UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

YURI CORREA FONTES

**Resposta ao Desbalanço de Rotor com Absorvedor Dinâmico
Rotativo com Elemento Viscoelástico**

São Carlos
2015

YURI CORREA FONTES

**Resposta ao Desbalanço de Rotor com Absorvedor Dinâmico
Rotativo com Elemento Viscoelástico**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração:

Dinâmica de Máquinas e Sistemas

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Nicoletti

São Carlos

2015

ESTE EXEMPLAR TRATA-SE DA
VERSÃO CORRIGIDA.
A VERSÃO ORIGINAL
ENCONTRA-SE DISPONÍVEL
JUNTO AO DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA MECÂNICA DA
EESC-SP

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

F682r Fontes, Yuri Correa
 Resposta ao Desbalanço de Rotor com Absorvedor
 Dinâmico Rotativo com Elemento Viscoelástico / Yuri
 Correa Fontes; orientador Rodrigo Nicoletti. São
 Carlos, 2015.

 Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação
 em Engenharia Mecânica e Área de Concentração em
 Dinâmica de Máquinas e Sistemas -- Escola de Engenharia
 de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2015.

 1. Sistemas Rotativos. 2. Material Viscoelástico.
 3. Absorvedor Dinâmico Passivo. 4. Elementos Finitos.
 5. Amortecimento. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **YURI CORRÊA FONTES**.

Título da dissertação: "Resposta ao desbalanceamento de rotor com absorvedor dinâmico rotativo com elemento viscoelástico".

Data da defesa: 19/02/2015

Comissão Julgadora:**Resultado:**

Prof. Associado **Rodrigo Nicoletti**
(Orientador)
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Aprovado

Prof. Dr. **Flávio Yukio Watanabe**
(Universidade Federal de São Carlos/UFSCar)

APROVADO

Prof. Dr. **Gregory Bregion Daniel**
(Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP)

Aprovado

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica:
Prof. Associado **Marcelo Areias Trindade**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Associado **Paulo César Lima Segantine**

Dedicatória

Aos meus pais Claudio (*in memoriam*) e Ilsa, presença constante em todas as minhas conquistas e derrotas e aos quais tenho amor e agradecimentos sem limites.

Aos meus irmãos Alex, Ayra e Mario Henrique, grandes companheiros que sempre me alegram e compartilham comigo os bons e maus momentos.

À minha melhor amiga, companheira e esposa Raquel, que sempre esteve ao meu lado, me dando todo o amor, suporte e incentivo.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Rodrigo Nicoletti, o qual depositou em mim confiança na realização deste trabalho, orientando-me sempre com energia, entusiasmo e paciência.

Aos meus primos do coração George, Bruno e Mayara e aos grandes amigos Taiguara, Carol, Maíra e Gabriel, por todos os momentos de descontração e bom humor.

À Escola de Engenharia de São Carlos e ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica, bem como a todos os professores que me proveram valiosos ensinamentos durante todo o processo de aprendizagem.

À todas as pessoas que de alguma forma compartilharam comigo todo o caminho percorrido desde o início até a conclusão deste trabalho.

“[...] Cada um de nós compõe

A sua própria história

E cada ser em si

Carrega o dom de ser capaz

De ser feliz [...]”

Tocando em Frente (Almir Sater & Renato Teixeira)

Resumo

FONTES, Y.C. Resposta ao Desbalanceamento de Rotor com Absorvedor Dinâmico Rotativo com Elemento Viscoelástico. Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015.

O presente trabalho consiste no projeto de um modelo em elementos finitos de um absorvedor dinâmico rotativo utilizando-se um material viscoelástico como componente dissipador do sistema. O absorvedor é composto por um anel de material viscoelástico interposto entre dois anéis de aço, o qual é fixado na extremidade livre de um sistema rotativo representado por um eixo flexível, suportado por dois rolamentos, no qual estão fixos dois discos igualmente espaçados do centro entre os dois mancais. O modelo em elementos finitos do sistema rotativo é validado com os dados experimentais do modelo real e suas velocidades críticas são determinadas baseadas no diagrama de Campbell e na resposta ao desbalanceamento em um dos discos. O modelo inicial do absorvedor dinâmico rotativo é replicado de um modelo da literatura e as respostas a uma excitação na forma de impulso são comparadas. O modelo desenvolvido equipara-se ao da literatura para frequências até 600 Hz, intervalo que compreende as velocidades críticas a serem amortecidas. A otimização do absorvedor é realizada através de variações da geometria do mesmo e são traçadas curvas de influência de cada parâmetro sobre suas frequências naturais. Com base nestas curvas são realizadas análises de influência conjunta dos parâmetros geométricos sobre tais frequências. Pelos resultados obtidos verifica-se a possibilidade da obtenção de um modelo que atue sobre modos de flexão específicos do sistema rotativo, atenuando as amplitudes de vibração das velocidades críticas correspondentes a cada modo. Uma vez obtidos os modelos de absorvedores dinâmicos correspondentes aos dois primeiros modos de flexão do sistema rotativo, ambos são acoplados ao sistema e se observa grande redução dos picos de amplitude do primeiro modo de flexão, enquanto os picos do segundo modo sofrem baixa alteração.

Palavras-chave: sistemas rotativos, material viscoelástico, absorvedor dinâmico passivo, elementos finitos, amortecimento.

Abstract

FONTES, Y.C. Unbalance Response of Rotor with Rotating Dynamic Absorber with Viscoelastic Element. Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015.

The present work concerns the development, optimization and validation of a finite element model of a dynamic vibration absorber using a viscoelastic material as the damping component. The dynamic absorber consists of a ring of viscoelastic material interposed between two rings of steel, which is fixed to the free end of a rotary system represented by a flexible shaft supported by two bearings, on which are fixed two discs equally spaced in the center of both bearings. The finite element model of the rotating system is validated with experimental data from the actual model and its critical speeds are determined based on the Campbell diagram and in its response to the imbalance. The initial model of the dynamic absorber is replicated from a model of the literature and the responses to an impulse excitation are compared. The developed model matches the literature one for frequencies up to 600 Hz, range comprising the critical speeds to be damped. The absorber's optimization is accomplished through variations of its geometry and influence curves of each parameter over its natural frequencies are drawn. Based on these curves, combined influence analyzes of the geometrical parameters over such frequencies are performed. From the results obtained, it can be seen the possibility of achieving a model that acts on specific bending modes of the rotation system, reducing the vibration amplitudes of the critical speeds corresponding to each mode. Once obtained the dynamic absorbers models corresponding to the first two modes of vibration of the rotative system, both models are coupled to the system and it is observed great reduction of the amplitude of the first bending mode peaks, while the second mode suffer low peaks reduction.

Keywords: rotor dynamics, viscoelastic material, dynamic vibration absorbers, finite elements, damping.

Lista de Figuras

Figura 1 – Rotor de Laval.....	6
Figura 2 - Modos de vibrar de uma barra bi-apoiada com um disco em seu centro	6
Figura 3 – Modos de flexão de um sistema rotativo (Adaptado de Jensen, 2011).....	7
Figura 4 – Sentidos da trajetória orbital descrita pelo rotor (Adaptado de Swanson, Powell e Weissman, 2005).....	7
Figura 5 – Representação do desbalance e deformação do eixo (YOUNG; ZONGLI;	8
Figura 6 – Posições do centro de massa e de rotação do disco (YOUNG; ZONGLI;	8
Figura 7 – Diagrama de Campbell do rotor de Laval.....	10
Figura 8 – Resposta ao desbalance do rotor de Laval.	11
Figura 9 – Efeito giroscópico (Adaptado de Jensen, 2011).....	12
Figura 10 – Efeito causado pela rotação no eixo Ox (JENSEN, 2011).....	13
Figura 11 - Efeito causado pela rotação no eixo Oy (JENSEN, 2011).	14
Figura 12 – Diagrama de Campbell para sistema rotativo com 1 disco considerando efeito giroscópico.	16
Figura 13 - Sistema rotativo com dois discos simetricamente posicionados	17
Figura 14 – Diagrama de Campbell para sistema rotativo com dois discos	17
Figura 15 – Modos de vibrar para sistema rotativo com dois discos simetricamente posicionados entre rolamentos rígidos.	18
Figura 16 – Resposta ao desbalance para sistema rotativo com dois discos	18
Figura 17 – Influência da rigidez relativa dos mancais nos modos de vibrar de.....	19
Figura 18 – Tensão aplicada sobre material viscoelástico e deformação correspondente (Adaptado de Cazenove, 2010).....	20
Figura 19 – Modelos de Maxwell e Kelvin-Voigt (Adaptado de Roylance, 2001).	21
Figura 20 – Modelo de Zener (adaptado de Roylance, 2001).....	22
Figura 21 – Modelo de Maxwell generalizado (Adaptado de Roylance, 2001).....	23
Figura 22 – Influência da frequência no módulo de armazenamento e fator	25
Figura 23 – Efeito da temperatura sobre as propriedades morfológicas	26
Figura 24 – Princípio da superposição temperatura-frequência (Adaptado de Roylance, 2001).	27
Figura 25 – Bancada de testes – (1) Eixo, (2) Mancais , (3) Discos, (4) Motor.....	29
Figura 26 – Modelo da bancada de testes em elementos finitos.	30
Figura 27 – Modelagem dos rolamentos do sistema rotativo.	31
Figura 28 – Diagrama de Campbell da bancada de teste.	33
Figura 29 – Resposta ao desbalance da bancada de testes medida no disco 1.....	35
Figura 30 - Resposta ao desbalance da bancada de testes medida no disco 2.	36
Figura 31 – Resposta ao desbalance da bancada de testes medida no ponto de.....	37
Figura 32 – Primeiro modo de vibrar nas direções vertical e horizontal.....	38
Figura 33 – Segundo modo de vibrar nas direções vertical e horizontal.	38
Figura 34 – Modelo 3D CAD do absorvedor dinâmico rotativo proposto.	39
Figura 35 – Curva-mestre do material Vamac 5022 (TILLEMA, 2003).....	40

Figura 36 – Modelo em elementos finitos do sistema de amortecimento de Tillema (2003)....	41
Figura 37 – Representação do procedimento para replicar a situação real de teste.....	42
Figura 38 – Resposta do modelo em comparação aos dados da literatura.	42
Figura 39 – Ponto de aplicação e espectro em frequência das forças de excitação.	43
Figura 40 – Resposta à excitação F_z na direção horizontal do absorvedor de Tillema(2003). 44	
Figura 41 - Resposta à excitação F_y na direção vertical do absorvedor de Tillema(2003).....	45
Figura 42 – Parâmetros geométricos do absorvedor (adaptado de Tillema, 2003).....	46
Figura 43 – Primeira otimização.....	47
Figura 44 – Influência dos parâmetros geométricos sobre as frequências naturais do absorvedor: (a) Raio Externo do Anel Interno, (b) Espessura da camada viscoelástica.	47
Figura 45 – Influência dos parâmetros geométricos sobre as frequências naturais do absorvedor: (a) Espessura anel externo, (b) Largura do absorvedor.....	48
Figura 46 – Influência da largura do anel externo sobre as frequências naturais do	49
Figura 47 – Interpolação R_i , tv_{isc} e te	50
Figura 48 – Interpolação R_i , tv_{isc} e l_1	50
Figura 49 – Interpolação R_i , tv_{isc} e l_2	51
Figura 50 – Interpolação tv_{isc} , te e l_1	51
Figura 51 – Interpolação tv_{isc} , te e l_2	51
Figura 52 – Interpolação l_1 , te e l_2	52
Figura 53 - Interpolação tv_{isc} , te e l_1	53
Figura 54 – Configuração duplo absorvedor.....	54
Figura 55 – Conjuntos de configurações (tv_{isc} , te) otimizadas para (ω_{ab1} , ω_{ab2}).	55
Figura 56 – Absorvedor otimizado para $\omega_{ab1} = 28,45\text{Hz}$	56
Figura 57 – Resposta à excitação F_z na direção horizontal.....	57
Figura 58 – Resposta à excitação F_y na direção vertical.	57
Figura 59 – Absorvedor otimizado para $\omega_{ab2} = 66,5\text{Hz}$	57
Figura 60 – Resposta à excitação F_z na direção horizontal.....	58
Figura 61 – Resposta à excitação F_y na direção vertical.	58
Figura 62 – Acoplamento Rotor – Absorvedor utilizando elemento MPC184.	59
Figura 63 – Modelo em elementos finitos do sistema rotativo com absorvedor otimizado para ω_{ab1}	60
Figura 64 – Comparação entre as respostas ao desbalance para sistema rotativo sem e com absorvedor dinâmico otimizado para ω_{ab1}	60
Figura 65 – Modelo em elementos finitos do sistema rotativo com absorvedor otimizado para ω_{ab1}	61
Figura 66 – Comparação entre as respostas ao desbalance para sistema rotativo sem e com absorvedor dinâmico otimizado para ω_{ab2}	62
Figura 67 – Análise comparativa do parâmetro te sobre a resposta ao desbalance do sistema rotativo com absorvedor para o primeiro modo.	63
Figura 68 – Comparação entre as respostas ao desbalance para sistema rotativo sem e com absorvedor dinâmico após 2ª otimização para ω_{ab1}	65
Figura 69 – Análise comparativa do parâmetro te sobre a resposta ao desbalance do sistema rotativo com absorvedor para o segundo modo de flexão.	66
Figura 70 – Comparação entre as respostas ao desbalance para sistema rotativo sem e com absorvedor dinâmico após 2ª otimização para ω_{ab2}	68

Figura 71 – Resposta do sistema ao desbalanço para diferentes posições do absorvedor.	69
Figura 72 – Comparação entre as respostas ao desbalanço para sistema rotativo sem e com absorvedor dinâmico otimizado para ω_{ab2} e posicionado no nó 2.....	70
Figura 73 – Modelo sistema rotativo com os absorvedores dinâmicos acoplados.....	71
Figura 74 – Análise da resposta ao desbalanço do sistema rotativo com os absorvedores dinâmicos acoplados.....	72
Figura 75 - Modelo sistema rotativo com os absorvedores dinâmicos acoplados em montagem invertida.	73
Figura 76 – Comparação entre as respostas ao desbalanço para o sistema rotativo sem e com os absorvedores dinâmicos acoplados nas configurações direta e invertida.....	74
Figura 77 – Configuração absorvedor duplo.....	76

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Frequências naturais da bancada de testes em repouso.....	29
Tabela 2 – Parâmetros adotados do modelo do sistema rotativo	32
Tabela 3 – Parâmetros de Rigidez e Amortecimento adotados.....	32
Tabela 4 – Valores experimentais e do modelo de elementos finitos para as.....	33
Tabela 5 – Valores iniciais dos parâmetros utilizados para os estudos de	47
Tabela 6 – Possíveis configurações do absorvedor dinâmico	53
Tabela 7 – Parâmetros do absorvedor otimizado para ω_{ab1}	56
Tabela 8 – Parâmetros do absorvedor otimizado para ω_{ab2}	58
Tabela 9 – Análise da influência do parâmetro te sobre a eficiência do absorvedor dinâmico otimizado para ω_{ab1}.	64
Tabela 10 – Análise da influência do parâmetro te sobre a eficiência do absorvedor dinâmico otimizado para ω_{ab1}	65
Tabela 11 – Análise da influência do parâmetro te sobre a eficiência do absorvedor dinâmico otimizado para ω_{ab2}.	67
Tabela 12 – Parâmetros do absorvedor otimizado para ω_{ab2} fixo no nó #2.....	70
Tabela 13 – Análise comparativa dos métodos de montagem dos absorvedores dinâmicos. ..	74

