TATIANE CORRÊA DE GODOY

**PROJETO, OTIMIZAÇÃO E ANÁLISE DE INCERTEZAS DE UM
DISPOSITIVO COLETOR DE ENERGIA PROVENIENTE DE VIBRAÇÕES
MECÂNICAS UTILIZANDO TRANSDUTORES PIEZELÉTRICOS E
CIRCUITO RESSONANTE**

Tese apresentada à escola de Engenharia de
São Carlos da Universidade de São Paulo,
como parte dos requisitos para a obtenção do
título de Doutora em Engenharia Mecânica.

São Carlos
2012

TATIANE CORRÊA DE GODOY

**PROJETO, OTIMIZAÇÃO E ANÁLISE DE INCERTEZAS DE UM
DISPOSITIVO COLETOR DE ENERGIA PROVENIENTE DE VIBRAÇÕES
MECÂNICAS UTILIZANDO TRANSDUTORES PIEZELÉTRICOS E
CIRCUITO RESSONANTE**

Tese apresentada à escola de Engenharia de
São Carlos da Universidade de São Paulo,
como parte dos requisitos para a obtenção do
título de Doutora em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Dinâmica de Máquinas
e Sistemas

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Areias Trindade

São Carlos
2012

ESTE EXEMPLAR TRATA-SE DA
VERSÃO CORRIGIDA. A VERSÃO
ORIGINAL ENCONTRA-SE
DISPONÍVEL JUNTO AO
DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA MECÂNICA DA
EESC-USP.

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

G588p Godoy, Tatiane Corrêa de
PROJETO, OTIMIZAÇÃO E ANÁLISE DE INCERTEZAS DE UM
DISPOSITIVO COLETOR DE ENERGIA PROVENIENTE DE VIBRAÇÕES
MECÂNICAS UTILIZANDO TRANSDUTORES PIEZELÉTRICOS E
CIRCUITO RESSONANTE. / Tatiane Corrêa de Godoy;
orientador Marcelo Areias Trindade. São Carlos, 2012.

Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Mecânica e Área de Concentração em Dinâmica
de Máquinas e Sistemas -- Escola de Engenharia de São
Carlos da Universidade de São Paulo, 2012.

1. Power / Energy harvesting. 2. Coleta e
armazenamento de energia. 3. Materiais e dispositivos
piezelétricos. 4. Circuitos shunt/ressonantes. 5.
Modelagem estocástica. 6. Análise de incertezas. 7.
Otimização topológica. 8. Vibrações mecânicas. I.
Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidata: Bacharel e Licenciada **TATIANE CORRÊA DE GODOY**.

Título da tese: "Projeto, otimização e análise de incertezas de um dispositivo coletor de energia proveniente de vibrações mecânicas utilizando transdutores piezelétricos e circuito ressonante".

Data da defesa: 05/11/2012

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Associado **Marcelo Areias Trindade (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Aprovado

Prof. Titular **Paulo Sergio Varoto**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Aprovado

Prof. Titular **Emilio Carlos Nelli Silva**
(Escola Politécnica/USP)

APROVADO

Prof. Dr. **Domingos Alves Rade**
(Universidade Federal de Uberlândia/UFU)

APROVADO

Prof. Dr. **Renato Pavanello**
(Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP)

APROVADO

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica:
Prof. Associado **Marcelo Areias Trindade**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Titular **Denis Vinicius Coury**

*Dedicado aos meus sobrinhos
Ramon, Ana Carolina, Rafaela e Ana Laura*

Agradecimentos

Agradeço em primeiro lugar, ao professor Marcelo, pela oportunidade e grande aprendizagem ao longo de todos esses anos de minha pós-graduação. Agradeço também pela paciência, bondade e motivação nos momentos mais difíceis na realização deste trabalho. Sem sua valiosa ajuda, eu certamente não teria chegado até aqui. Sua enorme competência e profissionalismo sempre me inspirarão na minha carreira, seja qual for o caminho a ser trilhado daqui em diante.

Aos professores responsáveis pelos projetos Pró-Engenharias, Análise de incertezas em dinâmica e controle de estruturas flexíveis, e CAPES-COFECUB, Dinâmica não-linear e modelagem estocástica, em especial, ao professor Rubens Sampaio da PUC-RJ, agradeço por ter participado dos Mini-Cursos, encontros, Congressos, e doutorado-sanduiche, que foram assaz enriquecedores na minha vida profissional e pessoal, e nos quais pude fazer novos amigos.

Ao professor Jean-François Deü, agradeço a imensa e inesquecível oportunidade de trabalhar em terras estrangeiras. A hospitalidade e benevolência com que fui recebida, já fazem parte das minhas melhores memórias do doutorado. Agradeço também ao professor Roger Ohayon, em especial ao compatriota Luciano Pereira da Silva por todo apoio, e a todos os pesquisadores, estudantes e funcionários do Laboratoire de Mécanique des Structures et des Systèmes Couplés (LMSSC) do CNAM, Paris, que tornaram minha estadia tão mais prazerosa.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), agradeço o apoio financeiro concedido por meio de uma bolsa de doutorado no Brasil, e na França através de projeto CAPES-COFECUB.

Agradeço o apoio dos amigos ao longo desses anos, Carlos do Carmo Paganini Junior, aos equatorianos do Laboratório de Dinâmica Ricardo Alvarez, em especial, ao amigo Diego Calero Arellano, por sua grande ajuda com as Figuras 3.1, 3.7, 5.1 e 5.11. Agradeço também os funcionários da EESC-USP, em especial à Cristina, Xina, Iara e Ana Paula.

Agradeço à minha família, à família Ito, e a todos àqueles que contribuíram direta ou indiretamente nesse fascinante e ao mesmo tempo árduo percurso para a realização deste trabalho. Todos foram muito importantes! Eternizo aqui minha gratidão!

“Navegar é preciso, viver não é preciso.”

Fernando Pessoa

Resumo

GODOY, T.C. **Projeto, otimização e análise de incertezas de um dispositivo coletor de energia proveniente de vibrações mecânicas utilizando transdutores piezelétricos e circuito ressonante.** 141 p. Tese de Doutorado - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.

O uso de materiais piezelétricos no desenvolvimento de dispositivos para o aproveitamento de energia provinda de vibrações mecânicas, *Energy Harvesting*, tem sido largamente estudado na última década. Materiais piezelétricos podem ser encontrados na forma de finas camadas ou pastilhas, sendo facilmente integradas a estruturas sem aumento significativo de massa. A conversão de energia mecânica em energia elétrica se dá graças ao acoplamento eletromecânico dos materiais piezelétricos. A maioria das publicações encontradas na literatura exploram o uso de dispositivos eletromecânicos ressonantes, sintonizados na frequência de operação da estrutura, maximizando assim, a energia elétrica de saída dada uma certa condição de operação. O desempenho desses dispositivos ressonantes para coletar e armazenar energia é altamente dependente da adequada sintonização da sua frequência de ressonância com a frequência de operação do sistema/estrutura. Este trabalho apresenta o projeto, otimização e análise de incertezas de um dispositivo coletor/armazenador de energia que consiste em uma placa sob duas condições de contorno, engastada-livre (EL) e deslizante-livre (DL), com massa sísmica e materiais piezelétricos conectados a um circuito shunt. Um modelo em elementos finitos de placa laminada piezelétrica conectada a circuitos R e RL é utilizado combinando as teorias de camada equivalente e deformação de cisalhamento de primeira ordem. A disposição/quantidade de material piezelétrico bem como a massa sísmica acoplados à estrutura foram otimizadas utilizando-se um Algoritmo Genético, levando em conta análises mecânica (modelo mecânico, geometria, peso) e elétrica (modelo elétrico, circuito armazenador). Além disso, o efeito de incertezas dos parâmetros dielétrico e piezelétrico do transdutor, e da indutância elétrica ligada em série ao circuito coletor/armazenador de energia foi estudado. Os resultados indicam que a inclusão de uma indutância sintética ao circuito pode melhorar a coleta de energia em uma banda de frequência e, ainda, que a otimização geométrica pode reduzir a quantidade de material piezelétrico sem no entanto diminuir significativamente a energia gerada.

Palavras-chave: Dispositivo gerador de energia, materiais piezelétricos, circuito shunt ressonante, vibrações mecânicas, análise de incertezas, otimização topológica, power/energy harvesting.

Abstract

GODOY, T.C. **Design, optimization and uncertainty analysis of a mechanical vibration energy harvesting device using piezoelectric transducers and resonant circuit.** 141 p. Doctoral Thesis - São Carlos School of Engineering, University of São Paulo, São Carlos, 2012.

The use of piezoelectric materials in the development of devices to harvest energy from mechanical vibrations (Energy Harvesting) has been widely studied in the last decade. Piezoelectric materials can be found in the form of thin layers or patches easily integrated into structures without significant mass increase. The conversion of mechanical energy into electric power is provided by the electromechanical coupling of piezoelectric materials. Most publications in the literature explore the use of resonant electromechanical devices, tuned to the operating frequency of the host structure, thus maximizing the power output given a certain operating condition. The performance of these resonant devices to harvest and store energy is highly dependent on the proper tuning of its resonance frequency with the operation frequency of the system/structure. This work presents a design, optimization and uncertainty analysis of energy harvester device consisting of a plate with tip mass and piezoelectric materials connected to shunt circuits. Two boundary conditions are used for the plate, cantilever (EL) and sliding-free (DL). A coupled finite element model with R and RL circuits, combining equivalent single layer and first order shear deformation theories, was used. The distribution and volume of piezoelectric material and the tip mass coupled to the structure were optimized using a Genetic Algorithm, accounting for both mechanical (mechanical model, geometry, weight) and electric (electric model, storer circuit) analyses. Furthermore, the effect of uncertainties of transducer dielectric and piezoelectric constants and electric inductance connected in series with harvesting circuit was studied. The results indicate that the inclusion of a synthetic inductance can improve energy harvesting performance over a frequency range and also that the geometric optimization may reduce the piezoelectric material volume without diminishing significantly the harvested energy.

Keywords: Power/Energy Harvesting devices, piezoelectric materials, resonant shunt circuit, mechanical vibrations, topology optimization, uncertainty analysis.

Sumário

Resumo	I
Abstract	III
1 Introdução	25
1.1 Motivação	25
1.2 Pesquisa bibliográfica	27
1.2.1 Geração de energia usando materiais piezelétricos	27
1.2.2 Características gerais de dispositivos geradores de energia e seus circuitos elétricos	32
1.2.3 Modelagem de dispositivos	34
1.2.4 Otimização da geração de energia	37
1.3 Objetivo	38
1.4 Organização da Tese	39
2 Modelagem do dispositivo gerador de energia	41
2.1 Modelagem de placa com camadas pieze- létricas	41
2.1.1 Equações constitutivas para materiais pieze- létricos	44
2.1.2 Princípio de Hamilton	47
2.2 Formulação por elementos finitos	49
2.2.1 Discretização do campo de deslocamento	49
2.2.2 Discretização do campo de deformações	52
2.2.3 Discretização dos deslocamentos elétricos	53
2.2.4 Discretização dos trabalhos virtuais	54
2.2.5 Equações de movimento	57
2.2.6 Acoplamento de um circuito RL à estrutura	57
3 Estimativa de corrente elétrica induzida no circuito	61
3.1 Avaliação das respostas em frequência mecânica e elétrica	62
3.2 Resultados de desempenho na geração de corrente elétrica	69
3.2.1 Resultados de desempenho para uma placa engastada-livre . . .	69
3.2.2 Resultados de desempenho para uma placa deslizando-livre . . .	78
4 Inclusão de incertezas no modelo	85
4.1 Modelagem estocástica para quantificação de incertezas	85
4.2 Quantificação de incertezas para uma placa engastada-livre	86
4.2.1 Resultados da quantificação de incertezas para uma placa engastada-livre	87

4.3	Quantificação de incertezas para uma placa deslizando-livre	94
4.3.1	Resultados da quantificação de incertezas para uma placa deslizando-livre	95
5	Otimização da geração de energia	101
5.1	Otimização geométrica das pastilhas piezo- létricas	101
5.2	Estratégia de otimização para a placa engastada-livre	101
5.2.1	Função objetivo para classificar o desempenho em termos de energia armazenável	105
5.2.2	Resultados de otimização geométrica para placa EL	106
5.3	Estratégia de otimização para uma placa deslizando-livre	113
5.3.1	Resultados de otimização geométrica para placa DL	115
6	Conclusões e trabalhos futuros	123
	Lista de publicações	127
	Referências bibliográficas	129
	Apêndice	139

Lista de Figuras

1.1	<i>Avanço tecnológico de componentes eletrônicos na década de 90, baseado em (PARADISO; STARNER, 2005).</i>	26
1.2	<i>Célula elementar de uma cerâmica PZT (NOVOTNY; RONKANEN, 2004).</i>	27
1.3	<i>Ilustração do efeito piezelétrico em cerâmica PZT. a) Perfil da estrutura molecular de uma célula PZT sem perturbação, b) Deformação de dipolos na célula devido à aplicação de uma força F, c) Neutralização do efeito de polarização através do fluxo de elétrons em eletrodos, vista de perfil da cerâmica PZT (COOK-CHENNAULT et al., 2008).</i>	28
1.4	<i>Piezeletricidade: A companhia israelense Innowattech pretende transformar o tráfego da hora do rush em fonte de eletricidade (G1.GLOBO.COM, 2009).</i>	29
1.5	<i>Piezeletricidade: Em Tokyo, a plataforma de duas estações de metrô foram transformadas para geração de energia através dos passos dos pedestres (RYALL, 2008).</i>	31
1.6	<i>Japão: "A energia da torcida". Plataformas geradoras de energia colocadas num estádio de futebol (G1.GLOBO.COM, 2010; JAPANFS.ORG, 2010).</i>	31
1.7	<i>Viga engastada com massa sísmica em sua extremidade livre (baseado em PRIYA; INMAN, Cap.1, 2009).</i>	32
1.8	<i>Dispositivo gerador de energia multi-modal, piezelétrico e eletromagnético (esquerda) e vista isométrica do protótipo (direita) (TADESSE; ZHANG; PRIYA, 2009).</i>	35
1.9	<i>Potência gerada pelo sistema eletromagnético (eixo y, esquerda) e por transdutor piezelétrico (eixo y, direita), no do gerador de energia multi-modal (TADESSE; ZHANG; PRIYA, 2009).</i>	36
2.1	<i>Placa laminada com as possíveis configurações de campo elétrico aplicadas aos PZTs com polarização P_3 e seus possíveis comportamentos dinâmicos.</i>	43
2.2	<i>Elemento finito retangular com quatro nós e eixo cartesiano baricêntrico.</i>	49
2.3	<i>Funções de Lagrange vistas espacialmente (Reddy, 1999).</i>	50
2.4	<i>Perfil da placa.</i>	55
3.1	<i>Placa engastada-livre com duas piezocerâmicas conectadas a circuito elétrico coletor/armazenador de energia.</i>	71
3.2	<i>Amplitude da resposta em frequência entre força e velocidade transversal próximas ao engaste (EL).</i>	74
3.3	<i>Amplitude da resposta em frequência entre força transversal próxima ao engaste e corrente elétrica no circuito (EL).</i>	75

3.4	<i>Corrente elétrica média por unidade de força induzida no circuito para diferentes bandas de frequência (EL).</i>	76
3.5	<i>Amplitude da resposta em frequência entre corrente elétrica no circuito e velocidade transversal (EL).</i>	77
3.6	<i>Amplitude da resposta em frequência da potência efetiva (EL).</i>	77
3.7	<i>Placa deslizante-livre com duas piezocerâmicas conectadas a circuito elétrico para armazenamento de energia.</i>	79
3.8	<i>Amplitude da resposta em frequência entre força e velocidade transversal no lado deslizante da placa (DL).</i>	81
3.9	<i>Amplitude da resposta em frequência entre força transversal próxima ao engaste e corrente elétrica no circuito (DL).</i>	81
3.10	<i>Corrente elétrica média por unidade de força induzida no circuito para diferentes bandas de frequência (DL).</i>	82
3.11	<i>Amplitude da resposta em frequência entre corrente elétrica no circuito e velocidade transversal (DL).</i>	84
3.12	<i>Amplitude da resposta em frequência da potência efetiva (DL).</i>	84
4.1	<i>Convergência média quadrática de Simulação Monte Carlo com variáveis estocásticas: (a) constante dielétrica β_{33}^e, (b) constante piezelétrica h_{31}, (c) indutância elétrica L e (d) todas as variáveis simultaneamente (EL).</i>	87
4.2	<i>Valor médio (linha) e intervalos de confiança (faixa) para $G_{IF}(\omega)$ (a), $G_{IV}(\omega)$ (b) and $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$ (c) para os circuitos resistivo (R) e ressonante (RL) e incerteza na constante dielétrica β_{33}^e (EL).</i>	90
4.3	<i>Valor médio (linha) e intervalos de confiança (faixa) para $G_{IF}(\omega)$ (a), $G_{IV}(\omega)$ (b) and $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$ (c) para os circuitos resistivo (R) e ressonante (RL) e incerteza na constante piezelétrica h_{31} (EL).</i>	91
4.4	<i>Valor médio (linha) e intervalos de confiança (faixa) para $G_{IF}(\omega)$ (a), $G_{IV}(\omega)$ (b) e $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$ (c) para os circuitos resistivo (R) e ressonante (RL) e incerteza na indutância L associada ao circuito coletor (EL).</i>	92
4.5	<i>Valor médio (linha) e intervalos de confiança (faixa) para $G_{IF}(\omega)$ (a), $G_{IV}(\omega)$ (b) and $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$ (c) para os circuitos resistivo (R) e ressonante (RL) e incertezas nas constantes dielétrica β_{33}^e e piezelétrica h_{31}, e na indutância do circuito elétrico L (EL).</i>	93
4.6	<i>Convergência média quadrática de Simulação Monte Carlo utilizando-se como variáveis estocásticas: (a) constante dielétrica β_{33}^e, (b) constante piezelétrica h_{31}, (c) indutância elétrica L e (d) todas as variáveis simultaneamente (DL).</i>	94
4.7	<i>Valor médio (linha) e intervalos de confiança (faixa) para $G_{IF}(\omega)$ (a), $G_{IV}(\omega)$ (b) and $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$ (c) para os circuitos resistivo (R) e ressonante (RL) e incerteza na constante dielétrica β_{33}^e (DL).</i>	97
4.8	<i>Valor médio (linha) e intervalos de confiança (faixa) para $G_{IF}(\omega)$ (a), $G_{IV}(\omega)$ (b) and $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$ (c) para os circuitos resistivo (R) e ressonante (RL) e incerteza na constante piezelétrica h_{31} (DL).</i>	98
4.9	<i>Valor médio (linha) e intervalos de confiança (faixa) para $G_{IF}(\omega)$ (a), $G_{IV}(\omega)$ (b) and $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$ (c) para os circuitos resistivo (R) e ressonante (RL) e incerteza na indutância elétrica L (DL).</i>	99

4.10	Valor médio (linha) e intervalos de confiança (faixa) para $G_{IF}(\omega)$ (a), $G_{IV}(\omega)$ (b) and $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$ (c) para os circuitos resistivo (R) e ressonante (RL) e incertezas nas constantes dielétrica β_{33}^e e piezelétrica h_{31} , e na indutância do circuito elétrico L (DL).	100
5.1	40 posições possíveis sobre o substrato para 20 pastilhas piezelétricas selecionadas (EL).	102
5.2	Representação de uma configuração geométrica arbitrária contendo 20 pastilhas piezelétricas para placa EL.	103
5.3	Exemplos de configurações geométricas potencialmente ótimas (EL).	107
5.4	Configuração geométrica ótima que conduz à corrente elétrica máxima de saída de 27,0 $\mu A/N$ em uma banda de frequência de 10 Hz para o circuito R e 32,3 $\mu A/N$ para o circuito RL (EL).	107
5.5	Configurações geométricas ótima simetrizadas. Corrente elétrica média de saída para o circuito R em uma banda de 10 Hz: a) 26.9 $\mu A/N$, b) 26.2 $\mu A/N$ (EL).	109
5.6	Amplitude da resposta em frequência entre velocidade e força transversal próxima ao engaste para a configuração ótima de 20 pastilhas (EL).	110
5.7	Amplitude da resposta em frequência entre corrente elétrica no circuito e força transversal próxima ao engaste para a configuração ótima de 20 pastilhas (EL).	110
5.8	Corrente elétrica média induzida no circuito por unidade de força para diferentes bandas de frequência para a configuração ótima de 20 pastilhas (EL).	111
5.9	Amplitude da resposta em frequência da corrente elétrica no circuito por unidade de velocidade próxima ao engaste para a configuração ótima de 20 pastilhas (EL).	112
5.10	Amplitude da resposta em frequência da razão entre as potências de entrada e saída para a configuração ótima de 20 pastilhas (EL).	112
5.11	55 posições possíveis sobre o substrato para 30 pastilhas piezelétricas selecionadas (DL).	114
5.12	Representação de uma configuração geométrica arbitrária contendo 30 pastilhas piezelétricas para placa deslizante-livre.	115
5.13	Configuração geométrica ótima que conduz à corrente elétrica máxima de saída de 3,1 mA/N em uma banda de frequência de 20 Hz para o circuito R e 4,5 mA/N para o circuito RL (DL).	116
5.14	Configuração geométrica ótima simetrizada que conduz à corrente elétrica máxima de saída de 3,0 mA/N em uma banda de frequência de 20 Hz para o circuito R (DL).	116
5.15	Amplitude da resposta em frequência entre força e velocidade transversal no lado deslizante da placa para a configuração ótima de 30 pastilhas (DL).	119
5.16	Amplitude da resposta em frequência entre corrente elétrica no circuito e força transversal no lado deslizante da placa para a configuração ótima de 30 pastilhas (DL).	119
5.17	Corrente elétrica média induzida no circuito por unidade de força para diferentes bandas de frequência para a topologia ótima de 30 pastilhas (DL).	120

5.18 Amplitude da resposta em frequência da corrente elétrica no circuito por unidade de velocidade no lado deslizante para a topologia ótima.	121
5.19 Amplitude da resposta em frequência da potência efetiva.	121

Lista de Tabelas

3.1	<i>Parâmetros obtidos para o dispositivo e circuitos R e RL (EL).</i>	73
3.2	<i>Corrente média induzida no circuito ($\mu\text{A}/N$) por banda de frequência (EL).</i>	76
3.3	<i>Parâmetros obtidos para o dispositivo e circuitos R e RL (DL).</i>	80
3.4	<i>Corrente média induzida no circuito (mA/N) por banda de frequência (DL).</i>	82
5.1	<i>Parâmetros obtidos para o dispositivo e circuitos R e RL para pastilhas piezelétricas na configuração geométrica ótima comparados aos obtidos para as pastilhas inteiras (EL).</i>	109
5.2	<i>Corrente média induzida no circuito ($\mu\text{A}/N$) por banda de frequência (EL).</i>	111
5.3	<i>Parâmetros obtidos para o dispositivo e circuitos R e RL para pastilhas piezelétricas na configuração geométrica ótima comparados aos obtidos para as pastilhas inteiras (DL).</i>	117
5.4	<i>Corrente média induzida no circuito (mA/N) por banda de frequência (DL).</i>	120
1	<i>Cinco primeiras frequências naturais adimensionais para a placa híbrida (PZT-4 / GE 0° / GE 90° / GE 0° / PZT-4) em SC.</i>	140
2	<i>Cinco primeiras frequências naturais adimensionais para a placa híbrida (PZT-4 / GE 0° / GE 90° / GE 0° / PZT-4) em OC.</i>	140

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

O termo *Energy Harvesting* (colheita de energia), também conhecido como *Power Harvesting* (colheita de potência) ou *Energy Scavenging* (coleta de energia), define o processo no qual energia é capturada, de diversas fontes no ambiente, e armazenada. Dispositivos com esta habilidade têm atraído muito interesse nos setores militar e comercial especialmente nos últimos 5 anos, o que tem propiciado um crescente e rápido interesse nesta área de pesquisa. A energia elétrica gerada pode ser utilizada para diversos fins, como por exemplo, o envio de um pulso de ondas guiadas para monitoramento da integridade estrutural de um dado sistema físico ou para alimentar um micro-dispositivo (GUYOMAR; LALLART, 2009; COOK-CHENNAULT; THAMBI; SASTRY, 2008b; FENG, 2007).

Existem diversas fontes para aproveitamento de energia, tais como energia mecânica (de vibração ou movimento), energia solar, térmica, eólica e gradientes de salinidade. Tradicionalmente, grande parte da energia elétrica utilizada mundialmente é obtida da queima de combustíveis fósseis. Em áreas urbanas existe uma surpreendente quantidade de energia eletromagnética no ambiente como resultado das transmissões de rádios e televisões. Deste modo, as transmissoras de rádio poderiam ser uma possível fonte de energia, contudo, uma grande área de coleta de radiação ou uma grande proximidade de fontes transmissoras seria necessário para se obter níveis de energia em quantidade suficiente. A energia ambiente (vibrações, solar, eólica, térmica, etc) aproveitável é altamente disponível, entretanto, em grande escala é até o presente, de difícil armazenamento. Assim, este termo tem sido geralmente empregado para pequenos dispositivos autônomos que poderiam gerar energia em quantidade pequena mas suficiente para prover auto-alimentação (COOK-CHENNAULT et al., 2008; GUYOMAR et al., 2007).

A geração de energia elétrica através do aproveitamento de energia de diversas fontes e provenientes dos mais diversos equipamentos tem sido alvo de inúmeros grupos de pesquisa. Diferentes equipamentos têm sido analisados, tais como: lavadoras, secadoras, microondas (COOK-CHENNAULT et al., 2008), compressor de um automóvel (SODANO; INMAN; PARK, 2005b), etc. Alguns sistemas convertem a energia mecânica de movimentos aleatórios, como por ex. ondas marítimas, em eletricidade para ser utilizada por sensores de monitoramento oceanográfico para operações autônomas (ALLEN; SMITS, 2001). A energia também pode ser capturada para pequenos sensores autônomos tais como aqueles desenvolvidos utilizando tecnologia MEMS, *Micro Electro-Mechanical Systems*, (COOK-CHENNAULT; THAMBI; SASTRY, 2008b). Esses sistemas são geralmente muito pequenos e requerem pouca energia, mas suas aplicações são limitadas à energia da bateria. A energia reciclada da vibração do ambiente, do calor ou luz, poderia permitir aos chamados sensores inteligentes (*smart sensors*) funcionarem indefinitivamente.

Figura 1.1: Avanço tecnológico de componentes eletrônicos na década de 90, baseado em (PARADISO; STARNER, 2005).

