**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS**

Diego Fernandes Rodrigues

**Abordagem sequencial para o projeto robusto de sistemas
vibro-acústicos: uma comparação física e virtual**

São Carlos

2018

Diego Fernandes Rodrigues

**Abordagem sequencial para o projeto robusto de sistemas
vibro-acústicos: uma comparação física e virtual**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânicas.

Área de concentração: Dinâmica e Mecatrônica

Orientador: Leopoldo Pisanelli Rodrigues de Oliveira

VERSÃO ORIGINAL

**São Carlos
2018**

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

R696a	<p>Rodrigues, Diego Fernandes</p> <p>Abordagem Sequencial para o Projeto Robusto de Sistemas Vibro-acústicos: Uma Comparação Física e Virtual / Diego Fernandes Rodrigues; orientador Leopoldo Pisanelli Rodrigues de Oliveira. São Carlos, 2018.</p> <p>Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e Área de Concentração em Dinâmica e Mecatrônica -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2018.</p> <p>1. Design of Experiments. 2. Projeto robusto. 3. Simulação de Monte Carlo. 4. Avaliação de Sistemas de Medição. 5. Sistemas vibro-acústicos. I. Título.</p>
-------	--

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Bacharel **DIEGO FERNANDES RODRIGUES**.

Título da tese: "Abordagem sequencial para o projeto robusto de sistemas vibro-acústicos: uma comparação física e virtual".

Data da defesa: 30/11/2018.

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Dr. **Leopoldo Pisanelli Rodrigues de Oliveira (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Prof. Associado **Flávio Donizeti Marques**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Prof. Associado **André Teófilo Beck**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Prof. Dr. **José Maria Campos dos Santos**
(Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP)

APROVADO

Prof. Dr. **Arcanjo Lenzi**
(Universidade Federal de Santa Catarina/UFSC)

APROVADO

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica:
Prof. Associado **Gherhardt Ribatski**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Associado **Luís Fernando Costa Alberto**

*Ao meu pai, Nicolau Sebastião Rodrigues, cujo exemplo de determinação, coragem e amor
à terra me deu forças para trilhar o meu caminho e à minha mãe, Zoneide Fernandes
Rodrigues, cuja luz, espírito e proteção jamais permitiu que minha fé esmorecesse.
Eternamente Grato.*

Agradecimentos

Ao Prof. Leopoldo, meu orientador e parceiro nesta caminhada, por toda a paciência, compreensão, incentivo e dedicação durante todo o projeto. Sem qualquer uma destas qualidades, este trabalho não seria viável.

Aos times de Simulation Based Design e Product Approval and Laboratory Operation da Whirlpool Latin America. Em especial ao Gabriel Scomparin Silva e Rafael Ordonha Cechinel, companheiros do dia a dia, parceiros nas discussões técnicas e amigos nas mais diferentes horas.

À Whirlpool Latina America na figura dos líderes Rogério Martins, Pablo Rodeiro, Adriano Ioriatti e Michel Barbi, pela oportunidade e comprometimento financeiro, intelectual e organizacional com o projeto, bem como aos times de Master Black Belt nas figuras do Omar Murad e Marcelo de Souza e ao time de Ruído e Vibração nas figuras de Hideraldo Santos e Christian Santos, pessoas cujo suporte técnico e conselhos contribuem fundamentalmente com este trabalho.

Aos amigos, que de uma forma ou de outra tornaram todo este tempo mais agradável, em especial Heitor, Lincoln, Flávia, Igor, Thyago, Vitor e Vinicius.

Aos meus familiares, em especial à Ana Zucon, minha namorada e companheira, por ter me apoiado durante todos estes anos, sendo compreensiva com minhas ausências.

*“[...] depois da batalha no vale do Pedredan pareceu que
minha vida era feita de cordas, que se eu tocasse uma,
as outras, mesmo separadas, fariam seu som.
(O último reino - Crônicas saxônicas, Bernard Cornwell)*

Resumo

RODRIGUES, D. F. **Abordagem sequencial para o projeto robusto de sistemas vibro-acústicos: uma comparação física e virtual**. 2018. 142f. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2018.

A definição de processo, de acordo com a literatura, prevê que entradas são transformadas em saídas sujeitas à ruídos controláveis ou não. Projetar sistemas vibro-acústicos de forma que sejam robustos às variações do processo de fabricação, montagem, entre outros ainda se constitui de uma tarefa desafiadora. Nesse contexto, a aplicação de experimentos físicos e virtuais pode ser utilizada como ferramenta auxiliar aos métodos estatísticos, como por exemplo o Planejamento de Experimentos (DOE de *Design of Experiments*) e as simulações de Monte Carlo, a fim de garantir a robustez e o desempenho dos sistemas. O presente trabalho propõe o uso sequencial de experimentos planejados para o estudo das fontes de variação nas frequências naturais e no nível de potência sonora irradiada pelo conjunto mecanismo de uma máquina de lavar roupas de eixo vertical quando sujeito à variações comuns de processo. Do ponto de vista de robustez, o sistema de medição para Análise Modal Experimental é investigado e analisando quanto à variação, em seguida experimentos físicos e virtuais são utilizados para a definição de fatores significativos no processo de manufatura utilizando experimentos planejados. Ao fim do projeto, as variações obtidas com os testes físicos são comparadas àquelas estimadas por meio de simulações computacionais. Com base nas análises, conclusões gerais são sugeridas de forma a permitir o uso da metodologia proposta em outras aplicações industriais.

Palavras-chave: *Design of Experiments*. Projeto robusto. Simulação de Monte Carlo. Avaliação de Sistemas de Medição. Sistemas vibro-acústicos.

Abstract

RODRIGUES, D. F. **Sequential approach to the robust design of vibro-acoustic systems: a physical and virtual comparison**. 2018. 142f. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2018.

The definition of process, according to the literature, previews that inputs are transformed into outputs, which can, or cannot, be subject to noise. Designing vibro-acoustic systems which are robust against process variations, being it manufacturing, assembly, etc. is still a challenging task. In this context, the application of physical and virtual experiments can be used as an auxiliary tool to statistical methods, such as the Design of Experiments and Monte Carlo simulations, in order to guarantee robustness and performance of these systems. The present work proposes a sequential use of planned experiments for the study of the sources of variation in the natural frequencies and in the sound power radiated by the whole mechanism of a vertical axis washing machine, when subject to common process variations. From a robustness point of view, the measurement system for Experimental Modal Analysis is investigated and analyzed for variations, then physical and virtual experiments are used to define significant factors in the manufacturing process using planned experiments. At the end of the project, the variations obtained with the physical tests are compared to those estimated through computational simulations. Based on the presented analyzes, general conclusions are suggested in order to allow the use of the proposed methodology in other industrial applications.

Keywords: Design of Experiments. Robust Design. Monte Carlo Simulation, Measurement System Evaluation. Vibro-acoustic Systems.

Lista de figuras

Figura 1 – Modelo de processo	27
Figura 2 – Exemplo de uma árvore experimental	29
Figura 3 – Exemplo de Carta R	31
Figura 4 – Liminar de mobilidade na Carta R	32
Figura 5 – Exemplo de Carta $\bar{X}$	33
Figura 6 – Exemplo de distribuição F de Snedecor para 4 GdL_{Entre} e 20 GdL_{Dentro}	36
Figura 7 – Erro Tipo I e Erro Tipo II	38
Figura 8 – Relação entre um processo e seu metamodelo	39
Figura 9 – Impacto da distância dos níveis na estimativa do efeito do fator	43
Figura 10 – Comparação entre diversos planejamentos de experimento envolvendo dois fatores, x1 e x2 quanto ao preenchimento do domínio experimental por meio de gráficos sobrepostos e histograma	45
Figura 11 – Exemplo de um metamodelo de um experimento fatorial completo, com dois fatores e três réplicas	48
Figura 12 – Resolução em experimentos fatoriais	54
Figura 13 – Modelo mecânico simples	58
Figura 14 – Comparação entre os modelos	59
Figura 15 – Exemplo de simulação de Monte Carlo	60
Figura 16 – Exemplo de Fonte, Caminho e Irradiador em uma lavadora de eixo horizontal	61
Figura 17 – As rotas da Análise Modal	62
Figura 18 – Esquema de uma Análise Modal Experimental	64
Figura 19 – Diferentes FRFs de um componente	64
Figura 20 – Bancada de Análise Modal Experimental	65
Figura 21 – Caixa de referência com dois planos de reflexão	67
Figura 22 – Superfície de medição retangular, com duas paredes de reflexão e utilizando seis microfones.	68
Figura 23 – Posição dos microfones para medição de um conjunto mecanismo	69
Figura 24 – Comparação entre uma superfície de medida esférica e retangular conforme a ISO 3744 (1994)	69
Figura 25 – Comparação entre a potência sonora real de uma fonte monopolo e a medida conforme a ISO 3744 (1994)	70
Figura 26 – Diferentes estratégias para o desenvolvimento de sistemas vibro-acústicos	72
Figura 27 – Metodologia de projeto	73
Figura 28 – Interpretação gráfica da metodologia de projeto	74

Figura 29 – Sistemas de aquisição 2827-002 da Brüel & Kjær® e cDAQ-9172 com dois módulos NI-9234 da National Instruments®	75
Figura 30 – Árvore experimental para MSE	77
Figura 31 – Pontos de excitação/medição na amostra	78
Figura 32 – Execução da Análise Modal Experimental	78
Figura 33 – Frequência natural (Hz) da base do motor em ordem temporal	79
Figura 34 – Carta de controle $\bar{X}$ -R para Repetição	81
Figura 35 – Carta de controle $\bar{X}$ -R para Ponto	82
Figura 36 – Carta de controle $\bar{X}$ -R para Réplica	83
Figura 37 – Carta de controle $\bar{X}$ -R para Operador	84
Figura 38 – Análise do Sistema de Medição pelo método do ANOVA	86
Figura 39 – Conjunto mecanismo de uma máquina de lavar roupas	88
Figura 40 – FRD do DOE <i>Screening</i> 2_{IV}^{17-11}	91
Figura 41 – Modelo de Elementos Finitos para o DOE <i>Screening</i>	92
Figura 42 – <i>Overlay Plot</i> para as primeiras 5 Frequências naturais do sistema . . .	92
Figura 43 – Modos de vibrar considerados na análise	93
Figura 44 – Gráfico de Pareto para o DOE <i>Screening</i>	94
Figura 45 – Modelos Reduzidos para o DOE <i>Screening</i>	96
Figura 46 – Posição das medições para avaliação dimensional do suporte do motor .	98
Figura 47 – Distribuição das medidas do suporte do motor	98
Figura 48 – Medidas do suporte do motor em ordem temporal	99
Figura 49 – Distribuição das medidas do suporte do tanque	99
Figura 50 – Níveis efetivados para os Fatores B e C	100
Figura 51 – FRD da EMA do DOE Físico do Conjunto Mecanismo 2_{IV}^{8-4}	101
Figura 52 – Pontos de medição e excitação do experimento	102
Figura 53 – <i>Overlay Plot</i> para as primeiras 6 Frequências Naturais do Sistema . . .	102
Figura 54 – Gráfico de Pareto da Análise Modal do DOE físico do Conjunto Mecanismo	103
Figura 55 – Modelo Reduzido da Análise Modal do DOE físico do Conjunto Mecanismo	105
Figura 56 – FRD de L_w do DOE físico do Conjunto Mecanismo 2_{IV}^{8-4}	106
Figura 57 – Ruído medido no Conjunto Mecanismo e nos motores individualmente .	107
Figura 58 – Gráfico de Pareto da potência sonora do DOE físico do Conjunto Mecanismo	111
Figura 59 – Modelo Reduzido da potência sonora do DOE físico do Conjunto Mecanismo	112
Figura 60 – Gráfico de Pareto das frequências naturais do DOE virtual do Conjunto Mecanismo	114
Figura 61 – Modelo Reduzido da frequência natural do DOE virtual do Conjunto Mecanismo	115
Figura 62 – Comparação entre as funções transferências do experimento físico e virtual	116

Figura 63 – Comparação entre as distribuições de frequências Naturais simuladas e medidas	118
Figura 64 – Modelo de propagação de ruído	119
Figura 65 – FRD da potência sonora do DOE virtual do Conjunto Mecanismo 2_V^{5-1}	120
Figura 66 – Gráfico de Pareto da potência sonora do DOE virtual do Conjunto Mecanismo	121
Figura 67 – Modelo Reduzido da potência sonora do DOE virtual do Conjunto Mecanismo	122
Figura 68 – Comparação entre as distribuições de potências sonoras simuladas e medidas	125
Figura 69 – Matriz geradora de um experimento 2_V^{5-1}	139
Figura 70 – Matriz geradora de um experimento 2_{IV}^{8-4}	140
Figura 71 – Matriz geradora de um experimento 2_{IV}^{17-11}	140
Figura 72 – Teste de médias para o Conjunto Mecanismo e motor isolado de 100 Hz a 630 Hz em banda de 1/3 de oitava	141
Figura 73 – Teste de médias para o Conjunto Mecanismo e motor isolado de 800 Hz a 10000 Hz em banda de 1/3 de oitava	142

Lista de abreviaturas e siglas

ANOVA	Análise de Variância
CEP	Controle Estatístico do Processo
DIN	Deutsches Institut für Normung
DOE	<i>Design of Experiments</i> , Planejamento de Experimentos
EMA	<i>Experimental Modal Analysis</i> , Análise Modal Experimental
FMEA	<i>Failure Mode and Effect Analysis</i> , Análise de Modos de Falha e Efeitos
FRD	<i>Factor Relationship Diagram</i> , Diagrama de Relação entre os Fatores
FRF	Função Resposta em Frequência
GDL	Graus de Liberdade
Inmetro	Instituto Brasileiro de Metrologia, Qualidade e Tecnologia
ISO	International Organization for Standardization
MEC	Método dos Elementos de Contorno
MEF	Método dos Elementos Finitos
MSE	<i>Measurement System Evaluation</i> , Avaliação do Sistema de Medição
NBR	Norma Brasileira
RD	<i>Robust Design</i> , Projeto Robusto
TPA	<i>Transfer Path Analysis</i> , Análise do Caminho de Transferência
TQM	<i>Total Quality Management</i> , Gestão da Qualidade Total

Sumário

1	INTRODUÇÃO	23
1.1	Motivação	24
1.2	Objetivo Geral	24
1.3	Objetivos Específicos	25
1.4	Estrutura da Tese	25
2	REVISÃO TEÓRICA E DA LITERATURA	27
2.1	Avaliação de Sistemas de Medição	28
2.1.1	MSE Pela Carta de Controle $\bar{X}$ -R	30
2.1.2	MSE Pela Análise de Variância (ANOVA)	34
2.2	Planejamento de Experimentos	38
2.2.1	Etapas do Planejamento de Experimentos	41
2.2.2	Escolha do Arranjo Experimental	42
2.2.3	Arranjos Experimentais <i>Full Factorial</i>	45
2.2.4	Designs Experimentais <i>Fractional Factorial</i>	52
2.2.5	Designs Experimentais 2^k Sem Réplicas	54
2.3	Modelagem Estocástica de Sistemas Dinâmicos	56
2.3.1	Modelos Paramétricos e Não-Paramétricos para Previsão da Variabilidade	57
2.3.2	Simulação de Monte Carlo	59
2.4	Vibrações e Acústica no Desenvolvimento de Produtos	60
2.4.1	Análise Modal de Sistemas Dinâmicos	62
2.4.2	Medição de Potência Sonora	66
2.4.3	Simulações e Testes em Vibro-acústica no Desenvolvimento de Produtos	71
3	RESULTADOS E DISCUSSÕES	73
3.1	Materiais e Métodos	73
3.2	MSE para Análise Modal Experimental pelas Cartas $\bar{X}$-R	76
3.3	MSE para Análise Modal Experimental pela Análise de Variância	86
3.4	DOE <i>Screening</i> do Conjunto Mecanismo	87
3.5	DOE Físico do Conjunto Mecanismo	97
3.5.1	Análise Dimensional do Suporte do Motor e Suporte do Tanque	97
3.5.2	Planejamento e Execução da Análise Modal Experimental do DOE Físico do Conjunto Mecanismo	99
3.5.3	Planejamento e Execução da Medição de Potência Sonora do DOE Físico do Conjunto Mecanismo	105
3.6	Análise de Projeto Robusto por meio de Modelos Vibro-acústicos	113

4	CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS	127
	REFERÊNCIAS	129
	ANEXOS	137
	ANEXO A – ESTRUTURA DE CONFUNDIMENTO DE DOE FRA- CIONADOS	139
	ANEXO B – TESTE DE MÉDIAS PARA O RUÍDO DO CON- JUNTO MECANISMO E PARA O MOTOR ISOLADO	141

1 INTRODUÇÃO

A definição de processo como uma atividade que transforma entradas em saídas é largamente utilizada na engenharia (PAHL et al., 2005; BACK et al., 2008; MONTGOMERY, 2012). Esta definição abrange os processos de manufatura, transformando matéria em componentes, o processo de montagem, que transforma o conjunto de componentes em um produto e até processos de medição de uma determinada característica do produto.

De forma geral, todos os processos na engenharia estão sujeitos às variações comuns, seja por conta de variáveis ambientais, inviáveis de controlar durante os processos, ou pela própria natureza aleatória da atividade. O conhecimento destas variações e o seu efeito nas características de um produto é que definem a robustez de um projeto.

Ao longo dos anos a prototipagem virtual, ou simulações numéricas, vem contribuindo para o ganho de robustez e melhoria na qualidade do desenvolvimento de produtos como ganhos na redução de tempo de desenvolvimento, uma vez que parte das decisões podem ser tomadas no início do projeto (VAN DER AUWERAER et al., 2007). Experimentos físicos vem crescendo em complexidade e acuracidade, possibilitando novos métodos para análise de excitações ou mesmo modelos híbridos físicos e virtuais (VAN DER AUWERAER; LEURIDAN, 2005).

Em se tratando de sistemas dinâmicos, o dimensionamento de estruturas para um projeto robusto pode se tornar bastante complexo devido à grande variedade de fatores que podem afetar a previsibilidade dos resultados. Mares, Mottorshead e Friswell (2006) sugerem que estas fontes possam surgir de tolerâncias geométricas, do processo de manufatura ou mesmo de incertezas no modelamento, como rigidez de juntas mal definidas ou condições de contorno inapropriadas.

Além dos efeitos estruturais relacionados à vibração, como dano nos materiais, propagação de trincas por fadiga, criação de folgas entre outros (BUDYNAS; NISBETT, 2011), uma parcela da contribuição do ruído gerado pelo equipamento é característico de fontes vibro-acústicas, que também estão sujeitas às variações antes mencionadas.

Ao longo dos anos, diversos métodos numéricos foram desenvolvidos e aplicados à solução de problemas vibro-acústicos, como o Método dos Elementos Finitos e o Método dos Elementos de Contorno (MEF e MEC respectivamente) porém estes métodos são característicos para simulações determinísticas, ou seja resolvem equações diferenciais sem a presença de variação, e são largamente utilizados para a simulação nos domínios de baixa e média frequência (PEREIRA; SHORTER; CORDIOLI, 2010).

A partir dos anos de 2010, com o avanço na velocidade de processamento dos

computadores, ambos os métodos vem sendo usados para o estudo da variação dos sistemas, resumidos em duas estratégias distintas (SOIZE, 2013): 1) os modelos classificados como paramétricos, onde as incertezas acontecem em parâmetros do modelo como a massa, amortecimento e a rigidez; 2) os modelos não-paramétricos, onde as incertezas são construídas diretamente nas matrizes de massa, amortecimento e rigidez generalizadas (SOIZE, 2000).

1.1 Motivação

A preocupação com desconforto causado por ruídos indesejados em eletrodomésticos tem crescido em diversos locais do mundo e no Brasil não é diferente. Além da preocupação com o cliente, que utiliza dos ruídos emitidos pelo produto como um indicador de funcionamento e qualidade, desde o dia 20 de fevereiro de 2014 vigora no país o Selo Ruído, uma iniciativa do Instituto Brasileiro de Metrologia, Qualidade e Tecnologia (Inmetro) (Portaria 388/2013) que determina a declaração da potência sonora irradiada por liquidificadores, secadores de cabelo e aspiradores de pó.

Neste cenário, conhecer as incertezas relacionadas ao projeto e medição de uma métrica sonora permite, além de um projeto mais robusto e confiável, mais alinhado às necessidades e requisitos do consumidor, também uma certeza maior quanto à valores declarados junto aos órgãos de fiscalização.

1.2 Objetivo Geral

Estratégias para um projeto robusto, ou Robust Design, RD, são amplamente documentadas pela literatura como o método de Monte Carlo (ROZENFELD et al., 2006) e Análise de Sensibilidade (BACK et al., 2008). Avanços recentes em técnicas estatísticas para a criação de metamodelos contribuem para o uso de ferramentas de simulação computacionais para este fim (FANG; LI; SUDJANTO, 2005), permitindo que um grande número de modelos sejam executados e analisados de maneira eficiente.

Desta forma, o objetivo geral deste trabalho trata de uma proposta de abordagem mista de experimentação física e virtual para a identificação e quantificação das fontes de variação do conjunto mecanismo de uma máquina de lavar, e seus impactos nas características de vibração e no nível de potência sonora emitido pelo sistema, a fim de permitir o desenvolvimento de um projeto mais robusto as variações do processo.

1.3 Objetivos Específicos

Espera-se, no decorrer deste trabalho, alcançar os seguintes objetivos específicos a fim de compor o objetivo geral anteriormente descrito:

- Identificar e quantificar as fontes de ruído experimental nos processos de medição de frequências naturais;
- Identificar e quantificar os parâmetros de produto que mais influenciam nas frequências naturais e potência sonora do componente;
- Estimar a distribuição das ressonâncias e do nível de potência sonora do sistema em função das variações de processo;
- Comparar os resultados experimentais físicos e virtuais de frequência natural e potência sonora.

1.4 Estrutura da Tese

A fim de formalizar os fundamentos teóricos necessários para a interpretação e análise dos resultados, no Capítulo 2 é apresentada uma breve revisão teórica e da literatura, que descreve com detalhes nas Seções 2.1 e 2.2 as ferramentas estatísticas utilizadas, na Seção 2.3 os conceitos fundamentais de modelagem da variação em sistemas dinâmicos e na Seção 2.4 os conceitos básicos de vibração e ruído, tanto do ponto de vista numérico e, principalmente, do experimental.

O Capítulo 3.1 descreve a maneira com que as informações discutidas na revisão teórica são utilizadas para o projeto em questão, apresentando um breve roteiro das atividades executadas, e contextualiza os resultados em ordem cronológica.

Os resultados são detalhados no Capítulo 3, onde os estudos do sistema de medição são descritos nas Seções 3.2 e 3.3, enquanto o planejamento e execução dos DOEs (*Design of Experiments* ou Planejamento de Experimentos) são apresentados nas Seções 3.4 e 3.5. Por fim, os resultados estimados de variação são apresentados na Seção 3.6, onde a comparação dos resultados físicos e virtuais é discutida.

Por fim, as conclusões e propostas de trabalhos futuros são apresentados no Capítulo 4, em que alguns pontos dos Capítulo 3 são retomados e rediscutidos à luz de um contexto mais amplo.

2 Revisão Teórica e da Literatura

Dentro do processo de desenvolvimento de um produto é comum a aplicação de uma série de metodologias e ferramentas que visam acelerar o lançamento de produtos e assegurar a qualidade final do projeto. Dentre as diversas ferramentas, uma de grande popularidade, amplamente utilizada para o desenvolvimento de produtos mais confiáveis e robusto é chamada de Robust Design (RD ou Projeto Robusto).

O Robust Design, também chamado algumas vezes também de Método Taguchi, faz uso de um conjunto de ferramentas estatísticas que tem por objetivo identificar as fontes de variação e incertezas que atuam sobre o produto, variáveis ambientais como temperatura, umidade e poeira, e minimizar seu efeito no funcionamento do mesmo (ROZENFELD et al., 2006).

A definição de um processo como uma atividade cíclica, onde entradas são transformadas em saídas é bastante difundida em todo o meio acadêmico e industrial da engenharia como em Pahl et al. (2005) e Back et al. (2008). Enquadram-se nesta definição desde processos de fabricação, como injeção de polímeros, até processos de medição de componentes, utilizando um paquímetro por exemplo. A Figura 1 ilustra um processo de acordo com esta definição.

Figura 1: Modelo de processo

Fonte: Adaptado Montgomery (2012).

Desta perspectiva, é simples compreender que todo o processo está sujeito a variações em suas entradas, sejam elas conhecidas ou não, e consequentemente, em suas

saídas. Em um processo de medição, estas variações podem ser causadas por um dispositivo ou técnica de medição inadequada, falta de conhecimento do fenômeno físico que se deseja medir, ou mesmo, ser uma variação inerente ao processo.

A medida de variação em uma entrada ou saída de um processo é denominada variância, e é definida como a média aritmética dos desvios entre uma amostra e a média amostral ou da população (BARBETTA; REIS; BORNIA, 2010).

Existem várias metodologias para a quantificação da variação em sistemas, entre elas o Planejamento de Experimentos ou *Design of Experiments* (DOE), permitindo por meio da manipulação controlada de algumas características do produto, a identificação das variáveis mais importantes, entender quais são as variáveis mais significativas, e identificar a combinação ideal de variáveis para otimização de uma característica do produto (BACK et al., 2008).

Além do uso de experimentos planejados, útil para levantamento de informações a respeito do produto estudado e das variações às quais ele está sujeito, o próprio sistema de medição também possui incertezas, que devem ser avaliadas antes da análise de um sistema, tanto do ponto de vista de engenharia, quanto do ponto de vista estatístico (WERKEMA, 2011).

2.1 Avaliação de Sistemas de Medição

Todo o procedimento de medição consiste em determinar experimentalmente uma grandeza física (BALBINOT; BRUSAMARELLO, 2015). Por se tratar de um processo, a medição está também sujeita à variação, doravante chamado também de ruído experimental, e, portanto há um grau de incerteza associado ao valor medido.

