UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

LUCIANO PIRES AOKI

**ESTUDO DO EFEITO MAGNETOHIDRODINÂMICO
EM UM ELETRÓLITO A PARTIR DO USO DE UM
DISPOSITIVO EJETOR ELETROMAGNÉTICO**

São Carlos - SP

2011

LUCIANO PIRES AOKI

**ESTUDO DO EFEITO MAGNETOHIDRODINÂMICO
EM UM ELETRÓLITO A PARTIR DO USO DE UM
DISPOSITIVO EJETOR ELETROMAGNÉTICO**

Dissertação apresentada à Escola de
Engenharia de São Carlos, da
Universidade de São Paulo, como parte
dos requisitos para obtenção do título de
Mestre em Engenharia Mecânica

Área de concentração:
Aeronaves

Orientador: Prof. Dr.
Michael George Maunsell

São Carlos – SP
2011

ESTE EXEMPLAR TRATA-SE DA
VERSÃO CORRIGIDA. A VERSÃO
ORIGINAL ENCONTRA-SE
DISPONÍVEL JUNTO AO
DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA MECÂNICA DA
EESC - USP

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

Aoki, Luciano Pires.

A638e Estudo do efeito magnetohidrodinâmico em um eletrólito
a partir do uso de um dispositivo ejeter eletromagnético
/ Luciano Pires Aoki ; orientador Michael George
Maunsell. São Carlos, 2011.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Mecânica e Área de Concentração em Aeronaves)
-- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de
São Paulo, 2011.

1. MHD. 2. Forças eletromagnéticas. 3. Propulsão
eletromagnética. 4. Macrobomba. I. Título.

Nome: Luciano Pires Aoki

Título: Estudo do efeito magnetohidrodinâmico em um eletrólito a partir do uso de um dispositivo ejeter eletromagnético

<u>FOLHA DE JULGAMENTO</u>	
Candidato: Bacharel LUCIANO PIRES AOKI	
Título da dissertação: Estudo do efeito magnetohidrodinâmico em um eletrólito a partir do uso de um dispositivo ejeter eletromagnético.	
Data da defesa: 18/07/2011:	
<u>Comissão Julgadora:</u>	<u>Resultado:</u>
Prof. Dr. Hernán Dario Cerón-Muñoz (Substituto) (Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)	<u>APROVADO</u>
Prof. Dr. Paulo Celso Greco Júnior (Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)	<u>APROVADO</u>
Prof. Dr. Osvaldo Missiato (Academia da Força Aérea/AFA)	<u>APROVADO</u>
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica: Prof. Associado Marcelo Areias Trindade	
Presidente da Comissão de Pós-Graduação: Prof. Associado Paulo Cesar Lima Segantine	

Dedico este trabalho ao meu pai, Sooske Aoki, e a minha namorada, Andréia Cristina dos Santos, pelo apoio, incentivo, carinho e força recebidos, mesmo sabendo dos desafios que eu enfrentaria pela frente.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu pai, Sooske Aoki, pelo apoio, compreensão e confiança depositados em mim desde o começo, e pelo seu caráter e valor, que serviu e sempre servirá como um exemplo a ser seguido.

A minha namorada, Andréia Cristina dos Santos, pelo carinho, afeto, paciência e apoio incondicionais que recebi nos momentos mais difíceis dessa longa etapa.

Agradeço ao Prof. Dr. Michael George Maunsell e ao Prof. Dr. Paulo Celso Greco Júnior, pelo apoio e pela paciência que tiveram comigo durante a orientação nesses dois anos de pesquisa; pela amizade, confiança e companheirismo e, principalmente, pela humildade e simplicidade com que trataram a mim e às demais pessoas da pós-graduação.

Aos meus amigos, Prof. Dawson Tadeu Izola e Fábio Gallo, por acreditarem na minha pesquisa, fornecendo seus conhecimentos e materiais, essenciais para a realização de meu trabalho.

Aos funcionários do Departamento de Mecânica e Aeronáutica, Gisele, Mazé, Claudinho, Paulão, Jeremias, Ana Paula e a todos os funcionários da secretaria, da limpeza e da segurança, pelas conversas descontraídas no laboratório.

Aos professores do Departamento de Aeronáutica, pelos conhecimentos fornecidos e serviços dedicados à escola e aos alunos.

Aos meus colegas de trabalho, Vagner, Zé, Daniel, Fábio, Elmer, Wander, Douglas, Edson, Maurício, Caixeta, Ricardo, Ash, Alessandro, Paulo, André e demais membros do curso de pós-graduação, pelas reuniões descontraídas, pelas partidas de futebol e pelos churrascos nos finais de semana.

A minha segunda “família” são-carlense, Otávio, Tadeu, Rafael, Cézar, Gustavo, Eduardo, Mariama, Gabriela, Drielle, Anibal e Getúlio, e a todos os colegas da Física 04, pelos sete anos de amizade e companheirismo.

A Ana Paula dos Santos Martins, pela amizade, disposição e interesse em ajudar na revisão ortográfica deste trabalho.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro concedido em forma de bolsa de estudo nesses dois anos de pesquisa.

Ao departamento de Engenharia Elétrica, pelo empréstimo do laboratório para as simulações.

E a todos que me ajudaram ou torceram por mim, direta ou indiretamente, gostaria de registrar meus mais sinceros agradecimentos.

