Luis Gustavo Sigward Ericsson

ESTUDO DA INFLUÊNCIA DA RIGIDEZ DO
QUADRO NA DIRIGIBILIDADE DE UM
VEÍCULO DE COMPETIÇÃO FÓRMULA SAE
EM AMBIENTE MULTICORPOS

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Álvaro Costa Neto

São Carlos
2008

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **LUIS GUSTAVO SIGWARD ERICSSON**

Dissertação defendida e julgada em 19/12/2008 perante a Comissão Julgadora:

Prof. Dr. **ALVARO COSTA NETO** (Orientador)
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Aprovado

Prof. Dr. **ANTONIO CARLOS CANALE**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Aprovado

Prof. Dr. **FREDERICO AUGUSTO ALEM BARBIERI**
(Centro Universitário da FEI)

Aprovado

Prof. Associado **JONAS DE CARVALHO**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Mecânica

Prof. Associado **GERALDO ROBERTO MARTINS DA COSTA**
Presidente da Comissão da Pós-Graduação da EESC

À minha esposa, aos meus pais, às minhas irmãs e sobrinhos.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Álvaro Costa Neto, por ter me oferecido a oportunidade de realizar este trabalho.

Aos amigos da EESC, pela amizade e colaboração, em especial à Maíra Martins da Silva, Leopoldo P. Rodrigues de Oliveira, Marcos Barreto, Murilo Junqueira, Gerson Brand, Carlos Miyoshi e Éverson Alves.

À Marcos Argentino, Udo Wildmann e Marcelo Bezerra pelo apoio durante o desenvolvimento desse trabalho.

Aos professores e funcionários da EESC, especialmente aos da pós-graduação e do Laboratório de Dinâmica.

Aos amigos da equipe EESC-USP Fórmula SAE por todo o companheirismo e auxílio antes e durante a realização deste estudo.

A Deus, por tudo.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	MOTIVAÇÃO	3
1.2	OBJETIVO	3
1.3	DIVISÃO DE CAPÍTULOS	3
2	REVISÃO DA LITERATURA	5
2.1	INTRODUÇÃO	5
2.2	DINÂMICA LATERAL	5
2.2.1	<i>Modelos simplificados de dinâmica lateral</i>	<i>5</i>
2.2.2	<i>Modelos não lineares de dinâmica lateral</i>	<i>6</i>
2.2.3	<i>Modelos de pneus para dinâmica lateral</i>	<i>8</i>
2.2.4	<i>Influência da rigidez do quadro na dinâmica lateral</i>	<i>9</i>
2.3	MODELAGEM ATRAVÉS DE SISTEMAS MULTICORPOS	10
3	REVISÃO TEÓRICA	14
3.1	INTRODUÇÃO	14
3.2	ASPECTOS FUNDAMENTAIS NA DINÂMICA VEICULAR	14
3.3	DIRIGIBILIDADE.....	15
3.3.1	<i>Análise do comportamento lateral</i>	<i>16</i>
3.3.2	<i>Testes para estudo de comportamento lateral de veículos ...</i>	<i>35</i>
3.3.3	<i>Modelagem de pneumáticos para a dinâmica lateral</i>	<i>42</i>
4	DESENVOLVIMENTO DO MODELO DE VEÍCULO.....	45
4.1	CARACTERÍSTICAS GERAIS DO VEÍCULO	45
4.2	MODELO COMPLETO DO VEÍCULO EM MULTICORPOS	46
4.2.1	<i>Suspensão dianteira.....</i>	<i>46</i>
4.2.2	<i>Suspensão traseira.....</i>	<i>48</i>

4.2.3 Conjunto dos pneus dianteiros e traseiros	50
4.2.4 Sistema de direção.....	51
4.2.5 Powertrain	52
4.2.6 Estabilizadora.....	52
4.2.7 Quadro	53
4.2.8 Modelo completo do veículo.....	61
5 SIMULAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS	64
5.1 INTRODUÇÃO	64
5.2 AVALIAÇÃO DA SUSPENSÃO	64
5.2.1 Suspensão dianteira.....	64
5.2.2 Suspensão traseira.....	67
5.2.3 Distribuição da rigidez de rolagem da suspensão dianteira e traseira.....	69
5.2.4 Análise dos resultados	74
5.3 AVALIAÇÃO DO VEÍCULO COMPLETO	75
5.3.1 Manobras realizadas	75
5.3.2 Comparação entre modelos rígido e flexíveis	78
5.3.3 Quadro rígido com 3 configurações de distribuição de rolagem.....	86
5.3.4 Quadro flexível A com 3 configurações de distribuição de rolagem.....	91
5.3.5 Análise dos resultados	98
6 CONCLUSÃO E SUGESTÃO DE TRABALHO FUTURO	104
BIBLIOGRAFIA.....	107
APÊNDICE A – HARDPOINTS DA SUSPENSÃO E DIREÇÃO.....	111
APÊNDICE B – MODOS DE VIBRAR DO QUADRO	114

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Protótipo Fórmula E2-M.....	1
Figura 3.1: Sistema de coordenadas SAE.....	14
Figura 3.2: Geometria de um veículo em curva.....	17
Figura 3.3: Propriedades da força lateral do pneumático	18
Figura 3.4: Modelo <i>single track</i>	19
Figura 3.5: Mudança do ângulo de esterçamento em função da velocidade.	23
Figura 3.6: Curva característica do pneu - força lateral por carga vertical	25
Figura 3.7: Análise dos esforços de um veículo em curva.....	26
Figura 3.8: Análise dos esforços de rolagem de um veículo	28
Figura 3.9: Ângulo de cambagem de um pneumático	33
Figura 3.10: Força lateral originada pela cambagem do pneu.....	33
Figura 3.11: Variação do ângulo de cambagem em um veículo em curva.....	34
Figura 3.12: Medição do <i>understeer gradient</i> pelo método de raio constante	38
Figura 3.13: Medição do <i>understeer gradient</i> pelo método de velocidade constante	40
Figura 3.14: <i>StepSteer</i> – análise de resultados.....	41
Figura 3.15 Vetores entrada e saída de um modelo genérico de um pneumático	43

Figura 3.16: Necessidades durante o desenvolvimento de um modelo de um pneumático dependendo da sua característica (PACEJKA, 1991).	44
Figura 4.1: Suspensão dianteira.	46
Figura 4.2: Modelo da suspensão dianteira.	47
Figura 4.3: Curva de força versus deformação da mola dianteira.	47
Figura 4.4: Curva do amortecedor dianteiro.	48
Figura 4.5: Suspensão traseira.	48
Figura 4.6: Modelo da suspensão traseira.	49
Figura 4.7: Curva força versus deformação da mola traseira.	49
Figura 4.8: Curva do amortecedor traseiro.	50
Figura 4.9: Conjunto dos pneus dianteiros e traseiros.	51
Figura 4.10: Sistema de direção.	51
Figura 4.11: <i>Powertrain</i>	52
Figura 4.12: Barras estabilizadoras dianteira e traseira.	53
Figura 4.13: Vista isométrica e lateral do quadro.	54
Figura 4.14: Conceito de quadro com motor estrutural.	54
Figura 4.15: Quadro A.	55
Figura 4.16: Quadro B.	55
Figura 4.17: Quadro C.	56
Figura 4.18: Modelo com carregamento e condições de contorno.	57
Figura 4.19: Barra de calibração na região dianteira do quadro.	60
Figura 4.20: Modelo com quadro rígido	62
Figura 4.21: Modelo com quadro flexível A	62
Figura 4.22: Modelo com quadro flexível B	63
Figura 4.23: Modelo com quadro flexível C	63
Figura 5.1: Suspensão dianteira no <i>test-rig</i>	65

Figura 5.2: Parâmetros da análise de <i>parallel wheel-travel</i> .	65
Figura 5.3: Variação de cambagem da suspensão dianteira.	66
Figura 5.4: Variação de convergência da suspensão dianteira.	66
Figura 5.5: Variação da altura do <i>roll center</i> da suspensão dianteira.	67
Figura 5.6: Suspensão traseira no <i>test-rig</i> .	67
Figura 5.7: Variação de cambagem da suspensão traseira.	68
Figura 5.8: Variação de convergência da suspensão traseira.	68
Figura 5.9: Variação da altura do <i>roll center</i> da suspensão traseira.	69
Figura 5.10: Parâmetros da análise - <i>opposite wheel-travel</i> .	70
Figura 5.11: Barra estabilizadora submetida à carregamento verticais	71
Figura 5.12: Dimensões das barras estabilizadoras dianteira e traseira	73
Figura 5.13: Parâmetros da análise de <i>ramp-steer</i> .	76
Figura 5.14: Parâmetros da análise de <i>step-steer</i> .	77
Figura 5.15: Manobra de <i>Single Lane Change</i> .	77
Figura 5.16: Parâmetros da análise <i>Single Lane Change</i> .	78
Figura 5.17: Modelos rígido e flexíveis.	79
Figura 5.18: <i>Ramp-steer</i> - modelos rígido e flexíveis.	80
Figura 5.19: <i>Step-steer</i> -Rígido e flexíveis - Velocidade de guinada ...	81
Figura 5.20: <i>Step-steer</i> -Rígido e flexíveis - Aceleração lateral	82
Figura 5.21: <i>Single lane change</i> - Rígido e flexíveis - Velocidade de guinada	84
Figura 5.22: <i>Single lane change</i> - Quadros Rígido e flexíveis - Aceleração lateral	85
Figura 5.23: Modelo rígido com barra estabilizadora	86
Figura 5.24: <i>Ramp-steer</i> - Modelo rígido com estabilizadora	86
Figura 5.25: <i>Step-steer</i> –Modelos rígidos - Velocidade de guinada	87

Figura 5.26: <i>Step-steer</i> - Modelos rígidos - Aceleração lateral.....	89
Figura 5.27: <i>Single Lane Change</i> – Modelos rígidos - Velocidade de guinada.....	90
Figura 5.28: <i>Single Lane Change</i> – Quadro rígido - Aceleração lateral.....	91
Figura 5.29: Modelo com quadro flexível A com estabilizadora.....	92
Figura 5.30: <i>Ramp-steer</i> - Quadro flexível A	92
Figura 5.31: <i>Step-steer</i> - Flexível A - Velocidade de guinada.....	93
Figura 5.32: <i>Step-steer</i> –Flexível A - Aceleração lateral.....	95
Figura 5.33: <i>Single Lane Change</i> – Quadro flexível A - Velocidade de guinada.....	96
Figura 5.34: <i>Single Lane Change</i> – Quadro flexível A - Aceleração lateral.....	97

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1: Condições de teste para regime permanente	36
Tabela 3.2: Aspectos que influenciam a resposta do pneumático.....	43
Tabela 4.1: Características gerais do veículo.....	45
Tabela 4.2: Características gerais do pneu	50
Tabela 4.3: Comparativo entre os quadros avaliados.....	58
Tabela 4.4: Massas mais significativas do protótipo.....	59
Tabela 4.5: Massa e CG dos quadros flexíveis	60
Tabela 4.6: Frequências dos quadros antes da calibração.	61
Tabela 4.7: Frequências dos quadros após a calibração	61
Tabela 5.1: Valores de rigidez torcional das barras estabilizadoras	71
Tabela 5.2: Diâmetro das barras estabilizadora	73
Tabela 5.3: <i>Ramp-steer</i> - Aceleração e raio de curvatura.	80
Tabela 5.4: <i>Ramp-steer</i> - <i>Understeer Gradient</i>	81
Tabela 5.5: <i>Step Steer</i> - Resultados para velocidade de guinada.....	82
Tabela 5.6: <i>Step Steer</i> - Resultados para aceleração lateral.	83
Tabela 5.7: <i>Single lane change</i> –Picos de velocidade de guinada.....	84
Tabela 5.8: <i>Single lane change</i> – Picos de Aceleração lateral.....	85
Tabela 5.9: <i>Ramp-steer</i> - Aceleração e raio de curvatura.	87
Tabela 5.10: <i>Ramp-steer</i> – <i>Understeer Gradient</i>	87
Tabela 5.11: <i>Step Steer</i> - Resultados para velocidade de guinada.....	88

Tabela 5.12: <i>Step Steer</i> - Resultados para aceleração lateral.	89
Tabela 5.13: <i>Single lane change</i> –Picos de velocidade de guinada....	90
Tabela 5.14: <i>Single lane change</i> –Picos de aceleração lateral	91
Tabela 5.15: <i>Ramp-steer</i> - Aceleração e raio de curvatura.	93
Tabela 5.16: <i>Ramp-steer</i> - <i>Understeer Gradient</i>	93
Tabela 5.17: <i>Step Steer</i> - Resultados para velocidade de guinada.....	94
Tabela 5.18: <i>Step Steer</i> - Resultados para aceleração lateral	95
Tabela 5.19: <i>Single lane change</i> –Picos de velocidade de guinada....	96
Tabela 5.20: <i>Single lane change</i> –Picos de aceleração lateral	97
Tabela 5.21: Resumo de resultados para análise de <i>Ramp Steer</i>	98
Tabela 5.22: Resumo de resultados para análise de <i>Step Steer</i>	100
Tabela 5.23: Resumo de resultados para análise de <i>Single Lane Change</i>	102
Tabela 6.1: <i>Hardpoints</i> - Suspensão dianteira.....	111
Tabela 6.2: <i>Hardpoints</i> - Suspensão traseira	112
Tabela 6.3: <i>Hardpoints</i> – Sistema de direção	113

LISTA DE SÍMBOLOS

- a Primeiro coeficiente do polinômio de *cornering stiffness*
- b Segundo coeficiente do polinômio de *cornering stiffness*
- a_y Aceleração na direção lateral
- b Distância do eixo dianteiro a o centro de gravidade na longitudinal
- c Distância do eixo traseiro a o centro de gravidade na longitudinal
- C_α *Cornering stiffness* nos pneus em um eixo
- C'_α *Cornering stiffness* em um pneu
- C_y *Camber stiffness* do pneu
- d Distância na transversal entre o *steering axis* e o centro de contato do pneu no solo
- F Força de reação devido ao deslocamento nas mangas da suspensão dianteira
- F_y Força lateral no eixo
- F'_y Força lateral em um pneu
- F_z Força vertical
- F_{zi} Força vertical do lado de dentro da curva
- F_{zo} Força vertical do lado de fora da curva
- g Aceleração gravitacional (32.2 ft/sec², 9.81 m/s²)

h	Altura do centro de gravidade
h_l	Altura do centro de gravidade da massa suspensa acima do eixo de rolagem
h_r	Altura do centro de rolagem da suspensão
K	<i>Understeer gradient</i>
K_s	Rigidez vertical da suspensão
K_{lt}	<i>Understeer gradient</i> devido à transferência de carga lateral nos eixos
K_q	Rigidez torcional do quadro
K_ϕ	<i>Roll stiffness</i> da suspensão
L	Entre eixos Distância entre forças de reação
M	Massa do veículo
M_ϕ	Momento de rolagem
$\mathbf{p}$	Velocidade de rolagem em torno do eixo x do veículo
$\mathbf{q}$	Velocidade de <i>pitch</i> em torno do eixo y do veículo
$\mathbf{r}$	Velocidade de <i>yaw</i> em torno do eixo z do veículo
r	Raio de rolagem dos pneus
R	Raio da curva
R_ϕ	Taxa de rolagem da massa suspensa
t	Bitola
T	Momento aplicado na estrutura
V	Velocidade longitudinal
W	Peso do veículo
W_f	Peso dinâmico no eixo dianteiro

W_r	Peso dinâmico no eixo traseiro
y	Direção lateral para o lado direito do veículo
z	Direção vertical em relação ao plano do veículo
α	Ângulo de escorregamento do pneu
γ	Ângulo de cambagem
δ	Ângulo de esterçamento da roda
Δ	Distância de <i>off-tracking</i> em uma curva.
Δ_z	Deslocamento vertical nas mangas da suspensão
ε	Inclinação do eixo de rolagem
φ	<i>Roll angle</i>
	Deslocamento angular da estrutura

RESUMO

ERICSSON, L. G. S., (2008). **Estudo da influência da rigidez do quadro na dirigibilidade de um veículo de competição fórmula SAE em ambiente multicorpos.** 119p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

O objetivo deste trabalho é estudar a influência da rigidez do quadro na dirigibilidade de um veículo de competição fórmula SAE (protótipo E2-M, da Equipe EESC-USP) em ambiente multicorpos com o software Adams/Car. Um modelo contendo os subsistemas de suspensão, direção, pneumático, *powertrain*, barra estabilizadora e quadro foi construído em ambiente multicorpos com componentes modelados como corpos rígidos. Posteriormente foram elaborados três modelos de quadros flexíveis com diferentes valores de rigidez torcional para substituir o quadro rígido. Estes foram obtidos através da análise modal com o auxílio do método dos elementos finitos. Para comparação da dinâmica lateral dos modelos, típicas manobras do estudo de dirigibilidade foram consideradas tais como *ramp-steer*, *step-steer* e *single lane change*. Os resultados obtidos foram de aceleração lateral e velocidade de guinada. Pelas condições avaliadas, pode-se concluir que a rigidez torcional de um quadro para o protótipo E2-M pode estar entre 700 e 1500 N.m/°. Essa variação de rigidez representou 5 kg de massa no quadro. Porém deve-se fazer uma avaliação modal com a massa suspensa calibrada para verificar se não existe acoplamento de modos e frequências com outros subsistemas.

Palavras chaves: *dinâmica veicular, dinâmica lateral de veículo, sistemas multicorpos, Fórmula SAE, rigidez torcional de quadro.*

ABSTRACT

ERICSSON, L. G. S., (2008). **Study of the influence of the frame stiffness in handling with a Formula SAE vehicle in multibody interface.** 119p. Dissertation (Mastering Degree) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

This dissertation is intended to study the influence of frame stiffness in handling of a Formula SAE vehicle (E2-M prototype from EESC-USP Formula SAE Team) in multibody with Adams/Car software. A model containing the subsystems of suspension, steering, tires, powertrain, frame and stabilizing bar was built considering rigid bodies. Subsequently, three models of flexible frames were developed with different values of torsional stiffness to replace the rigid frame. They were obtained through modal analysis with the aid of Finite Element Method. For the handling investigation, maneuvers such as ramp-steer, step-steer and single lane change were considered. The results evaluated were lateral acceleration and yaw velocity. According to results, the torsional stiffness for the E2-M prototype can be between 700 and 1500 Nm/°. But an eigenvalue analysis is also necessary to verify if there is no coupling of modes of the calibrated sprung mass with other subsystems.

