Reduzindo *chatter* em processos de torneamento
através do uso de material piezoelétrico
considerando aspectos não-lineares

Giuliana Sardi Venter

USP - São Carlos
Março/2015

Reduzindo *chatter* em processos de torneamento através do
uso de material piezoelétrico considerando aspectos
não-lineares

Giuliana Sardi Venter

Orientadora: Profa. Dra. Maíra Martins da Silva

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de
São Carlos – EESC-USP da Universidade de São Paulo,
como parte dos requisitos para obtenção do título de
Mestre em Engenharia Mecânica. Área de concentra-
ção: Dinâmica de Máquinas e Sistemas.

USP - São Carlos
Março/2015

ESTE EXEMPLAR TRATA-SE DA
VERSÃO CORRIGIDA.
A VERSÃO ORIGINAL ENCONTRA-
SE DISPONÍVEL JUNTO AO
DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA MECANICA DA
EESC-USP.

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Vr Venter, Giuliana Sardi
 Reduzindo chatter em processos de torneamento
 através do uso de material piezoelétrico considerando
 aspectos não-lineares / Giuliana Sardi Venter;
 orientadora Máira Martins da Silva. São Carlos, 2015.

 Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação
 em Engenharia Mecânica e Área de Concentração em
 Dinâmica de Máquinas e Sistemas -- Escola de Engenharia
 de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2015.

 1. Chatter regenerativo. 2. Chatter de acoplamento
 de modos. 3. Controle de vibração. 4. Material
 piezoelétrico. 5. Torneamento. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidata: Engenheira **GIULIANA SARDI VENTER**.

Título da dissertação: "Reduzindo chatter em processos de torneamento através do uso de material piezoelétrico considerando aspectos não-lineares".

Data da defesa: 06/03/2015

Comissão Julgadora:

Resultado:

Profa. Dra. **Maira Martins da Silva**
(Orientadora)
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADA

Prof. Dr. **Anselmo Eduardo Diniz**
(Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP)

APROVADA

Profa. Dra. **Aline Souza de Paula**
(Universidade de Brasília/UnB)

APROVADA

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica:
Prof. Associado **Marcelo Areias Trindade**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Associado **Paulo César Lima Segantine**

Agradecimentos

Agradeço a todos os professores da EESC e de outros institutos que contribuíram para a minha jornada acadêmica, da graduação ao fim deste mestrado. Em especial, agradeço imensamente a minha orientadora, Profa. Dra. Maíra Martins da Silva, sem a qual este projeto não teria sido possível. Agradeço pela confiança depositada em mim, pela ótima orientação e pelos conselhos e experiências acadêmicas e pessoais divididas nestes anos de orientação. Você tornou possível a construção de uma consciência acadêmica ampla, sólida e ética.

Ao meu noivo João Paulo Orlando, que compartilhou os melhores e piores momentos comigo e nunca duvidou da minha capacidade e gosto pela pesquisa. A ele, que me acalmou nos inúmeros momentos de desespero e que comemorou comigo todos os ótimos acontecimentos. Você, que me ajudou a construir o meu presente e que estará comigo no meu futuro, eu estaria perdida sem o seu conforto.

Aos meus pais Paulo Régis Venter e Karen Sardi Venter e aos meus irmãos Giovana Sardi Venter e Arthur Thomas Venter, que confiaram em mim durante o tempo de minha graduação e estenderam esta confiança e suporte durante a minha pós graduação. A eles, que proveram o seguro e a possibilidade do estudo, sempre confiando e suportando minhas próprias decisões. E aos meus familiares, que mesmo distantes sempre mostraram confiança e orgulho na minha trajetória.

Aos meus amigos João Vitor de Carvalho Fontes, Paula Santa Catharina e Eduarda Paz Padoin; e a minha irmã Giovana Sardi Venter, que próximos ou distantes, sempre acreditaram em mim e me deram apoio psicológico e muitas vezes técnico em conversas infundáveis e esclarecedoras. A todos os meus amigos, nomeados ou não aqui, os momentos de descontração proporcionado por vocês foram cruciais nesta jornada. As comemorações impulsionam a vontade de crescer e, tenho certeza, continuarão no futuro com nossas novas conquistas.

Ao técnico Adolfo Ferrarin Neto, do laboratório em que o Núcleo de Manufatura Avançada (NUMA) reside, sem o qual os experimentos deste projeto não teriam sido realizados, o meu muito obrigada. Aos professores Paulo Sérgio Varoto e Leopoldo Pisanelli Rodrigues de Oliveira, cujas contribuições durante as campanhas experimentais também foram essenciais.

Agradeço à EESC e, especialmente, aos departamentos de Engenharia Mecânica e de Engenharia de Produção, pelo fornecimento da infraestrutura necessária para a realização deste trabalho. E por fim, agradeço aos institutos CNPq e FAPESP pelo apoio financeiro através de projetos e bolsa de mestrado.

Venter, G.S. **Reduzindo chatter em processos de torneamento através do uso de material piezelétrico considerando aspectos não-lineares**. 2015. 84f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015.

Chatter é uma vibração auto-excitada que ocorre durante usinagens e limita a produtividade do processo. Esta instabilidade causa qualidade superficial inaceitável, diminuição da vida da ferramenta e ruído. Estratégias para definição de modelos e controle desta vibração são importantes, devendo ser avaliadas e implementadas. Neste trabalho foram realizados experimentos e características como frequências naturais, respostas em frequência e respostas temporais foram obtidas. Analisando tais resultados é possível a visualização do acoplamento existente nas duas direções de vibração. Uma estratégia de redução de *chatter* foi implementada, através do uso de *shunts* passivos conectados ao sistema mecânico por meio de material piezoelétrico, e sua viabilidade foi verificada. A estratégia foi adaptada para ser utilizada nas duas direções de vibração e o resultado da redução da vibração se provou mais eficiente após esta adaptação. Diagramas de fase, respostas temporais e espectros foram obtidos durante a usinagem e um comportamento não-linear se mostrou presente. Após a validação do uso de material piezoelétrico para o controle de *chatter*, existe a necessidade de modelos numéricos para a descrição do fenômeno, para que controles ativos e mais efetivos possam ser desenvolvidos. Devido ao acoplamento entre as duas direções de vibração e ao comportamento não linear do fenômeno, modelos que contenham tais características foram estudados, modificados e adaptados. Os resultados numéricos obtidos pelos modelos estudados foram então comparados aos resultados experimentais e conclusões sobre similaridades foram apresentadas. Considerando os resultados obtidos, acredita-se que o modelo que melhor representa o sistema real pode ser utilizado para o desenvolvimento de controles ativos, que garantam uma redução mais efetiva do *chatter*.

Palavras Chave: *chatter* regenerativo, *chatter* de acoplamento de modos, controle de vibração, material piezoelétrico, torneamento

Venter, G.S. **Chatter avoidance using piezoelectric material considering non-linear aspects in turning operations**. 2015. 84f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015.

Chatter is a self-excited vibration that leads to instability during ongoing machining, which affects productivity. Chatter instability causes poor surface quality, diminishes the tool's life and may cause clatter. Therefore, strategies to control chatter and chatter models are highly necessary, and must be evaluated and implemented. In an experimental campaign done during this work, characteristics such as natural frequencies, frequency responses and temporal responses were obtained. Through these analyses, it was observed that the system presents a coupling in its two normal directions of vibration. One strategy for chatter reduction was then implemented, in which a passive shunt using piezoelectric material was used. The feasibility of this chatter reduction strategy for one direction could be verified. In addition, the strategy was adapted in order to be utilized in both main vibration directions and the results confirmed that this approach grants better results for the reduction of chatter. Phase-planes, temporal responses and spectras could also be derived from the turning experiments and a nonlinear behavior could be seen present. Being verified the possibility of using a piezoelectric material in chatter control, numerical models that describe the phenomena should be pursued, so that more effective active control could be developed. Because the experiments show the mode coupling between two directions and a nonlinear behavior, models that represent such characteristics were studied, modified and adapted. The numerical results from these models were then compared to the experiments and conclusions were drawn. Considering the obtained results, it is believed that the most similar model should be used in the development of active control that could guarantee a better chatter reduction.

Keywords: regenerative chatter, mode coupling chatter, vibration control, piezoelectric material, turning

Lista de Figuras

1.1	Detalhe da qualidade superficial após usinagem sob condições de <i>chatter</i> . .	2
1.2	Sistema de coordenadas representativo, modificado de Pratt (1997)	3
2.1	Superfícies onduladas formadas pela usinagem, retirado de Pratt (1997) . .	6
2.2	O processo de regeneração segundo desconsiderando acoplamento de modos (adaptado de Ganguli (2005))	6
2.3	Acoplamento de modos visto no diagrama de fases experimental	7
2.4	Modelo de três graus de liberdade retirado de Kalmar-Nagy e Moon (2003)	8
3.1	Ferramenta delgada utilizada para o torneamento interno, acoplada a materiais piezoelétricos em duas direções	14
3.2	Localização das pastilhas de material piezoelétrico no suporte da ferramenta, adaptado de Arellano (2014)	15
3.3	Martelo PCB Piezotronics utilizado nos experimentos operacionais	16
3.4	Analizador de sinais SignalCalc Ace - Quattro, da Data Physic Corporation .	17
3.5	Sistema de coordenadas mostrando os acelerômetros, piezos, peça a ser usinada e sistema de engaste da ferramenta no torno	17
3.6	Posição de impacto na direção x para experimentos operacionais	18
3.7	Posição de impacto na direção y para experimentos operacionais	18
3.8	Análise experimental da solução semi-passiva: a) (Experimentos 1) apenas na direção x ; b) (Experimento 2) apenas na direção y ; e c) (Experimento 3) nas direções x e y	19
3.9	Desenho esquemático de circuito LR usado como <i>shunt</i> passivo, adaptado de Viana e Jr (2006)	20
3.10	Circuito LR usado como <i>shunt</i> passivo para a direção x	20
3.11	Circuito LR usado como <i>shunt</i> passivo para a direção x	21
3.12	Perfilômetro utilizado para verificação do perfil ondulado deixado pela usinagem	22
4.1	Amplitude da FRF experimental sem <i>shunt</i> para impacto na direção x	24
4.2	Amplitude da FRF experimental sem <i>shunt</i> para impacto na direção y	24
4.3	Diagrama de fases experimental sem <i>shunt</i> para a) direção x e b) direção y .	26
4.4	Resultados temporais experimentais sem <i>shunt</i> a) direção x e b) direção y .	26
4.5	<i>Spectra</i> experimental sem <i>shunt</i> para a) direção x e b) direção y	27
4.6	Detalhe para qualidade superficial após usinagem, sem <i>shunt</i>	28

4.7	Resultado do perfilômetro para peça após usinagem sem <i>shunt</i>	29
4.8	Amplitude da FRF experimental com diversas configurações de <i>shunts</i> , impacto na direção x para a) H_{12} acelerômetro na direção x e b) H_{13} acelerômetro na direção y	31
4.9	Amplitude da FRF experimental com diversas configurações de <i>shunts</i> , impacto na direção y para a) H_{12} acelerômetro na direção x e b) H_{13} acelerômetro na direção y	32
4.10	Diagrama de fases experimental com diversas configurações de <i>shunts</i> para a) direção x e b) direção y	34
4.11	Resultados temporais experimentais com <i>shunt</i> para a) direção x e b) direção y	34
4.12	Resultado do perfilômetro para peça após usinagem com <i>shunt</i>	35
4.13	Comparação da amplitude do <i>spectrum</i> experimental com e sem <i>shunt</i> , aquisição através do piezo na direção x	36
4.14	Comparação da amplitude da FRF experimental com e sem <i>shunt</i> para impacto na direção x	37
4.15	Comparação da amplitude da FRF experimental com e sem <i>shunt</i> para impacto na direção y	38
4.16	Comparação das peças usinadas no detalhe encontra-se: a) peça usinada sem a utilização de <i>shunts</i> e b) peça usinada com a utilização de <i>shunts</i> . . .	40
5.1	Modelo de dois graus de liberdade retirado de Pratt (1997)	42
5.2	Formação do cavaco sobre a) condições pesadas de corte b) condições leves de corte. Retirado de (Pratt, 1997)	44
5.3	Esquema do processo de usinagem, retirado de Grabec (1988)	45
5.4	Modelo de dois graus de liberdade retirado de Grabec (1988)	45
5.5	Dependência entre força de corte e velocidade, retirado de Grabec (1988) .	48
6.1	Resposta temporal para o modelo de Pratt (1997) com $w = 0.03''$, condições iniciais aproximadamente nulas	52
6.2	Diagrama de fases para o modelo de Pratt (1997) com $w = 0.03''$, condições iniciais aproximadamente nulas para a) direção x_1 e b) direção x_2	52
6.3	Resposta temporal para o modelo de Pratt (1997) com $w = 0.03''$, condições iniciais diferentes de zero	53
6.4	Diagrama de fases para o modelo de Pratt (1997) com $w = 0.03''$, condições iniciais diferentes de zero para a) direção x_1 e b) direção x_2	53
6.5	Resposta temporal para o modelo de Pratt (1997) com $w = 0.3''$, condições iniciais diferentes de zero	54
6.6	Diagrama de fases para o modelo de Pratt (1997) com $w = 0.3''$, condições iniciais diferentes de zero para a) direção x_1 e b) direção x_2	54
6.7	Respostas temporais utilizando o modelo de Grabec (1988) com $F_0 = 0.22$.	55
6.8	Diagrama de fases utilizando o modelo de Grabec (1988) com $F_0 = 0.22$ para, a) direção x e b) direção y	56
6.9	<i>Sprectra</i> utilizando o modelo de Grabec (1988) com $F_0 = 0.22$ para, a) direção x e b) direção y	56
6.10	Respostas temporais utilizando o modelo de Grabec (1988) com $F_0 = 0.75$.	58
6.11	Diagramas de fase utilizando o modelo de Grabec (1988) com $F_0 = 0.75$ para, a) direção x e b) direção y	58

6.12	<i>Spectra</i> utilizando o modelo de Grabec (1988) com $F_0 = 0.75$ para, a) direção x e b) direção y	59
6.13	Respostas temporais utilizando o modelo de Grabec (1988) com $F_0 = 3$	60
6.14	Diagramas de fase utilizando o modelo de Grabec (1988) com $F_0 = 0.75$ para, a) direção x e b) direção y	60
6.15	<i>Spectra</i> utilizando o modelo de Grabec (1988) com $F_0 = 3$ para, a) direção x e b) direção y	61
6.16	Respostas temporais utilizando o modelo proposto com $F_0 = 0.22$	62
6.17	Diagramas de fase utilizando o modelo proposto com $F_0 = 0.22$ para, a) direção x e b) direção y	63
6.18	<i>Spectra</i> utilizando o modelo proposto com $F_0 = 0.22$ para, a) direção x e b) direção y	63
6.19	Respostas temporais utilizando o modelo proposto com $F_0 = 0.75$	64
6.20	Diagramas de fase utilizando o modelo proposto com $F_0 = 0.75$ para, a) direção x e b) direção y	64
6.21	<i>Spectra</i> utilizando o modelo proposto com $F_0 = 0.75$ para, a) direção x e b) direção y	65
6.22	Respostas temporais utilizando o modelo proposto com $F_0 = 3$	66
6.23	Diagramas de fase utilizando o modelo proposto com $F_0 = 3$ para, a) direção x e b) direção y	67
6.24	<i>Spectra</i> utilizando o modelo proposto com $F_0 = 3$ para, a) direção x e b) direção y	67
8.1	Modelo de um grau de liberdade SISO, retirado de Ewin (2000)	80
8.2	Resposta temporal do modelo de um grau de liberdade SISO, retirado de Ewin (2000)	80
8.3	Resposta temporal de modelo de dois graus de liberdade, retirado de Rao e Yap (1995)	81
8.4	Resposta temporal de modelo de dois graus de liberdade, com irregularidades visíveis, retirado de Grabec (1988)	81
8.5	Pendulo simples, com deslocamento angular x , retirado de Jordan e Smith (2007)	82
8.6	Diagrama de fase do pendulo simples, retirado de Jordan e Smith (2007)	83
8.7	Resposta temporal e diagrama de fases para CI Duffing sem caos, retirado de (Jordan e Smith, 2007)	84
8.8	Resposta temporal e diagrama de fases para CI Duffing com caos, retirado de (Jordan e Smith, 2007)	84