Por outro lado, o uso de equipamentos eletrônicos portáteis e sem fio culminou no avanço tecnológico de diversos componentes eletrônicos na década de 90, porém, a investigação e desenvolvimento das fontes de energia desses equipamentos, as baterias, permaneceu praticamente estagnada, como mostra a Figura 1.1 (PARADISO; STARNER, 2005). Contudo, com o aumento do desempenho destes equipamentos, o consumo de energia de funcionamento aumentou. Hoje, diversos estudos têm sido

realizados para a criação e desenvolvimento de baterias de longa duração ou auto-recarregáveis a partir do próprio funcionamento do equipamento, de energias que não são aproveitadas, como as vibrações mecânicas e o calor gerado no funcionamento do equipamento (ANTON; SODANO, 2007).

Na seção seguinte, uma revisão bibliográfica específica ao tema de geração de energia usando dispositivos piezelétricos ressonantes é apresentada com o intuito de identificar os principais desafios e as metodologias apropriadas para o estudo do tema.

1.2 Pesquisa bibliográfica

1.2.1 Geração de energia usando materiais piezelétricos

O efeito piezelétrico foi descoberto em 1880 em cristais de quartzo e consiste basicamente na conversão de energia mecânica em elétrica, efeito direto. O efeito inverso foi previsto em 1881 (IKEDA, 1990). Esses efeitos consistem no aparecimento de um campo elétrico quando o material é deformado (direto) e numa deformação quando um campo elétrico é aplicado (inverso). A descoberta do efeito piezelétrico em cerâmicas ferroelétricas nos anos 50 marcou o início da utilização e estudo desses materiais para fins de uso como transdutores (EIRAS, 2004). Dentre eles, o material mais conhecido é o zirconato titanato de chumbo, uma cerâmica com fórmula $Pb[Zr_xTi_{1-x}]O_3$, $0 \leq x \leq 1$. Na Figura 1.2, é apresentado uma célula elementar de um PZT.

Figura 1.2: Célula elementar de uma cerâmica PZT (NOVOTNY; RONKANEN, 2004).

Os materiais piezocerâmicos pertencem à classe dos materiais ferroelétricos e são isotrópicos quando produzidos. Uma cerâmica é um conglomerado de pequenos cristais unidos aleatoriamente. Quando esfriamos uma cerâmica partindo de seu estado paraelétrico de alta temperatura para o estado ferroelétrico, a célula unitária se

deforma. Em geral sofre um estiramento na direção do eixo polar. A tensão intergranular é minimizada pela formação de domínios ou regiões, dentro de cada grão, os quais têm uma orientação comum dada pelos dipolos espontâneos. Assim, é necessária a aplicação de altos campos elétricos da ordem de KV/mm para a criação de uma orientação de polarização macroscópica, análogo ao processo de magnetização de um ímã permanente. Durante o processo de fabricação é possível escolher a direção dessa polarização. Após, a cerâmica fica com um momento dipolar líquido e responde linearmente a um campo elétrico ou a uma tensão mecânica como se fosse um monocristal. Este estado é metaestável podendo variar com o tempo, aumento da temperatura e se sob aplicação de altos campos elétricos ou pressão, valores que devem ser abaixo dos valores necessários para inverter o eixo polar. Uma representação esquemática do efeito piezelétrico é apresentada na Figura 1.3.

De modo geral, a escolha do material piezelétrico para a aplicação tecnológica é feita a partir do conhecimento das propriedades elásticas, dielétricas e piezelétricas da cerâmica, condições que determinarão a eficiência do material no sistema. Materiais piezelétricos têm sido utilizados principalmente como sensores em uma variedade de dispositivos como acelerômetros, microfones, fotocélulas, etc. Mais recentemente, o conceito de amortecimento resistivo (circuitos shunt) foi desenvolvido, no qual a saída elétrica do material piezelétrico, além do efeito sensor, é utilizada com o propósito de amortecer a estrutura (LESIEUTRE, 1998).

Figura 1.3: Ilustração do efeito piezelétrico em cerâmica PZT. a) Perfil da estrutura molecular de uma célula PZT sem perturbação, b) Deformação de dipolos na célula devido à aplicação de uma força F , c) Neutralização do efeito de polarização através do fluxo de elétrons em eletrodos, vista de perfil da cerâmica PZT (COOK-CHENNAULT et al., 2008).

Materiais piezelétricos produzem pouca energia elétrica, da ordem de milivolts (SODANO; PARK; INMAN, 2004), sendo portanto interessantes em sistemas onde essa quantidade de energia seja suficiente. Portanto, não são bons geradores de energia elétrica em alta escala, pois existem diversas formas de se gerar energia elétrica eficientemente com outros materiais e métodos. Quando poucos volts são requeri-

dos, como por exemplo para acender uma pequena lanterna, o dínamo mostra-se como uma forma eficiente e barata. Quando grande quantidade de energia é requerida, por exemplo, para iluminação de cidades e indústrias, a maior parte da energia mundial é gerada pela queima de combustíveis fósseis em usinas termoeletricas, sendo a energia nuclear a segunda mais utilizada (DYNAMIC-EWS, 2010; ECONOMIST, 2008). Porém, o intuito de se usar materiais piezelétricos para a geração de energia é que como já utilizados como sensor e/ou atuador, poderiam também desempenhar a função de gerar energia, já que o material piezelétrico apresenta-se na forma de filmes finos ou pastilhas, sendo altamente empregado por ser facilmente acoplado à estruturas, não agregando aumento de peso e por seu desempenho já conhecido no controle de vibrações estruturais. A energia poderia ser utilizada para geração do próprio sinal do sensor, eliminando a necessidade do uso de bateria adicional para realimentar por exemplo, um sistema de controle. Além do interesse para que o material piezelétrico tenha dupla funcionalidade, como sensor e gerador de energia, há também o de miniaturização da fonte de energia dos dispositivos, como citado anteriormente. Em muitos casos como monitoramento de estruturas, sistemas GPS e sensores wireless, a energia fornecida para o funcionamento destes sensores e diversos dispositivos eletrônicos provém de baterias. Essa fonte de energia, além do tempo de vida limitado, torna o sensor inútil até sua substituição, acarreta custos e, em alguns casos as baterias podem ser insubstituíveis, como no caso de aplicações em locais remotos ou em infraestrutura civil.

Figura 1.4: *Piezeletricidade: A companhia israelense Innowattech pretende transformar o tráfego da hora do rush em fonte de eletricidade (G1.GLOBO.COM, 2009).*

A geração de energia por um único sensor é demasiadamente pequena para alimentar a maioria dos equipamentos eletrônicos, mas no entanto, uma rede de sensores em locais onde a vibração é intensa e praticamente contínua pode se tornar interessante, e vários grupos de pesquisa têm se empenhado nesse sentido. Por exemplo em Israel, uma nova companhia de energia afiliada ao *Instituto de Tecnologia*

Technion de Israel, a Innowattech, quer transformar o tráfego da hora do rush em fonte de eletricidade (INNOWATTECH, 2010), Figure 1.4. O presidente da empresa (prof. Haim Abramovich), acredita que a tecnologia será a maior aplicação de material piezelétrico no mundo. Os engenheiros da empresa afirmam que com os dispositivos conectados entre si e enterrados em uma única faixa de 1Km de estrada há potencial para geração de até 200KWh por hora, energia suficiente para abastecer cerca de 250 casas. A tecnologia, que pode ser implementada também em trilhos tem suas limitações, já que pode gerar um fluxo estável de eletricidade somente de estradas e trilhos com tráfego intenso. Além disso, outros problemas podem surgir quanto a implementação e coordenação para enterrar os geradores nas vastas rodovias e trilhos ferroviários. No entanto, a companhia de Israel encontrou um modo de acondicionar os geradores para que fossem eficazes quando enterrados nas estradas. O primeiro projeto foi realizado em 2010, os geradores foram implementados em rodovia em faixas de 20cm de profundidade por 50cm de largura, onde os dispositivos com áreas de 50cm² foram enterrados a cerca de 5cm abaixo da superfície do asfalto. O material piezelétrico dura pelo menos 30 anos, bem mais do que a maioria das rodovias e a empresa pretende expandir a aplicação durante trabalhos de manutenção das rodovias.

Outro projeto inovador com a implementação de material piezelétrico para geração de energia encontra-se na capital do Japão, Tokyo. A plataforma de duas estações de metrô foram em parte modificadas para fins de geração de energia através dos passos dos pedestres e serão analisadas e discutidas quanto a economia e desempenho, Fig.1.5. O projeto foi criado pela empresa japonesa *Sound Power* e poderá ser ampliado e aplicado em diferentes locais dependendo dos resultados (Dailymail.co.uk, 2009). Foram instalados geradores no piso e das catracas e também numa área externa das estações. Em média 4 milhões de pessoas passam pelas estações por dia, e a energia gerada poderia acender painéis de aviso. O projeto é um estágio experimental, mas é certo que o Japão, importador de boa parte de seu combustível, está se empenhando na busca por fontes de energia limpa e reutilizável. No outro lado da capital japonesa, na Shibuya Station, uma média de 2,4 milhões de pessoas passam pela estação em um dia. Uma pessoa de 60Kg gera apenas 0,1W em um único segundo dando 2 passos sobre o piso gerador, porém, cobrindo-se uma grande área onde centenas de pessoas atravessam caminhando, correndo ou pulando, acredita-se que a quantidade de energia gerada possa ser significativa. Armazenada em capacitores, essa energia poderia ser direcionada para o sistema de iluminação e entrada de tickets.

Em 2010, os japoneses analisaram alternativas para a geração de energia tais como a “energia da torcida”. Foram colocadas plataformas geradoras no piso e nas poltronas de um estádio de futebol, Figura 1.6. A energia gerada, como esperado, foi

Figura 1.5: *Piezeletricidade: Em Tokyo, a plataforma de duas estações de metrô foram transformadas para geração de energia através dos passos dos pedestres (RYALL, 2008).*

baixa 8400Ws, para uma área de aproximadamente $1m^2$, mas supõe-se que a geração será grande quando mais plataformas geradoras em diferentes pontos do estádio forem instaladas.

Figura 1.6: *Japão: "A energia da torcida". Plataformas geradoras de energia colocadas num estadio de futebol (G1.GLOBO.COM, 2010; JAPANFS.ORG, 2010).*

Os materiais piezelétricos, largamente utilizados desde o surgimento das cerâmicas piezelétricas, ainda apresentam inúmeros desafios no que diz respeito a colheita/geração de energia. Tanto a geometria dos dispositivos quanto o seu acoplamento aos diferentes sistemas físicos requerem estudo e criatividade para que possam gerar energia das mais diversas estruturas e máquinas. Tais pesquisas são fundamentais para que se possa gerar a energia ótima dos dispositivos e reduzir custos de implementação. Para os microdispositivos, que requerem pouca energia, também há o desafio de que o dispositivo gerador de energia não aumente significativamente

a massa do sistema e que seja pequeno e melhor que a alimentação convencional nos dias de hoje.

1.2.2 Características gerais de dispositivos geradores de energia e seus circuitos elétricos

O número de publicações a respeito de geração (coleta/aproveitamento) de energia tem crescido aceleradamente desde o ano 2000, sendo a viga ou placa em balanço a estrutura mais utilizada na literatura como base de estudo. A viga é um dos modelos fundamentais de estruturas elásticas, por representar satisfatoriamente ou primariamente uma série de aplicações tais como: braços robóticos, asas de aviões, satélites flexíveis, hélices de helicópteros, trilhos de trens etc. Os sistemas em estudo são geralmente constituídos pela viga engastada com extremidade livre, à qual acopla-se uma massa sísmica, e sobre a viga/placa acoplam-se os transdutores piezelétricos. Uma excitação harmônica e perpendicular à base é usualmente suposta, da qual se obtém a potência gerada pelo transdutor através de seus eletrodos. A dimensão do material transdutor acoplado à estrutura bem como a configuração de seus eletrodos variam.

Figura 1.7: Viga engastada com massa sísmica em sua extremidade livre (baseado em PRIYA; INMAN, Cap.1, 2009).

O comportamento das vibrações é único para cada sistema dinâmico. Os fatores que causam tais vibrações são inúmeros e vão desde a vibração inerente ao funcionamento do sistema ou do ambiente, à trincas ou mesmo desgaste do equipamento/estrutura. O caso mais utilizado na literatura para a viga engastada-livre, pode ser representado na Fig. 1.7, sendo o esquema à direita seu equivalente mecânico. Como simplificação, geralmente considera-se 1 grau de liberdade mecânico, o movimento vertical da base devido à excitação. E a equação de movimento mecânica pode ser obtida a partir do Princípio de D'Alembert

$$M\ddot{Z}_v + C\dot{Z}_v + KZ_v = -M\ddot{Z}_b, \quad (1.1)$$

sendo M , C e K , a massa, amortecimento e rigidez, respectivamente, e z_v e z_b os deslocamentos verticais da extremidade da viga e da base, e, $\ddot{z}$ e $\dot{z}$ suas acelerações e velocidades, respectivamente.

A potência gerada pelo transdutor piezelétrico será maior quanto maior sua deformação, portanto, quando acoplado ao sistema esse fato ocorrerá quando a frequência de excitação for a de ressonância. A máxima potência mecânica gerada, P_{max} , para o caso da Fig. 1.7 será

$$P_{max} = \frac{A^2 \omega_n^3 M}{4\zeta}, \quad (1.2)$$

sendo A , ω_n , ζ a amplitude de vibração, a frequência natural (ou de ressonância) e o fator de amortecimento, respectivamente (PRIYA; INMAN, 2009). Os dois últimos são calculados através das fórmulas $\zeta = c/2\sqrt{MK}$ e $\omega_n = \sqrt{K/M}$. A potência gerada é portanto, diretamente proporcional ao quadrado da amplitude de vibração e inversamente proporcional ao fator de amortecimento do sistema.

Fontes de energia de vibração são bastante comuns na indústria e modos de se coletar tais energias possivelmente incluiriam: materiais piezelétricos, cuja deformação gera uma superfície carregada e a oscilação gera uma corrente AC; sistemas indutivos, como por exemplo um ímã se movendo através de uma bobina na qual induz uma corrente; e, sistemas capacitivos, nos quais a carga no capacitor é impulsionada variando-se a distância entre as placas do capacitor. Uma primeira aproximação para o cálculo de potência disponível de superfícies vibratórias foi desenvolvida por WILLIAMS e YATES (1996)

$$P = \frac{m\zeta_e a^2}{4\omega(\zeta_e + \zeta_m)^2}, \quad (1.3)$$

onde a é a aceleração na massa de prova, ω é a frequência na qual o sistema está vibrando, ζ_e é o coeficiente de amortecimento elétrico e ζ_m , o coeficiente de amortecimento mecânico. Observa-se que a geração de energia é maior com o aumento da massa e da aceleração, e diminui com o aumento da frequência e dos coeficientes de amortecimento. O cálculo é válido independente da geometria geradora e do mecanismo de aproveitamento de energia. Contudo, a energia gerada a partir de vibração mecânica de maquinários e estruturas é limitada pela fonte vibratória, sendo os dispositivos existentes até os dias de hoje, muito sensíveis à banda de frequência, apresentando um pico de potência numa estreita banda.

Para viga/placa engastada, os modos de atuação do transdutor geralmente utilizados são o modo 33 e o modo 31. A síntese em larga escala de materiais

piezelétricos, é ainda um processo que envolve desafios e alto-custo.

1.2.3 Modelagem de dispositivos

A configuração de um dispositivo de geração de energia pode ser modificada através da escolha do tipo de material piezelétrico, da alteração do padrão dos eletrodos, mudando-se as direções de polarização, dispondo o material em camadas para maximizar sua atuação no volume da estrutura, adicionando pré-tensão para maximizar o acoplamento e aplicando deformação ao material, e sintonizando a frequência de ressonância do dispositivo. Uma grande porcentagem de pesquisas com materiais piezelétricos têm focado na melhora da eficiência dos sistemas de geração de energia com piezelétrico. Muitos deles, têm focado a melhora na geração de energia alterando a configuração do dispositivo piezelétrico para maximizar a energia extraída do ambiente de geração (ANTON; SODANO, 2007).

O tipo de material escolhido pode ter influência na funcionalidade e desempenho da mesma. Deste modo, diferentes tipos de materiais piezelétricos tem sido desenvolvidos e analisados, tais como: PZT mololítico (LEE et al., 2005), PVDF (LEE et al., 2004, 2005), Piezofibra compósita (MOHAMMADI; KHAN; CASS, 2002; CHURCHILL et al., 2003), MFC (SODANO; PARK; INMAN, 2004; SODANO; INMAN; PARK, 2005). O tipo mais comum de material piezelétrico utilizado para geração de energia é a liga de titanato-ziconato de chumbo, cerâmica piezelétrica ou piezocerâmica, conhecida como PZT.

Além da viga/placa engastada-livre para a geração de energia, outros dispositivos têm sido propostos, alguns deles e suas principais características são (PRIYA; INMAN, 2009):

- Multicamadas: Baixa frequência ($\sim 10\text{Hz}$), adequado para condição de tensão uniaxial, de fácil montagem.
- Macro-fibra compósita: Flexível, são possíveis os modos d_{33} e d_{31} , aplicação em alta frequência e baixa deformação, pode ter grande área, pode ser usado como um elemento bimorph.
- Thunder: Várias curvaturas e pesos propiciando grande faixa de amplificação de tensão, adequado para baixas frequências ($\sim 1\text{Hz}$).
- Bimorph: A frequência de ressonância pode ser sintonizada de 5 – 100 Hz, usado em várias configurações como cantilever, bi-engastada, etc.
- Atuador piezelétrico amplificado: Alta eficiência sob grande tensão, a frequência de ressonância pode ser sintonizada ($\sim 100\text{Hz}$).
- QuickPack: De montagem mais fácil, grande faixa de frequência, muito usado em configuração cantilever.

- Moonie e Cymbal: Uma capa metálica protege a cerâmica permitindo a aplicação sobre altos níveis de tensão, carga mais alta devida a amplificação da tensão, e a frequência de ressonância pode ser sintonizada alterando-se o material metálico e suas dimensões.

Figura 1.8: Dispositivo gerador de energia multi-modal, piezelétrico e eletromagnético (esquerda) e vista isométrica do protótipo (direita) (TADESSE; ZHANG; PRIYA, 2009).

No que concerne ao circuito elétrico ao qual a energia do transdutor será direcionada, um circuito simples para coleta de energia consiste num retificador AC/DC conectado ao circuito (dado que geralmente sistemas elétricos funcionam em DC), e conectado a este, um capacitor pode ser acoplado para fins de filtro e, a energia gerada pode ser armazenada em uma bateria ou ser utilizada por um micro dispositivo. Segundo KIM et. al (2007), a adição de um conversor DC/DC ao retificador mostrou uma melhora na geração de energia de um fator 7. Eles propuseram a adição de um controle simples entre o conversor e a bateria. Já (GUYOMAR et al., 2005), têm apresentado uma técnica de processamento não linear para geração de energia, *Synchronized Switch Harvesting on Inductor* (SSHI), que consiste em uma chave em paralelo com o elemento piezelétrico e, em série com um indutor. A chave permanece aberta até que o transdutor atinja o máximo deslocamento. Quando isso ocorre, a chave é então fechada e a capacitância do piezelétrico e o indutor constituem então um oscilador. A chave permanece fechada até que a voltagem no elemento piezelétrico tenha sido revertida. No caso de um dispositivo AC, a carga resistiva encontra-se diretamente relacionada ao elemento piezelétrico com o indutor em paralelo.

Afim de captar energia vibratória de fontes ambientes, o conceito de geração de energia multi-modal também tem sido investigado por (POULIN; SARRAUTE; COSTA,

2004). O dispositivo proposto consiste na combinação de dois sistemas: geração de energia por transdutores piezelétricos e sistema eletromagnético, mostrado na Figura 1.8 (TADESSE; ZHANG; PRIYA, 2009). O dispositivo consiste em uma estrutura contendo uma viga cantilever com material piezelétrico disposto nas posições de maior deformação e, na extremidade livre, é acoplado um ímã (magneto) que oscila dentro de uma bobina fixa à estrutura que limita o dispositivo. O ímã desempenha nesse caso uma dupla função, que é atuar como massa sísmica e induzir corrente na bobina.

Quando uma viga ou placa está sujeita a diferentes frequências de vibração, vários modos são excitados a medida em que a vibração atinge suas respectivas frequências de ressonância, dependendo da geometria, condições de contorno, densidades e módulos de elasticidade da estrutura. Nesse estudo, Tadesse et al. consideraram uma baixa faixa de operação, entre 20 – 400Hz, e dimensões $(25 \times 30 \times 125)mm^3$. A potência gerada pelos sistemas eletromagnético e piezelétrico podem ser observadas na Figura 1.9.

É notável que a escolha do circuito elétrico, por ser um sistema acoplado aos transdutores piezelétricos e à estrutura, afeta a frequência de ressonância da estrutura mecânica e assim do conjunto. Portanto, a escolha de um circuito ótimo não implica necessariamente uma maior geração de energia dada qualquer estrutura, e vice-versa, pois a geração ótima de energia dependerá da ótima sintonização entre os sistemas circuito-piezo-estrutura.

Figura 1.9: Potência gerada pelo sistema eletromagnético (eixo y, esquerda) e por transdutor piezelétrico (eixo y, direita), no do gerador de energia multi-modal (TADESSE; ZHANG; PRIYA, 2009).

1.2.4 Otimização da geração de energia

Os materiais piezelétricos oferecem significativas vantagens para sistemas de geração de energia de baixa escala. A densidade de energia possível de se obter de um dispositivo piezelétrico é maior que em dispositivos eletrostáticos ou eletromagnéticos (CHO et al., 2006). A eficiência da conversão da energia mecânica em elétrica é um parâmetro fundamental para o desenvolvimento e otimização de dispositivos geradores de energia. Porém, poucos trabalhos mostram uma medida e quantificação da eficiência dos seus dispositivos. É frequentemente difícil obter uma medida experimental de eficiência.

Estudos fundamentais de conversão de energia têm explorado o efeito dos parâmetros tais como o fator de acoplamento eletromecânico k^2 , o fator de qualidade Q , e a frequência natural ω_n sobre a eficiência. Porém, estes estudos não têm produzido uma relação geral para guiar projetos de dispositivos piezelétricos. Os parâmetros k^2 e Q podem estar diretamente relacionados às propriedades piezelétricas, à configuração geométrica e às condições de contorno. Ambos, k^2 e Q , podem ser expressos em termos de um circuito equivalente, dado que um elemento piezelétrico pode ser modelado por um circuito equivalente. O coeficiente de acoplamento, k^2 , é função das propriedades do material e configuração dos eletrodos. Já o fator de qualidade, Q , depende da massa, rigidez e amortecimento efetivos. Uma alternativa para expressar a eficiência da conversão, dada por CHO et al. (2006), resulta em termos de k^2 e Q . Eles realizaram uma análise experimental relacionando o fator de acoplamento piezelétrico, o fator de qualidade e a eficiência da conversão de energia para 3 dispositivos piezelétricos: atuador stack, viga engastada-livre (cantilever), e uma micromembrana piezelétrica. Os parâmetros de circuito equivalente foram obtidos a partir da medida de impedância pela frequência do material piezelétrico. O experimento foi realizado acoplando ao dispositivo uma resistência, entre esta, os terminais de diferença de potencial ligados a um osciloscópio para leitura da diferença de potencial gerada. No mesmo foi também acoplado um vibrômetro laser para medir a deformação do dispositivo, este foi excitado com o impacto da queda de uma esfera e deixado vibrar livremente. Deste modo, obteve-se no osciloscópio a deflexão e voltagem geradas no tempo. Como previsto, a máxima eficiência ocorreu na frequência de ressonância do dispositivo. Para a viga engastada-livre, a eficiência obtida foi de aproximadamente 16,6%. O atuador stack resultou uma eficiência de 78,5%. O terceiro dispositivo estudado, a membrana geradora, resultou 34,1% de eficiência. As dimensões dos dispositivos viga engastada-livre, stack e membrana, foram respectivamente: $(40 \times 20 \times 0,6)mm^3$, $(5 \times 5 \times 36)mm^3$, e área de $(3 \times 3)mm^2$. Foi concluído dos experimentos que para maximizar o desempenho do dispositivo é necessário combinar a impedância do mesmo com a resistência acoplada do circuito. Entre os dispositivos,

o atuador stack apresenta sempre um resultado muito mais favorável à geração de energia que a viga cantilever e a membrana. Contudo, para muitas aplicações este dispositivo não pode ser utilizado devido às características da estrutura vibrante ou aos parâmetros do dispositivo. De modo geral, a eficiência depende dos parâmetros k^2 e Q . Para o atuador stack, geralmente k^2 é alto e Q , baixo, resultando alta eficiência, o contrário ocorre para a viga e membrana. Contudo, o estudo mostra que é possível alcançar altas eficiências com muitas combinações de k^2 e Q . Em geral, os resultados mostram que é preciso otimizar k^2 e Q para obter o máximo desempenho do dispositivo piezelétrico.

No entanto, poucos autores tem se interessado em otimizar geometricamente o dispositivo piezelétrico para maximizar o acoplamento eletromecânico e, portanto, a eficiência potencial do dispositivo na geração de energia. RUPP et al. (2009) e NAKASONE e SILVA (2010) sugeriram uma abordagem para otimizar a topologia de uma placa piezelétrica para maximizar o fator de acoplamento eletromecânico. VATANABE, PAULINO e SILVA (2012) propuseram a combinação de otimização topológica e gradação funcional para maximizar o desempenho de um dispositivo gerador de energia.

1.3 Objetivo

O presente estudo teve por objetivo projetar um dispositivo gerador de energia do tipo placa laminada, monomodal, onde duas condições de contorno foram utilizadas, engastada-livre (EL) e deslizante-livre (DL), sendo estimada a corrente elétrica de saída dada uma frequência de operação, no caso, 100Hz. O circuito coletor/armazenador de energia foi representado por uma resistência elétrica R , onde a inclusão de uma indutância elétrica conectada em série ao circuito foi analisada.

A fim de se avaliar a robustez do dispositivo projetado, foi realizada uma análise do efeito de incertezas paramétricas no desempenho da geração de energia. Deste modo, foram consideradas incertezas no modelo quanto às propriedades do material transdutor (constantes piezelétricas e dielétricas) e quanto à indutância elétrica conectada em série ao circuito coletor/armazenador.

Por fim, um terceiro estudo consistiu na otimização geométrica do material transdutor do dispositivo utilizando-se um Algoritmo Genético, onde a quantidade de material piezelétrico foi reduzida em cerca de 50% e dividida em pequenas pastilhas, otimizando-se a sua distribuição para a maximização da geração de energia para o primeiro modo de vibração. Os parâmetros de otimização considerados foram: a quantidade de material piezelétrico (quantidade de pastilhas), de massa sísmica, e os parâmetros elétricos resistência e indutância.