“Procure ser um homem de valor, ao invés de procurar ser um homem de sucesso.”

Albert Einstein

SUMÁRIO

RESUMO	i
ABSTRACT	ii
LISTA DE FIGURAS	iii
LISTA DE TABELAS	xviii
LISTA DE SÍMBOLOS E UNIDADES	xxviii
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 O que é a magnetohidrodinâmica?	27
1.2 Magnetohidrodinâmica - uma breve história	3
1.3 Micro e macrobombas MHD	4
1.4 Fenômeno MHD nas micro e macrobombas e a propulsão MHD	5
1.5 Outras aplicações do fenômeno MHD	14
2 ANÁLISE TEÓRICA	17
2.1 Conceitos básicos	17
2.1.1 Breve introdução: as leis da eletrodinâmica	17
2.1.2 Força de Lorentz e o campo elétrico $\vec{E}$	20
2.1.3 Densidade de corrente elétrica $\vec{J}$	22

2.1.4 Eletrólise	24
2.1.5 Lei de Ohm.....	25
2.1.6 Densidade de fluxo magnético $\vec{B}$	25
2.1.7 Lei de Ampère.....	27
2.1.8 Indução eletromagnética e a lei de Faraday na forma diferencial.....	30
2.1.9 Equações reduzidas de Maxwell	32
2.2 Acoplamentos da fluidodinâmica e do eletromagnetismo. A magnetohidrodinâmica.....	33
2.2.1 Números adimensionais	37
2.3 Escoamentos hidromagnéticos	38
2.3.1 Freio eletromagnético.....	39
2.3.2 Gerador de energia	40
2.3.3 Medidor de fluxo.....	40
2.3.4 Bomba eletromagnética.....	41
3 METODOLOGIA	44
3.1 Descrições do problema e desenvolvimento do túnel MHD.....	44
3.1.1 Fase experimental.....	46
3.1.2 Modelagem computacional e análise numérica	54
3.1.3 Método analítico.....	57

4 RESULTADOS	59
4.1 Resultados experimentais	59
4.1.1 Média das pressões e velocidades	59
4.1.2 Tratamento estatístico e desvio padrão das médias das pressões e velocidades	78
4.1.3 Temperatura, voltagem aplicada e número de Reynolds	105
4.1.4 Tratamento estatístico e desvio padrão das médias de pressões e velocidades para o eixo z	112
4.2 Resultados computacionais	149
4.2.1 Perfil de velocidades	149
4.2.2 Forças eletromagnéticas	160
4.2.3 Densidade de corrente e fluxo magnético	164
4.3 Comparações de dados experimentais e computacionais	168
5 COMENTÁRIOS E CONCLUSÃO	175
5.1 Trabalhos futuros	175
5.2 Conclusões	179
6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	182

RESUMO

AOKI, L. P. Estudo do efeito magnetohidrodinâmico em um eletrólito a partir do uso de um dispositivo ejeter eletromagnético. 2011. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil, 2011.

A magnetohidrodinâmica, ou simplesmente MHD, é um campo da ciência que estuda os movimentos de fluidos condutores submetidos a forças eletromagnéticas e une conceitos da fluidodinâmica e eletromagnetismo. Nos últimos anos, a MHD vem sendo aplicada em diversas áreas tecnológicas, desde a propulsão eletromagnética até dispositivos biológicos. Neste trabalho, são mostradas a construção e a operação de um dispositivo MHD, um canal retangular preenchido com um fluido eletrolítico conhecido como macrobomba, isento de partes mecânicas móveis. Os ímãs geram um campo magnético externo e os eletrodos criam um campo elétrico, perpendicular ao escoamento, que move o fluido. O modelo MHD é calculado a partir das equações de Navier – Stokes acopladas às equações de Maxwell para um fluido incompressível newtoniano. As forças eletromagnéticas que surgem resultam do produto vetorial da densidade de corrente e da densidade de fluxo magnético - essa é a força de Lorentz. Os resultados são apresentados em simulações 3D numéricas, assim como em dados experimentais. O objetivo é relacionar o campo magnético com o elétrico e com a quantidade de movimento produzida, e calcular a densidade de corrente e o perfil de pressão e de velocidade. Um perfil “U” e “M” de pressões e velocidades é esperado no experimento. Dados experimentais e computacionais são comparados para validação e posterior uso para futuros trabalhos.

Palavras – chave: MHD; forças eletromagnéticas; propulsão eletromagnética; macro bomba.

ABSTRACT

AOKI, L. P. Study of MHD Effect on an Electrolyte Solution, Using an Electromagnetic Ejector Device. 2011. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil, 2011.

Magnetohydrodynamics or simply (MHD) is a field of science that studies the movement of conductive fluids subjected to electromagnetic forces. Such a phenomenon brings together concepts of fluid dynamics and electromagnetism. Over the years, MHD has been encountered in a wide area of technological applications electromagnetic propulsion to biological devices. The present work didactically shows the construction (materials and equipment) and operation of an MHD device; a rectangular closed circuit filled with an electrolyte fluid, known as macro pumps, where a permanent magnet generates a magnetic field and electrodes generate the electric field, perpendicular to the flow, moving the fluid. The MHD model has been derived from the Navier-Stokes equation and coupled with the Maxwell equations for Newtonian incompressible fluid. Electric and magnetic components engaged in the test chamber assist in creating the propulsion of the electrolyte fluid. The electromagnetic forces that arise are due to the cross product between the vector density of current and the vector density of magnetic field applied. This is the Lorentz force. Results are present of 3D numerical MHD simulation for Newtonian fluid as well as experimental data. The goal is to relate the magnetic field with the electric field and the amounts of movement produced, and calculate de current density and fluid's pressure and velocity. An u-shaped and m-shaped velocity and pressure profiles are expected in the experiment. Computational and experimental data are compared for validation and future analysis.