Em um processo de medição, o conhecimento da variância implica em quantificar algumas das principais características de um processo de medição, à saber, segundo o Vocabulário Internacional de Medidas (VIM) (INMETRO, 2012):

- Limiar de Mobilidade (*discrimination threshold*): A maior variação em uma grandeza medida que não é detectada por meio do sistema de medição;
- Precisão de Medição (*measurement precision*): A variação dos valores medidos, obtidos por medições repetidas, de um mesmo objeto, sob condições especificadas;
- Reprodutibilidade de Medição (*measurement reproducibility*): Precisão de medição sob um conjunto de condições de reprodutibilidade, ou seja, por meio da replicação da medição;

- Estabilidade de um Processo de Medição (*stability of a measuring process*): É a propriedade de um instrumento de medição manter seu limiar de mobilidade, precisão e reprodutibilidade constante ao longo do tempo.

Há uma grande quantidade de métodos estatísticos que podem ser utilizados para a realização de uma análise de um sistema de medição, ou *Measurement System Evaluation* (MSE), porém poucos deles fornecem subsídios para a tomada de decisão quanto à estabilidade do processo.

A chave para o uso efetivo de qualquer sistema de medição é o entendimento das mais diferentes fontes de variação contidas em uma medida (WHEELER; LYDAY, 1989). Uma vez que todas estas fontes de variação estão ligadas às medidas, faz-se necessário estudar o processo como um todo para se conhecer a robustez do processo de medição.

Há mais de uma maneira de avaliar um sistema de medição, Govers et al. (2014) avaliam a variação do sistema de medição em conjunto com a montagem do sistema em questão enquanto Adhikari et al. (2009) propõem a manter o ruído experimental constante, buscando reduzir ao máximo a interferência externa ao sistema.

Em um ambiente de metrologia industrial, onde há uma produção de sistemas em larga escala, o método mais comum é a utilização da técnica de subagrupamento racional, onde se define uma região do espaço, tempo, produto ou outra variável do processo que possua relativa homogeneidade (WHEELER; CHAMBERS, 2010). Desta forma se separa o ruído experimental puro, relativo exclusivamente ao sistema de medição, do ruído total, que contempla além do ruído experimental a variação inerente do processo produtivo.

A criação de um subagrupamento racional está ligada ao planejamento experimental, portanto, ligado à forma com que as peças são coletadas e avaliadas (RODRIGUES et al., 2015). A Figura 2 ilustra um agrupamento racional que leva em consideração 3 diferentes grupos, no primeiro nível duas máquinas, no segundo nível quatro peças, sendo duas produzidas pela máquina 1 e duas pela máquina 2 e no terceiro nível doze medições, sendo executadas três medições por peça.

Figura 2: Exemplo de uma árvore experimental

Fonte: Rodrigues et al. (2015).

Fazendo uso de algumas ferramentas estatísticas é possível estimar a variação causada por cada um dos níveis do agrupamento racional mostrado na Figura 2 e concluir onde está a maior variação entre os níveis. Nas seções seguintes serão descritas duas formas de obter essa variância.

2.1.1 MSE Pela Carta de Controle $\bar{X}$ -R

A utilização de cartas de controle é comum em aplicações de Controle Estatístico de Processo (CEP) em ambientes fabris, sua popularização se deve ao movimento japonês de qualidade total, também chamado de TQM (*Total Quality Management*), amplamente difundido no Brasil desde o final da década de 1980 (BACO, 2016).

O grande benefício do uso de cartas de controle em ambientes industriais, incluindo metrologia, é que seu uso permite um acompanhamento acurado a respeito da estabilidade do processo ao longo da amostragem sem fazer uso de tabelas longas e de difícil manuseio no chão de fábrica.

A Carta de Controle $\bar{X}$ -R estima variação total no subagrupamento racional utilizando coeficientes aproximados que são função do tamanho da amostra. Apesar de alguns desses coeficientes não possuírem dedução formal e sua eficiência ser limitada a medida que se aumenta o número de amostras (PAIVA; BALESTRASSI, 2002), seus resultados são amplamente aceitos e comprovados.

A Carta R (ou Carta *Range*) é um gráfico em pontos, que mostra a amplitude das medidas, ou seja, a maior medida subtraída da menor, dentro de um determinado subgrupo. Utilizando a Árvore Experimental da Figura 2 como exemplo, na análise do subgrupo “Medição” se calcularia a amplitude dos valores de 1, 2 e 3, o ponto seguinte seria a amplitude de 4, 5 e 6, o seguinte seria a amplitude de 7, 8 e 9 e por fim a amplitude de 10, 11 e 12, gerando quatro pontos na carta de controle, como na Figura 3.

Os limites UCL (*Upper Control Limit* ou Limite Superior de Controle) e LCL (*Lower Control Limit* ou Limite Inferior de Controle) da Carta R são aproximados por meio de

$$\begin{aligned} UCL_R &= D_4 \bar{R}, \\ LCL_R &= D_3 \bar{R}, \end{aligned} \tag{2.1}$$

onde $\bar{R}$ é a média das amplitudes dentro do subgrupo e D_4 e D_3 são dados pela Tabela 2, em função da quantidade de amostras dentro do subgrupo (ROSS et al., 1995).

Na Carta R o UCL e LCL servem como limites para a estabilidade do sistema de medição. Caso o valor do range ultrapasse esses limites, há indícios de que o sistema não é estável, ou seja, o valor da medição não possui média e desvio padrão constante, ou

Figura 3: Exemplo de Carta R

Fonte: Rodrigues et al. (2015).

que alguma fonte importante de variação não foi capturada pela Árvore Experimental. Em ambos os casos pode ser necessário um reprojetado do dispositivo, treinamento dos operadores ou mesmo aquisição de instrumentos mais acurados.

Também é na Carta R que se pode analisar o limiar de mobilidade por meio da contagem da quantidade de valores que cada ponto pode assumir dentro do limite da carta. Em outras palavras, qual é a menor variação captada pelo sistema de medição e quantas vezes a amplitude dos limites é maior do que esta variação. *A priori* quanto maior a quantidade de patamares de variação, melhor (WHEELER; LYDAY, 1989).

A Figura 4 mostra análises de Limiar de Mobilidade em dois sistemas de medição diferentes, na Figura 4 a), o sistema não é estável, uma vez que dois valores estão acima do UCL, além disso, há somente três patamares para os valores de range, já na Figura 4 b) o sistema é estável e a menor distância entre dois pontos é de 0.001 entre os pontos 14 e 15, uma vez que o limite superior é de 0.01810, o sistema de medição pode assumir dezenove posições diferentes dentro do limite.

A bibliografia sugere diferentes valores mínimos de patamares, dependendo da aplicação. Menezes (2013) recomenda uma resolução de no máximo um décimo da variação total de seis desvios padrões do processo, Wheeler e Lyday (1989) propõe um número mínimo de cinco patamares enquanto Ross et al. (1995) sugere que sejam usados os valores da Tabela 1.

A Carta $\bar{X}$ ou Carta Média Amostral é um gráfico em pontos que mostra a média dos valores medidos dentro de um determinado subgrupo. Utilizando novamente a Árvore Experimental da Figura 2 como exemplo, na análise do subgrupo “Medição” se calcularia a média dos valores de 1, 2 e 3, o ponto seguinte seria a média de 4, 5 e 6, o seguinte seria

Figura 4: Liminar de mobilidade na Carta R

Fonte: Wheeler e Lyday (1989).

Tabela 1: Número de Patamares para o Limiar de Mobilidade

Tamanho da amostra dentro do subgrupo	Nº mínimo de unidades de medição
2	4
3	5
4	5
5	5
6	6

Fonte: Ross et al. (1995).

a média de 7, 8 e 9 e por fim a média de 10, 11 e 12, gerando quatro pontos na carta de controle, como na Figura 5.

Os limites UCL e LCL da Carta $\bar{X}$ são calculados por meio de,

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} \pm A_2 \bar{R}, \quad (2.2)$$

onde $\bar{\bar{X}}$ é a média das médias dentro de um determinado subgrupo, $\bar{R}$ é a média das amplitudes dentro do subgrupo e A_2 é dado pela Tabela 2, em função da quantidade de amostras dentro do subgrupo (ROSS et al., 1995).

Figura 5: Exemplo de Carta $\bar{X}$

Fonte: Rodrigues et al. (2015).

A Carta $\bar{X}$ é um instrumento para uma análise gráfica da maior fonte de variação em uma Árvore Experimental. Caso todos os pontos da carta estejam dentro dos limites, pode-se concluir que a maior fonte de variação está dentro do subgrupo analisado. Por outro lado, caso a maior parte dos pontos estejam fora dos limites, conclui-se que a maior fonte de variação se encontra entre os subgrupos, casos intermediários requerem uma análise detalhada, porém geram indícios também de maior variação entre os subgrupos (WHEELER; LYDAY, 1989).

Em um MSE, espera-se sempre que as maiores fontes de variação estejam fora do(s) subgrupo(s) que envolvem o sistema de medição e dentro do(s) subgrupo(s) que envolvem a manufatura e montagem do sistema em estudo. Portanto para facilitar a análise o mais comum é elaborar a Arvore Experimental prevendo isto, agrupando todas as fontes de variação relacionados à obtenção da peça nos níveis superiores e as fontes relacionadas ao sistema de medição nos níveis inferiores. A variância dentro de um subgrupo pode ser aproximada por:

$$\sigma^2 = \left(\frac{\bar{R}}{d_2} \right)^2. \quad (2.3)$$

A dedução dos valores de d_2 é descrita em detalhes por Pearson (1926) e o mesmo autor avalia sua aplicação em comparação com os resultados obtidos utilizando as técnicas tradicionais (PEARSON, 1932). Por hora é importante ressaltar que a utilização destes coeficientes é restrita à casos onde o tamanho do subgrupo é pequeno, para casos onde $n > 12$ é preferível dividir o subgrupo em um tamanho menor para análise (PATNAIK, 1950).

Tabela 2: Coeficientes da Carta $\bar{X}$ -R

Tamanho da amostra dentro do subgrupo	A_2	D_3	D_4	d_2
2	1.880	0	3.267	1.128
3	1.023	0	2.574	1.693
4	0.729	0	2.282	2.059
5	0.577	0	2.114	2.326
6	0.483	0	2.004	2.534
7	0.419	0.076	1.924	2.704
8	0.373	0.136	1.964	2.847
9	0.337	0.184	1.816	2.970
10	0.308	0.223	1.777	3.078

Fonte: Ross et al. (1995).

2.1.2 MSE Pela Análise de Variância (ANOVA)

Uma maneira também comum para avaliação de um sistema de medição é através da avaliação da significância utilizando um Teste de Hipótese, onde a veracidade sobre o comportamento de uma variável é testada estatisticamente (BARBETTA; REIS; BORNIA, 2010). No contexto deste trabalho, este tópico também será utilizado para introduzir o conceito que significância estatística que será necessário no Seção 2.2.

O Teste de Hipótese consiste em comparar dois ou mais conjuntos de dados, ou subgrupos no contexto do MSE, e mensurar qual a probabilidade daquele conjunto serem iguais ou diferentes (BARBETTA; REIS; BORNIA, 2010). Diferente da análise pelas Cartas de Controle, este método não requer a elaboração de uma Árvore Experimental, porém seu uso ainda contribui para a análise, e não permite a análise da Estabilidade do sistema de medição (ROSS et al., 1995).

Em um Teste de Hipótese são sempre formuladas duas hipótese: H_0 chamada de Hipótese Nula que é a hipótese tida como verdadeira até a prova estatística do contrário, e H_1 chamada Hipótese Alternativa e é geralmente o que se está tentado provar com o teste e será tido verdadeira caso H_0 seja negado pelo teste.

No contexto do MSE, o teste de hipótese propõe que todas as peças medidas são iguais entre si, portanto indiferenciáveis pelo sistema de medição. Usando a Figura 2 onde há quatro amostras em análise, o Teste de Hipótese é dada por (ROSS et al., 1995):

$$\begin{aligned}
 H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_a \\
 H_1 : \mu_i \neq \mu_j \text{ para ao menos um par de } (i, j).
 \end{aligned}
 \tag{2.4}$$

A prova do Teste de Hipótese se dá por meio da Análise de Variância ou *Analysis of Variance* de onde vem a sigla ANOVA, onde o modelo é comparado com o seu erro, ou

no caso de um MSE, a variação, ou erro, entre as peças é comparada com o erro entre as medidas, ou seja, dentro de peças, de maneira similar ao que é feito com as Cartas $\bar{X}$ -R. A descrição do processo inteiro é dada a seguir, adaptado de Montgomery (2012).

Tendo $y_{i.}$ como o total de observações dentro da i -ésima amostra e $\bar{y}_{i.}$ representando a média dos valores observados dentro da i -ésima amostra. De maneira similar, tendo $y_{..}$ representando a soma total de todas as medições e $\bar{y}_{..}$ representando a média total de todas as observações. Simbolicamente expresso pelo conjunto:

$$\begin{aligned} y_{i.} &= \sum_{j=1}^n y_{ij}, & \bar{y}_{i.} &= \frac{y_{i.}}{n}, & i &= 1, 2, \dots, a \\ y_{..} &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n y_{ij}, & \bar{y}_{..} &= \frac{y_{..}}{N}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

onde a é o número de amostras, n é o número de medidas de cada amostra e $N = a \cdot n$ é o número total de observações. Repare que a notação de “ponto” implica no somatório do subscrito que ele substitui.

A soma dos quadrados do erro é usada para medir a variabilidade dos dados dentro do subgrupo, no caso do MSE é um indicador do erro de medição, e é dada por:

$$SS_{Dentro} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2. \quad (2.6)$$

A soma dos quadrados dos efeitos é usada para medir a variabilidade dos dados entre os subgrupos, que no caso do MSE é um indicador da variabilidade da característica de peça à peça, e é:

$$SS_{Entre} = n \sum_{i=1}^a (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2. \quad (2.7)$$

A variabilidade total do experimento é medida por meio da soma dos quadrados total:

$$SS_T = SS_{Dentro} + SS_{Entre} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2. \quad (2.8)$$

As Equações (2.6) e (2.7) são um somatório de variabilidade, portanto aumentam indefinidamente a medida que se aumenta o número de amostras, para obtenção da relação do variabilidade dentro e entre o experimento, usa-se o conceito de quadrados médios, ponderando as somas dos quadrados pela sua quantidade de graus de liberdade, doravante chamados de Graus de Liberdade Estatísticos quando aplicados ao contexto de estatística.

As equações (2.9) e (2.10) definem o quadrado médio entre e dentro:

$$MS_{Entre} = \frac{SS_{Entre}}{a - 1} = \frac{n \sum_{i=1}^a (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2}{a - 1}, \quad (2.9)$$

$$MS_{Dentro} = \frac{SS_{Dentro}}{N - a} = \frac{n \sum_{i=1}^a (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2}{N - a}, \quad (2.10)$$

A relação entre a variabilidade Entre e Dentro é obtida por:

$$f\text{-Ratio} = \frac{MS_{Entre}}{MS_{Dentro}}. \quad (2.11)$$

Para provar a Hipótese Nula descrita na Equação (2.4) o valor de $f\text{-Ratio}$ é utilizado para obter o $p\text{-value}$ com base em uma distribuição F de Snedecor. O $p\text{-value}$ é a probabilidade da Hipótese Nula (H_0) ser aceita, rejeitando-se a Hipótese Alternativa (H_1). A distribuição F de Snedecor varia de acordo com o número de Graus de Liberdade Estatístico Entre e Dentro, a Figura 6 mostra um exemplo dessa distribuição para 4 GdL_{Entre} e 20 GdL_{Dentro} , vê-se que quanto maior o valor de $f\text{-Ratio}$, menor a probabilidade da hipótese nula ser correta, no contexto do MSE quanto maior o $f\text{-Ratio}$ maior é a preponderância da variabilidade das amostras frente a variabilidade do sistema de medição.

Figura 6: Exemplo de distribuição F de Snedecor para 4 GdL_{Entre} e 20 GdL_{Dentro}

Fonte: Adaptado de Montgomery (2012).

Formalmente, o $p\text{-value}$, também chamado de Probabilidade de Significância, é definido como a probabilidade da estatística do teste acusar um resultado tão ou mais

distante do esperado, como o resultado ocorrido na particular amostra observada, supondo H_0 como verdadeira (BARBETTA; REIS; BORNIA, 2010). Uma vez que se trata da avaliação de uma amostra, há a probabilidade de que a conclusão do experimento esteja incorreta, para tanto é necessário definir uma probabilidade de erro máximo tolerável, este valor é conhecido como Nível de Significância Estatística do Teste e é representado pela letra grega α (BARBETTA; REIS; BORNIA, 2010).

Os primeiros subscritos dos dois valores destacados da Figura 6, 0.05 e 0.01, são o α para o determinado valor de f -Ratio na distribuição mostrada. Em um MSE comum se adota um nível de significância de 5%, isto é $\alpha = 0.05$ como erro máximo tolerável, porém testes que exigem maior segurança podem requerer $\alpha = 0.01$ (ROSS et al., 1995).

Estabelecido o nível de significância α , a regra geral aplicável a um teste estatístico é por,

$$\begin{aligned} p\text{-value} > \alpha &\Rightarrow \text{Aceita } H_0, \\ p\text{-value} \leq \alpha &\Rightarrow \text{Rejeita } H_0. \end{aligned} \quad (2.12)$$

O α é também chamado de Probabilidade do Erro Tipo I, por vezes chamado de Falso Positivo, pois ele induz o experimentador a acreditar que sua Hipótese Alternativa pode ser aceita, quando na verdade ela não pode. Há também o erro β , chamado de Probabilidade do Erro Tipo II ou Falso Negativo, pois induz o experimentador a aceitar a Hipótese Nula quando ela não pode ser aceita. Ellis (2010) ilustra de maneira absurda, e divertida, os dois tipos de erro, como mostrado da Figura 7.

Diferente de α , β é uma característica do experimento e não um valor arbitrário escolhido pelo experimentador. Ele é função do número de amostras, da variabilidade das amostras e do tamanho da diferença média Entre e Dentro do experimento. O complemento do erro β ($1 - \beta$) é chamado de Poder Estatístico, ou *Statistical Power*.

A Tabela 3 resume todas as possibilidades envolvidas em um teste estatístico.

Tabela 3: Possibilidades de um Teste Estatístico

Realidade (Desconhecida)	Decisão do teste	
	Aceita H_0	Rejeita H_0
H_0 Verdadeira	Decisão Correta ($p = 1 - \alpha$)	Erro Tipo I ($p = \alpha$)
H_0 Falsa	Erro Tipo II ($p = \beta$)	Decisão Correta ($p = 1 - \beta$)

Fonte: Barbetta, Reis e Bornia (2010).

A obtenção do α -risk nos dias atuais é normalmente feita por meio de programas de computadores, porém antes da difusão das máquinas pessoais, o mais comum era a utilização de longas tabelas que convertiam o f -Ratio em α . Isso dificultava a utilização deste método em ambientes de metrologia industriais, uma vez que exigia um alto grau

Figura 7: Erro Tipo I e Erro Tipo II

Fonte: Adaptado de Ellis (2010).

de preparo técnico dos operadores para garantir a análise correta dos dados, além da dificuldade operacional de se realizar grandes somatórios exigidos pelo método.

Toda as operações necessárias para um MSE pela Análise de Variância são resumidas pela Tabela 4 e um exemplo de aplicação de MSE para sistemas dinâmicos é tratado na Seção 3.2.

2.2 Planejamento de Experimentos

Tradicionalmente, o dimensionamento de sistemas, subsistemas e componentes mecânicos é guiado por experimentação de teorias e hipóteses de engenheiros, que usam sua formação acadêmica, experiências anteriores e conhecimentos técnicos para direcionamento das ações em um desenvolvimento (MONTGOMERY, 2012). O Planejamento de Experimento ou DOE (*Design of Experiments*) é utilizado como ferramenta para se obter o maior conhecimento com o menor número de testes possível, por meio de uma abordagem estatística.

A técnica consiste em realizar um conjunto de experimentos procurando estabelecer

Tabela 4: Tabela de ANOVA para MSE

Fonte de Variação	Soma dos Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrados Médios	f -Ratio
Entre	$n \sum_{i=1}^a (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$	$a - 1$	$\frac{SS_{Entre}}{a - 1}$	$\frac{MS_{Entre}}{MS_{Dentro}}$
Erro (Dentro)	$\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2$	$N - a$	$\frac{SS_{Dentro}}{N - a}$	
Total	$\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$	$N - 1$		

Adaptado de: Montgomery (2012).

uma relação de causa entre uma variável de entrada (ou independente) e uma variável de saída (ou dependente). O motivador da execução de um experimento planejado é a possibilidade de descrever um processo por meio de uma equação equivalente aproximada, válida dentro do domínio do DOE, também chamada de metamodelo (FANG; LI; SUDJANTO, 2005), de um modelo de um modelo (BACK et al., 2008) ou de um modelo reduzido (ROSS et al., 1995). Em casos como este, o processo mostrado da Figura 1 adquire um modelo equivalente onde dados os mesmos valores de entrada, um resultado similar de saída é encontrado, como mostrado na Figura 8 e dessa forma, um sistema cujo processo é desconhecido pode ser estudado, controlado e otimizado.

Figura 8: Relação entre um processo e seu metamodelo

Fonte: Adaptado de Fang, Li e Sudjianto (2005).

O uso de planejamento de experimentos é largamente utilizado na indústria em diversas aplicações, como algumas enumeradas por Montgomery (2012) e Back et al. (2008):

- Melhorar o rendimento de um processo;
- Reduzir a variação e aproximar a conformidade à nominal ou a um requisito;

- Reduzir o tempo de desenvolvimento e o custo total;
- Seleção de parâmetros de projeto em que produto irá operar em uma faixa estreita de variação com as variações comuns de produção ou utilização;
- Determinar o ótimo dentro de uma região operacional;
- Determinar o parâmetro crítico de produto e seu impacto no funcionamento;
- Minimizar a sensibilidade do sistema aos fatores controláveis.

A utilização de DOEs em experimentos físicos implica em uma série de riscos, como a existência de ruídos aleatórios, minimizada com a Avaliação do Sistema de Medição, porém não eliminada, consumo excessivo de tempo e principalmente custos que envolvem a fabricação de protótipos (FANG; LI; SUDJIAN TO, 2005). Recentemente os modelos estatísticos tem ganhado diversas aplicações também em experimentos virtuais, ou computacionais, como citado em Shahsavani e Grimvall (2011), e como Keijnen et al. (2005) revisa de maneira ampla.

Fang, Li e Sudjianto (2005) citam como as principais vantagens do uso de experimentos computacionais, quando comparado aos experimentos físicos, as seguintes características:

- Experimentos computacionais normalmente envolvem um grande número de variáveis quando comparados com os experimentos físicos tradicionais;
- Permitem a análise de grandes domínios experimentais, permitindo estratégias amostrais para entendimento de fenômenos não lineares;
- Experimentos computacionais são determinísticos, as mesmas entradas resultarão nas mesmas saídas.

Em um projeto robusto, o DOE pode ser utilizado para prever a variação total de uma saída do componente, com base na variação de todas as entradas. Tanto os experimentos virtuais quando os físicos podem ser utilizados com este objetivo, cada qual com seu conjunto de vantagens. Em experimentos físicos, algumas fontes de variação de origem desconhecida, como aquelas relacionadas às variáveis ambientais, são facilmente tratadas por meio de estratégias estatísticas, como blocos e experimentos *split-plot* (DANIEL, 2008). Por outro lado, experimentos virtuais, quando correlacionados com os experimentos físicos, permitem uma análise mais completa do fenômeno a um baixo custo, por possibilitarem um grande número de experimentos e um entendimento das não linearidades dos fenômenos. Finalmente, uma abordagem completa, que garanta um projeto realmente robusto, é

resultado da integração destas duas formas de experimento, i.e., faz uso de dados físicos e virtuais da maneira que seja mais adequada aos desafios impostos pelo projeto.

Indiferentemente da utilização de um conjunto de experimentos virtuais ou físicos, a execução de um experimento planejado passa por um conjunto de etapas, a fim de garantir que, uma vez coletados os resultados, eles sejam úteis para a análise desejada. Uma breve explicação desta etapa é feita a seguir, enquanto detalhes podem ser encontrados nos capítulos subsequentes.

2.2.1 Etapas do Planejamento de Experimentos

O planejamento de um experimento começa pela definição da variável resposta, nesta etapa o sistema de medição é avaliado e comparado com fenômeno medido. É possível estimar o erro esperado do experimento e, com base nisso definir, a necessidade de repetições.

Após esta etapa, é possível iniciar a seleção de fatores para o experimento, normalmente alimentando um conjunto de teorias ou outro documento de projeto como um FMEA (do inglês, *Failure Mode and Effect Analysis* ou Modo de Falha e Análise de Efeito) ou um Mapa de Produto. Pode-se concluir nesta etapa que alguns fatores são difíceis ou impossíveis de controlar e alguma estratégia para o tratamento deste ruído é necessária, como por exemplo:

- **Blocos:** Quando um ou um conjunto de fatores é de difícil controle, eles podem ser adotados como um bloco (SANDERS; COLEMAN, 2003), neste caso, o mais comum é executar todo o DOE para cada um dos níveis do bloco, visando obter o comportamento de todos os fatores com a fonte de ruído. Detalhes sobre essa análise podem ser encontrados em Sanders, Leitnaker e McLean (2002);
- **Réplicas:** Quando há incerteza em relação a eficiência de efetivar os níveis em um experimento, a estratégia mais comum é adotar uma réplica para o experimento. Neste caso, uma nova amostra, com o mesmo conjunto de fatores configurados nos mesmos níveis é utilizado em uma nova medição, os experimentos extras são adicionados à análise e tratados no ajuste da curva, como será descrito posteriormente. Detalhes sobre o efeito das réplicas são discutidos na Seção 2.2.5;
- **Repetição:** Quando há indícios que o sistema de medição não é adequado para o experimento e melhorias são inviáveis, pode-se adotar a estratégia de repetir a medição, e adotar o valor médio das medidas como resultado da medição. Detalhes sobre o efeito das repetições são discutidos na Seção 3.2;
- **Aleatorização:** Eventualmente, algum fator possuiu alguma restrição que impeça de ser totalmente aleatorizado, normalmente relacionado a alguma limitação de material,

processo, evento ou tempo. Os impactos deste tipo de restrição são profundos em um experimento, e alguns deles são comentados na Seção 3.6, porém mais detalhes podem ser vistos em Bisgaard, Fuller e Barrios (1996), Bisgaard e Sutherland (2003) e Daniel (2008);

- Monitoramento: Para casos onde a mudança não é controlável, porém é de fácil medição, pode-se adotar o monitoramento do fator durante o experimento, para posterior análise de seus efeitos.