Keywords: *vehicle dynamics, lateral vehicle dynamics, multibody systems, Formula SAE, frame torsional stiffness.*

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho foi baseado no carro do tipo Fórmula E2-M, construído pela Equipe EESC-USP de Fórmula SAE para a “II Competição SAE BRASIL-PETROBRÁS de Fórmula SAE”, como pode ser visto na figura 1.1.

Figura 1.1: Protótipo Fórmula E2-M

As competições *Formula SAE @ Series*, promovidas pela *Society of Automotive Engineers (SAE)*, desafiam estudantes de graduação e pós-graduação a conceituar, projetar, fabricar e competir com pequenos carros de corrida de *autocross* do tipo formula. (SAE INTERNATIONAL, 2008).

O propósito da competição consiste que estudantes assumam que uma empresa os incumbiu de produzir um veículo protótipo como item de série. Mesmo que o mercado consumidor seja de corredores amadores de *autocross*, o produto deve ter um alto desempenho em aceleração, frenagem e *handling*. Além disso, ter fácil manutenção, ser confiável e com custo baixo. Também deve-se considerar a estética, conforto e uso de peças comuns. A empresa será planejada para quatro carros/dia com custo final por veículo inferior a \$25000 (SAE INTERNATIONAL, 2008).

Para que o produto tenha êxito tanto em competições como no mercado consumidor, o estudo de dirigibilidade mostra-se um dos pontos fundamentais para o sucesso do projeto.

O comportamento dinâmico de um veículo é determinado pelas forças impostas pelos pneumáticos, gravidade e efeitos aerodinâmicos. Seu estudo visa determinar quais forças serão produzidas em cada manobra e como responderá nessas situações.

A dirigibilidade, ou comportamento lateral de um veículo automotivo, é uma característica de desempenho freqüentemente denominada como *handling*. Este termo é usado para representar a estabilidade direcional e a facilidade de controle de um veículo, para uma entrada de esterçamento ou distúrbios externos, sejam estes da pista ou aerodinâmicos. De modo geral, *handling* é uma medida global do comportamento da combinação veículo-motorista. Portanto, a avaliação da dirigibilidade faz-se necessária principalmente para se conhecer a influência de parâmetros de projeto, da suspensão e do pneumático no comportamento do veículo.

Para um carro de corrida ter um bom *handling*, deve ser possível ajustar o nível de aderência tanto no eixo dianteiro como no eixo traseiro (*handling balance*). Quando ambos os eixos geram a mesma aceleração lateral, o chassi pode ser considerado equilibrado. Esse controle só pode ser feito se o quadro é rígido o suficiente para transmitir os esforços de torção que passam pela estrutura (DEAKIN, 2000).

1.1 MOTIVAÇÃO

Como regra geral na literatura, diz-se que o quadro de um veículo deve ser o mais rígido possível para que este não influencie o comportamento dinâmico da suspensão. Porém o processo de elevação da rigidez torcional acarreta no desvantajoso aumento de massa da estrutura. Esse processo se mostra mais grave para um produto voltado para competição onde a massa representa um fator decisivo para o desempenho do veículo.

Desse modo, a motivação do engenheiro é buscar um bom compromisso entre rigidez torcional de quadro, massa e dirigibilidade.

1.2 OBJETIVO

O objetivo deste trabalho é estudar da influência da rigidez do quadro na dirigibilidade de um veículo de competição fórmula SAE (protótipo E2-M, da Equipe EESC-USP) em ambiente multicorpos com o software Adams/Car.

Um modelo contendo os subsistemas de suspensão, direção, pneumático, *powertrain*, estabilizadora e quadro foi construído em ambiente multicorpos com componentes modelados como corpos rígidos. Posteriormente foram elaborados três modelos de quadros flexíveis com diferentes valores de rigidez torcional para substituir o quadro rígido.

Para comparação da dinâmica lateral dos 4 modelos com quadros diferentes, típicas manobras do estudo de dirigibilidade foram consideradas tais como *ramp-steer*, *step-steer* e *single lane change*.

1.3 DIVISÃO DE CAPÍTULOS

O Capítulo 2 descreve a revisão da literatura a respeito do desenvolvimento dos modelos de veículos para o estudo da dinâmica lateral, da influência da rigidez torcional do quadro e da modelagem utilizando a técnica de sistemas multicorpos.

O Capítulo 3 aborda a revisão teórica utilizada neste trabalho. Neste capítulo são descritas as formulações matemáticas para avaliação da dirigibilidade de um veículo

O Capítulo 4 apresenta detalhes da modelagem em sistemas multicorpos e elementos finitos para a construção do modelo completo no programa Adams/Car.

O Capítulo 5 contempla os resultados e as análises realizadas do modelo com os quadros rígido e flexíveis.

No Capítulo 6 apresenta a conclusão e sugestão de trabalho futuro.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo tem como objetivo apresentar uma revisão de literatura sobre os aspectos mais relevantes para o desenvolvimento deste trabalho. A revisão da literatura está subdividida em dois temas centrais: o estudo da dinâmica lateral de um veículo e a modelagem através dos sistemas multicorpos.

2.2 DINÂMICA LATERAL

2.2.1 MODELOS SIMPLIFICADOS DE DINÂMICA LATERAL

Maurice Olley foi responsável pelos primeiros estudos de dirigibilidade. O autor elaborou gráficos do veículo realizando curvas com raio constante considerando a velocidade longitudinal do veículo, descrevendo os ângulos de deriva dos pneumáticos dianteiros e traseiros e a atitude do veículo (DIXON, 1996; MILLIKEN & MILLIKEN, 1995). Olley também foi o primeiro autor a identificar a importância do ângulo de deriva do pneumático na dinâmica lateral e a relação entre o ângulo de deriva e a força lateral do pneumático.

Em 1956 Leonard Segel (SEGEL, 1956) formulou um modelo matemático linear de três graus de liberdade (velocidade em guinada, velocidade lateral e ângulo de rolamento) de um veículo. Neste modelo, Segel fez uso da abordagem dos derivativos de estabilidade que é utilizada no estudo da dinâmica e controle de aeronaves. O autor utilizou os métodos de medições e as técnicas analíticas adotadas na indústria aeronáutica. Por isso, esse modelo foi um dos primeiros a produzir resultados satisfatórios e é utilizado até hoje.

PACEJKA (1973a, 1973b, 1973c) desenvolveu um modelo linear que denominou Modelo Complexo de Veículo. Neste modelo, além do ângulo de deriva ser em função da aceleração lateral, é função também da velocidade do veículo ou do raio de curvatura da trajetória de veículo. Notou-se também que a componente da força lateral nos pneumáticos dianteiros diminui significativamente para grandes ângulos de esterço nas rodas dianteiras.

ELLIS (1994) faz uma revisão bastante completa dos modelos lineares de um, dois e três graus de liberdade, analisando o comportamento da dinâmica lateral em condições de regime permanente e transiente.

Recentemente, CUNHA *et. al* (2007) desenvolveu um modelo bicicleta para um veículo comercial de passageiros com dois eixos esterçáveis a fim de estudar o desgaste dos pneus em manobras de regime permanente. Sendo que o desgaste do pneu depende do trabalho da força de atrito desenvolvida pelo contato pneumático-pista, o desgaste pode ser estimado via métricas obtidas por cálculos realizados com modelos simplificados. Dessa maneira, o engenheiro pode averiguar o projeto de um veículo em relação ao desgaste dos pneumáticos durante as fases iniciais do projeto.

2.2.2 MODELOS NÃO LINEARES DE DINÂMICA LATERAL

Modelos lineares de veículos não são confiáveis se os valores de aceleração lateral superarem 0.3 g durante uma manobra. Adicionando as não-linearidades cinemáticas da suspensão, sistema de esterçamento, as propriedades dos pneumáticos e as inércias inerentes ao rolamento, guinada e arfagem do veículo, a faixa confiável do modelo se amplia consideravelmente.

A elasticidade do sistema de direção aumenta a tendência de sub-esterçamento do veículo, pois para um dado ângulo de esterço na direção do veículo, o ângulo de esterço efetivo nas rodas dianteiras será menor. Além disso, devido à geometria e à elasticidade do sistema de direção, pode ocorrer esterçamento devido ao rolamento da massa suspensa do veículo. O sistema de suspensão possui elasticidade que pode contribuir para a tendência de sub-esterçamento do veículo, aumentando a cambagem da roda e o esterçamento das rodas dianteiras (PRADO, 2003).

Modelos que consideram a rolagem do veículo como modelos com três graus de liberdade incluem molas e amortecedores modelados como elementos não-lineares. Essas não linearidades influenciam na distribuição de carregamento entre as rodas internas e externas à curva. Sendo a rigidez do pneu função também da carga normal, torna-se indispensável à modelagem não-linear de elementos como molas e amortecedores em simulação de manobras mais severas (PRADO, 2003).

São cada vez mais comuns na indústria automobilística e na literatura análises utilizando modelos veiculares completos. HEGAZY *et. al.* (2000) apresenta um modelo de 94 graus de liberdade para o estudo de dirigibilidade e análises padronizadas como a dupla mudança de pista.

PRADO *et. al.* (2001) descreve a dinâmica lateral de um ônibus utilizando a modelagem de multicorpos e a validação experimental. Várias metodologias de estudo de dinâmica lateral são apresentadas como o ângulo de esterço, aceleração lateral e a taxa de guinada. Além disso, foram realizadas análises no domínio da frequência e manobras utilizando um controlador como motorista, variando seus parâmetros. Usando as mesmas técnicas, CUNHA *et. al.* (2001) mostra um estudo de dinâmica lateral para um ônibus urbano de 3 eixos. Parâmetros como centro de rolagem e amortecedores foram ajustados a fim de melhorar a resposta do ônibus considerando o comportamento da sua dinâmica lateral.

Prado (2003) desenvolveu dois modelos de um ônibus: um modelo não linear de veículo com três graus de liberdade e um modelo em sistema multicorpos com 109 graus de liberdade. Os dois modelos possuem sistema de suspensão a ar com a modelagem termodinâmica do bolsão com a válvula niveladora de altura. As equações do modelo não linear de três graus de liberdade foram construídas utilizando o conceito de derivativos de estabilidade. Os resultados obtidos com os modelos foram validados experimentalmente. O comportamento do ângulo de rolamento do veículo devido ao sistema de suspensão a ar foi reproduzido nos dois modelos.

O desenvolvimento de controladores para veículos necessita de modelos dinâmicos de veículos apropriados em um ambiente de simulação versátil. Este ambiente deve atender vários tipos de veículos sem a

necessidade de retrabalho, assim os ambientes de simulação tendem a ser modulares. Um simples componente do sistema pode ser trocado dependendo do objetivo da simulação (BERTRAN *et. al.*, 2003).

2.2.3 MODELOS DE PNEUS PARA DINÂMICA LATERAL

Uma das funções mais importantes do pneu consiste em desenvolver as forças laterais necessárias para controlar a direção do veículo, gerar aceleração lateral em curvas e mudanças de pista e resistir a esforços externos como ventos fortes e pista. Essas forças são geradas pelo escorregamento lateral (*slip angle*), pela inclinação lateral (*camber angle*) ou uma combinação dos dois (GILLESPIE, 1992).

O pneu é formado por diversas camadas de borracha, sendo este material não-linear, não uniforme e anisotrópico tornando sua modelagem matemática complexa (ELLIS, 1994).

Na literatura existem vários modelos de pneumáticos desenvolvidos para estudos em dinâmica veicular. Os modelos iniciais assumiam que a rigidez em curva do pneu permanecia constante com o aumento da carga vertical e do ângulo de escorregamento lateral. Durante a década de 50, Evans (*apud* MILLIKEN & MILLIKEN, 1995) elaborou o primeiro gráfico demonstrando a relação entre a força lateral do pneu e o seu ângulo de deriva, baseado em estudos detalhados e levantamentos experimentais.

Devido à dificuldade matemática da modelagem do pneu, DUGOFF *et. al.* (1970) apresentou um modelo empírico, cujas relações analíticas para as forças longitudinais e laterais são descritas como funções dos ângulos de deriva do pneu, da rigidez em curva, dos escorregamentos longitudinais, da carga normal e dos coeficientes de adesão entre o pneu e o pavimento.

BAKKER *et. al.* (1987 e 1989) e PACEJKA & BAKKER (1991), baseados em dados experimentais, desenvolveram uma fórmula conhecida como 'Fórmula Mágica'. Ela é capaz de descrever as características da força lateral, força de frenagem e torque auto-alinhante com grande acuidade. A determinação dos parâmetros utilizados neste modelo é feita através dos dados obtidos pelas medições realizadas pelo equipamento de teste de pneumáticos da Delft University of Technology.

Estudos feitos por ALLEN *et.al.* (1995) comprovaram a necessidade de um modelo não-linear, incluindo os efeitos de saturação com o aumento da carga vertical e do ângulo de deriva do pneu. O autor afirmou que com o aumento da carga vertical, a saturação da rigidez em curva do pneu pode provocar um decréscimo da força lateral, resultando em instabilidade em manobras mais severas.

2.2.4 INFLUÊNCIA DA RIGIDEZ DO QUADRO NA DINÂMICA LATERAL

O quadro pode ser como uma grande mola, ligando a suspensão dianteira com a traseira. Se ele for muito flexível, a tentativa de controlar a distribuição transferência de carga lateral entre a dianteira e a traseira será comprometida. Uma dirigibilidade previsível é melhor alcançada quando o quadro é rígido suficiente para ser seguramente ignorado (MILLIKEN & MILLIKEN, 1995).

MILLIKEN & MILLIKEN (1995) faz uma descrição detalhada do procedimento de medição experimental da rigidez torcional de um quadro. Uma grande vantagem desse tipo de teste estático é que as localizações dos pontos mais fracos podem ser evidenciadas para se aplicar os reforços adequados, ao invés de se fazer alterações globais na estrutura (VALKENBURGH, 2000).

THOMPSON *et al* (1998), através de elementos finitos do chassi e suspensão de um carro de corrida da Winston Cup, procurou avaliar os efeitos da flexibilidade do chassi em parâmetros de suspensão como *roll stiffness* e na variação de cambagem.

RILEY *et al* (2002), da equipe da universidade de Cornell, discutiu vários métodos e conceitos para projeto de chassis dando ênfase aos carros de Formula SAE. Um modelo simples de molas em série foi utilizado para determinar metas de rigidez tanto para o quadro com para o veículo completo. Foram apresentadas diretrizes de modelagem em Elementos Finitos para chassi e suspensão. Métodos para determinação experimental da rigidez torcional do quadro isolado e com suspensão foram discutidos.

DEAKIN *et al* (2000) discutiu pontos como: o porque de um chassi deve ser rígido; o que o aumento na rigidez do chassi influencia no *handling*

balance e qual é a rigidez necessária de um chassi. As respostas a essas questões foram dadas por uma análise quasi estática que avalia a influência da rigidez do chassi na transferência de carga lateral com variação de *roll stiffness* da suspensão dianteira para a traseira. Além disso, uma análise de *handling* com Adams/Car foi feita para avaliar o efeito da rigidez do chassi em uma manobra de regime permanente de raio e velocidade constante. O objeto de estudo foi o carro de Formula SAE da Universidade de Leeds.

DA SILVA e COSTA NETO (2005, 2007) apresentaram um modelo multicorpos de um veículo comercial leve para estudo de *handling*. Considerando que a transferência lateral de carga tem uma grande influência no comportamento lateral do veículo, o quadro do veículo foi modelado como um corpo flexível. O modelo, validado experimentalmente, foi utilizado para averiguar a influência da flexibilidade do quadro no *handling*.

2.3 MODELAGEM ATRAVÉS DE SISTEMAS MULTICORPOS

A modelagem e simulação são ferramentas que permitem prever o comportamento dinâmico de um veículo antes que o protótipo seja construído, além de analisá-lo em situações limite. A utilização de simulação no projeto de veículos visa reduzir os custos e tempo no desenvolvimento de sistemas, na tentativa de otimizar as características de desempenho.

Os sistemas multicorpos são ferramentas eficientes para simular problemas de dinâmica não-lineares de mecanismos, máquinas e veículos, sendo a modelagem feita com corpos rígidos. Alguns códigos permitem também a inclusão de corpos flexíveis a fim de promover o estudo de estruturas que tenham grandes deformações devido a sua flexibilidade.

Um dos primeiros formalismos da dinâmica de multicorpos foi desenvolvido para a modelagem de satélites com um grande número de corpos flexíveis conectados por juntas esféricas por Hooker & Margoulis em 1965 (*apud* SCHIEHEN, 1997). Outros pioneiros foram Roberson & Wittenburg que desenvolveram um formalismo para derivação numérica das equações de movimento em três dimensões de uma espaçonave com cadeia topológica aberta (*apud* COSTA NETO, 1991).

A dinâmica de sistemas multicorpos foi primeiramente utilizada para veículos terrestres por Paul & Chace. Trabalho este que originou o *software* DAMN em 1969. Posteriormente, surgiu uma evolução deste programa chamada DRAM. Ambos os programas analisavam movimentos no plano e os seus sistemas eram descritos utilizando-se as equações de Lagrange com os multiplicadores de Lagrange para a definição dos vínculos do sistema (*apud* COSTA NETO, 1991).

O *software* ADAMS, que teve origem dos trabalhos de ORLANDEA (1973) e ORLANDEA & CHACE (1977), é um programa para a simulação de sistemas em três dimensões que utiliza a técnica de matrizes esparsas para resolver as equações algébricas lineares e o método de Gear para a integração das equações diferenciais. As equações dinâmicas do sistema são descritas como equações de Lagrange com os multiplicadores de Lagrange para a definição dos vínculos do sistema (PRADO, 2003).

Com o desenvolvimento dos computadores e dos programas a manipulação das equações passou a ser simbólica (LEVINSON, 1977). Isso possibilitou a geração das equações ao mesmo tempo, diminuindo o tempo computacional. Além disso, do ponto de vista numérico, os algoritmos recursivos utilizados no formalismo numérico são bastante eficientes para sistemas com um grande numero de vínculos.

Hoje em dia, os desafios estão na inclusão de corpos flexíveis em ambientes multicorpos, na formulação de modelos a partir de software de desenho (CAD), na identificação de parâmetros, na otimização dos projetos desenvolvidos em ambiente multicorpos, na análise de durabilidade, na simulação de contato e impacto, na interação com fluidos, nas extensões para controle de sistemas, sistemas não-holônomicos, nos códigos para integração de equações algébrico-diferenciais, nas simulações em tempo real, entre outros (SCHIEHEN, 1997).