Keywords: MHD; electromagnetic forces; electromagnetic propulsion; macropumps.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Campo de escoamento do eletrólito sob o domínio dos eletrodos	6
Figura 2 - Campos elétricos presentes quando o par de eletrodos $C_0^- - C_1^+$ está ligado a uma diferença de potencial de 2,5 Volts	6
Figura 3 - Perfil de velocidades de um eletrólito (alumínio líquido) sujeito às forças eletromagnéticas de Lorentz	7
Figura 4 - Perfil “M” de velocidades de um fluido eletrolítico presente em um canal retangular para diversos parâmetros adimensionais.....	8
Figura 5 - (a) Vetor velocidade e linhas de potencial elétrico. (b) Linhas de escoamento do fluido. (c) Força de Lorentz.....	9
Figura 6 - Canal de testes utilizado para investigações experimentais de um metal líquido submetido a um campo magnético não uniforme	10
Figura 7 - Perfil esperado do fluido ao interagir com a câmara de testes e com os campos magnéticos não uniformes	10
Figura 8 - Características do duto analisado por Chaabane et al (2007).....	11
Figura 9 - Linhas de escoamento para $I = 0,8$ A e $B = 0,05$ T	12
Figura 10 - Aço inoxidável fundido com o anodo de platino após alguns minutos de eletrólise	12
Figura 11 - Câmara de testes utilizada para visualização de bolhas no escoamento .	13
Figura 12 - Placa inclinada submetida à aceleração do fluido sem as forças de Lorentz	14

Figura 13 - Placa inclinada submetida à aceleração do fluido com as forças de Lorentz	14
Figura 14 - Diagrama de propulsão do Yamato	15
Figura 15 - Lei de Ohm para condutores (a) estacionários e em (b) movimento.....	17
Figura 16 - Força eletromotriz gerada pelo movimento de um condutor	18
Figura 17 - Força eletromotriz gerada por um campo magnético dependente do tempo.....	18
Figura 18 - Lei de Ampère aplicada a um fio	19
Figura 19 - Interação magnética de dois circuitos de corrente.....	26
Figura 20. Elemento infinitesimal de um fluido se movendo	34
Figura 21 - Freio eletromagnético.....	39
Figura 22 - Gerador de energia com os eletrodos conectados a um resistor.....	40
Figura 23 - Medidor de fluxo com os eletrodos conectados a um voltímetro.....	41
Figura 24 - Bomba eletromagnética.....	42
Figura 25 - Representação esquemática das forças eletromagnéticas agindo sobre o túnel MHD cilíndrico	45
Figura 26 - Esquema de montagem de um túnel MHD cilíndrico	45
Figura 27 - Esquema de montagem do circuito MHD	46
Figura 28 - Medidas do domínio experimental	47
Figura 29 - Esquema de configuração do domínio eletromagnético.....	48
Figura 30 - Fonte estabilizadora MPC-3006D utilizada no experimento	49
Figura 31 - Manômetro utilizado no experimento com resolução de 0.1 Pa	50
Figura 32 - Primeiro conjunto de pontos a 25 mm do domínio eletromagnético no plano x - y	51

Figura 33 - Segundo conjunto de pontos a 65 mm do domínio eletromagnético no plano x - y	51
Figura 34 - Terceiro conjunto de pontos a 100 mm do domínio eletromagnético no plano x - y	52
Figura 35 - Gráfico das pressões ao longo da largura do canal para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 25 mm do domínio eletromagnético	60
Figura 36 - Gráfico das velocidades ao longo da largura do canal para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 25 mm do domínio eletromagnético.....	61
Figura 37 - Gráfico das pressões ao longo da largura do canal para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 65 mm do domínio eletromagnético	62
Figura 38 - Gráfico das velocidades ao longo da largura do canal para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 65 mm do domínio eletromagnético.....	63
Figura 39 - Gráfico das pressões ao longo da largura do canal para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 100 mm do domínio eletromagnético	64
Figura 40 - Gráfico das velocidades ao longo da largura do canal para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 100 mm do domínio eletromagnético.....	65
Figura 41 - Gráfico das pressões ao longo da largura do canal para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 25 mm do domínio eletromagnético	66
Figura 42 - Gráfico das velocidades ao longo da largura do canal para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 65 mm do domínio eletromagnético.....	67
Figura 43 - Gráfico das pressões ao longo da largura do canal para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 65 mm do domínio eletromagnético	68
Figura 44 - Gráfico das velocidades ao longo da largura do canal para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 65 mm do domínio eletromagnético.....	69