Lista de Tabelas

3.1	Especificações técnicas - Centro de usinagem	14
3.2	Parâmetros calculados e montados para a obtenção dos <i>shunts</i> passivos . . .	20
3.3	Parâmetros utilizados na campanha experimental para aquisição de dados no domínio do tempo	21
4.1	Parâmetros para definição dos <i>shunts</i> passivos	30

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Introdução ao problema	1
1.2	<i>Chatter</i>	2
1.3	Objetivos	3
1.4	Estrutura da dissertação	4
2	Considerações teóricas	5
2.1	<i>Chatter</i> de regeneração	5
2.2	<i>Chatter</i> por acoplamento de modos	6
2.3	Modelagem matemática	7
2.4	Estratégias para redução de <i>chatter</i>	9
2.4.1	Utilização de <i>shunts</i> passivos	10
3	Metodologia e materiais para avaliação experimental	13
3.1	Descrição do torno e da ferramenta	13
3.2	Campanha experimental para aquisição das FRFs	15
3.2.1	Descrição dos equipamentos	15
3.2.2	Descrição do uso do material piezoelétrico para redução de <i>chatter</i>	19
3.3	Campanha experimental operacional	21
4	Resultados experimentais e discussões	23
4.1	Resultados experimentais sem controle de vibração	23
4.2	Resultados experimentais com controle de vibração	30
4.3	Comparações dos resultados	36
5	Metodologia para avaliação numérica	41
5.1	Modelagem segundo Pratt e Nayfeh	41
5.2	Modelagem segundo Grabec	44
5.3	Modelo alterado proposto	49
6	Resultados numéricos e discussões	51
6.1	Resultados da modelagem segundo Pratt e Nayfeh	51
6.2	Resultados da modelagem segundo Grabec	55
6.3	Resultados segundo primeira modelagem modificada	62
6.4	Comparações	68

7	Conclusões e considerações para trabalhos futuros	69
7.1	Conclusões	69
7.2	Propostas para trabalhos futuros	71
8	Apêndice 1	79
8.1	Visualização das não-linearidades	79
8.1.1	Não-linearidades em gráficos temporais	79
8.1.2	Não-linearidades em diagramas de fase	82

Introdução

1.1 Introdução ao problema

Para uma determinada combinação de parâmetros de processo de usinagem (como por exemplo: espessura de corte, velocidade, avanço), uma grande variação na espessura de cavaco pode ocorrer. Uma propriedade característica da força de corte é que ela diminui com a velocidade de corte em um certo intervalo e aumenta com a espessura do cavaco. Essa variação na espessura do cavaco gera grandes forças de corte e deslocamentos promovendo *chatter*. Esse fenômeno de instabilidade no processo de usinagem dos metais é um dos fatores limitantes para se alcançar maiores taxas de remoção de material e qualidade superior nas peças usinadas principalmente quando se objetiva HSM (*High Speed Machining*) (Ganguli, 2005; de Souza e Coelho, 2007).

O *chatter* é caracterizado por vibrações violentas, ruído e qualidade ruim na superfície usinada (Grabec e Leskovar, 1977; Quintana e Ciurana, 2011). A Fig. 1.1 ilustra a péssima qualidade superficial em uma peça após usinagem em que *chatter* ocorreu. Peças usinadas nestas condições devem passar por retrabalhos, gerando acréscimos no custo da peça. Na indústria automotiva, a Renault S.A.S estimou o custo de retrabalho devido à *chatter* em 0.35€ por bloco de motor produzido (Quintana e Ciurana, 2011). Além disso, *chatter* reduz a vida da ferramenta, afetando a produtividade por alterar o funcionamento normal da máquina. Portanto, não só prever a sua incidência durante o processo, mas também encontrar as suas causas e desenvolver ações para reduzi-lo são passos fundamentais no desenvolvimento de máquinas-ferramentas mais eficientes e produtivas. Apesar do *chatter*

ser uma simples consequência da vibração entre os componentes envolvidos na usinagem, controlá-lo ainda é um desafio (Quintana e Ciurana, 2011).

Figura 1.1: Detalhe da qualidade superficial após usinagem sob condições de *chatter*

O problema estudado neste trabalho envolve processo de usinagem de torneamento interno. Tal processo utiliza uma ferramenta delgada e comprida, de forma a ser possível a usinagem em peças com furos expressivos. A utilização de uma ferramenta delgada e comprida, entretanto, aumenta a presença de *chatter*. A Fig. 1.2 é uma representação do sistema máquina-ferramenta utilizado como objeto de estudo, com o seu sistema de coordenadas. Na figura, "A" simboliza a peça a ser usinada e "B" simboliza a ferramenta que fará a usinagem. A direção x representa a direção da velocidade relativa entre a peça e a ferramenta, e a direção y representa a direção da espessura de corte.

1.2 Chatter

O *chatter* é uma vibração auto-excitada que pode ser caracterizada como primária ou secundária (Altintas, 2012). *Chatter* primário ocorre devido ao atrito entre ferramenta e peça a ser usinada, pelos efeitos termo-mecânicos na formação de cavaco ou pelo acoplamento de modos (Altintas, 2012; Quintana e Ciurana, 2011; Wiercigroch e Budak, 2001). *Chatter* secundário ocorre devido ao efeito regenerativo causado pelas modulações na espessura de corte.

Em adição às causas de *chatter*, é importante ressaltar a necessidade da consideração de não-linearidades nos modelos para a descrição do fenômeno. É amplamente reconhecido que modelos lineares que descrevem o fenômeno do *chatter* predizem que, após o

Figura 1.2: Sistema de coordenadas representativo, modificado de Pratt (1997)

sistema perder a estabilidade, sua amplitude de vibração tenderá ao infinito (Pratt e Nayfeh, 2001; Pratt, 1997; Tlustý e Ismail, 1981). Entretanto, esta vibração não é confirmada experimentalmente. A adição de não-linearidades nos modelos para predição de *chatter* garante uma melhor definição deste comportamento, limitando o crescimento da vibração. Além disso, modelos não-lineares garantem estabilidades de círculo limite, facilmente confirmadas experimentalmente.

1.3 Objetivos

Os principais objetivos científicos desse projeto são:

- realizar campanha experimental para a verificação de características estruturais lineares e não-lineares do suporte de ferramenta a ser utilizado nas operações de torneamento subsequentes;
- realizar campanhas experimentais para a verificação de características lineares e não-lineares do fenômeno do *chatter* durante operações de torneamento;
- verificar experimentalmente a viabilidade da utilização de *shunts* passivos conectados ao sistema através de material piezoelétrico para a redução de *chatter*;

- realizar um estudo numérico de modelos matemáticos que englobem as características não-lineares e o acoplamento de modos encontrados nas campanhas experimentais;
- realizar uma comparação entre os modelos matemáticos analisados e os resultados experimentais.

1.4 Estrutura da dissertação

Esta dissertação se divide em:

- Capítulo 2 - Metodologia para avaliação experimental: neste capítulo serão detalhados os materiais utilizados nas campanhas experimentais e procedimentos de montagem para os experimentos operacionais realizados. Além disso, a metodologia para a definição dos *shunts* será apresentada;
- Capítulo 3 - Resultados experimentais e discussões: os resultados de campanhas experimentais são analisados neste capítulo. Serão apresentados resultados para testes de impacto e operacionais sem e com a utilização de ações de controle. Diferentes configurações para os *shunts* passivos serão comparadas e a efetividade da solução de controle será avaliada;
- Capítulo 4 - Metodologia para avaliação numérica: neste capítulo descrevem-se os modelos matemáticos de parâmetros concentrados para dois graus de liberdade utilizados para a descrição do fenômeno físico. Os modelos incluem não-linearidades e acoplamento de modos. Um modelo modificado é proposto;
- Capítulo 5 - Resultados numéricos e discussões: os resultados das simulações numéricas dos modelos descritos no Cap. 4 serão detalhados neste capítulo. Os resultados para os diferentes modelos serão comparados entre si utilizando diagramas de fase, respostas temporais e espectros. Adicionalmente, os resultados numéricos serão comparados aos resultados experimentais.;
- Capítulo 6 - Conclusões e considerações para trabalhos futuros: neste capítulo serão discutidas as conclusões obtidas neste trabalho de mestrado. Por fim, sugestões para trabalhos futuros serão traçadas;
- Capítulo 7 - Apêndice - Visualização das não-linearidades: neste apêndice serão discutidas formas simples de visualização de não-linearidades em diagramas de fase, respostas temporais e *spectra*.

Considerações teóricas

Neste capítulo são apresentadas considerações teóricas necessárias para o desenvolvimento do trabalho. Uma breve introdução ao *chatter* e é exposta e suas causas são exploradas. Uma revisão de modelos matemáticos que descrevem o fenômeno é apresentada. Por fim, um breve sumário de formas de controle de *chatter* é exposto.

2.1 Chatter de regeneração

Chatter regenerativo ocorre devido à sobreposição das superfícies de corte geradas em períodos adjacentes. Esta causa de *chatter* é tida como a mais relevante, devido ao fato de que a grande maioria das usinagens apresenta o fenômeno de sobreposição de cortes (Wiercigroch e Budak, 2001). A superfície gerada após uma usinagem é ondulada (Quintana e Ciurana, 2011), e, a cada revolução, um novo perfil é gerado em cima do anterior. Devido a esta superfície ondular, a força de corte e a espessura do cavaco se alteram, o que leva a instabilidades e a presença de *chatter*. A Fig. 2.1 é uma representação das superfícies onduladas formadas pela revolução anterior (à esquerda na imagem) e formadas pela revolução atual (à direita na imagem).

A Fig. 2.2 é representativo de um modelo que incorpora uma direção de vibração (a direção y de espessura do corte na nossa referência) para *chatter* regenerativo.

A força de corte, F_c , presente no torneamento pode ser descrita, para uma direção, como uma função da espessura de corte h , avanço f e a velocidade de rotação Ω , que

Figura 2.1: Superfícies onduladas formadas pela usinagem, retirado de Pratt (1997)

Figura 2.2: O processo de regeneração segundo desconsiderando acoplamento de modos (adaptado de Ganguli (2005))

representa a velocidade de corte v_c . Sua variação dinâmica pode ser vista na Eq. 2.1 (Wiercigroch e Budak, 2001).

$$dF_c = \frac{\partial F_c}{\partial h} dh + \frac{\partial F_c}{\partial f} df + \frac{\partial F_c}{\partial \Omega} d\Omega \quad (2.1)$$

Aqui, a espessura de corte instantânea é calculada pela Eq. 2.2.

$$dh = x(t) - \nu x(t - T) \quad (2.2)$$

Em que ν é um coeficiente de sobreposição entre o corte anterior e o atual e T é o período de uma revolução.

2.2 Chatter por acoplamento de modos

O *chatter* por acoplamento de modos ocorre quando uma vibração na direção da força de corte gera uma vibração na direção da força de axial e vice e versa (Quintana e Ciurana,

2011). Desta forma, a vibração se torna uma forma complexa de acoplamento entre vibrações em duas direções normais. A utilização de ferramentas simétricas e esbeltas como a utilizada neste trabalho (Fig. 3.1, no Cap. 3) favorece o aparecimento do acoplamento de modos (Pratt, 1997).

Neste trabalho será utilizada uma ferramenta para torneamento interno que atende a estas expectativas. Esta ferramenta foi utilizada para realizar o torneamento interno em campanhas experimentais e o acoplamento das direções de vibração foi verificado. Um detalhamento destes resultados e conclusões será feito no Cap. 4. A Fig. 2.3 apresenta o diagrama de fases experimental para as direções x e y , calculado a partir de sinais de acelerômetros utilizados nas direções respectivas durante uma operação de usinagem.

Figura 2.3: Acoplamento de modos visto no diagrama de fases experimental

Da análise da Fig. 2.3 pode-se concluir que, durante a operação de usinagem, a maior vibração é na direção x . Entretanto, vibrações na direção y (direção da espessura de corte) também estão acontecendo. Dessa maneira, o modelo, amplamente utilizado, que considera a flexibilidade do porta-ferramenta somente em uma direção (ver Fig. 2.2) não é adequado para descrever o fenômeno observado experimentalmente pois este não considera o acoplamento entre os modos.

2.3 Modelagem matemática

Existem diversos modelos e métodos propostos para a análise e predição de *chatter*. Uma modelagem contínua, utilizando a teoria de Euler-Bernoulli devido a esbelteza da ferramenta, é proposta por Miguelez e Rubio (2010); Silva e Cervelin (2013); Cervelin et al. (2010); Erturk e Inman (2008) e apenas modela uma direção de vibração. A teoria de elementos finitos é utilizada para as propostas de Baker e Rouch (2002); Mahdavinjad (2005). Tendo em vista que uma modelagem com parâmetros distribuídos para dois ou mais graus de liberdade seria muito custosa, o foco para este trabalho de mestrado

Figura 2.4: Modelo de três graus de liberdade retirado de Kalmar-Nagy e Moon (2003)

fica na modelagem por parâmetros concentrados do porta ferramenta. Do mesmo modo, a utilização de DDEs (*Delay Differential Equations*), como proposto por Deshpande e Fofana (2001); Fofana (2003); Chandiramani e Pothala (2006), outra forma de análise com modelagem contínua, está fora do foco deste trabalho.

Um modelo de parâmetros concentrados é proposto por Litak et al. (2012); Stépán (2001). Entretanto, nos modelos propostos é considerado apenas uma direção de vibração, não considerando o acoplamento de modos necessário para que os efeitos vistos experimentalmente sejam replicados. Uma análise mais detalhada da interação entre a ferramenta e a peça usinada é proposta por Vela-Martínez (2008), que também propõe um modelo com apenas um grau de liberdade. Wu e Liu (1985) propõe um modelo de dois graus de liberdade que descreve *chatter* regenerativo, acoplamento de modos e não-linearidades. As equações resultantes desta proposta, todavia, são insolúveis e necessitam várias simplificações para que seja possível a sua solução. Estas simplificações comprometem os resultados esperados e inviabilizam a utilização deste modelo.

Kalmar-Nagy e Moon (2003) propuseram uma modelagem por parâmetros concentrados considerando três graus de liberdade (dois graus de liberdade referentes à flexão e um grau de liberdade referente a torção como ilustrado na Fig. 2.4). Em seu artigo, Kalmár-Nagy e Moon mostram que o acoplamento e as não-linearidades inerentes a esse acoplamento ocorrem apenas entre os dois modos de flexão.

Utilizando estas conclusões, o foco deste trabalho será em modelos de dois graus de liberdade que compreenda o acoplamento existente entre os dois modos de flexão da ferramenta. No presente trabalho, a possibilidade de existência de *chatter* regenerativo juntamente com acoplamento de modos será tratada como em Pratt e Nayfeh (2001) e Pratt e Nayfeh (1999). Este modelo leva em conta *chatter* regenerativo, acoplamento de modos, não-linearidades estruturais e da força de corte. Uma formulação de dois graus de liberdade, considerando apenas ocorrência de *chatter* através do acoplamento de modos, é demonstrada por Grabec (1988) e será estudada. A proposta é de um modelo simples e

empírico, com equações baseadas em resultados experimentais e que engloba *chatter* por acoplamento de modos, além de não-linearidades da força de corte. Um modelo adaptado é proposto, em que não-linearidades estruturais são adicionadas ao modelo do Grabec (1988). Uma descrição detalhada destes modelos se encontra no Cap. 5 e seus resultados podem ser vistos no Cap. 6.