VAN STAHEYEN *et.al.* (2003) exploraram o problema de colisão entre corpos usando códigos de sistemas multicorpos. Usualmente as equações que governam o movimento de dois corpos colidindo sem adesão podem ser encontradas utilizando as equações de Newton para movimentos. Mas este estudo apresenta uma comparação entre a solução clássica do problema e a

solução encontrada via sistemas multicorpos. Um vetor de contato é utilizado para o cálculo das forças normais e tangenciais e seus efeitos nos corpos envolvidos na colisão.

Os sistemas multicorpos podem ser utilizados na indústria automotiva não apenas para investigar a performance do veículo como a dirigibilidade ou conforto, mas também na construção de simuladores em tempo real. Assim é possível prever o comportamento do veículo sem a construção do protótipo real, postergando a fase mais onerosa do desenvolvimento de veículo. Um simulador necessita de cálculos em tempo real da dinâmica do veículo em resposta às entradas do motorista. Como os sistemas multicorpos convencionais utilizam muitos cálculos, seria quase impossível implementar um simulador em tempo real com muitos graus de liberdade. Assim, SHIIBA & SUDA (2002) sugerem um método aproximado. Essa aproximação é capaz de conduzir um simulador em tempo real de 91 graus de liberdade com acuidade suficiente. Em outra abordagem, BAE *et. al.* (2000) propõem a implementação de um algoritmo eficiente com método explícito de integração numérica que pode ser usado em simuladores em tempo real de modelos dinâmico de veículos. O método de Newton Chord é empregado para resolver as equações de movimento e vínculo. O algoritmo proposto mostrou excelentes resultados para o modelo de um protótipo de veículo em tempo real.

Segundo HUSTON & KAMMAN (2000), as três questões mais importantes ao se utilizar simulação numérica de sistemas multicorpos são:

- (i) (o quão bem o sistema multicorpos está representando o sistema real;
- (ii) o quanto eficiente é a simulação;
- (iii) quanta acuidade tem a simulação.

A complexidade dos modelos de sistemas multicorpos leva o usuário a não ter certeza sobre a acuidade dos resultados sem uma verificação experimental dos mesmos. HUSTON & KAMMAN (2000) propõem um procedimento de teste que pode ser implementado em qualquer código de sistemas multicorpos. Esse procedimento é baseado no teorema do teste da

energia que afirma que a derivativa da energia cinética do sistema pode ser expressa com uma combinação linear dos produtos das forças e velocidades generalizadas do sistema.

Estas técnicas também têm sido aplicadas em ambientes espaciais. O que diferencia entre um sistema multicorpos baseado na terra e um no espaço é o ambiente externo, ou seja, as forças externas que o corpo está exposto durante o movimento. Existem duas abordagens clássicas para o problema no qual gradiente de forças e forças de controle podem ser aplicadas: (i) no método de Euler, o movimento de cada corpo é descrito por seus parâmetros cinemáticos: posição do CG segundo o referencial inercial e rotação dos corpos segundo o referencial inercial. (ii) no método de Lagrange, os parâmetros de movimento são escolhidos para serem compatíveis com as condições. Então as expressões das energias cinéticas, elásticas e potenciais são descritas e o Lagrangiano é aplicado para a solução do problema (SANTINI & GASBARRI, 2003).

3 REVISÃO TEÓRICA

3.1 INTRODUÇÃO

A revisão da teoria está subdividida em seções que abrangem aspectos fundamentais na dinâmica veicular; dirigibilidade e modelagem de pneumáticos para a dinâmica lateral

3.2 ASPECTOS FUNDAMENTAIS NA DINÂMICA VEICULAR

Estudar o comportamento e os movimentos do veículo sobre o pavimento é o objetivo do estudo da dinâmica de veículos. Os movimentos do veículo são definidos com referência a um sistema de coordenadas ortogonais fixa ao CG do veículo e pela convenção da SAE. Essas coordenadas são apresentadas na figura 3.1.

Figura 3.1: Sistema de coordenadas SAE.

x – para frente e no plano longitudinal de simetria

y – lateral para o lado direito do veículo

z – vertical para baixo em relação ao veículo

p – velocidade de rolagem em torno do eixo x (*roll*)

q – velocidade de arfagem em torno do eixo y (*pitch*)

r – velocidade de guinada em torno do eixo z (*yaw*)

Os movimentos de rotação em torno dos eixos descritos acima são usualmente denominados pelas expressões na língua inglesa, *roll* para o movimento em torno do eixo x , *pitch* para o movimento em torno do eixo y , e *yaw* para o movimento em torno do eixo z . A dinâmica lateral aborda os aspectos de dirigibilidade, controle e estabilidade laterais dos veículos. O estudo envolve os movimentos translacionais na direção lateral e os movimentos rotacionais de rolagem e de guinada.

3.3 DIRIGIBILIDADE

As características da resposta direcional do veículo, a habilidade do motorista e a influência da pista e do ambiente são os fatores primários que definem a performance de dirigibilidade de veículos automotivos. O termo dirigibilidade e/ou *handling* é freqüentemente comparado com os termos *cornering*, *turning* ou resposta direcional. Tais termos referem-se às propriedades objetivas do veículo mudando de direção e sustentando aceleração lateral.

Os fatores que compõe a dirigibilidade de um veículo podem ser considerados como uma malha fechada, onde o veículo interage com o pavimento e com o ambiente, e o motorista fecha a malha, seguindo e compensando a trajetória desejada.

A dirigibilidade dos veículos pode ser avaliada de duas maneiras distintas: avaliações subjetivas e avaliações objetivas em testes de malha aberta, usando um veículo instrumentado. Ambas podem ser simuladas computacionalmente.

Durante a fase de desenvolvimento do veículo, todas as maneiras têm papéis importantes na avaliação do veículo em diferentes fases do projeto.

Avaliações subjetivas de protótipos veiculares requerem motoristas habilidosos e experientes, capazes de dar sugestões resultando na melhoria da dirigibilidade do veículo e são as maneiras mais confiáveis de avaliar um veículo. O principal problema na avaliação subjetiva é o simples fato de sempre necessitar de um protótipo físico e durante o desenvolvimento de um veículo, isso demanda tempo e muito custo. Alguns trabalhos propõem métricas conectando as avaliações subjetivas às objetivas, resultando em projetos melhores em estágios iniciais do desenvolvimento (CHEN & CROLLA, 1998).

3.3.1 ANÁLISE DO COMPORTAMENTO LATERAL

Podemos dividir tal análise estudando o comportamento lateral do veículo em baixa e alta velocidade, considerando diferenças como as propriedades do pneumático.

Curva em baixa velocidade

Em baixa velocidade (manobra de estacionamento) os pneumáticos não precisam gerar forças laterais. Assim eles rolam sem escorregamento lateral, o veículo deve realizar uma curva como ilustrado na figura 3.2. Se as rodas traseiras não são esterçáveis, o centro da curva deve se situar na projeção do eixo traseiro. Igualmente, a linha perpendicular ao plano de cada roda dianteira e partindo do seu centro, deve passar através do mesmo ponto (o centro da curva). Se isto não acontece, as rodas dianteiras irão “brigar” entre si na curva, com cada um experimentando algum escorregamento na curva. Assim, os ângulos de esterçamento ideais nas rodas dianteiras são estabelecidos pela geometria vista na figura 3.2 e definem os ângulos de esterçamento para a curva.

Figura 3.2: Geometria de um veículo em curva.

Para a geometria apropriada na curva (assumindo pequenos ângulos), os ângulos de esterçamento são dadas por:

$$\delta_o \cong \frac{L}{\left(R + \frac{t}{2}\right)} \quad (3.1)$$

$$\delta_i \cong \frac{L}{\left(R - \frac{t}{2}\right)} \quad (3.2)$$

O ângulo médio das rodas dianteiras (novamente assumindo ângulos pequenos) é definido como *Ângulo de Ackermann* (GILLESPIE, 1992):

$$\delta \cong \frac{L}{(R)} \quad (3.3)$$

Os termos “Esterçamento de *Ackerman*” ou “Geometria de *Ackerman*” são freqüentemente usados para denotar a geometria exata das rodas dianteiras mostrada na figura 3.2. Os ângulos corretos são dependentes da distância entre-eixos do veículo e do raio da curva. Com a geometria correta de *Ackerman*, os torques de esterçamento tendem a aumentar com o ângulo

de esterçamento, fornecendo ao motorista um sentimento natural de realimentação através da roda esterçada. Já como esterçamento paralelo, os torques de esterçamento crescem com o ângulo de esterçamento inicialmente, mas diminuem além de certo ponto, até ser negativo (tendendo a esterçar mais pra dentro a curva). Este tipo de comportamento é indesejável.

Curva em alta velocidade

Em alta velocidade as equações de curva serão diferentes porque a aceleração lateral estará presente. Para neutralizar a aceleração lateral, os pneumáticos desenvolvem forças laterais e os ângulos de escorregamento estarão presentes em cada roda.

Sob condições de *cornering*, nas quais os pneumáticos devem desenvolver força lateral, os mesmos também experimentarão escorregamento lateral ao mesmo tempo em que rola. O ângulo entre seu eixo longitudinal e seu vetor velocidade é conhecido como ângulo de escorregamento, α (Figura 3.3).

Figura 3.3: Propriedades da força lateral do pneumático

A força lateral, denotada por F_y , é proporcional ao ângulo de escorregamento. Para ângulos pequenos (5 graus ou menos) a relação é linear, descrita como:

$$F_y = C_\alpha \cdot \alpha \quad (3.4)$$

A constante de proporcionalidade C_α é conhecida como *cornering stiffness*, ou rigidez lateral, e é definida como a inclinação da curva de F_y em função de α , quando $\alpha = 0$.

Para fins de análise é conveniente representar o veículo pelo modelo de bicicleta (*single track*) mostrado na figura 3.4. Em altas velocidades o raio da curva é muito maior do que a distância entre eixos do veículo. Então ângulos pequenos podem ser assumidos e a diferença entre os ângulos de esterçamento nas rodas dianteiras externa e interna é desconsiderada. Assim, por conveniência, as duas rodas dianteiras podem ser representadas por uma única roda com ângulo de esterçamento δ com uma força lateral equivalente para ambas as rodas. A mesma hipótese é adotada para as rodas traseiras.

Figura 3.4: Modelo *single track*

Para um veículo trafegando com uma velocidade longitudinal V , a soma das forças na direção lateral dos pneumáticos deve ser igual à massa do veículo multiplicada pela aceleração centrípeta:

$$\sum F_y = F_{yf} + F_{yr} = \frac{M \cdot V^2}{R} \quad (3.5)$$

Onde:

F_{yf} = Força lateral no eixo dianteiro

F_{yr} = Força lateral no eixo traseiro

M = Massa do veículo

V = Velocidade longitudinal

R = Raio de curva

Também, para o veículo estar em um equilíbrio de momentos sobre o centro de gravidade, a soma dos momentos gerados pelas forças laterais dianteira e traseira deve ser zero:

$$F_{yf} \cdot a - F_{yr} \cdot b = 0 \quad (3.6)$$

Assim

$$F_{yf} = \frac{F_{yr} \cdot b}{a} \quad (3.7)$$

Onde:

b = Distância do eixo dianteiro ao CG

a = Distância do eixo traseiro ao CG

Substituindo na equação 3.5:

$$F_{yr} = \frac{M \cdot b}{L} \cdot \frac{V^2}{R} \quad (3.8)$$

$\frac{M \cdot b}{L}$ é a parte da massa no eixo traseiro (ou W_r/g). Dessa forma a equação 3.8 nos diz que a força lateral no eixo traseiro deve ser W_r/g vezes a aceleração lateral. Do mesmo modo, a força lateral no eixo dianteiro deve ser W_f/g vezes a aceleração lateral.

Com as forças laterais, requeridas para realizar a curva de R , conhecidas, os ângulos de escorregamento nas rodas dianteira e traseira são também estabelecidos da equação 3.4. Sendo assim:

$$\alpha_f = \frac{W_f V^2}{C_{af} \cdot g \cdot R} \quad (3.9)$$

e

$$\alpha_r = \frac{W_r V^2}{C_{ar} \cdot g \cdot R} \quad (3.10)$$

Analisando a geometria do veículo em curva (figura 3.4) obtemos a seguinte relação:

$$\delta = \frac{57.3 \cdot L}{R} + \alpha_f - \alpha_r \quad (3.11)$$

Substituindo : α_f e α_r em 3.11 temos:

$$\delta = \frac{57.3 \cdot L}{R} + \left(\frac{W_f}{C_{af}} - \frac{W_r}{C_{ar}} \right) \cdot \frac{V^2}{g \cdot R} \quad (3.12)$$

Onde:

δ = Ângulo de esterçamento das rodas dianteiras

Esta equação é freqüentemente escrita em uma forma reduzida:

$$\delta = 57.3 \cdot \frac{L}{R} + K \cdot a_y \quad (3.13)$$

Onde:

$$K = \left(\frac{W_f}{C_{af}} - \frac{W_r}{C_{ar}} \right) - \text{Understeer Gradient (deg/g)}$$

$$a_y = \frac{V^2}{g \cdot R} - \text{Aceleração lateral (g)}$$

A equação 3.13 descreve que o ângulo de esterçamento deve ser alterado em função do raio da curva R ou da aceleração lateral a_y . O termo $\left(\frac{W_f}{C_{af}} - \frac{W_r}{C_{ar}} \right)$ determina a magnitude e a direção da entrada de esterçamento requerida. Ele consiste de duas parcelas. Cada uma é razão do carregamento no eixo sobre o *cornering stiffness* dos pneumáticos.

Três possibilidades existem em função do seu valor:

1) *Comportamento neutro*

$$\frac{W_f}{C_{af}} = \frac{W_r}{C_{ar}} \rightarrow K = 0 \rightarrow \alpha_f = \alpha_r$$

Em uma curva de raio constante, não haverá necessidade de mudança no ângulo de esterçamento se a velocidade longitudinal for variada. O ângulo de esterçamento requerido para fazer a curva será equivalente ao ângulo de *Ackerman*. Fisicamente, esse caso corresponde em uma situação tal que a força lateral são as mesmas nas rodas dianteiras e traseiras.

2) *Comportamento subesterçante*

$$\frac{W_f}{C_{af}} > \frac{W_r}{C_{ar}} \rightarrow K > 0 \rightarrow \alpha_f > \alpha_r$$

Em uma curva de raio constante, o ângulo de esterçamento deverá aumentar com a velocidade longitudinal na proporção K vezes a aceleração lateral. Assim, para manter o raio da trajetória, as rodas devem ser esterçadas com um ângulo maior.

2) *Comportamento sobreesterçante*

$$\frac{W_f}{C_{af}} < \frac{W_r}{C_{ar}} \rightarrow K < 0 \rightarrow \alpha_f < \alpha_r$$

Em uma curva de raio constante, o ângulo de esterçamento deverá diminuir com a velocidade longitudinal na proporção K vezes a aceleração lateral. Assim, para manter o raio da trajetória, as rodas devem ser esterçadas com um ângulo menor.

A maneira na qual o ângulo de esterçamento muda com a velocidade em curva de raio constante é ilustrado na figura 3.5 para cada um dos casos. Com um veículo de comportamento neutro, o ângulo de esterçamento para qualquer velocidade é o ângulo de *Ackerman*. Com um comportamento subesterçante, o ângulo aumenta com o quadrado da velocidade, alcançando duas vezes o valor inicial na chamada velocidade característica. No caso sobreesterçante, o ângulo diminui com o quadrado da velocidade e se torna zero na chamada velocidade crítica.

Figura 3.5: Mudança do ângulo de esterçamento em função da velocidade.

Velocidade Característica

O nível de subesterçamento pode ser quantificado por um parâmetro conhecido como Velocidade Característica. Ela é definida como a velocidade na qual o ângulo de esterçamento requerido é duas vezes o ângulo de *Ackerman*. Isto pode ser visto na equação 3.13 na situação:

$$K.a_y = \frac{57.3.L}{R} \quad (3.14)$$

Sendo a_y em função da velocidade ao quadrado, a velocidade característica é:

$$V_{char} = \sqrt{\frac{57.3.L.g}{K}} \quad (3.15)$$

Velocidade Crítica

Para um veículo sobreesterçante, o veículo ficará instável se alcançar valores acima da velocidade crítica, que é dada pela expressão:

$$V_{crit} = \sqrt{-\frac{57.3.L.g}{K}} \quad (3.16)$$

Deve-se notar que sendo K negativo, a expressão sob a raiz quadrada é positiva e tem um valor real. Como a velocidade crítica é dependente do entre-eixos, veículos longos têm uma velocidade crítica maior que os curtos.

Influencia da suspensão em curva

Embora o equacionamento de dinâmica em curva tenha sido baseado no *cornering stiffness* do pneu, existem outros fatores (suspensão, direção) que influenciam a geração de esforços laterais. Nessa seção serão discutidos os fatores da suspensão que afetam a dirigibilidade.

Distribuição do momento de rolagem

Os esforços laterais gerados nos pneus dependem não-linearmente da carga vertical do pneu. A figura 3.6 mostra como a força lateral gerada no pneu varia conforme a carga vertical.

Figura 3.6: Curva característica do pneu - força lateral por carga vertical

Como pode ser observado na figura acima, carregando uma roda com 800lb, será gerada 760lb de força lateral considerando um ângulo de escorregamento em 5 graus. Em uma determinada manobra severa, a transferência lateral de carga acarreta no pneu da parte de dentro da curva uma força normal de 400lb e no de fora 1200lb. A média para os esforços laterais gerados nos pneus é de 680lb.

Esse fenômeno ocorre em ambos os eixos de todos os veículos. Se ele contribui para o subesterçamento ou sobreesterçamento depende da distribuição do momento de rolagem presente nos eixos dianteiro e traseiro. Uma quantidade maior no eixo dianteiro gera o subesterçamento e no eixo traseiro gera o sobreesterçamento. Esse efeito ocorre quando se utiliza barra estabilizadora, que acarreta aumento no momento de rolagem no eixo em que ela é utilizada.

O mecanismo que governa o momento de rolagem aplicado no eixo é mostrado na figura 3.7 para a suspensão com eixo rígido.