Dados os avanços já obtidos na literatura no que diz respeito a dispositivos para geração de energia descritos (*Energy Harvesting*), este projeto de doutorado visou utilizar um modelo de placa laminada piezelétrica desenvolvido anteriormente, e ampliá-lo para fins de estudo de dispositivos geradores de energia elétrica a partir de vibrações estruturais, dando assim, uma das possíveis continuidades à pesquisa anterior.

1.4 Organização da Tese

Este Capítulo tem por finalidade apresentar uma breve introdução ao tema, geração de energia de energia elétrica a partir de vibrações mecânicas utilizando transdutores piezelétricos (contidas nas seções *Motivação* e *Pesquisa bibliográfica*), e assim, o *Objetivo* da presente pesquisa.

O Capítulo 2 apresenta o modelo de elementos finitos desenvolvido para placas laminadas. O modelo é capaz de representar placas laminadas com camadas piezelétricas utilizando-se duas teorias de placa: FSDT (*First-order Shear Deformation Theory*) e TSDT (*Third-order Shear Deformation Theory*) combinadas a teoria de camada equivalente (ESL, *Equivalent single-layer*). Para o estudo de geração de energia, utilizou-se a FSDT, sendo a validação do modelo apresentada no Apêndice.

No Capítulo 3, é apresentado o projeto do dispositivo e sua resposta elétrica no circuito. Para tal, algumas adaptações no modelo foram necessárias, como a adição de uma massa sísmica à estrutura. Outro fator estudado foi o cálculo ótimo do valor da massa sísmica à condição de operação. Para tanto, definiu-se um dispositivo base para o estudo: uma placa de 3 camadas: substrato com massa sísmica na extremidade livre, e pastilhas piezelétricas acopladas em suas superfícies inferior e superior, estas conectadas em série entre si e a um circuito. Deste modo, uma análise inicial de geração de energia através do transdutor pelo modelo foi realizada. Esta estrutura representa de modo simplificado vários sistemas mecânicos. Ainda, duas condições de contorno foram utilizadas, EL e DL, dado que a condição que melhor representa o dispositivo dependerá de sua aplicação e assim, da sua influência efetiva no sistema dinâmico ao qual é acoplado. Assim, a força de excitação de entrada considerada pontual no caso EL, foi modificada para distribuída em um dos lados da placa no caso DL.

No Capítulo 4, é apresentado um modelo estocástico e seus resultados. A fim de se analisar a robustez do modelo na região da frequência de operação estipulada, a quantificação de incertezas foi avaliada quanto aos parâmetros elétricos que influenciam o aproveitamento de energia pelo dispositivo: constantes dielétrica e piezelétrica do transdutor e, indutância elétrica conectada em série ao circuito co-

letor/armazenador.

E por fim, o Capítulo 5 apresenta a otimização da distribuição de uma quantidade fixa de pastilhas piezelétricas, realizada através de um Algoritmo Genético, visando a distribuição que maximiza a geração de corrente elétrica para a frequência de operação, resultando duas topologias ótimas para o dispositivo base de estudo (casos EL e DL).

No Capítulo 6, são apresentadas as conclusões gerais da pesquisa desenvolvida para o dispositivo gerador de energia e propostas de trabalhos futuros.

Capítulo 2

Modelagem do dispositivo gerador de energia

Um modelo de elementos finitos (MEF) foi desenvolvido e implementado em ambiente MATLAB no projeto de Mestrado (GODOY, 2008), para placas laminadas utilizando-se teoria de camada equivalente (ESL, *Equivalent Single Layer*) para teoria de cisalhamento de terceira ordem TSDT, sendo facilmente convertido para teoria de cisalhamento de primeira ordem FSDT (REDDY, 1999). Visando a utilização do modelo desenvolvido e validado, optou-se por utilizá-lo na forma FSDT para fins de estimativa de geração de energia. Como dispositivo base foi escolhida uma placa laminada acoplada a um circuito coletor/armazenador de energia, sendo ainda necessária a inclusão de uma massa sísmica na estrutura da placa para o devido ajuste na frequência de operação escolhida para o dispositivo. Nas sessões seguintes, a modelagem da estrutura (placa + transdutor PZT) será descrita resumidamente, assim como a formulação por elementos finitos. Maiores detalhes podem ser encontrados em (GODOY, 2008).

2.1 Modelagem de placa com camadas piezoelétricas

Segundo REDDY (1989), as teorias de placas laminadas podem ser agrupadas em 3 categorias: I- Teorias tridimensionais (3D); II- Teorias de Camada Simples Equivalente (ESL); III- Teorias do tipo Camada ou Lâmina Discreta (LW, *Layerwise*).

As teorias I consideram a geometria da placa tridimensionalmente, esta pode ou não ser laminada. Contudo, devido à complexidade das análises, as soluções através dessas teorias são limitadas a poucos casos. As teorias ESL consideram a placa bidimensional e são formulações específicas para laminados. Essas teorias as-

sumem 3 hipóteses: cada lâmina é elástica, o laminado é considerado uma única placa homogênea, e está submetido a um estado plano de tensões. O terceiro grupo é também conhecido como Multi-lâmina e as teorias consideram o laminado constituído por lâminas empilhadas. O ângulo de rotação da normal varia de lâmina para lâmina, sendo o campo de tensões interlaminares precisamente representado.

Foi considerado neste trabalho uma placa com multicamadas de material ortotrópico (3 planos ortogonais de simetria) e de fina espessura, o que permite utilizar a hipótese de tensões superficiais ($\sigma_3 = 0$), à qual foram posteriormente acopladas pastilhas piezelétricas. Assim, o modelo considera a placa bidimensional e assume as 3 hipóteses acima descritas para ESL.

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) + z\psi_x(x, y, t) - c_1 z^3 [\psi_x(x, y, t) + w_{0,x}(x, y, t)], \\ v(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) + z\psi_y(x, y, t) - c_1 z^3 [\psi_y(x, y, t) + w_{0,y}(x, y, t)], \\ w(x, y, z, t) &= w_0(x, y, t), \end{aligned} \quad (2.1)$$

na qual

para TSDT, $c_1 = 4/(3h^2)$, sendo h a espessura da placa;

para FSDT, $c_1 = 0$;

a notação $w_{0,i}$ representa $(\partial w_0 / \partial i)$;

u_0 , v_0 e w_0 são os deslocamentos axiais de um ponto sobre o plano médio; e

ψ_x e ψ_y , as rotações das seções transversais nos planos yz e xz no plano médio ($z = 0$).

Como neste trabalho assume-se pequenas deformações, os termos não lineares das relações entre deformações e deslocamentos podem ser desprezados, sendo utilizada a notação contraída de Kelvin-Voigt como de costume na engenharia, resultando o campo de deformações

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\partial u}{\partial x}, & \varepsilon_2 &= \frac{\partial v}{\partial y}, & \varepsilon_3 &= \frac{\partial w}{\partial z}, \\ \varepsilon_4 &= \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right), & \varepsilon_5 &= \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), & \varepsilon_6 &= \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right). \end{aligned} \quad (2.2)$$

Considera-se, para as estruturas seguintes de dispositivo gerador de energia, que os materiais piezelétricos estão completamente cobertos em suas superfícies superior e inferior por eletrodos, onde um campo elétrico na direção z , E_3 , pode ser

aplicado ou medido.

Para uma placa laminada com PZTs polarizados na direção transversal z , polarização P_3 , este pode atuar na estrutura em modos de extensão, compressão ou flexão, de acordo com as possíveis configurações de campo elétrico aplicado aos eletrodos para uma placa como a representada na Figura 2.1 (na Fig. o material GE representa grafite-epoxy). Os PZTs, com polarização P_3 , terão o campo elétrico paralelo à direção de polarização, entretanto, os modos dependem dos sentidos entre E_3 e P_3 , sendo extensão quando E_3 e P_3 têm mesmo sentido, compressão quando E_3 e P_3 estão em sentidos opostos, e flexão quando ambas as configurações são utilizadas. Assim, os deslocamentos das camadas piezelétricas conjuntamente à camada do substrato a qual supostamente os PZTs estão totalmente acoplados serão simplificados como os indicados na Figura 2.1.

Figura 2.1: Placa laminada com as possíveis configurações de campo elétrico aplicadas aos PZTs com polarização P_3 e seus possíveis comportamentos dinâmicos.

2.1.1 Equações constitutivas para materiais piezelétricos

Para o material piezelétrico, devemos considerar além da energia potencial elástica, a energia elétrica e a de acoplamento eletromecânico. Deste modo, para um material dielétrico, como uma cerâmica PZT, o deslocamento dielétrico relaciona-se com o campo elétrico à deformação constante por:

$$D = \epsilon^E E \quad (2.3)$$

onde D (C/m^2) é o vetor deslocamento elétrico, ϵ^E (C/Vm) é a matriz de permissividade dielétrica do material para deformações constantes, e E (V/m) é o vetor campo elétrico.

E a tensão mecânica relaciona-se à deformação para campo elétrico constante por:

$$\sigma = c^E \epsilon, \quad (2.4)$$

sendo σ (N/m^2) o vetor de tensões mecânicas, ϵ (m/m) o vetor de deformações, e c^E (N/m^2) a matriz rigidez elástica para campo elétrico constante.

Acoplando as relações elétricas e mecânicas para o material piezelétrico, podemos escrever:

$$\sigma = c^E \epsilon - e^t E, \quad (2.5)$$

$$D = e \epsilon + \epsilon^E E, \quad (2.6)$$

onde o sobrescrito t indica transposto, sendo e (C/m^2), a matriz de constantes piezelétricas dada por $e = dc^E$, onde d (m/V) é a matriz de constante piezelétrica para a forma tensão-carga elétrica.

A componente do vetor campo elétrico na direção z pode ser obtido por:

$$E_i = -\frac{V_i}{h_i}, \quad (2.7)$$

sendo V_i (V) a tensão aplicada e h_i (m), a distância entre os eletrodos, em uma dada direção. Para posterior aplicação de circuitos à estrutura, da Eq. (2.7), torna-se mais conveniente explicitar a equação constitutiva em termos do vetor campo elétrico, assim, de (2.6):

$$E = -(\epsilon^\epsilon)^{-1}e\epsilon + (\epsilon^\epsilon)^{-1}D. \quad (2.8)$$

Substituindo a equação (2.8) em (2.5) obtém-se:

$$\begin{aligned} \sigma &= c^E \epsilon - e^t [(\epsilon^\epsilon)^{-1}D - (\epsilon^\epsilon)^{-1}e\epsilon] = \\ &= [c^E + e^t (\epsilon^\epsilon)^{-1}e]\epsilon - [e^t (\epsilon^\epsilon)^{-1}]D. \end{aligned} \quad (2.9)$$

E as equações constitutivas para o elemento sensor/atuador piezelétrico tornam-se:

$$\sigma = c^D \epsilon - h^t D, \quad (2.10)$$

$$E = -h\epsilon + \beta^\epsilon D, \quad (2.11)$$

onde as matrizes de constantes materiais para a forma tensão-campo elétrico são $c^D = c^E + e^t (\epsilon^\epsilon)^{-1}e$, $h = (\epsilon^\epsilon)^{-1}e$ e $\beta^\epsilon = (\epsilon^\epsilon)^{-1}$. Outras formas de escrever equações constitutivas para materiais piezelétricos assim como as relações entre constantes materiais podem ser encontradas em IKEDA (1990).

A construção de um modelo para uma estrutura compósita laminada é feita a partir da formulação das equações constitutivas do material de cada camada. Para um material piezelétrico ortotrópico, polarizado na direção z (P_3), as equações constitutivas são:

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \\ \hline E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} = \left[\begin{array}{cccccc|ccc} c_{11}^D & c_{12}^D & c_{13}^D & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -h_{31} \\ c_{12}^D & c_{22}^D & c_{23}^D & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -h_{32} \\ c_{13}^D & c_{23}^D & c_{33}^D & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -h_{33} \\ 0 & 0 & 0 & c_{44}^D & 0 & 0 & 0 & -h_{24} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55}^D & 0 & -h_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66}^D & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & -h_{15} & 0 & \beta_{11}^\varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -h_{24} & 0 & 0 & 0 & \beta_{22}^\varepsilon & 0 \\ -h_{31} & -h_{32} & -h_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_{33}^\varepsilon \end{array} \right] \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \\ \hline D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

Considerando as hipóteses de tensões superficiais, $\sigma_3 = 0$, e que para um material piezelétrico polarizado em z , $D_1 = D_2 = 0$, isso implica que:

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \\ \hline E_3 \end{pmatrix} = \left[\begin{array}{ccccc|c} \bar{c}_{11}^D & \bar{c}_{12}^D & 0 & 0 & 0 & -\bar{h}_{31} \\ \bar{c}_{12}^D & \bar{c}_{22}^D & 0 & 0 & 0 & -\bar{h}_{32} \\ 0 & 0 & \bar{c}_{44}^D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{c}_{55}^D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{c}_{66}^D & 0 \\ \hline -\bar{h}_{31} & -\bar{h}_{32} & 0 & 0 & 0 & \bar{\beta}_{33}^\varepsilon \end{array} \right] \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \\ \hline D_3 \end{pmatrix}, \quad (2.13)$$

sendo as componentes “barra” obtidas substituindo-se as hipóteses acima assumidas em (2.12). Assim, levando em conta as rotações das constantes elásticas, piezelétricas e dielétricas para os materiais piezelétricos essas propriedades tornam-se como as descritas na Eq. (2.14). Nota-se que equações constitutivas para materiais ortotrópicos podem ser obtidas a partir da Eq.(2.13), anulando-se as constantes piezelétricas. Neste caso, quaisquer rotações das propriedades dos materiais são efetuadas nas equações tridimensionais (2.12) antes da aplicação das hipóteses de tensões superficiais $\sigma_3 = 0$.

$$\begin{aligned}
\bar{c}_{11}^D &= (c_{11}^D - c_{13}^{D^2}/c_{33}^D), & \bar{c}_{12}^D &= (c_{12}^D - c_{13}^D c_{23}^D/c_{33}^D), & \bar{c}_{22}^D &= (c_{22}^D - c_{23}^{D^2}/c_{33}^D), \\
\bar{c}_{44}^D &= c_{44}^D, & \bar{c}_{55}^D &= c_{55}^D, & \bar{c}_{66}^D &= c_{66}^D, \\
\bar{h}_{31} &= h_{31} - h_{33} c_{13}^D/c_{33}^D, & \bar{h}_{32} &= h_{32} - h_{33} c_{23}^D/c_{33}^D, \\
\bar{\beta}_{33}^\varepsilon &= \beta_{33}^\varepsilon - h_{33}^2/c_{33}^D.
\end{aligned} \tag{2.14}$$

Como E_1 e E_2 não são mensuráveis devido à disposição dos eletrodos na estrutura, os mesmos não são considerados na forma matricial das equações constitutivas (2.13).

2.1.2 Princípio de Hamilton

As equações de movimento serão obtidas utilizando-se o princípio variacional de Hamilton estendido, que para um sólido deformável de volume Ω pode ser escrito como:

$$\delta \Pi = \int_{t_0}^t \left[\int_{\Omega} (\delta T - \delta U) d\Omega + \delta W \right] dt = 0. \tag{2.15}$$

Para o campo de deslocamentos u, v, w , a energia cinética é da forma usual:

$$\int_{\Omega} T d\Omega = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \rho (\dot{u}^t \dot{u} + \dot{v}^t \dot{v} + \dot{w}^t \dot{w}) d\Omega, \tag{2.16}$$

sendo ρ a densidade do material. Para uma variação infinitesimal (virtual) tem-se que:

$$\int_{\Omega} \delta T d\Omega = \int_{\Omega} \rho (\delta \dot{u}^t \dot{u} + \delta \dot{v}^t \dot{v} + \delta \dot{w}^t \dot{w}) d\Omega. \tag{2.17}$$

Assim, o trabalho virtual das forças de inércia, integrando-se no tempo e efetuando-se uma integral por partes, resulta:

$$\int_t \int_{\Omega} \delta T d\Omega dt = - \int_t \int_{\Omega} \rho (\delta u^t \ddot{u} + \delta v^t \ddot{v} + \delta w^t \ddot{w}) d\Omega dt, \tag{2.18}$$

sendo que $\ddot{u}$, $\ddot{v}$ e $\ddot{w}$ representam as acelerações nas direções x , y e z .

A energia potencial pode ser descrita em termos da função densidade de entalpia elétrica (THORNBURGH; CHATTOPADHYAY, 2002; THORNBURGH; CHATTOPADHYAY; GHOSHAL, 2004) dada por:

$$U(\varepsilon, D) = \frac{1}{2} \varepsilon^t c^D \varepsilon - \varepsilon^t h^t D + \frac{1}{2} D^t \beta^e D. \quad (2.19)$$

E a variação virtual da energia potencial δU resulta:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \delta U d\Omega &= \int_{\Omega} \delta \left(\frac{1}{2} \varepsilon^t \bar{c}^D \varepsilon - \varepsilon^t \bar{h}^t D + \frac{1}{2} D^t \bar{\beta}^e D \right) d\Omega \\ &= \int_{\Omega} \left(\delta \varepsilon^t \bar{c}^D \varepsilon - \delta \varepsilon^t \bar{h}^t D - \delta D^t \bar{h}^e \varepsilon + \delta D^t \bar{\beta}^e D \right) d\Omega. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Os termos da integral no volume em relação às componentes mecânicas, elétricas e eletromecânicas podem ser descritos como: $\delta U_m = \delta \varepsilon^t \bar{c}^D \varepsilon$, $\delta U_{me} = \delta \varepsilon^t \bar{h}^t D$, $\delta U_{em} = \delta D^t \bar{h}^e \varepsilon$, $\delta U_e = \delta D^t \bar{\beta}^e D$. E a variação virtual da energia potencial assume a forma:

$$\int_{\Omega} \delta U d\Omega = \int_{\Omega} (\delta U_m - \delta U_{me} - \delta U_{em} + \delta U_e) d\Omega. \quad (2.21)$$

O trabalho virtual realizado por forças externas mecânicas concentradas δW será definido no modelo elementos finitos.

2.2 Formulação por elementos finitos

2.2.1 Discretização do campo de deslocamento

Os deslocamentos no plano da placa (u_0, v_0) e as rotações (ψ_x, ψ_y) são considerados lineares no elemento finito, enquanto que o deslocamento transversal (w_0) é considerado cúbico. Assim, funções de interpolação de Lagrange são consideradas para u_0, v_0, ψ_x e ψ_y e aquelas de Hermite para w_0 . Para tal, elementos finitos de placa retangulares e não-conformes, com 4 nós e 7 graus de liberdade nodais são considerados ($u_0, v_0, w_0, \psi_x, \psi_y, w_{0,x}, w_{0,y}$). As dimensões do elemento de placa em x e y são $2a$ e $2b$, e o eixo cartesiano é considerado no centro da placa, conforme Figura 2.2,

Figura 2.2: *Elemento finito retangular com quatro nós e eixo cartesiano baricêntrico.*

onde ξ e η são as coordenadas naturais definidas como: $\xi = (x/a)$, $\eta = (y/b)$.

As funções de interpolação de Lagrange são da forma:

$$N_j(x, y) = \alpha_j + \beta_j x + \gamma_j y + \varsigma_j xy. \quad (2.22)$$

As funções para um elemento retangular escritas em termos das coordenadas naturais resultam:

$$\begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{Bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} (1 - \xi)(1 - \eta) \\ (1 + \xi)(1 - \eta) \\ (1 + \xi)(1 + \eta) \\ (1 - \xi)(1 + \eta) \end{bmatrix}. \quad (2.23)$$

Que vistas espacialmente são da forma apresentada na Figura 2.3.

Figura 2.3: *Funções de Lagrange vistas espacialmente (Reddy, 1999).*

E os deslocamentos podem ser escritos em termos de seus valores nodais por:

$$\begin{aligned} u_0(x, y, t) &= \sum_{j=1}^4 u_0^j N_j(x, y) \\ v_0(x, y, t) &= \sum_{j=1}^4 v_0^j N_j(x, y), \\ \psi_x(x, y, t) &= \sum_{j=1}^4 \psi_x^j N_j(x, y), \\ \psi_y(x, y, t) &= \sum_{j=1}^4 \psi_y^j N_j(x, y), \end{aligned} \quad (2.24)$$

com $j = 1, 2, 3, 4$.

As funções de interpolação de Hermite são da forma cúbica. Para um elemento

retangular, estas podem ser escritas em termos das coordenadas naturais tal que:

$$\begin{Bmatrix} N_5^j \\ N_6^j \\ N_7^j \end{Bmatrix} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} (1 + \xi_0)(1 + \eta_0)(2 + \xi_0 + \eta_0 - \xi^2 - \eta^2) \\ \xi_j(\xi_0 - 1)(1 + \eta_0)(1 + \xi_0)^2 \\ \eta_j(\eta_0 - 1)(1 + \xi_0)(1 + \eta_0)^2 \end{bmatrix}, \quad (2.25)$$

onde ξ e η são as já definidas e, $\xi_0 = \xi\xi_j$ e $\eta_0 = \eta\eta_j$, sendo $\xi_j = x_j/a$ e $\eta_j = y_j/b$.

O deslocamento transversal w_0 assume então a forma:

$$w_0(x, y, t) = \sum_{j=1}^4 w_0^j N_5^j(x, y) + w_{0,x}^j N_6^j(x, y) + w_{0,y}^j N_7^j(x, y). \quad (2.26)$$

O campo de deslocamento da Eq.(2.1) pode ser agrupado como um deslocamento generalizado em um vetor $\mathbf{u}_g$ da forma:

$$\mathbf{u}_g = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

e discretizados usando as funções de interpolações (funções de forma). E assim, o vetor de deslocamentos generalizados $\mathbf{u}_g$ pode ser escrito em função do vetor de deslocamentos nodais $\mathbf{u}_e$ como:

$$\mathbf{u}_g = \mathbf{N}_g \mathbf{u}_e, \quad (2.28)$$

com

$$\mathbf{u}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_e^1 & \mathbf{u}_e^2 & \mathbf{u}_e^3 & \mathbf{u}_e^4 \end{bmatrix}^t, \quad (2.29)$$

sendo

$$\mathbf{u}_e^j = \begin{bmatrix} u_0^j & v_0^j & w_0^j & w_{0,x}^j & w_{0,y}^j & \psi_x^j & \psi_y^j \end{bmatrix}^t \quad (2.30)$$

e j correspondente aos nós do elemento, $j = 1, 2, 3, 4$. Assim, a matriz de interpolação para $\mathbf{u}_g$ é:

$$\mathbf{N}_g = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_g^1 & \mathbf{N}_g^2 & \mathbf{N}_g^3 & \mathbf{N}_g^4 \end{bmatrix}, \quad (2.31)$$

sendo $\mathbf{N}_g^j$ para cada nó igual a:

$$\mathbf{N}_g^j = \begin{bmatrix} N_j & 0 & 0 & (-c_1 z^3) N_6^j & 0 & (z - c_1 z^3) N_j & 0 \\ 0 & N_j & 0 & 0 & (-c_1 z^3) N_7^j & 0 & (z - c_1 z^3) N_j \\ 0 & 0 & N_5^j & N_6^j & N_7^j & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.32)$$

As dimensões matriciais resultantes são portanto: $\mathbf{u}_g = (3 \times 1)$, $\mathbf{N}_g = (3 \times 28)$ e $\mathbf{u}_e = (28 \times 1)$.

2.2.2 Discretização do campo de deformações

As deformações generalizadas definidas na Eq. (2.2) podem ser agrupadas em um vetor $\boldsymbol{\varepsilon}_g$,

$$\boldsymbol{\varepsilon}_g = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & \varepsilon_2 & \varepsilon_3 & \varepsilon_4 & \varepsilon_5 & \varepsilon_6 \end{bmatrix}^t \quad (2.33)$$

e escritas em função dos deslocamentos generalizados como:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_g = \mathbf{L}_\varepsilon \mathbf{u}_g, \quad (2.34)$$

com

$$\mathbf{L}_\varepsilon = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix}. \quad (2.35)$$

Assim, as deformações generalizadas podem ser escritas em função dos deslocamentos nodais como:

$$\varepsilon_g = \mathbf{B} \mathbf{u}_e, \quad (2.36)$$

sendo

$$\mathbf{B} = \mathbf{L}_\varepsilon \mathbf{N}_g. \quad (2.37)$$

As dimensões matriciais resultantes são: $\varepsilon_g = (6 \times 1)$, $\mathbf{B} = (6 \times 28)$, sendo $\mathbf{L}_\varepsilon = (6 \times 3)$. Vale ressaltar que os cálculos considerados até o momento correspondem a um único elemento, sendo portanto necessário a posterior somatória para as $2n$ camadas e para todos os elementos da placa considerada. Ainda, a modelagem é feita segundo as hipóteses para a TSDT, sendo a FSDT obtida fazendo-se $c_1 = 0$.

2.2.3 Discretização dos deslocamentos elétricos

Os deslocamentos elétricos nas $2n$ camadas podem ser agrupados em um vetor $\mathbf{D}_g$ e escritos em função de deslocamentos elétricos nodais, tal que:

$$\mathbf{D}_g = \mathbf{N}_D \mathbf{D}_e, \quad (2.38)$$

$$\mathbf{D}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_e^1 & \mathbf{D}_e^2 & \mathbf{D}_e^3 & \mathbf{D}_e^4 \end{bmatrix}^t \quad (2.39)$$

com

$$\mathbf{D}_e^j = \begin{bmatrix} D_3^{(n),j} & D_3^{(n-1),j} & \dots & D_3^{-(n-1),j} & D_3^{-(n),j} \end{bmatrix}^t, \quad (2.40)$$

e $j = 1, 2, 3, 4$ denotando os quatro nós do elemento.

Considerando interpolação linear para o deslocamento no elemento, analogamente às variáveis do campo de deslocamentos, uma matriz de funções de interpolação de Lagrange pode ser escrita como:

$$\mathbf{N}_D = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_1 & \mathbf{N}_2 & \mathbf{N}_3 & \mathbf{N}_4 \end{bmatrix}, \quad (2.41)$$

com

$$\mathbf{N}_j = \begin{bmatrix} N_j & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & N_j \end{bmatrix}, \quad (j = 1, 2, 3, 4), \quad (2.42)$$

onde a dimensão $\mathbf{N}_j$ é $(2n \times 2n)$ e $\mathbf{N}_D$, $(2n \times (2n \times 4))$.

2.2.4 Discretização dos trabalhos virtuais

Para simplificar a integração dos trabalhos virtuais para as $2n$ camadas na direção da espessura, considera-se uma placa simétrica, em termos das propriedades materiais e geométricas, em relação ao plano z_0 , como ilustra a Figura 2.4.