Nomenclatura

Letras Latinas

c	Constante de amortecimento do material viscoelástico
C	Centro de rotação do eixo
C_1	Constante do princípio de William, Landel e Ferry
C_2	Constante do princípio de William, Landel e Ferry [$^{\circ}\text{C}$]
$C_{crp}(t)$	Função de fluência do modelo de Kelvin-Voigt para material viscoelástico [GPa]
$[C]$	Matriz global dos amortecimentos do sistema rotativo
d	Diâmetro do eixo [m]
D	Diâmetro do disco [m]
e_u	Distância entre os pontos C e G, denominado excentricidade [m]
E	Módulo de Elasticidade [GPa]
E_0	Rigidez da mola em paralelo nos modelos de Zener e Maxwell generalizado para material viscoelástico [GPa]
E_1	Rigidez da mola do elemento de Maxwell presente no modelo de Zener para material viscoelástico [GPa]
E_i	Rigidez da i-ésima mola do modelo de Maxwell generalizado para material viscoelástico [GPa]
$E_{rel}(t)$	Função de relaxação do modelo de Maxwell para material viscoelástico [GPa]
$E_z(t)$	Função de relaxação do modelo de Zener para material viscoelástico [GPa]
$E(\omega)$	Módulo de relaxamento complexo do modelo de Maxwell [GPa]
$E'(\omega)$	Módulo de armazenamento do material viscoelástico [GPa]
$E''(\omega)$	Módulo de perda do material viscoelástico [GPa]
F_y	Força aplicada na direção y [N]
F_z	Força aplicada na direção z [N]
$\{F\}$	Vetor global de forças aplicadas sobre o sistema rotativo
G	Centro de massa do disco

$[G]$	Matriz global relativa ao efeito giroscópico do sistema rotativo
i	unidade imaginária ($\sqrt{-1}$)
I	Momento de inércia do eixo [kg.m^4]
I_d	Momento de inércia diametral do disco [kg.m^2]
I_p	Momento de inércia polar do disco [kg.m^2]
k_R	Rigidez do eixo à rotação para mancais isotrópicos [N/m]
k_T	Rigidez do eixo à translação para mancais isotrópicos [N/m]
K_x	Rigidez do eixo à translação na direção x [N/m]
K_y	Rigidez do eixo à translação na direção y [N/m]
$[K]$	Matriz global de rigidez do sistema rotativo
l_1	Largura do absorvedor dinâmico [mm]
l_2	Largura do anel externo do absorvedor dinâmico [mm]
L	Comprimento do eixo [m]
m	Massa do disco [kg]
M_x	Momento gerado no disco em torno do eixo x [N.m]
M_y	Momento gerado no disco em torno do eixo y [N.m]
$[M]$	Matriz global de massa do sistema rotativo
R_i	Raio externo do anel interno do absorvedor dinâmico [mm]
t	Tempo [s]
t_e	Espessura do anel externo do absorvedor dinâmico [mm]
t_{visc}	Espessura da camada de material viscoelástico [mm]
T	Temperatura [$^{\circ}\text{C}$]
T_0	Temperatura de referência [$^{\circ}\text{C}$]
T_i	Temperatura da i -ésima curva de aquisição das propriedades de um material viscoelástico para uma determinada faixa de frequências [$^{\circ}\text{C}$]
u_{xC}	Coordenada do ponto C na direção x [m]
u_{yC}	Coordenada do ponto C na direção y [m]
U_y	Amplitude de vibração do sistema rotativo na direção Y
U_z	Amplitude de vibração do sistema rotativo na direção Z
x, y, z	Sistema de coordenadas estacionário
x	Posição do ponto C na direção x [m]
$\{x\}$	Vetor posição global do sistema rotativo

$\dot{x}$	Velocidade do Ponto C na direção x [m/s]
$\{\dot{x}\}$	Vetor velocidade global do sistema rotativo
$\ddot{x}$	Aceleração do Ponto C na direção x [m/s ²]
$\{\ddot{x}\}$	Vetor aceleração global do sistema rotativo
y	Posição do ponto C na direção y [m]
$\dot{y}$	Velocidade do Ponto C na direção y [m/s]
$\ddot{y}$	Aceleração do Ponto C na direção y [m/s ²]

Letras Gregas

$\alpha_T(T)$	Fator de deslocamento
δ	Ângulo de defasagem entre a tensão de excitação e a deformação resultante do material viscoelástico [°]
$\delta\theta$	Rotação infinitesimal do disco em relação ao eixo x [°]
$\delta\varphi$	Rotação infinitesimal do disco em relação ao eixo y [°]
δt	Intervalo de tempo infinitesimal [s]
Δt	Intervalo de tempo [s]
ϵ	Deformação do material viscoelástico [m]
ϵ_0	Deformação inicial do material viscoelástico [m]
ϵ_a	Deformação do elemento amortecedor do modelo para material viscoelástico [m]
ϵ_m	Deformação do elemento mola do modelo para material viscoelástico [m]
$\dot{\epsilon}$	Taxa de deformação do material viscoelástico [m/s]
$\dot{\epsilon}_a$	Taxa de deformação do elemento amortecedor do modelo para material viscoelástico [m/s]
$\dot{\epsilon}_m$	Taxa de deformação do elemento mola do modelo para material viscoelástico [m/s]
$\eta(\omega)$	Fator de perda do material viscoelástico
θ	Rotação do disco em relação ao eixo x [°]
$\dot{\theta}$	Velocidade angular do disco em relação ao eixo x [°/s]
$\ddot{\theta}$	Aceleração angular do disco em relação ao eixo x [°/s ²]
σ	Tensão aplicada sobre material viscoelástico [N/m ²]

σ_0	Tensão inicial aplicada sobre material viscoelástico [N/m ²]
$\sigma(t)$	Função da tensão aplicada sobre o material viscoelástico
$\dot{\sigma}$	Taxa de variação da tensão aplicada sobre material viscoelástico [N/m ² s]
φ	Rotação do disco em relação ao eixo y [°]
$\dot{\varphi}$	Velocidade angular do disco em relação ao eixo y [°/s]
$\ddot{\varphi}$	Aceleração angular do disco em relação ao eixo y [°/s ²]
τ	Tempo de relaxamento do elemento de Maxwell [s]
τ_1	Tempo de relaxamento do elemento do Maxwell presente no modelo de Zener para material viscoelástico [s]
τ_i	Tempo de relaxamento do i-ésimo elemento do Maxwell presente no modelo de Maxwell generalizado para material viscoelástico [s]
ω_{ab1}	Frequência natural do absorvedor dinâmico para o primeiro modo de vibrar do sistema rotativo [Hz]
ω_{ab2}	Frequência natural do absorvedor dinâmico para o segundo modo de vibrar do sistema rotativo [Hz]
ω_{cri}	<i>I</i> -ésima velocidade crítica do sistema rotativo [Hz]
ω_i	<i>I</i> -ésima frequência natural [Hz]
ω_{fd}	Frequência de excitação da força de desbalanço [Hz]
ω_n	Frequência de ressonância do absorvedor dinâmico [Hz]
Ω	Velocidade de rotação do eixo [Hz]

Siglas e Abreviações

3D	3 dimensões
CAD	Computer Aided Design
GDL	Graus de Liberdade
Red.	Redução
WLF	Princípio de William, Landel e Ferry

Sumário

Resumo	xi
Abstract	xiii
Lista de Figuras	xv
Lista de Tabelas	xix
Nomenclatura	xxi
1 Introdução	1
1.1 Objetivo	4
1.2 Conteúdo do Trabalho	4
2 Conceitos Fundamentais	5
2.1 Comportamento Dinâmico de Sistemas Rotativos	5
2.1.1 Rotor de Laval	5
2.1.2 Efeito Giroscópico	12
2.1.3 Modelo de Sistema Rotativo do Presente Trabalho	16
2.2 Modelagem de Elementos Viscoelásticos	19
2.2.1 Influência da Temperatura	25
3 Modelagem do Sistema Rotativo	29
4 Modelagem do Absorvedor	39
4.1 Análise de Sensibilidade	46
4.2 Definição da Geometria dos Absorvedores	55
5 Acoplamento dos Absorvedores Dinâmicos ao Sistema Rotativo	59
5.1 Otimização dos Modelos dos Absorvedores Dinâmicos Rotativos	59
5.2 Sensibilidade à Posição de Montagem	68
5.3 Avaliação da Atuação Conjunta dos Absorvedores Dinâmicos Sobre o Sistema	71
6 Conclusões e Perspectivas Futuras	75
7 Referências Bibliográficas	77
ANEXO A – Nomograma de frequência reduzida do polímero ISD 112 da 3M	79

1 Introdução

Máquinas rotativas estão presentes nos mais diversos setores do mercado, tais como transporte, ferramentaria, utensílios domésticos, brinquedos, eletrônicos entre outros e, como qualquer outro produto manufaturado, possuem erros dimensionais inerentes do processo de fabricação. Tais erros, por menores que sejam, ainda sim resultam em sistemas não ideais os quais apresentam fenômenos indesejados, dentre eles vibração e, por consequência, ruídos.

Vibrações em máquinas rotativas são geradas por conta de imperfeições de forma e posição dos componentes do sistema. Tais imperfeições, como por exemplo centro de massa de um elemento girante não coincidente com centro geométrico, resultam em forças indesejadas que atuam sobre o sistema. Tais forças são conhecidas como forças de desbalanço, que excitam o sistema com frequência igual à de rotação do mesmo, e tendem a gerar vibrações laterais. Tais vibrações podem causar danos irreparáveis a mecanismos ou produtos caso a amplitude das mesmas não tenha sido levada em conta durante a fase de projeto, sejam estes danos provenientes do desgaste de um componente devido ao atrito sob alta pressão com outro elemento do conjunto ou até mesmo pela redução do tempo de vida de uma peça resultante da fadiga gerada (CAZENOVE, 2010).

Outro efeito proveniente da vibração em máquinas rotativas é o ruído, responsável pela sensação de desconforto desde atividades domésticas, pelo uso de aspiradores de pó, liquidificadores ou máquinas de lavar, ocorrendo também em ambientes de trabalho (computadores, ar condicionados e maquinário de ferramentaria) ou até mesmo em meios de transporte (TILLEMA, 2003).

Desta forma, é de extrema relevância que as vibrações em máquinas rotativas possam ser reduzidas ou ao menos controladas em níveis aceitáveis. Uma maneira direta de reduzi-las consiste na fabricação precisa dos componentes, levando-se em conta tolerâncias apertadas, para que erros de forma sejam minimizados, além da elaboração de procedimentos que garantam a montagem correta do sistema para reduzir ao máximo desalinhamentos entre os eixos geométricos dos componentes com relação ao eixo de giro do sistema. Infelizmente, tal estratégia resulta em custos elevados de projeto, fabricação e montagem, os quais tendem a inviabilizar a realização do mesmo.

Outra abordagem, esta amplamente utilizada, corresponde à implementação de controles ativos ou passivos sobre o sistema. Ambas as técnicas consistem em acoplar-se um dispositivo ao sistema, o qual é projetado e atua sobre as frequências críticas do mesmo, a fim de reduzir a amplitude das vibrações resultantes.

Há diversos exemplos na literatura relacionados a ambas as soluções. No campo de controle ativo, no qual os dispositivos são caracterizados pelo uso de atuadores que aplicam forças ao sistema calculadas a partir de leituras sobre o mesmo através de sensores, Baz e Ro (2001) utilizaram uma camada de material viscoelástico entre duas camadas de material piezoelétrico para controlar as vibrações de um eixo em rotação. Para isso, uma das camadas piezoelétricas foi fixada ao eixo e era responsável por alimentar o controlador com os dados referentes à deformação do mesmo, enquanto que a outra camada recebia os sinais de controle e atuava sobre a camada viscoelástica alterando sua forma e, conseqüentemente, sua rigidez. Tal abordagem explica-se pelo fato que a energia necessária para o atuador piezoelétrico agir sobre o material viscoelástico é muito menor que a necessária para o mesmo atuar sobre o eixo, uma vez que o material viscoelástico oferece menor resistência. Desta forma, com menor custo energético, o sistema é capaz de reduzir as vibrações do eixo.

Tais controladores, apesar de sua eficiência e flexibilidade em se adequar às variações do sistema e agir sobre ele, demandam componentes e fatores que muitas vezes não fazem parte do escopo inicial do projeto de um produto, tais como microcontroladores, sensores, atuadores, fonte de alimentação e toda a cablagem necessária para conectar os mesmos. Além disso, em determinadas situações, o ambiente no qual os mesmos serão instalados não possuem condições favoráveis, podendo reduzir ou impossibilitar o funcionamento adequado dos controladores. Dentre os fatores ambientais pode-se citar elevado nível de produção de impurezas e respingos de fluídos, os quais requerem níveis de proteção adicionais.

Para tais situações, o uso de controladores passivos torna-se interessante pois a quantidade e complexidade dos componentes a serem instalados no sistema é reduzida, sendo que os mesmos podem ser mais robustos.

O controle passivo é caracterizado pela incorporação de um elemento ao sistema, o qual é projetado para atuar sobre frequências específicas do mesmo, a fim de reduzir suas amplitudes de vibração. Sendo assim, é de extrema importância o conhecimento preciso das frequências de ressonância do sistema a ser controlado, uma vez que tais controladores

atuam em malha aberta e não possuem mecanismos de realimentação e otimização dos parâmetros internos.

Uma das técnicas de controle passivo mais simples, denominada balanceamento, consiste na adição de massas concentradas em determinados pontos do sistema rotativo com o objetivo de corrigir os efeitos de desbalanceamento do sistema causados pelas imperfeições do mesmo (MEAD, 1999).

Em outra abordagem, os controladores passivos, denominados absorvedores dinâmicos, são empregados em sistemas rotativos pela adição de materiais poliméricos, os quais, pela sua composição, apresentam propriedades dissipativas, as quais tendem a reduzir as amplitudes de vibração do sistema.

Em Tillema (2003) um anel de material viscoelástico interposto entre dois anéis de aço é acoplado a cada rolamento da bancada de teste e funciona como interface entre a carcaça e o eixo do sistema rotativo. Nota-se que a adição do absorvedor não só reduz a amplitude de vibração como também isola as vibrações do eixo que seriam transmitidas à carcaça.

Liebich (2012) utiliza a mesma abordagem supracitada obtendo resultados satisfatórios com relação ao amortecimento do 3º modo de vibrar do sistema rotativo, o qual praticamente é suprimido. Em seu trabalho é apresentada uma estratégia de otimização na confecção das curvas-mestre do material viscoelástico de tal forma a reduzir as diferenças entre as curvas geradas por interpolação e os dados experimentais do material.

Em uma outra abordagem, no estudo realizado por Bavastri et al. (2008), os mancais do sistema rotativo são posicionados sobre apoios constituídos de material viscoelástico e um procedimento é proposto no qual são utilizados 2 diagramas de Campbell, um sendo construído a partir do outro, com a finalidade de prever o comportamento dinâmico do sistema. Resultados confrontados com dados experimentais não só validam o procedimento como também demonstram a eficiência do uso de materiais viscoelásticos no controle de vibrações e ruídos.

Neste projeto será utilizado o mesmo modelo proposto por Tillema (2003) e Liebich (2012), no entanto ao invés do absorvedor ser acoplado aos rolamentos do sistema, o mesmo será posicionado na extremidade livre do eixo conforme será demonstrado nos capítulos que seguem. Tal estratégia justifica-se pelo fato que a aplicação prática dos trabalhos anteriores demandam processos de desmontagem e fabricação de componentes do sistema a fim de adequá-los ao absorvedor que será instalado. No caso da solução proposta por este trabalho

elimina-se a necessidade de retrabalhos, o que torna a solução menos onerosa em termos de custos e tempo necessário para adaptação do sistema a ser controlado.

Outro fator relevante para a solução adotada leva em consideração o fato que a posição escolhida para o acoplamento do absorvedor sempre estará em vibração, uma vez que, como será demonstrado nas próximas seções, nos primeiros modos de vibrar, tal região do eixo não possui pontos de vibração nula, excitando, desta forma, o absorvedor dinâmico rotativo, permitindo que o mesmo atue sobre o sistema.

1.1 Objetivo

O objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo em elementos finitos de um absorvedor dinâmico, no qual um anel de material viscoelástico será utilizado como elemento dissipador, a fim de se reduzir as amplitudes de vibração de um sistema rotativo nas suas velocidades críticas. Para tal, o modelo do absorvedor será acoplado ao modelo do sistema rotativo em um ponto localizado na extremidade livre do rotor.

1.2 Conteúdo do Trabalho

No capítulo 2 serão apresentadas as teorias nas quais são baseadas a modelagem de sistemas rotativos e materiais viscoelásticos e serão apresentadas as equações que regem o comportamento de cada sistema. No capítulo 3 será apresentado o modelo por elementos finitos do sistema rotativo bem como a validação do mesmo com os dados experimentais; além disso serão realizadas análises para definição das frequências críticas do sistema. O modelo por elementos finitos do absorvedor dinâmico será desenvolvido no capítulo 4, no qual o mesmo será validado através de dados da literatura e otimizado para que suas frequências de ressonância sejam iguais às definidas no capítulo 3. O capítulo 5 será dedicado ao acoplamento do absorvedor dinâmico ao sistema rotativo e avaliação dos resultados obtidos. Por fim, no capítulo 6 serão apresentadas as conclusões do presente trabalho e discutidas possibilidades para trabalhos futuros.