2.4 Estratégias para redução de chatter

Diversas estratégias passivas e ativas para redução de *chatter* foram propostas nos últimos anos. Estratégias baseadas no uso de diagramas de lóbulos de estabilidade para a definição de parâmetros de corte são utilizadas por Lu e Jing (2011); Sims et al. (2005); Shetty et al. (2011). Estas estratégias não envolvem a utilização de ações de controle e consequente modificação do sistema, apenas identificação de limites de parâmetros com os quais a instabilidade não será atingida. Dentre as estratégias que permitem a modificação do sistema, existem estratégias ativas e passivas (Siddhpura e Paurobally, 2012; Quintana e Ciurana, 2011).

As estratégias ativas utilizam sensores e atuadores conectados ao sistema e ao controle eletrônico. A dinâmica do sistema é avaliada em tempo real pelos sensores e a ação de controle é modificada dependendo desta avaliação. Pratt (1997); Pratt e Nayfeh (2001, 1999) utilizam uma estratégia de controle ativo através do uso de materiais piezoelétricos. Ações de controle envolvendo a velocidade de rotação da peça a ser usinada para reduzir o *chatter* regenerativo podem ser encontrada em Jemielniak e Widota (1984); Albertelli et al. (2012). Chen e Knospe (2007) aplicam um controle PID em atuadores magnéticos posicionados nos rolamentos da máquina-ferramenta.

As estratégias passivas incluem modificações na ferramenta, como as propostas por Maksoud e Mokbel (2002), que aumentam o amortecimento na zona de contato da ferramenta-peça em processos de retificação com um líquido refrigerante de alta viscosidade. Lee et al. (2003); Nagano et al. (1997) propõem uma alteração estrutural no suporte da ferramenta utilizando compósitos e resina de carbono, respectivamente, para o desenvolvimento de um novo suporte.

Também são estratégias passivas aquelas que modificam a dinâmica do sistema e não se alteram durante toda a usinagem. Técnicas de dissipação de energia, como o uso de absorvedores dinâmicos, são muito aplicadas (Moradi et al., 2008; Olgac e Holm-Hansen, 1994).

Técnicas passivas são mais simples e baratas de serem aplicadas. Além disso, uma estratégia de controle que permitisse a adição de um circuito ao suporte da ferramenta é o desejado neste projeto. Uma técnica passiva de dissipação de energia utilizando *shunts* acoplados ao suporte da ferramenta através do uso de material piezoelétrico será então

implementada. Os materiais piezoelétricos tem sido usados ultimamente tanto para solução passiva ou ativa, sendo implementados no sistema como sensores ou atuadores Park et al. (2007). Neste trabalho os materiais piezoelétricos serão utilizados como sensores de vibração, que transmitirão energia a ser dissipada em um sistema passivo correspondendo ao *shunt*. Esta estratégia é descrita na Sec. 2.4.1.

2.4.1 Utilização de shunts passivos

Dentro das estratégias que usam materiais piezoelétricos para estratégias de controle passivas, Erturk e Inman (2008) desenvolveram um modelo eletromecânico do suporte da ferramenta para torneamento com pastilhas piezoelétricas montadas na estrutura, comparando numericamente vários circuitos elétricos de dissipação (circuitos *shunt*) e a influência deles no amortecimento do sistema. O mesmo modelo para mostrar a melhora da estabilidade do sistema no diagrama de lóbulos usando o circuito resistivo-indutivo é mostrado por da Silva (2010). Baseado nos lóbulos de estabilidade, e a teoria do lugar das raízes, Ganguli (2005) apresenta simulações numéricas da introdução de amortecimento de forma ativa com sensores e atuadores piezoelétricos para processos de torneamento e fresamento.

Além dos parâmetros de corte, como a velocidade de rotação, o avanço e a espessura de corte, o amortecimento estrutural tem um papel importante na instabilidade do processo de usinagem como ilustrado por Ganguli (2005); Leo (2007); Silva e Cervelin (2013). Em seu artigo, Ganguli (2005) e Silva e Cervelin (2013) demonstra que o aumento do amortecimento do sistema gera uma melhora no limite de estabilidade e conseqüentemente causa uma diminuição da vibração durante a usinagem. Desta forma, uma alternativa para redução de *chatter* seria a inserção de um amortecimento no sistema mecânico. Da mesma forma, Leo (2007) ilustra que a adição materiais capazes de dissipar energia colaboram no aumento do amortecimento do sistema.

O equacionamento proposto por Silva e Cervelin (2013) é resumido a seguir. Uma hipótese simplificadora assumida neste equacionamento é que o suporte de ferramentas apresenta uma certa flexibilidade na direção das forças de corte, permitindo modulações na superfície.

Considerando T o período de revolução na peça, $w(t)$ e $w(t-T)$ como os deslocamentos em dois cortes sucessivos, h_0 como a espessura nominal (estática) de corte, a espessura instantânea de corte pode ser definida como $h_i(t) = h_0(t) + w(t-T) - w(t)$. Uma hipótese comum é que a força de corte F é proporcional à área frontal do cavaco, que pode ser calculada pelo produto da profundidade de corte a e da espessura de corte instantânea $h(t)$. Neste caso, a força de corte pode ser expressada como $F(t) = K_f a (h_0(t) + w(t-T) - w(t))$, onde K_f é um coeficiente de corte obtido experimentalmente. A relação entre a força de corte F e o deslocamento livre do porta ferramenta, w , pode ser descrita, no

domínio do Laplace, pela função de transferência do sistema $G(s) = W/F(s)$. Baseado nas relações $H_i(s)/W(s)$ e $W(s)/H_0(s)$, a relação entre a espessura de corte nominal e atual pode ser descrita na Eq. 2.3.

$$\frac{H(s)}{H_0(s)} = \frac{1}{1 + K_{cut}(s)G(s)(1 - e^{-sT})} \quad (2.3)$$

onde $K_{cut}(s) = K_f a$. A equação característica para o sistema de malha fechada é $1 + K_{cut}(s)G(s)(1 - e^{-sT}) = 0$ e pode ser empregada na determinação da frequência de *chatter* ω_c . Substituindo $s = i\omega_c$ na equação característica e usando a identidade de Euler, $K_{lim} = K_{cut}(i\omega_c)$ pode ser calculado (Silva e Cervelin, 2013).

Como a estabilidade limite do sistema K_{lim} é uma propriedade física, sua parte imaginária é nula. Usando este fato, ω_c e K_{lim} podem ser derivados nas Eqs. 2.4 e 2.5.

$$\omega_c T = 2p\pi - 2\tan^{-1}\left(\frac{\Lambda_R}{\Lambda_I}\right) \quad (2.4)$$

$$K_{lim} = -\frac{1}{2\Lambda_R} \quad (2.5)$$

onde $\Lambda_R = \text{Re}(G(i\omega_c))$, $\Lambda_I = \text{Imag}(G(i\omega_c))$ e $p=1, 2, 3 \dots$. Desta forma, K_{lim} pode ser aumentado ao se fazer a parte real da função de transferência do sistema $\Lambda_R = \text{Re}[G(i\omega_c)] = (k - m\omega_c)/((k - m\omega_c)^2 + (c\omega_c)^2)$ menos negativa. Isso pode ser realizado através do aumento do amortecimento do sistema. Essa alteração pode ser realizada de forma passiva ou ativa.

De acordo com Smirnova e Smirno (2008); da Silva (2010); Cervelin et al. (2010); Silva e Cervelin (2013), a flexibilidade do suporte da ferramenta geralmente tem um papel importante no desenvolvimento de *chatter* e deve ser considerada em detalhe durante o estudo desse fenômeno. Reduzir as vibrações nesse componente através do aumento do amortecimento do sistema pode ser uma solução viável para a redução de *chatter* (da Silva, 2010; Cervelin et al., 2010; Erturk e Inman, 2008; Silva e Cervelin, 2013).

Sistemas elétricos passivos acoplados ao sistema mecânico através do uso de material piezelétrico são uma forma simples de causar este incremento e, conseqüentemente, diminuir a vibração do sistema (Hagood e von Flotow, 1991). Estes sistemas elétricos são denominados de circuitos *shunt* passivos e o uso de um circuito resistivo-indutivo (RL) é equivalente a adição de um absorvedor dinâmico de vibrações (Erturk e Inman, 2008). A metodologia proposta por Hagood e von Flotow (1991); Silva e Cervelin (2013) para a obtenção dos valores ótimos dos componentes elétricos usados no *shunt* foi utilizada neste projeto de mestrado.

Metodologia e materiais para avaliação experimental

A metodologia e os materiais a serem utilizados na fase experimental deste trabalho são apresentados neste capítulo. Descrição das montagens experimentais, materiais utilizados e uma revisão do método de redução de *chatter* através de *shunts* passivos são apresentados. Duas campanhas experimentais foram realizadas neste trabalho. Inicialmente, uma campanha experimental para a aquisição de funções de resposta em frequência (FRFs) é realizada. As FRFs foram obtidas para o sistema em aberto (sem o uso de ações de controle) e para o sistema acoplado aos *shunts* passivos, em diversas configurações. Por fim, uma campanha experimental com o sistema em operação para a aquisição dos sinais no domínio do tempo foi realizada. Novamente, os experimentos foram realizados com o sistema em aberto e posteriormente com o sistema acoplado aos *shunts* passivos nas duas direções de vibração.

3.1 Descrição do torno e da ferramenta

O suporte de ferramenta utilizado para as campanhas experimentais é uma modificação do suporte S32U-PTFNL 16-W, da Sandvik Coromant®. O suporte foi reduzido para ter um comprimento total de 270mm e seção transversal foi fresada de modo a se tornar quadrada para suportar a adição do material piezoelétrico. Uma camada de material piezoelétrico foi colada em cada direção principal de vibração. O material piezoelétrico

escolhido é o PZT-5A de $4mm$ de espessura e foi colado no suporte juntamente com seus eletrodos de saída positiva e negativa. O suporte modificado pode ser visto na Fig. 3.1. A ferramenta utilizada para as usinagens é a TNMG 331-PF 4215, fornecida pela Sandvik Coromant® e possui um raio de ponta de $0.4mm$. A peça usinada é feita de aço e tem diâmetro interno de $80mm$.

Figura 3.1: Ferramenta delgada utilizada para o torneamento interno, acoplada a materiais piezoelétricos em duas direções

Tanto para a realização dos testes de impacto e experimentos operacionais, o suporte da ferramenta deve estar engastado no torno utilizado para a usinagem. Foi utilizado um centro de usinagem com comando programável para estes experimentos. As especificações técnicas do centro de usinagem estão detalhadas da Tab. 3.1.

Parâmetro	Valor
Diâmetro máximo torneável	240mm
Comprimento máximo torneável entre pontas	400mm
Curso transversal do carro (eixo X)	180mm
Curso longitudinal do carro (eixo Z)	400mm
Faixa de velocidades	4 a 4500rpm
Avanço rápido transversal (eixo X)	30m/min
Avanço rápido longitudinal (eixo Z)	30m/min
Número de ferramentas da torre porta-ferramentas	12
Suporte de ferramenta externo	20x20mm
Suporte de ferramenta interno	32mm

Tabela 3.1: Especificações técnicas - Centro de usinagem

3.2 Campanha experimental para aquisição das FRFs

Para a aquisição experimental das FRFs, ensaios de impacto são realizados. Devido à necessidade de verificação e análise do acoplamento das direções de vibração, ensaios em ambas as direções são conduzidos em aberto. Os equipamentos e métodos de aquisição para as FRFs são descritos a seguir.

Para a análise e validação da utilização de *shunts* passivos como meio de redução de *chatter*, quatro configurações de suporte da ferramenta são avaliadas:

1. o suporte da ferramenta sem nenhuma pastilha piezoeletrica;
2. o suporte da ferramenta acoplado com uma pastilha piezoeletrica na direção do primeiro modo de flexão do suporte;
3. o suporte da ferramenta acoplado com uma pastilha piezoeletrica na direção do segundo modo de flexão do suporte;
4. o suporte da ferramenta acoplado com uma pastilha piezoeletrica na direção do primeiro modo de flexão do suporte e uma pastilha piezoeletrica na direção do segundo modo de flexão do suporte.

Estas configurações se encontram representadas na Fig. 3.2.

3.2.1 Descrição dos equipamentos

O martelo de impacto PCB Piezotronics 086C03 (Fig. 3.3), calibrado a $2,39mV/N$, é utilizado para a realização dos experimentos de impacto. O impacto deste martelo simula uma entrada impulso no sistema. Utilizando esta entrada como referência, é possível obter as funções de resposta em frequência do sistema para cada direção de impacto.

Figura 3.2: Localização das pastilhas de material piezoeletrico no suporte da ferramenta, adaptado de Arellano (2014)

Figura 3.3: Martelo PCB Piezotronics utilizado nos experimentos operacionais

O processador de sinais SignalCalc Ace - Quattro, da Data Physics Corporation é ultra portátil e foi utilizado para todas as medições experimentais (Fig. 3.4). O analisador de sinais possui 4 canais de entrada (X1, X2, X3 e X4), 2 fontes de sinais, entrada para tacômetro e largura de banda de 40kHz para análises em tempo real (expansível para 94kHz). O processador de sinais também inclui um software que realiza a interface de usuário e é conectado diretamente ao computador por meio de uma entrada USB. O software permite ao usuário a definição de diversos parâmetros de teste, como testes para a obtenção de funções de resposta em frequência (FRFs) ou análises espectrais. *Layouts* de apresentação dos dados também podem ser escolhidos, de forma que os dados são tratados e apresentados nos gráficos pré-determinados, como FRFs ou spectras.

Para os experimentos de impacto, cujo objetivo é a obtenção de FRFs, o martelo de impacto é conectado ao canal X1, o acelerômetro da direção x é conectado ao canal X2 e o acelerômetro da posição y é conectado ao canal X3. O canal X1 é ajustado como referência para as FRFs e a janela escolhida para o tratamento do sinal é a janela retangular. Gráficos de FRF na direção x (H_{12}) e na direção y (H_{13}) são obtidos.

A montagem do sistema que compõe o torno, o suporte de ferramenta, os piezos, os acelerômetros para medições e a ferramenta se encontra na Fig. 3.5. O sistema de coordenadas também está descrito na imagem. A coordenada x está na direção da velocidade relativa entre a ferramenta e a peça a ser usinada. A coordenada y está na direção da espessura de corte. Os acelerômetros posicionados na direção x e y são acelerômetros magnéticos PCB080A30, com sensibilidades de $96.3mV/g$ e $95.2mV/g$, respectivamente. As calibrações foram realizadas com o software do analisador de sinais SignalCalc Ace.

Figura 3.4: Analisador de sinais SignalCalc Ace - Quattro, da Data Physic Corporation

Figura 3.5: Sistema de coordenadas mostrando os acelerômetros, piezos, peça a ser usinada e sistema de engaste da ferramenta no torno

Para a obtenção das FRFs em ambas as direções, os experimentos de impacto são realizados aplicando a força nas direções x e y . Cada direção de impacto está descrita nas Figs. 3.6 e 3.7. Cada gráfico gerado pelo analisador de sinais é uma composição média de cinco impactos.

Figura 3.6: Posição de impacto na direção x para experimentos operacionais

Figura 3.7: Posição de impacto na direção y para experimentos operacionais

3.2.2 Descrição do uso do material piezoelétrico para redução de chatter

Para a realização de experimentos em que existe o uso de ações de controle, *shunts* passivos são utilizados. Estudos realizados anteriormente (da Silva, 2010) indicam que o circuito eletrônico capaz de dissipar energia de maneira eficiente é composto de um resistor (R) e um indutor (L) conectados em série. Os valores desses componentes eletrônicos interferem diretamente na qualidade da solução e, desta maneira, devem ser especificados de acordo com a dinâmica do sistema a ser controlado (da Silva, 2010; Cervelin et al., 2010).

Figura 3.8: Análise experimental da solução semi-passiva: a) (Experimentos 1) apenas na direção x ; b) (Experimento 2) apenas na direção y ; e c) (Experimento 3) nas direções x e y

Devido ao acoplamento dos primeiros modos de vibrar do porta-ferramenta, propõe-se nesse projeto o uso de material piezoelétrico e circuitos dissipadores de energia em ambas as direções de vibração (como ilustrado na Fig. 3.8c)). Para que comparações entre as diversas composições possam ser realizadas, as alternativas 1, 2 e 3 (ilustradas nas Fig. 3.8) foram estudadas experimentalmente.