Com base nas expressões para os trabalhos virtuais e na discretização dos deslocamentos e deformações generalizados, pode-se escrever formas discretizadas para os trabalhos virtuais. Assim, do primeiro termo de (2.21),

$$\int_{\Omega} \delta U_m d\Omega = \int_{\Omega} \delta \varepsilon_g^t \bar{c}^D \varepsilon_g d\Omega = \delta \mathbf{u}_e^t \mathbf{K}_m^e \mathbf{u}_e, \quad (2.43)$$

Figura 2.4: Perfil da placa.

sendo $\mathbf{K}_m^e$ a matriz de rigidez mecânica elementar, dada por:

$$\mathbf{K}_m^e = \int_{\Omega} \mathbf{B}^t \bar{\mathbf{c}}^D \mathbf{B} d\Omega. \quad (2.44)$$

Do segundo termo da Eq. (2.21),

$$\int_{\Omega} \delta U_{me} d\Omega = \int_{\Omega} \delta \varepsilon_g^t \bar{\mathbf{h}}^t D_g d\Omega = \delta \mathbf{u}_e^t \mathbf{K}_{me}^e \mathbf{D}_e, \quad (2.45)$$

sendo $\mathbf{K}_{me}^e$ a matriz de rigidez eletromecânica elementar, de acoplamento eletromecânico se o material for piezelétrico, dada por:

$$\mathbf{K}_{me}^e = \int_{\Omega} \mathbf{B}^t \bar{\mathbf{h}}^t \mathbf{N}_D d\Omega. \quad (2.46)$$

Do terceiro termo da Eq. (2.21),

$$\int_{\Omega} \delta U_{em} d\Omega = \delta \mathbf{D}_e^t [\mathbf{K}_{me}^e]^t \mathbf{u}_e, \quad (2.47)$$

E do último termo da Eq. (2.21),

$$\int_{\Omega} \delta U_e d\Omega = \int_{\Omega} \delta D_g \bar{\beta}^e D_g d\Omega = \delta \mathbf{D}_e^t \mathbf{K}_e^e \mathbf{D}_e, \quad (2.48)$$

sendo $\mathbf{K}_e^e$ a matriz de rigidez dielétrica elementar dada por:

$$\mathbf{K}_e^e = \int_{\Omega} \mathbf{N}_D^t \bar{\beta}^e \mathbf{N}_D d\Omega. \quad (2.49)$$

A discretização dos trabalhos virtuais das forças de inércia, (2.18), resulta:

$$\int_t \int_{\Omega} \delta T d\Omega dt = - \int_t \int_{\Omega} \rho \left(\delta u_g^t \ddot{u}_g \right) d\Omega dt = - \int_t \delta \mathbf{u}_e^t \mathbf{M}^e \ddot{\mathbf{u}}_e dt, \quad (2.50)$$

sendo $\mathbf{M}^e$ a matriz de massa elementar dada por:

$$\mathbf{M}^e = \int_{\Omega} \rho \mathbf{N}_g^t \mathbf{N}_g d\Omega. \quad (2.51)$$

E os trabalhos virtuais das forças externas são da forma:

$$\delta W = \delta \mathbf{u}_e^t \mathbf{F}_m^e, \quad (2.52)$$

sendo $\mathbf{F}_m^e$ um vetor de forças concentradas generalizadas aplicadas aos nós globais após a montagem das equações.

2.2.5 Equações de movimento

As equações de movimento podem ser obtidas substituindo-se as expressões resultantes para os trabalhos virtuais ao Princípio de Hamilton estendido em (2.15). Montando-se o sistema para todos os elementos, as equações de movimento globais tornam-se:

$$\int_t \left\{ \begin{matrix} \delta \mathbf{u}^t \\ \delta \mathbf{D}^t \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{M} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\mathbf{D}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_m & -\mathbf{K}_{me} \\ -\mathbf{K}_{me}^t & \mathbf{K}_e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{D} \end{Bmatrix} \right\} dt = \int_t \left\{ \begin{matrix} \delta \mathbf{u}^t \\ \delta \mathbf{D}^t \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \mathbf{F}_m \\ 0 \end{matrix} \right\} dt, \quad (2.53)$$

assim,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\mathbf{D}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_m & -\mathbf{K}_{me} \\ -\mathbf{K}_{me}^t & \mathbf{K}_e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{D} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_m \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (2.54)$$

onde $\mathbf{M}$, $\mathbf{K}_m$, $\mathbf{K}_{me}$ e $\mathbf{K}_e$ são as matrizes globais de massa e rigidez mecânica, piezelétrica e dielétrica, e, $\mathbf{u}$ e $\mathbf{D}$, os vetores de deslocamentos mecânicos e elétricos nodais, respectivamente.

2.2.6 Acoplamento de um circuito RL à estrutura

Para que o material piezelétrico possa absorver as vibrações mecânicas de uma estrutura a fim de convertê-la em energia elétrica, sua ligação a um ou mais circuitos se faz necessária. As equações de movimento para um circuito RL são análogas às equações de movimento para o sistema mecânico:

$$\delta T_c = \sum_j \{ \delta q_c^j \}^t L_c^j \ddot{q}_c^j, \quad (2.55)$$

$$\delta W_c^j = - \sum_j \{ \delta q_c^j \}^t R_c^j q_c^j, \quad (2.56)$$

$$\delta W_e^j = - \sum_j \{ \delta q_c^j \}^t V_c^j, \quad (2.57)$$

sendo

L_c^j , os valores de indutância,

R_c^j , os valores da resistência, e

V_c^j a tensão aplicada, no circuito j com carga q_c^j .

Somando-se todos os circuitos à estrutura e inserindo no Princípio de Hamilton, as equações de movimento tornam-se:

$$\begin{aligned} \int_t \left\{ \begin{matrix} \delta \mathbf{u}^t \\ \delta \mathbf{D}^t \\ \delta \mathbf{q}_c^t \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{M} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{L}_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\mathbf{D}} \\ \ddot{\mathbf{q}}_c \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{R}_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{D}} \\ \dot{\mathbf{q}}_c \end{Bmatrix} \right. \\ \left. + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_m & -\mathbf{K}_{me} & 0 \\ -\mathbf{K}_{me}^t & \mathbf{K}_e & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{D} \\ \mathbf{q}_c \end{Bmatrix} \right\} dt = \int_t \left\{ \begin{matrix} \delta \mathbf{u}^t \\ \delta \mathbf{D}^t \\ \delta \mathbf{q}_c^t \end{matrix} \right\} \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_m \\ 0 \\ \mathbf{V}_c \end{Bmatrix} dt \quad (2.58) \end{aligned}$$

e,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{L}_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\mathbf{D}} \\ \ddot{\mathbf{q}}_c \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{R}_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{D}} \\ \dot{\mathbf{q}}_c \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_m & -\mathbf{K}_{me} & 0 \\ -\mathbf{K}_{me}^t & \mathbf{K}_e & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{D} \\ \mathbf{q}_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_m \\ 0 \\ \mathbf{V}_c \end{Bmatrix} \quad (2.59)$$

Nesta etapa o acoplamento dos circuitos elétricos às pastilhas e assim, à estrutura, ainda não é efetivo. A conexão dos circuitos às pastilhas leva em conta não só a forma como a disposição dos eletrodos nas mesmas. Considerando que estes recobrem perfeitamente as pastilhas, pode-se deste modo atribuir uma superfície equipotencial às mesmas. No que se refere à modelagem, a superfície equipotencial faz com que o conjunto de nós que abrangem uma ou mais pastilhas conectadas por um mesmo

eletrodo tenham em teoria o mesmo deslocamento elétrico e deste modo, pode-se re-arranjar o vetor deslocamento elétrico nodal em função do deslocamento elétrico em cada grupo de pastilhas conectadas a um mesmo eletrodo (macropastilha) como:

$$\mathbf{D} = \mathbf{L}_p \mathbf{D}_p, \quad (2.60)$$

e

$$\mathbf{D}_p = \begin{bmatrix} D_{p1} & D_{p2} & D_{p3} & \cdots & D_{pm} \end{bmatrix}^t \quad (2.61)$$

no qual $\mathbf{L}_p$ é uma matriz booleana e $\mathbf{D}_p$ é um vetor contendo os deslocamentos elétricos para cada grupo de pastilhas piezelétricas na estrutura.

Considerando uma equivalência entre as cargas das pastilhas e dos circuitos aos quais elas estão conectadas,

$$\mathbf{q}_c = \mathbf{q}_p, \quad (2.62)$$

onde o vetor $\mathbf{q}_c$ representa a carga nos circuitos conectados à estrutura e cada elemento do vetor $\mathbf{q}_p$, a carga no conjunto de pastilhas conectadas ao mesmo circuito. O vetor deslocamento elétrico pode ser expresso em função da carga da forma:

$$\mathbf{D}_p = \mathbf{A}_p^{-1} \mathbf{q}_p = \mathbf{A}_p^{-1} \mathbf{q}_c, \quad (2.63)$$

sendo $\mathbf{A}_p$ uma matriz diagonal contendo as áreas dos eletrodos de cada macropastilha piezelétrica. Substituindo-se (2.63) em (2.60):

$$\mathbf{D} = \mathbf{L}_p \mathbf{D}_p = \mathbf{B}_p \mathbf{q}_c, \quad (2.64)$$

onde $\mathbf{B}_p = \mathbf{L}_p \mathbf{A}_p^{-1}$.

Substituindo-se estas relações no Princípio de Hamilton em (2.58) e unindo os termos em $\mathbf{q}_c$, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & 0 \\ 0 & \mathbf{L}_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\mathbf{q}}_c \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{q}}_c \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_m & -\bar{\mathbf{K}}_{me} \\ -\bar{\mathbf{K}}_{me}^t & \bar{\mathbf{K}}_e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{q}_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_m \\ \mathbf{V}_c \end{Bmatrix}, \quad (2.65)$$

nas quais $\bar{\mathbf{K}}_{me} = \mathbf{K}_{me} \mathbf{B}_p$ e, $\bar{\mathbf{K}}_e = \mathbf{B}_p^t \mathbf{K}_e \mathbf{B}_p$.

Para validação do modelo, duas condições de operação do circuito foram utilizadas, circuito aberto (OC) e curto circuito (SC). No primeiro caso, OC, as equações de movimento de (2.65) tornam-se:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}_m \mathbf{u} = \mathbf{F}_m, \quad (2.66)$$

já que em OC, $\mathbf{D} = 0$ e conseqüentemente, $\mathbf{q}_c = 0$. Já em SC, tem-se que $\mathbf{E} = 0$, o que de implica que $\mathbf{V}_c = \mathbf{L}_c = \mathbf{R}_c = 0$, que substituído em (2.65) resulta:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + (\mathbf{K}_m - \bar{\mathbf{K}}_{me} \bar{\mathbf{K}}_e^{-1} \bar{\mathbf{K}}_{me}^t) \mathbf{u} = \mathbf{F}_m. \quad (2.67)$$

Das Eqs. (2.66) e (2.67) são obtidos as frequências em circuito aberto e curto circuito, f_{oc} e f_{sc} , que indicam um parâmetro importante do sistema, a eficiência do acoplamento eletromecânico das pastilhas à estrutura.

Capítulo 3

Estimativa de corrente elétrica induzida no circuito

As simulações realizadas neste capítulo e nos seguintes utilizaram o modelo para placas laminadas com camadas piezelétricas conectadas a circuitos elétricos descrito no capítulo anterior. O modelo é baseado na formulação de camada equivalente (*ESL*) combinado à teoria de cisalhamento de primeira ordem (*FSDT*) para a qual as camadas podem ter graus de liberdade elétricos independentes. Cada camada piezelétrica pode ser conectada a um circuito elétrico independente com resistência e indutância. A conexão dos circuitos às pastilhas consideraram que os eletrodos recobrem inteiramente as superfícies superior e inferior dos transdutores, resultando em uma superfície equipotencial e assim, as cargas induzidas nos eletrodos das pastilhas são aquelas induzidas no circuito. Deste modo, o modelo considera totalmente o acoplamento entre dispositivo e circuito. A superfície equipotencial pode conter várias pastilhas, e sendo as mesmas coladas sobre o substrato, o fator de perda devido a cola, em um experimento real, não é considerado no modelo. Este capítulo tem por objetivo estimar a corrente elétrica gerada, ou seja, induzida no circuito coletor/armazenador de energia, para duas condições de contorno de placa, engastada-livre (EL) e deslizante-livre (DL) e, analisar o efeito da inclusão de uma indutância ao circuito coletor. Portanto, dois circuitos são apresentados, R, que representa o circuito coletor/armazenador de energia e, RL, circuito coletor com uma indutância conectada em série.

3.1 Avaliação das respostas em frequência mecânica e elétrica

Para uma excitação puramente mecânica, tal que $\mathbf{V}_c = 0$ e $\mathbf{F}_m = \mathbf{b}f$ é possível avaliar as respostas em frequência (FRFs) da saída de velocidade $\tilde{v} = G_{vF}(\omega)\tilde{f}$ e saída de corrente elétrica $\tilde{I} = G_{IF}(\omega)\tilde{f}$. A fim de avaliar essas funções resposta em frequência da estrutura com pastilhas piezelétricas conectadas ao circuito resistivo ou resistivo-indutivo, considerou-se uma força mecânica harmônica como excitação $f = \tilde{f}e^{j\omega t}$. Para que o circuito possa atuar de modo eficiente na estrutura uma otimização de seus componentes, R_c e L_c , se faz necessária. Para simplificar tal otimização, os modos de vibração da placa são considerados desacoplados, de modo que uma decomposição modal do deslocamento, $\mathbf{u}(t)$, pode ser considerada tal que essa amplitude do deslocamento de saída da estrutura pode ser escrita como

$$\mathbf{u}(t) = \boldsymbol{\phi}\boldsymbol{\alpha}(t), \quad (3.1)$$

onde $\boldsymbol{\phi}$ é a matriz modal normalizada pela massa e $\boldsymbol{\alpha}(t)$ são os correspondentes deslocamentos modais. Então, os deslocamentos modais e as cargas no circuito elétrico são escritas respectivamente como $\boldsymbol{\alpha}(t) = \tilde{\boldsymbol{\alpha}}e^{j\omega t}$ e $q_c(t) = \tilde{q}_ce^{j\omega t}$. Assim, reescrevendo as equações de movimento (2.65) e adicionando-se o amortecimento obtém-se

$$(-\omega^2\mathbf{I} + j2\omega\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\Omega}^2)\tilde{\boldsymbol{\alpha}} - \mathbf{K}_p\tilde{q}_c = \mathbf{b}_\phi\tilde{f} \quad e \quad (3.2)$$

$$(-\omega^2L_c + j\omega R_c + \bar{K}_e)\tilde{q}_c - \mathbf{K}_p^t\tilde{\boldsymbol{\alpha}} = 0, \quad (3.3)$$

onde $\mathbf{K}_p = \boldsymbol{\phi}^t\bar{\mathbf{K}}_{me}$, $\mathbf{b}_\phi = \boldsymbol{\phi}^t\mathbf{b}$, $\mathbf{I} = \boldsymbol{\phi}^t\mathbf{M}\boldsymbol{\phi}$, e $\boldsymbol{\Omega}^2 = \boldsymbol{\phi}^t\mathbf{K}_m\boldsymbol{\phi}$, uma matriz diagonal das frequências naturais ao quadrado, para a estrutura com pastilhas piezelétricas em circuito aberto. $\boldsymbol{\Lambda}$ é a matriz de fatores de amortecimento modal.

Resolvendo (3.3) para $\tilde{q}_c$ e substituindo em (3.2), é possível escrever $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}$ em termos da amplitude de excitação $\tilde{f}$. Então, a carga elétrica de saída devido a excitação mecânica pode ser encontrada substituindo o valor obtido de $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}$ em (3.3).

A velocidade transversal no ponto de aplicação da força, ou lateral da placa, para a condição de contorno da placa engastada-livre, ou no lado deslizante, é escrita

como $v = \mathbf{c}_v \dot{\mathbf{u}}$, onde $\mathbf{c}_v$ é o vetor que define os graus de liberdade nodais mensurados. Para uma excitação harmônica, $v = \tilde{v} e^{j\omega t}$, onde $\tilde{v} = j\omega \mathbf{c}_\phi \tilde{\mathbf{a}}$ e $\mathbf{c}_\phi = \mathbf{c}_v \boldsymbol{\phi}$. Assim, a função resposta em frequência da velocidade de saída devido a excitação mecânica é definida como $G_{vF} = \tilde{v} / \tilde{f}$, tal que

$$G_{vF}(\omega) = j\omega(-\omega^2 L_c + j\omega R_c + \bar{K}_e) \mathbf{c}_\phi [\mathbf{D}]^{-1} \mathbf{b}_\phi, \quad (3.4)$$

sendo que $[\mathbf{D}] = [(-\omega^2 L_c + j\omega R_c + \bar{K}_e)(-\omega^2 \mathbf{I} + j2\omega \Lambda \Omega + \Omega^2) - \mathbf{K}_p \mathbf{K}_p^t]$.

A corrente elétrica de saída do circuito é obtida utilizando-se $I = \dot{q}_c = \tilde{I} e^{j\omega t}$ tal que $\tilde{I} = j\omega \tilde{q}_c$ e a função resposta em frequência $G_{IF} = \tilde{I} / \tilde{f}$ é escrita como

$$G_{IF}(\omega) = j\omega \mathbf{K}_p^t [\mathbf{D}]^{-1} \mathbf{b}_\phi. \quad (3.5)$$

Considerou-se válido também analisar o desempenho médio do dispositivo gerador de energia para um dado intervalo de frequência. Isso foi feito utilizando-se a média de G_{IF} , definida como

$$|\bar{G}_{IF}| = \int_{\omega_t - \Delta\omega/2}^{\omega_t + \Delta\omega/2} |G_{IF}| d\omega \quad (3.6)$$

onde ω_t é a frequência de operação estipulada e $\Delta\omega$, o intervalo de frequência considerado.

Uma análise alternativa para o desempenho do dispositivo pode ser realizada utilizando a corrente elétrica por unidade de velocidade no ponto da força aplicada. Considerou-se que esta medida representa melhor a conversão de movimento em corrente elétrica e, assim, pode melhor representar a eficiência do dispositivo, sendo aqui definida como

$$G_{Iv}(\omega) = G_{IF}(\omega) / G_{vF}(\omega), \quad (3.7)$$

e assim pode ser avaliada pela razão da Eq.(3.5) pela Eq.(3.4).

Para simplificar a expressão acima, considerou-se o desempenho em um pequeno intervalo de frequência $\Delta\omega$ centrado na frequência de operação ω_t para o qual a frequência de ressonância fundamental ω_n do dispositivo gerador de energia foi sin-

tonizado. Neste caso, assumiu-se que a resposta estrutural pôde ser adequadamente representada pelo primeiro (fundamental) modo de vibração. Assim, os deslocamentos nodais são aproximados como $\mathbf{u} \approx \boldsymbol{\phi}_n \alpha_n$ tal que a função resposta em frequência da velocidade de saída devido a uma excitação mecânica G_{vF} pode ser escrita como

$$G_{vF}(\omega) = j\omega(-\omega^2 L_c + j\omega R_c + \bar{K}_e) c_n [D_n] b_n, \quad (3.8)$$

sendo que $[D_n] = [(-\omega^2 L_c + j\omega R_c + \bar{K}_e)(-\omega^2 + j2\zeta_n \omega_n \omega + \omega_n^2) - K_p^2]$, $c_n = \mathbf{c}_v \boldsymbol{\phi}_n$ e $b_n = \boldsymbol{\phi}_n^t \mathbf{b}$ são as projeções modais dos vetores de distribuição de saídas e entradas, ζ_n é o fator de amortecimento modal para o modo fundamental de vibração, e $K_p = \boldsymbol{\phi}_n^t \bar{\mathbf{K}}_{me}$ representa o coeficiente de acoplamento piezelétrico modal efetivo. Note que todos os parâmetros em (3.8) são escalares. Analogamente, as funções resposta em frequência da corrente elétrica de saída no circuito G_{IF} e G_{Iv} lêem

$$G_{IF}(\omega) = j\omega K_p [D_n]^{-1} b_n e \quad (3.9)$$

$$G_{Iv}(\omega) = K_p [c_n(-\omega^2 L_c + j\omega R_c + \bar{K}_e)]^{-1}. \quad (3.10)$$

Visando-se estimar a potência gerada pelo dispositivo gerador de energia, considerou-se como análise preliminar que dada uma força de excitação de entrada harmônica ($f = \tilde{f} \cos(\omega t)$), a corrente elétrica de saída induzida no circuito, pode ser escrita como (STEPHEN, 2006)

$$I = \tilde{I} \cos(\omega t - \varphi), \quad (3.11)$$

e assim, a potência instantânea pode ser representada por

$$P_{inst} = R_c I^2 = R_c \tilde{I}^2 \cos^2(\omega t - \varphi). \quad (3.12)$$

Desta forma, a energia (E) gerada por ciclo resulta

$$E_{ciclo} = \int_t^{t + \frac{2\pi}{\omega}} P_{inst} dt = \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} (R_c \tilde{I}^2) \cos^2(\omega t - \varphi) dt = \frac{R_c \tilde{I}^2 \pi}{\omega}, \quad (3.13)$$

e assim, a potência pode ser escrita da forma

$$P = \frac{E_{ciclo}}{T} = \frac{R_c \tilde{I}^2}{2}. \quad (3.14)$$

Os valores obtidos para a potência na frequência de operação no presente Capítulo e também no Capítulo 5, utilizaram-se de (3.14).

Para o caso de circuito resistivo, o valor de R pode ser obtido através da análise de vibração livre ($f = 0$) da estrutura, dado que a resistência R se comporta como um dissipador simples de energia (TRINDADE, 2009). Assim, das equações de movimento (2.65), com $\mathbf{u} = \boldsymbol{\phi}_n \alpha_n$ têm-se que

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha}_n + \omega_n^2 \alpha_n - K_p q_c &= b_n f, \\ R_c \dot{q}_c + \bar{K}_e q_c - K_p \alpha_n &= 0, \end{aligned} \quad (3.15)$$

considerando que a vibração da estrutura seja harmônica tal que $\alpha_n = \tilde{\alpha}_n e^{j\omega t}$ e $q_c = \tilde{q}_c e^{j\omega t}$, tem-se

$$(-\omega^2 + \omega_n^2) \tilde{\alpha}_n - K_p \tilde{q}_c = 0, \quad (3.16)$$

$$(j\omega R_c + \bar{K}_e) \tilde{q}_c - K_p \tilde{\alpha}_n = 0. \quad (3.17)$$

Resolvendo (3.17) para $\tilde{q}_c$ e substituindo em (3.16), obtém-se

$$\left[-\omega^2 + \left(\omega_n^2 - \frac{K_p^2}{j\omega R_c + \bar{K}_e} \right) \right] \tilde{\alpha}_n = 0. \quad (3.18)$$

Deste modo, por TRINDADE (2009), o circuito resulta uma frequência natural complexa ω_n^*

$$\omega_n^{*2} = \omega_n^2 - \frac{K_p^2}{j\omega R_c + \bar{K}_e}. \quad (3.19)$$

Pode-se observar por (3.19), que o efeito do circuito na estrutura do dispositivo será maior quanto maior K_p , ou seja, quanto maior o acoplamento eletromecânico entre pastilha e estrutura. Os casos de circuito aberto (oc) e circuito fechado (sc) podem ser derivados de (3.19) resultando

$$\begin{aligned} \omega_n^{oc\ 2} &= \lim_{R_c \rightarrow \infty} \omega_n^{*2} = \omega_n^2, \\ \omega_n^{sc\ 2} &= \lim_{R_c \rightarrow 0} \omega_n^{*2} = \omega_n^2 - \frac{K_p^2}{\bar{K}_e}, \end{aligned} \quad (3.20)$$

onde pode-se observar o aumento de rigidez equivalente no caso em circuito aberto em relação àquele em circuito fechado devido ao efeito do potencial induzido nos materiais piezelétricos. Uma expressão para o coeficiente de acoplamento eletromecânico (EMCC) também pode ser obtida resultando

$$K_n^2 = \frac{\omega_n^{oc\ 2} - \omega_n^{sc\ 2}}{\omega_n^{oc\ 2}} = \frac{K_p^2}{\omega_n^2 \bar{K}_e}. \quad (3.21)$$

Definindo-se ρ como uma frequência adimensional tal que,

$$\rho = \frac{R_c \omega}{\bar{K}_e}, \quad (3.22)$$

a frequência natural complexa ω_n^* pode ser escrita em função do EMCC K_n^2 e da frequência adimensional ρ como

$$\omega_n^{*2} = \omega_n^2 \left(1 - \frac{K_n^2}{1 + j\rho} \right), \quad (3.23)$$

que, após algumas manipulações algébricas, adquire a forma tradicional de frequência natural complexa,

$$\omega_n^{*2} = \omega_{nr}^2(1 + j\eta_n), \quad (3.24)$$

sendo ω_{nr} e η_n definidos como a parte real da frequência natural complexa e o fator de perda, respectivamente, e cujas expressões são

$$\omega_{nr}^2 = \omega_n^2 \left(1 - \frac{K_n^2}{1 + \rho^2} \right), \quad (3.25)$$

$$\eta_n = \frac{\rho K_n^2}{(1 - K_n^2) + \rho^2}. \quad (3.26)$$

Tanto o fator de perda η_n quanto a parte real da frequência natural ω_{nr} são funções da frequência adimensional ρ . Dado que quanto maior o fator de perda, maior a dissipação de energia e consequentemente, maior energia induzida no circuito, almeja-se obter o valor de ρ_{otimo} que maximize o fator de perda. Fazendo $d\eta_n/d\rho = 0$, tem-se

$$\rho_{otimo} = \sqrt{1 - K_n^2}, \quad (3.27)$$

tal que o máximo fator de perda é dado por

$$\eta_n^{max} = \frac{K_n^2}{2\sqrt{1 - K_n^2}}. \quad (3.28)$$

Assim, combinando-se as equações (3.22) e (3.27), obtém-se uma expressão para o valor da resistência elétrica do circuito R_c (ótimo), que maximiza o fator de perda na frequência natural da estrutura ω_n e assim, a potencial energia mecânica convertida em elétrica

$$R_c = \frac{\bar{K}_e \sqrt{1 - K_n^2}}{\omega_n}. \quad (3.29)$$

No caso de circuito resistivo-indutivo (ressonante), a amplitude de vibração da estrutura é minimizada usando o conceito de absorvedores dinâmicos de vibrações,

no qual a indutância provê ao circuito uma frequência de ressonância elétrica que se sintonizada à frequência natural da estrutura do dispositivo, faz com que o circuito absorva a energia da estrutura quando esta vibra com frequência próxima à sua frequência natural. Assim, para projetar os parâmetros do circuito, R_c e L_c , é necessário o quadrado da amplitude do deslocamento de saída $G_{uF}(\omega)$, que resulta:

$$|G_{uF}(\omega)|^2 = r_n \frac{(-\omega^2 L_c + \bar{K}_e)^2 + (\omega R_c)^2}{[\omega^4 L_c - \omega^2(\bar{K}_e + L_c \omega_n^2) + \bar{K}_e \omega_n^2 - K_p^2] + [(-\omega^2 + \omega_n^2)\omega R_c]^2}, \quad (3.30)$$

$$r_n = \mathbf{c}_n \mathbf{b}_n.$$

Para isso, projeta-se a frequência de ressonância do circuito de modo que uma anti-ressonância no sistema acoplado (circuito+PZT) seja obtida na frequência de ressonância do piezelétrico. Sendo $\bar{K}_e$ arbitrária, a indutância L_c pode ser definida de maneira que a frequência de ressonância do circuito, ω_c , seja igual à frequência de ressonância da estrutura do dispositivo, $\omega_c = \omega_n$, assim

$$\omega_c^2 = \frac{\bar{K}_e}{L_c} \rightarrow L_c = \frac{\bar{K}_e}{\omega_c^2} = \frac{\bar{K}_e}{\omega_n^2}. \quad (3.31)$$

