37
3.1.2 Modelos para Dinâmica Vertical.....	37
3.2 DINÂMICA LATERAL	42
3.2.1 Cinemática da Dinâmica Lateral.....	45
3.2.1.1 Geometria de Ackermann.....	46
3.2.1.2 Modelo de Pneumático	47
3.2.1.3 Fator Estático de Estabilidade.....	48
3.2.1.4 Centro de Rolagem e Eixo de Rolagem	49
3.2.1.5 Transferência de Carga nas Rodas.....	50
3.2.2 Modelo para Dinâmica Lateral.....	50
3.2.2.1 Cinemática	51
3.2.2.2 Forças nos Pneus.....	52
3.2.2.3 Escorregamento Lateral	53
3.2.2.4 Equações de Movimento	53
3.2.2.5 Estabilidade.....	55
3.2.2.6 Solução para Regime Permanente.....	56

3.3 TEORIA DE MULTICORPOS	58
3.3.1 Formalismo Matemático	59
3.3.1.1 Definições Básicas	60
3.3.1.1.1 Configuração do Sistema	60
3.3.1.1.2 Restrições de Configuração	61
3.3.1.1.3 Coordenada Generalizadas.....	61
3.3.1.1.4 Velocidades Generalizadas.....	62
3.3.1.1.5 Restrições de Movimento	62
3.3.1.1.6 Variáveis de Estado.....	63
3.3.1.2 Abordagem Lagrangeana.....	64
4 CONSTRUÇÃO DE MODELOS.....	69
4.1 MODELO DE VEÍCULO COMPLETO E SUBSISTEMAS	69
4.1.1 Suspensão Dianteira	70
4.1.2 Suspensão Traseira	72
4.1.3 Sistema de Direção	75
4.1.4 Powertrain e Carroceria	75
4.2 MEDIÇÃO DE PISTA COM WFT	77
4.3 MEDIÇÃO DE PNEU EM BANCADA <i>FLAT TRACK</i>	79
4.4 VALIDAÇÃO DE MODELO	81
4.4.1 Validação para <i>handling</i>	81
4.4.2 Validação para <i>Ride</i>	86
5 SIMULAÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS	90
5.1 INFLUÊNCIA DA BUCHA NO <i>HANDLING</i>	91
5.1.1 Simulações de <i>Handling</i> Realizadas.....	92
5.1.2 Resultados e Análises de <i>Handling</i>.....	92
5.2 INFLUÊNCIA DA BUCHA NO <i>RIDE</i>	96
5.2.1 Simulações de <i>Ride</i> Realizadas	97
5.2.2 Resultados e Análises de <i>Ride</i>.....	97
5.2.2.1 Modelo Simplificado	102

5.2.2.2 Resultados com Fator de Correção.....	104
6 CONCLUSÃO E SUGESTÃO DE TRABALHOS FUTUROS	108
REFERÊNCIAS.....	110

1 INTRODUÇÃO

Desde os primórdios da criação dos primeiros veículos automotores, no início do século XX, existe uma grande preocupação com o conforto e segurança dos ocupantes. A adoção de pneumáticos, de molas de suspensão e posteriormente amortecedores, já mostravam essa preocupação, por parte dos fabricantes de veículos. Estes fatos deixam evidente a importância do desenvolvimento de dinâmica veicular e seus atributos. Segundo Costa (2002) a dinâmica de veículos estuda o movimento do veículo e de suas partes em resposta aos esforços aplicados pelo ambiente e aos comandos do motorista (Figura 1).

Figura 1: Diagrama ambiente/motorista/veículo (Costa, 2002)

A dinâmica veicular contém três atributos:

Ride - Conforto de rodagem do veículo;

Steering - Característica e eficiência direcional do veículo;

Handling - Estabilidade direcional do veículo.

A característica de *ride* de um veículo tem impacto direto na percepção do condutor e dos passageiros, através de excitações provenientes do pavimento causando movimentos oscilatórios de baixas e altas amplitudes (controle), bem como pelos níveis de aceleração transmitidas à carroceria do veículo (conforto).

O atributo *ride* é dividido em três partes chamadas de primário, secundário e impactos singulares. No primário predominam os modos de vibrar de massa suspensa com frequência até 7 Hz, já o *ride* secundário e modos de vibrar de massa

não-suspensa em uma grande faixa de frequência, de 7 – 100Hz. Impactos singulares são excitações com amplo espectro de frequência na faixa de até 100Hz .

A percepção subjetiva dos usuários comuns de veículos aos eventos de excitação do pavimento são muitas vezes de difícil correlação com dados objetivos, uma vez que o ser humano recebe excitações em diversos espectros de frequência ao mesmo tempo, sem possuir filtros específicos para ressaltar determinadas faixas de frequência e suprimir outras. Por isso, para conseguir essa difícil correlação, se faz necessário, a utilização de métricas adequadas para caracterizar os fenômenos de maneira objetiva, correlacionando com a avaliação subjetiva de engenheiros especialistas. As métricas são funções matemáticas desenvolvidas para o estudo de um fenômeno específico, onde são ressaltadas faixas de frequências pertinentes ao fenômeno e sendo possível discernir diferentes comportamentos.

Essa “tradução” da percepção do usuário por assim dizer, é primordial para se conseguir alcançar um nível ótimo de conforto durante o desenvolvimento de um novo veículo, onde se passa por definições de geometrias e propriedades dos componentes desde as fases iniciais de um projeto.

O conforto também pode ser mensurado, através da tolerância do corpo humano quando exposto a determinadas faixas frequência de vibração por períodos de tempo prolongados, podendo causar fadiga. Este estudo deu origem à Norma Internacional ISO2361, que é referência na indústria automobilística (mostrado na Figura 2). Portanto, um veículo com *ride* adequado, é um veículo que permite seu uso por tempo prolongado sem incorrer em fadiga de seu condutor e passageiros.

As principais características do veículo que interferem diretamente no conforto do veículo são:

- frequência de suspensão;
- cargas de amortecedores;
- rigidez e amortecimento e pneus;
- rigidez e amortecimento de buchas de suspensão e coxins;
- elasto-cinemática da suspensão.

Figura 2: Gráfico de tolerância do corpo humano a acelerações verticais(ISO2631)

O atributo *handling* é parte importante da dinâmica veicular, por estar relacionada a segurança do veículo, e é dividido em três partes *straight-ahead*, *cornering* and *transitional stability*.

No sub-atributo *straight-ahead* são avaliadas a capacidade do veículo em manter uma trajetória retilínea de forma robusta e a sensibilidade a perturbações oriundas do pavimento.

No sub-atributo *cornering* são avaliados o comportamento do veículo em curvas para a manutenção de sua trajetória durante transferências de carga lateral e variados *inputs* de direção, assim como a sensibilidade do veículo durante variações de torque no eixo trativo e em frenagens.

No sub-atributo *transitional stability* são verificados a capacidade do veículo se manter estável e capacidade de controle durante manobras que excitam o regime transitório do veículo.

As principais características do veículo que interferem diretamente a estabilidade do veículo são:

- propriedades de inércia (*roll/pitch/yaw*) e altura do centro de gravidade da carroceria do veículo;

- rigidez de suspensão e de rolagem de carroceria;
- cargas de amortecedores;
- nível de atrito e construção de carcaça dos pneus;
- rigidez de buchas de suspensão;
- elasto-cinemática da suspensão.

Neste contexto, as características elasto-cinemáticas das suspensões e as propriedades físicas das buchas de suspensão apresentam papel importante, tanto no conforto (*ride*) quanto na estabilidade (*handling*) do veículo.

Para o estudo do comportamento dinâmico dos veículos a indústria automobilística, na busca incessante por aumento de eficiência e redução de custos de engenharia, adota o uso ferramentas de simulação avançadas com modelos de veículo completo utilizando método de multicorpos.

1.1 MOTIVAÇÃO

No mercado automobilístico os veículos da categoria B (veículos de pequeno porte e de alto volume de produção) normalmente possuem a configuração com eixo de tração na dianteira, utilizando conceitos de suspensão dianteira independente do tipo *MacPherson* e de suspensão traseira com eixo de torção ou do tipo *Twist-Beam*.

A suspensão traseira do tipo *Twist-Beam*, possui vantagens e desvantagens que serão apresentadas mais detalhadamente no próximo capítulo, porém uma peculiaridade desse sistema de suspensão traz um desafio interessante para o desenvolvimento da dinâmica veicular. O vínculo desse tipo de eixo com a carroceria se faz apenas por um mancal de bucha de cada lado do veículo, as buchas são elementos elásticos que podem se mover nas três direções XYZ, provendo atenuação de vibrações de baixa amplitude. As buchas normalmente possuem geometrias complexas, isto se deve ao fato da necessidade de diferentes rigidezes e amortecimentos em diferentes eixos, cumprindo assim sua função primária de filtrar vibrações mantendo boa estabilidade e dirigibilidade do veículo. Porém esse compromisso entre *ride*, *handling* e também a durabilidade das buchas

normalmente não é uma tarefa simples. No caso a durabilidade das buchas não faz parte do escopo deste trabalho.

Assim como amortecedores e batentes de suspensão, que passam por uma fase de ajuste fino (*tuning*) no final do desenvolvimento do veículo, as buchas também podem passar por uma fase de *tuning* final caso seja necessário. Por serem constituídas de material elastomérico permitem que sejam mudadas propriedades da borracha ou até mesmo pequenas alterações de geometria, sem que seja agregado um alto custo ao programa. Porém essas modificações muitas vezes acabam utilizando métodos de tentativa e erro, através apenas de avaliações subjetivas, que muitas vezes não atingem compromisso e resultados satisfatórios.

1.2 OBJETIVO

Partindo dessa premissa, é que esta dissertação propõe uma análise de sensibilidade da posição de montagem da bucha no eixo *twist-beam*, na qual busca-se estudar a influência da orientação dos eixos de rigidez do componente em questão, na atenuação de vibração dos eventos de impacto de *ride* e a influência no *compliance steer* e nos níveis de *understeering* no regime permanente do *handling*.

A análise proposta utiliza uma abordagem através de ferramenta de simulações computacionais utilizando ambiente multicorpos com modelo de veículo completo.

Para a análise de *ride*, será utilizado medição de pista com *wheel force transducer* para introduzir as entradas de forças e momentos no modelo, diretamente no centro das rodas (ponto 9), não necessitando assim de um modelo específico de pneu para *ride*, que é um modelo muito complexo e que demanda muito custo e tempo para seu desenvolvimento.

Para a análise de *handling*, no modelo de veículo completo será utilizado modelo de pneu medido em bancada *Flat-Trac*, correlacionado em veículo protótipo.

1.3 DIVISÃO DOS CAPÍTULOS

No capítulo 2 desta dissertação é apresentada uma revisão bibliográfica que aborda um breve histórico do uso da suspensão traseira *twist-beam*, suas características pertinentes ao comportamento dinâmico do veículo, bem como as limitações do sistema. Em seguida, são apresentados trabalhos relacionados ao desenvolvimento de buchas de variados tipos de suspensão, visando otimizar o isolamento vibracional da carroceria nos eventos de impacto no *ride* e também visando a otimização das características elasto-cinemáticas que interferem na estabilidade (*handling*) e comportamento dinâmico geral do veículo.

No capítulo 3 é feita uma revisão teórica sobre dinâmica vertical (*ride*), dinâmica lateral (*handling*) e teoria de multicorpos.

No capítulo 4 é apresentado o desenvolvimento do modelo de multicorpos, construído no *software* MSC.ADAMS. São apresentados também os subsistemas contidos no modelo e o detalhamento de suas características não lineares. São abordados também as medições utilizando o sensor WFT (*wheel force transducer*) para aquisição dos dados de entrada de força e momentos no modelo, impostas pela pista escolhida para o estudo dos eventos de impacto. São detalhadas as medições de pneu em bancada *Flat-Trac*, para a correta caracterização dos parâmetros necessários para alimentar o modelo de pneu, para a correta representação do comportamento de *handling* do veículo. Por último é apresentado o processo de validação do modelo para a representação dos fenômenos de *Ride e Handling*.

No capítulo 5 é descrita a metodologia empregada no estudo. São mostrados também o estudo de caso e a análise de sensibilidade do componente bucha de suspensão e os resultados desse estudo.

O capítulo 6 apresenta as conclusões e comentários do estudo, também é feita uma sugestão de trabalhos futuros relacionados ao presente estudo.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 A SUSPENSÃO *TWIST-BEAM*

A suspensão traseira do tipo *twist-beam*, também conhecida por *torsion-beam*, começou a ser aplicada em veículos de produção na década de 1960. Segundo (Wikipedia, 2012) o primeiro veículo a utilizar este tipo suspensão foi o SAAB 95 e 96 de 1960 até 1978 e 1980. Porém este conceito ganhou grande popularidade, quando a Volkswagen na década de 1970 começou a mudar a configuração de instalação do trem de força de seus modelos compactos. Eles começaram a migrar de veículos de motorização e tração traseira para veículos de motorização e tração dianteira, até os dias de hoje muitos veículos compactos ainda utilizam esse layout de trem de força com eixo traseiro *twist-beam*.

A suspensão *twist-beam* (Figura 3), pode ser considerada uma suspensão semi-independente por permitir determinado grau de movimentos entre as duas rodas, mas ainda possui uma ligação central do eixo, feito por um perfil solidário ao eixo, que funciona como barra de torção. Este elemento promove um ganho de rigidez ao rolamento da carroceria no qual dispensa a utilização de uma barra estabilizadora adicional.

Figura 3: Suspensão do tipo *Twist-Beam* da plataforma Volkswagen 1997 (Reimpell et al., 2001)

Este conceito traz vantagens e algumas limitações, quando comparado com uma suspensão independente.

Como vantagem principal, este tipo de suspensão tem baixo custo por ter conceito simples e poucos componentes, onde é fixada na carroceria do veículo por apenas dois mancais de bucha, outro ponto já comentado que reduz custos, é que ela dispensa a utilização de barra estabilizadora (*anti-roll-bar*). Possui também, peso total razoavelmente leve, inclusive da massa não-suspensa. Dispensa o uso de reforços de carroceria no assoalho traseiro (específicos para a fixação de braços de controle utilizados na suspensão independente) ocupando menos espaço nessa região e contribuindo para o *package* dos outros componentes como: pneu sobressalente, escapamento, volume de compartimento de bagagem e etc.

Como desvantagens ou limitações do sistema, temos que esta suspensão não possui recursos de ajuste de alinhamento de camber e toe das rodas, bem como características cinemáticas limitadas de progressão desses ângulos com o curso da suspensão. A rigidez de camber do eixo com força lateral também normalmente é menor. Outra limitação importante deste conceito de suspensão, é da elasto-cinemática do sistema, em relação a entrada de cargas longitudinais no pneus (*longitudinal wheel recession ou longitudinal compliance*), onde pouca absorção de energia no eixo longitudinal degrada o comportamento de *impact harshness* do veículo. Em relação a entrada de força lateral no pneu provoca deformação das buchas de suspensão e conseqüentemente ângulo de divergência no pneu traseiro externo à curva, resultando em tendência *oversteer* (Figura 4). Esse fenômeno de *compliance steer oversteer* é inerente a esse tipo de suspensão e degrada a estabilidade do veículo, e portanto precisa ser minimizado com o projeto da bucha e a geometria do eixo.

Figura 4: *Compliance Steer Oversteer* (Reimpell et al., 2001)

Como mostrado por Reimpell et al. (2001) (Figura 5), as forças laterais $F_{Y,W,r,o}$ e $F_{Y,W,r,i}$ que são aplicadas no centro do contato do pneu durante uma curva, são absorvidos nos mancais de buchas O_1 e O_{rs} .

Isto resulta no momento $M_y = (F_{Y,W,r,o} + F_{Y,W,r,i}) \times r = F_{x,o} b_o$, que dependendo da rigidez dos mancais de bucha pode resultar em *lateral force oversteer* ou *compliance steer oversteer* como mencionado anteriormente. Quanto maior for o comprimento dos *control arms* (distância r) e quanto menor for a bitola entre os mancais O_1 e O_{rs} (distância b_o), maiores serão as forças longitudinais $\pm F_{x,o}$ interferindo neste comportamento.

Figura 5: Forças atuantes no eixo durante uma curva (Reimpell et al., 2001)

Este fenômeno pode ser reduzido com o aumento de rigidez da bucha na direção longitudinal X do veículo. Outro recurso muito utilizado é projetar o mancal de bucha com um ângulo em relação ao eixo transversal do veículo, gerando uma componente entre os eixos X e Y reduzindo o efeito da força lateral no eixo.

Uma compensação que é feita para se conseguir um nível adequado de *understeer* é definir uma geometria de suspensão, que tenha um ganho de convergência da roda traseira externa à curva durante a rolagem da carroceria, resultando em *roll steer understeer* (Figura 6).

Figura 6: *Roll Steer Understeer* (Reimpell et al., 2001)

No trabalho de Dongchan and Chulho (2012) é apresentado um método analítico para cálculo do eixo *twist-beam*, considerando as características necessárias para a performance do veículo e as características estruturais necessárias para iniciar o desenho e projeto estrutural do eixo em fases preliminares de projeto.