Figura 3.7: Análise dos esforços de um veículo em curva

A rigidez à rolagem (*roll stiffness*) para a suspensão com eixo rígido é dada pela equação 3.17.

$$K_{\phi} = 0.5 \cdot K_s \cdot s^2 \quad (3.17)$$

Onde:

K_{ϕ} = Rigidez à rolagem da suspensão

K_s = Rigidez vertical de cada mola

s = Distância que separa as molas

Para suspensão independente, K_s é substituído pelo *wheel-rate* e utiliza-se a bitola como distância de separação.

Além disso, outra característica da suspensão é o centro de rolagem (*roll-center*), que consiste no ponto onde as forças laterais são transferidas do eixo para a massa suspensa. Pode-se imaginar também como o ponto onde a suspensão rola quando submetida a um momento de rolagem.

Aplicando a 2ª Lei de Newton para momento no eixo, temos a seguinte expressão:

$$F_{zo} - F_{zi} = \frac{2F_y h_r}{t} + \frac{2K_\phi \phi}{t} = 2\Delta F_z \quad (3.18)$$

Onde:

- F_{zo} = Força vertical na roda de fora da curva
- F_{zi} = Força vertical na roda de dentro da curva
- F_y = Força lateral = $F_{yi} + F_{yo}$
- h_r = Altura do *roll center*
- t = Bitola
- K_ϕ = Rigidez de rolagem da suspensão
- ϕ = Ângulo de rolagem do chassis

Deve-se notar que a força lateral tem duas origens:

- 1) $\frac{2F_y h_r}{t}$ - Transferência de carga lateral devido aos esforços gerados

na curva. Esse mecanismo é proveniente da força transversal imposta pelo eixo, tendo efeito instantâneo. É independente da rolagem do chassi ou distribuição do momento de rolagem

- 2) $\frac{2K_\phi \phi}{t}$ - Transferência de carga lateral devido à rolagem do veículo.

Depende diretamente da distribuição do momento de rolagem da dianteira e da traseira.

Para a obtenção da distribuição do momento de rolagem da suspensão dianteira e da traseira deve-se considerar o veículo completo. Nesse caso é definido o eixo de rolagem como a linha que conecta os centros de rolagem dianteiro e traseiro, como pode ser visto na figura 3.8.

Figura 3.8: Análise dos esforços de rolagem de um veículo

Desse modo, o momento em torno do eixo de rolagem é:

$$M_{\varphi} = [W \cdot h_1 \cdot \sin \varphi + \frac{W \cdot V^2}{(R \cdot g)} \cdot h_1 \cdot \cos \varphi] \cdot \cos \varepsilon \quad (3.19)$$

Para ângulos pequenos, considera-se $\cos \varepsilon$ e $\cos \varphi$ como 1 e $\sin \varphi$ igual à zero. Então:

$$M_{\varphi} = W \cdot h_1 \cdot [\frac{V^2}{(R \cdot g)} + \varphi] \quad (3.20)$$

Mas:

$$M_{\varphi} = M_{\varphi_f} + M_{\varphi_r} = (K_{\varphi_f} + K_{\varphi_r})\varphi \quad (3.21)$$

Resolvendo as equações 3.20 e 3.21 para φ temos:

$$\varphi = \frac{W \cdot h_1 \cdot V^2 / (R \cdot g)}{K_{\varphi_f} + K_{\varphi_r} - W \cdot h_1} \quad (3.22)$$

A derivada da expressão acima em relação à aceleração lateral resulta no *roll rate* do veículo:

$$R_{\varphi} = \frac{d\varphi}{da_y} = \frac{W \cdot h_l}{[K_{\varphi f} + K_{\varphi r} - W \cdot h_l]} \quad (3.23)$$

Para veículos de passeio o valor do *roll rate* varia de 3 a 7 graus/g.

Substituindo a equação 3.22 em 3.18 temos o momento de rolagem para a suspensão dianteira e traseira:

$$M'_{\varphi f} = K_{\varphi f} \cdot \frac{W \cdot h_l \cdot V^2 / (R \cdot g)}{K_{\varphi f} + K_{\varphi r} - W \cdot h_l} + \frac{W_f h_f V^2}{(R \cdot g)} = \Delta F_{zf} t_f \quad (3.24)$$

$$M'_{\varphi r} = K_{\varphi r} \cdot \frac{W \cdot h_l \cdot V^2 / (R \cdot g)}{K_{\varphi f} + K_{\varphi r} - W \cdot h_l} + \frac{W_r h_r V^2}{(R \cdot g)} = \Delta F_{zr} t_r \quad (3.25)$$

Onde:

$$\Delta F_{zf} = F_{zfo} - \frac{W_f}{2} = -(F_{zfi} - \frac{W_f}{2})$$

$$\Delta F_{zr} = F_{zro} - \frac{W_r}{2} = -(F_{zri} - \frac{W_r}{2})$$

Por vários motivos a distribuição do momento de rolagem tende ser maior na suspensão dianteira:

1) Os projetistas geralmente se esforçam para obter uma maior rigidez à rolagem na dianteira para garantir um comportamento subesterçante em curvas severas.

2) Barras estabilizadoras são geralmente utilizadas na suspensão dianteira para se ter uma maior rigidez de rolagem.

3) Caso for necessária a implementação de barra estabilizadora para reduzir o ângulo de rolagem do veículo, deve-se introduzir somente na suspensão dianteira ou nas dianteira e traseira. A aplicação somente na traseira pode acarretar um indesejável efeito sobreesterçante.

Obtida a relação para o momento de rolagem dos eixos dianteiro e traseiro, pode-se calcular a transferência lateral de carga na suspensão. Para

relacionar essa transferência ao efeito de *understeer gradient*, deve-se obter informações da força lateral do pneu em função do carregamento e ângulo de escorregamento. A diferença entre a mudança da dianteira e da traseira, normalizada pela aceleração lateral, resulta no efeito de *understeer*. A força lateral gerada em um eixo é dada por:

$$F_y = C_\alpha \alpha \quad (3.26)$$

Onde:

F_y = Força lateral gerada no eixo

C_α = *Cornering stiffness* dos dois pneus

α = Ângulo de escorregamento

Para representação do efeito de sensibilidade à carga, os dois pneus (o de dentro e o de fora da curva) devem ser tratados separadamente. O *cornering stiffness* de cada pneu pode ser representado por um polinômio de 2ª ordem ou de ordem mais elevada. Desse modo temos;

$$F'_y = C'_\alpha \alpha = (aF_z - bF_z^2) \alpha \quad (3.27)$$

Onde:

F'_y = Força lateral gerada em um pneu

C'_α = *Cornering stiffness* em um pneu

a = Primeiro coeficiente (lb_y/lb_z/grau)

b = Segundo coeficiente (lb_y/lb_z²/grau)

F_z = Carga vertical em um pneu

Para um veículo em curva, como mostrado na figura 3.7, a força lateral dos dois pneus é dada por:

$$F_y = (a \cdot F_{zo} - b \cdot F_{zo}^2 + a \cdot F_{zi} - b \cdot F_{zi}^2) \alpha \quad (3.28)$$

Com a transferência de carga dada por ΔF_z temos:

$$F_{zi} = F_z - \Delta F_z \quad F_{zo} = F_z + \Delta F_z \quad (3.29)$$

Então:

$$F_y = [a \cdot (F_z + \Delta F_z) - b \cdot (F_z + \Delta F_z)^2 + a \cdot (F_z - \Delta F_z) - b \cdot (F_z - \Delta F_z)^2] \alpha \quad (3.30)$$

A equação acima é reduzida à:

$$F_y = [2 \cdot a \cdot F_z - 2 \cdot b \cdot F_z^2 - 2 \cdot b \cdot \Delta F_z^2] \alpha \quad (3.31)$$

Considerando que:

$$C_\alpha = 2 \cdot a \cdot F_z - 2 \cdot b \cdot F_z^2 \quad (3.32)$$

Temos:

$$F_y = [C_\alpha - 2 \cdot b \cdot \Delta F_z^2] \alpha \quad (3.33)$$

Lembrando que o esterçamento da roda necessário para manter uma curva é:

$$\delta = \frac{57.3L}{R} + \alpha_f - \alpha_r \quad (3.34)$$

Para os dois pneus dianteiros podemos escrever:

$$F_{yf} = [C_{\alpha_f} - 2 \cdot b \cdot \Delta F_{zf}^2] \alpha_f = \frac{W_f \cdot V^2}{(R \cdot g)} \quad (3.35)$$

E para os dois traseiros:

$$F_{yr} = [C_{\alpha_r} - 2 \cdot b \cdot \Delta F_{zr}^2] \alpha_r = \frac{W_r \cdot V^2}{(R \cdot g)} \quad (3.36)$$

Eliminando os ângulos de escorregamentos temos:

$$\delta = 57.3 \cdot \frac{L}{R} + \frac{W_f \cdot V^2 / (R \cdot g)}{(C_{\alpha f} - 2 \cdot b \cdot \Delta F_{zf}^2)} - \frac{W_r \cdot V^2 / (R \cdot g)}{(C_{\alpha r} - 2 \cdot b \cdot \Delta F_{zr}^2)} \quad (3.37)$$

Essa equação pode ser simplificada considerando o fato que $C_{\alpha} \gg 2 \cdot b \cdot \Delta F_z^2$. Assim:

$$\frac{1}{(C_{\alpha} - 2 \cdot b \cdot \Delta F_z^2)} = \frac{1}{C_{\alpha}(1 - \frac{2 \cdot b \cdot \Delta F_z^2}{C_{\alpha}})} \approx \frac{1}{C_{\alpha}} \left(1 + \frac{2 \cdot b \cdot \Delta F_z^2}{C_{\alpha}} \right) \quad (3.38)$$

Assim, a equação 3.37 pode ser re-escrita como:

$$\delta = 57.3 \cdot \frac{L}{R} + \left[\left(\frac{W_f}{C_{\alpha f}} - \frac{W_r}{C_{\alpha r}} \right) + \left(\frac{W_f}{C_{\alpha f}} \cdot \frac{2 \cdot b \cdot \Delta F_{zf}^2}{C_{\alpha f}} - \frac{W_r}{C_{\alpha r}} \cdot \frac{2 \cdot b \cdot \Delta F_{zr}^2}{C_{\alpha r}} \right) \right] \frac{V^2}{R \cdot g} \quad (3.39)$$

O termo $\frac{W_f}{C_{\alpha f}} - \frac{W_r}{C_{\alpha r}}$ representa a parcela do *understeer gradient* proveniente do *cornering stiffness* do pneu.

O termo $\frac{W_f}{C_{\alpha f}} \cdot \frac{2 \cdot b \cdot \Delta F_{zf}^2}{C_{\alpha f}} - \frac{W_r}{C_{\alpha r}} \cdot \frac{2 \cdot b \cdot \Delta F_{zr}^2}{C_{\alpha r}} = K_{lt}$ representa a parcela do *understeer gradient* proveniente da transferência de carga do pneu.

Variação de cambagem

Cambagem é o ângulo de inclinação do plano da roda com a vertical, como pode ser observado na figura 3.9. Ele é considerado positivo quando a parte superior se projeta para fora do veículo e negativo quando ela se projeta para dentro.

$\emptyset$ = Ângulo de cambagem

Figura 3.9: Ângulo de cambagem de um pneumático

A cambagem no pneu produz uma força lateral chamada "*camber thrust*". A figura 3.10 mostra um gráfico típico da força lateral gerada pela variação da cambagem.

Figura 3.10: Força lateral originada pela cambagem do pneu.

O ângulo de cambagem produz uma menor força lateral que o ângulo de escorregamento. Aproximadamente 5 graus de ângulo de cambagem produz a mesma força lateral com 1 grau de escorregamento lateral.

Entretanto, somado ao ângulo de escorregamento, a força lateral gerada pela variação da cambagem também exerce influência no *understeer*.

No caso de suspensão com eixo rígido os ângulos de cambagem são baixos, sendo sua participação nos esforços laterais de no máximo 10%. Em contrapartida, para suspensões independentes, a cambagem pode exercer um papel importante na dinâmica lateral. A sua variação é em função da rolagem (vide figura 3.11) e da movimentação vertical do veículo.

Figura 3.11: Variação do ângulo de cambagem em um veículo em curva

Desse modo a cambagem total em curva será:

$$\gamma_g = \gamma_b + \varphi \quad (3.40)$$

Onde:

γ_g = Ângulo de cambagem em relação ao chão

γ_b = Ângulo de cambagem da roda em relação ao veículo

φ = Ângulo de rolagem do veículo

A expressão que relaciona a força lateral ao ângulo de cambagem e ao ângulo de escorregamento é dada por:

$$F_y = C_a \alpha + C_y \gamma \quad (3.41)$$

Desse modo:

$$\alpha = \frac{F_y}{C_a} - \frac{C_y}{C_a} \gamma \quad (3.42)$$

Agora tanto F_y como γ estão relacionados com a aceleração lateral. F_y pela equação 3.5 e γ pela equação 3.41. Desse modo, as equações de α_f e α_r podem ser escritas da seguinte forma:

$$\alpha_f = \frac{W_f}{C_a} a_y - \frac{C_y}{C_a} \cdot \frac{\partial \gamma_f}{\partial \phi} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial a_y} \quad \text{e} \quad \alpha_r = \frac{W_r}{C_a} a_y - \frac{C_y}{C_a} \cdot \frac{\partial \gamma_r}{\partial \phi} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial a_y} \quad (3.43)$$

Quando estas são substituídas na equação 3.11 temos;

$$\delta = 57.3 \cdot \frac{L}{R} + \left[\left(\frac{W_f}{C_{af}} - \frac{W_r}{C_{ar}} + \left(\frac{C_{yf}}{C_{af}} \cdot \frac{\partial \gamma_f}{\partial \phi} - \frac{C_{yr}}{C_{ar}} \cdot \frac{\partial \gamma_r}{\partial \phi} \right) \frac{\partial \phi}{\partial a_y} \right] \cdot \frac{V^2}{R \cdot g} \quad (3.44)$$

Desse modo, o *understeer* gerado pelo ângulo de cambagem é dado por:

$$K_{camber} = \left(\frac{C_{yf}}{C_{af}} \cdot \frac{\partial \gamma_f}{\partial \phi} - \frac{C_{yr}}{C_{ar}} \cdot \frac{\partial \gamma_r}{\partial \phi} \right) \frac{\partial \phi}{\partial a_y} \quad (3.45)$$

3.3.2 TESTES PARA ESTUDO DE COMPORTAMENTO LATERAL DE VEÍCULOS

A determinação das características de desempenho do veículo durante uma operação em malha fechada torna-se possível quando uma grande quantidade de dados for adquirida a fim de normalizar a influência randômica do motorista e da pista. Esse procedimento é custoso e demorado. A solução para este problema é a adoção de procedimento de testes de resposta direcional em malha aberta, onde as influências do motorista e da pista são

minimizadas através do uso de entradas cuidadosamente determinadas sob condições limitadas de ambiente.

Dentre os vários testes existentes para avaliação do comportamento lateral de um veículo, serão descritos a seguir:

- ✓ Teste em regime permanente com trajetória curvilínea - ISO 4138 (2004);
- ✓ Teste de resposta em regime transiente - ISO 7401 (2003);
- ✓ Teste de mudança de pista severa - ISO 3881-1 (1999).

Teste em regime permanente com trajetória curvilínea

A norma ISO 4138 (2004) especifica métodos de teste para determinar o comportamento de veículos em curva para regime permanente na condição de malha aberta. Nela são especificados 3 tipos de métodos:

- ✓ Método 1: Teste com raio constante;
- ✓ Método 2, Teste com esterçamento do volante constante;
- ✓ Método 3, Teste com velocidade longitudinal constante.

A natureza de qualquer regime permanente estável independe dos métodos citados. Entretanto, para se obter resultados em regime permanente de velocidade, esterçamento do volante e raio de curva, pode-se manter um deles constante, variar o segundo e medir o terceiro. A tabela 3.1 resume essas condições para os métodos citados:

Tabela 3.1: Condições de teste para regime permanente

Método de teste	Constante	Variado	Medido ou calculado
Raio constante	Raio	Velocidade	Esterçamento do volante
Esterçamento do volante constante	Esterçamento do volante	Velocidade	Raio
Velocidade longitudinal constante	Velocidade	Esterçamento do volante	Raio

As principais variáveis medidas desse método são:

- ✓ Velocidade longitudinal;
- ✓ Esterçamento do volante;
- ✓ Aceleração lateral.

Medições experimentais de *understeer gradient*

Segundo Gillespie (1992), os testes citados acima são baseados na definição de *understeer gradient* refletido na equação:

$$\delta = 57.3 \cdot \frac{L}{R} + K \cdot a_y \quad (3.13)$$

O autor comenta que de todos os métodos mencionados, somente o de raio constante e o de velocidade constante refletem situações normais de direção. Assim, estes serão discutidos com maior detalhe a seguir.

1 – Método de raio constante

Para esse método, dado certo raio de curvatura e a medição de velocidade (pelo velocímetro ou tempo de volta), pode-se determinar a aceleração lateral pela fórmula:

$$a_y = \frac{V^2}{(R \cdot g)} \quad (3.46)$$

O procedimento recomendado é dirigir o veículo ao redor do círculo em baixa velocidade, de forma que a aceleração lateral seja desprezível e registrar o esterçamento do volante (*Ackerman steer angle*) necessário para manter a curva. Posteriormente a velocidade é aumentada aos poucos de forma que a aceleração lateral sofra pequenos incrementos (geralmente 0,1g). Para cada velocidade, o esterçamento do volante é registrado. O esterçamento da roda (esterçamento do volante dividido pela relação da direção) é plotado em função da aceleração lateral, tal como mostra a figura 3.12.

Figura 3.12: Medição do *understeer gradient* pelo método de raio constante

O significado do gráfico pode ser interpretado pela derivada da equação 3.13:

$$\frac{\partial \delta}{\partial a_y} = \frac{\partial}{\partial a_y} \cdot \left(57.3 \cdot \frac{L}{R} \right) + K \cdot \frac{\partial a_y}{\partial a_y} \quad (3.47)$$

Sendo o raio de curvatura constante, o *Ackerman steer angle* é também constante e sua derivada é zero. Desse modo:

$$K = \frac{\partial \delta}{\partial a_y} \quad (3.48)$$

A derivada da curva é o *understeer gradient*. Quando a derivada é positiva indica um comportamento subesterçante. Se ela é zero, o comportamento é neutro e se é negativa, *sobreesterçante*.