Contudo, o efeito de gerar uma anti-ressonância na posição de ressonância faz com que essa seja substituída por duas frequências de ressonâncias, uma antes e outra após a posição da frequência original. Esse fato leva à projeção de outro parâmetro do circuito, a resistência R_c , para que as amplitudes das duas novas frequências de ressonância geradas pelo ajuste de L_c sejam reduzidas. Para a obtenção do valor ótimo de R_c , Den HARTOG (1947) propôs que:

$$\lim_{R_c \rightarrow 0} |G_{uF}(\omega)|^2 = \lim_{R_c \rightarrow \infty} |G_{uF}(\omega)|^2, \quad (3.32)$$

que resulta em uma equação de ordem 2 cujas raízes, ω_1 e ω_2 , são obtidas por:

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2}(\omega_c^2 + \omega_n^2) \pm \sqrt{(\omega_c^2 - \omega_n^2)^2 + 2\omega_c^2 \frac{K_p^2}{\bar{K}_e}}. \quad (3.33)$$

Deste modo, projeta-se o amortecimento equivalente, R_c , para que a amplitude

na anti-ressonância do sistema acoplado ($\omega_n = \omega_c$) seja igual àquela nas frequências ω_1 e ω_2 . Então, calculando-se a amplitude da Eq.(3.30) para as frequências ω_n e ω_1 (Eq.(3.33)), obtém-se:

$$|G_{uF}(\omega_n)|^2 = \frac{2\bar{K}_e}{K_p^2\omega_n^2}, \text{ e } |G_{uF}(\omega_1)|^2 = \frac{R_c^2\omega_n^2}{K_p^4}. \quad (3.34)$$

Igualando-se $|G_{uF}(\omega_n)|^2 = |G_{uF}(\omega_1)|^2$, obtém-se o seguinte valor ótimo para a resistência do circuito RL

$$R_c = \frac{K_p\sqrt{2\bar{K}_e}}{\omega_n^2}. \quad (3.35)$$

3.2 Resultados de desempenho na geração de corrente elétrica

3.2.1 Resultados de desempenho para uma placa engastada-livre

O dispositivo gerador de energia consistiu de uma placa de alumínio de dimensões $(50 \times 25 \times 1) \text{ mm}^3$ sobre a qual duas pastilhas de cerâmica piezelétrica PZT-5A, de dimensões $(40 \times 25 \times 0,25) \text{ mm}^3$, foram coladas, como ilustra a Figura 3.1. A placa é engastada em um de seus lados menores e tem uma massa sísmica de Tungstênio (W) fixada no lado oposto. As pastilhas piezelétricas são conectadas entre si como dois capacitores em paralelo, conectados a um circuito elétrico. Nesta configuração, a capacitância das pastilhas são somadas e a conexão com o circuito faz com que a flexão da estrutura devido à vibração, propicie uma deformação de extensão em uma das pastilhas e de compressão na outra, sendo assim, a deformação é maximizada e por consequência, a geração de energia. O circuito elétrico, responsável pela coleta e armazenamento de energia, é aqui representado por uma resistência elétrica, de forma a estimar o potencial de energia armazenável através da energia dissipada na resistência. Uma indutância é associada em série à resistência, de modo a permitir um ajuste do sistema em uma banda de frequências (análogo a um absorvedor dinâmico). As propriedades dos materiais utilizados foram para o transdutor PZT-5A: densidade 7.750 Kg/m^3 , módulo de Young $\bar{c}_{11}^D = c_{22}^D = 96,39 \text{ GPa}$,

$\bar{c}_{12}^D = 51,22$ GPa, $\bar{c}_{44}^D = \bar{c}_{55}^D = 39,63$ GPa, $\bar{c}_{66}^D = 22,57$ GPa, constantes piezelétricas $\bar{h}_{31} = \bar{h}_{32} = 1,677$ N/nC e, constante dielétrica $\bar{\beta}_{33}^\epsilon = 104,5$ m/ μ F; para a placa de alumínio (Al): densidade 2.700 Kg/m³, módulo de Young 70 GPa, coeficiente de Poisson 0,33; e a densidade da massa sísmica de tungstênio (W) utilizada foi 15.500 Kg/m³.

Figura 3.1: Placa engastada-livre com duas piezocerâmicas conectadas a circuito elétrico coletor/armazenador de energia.

A determinação da massa sísmica a ser fixada à extremidade livre da placa está diretamente relacionada à frequência de ressonância que se deseja impor ao dispositivo. Em particular, deseja-se fazer coincidir a frequência de ressonância do circuito com a frequência de operação do dispositivo de forma que a amplitude de vibração do mesmo e, conseqüentemente, a geração de energia seja maximizada. Neste estudo, supõe-se que a frequência de operação seja 100 Hz. Uma primeira aproximação para a massa sísmica a ser fixada à extremidade livre da placa pode ser obtida através da expressão para a frequência fundamental ω_n de uma viga engastada-livre com massa na ponta (BEARDS, 1996)

$$\omega_n^2 = \frac{3EI}{(M + 33m/140)L^3} \longrightarrow M = \frac{3EI}{\omega_n^2 L^3} - \frac{33m}{140}, \quad (3.36)$$

sendo m a massa da placa laminada (Al + 2 PZTs), L seu comprimento e EI sua rigidez de flexão equivalente. M é a massa sísmica que deve ser fixada à extremidade livre de modo que a frequência natural seja aquela desejada. A fim de se obter um projeto de dispositivo mais prático, a massa sísmica foi modelada tal que seu volume fosse mínimo e bem distribuído. Por este motivo o material tungstênio foi escolhido, devido a sua alta densidade e, a massa sísmica foi considerada como uma barra prismática distribuída na largura da placa (um dos menores lados) com seção quadrada transversalmente à primeira, embora no modelo a massa da ponta seja considerada distribuída nos nós deste lado da placa. Vale ressaltar que o momento de inércia da massa sísmica também foi incluído no modelo. Para tal, considerou-se um paralelepípedo de largura igual à da placa (25 mm) e com espessura e comprimento iguais, calculados de forma a atingir a massa necessária.

Com o objetivo de avaliar o desempenho do dispositivo apresentado na Figura 3.1, foram calculadas as respostas em frequência do dispositivo quando sujeito à força transversal concentrada próxima ao engaste.

O projeto do dispositivo mostrado na Figura 3.1 considera que as propriedades geométricas da placa com pastilhas piezelétricas permanecem inalteradas, assim sendo, o valor da massa sísmica foi ajustado de modo que a frequência natural do dispositivo coincidissem com aquela de operação (100 Hz). Para tal, a equação (3.36) foi usada para calcular uma aproximação inicial para o valor da massa sísmica. Uma análise modal do dispositivo agora com massa sísmica, no entanto, mostrou que sua frequência natural era inferior à desejada devido, entre outras coisas, à diferença entre o modelo simplificado (de viga monocamada sem cisalhamento transversal) utilizado para se obter a equação (3.36) e aquele utilizado neste estudo (de placa multi-

camada com cisalhamento transversal, pastilhas descontínuas e massa e momento de inércia distribuídos ao longo da largura da placa). Sendo assim, um ajuste empírico foi realizado reduzindo-se o valor da massa sísmica em aproximadamente 40%, até que a frequência natural em circuito aberto convergissem ao valor desejado.

A conexão da pastilha piezoelétrica com o circuito elétrico faz com que a condição de contorno elétrico mude, de circuito aberto para circuito R ou RL e, consequentemente, altera a frequência natural do dispositivo (reduzindo seu valor). Embora isso implique a necessidade de um novo ajuste da massa sísmica para manter a frequência natural igual àquela de operação, este procedimento não foi adotado nesta primeira análise. Assim sendo, os valores de resistência e indutância foram adquiridos com base nas equações (3.29), (3.31) e (3.35), considerando o valor da massa sísmica fixo. Para obter melhores resultados, o valor da indutância também foi reajustado empiricamente para 80% do valor fornecido pela equação (3.31). Os parâmetros do dispositivo e do circuito coletor/armazenador de energia são apresentados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: *Parâmetros obtidos para o dispositivo e circuitos R e RL (EL).*

massa Al	3,4 g
massa PZT-5A	3,9 g
massa W	18,0 g
massa total	25,3 g
circuito aberto	
frequência 1	100,29 Hz
circuito R	
R	20.156 Ω
frequência 1	98,8 Hz
circuito RL	
R	6.890 Ω
L	26,32 H
frequência 1	98,88 Hz

A metodologia considerada para o projeto dos componentes dos circuitos tem como principal objetivo reduzir as amplitudes de vibração da estrutura, portanto é conveniente analisar a resposta em frequência da estrutura observada pela velocidade transversal no ponto de aplicação da força (Figura 3.2). Conforme pode ser observado na Figura 3.2, o circuito RL é muito mais efetivo na redução da amplitude de vibração da estrutura. De fato, sabe-se que o circuito R age como um amortecedor viscoelástico com fator de perda não muito importante, enquanto que o circuito RL age como um absorvedor dinâmico de vibrações amortecido, que absorve a energia vibratória da estrutura na proximidade da frequência natural do circuito e, então, a

dissipa através da resistência (GODOY; TRINDADE, 2011b). Desse modo, é esperado que esta energia vibratória dissipada através da resistência elétrica possa ser armazenada se a mesma for substituída por um circuito coletor/armazenador de energia. Assim, acredita-se que em uma aplicação real o circuito RL deve apresentar um melhor desempenho comparado ao circuito R, já que é consideravelmente mais efetivo na extração de energia da estrutura.

Figura 3.2: Amplitude da resposta em frequência entre força e velocidade transversal próximas ao engaste (EL).

A conexão das pastilhas a um circuito, como dito, tem por objetivo reduzir a amplitude de vibração. Entretanto, a dissipação de energia no circuito aqui representado por R é maior quanto maior a amplitude de vibração. Assim, existe um efeito colateral inevitável na geração de energia, pois por um lado a vibração é desejável para a geração e por outro, o circuito amortece a vibração.

A Figura 3.3 mostra a resposta em frequência do dispositivo, quando excitado pela força transversal, observada pela corrente elétrica induzida no circuito. Pode-se notar que, de fato, o circuito RL parece ser mais interessante, embora o valor máximo de corrente elétrica gerado seja superior para o circuito R. Isto porque um ligeiro desajuste entre as frequências do circuito elétrico e dispositivo, configurado para a frequência de operação, seja por variabilidade ou desconhecimento do valor preciso, dá origem a um significativo decréscimo na corrente gerada pelo circuito R. Enquanto, que aquela gerada pelo circuito RL é mais uniforme em uma banda de

Figura 3.3: Amplitude da resposta em frequência entre força transversal próxima ao engaste e corrente elétrica no circuito (EL).

frequência centrada na frequência desejada, sendo mais interessante no caso onde a incerteza deste parâmetro de entrada seja maior. A Tabela 3.2 mostra os valores máximo e médio de corrente elétrica gerada para diferentes faixas de frequências em torno da frequência de ajuste (nominal de operação).

Na frequência de pico, os valores obtidos para corrente elétrica são muito próximos, sendo ligeiramente maior para o circuito resistivo. Com o aumento da banda de frequência ao redor da frequência de operação observa-se que a indução média de corrente se torna consideravelmente maior para o circuito ressonante, sendo que aquela para o circuito R decresce rapidamente. A indução média de corrente em uma banda de frequência de 10 Hz centrada na frequência de operação do circuito RL é cerca de 40% maior que aquela do circuito R (Tabela 3.2). Além disso, a vantagem do circuito ressonante aumenta conforme o aumento da largura da banda de frequência (Figura 3.4).

Da análise anterior observa-se que para uma mesma força de excitação, a energia induzida no circuito resistivo pode ainda ser superior àquela pelo circuito ressonante, mesmo que somente em uma banda de frequência bem estreita. No entanto, a Figura 3.2 mostra que para uma mesma força de excitação, a amplitude de vibração do dispositivo é maior para o circuito resistivo (já que este é menos eficiente em dissipar a energia vibratória). Este fato indica que na Figura 3.3, a potência de entrada é diferente nos casos de circuito resistivo e ressonante. Sendo assim, uma análise alternativa da geração de energia poderia ser realizada, na qual é calculada a corrente

gerada por unidade de velocidade no ponto de aplicação da força. Sugere-se aqui que esta medida representa melhor a eficiência do dispositivo em transformar movimento em corrente elétrica e, por outro lado, poderia melhor aproximar uma medida de eficiência na conversão de energia. Sendo assim, a Figura 3.5 mostra a amplitude da resposta em frequência entre corrente elétrica gerada e velocidade no ponto de aplicação da força. Nota-se que, neste caso, a corrente gerada é sempre superior para o circuito ressonante.

Tabela 3.2: Corrente média induzida no circuito ($\mu\text{A}/N$) por banda de frequência (EL).

	Pico	10 Hz	20 Hz	30 Hz	40 Hz	50 Hz	60 Hz
R	59,9	40,4	28,8	22,6	18,8	16,2	14,3
RL	57,7	56,4	53,5	48,6	43,2	38,4	34,3

Figura 3.4: Corrente elétrica média por unidade de força induzida no circuito para diferentes bandas de frequência (EL).

Os resultados indicaram que a inclusão de uma indutância apropriadamente ajustada em série com o circuito coletor/armazenador de energia pode aumentar a banda de frequência na qual o dispositivo é eficiente. De fato, quanto mais larga é a banda de frequência considerada, melhor é o desempenho do circuito ressonante em comparação ao circuito resistivo. Os resultados também apontaram a necessidade

Figura 3.5: Amplitude da resposta em frequência entre corrente elétrica no circuito e velocidade transversal (EL).

de uma otimização simultânea da massa sísmica e dos componentes elétricos R e L, que foram realizados para a placa deslizante-livre na seção seguinte e também no Capítulo 5.

Figura 3.6: Amplitude da resposta em frequência da potência efetiva (EL).

A Figura 3.6 apresenta um estudo preliminar da eficiência efetiva do disposi-

tivo em gerar energia. Pôde-se observar que no intervalo de frequência considerado, o circuito ressonante RL apresenta um melhor resultado comparado ao circuito R, como previsto na Figura 3.5. Entretanto, vale ressaltar que os valores obtidos para potência efetiva estão aqui superestimados, dado que os modos de corpo rígido não são contabilizados nas funções resposta em frequência e que o estudo da entrada harmônica e saída não harmônica é sugerido como trabalho futuro.

3.2.2 Resultados de desempenho para uma placa deslizante-livre

Visando-se uma possível aplicação do dispositivo gerador de energia onde este pudesse ser projetado em um invólucro, para ser acoplado a uma estrutura com apenas deslocamento vertical no lado antes engastado, optou-se por analisar a condição de contorno deslizante-livre. No entanto, as dimensões do dispositivo consideradas anteriormente para a frequência de operação de 100Hz, implicaria em um valor de massa sísmica desproporcional às dimensões do dispositivo. Para reduzir este valor, sem variar consideravelmente as dimensões do dispositivo de estudo anterior, um ligeiro aumento na direção longitudinal foi realizado tanto para o substrato quanto para os transdutores. Nesta análise uma placa com dimensões $(60 \times 25 \times 1) \text{ mm}^3$ foi utilizada, e pastilhas piezelétricas de dimensões $(55 \times 25 \times 0.25) \text{ mm}^3$ foram coladas sobre suas superfícies, como mostra a Figura 3.7. As propriedades materiais utilizadas foram as mesmas citadas para placa engastada-livre.

Figura 3.7: Placa deslizante-livre com duas piezocerâmicas conectadas a circuito elétrico para armazenamento de energia.

Como dito na seção precedente, a conexão entre pastilhas piezelétricas e o circuito elétrico (R ou RL) modifica as condições de contorno elétricas (daquela em circuito aberto) e, conseqüentemente, modifica a frequência natural do dispositivo. Assim, um ajuste da massa sísmica para que a frequência do dispositivo fosse a estipulada (100Hz) foi realizado. Os parâmetros de circuito elétrico, como no caso anterior, foram avaliados utilizando-se (3.29), (3.31), (3.35) e então ajustados empiricamente com aumento de 1% nos valores de R para ambos os circuitos, de 13.330Ω para 13.448Ω no caso resistivo, e de $8.277,3\Omega$ para $8.357,3$ para o caso ressonante, já a indutância teve uma redução de 7%, de $22,63\text{ H}$ para 21 H . Um primeiro valor assumido para a massa sísmica M foi de 90 g tal que a frequência de ressonância em circuito aberto fosse próxima a 100 Hz, e nesta análise, a Eq.(3.36) mostrou-se inadequada, dado que as condições aqui utilizadas e aquelas em que a equação é formulada são muito diferentes. Os parâmetros para a placa e componentes dos circuitos R e RL utilizados são apresentados na Tabela 3.3.

Tabela 3.3: *Parâmetros obtidos para o dispositivo e circuitos R e RL (DL).*

massa Al	4,0 g
massa PZT-5A	5,3 g
<hr/>	
cicuito R	
massa W	88,8 g
massa total	98,1 g
R	$13.448,0\ \Omega$
frequência 1	99,8 Hz
<hr/>	
circuito RL	
massa W	90,0 g
massa total	99,3 g
R	$8.357,3\ \Omega$
L	21 H
frequência 1	101,3 Hz

Figura 3.8: Amplitude da resposta em frequência entre força e velocidade transversal no lado deslizante da placa (DL).

Figura 3.9: Amplitude da resposta em frequência entre força transversal próxima ao engaste e corrente elétrica no circuito (DL).

Tabela 3.4: Corrente média induzida no circuito (mA/N) por banda de frequência (DL).

	Pico	10 Hz	20 Hz	30 Hz	40 Hz	50 Hz	60 Hz
R	6,7	5,9	4,8	4,0	3,5	3,1	2,8
RL	4,9	4,8	4,7	4,7	4,5	4,2	3,9

Figura 3.10: Corrente elétrica média por unidade de força induzida no circuito para diferentes bandas de frequência (DL).

O desempenho do dispositivo gerador, mostrado na Figura 3.7, foi avaliado utilizando-se as funções resposta em frequência (3.5) e (3.7) quando sujeitos a uma força transversal distribuída nos nós do lado deslizante da placa.

A Figura 3.8, mostra a resposta em frequência do dispositivo observado pela velocidade transversal no lado deslizante da placa. Como no caso da placa engastada-livre, observou-se que o circuito ressonante é mais eficiente na redução da amplitude de vibração, enquanto o circuito resistivo funciona como um amortecedor no processo de dissipação de energia.

As respostas em frequência do dispositivo observada pela corrente elétrica são apresentadas nas Figuras 3.9, 3.10. Pôde-se observar que o circuito ressonante, como previsto, é mais eficiente em absorver a vibração do dispositivo, e na frequência de pico (100 Hz), o valor obtido para a corrente elétrica por unidade de força aplicada é maior para o caso resistivo. Porém, como na condição de contorno para a placa engastada-livre, pôde-se observar também que o circuito ressonante leva a um

alargamento no nível de desempenho ao redor da frequência estipulada e, assim, pode levar a uma maior eficiência para um intervalo de frequência. Ainda, como apresenta a Figura 3.9, a corrente elétrica média induzida no circuito em um intervalo de frequência centrado na frequência de operação ω_t decresce rapidamente para o circuito resistivo, ao passo que é quase constante em um intervalo de aproximadamente 30 Hz para o circuito ressonante. Assim, o desempenho médio do circuito RL é maior que do circuito R para intervalos de frequência maiores que 20 Hz. Portanto, este resultado indica que no caso de variação na frequência de operação, ou de uma dessintonia entre frequências de ressonância e de operação, o circuito ressonante pode resultar em um desempenho mais robusto.

A Figura 3.11 mostra a amplitude da resposta em frequência entre a corrente elétrica gerada e velocidade no lado deslizante-livre da placa, onde observa-se que a corrente gerada é sempre superior para o caso de circuito ressonante no intervalo de frequência de interesse. Observa-se que, neste caso, o circuito ressonante é sempre mais eficaz que o resistivo, e do mesmo modo, a potência efetiva apresentada na Figura 3.12.

Dado que o desempenho da geração de energia é muito mais dependente de um ajuste adequado da geometria do dispositivo e das propriedades materiais e componentes do circuito, vale analisar o efeito de incertezas paramétricas no desempenho do dispositivo gerador de energia utilizando circuitos resistivo e ressonante. Considerou-se que as propriedades geométricas devem ser suficientemente precisas, visto que as do transdutor piezelétrico não são geralmente bem conhecidas e podem afetar o dispositivo. Em termos dos parâmetros do circuito, a indutância mostrou ter um efeito mais importante no desempenho.

Vale ressaltar que, devido aos altos valores obtidos para a indutância, em uma aplicação de engenharia, a mesma seria provavelmente sintética. Deste modo, o circuito que representa a indutância precisaria ser alimentado eletricamente. Assim, a quantidade de energia absorvida pelo dispositivo versus a energia necessária para alimentar a indutância sintética do mesmo teriam que ser contabilizados em um projeto. Esse tema aborda a área de eletrônica e não foi tratado nesta pesquisa.

Figura 3.11: Amplitude da resposta em frequência entre corrente elétrica no circuito e velocidade transversal (DL).

Figura 3.12: Amplitude da resposta em frequência da potência efetiva (DL).

Capítulo 4

Inclusão de incertezas no modelo

A inclusão de incertezas no modelo visa analisar sua robustez na frequência de operação do dispositivo. Para tanto, foram escolhidas como variáveis aleatórias as constantes do transdutor, dielétrica β_{33}^e e piezelétrica h_{31} , e a indutância elétrica L associada ao circuito coletor/armazenador de energia. As variáveis escolhidas foram aquelas envolvidas na indução de carga elétrica, transdutor e indutância. Para tanto, um modelo estocástico foi desenvolvido e é descrito a seguir.

4.1 Modelagem estocástica para quantificação de incertezas

Um modelo probabilístico apropriado para cada variável aleatória foi construído considerando-se somente as informações disponíveis, as quais são:

- (1) O suporte da função densidade de probabilidade é $]0, +\infty[$;
- (2) Os valores médios são tais que $E[X] = \underline{X}$;
- (3) A variável aleatória X toma somente valores positivos os quais são representados pela condição $E[\ln(X)] = c_X$ com $|c_X| < +\infty$.

Portanto, o Princípio da Máxima Entropia resulta a seguinte Função Gamma de densidade de probabilidade para cada variável estocástica X (Jaynes, 1957; Kapur, 1993; Soize, 2001; Cataldo et al., 2009; Ritto et al., 2010)

$$p_X(X) = \mathbb{I}_{]0, +\infty[}(X) \frac{1}{\underline{X}} \left(\frac{1}{\delta_X^2} \right)^{\delta_X^{-2}} \frac{1}{\Gamma(\delta_X^{-2})} \left(\frac{X}{\underline{X}} \right)^{\delta_X^{-2}-1} \exp \left(-\frac{X}{\delta_X^2 \underline{X}} \right), \quad (4.1)$$

na qual $\delta_X = \sigma_X / \underline{X}$ é a dispersão relativa da variável estocástica X e σ_X é seu desvio padrão ($X \in \{h_{31}, \beta_{33}^\varepsilon, L\}$). A função Gamma é definida como $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty t^{\alpha-1} e^{-t} dt$.

As realizações aleatórias das variáveis estocásticas h_{31} , β_{33}^ε e L foram geradas utilizando-se a função *gamrnd* do MATLAB, e 4 análises foram realizadas. Primeiramente, o efeito de incertezas aleatórias de cada variável estocástica foi avaliada. Assim, para cada realização de uma dada variável estocástica, as Funções Resposta em Frequência (FRF) $G_{IF}(\omega)$ e $G_{Iv}(\omega)$ foram avaliadas. A amplitude média G_{IF} para diferentes intervalos de frequência, $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$, também foi avaliado. Isto permite analisar o efeito individual de cada variável estocástica. E, a posteriori, o efeito combinado de todas as variáveis foram avaliados. Isso foi feito combinando-se os vetores de realizações para cada variável estocástica dentro de um conjunto $\{h_{31}(\theta_i), \beta_{33}^\varepsilon(\theta_i), L(\theta_i)\}$ para os quais as mesmas respostas foram avaliadas ($G_{IF}(\omega)$, $G_{Iv}(\omega)$, $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$).

Para as 3 variáveis estocásticas, foi considerada uma dispersão relativa δ_X de 10%. A análise de convergência quadrática média em relação às realizações independentes da variável aleatória $\hat{G}_{IF}(\omega)$, denotada por $G_{IF}(\theta_j, \omega)$ foi realizada considerando-se a função

$$conv(n_s) = \frac{1}{n_s} \sum_{j=1}^{n_s} \int |||G_{IF}(\theta_j, \omega)| - |G_{IF}^N(\omega)|||^2 d\omega, \quad (4.2)$$

onde n_s é o número de simulações e $G_{IF}^N(\omega)$ é a resposta calculada usando o modelo médio correspondente.

4.2 Quantificação de incertezas para uma placa engastada-livre

A Figura 4.1 apresenta a análise de convergência da média quadrática para os 4 casos considerados. É possível observar que para todos os casos as 1500 simulações consideradas parecem suficientes para assegurar a convergência.

As análises estatísticas das amplitudes das FRFs $G_{IF}(\omega)$, $G_{Iv}(\omega)$, $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$, foram realizadas utilizando-se 1500 realizações para calcular os correspondentes valores médios e 95% de intervalo de confiança. Os intervalos de confiança de 95% foram avaliados utilizando-se 2,5% e 97,5% percentis das realizações das amplitudes das FRFs $G_{IF}(\omega)$ e $G_{Iv}(\omega)$ em cada frequência e $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$ para cada intervalo de frequência $\Delta\omega$ considerado.