Os parâmetros a serem considerados no projeto são: peso total, posição espacial do mancal de bucha e centro da roda no braço (*trailing arm*), posição da viga do eixo e altura de *roll center*. Os engenheiros podem considerar os requerimentos

fundamentais (*roll steer*, *roll camber*, *roll stiffness*) e o *layout* do eixo levando em conta as considerações abaixo:

- Características cinemáticas;
- Propriedades de torção da viga central;
- Propriedades da viga em relação as tensões de cisalhamento e flexão.

É apresentado em Dongchan and Chulho (2012), um fluxograma com as etapas fundamentais para o projeto de um eixo *twist-beam*, para se alcançar um projeto robusto (Figura 7).

Após a criação de toda a geometria, podem ser feitas as otimizações estruturais do eixo. É citado no trabalho também a importância de se levar em conta a rigidez lateral das buchas que afetam as propriedades do elasto-cinemáticas do veículo.

Figura 7: Fluxograma de projeto do eixo *Twist-Beam* (Dongchan and Chulho, 2012)

Wagh et al. (2011), realizaram um estudo comparativo do comportamento dinâmico de *handling* de um veículo, através de modelo computacional de multicorpos, utilizando dois tipos de suspensões: *trailing arm* (Figura 8) e *twist-beam* (Figura 9). O trabalho é iniciado com o modelo de *trailing arm* em duas versões, com links de suspensão rígidos e flexíveis. Para a validação do modelo são utilizadas manobras de *Constant Radius* (ISO-4138) e o *Sine input test* (ISO-7401), nos quais o modelo com links flexíveis teve melhor correlação. Este modelo então foi utilizado para comparar com duas propostas de eixo *twist-beam* propostas A e B do perfil de

torção, estes foram modelados como corpo flexível através de modelo de elementos finitos. Após análise das propostas A e B de *twist-beam*, comparando com o modelo base inicial através do mesmo método, verificou-se uma melhor performance da suspensão *twist-beam* em termos de nível de rolagem de carroceria e resposta em *yaw*, sendo que o perfil A teve performance ligeiramente melhor.

Figura 8: Eixo *trailing arm* (Wagh et al., 2011)

Figura 9: Eixo *twist-beam* (Wagh et al., 2011)

2.2 RIDE, HANDLING E AS BUCHAS

No início do século XX, Litchfield (1913) apresentou seu trabalho sobre pneumáticos. O estudo foi desenvolvido em bicicletas que até então utilizavam pneus sólidos, este

era motivo de queixas dos ciclistas sobre o desconforto por impactos quando trafegavam por pistas de pavimentos irregulares. A aplicação dos pneumáticos nas bicicletas mostrou grande contribuição na redução dos impactos proporcionando um importante ganho de conforto para ciclistas da época e uma importante contribuição para a dinâmica veicular.

Mcguire and Guenther (1993) apresentaram um trabalho relacionado ao *longitudinal compliance* de uma suspensão dianteira do tipo *double wishbone*, o estudo aborda tanto *ride* quanto *handling*. Este deslocamento da suspensão no eixo longitudinal pode gerar esterçamento (*longitudinal compliance steer*) interferindo no comportamento de *handling* do veículo durante uma desaceleração ou frenagem em curvas. Outra consequência é no *ride*, quando a roda permite um deslocamento longitudinal, este quando em contato com um obstáculo amortece parte dos choques, propiciando um isolamento aos ocupantes do veículo. Outro ponto pertinente à melhoria de *handling* é o aumento da rigidez lateral da suspensão.

Foi utilizado um modelo de $\frac{1}{4}$ car utilizando o software de multicorpos ADAMS para uma análise qualitativa de *Ride & Handling*. Os autores optaram pelo uso deste tipo de modelo por minimizar complexidade. Adotou-se um modelo de pneu do ADAMS/Tire chamado STI Tire Model, este mescla abordagem teórica e experimental, no qual são gerados os valores de força lateral e torque de auto-alinhamento para várias condições de entrada. Para o estudo, primeiramente foram considerados três configurações de modelo: 1) Convencional com buchas de igual rigidez nos eixos XYZ; 2) Convencional com de rigidez no eixo X de 10% do valor dos eixos YZ; 3) O mesmo modelo 2), só que adicionando um elemento *compliance link* nas buchas dianteiras dos braços superior e inferior. Este elemento é uma junta de revolução, fazendo todo o braço rotacionar em relação a este ponto. Os modelos foram simulados com um evento de impulso (altura 60mm e comprimento 100mm). Os resultados das análises qualitativas mostraram que o incremento de *longitudinal compliance* proporciona um ganho de *ride*, como medida disso foi a redução na movimentação vertical da carroceria (apesar do modelo 2) não ter apresentado tal comportamento). E para *handling* um ponto muito importante foi acréscimo de rigidez lateral por conta do *compliance link* em relação ao modelo 1) convencional.

Depois de análises preliminares foram considerados mais quatro configurações: duas configurações em relação ao modelo 1) e duas configurações em relação ao modelo 3), ambas reduzindo e aumentando a rigidez do eixo X em 50%. As conclusões foram que o *compliance link* mostrou-se positivo, em promover isolamento de impactos longitudinais e ao mesmo tempo promover rigidez lateral ao sistema. Porém a aplicação deste elemento requer atenção em seu projeto, pois movimentações longitudinais demasiadamente grandes podem interferir no sistema de direção gerando instabilidades no veículo.

Blundell (1998) apresentou um trabalho relacionado a simulação das propriedades elasto-cinemáticas de uma suspensão traseira do tipo *dual link* que interferem no comportamento de *handling* do veículo. Neste é abordado a influência da elasticidade das buchas de suspensão no comportamento dinâmico do veículo. Foram considerados três modelos distintos para comparar seu comportamento: um utilizando junções rígidas, outro com buchas lineares e por último utilizando buchas não lineares. Foi estudado o esterçamento da roda com o movimento vertical da suspensão, e pôde-se observar um gradiente de esterçamento muito maior no modelo de juntas rígidas. O estudo mostrou inclusive, que há casos em que o modelo não é viável sem adicionar a elasticidade da junta, e também foi discutida a dificuldade na discretização das juntas no modelo.

Chang-Kook *et al.* (1999) apresenta um desenvolvimento de buchas aplicadas em suspensão traseira do tipo *dual link*.

Grande parte dos problemas de ruídos e conforto de veículos são corrigidos nos estágios finais de desenvolvimento, e as buchas são amplamente modificadas por serem o principal caminho de ligação com o chassi, e também por ter sua composição e característica facilmente modificada, quando comparado com outros componentes.

As técnicas atuais de desenvolvimento e otimização de buchas de suspensão muitas vezes, por sua complexidade, ficam extremamente dependentes de métodos de tentativa e erro. As forças de excitação de pista são transmitidas para as buchas poliméricas, das quais possuem uma grande relação com o conforto e ruído do veículo, e a identificação dessas forças e sua distribuição no chassi pode minimizar

consideravelmente a adoção dos métodos de tentativa e erro nos estágios finais de desenvolvimento. O trabalho aborda a dificuldade de se fazer medições diretas com sensores de força nas buchas, por sua complexidade de instalação e execução, que causa um alto impacto em custo e tempo. O trabalho propõe uma abordagem diferente, que é utilizar as buchas poliméricas como “sensores”, uma vez que a transmissão de forças pode ser relacionada com a deformação da borracha através de um modelo de rigidez e deformação, podendo ser determinadas indiretamente as vibrações que passam pelo sistema. Os dados de entrada desse modelo de rigidez e deformação são obtidos através de testes específicos com sensores de curso e acelerômetros em condições de uso em pista, testes de rigidez em bancada e câmaras de temperatura para medir as mudanças de comportamento do material em diferentes condições climáticas. Com essas informações é possível inferir os esforços reais que passam pelas buchas, podendo assim entender melhor o comportamento da peça em determinada aplicação e fazer uma otimização mais robusta do sistema.

Mousseal et al. (1999) apresenta um trabalho de Modelamento de veículo completo em ambiente multicorpos, no qual mostra a preocupação com a baixa confiabilidade dos modelos de pneus, para simulações de *ride harshness* e durabilidade. É proposta a modelagem do pneu em um modelo bi-dimensional não linear de elementos finitos. A banda de rodagem é representada por elementos de barra não linear, enquanto o flanco do pneu é representado por um arco circular com forças membrana para prover suporte radial e circunferencial. Para representar o amortecimento por histerese da banda de rodagem e do flanco, é utilizado um modelo de amortecimento viscoso equivalente, criado a partir de uma caracterização de amostra de material.

A interação de atrito pneu/pavimento é modelada utilizando a lei de Coulomb. Para a correlação do modelo através dos esforços na ponta de eixos, foram utilizados testes veiculares com protótipo equipado com WFT (*wheel force transducer*), no qual o modelo mostrou uma boa correlação na componente vertical. Já a componente longitudinal mostrou precisão menor, o que vai ser investigado em trabalhos futuros, no entanto o modelo se mostrou tecnicamente viável.

Slawomir (2000) aborda o modelamento computacional das buchas aplicadas em suspensões independentes do tipo *multi-link*. Nele é proposto a construção de um modelo de bucha na qual possa emular rigidez e amortecimento, tanto para cargas estáticas quanto para dinâmicas, bem como as não-linearidades de uma maneira rápida. Para definir a estrutura e parâmetros para o modelo, são realizados testes com buchas similares utilizando uma bancada servo-hidráulica que testa de 0 à 40 Hz com amplitudes de 0 à 2.5mm. Na identificação dos parâmetros do modelo, são utilizados dados experimentais aplicando sub-rotinas de *Matlab*, por fim o modelo é validado calculando suas respostas em comparação com buchas reais.

Este modelo pode ser aplicado de maneira bem eficiente em modelos de suspensão em multicorpos utilizando o *software* MSC.ADAMS permitindo uma melhor discretização do componente no modelo para uma completa otimização do sistema.

Yang and Medepalli (2005) desenvolveram uma análise de sensibilidade das buchas de suspensão dianteira tipo *double wishbone*, em relação ao fenômeno *impact harshness*. Para o estudo foi utilizado modelo de veículo completo em ambiente multicorpos em conjunto com modelo de elementos finitos para representar a flexibilidade da carroceria. Foram escolhidos para o estudo, as respostas no trilho do banco do motorista e no volante, por serem regiões de interface com o motorista, no qual o fenômeno predomina na faixa de frequência de 5- 20Hz.

Através de um DOE (*design of experiments*) foram variadas a rigidez das buchas dos braços de suspensão e do amortecedor nas três direções em +/- 10% na região linear. O estudo mostrou uma influencia predominante para o fenômeno, na componente longitudinal das buchas do braço inferior e da componente vertical da bucha superior do amortecedor.

Yang et al. (2006) novamente abordaram o estudo de DOE (*design of experiments*) para identificar os fatores que contribuem para o fenômeno de *impact harshness*, ponderados com fatores de peso para cada um. Este estudo envolveu não só a suspensão dianteira, mas também a rigidez das molas, curvas de amortecedores, relação de direção, largura de bitola, massa não suspensa e a rigidez das buchas.

Mais uma vez foi utilizado um modelo de veículo completo em ambiente multicorpos em conjunto com o modelo de elementos finitos para representar a flexibilidade da

carroceria, este mostrou representar bem as propriedades da carroceria até a frequência de 50Hz. Diferente do estudo anterior, onde utilizou-se modelo de pneu, o qual não representava bem as componentes longitudinais, este estudo foi realizado utilizando cargas medidas em pista com WFT (*wheel force transducers*). Este sensor faz aquisição de dados de força e momento nas três direções XYZ do centro da roda. Com esta medição, pode-se dispensar a utilização de modelo de pneu específico, melhorando a correlação do modelo.

Do estudo concluiu-se:

- Um aumento de rigidez nas molas de suspensão tanto dianteiras como traseiras afetam negativamente a performance de *impact harshness (IH)*, no caso o eixo dianteiro se mostrou mais sensível a esta mudança do que o eixo traseiro, tanto que uma redução de 10% na rigidez nominal traria uma boa contribuição para a performance de IH.
- Uma redução no amortecimento tanto dianteiro quanto traseiro, contribuiu positivamente para IH.
- Um aumento da bitola de eixo, contribuiu positivamente para IH, porém este item foi mudado sem a mudança de nenhum outro parâmetro, o que pode não ser viável.
- O aumento de massa não suspensa dianteira e traseira também melhorou o IH.
- Quanto a otimização das buchas, mostrou-se ser afetada por efeitos cruzados, onde ao otimizar valores de rigidez das buchas, deve-se fazer alterações independentes em direções e buchas diferentes.

Giorgetta et al. (2007), foi desenvolvido um *Rig test* que simula uma pista com eventos singulares, tiras de impacto de aço com três diferentes dimensões de altura e comprimento, montadas em um cilindro rotativo de 2.6m de diâmetro. O equipamento conta com uma estrutura para fixar um conjunto completo de roda e suspensão através das buchas da suspensão em transdutores que medem força e momento nos três eixos em uma faixa de 0 a 120Hz para estudo dos modos de vibrar até 100Hz. Foram feitas duas análises, uma em velocidade constante para caracterização da performance no domínio do tempo e da frequência, a outra em

velocidade variável para caracterização do número de vibrações relevantes para caracterizar o comportamento de amortecimento através da transformada de Hilbert.

O autor mostra que estudando o RMS das forças atuantes nas buchas de braços de suspensão, as máximas forças verticais ocorrem no intervalo de velocidades de 20-25Km/h, enquanto que a máxima componente longitudinal ocorre aproximadamente a 30Km/h. Este estudo correlaciona com a percepção subjetiva de avaliadores especialistas em tiras de impacto, na qual nota-se uma preponderância maior na componente longitudinal, em velocidades acima de 30Km/h.

Piquet et al. (2007) apresentou uma revisão sobre os tipos de buchas e suas tecnologias que podem ser empregadas. Primeiramente foi feita uma comparação de conceitos entre as suspensões *multi-link* e *twist-beam*, no caso a suspensão *twist-beam* possui performance de *Ride & Handling* inferior, porém com um custo competitivo no mercado. Dentro desse contexto são apresentadas opções de novas tecnologias em buchas para compensar a inferioridade do eixo em questão. Foram apresentados quatro tipos de aplicações diferentes: bucha convencional, bucha com duplo composto (materiais diferentes em duas direções), bucha com amortecimento hidráulico em uma direção e por último uma bucha com amortecimento hidráulico e fluido magneto-reológico (*sport-medium-comfort*). Os autores citam esta variedade de buchas, como uma possibilidade de se obter um compromisso melhor de *ride & handling* para a suspensão *twist-beam*.

Duarte (2010) apresenta uma abordagem semi-analítica para a simulação de *ride* primário e secundário utilizando carregamentos medidos em pista, através do uso de transdutores de força nas rodas WFT (*wheel force transducers*), estes transdutores são normalmente utilizados para alimentar modelos de durabilidade. Esta abordagem não requer a utilização de um modelo de pneu específico, complexo e de alto custo, para simular toda a faixa de *ride* (até 100Hz). Os carregamentos são utilizados em um modelo de veículo completo utilizando o software ADAMS, no qual são apresentados alguns estudos de caso. Dentre eles é apresentado um estudo de caso de *ride* secundário e impacto na qual são modificadas as rigidezes de buchas de suspensão e estudado o comportamento do veículo em pista de paralelepípedos (Belgian Blocks) e tiras de impacto. Essa abordagem se mostra muito robusta para a caracterização dos fenômenos.

3 REVISÃO TEÓRICA

Neste capítulo será apresentada uma breve revisão teórica acerca dos tópicos abordados nesta dissertação. A revisão teórica foi subdividida em três partes: Dinâmica Vertical, Dinâmica Lateral e Teoria de Multicorpos.

Esta revisão dará subsídio ao estudo de influência das buchas no conforto e estabilidade utilizando método de modelamento em ambiente multicorpos.

3.1 DINÂMICA VERTICAL

A Dinâmica vertical é o estudo do comportamento de um veículo quando solicitado por excitações externas, oriundas do perfil da via em que o veículo trafega, e excitações internas, oriundas de desbalanceamentos de massas girantes do veículo como rodas, eixos de transmissão e motor.

A suspensão de um veículo possui a função primária de prover isolamento dessas vibrações para a carroceria do veículo, e assim melhorando o conforto de seus ocupantes.

O conforto dos ocupantes pode ser correlacionado com a tolerância do ser humano quando exposto a vibrações, conforme Norma Internacional ISO2361 apresentada no capítulo 1.

As grandezas que possuem papel importante na dinâmica vertical são:

- Deslocamento vertical da massa suspensa (carroceria) no eixo Z;
- Deslocamento da massa não suspensa (roda/suspensão);
- As rotações no eixo Y (*pitch*) e no eixo X (*roll*);

Nas próximas seções da dinâmica vertical, são apresentadas as irregularidades da via e modelos para dinâmica vertical de acordo com (Rill, 2011).

3.1.1 Irregularidades da Via

De acordo com Rill (2011) as irregularidades da via podem ser divididas em perfis determinísticos e perfis aleatórios.

Os perfis determinísticos podem ser do tipo eventos singulares de variadas formas como: degraus, *potholes*, rampas e lombadas (Figura10). Podem também ser compostos por ondas senoidais.