Figura 45 - Gráfico das pressões ao longo da largura do canal para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 100 mm do domínio eletromagnético	70
Figura 46 - Gráfico das velocidades ao longo da largura do canal para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 100 mm do domínio eletromagnético.....	71
Figura 47 - Gráfico das pressões ao longo da largura do canal para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 25 mm do domínio eletromagnético	72
Figura 48 - Gráfico das velocidades ao longo da largura do canal para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 25 mm do domínio eletromagnético.....	73
Figura 49 - Gráfico das pressões ao longo da largura do canal para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 65 mm do domínio eletromagnético	74
Figura 50 - Gráfico das velocidades ao longo da largura do canal para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 65 mm do domínio eletromagnético.....	75
Figura 51 - Gráfico das pressões ao longo da largura do canal para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 100 mm do domínio eletromagnético	76
Figura 52 - Gráfico das velocidades ao longo da largura do canal para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 100 mm do domínio eletromagnético.....	77
Figura 53 - Gráfico das pressões médias e desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 12 Volts e $z = 9$ mm a 25 mm do domínio eletromagnético.....	81
Figura 54 - Gráfico das velocidades médias e seus desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 12 Volts e Pitot em $z = 9$ mm a 25 mm do domínio eletromagnético	82
Figura 55 - Gráfico das pressões médias e desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 12 Volts e $z = 9$ mm a 65 mm do domínio eletromagnético.....	83

Figura 56 - Gráfico das velocidades médias e seus desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 12 Volts e Pitot em $z = 9$ mm a 65 mm do domínio eletromagnético	84
Figura 57 - Gráfico das pressões médias e desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 12 Volts e $z = 9$ mm a 100 mm do domínio eletromagnético	85
Figura 58 - Gráfico das velocidades médias e seus desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 12 Volts e Pitot em $z = 9$ mm a 100 mm do domínio eletromagnético	86
Figura 59 - Gráfico das pressões médias e desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 20 Volts e $z = 9$ mm a 25 mm do domínio eletromagnético	87
Figura 60 - Gráfico das velocidades médias e seus desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 20 Volts e Pitot em $z = 9$ mm a 25 mm do domínio eletromagnético	88
Figura 61 - Gráfico das pressões médias e desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 20 Volts e $z = 9$ mm a 65 mm do domínio eletromagnético	89
Figura 62 - Gráfico das velocidades médias e seus desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 20 Volts e Pitot em $z = 9$ mm a 65 mm do domínio eletromagnético	90
Figura 63 - Gráfico das pressões médias e desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 20 Volts e $z = 9$ mm a 100 mm do domínio eletromagnético	91
Figura 64 - Gráfico das velocidades médias e seus desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 20 Volts e Pitot em $z = 9$ mm a 100 mm do domínio eletromagnético	92

Figura 65 - Gráfico das pressões médias e desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 30 Volts e $z = 9$ mm a 25 mm do domínio eletromagnético	93
Figura 66 - Gráfico das velocidades médias e seus desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 30 Volts e Pitot em $z = 9$ mm a 25 mm do domínio eletromagnético	94
Figura 67 - Gráfico das pressões médias e desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 30 Volts e $z = 9$ mm a 65 mm do domínio eletromagnético	95
Figura 68 - Gráfico das velocidades médias e seus desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 30 Volts e Pitot em $z = 9$ mm a 65 mm do domínio eletromagnético	96
Figura 69 - Gráfico das pressões médias e desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 30 Volts e $z = 9$ mm a 100 mm do domínio eletromagnético	97
Figura 70 - Gráfico das velocidades médias e seus desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 30 Volts e Pitot em $z = 9$ mm a 100 mm do domínio eletromagnético	98
Figura 71 - Gráfico das pressões médias e da largura y do canal para 12 Volts em função das três posições do Pitot	99
Figura 72 - Gráfico das velocidades médias e da largura y do canal para 12 Volts em função das três posições do Pitot	99
Figura 73 - Gráfico das pressões médias e da largura y do canal para 20 Volts em função das três posições do Pitot	100
Figura 74 - Gráfico das velocidades médias e da largura y do canal para 20 Volts em função das três posições do Pitot	100

Figura 75 - Gráfico das pressões médias e da largura y do canal para 30 Volts em função das três posições do Pitot	101
Figura 76 - Gráfico das velocidades médias e da largura y do canal para 30 Volts em função das três posições do Pitot	101
Figura 77 - Gráfico das pressões médias e da largura y do canal para Pitot em $x = 25$ mm em função das três voltagens	102
Figura 78 - Gráfico das velocidades médias e da largura y do canal para Pitot em $x = 25$ mm em função das três voltagens	102
Figura 79 - Gráfico das pressões médias e da largura y do canal para Pitot em $x = 65$ mm em função das três voltagens	103
Figura 80 - Gráfico das velocidades médias e da largura y do canal para Pitot em $x = 65$ mm em função das três voltagens	103
Figura 81 - Gráfico das pressões médias e da largura y do canal para Pitot em $x = 100$ mm em função das três voltagens	104
Figura 82 - Gráfico das velocidades médias e da largura y do canal para Pitot em $x = 100$ mm em função das três voltagens	104
Figura 83 - Gráfico da corrente em função da voltagem aplicada	106
Figura 84 - Gráfico da temperatura em função da voltagem aplicada	107
Figura 85 - Reynolds ao longo da largura do canal determinado pela posição do Pitot em $x = 25$ mm, $x = 65$ mm e $x = 100$ mm para 12 Volts	108
Figura 86 - Reynolds ao longo da largura do canal determinado pela posição do Pitot em $x = 25$ mm, $x = 65$ mm e $x = 100$ mm para 20 Volts	110
Figura 87 - Reynolds ao longo da largura do canal determinado pela posição do Pitot em $x = 25$ mm, $x = 65$ mm e $x = 100$ mm para 30 Volts	111