As estratégias de ruído adotadas influenciam as definições dos níveis utilizados em cada fator, a capacidade de ser fazer o *setup*, bem como sua manutenção deve ser observada. Idealmente, os níveis devem ser tão afastados quanto o possível, respeitando os limites da segurança, o que facilita obtenção de efeitos mais próximos aos efeitos reais.

A Figura 9 ilustra a consequência da escolha do afastamento dos níveis dos fatores. Na Figura 9 a) os níveis escolhidos estão bastante próximos, e por conta da variação do sistema de medição, o nível estimado se torna praticamente nulo, podendo gerar um Erro do Tipo II, descrito na Seção 2.1.2. Na Figura 9 b), onde os níveis dos fatores estão mais afastados, mesmo com a variação do sistema de medição o valor do efeito é mais acurado.

É natural que nas fases iniciais do desenvolvimento de um produto, os níveis dos fatores estejam bastante afastados. Informações como matéria-prima das peças, processo de fabricação, entre outros fatores que normalmente tem grande impacto no desempenho de componentes estruturais, podem ser usados como níveis, entretanto, a medida que o projeto avança, o amadurecimento do projeto também acontece, e menores alterações são possíveis, forçando a utilização de níveis menos espaçados (ROSS et al., 1995).

A seleção dos níveis dos fatores também pode impactar na última etapa do planejamento de um experimento, que trata da seleção do Arranjo Experimental, ou seja, a disposição que os experimentos estão distribuídos e organizados. Por ser um tópico importante e bastante vasto, os diferentes arranjos são tratados na Seção 2.2.2.

A execução do experimento deve ser realizada com cuidado, obedecendo o planejamento. Caso o DOE seja executado após a realização de um MSE, o aprendizado gerado nessa etapa deve ser observado e aplicado. Caso alguma alteração no experimento seja necessária por alguma restrição não prevista, é necessário documentar a alteração para que a análise dos dados reflita essa condição (ROSS et al., 1995)

2.2.2 Escolha do Arranjo Experimental

A eficiência de um planejamento de experimentos pode ser mensurada em termos da razão entre sua capacidade de gerar conhecimento e a quantidade de experimentos realizados (KIAM, 2014). Quanto mais aprendizado gerado com um menor número de

Figura 9: Impacto da distância dos níveis na estimativa do efeito do fator

Fonte: Adaptado de Montgomery (2012).

experimentos, melhor, e a escolha do Arranjo Experimental é uma etapa fundamental para maximização de eficiência do experimento. Há uma vasta gama de possibilidades baseada no propósito do experimento, indo de experimentos para seleção de fatores ativos ou inativos, chamado de DOE *Screening*, ao detalhamento de superfícies de resposta, chamados de *Space Filling* (FANG; LI; SUDJANTO, 2005).

O modelamento matemático que define a escolha de um Arranjo Experimental se baseia na existência de um fenômeno físico cujo modelamento pode ser feito por meio da

Equação (2.13),

$$y = f(x_1, \dots, x_s) = f(\mathbf{x}), \mathbf{x} = (x_1, \dots, x_s)^T \in T, \quad (2.13)$$

onde x_i são as Variáveis de Entrada, y é a Variável de Saída, a função f pode ou não ter uma forma analítica, e T é Espaço da Variável de Entrada. A escolha do Arranjo Experimental define a distribuição e quantidade de amostras dos x_i no espaço T que serão utilizadas para definir

$$y = \hat{y} + e = g(x_1, \dots, x_s) + e, \mathbf{x} \in T, \quad (2.14)$$

onde $\hat{y}$ é a Aproximação da Variável de Saída, ou seu Metamodelo (FANG; LI; SUDJIANTO, 2005) e e é o erro do modelo, com média zero seguindo uma distribuição normal (BARBETTA; REIS; BORNIA, 2010).

Alguns exemplos dos diferentes arranjos experimentais são listados abaixo, cujos detalhamentos podem ser encontrados em Myers, Montgomery e Anderson-Cook (2008), Fang, Li e Sudjianto (2005) e Montgomery (2012).

- *Uniform Design*: Proposto inicialmente por Fang (1980) busca posicionar os pontos dentro do domínio de forma a obter uma distribuição uniforme. Existem diferentes algoritmos para isto, por conta disso, a posição de cada ponto pode variar sensivelmente dependendo da estratégia adotada;
- *Sphere Packing* ou *Maximin Design*: É um arranjo onde a distância mínima entre os pontos é minimizada de forma a melhor cobrir todo o espaço de inferência (JOHNSON; MOORE; YLVISAKER, 1990);
- *Latin Hypercube*: Proposto por McKay, Beckman e Conover (1979), propõe uma disposição de pontos de maneira a minimizar a distância entre eles, ainda mantendo uma distribuição normal e uniforme, trata-se, portanto, de uma estratégia intermediária entre o *Uniform Design* e o *Sphere Packing*;
- *Maximum Entropy*: Descrito por Shewry e Wynn (1987), trata a entropia como uma medida da quantidade de informação contida em uma distribuição de dados, os pontos são definidos de forma a maximizar o determinante da matriz de correlação entre dois pontos;
- *Full Factorial* e *Fraction Factorial*: São experimentos em que somente os níveis extremos do domínio de cada um dos fatores são testados, resultando em uma quantidade de até 2^p experimentos, onde p é a quantidade de fatores. Devido a sua importância neste trabalho, esse arranjo experimental será aprofundado nas seções seguintes;

- *Central Composite Design* ou *CCD*: Similar aos experimentos fatoriais, esse design acrescenta pontos intermediários aos níveis extremos dos fatores, permitindo a criação de metamodelos de segunda ordem (MYERS; MONTGOMERY; ANDERSON-COOK, 2008).

Exemplos das distribuições dos designs experimentais podem variar levemente dependendo dos algoritmos utilizados. Kiam (2014) ilustra algumas opções tendo como base os algoritmos aplicados no programa JMP®, desenvolvido pela SAS®, mostrado na Figura 10.

Figura 10: Comparação entre diversos planejamentos de experimento envolvendo dois fatores, x1 e x2 quanto ao preenchimento do domínio experimental por meio de gráficos sobrepostos e histograma

Fonte: Adaptado de Kiam (2014).

Nas Subseções 2.2.3, 2.2.4 e 2.2.5 serão apresentadas de maneira detalhada os arranjos experimentais Fatorial Completo, Fatorial Fracionado bem como o procedimento para uma análise de experimentos não Replicados.

2.2.3 Arranjos Experimentais *Full Factorial*

O uso inicial de métodos estatísticos para planejamento de experimentos foi dado pelo Lorde Ronald A. Fisher, em trabalhos envolvendo agricultura (MONTGOMERY,

2012), que foi posteriormente documentado por Box, Hunter e Hunter (1978). Por conta do grande número de variáveis e ruído ambientais presentes na agricultura, bem como a facilidade de repetir e replicar os experimentos, foi nas ciências agrárias que os experimentos fatoriais foram inicialmente utilizados. Já a popularização na área das engenharias se inicia com o trabalho de Taguchi (1986), ainda mais ligado ao “chão de fábrica”, porém que logo é estendido ao desenvolvimento de produtos, ficando conhecido como Método Taguchi ou Projeto Robusto (*Robust Design*) (BACK et al., 2008).

Em trabalhos recentes, como em Baco (2016), Kiam (2014) e Ramm (2007) o método tem sido usado em diversos contextos, como ferramenta para dimensionamento e otimização de projetos, sempre de forma a obter um metamodelo no formato da Equação (2.13), que, aplicada ao contexto de sistemas dinâmicos, pode ser interpretada como a linearização de um modelo não linear. Tomando-se um sistema de duas entradas (OGATA, 2010):

$$y = f(x_1, x_2), \quad (2.15)$$

e fazendo uma expansão em uma série de Taylor em torno do ponto inicial $x = (\bar{x}_1, \bar{x}_2)$, a Equação (2.15) se torna:

$$\begin{aligned} y = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2) &+ \left[\frac{\partial f}{\partial x_1}(x_1 - \bar{x}_1) + \frac{\partial f}{\partial x_2}(x_2 - \bar{x}_2) \right] \\ &+ \frac{1}{2!} \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}(x_1 - \bar{x}_1)^2 + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2}(x_1 - \bar{x}_1)(x_2 - \bar{x}_2) + \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2}(x_2 - \bar{x}_2)^2 \right] \\ &+ \dots, \end{aligned} \quad (2.16)$$

de forma que as derivadas parciais são avaliadas em $x_1 = \bar{x}_1$, $x_2 = \bar{x}_2$. Nas proximidades do ponto inicial, os termos de ordem mais elevadas podem ser desprezadas. Por conveniência o termo de interação foi mantido, fazendo com que o modelo matemático linear desse sistema não linear nas proximidades do ponto inicial:

$$y - \bar{y} = K_1(x_1 - \bar{x}_1) + K_2(x_2 - \bar{x}_2) + K_3(x_1 - \bar{x}_1)(x_2 - \bar{x}_2), \quad (2.17)$$

ou arranjando-se os termos da maneira usada no planejamento do experimento:

$$y = \tau(\Delta x_1) + \beta(\Delta x_2) + \tau\beta(\Delta x_1 \Delta x_2) + \mu. \quad (2.18)$$

Em experimentos fatoriais, Δx_1 , Δx_2 e $\Delta x_1 \Delta x_2$ assumem tradicionalmente dois valores adimensionais, -1 e $+1$, que representam os níveis máximos e mínimos que o fator

em estudo pode adotar, o valor $\bar{y}$ assume a forma de μ e representa o desempenho médio do sistema, quando:

$$\begin{aligned}\Delta x_1 = 0 &\leftrightarrow x_1 = \bar{x}_1, \\ \Delta x_2 = 0 &\leftrightarrow x_2 = \bar{x}_2,\end{aligned}\tag{2.19}$$

enquanto a presença da interação $\tau\beta$ na Equação (2.18) surge como uma alternativa para explicar os fenômenos nos quais x_2 altera o valor de K_1 e o valor de x_1 altera o valor de K_2 , fazendo com que τ seja independente de x_2 (Efeito do Fator A) e β seja independente de x_1 (Efeito do Fator B).

Em um DOE a obtenção dos valores de τ , β e $\tau\beta$ se dá por meio do ajuste de uma superfície a um conjunto de dados experimentais, portando sujeitos a réplicas, repetições e variação. Em sua forma final, a Equação (2.18) aparece como:

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \epsilon_{ijk} \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, a \\ j = 1, 2, \dots, b \\ k = 1, 2, \dots, n \end{cases}, \tag{2.20}$$

onde y_{ijk} é a resposta observada quando o fator A está no i -ésimo nível, o fator B está no j -ésimo nível para a k -ésima réplica, ϵ_{ijk} é o erro ou ruído experimental observado quando o fator A está no i -ésimo nível, o fator B está no j -ésimo nível e para a k -ésima réplica, a é o número de níveis do Fator A, b é o número de níveis do Fator B e n é o número de réplicas do experimento. A Figura 11 mostra uma representação gráfica de um metamodelo gerado pela Equação (2.20) em um experimento fatorial completo, com dois fatores e três réplicas.

Os efeitos dos fatores e interação da Equação (2.20) são obtidos por meio de um teste estatístico de ANOVA, similar ao mostrada na Seção 2.1.2, entretanto, ao invés de uma comparação dentro e entre os subgrupos, o teste compara o erro experimental com o efeito de cada um dos parâmetros τ , β e $\tau\beta$. Em um experimento fatorial completo de dois fatores, o Teste de Hipótese é dado como (MONTGOMERY, 2012):

$$\begin{aligned}H_0 : \tau_1 = \tau_2 = 0 \\ H_1 : \text{ao menos um } \tau_i \neq 0,\end{aligned}\tag{2.21}$$

$$\begin{aligned}H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0 \\ H_1 : \text{ao menos um } \beta_j \neq 0,\end{aligned}\tag{2.22}$$

$$\begin{aligned}H_0 : (\tau\beta)_{ij} = 0 \text{ para todos } i, j \\ H_1 : \text{ao menos um } (\tau\beta)_{ij} \neq 0.\end{aligned}\tag{2.23}$$

Essas hipóteses são testadas usando-se a Análise de Variância de Dois Fatores, ou *Two-factor analysis of Variance*, descrita por Montgomery (2012).

Figura 11: Exemplo de um metamodelo de um experimento fatorial completo, com dois fatores e três réplicas

Sendo que $y_{i..}$ denota o total de observações no i -ésimo nível do fator A, $y_{.j}$ denota o total de observações no j -ésimo nível do fator B, y_{ij} denota o total de todas as observações na ij -ésima célula, e $y_{...}$ é o total de todas as observações. Expressando matematicamente:

$$\begin{aligned}
 y_{i..} &= \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk}, & \bar{y}_{i..} &= \frac{y_{i..}}{bn}, & i &= 1, 2, \dots, a \\
 y_{.j} &= \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^n y_{ijk}, & \bar{y}_{.j} &= \frac{y_{.j}}{an}, & j &= 1, 2, \dots, b \\
 y_{ij} &= \sum_{k=1}^n y_{ijk}, & \bar{y}_{ij} &= \frac{y_{ij}}{n}, & i &= 1, 2, \dots, a \\
 & & & & j &= 1, 2, \dots, b \\
 y_{...} &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk}, & \bar{y}_{...} &= \frac{y_{...}}{abn},
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

A Soma dos Quadrados Total Corrigido pode ser escrita como

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n (y_{ijk} - \bar{y}_{...})^2 &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n [(\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...}) + (\bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...}) \\
&\quad + (\bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{.j.} + \bar{y}_{...}) + (y_{ijk} - \bar{y}_{ij.})]^2 \\
&= bn \sum_{i=1}^a (\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...})^2 + an \sum_{j=1}^b (\bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...})^2 \\
&\quad + n \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{.j.} + \bar{y}_{...})^2 \\
&\quad + \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n (y_{ijk} - \bar{y}_{ij.})^2,
\end{aligned} \tag{2.25}$$

já que os seis produtos vetoriais no lado direito da equação são zero. Nota-se que a Soma dos Quadrados Totais pode ser dividida em quatro contribuições: a contribuição do fator A (SS_A), a contribuição do fator B (SS_B), a contribuição da interação entre A e B (SS_{AB}) e a soma dos quadrados do erro (SS_E). Dessa forma, pode-se reescrever a Equação (2.25) simbolicamente como

$$SS_T = SS_A + SS_B + SS_{AB} + SS_E. \tag{2.26}$$

O número de graus liberdade associado a cada uma das somas dos quadrados é dado na Tabela 5. Destaca-se que o erro só possui graus de liberdade caso o número de réplicas seja $n \geq 2$, caso contrário, não é possível fazer inferências a respeito do erro do experimento.

Tabela 5: Graus de Liberdade de um Experimento com 2 Fatores

Efeito	Graus de Liberdade
A	a-1
B	b-1
Interação AB	(a-1)(b-1)
Erro	ab(n-1)
Total	abn-1

Fonte: Montgomery (2012).

Cada uma das somas dos quadrados da Equação (2.26), dividida pelo seu número de graus de liberdade, resulta no Quadrado Médio, o valor esperado dos quadrados médios é:

$$E(MS_A) = E\left(\frac{SS_A}{a-1}\right) = \sigma^2 + \frac{bn \sum_{j=1}^a \tau_i^2}{a-1}, \quad (2.27)$$

$$E(MS_B) = E\left(\frac{SS_B}{b-1}\right) = \sigma^2 + \frac{an \sum_{j=1}^b \beta_j^2}{b-1}, \quad (2.28)$$

$$E(MS_{AB}) = E\left(\frac{SS_{AB}}{(a-1)(b-1)}\right) = \sigma^2 + \frac{n \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\tau\beta)_{ij}^2}{(a-1)(b-1)}, \quad (2.29)$$

$$E(MS_E) = E\left(\frac{SS_E}{ab(n-1)}\right) = \sigma^2, \quad (2.30)$$

e, assumindo que a Equação (2.20) é adequada e que o erro ϵ_{ijk} é independente e normalmente distribuído com variância constante σ^2 , as razões de quadrados médios MS_A/MS_E , MS_B/MS_E e MS_{AB}/MS_E são distribuídas como F na Figura 6. A Tabela 6 resume os cálculos para análise de variância de um experimento com dois fatores.

Tabela 6: Tabela de ANOVA para DOE com dois fatores

Fonte de Variação	Soma dos Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrados Médios	f -Ratio
Fator A	SS_A	$a - 1$	$MS_A = \frac{SS_A}{a-1}$	$F_0 = \frac{MS_A}{MS_E}$
Fator B	SS_B	$b - 1$	$MS_B = \frac{SS_B}{b-1}$	$F_0 = \frac{MS_B}{MS_E}$
Interação	SS_{AB}	$(a-1)(b-1)$	$MS_{AB} = \frac{SS_{AB}}{(a-1)(b-1)}$	$F_0 = \frac{MS_{AB}}{MS_E}$
Erro	SS_E	$ab(n-1)$	$MS_E = \frac{SS_E}{ab(n-1)}$	
Total	SS_T	$abn - 1$		

Adaptado de: Montgomery (2012).

A obtenção dos valores da soma dos quadrados total é dada por

$$SS_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}, \quad (2.31)$$

com a soma dos quadrados dos efeitos principais:

$$SS_A = \frac{1}{bn} \sum_{i=1}^a y_{i..}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}, \quad (2.32)$$

$$SS_B = \frac{1}{an} \sum_{j=1}^b y_{.j}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}. \quad (2.33)$$

Por conveniência, a soma dos quadrados da interação SS_{AB} pode ser dividida em duas etapas,

$$SS_{Subtotal} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b y_{ij}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}, \quad (2.34)$$

$$SS_{AB} = SS_{Subtotal} - SS_A - SS_B, \quad (2.35)$$

enquanto a soma dos quadrados dos erros é obtida por:

$$SS_E = SS_T - SS_{Subtotal}. \quad (2.36)$$

Percebe-se em uma análise das Equações (2.31), (2.34) e (2.36), que a principal consequência da existência de réplicas em um experimento fatorial é a criação de informação a respeito do erro do experimento, haja visto que para $k = 1$, $SS_T = SS_{Subtotal}$, portanto $SS_E = 0$.

De maneira similar à mencionada na Seção 2.1.2, cada um dos Teste de Hipótese das Equações (2.21), (2.22) e (2.23) é realizado individualmente, considerando seus respectivos valores de *f-Ratio*, portanto é possível que somente um fator seja significativo, enquanto os demais não sejam. Em experimentos planejados também são adotados níveis de significância de 5%, isto é $\alpha = 0.05$, entretanto trabalhos recentes ressaltam o risco dos valores tradicionais para experimentos computacionais, onde o número de réplicas pode ser elevado e riscos α menores devem ser adotados (CHAWLA, 2017).

Uma vez a Hipótese Nula descartada para um fator ou interação, faz-se uso da média das respostas para quando um fator está no seu nível maior, $\bar{y}_A^+$ para o fator A por exemplo, bem como a média para quando o fator está no seu nível menor, $\bar{y}_A^-$, seu efeito é calculado por (2.37), ainda tomando um experimento com dois fatores como exemplo (MONTGOMERY, 2012):

$$\begin{aligned} \tau &= \bar{y}_A^+ - \bar{y}_A^-, \\ \beta &= \bar{y}_B^+ - \bar{y}_B^-, \\ \tau\beta &= \bar{y}_{AB}^+ - \bar{y}_{AB}^-. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Apesar de apresentada para um experimento de apenas dois fatores, o conceito descrito anteriormente é aplicável para DOEs com qualquer quantidade de variáveis, entretanto, é importante ressaltar que o número de tratamentos necessários para a análise de

DOE fatorial completo é 2^p , onde p é a quantidade de fatores em estudo. Essa característica faz com que esse tipo de experimento seja aplicado para casos onde o fenômeno estudado é já bem conhecido, com um número de variáveis $p \leq 6$ (ROSS et al., 1995).

Com base no teste estatístico para cada uma das variáveis é possível produzir a equação do metamodelo, que descreve o fenômeno em estudo. A qualidade deste modelo reduzido pode ser analisada de diversas maneiras, a mais comum é o uso do Coeficiente de Múltipla Determinação (MYERS; MONTGOMERY; ANDERSON-COOK, 2008) ou somente Coeficiente de Determinação (BARBETTA; REIS; BORNIA, 2010), que é uma medida descritiva da proporção da variação de y que é explicada pela variação das variáveis $\mathbf{x}$, dado por

$$R^2 = 1 - \frac{SS_E}{SS_T}, \quad (2.38)$$

onde quanto mais próximo $R^2 = 1$, melhor é a previsibilidade do modelo.

Uma vez que R^2 sempre aumenta à medida que se acrescentam termos ao modelo, para experimentos com muitos fatores se sugere utilizar o R^2 ajustado, definido como:

$$R_{Adj}^2 = 1 - \frac{abn - 1}{abn - p} (1 - R^2) \quad (2.39)$$

onde abn é o número total de experimentos realizados e p é o número total de fatores considerados significativos. De maneira geral, o valor de R_{Adj}^2 não aumenta sempre que uma nova variável é adicionada ao modelo, fazendo com que o coeficiente de determinação diminua caso algum fator desnecessário seja inserido (MYERS; MONTGOMERY; ANDERSON-COOK, 2008).

Ross et al. (1995) sugere que o coeficiente de determinação R_{Adj}^2 seja usado em conjunto com o teste estatístico na definição do metamodelo, principalmente para os fatores cujo valor p -value é marginalmente reprovado e há um bom embasamento teórico para que o fator seja significativo.

2.2.4 Designs Experimentais *Fractional Factorial*

Como visto na Seção 2.2.3, o crescimento do número de experimentos em um DOE Fatorial Completo segue uma progressão geométrica e com um número relativamente pequeno de fatores alcança um grande número de experimentos. Uma alternativa viável para redução de número de experimentos é assumir que uma parte dos efeitos de alta ordem pode ser negligenciados, permitindo que uma fração do experimento original seja executada sem que os efeitos de ordem menor sejam prejudicados. A esse arranjo experimental é dado o nome de Fatorial Fracionado, ou *Fraction Factorial*. Essa abordagem permite uma redução significativa do número total de experimentos a serem realizados, e

é utilizada principalmente nos experimentos iniciais, em um processo comumente chamado de *Screening* (MONTGOMERY, 2012) quando há um grande número de fatores em estudo e ainda não se sabe quais estão ativos.

A ortogonalidade e o balanceamento do experimento deve ser mantida, portanto a estratégia mais comum é realizar o experimento somente da parcela onde a interação de alta ordem está ativa, tomando como exemplo um experimento com três fatores (A , B e C), a parcela ABC , chamada de gerador (MONTGOMERY, 2012). Por meio dela se define quais os confundimentos presentes no experimento. A Tabela 7 mostra o exemplo citado, somente os experimentos das quatro primeiras linhas seriam executados em um DOE 2^{3-1} .

Tabela 7: Sinais Positivos e Negativos para uma Experimento Fatorial 2^3

Combinações de Tratamento	Efeito Fatorial							
	I	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
n° 01	+	+	-	-	-	-	+	+
n° 02	+	-	+	-	-	+	-	+
n° 03	+	-	-	+	+	-	-	+
n° 04	+	+	+	+	+	+	+	+
n° 05	+	+	+	-	+	-	-	-
n° 06	+	+	-	+	-	+	-	-
n° 07	+	-	+	+	-	-	+	-
n° 08	+	-	-	-	+	+	+	-

Fonte: Adaptado de Montgomery (2012).

Uma consequência do fracionamento do experimento, é o aparecimento de confundimentos, uma vez que parte do experimento não é realizado, os graus de liberdade estatísticos referentes à essa informação são perdidos. Utilizando ainda a primeira metade da Tabela 7 como exemplo, vê-se que não é possível separar o efeito do Fator A da Interação BC , pois os níveis de ambos estão definidos iguais para todo o experimento.

A estrutura de confundimento de um experimento é chamada de Resolução, e depende da quantidade de fatores do experimento, da quantidade de rodadas de testes que serão executadas, a Figura 12 ilustra a resolução do experimento para diferentes configurações. As resoluções III, IV e V são particularmente importantes (MONTGOMERY, 2012), :

- Resolução III: Não há confundimento entre os efeitos principais, porém há confundimento entre efeitos principais e interações de segunda ordem;
- Resolução IV: Há confundimento entre os efeitos principais e as interações de terceira ordem, bem como confundimento das interações de segunda ordem entre si;

- Resolução V: Há confundimento entre os efeitos principais e as interações de quarta ordem, bem como confundimento das interações de segunda ordem com interações de terceira ordem.

Available Factorial Designs (with Resolution)

	Factors														
Run	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
4	Full	III													
8		Full	IV	III	III	III									
16			Full	V	IV	IV	IV	III	III	III	III	III	III	III	
32				Full	VI	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	
64					Full	VII	V	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	
128						Full	VIII	VI	V	V	IV	IV	IV	IV	

Figura 12: Resolução em experimentos fatoriais

Fonte: Minitab (2016).

2.2.5 Designs Experimentais 2^k Sem Réplicas

Como discutido na Seção 2.2.3, para que seja possível entender informações a respeito do erro do experimento, chamado de erro puro, são necessárias réplicas, entretanto, devido a limitações de tempo ou recursos, pode ser necessário a execução de experimentos não replicados. Nestes casos, uma alternativa seria assumir que certas interações de alta ordem são negligenciáveis e a combinação do seu efeito é uma estimativa do erro, chamado também de Princípio do Efeito de Esparcidade (MONTGOMERY, 2012).