Figura 10: Eventos singulares tira retangular e lombada cossenoidal (Rill, 2011)

A tira retangular pode ser definida como:

$$z(x, y) = \{H \text{ se } -\frac{L}{2} < x < \frac{L}{2} \text{ \& } -\frac{B}{2} < y < \frac{B}{2}\} \quad (1)$$

A lombada cossenoidal pode ser definida como:

$$z(x, y) = \{\frac{1}{2}H(1 + \cos(2\pi x/L)) \text{ se } -\frac{L}{2} < x < \frac{L}{2} \text{ \& } -\frac{B}{2} < y < \frac{B}{2}\} \quad (2)$$

Onde H, B e L são respectivamente altura, largura e comprimento do evento.

Para as ondas senoidais, utilizando modelo de pistas paralelas, a excitação periódica pode ser escrita como:

$$z1(s) = A \text{ sen}(\Omega s) \text{ \& } z2(s) = A \text{ sen}(\Omega s - \psi) \quad (3)$$

Onde A é a amplitude, Ω é o número de ondas e o ângulo ψ é o atraso de fase entre as pistas da direita e da esquerda.

Para $\psi=0$ $z1=z2$, em fase;

Para $\psi=\pi$ $z1= -z2$, fora de fase;

Em termos de Ωs a equação (3.3) pode ser escrita como:

$$\Omega s = \frac{2\pi}{L} s = \frac{2\pi}{L} v_0 t = 2\pi \frac{v_0}{L} t = \omega t, \quad (4)$$

no domínio do tempo;

$$f = \omega/(2\pi) = \frac{2\pi \frac{v_0}{L}}{2\pi} = \frac{v_0}{L}, \quad (5)$$

no domínio da frequência;

Para a maioria dos veículos as vibrações de corpo rígido são entre 0.5Hz e 15Hz.

Esse intervalo é coberto por ondas que satisfaz as condições $\frac{v_0}{L} \geq 0.5\text{Hz}$ e $\frac{v_0}{L} \leq 15\text{Hz}$.

Já os perfis aleatórios de pista, podem tanto ser descritos como o próprio perfil de pista, como podem seguir propriedades estatísticas Gaussianas (Figura 11).

Figura 11: Perfil de Pista e propriedades estatísticas (Rill, 2011)

Perfis de pista podem ser medidos ponto a ponto. A *PSD* das pistas mostra características que correlacionam em magnitude com o número de ondas (Ω), conforme Figura 12:

Figura 12: *PSD* de pista: (a) medições, (b) classificações (Rill, 2011)

Os perfis de pista aleatórios podem ser aproximados a uma *PSD* na forma de:

$$\Phi(\Omega) = \Phi(\Omega_0) \left(\frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^{-\omega} \quad (6)$$

De acordo com a diretiva internacional ISO 8608, perfis típicos de pista podem ser agrupados em classes de A a E, onde A são estradas de rodagem lisas (*smooth road*) e E são pistas em mau estado de conservação (*rough road*).

3.1.1.1 Modelo Tridimensional de pista.

A geração de perfis de pista totalmente tridimensionais por aproximações senoidais são complexas. Porém utilizando uma banda limitada de ruído branco e a posição xy momentânea como entrada para o gerador aleatório de números, pode ser gerado um perfil de pista reproduzível. Assumindo as mesmas propriedades estatísticas para as direções longitudinal e lateral, um perfil Tridimensional como o da Figura 13 pode ser obtido.

Figura 13: Perfil de Pista Tridimensional (Rill, 2011)

3.1.2 Modelos para Dinâmica Vertical

Atualmente são utilizados um grande número de modelos para o estudo da dinâmica vertical, desde os mais complexos (modelo multicorpos) até os mais simplificados (ex. 1GL e *quarter car*) dependendo do tipo de análise desejada.

De acordo com Costa (2002), existem duas premissas na dinâmica vertical: Conforto e Segurança.

O conforto visa reduzir as acelerações e deslocamentos verticais da massa suspensa (carroceria).

A segurança visa reduzir a variação de força normal da massa não suspensa (pneus e suspensão).

Para uma análise detalhada de conforto e segurança são necessários modelos sofisticados de pista e modelos tridimensionais de veículo completo. Os modelos de veículo completo utilizam a elastocinemática da suspensão, discretizada por curvas não-lineares. Ao modelo, pode também ser adicionado à suspensão do *powertrain*, por meio de seus coxins com amortecimentos hidráulicos inclusive. Estes modelos sofisticados possuem uma boa correlação com veículo real e também podem ser utilizados em estágios iniciais de estudo, desde que esteja disponível um bom nível de informação do veículo.

Porém, para estudos fundamentais de conforto e segurança, podem ser utilizados modelos mais simplificados. Para um veículo trafegando em linha reta e velocidade constante, os movimentos de *bounce* e *pitch* da massa suspensa, bem como os movimentos dos eixos (massa não-suspensa) têm prevalência na movimentação total do veículo, neste caso um modelo planar de veículo pode ser utilizado.

O modelo planar mostrado na Figura14, possui características não-lineares nas molas e amortecedores das suspensões tanto da carroceria quanto do *powertrain*. Modelos planares têm boa representatividade, quando utilizados com modelos unidimensionais de pista.

Figura 14: Modelos planar sofisticado (Rill, 2011)

Os modelos planares, podem ser simplificados, utilizando a massa suspensa como corpo rígido e 4 GL, sendo *bounce* (z_c), *pitch* (β_c) e os movimentos verticais dos eixos z_{A1} e z_{A2} (Figura15).

Figura 15: Modelo simplificado para análise básica de conforto e segurança (Rill, 2011)

Considerando pequenos movimentos de *pitch* ($\beta \ll 1$), os movimentos de *bounce* e *pitch* podem ser combinados em duas coordenadas que descrevem o movimento vertical da massa suspensa no eixo dianteiro e traseiro.

$$z_{C1} = z_C - a_1 \beta_C \text{ \& } z_{C2} = z_C - a_2 \beta_C, \quad (7)$$

As propriedades de massa (M) e inércia (Θ), agora são representadas por três massas M^* , M_1 , M_2 , localizadas respectivamente no centro C e em cima dos eixos dianteiro e traseiro.

$$M_1 + M^* + M_2 = M, \quad (8)$$

Caso as propriedades de massa e inércia da junção (C) forem muito menores que as massas dos eixos, $M^* \ll M_1, M_2$, então o modelo planar de 4 GL (graus de liberdade) pode ser representado por 2 modelos separados com 2 GL, que corresponde ao movimento vertical referente à massa acima de cada eixo. Com essa separação, a análise recai em um modelo *quarter car*. Lembrando que essa representação é válida para veículos em que a massa da junção (M^*) baixa, como veículos de passeio. No caso de veículos comerciais, em que essa massa (M^*) possui a magnitude das massas dos eixos, o modelo *quarter car* será válido apenas para estudos muito básicos.

A função $z_R(s)$ define a movimentação vertical oriunda das irregularidades da via no domínio do espaço, onde s é medido no centro de gravidade do veículo (ponto C). Então as movimentações nos eixos 1 e 2 são respectivamente $z_R(s+a_1)$ e $z_R(s-a_2)$, onde a_1 e a_2 são as distâncias dos eixos ao centro de gravidade (Figura 15).

Em muitos veículos a massa não-suspensa (eixo) apresenta valor consideravelmente menor do que a massa suspensa (carroceria), $m_x \ll M_x$. Nestes casos, para estudos preliminares, os movimentos de eixo e carroceria podem ser estudados separadamente, onde o modelo *quarter car* pode ser simplificado em dois modelos de 1GL, 1 modelo para a carroceria (conforto ótimo) e 1 modelo para o eixo (segurança ótima) (Figura 16).

Figura 16: Modelos simplificados de dinâmica vertical (Rill, 2011)

As equações de movimento para a carroceria e para o eixo podem ser escritas como:

$$M\ddot{z}_C + d_s\dot{z}_C + c_s z_C = d_s\dot{z}_R + c_s z_R, \quad (9)$$

$$m\ddot{z}_W + d_s\dot{z}_W + (c_s + c_T)z_W = c_T z_R, \quad (10)$$

Onde z_W e z_C correspondem ao movimento vertical do eixo e da carroceria respectivamente. E d_s e c_s representam o amortecimento e a rigidez respectivamente.

Idealmente podemos escrever as equações (9) e (10) acima, da seguinte forma:

$$\ddot{z}_C + 2\xi\omega_0\dot{z}_C + \omega_0^2 z_C = 0, \text{ para } z_R = 0 \text{ e } \dot{z}_R = 0 \quad (11)$$

Onde ω_0 é a frequência natural não amortecida e ξ é a razão de amortecimento viscoso, definidas abaixo:

Para a carroceria:

$$\xi_C = d_s / 2\sqrt{c_s M}, \quad \omega_{0C}^2 = c_s / M, \quad (12)$$

Para o eixo :

$$\xi_W = d_s / 2\sqrt{(c_s + c_T)m}, \quad \omega_{0W}^2 = (c_s + c_T) / m, \quad (13)$$

A frequência natural amortecida é dada por:

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \xi^2} \quad (14)$$

Para segurança ótima, são desejáveis valores elevados de frequência natural de massa não suspensa (eixo). Valores usuais de frequência natural para a massa não suspensa ficam entre 10 - 15Hz.

$$\omega_{0W}^2 = (c_s + c_T) / m \quad (15)$$

Para um aumento de ω_{0W} , é necessário uma redução da massa não suspensa (m) ou aumento das rigidezes de molas e pneus (c_s e c_T), porém um aumento expressivo nestes valores de rigidez pode piorar o conforto.

Portanto para segurança ótima temos:

$$\xi_W = 1/2 \text{ e } d_s = \sqrt{(c_s + c_T) / m} \quad (16)$$

Para conforto ótimo, são desejáveis valores mínimos de frequência natural de massa suspensa (carroceria). Os valores usuais seguem o intervalo de 1 – 1.5Hz.

$$\omega_{0C}^2 = c_s / M \quad (17)$$

Para uma redução de ω_{0C} :

É necessário um aumento na massa suspensa (M), que não é desejável por fatores econômicos (aumento de custo) e também de performance do veículo (dinâmica e economia de combustível).

É necessária a redução da rigidez da suspensão (c_s), este fator é limitado pela condições de carga do veículo. Para isto é preciso um balanceamento entre as acelerações e as movimentações da carroceria.

Portanto para conforto ótimo temos:

$$\xi_C = \sqrt{2}/2 \text{ ou } d_s = \sqrt{2c_s M} \quad (18)$$

Estas análises, utilizando modelos de 1GL para a carroceria e para o eixo, nos fornece um meio inicial para determinação de valores ótimos de amortecimentos. Porém a performance do veículo em condições reais de rodagem possuem maior relevância. Irregularidades da via possuem natureza randômica, que para atingir a condição de segurança ótima é necessário minimizar a variação do carregamento dinâmico na massa não suspensa do veículo.

Para conforto ótimo em condições reais de rodagem, é necessário minimizar apropriadamente as variações de acelerações e movimentações da massa suspensa.

3.2 DINÂMICA LATERAL

A dinâmica lateral trata da dirigibilidade, controle e estabilidade laterais de veículos quando submetido às manobras que excitam o regime permanente (*steady state*) ou o regime transitório (*transient*).

A performance de dirigibilidade de veículos, ou *handling*, é definida por três fatores:

- resposta direcional do veículo;
- comportamento do motorista;
- influência do ambiente ou pista;

De acordo com da Silva (2004) o termo *handling* é muitas vezes comparado com os termos *cornering*, *turning* ou resposta direcional, estes termos referem-se às propriedades objetivas do veículo quando mudando de direção e sustentando aceleração lateral, por exemplo. Já a dirigibilidade (*handling*) pode ser considerada uma manobra de malha fechada, onde se têm a interação dos comandos do motorista, com o veículo em um determinado ambiente ou pista, onde as ações do motorista são realimentadas pelas reações do veículo.

As avaliações de dirigibilidade podem ser realizadas de maneira subjetiva ou objetiva através de manobras de malha aberta, onde o motorista imprime uma determinada entrada padrão e a resposta do veículo é verificada através de instrumentação por sensores.

As principais grandezas associadas à dinâmica lateral são:

- Na carroceria
 - Deslocamento e aceleração lateral (y);
 - Rotação no eixo z (yaw);
 - Rotação no eixo x ($roll$);
- Elastocinemática da suspensão e direção
 - Rotação dos elementos da suspensão ($camber/roll$);
 - Movimentos de rotação e translação dos elementos de direção (esterçamento, cáster, etc.);
- Principais entradas no sistema
 - Ângulo e torque de direção;
 - Ângulo das rodas;
 - Torque de aceleração e frenagem nas rodas;

De acordo com Costa (2002), os modelos simplificados mais utilizados para o estudo da dinâmica lateral são:

- Modelo *Bicycle Model* ou *Single Track Model* (Figura 17):

Figura 17: Bicycle Model (Costa, 2002)

Modelo bidimensional que possui 3GL e 2 entradas.

- Modelo Plano de 4 Rodas (Figura 18):

Figura 18: Modelo Plano de 4 Rodas (Costa, 2002)

O modelo plano de 4 rodas é um modelo bidimensional que possui 3GL e 4 entradas. Este modelo possui transferência lateral de carga aproximada (*steady state*).

- Modelo de 2 massas com aproximação para *roll* (Figura 19):

Figura 19: Modelo de 2 massas (Costa, 2002)

O modelo de 2 massas com aproximação para *roll*, é um modelo tridimensional com 4GL e 4 entradas e transferência de carga aproximada.

- Modelo considerando geometria de suspensão (Figura 20):

Figura 20: Modelo com efeito de geometria de suspensão (Costa,2002).

O modelo com efeito de geometria de suspensão, é um modelo tridimensional que com 18GL, 9 massas e 4 entradas. Este modelo permite obter a transferência de carga exata.

3.2.1 Cinemática da Dinâmica Lateral

O comportamento dinâmico de um veículo ocorre através da interação entre os pneus e o pavimento. Para que um veículo percorra uma trajetória é necessário que o motorista efetue uma entrada no sistema de direção, este possui a função de impor esterçamento às rodas.

Algumas características do sistema de direção interferem no comportamento do veículo como: geometria do sistema de direção, bem como a geometria da suspensão e também os esforços e deslocamentos internos do sistema.

Em um modelo de sistema de direção, a entrada imposta pelo motorista pode ser torque ou ângulo na direção, além da geometria, deve-se levar em consideração a elasticidade do sistema, pois interfere no comportamento dinâmico, diminuindo a rigidez em curva (*cornering stiffness*) dos pneus. Outros efeitos de esterçamento

como *roll steer* e *toe change* devem ser estudados considerando também a geometria de suspensão.

3.2.1.1 Geometria de Ackermann

A geometria de Ackermann é normalmente aplicada para se obter a quantidade ideal de esterçamento das rodas dianteiras para efetuar curvas de baixa velocidade. Esta geometria consiste em as linhas perpendiculares ao eixo traseiro e a cada roda dianteira passarem pelo mesmo ponto, tendo assim o mesmo centro de curvatura (Figura 21).

Figura 21: Geometria de Ackermann (Rill, 2011).

Para a Geometria de Ackermann (Rill, 2011) (Figura 21) são aplicadas as seguintes relações:

$$\tan \delta_1 = a/R \quad \text{e} \quad \tan \delta_2 = \frac{a}{R+s}, \quad (19)$$

Eliminando R temos:

$$\tan \delta_2 = \frac{a \tan \delta_1}{a+s \tan \delta_1} \quad (20)$$

O ângulo β entre o vetor velocidade u e o eixo longitudinal do veículo é chamado de ângulo de escorregamento lateral (*side slip angle*). Este ângulo no ponto P da Geometria de Ackermann (Rill, 2011) (Figura 21) é definido por:

$$\tan\beta_P = \frac{x}{R} \quad \text{ou} \quad \tan\beta_P = \frac{x}{a} \tan\delta_1 \quad (21)$$

Onde x define a distância do ponto P ao eixo traseiro.

3.2.1.2 Modelo de Pneumático

Quando uma roda é esterçada, seu vetor velocidade e sua linha de centro possuem um ângulo, quando projetado no plano do solo, este é o ângulo de escorregamento (α) ou *slip angle*.

O *slip angle* é o responsável por gerar força lateral no pneu, gerando mudança de direção no veículo.

Na Figura 22 é apresentado gráfico de Força lateral (F_y) vs. *Slip angle* (α) para crescentes valores de Força normal (F_z).

Figura 22: Curvas de força lateral x *slip angle* (Costa,2002)

Sendo *slip angle* definido por:

$$\alpha = \tan^{-1} V_y / V_x \quad (22)$$

E a rigidez em curva (*cornering stiffness*):

$$C_{r,f} = \frac{\partial F_y}{\partial \alpha} , \alpha_0 \quad (23)$$

Algumas variáveis que afetam o *cornering stiffness* do pneu e seus efeitos estão ilustrados na Figura 23.

Figura 23: Efeito de algumas grandezas na força lateral (Costa,2002)

3.2.1.3 Fator Estático de Estabilidade

Um veículo com massa m faz uma curva com aceleração lateral a_y , então a força ma_y será gerada conforme Figura 24.

Figura 24: Veículo fazendo curva à direita (Rill, 2011).