2 Conceitos Fundamentais

2.1 Comportamento Dinâmico de Sistemas Rotativos

Sistemas rotativos são compostos por um eixo, o qual pode ser rígido ou flexível, suportado por dois ou mais mancais e acionado através de um motor, no qual são acoplados elementos, como engrenagens, palhetas e volantes. Uma vez que o acoplamento entre eixo e motor é feito de forma a minimizar ou eliminar efeitos de desalinhamento, torna-se possível considerar que o motor contribui ao sistema apenas com a velocidade de rotação do mesmo, não sendo necessário considerarem-se forças externas advindas do acoplamento.

A dinâmica de sistemas rotativos foi primeiramente investigada em 1869 por Rankine, o qual definiu que um sistema rotativo flexível possuía uma velocidade crítica na qual vibrações de amplitudes extremas ocorriam e que seria impossível operar em velocidades acima desta. Ainda no mesmo século De Laval foi capaz de transpassar esta barreira ao construir e operar uma desnatadeira e, posteriormente, uma máquina a vapor. Föppl (1895) desenvolveu um modelo o qual previa tais comportamentos, porém foi somente em 1919 que a comunidade acadêmica tomou conhecimento de um modelo matemático capaz de prever a dinâmica de sistemas rotativos, este proposto por Jeffcott, sem conhecimento do modelo anterior (GENTA,2005).

A abordagem do tema por elementos finitos foi proposta por Nelson e McVaugh (1976) e levou em conta os efeitos de inércia rotacional, efeitos giroscópicos e excitações devido ao desbalanceamento. Neste trabalho foi apresentado um modelo consistente que até os tempos atuais é utilizado para a simulação de sistemas rotativos.

2.1.1 Rotor de Laval

Os conceitos básicos que definem o comportamento de sistemas rotativos são elaborados a partir da configuração mais simples, na qual um eixo flexível está apoiado

sobre dois mancais isotrópicos e um disco rígido é fixo no centro do eixo, conforme representado na Figura 1. Esta configuração é conhecida como Rotor de Laval.

Figura 1 – Rotor de Laval.

Primeiramente, consideremos o sistema em repouso, ou seja, com velocidade de rotação nula. Nesta configuração o mesmo pode ser considerado como uma barra bi-apoiada, a qual contém uma massa concentrada em seu centro, rejeitando-se os amortecimentos correspondentes aos mancais e ao eixo (SWANSON; POWELL; WEISSMAN, 2005). Desta forma, uma vez que as condições de contorno nas extremidades do eixo são as mesmas que as condições da barra bi-apoiada, os modos de vibrar serão os mesmos que os já definidos na literatura (JENSEN, 2011; SWANSON; POWELL; WEISSMAN, 2005), sendo que no primeiro modo de vibrar o disco sofre translação pura sem nenhuma rotação, enquanto que no segundo modo de vibrar o disco sofre apenas rotação, conforme indicado na Figura 2.

Figura 2 - Modos de vibrar de uma barra bi-apoiada com um disco em seu centro (Adaptado de Jensen, 2011).

Quando o sistema é acionado, ou seja, com velocidade de rotação $\Omega \neq 0$, percebe-se que os formatos dos modos de vibrar são alterados. Tal qual o sistema em repouso, verifica-se a existência de frequências críticas as quais possuem modos de vibrar

característicos, sendo que estes, no entanto, não podem mais ser descritos por movimentos do eixo em um plano apenas, mas que descrevem movimentos circulares em torno do eixo de rotação do sistema (SWANSON; POWELL; WEISSMAN, 2005).

Observam-se, porém, que os modos de flexão do sistema acionado preservam semelhanças com os do sistema em repouso, ou seja, o primeiro modo de flexão do sistema acionado pode ser descrito através da rotação do perfil do primeiro modo de vibrar do sistema em repouso em torno do eixo de rotação do sistema, tal como ocorre com o segundo modo de vibrar. A Figura 3 ilustra os dois primeiros modos, descritos anteriormente.

Figura 3 – Modos de flexão de um sistema rotativo (Adaptado de Jensen, 2011).

Tais movimentos circulares, também chamados de órbitas, são gerados pela força centrífuga resultante do desbalanço existente no disco e eixo, a qual, em velocidades críticas de rotação do sistema, resulta em picos da amplitude de vibração do mesmo.

Outra característica importante relativa aos modos de vibrar do sistema acionado refere-se ao sentido de rotação da trajetória orbital descrita pelo eixo, o qual pode ser coincidente ao sentido de rotação do eixo ou contrário ao mesmo, conforme descrito na Figura 4. No primeiro caso tal fenômeno é denominado precessão direta (*forward whirling*) enquanto que no outro é chamado de precessão retrógrada (*backward whirling*).

Figura 4 – Sentidos da trajetória orbital descrita pelo rotor (Adaptado de Swanson, Powell e Weissman, 2005).

No Rotor de Laval o disco é caracterizado por uma massa concentrada, desconsiderando-se desta forma suas características geométricas e, conseqüentemente, os momentos de inércia correspondentes. Assim, as equações que descrevem as vibrações laterais do sistema, responsáveis pelos movimentos orbitais do eixo, são desenvolvidas levando-se em conta somente o desbalanço do disco, como indicado na Figura 5.

Figura 5 – Representação do desbalanço e deformação do eixo (YOUNG; ZONGLI; ALLAIRE, 2012).

Pela Figura 5, tem-se que o centro de massa do disco é identificado por G e o centro de rotação do eixo é dado por C . Como se pode observar, o centro de rotação do eixo está deslocado da linha formada pelos dois apoios do sistema, caracterizando a deflexão do mesmo. Ao mesmo tempo, o vetor e_u indentifica a excentricidade entre o centro de massa do disco e o centro de rotação do eixo.

Adotando-se um sistema de coordenadas estacionário xyz , no qual o eixo z coincide com o eixo de rotação do sistema rotativo, tem-se que os pontos do sistema acima mencionados podem ser descritos conforme a Figura 6.

Figura 6 – Posições do centro de massa e de rotação do disco (YOUNG; ZONGLI; ALLAIRE, 2012).

Desta forma, as equações que descrevem o movimento lateral do disco são dadas por:

$$m \frac{d^2}{dt^2} (u_{xC} + e_u \cos(\Omega t)) = -K_x u_{xC} \quad (1)$$

$$m \frac{d^2}{dt^2} (u_{yC} + e_u \sin(\Omega t)) = -K_y u_{yC} \quad (2)$$

onde m é a massa do disco, (u_{xC}, u_{yC}) são as coordenadas do ponto C , Ω representa a velocidade de rotação do eixo e K_x e K_y descrevem a rigidez do eixo para translação nas direções x e y , respectivamente.

Organizando-se os termos, e considerando $u_{xC} = x$ e $u_{yC} = y$, tem-se:

$$m\ddot{x} + K_x x = m e_u \Omega^2 \cos(\Omega t) \quad (3)$$

$$m\ddot{y} + K_y y = m e_u \Omega^2 \sin(\Omega t) \quad (4)$$

Para mancais de rolamentos isotrópicos, tem-se que:

$$K_x = K_y = k_T = \frac{12EI}{L^3} \quad (5)$$

onde E é o Módulo de Young, L é o comprimento do eixo e I é o momento de inércia do eixo dado por:

$$I = \frac{md^4}{64} \quad (6)$$

onde d é o diâmetro do eixo.

Consequentemente:

$$m\ddot{x} + k_T x = m e_u \Omega^2 \cos(\Omega t) \quad (7)$$

$$m\ddot{y} + k_T y = m e_u \Omega^2 \sin(\Omega t) \quad (8)$$

Tais equações são suficientes para descreverem os movimentos de translação resultantes das vibrações laterais do eixo e representam com fidelidade o primeiro modo de flexão do sistema acionado.

Para que sejam definidas as frequências naturais do sistema, as equações acima são resolvidas de forma que as soluções homogêneas sejam encontradas. Para isso, o lado direito da equação é igualado a zero, obtendo-se:

$$\begin{cases} m\ddot{x} + k_T x = 0 \\ m\ddot{y} + k_T y = 0 \end{cases} \quad (9)$$

As soluções destas equações podem ser encontradas facilmente na literatura (JENSEN, 2011; YOUNG; ZONGLI; ALLAIRE, 2012; EHRICH, 1999), e são dadas da forma:

$$\omega_1 = \omega_2 = \sqrt{\frac{k_T}{m}} \quad (10)$$

Pela Equação (10) nota-se que as duas frequências naturais do sistema não são influenciadas pela variação da velocidade de rotação do eixo. A diferença entre elas se dá pelo fato que em uma delas o sentido da trajetória orbital do eixo é o mesmo que o sentido de rotação do mesmo (*precessão direta*), enquanto que na outra frequência os sentidos são opostos (*precessão retrógrada*). Tal fenômeno pode ser constatado através do diagrama de velocidades críticas $\omega - \Omega$, também conhecido como diagrama de Campbell, ilustrado na Figura 7.

Figura 7 – Diagrama de Campbell do rotor de Laval

Ainda neste diagrama é possível identificar as possíveis velocidades críticas do sistema, ou seja, as velocidades de rotação do mesmo nas quais as forças de desbalanceamento resultam em vibrações de altíssimas amplitudes. Como as forças de desbalanceamento são originadas por imperfeições do sistema, as mesmas são consideradas como forças internas

ao próprio e, portanto, sujeitas às suas variações. Desta forma, a frequência de excitação destas forças será sempre igual à velocidade de rotação Ω do eixo.

Tal fenômeno é demonstrado no diagrama pela reta 1X, sendo que a intersecção desta reta com as retas das frequências naturais corresponde às possíveis velocidades críticas do sistema. A incerteza se deve ao fato que, normalmente, as frequências correspondentes ao modo *precessão retrógrada* não são excitadas pelas forças internas.

Para que seja possível determinar com exatidão as velocidades críticas do sistema se realiza a análise da solução particular do sistema de equações, na qual se varia a velocidade de rotação do eixo e a força de desbalanceo é aplicada com frequência de excitação igual à velocidade do eixo ($\omega = \Omega$).

Figura 8 – Resposta ao desbalanceo do rotor de Laval.

Desta forma, para o sistema em análise, somente quando a velocidade de rotação do eixo é igual à frequência ω_1 , correspondente ao modo *precessão direta*, a amplitude de vibração do mesmo atinge níveis elevados, conforme apresentado na Figura 8.

Conclui-se que o modelo do rotor de Laval é de grande relevância no entendimento dos conceitos básicos da dinâmica de sistemas rotativos. No entanto, uma vez que neste modelo o disco é considerado apenas um ponto de massa concentrada e seus momentos de inércia são desprezados, não são levados em conta os movimentos de rotação do mesmo, observados no segundo modo de flexão (Figura 2 e Figura 3). Tais movimentos são de extrema importância na análise do comportamento de sistemas rotativos, pois os mesmos

inserem no sistema o efeito giroscópico, o qual exerce influência sobre as velocidades críticas do sistema, conforme a velocidade de rotação do mesmo varia (GENTA,2005).

2.1.2 Efeito Giroscópico

O efeito giroscópico ocorre quando um disco, cujo eixo principal já se encontra em rotação, é forçado a uma segunda rotação em um eixo secundário. Ao invés do disco girar no sentido da força aplicada, como ocorreria se o mesmo estivesse em repouso, o movimento de rotação resultante ocorre no sentido de um terceiro eixo ortogonal aos dois primeiros. Tal fenômeno ocorre devido à conservação da quantidade de movimento angular (JENSEN, 2011) e é ilustrado na Figura 9.

Figura 9 – Efeito giroscópico (Adaptado de Jensen, 2011).

Como mencionado anteriormente, o segundo modo de vibrar do disco no sistema em análise é caracterizado pela ausência de translação, na qual o disco apenas rotaciona em torno dos eixos secundários x e y .

Para descrever os movimentos do rotor em um ponto qualquer do sistema, levando-se em consideração as rotações do mesmo, são adicionados 2 graus de liberdade correspondentes aos movimentos de rotação aos 2 graus de liberdade correspondentes aos movimentos de translação já considerados no modelo do rotor de Laval. Desta forma, a posição de um ponto qualquer do sistema é dada conforme indicado:

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ \theta \\ \varphi \end{Bmatrix} \quad (11)$$

Nesta configuração, θ representa a rotação em relação ao eixo x , enquanto que φ representa a rotação em relação ao eixo y .

Quando o disco rotaciona em torno do eixo x um ângulo $\delta\theta$ durante um intervalo de tempo δt , por conta do efeito giroscópico, é gerado um momento M_y no sentido horário (e portanto negativo) resultante da variação do movimento angular do sistema, dado por $I_p\Omega$, onde I_p é momento de inércia polar do disco, dado pela equação:

$$I_p = \frac{mD^2}{8} \quad (12)$$

onde D é o diâmetro do disco.

Figura 10 – Efeito causado pela rotação no eixo Ox (JENSEN, 2011).

Conforme observado na Figura 10, a relação entre o momento M_y gerado e a variação do momento angular é dada por:

$$M_y \delta t = -I_p \Omega \sin(\delta\theta) \quad (13)$$

Para pequenas variações angulares, a equação acima pode ser linearizada considerando-se $\sin(\delta\theta) \approx \delta\theta$. Além disso, dividindo-se ambos os lados da equação por δt e aplicando o limite quando $\delta t \rightarrow 0$, obtêm-se:

$$M_y = -I_p \Omega \dot{\theta} \quad (14)$$

Para que o sistema mantenha-se em equilíbrio é necessário adicionar a contribuição advinda da rotação do disco em torno do eixo y , tal que:

$$\sum_y M = I_d \ddot{\phi} - I_p \Omega \dot{\theta} = 0 \quad (15)$$

onde I_d refere-se ao momento de inércia diametral do disco, dado por:

$$I_d = \frac{mD^2}{16} \quad (16)$$

Figura 11 - Efeito causado pela rotação no eixo Oy (JENSEN, 2011).

Analogamente, como observado na Figura 11, uma rotação $\delta\varphi$ em torno do eixo y , durante um intervalo de tempo δt , gera um momento M_x no sentido anti-horário (e portanto positivo), o qual relaciona-se com a variação do momento angular através da expressão:

$$M_x \delta t = I_p \Omega \sin(\delta\varphi) \quad (17)$$

Aplicando-se os mesmos procedimentos descritos anteriormente e considerando que, para pequenas oscilações, $\sin(\delta\varphi) \approx \delta\varphi$, obtêm-se:

$$M_x = I_p \Omega \dot{\varphi} \quad (18)$$

Da mesma forma, para que o sistema mantenha-se em equilíbrio, considera-se a contribuição resultante da rotação do disco em torno do eixo x , tal que:

$$\sum_x M = I_d \ddot{\theta} + I_p \Omega \dot{\varphi} = 0 \quad (19)$$

Por fim, considerando-se a rigidez do sistema com relação à rotação, tem-se:

$$I_d \ddot{\theta} + I_p \Omega \dot{\varphi} + k_R \theta = 0 \quad (20)$$

$$I_d \ddot{\varphi} - I_p \Omega \dot{\theta} + k_R \varphi = 0 \quad (21)$$

onde k_R é a rigidez do eixo à rotação, dado por:

$$k_R = \frac{4EI}{L} \quad (22)$$

Desta forma, combinando-se as equações (7) e (8), correspondentes à translação, com as equações (20) e (21), correspondentes à rotação, obtem-se o sistema de equações que descreve o sistema rotativo, o qual é dado da forma matricial:

$$\begin{pmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_d \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\varphi} \end{Bmatrix} + \Omega \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_P \\ 0 & 0 & -I_P & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} k_T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_R \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ \theta \\ \varphi \end{Bmatrix} = me_u \Omega^2 \begin{Bmatrix} \cos(\Omega t) \\ \sin(\Omega t) \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (23)$$

Para que sejam definidas as frequências naturais do sistema, as equações acima são resolvidas de forma que as soluções homogêneas sejam encontradas. Para isso, o lado direito da equação é igualado a zero, obtendo-se:

$$\begin{cases} m\ddot{x} + k_T x = 0 \\ m\ddot{y} + k_T y = 0 \\ I_d \ddot{\theta} + I_P \Omega \dot{\varphi} + k_R \theta = 0 \\ I_d \ddot{\varphi} - I_P \Omega \dot{\theta} + k_R \varphi = 0 \end{cases} \quad (24)$$

As soluções destas equações podem ser encontradas facilmente na literatura (JENSEN, 2011; YOUNG; ZONGLI; ALLAIRES, 2012; EHRICH, 1999), e são dadas da forma:

$$\omega_1 = \omega_2 = \sqrt{\frac{k_T}{m}} \quad (25)$$

$$\omega_3 = \frac{I_P \Omega}{2I_d} + \sqrt{\left(\frac{I_P \Omega}{2I_d}\right)^2 + \frac{k_R}{I_d}} \quad (26)$$

$$\omega_4 = \frac{I_P \Omega}{2I_d} - \sqrt{\left(\frac{I_P \Omega}{2I_d}\right)^2 + \frac{k_R}{I_d}} \quad (27)$$

O diagrama de Campbell do sistema é dado na Figura 12 e ilustra o comportamento do sistema conforme é variada a velocidade de rotação do eixo.