Utilizando o modelo proposto por Silva e Cervelin (2013); Arellano (2014) em um programa desenvolvido no software MATLAB®, os valores para L e R para cada direção foram encontrados e estão descritos na Tab. 3.2. Para a definição destes valores, características como dimensões da peça e frequência naturais foram utilizadas. A frequência escolhida para a simulação será aquela em que existirá uma diminuição na amplitude com o uso do *shunt*. Desta forma, os valores de L e R são encontrados de forma que diminuam os picos das FRFs nas frequências naturais do sistema, em ambas as direções. Como os valores de indutância são muito elevados, não são encontrados comercialmente. Alguns indutores foram manufaturados e estes foram utilizados em série para chegar na configuração mais próxima do encontrado numericamente. Os valores para os *shunts* nas direções x ($L1$ e $R1$) e y ($L2$ e $R2$) estão descritos na tabela 3.2.

As Figs. 3.10 e 3.11 mostram a montagem eletrônica dos *shunts* passivos. A Fig. 3.9, adaptada de Viana e Jr (2006), mostra um desenho esquemático de um *shunt* passivo LR genérico.

Parâmetro	Valor
$L_{calculado}$	12H
$R_{calculado}$	10K
L1	11.77H
R1	8.88K Ω
L2	11.8H
R2	10.45K Ω

Tabela 3.2: Parâmetros calculados e montados para a obtenção dos *shunts* passivos

Figura 3.9: Desenho esquemático de circuito LR usado como *shunt* passivo, adaptado de Viana e Jr (2006)

Figura 3.10: Circuito LR usado como *shunt* passivo para a direção x

Figura 3.11: Circuito LR usado como *shunt* passivo para a direção x

3.3 Campanha experimental operacional

Para a aquisição experimental dos sinais no domínio do tempo durante o acontecimento do *chatter*, experimentos são realizados durante a operação de usinagem. Desta forma, o acelerômetro da direção x é conectado ao canal X1 do DataSignal Ace® e o acelerômetro da direção y é conectado ao canal X2. Gráficos de *spectra* e acelerações no tempo são obtidos. Os sinais de aceleração passarão por duas integrações numéricas, de forma que as posições e velocidades para cada direção sejam obtidas. O método de integração numérica escolhido para o tratamento dos sinais é a integração trapezoidal. Os sinais de posição e velocidade são então utilizados para a apresentação de diagramas de fase e respostas temporais no Cap. 4.

Os parâmetros utilizados durante a usinagem se encontram definidos na Tab. 3.3.

Parâmetro	Valor
Rotação	2000rpm
Diâmetro interno da peça	80mm
Espessura de corte	0.25mm
Avanço	0.1mm/revolução
Raio de ponta da ferramenta	0.4mm

Tabela 3.3: Parâmetros utilizados na campanha experimental para aquisição de dados no domínio do tempo

De forma a efetuar a validação do método de redução de *chatter* através da utilização de *shunts* passivos, ensaios são realizados em aberto e sob ações de controle. Nestes ensaios,

apenas a configuração em que os *shunt* de ambas as direções estão conectados ao sistema é utilizada (ver Fig. 3.8c)).

Para a obtenção dos perfis das superfícies usinadas sob efeito de *chatter*, é utilizado um perfilômetro (Fig. 3.12). Para a obtenção dos perfis, a peça é colocada em um suporte e a agulha do perfilômetro é posicionada no final do perfil desejado. Ajusta-se no software do perfilômetro o curso total desejado para a medição. Para uma peça cilíndrica, são feitas três medições de perfil, em posições simétricas da peça. O perfil final é modificado através do software de forma a corrigir desvios da peça e tornar a linha média do perfil horizontal. A análise destes perfis providencia uma métrica de comparação entre variações em diferentes peças.

Figura 3.12: Perfilômetro utilizado para verificação do perfil ondulado deixado pela usinagem

Resultados experimentais e discussões

Neste capítulo são apresentados os resultados das campanhas experimentais realizadas durante o projeto. Primeiramente os resultados experimentais sem uso de controle através de *shunts* passivos são mostrados e discutidos. Testes de impacto e usinagens foram realizados e diversos gráficos são apresentados para cada experimento. Foi utilizado um perfilômetro para a obtenção da variação no perfil torneado na peça. Após esta análise, resultados de experimentos com o uso de *shunts* passivos são discutidos. Por fim, uma comparação entre os resultados com e sem a utilização de ações de controle é realizada. Uma síntese de análises de gráficos não-lineares está disponível no Apêndice 1.

4.1 Resultados experimentais sem controle de vibração

Inicialmente foram realizados testes de impacto utilizando o martelo PCB Piezotronics (Fig. 3.3) no canal X1 do QUATTRO, um acelerômetro posicionado na direção x (Fig. 3.5) e conectado no canal X2 do QUATTRO e um acelerômetro posicionado na direção y e conectado no canal X3 do QUATTRO. O canal X1 foi designado como o canal de referência no processador de sinais, de forma que as FRFs serão sempre dadas em função da entrada do martelo. Os gráficos obtidos para estes experimentos são o resultado da média de cinco medições.

A Fig. 4.1 mostra a amplitude das FRF experimentais H_{12} (vibração na direção x , com o impacto do martelo como referência) e H_{13} (vibração na direção y , com impacto do

martelo como referência). A figura é o resultado de uma média para uma série de cinco impactos na direção x .

Figura 4.1: Amplitude da FRF experimental sem *shunt* para impacto na direção x

A Fig. 4.2 mostra a amplitude das FRF experimentais H_{12} (vibração na direção x , com o impacto do martelo como referência) e H_{13} (vibração na direção y , com impacto do martelo como referência) para uma série de impactos na direção y .

Figura 4.2: Amplitude da FRF experimental sem *shunt* para impacto na direção y

É possível notar que na Fig. 4.1 a amplitude de vibração na direção x é mais acentuada do que na direção y . Este é um resultado esperado, devido ao impacto de referência neste caso estar acontecendo na direção x . Entretanto, a amplitude na direção y não pode ser negligenciada, tendo sido apenas uma ordem de grandeza abaixo da direção x . O mesmo fato pode ser notado na Fig. 4.2, em que o impacto ocorre agora na direção y . Da mesma forma, a amplitude de vibração na direção y está a uma ordem de grandeza acima da amplitude de vibração na direção x . Esta expressão de amplitude em uma direção que não é a de excitação evidencia a existência de um acoplamento nas vibrações da estrutura, em que a energia do impacto imposta a uma direção resulta em vibração na direção normal a esta. Tal acoplamento é resultado da simetria existente na ferramenta, que tem seção transversal quadrada, e deve ser levado em consideração na busca de modelos matemáticos para a descrição do fenômeno.

Das FRFs também é possível a obtenção das frequências naturais da estrutura, para cada direção. Para a direção y , é claro pela Fig. 4.2 que temos um pico em $384Hz$ e outro em $390Hz$. Para a direção x , podemos visualizar um pico em $347Hz$, e outros dois em torno de $360Hz$.

A aquisição dos sinais para a obtenção dos diagramas de fase, *spectra* e respostas temporais foram realizadas durante a operação de usinagem. Nestes experimentos o sinal do acelerômetro na posição x foi adquirido no canal X1 e o sinal do acelerômetro na posição y foi adquirido através do canal X2. Os diagramas de fase e as respostas de posição no tempo foram obtidos através da integração numérica das acelerações adquiridas dos acelerômetros. Os *spectra* são o resultado do processamento de sinais feito pelo QUATTRO com os sinais dos acelerômetros adquiridos em X1 e X2.

Os parâmetros de usinagem se encontram definidos na Tab. 3.3.

A Fig. 4.3 mostra o diagrama de fase obtido experimentalmente. Na direção x temos um diagrama de fases que mostra uma curva instável, que se assemelha a uma circunferência mas contém uma componente de variação formando uma espécie de banda em volta do círculo interno. Como o sistema não converge para nenhum ponto de equilíbrio ou círculo limite, fica verificada a irregularidade que ocorre durante o *chatter* (Strogatz, 2001). A alta variação da curva nos indica uma possibilidade de movimento não-periódico e caótico, como visto na literatura (Grabec, 1988; Deshpande e Fofana, 2001; Pratt, 1997). Na direção y também pode ser visto um comportamento instável, embora neste caso a curva se assemelhe mais a uma elipse. Devido à baixa amplitude de vibração para esta direção, todavia, é importante ressaltar que erros na medição do acelerômetro podem estar interferindo nos resultados finais.

Os resultados temporais obtidos experimentalmente podem ser vistos na Fig. 4.4. A Fig. 4.4a) é o resultado da segunda integração dos dados de aceleração obtidos na direção x e a Fig. 4.4b) é o resultado da segunda integração dos dados de aceleração obtidos na direção y . O resultado para a posição da direção x mostra a falta de periodicidade que

Figura 4.3: Diagrama de fases experimental sem *shunt* para a) direção x e b) direção y

Figura 4.4: Resultados temporais experimentais sem *shunt* a) direção x e b) direção y

confirma a conclusão obtida através da análise do diagrama de fase. Para a direção y o mesmo se repete. Destes gráficos pode-se inferir que o sistema apresenta um movimento não-periódico, durante a instabilidade do chatter. Para a definição do sistema como caó-

tico para estas condições, é necessária a utilização de mais ferramentas, como seção de Poincaré e diagramas de bifurcação.

Também é possível perceber que a vibração na direção x tem uma amplitude maior que a vibração na direção y . Embora o *chatter* regenerativo ocorra em ambas as direções de vibração, a direção y (direção da espessura de corte) é considerada a direção principal para este tipo de vibração (Pratt, 1997; Litak et al., 2012). Desta observação experimental pode-se concluir que o sistema é fortemente acoplado e uma análise não só da vibração na direção y , como também na direção x deve ser realizada numericamente. Ambas as direções devem receber estratégias de controle, de forma que a vibração seja efetivamente reduzida.

Figura 4.5: *Spectra* experimental sem *shunt* para a) direção x e b) direção y

Os resultados apresentados na Fig. 4.5 foram obtidos através do processamento dos sinais provenientes dos acelerômetros na direção x e y durante a usinagem. Os *spectra* para ambas as direções detêm uma semelhança nas frequências em que os picos estão acontecendo. Este fato mostra um acoplamento das direções de vibração na frequência de *chatter*, aqui facilmente verificada como 422Hz. É interessante frisar que esta frequência não é a frequência natural encontrada nem para a direção x , nem para a direção y , sendo maior que ambas. Também fica evidente que a amplitude de vibração na direção x é consideravelmente maior que a amplitude de vibração na direção y , demonstrando que, para esta configuração, a força de corte contribui mais na direção de x que de y . Além do pico mais evidente em 422Hz, são vistos também os picos em 356Hz, 389Hz e 455Hz. Na base das curvas podem ser verificadas deformidades, o que caracteriza prováveis não-linearidades no sistema, fato já verificado no diagrama de fases e respostas temporais. Os picos menores (em 356Hz e em 389Hz) estão muito próximos às frequências naturais en-

contradas para as direções x e y . Concluindo, destas informações pode ser entendido que a frequência de *chatter* é maior que as frequências naturais aparentes nas duas principais direções de vibração e que o sistema se encontra altamente acoplado durante o *chatter*, vibrando em ambas as direções nas mesmas frequências.

Figura 4.6: Detalhe para qualidade superficial após usinagem, sem *shunt*

A Fig. 4.6 mostra uma foto tirada após a usinagem, que evidencia a péssima qualidade superficial obtida quando se usina sob condições de *chatter*. A superfície, que deveria estar visualmente lisa, está claramente ondulada devido às fortes vibrações decorrentes da instabilidade do *chatter*.

Após a usinagem, um perfilômetro foi utilizado de forma que o perfil obtido após as vibrações decorrentes da instabilidade do *chatter* pudesse ser quantificado. O aspecto irregular encontrado nas respostas temporais se repete no perfil obtido, visualizado na Fig. 4.7. Conforme explicado no Cap. 3, o perfil foi obtido em 3 diferentes posições da peça usinada, cada uma a 120 graus distante da outra. Desta forma é possível verificar se existe variação significativa nas seções escolhidas para representar a peça. Os três perfis são mostrados na Fig. 4.7. A variação máxima entre picos é de $110\mu m$ para a primeira seção analisada, $100\mu m$ para a segunda seção e $105\mu m$ para a terceira seção. Desta forma, a variação média encontrada nas três seções é de $105\mu m$, para os picos mais extremos da

Figura 4.7: Resultado do perfilômetro para peça após usinagem sem *shunt*

peça. Esta quantificação fornece um dado passível de comparação para diferentes situações de controle, de forma que seja possível a análise da efetividade destas ações.

4.2 Resultados experimentais com controle de vibração

Após a campanha experimental com o sistema em aberto (sem ações de controle), testes de impacto e aquisições durante a operação de usinagem foram realizados com a utilização de *shunts* passivos conectados ao sistema mecânico através de materiais piezelétricos. É importante ressaltar que todos os experimentos foram realizados utilizando os mesmos parâmetros dos experimentos em aberto. Desta forma, a única diferença é a adição da estratégia de controle ao sistema.

Os experimentos de impacto foram realizados utilizando o martelo de impacto PCB Piezotronics (Fig. 3.3), conectado ao canal X1 do QUATTRO, um acelerômetro posicionado na direção x (Fig. 3.5) e conectado no canal X2 do QUATTRO e um acelerômetro posicionado na direção y e conectado no canal X3 do QUATTRO. Assim como anteriormente, para os testes de impacto, o canal X1 foi designado como o canal de referência no processador de sinais. A média de cinco medições gera os gráficos obtidos nestes experimentos.

Os piezos foram conectados à ferramenta nas duas direções principais de vibração (Fig. 3.5) e *shunts* passivos LR foram então conectados a estes piezos. Os valores de indutância e resistência que compõe cada *shunt* foram obtidos através de testes de tentativa e erro, utilizando um modelo matemático no MATLAB®. Tais valores estão designados na Tabela 4.1. O *shunt1* (Fig.3.10) é a combinação em série de L1 e R1 e foi posicionado na direção x . O *shunt2* (Fig.3.11) é a combinação em série de L2 e R2 e foi posicionado na direção y . Para que comparações sejam possíveis, testes de impacto foram realizados com cada *shunt* ligado separadamente e também com ambos conectados ao mesmo tempo.

Parâmetro	Valor
L1	11.77H
R1	8.88K Ω
L2	11.8H
R2	10.45K Ω

Tabela 4.1: Parâmetros para definição dos *shunts* passivos

A Fig. 4.8 mostra a amplitude das FRF experimentais H_{12} (vibração na direção x , com o impacto do martelo como referência) e H_{13} (vibração na direção y , com impacto do martelo como referência) para uma série de impactos na direção x . As respostas foram adquiridas com *shunts* conectados na direção x , y ou em ambas as direções. A Fig. 4.8a) mostra a resposta de H_{12} e a Fig. 4.8b) mostra a resposta de H_{13} , ambas nas três configurações consideradas.

Figura 4.8: Amplitude da FRF experimental com diversas configurações de *shunts*, impacto na direção x para a) H_{12} acelerômetro na direção x e b) H_{13} acelerômetro na direção y

a)

b)

Figura 4.9: Amplitude da FRF experimental com diversas configurações de *shunts*, impacto na direção y para a) H_{12} acelerômetro na direção x e b) H_{13} acelerômetro na direção y

Através da Fig. 4.8, pode-se concluir que a menor amplitude de vibração se dá quando ambos os *shunts* estão conectados. Embora esta diferença seja pequena, esta conclusão reitera o fato de o sistema estar acoplado. Também é visível que, quando apenas um *shunt* está conectado, a configuração mais efetiva se dá quando conecta-se o controle na mesma direção do impacto. Neste caso, as curvas de H_{12} e H_{13} sob a ação do *shunt* na direção x são muito próximas às curvas quando ambas as direções estão sob a ação de controle. No caso da operação de usinagem, em que a força de corte está em um plano entre as direções x e y , fica evidente que para o que controle seja robusto, é necessária a utilização de *shunts* em ambas as direções.