Outro método popular para análise de experimentos não replicados foi proposto por Lenth (1989) e, quando comparado com diversos outros por Hamada e Balakrishnan (1998), se mostrou capaz de detectar efeitos significativos de maneira eficiente. Por ser de fácil implementação, foi largamente adotado nos programas computacionais (MONTGOMERY, 2012).

Este método assume que há m efeitos de fatores a serem estimados, ou contrastes independentes, e que todos possuem a mesma variância τ^2 , calculada por $\tau^2 = 4\sigma^2/N$. Sendo $c_1, c_2, \dots, c_m$ os contrastes dados por

$$c_{1,2,\dots,m} = (a \pm 1)(b \pm 1)\dots(m \pm 1), \quad (2.40)$$

onde o sinal $\pm$ depende se o fator determinado está ativo ou não para o experimento em questão. Para DOEs com dois fatores, os contrastes c_1 , c_2 e c_3 são equivalentes aos efeitos fatores ou interações mostradas na Equação (2.20). Para esses contrastes, espera-se que os fatores não significativos tenham efeitos segundo uma distribuição normal, e os fatores

realmente significativos estejam próximos à margem, porém a remoção da subjetividade na análise pode ser feita utilizando-se:

$$s_0 = 1.5 \times \text{mediana}(|c_j|) \text{ e} \quad (2.41)$$

$$PSE = 1.5 \times \text{mediana}(|c_j| : |c_j| < 2.5s_0), \quad (2.42)$$

onde PSE é o *Pseudo Standard Error*, ou Pseudo Erro Padrão, que é uma estimativa do valor de τ e é praticamente igual ao s_0 , exceto pela exclusão dos efeitos que excedem $2.5s_0$ em valores absolutos.

Os resultados da Equação (2.42) podem ser usado de maneira natural, por exemplo (LENTH, 1989):

$$ME = t_{0.975;d} \times PSE, \quad (2.43)$$

é o 0.975° quantil de uma distribuição t com d graus de liberdade, dado por $d = m/3$ e ME é a *Margin of Error* (ou Margem de Erro), com aproximadamente 95% de intervalo de confiança. Devido ao grande número de inferências sendo feitas simultaneamente, pode-se esperar que para um grande número de contrastes, alguns efeitos significativos excedam o valor de ME ocasionando um Erro Tipo II. Para reduzir essa possibilidade, define-se também uma Margem de Erro Simultânea, SME (na sigla em inglês para *Simultaneous Margin of Error*):

$$SME = t_{\gamma,d} \times PSE, \quad (2.44)$$

com

$$\gamma = (1 + 0.95^{1/m})/2, \quad (2.45)$$

que é uma abordagem conservadora para o erro.

Assim, em um experimento não replicado, adota-se um efeito como significativo quando seu contraste é maior do que $\pm SME$. Quando o valor é maior do que $\pm ME$ e menor do que $\pm SME$, não pode ser considerado ativo entretanto não pode ser descartado, ficando dentro de uma região de incerteza e um julgamento técnico deve ser utilizado na decisão (LENTH, 1989).

É importante ressaltar que o uso do Método de Lenth se dá no início da análise dos resultados do experimento, com o propósito de investigar os resultados de maneira preliminar. A medida que os fatores inativos são identificados, o grau de liberdade referente a ele é eliminado do metamodelo e experimento adquire naturalmente réplicas.

2.3 Modelagem Estocástica de Sistemas Dinâmicos

Como já visto anteriormente, a variação é uma característica intrínseca de qualquer processo, e o desenvolvimento de um projeto robusto a essas variações pode ser encarado como um diferencial competitivo a fim de reduzir custos de desenvolvimento e de pós-venda (ARAÚJO, 1995). Propostas para o modelamento efetivo dessa variabilidade surgem, de acordo com a pesquisa realizada, na década de 80 com os trabalhos de Contreras (1980), Vanmarcke e Grigoriu (1983) e Liu, Belytschko e Mani (1986), ainda modelos bastante simples, e a partir dos anos de 2010, com o avanço na velocidade de processamento dos computadores e com a proposição de novos métodos, resumidos em Soize (2013), duas estratégias distintas foram desenvolvidas: 1) os modelos classificados como paramétricos, onde as incertezas acontecem em características do modelo como a massa, amortecimento e a rigidez; 2) os modelos não-paramétricos, onde as incertezas são construídas diretamente nas matrizes de massa, amortecimento e rigidez generalizadas (SOIZE, 2000).

A origem das incertezas em um modelo está relacionada à diferentes aspectos. Ritto, Sampaio e Cataldo (2008) dividem as incertezas em dois componentes: 1) incertezas relacionadas aos parâmetros do modelo, como geometria e propriedades dos materiais, o que é denominado Incerteza dos Dados ou Aleatória, e 2) incertezas relacionados ao modelo escolhido, de natureza matemática, como teoria de vigas ou cascas e condições de contorno, o que é denominado Incerteza do Modelo ou Epistêmica. Adhikari et al. (2009) acrescentam também um terceiro componente de incerteza, chamado de erro experimental, que permeia o modelo durante a Validação do modelo e Iaccarino (2008) cita também a presença de erros associados à transcrição de um modelo matemático em um código de computador, como erro de arredondamentos numéricos ou mesmo *bugs*.

As Incertezas Aleatórias nascem naturalmente com a manufatura de componentes, sendo normalmente previstas durante o desenvolvimento de um produto e eventualmente documentadas como tolerâncias geométricas e de forma em desenhos técnicos, regidas no Brasil pelas NBR ISO 2768-1 (2001) e NBR ISO 2768-2 (2001). Normalmente também a variação esperada para determinados componentes pode ser prevista com o auxílio de normas, em função do processo de fabricação das peças, alguns exemplos destas normas são a DIN 16901 (1982) para componentes plásticos e a DIN 6930-2 (2011) para componentes fabricados em chapas de aço estampadas.

As Incertezas Epistêmicas, por outro lado, podem surgir de diferentes hipóteses no momento da criação de um modelo e podem variar em função da física a ser resolvida ou do método matemático para a solução das equações. Mottershead, Link e Friswell (2010) enumeram algumas das principais fontes de erro em análises modais pelo método dos elementos finitos:

- Erros na discretização, malha muito grosseira para a frequência de interesse;

- Simplificações na estrutura, como aproximar uma placa como uma viga quando a relação de dimensões não atende as hipóteses;
- Mal posicionamento das massas do modelo, quando a hipótese de massas concentradas não é uma hipótese aceitável, ou quando há excentricidades em um corpo modelado como uma massa concentrada;
- Quando o modelo de elementos finitos negligencia uma propriedade específica, como por exemplo a influência do cisalhamento transversal ou o empenamento devido à torção em elementos de viga;
- Erros na conectividade da malha;
- Erros no modelamento das condições de contorno, como assumir um engaste rígido quando ele se aproxima do elástico;
- Erros no modelamento das juntas (*joints*), como simplificação de rolamentos como elementos sem rotação;
- Erros nas hipóteses de carregamentos;
- Erros nas hipóteses da geometria, como curvatura ou raios;
- Uma estrutura não linear aproximada como linear.

Idealmente um modelo robusto usado para o desenvolvimento de produtos deve ser testado tanto quanto às incertezas aleatórias e epistêmicas, isso implica que não só as tolerâncias naturais das peças precisam ser testadas como também algumas das hipóteses assumidas para a simulação. A proposta de modelagem paramétrica e não-paramétrica desta variação é descrita a seguir.

2.3.1 Modelos Paramétricos e Não-Paramétricos para Previsão da Variabilidade

Modelos paramétricos são aqueles em que a manipulação da variação do sistema acontece diretamente em características do modelo, como nas dimensões da geometria e propriedade dos materiais, por meio de distribuições com parâmetros definidos, como média e desvio padrão para o caso de distribuições normais. A aplicação mais recorrente desse método se dá nos métodos de *Stochastic Model Updating*, onde a distribuição medida em um conjunto de testes físicos é comparada com a distribuição resultante de um modelo de simulação e os parâmetros do modelo virtual precisam ser ajustados para uma melhor concordância entre os resultados (GOVERS; LINK, 2010; MARES; MOTTORSHEAD; FRISWELL, 2006; REN; CHEN, 2010).

Nos modelos não-paramétricos a variação é inserida diretamente nas matrizes de massa e rigidez, utilizando o Princípio da Máxima Entropia para estimar as distribuições resultantes do modelo (SOIZE, 2001). Essa abordagem vem se mostrando bastante eficiente para a previsão de variação quando implementada à métodos numéricos (SOIZE et al., 2008; DURAND; SOIZE; GAGLIARDINI, 2008; FONTANELA, 2015) pela forma com que ela lida com as não linearidades dos modelos numéricos. Com o propósito de ressaltar as diferenças entre os dois métodos, uma breve descrição da metodologia é dada, baseada em Junior (2018).

Em um sistema composto de uma mola de rigidez k sujeita à uma variação, quando excitado por uma força f conhecida, o deslocamento u resultante é dado por

$$u = g(k) \text{ onde } g(k) = k^{-1}f, \quad (2.46)$$

conforme esquematizado na Figura 13. Neste modelo se vê que só é possível o cálculo da distribuição do deslocamento u para valores de rigidez $k > 0$ o que exclui uma série de distribuições paramétricas como a distribuição normal, que requer um domínio de solução de $-\infty$ a ∞ . Com o propósito de fazer uma escolha segura a respeito da distribuição dos parâmetros do modelo se propôs o uso do Princípio da Máxima Entropia (SOIZE, 2000).

Figura 13: Modelo mecânico simples

Fonte: Junior (2018).

Uma alternativa para remover a singularidade da Equação (2.46) é a linearização do modelo, como descrito na Equação (2.16) da Seção 2.2.3. Este procedimento permite a obtenção da variabilidade do sistema fazendo o uso de distribuições paramétricas, quanto maior área da variável de entrada dentro do regime de linearidade, menor será o erro na estimativa da média da saída.

A Figura 14 mostra a resposta do modelo da Equação (2.46) para valores de rigidez entre 1 e 20. Assumindo que o valor especificado da rigidez da mola é de 10 ± 3 , obtém-se uma média teórica de $\mu = 10$ e desvio padrão de $\sigma = 1$ para k para um intervalo de confiança de 6σ . Para este caso, o valor esperado é de $u_{Real} = 1/10 = 0.1$ e enquanto pela linearização do modelo se espera $u_{Linearizado} = 10/91 \approx 0.1098$. Uma diferença

relativamente pequena tendo em vista que o valor de σ utilizado foi de 10% do valor da média.

Figura 14: Comparação entre os modelos

Ainda que o sistema dinâmico em estudo não apresente uma não-linearidade, os modelos não-paramétricos são indicados para a previsão da variabilidade do sistema para o caso mais geral (SAMPAIO, 2011), nestas aplicações os modelos paramétricos são casos particulares de soluções, reproduzindo uma variação menor do que a total possível. Ritto, Sampaio e Cataldo (2008) ressaltam que, para os casos onde a variação é conhecida, como no exemplo acima, os modelos paramétricos são recomendados.

2.3.2 Simulação de Monte Carlo

Mlodinow (2011) descreve em seu livro que a Simulação de Monte Carlo teve origem em 1873 quando o engenheiro mecânico Joseph Jaggar utilizou seus conhecimentos sobre projeto e manutenção de máquinas para detectar pequenos defeitos e irregularidades nas roletas do cassino de Monte Carlo. Conforme previsto por ele, uma das roletas não possuía resultados totalmente aleatórios, haviam 6 números que aconteciam com maior regularidade e apostando neles estima-se que Jaggar tenha ganhado por volta de US\$5 milhões, convertidos em valores atuais, até que o cassino conseguiu identificar uma forma de resolver a irregularidade da roleta.

Nos dias atuais, o método de Monte Carlo é utilizado para estimar parâmetros desconhecidos de distribuições fazendo uso de dados já conhecidos de uma observação, como a distribuição de variáveis de entrada (DOUCET; FREITAS; GORDON, 2001). A Figura 15 retrata um exemplo onde valores de espessuras são sorteados segundo uma distribuição e usados para estimar a tensão em uma determinada aplicação, cuja função

na Figura 15 a) é desconhecida. Após um número de n amostras, é possível estimar a distribuição das tensões, como mostrado na Figura 15 b).

Figura 15: Exemplo de simulação de Monte Carlo

Fonte: Adaptado de Jenovencio (2014).

As observações a respeito das características e restrições dos sistemas descritos na Seção 2.3.1 também são válidas para as simulações de Monte Carlo. Modelos como o descrito na Equação (2.46), caso modelados com distribuições paramétricas que não respeitem as restrições do modelo apresentarão divergência nos parâmetros estimados, em outras palavras, os valores de média e desvio padrão de uma variável de saída modelada como uma distribuição normal não tenderá a um valor conforme o número n de amostras é aumentado.

Uma revisão completa sobre tema pode ser encontrada em Rubinstein e Kroese (2016) e Kalos e Whitlock (2008). Alguns trabalhos já utilizam esse método para a predição de distribuição de variáveis resposta de sistemas dinâmicos estruturais, como ruído e vibração, como o caso de Oliveira et al. (2012), Fabro (2010) entre diversos outros.

2.4 Vibrações e Acústica no Desenvolvimento de Produtos

Acústica é o ramo da física que estuda a geração e propagação do som nos diversos meios, a própria palavra acústica vem do grego em que $\alpha\kappa\omicron\upsilon\epsilon\iota\nu$ (akúv) significa ouvir (BLAUERT; XIANG, 2009). Som é a sensação produzida no sistema auditivo e ruído é um som indesejado, em geral de conotação negativa (BISTAFA, 2011).

O ruído, ou o som, é definido como uma flutuação de pressão que pode existir em um meio compressível (KINSLER et al., 2000) ou uma vibração mecânica e/ou uma onda mecânica em um meio elástico (BLAUERT; XIANG, 2009). Em um produto, esta flutuação de pressão ou vibração mecânica pode ter as mais diversas origens, como motores, ventiladores, componentes eletro-eletrônicos, entre outros.

O ruído irradiado de um produto ou componente é a consequência de uma série propriedades ou características inerentes do sistema dinâmico, e pode ser dividido em Fonte, Caminho e Irradiador (CERRATO; GOODES, 2011). A Fonte é o excitador do sistema, responsável por gerar forças, acelerações ou mesmo uma pressão sonora, o Caminho é o trajeto que esta excitação percorre, que pode ser aéreo ou estrutural, podendo causar sua amplificação ou atenuação e por fim o Irradiador, que é o componente que transmite o resultado da excitação ao sensor, seja ele o ouvido humano ou um microfone. A Figura 16 ilustra um exemplo de sistema Fonte, Caminho e Irradiador.

Figura 16: Exemplo de Fonte, Caminho e Irradiador em uma lavadora de eixo horizontal

A definição precisa de cada um dos três componentes depende do ponto de vista em que ruído é analisado, por exemplo: em um projeto arquitetônico, os equipamentos da lavanderia podem ser considerados como uma fonte de ruído e os caminhos e irradiadores as paredes e portas do cômodo, enquanto que para o fabricante de máquinas de lavar, o motor elétrico pode ser tratado como uma fonte, enquanto o gabinete é o irradiador, entretanto para o fabricante de motor elétrico a fonte são as forças de campo atuando no conjunto rotor-estator. Apesar do contraste entre os diferentes pontos de vistas, o desenvolvimento de um produto pode ser dividido em (CERRATO; GOODES, 2011):

- Identificar, quantificar e, se possível, atenuar as fontes que atuam no sistema dinâmico;
- Dimensionar os parâmetros de massa, rigidez e amortecimento do sistema a fim de evitar amplificações e, na medida do possível, atenuar as excitações;
- Mensurar o ruído produzido pelo sistema, aprovar o produto em caso de valores aceitáveis ou repetir as etapas anteriores para a melhoria do sistema.

Quando não é possível a atenuação das fontes de vibração ou de ruído durante o desenvolvimento de um produto, o caminho natural para uma solução técnica reside no

dimensionamento adequado dos caminhos do sistema. Há técnicas para o dimensionamento tanto de caminhos estruturais quanto caminhos aéreos, entretanto neste trabalho se optou por descrever os caminhos estruturais em detalhes devido a sua relevância para os resultados. Maiores detalhes sobre o dimensionamento de caminhos aéreos podem ser vistos em Randal (2014) ou Kinsler et al. (2000) entre diversos outros.

2.4.1 Análise Modal de Sistemas Dinâmicos

O estudo dos caminhos estruturais de um sistema dinâmico é feito pela descrição das características naturais de vibração do sistema, os fatores de amortecimento e as suas formas modais (SOEIRO, 2001). Também chamado de Análise Modal, é dividida em duas rotas: a Análise Modal Experimental (EMA, acrônimo para *Experimental Modal Analysis*), que estuda os métodos experimentais para a obtenção das propriedades dinâmicas (SCHWARZ; RICHARDSON, 1999); e a Análise Modal Teórica, que no ambiente industrial normalmente faz uso do Método dos Elementos Finitos, usada para a predição das mesmas propriedades de maneira numérica (FILHO, 2005).

Figura 17: As rotas da Análise Modal

Fonte: Adaptado de Varoto (2013) e Ewins (2000).

A principal diferença entre os dois métodos é a trajetória da informação, como mostrado na Figura 17. Em uma análise modal teórica, as Matrizes de Massa $[M]$, Amortecimento $[C]$ e Rigidez $[K]$ são conhecidas, pois dependem da geometria e material dos componentes que compõem o sistema, portanto podem ser usadas para se obterem as ressonâncias $\omega_r[\Phi]$ e, conseqüentemente, a resposta $h(\omega)$ a uma excitação conhecida. Em

uma análise experimental, por outro lado, o mais conveniente é a excitação do sistema e a medição das respostas e a construção do caminho inverso. A obtenção do espectro de vibração de maneira experimental requer o uso de diversas técnicas de instrumentação e análise de sinais. Para uma revisão completa do tema, sugere-se a consulta de Maia e Silva (1997) e Ewins (2000). Entretanto, as informações básicas para um melhor entendimento deste trabalho são dadas a seguir.

A obtenção dos modos de vibrar por meio da análise modal teórica parte do pressuposto de um sistema não amortecido vibrando livremente, quando alguma energia é fornecida a ele na forma de um deslocamento inicial, velocidade inicial ou ambos, como na equação

$$[M]\ddot{\phi} + [K]\phi = 0 \quad (2.47)$$

sendo ϕ um vetor deslocamento e $\ddot{\phi}$ a sua segunda derivada. Por se tratar de um movimento periódico, é possível assumir que a solução da Equação (2.47) exista na forma de

$$\begin{aligned} \phi &= \Phi e^{i\omega t} \\ \ddot{\phi} &= -\omega^2 \Phi e^{i\omega t}. \end{aligned} \quad (2.48)$$

A substituição da Equação (2.48) na Equação (2.47) produz o autoproblema

$$[K] - \omega^2[M] \Phi = 0 \quad (2.49)$$

onde o autovalor ω é a frequência natural do sistema e o autovetor Φ vetor deslocamento com o modo de vibrar da estrutura para esta frequência. De posse destas duas informações, é possível fazer uso de técnicas de sobreposição modal para a obtenção de h_{ij} (EWINS, 2000).

Para sistemas com um número limitado de graus de liberdade é possível resolver a Equação (2.49) com os métodos algébricos tradicionais (FILHO, 2005), entretanto, para sistemas com muitas graus de liberdade, métodos numéricos mais sofisticados são necessários. Entre os mais comuns está o Bloco de Lanczos (*Lanczos Block*) ou métodos iterativos como o Método de Supernó (*Supernode Method*); uma introdução sobre estes métodos pode ser encontrada em ANSYS, Inc. (2009).

Para uma análise modal experimental, os procedimentos clássicos consistem em se obter linhas ou colunas da matriz de FRFs, seja excitando em um ponto e medindo-se nos demais, ou medindo-se num ponto e excitando-se nos demais. Esta excitação pode ser realizada de diversas maneiras, entretanto as mais comuns são: por meio de um *shaker*, um dispositivo que gera vibrações em frequências aleatórias ou pré-determinadas, ou por cargas impulsivas, como o impacto de um martelo, em ambos os casos com sensores

de força apropriados para a banda de frequência de interesse. A resposta da estrutura devida a estas excitações normalmente é medida com sensores de aceleração, velocidade ou deslocamento (Figura 18).

Figura 18: Esquema de uma Análise Modal Experimental

Fonte: Adaptado de Avitabile (2001).

A relação entre o sinal medido da resposta e o sinal medido da excitação no domínio da frequência é chamada de Função Resposta em Frequência, ou FRF. Para um sinal de resposta de aceleração, a FRF também pode assumir o nome de Função Transferência de Inertância ou Acelerância (de inglês *Inertance* e *Accelerance*), e é definida como:

$$h_{ij}(\omega) = \frac{A(\omega)}{F(\omega)}. \quad (2.50)$$

Como é possível realizar a excitação e a medição em infinitas posições em uma peça física, o valor de h é definido pelo sub-índice que descreve a posição de medição i e excitação j , como mostrado na Figura 19 para três pontos de excitação e um de medição. A junção de todos pontos de medição e excitação (que neste caso seriam 9) formam a matriz H de FRFs.

Figura 19: Diferentes FRFs de um componente

Fonte: Adaptado de Avitabile (2001).

O processo de medição das FRF de um componente se inicia com a identificação dos pontos de medição, que podem ser definidas ao acaso ou obtidos por meio de uma simulação computacional, de maneira a se evitar os nós da estrutura, locais onde a amplitude da resposta é muito baixa para uma determinada frequência.

Um parâmetro importante para a qualidade dos resultados de uma análise modal é o conjunto de fixação do componente. Este pode ser adotado como rígido, quando o componente é fixo em uma massa inercial, ou na condição livre-livre, quando o componente é suspenso por meio de algum dispositivo de alta flexibilidade, como elásticos, ou apoiado em espumas de baixa densidade, de maneira a tornar os modos de vibrar de corpo rígido o mais baixos o possível. A Figura 20 mostra uma bancada para Análise Modal Experimental, com elásticos do tipo cirúrgico preso a barras móveis e espumas para suporte de análises livre-livre e um *shaker* eletrodinâmico.

Figura 20: Bancada de Análise Modal Experimental

A etapa de instrumentação pode ser realizada antes ou depois da fixação do componente na estrutura de ensaio. Para testes em que o sensor da resposta é estacionário, essa fixação pode ser feita por meio de parafusos ou adesivos baseados em cianocrilato. Nos casos onde a excitação é estacionária, essa fixação pode se dar por meio de adesivos à base de cera ou juntas magnéticas. Os efeitos dos diferentes tipos de conexões entre os sensores e o componente ensaiado podem ser vistos em detalhes em Ewins (2000).

A ortogonalidade do sensor também é um parâmetro importante, tanto para a medição da resposta, quanto para a excitação, uma vez que afetam a magnitude do sinal medido e, conseqüentemente, o resultado da Equação (2.50); neste caso, os testes realizados com o martelo de impacto são um dos que apresentam o maior desafio para instrumentação. Como a excitação normalmente é executada manualmente, requer treinamento e prática por parte do operador, para garantir que a posição certa foi impactada, com a intensidade desejada, entre outros erros comuns em medições desta natureza (VAROTO, 2013). Além disso, no caso da excitação por impactação, fatores como o material da ponteira do martelo e a rigidez local da estrutura influenciam no tempo de contato entre o sensor e o componente, alterando a largura da banda excitada (EWINS, 2000; MAIA; SILVA, 1997).

Uma vez obtida a FRF, é necessário utilizar um método de identificação modal para obtenção dos modos de vibrar, frequências naturais e demais parâmetros do modelo, que variam em complexidade e função. Estruturas mais simples e com frequências naturais espaçadas podem fazer uso da aproximação de um Gráfico de Nyquist, chamado de *Circle Fit*, onde a resposta em frequência próxima ao pico é aproximada por um círculo cujo ajuste dos pontos permite estimar os valores de frequência natural e amortecimento do sistema.

Para os casos em que há mais de um ponto de medição e/ou excitação, outros métodos podem ser utilizados, como o *Least Square Complex Exponential* que utiliza a resposta ao impulso no domínio do tempo, e que por métodos iterativos estima os parâmetros de frequências naturais, modos de vibrar e amortecimentos (EWINS, 2000).

2.4.2 Medição de Potência Sonora

A obtenção da Potência Sonora irradiada de um sistema em função de Pressão Sonora em um ambiente industrial é regida pela ISO 3744 (1994), em que o nível de pressão sonora de uma fonte de ruído é medido na escala decibel de acordo com (BLAUERT; XIANG, 2009):

$$L_p = 10 \log \frac{p^2}{p_0^2}, \quad (2.51)$$

sendo L_p é o nível de pressão sonora em decibéis (dB), p a amplitude da flutuação de pressão medida pelo microfone em Pascal (Pa) e p_0 é a pressão de referência cujo valor

definido por norma é $20\mu Pa$.

A medição de p se dá nos termos definidos na ISO 3744 (1994), onde a fonte de ruído é instalada adjacente a um ou mais planos de reflexão, de maneira similar ao uso esperado. Para facilitar o posicionamento dos microfones se sugere a criação de uma caixa referencial hipotética, com uma dimensão característica d_0 , mostrada na Figura 21.

Figura 21: Caixa de referência com dois planos de reflexão

Fonte: ISO 3744 (1994).

Para a medição das potências sonoras, uma das duas formas de superfície de medida que circunscrevem a caixa de referência devem ser escolhidas. Uma superfície esférica ou parcialmente esférica, onde a aplicação é sugerida para fontes normalmente instaladas em ambientes amplos; ou a uma superfície retangular, aplicada para fontes montadas em ambientes restritos ou com vários objetos reflexivos. A decisão da superfície de medida também dita a quantidade de microfones necessários para o teste, e pode influenciar nas conclusões do teste, desta forma a ISO 3744 (1994) sugere que a comparações de máquinas do mesmo tipo ou mesma família utilizem sempre a mesma forma de superfície.

A superfície de medição retangular é de especial interesse para o trabalho aqui descrito, pois ela é utilizada nas medições da Seção 3.5.3 e 3.6, para este caso, uma distância de medição d perpendicular à caixa de referência e a superfície de medição S deve ser respeitada, onde o valor de d é preferivelmente 1 m e nunca menor do que 0,25 m, o microfone é então posicionado nesta superfície hipotética S . A Figura 22 mostra a posição dos microfones para a medição da potência sonora em uma superfície de medição retangular, com duas paredes de reflexão e utilizando seis microfones.