Figura 12 – Diagrama de Campbell para sistema rotativo com 1 disco considerando efeito giroscópico.

Analisando-se o gráfico da Figura 12, nota-se que as duas primeiras frequências naturais do sistema se mantêm inalteradas em todo o espectro de velocidades de rotação do eixo, não sendo influenciadas pelo efeito giroscópico. Tal como anteriormente, a diferença entre elas se dá pelo fato que em uma delas o sentido da trajetória orbital do eixo é o mesmo que o sentido de rotação do mesmo (*precessão direta*) enquanto que na outra frequência os sentidos são opostos (*precessão retrógrada*).

Por outro lado, as frequências ω_3 e ω_4 , correspondentes ao segundo modo de flexão, são diretamente influenciadas pela velocidade de rotação do sistema. Isso ocorre devido ao efeito giroscópico causado pela variação angular do disco, consequente da posição do mesmo e do modo de vibrar.

2.1.3 Modelo de Sistema Rotativo do Presente Trabalho

No presente projeto de pesquisa o sistema rotativo é composto por dois discos posicionados simetricamente com relação ao centro entre os dois mancais de rolamentos que sustentam o eixo, conforme demonstrado na Figura 13.

Figura 13 - Sistema rotativo com dois discos simetricamente posicionados entre mancais de rolamentos rígidos.

Desta forma, uma vez que as condições de contorno mantêm-se as mesmas (barra bi-apoiada), os modos de vibrar do sistema não são alterados, ou seja, são mantidos os mesmos perfis ilustrados na Figura 3. No entanto, uma vez que os discos estão deslocados do centro do eixo, as frequências naturais de excitação dos modos serão alteradas devido ao efeito giroscópico, conforme indicado no diagrama de Campbell ilustrado na Figura 14.

Figura 14 – Diagrama de Campbell para sistema rotativo com dois discos simetricamente posicionados entre rolamentos rígidos.

Observa-se que, para esta configuração, as duas primeiras frequências naturais são afetadas pelo efeito giroscópico pois, devido à posição dos discos e ao perfil do primeiro modo de vibrar, ambos os discos sofrem rotação em um dos eixos secundários, conforme ilustrado na Figura 15. No segundo modo de vibrar, no entanto, ambos os discos sofrem apenas translação, uma vez que estão posicionados em pontos do eixo que coincidem com

os pontos de extremo do perfil do respectivo modo, no qual a inclinação é nula. Sendo assim, as frequências correspondentes ao segundo modo de flexão não são alteradas com a variação da velocidade de rotação do eixo.

Figura 15 – Modos de vibrar para sistema rotativo com dois discos simetricamente posicionados entre rolamentos rígidos.

Para tal sistema, as velocidades críticas são calculadas considerando-se o desbalanceamento em um disco apenas e medindo-se a amplitude de vibração no mesmo disco, resultando no gráfico apresentado na Figura 16.

Figura 16 – Resposta ao desbalanceamento para sistema rotativo com dois discos posicionados simetricamente entre dois mancais rígidos

Analisando-se simultaneamente a Figura 14 e a Figura 16, observa-se que as frequências correspondentes aos picos de vibração estão relacionadas às frequências nas quais ocorre a intersecção da reta 1X com as curvas relativas à evolução das frequências ω_1 e ω_3 , ambas nas quais o rotor encontra-se no modo *precessão direta*.

É importante ressaltar que os modelos acima foram demonstrados considerando-se mancais extremamente rígidos, uma vez que a rigidez relativa entre os mancais e o eixo impactam diretamente no perfil dos modos de vibrar e também nas respostas do sistema à forças de excitação, conforme ilustrado na Figura 17 (SWANSON; POWELL; WEISSMAN, 2005; EHRICH, 1999; GENTA, 2005).

(a) Sistema em repouso
 Perfil do Rotor
 Trajetória Orbital
 Mancais Flexíveis Mancais de Rigidez Intermediária Mancais Rígidos
 (b) Sistema com velocidade de rotação $\Omega \neq 0$
Figura 17 – Influência da rigidez relativa dos mancais nos modos de vibrar de sistemas rotativos (Adaptado de Swanson, Powell e Weissman, 2005).

2.2 Modelagem de Elementos Viscoelásticos

Materiais viscoelásticos são caracterizados por compartilharem comportamentos de materiais puramente elásticos, nos quais tensão e deformação são diretamente proporcionais, e de materiais puramente viscosos (Newtonianos), onde a taxa de deformação ao cisalhamento é diretamente proporcional à tensão. Para o primeiro grupo de

materiais, uma tensão cíclica resulta em uma deformação também cíclica e em fase, enquanto que para o segundo, uma tensão cíclica provoca uma deformação defasada em 90° (CAZENOVE, 2010; DARLOW; ZORZI, 1986; RAO, 2003).

Desta forma, um material viscoelástico, sujeito a uma tensão fixa, tenderá à deformação proporcional regida pela lei de Hooke ($\sigma = E\epsilon$), porém após um intervalo de tempo dado pela taxa variação da deformação no tempo do material ($\dot{\epsilon}$), como indicado na Figura 18.

Figura 18 – Tensão aplicada sobre material viscoelástico e deformação correspondente (Adaptado de Cazenove, 2010).

Dois fenômenos podem ser observados em materiais viscoelásticos relacionados à tensão e deformação do mesmo. Em um destes, denominado fluência, quando o material é submetido a uma tensão constante, o mesmo deforma durante um intervalo de tempo Δt até atingir o limite máximo. Por outro lado, se a tal material é aplicada uma deformação constante, a tensão correspondente decai durante o tempo até assumir um valor mínimo. O segundo fenômeno é denominado relaxação (CAZENOVE, 2010).

Para que tais fenômenos possam ser representados, é necessário que o modelo matemático para este tipo de material possua componentes os quais respondam de acordo com os comportamentos acima citados.

O comportamento de um sólido puramente elástico é comumente representado por um elemento de mola, cuja rigidez E está diretamente relacionada à Lei de Hooke, enquanto que um elemento perfeitamente viscoso é ilustrado por um amortecedor com fluído e a constante c do mesmo relaciona a taxa de deformação do elemento à tensão aplicada sobre o próprio.

A combinação de tais elementos em série, conhecida como modelo de Maxwell, resulta em um modelo no qual para uma tensão aplicada nas extremidades, a deformação final será a soma das contribuições das deformações de cada elemento. Por outro lado, o arranjo dos mesmos elementos em paralelo, denominado modelo de Kelvin-Voigt, prevê que para uma dada deformação, a tensão final será a soma das tensões em cada componente. Ambos os modelos são ilustrados na Figura 19.

Figura 19 – Modelos de Maxwell e Kelvin-Voigt (Adaptado de Roylance, 2001).

Em particular, para o modelo de Maxwell, as seguintes relações podem ser estabelecidas (ROYLANCE, 2001):

$$\sigma = \sigma_m = \sigma_a \quad (28)$$

$$\epsilon = \epsilon_m + \epsilon_a \therefore \dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_m + \dot{\epsilon}_a \quad (29)$$

onde os subscritos m e a correspondem aos elementos mola e amortecedor, respectivamente. Desenvolvendo-se a relação entre as taxas de deformação temos que:

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_m + \dot{\epsilon}_a = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{c} \quad (30)$$

a qual resulta em

$$E\dot{\epsilon} = \dot{\sigma} + \frac{1}{\tau}\sigma \quad (31)$$

sendo $\tau = c/E$.

Submetendo-se o modelo a uma deformação constante consequentemente fará com que $\dot{\epsilon} = 0$ e, desta forma, arranjando-se os termos da Equação (31):

$$\dot{\sigma} = \frac{d\sigma}{dt} = -\frac{1}{\tau}\sigma \quad (32)$$

$$\frac{d\sigma}{\sigma} = -\frac{1}{\tau}dt \quad (33)$$

Integrando-se ambos os lados e aplicando o exponencial:

$$\int_{\sigma_0}^{\sigma} \frac{d\sigma}{\sigma} = -\frac{1}{\tau} \int_0^t dt \quad (34)$$

$$\ln\sigma - \ln\sigma_0 = -\frac{t}{\tau} \quad (35)$$

$$\sigma(t) = \sigma_0 e^{-t/\tau} \quad (36)$$

Desta forma, a função de relaxação do modelo de Maxwell é dada pela razão entre a tensão e a deformação constante à qual o modelo é submetido:

$$E_{rel}(t) = \frac{\sigma(t)}{\epsilon_0} = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} e^{-t/\tau} = E e^{-t/\tau} \quad (37)$$

pois, inicialmente, somente a mola deforma e, portanto, a deformação inicial é dada pela lei de Hooke ($\sigma_0 = E\epsilon_0$).

Da mesma forma, o modelo de Kelvin-Voigt pode ser usado para definir a função de fluência que representa a evolução da deformação ao longo do tempo para uma dada tensão (ROYLANCE, 2001; MAINARDI; SPADA, 2011):

$$C_{crp}(t) = \frac{\epsilon(t)}{\sigma_0} = \frac{1}{E} (1 - e^{-t/\tau}) \quad (38)$$

No entanto ambos os modelos não são suficientes para descrever o comportamento real de um material viscoelástico. Para tal é necessária uma configuração mais complexa envolvendo tais modelos de forma que seja possível representar ambos os fenômenos. O modelo de Zener, conforme apresentado na Figura 20, é um exemplo de arranjo destes elementos, o qual permite uma representação mais completa do material tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência (CAZENOVE, 2010).

Figura 20 – Modelo de Zener (adaptado de Roylance, 2001).

Para o modelo apresentado na Figura 20, a equação que define a função de relaxação é dada por:

$$E_z(t) = E_0 + E_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}} \quad (39)$$

onde E_0 corresponde à rigidez da mola em paralelo, E_1 e $\tau_1 = c_1/E_1$ correspondem, respectivamente, à rigidez da mola e ao tempo de relaxamento do elemento de Maxwell.

Em contrapartida, tal modelo leva em consideração apenas um tempo de relaxamento, situação esta não comum a todos os materiais viscoelásticos, uma vez que os mesmos, por possuírem cadeias de moléculas de tamanhos diferentes em sua composição, conseqüentemente terão mais de um tempo de relaxamento, cada qual relativo ao tempo necessário para cada tipo de cadeia relaxar (ROYLANCE, 2001). Desta forma, o modelo generalizado de Maxwell, apresentado na Figura 21, representa com maior fidelidade tal propriedade, pois ao mesmo é possível adicionar tantos modelos de Maxwell em paralelo quantos forem necessários a fim de serem computados todos os tempos de relaxamento do material.

Figura 21 – Modelo de Maxwell generalizado (Adaptado de Roylance, 2001).

A equação de relaxação que descreve o modelo apresentado na Figura 21 é dada por:

$$E(t) = E_0 + \sum_{i=1}^N E_i e^{-\frac{t}{\tau_i}} \quad (40)$$

onde E_0 corresponde à rigidez da mola em paralelo, E_i corresponde à rigidez de cada mola e $\tau_i = \frac{c_i}{E_i}$ é o tempo de relaxamento correspondente a cada elemento de Maxwell presente na cadeia.

Para que se possa utilizar o modelo matemático de um elemento viscoelástico no presente trabalho, é necessário que o mesmo possa ser escrito no domínio da frequência. Para isto, considera-se que o material viscoelástico é excitado dinamicamente por uma carga cuja

tensão é aplicada de forma harmônica. Desta forma, a deformação do material será também harmônica, porém defasada da excitação devido ao amortecimento inerente do mesmo.

Para a situação descrita acima, a tensão aplicada e a deformação resultante podem ser escritas na forma complexa como:

$$\sigma = \sigma_0 e^{i\omega t} \quad (41)$$

$$\epsilon = \epsilon_0 e^{i\omega t} \quad (42)$$

onde $i = \sqrt{-1}$ é o módulo complexo e ω é a frequência de excitação.

Substituindo as mesmas na Equação (31), correspondente ao elemento de Maxwell:

$$i\omega E \epsilon_0 e^{i\omega t} = \left(i\omega + \frac{1}{\tau}\right) \sigma_0 e^{i\omega t} \quad (43)$$

Da mesma forma que no domínio do tempo, o módulo de relaxamento complexo é dado por:

$$E(\omega) = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} = \frac{i\omega E}{\left(i\omega + \frac{1}{\tau}\right)} = \frac{i\omega\tau}{1 + i\omega\tau} E = \frac{(\omega\tau)^2}{1 + (\omega\tau)^2} E + i \frac{\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} E \quad (44)$$

onde:

$$E'(\omega) = \frac{(\omega\tau)^2}{1 + (\omega\tau)^2} E \quad (45)$$

corresponde ao módulo de armazenamento do material viscoelástico, e

$$E''(\omega) = \frac{\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} E \quad (46)$$

corresponde ao módulo de perda.

A razão entre eles é definida como fator de perda e corresponde à tangente do ângulo de defasagem entre a tensão de excitação e a deformação resultante, ou seja:

$$\tan \delta = \eta(\omega) = \frac{E''(\omega)}{E'(\omega)} \quad (47)$$

Desta forma, o modelo generalizado de Maxwell pode ser escrito no domínio da frequência como:

$$E(\omega) = E_0 + \sum_{i=1}^N E_i(\omega) \quad (48)$$

onde $E_i(\omega)$ corresponde ao módulo complexo de relaxamento de cada elemento de Maxwell presente na cadeia.

A caracterização de um material viscoelástico é comumente feita através dos gráficos de variação do módulo de armazenamento $E'(\omega)$ e do fator de perda $\eta(\omega)$ com relação à frequência de excitação, conforme indicado na Figura 22.

Figura 22 – Influência da frequência no módulo de armazenamento e fator de perda (adaptado de Nashif *et al.*, 1985).

2.2.1 Influência da Temperatura

Não só a frequência mas também a temperatura exerce grande influência sobre o comportamento de materiais viscoelásticos, uma vez que a variação da mesma resulta em mudanças morfológicas que, consequentemente, alteram as características dinâmicas destes materiais (CAZENOVE, 2010; DARLOW; ZORZI, 1986; RAO, 2003). A Figura 23 demonstra como variam os valores do módulo de armazenamento e fator de perda para uma determinada frequência fixa.

Figura 23 – Efeito da temperatura sobre as propriedades morfológicas e estruturais de um polímero (Adaptado de Cazenove, 2010).

Desta forma, é necessário que a temperatura de operação do absorvedor seja levada em consideração durante as simulações de forma a aproximar ao comportamento real do material.

Para alguns materiais, conhecidos como “termoreologicamente simples”, a influência da temperatura se dá através do deslocamento horizontal das curvas $E'(\omega)$ e $\eta(\omega)$. Tal efeito pode ser descrito pelo Princípio da Superposição Frequência-Temperatura, também conhecido como princípio de William, Landel e Ferry (WLF) (CAZENOVE, 2010):

$$E'(\omega, T) = E'(\omega \alpha_T(T), T_0) \quad (49)$$

Este princípio declara que uma mudança de temperatura T para uma temperatura de referência T_0 afeta a frequência de excitação por um fator de deslocamento $\alpha_T(T)$, o qual depende da temperatura e pode ser calculado através da expressão:

$$\log(\alpha_T) = -\frac{C_1(T - T_0)}{C_2 + (T - T_0)} \quad (50)$$

onde C_1 e C_2 são constantes que dependem do material e da temperatura de referência adotada.