2 – Método de velocidade constante (*ramp steer*)

Understeer gradient pode também ser medido à velocidade constante com a variação do ângulo de esterçamento. Além medição da velocidade e do esterçamento, o raio também deve ser determinado. O modo mais prático de

se obter o raio de curvatura é através da medição da aceleração lateral ou a velocidade de guinada pela relação:

$$R = \frac{V^2}{a_y} = \frac{V}{r} \quad (3.49)$$

Onde:

V = Velocidade longitudinal (m/s)

a_y = Aceleração lateral (m/s²)

r = Velocidade de guinada (rad/s)

Substituindo a equação 3.49 em 3.13 temos:

$$\delta = 57.3 \cdot \frac{L}{R} + K \cdot a_y = 57.3 \cdot \frac{L \cdot a_y}{V^2} + K \cdot a_y \quad (3.50)$$

Derivando a expressão acima em relação à aceleração lateral, obtem-se a expressão do *understeer gradient*:

$$K = \frac{\partial \delta}{\partial a_y} = \frac{\partial}{\partial a_y} \cdot \left(57.3 \cdot \frac{L}{V^2} \right) \quad (3.51)$$

Como a velocidade e o entre eixos são constantes, o *Ackermann steer angle gradient* (segundo termo do lado direito da equação acima) é uma linha reta de derivada constante e aparece na figura 3.13.

Figura 3.13: Medição do *understeer gradient* pelo método de velocidade constante

Na linha *Ackermann steer angle gradient* o veículo tem comportamento neutro. Acima dela o veículo tem comportamento subesterçante e abaixo, sobreesterçante. Para o veículo sobreesterçante, no ponto onde a derivada é zero é o limite de estabilidade correspondente à velocidade crítica.

Teste de resposta em regime transiente

A norma ISO 7401 (2003) especifica métodos em malha aberta para determinar a resposta em regime transiente para veículos. Valores característicos e funções nos domínios do tempo e frequência são considerados para caracterizar a resposta no regime transiente.

Os testes disponíveis para obter esses valores são:

- ✓ No domínio do tempo:
 - Entrada em degrau
 - Entrada senoidal (um período)
- ✓ No domínio da frequência
 - Entrada randômica
 - Entrada em pulso

✓ Valor de *overshoot* – calculado pela razão:

$$\text{Valor de overshoot} = \frac{\text{valor de pico} - \text{valor de regime}}{\text{valor de regime}} \quad (3.52)$$

Teste de mudança de pista severa

A manobra de mudança de pista severa (ISO 3881-1, 1999) é um conhecido teste utilizado para avaliação subjetiva em dinâmica veicular.

Inclui tanto uma simples mudança de pista (translação lateral de uma largura de pista) como uma dupla mudança de pista (translação lateral de uma largura de pista e o retorno para a pista original).

A resposta é avaliada subjetivamente porque não existe um critério devido à grande influência das diferentes estratégias de esterçamento adotadas por cada motorista (NAUDE & STEYN, 1993).

3.3.3 MODELAGEM DE PNEUMÁTICOS PARA A DINÂMICA LATERAL

O pneumático tem um papel fundamental no estudo da dinâmica lateral de um veículo. As características dos pneumáticos podem ser linearizadas para o estudo de estabilidade e resposta lateral para ângulos de esterço pequenos. Por outro lado, as características não-lineares dos pneumáticos podem causar mudanças consideráveis na dirigibilidade de um veículo para diferentes valores de aceleração lateral. Assim, não é mais razoável a análise de dirigibilidade e estabilidade de um veículo utilizando modelos lineares de pneumáticos.

Segundo PACEJKA (1991), o comportamento do pneumático resulta da combinação de vários aspectos que podem ser resumidos na tabela 3.2. Nesta tabela os fatores estão separados entre fatores de regime permanente e de comportamento vibratório, entre fatores simétricos e assimétricos. Entre esses fatores alguns são tem maior influência que outros. Considerando regime permanente, o carregamento, a aceleração do veículo e a manobra realizada são os fatores mais influentes. E considerando o comportamento vibracional, o amortecimento é o mais influente.

Alguns desses fatores podem ser identificados como as entradas do sistema e estão dispostos na figura 3.15 na seção movimento e posição. As saídas do sistema estão designadas como forças (PACEJKA, 1991).

Tabela 3.2: Aspectos que influenciam a resposta do pneumático.

	Regime Permanente		Comportamento Vibratório
Simétrico	<ul style="list-style-type: none"> • Carregamento • Frenagem e Aceleração • Resistência ao rolamento 	<ul style="list-style-type: none"> • Deflexão Radial • Escorregamento tangencial 	<ul style="list-style-type: none"> • Amortecimento • Acoplamento e amplificação dinâmica
Assimétrico	<ul style="list-style-type: none"> • Manobra em curva • Deslocamento da força normal 	<ul style="list-style-type: none"> • Escorregamento lateral 	<ul style="list-style-type: none"> • Deslocamentos de fase e instabilidade

Figura 3.15 Vetores entrada e saída de um modelo genérico de um pneumático

Vários modelos de pneumáticos foram desenvolvidos. Cada um com o seu propósito e nível de complexidade. A figura 3.16 ilustra a variedade de modelos existentes e como eles são desenvolvidos por diferentes técnicas de modelagem. Dependendo do tipo de modelo físico escolhido, uma formulação simples pode suprir o modelo das informações necessárias, mas existem

campos que exigem modelos mais complexos. Modelos baseados somente em dados experimentais requerem técnicas de regressão e um grande número de experimentos em pista. Por outro lado, modelos avançados teóricos requerem experimentos especiais e introspecção sobre o comportamento do pneumático (PACEJKA, 1991).

Figura 3.16: Necessidades durante o desenvolvimento de um modelo de um pneumático dependendo da sua característica (PACEJKA, 1991).

Entre os modelos desenvolvidos, pode-se destacar os tipicamente teóricos como o Modelo Fiala e o Modelo Gim, nos quais a relação entre a força lateral e o ângulo de escorregamento é expressa através de um polinômio com os parâmetros determinados por testes. Entre os modelos empíricos, o mais famoso é a “Formula Mágica” de Pacejka, o qual contém muitos coeficientes determinados experimentalmente, sendo um modelo bastante utilizado para simulações dinâmicas de veículos (QU & LIU, 2000).

4 DESENVOLVIMENTO DO MODELO DE VEÍCULO

Neste capítulo é feita uma descrição detalhada dos subsistemas que formam o modelo completo em multicorpos com enfoque para a metodologia de geração dos 3 modelos de quadros flexíveis.

4.1 CARACTERÍSTICAS GERAIS DO VEÍCULO

O veículo em estudo é o monoposto de competição E2-M, desenvolvido pela Equipe EESC-USP de Formula SAE para a “II Competição SAE BRASIL-PETROBRÁS de Fórmula SAE”. As características gerais do veículo estão descritas na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Características gerais do veículo.

	Dianteira	Traseira
Comprimento (mm)	2790	
Altura (mm)	1200	
Largura (mm)	1360	
Entre-eixos (mm)	1702	
Bitola (mm)	1180	1140
Altura do roll center (mm)	56	15
Massa com piloto (Kg)	176	166
Massa não suspensa (Kg)	38.5	46.1
Altura do CG (mm)	270	
Inércias da massa suspensa		
I_{xx} (Kg.mm ²)	2.66E+07	
I_{yy} (Kg.mm ²)	2.75E+08	
I_{zz} (Kg.mm ²)	2.54E+08	

4.2 MODELO COMPLETO DO VEÍCULO EM MULTICORPOS

O modelo completo do veículo foi desenvolvido no software Adams/Car. ADAMS é a sigla de *Automatic Dynamic Analysis of Mechanical Systems* e o Adams/Car é uma versão do programa focada na modelagem, simulação e análise de automóveis e seus subsistemas. A metodologia que o Adams/Car utiliza é baseada na construção de subsistemas e uma interface para análise. Assim os pneus, suspensões dianteira e traseira, sistema de esterçamento, barra estabilizadora, piloto e quadro foram conectados através de *communicators* no ambiente de análise. Neste ambiente, análises de malha aberta e fechada podem ser calculadas.

O modelo multicorpos descrito teve como base o trabalho desenvolvido por Barreto (2005) que tinha como propósito estudar a influência da geometria da suspensão nas atitudes da massa suspensa.

4.2.1 SUSPENSÃO DIANTEIRA

A suspensão dianteira é de bandeja dupla do tipo *Short Long Arm*. A figura 4.1 apresenta a vista isométrica do subsistema.

Figura 4.1: Suspensão dianteira.

O modelo da suspensão dianteira no ambiente Adams/Car pode ser visto na figura 4.2 e é composto pelos seguintes corpos: bandeja superior,

bandeja inferiores, manga de eixo, barras de direção, *pushrod*, molas e amortecedores. Os pontos que definem a geometria da suspensão dianteira (*hardpoints*) são mostrados no apêndice A.

Figura 4.2: Modelo da suspensão dianteira.

A curva força versus deformação da mola é mostrada na figura 4.3

Figura 4.3: Curva de força versus deformação da mola dianteira.

A curva do amortecedor dianteiro é apresentada pela figura 4.4.

Figura 4.4: Curva do amortecedor dianteiro.

4.2.2 SUSPENSÃO TRASEIRA

A suspensão traseira é de bandeja dupla do tipo *Short Long Arm*. A figura 4.5 apresenta a vista isométrica do subsistema.

Figura 4.5: Suspensão traseira

O modelo no ambiente Adams/Car pode ser visto na figura 4.6 e é composto pelos seguintes corpos: braços superiores, braços inferiores, mangas de eixo, *pushrod*, molas e amortecedores. Os pontos que definem a geometria da suspensão traseira (*hardpoints*) são mostrados no apêndice A.

Figura 4.6: Modelo da suspensão traseira

A curva força versus deformação da mola modelada é descrita pela figura 4.7.

Figura 4.7: Curva força versus deformação da mola traseira.

A curva do amortecedor traseiro é apresentada pela figura 4.8.

Figura 4.8: Curva do amortecedor traseiro.

4.2.3 CONJUNTO DOS PNEUS DIANTEIROS E TRASEIROS

O modelo pneu conhecido como *Delft-Tyre* baseado na Fórmula Mágica do Pacjeka foi utilizado na modelagem do modelo de veículo completo. As características, que foram levantadas por um ensaio estão descritas na tabela 4.2.

Tabela 4.2: Características gerais do pneu

Características	Valores
Largura	175 mm
Diâmetro	249 mm
Pressão Interna	15psi
Rigidez Vertical	226 N/mm
Amortecimento	0.25 Ns/mm

O conjunto dos pneus dianteiros e traseiros está apresentado pela figura 4.9.

Figura 4.9: Conjunto dos pneus dianteiros e traseiros.

4.2.4 SISTEMA DE DIREÇÃO

O sistema de direção utilizado no veículo é do tipo pinhão e cremalheira. O modelo do sistema de direção no ambiente Adams/Car pode ser visto na figura 4.10 e é composto pelos seguintes corpos: volante, coluna de direção, suporte da coluna de direção, cremalheira, e suporte da cremalheira. Os pontos que definem a geometria do sistema de direção (*hardpoints*) são mostrados no apêndice A.

Figura 4.10: Sistema de direção.

4.2.5 POWERTRAIN

O subsistema do *powertrain* não contém partes girantes como em uma transmissão real, pois se todas as partes do trem de força (inércia, massa, rigidez, etc) fossem representadas aumentariam o tempo de simulação. Ele é baseado em funções que representam o motor, embreagem e transmissão. A figura 4.11 mostra o modelo do subsistema motor e transmissão onde o motor é fixado no quadro por buchas.

Figura 4.11: *Powertrain*

4.2.6 ESTABILIZADORA

O subsistema da estabilizadora é composto por uma barra de torção, duas buchas e dois links, como pode ser observado na figura 4.12. Sua rigidez é proveniente de uma mola de torção.

Figura 4.12: Barras estabilizadoras dianteira e traseira

4.2.7 QUADRO

Para a avaliação da influência da rigidez torcional do quadro na dinâmica lateral serão comparados 4 quadros (1 rígido e 3 flexíveis com valores diferentes de rigidez).

O quadro presente no protótipo tem o conceito de estrutura tubular soldada e é confeccionado de aço SAE 1020. A figura 4.13 apresenta uma vista isométrica e uma lateral do subsistema.

Figura 4.13: Vista isométrica e lateral do quadro

Com o intuito de redução de peso, facilidade de manutenção e redução da altura do centro de gravidade, a estrutura tem como conceito utilizar o motor como elemento estrutural, como observado na figura 4.14.

Figura 4.14: Conceito de quadro com motor estrutural

Para se avaliar a influência da rigidez torcional do quadro, foram elaborados 3 modelos com massa e rigidez diferentes. O quadro **A**, que

representa o protótipo E2-M, pode ser observado na figura 4.15. A legenda mostra a relação dos tubos utilizados na sua construção da estrutura.

Figura 4.15: Quadro A.

O quadro B é baseado no modelo A. Nele foram retirados os travamentos diagonais para torná-lo mais flexível que o quadro A. Deve-se salientar que essa é a configuração mínima de estrutura exigida pela regra da competição (SAE INTERNATIONAL, 2008) para garantir a segurança do piloto. Na figura 4.16 é feita uma comparação entre as duas gaiolas e em azul são destacados os tubos que foram retirados do quadro A.

Figura 4.16: Quadro B

Como pode ser visto na figura 4.17, no quadro C foram aplicados uma quantidade maior de reforços que no quadro A para introduzir um acréscimo de rigidez na estrutura. As alterações foram as seguintes:

- ✓ Alteração da seção transversal dos travamentos diagonais de 7/8" wt=1.2mm para 1" wt=1.2mm
- ✓ Implementação de *sidepod* (reforço lateral) com tubos de dimensão 1" wt=1.2mm

Figura 4.17: Quadro C

Na sequência temos a metodologia para determinação da rigidez torcional dos quadros. Em seguida é relatado como se deu a calibração de massa suspensa do modelo flexível. Por último descreve-se os passos para conversão do modelo em Elementos Finitos para o modelo flexível, com extensão “.mnf” (*modal neutral file*) para ser utilizado no Adams/Car.

Cálculo da rigidez torcional do quadro

Modelo

Para avaliação da flexibilidade do quadro, utilizou-se a metodologia de elementos finitos. O modelo, desenvolvido no software MSC.PATRAN, é formado pelo quadro e suspensões dianteira e traseira. A utilização da suspensão visa representar melhor as entradas de carga de torção. As molas

da suspensão foram substituídas por barras para que sua flexibilidade não tivesse influência no resultado final do conjunto.

Tanto o quadro como as bandejas foram modelados com elementos de barra (BAR). As mangas de eixo foram modeladas em elemento sólido (Tetra) e no motor considerou-se com elemento rígido (RBE). No nó mestre implementou-se um elemento de massa com 64 Kg.

Carregamento e condições de contorno

Para obtenção da rigidez torcional do quadro aplicou-se um binário na suspensão dianteira e restringiu-se a suspensão traseira. O binário consiste em aplicar uma translação de 30 mm nas pontas de eixo da suspensão dianteira na direção vertical. Do lado direito o sentido é para cima e do lado esquerdo é para baixo. As restrições foram aplicadas nos 4 parafusos do cubo de roda traseiro nas três translações. A gravidade foi considerada no cálculo. O carregamento e a condição de contorno podem ser observados na figura 4.18.

Figura 4.18: Modelo com carregamento e condições de contorno.

Formulação para obtenção da rigidez torcional do quadro

A rigidez foi obtida através do equacionamento:

$$K_q = \frac{T}{\theta} \quad (4.1)$$

Onde:

K_q = Rigidez torcional do quadro

T = Momento aplicado na estrutura

θ = Deslocamento angular da estrutura

A expressão acima pode ser reescrita da seguinte forma:

$$K_q = \frac{F \cdot L}{\tan^{-1} \left[\frac{\Delta z}{L} \right]} \quad (4.1)$$

Onde:

F = Força de reação devido ao deslocamento nas mangas da suspensão dianteira

L = Distância entre forças de reação

Δz = Deslocamento vertical nas mangas da suspensão dianteira

Na tabela 4.3 é mostrado um comparativo de rigidez torcional e massa para os 3 quadros.

Tabela 4.3: Comparativo entre os quadros avaliados.

	Quadro A	Quadro B	Quadro C
Rigidez Torcional (N.m ^º)	1537	674	295
Massa da estrutura tubular (Kg)	32.9	28.1	37.0
Massa da estrutura (Kg) + Motor	96.9	92.1	101.0

Calibração de massa e CG dos quadros

Os principais elementos que contribuem para a massa do protótipo podem ser observados na tabela 4.4.

Tabela 4.4: Massas mais significativas do protótipo

Itens	Massa (Kg)	Comentários
Massa não suspensa		
Dianteira	38.5	Contempla bandejas, mangas de eixo, freio, pneus e rodas, etc
Traseira	46.1	
Massa suspensa		
Quadro	32.9	-
piloto	68.0	Equivalente à 150lb.
motor	64.0	-
transmissão	30.2	-
Direção	4.3	-
Total	284.0	

Como pode ser observado, a soma da massa dele (284 kg) é inferior ao valor de 342 kg citado na tabela 4.1. Essa diferença de massa (58 kg) é devido à falta de elementos como carenagem, acabamento, mangueiras, componentes elétricos e eletrônicos no modelo de elementos finitos.

Para se efetuar a calibração da massa suspensa, primeiramente a densidade do quadro foi elevada para que houvesse um aumento de massa de 30 kg. Deve-se salientar que a densidade dos reforços não foi alterada para os modelos com quadros B e C não tivessem que ser calibrados novamente. O restante (28 kg) foi inserido no modelo através de elementos de barra com baixo módulo elástico na região dianteira da estrutura tubular, conforme pode ser observado na figura 4.19. Essa posição foi escolhida para acertar a distribuição de carga do protótipo.

Figura 4.19: Barra de calibração na região dianteira do quadro.

Finalizada a etapa de calibração da massa suspensa do quadro A, bastou retirar os travamentos diagonais do quadro B e implementar os reforços previstos no quadro C.

A tabela 4.5 mostra os valores de massa suspensa e C.G. para os 3 quadros flexíveis.

Tabela 4.5: Massa e CG dos quadros flexíveis

	Massa (kg)	X-C.G. (mm)	Y-C.G. (mm)	Z-C.G. (mm)
Modelo A	244.0	782.4	0.1	275.6
Modelo B	239.3	792.3	0.2	274.5
Modelo C	248.2	778.3	0.1	274.6

Com relação ao quadro rígido, adotou-se massa e inércia do quadro flexível A.