A máxima aceleração lateral é determinada pelo coeficiente de atrito disponível.

$$a_y^{max} = \mu g. \quad (24)$$

No entanto, o risco de *rollover* (capotamento) deve reduzir esse limite. O veículo inicia o capotamento quando as forças exercidas nas rodas internas à curva (Figura 24) atingem valor zero (F_{zR} e F_{yR}). Então, para o balanço de torques das rodas externas à curva temos:

$$mg \frac{s}{2} - ma_y^T h = 0 \quad \text{ou} \quad a_y^T = \frac{s}{2h} g \quad (25)$$

Onde h é a altura do centro de gravidade do veículo e $s/2$ é metade da dimensão da bitola do eixo. O veículo terá potencial risco de *rollover* se:

$$a_y^T < a_y^{max} \quad \text{ou} \quad \frac{s}{2h} < \mu \quad (26)$$

O risco de *rollover* pode ser analisado pelo *static stability factor* (SSF) ou fator estático de estabilidade.

$$SSF = \frac{s}{2h} . \quad (27)$$

Valores de $SSF \leq 1$, indicam um alto risco de *rollover* em pavimentos secos em que pode-se assumir $\mu = 1$.

3.2.1.4 Centro de Rolagem e Eixo de Rolagem

O centro de rolagem (*roll center*) pode ser determinado pelo centro que define a movimentação lateral das rodas pela movimentação vertical da suspensão. A linha que liga o *roll center* dianteiro ao traseiro é chamada de *roll axis* (Figura 25).

Figura 25: Eixo de rolagem ou *roll axis* (Rill, 2011).

Durante uma curva, a carroceria do veículo irá rolar pelo *roll axis*, e a distância deste eixo ao centro de gravidade é que determina a quantidade de rolagem que a carroceria irá sofrer.

3.2.1.5 Transferência de Carga nas Rodas

O ângulo de rolagem (*roll*) de um veículo fazendo uma curva é dependente da rigidez de rolagem (*roll stiffness*) e da posição de seu centro de rolagem (*roll center*). Geometrias de suspensão diferentes entre as suspensões dianteira e traseira geram diferentes ângulos de rolagem (Figura 26). Uma carroceria com deformação torcional significativa pode permitir que os eixos dianteiro e traseiro tenham ângulo de rolagem praticamente independentes. Então a transferência de carga ΔF_z da roda interna para a externa será a mesma em ambos os eixos, se tanto o eixo dianteiro quanto o traseiro possuírem a mesma altura de centro de gravidade. No entanto, veículos de passeio normalmente possuem rigidez torcional considerável, que solicita as partes dianteira e traseira através de um torque T_T gerando um ângulo de rolagem global da carroceria, também mostrado na Figura 26.

Figura 26: Transferência de carga para carroceria rígida e flexível (Rill, 2011).

O torque T_T interfere nas cargas das rodas gerando diferentes transferências de carga lateral nos eixos dianteiro e traseiro, $\Delta F_z^F \neq \Delta F_z^R$. Devido a influência das cargas nas rodas, as forças longitudinais e laterais dos pneus podem afetar a tendência direcional do veículo.

3.2.2 Modelo para Dinâmica Lateral

No modelo simplificado para dinâmica lateral (*handling*), os movimentos do veículo estão concentrados no plano horizontal definido pelo sistema de coordenada global 0 (Figura 27).

Figura 27: Modelo simplificado de dinâmica lateral (Rill, 2011).

O ângulo de guinada (*yaw*) γ descreve a orientação do eixo longitudinal do veículo x_B , ao passo que β (*side slip*) indica a direção em que o veículo se movimenta medindo o ângulo entre a velocidade u e o eixo longitudinal x_B . As rodas de cada eixo são representadas por uma única roda fictícia onde δ é o ângulo de esterçamento médio do eixo dianteiro. O foco principal é apenas o estudo da dinâmica lateral, portanto somente as forças laterais F_{y1} e F_{y2} serão consideradas.

3.2.2.1 Cinemática

A velocidade do veículo no centro de gravidade, pode ser expressa no sistema de coordenada local x_B, y_B, z_B .

$$u_{C,B} = \begin{bmatrix} v \cos \beta \\ v \sin \beta \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (28)$$

Onde β é o *side slip* e u a magnitude de velocidade do veículo.

Os vetores velocidade e os vetores unitários nas direções longitudinal e lateral dos eixos são:

$$e_{x1,B} = \begin{bmatrix} \cos \delta \\ \sin \delta \\ 0 \end{bmatrix}, \quad e_{y1,B} = \begin{bmatrix} -\sin \delta \\ \cos \delta \\ 0 \end{bmatrix}, \quad u_{01,B} = \begin{bmatrix} v \cos \beta \\ v \sin \beta + a_1 \dot{\gamma} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$\mathbf{e}_{x2,B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{e}_{y2,B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_{02,B} = \begin{bmatrix} v \cos \beta \\ v \sin \beta + a_2 \dot{\gamma} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (30)$$

Onde a_1 e a_2 são as distâncias do centro de gravidade C ao eixo dianteiro e traseiro respectivamente e $\dot{\gamma}$ a velocidade angular de yaw.

3.2.2.2 Forças nos Pneus

Para pequenos valores de escorregamento lateral, a força lateral nos pneus pode ser aproximada por uma equação linear.

$$F_y = c_s s_y, \quad s_y = -\vartheta_y / r_{D|\Omega|} \quad (31)$$

Onde c_s é o *cornering stiffness* que depende da carga vertical F_z , e s_y é o escorregamento lateral (*lateral slip*), Ω a velocidade angular da roda e r_D é o raio dinâmico do pneu.

A condição de rolamento das rodas para acelerações e desacelerações no eixo longitudinal é dada por:

$$r_{D|\Omega|} = \mathbf{e}_x^T \vartheta_{0P} \quad (32)$$

Onde ϑ_{0P} é a velocidade no ponto de contato do pneu e $\mathbf{e}_x$ é o vetor unitário na direção longitudinal. Como a velocidade lateral do pneu dada por:

$$\vartheta_y = \mathbf{e}_y^T \vartheta_{0P} \quad (33)$$

E a condição de rolamento definida pela equação (3.29) temos *lateral slip* dado por:

$$s_y = \frac{-\mathbf{e}_y^T \vartheta_{0P}}{|\mathbf{e}_x^T \vartheta_{0P}|}, \quad (34)$$

As forças laterais nos pneus podem ser simplesmente modeladas como:

$$F_{y1} = c_{s1} s_{y1} \quad \text{e} \quad F_{y2} = c_{s2} s_{y2}, \quad (35)$$

Mesmo tendo pneus similares montados nos eixos dianteiros e traseiros o *cornering stiffness* c_{s1} pode ser diferente de c_{s2} em função de diferentes carregamentos nos pneus.

3.2.2.3 Escorregamento Lateral

Utilizando a equação (30), o *lateral slip* do eixo dianteiro definido pela equação (34) pode ser escrito como:

$$s_{y1} = \frac{+ \operatorname{sen}\delta(v\cos\beta) - \cos\delta(v\operatorname{sen}\beta + a_1\dot{\gamma})}{|\cos\delta(v\cos\beta) + \operatorname{sen}\delta(v\operatorname{sen}\beta + a_1\dot{\gamma})|}, \quad (36)$$

O *lateral slip* do eixo traseiro é dado abaixo desconsiderando esterçamento nas rodas:

$$s_{y2} = -\frac{(v\operatorname{sen}\beta + a_2\dot{\gamma})}{|v\cos\beta|}, \quad (37)$$

Valores pequenos de velocidade de yaw ($\dot{\gamma}$) e de *side slip*(β) correspondem bem com situações normais de utilização.

$$|a_1\dot{\gamma}| \ll |\vartheta|, \quad |a_2\dot{\gamma}| \ll |\vartheta| \quad (38)$$

$$|\beta| \ll 1, \quad \text{e} \quad |\delta| \ll 1.$$

$$\vartheta\operatorname{sen}\beta \approx |\vartheta|\beta$$

Para as condições apresentadas em (38) e considerando pequenos ângulos de esterçamento(δ) no eixo dianteiro, exceto para simulações de esforço de estacionamento(*parking maneuvers*). Então as equações (36) e (37) resultam em:

$$s_{y1} = -\beta - \frac{a_1}{|\vartheta|}\dot{\gamma} + \frac{\vartheta}{|\vartheta|}\delta \quad (39)$$

$$s_{y2} = -\beta - \frac{a_2}{|\vartheta|}\dot{\gamma} \quad (40)$$

3.2.2.4 Equações de Movimento

Para pequenos ângulos de side slip $\beta \ll 1$, a equação (28) pode ser aproximada para:

$$u_{C,B} = \begin{bmatrix} v \\ |v|\beta \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (41)$$

A velocidade angular é dada por:

$$\omega_{0F,B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix}. \quad (42)$$

A aceleração expressa no sistema de coordenada local do veículo x_B, y_B, z_B .

$$a_{C,B} = \omega_{0F,B} x_{C,B} + \dot{x}_{C,B} = \begin{bmatrix} 0 \\ v\dot{\gamma} + |v|\dot{\beta} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (43)$$

Para velocidade constante do veículo, A aceleração angular pode ser definida por:

$$\dot{\omega}_{0F,B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\omega} \end{bmatrix}, \text{ onde } \omega = \dot{\gamma} \quad (44)$$

O momento linear na direção lateral do veículo:

$$m(v\omega + |v|\dot{\beta}) = F_{y1} + F_{y2} \quad (45)$$

Para pequenos valores de esterçamento $F_{y1}\cos\delta$ pode ser aproximado para F_{y1} e m é a massa do veículo. Para o momento angular temos:

$$\Theta\dot{\omega} = a_1F_{y1} - a_2F_{y2}, \quad (46)$$

Onde Θ é o valor da inércia do veículo no eixo vertical do centro de gravidade. Inserindo a descrição linear das forças laterais nos pneus equação (35), combinada com as equações de *lateral slip* (39) e (40), substituindo nas equações (45) e (46) temos:

$$\dot{\beta} = \frac{C_{S1}}{m|v|} \left(-\beta - \frac{a_1}{|v|} \omega + \frac{v}{|v|} \delta \right) + \frac{C_{S2}}{m|v|} \left(-\beta - \frac{a_2}{|v|} \omega \right) - \frac{v}{|v|} \omega, \quad (47)$$

$$\dot{\omega} = \frac{a_1C_{S1}}{\Theta} \left(-\beta - \frac{a_1}{|v|} \omega + \frac{v}{|v|} \delta \right) - \frac{a_2C_{S2}}{\Theta} \left(-\beta - \frac{a_2}{|v|} \omega \right). \quad (48)$$

Essas equações podem ser escritas na forma de equação linear de estado:

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-C_{S1}+C_{S2}}{m|v|} & \frac{a_2C_{S2}-a_1C_{S1}}{m|v||v|} - \frac{v}{|v|} \\ \frac{a_2C_{S2}-a_1C_{S1}}{\Theta} & -\frac{a_1^2C_{S1}+a_2^2C_{S2}}{\Theta|v|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{v}{|v|} \frac{C_{S1}}{m|v|} \\ \frac{v}{|v|} \frac{a_1C_{S1}}{\Theta} \end{bmatrix} [\delta], \quad (49)$$

$$\text{Ou } \dot{x} = Ax + Bu.$$

3.2.2.5 Estabilidade

Para a equação de estado homogênea:

$$\dot{x} = Ax \quad (50)$$

Temos soluções λ que fornecem informações a respeito da estabilidade do sistema. A matriz de estado aproxima o comportamento do veículo em baixas velocidade, $u \rightarrow 0$.

$$A^{v \rightarrow 0} = \begin{bmatrix} -\frac{C_{S1}+C_{S2}}{m|v|} & \frac{a_2 C_{S2}-a_1 C_{S1}}{m|v||v|} - \frac{v}{|v|} \\ 0 & -\frac{a_1^2 C_{S1}+a_1^2 C_{S2}}{\Theta|v|} \end{bmatrix}. \quad (51)$$

A matriz da equação (3.48) possuem as seguintes soluções:

$$\lambda_1^{v \rightarrow 0} = -\frac{C_{S1}+C_{S2}}{m|v|} \text{ e } \lambda_2^{v \rightarrow 0} = -\frac{a_1^2 C_{S1}+a_1^2 C_{S2}}{\Theta|v|}. \quad (52)$$

Ambas as soluções são reais, sempre com valor negativo, e independente dos dados do modelo e direção do movimento. Portanto o veículo possui um comportamento estável em baixas velocidades.

Em condições de alta velocidade, $u \rightarrow \infty$, a matriz de estado pode ser aproximada para:

$$A^{v \rightarrow \infty} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{v}{|v|} \\ \frac{a_2 C_{S2}-a_1 C_{S1}}{\Theta} & 0 \end{bmatrix}. \quad (53)$$

Temos a seguinte solução:

$$\lambda_{1,2}^{v \rightarrow \infty} = \pm \sqrt{-\frac{v}{|v|} \frac{a_2 C_{S2}-a_1 C_{S1}}{\Theta}}. \quad (54)$$

Para movimento à frente com $u > 0$, o argumento da raiz será positivo se:

$$a_2 C_{S2} - a_1 C_{S1} < 0 \quad (55)$$

Então uma solução será positiva e o sistema apresentará comportamento instável.

Para obter duas soluções nulas, $\lambda_{1,2}^{v \rightarrow \infty} = 0$

$$a_2 C_{S2} = a_1 C_{S1} \quad (56)$$

O comportamento será indiferente, porém pequenas variações podem gerar comportamentos instáveis.

Alguns parâmetros que resultam nas condições abaixo

$$a_2 C_{S2} - a_1 C_{S1} > 0 \text{ ou } a_1 C_{S1} < a_2 C_{S2} \quad (57)$$

Irão gerar um argumento de raiz negativo para a equação (54) para movimento à frente, $u > 0$. Então as soluções são imaginárias, o que caracteriza vibração não amortecida. Para evitar instabilidades em movimento à frente e velocidades altas, as condições da equação (57) precisam ser satisfeitas. Porém o argumento da raiz da equação (54) muda seu sinal quando inverte-se o movimento para marcha à ré. Isto pode ser verificado em todos os veículos que possuem comportamento estável à frente, começam a se tornar instáveis quando em marcha à ré em alta velocidade.

3.2.2.6 Solução para Regime Permanente

Para um dado ângulo de esterçamento $\delta = \delta_0$, um sistema estável atinge a condição de regime permanente, ou *steady state*, após algum tempo. Então o veículo irá descrever um círculo com raio R_{st} , determinado por

$$\omega_{st} = \frac{v}{R_{st}}, \quad (58)$$

Onde ω_{st} é a velocidade angular *steady state*. Com $x_{st} = \text{constante}$ ou $\dot{x}_{st} = 0$, a equação de estado (49) é simplificada por um sistema de equações lineares,

$$A x_{st} = - B u \quad (59)$$

Utilizando a equação (3.55), o vetor estado pode ser escrito em *steady state* por

$$x_{st} = \begin{bmatrix} \beta_{st} \\ v/R_{st} \end{bmatrix}, \text{ onde } \beta_{st} \text{ é o } \textit{steady state side slip angle}. \quad (60)$$

Para $u = [\delta_0]$ e os elementos da matriz de estado A e o vetor B, definidos na equação (49) e do sistema de equações lineares (59) temos:

$$(C_{S1} + C_{S2})\beta_{st} + (m|v||v| + a_1 C_{S1} - a_2 C_{S2}) \frac{v}{|v|} \frac{1}{R_{st}} = \frac{v}{|v|} C_{S1} \delta_0, \quad (61)$$

$$(a_1 C_{S1} - a_2 C_{S2}) \beta_{st} + (a_1^2 C_{S1} + a_2^2 C_{S2}) \frac{v}{|v|} \frac{1}{R_{st}} = \frac{v}{|v|} a_1 C_{S1} \delta_0 . \quad (62)$$

Após simplificações temos que o veículo descrevendo determinado raio necessita um ângulo de esterçamento de:

$$\delta_0 = \frac{a_1 + a_2}{R_{st}} + m \frac{v|v|}{R_{st}} \frac{a_2 C_{S2} - a_1 C_{S1}}{C_{S1} C_{S2} (a_1 + a_2)} . \quad (63)$$

O primeiro termo corresponde ao esterçamento de Ackermann, seguindo a equação (19), considerando entre-eixos de $a = a_1 + a_2$, e aproximação para pequenos valores de esterçamento $\tan \delta_0 \approx \delta_0$, já o segundo termo da equação (63) tem valor muito baixo para $u \rightarrow 0$. Dependendo do valor de $a_2 C_{S2} - a_1 C_{S1}$ e a direção do movimento, à frente $u > 0$ ou à ré $u < 0$, o ângulo de esterçamento necessário difere de Ackermann, em velocidades altas. A diferença é proporcional à aceleração lateral.

$$a_y = \frac{v|v|}{R_{st}} = \pm \frac{v^2}{R_{st}} . \quad (64)$$

Então a equação (63) pode ser escrita como:

$$\delta_0 = \delta_A + k a_y \quad (65)$$

Onde $\delta_A = (a_1 + a_2)/R_{st}$ é o esterçamento de Ackermann, k corresponde a parâmetros relevantes do veículo. Em um diagrama onde δ_0 é plotado versus a aceleração lateral a_y , a equação (63) corresponde à linha média da Figura 28. Com movimento à frente, $u > 0$, a inclinação dessa linha é chamada de gradiente de esterçamento.