Tal princípio é muito útil na aquisição experimental das propriedades de um material viscoelástico, uma vez que escolhendo-se uma faixa de frequências e variando-se a temperatura é possível traçar várias curvas relacionadas à esta propriedade, cada uma referente a uma temperatura T_i , e em seguida, tomando-se uma temperatura de referência, desloca-se horizontalmente as outras curvas a partir da relação acima, conforme ilustrado na Figura 24, para obter-se a variação da propriedade em uma faixa mais extensa de frequências (CAZENOVE, 2010; TILLEMA, 2003). Tais curvas são denominadas “curvas-mestre” do material para uma determinada temperatura.

Figura 24 – Princípio da superposição temperatura-frequência (Adaptado de Roylance, 2001).

3 Modelagem do Sistema Rotativo

Para averiguação da proposta do absorvedor dinâmico passivo (objetivo deste trabalho) foi utilizada uma bancada de teste composta por um eixo flexível de diâmetro 20 mm e 970 mm de comprimento, no qual foram fixados 2 discos rígidos de diâmetro 200 mm, sendo o sistema suportado por dois mancais autocompensadores, conforme indicado na Figura 25.

Figura 25 – Bancada de testes – (1) Eixo, (2) Mancais, (3) Discos, (4) Motor

O mesmo sistema foi utilizado no trabalho realizado por Poiani (2012), no qual as frequências naturais do sistema rotativo foram extraídas experimentalmente através de um acelerômetro fixado a um dos discos. No procedimento, um martelo foi utilizado para inserir no sistema entradas impulsivas e uma rotina desenvolvida no software comercial *MATLAB*TM realizou a aquisição dos dados e posterior tratamento dos mesmos.

Desta forma, as frequências naturais do sistema em repouso foram identificadas experimentalmente tanto na direção horizontal quanto na direção vertical, as quais são apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Frequências naturais da bancada de testes em repouso.

<i>Vertical</i>	<i>Horizontal</i>
$\omega_1 = 28Hz$	$\omega_2 = 28,5Hz$
$\omega_3 = 64,5Hz$	$\omega_4 = 68,7Hz$

Para os fins desta dissertação foi elaborado um modelo da bancada de testes pelo método dos elementos finitos, utilizando-se o software comercial *ANSYS*TM 14.5, tal como ilustrado na Figura 26.

Figura 26 – Modelo da bancada de testes em elementos finitos.

Para a modelagem do eixo flexível escolheu-se o elemento unidimensional com dois nós BEAM188, o qual possui 6 GDL em cada um dos nós, sendo 3 GDL relativos à translação nos eixos cartesianos e 3 GDL relacionados à rotação em torno de cada um destes eixos. Tal elemento é baseado na teoria de viga de Timoshenko, a qual considera efeitos de tensões de cisalhamento sobre o mesmo. O eixo foi dividido em 22 elementos a fim de garantir que os comprimentos dos mesmos fossem similares, devido ao posicionamento dos discos e mancais de rolamento, e a estes foram incorporadas as propriedades inerciais relativas às suas seções transversais. A inclusão da matriz giroscópica é feita, no software *ANSYS*TM, através de um comando específico (CORIOLIS), o qual, em conjunto com a velocidade de rotação do sistema, incorpora o efeito giroscópico nos cálculos realizados para definição do comportamento do elemento.

Os discos foram modelados utilizando-se o elemento MASS21, o qual corresponde a um elemento de massa concentrada localizada em um único nó. A estes elementos são associadas as características inerciais dos discos, tais como a massa dos mesmos, bem como os momentos de inércia polar e diametral. Da mesma forma que com o elemento BEAM188, o comando CORIOLIS, utilizado no software *ANSYS*TM,

incorpora o efeito giroscópico nos cálculos relacionados ao comportamento do elemento MASS21.

Pela Figura 26, percebe-se que a seção do eixo nas posições correspondentes aos discos, localizados nos nós #8 e #20, é maior que no restante do mesmo. Tal abordagem foi realizada pois os discos, para sua fixação, possuem flanges, as quais foram incorporadas na modelagem do sistema como um aumento da seção do eixo em tais pontos.

Por fim, os mancais de rolamento autocompensadores foram representados pelo elemento COMBIN14, localizado nos nós #5 e #23, sendo caracterizado por ser um elemento linear do tipo mola-amortecedor que possui apenas 3 GDL em cada nó. De acordo com a função desejada do elemento, o mesmo pode ser configurado para ser um elemento de tensão-compressão, no qual os 3 GDL correspondem à translação nas 3 direções cartesianas e nenhuma torção é considerada, da mesma forma que o mesmo pode ser configurado como um elemento de torção no qual os 3 GDL relacionam-se com as rotações nos três eixos e nenhum deslocamento é considerado.

No modelo em questão, cada mancal de rolamento foi representado por 2 elementos tensão-compressão e 2 elementos torsionais, sendo 1 elemento de cada configuração orientado na direção Y, enquanto o outro foi orientado na direção Z, conforme indicado na Figura 27.

Figura 27 – Modelagem dos rolamentos do sistema rotativo.

O sistema de equações que rege o comportamento dinâmico global do sistema rotativo é dado pela expressão abaixo:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C + G]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\} \quad (51)$$

onde $[M]$ é a matriz global de massa do eixo e dos discos, $[C]$ é a matriz global dos amortecimentos relativos aos rolamentos, $[G]$ é a matriz global relativa ao efeito giroscópico, $[K]$ é a matriz global de rigidez do eixo e dos rolamentos e $\{F\}$ é o vetor global relativo às forças externas aplicadas ao sistema. Tal sistema de equações é análogo ao desenvolvido no capítulo 2.

Os discos e o eixo foram fabricados em aço e, desta forma, suas propriedades mecânicas eram conhecidas e fixas, conforme indicado na Tabela 2. Sendo assim, foram necessários ajustes apenas nos coeficientes de rigidez e amortecimento dos elementos dos mancais de rolamento autocompensadores para que o modelo em elementos finitos do sistema rotativo fosse compatível com o sistema real.

Tabela 2 – Parâmetros adotados do modelo do sistema rotativo

Eixo		Discos	
Densidade	7.850 kg/m ³	Massa	8,58 kg
Módulo de Elasticidade	210 Gpa	Momento de Inércia Diametral	0,022 kg.m ²
Coefficiente de Poisson	0,3	Momento de Inércia Polar	0,044 kg.m ²
Diâmetro	20 mm		
Comprimento	970 mm		

Para isto, foi realizada uma análise modal do sistema na qual as frequências críticas do modelo eram comparadas com as frequências experimentais. Através da análise da influência de cada parâmetro nos resultados obtidos, após algumas iterações obtiveram-se os valores dos coeficientes, apresentados na Tabela 3, de tal forma a minimizar o erro entre os valores experimentais e simulados, conforme indicado na Tabela 4.

Tabela 3 – Parâmetros de Rigidez e Amortecimento adotados.

Parâmetros	Direção Y	Direção Z
Rigidez à translação (N/m)	1,595x10 ⁶	2,145x10 ⁶
Rigidez à torção (Nm/rad)	112	165
Amortecimento (Ns/m)	100	100

Tabela 4 – Valores experimentais e do modelo de elementos finitos para as frequências naturais do sistema.

	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4
Valor experimental (Hz)	28	28,5	64,5	68,7
Valor modelo (Hz)	28,003	28,496	64,506	68,707
Erro	-0,01%	0,01%	-0,01%	-0,01%

Uma vez que o modelo matemático foi ajustado ao sistema real, foi traçado um diagrama de Campbell para averiguar o comportamento do sistema devido à variação da velocidade de rotação do mesmo. A Figura 28 ilustra o diagrama de Campbell resultante, no qual o eixo horizontal representa a variação da velocidade de rotação do sistema e o eixo vertical corresponde às suas frequências naturais.

Figura 28 – Diagrama de Campbell da bancada de teste.

Como abordado anteriormente, as duas primeiras frequências naturais são afetadas pela variação da velocidade de rotação do sistema, uma vez que no primeiro modo os discos sofrem rotações nos eixos secundários advindas do modo de vibrar e, portanto, os mesmos estão sujeitos ao efeito giroscópico. Em contrapartida, observa-se que as frequências relacionadas ao segundo modo praticamente não são afetadas, pois os discos,

neste modo, realizam apenas movimentos de translação, uma vez que os mesmos estão localizados nos picos da senóide descrita pelo modo de vibrar do eixo.

Além disso, ao contrário do modelo ideal, no qual considera-se que a rigidez correspondente ao sistema de apoio do rotor (formado pelos mancais de rolamento e a estrutura que os sustenta) é isotrópica, no sistema de apoio da bancada de teste a rigidez deve ser considerada ortotrópica, uma vez que a rigidez nas direções Y e Z é distinta. Isto pode ser comprovado pelos valores de rigidez e amortecimento adotados no ajuste do modelo (Tabela 3). Por este motivo, observam-se 4 frequências naturais para o sistema em repouso, sendo duas delas relativas ao primeiro modo de vibrar e duas para o segundo modo. Para um mesmo modo, uma das frequências corresponde à vibrações na direção horizontal, enquanto que a outra à vibrações na direção vertical.

Uma análise da resposta ao desbalanço foi feita a fim de serem determinadas as velocidades críticas do sistema. Para isso considerou-se o desbalanço no disco 1 relativo a uma massa de 1g localizada na extremidade do mesmo ($e_u = 0,1$ m), calculando-se a resposta à excitação síncrona ($\omega_{fd} = \Omega$), onde ω_{fd} corresponde à frequência de excitação da força de desbalanço e Ω à velocidade de rotação do sistema.

As Figuras 29 a 31 apresentam, respectivamente, as respostas ao desbalanço tomadas nos discos 1, 2 e também no ponto onde se pretende acoplar o absorvedor dinâmico. Pela análise das mesmas, verifica-se a presença de 4 picos correspondentes às frequências nas quais a reta 1X intersecta no diagrama de Campbell.

Figura 29 – Resposta ao desbalance da bancada de testes medida no disco 1.

Figura 30 - Resposta ao desbalanço da bancada de testes medida no disco 2.

Figura 31 – Resposta ao desbalanceamento da bancada de testes medida no ponto de acoplamento do absorvedor dinâmico.

Tal fenômeno ocorre devido ao fato que neste sistema rotativo as 4 frequências excitam o modo *precessão direta*, no qual o sentido da órbita traçada pelo eixo é coincidente ao sentido de rotação do mesmo. Isto ocorre, novamente, pelo fato que o sistema de apoio do rotor é ortotrópico e, por conta disto, em cada modo de vibrar, uma das frequências corresponde à amplitude mais acentuada de vibração na direção Y, enquanto

que a outra frequência corresponde à amplitude de vibração mais acentuada na direção Z, conforme pode ser observado nos gráficos dos modos de vibrar apresentados nas Figuras 32 e 33.

(a) Primeiro modo de vibrar em Y - $\omega_1 = 26,1$ Hz (b) Primeiro modo de vibrar em Z - $\omega_2 = 30,8$ Hz
Figura 32 – Primeiro modo de vibrar nas direções vertical e horizontal.

(a) Segundo modo de vibrar em Y - $\omega_3 = 64,4$ Hz (b) Segundo modo de vibrar em Z - $\omega_4 = 68,6$ Hz
Figura 33 – Segundo modo de vibrar nas direções vertical e horizontal.

A partir dos resultados obtidos, propõe-se que o modelo do absorvedor dinâmico seja elaborado e otimizado para que o mesmo amortee as vibrações laterais relativas a cada modo de vibrar, cujas frequências naturais são definidas abaixo:

$$1^{\circ} \text{ modo: } \omega_{ab1} \approx \frac{\omega_{cr1} + \omega_{cr2}}{2} \approx \frac{26.1 + 30.8}{2} \approx 28,45 \text{ Hz} \quad (52)$$

$$2^{\circ} \text{ modo: } \omega_{ab2} \approx \frac{\omega_{cr3} + \omega_{cr4}}{2} \approx \frac{64.4 + 68.6}{2} \approx 66,50 \text{ Hz} \quad (53)$$

onde ω_{ab1} e ω_{ab2} correspondem às frequências naturais do absorvedor dinâmico e ω_{cri} corresponde à *i-ésima* velocidade crítica do sistema rotativo.

4 Modelagem do Absorvedor

O modelo proposto de absorvedor dinâmico passivo apresentado neste trabalho é composto por um anel de material viscoelástico, o qual é interposto entre dois anéis de aço, conforme ilustrado na Figura 34. O conjunto formado por estes anéis será fixado ao modelo da bancada de testes na extremidade livre do eixo com o objetivo de atenuar as amplitudes de vibração do sistema rotativo nas velocidades críticas do mesmo.

Figura 34 – Modelo 3D CAD do absorvedor dinâmico rotativo proposto.

Um modelo similar ao proposto neste trabalho foi desenvolvido por Poiani (2012) no qual utilizou-se o material 3M ISD 112 como componente viscoelástico do absorvedor. Neste estudo não foi possível otimizar os parâmetros geométricos do absorvedor a fim de que todas as frequências naturais do mesmo coincidissem com as do sistema rotativo. Tal fato atribuiu-se à baixa rigidez do material viscoelástico utilizado.

Em um outro estudo, realizado por Tillema (2003), foi proposto um sistema de amortecimento, o qual foi fixo entre os rolamentos do sistema rotativo e a carcaça da bancada de testes, a qual era sustentada por apoios flexíveis. Neste estudo propunha-se observar o efeito de isolamento e atenuação das vibrações do eixo transmitidas à carcaça, consequentes da adição do sistema de amortecimento. Para isto, vários materiais viscoelásticos foram analisados e suas curvas de módulo de armazenamento e fator de perda foram confeccionadas a partir de dados experimentais coletados em ensaios de deformação. Neste caso, escolheu-se o material Vamac 5022, o qual trata-se de uma borracha etileno-acrílica comercializada pela empresa DuPont.

Os gráficos apresentados na Figura 35 correspondem às curvas-mestre do módulo de armazenamento e do fator de perda do material Vamac 5022, os quais foram confeccionados escolhendo-se a temperatura de referência $T_0 = 19^\circ\text{C}$.

Figura 35 – Curva-mestre do material Vamac 5022 (TILLEMA, 2003).

Neste estudo escolheu-se utilizar o material acima citado, pois o módulo de armazenamento, $E'(\omega)$, do mesmo é da ordem de 100 vezes maior que o do material 3M ISD 112 (ANEXO A). Espera-se desta maneira que o aumento da rigidez do elemento viscoelástico torne possível a otimização do absorvedor dinâmico para aplicação no sistema rotativo.

O modelo do absorvedor dinâmico pelo método dos elementos finitos foi elaborado no software comercial *ANSYS*TM 14.5. Para isso escolheu-se o elemento SOLID185, o qual é um elemento em forma de hexaedro com 8 nós, sendo que cada nó possui 3 graus de liberdade correspondentes à translação nas direções x , y e z . Este elemento foi utilizado para a construção tanto dos anéis de aço quanto do anel de material viscoelástico, uma vez que o mesmo é compatível com as equações que descrevem o comportamento de tal material. Além disso, o elemento SOLID185 é compatível com as equações da dinâmica de sistemas rotativos, uma vez que é possível a incorporação do efeito giroscópico no cálculo do comportamento do absorvedor, através do comando CORIOLIS, quando o mesmo é acoplado ao modelo do sistema rotativo.

Primeiramente, uma vez escolhido o material Vamac 5022 como sendo o material viscoelástico do absorvedor, buscou-se validar o modelo desenvolvido neste projeto através da comparação entre as respostas obtidas na simulação e os dados encontrados no trabalho de Tillema (2003). Sendo assim, construiu-se um modelo com as mesmas dimensões utilizadas no trabalho supracitado, conforme indicado na Figura 36.

Figura 36 – Modelo em elementos finitos do sistema de amortecimento de Tillema (2003).

Os valores do módulo de armazenamento e fator de perda foram extraídos dos gráficos da Figura 35 e incorporados ao modelo do material viscoelástico em forma de tabela.

Em Tillema (2003), o sistema é pendurado em uma suspensão leve, a qual caracteriza uma condição livre-livre. Através de um martelo de impacto, uma força foi aplicada ao anel de aço externo na direção axial e um acelerômetro posicionado no mesmo anel, porém na face oposta ao impacto, foi utilizado para obtenção das amplitudes de vibração do sistema.