Análise modal

Além da rigidez torcional, as 3 configurações foram avaliadas através de análise modal com o intuito de comparar tanto as frequências como os modos de vibrar das estruturas. Na tabela 4.6 são mostradas as frequências e

no apêndice B podem ser observados os modos de vibrar. Deve-se salientar que para essa avaliação a massa do motor foi considerada no modelo.

Tabela 4.6: Frequências dos quadros antes da calibração.

Frequência	Quadro A	Quadro B	Quadro C
1	59.2 Hz	38.8 Hz	64.5 Hz
2	61.0 Hz	51.9 Hz	69.5 Hz
3	81.9 Hz	64.8 Hz	99.0 Hz

Após a calibração, o comportamento dos quadros se alterou devido ao aumento de massa na estrutura. Na tabela 4.7 são mostradas as frequências obtidas e no apêndice B os modos de vibrar.

Tabela 4.7: Frequências dos quadros após a calibração

Frequência	Quadro A	Quadro B	Quadro C
1	26.57 Hz	17.03 Hz	33.72 Hz
2	31.12 Hz	22.84 Hz	39.28 Hz
3	39.62 Hz	30.08 Hz	44.59 Hz

Geração do modelo flexível para exportar para o Adams/Car

A partir da análise modal, o *software* MSC.NASTRAN gera um arquivo com extensão “.out”. O *software* ADAMS.Flex é o responsável pela conversão do arquivo com extensão “.out” para um arquivo com extensão “.mnf” que pode ser lido pelo *software* Adams/Car.

4.2.8 MODELO COMPLETO DO VEÍCULO

Após a elaboração dos subsistemas no Adams/Car, os quatro modelos (figuras 4.20, 4.21, 4.22 e 4.23) foram montados e as simulações foram iniciadas.

Figura 4.20: Modelo com quadro rígido

Figura 4.21: Modelo com quadro flexível A

Figura 4.22: Modelo com quadro flexível B

Figura 4.23: Modelo com quadro flexível C

5 SIMULAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

5.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo será dividido em duas partes. Na primeira, tanto a suspensão dianteira como a traseira serão avaliadas com relação à cambagem, convergência e altura de *roll center*. Depois será feito um estudo da rigidez de rolagem das suspensões para determinação dos diâmetros das barras estabilizadoras que serão utilizadas na simulação do veículo completo.

A segunda parte tratará da avaliação da influência da rigidez torcional do quadro na dinâmica lateral. Primeiramente serão descritas as manobras realizadas. Depois serão realizadas simulações nas seguintes condições:

- ✓ Comparação entre modelos rígido e flexíveis
- ✓ Quadro rígido com 3 configurações de distribuição de rolagem
- ✓ Quadro flexível A com 3 configurações de distribuição de rolagem

5.2 AVALIAÇÃO DA SUSPENSÃO

5.2.1 SUSPENSÃO DIANTEIRA

Para a avaliação do comportamento da suspensão dianteira, foram calculados parâmetros como cambagem, convergência e altura de *roll center*. Na figura 5.1 é mostrada a suspensão dianteira no *test-rig* com a estabilizadora e sistema de direção.

Figura 5.1: Suspensão dianteira no *test-rig*

Os parâmetros utilizados para a análise de *parallel wheel-travel* são mostrados na figura 5.2. Nessa simulação a suspensão é submetida à uma variação de curso de ± 25 mm das rodas em fase.

Figura 5.2: Parâmetros da análise de *parallel wheel-travel*.

A variação de cambagem da suspensão é de -0,6 a -2,1 graus, conforme figura 5.3.

Figura 5.3: Variação de cambagem da suspensão dianteira.

A variação de convergência da suspensão é de aproximadamente a 0,05 -0,06 graus, como pode ser observado na figura 5.4.

Figura 5.4: Variação de convergência da suspensão dianteira.

A altura do *roll center* varia de 21 a 96mm, sendo que na posição zero está situado à 56 mm do solo (figura 5.5).

Figura 5.5: Variação da altura do *roll center* da suspensão dianteira.

5.2.2 SUSPENSÃO TRASEIRA

Para a avaliação do comportamento da suspensão traseira, foram calculados parâmetros como cambagem, convergência e altura de *roll center*. Na figura 5.6 é mostrada a suspensão traseira no *test-rig* com a estabilizadora.

Figura 5.6: Suspensão traseira no *test-rig*

A suspensão traseira foi submetida à análise de *parallel wheel-travel* com os mesmos parâmetros utilizados na suspensão dianteira, conforme mostrado na figura 5.2.

A variação de cambagem da suspensão é de 0,55 a -0,75 graus, como pode ser observado na figura 5.7.

Figura 5.7: Variação de cambagem da suspensão traseira.

A variação de convergência da suspensão é de aproximadamente -0,65 a 0,6 graus (figura 5.8).

Figura 5.8: Variação de convergência da suspensão traseira.

Conforme pode ser observado na figura 5.9, a altura do *roll center* varia de -13 a 44 mm, sendo que na posição zero está situado à 15 mm do solo.

Figura 5.9: Variação da altura do *roll center* da suspensão traseira.

5.2.3 DISTRIBUIÇÃO DA RIGIDEZ DE ROLAGEM DA SUSPENSÃO DIANTEIRA E TRASEIRA

Um dos fatores mais importantes para a avaliação da transferência de carga lateral é a determinação da rigidez de rolagem (*roll stiffness*) da suspensão.

A obtenção do *roll stiffness* das suspensões se deu através da análise de *opposite wheel-travel*. Nessa simulação a suspensão foi submetida à uma variação de curso de ± 25 mm (figura 5.10) com as rodas em oposição de fase

Figura 5.10: Parâmetros da análise - *opposite wheel-travel*

A partir dessa análise, os valores de rigidez de rolagem encontrados para a suspensão dianteira e traseira foram de 150.6 N.m° e 81 N.m° respectivamente. Com a soma desses dois valores tem-se a rigidez de rolagem total da suspensão que é de 231.6 N.m° . A distribuição da rigidez de rolagem (*roll balance*) entre a suspensão dianteira e traseira é de 65-35%.

Com o objetivo estudar a influência da rigidez torcional quadro na resposta direcional do veículo, implementou-se no modelo o subsistema de barra estabilizadora para se alterar a distribuição de rolagem da suspensão. O objetivo é avaliar se o quadro flexível é rígido o suficiente para transmitir as cargas de torção impostas pela suspensão. As distribuições adotadas foram de 20-80%, 50-50% e 80-20%.

Para definição dos valores de rigidez torcional que seriam atribuídos para à mola de torção da barra estabilizadora, considerou-se que a suspensão dianteira, com maior rigidez de rolagem, corresponderia a 20% do total da nova distribuição. Desse modo, na nova configuração, a rigidez de rolagem total da suspensão seria de 753 N.m° . A partir da análise de *opposite wheel-travel*, determinou-se a rigidez torcional que deveria ser aplicada na barra estabilizadora para as distribuições especificadas de cada suspensão. Na tabela 5.1 são mostrados os valores considerados para as distribuições propostas fossem alcançadas.

Tabela 5.1: Valores de rigidez torcional das barras estabilizadoras

Distribuição de rolagem entre a suspensão dianteira e traseira		Suspensão Dianteira		Suspensão Traseira	
		Rigidez de rolagem [N.m°]	Rigidez torcional da estabilizadora [N.m°]	Rigidez de rolagem [N.m°]	Rigidez torcional da estabilizadora [N.m°]
20%	80%	150.6	0	602.4	10.9
50%	50%	376.5	3.6	376.5	5.6
80%	20%	602.4	7.8	150.6	1.2

A partir dos valores obtidos de rigidez torcional para a estabilizadora, pode-se fazer uma estimativa do diâmetro da barra que deverá ser utilizada para se obter as Rill (2007), configurações desejadas.

Segundo Rill (2007), a rigidez de uma estabilizadora em formato “U” é definida pela geometria e propriedades do material. Na figura 5.11 é mostrado o diagrama de esforços verticais a que a peça é submetida.

Figura 5.11: Barra estabilizadora submetida à carregamento verticais

A rigidez vertical da barra estabilizadora é definida por:

$$K_l = \frac{F}{\Delta z}$$

Desprezando os efeitos de flexão temos:

$$\Delta z = a \cdot \Delta = a \cdot \frac{F \cdot a \cdot b}{G \cdot \frac{\pi}{32} \cdot D^4}$$

Onde G é o módulo de cisalhamento (considerou-se 85000 N/mm^2 para o aço) e as distâncias a e b são definidas na figura 5.11. Desse modo a rigidez linear é dada por:

$$K_l = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{G \cdot D^4}{a^2 \cdot b}$$

Na fórmula acima, a unidade atribuída à K_l é de N/mm . No modelo desenvolvido no Adams/Car, a unidade atribuída para a rigidez da barra estabilizadora (K_t) é N.mm° . A conversão é dada por:

$$K_l = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{2}{b^2} \cdot K_t$$

Para o cálculo do diâmetro da estabilizadora deve-se subtrair a rigidez de rolagem proveniente da suspensão primária da rigidez de rolagem total. Na figura 5.12 são mostradas as dimensões das barras estabilizadoras dianteira e traseira.

Figura 5.12: Dimensões das barras estabilizadoras dianteira e traseira

A partir da metodologia descrita acima, temos na tabela 5.2 valores aproximados do diâmetro das barras estabilizadoras para as distribuições de rolagem entre a suspensão dianteira e traseira propostas para o estudo.

Tabela 5.2: Diâmetro das barras estabilizadora

Distribuição de rolagem entre a suspensão dianteira e traseira		Estabilizadora dianteira [mm]	Estabilizadora traseira [mm]
20%	80%	Não aplicada	14
50%	50%	21	12
80%	20%	25	9

5.2.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Cambagem

Conforme apresentada na figura 5.3, a variação do ângulo de cambagem é de 0,6 a -2,1 graus na suspensão dianteira e de 0,55 a -0,75 na suspensão traseira (figura 5.7). Por serem valores reduzidos, são adequados para a aplicação.

Convergência

A variação do ângulo de convergência com o trabalho da suspensão é conhecida como *bump steer*. Este fenômeno pode causar instabilidade na direção do veículo e aumento na resistência a rolagem e desgaste dos pneus.

Na figura 5.4 a suspensão dianteira apresentou uma variação muito pequena, menor que 0,2 graus. Já a figura 5.8 mostra um *bump steer* maior que 1 grau para a suspensão traseira.

Roll center

Centro de rolagem (*roll center*) é o ponto na vista frontal do veículo (plano YZ, passando pelos centros das rodas) no qual forças laterais podem ser aplicadas na massa suspensa sem causar a rolagem do veículo. Quanto mais alto o centro de rolagem em relação ao solo menor será o movimento de roll do veículo, porém maior será a transferência de carga nas rodas durante uma curva.

Na suspensão dianteira a altura do *roll center* varia de 21 a 96mm, sendo que na posição zero está situado à 56 mm do solo (figura 5.5). A traseira, na posição zero, tem o *roll center* está situado à 15 mm do solo e sua variação é de 13 a 44 mm.

Distribuição da rigidez de rolagem

Conforme dito anteriormente, se a distribuição de rolagem é maior no eixo dianteiro gera o subesterçamento. Quando é maior no eixo traseiro gera o sobreesterçamento. Esse efeito ocorre quando se utiliza barra estabilizadora, que acarreta aumento no momento de rolagem no eixo em que ela é utilizada.

Na configuração do veículo sem barra estabilizadora, a distribuição da rigidez de rolagem (*roll balance*) entre a suspensão dianteira e traseira é de 65-35% caracterizando uma tendência ao subesterçamento.

Understeer Gradient

Conforme mencionado na tabela 4.1, a distribuição de carga do protótipo é de 51-49% (176 Kg no eixo dianteiro e 166 kg no traseiro). Os pneus são iguais na suspensão dianteira e na traseira (item 4.2.3).

A relação que define o *Understeer Gradient* é dada por:

$$K = \left(\frac{W_f}{C_{af}} - \frac{W_r}{C_{ar}} \right).$$

A partir dos dados acima, pode-se concluir que o veículo

tem uma pequena tendência ao subesterçamento pois a distribuição nos eixos é pouco maior no eixo dianteiro e o *cornering stiffness* dos pneus é igual nos dois eixos.

5.3 AVALIAÇÃO DO VEÍCULO COMPLETO

5.3.1 MANOBRAS REALIZADAS

Ramp Steer

Na manobra de *ramp steer*, que tem como base a norma ISO 4138 (2004), escolheu-se a metodologia de teste onde a velocidade longitudinal é mantida constante e o esterçamento do volante é variado através de uma entrada em rampa. A manobra foi realizada a 60 Km/h e tem duração total de 21 segundos. Após 1 segundo de análise, o volante é esterçado a 4 graus/s. Os parâmetros de entrada no Adams/Car estão na figura 5.13.

Figura 5.13: Parâmetros da análise de *ramp-steer*

Para avaliação dos resultados considerou-se o esterçamento do volante em função da aceleração lateral.

Step Steer

Na manobra de *step steer*, que tem como base a norma ISO 7401 (2003), a velocidade longitudinal é mantida constante e o esterçamento do volante é variado por uma entrada degrau. A manobra, que foi realizada a 60 Km/h, tem uma duração total de 5 segundos. Após 1 segundo de análise, o volante é esterçado 40 graus em um intervalo de 0.3s. Os parâmetros de entrada no Adams/Car estão na figura 5.14.

Figura 5.14: Parâmetros da análise de *step-steer*

Para avaliação dos resultados considerou-se a velocidade de guinada no tempo e aceleração lateral no tempo.

Single Lane Change

Na manobra de *single lane change*, que tem como base a norma ISO 3881-1 (1999), a velocidade longitudinal é mantida constante e o esterçamento do volante é variado por uma entrada senoidal de tal forma que o veículo execute uma mudança de pista simples conforme figura 5.15.

Figura 5.15: Manobra de *Single Lane Change*

A manobra, que foi realizada a 60 Km/h, tem duração total de 4 segundos. Após 1 segundo de análise, o volante é esterçado da posição

inicial a 57 graus. Ao atingir esse valor, o volante retorna à posição inicial. Essa entrada dura 1.4 segundos. Os parâmetros de entrada no Adams/Car estão na figura 5.16.

Figura 5.16: Parâmetros da análise *Single Lane Change*

Para avaliação dos resultados considerou-se a velocidade de guinada no tempo e aceleração lateral no tempo.

5.3.2 COMPARAÇÃO ENTRE MODELOS RÍGIDO E FLEXÍVEIS

Nesse item foi feita a comparação entre o modelo com quadro rígido e os 3 modelos com quadros flexíveis. A figura 5.17 mostra os 4 modelos considerados no cálculo.

Figura 5.17: Modelos rígido e flexíveis

Nessa configuração o *roll balance* da suspensão está distribuído com 65% na dianteira e 35% na traseira. O *roll stiffness* total da suspensão é de 231.6 N.mm/°.

Ramp Steer

Na figura 5.18 são mostrados os resultados para a análise de *ramp steer* para os 4 modelos considerando o esterçamento da roda em função da aceleração lateral.

Figura 5.18: *Ramp-steer* - modelos rígido e flexíveis.

A tabela 5.3 mostra os valores de aceleração lateral e os raios de curvatura para os 4 modelos no término da análise. Os raios de curvatura foram calculados a partir da fórmula 3.49.

Tabela 5.3: *Ramp-steer* - Aceleração e raio de curvatura.

Esterçamento da roda [°]	Aceleração lateral final [g]			
	Quadro rígido	Quadro flexível A	Quadro flexível B	Quadro flexível C
5.73	0.999	0.998	1.001	1.000
Raio de curvatura final (m)	28.4	28.4	28.3	28.3

Na tabela 5.4 são mostrados os valores obtidos de *Understeer Gradient* (obtido a partir da equação 3.51) para os 4 modelos.

Tabela 5.4: Ramp-steer - Understeer Gradient

Understeer Gradient	Quadro rígido	Quadro flexível A	Quadro flexível B	Quadro flexível C
	0.53	1.31	1.35	1.28

Step Steer

Na figura 5.19 são mostrados os resultados para a análise de *step steer* para os 4 modelos considerando a velocidade de guinada no tempo.

Figura 5.19: Step-steer -Rígido e flexíveis - Velocidade de guinada

Os resultados desse gráfico, que foram avaliados através do tempo de resposta para velocidade de guinada, podem ser observados na tabela 5.5.

Tabela 5.5: Step Steer - Resultados para velocidade de guinada.

	Velocidade de guinada				
	Quadro rígido	Quadro flexível A	Quadro flexível B	Quadro flexível C	
Tempo p/ 50% do esterçamento	1.15				[s]
Velocidade de guinada em regime permanente	25.66	20.79	20.78	20.91	[deg/s]
Ganho de velocidade de guinada em regime permanente	0.64	0.52	0.52	0.52	[deg/s.grau]
90% velocidade de guinada em regime permanente	23.10	18.71	18.70	18.82	[deg/s]
Tempo de resposta para velocidade de guinada - p/ t=5s	0.20	0.10	0.10	0.11	[s]
Pico de velocidade de guinada	26.80	23.23	23.24	23.36	[deg/s]
Tempo de resposta para pico de velocidade de guinada	0.38	0.25	0.24	0.25	[s]
Valor de overshoot	4%	12%	12%	12%	-

Na figura 5.20 são mostrados os resultados para a análise de *step steer* para os quatros modelos considerando a aceleração no tempo.

Figura 5.20: Step-steer -Rígido e flexíveis - Aceleração lateral

Os resultados dessa análise foram avaliados através do tempo de resposta para aceleração lateral, como mostra a tabela 5.6.

Tabela 5.6: Step Steer - Resultados para aceleração lateral.

	Aceleração lateral				
	Quadro rígido	Quadro flexível A	Quadro flexível B	Quadro flexível C	
Tempo p/ 50% do esterçamento	1.15				[s]
Aceleração lateral em regime permanente	0.74	0.61	0.61	0.61	[g]
Ganho de aceleração lateral em regime permanente	0.02	0.02	0.02	0.02	[g/grau]
90% aceleração lateral em regime permanente	0.66	0.55	0.55	0.55	[g]
Tempo de resposta para aceleração lateral - p/ t=5s	0.27	0.16	0.12	0.12	[s]
Pico de aceleração lateral	0.79	0.68	0.68	0.68	[g]
Tempo de resposta para pico de aceleração lateral	0.48	0.40	0.38	0.36	[s]
Valor de overshoot	7%	12%	12%	12%	-

Single Lane Change

Na figura 5.21 são mostrados o resultados para a análise de *single lane change* para os 4 modelos considerando a velocidade de guinada no tempo.