Figura 28: Tendências de esterçamento (Rill, 2011).

Gradiente de esterçamento ou *steering gradient* é determinado pela equação:

$$\frac{d\delta_0}{da_y} = k = \frac{m(a_2 c_{S2} - a_1 c_{S1})}{c_{S1} c_{S2}(a_1 + a_2)} \left[\frac{rad}{m/s^2} \right] \quad (66)$$

Para uma curva em regime permanente (*steady state*), a quantidade de esterçamento $\delta_0 \geq ou \leq \delta_A$, e a tendência de esterçamento depende do incremento de velocidade na condição de estabilidade $a_2 c_{S2} - a_1 c_{S1} \geq ou \leq 0$.

Variadas tendências de estreçamento são apresentadas na Tabela 1 abaixo:

Tabela 1: Tendências de esterçamento para veículo movimentando à frente (Rill, 2011).

Understeer	$\delta_0 > \delta_0^A$	or	$a_1 c_{S1} < a_2 c_{S2}$	or	$a_1 c_{S1} / a_2 c_{S2} < 1$
Neutral	$\delta_0 = \delta_0^A$	or	$a_1 c_{S1} = a_2 c_{S2}$	or	$a_1 c_{S1} / a_2 c_{S2} = 1$
Oversteer	$\delta_0 < \delta_0^A$	or	$a_1 c_{S1} > a_2 c_{S2}$	or	$a_1 c_{S1} / a_2 c_{S2} > 1$

3.3 TEORIA DE MULTICORPOS

Um sistema multicorpos é definido como um sistema mecânico contendo dois ou mais corpos e muitos graus de liberdade. O movimento do sistema multicorpos é governado pelas chamadas equações dinâmicas de movimento. Essas equações compreendem em um conjunto de equações diferenciais junto com algumas equações algébricas. As equações diferenciais são expressões das leis físicas de Newton que descrevem o movimento dos corpos rígidos, já as equações algébricas referem-se às restrições impostas pela geometria do sistema e seus movimentos. No passado, a obtenção e resolução de modelos matemáticos para sistemas mecânicos eram realizadas manualmente através da aplicação dos princípios físicos pertinentes. Entretanto diante da característica peculiar dos projetos Aeroespaciais e do crescente grau de complexidade para realizar os projetos adequadamente, o modelamento matemático assumiu um papel fundamental e também se tornou uma tarefa cada vez mais complexa, trabalhosa e passível de erros. Computadores de melhor desempenho e melhoria de programas e métodos teóricos representaram uma evolução na eficiência dos projetos em uma vasta área onde as técnicas de modelagem de Multicorpos estão sendo aplicadas.

3.3.1 Formalismo Matemático

O comportamento dinâmico de sistemas mecânicos, com pequena ordem de grandeza de velocidades envolvidas, pode ser adequadamente descrito pelas leis de movimento de Newton da mecânica clássica e suas numerosas variações. A típica descrição inclui as equações de Newton-Euler, equações de Lagrange, Princípio de Jourdain, Princípio de D'Alembert, etc.

Como no diagrama simplificado, mostrado por Costa (1992) na Figura 29, que relaciona a lei de Newton e Princípios relativos, apresentando as variadas formas de se expressar e de se obter um sistema dinâmico. Os formalismos baseados nas equações de Newton-Euler são chamados de sintéticos enquanto que os baseados em Lagrange são chamados de analíticos. O software ADAMS, utilizado neste trabalho, é baseado no formalismo numérico de Lagrange para gerar o sistema de equações.

Figura 29: Diagrama simplificado da lei de Newton e Princípios relativos a um sistema dinâmico (Costa, 1992).

A seguir, de acordo com Costa (1992), baseado em Kane and Levinson (1985) e Kane and Likins (1983), é apresentada uma visão geral sobre definições básicas necessárias para o desenvolvimento e compreensão das equações que regem a teoria de sistemas multicorpos. Dentre elas, são mostrados o sistema de coordenadas e velocidades generalizadas, restrições impostas, variáveis de estado e abordagem Lagrangeana.

3.3.1.1 Definições Básicas

3.3.1.1.1 Configuração do Sistema

A configuração do conjunto S de u partículas $P_1, \dots, P_u$ no referencial A é definido quando é conhecido o vetor posição de cada partícula relativo a um ponto fixo de A . Então, u quantidades vetoriais ou $3u$ quantidades escalares são necessárias para a especificação da configuração de S em A .

As quantidades escalares são chamadas coordenadas Cartesianas e são definidas como:

Se a_x, a_y, a_z são vetores unitários ortogonais em A , então:

$$x_i = p_i \cdot a_x \quad (67)$$

$$y_i = p_i \cdot a_y$$

$$z_i = p_i \cdot a_z$$

Onde p_i é o vetor posição do ponto O fixo em A ao ponto P_i , e representam as componentes de p_i nas direções a_x, a_y, a_z . A operação identificado com “ $\cdot$ ” é o produto interno. Esta situação está ilustrada na Figura 30 abaixo:

Figura 30: Configuração do sistema de partículas (Costa, 1992)

3.3.1.1.2 Restrições de Configuração

Se o movimento de S é afetado pela presença de corpos que entrem em contato com uma ou mais partículas de P_i , são impostas então, restrições sobre a posição espacial que a partícula possa ocupar. Então S está sujeito a Restrições de Configuração e uma equação que expresse essas restrições é chamada de Equação Holonômica de Restrição.

Um exemplo de Restrições de Configuração é representado pelas ligações rígidas d_1, d_2, d_3 entre as partículas P_2, P_3, P_4 da Figura 30. Podendo ser expressas como:

$$f(x_1, y_1, z_1, \dots, x_v, y_v, z_v, t) = 0 \quad (68)$$

Equações do tipo (68) são classificadas como Reonômicas ou Esclerômicas, de acordo com a função f conter ou não a variável t discriminada.

3.3.1.1.3 Coordenada Generalizadas

Quando um conjunto S de v partículas $P_1, \dots, P_v$ é sujeito a restrições representadas por M equações holonômicas de restrição, somente

$$n = 3v - M \quad (69)$$

As 3^ª coordenadas cartesianas x_1, y_1 e z_1 são independentes entre elas. Nessas circunstâncias pode-se expressar cada uma delas por uma única função dependente do tempo t , e n funções do tempo, $q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t)$, de forma que as equações de restrição sejam satisfeitas. Estas quantidades são chamadas de coordenadas generalizadas de S em A .

3.3.1.1.4 Velocidades Generalizadas

Expressões de velocidades angular de corpo rígido e velocidades dos pontos do sistema S , cuja configuração no referencial A é caracterizado por n coordenadas generalizadas $q_1, q_2, \dots, q_n$, podem ser levadas a uma forma vantajosa pela introdução de n quantidades $u_1, u_2, \dots, u_n$ chamadas de velocidades generalizadas de S em A definidas como:

$$u_r = \sum_{s=1}^n A_{rs} \dot{q}_s + B_r \quad (r = 1, \dots, n) \quad (70)$$

Onde A_{rs} e B_r são funções de $q_1, \dots, q_n$ e t . Elas devem ser escolhidas de maneira que a equação (70) possa ser resolvida unicamente para $\dot{q}_1, \dots, \dot{q}_n$, ou seja:

$$\dot{q}_r = \sum_{s=1}^n C_{rs} u_s + D_r \quad (r = 1, \dots, n) \quad (71)$$

Onde C_{rs} e D_r são funções conhecidas de $q_1, q_2, \dots, q_n$ e t . As equações (71) são chamadas de equação diferencial cinemática de S em A . Elas possuem um papel importante na determinação das equações de movimento para o estudo de sistemas mecânicos.

3.3.1.1.5 Restrições de Movimento

Podem ocorrer, por razões físicas, que as velocidades generalizadas $u_1, u_2, \dots, u_n$ para um sistema S no referencial A , não sejam independente entre si. Neste caso, é dito que S está sujeito a restrição de movimento, e uma equação que relacione cada valor $u_1, u_2, \dots, u_n$ ao outro é chamado de equação de restrição não holonômica. Neste caso, S é chamado de sistema não holonômico.

Onde todas equações de restrição não holonômicas podem ser expressas como relações de m:

$$u_i = \sum_{s=1}^p Y_{is} u_s + Z_i \quad (i = p + 1, \dots, n) \quad (72)$$

onde $p = n - m$

e Y_{is} e Z_i são funções obtidas de $q_1, \dots, q_n$ e t , S se refere a um sistema não holonômico simples possuindo p graus de liberdade em A . Alternativamente, a equação de restrição de movimento pode ser expressa como:

$$\sum_{r=1}^n W_{ir} \dot{q}_r + T_i = 0 \quad (i = p + 1, \dots, n) \quad (73)$$

Onde W_{ir} e T_i também funções obtidas de $q_1, \dots, q_n$ e t , e representam a equação (72) como uma função da derivada das coordenadas generalizadas.

Se as equações (72) e (73) não forem integráveis, ou seja não deve existir uma função $f(q_1, q_2, \dots, q_n)$ que seja constante ao longo de todo intervalo de tempo onde (72) e (73) sejam satisfeitas. Se tal função existisse, então $q_1, \dots, q_n$ poderia não ser independente entre elas, e não formariam um conjunto de coordenadas generalizadas. Ou então, pode-se dizer que as restrições de movimento descritas pelas equações (72) e (73) não podem ser obtidas por diferenciação de restrição de posição.

Um exemplo clássico de restrição não holonômica é um disco de borda estreita rolando sem escorregamento em um plano. Existem restrições em relação aos seus movimentos (a direção do vetor de velocidade do seu centro de massa deve coincidir sempre com o ponto de contato – sem escorregamento lateral), mas o disco pode ser posicionado em qualquer lugar do plano, ou seja não há restrições quanto a configuração que ele possa vir a ter.

3.3.1.1.6 Variáveis de Estado

As variáveis de estado do sistema S no referencial A são um conjunto de quantidades escalares o qual permite a descrição da configuração e movimento de cada partícula P_i de cada partícula oriunda do sistema S .

A configuração de S em A , por exemplo, a localização de cada centro de massa e orientação de cada corpo é determinada pelas coordenadas generalizadas $q_1, \dots, q_n$.

Dada a configuração de S em A, o movimento de cada partícula P_i pertencente a S é determinado pelas velocidades generalizadas $u_1, \dots, u_n$. Em particular também, a velocidade linear do centro de massa de cada corpo e sua velocidade angular.

Devido à diferença de tratamento dada as restrições para cada formalismo matemático, existem diferenças em relação à definição das coordenadas generalizadas, velocidades e consequentemente das variáveis de estado. Normalmente em cada formalismo, as variáveis de estado são definidas para ser a configuração e a quantidade de movimento obtida pela integração das equações de movimento geradas pelo próprio formalismo, mesmo não sendo a única forma de obtê-las. Ou então, pode-se dizer que uma determinada quantidade, é uma variável de estado em um determinado formalismo se ela somente puder ser obtida pela integração daquele formalismo.

3.3.1.2 Abordagem Lagrangeana

Como mencionado anteriormente o software ADAMS, utilizado neste trabalho, é baseado no formalismo numérico de Lagrange para gerar o sistema de equações.

A abordagem de Lagrange é também chamada de formalismo analítico, onde descreve o balanço energético do sistema em termos de suas coordenadas generalizadas e suas derivações. As equações de Lagrange são obtidas da aplicação do princípio do deslocamento virtual das equações de movimento de Newton-Euler, representadas na forma de D'Alembert nas equações abaixo.

$$(R^B - m^B a^{B*}) \cdot \delta = 0 \quad (74)$$

$$(T^B - I^{B*} \alpha^B + \omega^B \times I^{B*} \cdot \omega^B) \cdot \delta = 0 \quad (75)$$

Sendo $q_1, \dots, q_n$ as coordenadas generalizadas que especificam a configuração no tempo t de um sistema holonômico S composto de u partículas $P_1, \dots, P_u$. Sendo m^{P_i} a massa da partícula P_i de S. As coordenadas cartesianas de P_i , no referencial Newtoniano pode ser expressa como uma função na coordenada generalizada como:

$$x_i = \theta_i(q_1, \dots, q_n, t) \quad (76)$$

$$y_i = \phi_i(q_1, \dots, q_n, t)$$

$$z_i = \psi_i(q_1, \dots, q_n, t)$$

Se R_{xi} , R_{yi} e R_{zi} são as componentes da resultante de todas as forças atuantes em P_i , então a equação de Newton para P_i é:

$$m^{Pi} \ddot{x}_i = R_{xi} \quad (77)$$

$$m^{Pi} \ddot{y}_i = R_{yi}$$

$$m^{Pi} \ddot{z}_i = R_{zi}$$

Multiplicando por δx_i , δy_i e δz_i , que são pequenos deslocamentos chamados de deslocamentos virtuais, e transformando das coordenadas cartesianas (x_i, y_i, z_i) para as coordenadas generalizadas $(q_1, \dots, q_n)$, resulta nas componentes de deslocamento virtual abaixo:

$$\delta_{xi} = \sum_{r=1}^n \frac{\partial x_i}{\partial q_r} \delta_{qr} \quad (78)$$

$$\delta_{yi} = \sum_{r=1}^n \frac{\partial y_i}{\partial q_r} \delta_{qr}$$

$$\delta_{zi} = \sum_{r=1}^n \frac{\partial z_i}{\partial q_r} \delta_{qr}$$

Supondo $\delta_1 \neq 0$ e $\delta_2 = \dots = \delta_n = 0$, para introduzir uma simplificação na álgebra de derivação. Isto é permitido desde que as coordenadas generalizadas sejam definidas como independentes. Então resulta em:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^v \left(R_{xi} \frac{\partial x_i}{\partial q_1} + R_{yi} \frac{\partial y_i}{\partial q_1} + R_{zi} \frac{\partial z_i}{\partial q_1} \right) \delta_{q1} = \\ \sum_{i=1}^v \left(m^{Pi} \ddot{x}_i \frac{\partial x_i}{\partial q_1} + m^{Pi} \ddot{y}_i \frac{\partial y_i}{\partial q_1} + m^{Pi} \ddot{z}_i \frac{\partial z_i}{\partial q_1} \right) \delta_{q1} \end{aligned} \quad (79)$$

O lado esquerdo da equação (79) é o trabalho realizado pelas forças externas durante o deslocamento δ_{q1} . Igualando com $F_1 \delta_{q1}$, temos a força generalizada como:

$$F_1 = \sum_{i=1}^v \left(R_{xi} \frac{\partial x_i}{\partial q_1} + R_{yi} \frac{\partial y_i}{\partial q_1} + R_{zi} \frac{\partial z_i}{\partial q_1} \right) \quad (80)$$

Nota-se que a força generalizada não necessariamente tem dimensão de força propriamente dita. Por exemplo, se q_i é um ângulo, δ_i é adimensional, F_i poderá ser um momento.