Para o modelo em elementos finitos deste estudo, ilustrado na Figura 37, escolheu-se fixar apenas um nó do absorvedor, este situado na mesma face de aplicação da força de excitação e coincidente ao furo. Tal abordagem foi necessária, uma vez que o software ANSYSTM necessita que pelo menos um nó esteja fixo no espaço.

Figura 37 – Representação do procedimento para replicar a situação real de teste.

Uma força de 1 N constante foi aplicada na faixa de frequências entre 0 e 6000 Hz, a cada 100 Hz, e os resultados são apresentados na Figura 38 em comparação aos resultados experimentais obtidos por Tillema (2003).

Figura 38 – Resposta do modelo em comparação aos dados da literatura.

Observa-se, pelo gráfico da Figura 38, que o modelo em elementos finitos desenvolvido neste trabalho se assemelha ao modelo da literatura na faixa entre 0 e 600 Hz, nos quais o erro oscila entre $\pm 3\%$. Uma vez que as frequências a serem determinadas neste trabalho estão abaixo de 100 Hz, pode-se considerar que o modelo desenvolvido é condizente com a literatura e pode ser utilizado para as próximas etapas.

Uma vez que, ao ser acoplado ao sistema rotativo, o absorvedor dinâmico será excitado através dos movimentos da extremidade livre do eixo, procurou-se replicar tal fenômeno sobre o modelo do absorvedor, isoladamente, com o objetivo de se analisar a resposta do mesmo às excitações nas direções radial e axial.

No entanto, ao invés de serem aplicados deslocamentos no anel interno do absorvedor, decidiu-se por fixar os nós do anel interno, que fazem a interface com o eixo do sistema rotativo, e aplicar-se forças sobre o anel externo nas direções radial e axial, separadamente. Desta forma, as forças de excitação foram aplicadas, em análises separadas, com intensidade constante de 1 N, e as respostas foram obtidas a partir do ponto localizado no extremo oposto ao da aplicação. A faixa de frequências de excitação foi de 0 a 6000 Hz, mantendo-se o intervalo de análise realizado no trabalho de Tillema (2003). A Figura 39 ilustra a estratégia adotada e o perfil das excitações aplicadas.

Figura 39 – Ponto de aplicação e espectro em frequência das forças de excitação.

A Figura 40 apresenta a resposta do modelo na configuração do trabalho de Tillema (2003) à excitação na direção horizontal (F_z), na qual observa-se a presença de duas frequências naturais cujos modos de vibrar correspondentes são ilustrados em conjunto.

(a) Amplitude

NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =23
FREQ=646
REAL ONLY
USUM (AVG)
RSTYS=0
DMX =.122E-07
SMX =.122E-07

(b) Fase

NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =19
FREQ=4638
REAL ONLY
USUM (AVG)
RSTYS=0
DMX =.803E-08
SMX =.803E-08

(c) Primeiro modo de vibrar - $\omega_1 = 646$ Hz(d) Segundo modo de vibrar - $\omega_2 = 4638$ Hz

Figura 40 – Resposta à excitação F_z na direção horizontal do absorvedor de Tillema(2003).

Em ambos os modos, observa-se que o anel externo rotaciona sobre a camada viscoelástica de forma que tais modos podem ser considerados modos de flexão do absorvedor ou de corpo rígido do anel externo. Nota-se também que as frequências naturais do absorvedor dinâmico do trabalho de Tillema são muito elevadas com relação às frequências propostas neste trabalho, sendo que a primeira frequência natural ocorre na frequência de 646 Hz.

A Figura 41 corresponde à resposta do modelo na configuração do trabalho de Tillema (2003) à excitação na direção vertical (F_y), onde nota-se a presença de apenas uma frequência natural dentro da faixa de frequências analisadas, cujo modo de vibrar pode ser observado em conjunto.

Figura 41 - Resposta à excitação F_y na direção vertical do absorvedor de Tillema(2003).

Pela análise das Figura 41, conclui-se que, para a excitação na direção vertical, o modo de vibrar do absorvedor é de translação, uma vez que o anel externo praticamente não oscila e apenas desloca-se na direção de aplicação da força. Em consequência disto, observa-se que o anel viscoelástico é deformado e, por conta da compressão sofrida pelo anel externo, expande lateralmente. Analogamente, a frequência de excitação deste modo é também elevada, ocorrendo na frequência de 4520 Hz.

Uma vez que no modelo com as configurações adotadas no trabalho de Tillema (2003) as frequências naturais se encontram muito além dos requisitos determinados no capítulo 3, decidiu-se buscar um modelo intermediário, cujas frequências naturais estivessem mais próximas das pretendidas.

4.1 Análise de Sensibilidade

Após validado o modelo em elementos finitos do absorvedor dinâmico, baseado no trabalho de Tillema (2003), iniciou-se o processo de otimização da geometria do absorvedor para que suas frequências de ressonância fossem aproximadas às velocidades críticas apontadas no capítulo 3.

Figura 42 – Parâmetros geométricos do absorvedor (adaptado de Tillema, 2003).

Como pode ser observado na Figura 42, os parâmetros geométricos considerados no processo de otimização foram:

- Raio externo do anel interno: R_i
- Espessura da camada do material viscoelástico: t_{visc}
- Espessura do anel externo: t_e
- Largura do absorvedor: l_1

Para análise do comportamento do modelo do absorvedor foi utilizado o procedimento ilustrado na Figura 39, partindo-se da faixa inicial de frequências de excitação de 0 a 6000 Hz, a qual foi ajustada conforme a evolução do processo de otimização.

Desta forma, foram feitas alterações na geometria do absorvedor, chegando-se à configuração preliminar ilustrada na Figura 43, cujas dimensões são apresentadas na Tabela 5, na qual as frequências correspondentes de primeiro e segundo modo são $\omega_1 = 20Hz$ e $\omega_2 = 96Hz$, respectivamente. Observa-se que as frequências naturais desta configuração ainda não são as desejadas, porém estão bastante próximas em relação à configuração original (Figura 36).

Figura 43 – Primeira otimização.

Tabela 5 – Valores iniciais dos parâmetros utilizados para os estudos de influências.

R_i (mm)	t_{visc} (mm)	t_e (mm)	l_1 (mm)
15	25	50	20

Desta forma, decidiu-se avaliar a influência de cada parâmetro do absorvedor sobre as frequências naturais do mesmo, conforme apresentado nas Figuras 44 e 45, sendo que em cada análise partiu-se das dimensões apresentadas na Tabela 5 e apenas um parâmetro foi variado enquanto os outros foram mantidos constantes.

Figura 44 – Influência dos parâmetros geométricos sobre as frequências naturais do absorvedor: (a) Raio Externo do Anel Interno, (b) Espessura da camada viscoelástica.

Figura 45 – Influência dos parâmetros geométricos sobre as frequências naturais do absorvedor: (a) Espessura anel externo, (b) Largura do absorvedor.

Pela análise dos gráficos apresentados nas Figuras 44 e 45, nota-se que o aumento das espessuras da camada viscoelástica e do anel externo ocasionam a queda das frequências naturais do sistema. Tal fenômeno pode ser justificado pelo fato que o aumento da espessura da camada viscoelástica reduz a rigidez da mesma e o aumento da espessura do anel externo aumenta sua massa. Assim, tais efeitos influenciam diretamente as frequências de ressonância, uma vez que $\omega_n = \sqrt{K/m}$, onde K corresponde à rigidez do sistema e m à massa do mesmo.

Em contrapartida, observa-se que o aumento da largura do absorvedor tende a aumentar as frequências naturais do absorvedor, da mesma forma que o aumento do raio do anel interno. Nota-se também que a variação da largura do conjunto atua com mesma intensidade sobre ambas as frequências naturais. Comparando-se este comportamento com os observados nos outros estudos, conclui-se que o ajuste fino do modelo pode ser feito através deste parâmetro, pois observa-se que todos os outros parâmetros exercem maior influência sobre a segunda frequência natural.

Além dos parâmetros acima, foi também analisado o comportamento das frequências naturais do sistema devido à variação da largura apenas do anel de aço externo, dada pela adição lateral denominada l_2 , mantendo-se as larguras do anel interno e do elemento viscoelástico inalteradas, representadas por l_1 , conforme mostrado na Figura 46.

Figura 46 – Influência da largura do anel externo sobre as frequências naturais do absorvedor.

Pelo resultado mostrado na Figura 46, nota-se que a largura do anel externo exerce grande influência sobre a segunda frequência natural do absorvedor. Tal fenômeno pode também ser atribuído ao aumento da massa do anel que, como abordado anteriormente, resulta na queda da frequência natural.

Apesar das Figuras 44, 45 e 46 possuírem informações interessantes com relação ao comportamento do absorvedor, as mesmas são insuficientes para definir-se um processo de otimização consistente, pois o próprio princípio utilizado para a construção das mesmas corresponde a uma pequena fatia do conjunto de configurações as quais o absorvedor pode ser modelado. Neste sentido, cada modificação de um parâmetro geométrico constitui uma nova configuração do absorvedor, sobre a qual novas curvas de influência podem ser traçadas.

Desta forma, decidiu-se analisar o comportamento das frequências naturais do absorvedor dinâmico através de uma análise de influência conjunta dos parâmetros geométricos. Para isto, os 5 parâmetros destacados foram agrupados 3 a 3 e foram extraídas as frequências naturais do absorvedor dinâmico para os valores mínimos e máximos de cada tríade. Assim, para cada grupo, 8 valores de frequências naturais foram calculados, representando os vértices de um paralelepípedo cujas arestas são formadas pelos valores mínimo e máximo de cada parâmetro geométrico que compõe a tríade.

Posteriormente, utilizou-se um algoritmo desenvolvido no software *MATLAB*TM para realizar uma interpolação linear entre os dados inseridos, no qual cada parâmetro da tríade foi variado em passos de 0.5 e os valores correspondentes das frequências ω_1 e ω_2 foram calculados. Por fim, foram aplicados filtros sobre os resultados com o objetivo de identificarem-se as combinações de valores de parâmetros geométricos cujas frequências

naturais aproximam-se das frequências ω_{ab1} e ω_{ab2} , definidas nas Equações (52) e (53). Para tal aproximação foi definida uma variação de ± 0.5 Hz.

As Figuras 47 a 52 apresentam as possíveis combinações nas quais é possível obterem-se as frequências naturais ω_{ab1} e ω_{ab2} . O objetivo é que seja possível intersectar os planos correspondentes à ambas as frequências, desta forma determinando-se um conjunto de soluções que satisfazem os requisitos deste trabalho.

Figura 47 – Interpolação R_i , t_{visc} e t_e .

Figura 48 – Interpolação R_i , t_{visc} e l_1 .

Figura 49 – Interpolação R_i , t_{visc} e l_2 .

Figura 50 – Interpolação t_{visc} , t_e e l_1 .

Figura 51 – Interpolação t_{visc} , t_e e l_2 .

Figura 52 – Interpolação l_1 , t_e e l_2 .

Inicialmente, em nenhuma das combinações entre os parâmetros geométricos foi possível a intersecção dos planos referente às frequências naturais do absorvedor. Por outro lado, analisando-se a Figura 48 é possível deduzir uma tendência a um conjunto de soluções resultante do aumento do valor da largura do absorvedor (l_1).

O mesmo pode ser observado, conforme a Figura 49, através do aumento do raio do anel interno (R_i) e/ou da redução da espessura da camada viscoelástica (t_{visc}). A Figura 50 ilustra esta tendência através do aumento da largura do absorvedor (l_1), a qual deve ocorrer em valores muito elevados do mesmo.

Particularmente, na Figura 51, nenhuma das combinações dos parâmetros geométricos t_{visc} , t_e e l_2 resultam em frequências $\omega_1 \cong \omega_{ab1} = 28,45 \text{ Hz}$. Tal fenômeno ocorre pelo fato que nos pontos correspondentes aos vértices do paralelepípedo, onde são calculadas as frequências naturais para os valores dos extremos dos parâmetros, as frequências relacionadas ao primeiro modo estão todas abaixo de 20 Hz.

Desta forma, conclui-se que é possível determinar um modelo do absorvedor dinâmico rotativo, cujas frequências naturais sejam equivalentes às velocidades críticas do sistema rotativo.

Para isto, decidiu-se investigar mais profundamente a tríade composta pelos parâmetros R_i , t_{visc} e l_1 , ilustrada na Figura 48, alterando-se o parâmetro l_1 , conforme discutido acima, cujo resultado é apresentado na Figura 53, na qual identifica-se a ocorrência da intersecção entre os planos correspondentes às frequências ω_{ab1} e ω_{ab2} , resultando em um conjunto de possíveis configurações para o absorvedor dinâmico.

Figura 53 - Interpolação t_{visc} , t_e e l_1 .

O conjunto de possíveis configurações para o absorvedor dinâmico é apresentado na Tabela 6 juntamente com os valores de ω_1 e ω_2 para cada configuração, os quais foram extraídos considerando-se uma variação de ± 0.06 Hz.

Tabela 6 – Possíveis configurações do absorvedor dinâmico

t_{visc} (mm)	t_e (mm)	l_1 (mm)	ω_1 (Hz)	ω_2 (Hz)
49,50	76,00	139,00	28,434	66,449
51,00	72,00	136,00	28,451	66,478
51,50	70,50	135,00	28,479	66,546
53,50	64,50	131,50	28,393	66,511
54,00	63,00	131,50	28,475	66,505
55,00	59,50	130,00	28,446	66,555
55,50	58,00	130,00	28,438	66,442
56,00	56,00	129,50	28,484	66,550
56,50	54,00	128,50	28,395	66,558
57,00	52,50	129,50	28,488	66,441

Como pode ser observado pelos resultados apresentados na Tabela 6, em todos os casos, apesar dos valores de ω_1 e ω_2 não condizerem com os valores esperados de ω_{ab1} e ω_{ab2} , os mesmos estão próximos e podem ser utilizados como ponto de partida para o ajuste fino do modelo do absorvedor dinâmico.

No entanto, analisando as características das configurações propostas, observa-se que o modelo proposto se prova inadequado para a aplicação, uma vez que a dimensão final do mesmo resulta em um absorvedor com elevado volume, cuja massa pode ser considerada suficientemente alta para alterar o comportamento dinâmico do sistema original (rotor) e, conseqüentemente, suas velocidades críticas. Assim, não foi possível encontrar uma solução construtiva para o absorvedor que atendesse todas as frequências críticas de interesse do sistema.

Por outro lado, observando-se os gráficos de influência dos parâmetros geométricos sobre as frequências naturais do absorvedor, apresentados nas Figuras 44 e 45, nota-se que, para determinadas configurações, quando $\omega_1 \cong 28,45 \text{ Hz}$, $\omega_2 > 100 \text{ Hz}$. Tal comportamento pode ser observado diretamente pelas curvas de influência relativas ao raio do anel interno (R_i) e à largura do absorvedor (l_1), ou pela extrapolação das curvas da espessura da camada viscoelástica (t_{visc}) e espessura do anel externo (t_e).

Além disso, observa-se que, se em determinada configuração $\omega_1 \cong 66,5 \text{ Hz}$, então $\omega_2 \gg 100 \text{ Hz}$. Tal afirmação é possível através da observação das frequências naturais do modelo inicial e da extrapolação das curvas de influência.

Admitindo-se que a velocidade máxima de rotação do sistema rotativo é de 100 Hz, por limitações da bancada de testes, torna-se possível uma abordagem alternativa, a qual visa o acoplamento de dois absorvedores dinâmicos, cada qual projetado e otimizado para uma determinada velocidade crítica do sistema rotativo, conforme apresentado na Figura 54.

Figura 54 – Configuração duplo absorvedor.

Desta forma, uma vez que, dentro da faixa de 0 a 100 Hz, ambos os absorvedores são excitados apenas na frequência relativa ao primeiro modo de vibrar de cada um, cada

qual pode ser associado a um sistema simples de 1 grau de liberdade cuja atuação sobre o sistema rotativo dá-se de forma independente.

4.2 Definição da Geometria dos Absorvedores

Uma vez definida a abordagem utilizando-se 2 absorvedores dinâmicos rotativos, sendo o primeiro responsável por atenuar as vibrações do primeiro modo e o segundo por atenuar as vibrações do segundo modo, uma nova estratégia de otimização foi estabelecida na qual somente os parâmetros t_{visc} e t_e seriam alterados afim de se obter a melhor configuração para cada região.