A Fig. 4.9 mostra a amplitude das FRF experimentais H_{12} (vibração na direção x , com o impacto do martelo como referência) e H_{13} (vibração na direção y , com impacto do martelo como referência) para uma série de impactos na direção y . As respostas foram adquiridas com *shunts* conectados na direção x , y ou em ambas as direções. A Fig. 4.9a) mostra a resposta de H_{12} e a Fig. 4.9b) mostra a resposta de H_{13} , ambas nas três configurações consideradas.

Assim como na Fig. 4.8, pode ser visto que a maior redução de amplitude de vibração acontece quando ambos os *shunt* são utilizados. Quando apenas o *shunt* da direção x é conectado, temos a curva com a menor redução na amplitude de vibração. Isto se dá porque o impacto neste caso é na direção y . Além disso, tanto na Fig. 4.8 quanto na Fig. 4.9, a amplitude de vibração na direção do impacto é de uma ordem de grandeza maior que a amplitude de vibração na direção normal ao impacto do martelo.

Assim como nos experimentos em aberto, para os experimentos operacionais o sinal do acelerômetro na posição x foi adquirido no canal X1 e o sinal do acelerômetro na posição y foi adquirido através do canal X2. Os diagramas de fase e as respostas de posição no tempo foram obtidos através da integração numérica das acelerações adquiridas dos acelerômetros. Os *spectra* são o resultado do processamento de sinais provenientes destes mesmos acelerômetros.

Os parâmetros de usinagem são os mesmos que os usados nos experimentos em aberto e estes se encontram definidos na Tabela 3.3. Nos experimentos dinâmicos usa-se apenas a configuração em que ambos os *shunts* estão conectados à estrutura.

O diagrama de fases de ambas as direções principais de vibração podem ser vistos na Fig. 4.10. Na direção x tem-se novamente uma vibração que se assemelha a uma circunferência, com uma grande variação. Na direção y existe irregularidade, entretanto a curva se assemelha a uma elipse. A alta variação da curva nos indica uma possibilidade de movimento não-periódico.

Os resultados temporais podem ser vistos na Fig. 4.11, em que as posições nas direções x e y são apresentadas. Ambas as curvas mantêm o aspecto não periódico. Desta forma, pode-se concluir que a instabilidade do *chatter* se mantém e o movimento aparenta ser caótico.

Figura 4.10: Diagrama de fases experimental com diversas configurações de *shunts* para a) direção x e b) direção y

Figura 4.11: Resultados temporais experimentais com *shunt* para a) direção x e b) direção y

O *spectrum* da direção x com o uso do controle passivo será comparado ao *spectrum* mostrado na Fig. 4.5a) na seção comparativa.

Figura 4.12: Resultado do perfilômetro para peça após usinagem com *shunt*

O perfilômetro foi novamente utilizado para a obtenção do perfil quantificado da peça após a usinagem com a utilização dos *shunts* passivos. Este perfil pode ser visto na Fig. 4.12 e mantém o aspecto randômico encontrado na usinagem em aberto. Três perfis em locais simétricos da peça foram adquiridos e são mostrados na Fig. 4.12. Para a primeira seção, a variação máxima entre picos é de $75\mu\text{m}$, para a segunda seção analisada temos $85\mu\text{m}$ de variação e para a terceira seção temos $70\mu\text{m}$ de variação. A variação máxima é, então, $76,6\mu\text{m}$. Portanto, pode-se concluir que a diminuição da amplitude no perfil usinado na peça foi de 27%.

4.3 Comparações dos resultados

Os diagramas de fase encontrados experimentalmente com o uso de *shunts* em duas direções e sem o uso de nenhuma estratégia de controle podem ser comparados. A Fig. 4.10, quando comparada à Fig. 4.3, mostram-se qualitativamente muito semelhantes. Enquanto o diagrama de fases na direção x (Figs. 4.3 a) e 4.10 a)) mostra uma curva que se assemelha a um círculo, com uma grande banda de oscilação, o diagrama de fases da direção y (Figs. 4.3 b) e 4.10 b)) também mostra instabilidade.

Na direção y o efeito da adição de controle não pode ser notado. Novamente, conclui-se que isto é devido às baixas amplitudes de vibração nesta direção. Na direção x , todavia, existe redução na amplitude de vibração perceptível já no diagrama de fases. A amplitude máxima de x diminui de $0.03m$ para $0.02m$ e a amplitude máxima de vx (velocidade de x) diminui de $110^{-5}m/s$ para $510^{-6}m/s$.

Figura 4.13: Comparação da amplitude do *spectrum* experimental com e sem *shunt*, aquisição através do piezo na direção x

Os resultados apresentados na Fig. 4.13 são os *spectra* para a direção x com e sem *shunt*. Estes resultados foram obtidos durante a usinagem do material. Embora as frequências se mantenham praticamente idênticas com e sem *shunt*, podemos ver que a amplitude da frequência de *chatter* (422Hz) diminui em 40%. A amplitude das frequências vizinhas, no entanto, ou se mantêm as mesmas ou apresentam ligeiro aumento.

As Figs. 4.14 e 4.15 mostram a comparação entre as amplitudes das FRFs experimentais H_{12} e H_{13} para as condições com a utilização de *shunts* nas duas direções e para a condição em aberto. A diminuição da amplitude é mais evidente na direção do impacto do martelo (Figs. 4.14a) e 4.15b)). Na direção normal ao impacto temos uma menor variação das curvas com o uso de controle.

Figura 4.14: Comparação da amplitude da FRF experimental com e sem *shunt* para impacto na direção x

a)

b)

Figura 4.15: Comparação da amplitude da FRF experimental com e sem *shunt* para impacto na direção y

A amplitude de vibração na frequência de 345Hz não foi alterada com nenhuma configuração de controle, em nenhuma direção. É hipótese que esta frequência seja proveniente do centro de usinagem em si e não da ferramenta, e portanto a ação de controle local não surte efeito na diminuição desta amplitude.

Por fim, a Fig. 4.16 mostra uma comparação visual entre a qualidade superficial das peças após usinagem sem a utilização de nenhuma estratégia de controle (Fig. 4.16a)) e com a utilização de *shunts* passivos LR em ambas as direções de corte. Embora a qualidade superficial se mantenha pobre, a diminuição da amplitude de vibração é visível. Tal diminuição foi também verificada em todos os experimentos apresentados neste capítulo. Como visto nas figuras do perfil obtidas através do perfilômetro (Figs. 4.7 e 4.12, uma diminuição efetiva de 27% na amplitude da peça final foi obtida com a utilização da estratégia de controle escolhida.

a)

b)

Figura 4.16: Comparação das peças usinadas no detalhe encontra-se: a) peça usinada sem a utilização de *shunts* e b) peça usinada com a utilização de *shunts*

Metodologia para avaliação numérica

A metodologia para avaliação dos modelos numéricos é apresentada neste capítulo. Segundo os resultados apresentados no Cap. 4, as modelagens devem levar em consideração o acoplamento de modos devido à natureza simétrica da ferramenta (Quintana e Ciurana, 2011; Pratt e Nayfeh, 2001; Pratt, 1997; Grabec, 1988; Hanna e Tobias, 1974; Pratt e Nayfeh, 1999), amortecimento estrutural (Ganguli, 2005; Silva e Cervelin, 2013), não-linearidades estruturais (Tlustý e Ismail, 1981; Hanna e Tobias, 1974) e o efeito regenerativo (Pratt, 1997).

Primeiramente, a modelagem proposta por Pratt (1997) engloba todos estes quesitos e é explicada em detalhes. Então, uma modelagem simplificada proposta por Grabec (1988) e que não engloba efeitos regenerativos ou não-linearidades estruturais é analisada. Adicionalmente, uma adaptação no modelo de Grabec (1988) é proposta, através da adição de não-linearidades estruturais.

5.1 Modelagem segundo Pratt e Nayfeh

Pratt (1997); Pratt e Nayfeh (1999, 2001) propuseram um equacionamento levando em consideração o acoplamento dos dois graus de liberdade referentes à flexão do porta-ferramenta e às não-linearidades devido a esse acoplamento. O modelo de dois graus de liberdade está ilustrado na Fig. 5.1.

Para manter o equacionamento como apresentado por Pratt (1997), a nomeação das variáveis é mantida. Referindo-se à Fig. 3.5, pode-se definir $x_1 = y$ (direção da espessura

Figura 5.1: Modelo de dois graus de liberdade retirado de Pratt (1997)

de corte) e $x_2 = x$ (direção de corte). Baseando-se no modelo de dois graus de liberdade ilustrado pela Fig. 5.1, em que o corte não é ortogonal, as equações de movimento referentes às coordenadas modais x_1 e x_2 podem ser descritas nas Eqs. 5.1 e 5.2.

$$m\ddot{x}_1 + c_1\dot{x}_1 + \lambda_1 x_1 = -dP \cos(\theta - \psi_1) \quad (5.1)$$

$$m\ddot{x}_2 + c_2\dot{x}_2 + \lambda_2 x_2 = -dP \cos(\pi/2 - \theta + \psi_1) \quad (5.2)$$

onde x_1 e x_2 são as coordenadas modais referentes aos primeiros modos de flexão do porta-ferramenta; m é a massa modal, assumida igual para ambas as direções; c_1 e c_2 são os coeficientes de amortecimento viscoso linear; λ_1 e λ_2 são os coeficientes de rigidez linear; e dP é a força cortante regenerativa diferencial, definida na Eq. 5.3. Os ângulos de corte ψ e θ podem ser vistos na Fig. 5.1.

$$dP = K_s w (x - x_r) \quad (5.3)$$

onde K_s é um coeficiente de corte; w é a largura de corte; x e $x_r = x(t - \tau)$ são os deslocamentos normais à superfície de corte em dois cortes sucessivos; e τ é o período de revolução. Através de relações trigonométricas, $x = x_1 \cos(\psi_1) - x_2 \sin(\psi_1)$. É importante salientar que o x é referente aos deslocamentos normais à superfície e considera os deslocamentos em ambas as direções da ferramenta. Assumindo que a rigidez da ferramenta pode ser definida como a rigidez de uma barra simples, λ_1 pode ser descrito na Eq. 5.4.

$$\lambda_1 = \frac{3EI}{l^3} \quad (5.4)$$

onde E é o módulo de Young, I é o momento de inércia calculado através do plano médio e l é o comprimento da ferramenta.

Dividindo as Eqs. 5.1 e 5.2 pela massa modal, temos:

$$\ddot{x}_1 + 2\zeta_1\omega_1\dot{x}_1 + \omega_1^2x_1 = -dP\frac{\omega_1^2}{\lambda_1}\cos(\theta - \psi_1) \quad (5.5)$$

$$\ddot{x}_2 + 2\zeta_2\omega_2\dot{x}_2 + \omega_2^2x_2 = -dP\frac{\omega_2^2}{\lambda_1}\sin(\theta - \psi_1) \quad (5.6)$$

onde ζ_1 e ζ_2 são os fatores de amortecimento modal e ω_1 e ω_2 são as frequências naturais do sistema referentes à flexão do porta-ferramenta. Também nota-se que $\frac{1}{m} = \frac{w_1^2}{\lambda_1}$, equação que relaciona rigidez e frequência natural com massa. Tomando a massa m como igual em ambas as direções propicia o encontro destes fatores em ambas as equações.

Da Fig. 5.1, podemos inferir que $x = x_1\cos(\psi_1) - x_2\sin(\psi_1)$, desta forma dP pode ser reescrita na Eq. 5.7.

$$dP = K_f a(\cos(\psi_1)(x_1 - x_{1r}) - \sin(\psi_1)(x_2 - x_{2r})) \quad (5.7)$$

Denotando, $\gamma_1 = w_1^2 \frac{K_f}{\lambda_1} \cos(\theta - \psi_1)$, $\gamma_2 = w_2^2 \frac{K_f}{\lambda_2} \sin(\theta - \psi_1)$, $\eta = \cos(\psi_1)$ e $\nu = -\sin(\psi_1)$, em que w é a espessura de corte, podemos reescrever as equações de movimento em Eqs. 5.8 e 5.9.

$$\ddot{x}_1 + 2\zeta_1\omega_1\dot{x}_1 + w_1^2x_1 = -\gamma_1 a[\eta(x_1 - x_{1r} + \nu(x_2 - x_{2r}))] \quad (5.8)$$

$$\ddot{x}_2 + 2\zeta_2\omega_2\dot{x}_2 + w_2^2x_2 = -\gamma_2 a[\eta(x_1 - x_{1r} + \nu(x_2 - x_{2r}))] \quad (5.9)$$

O estudo ainda propõe a inclusão de não linearidades estudadas por Hanna e Tobias (1974), que inclui não linearidades estruturais e da força de corte. As não linearidades estruturais são denotadas aqui por $f_n(x_n)$ e as não linearidades na força de corte por $g_n(x_n - \mu_n x_{nr})$, onde $n = 1, 2$. Devido a essas inclusões, as equações do movimento do sistema são descritas nas Eqs. 5.11 e 5.13.

$$\ddot{x}_1 + 2\zeta_1\omega_1\dot{x}_1 + 2\xi_1\dot{x}_1 + w_1^2[x_1 + f_1(x_1)] = \quad (5.10)$$

$$-\gamma_1 w \eta [(x_1 - \mu_1 x_{1r}) + g_1(x_1 - \mu_1 x_{1r})] + \nu [(x_2 - \mu_2 x_{2r}) + g_2(x_2 - \mu_2 x_{2r})] \quad (5.11)$$

$$\ddot{x}_2 + 2\zeta_2\omega_2\dot{x}_2 + 2\xi_2\dot{x}_2 + w_2^2[x_2 + f_2(x_2)] = \quad (5.12)$$

$$-\gamma_2 w \eta [(x_1 - \mu_1 x_{1r}) + g_1(x_1 - \mu_1 x_{1r})] + \nu [(x_2 - \mu_2 x_{2r}) + g_2(x_2 - \mu_2 x_{2r})] \quad (5.13)$$

onde ξ_1 e ξ_2 representam o amortecimento nas direções x_1 e x_2 , respectivamente, devido ao processo de corte.

As funções $f_n(x_n)$ e $g_n(x_n - \mu_n x_{nr})$ devem ser definidas após uma análise mais detalhada das condições geométricas do estudo. Segundo Pratt (1997), duas possibilidades devem ser consideradas. Na Fig. 5.2, vemos as duas possibilidades tratadas pelo seu estudo.

Figura 5.2: Formação do cavaco sobre a) condições pesadas de corte b) condições leves de corte. Retirado de (Pratt, 1997)

Conforme o obtido experimentalmente, em que o raio de ponta da ferramenta na usinagem era de $0,4mm$ e a espessura de corte era de $0,25mm$, as condições de corte a serem estudadas são aquelas de cortes leves. Para este tipo de corte, as funções $f_n(x_n)$ e $g_n(x_n - \mu_n x_{nr})$ podem ser definidas nas Eqs. 5.14 e 5.15 (Pratt, 1997; Hanna e Tobias, 1974).

$$f_n(x_n) = 10x_n^2 + 300x_n^3 \quad (5.14)$$

$$g_n(x_n - \mu_n x_{nr}) = 5.7(x_n - \mu_n x_{nr})^2 - 3700(x_n - \mu_n x_{nr})^3 \quad (5.15)$$

Utilizando esse modelo, Pratt e Nayfeh (2001, 1999); Pratt (1997) concluíram que o limite de estabilidade do modelo que considerava o acoplamento dos modos era bem inferior ao do modelo que desprezava o acoplamento.

5.2 Modelagem segundo Grabec

Grabec (1988) propôs um modelo simplificado do *chatter*, em que o sistema têm dois graus de liberdade de flexão e o *chatter* regenerativo não é considerado. A força de corte é estimada empiricamente através do fluxo de material que se choca com a ferramenta.

Relações empíricas generalizadas são utilizadas para descrever a dependência não-linear da força de corte em relação à velocidade e à espessura do cavaco. Devido à complexidade das interações entre o material e ferramenta, apenas a condição de usinagem ortogonal é modelada (Fig. 5.3). Uma representação do modelo se encontra na Fig. 5.4.