Figura 4.1: *Convergência média quadrática de Simulação Monte Carlo com variáveis estocásticas: (a) constante dielétrica β_{33}^ϵ , (b) constante piezelétrica h_{31} , (c) indutância elétrica L e (d) todas as variáveis simultaneamente (EL).*

4.2.1 Resultados da quantificação de incertezas para uma placa engastada-livre

Os resultados a seguir apresentam a quantificação de incertezas para os 4 casos considerados. Para isso, os valores médios e os intervalos de confiança para $G_{IF}(\omega)$, $G_{IV}(\omega)$ e $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$ foram analisados. O objetivo dessas análises é avaliar o efeito de incertezas paramétricas no desempenho do aproveitamento de energia (*energy harvesting*) dos circuitos padrão (circuito R ou resistivo) e ressonante (circuito RL ou shunt).

Primeiramente, o efeito da constante dielétrica β_{33}^ϵ foi analisado. A motivação para tal análise é devido ao fato de que, em geral, a constante dielétrica é fornecida pelos fabricantes medidas sob duas condições: deflexão livre, deslocamento dado um nível de tensão, e, forçamento bloqueado, que refere-se à força exercida a um dado nível de tensão sem que o atuador possa mover-se, sendo assim, considerada na mode-

lagem da estrutura piezelétrica. Porém, na prática, tanto as pastilhas coladas quanto as inseridas na estrutura base, não representam a real condição de contorno mecânica da pastilha piezelétrica. Assim, a constante dielétrica efetiva é geralmente desconhecida e precisa ser aproximada mensurando-se a capacitância estática da pastilha piezelétrica fixada à estrutura. A constante dielétrica pode ter três efeitos principais sobre o desempenho na coleta de energia: primeiro, ela afeta a quantidade de carga induzida nos eletrodos das pastilhas para uma dada deformação; segundo, afeta a rigidez estrutural efetiva e assim, a frequência de ressonância; e terceiro, para o circuito ressonante RL afeta a frequência de ressonância do circuito e por consequência, afeta a sintonização adequada entre a frequência de ressonância do circuito e da estrutura do dispositivo coletor de energia.

A Figura 4.2 apresenta o valor médio e intervalo de confiança de 95% para $G_{IF}(\omega)$, $G_{IV}(\omega)$ e $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$ para os circuitos resistivo (R) e ressonante (RL). Observa-se que, como esperado, o desempenho do circuito resistivo é muito menos dependente da constante dielétrica e assim, seus correspondentes intervalos de confiança são menores. No pior caso, a constante dielétrica pode reduzir o desempenho da energia coletada no circuito ressonante por dessintonia do dispositivo (Fig. 4.2a). Por outro lado, a eficiência do circuito ressonante é sempre superior ao resistivo (Fig. 4.2b), embora seja mais dependente da constante dielétrica. Contudo, o desempenho da média no intervalo de frequência é menos sensível à constante dielétrica e para todos os intervalos de frequência considerados, o circuito ressonante parece ser mais interessante visto que amplia o efeito coletor em um intervalo de frequência do dispositivo.

Como segunda análise, o efeito de incertezas na constante piezelétrica h_{31} sobre o desempenho na coleta de energia foi considerado. Neste caso, é esperado que para ambos os circuitos, resistivo e resistivo-indutivo, quanto maior a constante piezelétrica melhor, visto que a mesma afeta diretamente a quantidade de energia mecânica convertida em energia elétrica potencialmente coletada. Assim, ao contrário do caso anterior, a constante piezelétrica não desajusta a frequência do dispositivo mas ao invés disso, amplifica (ou reduz) a quantidade de energia potencialmente gerada.

A Figura 4.3 apresenta o efeito de incertezas na constante piezelétrica h_{31} sobre o desempenho do dispositivo coletor de energia através dos valores médios e intervalos de confiança para $G_{IF}(\omega)$, $G_{IV}(\omega)$ e $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$ para os circuitos R e RL. Pode-se notar que os intervalos de confiança para o circuito resistivo são maiores que no caso prévio. Para o circuito ressonante, o desempenho na coleta de energia é muito maior na frequência estipulada (100 Hz) como mostra a Fig. 4.3a, embora diminua significativamente aumentando-se o intervalo de frequência (Fig. 4.3c). Como no caso anterior, o desempenho do dispositivo é sempre superior para o caso ressonante (Fig. 4.3b).

Para a terceira análise, a indutância do circuito ressonante é considerada incerta, consequentemente somente o dispositivo com circuito ressonante é considerado. Esta análise é motivada pelo fato que, na prática, um circuito de indutância sintética é utilizado para simular o alto valor de indutância necessário ao dispositivo. Estes circuitos são compostos de um número de componentes eletrônicos sujeitos a incertezas e/ou variabilidades. A Figura 4.4 apresenta o valor médio e 95% de intervalo de confiança para $G_{IF}(\omega)$, $G_{Iv}(\omega)$ e $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$. Como esperado, o principal efeito da incerteza na indutância do circuito é desajustar a frequência do dispositivo, embora a dispersão de G_{IF} seja quase desprezível para a frequência próxima à de operação (próxima de 101 Hz), como observa-se na Fig. 4.4a. Esta frequência pode ser definida para sintonizar àquela de operação a fim de se obter um desempenho mais robusto na coleta/armazenamento de energia com incerteza no valor de indutância do circuito. Por outro lado, o desajuste nas frequências de ressonância entre circuito e estrutura não afeta significativamente o desempenho médio do dispositivo (Fig. 4.4c).

For fim, uma análise do efeito de incertezas das 3 variáveis aleatórias simultaneamente foi realizada. Neste caso, as realizações das constantes dielétrica β_{33}^e , piezelétrica h_{31} e indutância elétrica L foram combinadas para avaliar o valor médio e intervalo de confiança de 95% de $G_{IF}(\omega)$, $G_{Iv}(\omega)$ e $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$. Os resultados são apresentados na Fig. 4.5. Como esperado a partir das análises anteriores, os intervalos de confiança para o circuito ressonante são maiores que aqueles para o circuito resistivo. O desempenho previsto para os circuitos resistivo e ressonante na frequência de operação é o mesmo quando mensurado pela G_{IF} (Fig. 4.5a), porém, o desempenho do dispositivo com circuito ressonante é superior quando considera-se o desempenho médio em um intervalo de frequência maior (Fig. 4.5c). Em termos de eficiência, o dispositivo ressonante é também sempre superior ao resistivo (Fig. 4.5b).

Estes resultados mostram que para uma dispersão de 10% sobre as 3 variáveis consideradas, o desempenho previsto para a coleta de energia para o caso resistivo e ressonante na frequência almejada são quase os mesmos quando mensurados por G_{IF} , porém o desempenho do dispositivo com circuito ressonante é superior quando o desempenho é considerado sobre um intervalo de frequências. Deste modo, em termos de eficiência o circuito ressonante apresenta-se sempre superior ao resistivo.

Para todas as Figuras (4.2, 4.3, 4.4 e 4.5), o estreitamento na faixa do intervalo de confiança, para uma região ou uma frequência, indica o local onde o modelo é mais robusto, ou seja, menos sensível à incertezas da variável estocástica. A mesma análise deve ser considerada para a condição de contorno de placa deslizante-livre na seção seguinte.

Figura 4.2: Valor médio (linha) e intervalos de confiança (faixa) para $G_{IF}(\omega)$ (a), $G_{Iv}(\omega)$ (b) and $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$ (c) para os circuitos resistivo (R) e ressonante (RL) e incerteza na constante dielétrica β_{33}^ϵ (EL).

Figura 4.3: Valor médio (linha) e intervalos de confiança (faixa) para $G_{IF}(\omega)$ (a), $G_{Iv}(\omega)$ (b) and $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$ (c) para os circuitos resistivo (R) e ressonante (RL) e incerteza na constante piezelétrica h_{31} (EL).

Figura 4.4: Valor médio (linha) e intervalos de confiança (faixa) para $G_{IF}(\omega)$ (a), $G_{Iv}(\omega)$ (b) e $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$ (c) para os circuitos resistivo (R) e ressonante (RL) e incerteza na indutância L associada ao circuito coletor (EL).

Figura 4.5: Valor médio (linha) e intervalos de confiança (faixa) para $G_{IF}(\omega)$ (a), $G_{Iv}(\omega)$ (b) and $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$ (c) para os circuitos resistivo (R) e ressonante (RL) e incertezas nas constantes dielétrica β_{33}^ε e piezelétrica h_{31} , e na indutância do circuito elétrico L (EL).

4.3 Quantificação de incertezas para uma placa deslizante-livre

Figura 4.6: *Convergência média quadrática de Simulação Monte Carlo utilizando-se como variáveis estocásticas: (a) constante dielétrica β_{33}^ϵ , (b) constante piezelétrica h_{31} , (c) indutância elétrica L e (d) todas as variáveis simultaneamente (DL).*

A Figura 4.6 apresenta a análise de convergência quadrática média para os 4 casos considerados. É possível notar que, para todos os casos, as 3.000 simulações consideradas são suficientes para assegurar a convergência. Assim, as análises estatísticas das amplitudes das saídas das FRFs, $G_{IF}(\omega)$, $G_{Iv}(\omega)$, $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$, foram executadas utilizando-se as 3.000 realizações para calcular o correspondente valor médio e um intervalo de confiança de 95%. Os intervalos de confiança de 95% foram avaliados utilizando-se 2,5% e 97,5% percentis das realizações das amplitudes das FRFs $G_{IF}(\omega)$ e $G_{Iv}(\omega)$ em cada frequência e $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$ para cada intervalo de frequência $\Delta\omega$ considerado, como no caso da placa engastada-livre.

4.3.1 Resultados da quantificação de incertezas para uma placa deslizante-livre

Foram analisados os valores médios e os intervalos de confiança para os 4 casos considerados através das FRFs $G_{IF}(\omega)$, $G_{Iv}(\omega)$ e $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$, sendo os propósitos os já descritos.

Primeiramente, o efeito de incertezas na constante dielétrica β_{33}^ε foi analisado. A Figura 4.7 apresenta os valores médios e intervalos de confiança de 95% para $G_{IF}(\omega)$, $G_{Iv}(\omega)$ e $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$ para os circuitos R e RL. Como no caso anterior, foi observado, como esperado, que o desempenho do circuito resistivo é muito menos dependente da constante dielétrica e assim, seus correspondentes intervalos de confiança são menores. No caso mais desfavorável, a constante dielétrica pode reduzir o desempenho da energia coletada do circuito ressonante devido ao desajuste da frequência do dispositivo (Figura 4.7a). Porém, a eficiência do circuito ressonante é sempre superior ao resistivo (Figura 4.7b), embora mais dependente da constante dielétrica e assim, menos robusto. Por outro lado, o desempenho da média em um intervalo de frequência é menos dependente ou sensível à constante dielétrica. E, para todos os intervalos de frequência considerados, o circuito ressonante mostra-se mais interessante visto que amplia o intervalo de frequências na qual o dispositivo coletor de energia é eficiente.

O segundo caso, análise do efeito de incertezas na constante piezoeétrica h_{31} no desempenho da geração de energia, é apresentado na Figura 4.8 com seus valores médios e respectivos intervalos de confiança para as amplitudes das FRFs $G_{IF}(\omega)$, $G_{Iv}(\omega)$ e $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$ para os circuitos R e RL. Pode-se notar que os intervalos de confiança para o caso resistivo são maiores que no caso anterior. No caso do circuito ressonante, o intervalo de confiança do desempenho na coleta de energia é muito maior na frequência de operação (100 Hz) como observa-se na Fig. 4.8a, embora diminua significativamente com o aumento do intervalo de frequência (Figura 4.8c). Como no caso anterior, a eficiência do dispositivo é sempre superior para o circuito ressonante (Figura 4.8b).

O terceiro caso de estudo é apresentado na Figura 4.9 com seus valores médios e intervalos de confiança de 95% para as amplitudes das FRFs $G_{IF}(\omega)$, $G_{Iv}(\omega)$ e $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$. Como esperado e também observado para a placa engastada-livre, o efeito de incertezas na indutância elétrica leva a um desajuste entre as frequências de ressonância do circuito e da estrutura mecânica (por volta de 101 Hz), como na Figura 4.9a. Tal desajuste no entanto, não afeta significativamente o desempenho médio da geração de energia (Figura 4.9c). Contudo, esta frequência pode ser determinada para corresponder ao valor da frequência de operação do dispositivo, entrando em ressonância e assim, absorvendo mais energia do sistema resultando em um desem-

penho mais robusto quando há incertezas na indutância do circuito.

Como última análise, foram consideradas incertezas em todas as variáveis simultaneamente, e os valores médios e respectivos intervalos de confiança das amplitudes das FRFs $G_{IF}(\omega)$, $G_{Iv}(\omega)$ e $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$ são apresentados na Figura 4.10. Como esperado das análises anteriores, os intervalos de confiança para o circuito ressonante são maiores que para o caso resistivo. O desempenho previsto para os circuitos resistivo e ressonante na coleta de energia na frequência de operação é a mesma quando mensurada por G_{IF} (Figura 4.10a), porém o desempenho do circuito ressonante é superior quando o desempenho é considerado para um intervalo de frequência (Figura 4.10c). Como nos casos anteriores, em termos de eficiência o circuito ressonante é sempre maior que o resistivo (Figura 4.10b).

Os resultados para uma placa deslizante-livre, para uma dispersão de 10% para os 3 parâmetros considerados, têm mostrado que o desempenho na geração de energia previsto para os circuitos resistivos são mais eficientes que aqueles para o circuito ressonante quando analisados por G_{IF} . Porém, o desempenho do circuito ressonante é superior quando considerado o desempenho médio sobre um intervalo de frequência $\bar{G}_{IF}$. Como já visto no caso da placa engastada-livre, em termos de eficiência, a medida da corrente elétrica induzida no circuito por unidade de velocidade G_{Iv} no lado deslizante da placa, para o dispositivo com circuito ressonante é sempre superior que o circuito resistivo. Todos as variáveis considerados como estocásticos são relevantes para desempenho do dispositivo nos intervalos de confiança utilizados. Para o circuito ressonante, a constante do material dielétrico e a indutância elétrica do circuito afetam principalmente a sintonização entre as frequências de ressonância do circuito e da frequência de operação, enquanto a constante do material piezelétrico leva somente a amplificação ou redução do desempenho na coleta de energia de vibração.

Figura 4.7: Valor médio (linha) e intervalos de confiança (faixa) para $G_{IF}(\omega)$ (a), $G_{Iv}(\omega)$ (b) and $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$ (c) para os circuitos resistivo (R) e ressonante (RL) e incerteza na constante dielétrica β_{33}^e (DL).

Figura 4.8: Valor médio (linha) e intervalos de confiança (faixa) para $G_{IF}(\omega)$ (a), $G_{Iv}(\omega)$ (b) and $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$ (c) para os circuitos resistivo (R) e ressonante (RL) e incerteza na constante piezolétrica h_{31} (DL).

Figura 4.9: Valor médio (linha) e intervalos de confiança (faixa) para $G_{IF}(\omega)$ (a), $G_{Iv}(\omega)$ (b) and $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$ (c) para os circuitos resistivo (R) e ressonante (RL) e incerteza na indutância elétrica L (DL).

Figura 4.10: Valor médio (linha) e intervalos de confiança (faixa) para $G_{IF}(\omega)$ (a), $G_{Iv}(\omega)$ (b) and $\bar{G}_{IF}(\Delta\omega)$ (c) para os circuitos resistivo (R) e ressonante (RL) e incertezas nas constantes dielétrica β_{33}^e e piezelétrica h_{31} , e na indutância do circuito elétrico L (DL).

Capítulo 5

Otimização da geração de energia

5.1 Otimização geométrica das pastilhas pieze-létricas

A partir das análises anteriores, observa-se que o ajuste adequado da frequência natural da estrutura do dispositivo e dos componentes elétricos do circuito podem melhorar a energia potencialmente armazenada. No entanto, a quantidade de corrente elétrica induzida nas pastilhas piezelétricas depende não apenas da sua eficiência na conversão de energia de deformação em corrente elétrica, mas também da magnitude da amplitude de vibração e, portanto, da energia de deformação aplicada ao dispositivo. Deste modo, a rigidez e a inércia adicionada pelas pastilhas piezelétricas ao substrato deve também influenciar a quantidade de energia armazenada.

É razoável esperar que a geometria das pastilhas piezelétricas possa ser otimizada a fim de maximizar a energia gerada correspondente. Assim, este capítulo apresenta uma metodologia para melhorar o desempenho na conversão e armazenamento de energia do dispositivo através da modificação da disposição geométrica das pastilhas piezelétricas.

5.2 Estratégia de otimização para a placa engastada-livre

Figura 5.1: 40 posições possíveis sobre o substrato para 20 pastilhas piezelétricas selecionadas (EL).

O procedimento escolhido para otimizar a geometria das pastilhas piezelétricas baseia-se na otimização da distribuição de um número fixo de pastilhas sobre as superfícies superior e inferior da placa de alumínio (substrato). Do dispositivo estudado anteriormente (Figura 3.1), as pastilhas superior e inferior piezelétricas são divididas em 40 pastilhas menores (Figura 5.1) de área $(5 \times 5) \text{ mm}^2$. Em seguida, são selecionadas metade das pastilhas (20), as que maximizam a corrente elétrica gerada para uma dada força de perturbação de entrada.

Isso foi feito utilizando-se uma abordagem geométrica, ou seja, várias configurações de 20 pastilhas, localizadas em 20 das 40 possíveis posições, essas são testadas e avaliadas segundo seu desempenho na geração de energia. No modelo, a distribuição das pastilhas não têm dependência com a malha elementos finitos, tendo sido utilizada para a condição de placa EL uma malha com 403 elementos. Embora possa haver algumas indicações para o que deve ser a melhor geometria de pastilhas piezelétricas, a partir dos conceitos de distribuição de energia de deformação modal e sensores modais distribuídos, as simulações numéricas mostram que uma configuração considerada ótima segundo análise modal, pode apresentar um bom resultado mas pode não ser a ideal. Nesse sentido, segundo os resultados obtidos, acredita-se que as pastilhas piezelétricas devem afetar significativamente a rigidez de flexão do substrato.

Figura 5.2: Representação de uma configuração geométrica arbitrária contendo 20 pastilhas piezelétricas para placa EL.

Portanto, uma estratégia de otimização automática é necessária para explorar o espaço de pesquisa de forma eficiente. Uma extensa pesquisa das possíveis combinações de 20 locais a partir dos 40 disponíveis levaria a um custo computacional inviável, uma vez que mais de 100 bilhões de combinações ($C_{40,20}$) são necessárias. O Algoritmo Genético (AG) é um dos métodos de pesquisa adequados nesses casos, onde o espaço de pesquisa é demasiado grande, fortemente multimodal e não-linear, entretanto, o método de otimização escolhido poderia ter sido outro. Assim, uma população

aleatória inicial formada pelos chamados indivíduos foi definida, com cromossomos compostos de 20 genes como ilustrado na Figura 5.2. Cada gene é um número inteiro de 1 a 40 representando o índice de localização. Portanto, um indivíduo representa uma configuração formada por 20 pastilhas com localização definida pelos seus genes.

Seguindo o processo padrão de evolução do AG, considera-se que a população inicial evolui ao longo de um conjunto de gerações por meio de reprodução (crossover), mutação e operações de seleção. Enquanto as operações de reprodução e mutação tem como objetivo proporcionar a diversidade à população, a operação de seleção tem como objetivo classificar os indivíduos em relação a um fitness ou função objetiva. Uma vez que este é um algoritmo de busca aleatória, os resultados ótimos são dependentes da população inicial e dos parâmetros de reprodução, mutação, e de seleção. No entanto, espera-se que, para um número suficientemente grande de gerações ou o tamanho da população inicial, o algoritmo irá convergir para o ótimo global.

População inicial: Uma vez que qualquer indivíduo da população é composto por 20 e diferentes números inteiros no domínio $[1, \dots, 40]$, uma rotina específica foi escrita para a construção da população inicial. Para cada indivíduo, a rotina gera um vetor de números aleatórios inteiros de 1 a 40 e, em seguida, os primeiros 20 elementos do vetor definem o indivíduo correspondente. Este procedimento é repetido para todos os indivíduos na população inicial. A seleção dos primeiros 20 elementos no vetor não implica uma tendência uma vez que a distribuição dos índices de sensores no vetor é equiprovável.

Mutação: A operação de mutação considerada consistiu em substituir um dos 20 genes (posição da pastilha) por um outro, selecionado aleatoriamente. O gene a ser mutado, é trocado a partir do grupo complementar de localizações de pastilhas, isto é, a partir de 20 localizações não presentes no indivíduo. Este procedimento evita a geração de um indivíduo com genes repetidos.

Reprodução: A reprodução (crossover), combina as seções inicial e final de dois indivíduos (pais) para formar um novo indivíduo (filho), onde a posição da quebra de sequências dos pais (cromossomos) é definida aleatoriamente. Neste caso, a geração de um indivíduo com genes repetidos é possível e, quando este for o caso, a função objetivo deste indivíduo não é avaliada para economizar tempo computacional, em vez disso é atribuído um pequeno valor à mesma de tal modo que a sua probabilidade de seleção também é pequena.

Seleção: A operação de seleção é baseada em um algoritmo de amostragem estocástica universal, onde a expectativa dos indivíduos na população é avaliada a partir de uma classificação de aptidão (fitness), neste caso a função objetivo descrita na seção seguinte.

Além da escolha de operadores de mutação, reprodução e seleção, é necessário definir o tamanho da população inicial (N), o número de melhores indivíduos (elite)

que são mantidos, ou seja, que não são modificados de uma geração para outra (Σ), a porcentagem da população em cada geração que é gerada por cruzamento (T_c) e o número total de gerações que a população evolui (N_p). Uma vez definido T_c , a parte restante da população é gerada ou da elite estabelecida ou por operação de mutação.

Com exceção dos procedimentos propostos para a construção da população inicial, a operação de mutação e a definição dos parâmetros, a otimização foi realizada utilizando os operadores e algoritmos do Toolbox MATLAB Genetic Algorithm and Direct Search (GADS).

5.2.1 Função objetivo para classificar o desempenho em termos de energia armazenável

O objetivo da otimização é encontrar a configuração geométrica de um conjunto de 20 pastilhas piezelétricas que maximiza a saída de corrente elétrica média em uma estreita banda de frequências (10 Hz) em torno de uma frequência determinada (100 Hz) para uma dada força de excitação fixa.

Dado que a conexão entre as pastilhas piezelétricas e o circuito afetam a frequência de ressonância do dispositivo, a configuração geométrica afeta diretamente a eficácia da rigidez eletromecânica modal K_p e a rigidez de flexão. Assim, a massa sísmica foi recalculada iterativamente em conjunto com os componentes do circuito (resistência e, resistência e indutância) para cada disposição de pastilhas.

Em particular, o valor da resistência ótima do circuito resistivo leva a um decréscimo na frequência de ressonância do dispositivo comparado ao circuito aberto, mas ao mesmo tempo, é uma função da frequência natural do circuito aberto (Eq.(3.29)). Por outro lado, os valores de resistência e indutância ótimos para o circuito ressonante substituem o pico de ressonância original por dois picos de ressonância acoplados amortecidos com uma anti-ressonância entre eles. A frequência da anti-ressonância deve coincidir com aquela de operação. Ambos os valores, resistência e indutância, são funções da frequência natural em circuito aberto (Eqs. (3.35) e (3.31)). Deste modo, a massa sísmica, e consequentemente os componentes do circuito, foram ajustados até convergirem para a frequência de operação estipulada: até a frequência de pico no caso resistivo, ou a média entre os dois picos de frequência no caso ressonante (considerando que a anti-ressonância esteja exatamente na frequência estipulada). Considerou-se uma margem de erro de até 2%.

Portanto, para cada indivíduo (configuração geométrica) o seguinte procedimento é realizado:

1. Primeiro, as frequências naturais e modos de vibração são computados para condição de circuito aberto, a fim de se obter uma primeira aproximação dos

valores efetivos de rigidez eletromecânica modal K_p , coeficiente de acoplamento eletromecânico modal quadrado K_n^2 e resistência do circuito R ;

2. Então, a frequência natural (amortecida) para o dispositivo conectado ao circuito resistivo é calculada, qualificando a sintonização da frequência de ressonância e ajustando a massa sísmica por $M_{i+1} = (M_i + M_b)(f_n/100)^2 - M_b$, sendo M_i a massa sísmica, o M_b a contribuição da inércia da estrutura para a frequência natural atual (f_n) aproximado por uma fração (33/140) da massa do conjunto placa de alumínio e pastilhas piezelétricas;
3. Com a nova massa sísmica, as frequências naturais e modos de vibração são calculados novamente para se obter a efetiva rigidez eletromecânica modal K_p , o coeficiente de acoplamento eletromecânico modal quadrado K_n^2 e a resistência do circuito R_{i+1} ;
4. A função de resposta em frequência, entre corrente elétrica através do circuito e a posição da força aplicada, é avaliada segundo as equações de movimento acopladas, e sua banda de frequência média de 10 Hz é calculada usando $H_a = (1/\Delta\omega) \int H d\omega$.

Com apenas uma iteração, foi observado um ajuste satisfatório entre a frequência de ressonância e aquela estipulada.

5.2.2 Resultados de otimização geométrica para placa EL

Foram estabelecidos como parâmetros da otimização do algoritmo genético: população inicial de $N = 100$ indivíduos (incluindo 6 configurações potencialmente ótimas, Figura 5.3), taxa de cruzamento de $T_c = 20\%$, taxa de mutação gênica em $T_g = 4\%$, população de elite em $\Sigma = 2$ indivíduos e o critério de finalização em $N_p = 17$ gerações.

A configuração geométrica ótima é representado esquematicamente na Figura 5.4. Usando esta disposição de 20 pastilhas, a corrente elétrica média induzida obtida para uma faixa de frequência de 10 Hz em torno da frequência alvo de 100 Hz foi de $27,2 \mu\text{A/N}$, para o circuito resistivo e $32,3 \mu\text{A/N}$ para o circuito ressonante. Este desempenho pode ser comparado com o da pastilha piezelétrica inteira ($40 \times 25 \times 0,5 \text{ mm}^3$) apresentada no Capítulo 3, $40,4 \mu\text{A/N}$ para o circuito R e $56,4 \mu\text{A/N}$ para o circuito RL. Isto significa que 67% de corrente elétrica inicial é

Figura 5.3: Exemplos de configurações geométricas potencialmente ótimas (EL).