Figura 5.21: Single lane change- Rígido e flexíveis - Velocidade de guinada

Os resultados dessa análise foram avaliados através dos valores máximos e mínimos de velocidade de guinada, como mostra a tabela 5.7.

Tabela 5.7: Single lane change –Picos de velocidade de guinada

	Velocidade de guinada			
	Quadro rígido	Quadro flexível A	Quadro flexível B	Quadro flexível C
Valor máximo	35.2	31.9	32.0	32.0
Valor mínimo	-37.0	-31.2	-31.2	-31.4

Na figura 5.22 são mostrados o resultados para a análise de *single lane change* para os 4 modelos considerando a aceleração no tempo.

Figura 5.22: *Single lane change* - Quadros Rígido e flexíveis - Aceleração lateral

Deve-se observar que o quadro flexível B apresentou um comportamento diferenciado. Isso se deve ao fato que após a calibração de massa, as frequências dele ficaram muito baixas, com o 1º modo de torção do quadro em 17.0 Hz, como pode ser observado no apêndice B. Esse valor está próximo da frequência de eixo dianteira (17 Hz) e traseira (16 Hz).

Os resultados dessa análise foram avaliados através dos valores máximos e mínimos de aceleração lateral, como mostra a tabela 5.8.

Tabela 5.8: *Single lane change* – Picos de Aceleração lateral

	Aceleração lateral			
	Quadro rígido	Quadro flexível A	Quadro flexível B	Quadro flexível C
Valor máximo	0.96	0.84	0.88	0.84
Valor mínimo	-0.90	-0.88	-0.89	-0.88

5.3.3 QUADRO RÍGIDO COM 3 CONFIGURAÇÕES DE DISTRIBUIÇÃO DE ROLAGEM

Nesse item foi feita a comparação do quadro rígido com 3 configurações de *distribuição de rolagem*: 20-80%, 50-50% e 80-20%.

A figura 5.23 mostra o modelo de quadro rígido com barra estabilizadora.

Figura 5.23: Modelo rígido com barra estabilizadora

Ramp Steer

Na figura 5.24 são mostrados os resultados para a análise de *ramp steer* considerando o esterçamento da roda em função da aceleração lateral.

Figura 5.24: Ramp-steer - Modelo rígido com estabilizadora

A tabela 5.9 mostra os valores de aceleração lateral e os raios de curvatura ao término da análise para os 3 modelos.

Tabela 5.9: *Ramp-steer* - Aceleração e raio de curvatura.

Esterçamento da roda [°]	Aceleração lateral final [g]		
	Roll Balance 20-80	Roll Balance 50-50	Roll Balance 80-20
5.74	1.22	1.04	1.04
Raio de curvatura final (m)	23.2	27.1	27.4

Na tabela 5.10 são mostrados os valores de *Understeer Gradient*.

Tabela 5.10: *Ramp-steer* – *Understeer Gradient*

Understeer Gradient	Roll Balance 20-80	Roll Balance 50-50	Roll Balance 80-20
	-0.35	-0.16	0.13

Step Steer

Na figura 5.25 são mostrados os resultados para a análise de *step steer* considerando a velocidade de guinada no tempo.

Figura 5.25: *Step-steer* – Modelos rígidos - Velocidade de guinada

Os resultados foram avaliados através do tempo de resposta para velocidade de guinada na tabela 5.11.

Tabela 5.11: *Step Steer* - Resultados para velocidade de guinada.

	Velocidade de guinada			
	Roll Balance 20-80	Roll Balance 50-50	Roll Balance 80-20	
Tempo p/ 50% do esterçamento	1.15			[s]
Velocidade de guinada em regime permanente	33.50	31.37	28.75	[deg/s]
Ganho de velocidade de guinada em regime permanente	0.84	0.78	0.72	[deg/s.grau]
90% velocidade de guinada em regime permanente	30.15	28.23	25.88	[deg/s]
Tempo de resposta para velocidade de guinada - p/ t=5s	0.36	0.32	0.27	[s]
Pico de velocidade de guinada	35.52	32.58	29.58	[deg/s]
Tempo de resposta para pico de velocidade de guinada	1.33	1.19	1.06	[s]
Valor de overshoot	6%	4%	3%	-

Na figura 5.26 são mostrados os resultados para a análise de *step steer* considerando a aceleração no tempo.

Figura 5.26: Step-steer - Modelos rígidos - Aceleração lateral

Os resultados são avaliados através do tempo de resposta para aceleração lateral na tabela 5.12.

Tabela 5.12: Step Steer - Resultados para aceleração lateral.

	Aceleração lateral			
	Roll Balance 20-80	Roll Balance 50-50	Roll Balance 80-20	
Tempo p/ 50% do esterçamento	1.15			[s]
Aceleração lateral em regime permanente	0.94	0.89	0.82	[g]
Ganho de aceleração lateral em regime permanente	0.02	0.02	0.02	[g/grau]
90% aceleração lateral em regime permanente	0.85	0.80	0.74	[g]
Tempo de resposta para aceleração lateral - p/ t=5s	0.42	0.38	0.33	[s]
Pico de aceleração lateral	1.03	0.95	0.87	[g]
Tempo de resposta para pico de aceleração lateral	1.30	1.21	0.99	[s]
Valor de overshoot	9%	7%	5%	-

Single Lane Change

Na figura 5.27 são mostrados o resultados para a análise de *single lane change* considerando a velocidade de guinada no tempo.

Figura 5.27: Single Lane Change – Modelos rígidos - Velocidade de guinada

Os resultados foram avaliados através dos valores máximos e mínimos de velocidade de guinada na tabela 5.13.

Tabela 5.13: Single lane change –Picos de velocidade de guinada

	Velocidade de guinada		
	Roll Balance 20-80	Roll Balance 50-50	Roll Balance 80-20
Valor máximo	39.46	37.81	35.87
Valor mínimo	-41.18	-39.26	-37.10

Na figura 5.28 são mostrados o resultados para a análise de *single lane change* considerando a aceleração no tempo.

Figura 5.28: *Single Lane Change* – Quadro rígido - Aceleração lateral.

Os resultados foram avaliados através dos valores máximos e mínimos de aceleração lateral na tabela 5.14.

Tabela 5.14: *Single lane change* –Picos de aceleração lateral

	Aceleração lateral		
	Roll Balance 20-80	Roll Balance 50-50	Roll Balance 80-20
Valor máximo	0.95	0.93	0.91
Valor mínimo	-0.97	-0.95	-0.92

5.3.4 QUADRO FLEXÍVEL A COM 3 CONFIGURAÇÕES DE DISTRIBUIÇÃO DE ROLAGEM

Nesse item foi feita a comparação do modelo com quadro flexível A com 3 configurações de distribuição de rolagem: 20-80%, 50-50% e 80-20%. A escolha natural para essa análise seria o quadro B pois os 3 modelos flexíveis apresentaram comportamento parecido e este é o mais leve. Porém sua falta de rigidez acarretou em problemas de acoplamento das frequências do quadro e de eixo no resultado de aceleração lateral para a análise de *Single Lane Change*, conforme figura 5.22.

A figura 5.29 mostra o modelo de quadro flexível A com barra estabilizadora.

Figura 5.29: Modelo com quadro flexível A com estabilizadora

Ramp Steer

Na figura 5.30 são mostrados os resultados para a análise de *ramp steer* para os três modelos com configuração de *distribuição de rolagem* diferente considerando o esterçamento do volante em função da aceleração lateral.

Figura 5.30: Ramp-steer - Quadro flexível A

A tabela 5.15 mostra os valores de aceleração lateral e os raios de curvatura ao término da análise para os três modelos.

Tabela 5.15: *Ramp-steer* - Aceleração e raio de curvatura.

Esterçamento da roda [°]	Aceleração lateral final [g]		
	Roll Balance 20-80	Roll Balance 50-50	Roll Balance 80-20
5.74	1.02	1.01	1.00
Raio de curvatura final (m)	27.7	28.0	28.4

Na tabela 5.16 são mostrados os valores de *Understeer Gradient*.

Tabela 5.16: *Ramp-steer* - *Understeer Gradient*

Understeer Gradient	Roll Balance 20-80	Roll Balance 50-50	Roll Balance 80-20
	0.68	0.90	1.16

Step Steer

Na figura 5.31 são mostrados os resultados para velocidade de guinada.

Figura 5.31: *Step-steer* - Flexível A - Velocidade de guinada

Os resultados foram avaliados através do tempo de resposta para velocidade de guinada na tabela 5.17.

Tabela 5.17: *Step Steer* - Resultados para velocidade de guinada

	Velocidade de guinada			
	Roll Balance 20-80	Roll Balance 50-50	Roll Balance 80-20	
Tempo p/ 50% do esterçamento	1.15			[s]
Velocidade de guinada em regime permanente	24.21	22.96	21.56	[deg/s]
Ganho de velocidade de guinada em regime permanente	0.61	0.57	0.54	[deg/s.grau]
90% velocidade de guinada em regime permanente	21.79	20.67	19.40	[deg/s]
Tempo de resposta para velocidade de guinada - p/ t=5s	0.14	0.13	0.12	[s]
Pico de velocidade de guinada	24.82	23.76	22.69	[deg/s]
Tempo de resposta para pico de velocidade de guinada	0.34	0.29	0.26	[s]
Valor de overshoot	3%	3%	5%	-

Tabela 5.5: Comparativo de resultados dos modelos avaliados.

Na figura 5.32 são mostrados os resultados para a análise de *step steer* para os três modelos considerando a aceleração no tempo.

Figura 5.32: Step-steer –Flexível A - Aceleração lateral

Os resultados dessa análise foram avaliados através do tempo de resposta para aceleração lateral na tabela 5.18.

Tabela 5.18: Step Steer - Resultados para aceleração lateral

	Aceleração lateral			
	Roll Balance 20-80	Roll Balance 50-50	Roll Balance 80-20	
Tempo p/ 50% do esterçamento	1.15			[s]
Aceleração lateral em regime permanente	0.70	0.67	0.63	[g]
Ganho de aceleração lateral em regime permanente	0.02	0.02	0.02	[g/grau]
90% aceleração lateral em regime permanente	0.63	0.60	0.57	[g]
Tempo de resposta para aceleração lateral - p/ t=5s	0.20	0.18	0.15	[s]
Pico de aceleração lateral	0.73	0.70	0.66	[g]
Tempo de resposta para pico de aceleração lateral	0.47	0.42	0.37	[s]
Valor de overshoot	4%	4%	6%	-

Single Lane Change

Na figura 5.33 são mostrados o resultados de *single lane change* a velocidade de guinada no tempo.

Figura 5.33: *Single Lane Change* – Quadro flexível A - Velocidade de guinada

Os resultados dessa análise foram avaliados através dos valores máximos e mínimos de velocidade de guinada, como mostra a tabela 5.19.

Tabela 5.19: *Single lane change* –Picos de velocidade de guinada

	Velocidade de guinada		
	Roll Balance 20-80	Roll Balance 50-50	Roll Balance 80-20
Valor máximo	34.04	32.71	31.18
Valor mínimo	-33.30	-32.22	-30.97

Na figura 5.34 são mostrados o resultados de *single lane change* considerando a aceleração no tempo.

Figura 5.34: *Single Lane Change* – Quadro flexível A - Aceleração lateral.

Os resultados dessa análise foram avaliados através dos valores máximos e mínimos de velocidade de guinada, como mostra a tabela 5.20.

Tabela 5.20: *Single lane change* –Picos de aceleração lateral

	Aceleração lateral		
	Roll Balance 20-80	Roll Balance 50-50	Roll Balance 80-20
Valor máximo	0.87	0.85	0.83
Valor mínimo	-0.92	-0.89	-0.87

5.3.5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Ramp Steer

Na tabela 5.21 é mostrado um resumo dos resultados obtidos para a análise de *ramp steer* com os valores de aceleração lateral e raio de curvatura ao final da análise, além do *Understeer Gradient*. Os parâmetros da análise foram definidos de tal forma que o veículo alcançasse o limite de aderência entre o pneu e a pista. Nessas condições o esterçamento final da roda foi 5.73 graus, alcançando uma aceleração lateral de 1g para quase todas as configurações testadas. A exceção ocorreu para o quadro rígido com distribuição de rolagem 20-80%. Na figura 5.24 pode-se observar que os valores diferenciados de aceleração lateral e raio de curvatura se devem a um comportamento instável do veículo.

Tabela 5.21: Resumo de resultados para análise de *Ramp Steer*

		Ramp Steer		
		Aceleração lateral final [g]	Raio de curvatura	Understeer Gradient
Quadro rígido	Sem estab	1.00	28.4	0.53
	20-80	1.22	23.2	-0.35
	50-50	1.04	27.1	-0.16
	80-20	1.04	27.4	0.13
Quadro flexível A 1537 N.m/°	Sem estab	1.00	28.4	1.31
	20-80	1.02	27.7	0.68
	50-50	1.01	28.0	0.90
	80-20	1.00	28.4	1.16
Quadro flexível B 674 N.m/°	Sem estab	1.00	28.3	1.35
	20-80	-	-	-
	50-50	-	-	-
	80-20	-	-	-
Quadro flexível C 2949 N.m/°	Sem estab	1.00	28.3	1.28
	20-80	-	-	-
	50-50	-	-	-
	80-20	-	-	-

Comparação entre modelos rígido e flexíveis

Os resultados das análises para os modelos com quadro rígido e quadros flexíveis, que foi realizada sem estabilizadora, estão em destaque com a cor cinza na tabela 5.21. Considerando que todos os modelos apresentaram valores positivos de *Understeer Gradient*, conclui-se que os 4 modelos tem comportamento subesterçante. Os 3 modelos com quadros flexíveis apresentaram um comportamento muito próximo e o modelo com quadro rígido ficou mais próximo da linha neutra.

Quadro rígido com 3 configurações de distribuição de rolagem

Na tabela 5.21, em cor amarela, são apresentados os resultados do modelo com quadro rígido com 3 diferentes distribuições de rolagem. O objetivo dessa análise foi atingido pois o veículo se comportou da forma esperada para as distribuições de rolagem propostas. Na distribuição de 20-80% o veículo apresentou uma resposta com tendência ao sobreesterçamento e a distribuição de 80-20% com tendência ao subesterçamento.

Fazendo uma comparação com resultado apresentado na figura 5.18, a implementação de barra estabilizadora acarretou em um comportamento mais neutro do veículo em relação ao modelo sem estabilizadora pois as curvas ficaram mais próximas da linha do *Ackermann steer angle gradient*.

Quadro flexível A com 3 configurações de distribuição de rolagem

Os resultados do modelo com quadro flexível A com 3 diferentes distribuições de rolagem são apresentados na tabela 5.21 na cor verde.

Na figura 5.30 pôde-se constatar que alterando-se a distribuição de rolagem da suspensão, o quadro A é rígido o suficiente para transmitir as cargas de torção impostas pela suspensão pois seu comportamento foi diferente para cada uma das configuração propostas.

Com o aumento do *roll stiffness*, o modelo com quadro flexível reduziu sua tendência de subesterçamento. Porém essa redução não foi tão significativa quanto a que ocorreu com os modelos de quadro rígido.

Step Steer

Na tabela 5.22 é mostrado um resumo dos resultados obtidos para a análise de *step steer* com os tempos de resposta, tempos de resposta de pico e valores de *overshoot* para velocidade de guinada e aceleração lateral.

Tabela 5.22: Resumo de resultados para análise de *Step Steer*

		Step Steer					
		Velocidade de guinada			Aceleração lateral		
		Tempo de resposta	Tempo de resposta para pico	Valor de overshoot	Tempo de resposta	Tempo de resposta para pico	Valor de overshoot
Quadro rígido	Sem estab	0.20	0.38	4%	0.27	0.48	7%
	20-80	0.36	1.33	6%	0.42	1.30	9%
	50-50	0.32	1.19	4%	0.38	1.21	7%
	80-20	0.27	1.06	3%	0.33	0.99	5%
Quadro flexível A 1537 N.m/º	Sem estab	0.10	0.25	12%	0.16	0.40	12%
	20-80	0.14	0.34	3%	0.20	0.47	4%
	50-50	0.13	0.29	3%	0.18	0.42	4%
	80-20	0.12	0.26	5%	0.15	0.37	6%
Quadro flexível B 674 N.m/º	Sem estab	0.10	0.24	12%	0.12	0.38	12%
	20-80	-	-	-	-	-	-
	50-50	-	-	-	-	-	-
	80-20	-	-	-	-	-	-
Quadro flexível C 2949 N.m/º	Sem estab	0.11	0.25	12%	0.12	0.36	12%
	20-80	-	-	-	-	-	-
	50-50	-	-	-	-	-	-
	80-20	-	-	-	-	-	-

Comparação entre modelos rígido e flexíveis

Os resultados das análises para os modelos com quadro rígido e quadros flexíveis estão em destaque com a cor cinza na tabela 5.22. Tal como ocorreu na análise de *ramp steer*, o modelos com quadro flexíveis apresentaram comportamentos (tempos de resposta, tempos de resposta de pico e valores de *overshoot*) semelhantes, tanto para velocidade de guinada como para

aceleração lateral. O modelo com quadro rígido respondeu de forma mais lenta que o flexível e seu valor *overshoot* foi menor.

Quadro rígido com 3 configurações de distribuição de rolagem

Na tabela 5.22, em cor amarela, são apresentados os resultados do modelo com quadro rígido com 3 diferentes distribuições de rolagem. Podemos observar que quando a rigidez de rolagem é maior na suspensão dianteira ocorre uma diminuição do tempo de resposta do veículo tanto para aceleração lateral como para velocidade de guinada.

Quadro flexível A com 3 configurações de distribuição de rolagem

Os resultados do modelo com quadro flexível A com 3 diferentes distribuições de rolagem são apresentados na tabela 5.22 com cor verde. Tal como no modelo de quadro rígido, ocorreu diminuição do tempo de resposta do veículo quando a rigidez de rolagem é maior na suspensão dianteira.

Single Lane Change

Na tabela 5.23 é mostrado um resumo dos resultados obtidos para a análise de *Single Lane Change* com os valores máximos e mínimos para velocidade de guinada e aceleração lateral.