Figura 22: Superfície de medição retangular, com duas paredes de reflexão e utilizando seis microfones.

Fonte: ISO 3744 (1994).

O cálculo do nível de pressão sonora médio nas superfícies $\overline{L'_p}$ é descrito como

$$\overline{L'_p} = 10 \log \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N 10^{0,1L'_{pi}} \right), \quad (2.52)$$

onde L'_{pi} é o nível de pressão sonora medido no i -ésimo microfone em decibéis e N é o número de microfones.

O cálculo de nível de potência sonora, para os casos onde os fatores de correção são desprezíveis, é dado como

$$L_W = \overline{L'_p} + 10 \frac{S}{S_0}, \quad (2.53)$$

onde $S_0 = 1m^2$ e S é a área da superfície de medição dada pelo arranjo experimental escolhido, para o caso da Figura 22 com os valores a , b e c ilustrados nas dimensões, esta superfície é

$$S = 2(2ac + 2ab + bc). \quad (2.54)$$

A Figura 23 mostra o arranjo dos microfones para a medição de um Conjunto Mecanismo de uma máquina de lavar, posicionados conforme as orientações da Figura 22.

Figura 23: Posição dos microfones para medição de um conjunto mecanismo

É importante ressaltar que a escolha da superfície de medição acarreta em algumas consequências, a Figura 24 ilustra dois modelos sujeitos à mesma fonte de potência sonora, comparam os resultados esperados de uma medição usando uma superfície esférica e uma retangular por meio de uma simulação híbrida de elementos finitos e elementos de contorno com uma fonte monopolo.

Figura 24: Comparação entre uma superfície de medida esférica e retangular conforme a ISO 3744 (1994)

A diferença entre a curva medida e a fonte real da Figura 25 é esperada, como resultado das reflexões das ondas sonoras nas paredes rígidas, a diferença entre a potência sonora medida pela superfície esférica e a retangular é consequência da diferença da distância entre a fonte de ruído e o microfone. Esta diferença é clara quando se compara o nível pressão sonora na superfície de medida, enquanto os valores são aproximadamente uniformes na posição dos microfones para a esfera, no retângulo, os vértices captam níveis de pressão sensivelmente menores, influenciando no resultado médio. A principal consequência disto é que qualquer comparação entre testes e simulações devem considerar a mesma superfície de medição.

Figura 25: Comparação entre a potência sonora real de uma fonte monopolo e a medida conforme a ISO 3744 (1994)

2.4.3 Simulações e Testes em Vibro-acústica no Desenvolvimento de Produtos

O processo de projeto implica em selecionar um conceito de produto, efetuar sua validação, dimensionamento e, eventualmente, otimização. Para que isso ocorra é necessário modelar o produto em questão, de forma abstrata ou experimental (BACK et al., 2008). Cada um destes métodos implica em limitações, vantagens e desvantagens, Box e Draper (1987) defendem que essencialmente todos os modelos são errados, mas alguns são úteis.

O método mais comum nos dias atuais para o modelamento de sistemas vibro-acústicos é o chamado de Método dos Elementos Finitos (ROZENFELD et al., 2006), que, no caso da análise modal teórica, lineariza as características de massa e rigidez da estrutura para a obtenção das frequências naturais e modos de vibrar por meio de um cálculo de auto-problema.

Apesar de ser possível também fazer uso do MEF para o cálculo da propagação do ruído de uma estrutura, cresce atualmente o uso do Método de Elementos de Contorno (MEC) para essa aplicação (HENSE, 2015; FERREIRA, 2012; BRINGHENTI, 2012), por requerer uma malha apenas nas fronteiras do sistema, e não do domínio inteiro (ALVES, 2006). Sendo assim, o número de nós, e consequentemente a dimensão das matrizes, são muito menores e irradiam inerentemente para o campo livre. Modelos FEM requereriam a modelagem sólida do ar ao redor do objeto, além de elementos especiais para evitar as reflexões na fronteira do modelo, tornando a análise mais onerosa (ESI GROUP, 2015).

Em um modelo de MEC, as informações a respeito de frequências naturais e modos de vibrar obtidos no modelo de MEF são usados como dados entrada, junto com informações a respeito do amortecimento do modelo e excitações tanto de forças como de outras fontes de ruído. O resultado destes modelos podem ser tanto a contribuição de cada modo de vibrar para o ruído da estrutura, como o nível de pressão sonora em um determinado ponto ou a potência sonora irradiada do sistema.

Ao contrário da crença inicial que o aumento das simulações impactaria em uma redução da demanda por testes, novas oportunidades acabaram sendo criadas pela adoção de modelos virtuais (VAN DER AUWERAER; LEURIDAN, 2005). Verificação de modelos, análise de carregamentos ou construção de modelos híbridos de componente virtuais e físicos são alguns destes novos campos (MOURA et al., 2015; STURESSON, 2018).

Dentro dos modelos híbridos se destaca o método de Análise de Caminho de Transferência (TPA de *Transfer Path Analysis*), que por meio da medição operacional de um sistema e do conhecimento dos seus caminhos estima as fontes atuantes, sendo amplamente utilizado tanto para fenômenos de vibração e ruído (KIM; AND; LEE, 2008; GAJDATSY et al., 2010; HENSE, 2015; PADILHA, 2005).

A Figura 26 mostra como as diferentes estratégias para o desenvolvimento de sistemas dinâmicos vibro-acústicos, dividindo o quadro em Fontes, sejam elas de ruído

ou estruturais, e Caminhos, sejam eles estruturais ou aéreos; e em Experimentais ou Numéricos. Na trajetória 1 toda abordagem se dá por meio de experimentos físicos, desde a medição e identificação das fontes, estudo dos caminhos até o ruído resultante medido, na trajetória 2, testes físicos são usados para prever o ruído resultante de uma estrutura que por algum motivo ainda não pode ser testada de maneira completa, e a trajetória 3 mostra um caminho híbrido, onde fontes experimentais podem ser utilizadas com um estudo de caminho numérico para a predição de ruído.

Figura 26: Diferentes estratégias para o desenvolvimento de sistemas vibro-acústicos

Fonte: Adaptado de Moura et al. (2015) e Neto (2015) .

3 Resultados e Discussões

A fim de quantificar e posteriormente prever de maneira numérica a variação inerente do processo de manufatura no conjunto mecanismo de uma máquina de lavar, é necessário primeiro quantificar as variações presentes nas frequências naturais do sistema. A metodologia, utilizada para este propósito é discutida na seção 3.1.

3.1 Materiais e Métodos

Como já mencionado, o objetivo deste trabalho é avaliar o uso de uma abordagem sequencial para avaliação da robustez de um sistema mecânico, comparando resultados de técnicas experimentais com o uso de ferramentas computacionais. A fim de atingir os objetivos definidos previamente, dividiu-se a execução do trabalho em três conjuntos de tarefas: preparação e execução de testes físicos, modelagem e simulação virtual e criação de modelos estatísticos, com as tarefas organizadas conforme o fluxo de trabalho mostrado na Figura 27.

Figura 27: Metodologia de projeto

A etapa de aquisição de dados experimentais se inicia com a Avaliação dos Sistema de Medição, onde a incerteza da bancada para análise modal experimental é avaliada. O comissionamento do sistema de medição foi realizado de duas maneiras, a fim de ressaltar as diferenças entre os métodos e vantagens e desvantagens de cada um deles. Com esta

etapa, detalhada nas Seções 3.2 e 3.3, pretende-se obter a variação inerente do sistema de medição e adquirir conhecimento a respeito da variação mínima capturada pelo sistema.

Do ponto de vista de simulação, a primeira atividade é a construção de um modelo de elementos finitos, cujo efeito das principais variações previstas no produto serão avaliadas por meio de um DOE *Screening*, os fatores que apresentarem maior significância, mostrados na Seção 3.4, podem ser medidos e usados para o planejamento de experimentos físicos e virtuais tendo a variação real de produção como perspectiva.

O planejamento e execução dos DOEs é a etapa onde acontece a maior parte do aprendizado sobre o conjunto em estudo, detalhado principalmente nas Seções 3.5.2 e 3.5.3 mas também na Seção 3.6. Aqui a variabilidade do sistema é testada estatisticamente, visando se obter os metamodelos para cada uma das respostas em análise, separando os fatores realmente significativos dos demais. Nesta etapa já é possível discutir dados a respeito da robustez do projeto às variáveis medidas, efeitos sistemáticos de produto e limites inferiores e superiores das características do conjunto mecanismo.

Por fim, pode-se comparar os modelos reduzidos gerados anteriormente em uma simulação de Monte Carlo, mostrada na Seção 3.6, usando os valores esperados de manufatura para cada uma das características significativas. Desta forma, pode-se prever a distribuição das frequências naturais e da potência sonora irradiada pelo sistema devido às variações de manufatura. A interpretação gráfica do método de análise proposto neste trabalho pode ser vista na Figura 28.

Figura 28: Interpretação gráfica da metodologia de projeto

O experimento físico já é naturalmente carregado de variação durante a medição, no caso de experimentos planejados, essa variação pode ser tanto do sistema de medição como de fatores não controlados, com o uso do DOE é possível tanto prever o resultado da variação causada por um fator em uma resposta, quanto a variação total do sistema. No experimento virtual, somente os fatores manipulados estão atuando no modelo, portanto se espera que a variação total provenha deles, neste caso, para uma comparação entre os experimentos físicos e virtuais é necessário acrescentar possíveis erros causados pelo instrumento de medição à variação da resposta e assumir uma hipótese de que os fatores não controlados são responsáveis por somente uma parcela pequena das variações aleatórias no teste físico.

Para a obtenção dos resultados experimentais, fez-se uso de um sistema de aquisição tipo 2827-002 da Brüel & Kjær® com sete canais de entrada, equipado com o *software* Pulse® 10.1. Para a avaliação do sistema de medição, foi utilizando um martelo de impacto 8206-002 também da Brüel & Kjær® e um acelerômetro 352C33 fabricado pela PBC Piezotronics®. Este mesmo equipamento foi posteriormente utilizado para o ensaio de medição de potência sonora, desta vez equipado com sete microfones B&K® 4231 com amplificadores de sinal B&K® 4231-A-21 em uma câmara semi-anecoica com ruído de fundo de aproximadamente 32 dB(A).

Para a análise modal experimental do DOE, faz-se uso do mesmo martelo de impacto, desta vez em um módulo cDAQ-9172 da National Instruments®, composto de 4 módulos NI-9234 com 4 canais analógicos cada e equipado com o *software* SignalExpress® 2013, por conta da quantidade de pontos de medição necessários. A Figura 29 mostra os dois sistemas de aquisição usados, bem como o martelo e um dos acelerômetros.

Figura 29: Sistemas de aquisição 2827-002 da Brüel & Kjær® e cDAQ-9172 com dois módulos NI-9234 da National Instruments®

Para as etapas envolvendo simulação, utilizou-se o pré-processador de malhas HyperMesh® 13.0, onde tanto os modelos de elementos finitos e elementos de contorno foram construídos, com a automação dos modelos feitas por meio do HyperStudy® 13.0 e as imagens da análise modal retiradas do HyperView® 13.0, todos desenvolvidos para Altair® HyperWorks®. Para a solução do modelo numérico de MEF se optou pelo

ANSYS® 15.0 enquanto os modelos de MEC foram solucionados no VA One® 2015 desenvolvido pela ESI Group®.

As análises estatísticas do MSE, bem como o planejamento e análise dos experimentos e os testes de média foram realizadas no *software* JMP® 10 desenvolvido pela SAS®.

3.2 MSE para Análise Modal Experimental pelas Cartas $\bar{X}$ -R

Com o objetivo de analisar o sistema de medição de acordo com as características mencionadas no Capítulo 2.1, foi planejado e executado um MSE tendo a árvore experimental ilustrada na Figura 30 como base. Antes da execução do experimento, algumas análises podem ser feitas em relação às limitações e hipóteses assumidas no teste, estas são:

- A ordem das rodadas está alinhada com os demais componentes de variação, isto permitirá visualizar efeitos de aprendizado dos operadores durante a execução do teste, por meio da análise da Carta R;
- O Método de Identificação Modal está confundido com diversas outras fontes de variação, como Ortogonalidade do Martelo de Impacto, Posição do Martelo e o Tempo de Contato entre o martelo e a peça, portanto não será possível estimar o erro associado à aproximação da função resposta em frequência, entretanto, espera-se que ela seja a menor entre estas contribuições;
- O Posicionamento do Acelerômetro está confundido com a Réplica do experimento, portanto todos as 8 Funções Respostas em Frequência de cada réplica serão obtidas com a mesma fixação do sensor, impossibilitando a quantificação individual destes efeitos;
- A fonte de variação Amostra está acima da fonte Operador, isto torna o cálculo da variação total do experimento, utilizando as cartas de controle, um procedimento mais simples.

Utilizou-se o sistema de aquisição tipo 2827-0002 da Brüel & Kjær com seis canais de entrada, onde somente duas serão utilizadas, uma para um martelo de impacto 8206-002 também da Brüel & Kjær e outra para um acelerômetro de cisalhamento 352C33 fabricado pela PBC Piezotronics. Para a suspensão do componente foi utilizado um elástico de alta flexibilidade, de forma que as frequências naturais de corpo rígido do sistema não interferissem nas frequências naturais do componente.

Figura 30: Árvore experimental para MSE

Apesar da disponibilidade de canais no sistema de aquisição, optou-se por utilizar apenas um sensor para cada aquisição, uma vez que as massas dos sensores poderiam alterar o comportamento dinâmico da peça. Desta forma, definiu-se a posição do sensor no ponto 01 e durante a execução do teste o martelo de impacto percorreria a peça excitando todos os pontos demarcados. A Figura 31 mostra uma das amostras identificadas para o teste, com dimensões de aproximadamente 300 mm por 200 mm e abas de 20 mm.

Figura 31: Pontos de excitação/medição na amostra

A execução do teste se deu em uma bancada para análises modais experimentais, onde o aparato experimental foi projetado com o propósito de facilitar o experimento e minimizar os erros de medição. A bancada conta com elementos de fixação de borracha com baixa rigidez e ajustadas com rosca sem fim, para simplificar o nivelamento do componente em estudo. A Figura 32 mostra a configuração do experimento, conforme ele foi executado.

Figura 32: Execução da Análise Modal Experimental

O método de identificação modal escolhido foi o Método de Ajuste do Círculo, que ajusta um círculo pelos pontos experimentais no Diagrama de Nyquist, permitindo localizar a frequência de ressonância e o fator de amortecimento (EWINS, 2000), os códigos usados são os presentes no pacote EasyMod para Matlab®, desenvolvidos por Kouroussis et al. (2012).

A análise de qualquer experimento se inicia pela avaliação crítica dos resultados obtidos. Em um MSE como o proposto pelo trabalho, uma forma de fazer isto é agrupando os dados na ordem em que foram gerados, isto permite a observação de tendências ou aprendizado por parte dos operadores do teste. A Figura 33 mostra os valores obtidos em ordem temporal.

amostras 1, 2 e 3 quando comparadas com as amostras 4 e 5 para a 1ª, 2ª, 3ª e 4ª frequências de ressonância, para a frequência 5 há um forte indício de que preponderância de ruído experimental, enquanto para a frequência 6 é possível ver grandes variações entre as réplicas, por exemplo, para o Operador 1, Amostra 4 e Operador 2, Amostra 2. As cartas de controle mostradas da Figura 34 a 37 mostram as análises dentro e entre o subgrupo, com as principais discussões e conclusões abaixo:

- Na Figura 34, a análise do subgrupo Repetição é feita, a Carta R mostra que alguns pontos estão fora dos limites, o que indica que há alguma instabilidade no processo de medição e variações bruscas e inexplicáveis são plausíveis de acontecer na medição em função da repetição. Em especial, na análise para a sexta frequência natural, um número pequeno de pontos apresenta um range bastante expressivo, entretanto, devido ao grande número de dados é esperado que alguns (menos de 5%) estejam fora dos limites. Além disso, para todos os casos os valores da Carta R são ao menos duas ordens de grandeza menor do que o da Carta $\bar{X}$, assume-se, portanto, que o sistema é estável. A Carta $\bar{X}$ evidencia que todos os valores estão fora dos limites UCL e LCL, de maneira que se conclui que a maior variação está nos subgrupos Pontos, Réplica, Operador ou Amostras;
- Na Figura 35 é feita a análise do subgrupo Ponto, há uma maior estabilidade dos dados, entretanto ainda para as frequências 5 e 6 há pontos acima do limite indicando que, para esta faixa de frequência, o sistema de medição pode não ser adequado, principalmente levando-se em consideração o pequeno número de pontos nesta carta. Também para essas duas frequências, a Carta $\bar{X}$ indica vários pontos dentro dos limites UCL e LCL, indícios de que a variação no subgrupo Ponto é representativa para o sistema, para as demais frequências os pontos ilustram que a maior variação está entre os subgrupos Réplica, Operador ou Amostras;
- A Figura 36 mostra somente um ponto fora do UCL da Carta R para o subgrupo Réplica, na segunda frequência natural, ainda de maneira marginal, sendo possível assumir o sistema como estável. Na Carta $\bar{X}$, para as frequências 5 e 6 somente um pontos está fora do UCL, indicando que boa parte da variação presente na medição das amostras encontra-se nas réplicas, e é impossível distinguir uma peça da outra com este nível de variação. Para as demais frequências, os pontos ilustram que a maior variação está entre os subgrupos Operador ou Amostras;
- A Figura 37 mostra uma excelente estabilidade dos dados para o subgrupo operador na Carta R. Para a Carta $\bar{X}$, em 3 das 4 primeiras frequências naturais o sistema de medição está aprovado, haja visto que a cartas mostram que a maior variação está entre o subgrupo Amostra, para as duas frequências seguintes a maior fonte de variação das medidas é o próprio sistema de medição.

Figura 34: Carta de controle $\bar{X}$ -R para Repetição

Figura 35: Carta de controle $\bar{X}$ -R para Ponto

Figura 36: Carta de controle $\bar{X}$ -R para Réplica

Figura 37: Carta de controle $\bar{X}$ -R para Operador

A não aprovação de um sistema de medição não inutiliza por completo o aparato, a avaliação quantitativa da variação pode demonstrar que, apesar de não ser possível identificar as peças individualmente, o sistema de medição ainda é útil. Nesta interpretação não seria o sistema de medição que é mal projetado, e sim as peças medidas que são tão similares entre si que o sistema de medição é incapaz de classifica-las como diferentes. A avaliação quantitativa da variabilidade do sistema de medição em estudo é dada por:

$$\sigma_{\text{Repetição}}^2 = \left(\frac{\bar{R}}{d_2} \right), \quad (3.1)$$

$$\sigma_{\text{Ponto}}^2 = \left(\frac{\bar{R}}{d_2} \right) - \frac{\sigma_{\text{Repetição}}^2}{N_{\text{Repetição}}}, \quad (3.2)$$

$$\sigma_{\text{Réplica}}^2 = \left(\frac{\bar{R}}{d_2} \right) - \frac{\sigma_{\text{Repetição}}^2}{N_{\text{Repetição}} \times N_{\text{Ponto}}} - \frac{\sigma_{\text{Ponto}}^2}{N_{\text{Ponto}}}, \quad (3.3)$$

$$\sigma_{\text{Operador}}^2 = \left(\frac{\bar{R}}{d_2} \right) - \frac{\sigma_{\text{Repetição}}^2}{N_{\text{Repetição}} \times N_{\text{Ponto}} \times N_{\text{Réplica}}} - \frac{\sigma_{\text{Ponto}}^2}{N_{\text{Ponto}} \times N_{\text{Réplica}}} - \frac{\sigma_{\text{Réplica}}^2}{N_{\text{Réplica}}}, \quad (3.4)$$

$$\sigma_{\text{MSE}}^2 = \sigma_{\text{Repetição}}^2 + \sigma_{\text{Ponto}}^2 + \sigma_{\text{Réplica}}^2 + \sigma_{\text{Operador}}^2. \quad (3.5)$$

A variação de cada um dos subgrupos do sistema de medição, bem como a variação total é mostrada na Tabela 8. Vê-se que a variância $\sigma_{\text{Operador}}^2$ para a 2ª Frequência natural é negativa, isto é uma das possíveis consequências da falta de estabilidade do processo de medição na Figura 36, fazendo com que a variância da Réplica para essa frequência seja superestimada, e resultando em um valor negativo na Equação (3.4). Desta forma, o valor da variância para as 2ª, 5ª e 6ª Frequências naturais devem ser consideradas como indicativo, dada a falta de estabilidade em algumas cartas com poucos pontos. Ajustes podem ser proposto ao sistema de mediação a fim melhor a repetibilidade destes valores.

Tabela 8: Variação do Sistema de Medição

	1ª FN	2ª FN	3ª FN	4ª FN	5ª FN	6ª FN
$\sigma_{\text{Repetição}}^2$	5.69E-04	7.80E-04	1.72E-04	5.69E-04	9.57E-04	3.85E-03
σ_{Ponto}^2	3.36E-02	2.82E-01	5.58E-02	6.48E-01	5.20E-01	4.25E-01
$\sigma_{\text{Réplica}}^2$	3.11E-02	1.37E-01	4.35E-02	1.38E-01	5.89E-01	1.11E+01
$\sigma_{\text{Operador}}^2$	2.43E-01	-2.45E-02	1.84E-02	2.40E-01	1.32E+00	1.48E+01
σ_{MSE}^2	3.08E-01	3.09E-01	1.18E-01	1.03E+00	2.43E+00	2.63E+01

3.3 MSE para Análise Modal Experimental pela Análise de Variância

A avaliação do sistema de medição pelo ANOVA é mais simples de ser realizada, principalmente por não considerar os subagrupamentos, a Figura 38 mostra os resultados obtidos para essa avaliação. Devido ao grande número de graus de liberdade do erro, sendo o menor deles 195 para a 6a Frequência Natural, todos os p -value são menores do que 0.0001, o suficiente para considerar o sistema de medição aprovado. Além disso, o valor de *Root Mean Square Error* do modelo pode ser usado como σ_{MSE}^2 nesta abordagem.

Uma comparação entre os valores de σ_{MSE}^2 pelo método do ANOVA com os σ_{MSE}^2 pela carta de controle, vistos na Tabela 8, mostra que a diferença entre eles é pequena para os casos onde o sistema de medição é estável, porém é discrepante para outros casos. Além disso, não é possível analisar a estabilidade do sistema com essa abordagem, tornado o diagnóstico de problemas ainda mais difícil.

Figura 38: Análise do Sistema de Medição pelo método do ANOVA

Figura 38 (Cont.) – Análise do Sistema de Medição pelo Método do ANOVA

3.4 DOE *Screening* do Conjunto Mecanismo

O subsistema proposto para o estudo é chamado de Conjunto Mecanismo de uma Máquina de Lavar, ele é o sistema responsável por transformar a energia elétrica em movimento dentro do tanque e um dos principais caminhos de vibração. De maneira simplificada, ele é composto por um motor elétrico, uma chapa base, um conjunto de engrenagens planetárias, correia de transmissão e um eixo principal. A Figura 39 mostra o Conjunto Mecanismo (ao centro) e as principais peças que o compõe.

Uma análise inicial constatou que há mais de 200 fontes de variação com algum nível de influência nas propriedades dinâmicas do sistema, que vão desde variação no módulo de elasticidade e densidade de componentes plásticos, altamente dependentes do processo de fabricação ou mesmo do fornecedor matéria-prima base, espessura e dimensões de componentes estampados ou injetados em alumínio, massa de componentes elétricos cujos detalhes da manufatura são desconhecido pelo montador do conjunto como a massa do motor ou do capacitor, torque de parafusos entre diversos outros.

A inserção de todas essas possíveis fontes de variação em um estudo, seria contraproducente e muito oneroso do ponto de vista computacional. Optou-se, portanto, por uma abordagem sequencial de experimentos planejados, onde nas etapas iniciais um número maior de fatores são investigados e os que apresentam potencial para serem a fonte de maior variação no sistema são analisados em maior profundidade em uma etapa seguinte.

Nesta etapa foram considerados 17 fatores com níveis uniformemente afastados de seu valor nominal em -10% e +10%. É sabido que essa abordagem apresenta alguns riscos, haja visto que a variação não é percentualmente igual no processo produtivo para todos os fatores estudados. Por outro lado, essa abordagem permite realizar uma Análise de Sensibilidade da resposta à variação do fator em estudo segundo uma referência constante, o que favorece o entendimento do comportamento do sistema.

Figura 39: Conjunto mecanismo de uma máquina de lavar roupas

Entre os riscos, essa abordagem pode: 1) induzir a conclusão que um fator é significativo quando na verdade ele não é, simplesmente porque sua variação real é significativamente menor do que 10%, ou 2) induzir a conclusão que um fator não é significativo quando na verdade ele é, uma vez que sua variação real é significativamente maior do que 10%. Por outro lado, a execução de uma Análise de Sensibilidade a possibilidade de acrescentar fatores relacionados à ruídos ou hipóteses no experimento, isso permite estudar a robustez do modelo quando sujeito à algumas Incertezas Epistêmicas servindo como base para acrescentar ou remover detalhes em uma simulação.