O lado direito da equação (79) é substituído utilizando a formula da diferenciação do produto para a coordenada x_i , resultando em:

$$\ddot{x}_i \frac{\partial x_i}{\partial q_1} = \frac{d}{dt} \left(\dot{x}_i \frac{\partial x_i}{\partial q_1} \right) - \dot{x}_i \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial x_i}{\partial q_1} \right) \quad (81)$$

Da equação (76), $\dot{x}_i$ pode ser expresso como:

$$\dot{x}_i = \frac{dx_i}{dt} = \sum_{r=1}^n \frac{\partial x_i}{\partial q_r} \dot{q}_r \quad (82)$$

Então:

$$\frac{\partial x_i}{\partial q_1} = \frac{\partial \dot{x}_i}{\partial \dot{q}_1} \quad (83)$$

Pode-se utilizar o fato que

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial x_i}{\partial q_1} \right) = \frac{\partial}{\partial q_1} \left(\frac{dx_i}{dt} \right) = \frac{\partial \dot{x}_i}{\partial q_1} \quad (84)$$

E substituindo as equações (83) e (84) na equação (79) temos:

$$\ddot{x}_i \frac{\partial x_i}{\partial q_1} = \frac{d}{dt} \left(\dot{x}_i \frac{\partial x_i}{\partial \dot{q}_1} \right) - \dot{x}_i \frac{\partial \dot{x}_i}{\partial \dot{q}_1} = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{q}_1} \left(\frac{\dot{x}_i^2}{2} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial q_1} \left(\frac{\dot{x}_i^2}{2} \right) \quad (85)$$

Desenvolvendo expressões similares para as coordenadas y_i e z_i e substituindo na equação (79) temos:

$$F_1 \delta_{q1} = \sum_{i=1}^v m^{Pi} \left\{ \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{q}_1} \left(\frac{\dot{x}_i^2}{2} + \frac{\dot{y}_i^2}{2} + \frac{\dot{z}_i^2}{2} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial q_1} \left(\frac{\dot{x}_i^2}{2} + \frac{\dot{y}_i^2}{2} + \frac{\dot{z}_i^2}{2} \right) \right\} \delta_{q1} \quad (86)$$

Porém a energia cinética K do sistema S é dada por

$$K = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^v m^{Pi} (\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2 + \dot{z}_i^2) \quad (87)$$

Que substituindo na equação (86) resulta em

$$F_1 \delta_{q_1} = \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial K}{\partial q_1} \right] \delta_{q_1} \quad (88)$$

Ou também escrita como

$$F_1 = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial K}{\partial q_1} \quad (89)$$

Esta é a equação de Lagrange em sua forma mais conhecida e útil. Se a derivação acima for feita para $\delta_{q_2} \neq 0$ e $\delta_{q_1} = \delta_{q_3} = \dots = \delta_n = 0$, equação equivalente a (89) será obtida para δ_{q_2} . Procedendo da mesma forma para as demais n coordenadas generalizadas, obtém-se n equações independentes de Lagrange que corresponde a n graus de liberdade do sistema S. Ou seja:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_r} \right) - \frac{\partial K}{\partial q_r} = F_r \quad (r = 1, \dots, n) \quad (90)$$

Se todas as forças externas atuantes no sistema são conservativas, então podem se derivadas da função energia potencial V , que por definição temos

$$F_r = - \frac{\partial V}{\partial q_r} \quad (91)$$

E para um sistema conservativo de equação de Lagrange podem assumir a forma

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_r} \right) - \frac{\partial K}{\partial q_r} + \frac{\partial V}{\partial q_r} = 0 \quad (92)$$

Se considerarmos sistemas cujo princípio da conservação de energia não seja válido, então várias formas de função dissipativas são possíveis. Quando o sistema é sujeito a forças resistivas que são diretamente proporcionais a velocidade de seu ponto de aplicação, é possível expressar as equações de Lagrange com apenas com um termo extra. Sendo a função dissipativa $\mathcal{F}$, a equação de Lagrange é descrita como:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_r} \right) - \frac{\partial K}{\partial q_r} + \frac{\partial V}{\partial q_r} + \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \dot{q}_r} = F_r \quad (r = 1, \dots, n) \quad (93)$$

Para sistemas não holonômicos, com p graus de liberdade, e m equações de restrição não holonômicas na forma descrita pela equação (73), as equações de Lagrange podem ser obtidas, se considerado o sistema S sujeito a forças externas

adicionais, forças essas exercidas pelas restrições com o intuito do sistema cumprir as restrições de movimento. Neste caso um conjunto de m equações adicionais chamadas de Multiplicadores de Lagrange são introduzidas e obtém-se da equação de Lagrange

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_r} \right) - \frac{\partial K}{\partial q_r} + \frac{\partial V}{\partial q_r} + \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \dot{q}_r} = F_r + \sum_{i=1}^m W_{ir} \lambda_i \quad (r = 1, \dots, n) \quad (94)$$

Onde λ_i são os multiplicadores de Lagrange e o coeficiente W_{ir} é dado pela a equação (73). A equação (94) juntamente com a equação (73) são suficientes para determinar as $(n+m)$ quantidades desconhecidas, $q_1, \dots, q_n, \lambda_1, \dots, \lambda_m$.

Algumas vantagens da abordagem Lagrangeana são que as equações de movimento podem ser obtidas da mesma forma sem que um conjunto de coordenadas, acelerações precise ser determinado, o número requerido de equações é obtido e algumas dificuldades com sinais algébricos são evitados. Nota-se que essas vantagens, simplesmente, são básicas do método de energia e as equações de Lagrange podem ser consideradas como a forma mais geral do princípio da energia.

4 CONSTRUÇÃO DE MODELOS

Neste capítulo será apresentado o detalhamento do modelo de veículo completo em multicorpos aplicado no estudo de influência das buchas no conforto e estabilidade do veículo.

Serão detalhados os subsistemas e seus componentes com as características não lineares que interferem no comportamento do modelo.

O *software* de multicorpos empregado no estudo é o MSC. ADAMS/Chassis.

4.1 MODELO DE VEÍCULO COMPLETO E SUBSISTEMAS

O modelo selecionado para o estudo do comportamento dinâmico de *Ride & Handling*, é o de um veículo utilitário esportivo compacto. Este foi selecionada por sua altura elevada do solo, bom curso de suspensão e grande dimensão do conjunto roda/pneu para um veículo compacto. Estas características fazem com que esse tipo de veículo seja muito procurado nos dias de hoje, para trafegar em cidades com pavimento em mal estado de conservação e com muitos redutores de velocidade (por ex. lombadas). As características gerais do veículo são mostradas na Tabela 2.

Tabela 2: Características Gerais do veículo

Parâmetro do veículo	valor	Unidade
Peso Total	1350	Kg
Peso Eixo Dianteiro	780	Kg
Massa Não-suspensa Dianteira	90	Kg
Peso Eixo Traseiro	570	Kg
Massa Não-suspensa Traseira	80	Kg
Distância Entre Eixos	2530	mm
Bitola Dianteira	1525	mm
Bitola Traseira	1535	mm
Frequência suspensão Dianteira	1.30	Hz
Frequência suspensão Traseira	1.50	Hz

Altura de CoG	640	mm
----------------------	------------	-----------

O modelo completo do presente trabalho é constituído dos subsistemas necessários para representar os fenômenos de eventos de impacto e de estabilidade.

Segue abaixo os subsistemas que foram discretizados no modelo:

- Suspensão dianteira;
- Suspensão traseira;
- Sistema de direção;
- *Powertrain*;
- Carroceria

4.1.1 Suspensão Dianteira

A suspensão dianteira é do tipo *Macpherson* com braço de controle inferior, vinculado ao *subframe* por duas buchas de material elastomérico. A suspensão conta com barra estabilizadora (*anti-roll-bar*) fixada ao *subframe* e conectada ao amortecedor estrutural. Modelo da suspensão dianteira mostrado na Figura 31:

Figura 31: Modelo da suspensão dianteira *MacPherson*

As molas dianteiras são lineares de rigidez constante ($K_{sf}=22\text{N/mm}$). Estas são montadas em amortecedores estruturais e são auxiliadas por batentes de

poliuretano microcelular que é modelado por curvas de deflexão estática não-linear. O batente de suspensão trabalha em conjunto com a mola para auxiliar nas variações de carga e movimentos de maior amplitude e energia. Este componente é importante tanto no comportamento de *ride* quanto no de *handling*, auxiliando no controle de movimentações verticais e no controle de *roll*.

Os amortecedores hidráulicos tem papel importante no comportamento do veículo através da atenuação das oscilações verticais. Este passa por desenvolvimento de especialistas, que faz um refinamento subjetivo (*tuning*) de suas válvulas em uma faixa de velocidade de até 1500 mm/s e em variadas condições de pista atingindo um comportamento ótimo do veículo. Após esse refinamento as peças são caracterizadas em bancada para levantamento de sua curva característica. As curvas características de força x velocidade de haste são modeladas com a curva da Figura 32:

Figura 32: Curva característica do amortecedor dianteiro

Os amortecedores possuem também buchas de ligação de sua haste com a carroceria, denominadas de *top mount*. Essas buchas, assim como as do braço de controle inferior, possuem material elastomérico promovendo atenuação de vibrações de baixas amplitudes e altas frequências (de até 100 Hz), das quais o amortecedor não possui capacidade de absorção. O *top mount* é modelado através de valores de rigidez linear nos três eixos XYZ. Já as buchas anteriores e

posteriores do braço de controle, são modeladas a partir de curvas de deflexão estáticas não lineares.

A barra estabilizadora dianteira é o elemento principal que promove rigidez ao rolamento da carroceria (*roll stiffness*) do veículo (como mostrado na Figura 31), esta vai fixada ao *subframe* e conectada no amortecedor. A barra possui secção transversal circular de diâmetro 25mm, esta é modelada por elemento de barra, na qual são levados em consideração sua geometria e roteiro para representação correta de sua eficiência e rigidez.

4.1.2 Suspensão Traseira

A suspensão traseira é do tipo *Twist-beam*, como já discutida no capítulo 2, é constituída de dois braços ligados a um perfil de torção que é solidário aos braços. O eixo é vinculado à carroceria por dois mancais de buchas de material elastomérico que promovem isolamento para frequências de até 100Hz.

O modelo da suspensão traseira é representado abaixo na Figura 33:

Figura 33: Modelo do eixo traseiro *twist-beam*.

O eixo tem seu perfil de torção modelado por elemento de barra com rigidez torcional de 600 Nm/grau. Seu perfil de torção cumpre a função de atribuir rigidez ao

rolamento, não sendo necessária a adoção de barra estabilizadora (*anti-roll-bar*) traseira.

As molas traseiras são helicoidais de rigidez constante ($K_{sr} = 24\text{N/mm}$), e assim como a suspensão dianteira, conta com um batente de poliuretano microcelular de rigidez não linear para auxílio nas variações de carga e oscilações de grande amplitude e energia, tendo importância relevante no comportamento dinâmico do veículo. Este é modelado por curva de deflexão estática não linear e são montados na haste dos amortecedores.

Os amortecedores traseiros também tem papel importante na atenuação das oscilações verticais. Este também passa por um refinamento (*tuning*) em variadas condições de pista atingindo um comportamento ótimo do veículo. O componente é modelado através de sua curva característica de força x velocidade de haste (Figura 34).

Figura 34: Curva característica do amortecedor traseiro

Para atenuação de vibrações de baixas amplitudes e frequências altas, os amortecedores contam também com as buchas do *top mount*, que são de material elastomérico com rigidez constante nos três eixos principais (XYZ).

O eixo traseiro também é isolado por mancais de buchas de material elastomérico que tem papel importante no comportamento de *Ride & Handling*. Como discutido no capítulo 2 desta dissertação, este tipo de suspensão tem muitas vantagens, porém

algumas limitações que fazem o compromisso entre conforto e estabilidade serem antagônicos. A otimização desse compromisso é o objeto deste estudo.

O mancal da bucha do eixo possui um ângulo de instalação de 25 graus com o eixo transversal do veículo fazendo a decomposição dos eixos XY da bucha e auxiliando a o controle do eixo.

As curvas de rigidez estática da bucha são modeladas conforme Figura 35:

Figura 35: Rigidezes da bucha do eixo *twist-beam*

4.1.3 Sistema de Direção

O sistema de direção modelado é do tipo pinhão e cremalheira com assistência elétrica EPAS (*Electric Power Assisted Steering*) na coluna de direção. A geometria de todo o sistema de direção incluindo a coluna e as curvas de assistência são modeladas no *software*. Sua correta representação é parte importante das

simulações de *handling* por interferir diretamente na resposta dinâmica dos *inputs* de esterçamento. A caixa de direção possui uma relação de 52mm/revolução.

4.1.4 Powertrain e Carroceria

O *powertrain* ou trem de força é composto pelo motor e transmissão, este conjunto é parte importante na dinâmica do veículo por se tratar de um conjunto com uma massa relevante quando comparado com o peso total do veículo (aprox. 15%). O conjunto possui uma inércia considerável que é excitada pelas oscilações da carroceria e também possui vibrações inerentes ao seu funcionamento como desbalanceamentos e força de Combustão. Para atenuar essas vibrações o conjunto é isolado por três buchas de material elastomérico denominadas coxins: LHS, RHS e Restritor de torque.

- LHS – Coxim convencional que faz a vinculação da transmissão à carroceria;
- RHS – Coxim com amortecimento hidráulico que faz a vinculação do motor à carroceria;
- Restritor de torque – mancal de bucha que vincula o conjunto ao *subframe*, evitando o rolamento do motor durante aplicação de torque.

Os coxins são modelados no *software* através de curvas de deflexão estática não linear.

As inércias e centro de gravidade do conjunto *powertrain*, bem como da carroceria e todos seus periféricos, é parte importante no comportamento dinâmico relacionado a *handling*.

As inércias de *Pitch*, *Yaw* e *Roll* do veículo completo são os parâmetros primordiais, tanto que são um dos primeiros passos a serem verificados no processo de correlação do modelo.

Para o presente estudo, o modelo de carroceria não é modelada utilizando elementos flexíveis, sendo assim, a rigidez torsional da carroceria é representada com a adoção de uma junta de revolução e uma bucha que fazem a ligação das partes dianteira e traseira da carroceria.

A representação do modelo de veículo completo está mostrada na Figura 36:

Figura 36 : Modelo de veículo completo

4.2 MEDIÇÃO DE PISTA COM WFT

O transdutor de força, ou *wheel force transducer* (WFT) (Figura 37), começou a ser empregado na indústria no final dos anos de 1970, desde então vem sendo muito empregado para a medição de cargas de pista. O sensor tem capacidade de medir força e momento nas três direções XYZ. Essas medições são utilizadas como dados de entrada em simulações para cascadeamento de cargas para diversos componentes do veículo e posterior análise de durabilidade em softwares de elementos finitos, como abordado por (Cruz et al., 2003). Esta abordagem permite as análises de durabilidade em estágios iniciais do programa, aumentando o nível de confiança e diminuindo o uso de protótipos.

Yang et al. (2006) e Duarte (2010) também utilizaram esta abordagem semi-analítica porém com o objetivo de estudar os fenômenos de *ride* de uma maneira precisa, minimizando as incertezas dos modelos de pneu não otimizados para tal estudo.

Os modelos de pneus para uma abordagem analítica são muito complexos e de difícil correlação, demandando muitos testes e correlações, e também um extenso período de tempo para seu desenvolvimento e alto custo associado.

Figura 37: Wheel Force Transducer (WFT) (Cruz et al., 2003)

Este tipo de abordagem semi-analítica foi escolhida para o presente trabalho na área de *ride*. Essa abordagem é dita semi-analítica, por se tratar de uma simulação que recebe entradas de um teste físico realizado para alimentar um modelo analítico.

A WFT é modelada no *software* ADAMS, como entrada de forças e momentos nos três eixos XYZ, no centro da roda. As cargas reais do teste físico com a WFT são introduzidas no modelo via um arquivo RPC que contém todos canais de força e momentos no domínio do tempo, bem como outros canais de correlação como: aceleração nas pontas de eixo, curso de suspensão, cargas de molas, etc.

São modelados também, as características da WFT utilizada na medição, isto se faz necessário para que sejam feitas as correções no modelo para as propriedades de inércia e razão de instalação do sensor na roda. Estas características da WFT já foram objeto de estudos como o de Rupp et al. (1993) e Sommerfeld and Meyer (1999) nos quais são abordadas as influências das propriedades de inércia e a posição de instalação das mesmas. São apontadas também a necessidade de redução de peso dos conjuntos de WFT mantendo sua estrutura rígida o suficiente para que sua frequência natural não interfira nas medições.

A questão de redução de peso dos sensores é amplamente perseguida pelos fabricantes de sensores, buscando novos materiais como fibra de carbono e titânio para alcançar essa redução.

O modelamento das juntas e vínculos da WFT no *software* ADAMS é mostrado em detalhe na Figura 38:

Figura 38: Representação do modelamento da WFT no *software* ADAMS (Duarte, 2010)

4.3 MEDIÇÃO DE PNEU EM BANCADA *FLAT-TRAC*

O modelo de pneu é uma parte muito importante do modelo de multicorpos para simulação de *handling*, isto se deve pelo pneu ser o elemento de ligação de todo o sistema com a superfície do pavimento e por onde se transferem todas as forças geradas nas manobras. Por isso um modelo de pneu bem correlacionado é parte fundamental para obter resultados confiáveis.

Na correlação e modelamento de pneu proposto, são selecionados os pneus para se fazer a caracterização e alimentar o modelo com esses parâmetros.

Para essa caracterização, são feitos ensaios no pneu selecionado, para medir os esforços gerados no contato pneu- pavimento durante variações de câmbor, força normal e *slip angle*.

Estes ensaios são feitos em uma máquina que simula o contato pneu-pavimento chamada *Flat-Trac* (Figura 39).

No entanto, existem diferenças entre o ensaio e o pavimento real. A superfície utilizada no ensaio é a de uma lixa que se aproxima da gramatura do asfalto real, portanto na correlação são necessários ajustes em fatores de escala aplicados ao *slip angle* e ao coeficiente de atrito para se correlacionar o comportamento.

Figura 39: Bancada de medição de pneus *Flat-Trac* – MTS

O modelo de pneu é dividido em duas partes, baixo escorregamento (*slip angle*) e o de alto escorregamento. Dependendo do nível de *slip angle* necessário à manobra é utilizado o modelo adequado.

O modelo de baixo *slip angle* utiliza o modelo de B-spline que é oriundo da medição física do pneu, sendo ajustado através de funções matemáticas simples capazes de ajustar o comportamento do pneu, conforme aborda Fernandes e Peres (2004). Este modelo é muito preciso para níveis de solicitação de força não muito altos.

Para altos níveis de *slip angle*, como em manobras limite de estabilidade (*limit handling*) onde se excita o regime transiente do veículo, se faz necessário a utilização da formulação através do modelo de Pacejka. Este é dado por formulações matemáticas que se aproximam da curva experimental do pneu. A curva do pneu utilizando a fórmula mágica de Pacejka é mostrada abaixo (Figura 40).

Figura 40: Curva de pneu utilizando a fórmula mágica de Pacejka (Wikipedia, 2013)

Todos esses parâmetros inseridos no modelo de pneus precisam ser ajustados e correlacionados com o comportamento dinâmico do veículo para que a simulação seja confiável. As questões de correlação são apresentadas no item a seguir.

4.4 VALIDAÇÃO DE MODELO

A validação e correlação do modelo de veículo completo é fundamental para se representar o comportamento dinâmico do veículo de maneira precisa.

4.4.1 Validação para *handling*

O extenso processo de correlação do modelo de veículo completo para simulação de *handling* é descrito à seguir de maneira sucinta. Uma descrição mais detalhada do processo de correlação é apresentada por Horcaio (2013).