Figura 88 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 5$ mm	113
Figura 89 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 5$ mm	114
Figura 90 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 15$ mm	115
Figura 91 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 15$ mm	116
Figura 92 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 35$ mm	117
Figura 93 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 35$ mm	118
Figura 94 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 45$ mm	119
Figura 95 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 45$ mm	120

Figura 96 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 60$ mm	121
Figura 97 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 60$ mm	122
Figura 98 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 70$ mm	123
Figura 99 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 70$ mm	124
Figura 100 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 5$ mm	125
Figura 101 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 5$ mm	126
Figura 102 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 15$ mm	127
Figura 103 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 15$ mm	128

Figura 104 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 35$ mm	129
Figura 105 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 35$ mm	130
Figura 106 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 45$ mm	131
Figura 107 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 45$ mm	132
Figura 108 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 60$ mm	133
Figura 109 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 60$ mm	134
Figura 110 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 70$ mm	135
Figura 111 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 70$ mm	136

Figura 112 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 5$ mm	137
Figura 113 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 5$ mm	138
Figura 114 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 15$ mm	139
Figura 115 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 15$ mm	140
Figura 116 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 30$ mm	141
Figura 117 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 35$ mm	142
Figura 118 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 45$ mm	143
Figura 119 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 45$ mm	144

Figura 120 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 60$ mm	145
Figura 121 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 45$ mm	146
Figura 122 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 70$ mm	147
Figura 123 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 45$ mm	148
Figura 124 - Representação vetorial do perfil de velocidades para 30 Volts.....	150
Figura 125 - Gráfico da velocidade ao longo da largura do canal para diferentes posições de x a 12 Volts e $z = 9$ mm	150
Figura 126 - Gráfico da velocidade ao longo do comprimento do canal para diferentes posições de y a 12 Volts e $z = 9$ mm	151
Figura 127 - Velocidade ao longo da altura do canal para diferentes posições de y a $x = 0,16$ m do domínio eletromagnético a 12 Volts	151
Figura 128 - Velocidade ao longo da altura do canal para diferentes posições de y a $x = 0,20$ m do domínio eletromagnético a 12 Volts	152
Figura 129 - Velocidade ao longo da altura do canal para diferentes posições de y a $x = 0,24$ m do domínio eletromagnético a 12 Volts	152

Figura 130 - Gráfico da velocidade ao longo da largura do canal para diferentes posições de x a 20 Volts e $z = 9$ mm	153
Figura 131 - Gráfico da velocidade ao longo do comprimento do canal para diferentes posições de y a 20 Volts e $z = 9$ mm	153
Figura 132 - Velocidade ao longo da altura do canal para diferentes posições de y a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético a 20 Volts.....	154
Figura 133 - Velocidade ao longo da altura do canal para diferentes posições de y a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético a 20 Volts.....	154
Figura 134 - Velocidade ao longo da altura do canal para diferentes posições de y a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético a 20 Volts.....	155
Figura 135 - Gráfico da velocidade ao longo da largura do canal para diferentes posições de x a 30 Volts e $z = 9$ mm	156
Figura 136 - Gráfico da velocidade ao longo do comprimento do canal para diferentes posições de y a 30 Volts e $z = 9$ mm	156
Figura 137 - Velocidade ao longo da altura do canal para diferentes posições de y a $x = 0,16$ m do domínio eletromagnético a 30 Volts.....	157
Figura 138 - Velocidade ao longo da altura do canal para diferentes posições de y a $x = 0,20$ m do domínio eletromagnético a 30 Volts.....	157
Figura 139 - Velocidade ao longo da altura do canal para diferentes posições de y a $x = 0,24$ m do domínio eletromagnético a 30 Volts.....	158
Figura 140 - Velocidade ao longo da largura do canal para as três voltagens, $x = 0,16$ m e $z = 9$ mm.....	158
Figura 141 - Velocidade ao longo da largura do canal para as três voltagens, $x = 0,20$ m e $z = 9$ mm.....	159

Figura 142 - Velocidade ao longo da largura do canal para as três voltagens, $x = 0,24$ m e $z = 9$ mm.....	159
Figura 143 - Força de Lorentz ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de y em $z = 9$ mm e 12 Volts.....	161
Figura 144 - Força de Lorentz ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de y em $z = 9$ mm e 20 Volts.....	161
Figura 145 - Força de Lorentz ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de y em $z = 9$ mm e 30 Volts.....	162
Figura 146 - Força de Lorentz ao longo da largura do canal em $x = 0,135$ m (meio do domínio eletromagnético) e $z = 9$ mm para as três voltagens.....	162
Figura 147 - Representação vetorial das forças de Lorentz em perspectiva para 30 Volts no domínio eletromagnético.....	163
Figura 148 - Representação vetorial das forças de Lorentz no plano x - y para 30 Volts no domínio eletromagnético.....	163
Figura 149 - Densidade de fluxo magnético ao longo da largura do canal.....	164
Figura 150 - Densidade de fluxo magnético ao longo do comprimento do canal para diferentes posições de y	165
Figura 151 - Linhas de campo atravessando o circuito no plano z - y	165
Figura 152 - Densidade total de corrente ao longo do comprimento do canal para diferentes posições de y e 12 Volts	166
Figura 153 - Densidade total de corrente ao longo do comprimento do canal para diferentes posições de y e 20 Volts	166
Figura 154 - Densidade total de corrente ao longo do comprimento do canal para diferentes posições de y e 30 Volts	167