Em um experimento de 17 fatores seriam necessários um total de 131072 (2^{17}) simulações para realizar um Experimento Fatorial Completo, optou-se neste caso por um experimento fracionado de Resolução IV, gerando 64 simulações (2^{17-11}) e com confundimentos entre efeitos principais e as interações de primeira ordem. Uma vez que o nível ruído experimental é praticamente inexistente em modelos lineares, como é o caso de uma análise modal por elementos finitos, espera-se que um grande número de fatores sejam dados como significativos estatisticamente, entretanto, o seu efeito pode ser comparado com os valores da variação do Sistema de Medição descritos na Seção 3.2 para uma conclusão a respeito de significância física do fator. Os fatores utilizados no experimento são apresentados a seguir com uma breve discussão da hipótese de seu efeito:

- A - Densidade (ρ) da Engrenagem Anelar: Espera-se que o aumento de massa das engrenagens reduza a frequência natural, haja visto a posição e a quantidade de engrenagens do sistema;
- B - Módulo de Elasticidade (E) da Engrenagem Anelar: Espera-se que o aumento da rigidez do componente aumente frequência natural do sistema de transmissão, principalmente dos modos de torção do eixo;
- C - Densidade (ρ) do Suporte do Tanque: Por se tratar de um componente estrutural importante, espera-se que o aumento de massa do componente reduza as principais frequências naturais do sistema;
- D - Módulo de Elasticidade (E) do Suporte do Tanque: Por se tratar de um componente estrutural importante, espera-se que o aumento de rigidez do componente aumente as principais frequências naturais do sistema;
- E - Densidade (ρ) do Suporte do Motor: De maneira similar ao Suporte do Tanque, este componente possui grande importância estrutural, por isso se espera que o aumento de massa do componente reduza as principais frequências naturais do sistema;
- F - Módulo de Elasticidade (E) do Suporte do Motor: Uma vez que vários modos de vibrar do sistema estão fortemente relacionados aos modos de vibrar deste componente,

- espera-se que o aumento de rigidez do componente reduza as principais frequências naturais do sistema;
- G - Densidade (ρ) do Tubo de Centrifugação: De maneira similar à Engrenagem Anelar, espera-se que o aumento de massa do componente reduza as principais frequências naturais do sistema;
- H - Módulo de Elasticidade (E) do Tubo de Centrifugação: De maneira similar à Engrenagem Anelar, espera-se que o aumento de rigidez do componente aumente as principais frequências naturais do sistema;
- I - Módulo de Elasticidade (E) dos Elementos de Junta do Suporte do Tanque com o Suporte do Motor: Usado para analisar o efeito da hipótese de assumir a conexão entre estes dois componentes como rígidas, bem como eventual efeito do torque de aperto dos parafusos, espera-se que esse fator tenha pouca significância;
- J - Módulo de Elasticidade (E) dos Elementos de Junta do Suporte do Motor com o Motor: Similar ao anterior, porém para o conjunto de parafusos que ligam o Suporte do Motor ao Motor Elétrico;
- K - Módulo de Elasticidade (E) dos Elementos do Motor: No modelo idealizado, o motor é tratado como um corpo rígido, modelado como elementos de vigas com seis graus de liberdade com módulo de elasticidade elevado e com uma massa posicionada no centro de gravidade, espera-se com esse fator investigar a robustez do modelo a essa hipótese;
- L - Módulo de Elasticidade (E) dos Elementos do Atuador: Assim como o motor, o atuador é considerado como um corpo rígido e modelado como elementos de viga com seis graus de liberdade, espera-se com esse fator investigar a robustez do modelo a essa hipótese;
- M - Módulo de Elasticidade (E) dos Elementos dos Rolamentos: Os rolamentos também são considerados como corpos rígidos, modelado de maneira a permitirem a rotação do eixo, e com a rigidez radial avaliada por esse fator;
- N - Massa do Motor: Espera-se avaliar a robustez das frequências naturais à massa do motor, haja visto que o processo construtivo do mesmo é desconhecido;
- O - Massa do Atuador: Espera-se avaliar a robustez das frequências naturais à massa do atuador, haja visto que o processo construtivo do mesmo é desconhecido;
- P - Espessura (tkc) do Suporte do Motor: Por se tratar de um componente estampado, variações de processo são comuns neste fator, espera-se que o aumento da espessura aumente todas as frequências naturais do sistema;

Q - Espessura (tkc) do Tubo de Centrifugação: Similar ao efeito da Espessura do Suporte do Motor, espera-se que o aumento da espessura aumente todas as frequências naturais do sistema.

O Diagrama de Relação entre os Fatores (*Factor Relationship Diagram* ou FRD) pode ser visto na Figura 40, onde nas linhas vermelhas no topo são possíveis ruídos mantidos constantes no experimento, e nas linhas vermelhas ao final, o método numérico utilizado na solução do problema, bem como a sinalização que as primeiras cinco frequências naturais serão analisadas no experimento.

Figura 40: FRD do DOE 2^{17-11}_{IV} Screening

Por se tratar de um DOE com 17 fatores de Resolução IV, somente 63 Graus de Liberdade Estatísticos são calculados frente ao total de 131071, gerando uma grande

estrutura de confundimento, onde há efeitos principais confundidos de interações de segunda ordem. A estrutura completa de confundimento pode ser visto no Apêndice A.

O modelo de elementos finitos utilizado neste DOE é constituído de aproximadamente 800000 Graus de Liberdade Estruturais, com aproximados 59000 elementos de casca, 78000 elementos sólidos tetraédricos de alta ordem e 2600 elementos de uma dimensão, como vigas, molas e conexões rígidas. O modelo de elementos finitos utilizado neste experimento é mostrado na Figura 41.

Figura 41: Modelo de Elementos Finitos para o DOE *Screening*

Uma análise dos resultados dos 64 experimentos, ordenados conforme os índices da Figura 40 mostra uma excelente variação nos valores das primeiras 5 frequências naturais, exceto a primeira delas, como mostrado na Figura 42.

Figura 42: *Overlay Plot* para as primeiras 5 Frequências naturais do sistema

Uma das informações mais relevantes da Figura 42 é observar a variação total gerada pelo modelo, ela revela indícios do quão efetiva foi a escolha dos fatores para o experimento. A Tabela 9 mostra a variação total gerada pelo experimento. Com uma análise detalha dos resultados, constatou-se que o primeiro modo de vibrar está relacionado à vibração da cinta de freio e que nenhum dos fatores em estudo influencia de maneira significativa o modo, sendo assim, este foi descartado nesta análise. Os demais modos de vibrar podem ser vistos na Figura 43.

Tabela 9: *Range* dos Valores de Frequência Natural do DOE *Screening*

Frequência Natural	Intervalo (Hz)
Y1 - 1ª Frequência Natural	0,92
Y2 - 2ª Frequência Natural	33,18
Y3 - 3ª Frequência Natural	21,44
Y4 - 4ª Frequência Natural	3,70
Y5 - 5ª Frequência Natural	15,60

Figura 43: Modos de vibrar considerados na análise

Analisando-se os efeitos dos fatores utilizando um Gráfico de Pareto para as quatro frequências naturais em estudo, mostrado na Figura 44, constata-se que um número bastante pequeno de efeitos produzem uma grande parte da variação, é comum que nesse tipo de gráfico o resultado 80/20 aconteça, ou seja, 80% do efeito seja causado por 20% dos fatores (ROSS et al., 1995). Os resultados detalhados para cada medida são discutidos a seguir:

Figura 44: Gráfico de Pareto para o DOE *Screening*

- Y2 - 2ª Frequência Natural: do gráfico de Pareto na Figura 44 a), os fatores Q (Espessura (*tkc*) do Suporte do Motor), L (Módulo de Elasticidade (*E*) dos Elementos do Motor) e F (Módulo de Elasticidade (*E*) do Suporte do Moto) são os efeitos principais e suas interações EP confundida com LQ e FQ, possuem significância física. Fatores como P (Massa do Motor), J (Módulo de Elasticidade (*E*) do Suporte do Motor) e I (Módulo de Elasticidade (*E*) do Suporte do Tanque) com a interação DN confundida com PQ, AI confundida com FLQ e DO confundida com FL também estão próximos ao topo do gráfico e caso o distanciamento dos níveis seja diferente da hipótese do experimento eles podem surgir como significativos. Quando se cria um modelo reduzido com somente os fatores Q, L e F com suas interações LQ e FQ o R^2_{Adj} é de 99,23%, Figura 45, o que significa que praticamente toda a variação percebida pelo experimento pode ser explicada pela ação destes três fatores e suas interações;

- Y3 - 3ª Frequência Natural: do gráfico de Pareto na Figura 44 b), os fatores Q (Espessura (tkc) do Suporte do Motor), L (Módulo de Elasticidade (E) dos Elementos do Motor) e F (Módulo de Elasticidade (E) do Suporte do Motor) são os efeitos principais e suas interações EP confundida com LQ, AI confundida com FL, DO confundida com FL e FQ, que são basicamente os mesmos fatores para Y2. Quando se cria um modelo reduzido com somente os fatores Q, L e F com suas interações LQ, FL, FQ e LQF o R^2_{Adj} é de 97,99%, Figura 45, o que significa que praticamente todos a variação percebida pelo experimento pode ser explicada pela ação destes três fatores e suas interações;
- Y4 - 4ª Frequência Natural: do gráfico de Pareto na Figura 44 c), os fatores Q (Espessura (tkc) do Suporte do Motor), L (Módulo de Elasticidade (E) dos Elementos do Motor) são os efeitos principais e sua interação EP confundida com LQ possuem significância física. Quando se cria um modelo reduzido com somente os fatores Q e L com sua interação LQ o R^2_{Adj} é de 99,83%, Figura 45, o que significa que praticamente todos a variação percebida pelo experimento pode ser explicada pela ação destes fatores e sua interação;
- Y5 - 5ª Frequência Natural: do gráfico de Pareto na Figura 44 d), os fatores Q (Espessura (tkc) do Suporte do Motor), L (Módulo de Elasticidade (E) dos Elementos do Motor) são os efeitos principais e sua interação EP confundida com LQ possuem significância física. Quando se cria um modelo reduzido com somente os fatores Q e L com sua interação LQ o R^2_{Adj} é de 99,83%, Figura 45, o que significa que praticamente todos a variação percebida pelo experimento pode ser explicada pela ação destes fatores e sua interação;

Os fatores Q (Espessura (tkc) do Suporte do Motor), L (Módulo de Elasticidade (E) dos Elementos do Motor) e F (Módulo de Elasticidade (E) do Suporte do Motor) e as interações LQ, FQ, QLF e FQ possuem grande significância para todas as respostas analisadas, indicando que neste domínio de frequência, tanto as ressonâncias quanto os modos de vibrar são profundamente conectados com as propriedades do Suporte do Motor e do Motor. O fator L pode ser tratado como uma possível fonte de incerteza epistêmica, uma vez que suas propriedades dinâmica como ressonâncias e momentos de inércia de massa não podem ser facilmente obtidos, uma vez que o modelo é altamente sensível à essa variável se recomenda descartar a hipótese de modelo rígido para esse componente e adotar um modelo flexível detalhado.

Fatores como P (Massa do Motor), J (Módulo de Elasticidade (E) dos Elementos de Junta do Suporte do Tanque com o Suporte do Motor) e E (Densidade (ρ) do Suporte do Motor) apresentam efeito secundários em três das respostas analisadas e revelam indícios que grandes variações nesses fatores podem ser significativas para quantificação da variação

real do sistema. Assim como o fator L, o fator J é uma hipótese do modelo, neste caso associado à força de aperto do parafuso durante o processo de montagem, a robustez desse fator também pode ser analisada por meio de um experimento físico.

Figura 45: Modelos Reduzidos para o DOE *Screening*

3.5 DOE Físico do Conjunto Mecanismo

Tendo-se as informações iniciais a respeito da sensibilidade do sistema à variação de rigidez e massa de alguns componentes, bem como a robustez do modelo à algumas hipóteses, pode-se dar início ao processo de identificação de parâmetros nos componentes com potencial para geração de variação nas frequências naturais. Baseado nos resultados anteriores, constata-se que tanto o Suporte do Motor quanto o Suporte do Tanque são potenciais fontes de variação, principalmente o primeiro, então se optou por uma análise profunda a respeito da variação de algumas das dimensões de ambos, mostrada na Seção 3.5.1.

Os fatores relacionados ao motor elétrico são de maior complexidade para obtenção de dados completos a respeito de sua variabilidade, principalmente no que diz respeito à rigidez do componente, por se tratar de um produto adquirido junto a um fornecedor e essa informação é tratada como confidencial. O estudo da massa do componente, por outro lado, se mostrou simples, uma vez que as amostras físicas com tensões de 127v e 220v possuem massas bastante distintas, com isso podem ser usadas como níveis inferiores e superiores do experimento.

A sensibilidade do modelo ao Módulo de Elasticidade dos Elementos de Junta do Suporte do Tanque com o Suporte do Motor, quando interpretado tendo em vista o componente físico, pode indicar que o conjunto físico é sensível à variações no torque de aperto do parafuso que faz esta função, os limites mínimos e máximos especificados podem ser utilizados como níveis em um DOE.

Por fim, optou-se por adicionar a correia como um fator no experimento físico, por se tratar de um componente cujo comportamento mecânico é altamente não linear, com rigidez muito pequena à compressão e bastante significativa quando sob tração. Tratando-se a não-linearidade como fator, seu efeito nas ressonâncias pode ser estudado e utilizado para melhorar o modelo virtual.

3.5.1 Análise Dimensional do Suporte do Motor e Suporte do Tanque

O Suporte do Motor é um componente fabricado por um processo de estampagem progressiva, alimentado por uma bobina de aço, e é dividido em 4 etapas: 1) Corte e furação da peça; 2) Estampagem do alojamento do rolamento; 3) Calibração do alojamento do rolamento; 4) Dobra das abas. O processo de manufatura é todo automatizado, sendo a principal função do operador nesta atividade recolher e organizar as peças para o *Kamban*.

Para a avaliação dimensional deste componente se realizou uma amostragem de 200 peças recolhidas em um espaço uniforme de uma hora entre cada uma, essa estratégia permite avaliar o efeito temporal da variação das medidas. Todas as amostras foram encaminhadas à metrologia, onde são avaliadas por uma Máquina de Medição por

Coordenadas 3D as seguintes dimensões: Espessura da chapa no alojamento do rolamento; Altura da aba do lado direito; Altura da aba do lado esquerdo, Altura da aba traseira; Espessura da face plana. A Figura 46 ilustra a posição das medições.

Figura 46: Posição das medições para avaliação dimensional do suporte do motor

Os parâmetros estatísticos das medições são vistos na Figura 47. Vê-se que tanto a variação da espessura no alojamento do rolamento quanto a variação altura da aba traseira são pequenas frente a variação da altura das abas laterais e a variação da espessura da face plana, sendo que a última já foi identificada como um fator de alta sensibilidade no modelo.

Figura 47: Distribuição das medidas do suporte do motor

Numa análise das medições em ordem temporal, ilustrada na Figura 48, vê-se que o comportamento das médias mudam de maneira repentina, aproximadamente após 50 amostras. Após análise dos dados junto ao time de manufatura, constatou-se que durante este período houve a troca da bobina da matéria prima que alimenta a prensa, o que provavelmente é o responsável pela mudança no comportamento da distribuição. Também na Figura 48 é possível ver que há uma correlação entre a medida da altura da aba do lado esquerdo com a altura da aba do lado direito, tanto maior uma, menor a outra e para

se analisar o efeito desta variação, pode-se usar como fator a diferença entre as alturas das abas.

Figura 48: Medidas do suporte do motor em ordem temporal

O Suporte do Tanque é um componente fabricado pelo processo de injeção de alumínio em um molde permanente com três cavidades e, pelo menos, dois moldes em dois fornecedores diferentes. Por se tratar de um componente de maior complexidade geométrica, optou-se por medir somente a espessura de uma das pernas em 24 amostras e, como pode ser visto na Figura 49, a variação desta dimensão entre as amostras não é significativa e nenhum efeito sistemático foi encontrado. Estes resultados dimensionais não descartam a existência de alguma fonte de variação no componente, outros fatores como a densidade e módulo de elasticidade do material podem sofrer variação devido ao processo de fabricação de injeção e a seleção dos fatores para o DOE deve levar esses parâmetros em consideração.

Figura 49: Distribuição das medidas do suporte do tanque

3.5.2 Planejamento e Execução da Análise Modal Experimental do DOE Físico do Conjunto Mecanismo

Baseado nas informações obtidas junto ao processo de fabricação das peças, bem como consulta aos fornecedores e demais dados técnicos de desenho, obteve-se um total de 8 fatores de estudo para experimento com Resolução IV, portanto com 16 tratamentos e confundimento entre as interações de segunda ordem e entre efeitos principais com interações de terceira ordem. Os fatores em estudo são:

- A - Lote do Material da Base do Motor: Visto as diferenças na espessura e na altura das abas de acordo com o lote de matéria prima, outras fontes de variação podem estar confundidas com esse fator;
- B - Espessura da Face Plana da Base do Motor: 16 amostras que melhor representavam os limites inferiores e superiores do processo foram separadas e utilizadas para a montagem das amostras do DOE, os valores de espessura utilizados em cada tratamento são vistos na Figura 50;
- C - *Range* da Altura das Abas: 16 amostras que melhor representavam os limites inferiores e superiores do processo foram separadas e utilizadas para a montagem das amostras do DOE, os valores de espessura utilizados em cada tratamento pode ser visto na Figura 50, Vê-se que para o terceiro tratamento o nível do fator não foi perfeitamente alcançado, o que representa um risco, entretanto, dado o número de amostras, não deve prejudicar a análise;
- D - Massa do Motor: Como mencionado anteriormente, os motores 127v e 220v possuem massas diferentes, portanto foram usados como níveis no experimento;
- E - Cavidade do Suporte do Tanque: Uma vez que não foi encontrado nenhum efeito sistemático em nenhuma dimensão do suporte do tanque, optou-se por reunir 8 peças recolhidas da mesma cavidade do mesmo molde e outras 8 peças de outra cavidade de um molde diferente, todas as peças colhidas com um curto intervalo de tempo entre elas de forma a minimizar variações temporais;
- F - Torque do Parafuso do Motor: Os níveis máximo e mínimos especificados no desenho foram utilizados como níveis para esse fator;
- G - Torque do parafuso do suporte do tanque: Os níveis máximo e mínimos especificados no desenho foram utilizados como níveis para esse fator;
- H - Correia Poly-V: Correias tendem a ter comportamento não-linear, com rigidez maior sob tração do que sob compressão, o objetivo no estudo deste fator é analisar possíveis erros epistêmicos no modelo de simulação causados por esse componente.

Figura 50: Níveis efetivados para os Fatores B e C

Na Figura 51 é mostrada o FRD do experimento físico executado. Nota-se no topo do diagrama, em vermelho, os possíveis ruídos experimentais mantidos constantes no teste, e, após os fatores, outros ruídos que sabidamente vão atuar no experimento, porém cujos níveis não são controlados. Como informação relevante, vê-se que neste experimento o método de identificação modal utilizado foi o LSCE (*Least-Squares Complex Exponential*), apesar da variação deste método não ter sido avaliada, porém, espera-se que a variabilidade esteja em uma ordem de grandeza menor do que as demais fontes de variação.

Figura 51: FRD da EMA do DOE Físico do Conjunto Mecanismo 2_{IV}^{8-4}

Quanto à instrumentação, por se tratar em um conjunto com maior massa, permitiu-se utilizar 10 acelerômetros 352C33 fabricados pela PBC Piezotronics e a impactação feita somente em uma posição, utilizando o martelo de impacto 8206-002 da Brüel & Kjær no sistema de aquisição modular NI cDAQ-9172 da National Instruments, composto de 4 módulos NI-9234 com 4 canais analógicos cada. A Figura 52 ilustra a posição de medição e excitação do teste.

Figura 52: Pontos de medição e excitação do experimento

A visão geral dos valores obtidos para cada um dos tratamentos é visto na Figura 53, onde se percebe que, para algumas ressonâncias, os níveis utilizados foram o suficiente para a geração de variação, por exemplo para a 1ª Frequência Natural, e para outras as variações foram bastante pequenas, destacando-se a 2ª Frequência Natural, em que praticamente não houve variação no valor medido.

Figura 53: *Overlay Plot* para as primeiras 6 Frequências Naturais do Sistema

Por se tratar de um teste sem o uso de réplicas, seria necessário obter um número ainda maior de amostras para isso, optou-se pela análise do experimento pelo Método

de Lenth para a seleção de fatores ativos. A Figura 54 mostra o Gráfico de Pareto bem como o p -value para cada um dos fatores em estudo, onde os fatores destacados são aqueles considerados significativos inicialmente considerando um $\alpha = 0.2$. Este número pode ser considerado alto, mas é usado neste momento para remover os fatores que claramente não são significativos.

Figura 54: Gráfico de Pareto da Análise Modal do DOE físico do Conjunto Mecanismo

- Y1 - 1ª Frequência Natural: do gráfico de Pareto na Figura 54, os fatores B (Espessura da Face Plana do Base do Motor), E (Cavidade do Suporte do Tanque) e G (Torque do Parafuso do Suporte do Tanque) e H (Correia Poly-V) são significativos. A presença do fator H é um indício de que o efeito da não linearidade da correia pode ser importante na construção do modelo de elementos finitos do subsistema;
- Y2 - 2ª Frequência Natural: Nenhum dos efeitos manipulados no experimento foram significativos para este modo de vibrar, apesar do fator C (*Range* da Altura das Abas) tenha aparecido no topo do gráfico do Pareto, isso indica que seu efeito, se existir, é pequeno e indistinguível do ruído experimental para esta quantidade de amostras;
- Y3 - 3ª Frequência Natural: Somente o fator H (Correia Poly-V) é significativo, o que torna este mais um modo de vibrar onde incertezas epistêmicas podem ocorrer;
- Y4 - 4ª Frequência Natural: Nenhum dos efeitos manipulados no experimento foram significativos para este modo de vibrar e com uma interação AF no topo do gráfico de Pareto. Apesar de ser difícil uma conclusão, o fato de os efeitos estimados serem relativamente o mesmo indica que o fenômeno é dominado pelo ruído experimental;
- Y5 - 5ª Frequência Natural: Neste modo, D (Massa do Motor) e as interações AG (confundida com BD, CE e FH) e AB (confundida com CH, DG e EF) são significativas. Com a presença de D entre os fatores significativos pode-se assumir que a interação efetiva são BD e DG;
- Y6 - 6ª Frequência Natural: Nenhum dos efeitos manipulados no experimento foram significativos para este modo de vibrar apesar do fator D (Massa do Motor) aparecer no topo do Pareto. Para esta frequência fica mais evidente que o ruído experimental é dominante pela quantidade de efeitos na ordem de 4.5 Hz;

Após o filtro inicial de fatores, descartam-se os que evidentemente não são significativos e seus graus de liberdade são adicionados aos graus de liberdade do erro. Assim, um experimento de 16 rodadas, como é o caso em estudo, quando analisado por meio de um modelo reduzido de apenas um fator, possui 14 graus de liberdade para o erro. A Figura 55 ilustra os melhores modelos reduzidos obtidos para a 1ª e 3ª ressonâncias do sistema considerando $\alpha = 0.05$. Para a 2ª, 4ª e 5ª ressonância, nenhum dos fatores foram significativos no modelo reduzido e, entretanto, os resultados também foram compilados.

No contexto do modelo reduzido, percebe-se que para a 1ª frequência natural, o Fator B possui um *p-value* próximo ao limite definido (0.0494), o que significa que seu efeito é marginal e praticamente do tamanho do erro, essa comparação é evidente quando se compara o efeito do fator, dado pelo valor da coluna *Estimate* multiplicado por dois,

com o valor do *Root Mean Square Error*. Ainda para esta ressonância, o maior efeito é causado pela presença e ausência da Poly-V, o que indica que pode ser necessário um estudo no modelo de elementos finitos para garantir a correlação do modelo. Análise similar pode ser feita para a 3ª frequência natural.

Figura 55: Modelo Reduzido da Análise Modal do DOE físico do Conjunto Mecanismo

3.5.3 Planejamento e Execução da Medição de Potência Sonora do DOE Físico do Conjunto Mecanismo

De maneira análoga ao que foi realizado para a análise modal experimental na seção 3.5.2, um experimento planejado foi realizado com o objetivo de medir o ruído

gerado pelo conjunto mecanismo. Com o propósito de reduzir tempo e custos do projeto, as mesmas amostras foram analisadas, entretanto, por se tratar de um teste diferente, a parte superior e inferior do FRD mostrado na Figura 51 precisa ser atualizada para a forma que é mostrado na Figura 56.

Figura 56: FRD de L_w do DOE físico do Conjunto Mecanismo 2_{IV}^{8-4}

Neste novo FRD, nas 4 primeiras linhas destacadas em vermelho, vê-se potenciais fontes de ruído que serão mantidas constantes no teste: a câmara semi-anecoica onde o

teste acontece, o *array* de microfones, o operador e o conjunto de suspensão. Já nas linhas inferiores, também em vermelho, potenciais fontes de ruído conhecidas porém que são difíceis de controlar, a destacar neste caso o ruído irradiado do motor, que recebeu atenção particular. Ainda na Figura 56 é possível constatar que cada medição foi repetida três vezes, porém somente o valor médio é considerado para análise, conforme determinado pela norma ISO 3744 (1994).

Os testes de potência sonora foram realizados em um sistema de aquisição tipo 2827-002 da Brüel & Kjær com seis canais de entrada analógicas onde, foram utilizados 6 microfones Brüel & Kjær 4189 com amplificadores 4189-A-21. Também nos testes se adicionou um acelerômetro triaxial da Brüel & Kjær 4506B, cujo sinal foi aqusitado com o NI cDAQ-9172 da National Instruments, equipado com um módulo NI-9234 com 4 canais analógicos, o propósito deste sinal é a obtenção das excitações do motor por meio de uma TPA.

Entre as principais fontes de ruído, a potência sonora irradiada pelo motor elétrico é uma das que mais podem contribuir para o ruído total do sistema. Optou-se assim por realizar a identificação e medição individual de todos os motores, antes de sua montagem no conjunto mecanismo, a fim de avaliar eventuais problemas relacionados ao componente que pudessem invalidar o experimento. Os resultados destas medições também serão usadas como condição de contorno das simulações na Seção 3.6. As medições realizados nos 16 motores são mostradas na Figura 57, organizados em bandas de 1/3 de oitava.

Figura 57: Ruído medido no Conjunto Mecanismo e nos motores individualmente

Após a montagem dos conjuntos, a execução do experimento se deu de maneira aleatória, conforme previsto pelo FRD, e os resultados obtidos são mostrados na Figura 57 em bandas de 1/3 de oitava. Apesar da dificuldade de individualizar os tratamentos em algumas bandas de frequência por conta da proximidade dos valores, há uma clara separação das curvas nas frequências de 160 Hz, 200 Hz, 315 Hz e nas altas frequências, após 800 Hz. Em uma análise prática dos resultados, constata-se que as curvas com maior ruído, são aquelas em que fator Correia Poly-V estava ativo.