Desta forma, retornou-se ao modelo inicial cujos parâmetros são apresentados na Tabela 5 e, extrapolando-se os gráficos (b) da Figura 44 e (a) da Figura 45 referentes aos parâmetros t_{visc} e t_e , adotou-se uma nova estratégia de otimização na qual 16 pares de configurações (t_{visc}, t_e) foram utilizados para se definirem 16 pares de frequências naturais (ω_1, ω_2) , os quais serviram de base para que um algoritmo de interpolação, elaborado no software comercial *MATLAB*TM, determinasse as melhores combinações de (t_{visc}, t_e) correspondentes aos absorvedores propostos. As 16 configurações (t_{visc}, t_e) foram divididas igualmente nos intervalos $6 < t_{visc} < 30$ e $10,5 < t_e < 87$ formando assim uma grade. A Figura 55 apresenta os conjuntos de soluções encontradas através do método de otimização.

Figura 55 – Conjuntos de configurações (t_{visc}, t_e) otimizadas para $(\omega_{ab1}, \omega_{ab2})$.

Posteriormente, para cada região, foi escolhido o par (t_{visc}, t_e) cuja primeira frequência natural mais se aproximasse das frequências ω_{ab1} ou ω_{ab2} e que resultasse no menor diâmetro externo do absorvedor. Aos modelos de absorvedor dinâmico resultantes foi aplicado o mesmo procedimento ilustrado na Figura 39, cujas respostas, apesar de não replicarem os dados apresentados pela otimização com exatidão, aproximaram-se dos mesmos dentro de limites aceitáveis. Tal ocorrência pode ser atribuída à quantidade de pares (t_{visc}, t_e) utilizados como base para a otimização, bem como ao método em si, o qual foi baseado na interpolação linear dos dados iniciais para definição dos conjuntos de pares intermediários.

Assim, um ajuste fino foi realizado, sobre o parâmetro t_e , a fim de se adequarem os modelos dos absorvedores dinâmicos aos requisitos do projeto. As Figuras 56 a 58 e a Tabela 7 apresentam, respectivamente, o modelo final do absorvedor otimizado para ω_{ab1} , as curvas de respostas à excitação nos eixos Z e Y e as dimensões de cada parâmetro do modelo.

Figura 56 – Absorvedor otimizado para $\omega_{ab1} = 28,45\text{Hz}$.

Tabela 7 – Parâmetros do absorvedor otimizado para ω_{ab1}

R_i (mm)	t_{visc} (mm)	t_e (mm)	l_1 (mm)
15	30	30,7	20

Figura 57 – Resposta à excitação F_z na direção horizontal.

Figura 58 – Resposta à excitação F_y na direção vertical.

Analogamente, as Figuras 59 a 61 e a Tabela 8 apresentam o modelo final do absorvedor otimizado para ω_{ab2} , suas respectivas curvas de respostas à excitação nos eixos Z e Y e as dimensões de cada parâmetro do modelo.

Figura 59 – Absorvedor otimizado para $\omega_{ab2} = 66,5\text{Hz}$.

Tabela 8 – Parâmetros do absorvedor otimizado para ω_{ab2}

R_i (mm)	t_{visc} (mm)	t_e (mm)	l_1 (mm)
15	6	41,5	20

Figura 60 – Resposta à excitação F_z na direção horizontal.

Figura 61 – Resposta à excitação F_y na direção vertical.

5 Acoplamento dos Absorvedores Dinâmicos ao Sistema Rotativo

5.1 Otimização dos Modelos dos Absorvedores Dinâmicos Rotativos

Uma vez definidos os modelos dos absorvedores dinâmicos rotativos, foi realizada a inserção de tais componentes no modelo em elementos finitos da bancada de testes, apresentada no capítulo 3, acoplando-se os mesmos na extremidade livre do rotor (nó #1), conforme indicado na Figura 26.

Inicialmente, cada configuração foi inserida individualmente ao modelo do sistema rotativo, a fim de se avaliar a atuação de cada absorvedor sobre o sistema global. Para tal, utilizou-se o elemento de contato MPC184, o qual foi configurado como uma barra rígida, conectando o nó do elemento de viga BEAM188 (eixo) aos nós dos elementos SOLID185 (anel interno absorvedor), conforme demonstrado na Figura 62. A escolha do elemento MPC184 se deu pelo fato que este elemento, uma vez configurado como barra rígida, tem a propriedade de transmitir todos os efeitos de um nó ao outro, garantindo que os efeitos de translação e rotação sejam passados do rotor ao absorvedor.

Figura 62 – Acoplamento Rotor – Absorvedor utilizando elemento MPC184.

A influência de cada absorvedor foi avaliada através da análise da resposta do sistema ao desbalanceamento no disco 1, tal como descrito no capítulo 3. A Figura 63 apresenta o modelo matemático do sistema rotativo com o absorvedor otimizado para ω_{ab1} , enquanto a

Figura 64 compara a resposta do sistema ao desbalanço no disco 1, nas direções Y e Z, para o sistema sem e com o absorvedor dinâmico acoplado.

Figura 63 – Modelo em elementos finitos do sistema rotativo com absorvedor otimizado para ω_{ab1} .

(a) Resposta ao desbalanço no disco 1 na direção Y

(b) Resposta ao desbalanço no disco 1 na direção Z

Figura 64 – Comparação entre as respostas ao desbalanço para sistema rotativo sem e com absorvedor dinâmico otimizado para ω_{ab1} .

Observa-se que a configuração encontrada do absorvedor age sobre os picos do primeiro modo de vibrar, deslocando-os para frequências mais baixas e causando redução das amplitudes de vibração na direção Y de 85,2% com relação a ω_{cri1} e 61,7% com relação a ω_{cri2} , enquanto que na direção Z a redução observada é de 76,7% com relação a ω_{cri1} e 63,6% com relação a ω_{cri2} . Nota-se também que os picos da segunda região, relativos ao segundo modo de vibrar do sistema, praticamente não são afetados pela atuação do absorvedor. Apesar da redução das amplitudes dos picos relacionados ao primeiro modo de vibrar, percebe-se que a atuação do absorvedor encontra-se sobre o intervalo entre 43Hz e 46Hz, pontos correspondentes às antirressonâncias nas direções Y e Z, respectivamente.

Supõe-se que tal comportamento é devido ao fato que, quando acoplado ao sistema rotativo, o absorvedor dinâmico é excitado por forças advindas da rotação do rotor, as quais não foram consideradas durante o processo de otimização do mesmo, tais como as forças resultantes do efeito giroscópico sobre o mesmo.

Analizando-se a resposta ao desbalanço do sistema rotativo com o absorvedor otimizado para ω_{ab2} , cujo modelo matemático é representado na Figura 65, observa-se que o efeito do absorvedor dinâmico ocorre em uma faixa de frequências abaixo da faixa de frequências associadas ao segundo modo de vibrar, conforme ilustrado na Figura 66, não exercendo influência sobre os respectivos picos. Nota-se também que há uma redução dos picos do primeiro modo de vibrar, sendo que na direção Y há uma redução de 81,9% com relação a ω_{cri1} e 36,3% com relação a ω_{cri2} , enquanto que na direção Z há uma redução de 71,9% com relação a ω_{cri1} e 39,2% com relação a ω_{cri2} .

Figura 65 – Modelo em elementos finitos do sistema rotativo com absorvedor otimizado para ω_{ab1} .

(b) Resposta ao desbalanceamento no disco 1 na direção Y

(c) Resposta ao desbalanceamento no disco 1 na direção Z

Figura 66 – Comparação entre as respostas ao desbalanceamento para sistema rotativo sem e com absorvedor dinâmico otimizado para ω_{ab2} .

Consequentemente, foi necessário um novo ajuste dos modelos dos absorvedores dinâmicos a fim de se adequarem os mesmos às respectivas regiões de atuação. Para tal, optou-se por realizarem-se as otimizações dos absorvedores através da análise da atuação dos mesmos sobre a resposta do sistema ao desbalanceamento, uma vez que, desta maneira, os absorvedores seriam expostos a todas as excitações provenientes do sistema, tornando assim o processo de otimização mais assertivo.

Para o absorvedor dinâmico rotativo responsável pela atenuação da primeira região, correspondente ao primeiro modo de vibrar, viu-se a possibilidade de se alterarem ambos os parâmetros t_{visc} e t_e . Primeiramente, alterou-se o parâmetro t_{visc} a fim de se deslocar a região de atuação do absorvedor para frequências mais próximas às frequências do primeiro modo de vibrar. Uma vez definido o parâmetro $t_{visc} = 50\text{mm}$, foram realizadas várias análises com diferentes dimensões de t_e a fim de se buscar a melhor configuração para o absorvedor.

A Figura 67 apresenta as várias respostas do sistema ao desbalanço nas direções Y e Z, para cada valor de t_e , em comparação com a resposta do sistema sem a adição do absorvedor dinâmico.

(a) Resposta ao desbalanço no disco 1 na direção Y

(b) Resposta ao desbalanço no disco 1 na direção Z

Figura 67 – Análise comparativa do parâmetro t_e sobre a resposta ao desbalanço do sistema rotativo com absorvedor para o primeiro modo.

Observa-se, para ambas as direções, que ambos os picos são deslocados, sendo que o primeiro pico é deslocado para frequências cada vez menores que ω_{cr1} , conforme aumenta-se t_e , enquanto que o segundo pico aproxima-se mais da frequência ω_{cr2} .

A Tabela 9 apresenta as respectivas atenuações das amplitudes de vibração referentes a cada configuração do absorvedor, nas quais vê-se que a atenuação da amplitude de vibração do segundo pico é maior que a atenuação de amplitude do primeiro pico, podendo-se inicialmente concluir que, dentro desta faixa de configurações do absorvedor, o mesmo está melhor otimizado para ω_{cr2} . Tal conclusão é consequência de uma análise separada das amplitudes de vibração de cada frequência crítica.

Tabela 9 – Análise da influência do parâmetro t_e sobre a eficiência do absorvedor dinâmico otimizado para ω_{ab1} .

	$\omega_{cr1} = 26,1Hz$				$\omega_{cr2} = 30,84Hz$			
	Uy	Red.	Uz	Red.	Uy	Red.	Uz	Red.
Sem absorvedor	1,35e-4	-	1,08e-4	-	1,20e-3	-	1,30e-3	-
$t_e = 45mm$	4,63e-5	65,7%	4,78e-5	55,8%	2,10e-5	98,3%	3,03e-5	97,7%
$t_e = 50mm$	3,22e-5	76,2%	3,36e-5	68,9%	2,57e-5	97,9%	3,75e-5	97,1%
$t_e = 55mm$	2,33e-5	82,7%	2,48e-5	77,1%	3,08e-5	97,4%	4,47e-5	96,6%
$t_e = 60mm$	1,75e-5	87,1%	1,88e-5	82,6%	3,60e-5	97,0%	5,16e-5	96,0%
$t_e = 70mm$	1,10e-5	91,9%	1,24e-5	88,5%	4,61e-5	96,2%	6,48e-5	95,0%
$t_e = 80mm$	8,24e-6	93,9%	9,87e-6	90,9%	5,55e-5	95,4%	7,64e-5	94,1%

No entanto, em uma análise cruzada, observa-se que, por mais que se atenua a amplitude de vibração do primeiro pico, conforme aumenta-se a espessura do anel externo, consequentemente aumenta-se a amplitude de vibração do segundo pico fazendo com que a mesma ultrapasse a amplitude do primeiro pico atenuado. Tal comportamento ocorre na transição do intervalo $50mm < t_e < 55mm$, conforme destacado na Tabela 9.

Uma vez que se visa atenuar as vibrações do primeiro pico, é importante que as amplitudes de vibrações das frequências críticas subsequentes possam ser também atenuadas a patamares iguais ou o mais próximo possível, a fim de se obter um sistema com maior controle das vibrações na maior faixa de operação.

Desta forma, a melhor configuração do absorvedor dinâmico não deve ser a que resultar nas maiores atenuações absolutas para cada frequência crítica separadamente, mas sim a que puder manter as vibrações do sistema global dentro da menor faixa de vibrações para a maioria das velocidades críticas do mesmo.

Sendo assim, pela análise da Tabela 9, observa-se que a melhor configuração do absorvedor dinâmico estará no intervalo $50mm < t_e < 55mm$, conforme destacado.

Após novo estudo, definiu-se que o valor ótimo da espessura do anel externo seria 52mm, como pode ser observado na Tabela 10, o qual resulta em amplitudes muito próximas dos picos de vibração, na direção Y, para as frequências ω_{cr1} e ω_{cr2} .

Tabela 10 – Análise da influência do parâmetro t_e sobre a eficiência do absorvedor dinâmico otimizado para ω_{ab1}

	$\omega_{cr1} = 26,1Hz$				$\omega_{cr2} = 30,84Hz$			
	Uy	Red.	Uz	Red.	Uy	Red.	Uz	Red.
Sem absorvedor	1,35e-4	-	1,08e-4	-	1,20e-3	-	1,30e-3	-
$t_e = 50mm$	3,22e-5	76,2%	3,36e-5	68,9%	2,57e-5	97,9%	3,75e-5	97,1%
$t_e = 51mm$	3,01e-5	77,7%	3,15e-5	70,8%	2,67e-5	97,8%	3,89e-5	97,0%
$t_e = 52mm$	2,82e-5	79,2%	2,96e-5	72,6%	2,77e-5	97,7%	4,03e-5	96,9%
$t_e = 53mm$	2,64e-5	80,5%	2,78e-5	74,2%	2,87e-5	97,6%	4,18e-5	96,8%
$t_e = 54mm$	2,48e-5	81,7%	2,62e-5	75,7%	2,98e-5	97,5%	4,32e-5	96,7%
$t_e = 55mm$	2,33e-5	82,7%	2,48e-5	77,1%	3,08e-5	97,4%	4,47e-5	96,6%

Uma vez definida a dimensão final do absorvedor dinâmico otimizado para atuar sobre as frequências do primeiro modo, foram traçadas as respostas do sistema ao desbalanceamento, comparando-se as amplitudes de vibração do mesmo com e sem o uso do absorvedor, conforme ilustrado na Figura 68.

(a) Resposta ao desbalanceamento no disco 1 na direção Y

(b) Resposta ao desbalanceamento no disco 1 na direção Z

Figura 68 – Comparação entre as respostas ao desbalanceamento para sistema rotativo sem e com absorvedor dinâmico após 2ª otimização para ω_{ab1} .

Para o absorvedor dinâmico rotativo responsável pela atenuação da segunda região, correspondente ao segundo modo de vibrar do sistema, foi necessário alterar somente o

parâmetro t_e . Da mesma forma que para o caso anterior, realizou-se um estudo com diferentes dimensões de t_e a fim de se buscar a melhor configuração para o absorvedor.

A Figura 69 apresenta as várias respostas do sistema ao desbalanço nas direções Y e Z, para cada valor de t_e , em comparação com a resposta do sistema sem a adição do absorvedor dinâmico.

(a) Resposta ao desbalanço no disco 1 na direção Y

(b) Resposta ao desbalanço no disco 1 na direção Z

Figura 69 – Análise comparativa do parâmetro t_e sobre a resposta ao desbalanço do sistema rotativo com absorvedor para o segundo modo de flexão.

Ao contrário da primeira região, correspondente ao primeiro modo do sistema, na qual se observa que as vibrações nas direções Y e Z são acopladas e com magnitudes muito

próximas, conforme ilustrado na Figura 32, na segunda região, correspondente ao segundo modo, as vibrações na direção Y e Z são desacopladas, sendo que na frequência crítica ω_{cr3} predominam as vibrações na direção Y, enquanto que na frequência crítica ω_{cr4} as amplitudes de vibração são muito maiores na direção Z, conforme demonstra a Figura 33.

Da mesma forma, pela análise da Figura 69, observa-se que quando o absorvedor dinâmico é eficiente em atuar sobre a frequência $\omega_{cr4} = 68,7\text{Hz}$ (direção Z), praticamente não exerce influência sobre as vibrações na direção Y ($t_e = 30,5\text{mm}$). Analogamente, se o absorvedor é otimizado para atuar sobre a frequência $\omega_{cr3} = 64,45\text{Hz}$, atenuando eficientemente as vibrações na direção Y, tem-se baixa influência sobre a amplitude das vibrações na direção Z ($t_e = 33,7\text{mm}$).