Figura 5.3: Esquema do processo de usinagem, retirado de Grabec (1988)

Figura 5.4: Modelo de dois graus de liberdade retirado de Grabec (1988)

Para condições de corte interno, as direções x e y podem ser representadas como apresentado no Cap. 3, Fig. 3.5. Neste caso, x representa a direção de corte e y representa a direção da espessura de corte. A partir desta representação, as equações de movimento podem ser descritas nas Eqs. 5.16 e 5.17.

$$m\ddot{x} + r_x\dot{x} + k_x x = F_x \quad (5.16)$$

$$m\ddot{y} + r_y\dot{y} + k_y y = F_y \quad (5.17)$$

onde m é a massa inercial, assumida igual para as duas direções; k_x e k_y são as rigidezes da estrutura; r é o coeficiente de amortecimento; $\ddot{x}$ e $\ddot{y}$ são as acelerações; $\dot{x}$ e $\dot{y}$ são as velocidades das arestas de corte.

Para a obtenção das forças de corte empíricas, assume-se que F_x é a força de corte principal e F_y surge devido à fricção na peça. Desta forma, a Eq. 5.18 define a relação entre F_x e F_y .

$$F_y = KF_x \quad (5.18)$$

em que K é um coeficiente de fricção determinado empiricamente.

A Eq. 5.18 descreve o acoplamento que ocorre entre as duas direções de corte. A determinação do coeficiente K e da força F_x são, então, o suficiente para a completa descrição do sistema através das Eqs. 5.16 e 5.17. A força de corte no torneamento é influenciada pela geometria, dinâmica e propriedades dos materiais da ferramenta e da peça a ser usinada Siddhpura e Paurobally (2012); Hastings (1980); Ganguli (2005). Assume-se que estas influências podem ser suficientemente traduzidas pela dependência da força de corte em relação a espessura de corte h e velocidade relativa de corte v (velocidade relativa de corte entre o material usinado e a ferramenta). Então, relações para estes dois fatores podem ser encontradas em Grabec (1988) e descritas, para uma grande variedade de materiais mecânicos, pelas Eqs. 5.19 e 5.20.

$$F_x = F_{x0} \frac{h}{h_0} (C_1 (\frac{v}{v_0} - 1)^2 + 1) \quad (5.19)$$

$$K = K_0 (C_2 (\frac{v_f R}{v_0} - 1)^2 + 1) (C_3 (\frac{h}{h_0} - 1)^2 + 1) \quad (5.20)$$

Em que as constantes F_{x0} , K_0 , h_0 , v_0 , C_1 , C_2 , C_3 definem as condições de corte e são obtidas empiricamente. Para simplificação, este modelo considera apenas os termos não-lineares quadráticos, ignorando os termos de maior ordem que têm menor influência nos resultados. A velocidade v_f é definida como a velocidade de fricção na direção y , que pode ser representada por uma simples relação entre a velocidade relativa v , na direção x , e um fator de redução R , como visto na Eq. 5.21.

$$v_f = \frac{v}{R} \quad (5.21)$$

R é um fator de redução de velocidade devido a deformação plástica. Pode-se obter uma relação matemática entre este fator de redução e o ângulo ϕ de cisalhamento, que representa a deformação plástica, na Eq. 5.22.

$$\text{ctg}\phi = R \quad (5.22)$$

Levando-se em conta que o ângulo de cisalhamento tem uma maior dependência na velocidade relativa de corte v do que na espessura de corte h , podemos aproximar R na Eq. 5.23.

$$R = R_0(C_4(\frac{v}{v_0} - 1)^2 + 1) \quad (5.23)$$

em que as constantes R_0 e C_4 são, novamente, parâmetros dependentes das condições de corte e serão definidas mais adiante.

As Eqs. 5.18 a 5.23 são formulações empíricas, obtidas através de observações e experimentos, como apresentado por Grabec (1988). Por este motivo, são expressões médias. Para o propósito deste trabalho, assim como em Grabec (1988), assumiremos que as equações fornecem dados não apenas médios, mas também instantâneos. Para a resolução de tais equações e simulação de resposta, é necessária a transição das equações para o domínio dinâmico e, para tanto, as variáveis h , v e v_f devem ser alteradas para quantidades variantes no tempo. Tal alteração é proposta nas Eqs. 5.24.

$$h(t) = h_i - y(t); \quad v(t) = v_i - \dot{x}(t); \quad v_f(t) = \frac{v(t)}{R(t)} - \dot{y}(t) \quad (5.24)$$

Condições de contorno referentes ao domínio devem ser impostas para que condições fisicamente impossíveis ($y > h$, $\dot{x} > v_i$ ou $v_f < 0$) não possam ocorrer. Logo, as equações devem estar sujeitas às seguintes condições representadas na Eq. 5.26.

$$F_x = 0 \text{ para } h < 0 \text{ ou } v < 0 \quad (5.25)$$

$$K(-v_f) = -K(v_f) \quad (5.26)$$

Que podem ser reescritas usando as equações de sinal e degrau unitário descritas pela Eq. 5.27.

$$\begin{aligned} U(x) &= \{0 \text{ para } x < 0; 1 \text{ para } x \geq 0\} \\ Sgn(x) &= \{-1 \text{ para } x < 0; +1 \text{ para } x > 0\} \end{aligned} \quad (5.27)$$

Por último, normalizações devem ser realizadas. Desta forma, tomamos: $X = \frac{x}{h_0}$; $Y = \frac{Y}{h_0}$; $T = t \frac{v_0}{h_0} = tw_0$; $X' = \frac{\dot{x}}{v_0}$; $H_i = \frac{h_i}{h_0}$; $H = H_i - Y$; $V_i = \frac{v_i}{v_0}$; $V = V_i - X'$.

Portanto, as equações de movimento podem ser expressas de maneira simplificada nas Eqs. 5.28 e 5.29.

$$X'' + D_x X' + AX = F \quad (5.28)$$

$$Y'' + D_y Y' + BY = KF \quad (5.29)$$

Em que:

$$\begin{aligned}
 F &= F_0 H (C_1 (V - 1)^2 + 1) U(H) U(V) \\
 K &= K_0 H (C_2 (V_f - 1)^2 + 1) (C_3 (H - 1)^2 + 1) U(F) \text{Sgn}(V_f) \\
 R &= R_0 H (C_4 (V - 1)^2 + 1) \\
 V_f &= V - R Y' \\
 A &= \frac{k_x}{m} w_0^2; \\
 B &= \frac{k_y}{m} w_0^2 = \left(\frac{w_y}{w_0}\right)^2; \\
 D_x &= \frac{r_x}{m} w_0^2; \\
 D_y &= \frac{r_y}{m} w_0^2; \\
 F_0 &= \frac{F_{x0}}{h_0 m} w_0^2
 \end{aligned} \tag{5.30}$$

A irregularidade não linear do modelo é representada principalmente pela dependência da força de corte na velocidade. Grabec (1988) mostra esta dependência na Fig. 5.5. Como pode ser visto, a relação empírica entre a força de corte e a velocidade de corte é não-linear.

Figura 5.5: Dependência entre força de corte e velocidade, retirado de Grabec (1988)

5.3 Modelo alterado proposto

Devido às conclusões experimentais dadas no Cap. 4, em que não-linearidades estruturais se mostram presentes, propõe-se uma alteração no modelo de Grabec (1988). Nesta alteração, não-linearidades estruturais propostas por Hanna e Tobias (1974) serão adicionadas ao modelo, que considera apenas não-linearidades de acoplamento e na força de corte.

Da proposta de Hanna e Tobias (1974), define-se a função da força de rigidez estrutural na Eq. 5.31.

$$f(x) = \lambda(x + \beta_1 x^2 + \beta_2 x^3) \quad (5.31)$$

em que λ é a constante de rigidez linear para deslocamentos infinitesimais, β_1 e β_2 são constantes que representam as não-linearidades quadráticas e cúbicas. O amortecimento, entretanto, é mantido linear.

Tomando-se $\lambda_x = A$ e $\lambda_y = B$, as Eqs. 5.28 e 5.29 se tornam Eqs. 5.32 e 5.33.

$$X'' + D_x X' + A(X + \beta_1 X^2 + \beta_2 X^3) = F \quad (5.32)$$

$$Y'' + D_y Y' + B(Y + \beta_3 Y^2 + \beta_4 Y^3) = K F \quad (5.33)$$

Os termos D_x , D_y , A , B , K e F se encontram na Eq. 5.30. As constantes serão definidas no Cap. 6.

Resultados numéricos e discussões

Esta seção é composta pelos resultados numéricos dos modelos apresentados no Cap. 5. Os resultados são apresentados na mesma ordem em que os modelos foram descritos no Cap. 5. Inicialmente são mostrados os resultados da modelagem segundo Pratt (1997), em sequência, temos os resultados da modelagem proposta por Grabec (1988), por último são apresentados os resultados referentes à modificação proposta na modelagem de Grabec (1988). Posteriormente, é apresentada uma comparação entre os três modelos estudados.

6.1 Resultados da modelagem segundo Pratt e Nayfeh

Para a simulação da modelagem proposta por Pratt (1997); Pratt e Nayfeh (2001); Silva e Cervelin (2013), as Eqs. 5.11 e 5.13 são resolvidas através do método de RungeKutta de 4ª ordem, programado no MATLAB ®. Esta estratégia de resolução é a mesma utilizada em Pratt (1997). As equações são descritas em forma de estados, formando um sistema de quatro equações diferenciais ordinárias de primeiro grau. A rotina foi desenvolvida levando-se em conta as rotações anteriores através do uso de $x_{anterior}$.

Os parâmetros adotados para a simulação são os apresentados em Pratt (1997). Levando-se em conta que $w_i = 2\pi f_i$, temos $f_1 = 365Hz$, $\zeta_1 = 0.02$, $f_2 = 493Hz$, $\zeta_2 = 0.03$, $\frac{\zeta_1}{w_1} + \xi_1 = 0.2$, $\xi_2 = 0$; $\gamma_1 = \cos(\frac{\pi}{3})w_1^2 \frac{k_s}{\lambda_1}$, $\gamma_2 = \cos(\frac{\pi}{6})w_1^2 \frac{k_s}{\lambda_1}$, $\eta = 0.495$, $\nu = -0.24$ e $\mu_1 = \mu_2 = 1$. Os resultados podem ser vistos nas Fig. 6.1 a 6.6. Estas constantes são dadas para uma barra com $l = 9''$ de comprimento e $d = 1''$ de diâmetro.

Figura 6.1: Resposta temporal para o modelo de Pratt (1997) com $w = 0.03''$, condições iniciais aproximadamente nulas

Figura 6.2: Diagrama de fases para o modelo de Pratt (1997) com $w = 0.03''$, condições iniciais aproximadamente nulas para a) direção x_1 e b) direção x_2

As Figs. 6.1 e 6.2 apresentam os resultados numéricos do modelo para condições iniciais que equivalem a uma pequena perturbação ($x_1 = x_2 = 10^{-30}$) e uma espessura de corte de $0.03''$. Pode ser observado que tanto o diagrama de fases quanto as respostas temporais mostram um sistema estável. Após a perturbação inicial, os deslocamentos em ambas as direções decrescem exponencialmente a zero, encontrando a estabilidade na origem, onde $x_1 = x_2 = 0$. O diagrama de fases para ambas as direções claramente representa um sistema que está com velocidades e posições decrescentes, se encontrando na origem.

Figura 6.3: Resposta temporal para o modelo de Pratt (1997) com $w = 0.03''$, condições iniciais diferentes de zero

Figura 6.4: Diagrama de fases para o modelo de Pratt (1997) com $w = 0.03''$, condições iniciais diferentes de zero para a) direção x_1 e b) direção x_2

Utilizando ainda a mesma espessura de corte, as condições iniciais foram alteradas para $x_1 = x_2 = 10^{-1}$. As respostas podem ser vistas nas Figs. 6.3 e 6.4. Embora uma maior variação possa ser vista na direção x_2 , o comportamento do sistema continua sendo estável. O diagrama de fases apresenta, novamente, um ponto de estabilidade na origem.

As Figs. 6.5 e 6.6 são resultado de uma simulação para parâmetros impossíveis. Neste caso, assumiu-se $w = 0.3''$, enquanto as condições iniciais são mantidas em $x_1 = x_2 = 10^{-1}$. Mesmo neste caso, a instabilidade não é alcançada. Comparando as Figs. 6.5 e 6.6 às Figs.

Figura 6.5: Resposta temporal para o modelo de Pratt (1997) com $w = 0.3''$, condições iniciais diferentes de zero

Figura 6.6: Diagrama de fases para o modelo de Pratt (1997) com $w = 0.3''$, condições iniciais diferentes de zero para a) direção x_1 e b) direção x_2

6.3 e 6.4, nota-se pouquíssima variação nas curvas. Desta forma, pode-se concluir que a espessura de corte não está visivelmente influenciando a resposta do sistema, o que não está dentro do esperado, sendo que a espessura de corte é um dos parâmetros que definem a força de corte.

Utilizando os parâmetros encontrados em Pratt (1997) ou assumindo parâmetros impossíveis, este modelo se mostra inadequado para descrever o fenômeno físico visto nos resultados experimentais do Cap. 4. Não só o sistema não alcança a instabilidade, tampouco a sua estabilidade é de círculo limite, algo esperado para o fenômeno do *chatter* e citado, inclusive, por Pratt (1997).

6.2 Resultados da modelagem segundo Grabec

Figura 6.7: Respostas temporais utilizando o modelo de Grabec (1988) com $F_0 = 0.22$

Para a realização das simulações, as Eqs. 5.28 e 5.29 serão resolvidas utilizando soluções numéricas de Runge Kutta 45 no software MATLAB ®. São tomadas condições iniciais para simulação como $X(0) = Y(0) = X'(0) = Y'(0) = 0$. As constantes utilizadas para a descrição da força de corte e normalizações são descritas em Grabec (1988) e são válidas para uma grande variedade padrão de aço carbono. Desta forma, temos $C_1 = 0.3; C_2 = 0.7; C_3 = 1.5; C_4 = 1.2; R_0 = 2.2; h_0 = 0.25mm; v_0 = 6.6msec^{-1}; k_0 = 0.36; w_0 = 2.7 \cdot 10^{-4}sec^{-1}$.

Figura 6.8: Diagrama de fases utilizando o modelo de Grabec (1988) com $F_0 = 0.22$ para, a) direção x e b) direção y

Figura 6.9: Spectra utilizando o modelo de Grabec (1988) com $F_0 = 0.22$ para, a) direção x e b) direção y

Além destas constantes, $V_i = 0.5$ e $H_i = 0.5$ são definidas como condições típicas de corte em que se gera irregularidade. $A = 1$ e $B = 0.25$ são estabelecidos de forma que a variação de amplitudes entre as direções x e y vistas nos experimentos seja visível também nestas simulações. Para que os efeitos de não-linearidade fiquem mais evidentes, $D_x = D = 0$.

O último parâmetro a ser determinado é F_0 , que é um parâmetro adimensional dependente das condições de corte. Este parâmetro define a magnitude da força de corte e será nosso parâmetro de comparação entre as simulações. Com a alteração da força de corte, três situações podem ser perseguidas. Uma configuração mostrará o sistema em uma situação antes de ocorrer o *chatter*, a segunda apresentará a dinâmica durante a instabilidade do *chatter* e a terceira apresentará uma situação de pós-*chatter*.

As Figs. de 6.7 a 6.14 ilustram os resultados obtidos com essa simulação.

Inicialmente, tem-se $F_0 = 0.22$. Com este parâmetro, a Fig. 6.7 mostra um sistema estável, com movimentos harmônicos. Para a direção x tem-se um movimento periódico, enquanto que para a direção y já se observa uma ligeira alteração no movimento. Estas conclusões são suportadas pelo diagrama de fases apresentado na Fig. 6.8a). Para a direção x , o diagrama de fases mostra uma estabilidade de círculo limite (Jordan e Smith, 2007) muito semelhante a uma circunferência, que suporta a possibilidade o comportamento periódico do sistema.