Figura 155 - Linhas de correntes presentes entre os eletrodos.....	168
Figura 156 - Comparação das pressões teóricas e experimentais ao longo da largura do canal para as três voltagens a $x = 25$ mm.....	169
Figura 157 - Comparação das velocidades teóricas e experimentais ao longo da largura do canal para as três voltagens a $x = 25$ mm	169
Figura 158 - Comparação das pressões teóricas e experimentais ao longo da largura do canal para as três voltagens e $x = 65$ mm.....	170
Figura 159 - Comparação das velocidades teóricas e experimentais ao longo da largura do canal para as três voltagens e $x = 65$ mm	170
Figura 160 - Comparação das pressões teóricas e experimentais ao longo da largura do canal para as três voltagens a $x = 100$ mm.....	171
Figura 161 - Comparação das velocidades teóricas e experimentais ao longo da largura do canal para as três voltagens a $x = 100$ mm	171
Figura 162 - Perfil experimental de velocidades na região do domínio eletromagnético para 30 Volts	173
Figura 163 - Perfil computacional de velocidades na região do domínio eletromagnético para 30 Volts	174
Figura 164 - Perfil de velocidades para o MHD desligado	176
Figura 165 - Corrente induzida no circuito pela velocidade do fluido	177
Figura 166 - Sequência de fotos do escoamento ao ligar o sistema MHD	178
Figura 167 - Vórtices gerados ao ligar o sistema MHD. A voltagem aplicada foi de 30 volts.....	179

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Condições do subdomínio para um circuito MHD 3D retangular	55
Tabela 2 - Condições de contorno para um circuito MHD 3D retangular	55
Tabela 3 - Medidas das pressões e suas médias para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm.....	60
Tabela 4 - Medidas das velocidades e suas médias para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm .	61
Tabela 5 - Medidas das pressões e suas médias para o perfil em y localizado a 65 mm do domínio eletromagnético para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm.....	62
Tabela 6 - Medidas das velocidades e suas médias para o perfil em y localizado a 65 mm do domínio eletromagnético para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm .	63
Tabela 7 - Medidas das pressões e suas médias para o perfil em y localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm .	64
Tabela 8 - Medidas das velocidades e suas médias para o perfil em y localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm .	65
Tabela 9 - Medidas das pressões e suas médias para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm.....	66
Tabela 10 - Medidas das velocidades e suas médias para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm .	67
Tabela 11 - Medidas das pressões e suas médias para o perfil em y localizado a 65 mm do domínio eletromagnético para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm .	68

Tabela 12 - Medidas das velocidades e suas médias para o perfil em y localizado a 65 mm do domínio eletromagnético para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm .	69
Tabela 13 - Medidas das pressões e suas médias para o perfil em y localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm .	70
Tabela 14 - Medidas das velocidades e suas médias para o perfil em y localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm	71
Tabela 15 - Medidas das pressões e suas médias para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm .	72
Tabela 16 - Medidas das velocidades e suas médias para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm	73
Tabela 17 - Medidas das pressões e suas médias para o perfil em y localizado a 65 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm .	74
Tabela 18 - Medidas das velocidades e suas médias para o perfil em y localizado a 65 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm .	75
Tabela 19 - Medidas das pressões e suas médias para o perfil em y localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm .	76
Tabela 20 - Medidas das velocidades e suas médias para o perfil em y localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm	77
Tabela 21 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm	81

Tabela 22 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm	82
Tabela 23 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 65 mm do domínio eletromagnético para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm	83
Tabela 24 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 65 mm do domínio eletromagnético para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm	84
Tabela 25 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm	85
Tabela 26 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm	86
Tabela 27 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm	87
Tabela 28 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm	88
Tabela 29 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 65 mm do domínio eletromagnético para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm	89

Tabela 30 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 65 mm do domínio eletromagnético para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm	90
Tabela 31 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm	91
Tabela 32 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm	92
Tabela 33 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm	93
Tabela 34 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm	94
Tabela 35 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 65 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm	95
Tabela 36 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 65 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm	96
Tabela 37 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm	97

Tabela 38 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm	98
Tabela 39 - Corrente e temperatura final do experimento em função da voltagem aplicada	106
Tabela 40 - Número de Reynolds para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm.....	107
Tabela 41 - Número de Reynolds para o perfil em y localizado a 65 mm do domínio eletromagnético para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm.....	108
Tabela 42 - Número de Reynolds para o perfil em y localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm.....	108
Tabela 43 - Número de Reynolds para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm.....	109
Tabela 44 - Número de Reynolds para o perfil em y localizado a 65 mm do domínio eletromagnético para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm.....	109
Tabela 45 - Número de Reynolds para o perfil em y localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm.....	109
Tabela 46 - Número de Reynolds para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm.....	110
Tabela 47 - Número de Reynolds para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm.....	110
Tabela 48 - Número de Reynolds para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm.....	111