Sendo assim, a otimização do absorvedor dinâmico para a segunda região deu-se através da análise somente das vibrações na direção Y para a frequência crítica ω_{cr3} , tal como somente para as vibrações na direção Z para a frequência crítica ω_{cr4} , como apresentado na Tabela 11.

Tabela 11 – Análise da influência do parâmetro t_e sobre a eficiência do absorvedor dinâmico otimizado para ω_{ab2} .

	$\omega_{cr3} = 64,45\text{Hz}$		$\omega_{cr4} = 68,7\text{Hz}$	
	Uy	Red.	Uz	Red.
Sem absorvedor	2,75e-4	-	5,08e-4	-
$t_e = 30,5\text{mm}$	2,56e-4	6,9%	1,83e-4	63,9%
$t_e = 31\text{mm}$	2,53e-4	7,9%	1,94e-4	61,9%
$t_e = 31,5\text{mm}$	2,51e-4	8,6%	2,12e-4	58,4%
$t_e = 32\text{mm}$	2,46e-4	10,4%	2,30e-4	54,8%
$t_e = 32,5\text{mm}$	2,35e-4	14,6%	2,47e-4	51,4%
$t_e = 33\text{mm}$	2,20e-4	19,8%	2,63e-4	48,2%
$t_e = 33,5\text{mm}$	1,95e-4	29,0%	2,79e-4	45,1%
$t_e = 33,7\text{mm}$	1,84e-4	32,9%	2,83e-4	44,4%

Como abordado anteriormente, definiu-se que a melhor configuração para o absorvedor dinâmico da segunda região seria aquela que atenuasse ambos os picos de vibração, correspondentes a ω_{cr3} e ω_{cr4} , a valores os mais próximos possíveis, mantendo-se assim o sistema global com o mesmo padrão de vibrações em uma faixa maior de operação.

Conclui-se assim que o melhor valor para a espessura do anel externo estaria no intervalo $32\text{mm} < t_e < 32,5\text{mm}$, como demonstrado na Tabela 11. Após análises subsequentes, encontrou-se a configuração otimizada do absorvedor, com $t_e = 32,3\text{mm}$, na

qual obteve-se 12,6% de redução da amplitude na direção Y e 52,7% de redução na direção Z, e cuja influência sobre o sistema global pode ser observada pela Figura 70.

(a) Resposta ao desbalanceamento no disco 1 na direção Y

(b) Resposta ao desbalanceamento no disco 1 na direção Z

Figura 70 – Comparação entre as respostas ao desbalanceamento para sistema rotativo sem e com absorvedor dinâmico após 2ª otimização para ω_{ab2} .

5.2 Sensibilidade à Posição de Montagem

Após definidos os modelos finais dos absorvedores dinâmicos, o objetivo seguinte foi observar se é possível que ambos atuem conjuntamente sobre o sistema rotativo, tal como proposto. Para isso, um dos absorvedores deveria ser posicionado no nó seguinte ao nó extremo da extremidade livre do rotor, uma vez que o mesmo já estaria sendo utilizado por um dos absorvedores dinâmicos.

Assim, primeiramente analisou-se a influência da posição de fixação do absorvedor no rotor sobre a atuação do mesmo na atenuação das amplitudes de vibração do sistema. Para isso foi escolhido o absorvedor dinâmico otimizado para a segunda região (segundo

modo), o qual foi fixo em diferentes posições da extremidade livre do rotor, distantes 45mm entre si, e calculou-se a resposta do sistema ao desbalanço.

A Figura 71 apresenta os resultados obtidos em cada iteração, nos quais é possível observar que a posição de fixação do absorvedor dinâmico afeta diretamente a atuação do mesmo sobre o sistema rotativo. Concluiu-se com isso que seria necessária uma nova otimização da configuração do absorvedor para que fosse possível avaliar a atuação conjunta sobre o sistema global.

Figura 71 – Resposta do sistema ao desbalanço para diferentes posições do absorvedor.

Para a otimização, foi escolhido o nó seguinte ao nó extremo (nó #2) e ajustou-se o parâmetro t_e a fim de se obter a mesma resposta do sistema ao desbalanceamento. A configuração final do absorvedor dinâmico otimizado para ω_{ab2} é dada na Tabela 12, enquanto que a resposta ao desbalanceamento do sistema com o absorvedor ajustado para o nó 2 é apresentada na Figura 72.

Tabela 12 – Parâmetros do absorvedor otimizado para ω_{ab2} fixo no nó #2

R_i (mm)	t_{visc} (mm)	t_e (mm)	l_1 (mm)
15	6	37,8	20

(a) Resposta ao desbalanceamento no disco 1 na direção Y

(b) Resposta ao desbalanceamento no disco 1 na direção Z

Figura 72 – Comparação entre as respostas ao desbalanceamento para sistema rotativo sem e com absorvedor dinâmico otimizado para ω_{ab2} e posicionado no nó 2.

5.3 Avaliação da Atuação Conjunta dos Absorvedores Dinâmicos Sobre o Sistema

Encontradas as configurações finais dos absorvedores dinâmicos rotativos de acordo com suas respectivas posições de fixação no sistema, avaliou-se a atuação conjunta dos mesmos sobre o sistema global.

A Figura 73 apresenta o modelo em elementos finitos do sistema completo, no qual o absorvedor dinâmico responsável por atenuar as vibrações do primeiro modo (ω_{ab1}) está posicionado no nó extremo do rotor (nó #1), enquanto que o absorvedor dinâmico responsável por atenuar as vibrações do segundo modo (ω_{ab2}) está fixo no nó seguinte (nó #2). A resposta ao desbalanço do sistema é dada na Figura 74.

Figura 73 – Modelo sistema rotativo com os absorvedores dinâmicos acoplados.

(a) Resposta ao desbalanceamento no disco 1 na direção Y

(b) Resposta ao desbalanceamento no disco 1 na direção Z

Figura 74 – Análise da resposta ao desbalanceamento do sistema rotativo com os absorvedores dinâmicos acoplados.

Pela análise da Figura 74 se observa que apenas as vibrações da primeira região, correspondentes ao primeiro modo, foram efetivamente atenuadas aos valores previstos para o sistema rotativo com apenas o absorvedor correspondente a esta região acoplado. Por outro lado, nota-se que as vibrações da segunda região, correspondentes ao segundo modo, não sofreram nenhuma influência do respectivo absorvedor dinâmico acoplado ao sistema. Tal comportamento leva à hipótese do absorvedor dinâmico da primeira região estar anulando a atuação do absorvedor dinâmico responsável por atenuar as amplitudes de vibração da segunda região.

Esta hipótese é fundamentada pelo fato que, quando os absorvedores dinâmicos são acoplados isoladamente, ambos atuam eficientemente sobre o sistema, tal como foram otimizados, conforme constatado na Figura 68, para o absorvedor referente à primeira região, e na Figura 70, para o absorvedor da segunda região localizado no nó extremo ou Figura 72, para o absorvedor da segunda região localizado no nó #2. No entanto, quando ambos são acoplados ao sistema, apenas a primeira região é afetada pela ação dos mesmos.

Em uma análise complementar trocou-se a posição dos absorvedores, ou seja, o absorvedor dinâmico responsável por atuar na primeira região foi fixo no segundo nó da extremidade livre do rotor, enquanto que o absorvedor responsável por atuar sobre a segunda região foi acoplado ao nó extremo do rotor. Ambos os absorvedores foram reconfigurados de acordo com suas posições, conforme discutido na seção 5.2, e aplicou-se a análise da resposta do sistema ao desbalanceamento no disco 1.

A Figura 75 apresenta o modelo em elementos finitos do sistema e a Figura 76 ilustra o comportamento do mesmo sem e com a ação dos absorvedores. Através dela é possível concluir que, independente da distribuição dos absorvedores dinâmicos, o absorvedor dinâmico responsável pela primeira região, ao mesmo tempo que atua sobre as amplitudes de vibração às quais foi configurado, anula a influência do absorvedor dinâmico responsável pela segunda região sobre o sistema.

Figura 75 - Modelo sistema rotativo com os absorvedores dinâmicos acoplados em montagem invertida.

(a) Resposta ao desbalanceamento no disco 1 na direção Y

(b) Resposta ao desbalanceamento no disco 1 na direção Z

Figura 76 – Comparação entre as respostas ao desbalanceamento para o sistema rotativo sem e com os absorvedores dinâmicos acoplados nas configurações direta e invertida.

Observa-se que a atenuação da amplitude de vibração da primeira velocidade crítica ocorre em frequências diferentes para cada tipo de montagem, enquanto que a atenuação da amplitude de vibração da segunda velocidade crítica ocorre na mesma frequência. Tal fato, no entanto, não impacta na performance de atenuação dos absorvedores, uma vez que ambas as montagens atuam similarmente sobre o sistema, conforme pode ser observado na Tabela 13.

Tabela 13 – Análise comparativa dos métodos de montagem dos absorvedores dinâmicos.

	$\omega_{cr1} = 26,1\text{Hz}$				$\omega_{cr2} = 30,84\text{Hz}$			
	Uy	Red.	Uz	Red.	Uy	Red.	Uz	Red.
Sem absorvedor	1,35e-4	-	1,08e-4	-	1,20e-3	-	1,30e-3	-
Montagem Direta	2,57e-5	81,0%	2,80e-5	74,1%	3,65e-5	97,0%	5,61e-5	95,7%
Montagem Invertida	2,79e-5	79,4%	2,99e-5	72,3%	2,34e-5	98,1%	3,39e-5	97,4%

6 Conclusões e Perspectivas Futuras

O presente estudo visou o desenvolvimento de um modelo em elementos finitos de um absorvedor dinâmico com elemento viscoelástico capaz de atuar sobre as velocidades críticas de um sistema rotativo, caracterizado por um rotor apoiado sobre dois mancais de rolamentos e ao qual dois discos foram acoplados. Para tanto, foram elaborados e validados modelos em elementos finitos, utilizando-se o software *ANSYSTM*, do sistema rotativo e do absorvedor dinâmico, sendo o absorvedor inicialmente replicado de um trabalho prévio realizado por Tillema (2003).

Análises de influência dos parâmetros do absorvedor dinâmico sobre seu comportamento foram realizadas e executou-se estratégias de otimização, através da atuação conjunta de tais parâmetros, a fim de se encontrar possíveis configurações do mesmo.

Com base nos resultados obtidos, concluiu-se que o uso de um único absorvedor dinâmico, com objetivo de atenuar as amplitudes de vibração de duas regiões críticas do sistema, era inviável devido à alta rigidez do material viscoelástico e à funcionalidade esperada do absorvedor. Viu-se que ambas as características contribuíram para as grandes dimensões finais do componente, as quais agregaram ao mesmo características de massa que afetariam o sistema rotativo, descaracterizando-o.

A adoção de uma nova estratégia, composta por dois absorvedores dinâmicos a serem acoplados ao sistema rotativo, os quais atuariam sobre as amplitudes de vibração de regiões distintas, possibilitou encontrar soluções mais enxutas, as quais atenderam aos requisitos do sistema sem modificar suas características dinâmicas.

As análises da resposta do sistema ao desbalanço em um dos discos, realizadas separadamente para cada absorvedor dinâmico desenvolvido, confirmaram a hipótese de ser possível atuar sobre uma faixa de frequências específica de forma efetiva, sem que houvessem alterações indesejadas no restante do intervalo de operação do sistema.

A atuação conjunta dos absorvedores dinâmicos sobre o sistema, na qual esperava-se que cada configuração atuasse, de forma independente, sobre a região a qual o mesmo havia sido desenvolvido, não ocorreu conforme o esperado, observando-se predominância apenas dos efeitos advindos do absorvedor dinâmico otimizado para atenuar as amplitudes de vibração da primeira região.

Desta forma, os resultados deste trabalho abrem possibilidades para estudos futuros em duas frentes, sendo a primeira delas a busca por um material viscoelástico que possua módulo de amortecimento, $E'(\omega)$, intermediário entre os materiais 3M ISD 112, utilizado no trabalho de Poiani (2012), e o material Vamac 5022, utilizado neste trabalho, o qual viu-se possuir elevada rigidez. Uma vez definido tal material, estima-se que seja possível o desenvolvimento de um único absorvedor dinâmico capaz de atenuar as amplitudes de vibração das regiões correspondentes aos dois modos de vibrar do sistema rotativo.

Em outra frente de trabalho, propõe-se uma análise mais profunda a respeito da atuação conjunta de absorvedores dinâmicos otimizados para diferentes faixas de operação, com o objetivo de se compreender a dinâmica existente entre os mesmos e a magnitude da influência que cada componente exerce sobre o sistema.

Uma vez compreendidos tais fenômenos abrem-se possibilidades para novas configurações de absorvedores dinâmicos a serem avaliadas quando há a necessidade de se atuar sobre mais de uma região de velocidades críticas de um sistema rotativo. Um exemplo pode ser observado na Figura 77, na qual o anel de material viscoelástico e o anel externo são fixos lateralmente sobre o anel interno. Nesta configuração proposta, considera-se que o anel interno possui elevada rigidez, podendo desta forma considerar-se que as vibrações de um conjunto não exercem influência sobre as vibrações do outro e ambos atuam independentemente sobre o sistema rotativo.

Figura 77 – Configuração absorvedor duplo.

7 Referências Bibliográficas

BARLAS, T.K.; VAN KUIK, G.A.M. Review of state of the art in smart rotor control research for wind turbines. *Progress in Aerospace Sciences*, v. 46, n. 1, p. 1-27, 2010.

BAVASTRI, Carlos Alberto, et al. Modeling of dynamic rotors with flexible bearings due to the use of viscoelastic materials. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 30, n.1, p. 22-29, 2008.

BAZ, A.; RO, J. Vibration control of rotating beams with active constrained layer damping. *Smart Materials and Structures*, v. 10, n. 1, p. 112-120, 2001.

CAZENOVE, J.A. *Modelagem numérico-computacional e avaliação experimental do autoaquecimento de materiais viscoelásticos*. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2010.

DARLOW, M.; ZORZI, E. *Mechanical design handbook for elastomers*. NASA, 1981.

EHRICH, F.F. *Handbook of rotordynamics*. Melbourne: Krieger Publishing Company, 1999.

GENTA, G. *Dynamics of rotating systems*. Springer, 2005.

JENSEN, C. *Numerical Simulation of Gyroscopic Effects in Ansys*. Dissertação (Mestrado) – Aalborg University, Esbjerg, 2011.

LIEBICH, R.; SCHOLZ, A.; WIESCHALLA, M. Rotors supported by elastomer-ring-dampers-experimental and numerical investigations. In: *International Conference on Vibrations in Rotating Machinery*, 10., 2012, London. Proceedings of 10th International Conference on Vibrations in Rotating Machinery. London: IMechE, 2013. p. 443-453.

MEAD, D. *Passive Vibration Control*. John Wiley & Sons, 1999.

MAINARDI, F.; SPADA, G. Creep, relaxation and viscosity properties for basic fractional models in rheology. *The European Physical Journal-Special Topics*, v. 193, n. 1, p. 133-160, 2011.

NASHIF, A. D.; JONES, D.; HENDERSON, J. *Vibration Damping*. John Wiley & Sons, 1985.

NELSON, H. D.; MCVAUGH, J. M. The dynamics of rotor-bearing systems using finite elements. *Journal of Engineering for Industry*, v.98, p. 593, 1976.

POIANI, L. B. *Modelagem e Otimização de Absorvedores Dinâmicos Rotativos com Elementos Viscoelásticos*. Relatório (Iniciação Científica) - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.

RAO, M.D. Recent applications of viscoelastic damping for noise control in automobiles and commercial airplanes. *Journal of Sound and Vibration*, v. 262, n.3, p. 457-474, 2003.

ROYLANCE, D. Engineering viscoelasticity. *Department of Materials Science and Engineering-Massachusetts Institute of Technology*, Cambridge MA, v.2139, p. 1-37, 2003

SWANSON, E.; POWELL, C.D.; WEISSMAN, S. A practical review of rotating machinery critical speeds and modes. *Sound and Vibration*, v. 39, n. 5, p. 16-17, 2005.

TILLEMA, H.G. *Noise reduction of rotating machinery by viscoelastic bearing supports*. PhD thesis, University of Twente, Enschede, The Netherlands, 2003.

YOUNG, S.; ZONGLI, L.; ALLAIRE, P.E. *Control of Surge in Centrifugal Compressors by Active Magnetic Bearing*. Springer, 2012.

ANEXO A – Nomograma de frequência reduzida do polímero ISD 112 da 3M