Embora os resultados para a direção y também apresentem características de uma estabilidade de círculo limite, esta curva não se aproxima de uma circunferência e reforça a possibilidade de mais frequências estarem gerando este movimento.

O *spectrum* da direção x mostra a única frequência natural desta direção, resultado que está de acordo com a conclusão de que o sistema apresenta um comportamento periódico. O *spectrum* da direção y , no entanto, apresenta duas frequências naturais muito próximas, fato que gera a distorção vista no diagrama de fases da Fig. 6.8b).

Para a simulação durante a instabilidade do *chatter*, $F_0 = 0.75$. As Figs. 6.10, 6.12 e 6.11 mostram os resultados para esta situação.

A Fig. 6.10 apresenta os resultados para as posições de x e y no tempo. Uma visível diferença pode ser observada, quando se compara estas curvas às da Fig. 6.7. Para a solução durante o *chatter*, as respostas temporais apresentam um aspecto possivelmente caótico e perdem a qualidade periódica vista na situação de estabilidade.

Os diagramas de fase apresentados na Fig. 6.11 acrescentam informações sobre o movimento do sistema. Embora as curvas ainda se assemelhem a um círculo, uma visível variação é vista.

Analisando os *spectra* fornecidos na Fig. 6.12, conclui-se que a amplitude da vibração é superior na direção x e que novas frequências surgem com amplitudes significativas.

Figura 6.10: Respostas temporais utilizando o modelo de Grabec (1988) com $F_0 = 0.75$

Figura 6.11: Diagramas de fase utilizando o modelo de Grabec (1988) com $F_0 = 0.75$ para, a) direção x e b) direção y

Figura 6.12: *Sprectra* utilizando o modelo de Grabec (1988) com $F_0 = 0.75$ para, a) direção x e b) direção y

Além do aparecimento de novas frequências, nota-se que a curva tem deformações típicas de movimentos não-lineares, sendo então mais um indicativo da presença de caos no movimento durante a instabilidade do *chatter*. Entretanto, a definição do movimento como caótico apenas pode ser feita após uma análise mais detalha do modelo, através de ferramentas como seções de Poincaré e diagramas de bifurcação.

Figura 6.13: Respostas temporais utilizando o modelo de Grabec (1988) com $F_0 = 3$

Figura 6.14: Diagramas de fase utilizando o modelo de Grabec (1988) com $F_0 = 0.75$ para, a) direção x e b) direção y

Figura 6.15: *Sprectra* utilizando o modelo de Grabec (1988) com $F_0 = 3$ para, a) direção x e b) direção y

Para que os resultados simulem uma situação pós-*chatter*, utiliza-se $F_0 = 3$. Os resultados são então apresentados nas Figs. 6.13, 6.14 e 6.15.

Fica claro, pela análise dos resultados, que o sistema voltou à estabilidade de círculo limite apresentada em uma situação pré-*chatter*. Comparando as Figs. 6.13, 6.14 e 6.15 com as Figs. 6.7, 6.8 e 6.9, nota-se que a principal diferença ocorre na direção y . Os resultados mostram um movimento harmônico, como pode ser visto no diagrama de fases e no *spectrum*, mas uma frequência é visivelmente dominante. O mesmo acontece para a direção x .

6.3 Resultados segundo primeira modelagem modificada

Para a resolução das Eqs. 5.32 e 5.33, as constantes β_i devem ser determinadas. Considerando $\lambda_x = A$ e $\lambda_y = B$, fica simples a derivação proporcional das constantes, para que se mantenha as não-linearidades propostas por Hanna e Tobias (1974) para materiais de aço carbono. Então, $\beta_1 = 2.5610^{-4}1/m$; $\beta_2 = 0.14141/m^2$; $\beta_3 = 6.410^{-5}1/m$; $\beta_4 = 0.035351/m^2$. Com estas modificações, as novas respostas são vistas nas Figs. de 6.16 a 6.23.

Figura 6.16: Respostas temporais utilizando o modelo proposto com $F_0 = 0.22$

Os resultados para $F_0 = 0.22$ se mostram muito similares àqueles apresentados pelo modelo de Grabec (1988). O mesmo movimento periódico pode ser visualizado na di-

Figura 6.17: Diagramas de fase utilizando o modelo proposto com $F_0 = 0.22$ para, a) direção x e b) direção y

Figura 6.18: Spectra utilizando o modelo proposto com $F_0 = 0.22$ para, a) direção x e b) direção y

reção x através das respostas temporais (Fig. 6.16), diagrama de fases (Fig. 6.17a)) e *spectrum* (Fig. 6.18a)). Para a direção y , as curvas são ligeiramente deformadas de forma a representar um sistema que possui mais do que uma frequência em seus harmônicos (Figs. 6.16, 6.17b) e 6.18b)).

Figura 6.19: Respostas temporais utilizando o modelo proposto com $F_0 = 0.75$

Figura 6.20: Diagramas de fase utilizando o modelo proposto com $F_0 = 0.75$ para, a) direção x e b) direção y

Enquanto para a situação de estabilidade anterior ao *chatter* o modelo do Grabec (1988) e o modelo proposto apresentem resultados muitos similares, durante o movi-

Figura 6.21: Spectra utilizando o modelo proposto com $F_0 = 0.75$ para, a) direção x e b) direção y

mento de *chatter* ($F_0 = 0.75$) podem ser vistas diferenças entre as curvas. Uma análise das Figs. 6.12 e 6.21 mostra claramente a diferença entre os *spectra* obtidos com cada um dos modelos. No modelo proposto, vê-se uma maior quantidade de picos ao redor dos picos das frequências principais. Este comportamento é visto nos experimentos discutidos no Cap. 4. Além disso, enquanto na Fig. 6.12 se observa que as direções x e y têm magnitudes nos *spectrum* de ordem de grandeza comparáveis, para o modelo proposto vê-se uma grande diferença nas amplitudes das direções x e y . Neste caso, a amplitude do *spectrum* de y é consideravelmente menor que o da direção x . Novamente, este fato é corroborado pelos resultados experimentais vistos no Cap. 4.

Completando, para $F_0 = 0.75$, os resultados temporais tem um comportamento mais irregular no movimento (Fig. 6.19) e esta característica também é facilmente observável no diagrama de fases, que se torna ainda menos previsível (Fig. 6.20).

Figura 6.22: Respostas temporais utilizando o modelo proposto com $F_0 = 3$

Assim como no modelo de Grabec (1988), o sistema volta à estabilidade de círculo limite para $F_0 = 3$.

Figura 6.23: Diagramas de fase utilizando o modelo proposto com $F_0 = 3$ para, a) direção x e b) direção y

Figura 6.24: Spectra utilizando o modelo proposto com $F_0 = 3$ para, a) direção x e b) direção y

6.4 Comparações

Com as simulações propostas, diversas conclusões podem ser feitas. Primeiramente, dos três modelos estudados, dois descrevem o fenômeno do *chatter* satisfatoriamente. O modelo de dois graus de liberdade proposto por Pratt (1997) se mostra falho pois não foi possível representar o círculo limite típico do *chatter*. Além disso, a irregularidade característica do *chatter* não é visualizada, sendo que o sistema se mantém em equilíbrio estável independente dos parâmetros testados.

O modelo proposto por Grabec (1988), embora não considere o fenômeno regenerativo, descreve o sistema durante a instabilidade de maneira muito próxima aos resultados experimentais obtidos neste trabalho. Além disso, o fenômeno de irregularidade dependente dos parâmetros de corte foi verificado numericamente. O sistema passa por um período de estabilidade de círculo limite antes de ocorrer a irregularidade do *chatter*. Após a irregularidade, o sistema retorna à estabilidade original. Tal conclusão era esperada devido à adição das não-linearidades no processo, que limitam o crescimento exponencial da vibração e tornam o movimento limitado por círculos limites.

O acoplamento verificado experimentalmente pode ser obtido numericamente com os modelos de Grabec (1988) e com a modelagem proposta. Percebe-se uma diferença nos resultados da modelagem proposta especialmente durante a irregularidade do *chatter*. Nesta modelagem as não-linearidades são mais visíveis em todos os diagramas estudados. Adicionalmente, o modelo proposto descreve melhor os resultados de *spectra* esperados.

Conclusões e considerações para trabalhos futuros

Este capítulo apresenta as conclusões desta dissertação, resumindo resultados e comparações experimentais e numéricos. Sugestões para trabalhos futuros também são apresentadas.

7.1 Conclusões

A partir de resultados obtidos em campanhas experimentais foi possível verificar que o *chatter* realmente é uma vibração intensa quando o objeto de estudo é uma ferramenta delgada e comprida utilizada para torneamento interno. Neste caso, a qualidade superficial se prova insatisfatória, conforme visto em fotos no Cap. 4 e um método de redução de *chatter* se mostra necessário.

Com os ensaios iniciais de impacto sem controle através de *shunts* passivos foi possível observar as frequências naturais de ambas as principais direções de vibração. Além disso foi possível observar que, quando o impacto ocorria na direção x , vibrações na direção y também ocorriam e vice e versa. Embora a vibração na direção do impacto tenha sido maior do que na outra direção analisada, não é possível negligenciar o acoplamento estrutural das vibrações nas direções x e y . Desta forma, modelos matemáticos que incluam acoplamento de modos devem ser estudados.

A partir dos resultados obtidos através de ensaios dinâmicos durante a operação de usinagem foi possível obter diagramas de fase, *spectra* e resultados temporais para ambas as direções de vibração. Estes gráficos expressaram a característica não-linear desta vibração auto-excitada. Os diagramas de fase adquiridos durante o *chatter* mostram irregularidade, as respostas temporais expressam um aspecto que se assemelha ao randômico e os *spectra* mostram uma base deformada, todas indicações de não-linearidades e possibilidade de presença de movimento caótico. Entretanto, para definição completa do movimento como caótico, outras ferramentas são necessárias, como seções de Poincaré.

Com os experimentos operacionais também foi possível a visualização das amplitudes de vibração em ambas as direções de vibração. Para a configuração experimental utilizada nestes experimentos, a vibração na direção x é consideravelmente maior que a vibração na direção y . Entretanto, é opinião da autora que, devido ao acoplamento estrutural e à natureza conhecida da força de corte ser dependente de ângulos de corte, uma solução robusta para o problema de *chatter* deve abranger tanto a direção x quanto a direção y . Além disso, é preciso ressaltar que, embora o *chatter* regenerativo ocorra em ambas as direções de vibração, a direção y (direção da espessura de corte) é considerada a direção principal para este tipo de vibração. Desta observação experimental pode-se concluir que o sistema é fortemente acoplado e uma análise não só da direção y , como também da direção x deve ser realizada numericamente. Ambas as direções devem receber estratégias de controle, de forma que a vibração seja efetivamente reduzida.

A partir dos experimentos dinâmicos também é possível concluir que a frequência de *chatter* é diferente das frequências naturais tanto na direção x quanto na direção y , sendo maior que ambas. Além disso, durante o *chatter* ambas as direções vibram da mesma forma, tendo *spectra* muito similares, diferentes apenas em amplitude de vibração.

O uso de material piezoelétrico para fazer o acoplamento eletromecânico entre o sistema torno-ferramenta e o controle eletrônico foi validado. O material piezoelétrico pode ser utilizado como sensor para medir a vibração do sistema, o que pode gerar altas tensões (da ordem de 400V) e como atuador, sendo parte de um sistema de controle.

A utilização de *shunts* passivos formados por um sistema com um indutor e um resistor em série foi testada através de experimentos operacionais e dinâmicos. Estes *shunts* foram conectados ao sistema através do uso de material piezoelétrico. Os testes de impacto foram realizados em quatro diferentes situações: sistema aberto; *shunt* na direção x ; *shunt* na direção y ; e *shunts* nas duas direções. Foi possível verificar que quando o *shunt* é adicionado em ambas as direções ou apenas na direção de impacto ocorre uma diminuição na amplitude das FRFs. Quando o *shunt* é adicionado apenas na direção normal ao impacto a redução da amplitude é mínima. Considerando os casos em que ocorre redução de amplitude, em todos os casos a combinação de *shunts* nas duas direções de vibração se mostrou mais efetiva. Portanto é uma conclusão deste trabalho que estratégias de controle considerando as duas direções de vibração obtém resultados melhores do que as que consideram

apenas uma direção. Para experimentos dinâmicos, foi possível visualizar uma diminuição de 40% no *spectrum* da principal direção de vibração.

O uso de um perfilômetro para adquirir o perfil da superfície usinada se mostrou efetivo e produziu uma métrica passível de ser comparada. Desta forma foi possível quantificar a diminuição do perfil ondulado em 27% quando comparado o perfil após a usinagem utilizando *shunts* em duas direções ao perfil sem a utilização de *shunts* passivos.

Após a validação da possibilidade de utilização de materiais piezoelétricos para realizar o acoplamento entre controles eletrônicos ao sistema mecânico, além da verificação das características não-lineares do sistema e do acoplamento existente entre as direções de vibração, realizou-se um estudo de modelos que descrevem o fenômeno considerando estes aspectos.

Foram estudados três modelos diferentes, sendo que dois deles geraram resultados compatíveis qualitativamente com os resultados obtidos experimentalmente. O modelo proposto por Pratt (1997) para duas direções mostra um comportamento estável convergindo para o ponto de equilíbrio na origem. Desta forma, as vibrações param e o círculo limite, conhecido do fenômeno, não é observado.

O modelo proposto por Grabec (1988), entretanto, prevê o fenômeno do *chatter* com uma similaridade grande aos experimentos. Durante a instabilidade do *chatter*, o sistema age de forma possivelmente caótica nos resultados temporais teóricos, como aqueles conseguidos experimentalmente neste trabalho. Além disso, o diagrama de fases se mostra muito similar, especialmente para a direção x . Uma análise mais detalha utilizando diagramas de bifurcação e seções de poincaré precisa ser realizada para a definição completa do sistema como caótico.

De forma a incorporar as não-linearidades estruturais observadas nos experimentos operacionais, um modelo novo é proposto, em que se incorpora não-linearidades estruturais ao modelo proposto por Grabec (1988). Este modelo se mostra mais similar aos resultados experimentais, especialmente quando os *spectra* são analisados. Tanto nos experimentos quanto nestes resultados teóricos, durante o *chatter* a amplitude dos *spectra* na direção x é maior que na direção y , entretanto a diferença não é tão grande quanto a notada no modelo proposto por Grabec. Desta forma, pode-se dizer que o modelo proposto nesta dissertação representa melhor o sistema real e pode ser utilizado para testar estratégias de controle ativo.

7.2 Propostas para trabalhos futuros

- Propõe-se a realização de experimentos dinâmicos para a visualização de momentos pré e pós *chatter* para a verificação da periodicidade do sistema na estabilidade.
- Adaptação dos modelos para a inclusão do *chatter* regenerativo.

- Análise da utilização de piezos em série, de forma que a voltagem produzida em cada piezo seja menor e estratégias de controle ativo sejam de possível execução.
- Utilização de software de análise de elementos finitos para realizar a análise das estratégias de controle ativos, de forma que o modelo matemático do sistema e do controle sejam facilmente acopláveis.
- Verificar a possibilidade de utilização de *shunts* passivos LR para redução de vibração em torneamento em que as condições de corte não geram *chatter*.