Tabela 5.23: Resumo de resultados para análise de *Single Lane Change*

		<i>Single Lane Change</i>			
		Velocidade de guinada		Aceleração lateral	
		Máximo	Mínimo	Máximo	Mínimo
Quadro rígido	Sem estab	35.21	-37.01	0.96	-0.90
	20-80	39.46	-41.18	0.95	-0.97
	50-50	37.81	-39.26	0.93	-0.95
	80-20	35.87	-37.10	0.91	-0.92
Quadro flexível A 1537 N.m/°	Sem estab	31.89	-31.24	0.84	-0.88
	20-80	34.04	-33.30	0.87	-0.92
	50-50	32.71	-32.22	0.85	-0.89
	80-20	31.18	-30.97	0.83	-0.87
Quadro flexível B 674 N.m/°	Sem estab	31.96	-31.25	0.88	-0.89
	20-80	-	-	-	-
	50-50	-	-	-	-
	80-20	-	-	-	-
Quadro flexível C 2949 N.m/°	Sem estab	32.03	-31.45	0.84	-0.88
	20-80	-	-	-	-
	50-50	-	-	-	-
	80-20	-	-	-	-

Comparação entre modelos rígido e flexíveis

Os resultados das análises para os modelos com quadro rígido e quadros flexíveis estão em destaque com cor cinza. Tal como ocorreu nas análises anteriores (*ramp steer* e *step steer*), os modelos com quadro flexível apresentaram comportamentos (valores máximos e mínimos) semelhantes, tanto para velocidade de guinada como para aceleração lateral. O modelo com quadro rígido valores de pico maiores que nos modelos com quadro flexível.

Quadro rígido com 3 configurações de distribuição de rolagem

Na tabela 5.23, em cor amarela, são apresentados os resultados do modelo com quadro rígido com 3 diferentes distribuições de rolagem. Podemos observar que quando a rigidez de rolagem é maior na suspensão dianteira acarreta numa diminuição dos valores máximos e mínimos tanto para aceleração lateral como para velocidade de guinada.

Quadro flexível A com 3 configurações de distribuição de rolagem

O resumos dos resultados do modelo com quadro flexível A com 3 diferentes distribuições de rolagem são apresentados na tabela 5.23 na cor verde. Tal como no modelo de quadro rígido, ocorreu diminuição dos valores máximos e mínimos quando a rigidez de rolagem é maior na suspensão dianteira.

6 CONCLUSÃO E SUGESTÃO DE TRABALHO FUTURO

Este trabalho apresentou a análise de um veículo de competição tipo Fórmula SAE em ambiente multicorpos com o objetivo de avaliar a influência da rigidez torcional do quadro na dinâmica lateral.

Primeiramente foram apresentados os subsistemas do veículo. Depois foram criadas 3 configurações de quadros flexíveis. As diferenças entre eles, com relação à rigidez torcional e massa da estrutura, podem ser observadas na tabela 4.3. Para que a distribuição de carga fosse alcançada, os quadros foram submetidos a um processo de calibração de massa suspensa. As tabelas 4.6 e 4.7 mostram os valores de frequências dos quadros antes e após a calibração da massa suspensa, respectivamente.

A etapa de simulação foi dividida em duas partes. Na primeira as suspensões dianteira e traseira foram avaliadas com o intuito de obter valores de cambagem, convergência, *roll center* e *roll stiffness*. Com esses resultados pode-se fazer uma previsão de como seria o comportamento do veículo completo.

Na segunda parte foram realizadas manobras típicas de estudo de dirigibilidade:

- ✓ *Ramp Steer* (Método de curva em velocidade constante) - análise de regime permanente;
- ✓ *Step Steer* – (Entrada degrau de esterçamento) - análise transiente;
- ✓ *Single Lane Change* – (Simples Mudança de Faixa)

O processo de avaliação da influência da rigidez torcional do quadro na resposta direcional do veículo ocorreu em três fases:

- ✓ Comparação entre modelos rígido e flexíveis
- ✓ Quadro rígido com 3 configurações de distribuição de rolagem
- ✓ Quadro flexível A com 3 configurações de distribuição de rolagem

A comparação entre os modelos de quadro rígido e flexíveis, considerando uma rigidez de rolagem total da suspensão de 232 N.m/º, confirmou a conclusão de tendência de subesterçamento obtida através do estudo isolado da suspensão. Nessa comparação os 3 modelos com quadros flexíveis apresentaram um comportamento muito próximo para as três manobras executadas. Outro ponto importante é que em todas as análises o modelo com quadro rígido teve resultados distintos dos quadros flexíveis. Esse fato mostra a importância de se considerar a flexibilidade do quadro na avaliação do veículo completo para a aplicação Formula SAE.

Outro ponto de destaque foi o processo de calibração da massa suspensa. Com o aumento da massa, as frequências obtidas através da análise modal tiveram grande redução de seus valores em relação à estrutura tubular simples. O engenheiro deve atentar para esse fato pois se sua estrutura for muito aliviada, como o quadro B, pode ocorrer acoplamento de modos e frequências com outros subsistemas, tal como ocorreu no presente estudo entre o quadro e suspensão na análise de *Single Lane Change* para aceleração lateral (figura 5.22).

Na análise do quadro A com 3 diferentes distribuições de rolagem pode-se ser observado que essa estrutura é rígida o suficiente para transmitir as cargas de torção impostas pela suspensão pois seu comportamento foi diferente para cada uma das configuração propostas.

A partir dos resultados obtidos, pode-se concluir que a rigidez torcional de um quadro para o protótipo E2-M pode estar entre 700 e 1500 N.m/º. Essa variação de rigidez representou 5 kg de massa no quadro. Porém deve-se fazer uma avaliação modal com a massa suspensa calibrada para verificar se não existe acoplamento de modos e frequências com outros subsistemas.

Como trabalho futuro sugere-se o estudo de uma metodologia de projeto de suspensão com enfoque na dinâmica longitudinal e lateral levando

em conta a flexibilidade do quadro. Nessa condição será importante a obtenção de dados experimentais de rigidez torcional e de modos de vibrar da estrutura e do comportamento dinâmico do veículo para calibração do modelo.

Bibliografia

- ALLEN, R.W., MAGDALENO, R.E. *et. al.* (1995) Tire modeling requirements for vehicle dynamics simulation. In: International Congress and Exposition, Detroit, Michigan, February 27- March 2, 1995, SAE paper 950312.
- BAE, D.S.; LEE, J.K.; CHO, H.J.; YAE, H. (2000) An explicit integration method for realtime simulation of multibody vehicle models. *Computer methods in applied mechanics and engineering* 187 (2000), pp 337-350, Elsevier.
- BAKKER, E.; NYBORG, L.; PACEJKA, H.B., (1987), Tyre Modeling for Use in Vehicle Dynamics Studies. Society of Automotive Engineering, vol. Paper No. 870421.
- BAKKER, E.; PACEJKA, H.B.; LIDNER, L., (1989), A New Tyre Model with an Application in Vehicle Dynamics Studies. Society of Automotive Engineering, vol. Paper No. 890087.
- BARRETO, M. A. Z. (2005). Dinâmica Longitudinal: Efeitos da Geometria da Suspensão nas Mudanças de Atitude da Massa Suspensa e Esforços nos Elementos de Suspensão. São Carlos 2004. 103p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- BERTRAN, T.; BEKES, F.; GREUL, R.; HANKE, O.; HASS, C.; HILGERT, J.; HILLER, M.; OTTGEN, O.; OPGEN_RHEIN, P.; TORLO, M.; WARD, D. (2003) Modelling and simulation for mechatronic design in automotive systems, *Control Engineering Practice* 11 (2003) 179-190, Pergamon.
- CHEN, D.C.; CROLLA, D.A.; (1998) Subjective and objective measures of vehicle handling: drivers & experiments, *Vehicle Systems Dynamics*, 28 (1998), pp. 576-597, Swets & Zeitlinger.
- COSTA, A. N. (1991). *Application of Multibody System (MBS) Techniques to Automotive Vehicle Chassis Simulation for Motion Control Studies*. Ph. D.Thesis, University of Warwick, Coventry, England.
- CUNHA, R.H.; DA SILVA, M.M.; COSTA, A.N. (2007). Modeling and qualitative analysis of tire wear for steady state cornering, *Proceedings of the XII International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics (DINAME 2007)*, Ilhabela, SP, Brazil, February 26 - March 2, 2007.
- CUNHA, R.H.; COSTA, A.N.; PRADO, M.; PERSEGUIM, O.T.; ARGENTINO, M.A.; SPINELLI, D.M.; (2001). Handling Analysis of a Three-Axle Intercity Bus, São Paulo, SAE Technical Paper Series.

- DA SILVA, M.M.; COSTA NETO, A. (2005). Multibody handling analysis of a light commercial truck considering frame flexibility, Proceedings of the XI International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics (DINAME 2005), Ouro Preto, SP, Brazil, February 28 - March 4, 2005.
- DA SILVA, M.M.; COSTA NETO, A. (2007). Handling Analysis of a Light Commercial Vehicle Considering the Frame Flexibility, International Review of Mechanical Engineering (IREME), vol. 1, no. 4, 2007, p.p. 332-339.
- DEAKIN, A. et al (2000). The Effect of Chassis Stiffness on Race Car Handling Balance. Society of Automotive Engineering, vol Paper No. 2000-01-3554.
- DIXON, J.C. (1996). **Tires, suspension and handling**. 2 ed., Society of Automotive Engineers, ISBN 1-56091-831-4.
- DUGOFF, H.; FANCHER, P.S.; SEGEL, L. (1970). An analysis of tire properties and their influence on vehicle dynamics performance. SAE Transactions, 700377.
- ELLIS, J.R. (1994). **Vehicle Handling Dynamics**. London: Mechanical Engineering Publications Limited, ISBN 0 85298 885 0.
- GILLESPIE, T. D., (1992). **Fundamentals of vehicle dynamics**. Warrendale: Society of Automotive Engineers, ISBN 1-56091-199-9.
- HEGAZY, S.; RAHNEJAT, H.; HUSSAIN, K.; (2000) Multi-body dynamics in full-vehicle handling analysis under transient manoeuvre, Vehicle Systems Dynamics, 34 (2000), pp. 1-24, Swets & Zeitlinger.
- HUSTON, R.L.; KAMMAN, J.W. (2000) Testing the accuracy of numerical simulations of multibody systems. Mechanics Research Communications, Vol. 28, No. 1, pp 1-, 2001, Pergamon.
- ISO International Standard (2004). 4138: Road Vehicles – *Steady State circular test procedure*.
- ISO International Standard (2003). 7401: Road Vehicles - *Lateral Transient Response Test Method - Open-loop test methods*.
- ISO International Standard (1999). 3888-1: Passengers cars - Test track for a severe lane-change manoeuvre. Part 1: Double lane - change
- LEVINSON, D.A., (1977). Equations of motion for multi-rigid-body systems via symbolic manipulation, Journal of Spacecraft and Rockets 14, pp. 479-487.
- MILLIKEN, W. F.; MILLIKEN, D. L. (1995). **Race Car Vehicle Dynamics**. Warrendale: Society Of Automotive Engineers.
- NAUDE, A. F.; STEYN, J. L. (1993). Objective Evaluation of the Simulated Handling Characteristics of a Vehicle in a Double Lane Change Manoeuvre. SAE, vol Paper No. 930826.
- ORLANDEA, N. (1973) *Node-analogous, sparsity-oriented methods for simulation of mechanical systems*. Tese (doutorado). Universidade de Michigan.
- ORLANDEA, N; CHACE, M.A. (1977) Simulation of a vehicle suspension with the ADAMS computer program. In: INTERNATIONAL AUTOMOTIVE

-
- ENGINEERING CONGRESS AND EXPOSITION. Detroit. SAE paper 770053.
- PACEJKA, H.B. (1973a). Simplified analysis of steady-state turning behaviour of motor vehicles. Part 1. Handling diagrams o simple systems. *Vehicle System Dynamics*, v. 2, pp. 161-172.
- PACEJKA, H.B. (1973b). Simplified analysis of steady-state turning behaviour of motor vehicles. Part 2. Handling diagrams o simple systems. *Vehicle System Dynamics*, v. 2, pp. 173-183.
- PACEJKA, H.B. (1973c). Simplified analysis of steady-state turning behaviour of motor vehicles. Part 3. Handling diagrams o simple systems. *Vehicle System Dynamics*, v. 2, pp. 184-204.
- PACEJKA, H.B.; BAKKER, E. (1991). The magic formula tyre model. In 1st International Colloquium on Tyre Models for Vehicle Dynamics Analysis, Delft, The Netherlands, October 21-22.
- PRADO, M., (2003), *Desenvolvimento de um modelo não linear de três graus de liberdade para a análise da dinâmica lateral de um ônibus com suspensão a ar*. Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos (Tese), São Carlos, SP.
- PRADO, M.; CUNHA, R.H.; COSTA, A.N.; COSTA, A.; MANCOSU, F.; SAVI, C.; D'ELBOUX, J.E. (2001). *Bus Handling Analysis and Experimental Validation Using the Multibody System Technique*, São Paulo, SAE Technical Paper Series (2001-01-3966).
- QU, Q.; LIU, Y. (2000) On lateral dynamics of vehicles based on nonlinear characteristics of tires, *Vehicle System Dynamics* 34 (2000), pp. 131-141, Swets & Zeitlinger.
- RILEY, W. B.; GEORGE, A. R.; (2002). *Design, Analysis and Testing of a Formula SAE Car Chassis*, Indianapolis, Indiana, SAE Technical Paper Series
- RILL, G. (2007). Short Course: *Vehicle Dynamics*. Universidade Estadual de Campinas, Campinas - SP.
- SAE INTERNATIONAL. 2008 Formula SAE® Rules. Disponível em: <<http://students.sae.org/competitions/formulaseries/rules/rules.pdf>>. Acesso em: 23 abr. 2008.
- SANTINI, P.; GASBARRI, P. (2003) Dynamics of multibody systems in the space; Lagrangian vs Eulerian approach, *Acta Astronautica* 54 (2003) 1-24.
- SCHIEHEN, W. (1997). *Multibody Systems Dynamics: Roots and Perspectives*. Multibody Systems Dynamics, Kluwer Academic Publishers.
- SEGEL, L. (1956). Theoretical prediction and experimental substantiation of the response of the automobile to steering control. The Institution of Mechanical Engineers, August 30.
- SHIIBA, T; SUDA, Y (2002) Development of driving simulator with full vehicle model of multibody dynamics. *Journal SAE Japan* 23 (2002) pp 223-230.

- THOMPSON, L. L.; SONI, P. H.; RAJU, S.; LAW, H. (1998). The Effects of Chassis Flexibility on *Roll Stiffness* of a Winston Cup Race Car, Dearborn, Michigan, SAE Technical Paper Series.
- VALKENBURGH, P. V. (2000). Race Car engineering and mechanics. Seal Beach: Publicado Pelo Autor.
- VAN STAHEYEN, K; TIJSKENS, E.; RAMON, H. (2003) A multibody dynamic approach for colliding particles. Journal of Sound and Vibration 266 (2003), pp 481-491. Academic Press.

APÊNDICE A – *Hardpoints* da suspensão e direção

Figura A.1: Pontos do lado esquerdo da suspensão dianteira.

Tabela 6.1: *Hardpoints* - Suspensão dianteira

Id	HARDPOINT	Symmetry	X	Y	Z
1	arblink to bellcrank	left/right	-67.5	-65.9	514.7
2	arb_bushing_mount	left/right	127	-127	147.8
3	bellcrank_pivot	left/right	-54.3	-124.8	470.8
4	bellcrank_pivot_orient	left/right	-59.7	-140.3	489.9
5	lca_front	left/right	-130	-170	131.2
6	lca_outer	left/right	-11.5	-560	124.9
7	lca_rear	left/right	170	-170	150.4
8	prod_outer	left/right	-11.5	-506	150.9
9	prod_to_bellcrank	left/right	17.6	-144	475.5
10	shock_to_bellcrank	left/right	-67.5	-65.9	514.7
11	shock_to_chassis	left/right	-283	-80	453.8
12	tierod_inner	left/right	-110	-205.5	344
13	tierod_outer	left/right	-50	-545	375.1
14	uca_front	left/right	-50	-200	344
15	uca_outer	left/right	19	-521	375.1
16	uca_rear	left/right	170	-200	344
17	wheel_center	left/right	0	-590	250

Figura A.2: Pontos do lado esquerdo da suspensão traseira.

Tabela 6.2: Hardpoints - Suspensão traseira

Id	HARDPOINT	symmetry	X	Y	Z
1	arblink to bellcrank	left/right	1624.8	-178.7	386.3
2	bellcrank_pivot	left/right	1640.6	-240	346.1
3	bellcrank_pivot_orient	left/right	1640.6	-247.5	357.6
4	drive shaft inr	left/right	1678	-180	241.2
5	lca_front	left/right	1488	-175	132.8
6	lca_outer	left/right	1692	-527	130.2
7	lca_rear	left/right	1875.2	-175	105.6
8	prod_outer	left/right	1684	-473	156.2
9	prod to bellcrank	left/right	1585.2	-287	315.4
10	shock to bellcrank	left/right	1624.8	-178.7	386.3
11	shock to chassis	left/right	1867.8	-183.9	351.7
12	tierod_inner	left/right	1877.9	-188.7	142.3
13	tierod_outer	left/right	1772	-523	151.2
14	uca_front	left/right	1500	-265	346.2
15	uca_outer	left/right	1707	-474	376.2
16	uca_rear	left/right	1892.5	-265	346.9
17	wheel_center	left/right	1702	-570	250

Figura A.3: Pontos do sistema de direção.

Tabela 6.3: *Hardpoints* – Sistema de direção

Id	HARDPOINT	symmetry	X	Y	Z
1	pinion_center_at_rack	single	-100	0	350
2	steeringwheel_center	single	344	0	440

APÊNDICE B – Modos de vibrar do quadro

Figura B 1: Modos de vibrar do quadro Flexível A antes da calibração

Figura B 2: Modos de vibrar do quadro flexível B antes da calibração

Figura B 3: Modos de vibrar do quadro flexível C antes da calibração

Figura B 4: Modos de vibrar do quadro flexível A após da calibração

Figura B 5: Modos de vibrar do quadro flexível B após da calibração

Figura B 6: Modos de vibrar do quadro flexível C após da calibração