Outra análise a ser feita utilizando-se a Figura 57, é a forte correlação entre o ruído dos motores com o ruído do conjunto mecanismo em algumas bandas de frequência, quando o fator Correia Poly-V não está ativo. Utilizando um teste estatístico de duas médias é possível calcular qual a probabilidade do ruído medido no subsistema ser caracterizado unicamente pelo ruído do motor. Todos os testes de médias são mostrado no Anexo B e resumidos na Tabela 10.

Tabela 10: Teste Entre as Médias do Fator H Inativo e o Motor Isolado

Frequência de 1/3 de 8 ^a	Probabilidade do Ruído do Fator H Inativo igual ao Motor Isolado
100 Hz	49.44%
125 Hz	61.26%
160 Hz	1.96%
200 Hz	2.92%
250 Hz	$\leq 0.01\%$
315 Hz	0.18%
400 Hz	$\leq 0.01\%$
500 Hz	$\leq 0.01\%$
630 Hz	$\leq 0.01\%$
800 Hz	$\leq 0.01\%$
1000 Hz	$\leq 0.01\%$
1250 Hz	0.19%
1600 Hz	10.93%
2000 Hz	0.01%
2500 Hz	39.30%
3150 Hz	25.05%
4000 Hz	36.92%
5000 Hz	28.36%
6300 Hz	0.01%
8000 Hz	0.02%
10000 Hz	0.02%

Utilizando α -risk de 5%, conclui-se que para as frequências de 100 Hz, 125 Hz, 1600 Hz, 2500 Hz, 3150 Hz, 4000 Hz, 5000 Hz na banda de 1/3 de oitava não é possível separar o ruído medido para o motor de maneira isolado daquele medido com o subsistema inteiro indicando, que a fonte sonora predominante destas bandas é o motor elétrico.

A análise prática realizada até o momento permite a formulação de novas hipóteses a respeito do funcionamento do conjunto mecanismo e do efeito do motor elétrico no ruído total do subsistema, entretanto estas hipóteses precisam ser confirmadas com a análise quantitativa do DOE. Optou-se por uma análise profunda do ruído nas bandas de 160 Hz a 1000Hz, por serem nessas frequências onde a influência do ruído do motor elétrico é estatisticamente não significativa, e por estarem dentro de uma faixa de frequências possíveis de serem simuladas por meio do método dos elementos finitos.

Assim como na seção 3.5.2, usou-se o Método de Lenth para uma estimativa inicial dos fatores significativos usando $\alpha = 0.2$. O diagrama de Pareto e os respectivos *p-value* podem ser vistos na Figura 58, enquanto as conclusões iniciais são discutidas a seguir.

- Potência Sonora (Lw) na banda de 160 Hz: Do gráfico de Pareto na Figura 58, o fator H (Correia Poly-V) aparece claramente significativo, confirmando a hipótese prevista na análise prática da Figura 57. Além deste, o fator D (Massa do Motor) aparece com um *p-value* próximo ao definido como limite;
- Potência Sonora (Lw) na banda de 200 Hz: Do gráfico de Pareto na Figura 58, o fator H (Correia Poly-V) aparece claramente significativo, além dos fatores B, C e E (Espessura da Face Plana do Base do Motor, *Range* da Altura das Abas e Cavidade do Suporte do Tanque, respectivamente). Além deste, o fator D (Massa do Motor) aparece com um *p-value* próximo ao definido como limite;
- Potência Sonora (Lw) na banda de 250 Hz: O fator A (Lote do Material da Base do Motor) e a interação AC (Lote do Material da Base do Motor com *Range* da Altura das Abas) aparecem significativos, indicando que para esta frequência, o projeto é sensível a variação do processo de laminação e conformação da base do motor;
- Potência Sonora (Lw) na banda de 315 Hz: Os fatores D e H (Massa do Motor e Correia Poly-V) são significativos, bem como a interação AE confundida com DH, indicando que esta última é a responsável pelo efeito.
- Potência Sonora (Lw) na banda de 400 Hz: Assim como a banda anterior, os fatores D e H (Massa do Motor e Correia Poly-V) são significativos, bem como a interação AE confundida com DH, indicando que esta última é a responsável pelo efeito.
- Potência Sonora (Lw) na banda de 500 Hz: Nenhum fator é significativo para um $\alpha = 0.2$, indicando que para esta banda o ruído é dominado por fatores não controlados. A interação AE confundida com BF, CG e DG, aparece no topo do gráfico de Pareto, porém nenhuma evidência de que ele tenha efeito pode ser ressaltada. Além deste, o fator D (Massa do Motor) também se encontra no topo.

- Potência Sonora (Lw) na banda de 630 Hz: O fator H (Correia Poly-V) aparece como significativo. Além deste, o fator E (Cavidade do Suporte do Tanque) aparece também no topo do Pareto, porém com um *p-value* relativamente afastado do limite;
- Potência Sonora (Lw) na banda de 800 Hz: Os fatores C, E e H (*Range* da Altura das Abas, Cavidade do Suporte do Tanque e Correia Poly-V) aparece como significativo, além da interação AH, confundida com BC, DE e FG, dada a predominância o efeito de H e a posição do fator A no Pareto, é razoável supor que a interação ativa seja a AH;
- Potência Sonora (Lw) na banda de 1000 Hz: O fator H (Correia Poly-V) aparece como significativo. Além deste, a interação AB aparece também no topo do Pareto, porém com um *p-value* relativamente afastado do limite.

O modelo reduzido para as bandas de frequência mostradas discutidas acima são mostrados na Figura 59. De maneira geral todos os modelos são bem representativos, as exceções são as bandas de 500 Hz que, como discutimos anteriormente, nenhum dos fatores manipulados no DOE foi significativo, e a banda de 630 Hz que somente 31% da variabilidade é descrita pelo modelo. Algumas bandas são especialmente bem representadas como a de 200 Hz e a de 315 Hz com 90% ou mais do fenômeno explicado pelo modelo reduzido. A aplicação do modelo reduzido tanto para o ruído quanto para as frequências naturais será detalhada na seção 3.6.

O efeito do fator H (Correia Poly-V), a princípio usado como uma estratégia para o controle de não-linearidades nas respostas estruturais do conjunto, mostrou-se acertada também em nível de potência sonora irradiada. A análise detalhada do conjunto em teste mostra que a presença da polia no teste acrescenta novas fontes de ruído ao conjunto, principalmente a polia movida, que uma vez conectada ao motor, passava a atuar de maneira similar a um ventilador, deslocando o ar próximo ao sistema por conta das nervuras estruturais no componente, além do ruído característico de fricção entre a correia e a polia, cujo efeito é nítido nas altas frequências. Ambos os efeitos são bastante complexos de simular e o uso do fator H como grupo de controle permite que uma abordagem mais simples, e ainda assim acurada, seja usada para descrever o ruído irradiado do sistema, apresentado na seção 3.6.

Figura 58: Gráfico de Pareto da potência sonora do DOE físico do Conjunto Mecanismo

Figura 59: Modelo Reduzido da potência sonora do DOE físico do Conjunto Mecanismo

3.6 Análise de Projeto Robusto por meio de Modelos Vibro-acústicos

O processo desenvolvido durante toda a seção 3.5 teve como objetivo o levantamento de dados de fontes de variação do conjunto estudado, bem como seu efeito nas ressonâncias e na potência sonora irradiada pelo mesmo. Por si, esta análise já contribui para um melhor desenvolvimento do produto, entretanto, uma etapa posterior ainda pode ser implementada, com o objetivo de simular os efeitos da variação presentes na manufatura do conjunto mecanismo em experimentos virtuais. Quanto melhor a correlação entre as distribuições entre as variações dos testes físicos e virtuais, melhor é a capacidade de desenvolver um projeto robusto de um componente similar.

O primeiro modelo a ser comparado é o modelo dinâmico do conjunto, por meio de uma análise modal. Utilizou-se para isso o modelo de elementos finitos inicialmente proposto na seção 3.4 com algumas melhorias, a principal delas é o melhor detalhamento do motor elétrico, tido como um fator sensível na primeira análise, a fim de reduzir a incerteza inserida por meio da idealização do componente como rígido. Também se optou pelo uso do modelo sem a correria Poly-V, principalmente privilegiando a simplicidade do modelo, apesar de ser uma abordagem não convencional, ainda é possível prever o ruído total do conjunto mecanismo com base nos efeitos previstos para a correria na seção 3.5.

A fim de descrever os fenômenos com um intervalo de confiança similar ao experimento físico, optou-se aqui também por utilizar um DOE com 16 tratamentos, utilizando como fatores os limites de especificação da Densidade e do Módulo de Elasticidade do Suporte do Tanque, obtidos por meio de norma interna e aferido regularmente pela metrologia, a Espessura da Face Plana e o *Range* da Altura das Abas Base do Motor, obtidos por meio das medições apresentadas na seção 3.5 e, por fim, as Massas do Motor, utilizando os valores discretos para os motores 110v e 220v uma vez que a variância deste parâmetro é desconhecida. O FRD deste experimento é mostrado na Figura 65.

Assim como nos DOEs anteriores, é possível também gerar um modelo reduzido deste experimento, onde, devido ao baixo nível de ruído experimental, praticamente todos os fatores são significativos, a exemplo do experimento da Seção 3.4. Para o experimento em questão, a principal fonte de ruído experimental é a alteração de malha sofrida pelo componente para se inserir o fator *Range* da Altura das Abas Base do Motor. As Figuras 60 e 61 mostram respectivamente o Gráfico de Pareto e o Modelo Reduzido para as seis primeiras ressonâncias do sistema.

No Pareto se vê que somente para a 4ª Frequência Natural o Fator E (Massa do Motor) e suas interações não são significativas. Além disso, os Fatores A (Densidade do Suporte do Tanque) e B (Módulo de Elasticidade do Suporte do Tanque), ambos fatores cujo efeito não é totalmente descrito no experimento físico e, portanto, possíveis fontes de erros epistêmicos, estão no topo do Pareto somente para a 2ª ressonância.

Figura 60: Gráfico de Pareto das frequências naturais do DOE virtual do Conjunto Mecanismo

No que tange os modelos reduzidos, vê-se que o R^2_{Adj} é bastante alto para todos os modelos, beirando o valor máximo de 1 para todos os casos, indicando que apesar do modelo estatístico não conter todos os graus de liberdade do modelo de elementos finitos, ele é perfeitamente capaz de descrever o fenômeno proposto para o intervalo de confiança usado.

Outro ponto a se ressaltar dos modelos reduzidos é o efeito do Fator E (Massa do Motor), embora em algumas ressonâncias este fator não seja significativo, sua interação com outro fator é, salvo a 4ª Frequência Natural como já mencionado. Em 4 das 6 respostas essa interação é com o Fator A (Densidade do Suporte do Tanque), um componente com

o qual o motor não tem interface direta e portanto a razão desta significância não está totalmente clara.

Figura 61: Modelo Reduzido da frequência natural do DOE virtual do Conjunto Mecanismo

Para uma comparação prática entre os resultados de simulação e os resultados dos testes físicos, a análise da função transferência do ponto 4 quando excitado no ponto 4, seguindo a numeração usada na Figura 52, é mostrada na Figura 62. Esta análise também serviu para que os coeficientes de amortecimento do modelo virtual fossem ajustados, o que é um parâmetro de entrada importante para a simulação de propagação de ruído.

Figura 62: Comparação entre as funções transferências do experimento físico e virtual

Uma análise mais detalhada dos dois experimentos pode ser feita utilizando-se os modelos reduzidos mostrados nas Figuras 55 e 61, comparando o resultado de ambas a um conjunto de variações na entrada utilizando uma simulação de Monte Carlo. Uma vez que os dois modelos não são idênticos em fatores, faz-se necessário algumas adaptações, assim os valores utilizados na simulação são mostrados na Tabela 11.

Tabela 11: Entradas na Simulação de Monte Carlo

	Modelo Reduzido do Experimento Físico	Modelo Reduzido do Experimento Virtual
Lote do Material da Base do Motor	Não é usado	Não é usado
Espessura da Face Plana da Base do Motor (mm)	$\mu = 1,565$ e $\sigma = 0,01515$	$\mu = 1,565$ e $\sigma = 0,01515$
Range da Altura das Abas (mm)	$\mu = 1,413$ e $\sigma = 0,030$	$\mu = 1,413$ e $\sigma = 0,030$
Massa do Motor (ton)	0,0037 ou 0,0047	0,0037 ou 0,0047
Cavidade do Suporte do Tanque	$\mu = 0$ ou $\sigma = 0,30$	Não é usado
Densidade do Suporte do Tanque (g/m^3)	Não é usado	$\mu = 235$ e $\sigma = 11,75$
Módulo de Elasticidade do Suporte do Tanque (MPa)	Não é usado	$\mu = 62152$ e $\sigma = 3107$
Torque do Parafuso do Motor (N/m)	Não é usado	Não é usado
Torque do Parafuso do Suporte do Tanque (N/m)	Não é usado	Não é usado
Correia Poly-V	Sem Correia	Sem Correia

Na execução da simulação de Monte Carlo para os experimentos virtuais foi adicionado também um ruído aleatório de forma a representar a variação do sistema de medição, muito pequenas em simulações numéricas, para isto, usou-se como base o MSE apresentado na Tabela 8 da Seção 3.2, tendo em mente que para algumas ressonâncias o sistema não é totalmente confiável. O experimento físico, por outro lado, é intrinsecamente contaminado com o erro do sistema de medição, sendo assim, nestes casos o *Root Mean Square* do modelo reduzido foi adicionado como erro aleatório de forma representar a variação de fatores não controlados e a variação do sistema de medição.

A Figura 63 compara as distribuições resultantes dos modelos reduzidos das frequências naturais obtidos por meio dos testes físicos e pelos experimentos virtuais. Apesar de, em tese, ser possível utilizar um teste de médias neste caso para avaliar a probabilidade das duas amostras serem iguais, este procedimento não é o mais acurado do ponto de vista estatístico, uma vez que as simulações de Monte Carlo podem ser geradas com diferentes tamanhos de amostras, fazendo com que o valor de *p-value* não seja convergente. Optou-se neste trabalho por comparar qualitativamente as distribuições, entretanto, novos trabalhos podem contribuir com abordagens determinísticas para análise. Os pontos a seguir discutem as principais análises destes resultados.

- 1ª Frequência Natural: Apesar do desvio de média e de variância, a correlação dos dois valores é satisfatória. Uma hipótese para explicar o bom resultado pode ser atribuída ao valor de R^2_{Adj} para o modelo do experimento físico, indicando que experimento foi bem sucedido em capturar as fontes de variação desta ressonância;
- 2ª Frequência Natural: Nesta frequência há um evidente desvio de média e de variância. Uma análise mostra que nenhum fator foi significativo para esta ressonância no experimento físico, portanto toda a variação medida e mostrada no histograma vem de fontes não controladas, uma vez que estas fontes também não estão presentes no experimento virtual a variância deste é dominada pela variância do sistema de medição. O desvio de média é de aproximadamente 12%, que é um número bastante alto, porém ainda dentro de uma margem comum em sistemas de muitas peças, podendo ter sido consequência da estimação da média do Fator Módulo de Elasticidade do Suporte do Tanque do experimento virtual;
- 3ª Frequência Natural: Uma hipótese para explicar o desvio de variância neste caso reside na baixa correlação entre o modelo reduzido e o experimento físico, tendo somente a correia como fator significativo. Por outro lado, a boa correlação entre o valor de média indica que os fatores em estudo no experimento virtual são realmente significativos, portanto o baixo de R^2_{Adj} no experimento físico advém de fatores não controlados atuando no experimento, com efeitos aproximadamente iguais aos fatores controlados tornando impossível distinguir um do outro;

- 4^a, 5^a e 6^a Frequências Naturais: De maneira similar ao que acontece na 2^a Frequência Natural, para estes casos há uma clara diferença entre as distribuições, tanto em média quanto em variância. A análise dos três modelos reduzidos mostra que nenhum fator manipulado no experimento é significativo, portanto toda a variação obtida vem de fontes não controladas. Aqui é importante ressaltar a progressão da diferença percentual entre os valores médios do modelo, de 15%, 20% e 26% aproximadamente.

Figura 63: Comparação entre as distribuições de frequências Naturais simuladas e medidas

O modelo de propagação de ruído foi desenvolvido em um programa de elementos de contorno, que usou como entrada as frequências naturais e os modos de vibrar do modelo de elementos finitos, uma fonte acústica de potência sonora medida dos 16 motores utilizados no DOE físico e uma excitação no centro de gravidade do motor obtida por meio

de uma Análise de Caminho de Transferência. A visão geral do modelo de propagação de ruído é mostrado na Figura 64 a) onde se vê os dois planos de reflexão em bordas cinzas, a posição dos 6 microfones para a medição de pressão sonora e as linhas azuis que conectam os diferentes elementos de contorno, e mais detalhado na Figura 64 b), onde se vê o conjunto mecanismo composto por seus elementos finitos em amarelo, seus elementos de contorno em azul, e as excitações atuando no centro de gravidade do motor.

Figura 64: Modelo de propagação de ruído

A Figura 65 mostra o FRD para o experimento em questão, onde se destacam as seguintes linhas nos ruídos não controlados: Fonte Monopolo de Potência Sonora, obtidas por meio do ensaio dos motores individualmente antes de sua montagem no conjunto mecanismo, cujos valores podem ser observados na Figura 57; e a Excitação do Motor, obtida por meio de uma TPA, fazendo uso do acelerômetro triaxial como mencionado na Seção 3.5.3. Vê-se que para a potência sonora os valores não estão em ordem crescente, isto acontece porque se optou por documentar neste diagrama o número de identificação obtido no FRD do DOE Físico, mostrado na Figura 51, que, por conta do arranjo experimental, inicia com o fator desativado para o tratamento. Para a excitação do motor, nota-se que alguns números se repetem, isto acontece porque somente 8 das amostras não possuíam a correia, sendo 4 para o motor 110v e 4 para o motor 220v, tornando o número de dados de vibração limitado, novamente se optou por documentar o valor utilizado na simulação.

Como consequência da adoção destas duas condições de contorno, diferente do que acontece com a análise modal, o arranjo experimental adotado para a análise virtual da potência sonora é também intrinsecamente contaminado pelo erro de medição de potência sonora, uma vez que a medição dos motores é realizada seguindo o mesmo procedimento, na mesma câmara semi-anecoica e com o mesmo equipamento.

Assim como nos experimentos virtuais anteriores, o tamanho do efeito do fator para que ele seja significativo é bastante pequeno, dado o nível de ruído experimental presente,

Figura 65: FRD da potência sonora do DOE virtual do Conjunto Mecanismo 2^{5-1}_V

entretanto, a presença das variações nas condições de contorno faz com que esse fenômeno seja visível somente nas baixas frequências, até a banda de 315 Hz, indicando em uma análise prática que a partir desta banda de frequência o fenômeno é altamente dependente da variação das condições de contorno. A Figura 66 mostra o gráfico de Pareto para este DOE, onde os fatores em destaque são aqueles cujo o *p-value* é menor que 20%.

O modelo reduzido do experimento planejado é apresentado na Figura 67 para as frequências em estudo. Como esperado, a maior parte delas apresenta um valor de R^2_{Adj} bastante alto, praticamente 1 para as bandas de 160 Hz, 200 Hz e 315 Hz, acima de 0.80 para as bandas de 250 Hz e 400 Hz, e mais de 0.60 para as bandas de 500 Hz e 630 Hz. A principal exceção é a banda de 800 Hz, cujo valor de R^2_{Adj} é 0.20, um valor bastante baixo e relacionado a uma interação, indicando que, para esta banda, a potência sonora foi dominada pela variação nas excitações no modelo ou que a aleatorização das excitações produziu uma interação significativa de maneira involuntária.

Figura 66: Gráfico de Pareto da potência sonora do DOE virtual do Conjunto Mecanismo

Figura 67: Modelo Reduzido da potência sonora do DOE virtual do Conjunto Mecanismo

De posse dos modelos reduzidos para a potência sonora do conjunto mecanismo é possível adotar a mesma estratégia de análise para as frequências naturais: Atribuir uma variação aleatória de entradas respeitando uma distribuição conhecida e avaliar os resultados médios obtidos bem como a sua variância. Utilizaram-se também aqui os valores da Tabela 11 como parâmetros de entrada e a análise da variância é feita de maneira qualitativa por meio de uma simulação de Monte Carlo. Para a análise do ruído experimental se utilizou os modelos reduzidos mostrados na Figura 59 em comparação aos obtidos no experimento virtual e mostrados na Figura 67.

As distribuições resultantes das simulações de Monte Carlo são mostradas na Figura 68 cada uma das frequências analisadas. As principais conclusões, análises e hipóteses são discutidas a seguir:

- Lw 160 Hz: Há um claro desvio de média e, principalmente, de variação entre as duas distribuições, entretanto os valores simulados estão dentro do domínio de solução dos valores medidos. Uma análise dos modelos reduzidos dos resultados do teste (Figura 59) mostra que somente a correia foi significativa, indicando que toda a variação apresentada vem de fatores não controlados, como por exemplo a espessura da panela de freio. Portanto, uma das hipóteses para a diferença de variação entre os dois modelos pode ser explicada pela ausência de algumas fontes de variação relevantes na simulação. Outra hipótese a ser considerada é a pouca variação inserida na simulação por conta das excitações, para esta banda de frequência ela foi pequena a ponto de todos os fatores e vários confundimentos serem significativos;
- Lw 200 Hz: Novamente há um claro desvio de média e de variação entre as duas distribuições, entretanto os valores simulados estão dentro do domínio de solução dos valores medidos. Apesar do modelo reduzido da Figura 59 mostrar dois fatores além da correia como significativos, seus efeitos são pequenos, portanto as hipóteses formuladas para a banda de 160 Hz também se aplicam aqui;
- Lw 250 Hz: Para esta banda, tanto a médias quando a variância estão bastante próximas, indicando que a simulação é bastante eficiente na predição da variação do ruído encontrado na manufatura. Uma das hipóteses possíveis para o bom nível de correlação é o alto valor de R^2_{Adj} obtido no modelo reduzido do DOE físico para banda, com 63% de toda a variação do modelo era descrita por fatores que estavam presentes na simulação;
- Lw 315 Hz: Nesta banda há uma evidente formação de duas distribuições para a potência sonora obtidas no teste, consequência de um dos fatores significativos ser o motor. Portanto, esse fenômeno pode estar tanto associado ao mesmo, como à excitação ou irradiação sonora confundidas com o fator. Esperava-se que o modelo reduzido gerado pela simulação também tivesse o fator motor como um dos efeitos

mais significativos, o que não aconteceu, com efeito de somente 0.132 dB(A) (Figura 68) contra 9.04 dB(A) (Figura 59) dos resultados físicos. Uma das hipóteses para esta diferença pode ser a baixa variação inserida na excitação usada na simulação, entretanto a presença de fatores não controlados não pode ser totalmente descartada.

- Lw 400 Hz: Novamente os resultados dos testes se distribuem claramente em duas distribuições por conta do efeito significativo do motor e seus confundimentos. Entretanto, para esta banda, a variação dentro das distribuições são mais similares, reforçando a hipótese da diferença de resultados ser oriunda da pouca variação inserida por meio das excitações;
- Lw 500 Hz: Nesta banda de frequência há um pequeno desvio da média e da variação, porém em níveis bastante aceitáveis. Analisando-se os modelos reduzidos se vê que para o DOE físico toda a variação vem de fatores não controlados, porém que o ruído experimental é alto, com o *Root Mean Square Error* de 2.42. Uma hipótese possível para explicar a boa correlação entre os resultados nesta banda é que os fatores testados são realmente significativos, entretanto o nível de ruído experimental no teste físico é tão grande que foi impossível identificar os efeitos com segurança estatística. Está hipótese é corroborada com o gráfico de Pareto da Figura 58, onde vários fatores e interações aparecem aproximadamente com o mesmo valor, entretanto nenhum significativo.
- Lw 630 Hz: Para esta banda, há um desvio de média significativa, porém uma boa representação da variação. Uma das hipóteses possíveis é a presença de um erro epistêmico no modelo, não encontrado pelo autor, ou mesmo problemas na caracterização das fontes de ruído e excitações usadas na simulação.
- Lw 800 Hz: Apesar da boa quantificação da média, a variação gerada pelo modelo reduzido do DOE virtual é maior do que aquela gerada pelo DOE físico. Uma análise destes modelos mostrou que, apesar de vários fatores serem significativos no experimento físico, poucos foram significativos no experimento virtual. Uma explicação para um fenômeno deste pode estar novamente nas condições de contorno, que devido ao baixo número de amostras pode ressaltar a importância de um valor extremo.
- Lw 1000 Hz: Nesta banda de frequência, o uso de elementos finitos já não é aconselhada para a predição de potência sonora, entretanto, os resultados de média e variação são satisfatórios e uma conclusão similar àquela feita para a banda de 630 Hz pode ser considerada aqui.

Figura 68: Comparação entre as distribuições de potências sonoras simuladas e medidas

De um ponto de vista amplo, os resultados das predições de ruído pela simulação são bastante satisfatórios: para a imensa maioria dos casos, o valor simulado encontra-se dentro dos limites da distribuição esperada para o teste físicos, para uma abordagem determinística tradicional isso seria o suficiente.

Para uma análise estocástica, tendo em vista o desenvolvimento de um produto robusto, o método apresentado também mostra benefícios, uma vez que com um número bastante limitado de amostras físicas, somente 16, foi possível descrever de maneira satisfatória a distribuição de ruído em diversas bandas de frequência e alimentar um modelo de simulação que é representativo para diversas destas bandas. Desenvolvimentos futuros utilizando o mesmo componente como base podem fazer uso do conhecimento já desenvolvido neste trabalho para propor soluções de engenharia que reduzam a sensibilidade do sistema à alguns fatores, ou mesmo avalie o efeito da introdução de novas fontes de variação.