Referências

- ALBERTELLI, P.; MUSLETTI, S.; LEONESIO, M. Spindle speed variation in turning: technological effectiveness and applicability to real industrial cases. ... *International Journal of ...*, 2012.
Disponível em: <http://link.springer.com/article/10.1007/s00170-011-3790-8>
- ALTINTAS, Y. Manufacturing automation: metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and CNC design. 2012.
Disponível em: https://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=St38a25qLa0C&oi=fnd&pg=PR9&dq=Manufacturing+Automation&ots=BQyqkPVT1P&sig=7s2_EDS16kesT0_gxrotxB7S4K8
- ARELLANO, D. P. C. *Avaliação numérica e experimental de soluções passiva e ativa para redução de chatter em processos de torneamento usando material piezelétrico*. Dissertação de mestrado, Universidade de São Paulo, 2014.
- BAKER, J.; ROUCH, K. Use of finite element structural models in analyzing machine tool chatter. *Finite elements in analysis and design*, 2002.
Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168874X02000501>
- CERVELIN, J.; SILVA, M.; COELHO, R. AVALIAÇÃO NUMÉRICA DA REDUÇÃO DA VIBRAÇÃO EM PROCESSOS DE USINAGEM USANDO MATERIAL PIEZELÉTRICO E CONTROLE PASSIVO. *abcm.org.br*, 2010.
Disponível em: <http://www.abcm.org.br/pt/wp-content/anais/conem/2010/PDF/CON10-1347.pdf>
- CHANDIRAMANI, N.; POTHALA, T. Dynamics of 2-dof regenerative chatter during turning. *Journal of sound and vibration*, 2006.
Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X05003068>

- CHEN, M.; KNOSPE, C. Control approaches to the suppression of machining chatter using active magnetic bearings. *Control Systems Technology, IEEE ...*, 2007.
Disponível em: http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs_all.jsp?arnumber=4105933
- DESHPANDE, N.; FOFANA, M. Nonlinear regenerative chatter in turning. *Robotics and Computer-Integrated ...*, 2001.
Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0736584500000430>
- ERTURK, A.; INMAN, D. Piezoelectric shunt damping for chatter suppression in machining processes. *Proceedings of ISMA2008, Leuven, Belgium, isma2008 ...*, 2008.
Disponível em: https://scholar.google.com.br/scholar?hl=pt-BR&as_sdt=0,5&q=Piezoelectric+shunt+damping+for+chatter+suppression+in+machining+processes#0
- EWIN, D. Modal Testing: theory, practice and application. *Research Studies Press Ltd, Hertfordshire*, 2000.
Disponível em: https://scholar.google.com.br/scholar?q=Modal+testing%3A+theory%2C+practice+and+application&btnG=&hl=pt-BR&as_sdt=0%2C5#0
- FOFANA, M. Delay dynamical systems and applications to nonlinear machine-tool chatter. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2003.
Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0960077902004071>
- GANGULI, A. Chatter reduction through active vibration damping. 2005.
Disponível em: <http://scmero.ulb.ac.be/Publications/Thesis/Ganguli05.pdf>
- GRABEC, I. Chaotic dynamics of the cutting process. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, v. 28, n. 1, p. 19–32, 1988.
Disponível em: [http://dx.doi.org/10.1016/0890-6955\(88\)90004-1](http://dx.doi.org/10.1016/0890-6955(88)90004-1)
- GRABEC, I.; LESKOVAR, P. Acoustic emission of a cutting process. *Ultrasonics*, 1977.
Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0041624X77900075>
- HAGOOD, N.; FLOTOW, A. Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks. *Journal of Sound and Vibration*, 1991.
Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0022460X91907629>
- HANNA, N.; TOBIAS, S. A theory of nonlinear regenerative chatter. *Journal of ...*, 1974.
Disponível em: <http://manufacturingscience.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1443549>

- HASTINGS, W. A machining theory for predicting chip geometry, cutting forces etc. from work material properties and cutting conditions. ... *of the Royal ...*, 1980.
Disponível em: <http://rspa.royalsocietypublishing.org/content/371/1747/569.short>
- JEMIELNIAK, K.; WIDOTA, A. Suppression of self-excited vibration by the spindle speed variation method. *International Journal of Machine Tool Design and ...*, 1984.
Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020735784900052>
- JORDAN, D.; SMITH, P. Nonlinear ordinary differential equations: an introduction for scientists and engineers. 2007.
Disponível em: <http://www.maa.org/publications/maa-reviews/nonlinear-ordinary-differential-equations-an-introduction-for-scientists-and-engineers>
- KALMAR-NAGY, T.; MOON, F. Mode-coupled regenerative machine tool vibrations. *ASME 2003 ...*, 2003.
Disponível em: <http://proceedings.asmedigitalcollection.asme.org/proceeding.aspx?articleid=1588656>
- LEE, D.; HWANG, H. Y.; KIM, J. K. Design and manufacture of a carbon fiber epoxy rotating boring bar. *Composite Structures*, 2003.
Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263822302002878>
- LEO, D. Frontmatter. 2007.
Disponível em: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/9780470209721.fmatter/summary>
- LITAK, G.; SCHUBERT, S.; RADONS, G. Nonlinear dynamics of a regenerative cutting process. *Nonlinear Dynamics*, 2012.
Disponível em: <http://link.springer.com/article/10.1007/s11071-012-0344-z>
- LU, K.; JING, M. Industrial applications of a system for chatter stability prediction and monitoring. *ASME 2011 ...*, 2011.
Disponível em: <http://proceedings.asmedigitalcollection.asme.org/proceeding.aspx?articleid=1644940>
- MAHDAVINEJAD, R. Finite element analysis of machine and workpiece instability in turning. *International Journal of Machine Tools and ...*, 2005.
Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0890695504003037>

- MAKSOUD, T.; MOKBEL, A. Suppression of chatter in grinding using high-viscosity coolants. *Proceedings of the Institution of...*, 2002.
Disponível em: <http://piib.sagepub.com/content/216/1/113.short>
- MIGUELEZ, M.; RUBIO, L. Improvement of chatter stability in boring operations with passive vibration absorbers. *International Journal of...*, 2010.
Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020740310001827>
- MORADI, H.; BAKHTIARI-NEJAD, F.; MOVAHHEDY, M. Tuneable vibration absorber design to suppress vibrations: An application in boring manufacturing process. *Journal of Sound and...*, 2008.
Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X08003283>
- NAGANO, S.; KOIZUMI, T.; FUJII, T.; TSUJIUCHI, N. Development of a composite boring bar. *Composite structures*, 1997.
Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263822397000895>
- OLGAC, N.; HOLM-HANSEN, B. A novel active vibration absorption technique: delayed resonator. *Journal of Sound and Vibration*, 1994.
Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X84713605>
- PARK, G.; BEMENT, M.; HARTMAN, D. The use of active materials for machining processes: A review. *International Journal of...*, 2007.
Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0890695507001186>
- PRATT, J. Vibration control for chatter suppression with application to boring bars. 1997.
Disponível em: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.6.1068&rep=rep1&type=pdf>
- PRATT, J.; NAYFEH, A. Design and modeling for chatter control. *Nonlinear Dynamics*, 1999.
Disponível em: <http://link.springer.com/article/10.1023/A:1008322520352>
- PRATT, J.; NAYFEH, A. Chatter control and stability analysis of a cantilever boring bar under regenerative cutting conditions. *Philosophical Transactions of...*, 2001.
Disponível em: <http://rsta.royalsocietypublishing.org/content/359/1781/759.short>

QUINTANA, G.; CIURANA, J. Chatter in machining processes: A review. *International Journal of Machine Tools and ...*, 2011.

Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0890695511000022>

RAO, S.; YAP, F. Mechanical vibrations. 1995.

Disponível em: <http://is-this-book-good.info/wp-content/uploads/pdfs/MechanicalVibrations4thEditionbySingiresuSRao-BestBookForVibrationCourseOfMasterDegree.pdf>

SHETTY, D.; ALI, A.; HILL, J. Optical instrumentation for vibration measurement and monitoring. *International Journal of Precision Engineering and ...*, 2011.

Disponível em: <http://link.springer.com/article/10.1007/s12541-011-0052-5>

SIDDHPURA, M.; PAUROBALLY, R. A review of chatter vibration research in turning. *International Journal of Machine tools and ...*, 2012.

Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0890695512000831>

SILVA, M. Regenerative chatter reduction through passive damping: Numerical evaluation. ... (AIM), 2010 IEEE/ ... , 2010.

Disponível em: http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs_all.jsp?arnumber=5695750

SILVA, M.; CERVELIN, J. Availability study on regenerative chatter avoidance in turning operations through passive and active damping. *International Journal of ...*, 2013.

Disponível em: <http://inderscience.metapress.com/index/Q623Q308U150121N.pdf>

SIMS, N.; BAYLY, P.; YOUNG, K. Piezoelectric sensors and actuators for milling tool stability lobes. *Journal of sound and vibration*, 2005.

Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X04001701>

SMIRNOVA, T.; SMIRNO, T. Dynamic Analysis and Modeling of Machine Tool Parts. 2008.

Disponível em: https://www.netlearning2002.org/fou/forskinfo.nsf/allfirst2/8628d01b6722765cc12573e70044bfd2/\protect\T1\textdollarfile/Smirnova_diss.pdf

SOUZA, A.; COELHO, R. Experimental investigation of feed rate limitations on high speed milling aimed at industrial applications. *The International Journal of Advanced ...*, 2007.

Disponível em: <http://link.springer.com/article/10.1007/s00170-006-0445-2>

- STÉPÁN, G. Modelling nonlinear regenerative effects in metal cutting. ... *Transactions of the Royal Society of...*, 2001.
Disponível em: <http://rsta.royalsocietypublishing.org/content/359/1781/739.short>
- STROGATZ, S. Nonlinear dynamics and chaos: with applications to physics, biology and chemistry. 2001.
Disponível em: http://isites.harvard.edu/fs/docs/icb.topic66860.files/MCB_111_Syllabus_2006.pdf
- TLUSTY, J.; ISMAIL, F. Basic non-linearity in machining chatter. *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, 1981.
Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0007850607609469>
- VELA-MARTÍNEZ, L. Analysis of compliance between the cutting tool and the workpiece on the stability of a turning process. *International Journal of...*, 2008.
Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0890695507002301>
- VIANA, F.; JR, V. S. Multimodal vibration damping through piezoelectric patches and optimal resonant shunt circuits. *Journal of the Brazilian Society of...*, 2006.
Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1678-58782006000300007&script=sci_arttext
- WIERCIGROCH, M.; BUDAK, E. Sources of nonlinearities, chatter generation and suppression in metal cutting. ... *of the Royal...*, 2001.
Disponível em: <http://rsta.royalsocietypublishing.org/content/359/1781/663.short>
- WU, D.; LIU, C. An analytical model of cutting dynamics. Part 1: Model building. *Journal of Manufacturing...*, 1985.
Disponível em: <http://manufacturing.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1446728>

Apêndice 1

8.1 Visualização das não-linearidades

Este apêndice visa esclarecer, de forma simples, como aspectos não-lineares se apresentam em diferentes gráficos. Maiores detalhes e embasamento teórico está disponível em Jordan e Smith (2007) e em Strogatz (2001).

Altintas (2012) expõe o fato de que uma modelagem não-linear só pode ser resolvida no domínio na frequência para linearizações em uma faixa de domínio muito pequena, o que torna a análise da solução utilizando apenas a ideia de diagrama de lóbulos impraticável. Desta forma, outros meios de visualização e análise do caos gerado pelas não-linearidades devem ser abordados. Neste trabalho soluções temporais, diagramas de fase e *spectra* foram utilizadas.

8.1.1 Não-linearidades em gráficos temporais

Para sistemas com parâmetros concentrados, as respostas temporais apresentam componentes harmônicas quando sujeitas à vibração (Ewin, 2000). Exemplificando, a resposta da equação de movimento um sistema SISO (*Single Input - Single Output*), com amortecimento viscoso e imposto a vibração livre, como o mostrado na Fig. 8.1 e na Eq. 8.1, é dada pela Eq. 8.2.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (8.1)$$

Figura 8.1: Modelo de um grau de liberdade SISO, retirado de Ewin (2000)

$$x(t) = X e^{-w_0 t} e^{i(w_0 \sqrt{1-\zeta^2})t} \quad (8.2)$$

Onde X depende das condições iniciais, w_0 é a frequência natural não amortecida e ζ é o coeficiente de amortecimento. A resposta é visivelmente composta de uma componente harmônica e uma componente exponencial em decaimento. Sua solução pode ser vista na Fig. 8.2.

Figura 8.2: Resposta temporal do modelo de um grau de liberdade SISO, retirado de Ewin (2000)

As vibrações, visíveis ou não, são matematicamente expressas através dos harmônicos encontrados nas respostas temporais das equações de movimento. Para cada grau de liberdade presente no modelo existirá uma frequência natural ((Ewin, 2000)). Quando o sistema está submetido a atuação de uma força harmônica da mesma frequência que uma frequência natural das suas equações, seu movimento apresentará fortemente o harmônico desta frequência em sua resposta. Quando o sistema está submetido a uma frequência intermediária, a soma dos harmônicos (modos de vibrar) será vista, como pode ser visto na Fig. 8.3.

Figura 8.3: Resposta temporal de modelo de dois graus de liberdade, retirado de Rao e Yap (1995)

Figura 8.4: Resposta temporal de modelo de dois graus de liberdade, com irregularidades visíveis, retirado de Grabec (1988)

Embora esta mistura dos modos de vibrar seja visível, ainda é possível notar a periodicidade esperada para uma solução desta forma. Quando o sistema se encontra em uma situação caótica, em que as não-linearidades estão visivelmente presentes, esta característica é perdida. No artigo de Grabec (1988) é possível a visualização de um comportamento caótico, o que é exibido na Fig. 8.4.

Além disso, pode ser visto que na Fig. 8.4 os picos da curva, antes arredondados, se tornam mais bruscos, e uma aparência irregular é vista nas respostas.

8.1.2 Não-linearidades em diagramas de fase

Como afirmado por Jordan e Smith (2007), poucas equações diferenciais ordinárias tem soluções explícitas em termos finitos. Várias soluções analíticas, quando existentes, podem ser muito difíceis de serem interpretadas. E soluções numéricas podem ser custosas e também de difícil interpretação. Neste cenário surge o uso diagrama de fases, sistema proposto que não necessita a solução completa do sistema de equações para a resposta livre e mostra com facilidade diversas características como equilíbrio; periodicidade; crescimento ilimitado; estabilidade; entre outras coisas.

O diagrama de fases é montado plotando-se o deslocamento de uma variável (denotado x) por sua velocidade (denotada y). O diagrama de fases do pêndulo simples mostrado na Fig. 8.5 e com Eq. 8.3, é mostrado na Fig. 8.6.

$$\ddot{x} + w^2 \sin x = 0 \quad (8.3)$$

Um par de valores (x, y) neste diagrama é dito como estado do sistema. Pelo diagrama acima, podemos perceber pontos de equilíbrio em $(n\pi, 0)$. Para n par, temos um equilíbrio estável (a solução é apenas um ponto no diagrama de fase). Para n ímpar, temos um equilíbrio instável, em que com pequena perturbação o sistema iniciaria novamente o movimento. As curvas fechadas (círculos limites) no diagrama correspondem a movimentos periódicos do sistema em que ocorre giro completo do pêndulo. As linhas oscilatórias encontradas no diagrama correspondem a movimentos oscilatórios de pequena amplitude.

Em sistemas em que a periodicidade foi perdida e pode ser visto movimento caótico, o diagrama de fases se afasta desta configuração, impossibilitando a visualização de pontos de equilíbrio, círculos limite ou estabilidades exponenciais. Para exemplificar este compor-

Figura 8.5: Pendulo simples, com deslocamento angular x , retirado de Jordan e Smith (2007)

tamento, o caso do oscilador de Duffing será apresentado. Seu movimento é descrito pela Eq. 8.4, e uma análise mais detalhada pode ser encontrada em Jordan e Smith (2007).

$$\ddot{x} + k\dot{x} - x + x^3 = F \cos \omega t \quad (8.4)$$

A Fig. 8.7 mostra a resposta do sistema para valores de condições iniciais que não geram caos. A Fig. 8.8 mostra a resposta do sistema para valores de condições iniciais que gera o caos. Fica óbvia a perda de periodicidade, tanto na resposta temporal quanto no diagrama de fases.

Figura 8.6: Diagrama de fase do pendulo simples, retirado de Jordan e Smith (2007)

Figura 8.7: Resposta temporal e diagrama de fases para CI Duffing sem caos, retirado de (Jordan e Smith, 2007)

Figura 8.8: Resposta temporal e diagrama de fases para CI Duffing com caos, retirado de (Jordan e Smith, 2007)