Figura 5.4: Configuração geométrica ótima que conduz à corrente elétrica máxima de saída de $27,0 \mu\text{A}/\text{N}$ em uma banda de frequência de 10 Hz para o circuito R e $32,3 \mu\text{A}/\text{N}$ para o circuito RL (EL).

obtida com metade do volume de material piezelétrico ($20 \times 25 \times 0,5 \text{ mm}^3$) para o circuito R e, 57% para o circuito RL. A otimização também conduz a um dispositivo mais leve uma vez que, com a redução do volume de material piezelétrico, a massa sísmica é também reduzida de $18,0 \text{ g}$ para $13,4 \text{ g}$ em ambos os casos, R e RL. A massa total

é então reduzida por 27% de 25,3 g para 18,7 g no caso resistivo e, por 24% de 25,3 g para 19,3 g no caso ressonante.

A configuração ótima das pastilhas piezelétricas foram obtidas para o circuito resistivo. Admitiu-se que a mesma distribuição seria também ótima para o caso resistivo-indutivo, sendo os componentes do circuito calculados pelas Eqs. (3.31) e (3.35), e o valor da indutância ajustado empiricamente em 82% do valor calculado (65,83 H). A massa sísmica inicial utilizada para obter as respostas em frequência para o circuito ressonante foi aquela obtida para o circuito resistivo, dado que na configuração de pastilhas inteiras (Capítulo 3), essas massas não diferem consideravelmente. Assim, um pequeno ajuste empírico foi realizado a posteriori aumentando a massa de 13,4 g para 14 g. Os parâmetros obtidos para o dispositivo e circuitos coletores/armazenadores de energia são apresentados na Tabela 5.1 e comparados ao dispositivo com as pastilhas PZT inteiras. A frequência 1, corresponde a frequência de ressonância do primeiro modo de vibração para o caso resistivo e a frequência de anti-ressonância para o caso resistivo-indutivo, supondo que esta esteja na região média entre as duas ressonâncias geradas.

Para o circuito resistivo, a resistência ótima encontrada foi 38.868Ω para a configuração geométrica ótima, em comparação com 20.156Ω para a pastilha inteira. Considerando-se uma aproximação simples para a potência média de saída esperada Eq.(3.14), para uma banda de 10 Hz a configuração ótima poderia fornecer uma potência de $14,4 \mu W/N^2$, que é 87% da potência correspondente à pastilha inteira $16,4 \mu W/N^2$. Para o circuito ressonante, a resistência ótima encontrado foi de 15.662Ω para a configuração geométrica ótima, em comparação com 6.890Ω para a pastilha inteira. A potência média de saída no caso ótimo para o circuito ressonante no intervalo de 10 Hz poderia fornecer $8,5 \mu W/N^2$, que é 77% da potência correspondente à pastilha inteira $10,9 \mu W/N^2$.

A assimetria da configuração geométrica ótima não era esperada, sendo ainda uma configuração simétrica mais simples para projeto e fabricação. Por esta razão, foram testadas duas distribuições de pastilhas simétricas baseadas na configuração ótima obtida pelo AG, mostradas na Figura 5.5. Pode ser observado que a primeira configuração simétrica (Figura 5.5a) conduz a um resultado muito próximo à configuração geométrica ótima obtida.

Os resultados indicam que a inclusão de um circuito ressonante pode conduzir a melhores resultados quando a banda de frequências almejada é maior, levando o dispositivo a um desempenho mais robusto quando há incertezas no modelo, como na frequência de entrada. Da otimização geométrica das camadas piezelétricas, pode-se observar que uma melhor relação custo-benefício pode ser obtida mas que configurações geométricas ótimas não são diretas.

As amplitudes das funções resposta em frequência observadas pela velocidade

Figura 5.5: Configurações geométricas ótima simetrizadas. Corrente elétrica média de saída para o circuito R em uma banda de 10 Hz: a) $26.9 \mu\text{A}/\text{N}$, b) $26.2 \mu\text{A}/\text{N}$ (EL).

Tabela 5.1: Parâmetros obtidos para o dispositivo e circuitos R e RL para pastilhas piezelétricas na configuração geométrica ótima comparados aos obtidos para as pastilhas inteiras (EL).

área de 1 PZT (mm^2)	R		RL	
	(40x25)	(20x25)	(40x25)	(20x25)
massa Al	3,4 g	3,4 g	3,4 g	3,4 g
massa PZT-5A	3,9 g	1,9 g	3,9 g	1,9 g
massa W	18,0 g	13,4 g	18,0 g	14,0 g
massa total	25,3 g	18,7 g	25,3 g	19,3 g
R	20.156 Ω	38.868 Ω	6.890 Ω	15.662 Ω
L	—	—	26,32 H	54,1 H
frequência 1	98,88 Hz	100,5 Hz	98,88 Hz	101,9 Hz

transversal no ponto de aplicação da força, e as amplitudes observadas pela corrente induzida no circuito são apresentadas nas Figuras 5.6, 5.7. Observa-se que as amplitudes de corrente elétrica induzida no circuito em 100 Hz são reduzidas de

Figura 5.6: Amplitude da resposta em frequência entre velocidade e força transversal próxima ao engaste para a configuração ótima de 20 pastilhas (EL).

Figura 5.7: Amplitude da resposta em frequência entre corrente elétrica no circuito e força transversal próxima ao engaste para a configuração ótima de 20 pastilhas (EL).

$\sim 60 \mu\text{A/N}$ para $\sim 40 \mu\text{A/N}$ para o circuito resistivo, comparando-se as pastilhas inteira e de configuração otimizada. Assim, a corrente gerada para a configuração

ótima para o circuito resistivo é $\sim 33\%$ menor com metade de material piezelétrico. Já para o circuito ressonante, a corrente elétrica em 100 Hz é reduzida de aproximadamente $58 \mu A/N$ para $20 \mu A/N$, por volta de 35%. Da Tabela 5.4, observou-se que na frequência estipulada o circuito R apresenta uma corrente induzida no circuito superior daquela para o circuito RL. No entanto, a corrente elétrica para o circuito R decai rapidamente para um desajuste na frequência de operação, ao passo que a corrente gerada para o circuito RL apresenta maior eficiência para um intervalo a partir de 10 Hz centrado na frequência alvo.

Tabela 5.2: *Corrente média induzida no circuito ($\mu A/N$) por banda de frequência (EL).*

	Pico	10 Hz	20 Hz	30 Hz	40 Hz	50 Hz	60 Hz
R	38,670	27,21	19,91	15,91	13,30	11,50	10,18
RL	34,03	32,99	31,89	29,66	26,66	23,87	21,45

Figura 5.8: *Corrente elétrica média induzida no circuito por unidade de força para diferentes bandas de frequência para a configuração ótima de 20 pastilhas (EL).*

Já da resposta em frequência apresentada na Figura 5.9, como nos casos anteriores, nota-se que a corrente gerada é sempre superior para o circuito ressonante. Esse resultado também é obtido para a Figura 5.10, que apresenta uma estimativa da potência efetiva, e como previsto pela Fig. 5.9, para o intervalo de frequência con-

siderado, a inclusão da indutância ao circuito coletor sempre apresenta um melhor resultado comparado ao caso puramente resistivo.

Figura 5.9: Amplitude da resposta em frequência da corrente elétrica no circuito por unidade de velocidade próxima ao engaste para a configuração ótima de 20 pastilhas (EL).

Figura 5.10: Amplitude da resposta em frequência da razão entre as potências de entrada e saída para a configuração ótima de 20 pastilhas (EL).

5.3 Estratégia de otimização para uma placa deslizante-livre

Neste estudo, os algoritmos para população inicial, mutação e função objetiva foram os mesmos utilizados para a condição de contorno da placa engastada-livre exceto para a reprodução que aqui, constituiu em formar um novo indivíduo (filho) a partir da média aritmética de dois indivíduos (pais), sendo o arredondamento entre dois genes inteiros executado aleatoriamente. Nesta operação, a geração de um indivíduo com genes repetidos é possível e, quando ocorre, a função objetiva do indivíduo não é avaliada para salvar tempo computacional, ao invés disso, um pequeno valor é atribuído tal que sua probabilidade de seleção seja pequena. Como no caso anterior, utilizou-se operadores e algoritmos do Matlab, GADS Toolbox, com exceção dos desenvolvidos para população inicial, reprodução, mutação e função objetiva (fitness).

A pastilha piezelétrica de $(55 \times 25 \times 0,25) \text{ mm}^3$ (Figura 3.7), foi dividida em 55 menores pastilhas de área $(5 \times 5) \text{ mm}^2$, como apresentado na Figura 5.11, sendo 30 delas selecionadas no processo de otimização para formar a configuração geométrica ótima que maximiza a corrente elétrica induzida no circuito.

Figura 5.11: 55 posições possíveis sobre o substrato para 30 pastilhas piezelétricas selecionadas (DL).

Uma busca extensiva das possíveis combinações das 30 de 55 posições disponíveis levariam a mais de 10^{15} ($C_{55,30}$) combinações, e como na seção precedente, optou-se pelo uso do Algoritmo Genético. Nesta análise, considerou-se que cada indivíduo é formado por 30 genes, representado esquematicamente na Figura 5.12. Cada gene é um inteiro de 1 a 55 representando o índice de localização. Assim, cada indivíduo representa uma configuração formada por 30 pastilhas com posições definidas por seus genes.

Figura 5.12: Representação de uma configuração geométrica arbitrária contendo 30 pastilhas piezelétricas para placa deslizante-livre.

Como na análise para a placa engastada-livre, embora possa haver indicações de formas de disposições de pastilhas interessantes, utilizando-se conceitos de distribuição de energia de deformação modal e sensores modais distribuídos, as simulações prévias mostraram que algumas topologias esperadas como ótimas podem apresentar um bom desempenho mas não o ótimo.

A função objetivo para a classificação de desempenho na geração de corrente elétrica foi aquela utilizada para a placa engastada-livre, porém a banda de frequência considerada, em torno da frequência de operação de 100Hz, foi de 20Hz para uma dada força de operação visando uma aplicação mais abrangente. Na maioria dos casos, uma ou duas iterações foram suficientes para sintonizar a frequência de ressonância com a de operação para o circuito resistivo. Os parâmetros elétricos para o circuito RL foram obtidos utilizando-se as Eqs. (3.31) e (3.35). A massa sísmica inicial para o circuito ressonante foi aquela obtida para o circuito resistivo.

5.3.1 Resultados de otimização geométrica para placa DL

Para o AG foram ajustados os seguintes parâmetros: população inicial $N = 1000$ indivíduos, taxa de reprodução $T_c = 30\%$, população de elite $\Sigma = 5$, e critério de parada $N_p = 15$ gerações. A configuração geométrica ótima das 30 pastilhas é representada

esquemáticamente na Figura 5.13. E os parâmetros do dispositivo e componentes do circuito coletor/armazenador de energia são apresentados na Tabela 5.3.

Figura 5.13: *Configuração geométrica ótima que conduz à corrente elétrica máxima de saída de $3,1 \text{ mA}/N$ em uma banda de frequência de 20 Hz para o circuito R e $4,5 \text{ mA}/N$ para o circuito RL (DL).*

Como já dito, a assimetria na configuração geométrica pode ser indesejada, dado que a simetria na disposição das pastilhas é mais simples para projeto e fabricação. Por esta razão, como no caso da placa engastada-livre, uma configuração simetrizada, criada a partir da configuração ótima obtida, foi testada e encontra-se esquematizada na Figura 5.14. Observou-se que a configuração geométrica simétrica (Figure 5.14) conduz praticamente ao mesmo desempenho comparado à configuração assimétrica obtida.

Figura 5.14: *Configuração geométrica ótima simetrizada que conduz à corrente elétrica máxima de saída de $3,0 \text{ mA}/N$ em uma banda de frequência de 20 Hz para o circuito R (DL).*

A configuração ótima das pastilhas piezelétricas foram obtidas para o circuito resistivo, admitindo-se que a mesma distribuição seria também ótima para o caso resistivo-indutivo, como na otimização para a placa engastada-livre. Os valores da massa sísmica e resistência foram calculados e otimizados iterativamente no algoritmo genético. Já os valores para R e L para o circuito ressonante foram calculados pelas Eqs. (3.31) e (3.35) não tendo sido realizado nenhum ajuste empírico.

Tabela 5.3: *Parâmetros obtidos para o dispositivo e circuitos R e RL para pastilhas piezelétricas na configuração geométrica ótima comparados aos obtidos para as pastilhas inteiras (DL).*

área de 1 PZT (mm ²)	R		RL	
	(55x25)	(30x25)	(55x25)	(30x25)
massa Al	4,0 g	4,0 g	4,0 g	4,0 g
massa PZT-5A	5,3 g	2,9 g	5,3 g	2,9 g
massa W	88,8 g	93,0 g	90,0 g	94,0 g
massa total	98,1 g	99,9 g	99,3 g	100,9 g
R	13.448 Ω	26.056 Ω	8.357 Ω	10.976 Ω
L	—	—	21 H	43,1 H
frequência 1	99,8 Hz	100,0 Hz	101,3 Hz	99,5 Hz

A corrente elétrica média induzida numa banda de frequência de 20 Hz centrada na frequência de operação é 3,0 mA/N para o circuito R e 4,5 mA/N para o circuito RL, comparados àqueles da pastilha inteira (4,8 mA/N e 4,7 mA/N, respectivamente). Neste caso, 63% da corrente elétrica é obtida com pouco mais da metade (55%) do volume de material piezelétrico para o circuito R e 96% para o circuito RL.

A corrente elétrica média induzida no circuito para diferentes bandas de frequência pode ser observada na Figura 5.17. Usando esta configuração, a corrente elétrica induzida no pico, ou seja, na frequência de operação estabelecida como 100 Hz, é 5,7 mA/N para o circuito resistivo e 4,6 mA/N para o circuito ressonante. Este desempenho pode ser comparado àquele de pastilha inteira (55x25mm²) apresentado previamente (6,7mA/N e 4,9mA/N, respectivamente). Isto significa que 85% da corrente elétrica original é obtida com pouco mais que a metade (55%) do volume de material piezelétrico para o circuito resistivo, e 94% para o circuito ressonante.

A redução da massa total do dispositivo não é a mesma que a redução de material piezelétrico visto que a configuração ótima leva a um pequeno aumento da massa sísmica de 88,8 g para 93 g para o circuito resistivo e de 90 g para 94 g para o ressonante. Assim, a massa total do dispositivo para o circuito resistivo aumenta em aproximadamente 2%, de 98,1 g para 99,9 g ao passo que a massa total do dispositivo ressonante aumenta cerca de 1,5%, de 99,3 g para 100,9 g. Observou-se que a redução do material piezelétrico em 45% não alterou de modo significativo a massa total do dispositivo, porém, a quantidade de corrente elétrica média induzida em uma banda de 20 Hz para ambos os circuitos foi significativa comparada àquelas obtidas para a pastilha inteira, principalmente para o circuito indutivo, 96%, e resultando em 63% para o circuito R, como acima mencionado.

A resistência ótima do circuito resistivo encontrada para a configuração ótima de pastilhas para a banda de 20 Hz foi de ~ 26 k Ω comparada à ~ 13 k Ω para a pastilha inteira. E os valores de resistência e indutância encontrados a posteriori

para o circuito ressonante foram 10.976Ω e $43,1$ H, comparados a 8.357Ω e 21 H, respectivamente. Considerando uma aproximação para a potência média de saída esperada como na Eq.(3.14), a disposição ótima de pastilhas combinada ao circuito resistivo proveria uma potência média de saída de $117,3 \text{ mW}/N^2$, que é 75% à correspondente da pastilha inteira $155 \text{ mW}/N^2$. Já para o circuito ressonante, a configuração ótima para a banda de 20Hz proveria uma potência média de $\sim 111 \text{ mW}/N^2$ compara à pastilha inteira, $92,3 \text{ mW}/N^2$.

As Figuras 5.16 e 5.18 apresentam as amplitudes da resposta em frequência da corrente elétrica induzida no circuito por unidade de força e velocidade, respectivamente. De modo geral, observa-se que o padrão de resposta é muito similar ao da pastilha inteira. Porém, o desempenho do circuito resistivo é muito mais sensível à redução de material piezelétrico que o circuito ressonante. Isto também pode ser observado da Figura 5.17, onde o circuito ressonante começa superar o resistivo a partir de um pequeno intervalo de frequência (~ 10 Hz), comparado ao caso anterior de pastilha inteira (~ 20 Hz). A Figura 5.19 apresenta uma estimativa da potência efetiva para o dispositivo, como previsto das análises anteriores, o circuito ressonante apresenta uma melhor conversão de energia vibratória em elétrica.

No que diz respeito aos circuitos elétricos, a inclusão da indutância conduz aos resultados encontrados anteriormente, ou seja, mostram-se interessantes no caso de aplicação onde almeja-se uma banda de frequências e não uma frequência específica.

Figura 5.15: Amplitude da resposta em frequência entre força e velocidade transversal no lado deslizante da placa para a configuração ótima de 30 pastilhas (DL).

Figura 5.16: Amplitude da resposta em frequência entre corrente elétrica no circuito e força transversal no lado deslizante da placa para a configuração ótima de 30 pastilhas (DL).

Tabela 5.4: Corrente média induzida no circuito (mA/N) por banda de frequência (DL).

	Pico	10 Hz	20 Hz	30 Hz	40 Hz	50 Hz	60 Hz
R	5,7	4,1	3,0	2,4	2,0	1,7	1,5
RL	4,6	4,5	4,5	4,2	3,8	3,4	3,0

Figura 5.17: Corrente elétrica média induzida no circuito por unidade de força para diferentes bandas de frequência para a topologia ótima de 30 pastilhas (DL).

Figura 5.18: Amplitude da resposta em frequência da corrente elétrica no circuito por unidade de velocidade no lado deslizante para a topologia ótima.

Figura 5.19: Amplitude da resposta em frequência da potência efetiva.

Capítulo 6

Conclusões e trabalhos futuros

A presente tese apresentou um estudo de dispositivo piezelétrico para geração (coleta e aproveitamento) de energia providas de vibrações mecânicas. O modelo em elementos finitos (MEF) utilizado combina as teorias de camada equivalente (ESL) e de cisalhamento de primeira ordem (FSDT) para placas laminadas acopladas a circuitos elétricos via material transdutor piezelétrico. Assim, circuitos elétricos com resistência (R), indutância (L) e tensão elétrica (V) podem ser utilizadas, porém, para fins de geração de energia somente o modo passivo das pastilhas foi utilizado.

Foram utilizados como substrato duas placas de alumínio com dimensões $(50 \times 25 \times 1) \text{ mm}^3$ e $(60 \times 25 \times 1) \text{ mm}^3$, sendo duas cerâmicas piezelétricas (PZT-5A) consideradas coladas em suas superfícies superior e inferior. As dimensões utilizadas para as pastilhas foram respectivamente $(40 \times 25 \times 0,25) \text{ mm}^3$, para a placa em condição de contorno engastada-livre (EL), e $(55 \times 25 \times 0,25) \text{ mm}^3$, para a placa em condição de contorno deslizante-livre (DL).

Primeiramente, visou-se estimar a corrente elétrica gerada a partir de uma força de perturbação posicionada próxima ao engaste, no caso EL, e no lado deslizante da placa, caso DL. As pastilhas foram conectadas em série entre si, somando assim suas capacitâncias. Uma massa sísmica foi adicionada ao modelo nos nós da extremidade livre da placa, a qual em uma aplicação real seria uma barra prismática de comprimento 25mm e seção quadrada transversal a essa direção. O seu volume foi calculado segundo o valor desejado para a massa e sua densidade. A massa sísmica é utilizada para sintonizar a frequência do dispositivo em uma frequência estipulada. Esse valor foi calculado para as placas em circuito aberto, primeiramente por um cálculo aproximado de viga engastada-livre com massa na ponta. Porém, como as placas utilizadas como parte do dispositivo diferem da formulação do cálculo, esses valores foram ajustados empiricamente nos casos de circuito aberto.

Os componentes do circuito elétrico utilizados R e RL, foram determinados segundo as teorias de amortecedor viscoelástico, para o caso resistivo, e de absorve-

dor dinâmico, para o caso ressonante. Por simplicidade, o valor de R representou o circuito coletor/armazenador de energia. Considerou-se que a corrente dissipada através do resistor, utilizada para cálculos preliminares de potência média e efetiva gerada pelo dispositivo, é um parâmetro para estimar a energia máxima que poderia ser absorvida no circuito coletor/armazenador.

A inclusão de uma indutância conectada em série ao circuito coletor representado por R , nos estudos de geração de corrente elétrica apresentaram melhor desempenho para uma faixa de frequência centrada naquela estipulada como frequência de operação do dispositivo. O estudo teve como foco o primeiro modo de vibração do dispositivo/estrutura. Nos casos estudados, o valor de corrente máxima obtido para o circuito ressonante na frequência de pico foi inferior àquele obtido para o circuito R . Como a inclusão da indutância torna o dispositivo ressonante e gera uma antiressonância na frequência de operação, quando sintonizado adequadamente, e duas novas ressonâncias, uma antes e outra depois da anti-ressonância, a sintonização entre dispositivo e circuito leva a maior absorção de energia de vibração ao redor da frequência estipulada. Se, por um lado, isto diminui a amplitude da corrente gerada na frequência estipulada devido a anti-ressonância, por outro, aumenta a quantidade de energia absorvida ao redor da frequência de operação e, assim, aumentando a faixa de frequência de operação efetiva do dispositivo.

Visando analisar a robustez do modelo na região de operação, o efeito de incertezas nos parâmetros indutância do circuito e constantes dielétrica e piezelétrica da pastilha cerâmica foi considerado. Um modelo estocástico foi construído para cada variável aleatória. O circuito resistivo apresentou menor dependência da constante dielétrica (β_{33}), dado que sua variabilidade poderia afetar a sintonização entre circuito ressonante e frequência de operação. A incerteza considerada para a constante piezelétrica (h_{31}) afeta ambos os circuitos, pois afeta o acoplamento piezelétrico, ou seja, a quantidade de energia mecânica convertida em elétrica. A variação da indutância elétrica para o circuito ressonante afetou a sintonia entre circuito e estrutura, porém a dessintonia não afetou o desempenho médio do dispositivo.

A fim de melhorar a energia potencialmente armazenada, uma otimização geométrica das pastilhas piezelétricas foi realizada para os dois dispositivos por algoritmo genético. As duas dimensões de pastilhas utilizadas foram divididas em pequenas pastilhas de área $(5 \times 5) \text{ mm}^2$ e uma quantidade de pastilhas foi escolhida para se obter uma configuração ótima, a que fornecesse maior geração de corrente elétrica. Para o primeiro dispositivo, placa EL de dimensões $(50 \times 25 \times 1) \text{ mm}^3$, pôde-se obter para uma configuração ótima 67% do valor de corrente média no circuito R obtido para a pastilha inteira com metade do material piezelétrico em uma faixa de frequência de 10Hz ao redor da frequência do dispositivo (100 Hz). Já para a placa DL de dimensões $(60 \times 25 \times 1) \text{ mm}^3$, 55% da quantidade de material piezelétrico foi uti-

lizado para a otimização geométrica. Os resultados de corrente média induzida no circuito R para a configuração ótima obtida foi de 65% da corrente elétrica para pastilha inteira em uma faixa de frequência de 20 Hz. As funções resposta em frequência obtidas para as configurações ótimas das pastilhas piezelétricas mostram que uma disposição de pastilhas assimétricas resulta um melhor desempenho na geração de corrente elétrica e, conseqüentemente, de energia. Este resultado não era esperado e, assim, configurações simetrizadas foram comparadas às assimétricas. Os resultados apresentaram um desempenho ligeiramente maior para a configuração assimétrica. Como nos estudos anteriores, o circuito ressonante apresentou melhor desempenho comparado ao resistivo quando observado em uma faixa de frequência.

Para os dispositivos aqui estudados, observou-se que para sintonizar o circuito coletor à frequência de operação, os valores dos componentes elétricos do circuito e a massa sísmica devem ser otimizados simultaneamente, uma vez que os cálculos dos componentes são baseados na condição de circuito aberto, porém, quando conectados ao circuito coletor, as condições de contorno elétricas mudam e, assim, os valores da massa sísmica, resistência e indutância precisam ser recalculados.

De um modo geral, a quantidade de energia potencialmente gerada foi da ordem de $\mu W/N^2$ para a primeira placa, EL, e da ordem de mW/N^2 para a placa DL. Apesar da baixa quantidade de energia gerada, acredita-se que, em grandes quantidades, dispositivos geradores de energia poderiam ser uma forma alternativa de se obter energia complementar. Os dispositivos geradores são mais comumente utilizados em micro escala, mas podem ser utilizados em aplicações onde a energia vibratória disponível seja abundante, como algumas citadas introdutoriamente no início deste trabalho (estações metropolitanas de metrô, rodovias, estádios, etc). É sabido que a modernização e implementação de novas tecnologias é um processo custoso, longo e com desafios, porém, quando produzidas em larga escala tornam-se extremamente viáveis.

Como trabalhos futuros, sugere-se o estudo do efeito da cola entre os transdutores e o substrato na modelagem de dispositivos bem como a análise de diferentes materiais e transdutores para compor o dispositivo. Também poderia ser realizada uma análise experimental dos dispositivos estudados de modo a validar os resultados teóricos obtidos pelo modelo de elementos finitos. No âmbito da otimização da distribuição espacial, uma discretização mais fina para as pastilhas piezelétricas poderia ser considerada. Outra extensão interessante a considerar seria o estudo de dispositivos combinados, como o dispositivo eletromagnético e piezelétrico multimodal já citado.

Lista de publicações

GODOY, T. C. ; TRINDADE, M. A. Effect of Parametric Uncertainties on the Performance of a Piezoelectric Energy Harvesting Device. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*. (Submetido, 2012)

GODOY, T. C. ; TRINDADE, M. A. ; DEÜ, J.-F. Topological optimization of piezoelectric energy harvesting devices for improved electromechanical efficiency and frequency range. In: *X World Congress on Computational Mechanics (WCCM)*, São Paulo, 2012.

GODOY, T. C. ; TRINDADE, M. A. Analysis of the effect of uncertainties on the effectiveness of piezoelectric energy harvesting devices. In: *I International Symposium on Uncertainty Quantification and Stochastic Modeling*, Maresias, 2012.

GODOY, T. C. ; TRINDADE, M. A. Análise do aproveitamento de energia por dispositivos piezelétricos usando modelo eletromecânico de placa e circuitos ressonantes. In: *X Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações (DINCON)*, Águas de Lindóia, 2011.

GODOY, T. C. ; TRINDADE, M. A. ; DEÜ, J.-F. Simultaneous optimization of a resonant piezoelectric energy harvesting device. In: *32nd Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE)*, Ouro Preto, 2011.

GODOY, T. C. ; TRINDADE, M. A. Modeling and analysis of laminate composite plates with embedded active-passive piezoelectric networks. *Journal of Sound and Vibration*, v. 330, p. 194-216, 2011.