Tabela 49 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 5$ mm	113
Tabela 50 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 5$ mm	114
Tabela 51 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 15$ mm	115
Tabela 52 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 15$ mm	116
Tabela 53 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 35$ mm	117
Tabela 54 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 35$ mm	118
Tabela 55 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 45$ mm	119
Tabela 56 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 45$ mm	120

Tabela 57 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 60$ mm	121
Tabela 58 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 60$ mm	122
Tabela 59 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 70$ mm	123
Tabela 60 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 70$ mm	124
Tabela 61 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 5$ mm	125
Tabela 62 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 5$ mm	126
Tabela 63 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 15$ mm	127
Tabela 64 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 15$ mm	128

Tabela 65 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 35$ mm	129
Tabela 66 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 35$ mm	130
Tabela 67 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 45$ mm	131
Tabela 68 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 45$ mm	132
Tabela 69 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 60$ mm	133
Tabela 70 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 60$ mm	134
Tabela 71 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 70$ mm	135
Tabela 72 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 70$ mm	136

Tabela 73 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 5$ mm	137
Tabela 74 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 5$ mm	138
Tabela 75 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 15$ mm	139
Tabela 76 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 15$ mm	140
Tabela 77 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 35$ mm	141
Tabela 78 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 35$ mm	142
Tabela 79 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 45$ mm	143
Tabela 80 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 45$ mm	144

Tabela 81 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 60$ mm	145
Tabela 82 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 60$ mm	146
Tabela 83 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 70$ mm	147
Tabela 84 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 70$ mm	148

LISTA DE SÍMBOLOS E UNIDADES

$\mathbf{E}$	Campo elétrico, volt/metro
$\mathbf{J}$	Densidade de corrente, Ampère/metro ²
q	Carga elétrica, Coulomb
$\mathbf{E}_r$	Campo elétrico medida em um referencial, volt/metro
$\mathbf{F}$	Força de Lorentz volumétrica, Newton/m ³
$\mathbf{E}_s$	Campo eletrostático, volt/metro
$\mathbf{E}_i$	Campo elétrico induzido, volt/metro
ρ_e	Densidade total de carga, Coulomb/metro ³
ε_0	Permissividade do espaço livre
V	Potencial eletrostático, volts
I	Corrente, Ampère
t	Tempo, segundo
σ	Condutividade elétrica, Siemens.metro ⁻¹

B	Densidade de fluxo magnético, Tesla
H	Campo magnético, Ampère/metro
μ_0	Permeabilidade do espaço livre
Φ	Fluxo magnético, Weber
ε	Força eletromotriz, Joule/Coulomb
A	Vetor potencial
x, y, z	Componentes da equação do momento
v_1, v_2, v_3	Componentes de velocidades no sistema de coordenadas cartesianas
τ_{ij}	Tensão de cisalhamento, Newton
μ	Viscosidade dinâmica, quilograma/metro.segundo
λ	Coefficiente de viscosidade
u	Velocidade local, metro/segundo
η	Viscosidade cinemática, metro ² /segundo
ω	Rotação, radianos/segundo
ρ	Densidade, quilograma/metro ³
Re	Número de Reynolds

l	Característica de comprimento, metro
N	Parâmetro adimensional
Ha	Número de Hartmann
R_m	Reynolds Magnético
∇P	Gradiente de pressão, Newton/metro ²
Q	Gradiente de pressão constante, Newton/metro ²
a	Metade da altura do canal, metro
E_0	Campo elétrico externo, volt/metro
B_0	Campo magnético externo, Tesla
P_d	Pressão dinâmica, Newton/metro ²
P_e	Pressão estática, Newton/metro ²

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

A magnetohidrodinâmica, ou simplesmente MHD, é uma área do conhecimento que tem ganhado espaço na comunidade científica devido a sua aplicabilidade e maleabilidade no que se refere a outras áreas do conhecimento. Dentre essas áreas, é possível citar a geofísica, que estuda o núcleo do planeta, o qual se comporta como um grande sistema magnético; a física nuclear, com a análise de gases ionizados para manter as reações de fusão nuclear; e a engenharia, com motores de propulsão magnéticos e modelagem de aeronaves de alta velocidade ou de reentrada na atmosfera.

Uma das razões para a realização do presente trabalho consiste na própria aplicabilidade do MHD em diversas áreas e sua utilização como ferramenta de ensino. Durante a revisão bibliográfica, foram encontrados inúmeros artigos que tratavam do fenômeno de geração de energia e propulsão MHD; no entanto, grande parte desses estudos era de caráter apenas teórico-computacional, com abordagens bidimensionais ou apenas experimentais. A análise do fenômeno MHD geralmente era feita a partir do uso de uma solução eletrolítica altamente condutora, o que culminava em trabalhos que utilizavam uma solução fracamente condutora e uma análise computacional tridimensional e experimental. Outro motivo refere-se ao crescente número de trabalhos sobre MHD publicados em congressos e revistas de pesquisa brasileiros. Destes, pode-se ressaltar, por exemplo, o de Missiato (1998), “Indução de um vórtice magnetohidrodinâmico na água do mar”, e o de Serrano (2000), “Geração de vórtice em anel em fluidos condutores por meio de indução magnetohidrodinâmica”, os quais deram uma grande contribuição para as pesquisas nacionais.