Conforme citado no modelamento dos subsistemas, as propriedades de inércia do veículo bem como localização do centro de gravidade são um dos primeiros passos da correlação.

Após medição dessas propriedades, é feita uma verificação das coordenadas de posição dos pontos de ancoragem da suspensão e seus elementos, utilizando um

scanner tridimensional, isto se faz necessário para garantir que o veículo protótipo está representando o projeto e descrevendo a cinemática correta.

Na sequência, são feitas medições da elastocinemática da suspensão utilizando um equipamento chamado de *K&C test machine (Kinematic & Compliance)*, onde é caracterizado o comportamento da suspensão e seus componentes quando solicitado por forças externas.

Todas essas características são inseridas no modelo de mult corpos juntamente com as curvas dos componentes dos subsistemas e os dados de medição de pneu, medidos na bancada *Flat-Trac*.

Finalizada a caracterização do protótipo, este é submetido a testes objetivos, onde o veículo é instrumentado com sensores para a aquisição de dados sobre o comportamento dinâmico em manobras parametrizadas.

Os sensores utilizados são:

- acelerômetro tri-axial;
- sensor de velocidade lateral e longitudinal;
- sensor de *yaw*;
- sensores de curso de suspensão;
- sensores de altura;
- sensor de ângulo e torque de volante.

Com os dados dos testes, pode-se comparar o comportamento do veículo frente ao modelo de mult corpos, e efetuar os ajustes necessários nos coeficientes de amortecimento dos componentes e pneus para atingir a correlação do modelo com o veículo real.

Uma manobra realizada para a correlação é a *High-g swept steer* onde é mantida a velocidade de 75km/h e aplicado ângulo de esterço a uma taxa constante, como mostrado abaixo (Figura 41) .

Figura 41: Ângulo de Esterço x Tempo

Com a entrada do ângulo na direção no veículo, o veículo responde gerando um ganho de yaw (Figura 42).

Figura 42: Yaw Rate x Tempo

Com o ganho de yaw, é gerado um aumento no *slip angle* e assim gerando aceleração lateral como mostrado abaixo (Figura 43).

Figura 43: Aceleração Lateral x Tempo

Outra manobra utilizada para correlação do modelo multicorpos é a manobra J-Turn. Esta é uma manobra com limite de aderência.

A manobra consiste em trafegar com o veículo em velocidade constante de 100km/h e imprimir um ângulo de 90 graus de esterço através de função degrau, provocando alto *slip angle* e consequentemente altas acelerações laterais.

Esta manobra é repetida com ângulos de esterço de 180, 270 e 360 graus onde normalmente é utilizado um *steering robot*, para aumento de precisão de ângulo e ganho.

A correlação da manobra J-Turn segue a mesma sequência da manobra *High-g swept steer*, iniciando com a correlação do ângulo de esterço, mostrado na Figura 44:

Figura 44: Ângulo de Esterço x Tempo

Com a função degrau de esterço o veículo responde com alto ganho de *yaw* (como mostrado na Figura 45):

Figura 45: *Yaw Rate* x Tempo

Com o alto ganho de *yaw* (*yaw rate*), e altos ângulos de escorregamento (*slip angle*), são geradas altas forças laterais nos pneus e conseqüentemente altas acelerações laterais (Figura 46):

Figura 46: Aceleração Lateral x Tempo

Com o processo de correlação concluído, o modelo pode ser utilizado no estudo de influência das buchas de suspensão traseira do tipo *twist-beam* no regime permanente de *handling*.

4.4.2 Validação para *Ride*

Conforme mencionado na seção 4.2, a medição de cargas nas rodas utilizando a WFT conta também, com uma instrumentação paralela com a finalidade de correlacionar o modelo de multicorpos.

Esta instrumentação adicional possui grande número de canais composta por sensores de curso de suspensão, extensômetros e acelerômetros. No modelo de multicorpos são modelados elementos de medição para representar a instrumentação seguindo o mesmo posicionamento, para a realização da correlação.

A correlação foi realizada em tiras de impacto construídas de aço carbono com 30mm de altura e 130mm de comprimento. Mesmo evento onde será feito o estudo de sensibilidade.

Os sinais de deslocamento vertical de roda no eixo dianteiro em comparação com o modelo de multicorpos são apresentados abaixo (Figura 47).

Figura 47: Deslocamento vertical da Roda dianteira direita

O mesmo sinal de deslocamento é apresentado para a correlação das rodas traseiras (Figura 48):

Figura 48: Deslocamento vertical da roda Traseira direita.

Para a correlação são verificados também, os sinais de aceleração de massa não-suspensa, onde são comparados utilizando critérios de correlação baseados em

valores de amplitude de sinal e valores RMS (*root mean square*) permitindo uma máxima diferença de 15% nestes sinais.

Para atender o critério de correlação descrito acima, podem ser feitos ajustes em diversos parâmetros do modelo de mult corpos, tais como constantes de rigidez e amortecimentos nas buchas para diminuir as variações entre as respostas dos sinais medidos e dos sinais simulados.

Os sinais de aceleração de massa não-suspensa da roda dianteira medido em teste são comparados com o sinal simulado no modelo são mostrados abaixo (Figura 49).

Figura 49: Aceleração vertical da massa não-suspensa da roda dianteira direita

Da mesma maneira, são mostrados os sinais de aceleração de massa não suspensa traseira, comparando o sinal medido com o modelo simulado (Figura 50).

Figura 50: Aceleração vertical da massa não-suspensa da roda traseira direita.

Com o processo de correlação concluído, o modelo de muticorpos pode ser utilizado no estudo de influência das buchas de suspensão do tipo *twist beam* nos eventos de impacto de *ride*.

5 SIMULAÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS

Neste capítulo, são apresentadas as simulações e análises realizadas utilizando os modelos apresentados no capítulo anterior, para *Ride* e para *Handling*. No estudo de *Ride* utilizado o método semi-analítico, são impostas entradas de forças e momentos medidos em pista com o sensor WFT(*wheel force transducer*). No estudo de *Handling* é utilizado o modelo e pneu correlacionados.

É apresentado o estudo da influência da rigidez da bucha da suspensão traseira do tipo *Twist-Beam* nos eventos de *ride* para impacto singular e *handling* em regime permanente. O estudo consiste na comparação de respostas entre o modelo apresentado no capítulo anterior nomeado de Bucha original com um modelo onde as rigidezes da bucha são alteradas através de mudança de posição do componente, que altera a direção dos eixos principais da bucha, este modelo é nomeado como Bucha rotacionada.

No modelo com Bucha rotacionada foi imposta uma rotação de 90 graus no eixo Z do sistema de coordenada local da bucha. Sendo eixo Z a direção axial da bucha (Figuras 51 e 52).

Figura 51: Bucha Original com coordenada local X vertical e Y na horizontal.

Figura 52: Bucha Rotacionada 90 graus com coordenada local X na horizontal e Y na vertical.

Esta rotação imposta à bucha, promove uma inversão entre as direções de rigidez vertical e a rigidez longitudinal da bucha. O eixo X da coordenada local da bucha possui valor de rigidez 45% menor do que a rigidez do eixo Y. Portanto, no modelo com Bucha original a direção de maior rigidez está orientada no sentido longitudinal, já o modelo com Bucha rotacionada em 90 graus possui a direção de menor rigidez orientada no sentido longitudinal.

5.1 INFLUÊNCIA DA BUCHA NO *HANDLING*

Conforme abordado na seção 2.1, a suspensão do tipo *twist beam* é amplamente utilizada em veículos de passeio por permitir um bom compromisso de custo e performance. No entanto, a simplicidade de seu conceito traz consigo um grande desafio, que é aliar estabilidade a conforto.

O estudo que será apresentado a seguir mostra como a mudança de rigidez da bucha pode influenciar o comportamento dinâmico do veículo em regime permanente.

5.1.1 Simulações de *Handling* Realizadas

Para estudar a influência da rigidez da bucha no *handling* é preciso estudar a elastocinemática das duas configurações de bucha. Portanto se faz necessário uma simulação de *K&C test* para a determinação das características de flexibilidade (*compliance*) longitudinal e lateral que alteram o comportamento de *compliance steer* mencionado na seção 2.1. Como a simulação do eixo dianteiro e traseiro são independentes, serão apresentados apenas os resultados da suspensão traseira que é objeto de estudo.

Para a determinação do comportamento do veículo em regime permanente iremos simular uma manobra de raio constante (*constant radius*) para o estudo do nível de *understeering* do veículo através da métrica de gradiente de esterçamento (*understeer gradient*).

Os parâmetros da manobra são: raio de 30m e aceleração de corte em 0.8g.

A seguir são mostrados os resultados do estudo.

5.1.2 Resultados e Análises de *Handling*

Como mencionado no item anterior, a elastocinemática tem grande influência no *handling* de um veículo, portanto é apresentado a seguir um comparativo da análise elastocinemática utilizando a simulação de *K&C test*.

Como resultado, foi observado um aumento da flexibilidade (*compliance*) longitudinal para a configuração de bucha rotacionada, através do aumento de deslocamento da roda (*wheel recession*) quando solicitado a uma força longitudinal, mostrado na figura abaixo. Ocorrendo uma diminuição de 39% na rigidez longitudinal da suspensão traseira (Figura 53).

Figura 53: Flexibilidade Longitudinal da roda traseira direita

Foi observado também para a bucha rotacionada, um aumento da flexibilidade lateral, mostrado na figura abaixo. A modificação resultou em uma diminuição de 27% na rigidez lateral da suspensão traseira (Figura 54).

Figura 54: Flexibilidade Lateral da roda traseira direita

A diminuição da rigidez lateral influencia no comportamento dinâmico do veículo, este quando submetido a forças laterais durante uma curva, tem um aumento de deformação das buchas de suspensão gerando ângulo de divergência no pneu traseiro externo à curva, que promove um aumento do fenômeno *compliance steer oversteer*, discutido na seção 2.1.

A próxima figura (Figura 55) mostra um comparativo do *compliance steer* entre as duas configurações de bucha.

Figura 55: Compliance Steer da roda traseira direita

Foram apresentados os resultados comparativos da elastocinemática das duas configurações de bucha simulando de bancada *K&C test*.

A seguir é apresentada a simulação dinâmica em regime permanente de Raio Constante (*Constant Radius*).

Com esta simulação podemos estudar qual é a real influência das diferenças de elastocinemática observadas no comportamento dinâmico do veículo.

Como apresentado no item anterior, a manobra *constant radius* é realizada mantendo um raio de curvatura de 30m e a simulação irá cortar quando a aceleração lateral atingir 0.8g.

Na figura abaixo (Figura 56), podemos observar a diferença de ângulo de esterço por aceleração lateral, mostrando uma diminuição no ângulo de esterço do modelo com bucha rotacionada. Este comportamento sugere uma diminuição no nível de *understeering* do veículo.

Figura 56: Ângulo de Esterço x Aceleração Lateral

Na próxima figura (Figura 57) podemos verificar um leve aumento no *slip angle* do eixo traseiro que sugere um aumento no ângulo de *yaw* durante a manobra.

Figura 57: *Slip Angle* x Aceleração Lateral

Foi observado um aumento do ângulo de *yaw* em altas acelerações laterais. Como mostrado na Figura 58:

Figura 58: *Yaw* x Aceleração Lateral

Após as análises dos gráficos apresentados, foram feitas análises com a métrica o gradiente de esterçamento (*understeer gradient*) para regime permanente, onde foi confirmada a tendência observada pelos gráficos de ocorrer uma diminuição no nível de *understeering* com a rotação da bucha em 90 graus (Tabela 3).

Tabela 3: Gradiente de Esterçamento (regime permanente)

Ganho Linear	
	Gradiente de Esterçamento
Bucha original	2.65 graus/g
Bucha rotacionada 90 graus	2.41 graus/g

Foi feita também uma análise dos fatores que contribuíram (*understeer budget*) para a diminuição do *understeer gradient* com a bucha rotacionada, e o item que obteve maior contribuição foi o *compliance steer* da suspensão traseira (Tabela 4).

Tabela 4: *Understeer Budget*

<i>Understeer Budget</i>	
	Flexibilidade Susp. Traseira
Bucha original	0.05 graus/g
Bucha rotacionada 90 graus	-0.18 graus/g

O estudo de influência da bucha de suspensão traseira do tipo *twist beam* foi apresentado.

O estudo mostrou a influência da rigidez da bucha no comportamento de *handling* para uma condição de regime permanente. A seguir será apresentado o estudo da influência da rigidez no *ride*.

5.2 INFLUÊNCIA DA BUCHA NO *RIDE*

Conforme mencionado anteriormente, as buchas de suspensão possuem função principal de promover o isolamento vibracional nos eventos de *ride* secundário e eventos singulares de impacto.

Conforme Duarte (2010), o evento singular de impacto é muito importante para analisar o comportamento longitudinal das buchas de suspensão e dos efeitos

provenientes do deslocamento longitudinal das rodas, efeito que se manifesta através da geometria da suspensão e das características elásticas das buchas.

O escopo deste estudo é a influência da rigidez das buchas de suspensão traseira do tipo *twist beam* nos eventos de impacto singular. Não fazendo parte do estudo os efeitos oriundos da geometria e cinemática da suspensão.

A percepção subjetiva de impacto singular é dividida em fração tátil (vibração) e fração sonora. Apesar da fração sonora, possuir grande contribuição na percepção subjetiva, esta não faz parte do estudo, no entanto a pressão sonora é dependente da entrada de vibração pela carroceria, então uma redução na fração tátil vai refletir em uma redução sonora também.

5.2.1 Simulações de *Ride* Realizadas

Como mencionado no item 4.2, os modelos de pneu para utilização em simulações de *ride* são muito complexos, demandando muito tempo e custo. Então Yang et al. (2006) e Duarte (2010) sugeriram uma abordagem semi-analítica para a simulação de *ride* utilizando como entrada, os dados medidos em pista com a WFT substituindo o modelo de pneu específico para *ride*. Duarte (2010) sugeriu a aplicação de um controlador PID no centro de gravidade do modelo para estabilizar a massa suspensa do veículo e evitar erros de deriva lenta. Uma vez que na simulação o veículo não está se movendo, as forças inerciais não são incluídas podendo causar erros na movimentação de baixa frequência e até deriva, com isso o controlador PID pode representar as forças inerciais evitando os erros de deriva. Este controlador se mostrou robusto e os ganhos dos controladores, após ajustados foram mantidos fixos durante o estudo.

Com isso o modelo pode ser utilizado para fazer o estudo da influência de rigidez das buchas nos impactos singulares.

O evento de impacto singular selecionado para o estudo, são as tiras retangulares de aço com 30mm de altura e 130mm de comprimento, onde o veículo passa a uma velocidade de 30km/h.

5.2.2 Resultados e Análises de *Ride*

Para o estudo comparativo de impacto singular entre os modelos, Bucha original e Bucha rotacionada 90 graus mostrados no início deste capítulo, foram consideradas algumas métricas para análise. As métricas utilizadas são valores de amplitudes e RMS dos sinais de aceleração no trilho do banco, aceleração da massa não-suspensa (*spindle*) e os sinais de Força no ponto de ancoragem da bucha na carroceria. Adicionalmente foi utilizada a métrica VDV (*vibration dose value*) para a comparação dos sinais de aceleração no trilho do banco, de acordo com a equação abaixo. Esta métrica se mostra mais sensível aos picos de aceleração.

$$VDV = (\int_0^T a^4(t) dt)^{1/4} \quad \text{onde } a(t) \text{ é a aceleração em } m/s^2 \quad (95)$$

e T o tempo total da medição em s

Como o escopo do estudo concentra na resposta do eixo traseiro e os eventos são singulares, serão apresentados apenas dados do eixo traseiro.

A partir da aplicação das cargas oriundas da WFT através da simulação das duas configurações de bucha, podemos comparar os sinais de deslocamento vertical de roda abaixo, onde não foi observado diferenças de amplitudes nos sinais (Figura 59).

Figura 59 Deslocamento vertical de roda (traseira direita)

A aceleração vertical de massa não-suspensa também não mostrou variação entre os componentes (Figura 60).

Figura 60: Aceleração vertical na massa não-suspensa da roda (traseira direita)

A seguir foi feita a verificação da aceleração longitudinal uma vez que o evento singular em questão tem grande excitação nesta direção. No entanto, esta mostrou diferença sutil quando comparado com a modificação da bucha (Figura 61).

Figura 61: Aceleração longitudinal na massa não-suspensa da roda (traseira direita)

Continuando a análise de influência dos componentes, foram verificadas as forças atuantes na carroceria na região da ancoragem da bucha nas três componentes XYZ. Para analisar a transmissibilidade das buchas para a carroceria. No entanto, foi observada uma maior diferença, apenas na direção lateral Y (Figura 62).

Figura 62: Força da bucha aplicada na carroceria nos eixos XYZ

Tal comportamento sugere a ocorrência de alguma inconsistência no modelo, pois este não está respondendo conforme esperado.

Por último, iremos verificar as acelerações no trilho do banco do motorista, localização esta, muito utilizada para correlacionar a percepção subjetiva do condutor do veículo. Mostrada a seguir nas Figuras 63 e 64.