Tendo como foco os resultados de frequência natural, vê-se que, apesar da presença de vários erros epistêmicos em faixas de frequência relativamente baixas, menores que 408 Hz, estes erros tem influência limitada nos resultados de potência sonora. Portanto, apesar de sua utilidade na descrição do ruído emitido pelo conjunto mecanismo, o uso de modelos reduzidos para a descrição de frequência naturais ou fenômenos altamente dependentes deste fator como ruídos causados por ressonância ou fadiga por vibração ainda precisa ser melhor testado e validado.

Outro ponto a ser ressaltado é que as predições foram executadas usando métodos dos elementos finitos e métodos dos elementos de contorno, normalmente aplicados em domínios de baixa frequência, entretanto a abordagem apresentada mostra que se a variação natural do processo de manufatura for levada em conta, estes métodos podem ser aplicados para bandas de frequências ainda mais altas sem perda significativa de acuracidade.

4 Conclusão e Trabalhos Futuros

De forma geral, todos os processos na engenharia estão sujeitos às variações comuns, seja por conta de variáveis ambientais, inviáveis de controlar durante os processos, ou pela própria natureza aleatória da atividade. O presente trabalho aprofundou-se nos métodos paramétricos de modelagem de incertezas, aplicados a metamodelos dos sistemas criados a partir de DOEs físicos e virtuais, com o propósito de quantificar a variação existente em um conjunto mecanismo de uma lavadora de eixo vertical.

No estudo dos sistemas de medição, constatou-se que o uso da Carta de Controle $\bar{X}$ -R trouxe benefícios ao estudo da variação da medição das frequências naturais pelo método da impactação. O estudo mostrou que a variação do sistema de medição pode ser significativa para algumas frequências, além de instável, um fenômeno dificilmente capturado pelo método de comparação de duas médias e indicando que o procedimento de testes precisa ser aprimorado a fim de melhorar a acuracidade do sistema. Este conjunto de métodos pode ser aplicado à medição de outras características dos sistemas dinâmicos, como modos de vibrar e características psicoacústicas.

O uso sequencial de DOEs, partindo de sistemas com 17 variáveis convergindo até 5, mostrou-se parcialmente efetivo, revelando alguns fatores realmente significantes ao sistema e reduzindo o número total de testes. Porém, por razões que ainda precisam ser aprofundadas, para diversas variáveis medidas, os fatores ativos não foram identificados. Uma hipótese para este efeito seria a incorreta atribuição da variação nos experimentos iniciais, descartando fatores significativos (Erro tipo II).

A aplicação de fatores altamente não lineares nos experimentos físicos se revelou uma estratégia acertada, essa abordagem dividiu naturalmente os experimentos em grupo de teste e grupo de controle, permitindo a análise e comparação direta do sistema com e sem não-linearidades. O uso dessa abordagem permitiu a separação de fontes de ruídos no experimento físico, além de permitir o estudo de modelos mais simples nos experimentos virtuais, reduzindo os erros epistêmicos e com potencial aplicação em produtos de diversas naturezas e segmentos da indústria.

O uso de modelos estatísticos paramétricos para a modelagem da variação se mostrou eficiente quando aplicada à modelos linearizados. A criação de metamodelos, ou modelos reduzidos, a partir de experimentos planejados, permitiu o uso de Simulações de Monte Carlo de maneira convergente, criando um padrão de comparação equivalente para simulação e testes físicos. É importante ressaltar que esta abordagem exige que a variação do sistema seja conhecida e que a hipótese de modelo linear seja válida. Relevando-se as restrições o método proposto é facilmente generalizável e sua aplicação requer poucos

recursos adicionais para o projeto robusto no desenvolvimento de produtos, uma vez que o número de modelos extras a serem realizados é pequeno.

A comparação entre os resultados dos modelos reduzidos dos testes físicos e das simulações para as frequências naturais, mostrou que a abordagem adotada foi eficaz para algumas ressonâncias, principalmente até a 3ª. Para frequências mais altas os modelos estatísticos não foram capazes de prever a variação da maneira mais adequada. Novos experimentos podem ser conduzidos para o estudo detalhado dessas frequências, com o propósito de melhor identificar e quantificar as fontes de variação atuantes nesta faixa.

A comparação dos resultados para o nível de potência sonora, por outro lado, mostrou resultados mais próximos, apesar de, para algumas bandas de frequência, a variação prevista pelo modelo virtual ainda ser menor. Os resultados mostram também que, para o sistema em estudo, um modelo de MEF com MEC é suficientemente acurado para a predição de ruído até a faixa de 1000 Hz, desde que a abordagem de Projeto Robusto seja adotada.

De maneira geral, a abordagem utilizada no presente trabalho se mostrou eficiente e promissora para a aplicação em projeto de sistemas dinâmicos e, principalmente inovadora no estudo de conjunto mecanismo, um sistema com elevado número de peças e fontes de variação. Trabalhos futuros podem aprofundar o estudo em pequenos subsistemas, como o conjunto de engrenamento, panela e cinta de freio, ou o motor elétrico, componentes cujo efeito na vibração e ruído não foi devidamente aprofundado.

Pode-se propor também detalhar os efeitos do conjunto mecanismo com os componentes adjacentes, como o tanque, o agitador da máquina de lavar e gabinete, até que se tenha a modelo completo do equipamento, com o propósito de uma melhor predição do ruído total do equipamento, este mais significativo para o consumidor.

Também com o propósito de uma melhor predição da relação do produto com o consumidor, é possível adotar a mesma tratativa estatística dada ao estudo do nível de potência sonora a outras métricas, como as de qualidade sonora por exemplo, principalmente a métricas objetivas como Loudness, Roughness, Tonality, etc.

Durante o processo de revisão, percebeu-se uma carência em métodos para uma melhor comparação estatística entre os resultados de teste e simulação utilizando simulação de Monte Carlo. No presente trabalho se optou por uma avaliação qualitativa e subjetiva, entretanto, trabalhos futuros podem aprofundar esta análise.

Referências

- ADHIKARI, S. et al. Experimental case studies for uncertainty quantification in structural dynamics. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 56.
- ALVES, L. M. Apostila de método dos elementos de contorno. Universidade Federal do Paraná - Programa de Pós-graduação em Métodos Numéricos em Engenharia. 2006. Citado na página 71.
- ANSYS, INC. *Theory Reference for the Mechanical APDL and Mechanical Applications*. 12. ed. [S.l.], 2009. Citado na página 63.
- ARAÚJO, E. B. D. *A Organização da Função Garantia da Qualidade e o Papel da Metrologia*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 1995. Citado na página 56.
- AVITABILE, P. Experimental modal analysis: A simple non-mathematical presentation. *Sound and Vibration*, January 2001. Citado na página 64.
- BACK, N. et al. *Projeto Integrado de Produtos: Planejamento, Concepção e Modelagem*. [S.l.]: Manole, 2008. Citado 7 vezes nas páginas 23, 24, 27, 28, 39, 46 e 71.
- BACO, S. B. *Uso de Experimentos Computacionais no Desenvolvimento de Produtos: Um Estudo de Caso da Indústria de Linha Branca*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de São Carlos, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 46.
- BALBINOT, A.; BRUSAMARELLO, V. J. *Instrumentação e Fundamentos de Medidas*. [S.l.]: LTC, 2015. v.2. Citado na página 28.
- BARBETTA, P. A.; REIS, M. M.; BORNIA, A. C. *Estatística para Cursos de Engenharia e Informática*. [S.l.]: Atlas, 2010. Citado 5 vezes nas páginas 28, 34, 37, 44 e 52.
- BISGAARD, S.; FULLER, H. T.; BARRIOS, E. Quality quandaries. *Quality Engineering*, 1996. Citado na página 42.
- BISGAARD, S.; SUTHERLAND, M. Split plot experiments: Taguchi's in a tile experiment reanalyzed. *QUALITY ENGINEERING*, 2003. Citado na página 42.
- BISTAFA, S. R. *Acústica Aplicada ao Controle de Ruído*. [S.l.]: Bluscher, 2011. Citado na página 60.
- BLAUERT, J.; XIANG, N. *Acoustic for Engineers*. [S.l.]: Spriger, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 60 e 66.
- BOX, G. E. P.; DRAPER, N. R. *Empirical Model-Building and Response Surfaces*. [S.l.]: Jhon Willey & Sons, 1987. Citado na página 71.
- BOX, G. E. P.; HUNTER, W. G.; HUNTER, J. S. *Statistics for Experimenters: An Introduction to Design*. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 1978. Citado na página 46.

- BRINGHENTI, I. *Modelo Vibroacústico do Gabinete de um Refrigerador*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2012. Citado na página 71.
- BUDYNAS, R. G.; NISBETT, J. K. *Elementos de Máquinas de Shigley - Projeto de Engenharia Mecânica*. [S.l.]: Amgh Editora, 2011. Citado na página 23.
- CERRATO, G.; GOODES, P. Practical approaches to solving noise and vibration problems. *Sound and Vibration*, 2011. Citado na página 61.
- CHAWLA, D. S. Big names in statistics want to shake up much-maligned p-value. *Nature*, 2017. Citado na página 51.
- CONTRERAS, H. The stochastic finite-element method. *Computers & Structures*, v. 12, p. 341–348, 1980. Citado na página 56.
- DANIEL, C. R. A. *Estudo do Desempenho de Métodos de Lenth na Análise de Planos do Tipo Split-plot na Ausência de Réplicas*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Pernambuco, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 42.
- DIN 16901. *Plastic Mouldings Tolerances and Acceptance Conditions for Linear Dimensions*. 1982. Citado na página 56.
- DIN 6930-2. *Stamped Steel Part - Part 2: General Tolerances*. 2011. Citado na página 56.
- DOUCET, A.; FREITAS, N.; GORDON, N. *An Introduction to Sequential Monte Carlo Methods*. [S.l.]: Springer, 2001. Citado na página 59.
- DURAND, J.-F.; SOIZE, C.; GAGLIARDINI, L. Structural-acoustic modeling of automotive vehicles in presence of uncertainties and experimental identification and validation. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2008. Citado na página 58.
- ELLIS, P. D. *The Essential Guide to Effect Sizes*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 38.
- ESI GROUP. *VA One Validation & QA Document*. [S.l.], 2015. Citado na página 71.
- EWINS, D. J. *Modal Testing*. [S.l.]: Research Studies Press, 2000. Citado 4 vezes nas páginas 62, 63, 66 e 78.
- FABRO, A. T. *Análise Estocástica do Comportamento Dinâmico de Estruturas via Métodos Probabilísticos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas, 2010. Citado na página 60.
- FANG, K. T. The uniform design: Application of number: Theoretic methods in experimental design. *Acta Mathematicale Applicatae Sinica*, 1980. Citado na página 44.
- FANG, K. T.; LI, R.; SUDJANTO, A. *Design and Modeling for Computer Experiments*. [S.l.]: Chapman & Hall/CRC, 2005. Citado 5 vezes nas páginas 24, 39, 40, 43 e 44.
- FERREIRA, A. C. *Comparação Analítica Numérica de Cavidades Acústicas e Vibro-acústicas*. 2012. Monografia (Bacharel em Engenharia Mecânica), UNB (Universidade de Brasília), Brasília, Brazil. Citado na página 71.
- FILHO, A. A. *Elementos Finitos Análise Dinâmica*. [S.l.]: Érica, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 62 e 63.

- FONTANELA, F. *Análise Robusta de Modelos Estruturais Utilizando Métodos Probabilísticos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2015. Citado na página 58.
- GAJDATSY, P. et al. Application of the transmissibility concept in transfer path analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2010. Citado na página 71.
- GOVERS, Y. et al. Stochastic model updating of the dlr airmod structure. *Vulnerability, Uncertainty, and Risk*, 2014. Citado na página 29.
- GOVERS, Y.; LINK, M. Stochastic model updating - covariance matrix adjustment from uncertain experimental modal data. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2010. Citado na página 57.
- HAMADA, M.; BALAKRISHNAN, N. Analyzing unreplicated factorial experiments: A review with some new proposals. *Statistica Sinica*, 1998. Citado na página 54.
- HENSE, A. *Análise do Ruído de um Refrigerador Excitado Pelo Condensador*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal De Santa Catarina, 2015. Citado na página 71.
- IACCARINO, G. Quantification of uncertainty in flow simulations using probabilistic methods. *VKI Lecture Series*, 2008. Citado na página 56.
- INMETRO. *Vocabulário Internacional de Metrologia - Conceitos Fundamentais e Gerais e Termos Associados*. 2012. Citado na página 28.
- ISO 3744. *Acoustics - Determination of sound power levels of noise sources using sound pressure - Engineering method in an essentially free field over a reflecting plane*. 1994. Citado 7 vezes nas páginas 15, 66, 67, 68, 69, 70 e 107.
- JENOVENCIO, G. *Assessing Design Robustness and Reliability using Optimization Techniques*. [S.l.], 2014. Citado na página 60.
- JOHNSON, M. E.; MOORE, L. M.; YLVISAKER, D. Minimax and maxmin distance design. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 1990. Citado na página 44.
- JUNIOR, A. B. C. Uncertainty quantification in computational predictive science. Short Course in 7th International Symposium on Uncertainty Modelling and Analysis. 2018. Citado na página 58.
- KALOS, M. H.; WHITLOCK, P. A. *Monte Carlo Methods*. [S.l.]: Wiley-VCH, 2008. Citado na página 60.
- KEIJNEN, J. P. C. et al. A user's guide to the brave new world of designing simulation experiments. *Inform's Journal on Computing*, 2005. Citado na página 40.
- KIAM, T. M. *Previsão da Contração e da Variação Dimensional em Componentes Injetados Através de Simulação Computacional*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Sao Carlos, 2014. Citado 3 vezes nas páginas 42, 45 e 46.
- KIM, S. J.; AND, K. S. O. S. G. K.; LEE, S. K. Excitation force analysis of a powertrain based on cae technology. *International Journal of Automotive Technology*, 2008. Citado na página 71.

- KINSLER, L. E. et al. *Fundamentals of Acoustics*. [S.l.]: Wiley-India, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 60 e 62.
- KOUROUSSIS, G. et al. Easymod: A matlab/scilab toolbox for teaching modal analysis. *19th International Congress on Sound and Vibration*, 2012. Citado na página 78.
- LENTH, R. V. Quick and easy analysis of unreplicated factorial. *Technometrics*, 1989. Citado 2 vezes nas páginas 54 e 55.
- LIU, W. K.; BELYTSCHKO, T.; MANI, A. Random field finite elements. *International Journal For Numerical Methods In Engineering*, 1986. Citado na página 56.
- MAIA, N. M. M.; SILVA, J. M. M. e. *Theoretical and Experimental Modal Analysis*. [S.l.]: Research Studies Press, 1997. Citado 2 vezes nas páginas 63 e 66.
- MARES, C.; MOTTORSHEAD, J. E.; FRISWELL, M. I. Stochastic model updating: Part 1 - theory and simulated example. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 57.
- MCKAY, M. D.; BECKMAN, R. J.; CONOVER, W. J. A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. *Technometrics*, 1979. Citado na página 44.
- MENEZES, F. M. *MSA Análise dos Sistemas de Medição*. [S.l.], 2013. Citado na página 31.
- MINITAB. *Getting Started with Minitab 17*. [S.l.], 2016. Citado na página 54.
- MLODINOW, L. *O Andar do Bêbado*. [S.l.]: Zahar, 2011. Citado na página 59.
- MONTGOMERY, D. C. *Design and Analysis of Experiments*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2012. Citado 17 vezes nas páginas 23, 27, 35, 36, 38, 39, 43, 44, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 53, 54 e 139.
- MOTTORSHEAD, J. E.; LINK, M.; FRISWELL, M. I. The sensitivity method in finite element model updating: A tutorial. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2010. Citado na página 56.
- MOURA, F. L. C. et al. SPC/TPA é mais do que uma ferramenta de diagnose. In: *5 Simpósio SAE BRASIL de Simulações Numéricas*. [S.l.: s.n.], 2015. Citado 2 vezes nas páginas 71 e 72.
- MYERS, R. H.; MONTGOMERY, D. C.; ANDERSON-COOK, C. M. *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2008. Citado 3 vezes nas páginas 44, 45 e 52.
- NBR ISO 2768-1. *Tolerâncias para Dimensões Lineares e Angulares Sem Indicação de Tolerância Individual*. 2001. Citado na página 56.
- NBR ISO 2768-2. *Tolerâncias Geométricas para Elementos Sem Indicação de Tolerância Individual*. 2001. Citado na página 56.
- NETO, G. M. *Análise da Contribuição das Forças Magnéticas no Comportamento Vibroacústico de um Compressor Alternativo*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2015. Citado na página 72.

OGATA, K. *Engenharia de Controle Moderno*. [S.l.]: Pearson Prentice Hall, 2010. Citado na página 46.

OLIVEIRA, L. P. R. et al. Loudness scattering due to vibro-acoustic model variability. *International Symposium on Uncertainty Quantification and Stochastic Modeling*, 2012. Citado na página 60.

PADILHA, P. E. F. *Comparação de Técnicas de Análise de Caminhos de Transferência Vibroacústicos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas, 2005. Citado na página 71.

PAHL, G. et al. *Projeto na Engenharia: Fundamentos do Desenvolvimento Eficaz de Produtos, Métodos e Aplicações*. 6. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 27.

PAIVA, A. P.; BALESTRASSI, P. P. Uma investigação sobre os coeficientes c_4 e c_5 das cartas de controle de shewhart $\bar{x}$ -barra e s . In: *XXII Encontro Nacional de Engenharia de Produção*. [S.l.: s.n.], 2002. Citado na página 30.

PATNAIK, P. B. The use of mean range as an estimator of variance in statistical tests. *Biometrika*, v. 37, n. 1-2, p. 78–87, 1950. Citado na página 33.

PEARSON, E. S. A further note on the distribution of range in samples taken from a normal population. *Biometrika*, v. 18, n. 1-2, p. 173–194, 1926. Citado na página 33.

PEARSON, E. S. The percentage limits for the distribution of range in samples from a normal population ($n \leq 100$). *Biometrika*, v. 24, n. 3-4, p. 404–417, 1932. Citado na página 33.

PEREIRA, I.; SHORTER, P. J.; CORDIOLI, J. A. *Internship Report - 1/3 (First of Three)*. [S.l.], 2010. Citado na página 23.

RAMM, A. J. *Procedimento de Calibração e Otimização Estrutural para um Gabinete de Refrigerador*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2007. Citado na página 46.

RANDAL, R. H. *An Introduction to Acoustic*. [S.l.]: Dover Publications, 2014. Citado na página 62.

REN, W.-X.; CHEN, H.-B. Finite element model updating in structural dynamics by using the response surface method. *Engineering Structures*, 2010. Citado na página 57.

RITTO, T. G.; SAMPAIO, R.; CATALDO, E. Timoshenko beam with uncertainty on the boundary conditions. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 56 e 59.

RODRIGUES, D. F. et al. Uncertainty quantification on a measurement system for experimental modal analysis. In: *23rd ABCM International Congress of Mechanical Engineering*. [S.l.: s.n.], 2015. Citado 3 vezes nas páginas 29, 31 e 33.

ROSS, W. et al. *Operational Excellence: Treinamento Black Belt*. [S.l.], 1995. Citado 9 vezes nas páginas 30, 31, 32, 34, 37, 39, 42, 52 e 93.

ROZENFELD, H. et al. *Gestão de Desenvolvimento de Produtos: Uma Referência para a Melhoria do Processo*. [S.l.]: Saraiva, 2006. Citado 3 vezes nas páginas 24, 27 e 71.

RUBINSTEIN, R. Y.; KROESE, D. P. *Simulation and the Monte Carlo Method*. [S.l.]: Wiley-Interscience, 2016. Citado na página 60.

SAMPAIO, R. Modelagem estocástica e quantificação de incertezas. Palestras do Congresso de Matemática Aplicada e Computacional do Sudeste. 2011. Citado na página 59.

SANDERS, D.; COLEMAN, J. Recognition and importance of restrictions on randomization in industrial experimentation. *Marcel Dekker Inc*, 2003. Citado na página 41.

SANDERS, D.; LEITNAKER, M. G.; MCLEAN, R. A. Randomized complete block designs in industrial studies. *Quality Engineering*, 2002. Citado na página 41.

SAS INSTITUTE INC. *JMP Design of Experiments Guide*. 10. ed. [S.l.], 2012. Citado na página 140.

SCHWARZ, B. J.; RICHARDSON, M. H. Experimental modal analysis. *CSI Reliability Week*, 1999. Citado na página 62.

SHAHSAVANI, D.; GRIMVALL, A. Variance-based sensitivity analysis of model outputs using surrogate models. *Environmental Modelling & Software*, 2011. Citado na página 40.

SHEWRY, M. C.; WYNN, H. P. Maximum entropy sampling. *Journal of Applied Statistics*, 1987. Citado na página 44.

SOEIRO, N. S. *Análise Modal Experimental*. [S.l.], 2001. Citado na página 62.

SOIZE, C. A nonparametric model of random uncertainties for reduced matrix models in structural dynamics. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2000. Citado 3 vezes nas páginas 24, 56 e 58.

SOIZE, C. Maximum entropy approach for modeling random uncertainties in transient elastodynamics. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2001. Citado na página 58.

SOIZE, C. Stochastic modeling of uncertainties in computational structural dynamics - recent theoretical advances. *Journal of Sound and Vibration*, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 56.

SOIZE, C. et al. Probabilistic model identification of uncertainties in computational models for dynamical systems and experimental validation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2008. Citado na página 58.

STURESSON, P.-O. Automotive NVH - methodology for future innovative product development. In: *Proceedings of International Conference on Noise and Vibration Engineering (ISMA2018)*. [S.l.: s.n.], 2018. p. 17–28. Citado na página 71.

TAGUCHI, G. *Introduction to Quality Engineering: Designing Quality into Products and Processes*. [S.l.]: Quality Resources, 1986. Citado na página 46.

VAN DER AUWERAER, H. et al. Virtual prototyping for sound quality design of automobiles. *Sound and Vibration*, 2007. Citado na página 23.

VAN DER AUWERAER, H.; LEURIDAN, J. A new testing paradigm for today's product development process. *Sound And Vibration*, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 71.

VANMARCKE, E.; GRIGORIU, M. Stochastic finite element analysis of simple beams. *American Society of Civil Engineers*, v. 109, n. 5, p. 12, 1983. Citado na página 56.

VAROTO, P. S. Notas de aula. SEM 5766 Análise Modal de Estruturas. 2013. Citado 2 vezes nas páginas 62 e 66.

WERKEMA, C. *Avaliação de Sistemas de Medição*. [S.l.]: Campos, 2011. Citado na página 28.

WHEELER, D. J.; CHAMBERS, D. S. *Understanding Statistical Process Control*. [S.l.]: SPC, 2010. Citado na página 29.

WHEELER, D. J.; LYDAY, R. W. *Evaluation the Measurement Process*. [S.l.]: SPC, 1989. Citado 4 vezes nas páginas 29, 31, 32 e 33.

Anexos

ANEXO A – Estrutura de Confundimento de DOE Fracionados

A estrutura de confundimento de um experimento planejado é gerada utilizando uma Matriz Geradora, que varia com o número de fatores e a resolução do DOE. A Figura 69 mostra a matriz geradora do experimento ilustrado na Figura 65, com 5 fatores e resolução V, entretanto o procedimento de geração de confundimentos podem ser aplicados aos outros experimentos (MONTGOMERY, 2012).

Change Generating Rules		
Factors	E	F
A	☐	☒
B	☒	☐
C	☒	☒
D	☒	☒

Figura 69: Matriz geradora de um experimento 2^{5-1}_V

Seguindo a coluna F para os fatores com as caixas marcados, tem-se como confundimento

$$F = ACD. \quad (\text{A.1})$$

Como os fatores são vetores coluna compostos por -1 ou 1, qualquer fator ao quadrado resulta em um vetor identidade. Assim pode-se pré-multiplicar a Equação (A.1) por A de forma a se obter

$$\begin{aligned} AF &= A \cdot ACD \\ AF &= A^2CD \\ AF &= CD. \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Seguindo o mesmo procedimento é possível formar outros confundimentos

$$\begin{aligned} AC &= DF, \\ AD &= CF. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

A última interação do modelo é gerada por meio da igualdade dos fatores com as caixas não marcadas, portanto

$$AB = EF. \quad (\text{A.4})$$

Seguindo os passos descritos para todas as linhas e colunas é possível gerar para todos os fatores do experimento tendo a matriz geradora. A Figura 70 mostra esta matriz para os experimentos das Figuras 51 e 56, enquanto a Figura 71 mostra esta matriz para o experimento das Figura 40.

Change Generating Rules				
Factors	E	F	G	H
A	☐	☒	☒	☒
B	☒	☐	☒	☒
C	☒	☒	☐	☒
D	☒	☒	☒	☐

Figura 70: Matriz geradora de um experimento 2_{IV}^{8-4}

Change Generating Rules											
Factors	G	H	I	J	L	M	N	O	P	Q	R
A	☒	☐	☐	☒	☐	☒	☐	☐	☒	☒	☒
B	☒	☐	☒	☐	☒	☐	☒	☒	☒	☐	☒
C	☒	☒	☐	☐	☒	☒	☒	☒	☐	☒	☐
D	☒	☒	☒	☒	☐	☐	☒	☒	☒	☒	☐
E	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☐	☒	☐	☐	☐
F	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☐	☐	☒	☒

Figura 71: Matriz geradora de um experimento 2_{IV}^{17-11}

É possível alterar a combinação de fatores de maneira a gerar diferentes estruturas de confundimento, na maneira mostrada a combinação é escolhida de maneira a produzir o desenho com a menor aberração (*Minimum Aberration Design*), entretanto outras estratégias são possíveis (SAS INSTITUTE INC., 2012).

ANEXO B – Teste de Médias para o Ruído do Conjunto Mecanismo e para o Motor Isolado

Figura 72: Teste de médias para o Conjunto Mecanismo e motor isolado de 100 Hz a 630 Hz em banda de 1/3 de oitava

Figura 73: Teste de médias para o Conjunto Mecanismo e motor isolado de 800 Hz a 10000 Hz em banda de 1/3 de oitava