GODOY, T. C. ; TRINDADE, M. A. Vibration control of laminate composite plates using embedded active-passive piezoelectric networks. In: *VI Congresso Nacional de Engenharia Mecânica (CONEM)*, Campina Grande, Rio de Janeiro : ABCM, 2010.

GODOY, T. C. ; TRINDADE, M. A. Modeling and analysis of laminate composite plates with embedded active-passive piezoelectric networks. In: *ISMA2010 - International Conference on Noise and Vibration Engineering including USD2010*, Leuven. Proceedings of ISMA2010, p. 335-349, 2010.

GODOY, T. C. ; TRINDADE, M. A. Modeling of laminate composite plates with embedded piezoelectric sensors connected to resonant shunt circuits. In: *XIII International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics (DINAME)*, 2009, Angra dos Reis. Proceedings of the DINAME 2009. Rio de Janeiro : ABCM, 2009.

TRINDADE, M. A. ; GODOY, T. C. ; PAGANI JÚNIOR, C. C. ; SANTOS, H. F. L. Structural vibration control using piezoelectric materials. In: *Brazil AFOSR Workshop on Advanced Structural Mechanics and Computational Mathematics*, 2008, Campinas. Brazil AFOSR Workshop on Advanced Structural Mechanics and Computational Mathematics, 2008.

Referências Bibliográficas

ADHIKARI, S.; FRISWELL, M. I.; INMAN, D. J. Piezoelectric energy harvesting from abroadband random vibrations. *Smart*, v. 18, n. 11, p. 115005, 2009.

ALLEN, J. J.; SMITS, A. J. Energy harvesting EEL. *Journal of Fluids and Structures*, v. 15, p. 629–640, 2001.

ANTON, S. R.; SODANO, H. A. A review of power harvesting using piezoelectric materials (2003-2006). *Smart Materials and Structures*, v. 16, p. R1–R21, 2007.

BADEL, A. et al. Efficiency enhancement of a piezoelectric energy harvesting device in pulsed operation by synchronous charge inversion. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, v. 16, p. 889–901, 2005.

BADEL, A. et al. Piezoelectric energy harvesting using a synchronized switch technique. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, v. 17, p. 831–839, 2006.

BEARDS, C. F. *Structural vibration: Analysis and Damping*. [S.l.]: Arnold, 1996. 26-27 p.

BEEBY, S. P.; TUDOR, M. J.; WHITE, N. M. Energy harvesting vibration sources for microsystems applications. *Measurement Science and Technology*, v. 17, p. R175–R195, 2006.

BENJEDDOU, A.; DEÜ, J.-F.; LETOMBE, S. Free vibration of simply-supported piezoelectric adaptive plates: an exact sandwich formulation. *Thin-Walled Structures*, v. 40, p. 573–593, 2002.

CARAZO, A. V.; UCHINO, K. Novel piezoelectric-based power supply for driving piezoelectric actuators designed for active vibration damping applications. *Journal of Electroceramics*, v. 7, p. 197–210, 2001.

CHO, J. H. et al. Efficiency of energy conversion by piezoelectrics. *Applied Physics Letters*, v. 89, p. 104107–1 – 104107–3, 2006.

- CHURCHILL, D. L. et al. Strain energy harvesting for wireless sensor networks. *Proc. Smart structures and materials Conf.*, Proc. SPIE 5055, p. 319–27, 2003.
- COOK-CHENNAULT, K. A. et al. Piezoelectric energy harvesting - a green and clean alternative for sustained power production. *Bulletin of Science, Technology & Society*, v. 28, n. 6, p. 496–509, 2008.
- COOK-CHENNAULT, K. A.; THAMBI, N.; SASTRY, A. M. Power MEMS portable devices - a review of a non-regenerative and regenerative power supply systems with special emphasis on piezoelectric energy harvesting systems. *Smart Materials and Structures*, v. 17, p. 33p, 2008b.
- CORREIA, V. M. et al. Modelling and design of adaptative composite structures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 185, n. 2, p. 325–346, 2000.
- Dailymail.co.uk. *The power commuter: Japan uses energy-generating floor help power subway*. 2009. Disponível em: <<http://www.dailymail.co.uk/news/article-1094248/The-power-commuter-Japan-uses-energy-generating-floor-help-power-subway.html>>.
- DAQAQ, M. F. et al. Investigation of power harvesting via parametric excitations. *Journal of intelligent material systems and structures*, v. 20, p. 545–557, 2009.
- DEÜ, J.-F.; LARBI, W.; OHAYON, R. Piezoelectric structural acoustic problems: Symmetric variational formulations and finite element results. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 197, n. 19-20, p. 1715–1724, 2008.
- DYNAMIC-EWS. *Electricity production - Charts.pdf*. 2010. Disponível em: <<http://www.dynamic-ews.com>>.
- ECONOMIST. *Powering the world*. November 2008. Disponível em: <<http://www.economist.com/node/12610643>>.
- EIRAS, J. A. *Materiais piezoelétricos*. [S.l.]: Grupo de Cerâmicas Ferroelétricas - Depto de Física - UFSCar, 2004.
- ELVIN, N. G.; ELVIN, A. A. A general equivalent circuit model for piezoelectric generators. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, v. 20, p. 3–9, 2009.
- ERTURK, A.; INMAN, D. J. A distributed parameter electromechanical model for cantilevered piezoelectric energy harvesters. *Journal of Vibration and Acoustics*, v. 130, p. 041002–1 – 041002–15, 2008.

ERTURK, A.; INMAN, D. J. On mechanical modeling of cantilevered piezoelectric vibration energy harvesters. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, v. 19, p. 1311–1325, 2008.

ERTURK, A.; INMAN, D. J. *Piezoelectric energy harvesting*. [S.l.]: Wiley, 2011.

FEENSTRA, J.; GRANSTROM, J.; SODANO, H. Energy harvesting through a backpack employing a mechanically amplified piezoelectric stack. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 22, p. 721–734, 2008.

FENG, G. H. A piezoelectric dome-shaped-diaphragm transducer for microgenerator applications. *Smart Materials and Structures*, v. 16, p. 2636–2644, 2007.

FERRARI, M. et al. Piezoelectric multifrequency energy converter for power harvesting in autonomous microsystems. *Sensors and Actuators A*, v. 142, p. 329–335, 2008.

FERRARI, M. et al. Modeling, fabrication and performance measurements of a piezoelectric energy converter for power harvesting in autonomous microsystems. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, v. 55, p. 2096–2101, 2006.

G1.GLOBO.COM. *Empresa israelense quer transformar tráfego em fonte de energia*. 2009. Disponível em: <<http://g1.globo.com/Noticias/Tecnologia/0,,MUL1036862-6174,00-EMPRESA+ISRAELENSE+QUER+TRANSFORMAR+TRAFEGO+EM+FONTE+DE+ENERGIA.html>>.

G1.GLOBO.COM. *Japoneses transformam alegria de torcedor em energia elétrica*. 2010. Disponível em: <<http://g1.globo.com/jornal-nacional/noticia/2010/07/japoneses-transformam-alegria-de-torcedor-em-energia-eletrica.html>>.

GALHARDI, M. A.; GUILHERME, T. H.; LOPES Jr, V. A review of power harvesting on mechanical vibration using piezoelectric materials and applications. In: *7th Brazilian conference on Dynamics, Control and Applications*. [S.l.: s.n.], 2008.

GODOY, T. C. de. *Modelagem de placas laminadas com materiais piezelétricos conectados a circuitos shunt resistivo-indutivo*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo - Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos - SP, 2008.

GODOY, T. C. de; TRINDADE, M. A. Modeling of laminate composite plates with embedded piezoelectric sensors connected to resonant shunt circuits. In: *XIII International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics*. Rio de Janeiro: ABCM, 2009.

- GODOY, T. C. de; TRINDADE, M. A. Modeling and analysis of laminate composite plates with embedded active-passive piezoelectric networks. In: *ISMA2010 - International Conference on Noise and Vibration Engineering including USD2010*. Leuven: Proceedings of ISMA2010, 2010. p. 335–349.
- GODOY, T. C. de; TRINDADE, M. A. Vibration control of laminate composite plates using embedded active-passive piezoelectric networks. In: *VI Congresso Nacional de Engenharia Mecânica*. Campina Grande - RJ: ABCM, 2010.
- GODOY, T. C. de; TRINDADE, M. A. Análise do aproveitamento de energia por dispositivos piezelétricos usando modelo eletromecânico de placa e circuitos ressonantes. In: *X Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações*. Águas de Lindóia - SP: Proceedings of DINCON, 2011.
- GODOY, T. C. de; TRINDADE, M. A. Modeling and analysis of laminate composite plates with embedded active-passive piezoelectric networks. *Journal of Sound and Vibration*, v. 330, p. 194–216, 2011.
- GODOY, T. C. de; TRINDADE, M. A. Analysis of the effect of uncertainties on the effectiveness of piezoelectric energy harvesting devices. In: *I International Symposium on Uncertainty Quantification and Stochastic Modeling (Uncertainties)*. Maresias - SP: Proceedings of Uncertainties, 2012.
- GODOY, T. C. de; TRINDADE, M. A. Effect of parametric uncertainties on the performance of a piezoelectric energy harvesting device. *Journal of the Brazilian Soc. of Mech. Sci. and Eng.*, (Submetido, 2012).
- GODOY, T. C. de; TRINDADE, M. A.; DEÜ, J.-F. Simultaneous optimization of a resonant piezoelectric energy harvesting device. In: *32nd Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering*. Ouro Preto - MG: Proceedings of CILAMCE, 2011.
- GODOY, T. C. de; TRINDADE, M. A.; DEÜ, J.-F. Topological optimization of piezoelectric energy harvesting devices for improved electromechanical efficiency and frequency range. In: *X World Congress on Computational Mechanics*. São Paulo: Proceedings of WCCM, 2012.
- GUAN, M. J.; LIAO, W. H. On the efficiencies of piezoelectric energy harvesting circuits towards storage device voltages. *Smart Materials and Structures*, v. 16, p. 498–505, 2007.
- GUAN, M. J.; LIAO, W. H. Characteristics of energy storage devices in piezoelectric energy harvesting systems. *Journal of Intelligent Material, Systems and Structures*, v. 19, p. 671–680, 2008.

GUILHERME, T. H.; GALHARDI, M. A.; Lopes Jr., V. A review of power harvesting circuits and applications. In: *7th Brazilian conference on Dynamics, Control and Applications*. [S.l.: s.n.], 2008.

GUYOMAR, D. et al. Towards energy harvesting using active materials and conversion improvement by nonlinear processing. *IEEE Transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, v. 52, p. 584–595, 2005.

GUYOMAR, D. et al. Synchronized switch harvesting applied to selfpowered smart systems piezoactive microgenerators for autonomous wireless transmitters. *Sensors and Actuators A*, v. 138, p. 151–160, 2007.

GUYOMAR, D.; LALLART, M. Energy scavenging from ambient sources based on ferroelectric materials. *Health Monitoring of Structural and Biological Systems*, v. 7295, p. 12p, 2009.

GUYOMAR, D. et al. Energy harvesting from ambient vibrations and heat. *Journal of intelligent material systems and structures*, v. 20, p. 609–624, 2009b.

HARTOG, J. P. D. *Mechanical Vibrations*. New York: McGraw-Hill, 1947.

HARTOG, J. P. D. *Mechanical Vibrations*. São Paulo: Edgard Blücher, 1972.

IKEDA, T. *Fundamentals of piezoelectricity*. New York: Oxford University Press, 1990.

INMAN, D.; ERTURK, A. Energy harvesting using smart materials. In: *III ECCOMAS THEMATIC CONFERENCE ON SMART STRUCTURES AND MATERIALS*. [S.l.: s.n.], 2007.

INMAN, D. J.; GRISSO, B. L. In: *Proc. SPIE*. [S.l.: s.n.]. p. 61740T–61740T–7.

INNOWWATTECH. *Energy harvesting systems*. 2010. Disponível em: <<http://www.innowattech.co.il/>>.

JAPANFS.ORG. *Jumping Sports Fans Generating Electricity at Stadium in Japan*. 2010. Disponível em: <<http://www.japanfs.org/en/pages/030389.html>>.

KIM, S.; CLARK, W. W.; WANG, Q.-M. Piezoelectric energy harvesting with a clamped circular plate: experimental study. *Journal of intelligent material systems and structures*, v. 16, p. 855–863, 2005.

LALLART, M. et al. Self-powered circuit for broadband, multimodal piezoelectric vibration control. *Sensors and Actuators A*, v. 143, p. 377–382, 2008.

LEE, C. S. et al. Multifunctional transducer using poly (vinylidene fluoride) active layer and highly conducting poly (3,4-ethylenedioxythiophene) electrode: Actuator and generator. *Applied Physics L*, v. 85, p. 1841–3, 2004.

LEE, C. S. et al. Poly (vinylidene fluoride) transducers with highly conducting poly (3,4-ethylenedioxythiophene) electrodes. *Synthetic Metals*, v. 152, p. 49–52, 2005.

LEFEUVRE, E. et al. Energy harvesting using materials: case of random vibrations. *Journal of Electroceramics*, v. 19, p. 349–355, 2007.

LEFEUVRE, E. et al. Materials, structures and power interfaces for efficient piezoelectric energy harvesting. *Journal of Electroceramics*, v. 22, p. 171–179, 2009.

LESIEUTRE, G. Vibration damping and control using shunted piezoelectric materials. *The Shock and Vibration digest*, v. 30, p. 187–195, 1998.

LIANG, J. R.; LIAO, W. H. Piezoelectric energy harvesting and dissipation on structural damping. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, v. 20, p. 515–527, 2009.

LIAO, W. H.; GUAN, M. J. On the efficiencies of piezoelectric energy harvesting circuits towards storage device voltages. *Smart Materials and Structures*, v. 16, p. 498–505, 2007.

LIAO, Y.; SODANO, H. A. Structural effects and energy conversion efficiency of power harvesting. *Journal of intelligent materials and structures*, v. 20, p. 505–514, 2009.

LIU, Y. et al. Active piezoelectric energy harvesting: general principle and experimental demonstration. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, v. 20, p. 575–585, 2009.

LYNCH, J. P.; LOH, K. J. A summary review of wireless sensors and sensor networks for structural health monitoring. *The Shock and Vibration Digest*, v. 38, n. 2, p. 91–128, 2006.

MATEU, L.; MOLL, F. Optimum piezoelectric bending beam structures for energy harvesting using shoe inserts. *Journal of intelligent material systems and structures*, v. 16, p. 835–845, 2005.

MOHAMMADI, F.; KHAN, A.; CASS, R. B. Power generation from piezoelectric lead zirconate titanate fiber composites. *MRS Proceedings*, v. 736, 2002. ISSN null.

MOSSI, K. et al. Harvesting energy using a thin unimorph prestressed bender: geometrical effects. *Journal of intelligent material systems and structures*, v. 16, p. 249–261, 2005.

NAKANO, K.; ELLIOTT, S. J.; RUSTIGHI, E. A unified approach to optimal conditions of power harvesting using electromagnetic and piezoelectric transducers. *Smart Materials and Structures*, v. 16, p. 948–958, 2007.

NAKASONE, P. H.; SILVA, E. C. N. Dynamic design of piezoelectric laminated sensors and actuators using topology optimization. *Journal of intelligent material systems and structures*, v. 21, n. 16, p. 1627–1652, 2010.

NOVOTNY, M.; RONKANEN, P. *Piezoelectric actuators*. 2004. Disponível em: <<http://www.ac.tut.fi/aci/courses/ACI-51106/pdf/Piezo/PiezoelectricActuators.pdf>>.

OTTMAN, G. K. et al. Adaptive piezoelectric energy harvesting circuit for wireless remote power supply. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 17, n. 5, p. 669–676, 2002.

OTTMAN, G. K.; HOFMANN, H. F.; LESIEUTRE, G. A. Optimized piezoelectric energy harvesting circuit using step-down converter in discontinuous conduction mode. *IEEE Transactions on power electronics*, v. 18, p. 696–703, 2003.

PAGANI Jr., C. d. *Projeto e otimização de filtros modais usando redes de sensores piezelétricos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo - Escola de Engenharia de São Carlos, 2009.

PARADISO, J.; STARNER, T. Energy scavenging for mobile and wireless electronics. *IEEE and CS and IEEE Com Soc*, v. 5, p. 1536–1268, 2005.

PARK, G. et al. Overview of piezoelectric impedance-based health monitoring and path forward. *The Shock and Vibration Digest*, v. 35, n. 6, p. 451–463, 2003.

PEREIRA, T. et al. Energy storage structural composites: a review. *Journal of composite materials*, v. 43, n. 5, p. 549–560, 2009.

POULIN, G.; SARRAUTE, E.; COSTA, F. Generation of electrical energy for portable devices, comparative study of na eletromagnetic and a piezoelectric system. *Sensors and Actuators A*, v. 116, p. 461–471, 2004.

PREUMONT, A. *Mechatronics - Dynamics of Electromechanical and Piezoelectric Systems*. [S.l.]: Springer, 2006.

PRIYA, S.; INMAN, D. J. (Ed.). *Energy harvesting technologies*. [S.l.]: Springer, 2009.

REDDY, J. N. On laminated composite plates with integrated sensors and actuators. *Engineering Structures*, v. 21, p. 568–593, 1999.

REDDY, J. N. *Mechanics of laminated composite plates and shells - Theory and Analysis*. 2. ed. [S.l.]: CRC Press, 2004.

RICHARDS, C. D. et al. Efficiency of energy conversion for devices containing a piezoelectric component. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, v. 14, p. 717–721, 2004.

ROUNDY, S.; WRIGHT, P. K.; RABAEY, J. A study of low level vibrations as a power source for wireless sensor nodes. *Computer Communications*, v. 26, p. 1131–1144, 2003.

RUPP, C. et al. Design of piezoelectric energy harvesting systems: A topology optimization approach based on multilayer plates and shells. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, v. 20, n. 16, p. 1923–1939, 2009.

RYALL, J. *Japan harnesses energy from footsteps*. 2008. Disponível em: <<http://www.telegraph.co.uk/earth/energy/3721841/Japan-harnesses-energy-from-footsteps.html>>.

SCRUGGS, J. T. An optimal stochastic control theory for distributed energy harvesting networks. *Journal of Sound and Vibration*, v. 320, p. 707–725, 2009.

SODANO, H. A.; INMAN, D. J.; PARK, G. A review of power harvesting from vibration using piezoelectric materials. *Shock and Vibration Digest*, v. 36, n. 3, p. 197–206, 2004.

SODANO, H. A.; INMAN, D. J.; PARK, G. Comparison of piezoelectric energy harvesting devices for recharging batteries. *Journal of intelligent material and structures*, v. 16, p. 799–807, 2005.

SODANO, H. A.; INMAN, D. J.; PARK, G. Generation and storage of electricity from power harvesting devices. *Journal of intelligent material and structures*, v. 16, p. 67–75, 2005b.

SODANO, H. A.; LLOYD, J.; INMAN, D. J. An experimental comparison between several active composite actuators for power generation. *Smart Materials and Structures*, v. 15, p. 1211–1216, 2006.

SODANO, H. A.; PARK, G.; INMAN, D. J. Estimation of electric charge output for piezoelectric energy harvesting. *Strain Journal*, v. 40, p. 49–58, 2004.

- STEPHEN, N. G. On energy harvesting from ambient vibration. *Journal of Sound and Vibration*, v. 293, p. 409–425, 2006.
- TADESSE, Y.; ZHANG, S.; PRIYA, S. Multimodal energy harvesting system: piezoelectric and electromagnetic. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, v. 20, p. 625–632, 2009.
- THOMAS, O.; DEÛ, J.-F.; DUCARNE, J. Vibrations of an elastic structure with shunted piezoelectric patches: efficient finite element formulation and electromechanical coupling coefficients. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 80, n. 2, p. 235–268, 2009.
- THORNBURGH, R. P.; CHATTOPADHYAY, A. Simultaneous modeling of mechanical and electrical response of smart composite structures. *AIAA Journal*, v. 40, n. 8, p. 1603–16, 2002.
- THORNBURGH, R. P.; CHATTOPADHYAY, A.; GHOSHAL, A. Transient vibration of smart structures using a coupled piezoelectric-mechanical theory. *Journal of Sound and Vibration*, v. 274, p. 53–72, 2004.
- TRINDADE, M. A. *Controle passivo, ativo e ativo-passivo de vibrações em estruturas usando materiais piezelétricos e viscoelásticos*. Tese (Livre-Docência) — Universidade de São Paulo - Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2009.
- TRINDADE, M. A.; BENJEDDOU, A. On the evaluation of effective electromechanical coupling coefficients for structures with piezoelectric elements. In: Ostachowicz, W. et al. (Ed.). *III ECCOMAS Thematic Conference on Smart Structures and Materials*. Gdansk, Poland: [s.n.], 2007.
- TRINDADE, M. A. et al. Structural vibration control using piezoelectric materials. In: *Brazil AFOSR Workshop on Advanced Structural Mechanics and Computational Mathematics*. Campinas - SP: [s.n.], 2008.
- UMEDA, M.; NAKAMURA, K.; UEHA, S. Analysis of the transformation of mechanical impact energy to electric energy using piezoelectric vibrator. *Japanese Journal of Applied Physics*, v. 35, p. 3267–3273, 1996.
- UMEDA, M.; NAKAMURA, K.; UEHA, S. Energy storage characteristics of a piezo-generator using impact induced vibration. *Japanese Journal of Applied Physics*, v. 36, p. 3146–3151, 1997.
- VATANABE, S. L.; PAULINO, G. H.; SILVA, E. C. N. Influence of pattern gradation on the design of piezocomposite energy harvesting devices using topology optimization. *Composites Part B: Engineering*, v. 43, n. 6, p. 2646 – 2654, 2012.

WIKIPEDIA. *Electricity generation*. 2009. Disponível em:
<<http://en.wikipedia.org/wiki/Electricity-generation>>.

WILLIAMS, C. B.; YATES, R. B. Analysis of a micro-electric generator for microsystems. *Sensors and Actuators A*, v. 52, p. 8–11, 1996.

ZHANG, X. D.; SUN, C. T. Analysis of a sandwich plate containing a piezoelectric core. *Smart Materials and Structures*, v. 8, p. 31–40, 1999.

Apêndice

Validação do modelo

O modelo elementos finitos para a estrutura placa com pastilhas PZT conectadas a um circuito-shunt RL, desenvolvido e implementado no trabalho de mestrado, foi validado comparando-se as frequências dos primeiros modos de vibração com resultados da literatura para diferentes configurações de placa. Os resultados obtidos pelo modelo desenvolvido foram satisfatórios comparados aos da literatura e são apresentados nas Tabelas 1 e 2 para uma placa híbrida quadrada de dimensões (500 x 500 x 10) mm³ com material piezelétrico PZT-4 polarizado na direção P_3 , e material Graphite-Epoxy (GE) com orientações em 0° e 90°. Nas Tabelas, SC e OC representam respectivamente as frequências em curto-circuito (short-circuit) e circuito aberto (open circuit). As camadas foram consideradas dispostas da forma (PZT-4/GE 0°/GE 90°/GE 0°/PZT-4) e a condição de contorno da placa foi simplesmente apoiada nas quatro bordas, SSSS (simply supported). A espessura total considerada foi $H = 10mm$, com $0.1H$ para cada camada piezelétrica, e a espessura restante distribuída igualmente para as camadas de GE. Uma malha de discretização com 400 elementos foi utilizada.

Os resultados obtidos pelos modelos FSDT e TSDT foram comparados às soluções analíticas 3D-SSM (State Space Method, coupled) de Benjeddou et al. (2002) e Q9-HSDT (Higher Shear Deformation Theory, com 9 nós por elemento e 11 graus de liberdade), de Correia et al. (1999), em SC e OC. As análises dos resultados das cinco primeiras frequências normalizadas são apresentados nas Tabelas 1 e 2 e foram obtidos por:

$$\lambda_{x,y} = \frac{\omega_{x,y} L^2 \sqrt{\rho} [10^3 \text{Hz} (\text{Kg}/\text{m})^{1/2}]^{-1}}{2\pi h},$$

sendo os erros relativos, em percentual.

Tabela 1: *Cinco primeiras frequências naturais adimensionais para a placa híbrida (PZT-4/ GE 0° / GE 90° / GE 0° / PZT-4) em SC.*

Modos	Frequências				
	$\lambda_{1,1}$	$\lambda_{1,2}$	$\lambda_{2,1}$	$\lambda_{2,2}$	$\lambda_{1,3}$
3D-SSM	245,94	559,40	691,73	965,18	1090,98
Q9-HSDT	230,46	520,38	662,91	908,46	1022,09
FSDT	227,65	547,81	690,55	921,65	1118,41
Erro-3D	-8,03	-2,12	-0,17	-4,72	2,45
Erro-Q9	-1,23	5,01	4,00	1,43	8,61
TSDT	225,98	542,29	680,11	906,09	1099,05
Erro-3D	-8,83	-3,16	-1,71	-6,52	0,73
Erro-Q9	-1,98	4,04	2,53	-0,26	7,00

Tabela 2: *Cinco primeiras frequências naturais adimensionais para a placa híbrida (PZT-4/ GE 0° / GE 90° / GE 0° / PZT-4) em OC.*

Modos	Frequências				
	$\lambda_{1,1}$	$\lambda_{1,2}$	$\lambda_{2,1}$	$\lambda_{2,2}$	$\lambda_{1,3}$
3D-SSM	245,94	559,41	691,73	965,19	1091,00
Q9-HSDT	250,50	583,18	695,70	980,36	1145,41
FSDT	231,08	547,81	690,55	921,65	1120,37
Erro-3D	-6,43	-2,12	-0,17	-4,72	2,62
Erro-Q9	-8,40	-6,46	-0,75	-6,37	-2,23
TSDT	229,41	542,29	680,11	906,09	1100,94
Erro-3D	-7,20	-3,16	-1,71	-6,52	0,90
Erro-Q9	-9,19	-7,54	-2,29	-8,20	-4,04

Os resultados apresentaram boa aproximação aos das teorias 3D-SSM e Q9-HSDT, embora algumas frequências tenham apresentado erros superiores à 5%. Nesta configuração de placa, o modelo FSDT apresentou frequências mais elevadas que o modelo TSDT, o que pode ser atribuído ao fato do último considerar deformação de cisalhamento máxima no centro da placa, o que pode não ocorrer nesta disposição de materiais. As diferenças observadas nas frequências entre SC e OC só ocorrem para modos de vibração assimétricos em ambos os modelos FSDT e TSDT. Isso provém da assimetria na distribuição de potencial elétrico do material piezoelétrico que se anula para os modos de vibração simétricos.

Os primeiros modos de vibração para a placa 3 são apresentados na Figura a seguir.

Cinco primeiros modos de vibração para placa com pastilhas PZT polarizadas em P_3 .