Figura 63: Aceleração Vertical no Trilho do Banco

Figura 64: Aceleração Longitudinal no Trilho do Banco

No entanto, os sinais de aceleração também não mostraram alteração expressiva nos gráficos apresentados.

Uma análise foi feita comparando os sinais de amplitude, média e RMS das duas configurações de bucha, onde foram calculadas as diferenças percentuais da bucha rotacionada em relação à bucha original. Os resultados são apresentados na Tabela 5 abaixo:

Tabela 5: Percentagem de diferença nos valores de Amplitude e RMS

		<div> <div>Acel. Massa Não-Suspensa</div> <div>Acel. Trilho do Banco</div> <div>Força na Bucha</div> </div>		
Eixo	Valores	% diferença	% diferença	% diferença
X	Amplitude Mín.	-5.42	0.63	0.63
	Amplitude Máx.	-2.39	5.27	5.27
	Média	-8.92	-2.44	-2.44
	RMS	-3.34	1.04	1.04
Y	Amplitude Mín.	-1.22	6.97	-2.80
	Amplitude Máx.	8.02	7.96	20.20
	Média	6.49	-1.28	-5.47
	RMS	-1.25	-2.82	5.76
Z	Amplitude Mín.	-0.04	0.83	-0.22
	Amplitude Máx.	-0.71	0.19	0.94
	Média	-0.20	-3.45	0.06
	RMS	-0.46	0.36	-0.39

Os valores apresentados não mostram melhoria nos sinais, salvo algumas amplitudes e médias que mostraram uma porcentagem de melhoria acima de 5%, no entanto nenhuma melhoria foi observada na direção longitudinal X, direção onde ocorrem as excitações principais do evento.

Foram realizadas também, análises utilizando a métrica VDV(*vibration dose value*) para os sinais de aceleração no trilho do banco do motorista, nas direções vertical (Z) e longitudinal (X). Assim como os dados apresentados na tabela 5, foram calculadas as diferenças percentuais dos valores de VDV da bucha rotacionada em relação a bucha original. Os valores encontrados mostraram uma melhoria de 22.8% na direção longitudinal e uma piora de 7.5% na direção vertical.

Apesar dos valores de VDV mostrarem uma melhora relevante na direção longitudinal, não era esperada uma piora na direção vertical. Outro ponto importante, é que a redução de 45% na rigidez longitudinal da bucha deveria mostrar resultados maiores de amplitude, média e RMS, principalmente na direção longitudinal X.

Outro ponto que vale ser ressaltado, é que uma mudança dessa magnitude pode ser facilmente percebida em uma avaliação subjetiva de conforto, realizada por avaliadores profissionais e engenheiros de desenvolvimento.

Com base nestes fatos, foi realizada uma verificação de diversos parâmetros no modelo para investigar a causa dessa falta de resposta no modelo de multicorpos. Foram verificadas desde o modelamento dos elementos elásticos e os parâmetros de solução e controle no *software*. Porém as forças de entrada precisavam ser verificadas, pois exercem grande influência na resposta do modelo.

Durante a verificação das forças de entrada oriunda da WFT e uma busca na literatura sobre essa possível influência, foi observado no trabalho de Fernandes e Mello (2009), uma abordagem utilizando um modelo simplificado para realizar a estimativa das cargas atuantes no pneu. Este modelo tem como objetivo auxiliar na obtenção das cargas de entrada nos pneus quando não é possível o uso da WFT. Este modelo é utilizado para o estudo e estimativa das cargas utilizadas neste trabalho e em um possível método de correção para estas cargas. O método é apresentado na seção a seguir.

5.2.2.1 Modelo Simplificado

O modelo simplificado em questão, busca a representação das rigidezes longitudinais do veículo. O modelo é construído utilizando o software ADAMS/View. Neste modelo são consideradas a massa suspensa conectada às massas não-suspensa dianteira e traseira através de elementos de mola e amortecimento, representando a rigidez e amortecimento longitudinal da suspensão do veículo. A massa não-suspensa vai conectada também por outros elementos de mola e amortecimento, que representam a rigidez e amortecimento do pneu. Na outra extremidade, estes elementos são vinculados a um elemento de translação de baixa inércia para representar o impulso oriundo da pista que está sendo utilizada. A topologia do modelo é mostrada na Figura 65:

Figura 65: Modelo Simplificado para estimativa de cargas

O elemento de translação, para a representação da pista, possui limitações de representação de perfil, no entanto o perfil de tira de impacto, utilizado neste trabalho pode ser representado por um impulso de entrada.

Os dados de rigidez longitudinal foram obtidos pela simulação de elastocinemática (K&C *test*) mencionado no item 5.1.2, já os dados de pneu foram retirados do modelo correlacionado.

Para o ajuste dos parâmetros do modelo e da entrada impulsiva, foi utilizado o modelo de bucha original e a entrada de força da WFT para correlação. Após representar a força longitudinal da WFT para a bucha original no modelo simplificado, foram modificados os dados de rigidez e amortecimento para representar a rotação da bucha.

Nesta simulação foi observado um decréscimo do pico de força atuante no elemento que representa o pneu, como mostrado no primeiro pico da Figura 66 abaixo. As oscilações após o evento singular (primeiro pico) devem ser desconsideradas.

Figura 66: Curva de Força Longitudinal no Pneu x Tempo

Portanto, foi notada uma influência da rigidez longitudinal na força de entrada do pneu.

Este fenômeno ocorre devido à rigidez longitudinal da suspensão possuir ordem de grandeza maior do que a rigidez do pneu (2 vezes a rigidez do pneu ou mais). Isto faz com que o pneu tenha maior deslocamento, absorvendo parte da força de entrada. Este fenômeno não influencia a direção vertical, uma vez que a rigidez vertical da suspensão de veículos de passeio, normalmente tem ordem de grandeza de 10% da rigidez do pneu.

Foi observada uma diferença de 15% no RMS das duas curvas simuladas representando a bucha original e a bucha rotacionada 90 graus.

Figura 67: Detalhe do pico de força longitudinal no pneu

Com base no estudo apresentado, foi aplicado um fator de correção de 15% no parâmetro de força de entrada longitudinal da WFT, repetindo o estudo do modelo de multicorpos com esse fator. Mostrado na seção a seguir.

5.2.2.2 Resultados com Fator de Correção

A mesma análise comparativa das buchas foi repetida, utilizando o fator de correção proposto no item anterior.

Com isso, é apresentado abaixo (Figura 68), o deslocamento vertical da suspensão da roda traseira, na qual as duas configurações permaneceram com amplitudes similares.

Figura 68: Deslocamento vertical da Roda – modelo corrigido

O sinal de aceleração vertical na massa não-suspensa apresentou uma pequena variação na oscilação após o pico de excitação (Figura 69).

Figura 69: Aceleração vertical na massa não-suspensa da roda - modelo corrigido

A resposta da aceleração longitudinal da massa não-suspensa manteve comportamento similar ao modelo sem fator de correção (Figura 70).

Figura 70: Aceleração longitudinal na massa não-suspensa da roda - modelo corrigido

No entanto, as forças da bucha atuantes na carroceria, mostraram uma resposta coerente, principalmente na direção longitudinal X (Figura 71).

Figura 71: Força da bucha aplicada na carroceria nos eixos XYZ- modelo corrigido

Os sinais de aceleração vertical no trilho do banco mostraram uma resposta ainda que pequena, porém maior que o modelo sem fator de correção (Figura 72).

Figura 72: Aceleração Vertical no Trilho do Banco –modelo corrigido

Já a componente longitudinal da aceleração no trilho do banco mostrou resposta considerável, correlacionando com o predomínio de excitação longitudinal nos eventos de impacto (Figura 73).

Figura 73: Aceleração Longitudinal no Trilho do Banco – modelo corrigido

Foi feito o cálculo da diferença percentual dos sinais de amplitude, média e RMS para a bucha rotacionada (com fator de correção) em relação à bucha original.

Os valores desta análise são apresentados na Tabela 6:

Tabela 6: Percentagem de diferença nos valores de Amplitude e RMS – Modelo Corrigido

		Acel. Massa Não-Suspensa	Acel. Trilho do Banco	Força na Bucha
Eixo	Valores	% diferença	% diferença	% diferença
X	Amplitude Mín.	-2.03	13.39	11.46
	Amplitude Máx.	-0.11	9.98	14.47
	Média	-13.21	2.86	8.06
	RMS	1.03	13.19	11.03
Y	Amplitude Mín.	3.69	13.15	6.82
	Amplitude Máx.	-19.82	16.94	25.89
	Média	3.26	5.19	-15.33
	RMS	-0.75	1.69	11.68
Z	Amplitude Mín.	-0.13	10.51	-0.10
	Amplitude Máx.	-0.34	0.54	10.78
	Média	3.90	11.11	0.46
	RMS	2.46	2.23	1.44

Na tabela acima, observamos uma melhoria predominante no sinal da aceleração no trilho do banco e forças na bucha. A componente longitudinal obteve maior contribuição com melhoria de 13.2% no RMS da aceleração do trilho do banco.

Foram também, repetidos os cálculos da métrica VDV(*vibratio dose value*), apresentando melhoria de 3.5% na direção vertical e expressiva melhoria de 34% na direção longitudinal. Esta melhoria está coerente com a magnitude da mudança de rigidez, mostrando uma boa resposta tátil à vibração imposta.

Um fato observado foi, a pouca variação das amplitudes de deslocamento e aceleração de massa não – suspensa, no entanto as forças da bucha transmitidas à carroceria tiveram suas amplitudes diminuídas. Este fato mostra uma grande dependência da resposta do sistema à entrada efetuada.

6 CONCLUSÃO E SUGESTÃO DE TRABALHOS FUTUROS

O trabalho apresentado nesta dissertação realizou um estudo da influência da rigidez de buchas de suspensão traseira do tipo *twist beam*, nos eventos de impacto singular de *ride* e no comportamento em regime permanente de *handling*. O estudo foi realizado utilizando simulação de modelos multicorpos com o uso do *software* ADAMS.

Atualmente a suspensão do tipo *twist beam* é amplamente utilizada em veículos compactos de grande volume de produção, por seu compromisso entre custo e desempenho. No entanto este conceito possui limitações no que diz respeito à absorção de vibrações de *ride* secundário e impactos, necessitando haver um balanceamento com as características de *handling* do veículo.

Utilizando uma abordagem semi-analítica para a simulação de impactos de *ride*, foram utilizados dados de forças e momentos nas rodas, originados em medição de pista com sensores WFT (*wheel force transducer*), como entrada em um modelo multicorpos. Este método se mostra como uma boa alternativa para simular a sensibilidade da rigidez da bucha sem que seja necessário um modelo de pneu específico para simulações de *ride*, modelo este, muito complexo por demandar muitas horas de engenharia e correlação, aumentando o custo de desenvolvimento e comprimindo tempo desenvolvimento de veículos. No entanto, a aplicação desse método em eventos de amplo espectro de frequência e grande excitação longitudinal, como eventos singulares de impacto, requer a utilização de fatores de correção nas forças de entrada longitudinal. Fato este, devido à interação de rigidezes longitudinal da suspensão e do pneu, que influencia nas forças de entrada.

O estudo apresentado comprovou que a redução de rigidez da bucha na direção longitudinal, tem grande contribuição para a redução de vibração na carroceria em eventos de impacto singular.

No entanto, os resultados apresentados no estudo de *handling*, mostraram que a redução de rigidez longitudinal da bucha possui compromissos com o balanceamento de *understeering* do veículo, promovendo um aumento do *compliance steer* e conseqüentemente uma redução no gradiente de esterçamento

do veículo. Este fato deve ser considerado durante o projeto do veículo para atingir o nível desejado do gradiente de esterçamento e um bom compromisso com o comportamento de *ride* do veículo.

O presente trabalho abordou somente o regime permanente de *handling* no estudo da influência da bucha. No entanto, existem influências também no regime transitório o que pode ser uma motivação para novos trabalhos.

Já na área da abordagem semi-analítica de *ride*, utilizando cargas de pista através da WFT, uma possível motivação para um novo trabalho é o estudo da influência das rigidezes e amortecimentos dos componentes nas forças de entrada oriundas da pista.

REFERÊNCIAS

BLUNDELL, M. V. The influence of rubber bush compliance on vehicle suspension movement. **Materials and Design** 19 (1998) 29-37.

COSTA, A.N. **Dinâmica Veicular**. Apostila Prof. Dr. Álvaro Costa Neto – EESC-USP, 2002.

COSTA, A. N. **Application of Multibody System (MBS) Techniques to Automotive Vehicle Chassis Simulation for Motion Control Studies**. PhD thesis, University of Warwick, 1992.

CHANG-KOOK, C; *et al.* Identification of Forces Transmitted onto Car Body Through Rubber Bushings in Suspension System Under Driving Conditions. **SAE Paper** 1999-01-1841, 1999.

CRUZ, J. M., SANTO, I. L. E., OLIVEIRA, A. A. A semianalytical method to generate load cases for car durability using virtual vehicle prototypes. **SAE Paper** 2003-01-3667, 2003.

DA SILVA, M. M. **Análise de dirigibilidade de um veículo comercial leve em ambiente multicorpos considerando flexibilidade do quadro**. Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo, 2004.

DONGCHAN L.; CHULHO Y. An analytical approach for design and performance evaluation of torsion beam rear suspension. **Finite Elements in Analysis and Design**. 63 (2013) 98–106.

DUARTE, M. D. R. **Simulação de Ride Primário e Secundário através do Uso de Carregamento de Pista**. Dissertação de Mestrado – Universidade de São Paulo, 2010.

FERNANDES, C., PERES, E. Tire Modeling for Validation. **SAE Paper** 2004-01-3332, 2004.

FERNANDES. C; MELLO, K. **Tire forces estimation method for durability analysis**. Tatuí: Ford South America Operations. 2009.

GIORGETTA, F., GOBBI, M., AND MASTINU, G. On the testing of vibration performances of road vehicle suspensions. **Experimental Mechanics**, 47:485–495, 2007.

Horcaio, J. T. **Dinâmica Veicular**: Análise das Respostas dos Modelos de Bicicleta, três graus de liberdade e multicorpos comparados com experimentos em pista e determinação dos seus limites de utilização. Dissertação de Mestrado – Centro Universitário da FEI, 2013.

(ISO2631) – NORMA INTERNACIONAL - ISO 2631 - 1978 (E) - Guia para avaliação da exposição humana à vibrações de corpo inteiro - Segunda edição – 15/01/78

KANE, T.R, LIKINS, P.W. **Spacecraft Dynamics**. McGraw-Hill, New York, 1983.

KANE, T.R., LEVINSON, D.A. **Dynamics**: Theory and Applications. McGrawHill, New York, 1985.

LITCHFIELD, P. W. Pneumatic tires. **SAE Transactions**, 8, 1913.

MCGUIRE, M. K., GUENTHER, D.A. Longitudinal Suspension Compliance Modeling with ADAMS. **SAE Paper** 930764, 1993.

MOUSSEAU , C.W., *et al.* Vehicle dynamics simulations with coupled multibody and finite element models. **Finite Elements in Analysis and Design** 31 (1999) 295-315.

NEGRUT, D., BRETT, H., **ADAMS Theory in a Nutshell for Class ME543**. Department of Mechanical Engineering, The University of Michigan, 2001.

PIQUET, B., MAAS, C.A., CAPOU, F. Next Generation of Suspension Bushings: Review of Current Technologies and Expansion Upon New 3rd Generation Product Data. **SAE Paper** 2007-01-0850, 2007.

REIMPELL, J., STOLL, H., BETZLER, J. W. **The Automotive Chassis**: Engineering Principles. Butterworth-Heinemann, 2001.

RILL, G. **Vehicle Dynamics**. Apostila de curso realizado em setembro 2011 – Unicamp.

RUPP, A., GRUBISIC, V., AND NEUGEBAUER, J. Development of a multi-component wheel force transducer - a tool to support vehicle design and validation. **SAE Paper** 930258, 1993.

SCHIEHLEN, W. Multibody systems dynamics: Roots and Perspectives. **Multibody System Dynamics**, 16, 1997.

SLAWOMIR, D. Experiment-Based Modeling of Cylindrical Rubber Bushings for the Simulation of Wheel Suspension Dynamic Behavior. **SAE Paper** 2000-01-0095, 2000.

SOMMERFELD, J. L. AND MEYER, R. A. Correlation and accuracy of a wheel force transducer as developed and tested on a flat-trac tire test system. **SAE Paper** 1999-01-0938, 1999.

YANG, X.; MEDEPALLI, S. Sensitivities of suspension bushings on vehicle impact harshness performances". **SAE Paper** 2005-01-0827, 2005.

YANG, X., *et al.* Suspension tuning parameters affecting impact harshness performance evaluation. **SAE Paper** 2006-01-0991, 2006.

WAGH, M., *et al.* Prediction of Handling Performance of a Compact Car Due to Change in Rear Suspension Type. **SAE Paper** 2011-26-0113, 2011.

TWIST-BEAM rear suspension. **Wikipedia**: The Free Encyclopedia. Disponível em: < http://en.wikipedia.org/wiki/Twist-beam_rear_suspension> Acesso em: 27 dezembro 2012.

HANS B. Pacejka. **Wikipedia**: The Free Encyclopedia. Disponível em: <http://en.wikipedia.org/wiki/Hans_B._Pacejka> Acesso em: 4 maio 2013.