No presente trabalho, são apresentados modelagens computacionais e dados experimentais referentes a um circuito conhecido como “macropump”, basicamente um sistema de bombeamento capaz de utilizar forças eletromagnéticas para movimentar fluidos condutores. Por se tratar de uma área complexa e vasta, os tópicos sobre MHD abordados

nesta dissertação estão divididos em capítulos. O capítulo 1 (introdução) trata da análise qualitativa do fenômeno MHD, sua história e aplicações na ciência e nas engenharias, além do conceito de micro e macrobombas e da revisão bibliográfica referente ao assunto. O capítulo 2 (análise teórica) apresenta a multidisciplinaridade do túnel MHD e um breve resumo da teoria do eletromagnetismo, dos campos elétricos, da eletrólise, da densidade de corrente, do campo magnético e da força de Lorentz. Ainda nesse capítulo, são abordados os números adimensionais e um pequeno resumo sobre escoamentos hidromagnéticos. No capítulo 3 (metodologia), os motivos e interesses em torno do desenvolvimento e do projeto do túnel são explicitados, além das razões para a construção e otimização do dispositivo e o método experimental e computacional utilizado no trabalho. No capítulo 4 (resultados), dados experimentais e computacionais são apresentados e corroborados para validação. O capítulo 5 trata da conclusão da pesquisa, assim como expectativas de novos trabalhos e futuros experimentos. O último capítulo apresenta a bibliografia e o material utilizado para o trabalho.

1.1 O que é a magnetohidrodinâmica?

Desde os primeiros estudos sobre eletricidade e magnetismo, sabe-se que os campos magnéticos interagem com muitos líquidos naturais e artificiais. Eles são utilizados em indústrias para o aquecimento, bombeamento e levitação de metais líquidos até a geração de campos magnéticos na Terra, que são mantidos devido ao movimento incessante do fluido em seu núcleo. A esse fenômeno de interação dos campos magnéticos com os fluidos dá-se o nome de magnetohidrodinâmica ou simplesmente MHD.

Formalmente, a MHD é concebida como a interação mútua entre o fluido em movimento e os campos magnéticos. O fluido em questão deve ser eletricamente condutor e não magnético e ter seu uso limitado apenas a metais líquidos, gases ionizados e eletrólitos. A interação mútua entre o campo magnético $\mathbf{B}$ e o campo de velocidade $\mathbf{u}$ deve-se parcialmente aos resultados das Leis de Faraday e Ampère e às forças de Lorentz para um corpo portador de corrente.

Segundo Shercliff (1965), um condutor (fluido ou sólido), na presença de um campo magnético variável, por meio do movimento de um ímã permanente ou de um solenóide

alimentado por uma fonte de corrente externamente aplicada e que varia com o tempo, cria uma densidade de corrente elétrica induzida neste condutor que interage mutuamente com o campo magnético original. Resultam desse processo forças eletromagnéticas que alteram o gradiente de pressão do fluido ou o estado de movimento do sólido, as quais são fruto do produto vetorial entre o vetor densidade de corrente elétrica e o vetor densidade de campo magnético aplicado.

1.2 Magnetohidrodinâmica – uma breve história

Como foi dito anteriormente, a magnetohidrodinâmica une conceitos de duas áreas da ciência: o eletromagnetismo (equações de Maxwell) com a fluidodinâmica (equações de Navier-Stokes). Essa fusão ou multidisciplinaridade é, de longe, uma das maiores inovações do século XX e oferece aplicações práticas em muitos campos científicos e nas engenharias, apresentando atualmente um grande crescimento. No passado, devido à falta de tecnologia que impossibilitava a exploração das capacidades da MHD e ao baixo incentivo financeiro para esse campo, que não mostrava aplicações práticas ou rentáveis, o fenômeno MHD só ganhou notoriedade no final da década de 30 e início da década de 40. Isso não impediu, no entanto, a realização de experimentos, como o do físico Michael Faraday, no século XIX, que tentou medir a voltagem entre as margens do Rio Tâmisa, induzida pelo seu próprio movimento, que passava pelo campo magnético da Terra, conforme descrito por Davidson (2001). Cabe ressaltar que esse experimento manteve-se inconcluso até a virada do século.

A situação começou a mudar quando os astrofísicos perceberam quão importantes eram os campos magnéticos e os plasmas para a descrição do universo. Isso culminou, em 1942, com a descoberta das ondas de Alfvén, um fenômeno peculiar da MHD e de grande importância para a astrofísica. No mesmo período, os geofísicos suspeitavam que o campo magnético da Terra era gerado pelo metal líquido contido em seu núcleo, que girava com uma velocidade considerável.

A física de plasmas começou a apresentar interesse pela MHD apenas nos anos 50, com o objetivo de obter o controle da fusão termonuclear através do confinamento de plasma por campos magnéticos. Já a aplicação prática da MHD na engenharia só ocorreu anos mais

tarde, nas décadas de 60 e 70, com os trabalhos pioneiros do engenheiro J. Hartmann, que inventara um dispositivo eletromagnético de bombeamento em 1918. Através de um experimento, ele investigou minuciosamente os efeitos do escoamento de mercúrio em um campo elétrico não uniforme. Graças a essa contribuição, Hartmann ganhou o título de “pai do metal líquido MHD” e, hoje em dia, o termo “escoamento Hartmann” é utilizado para descrever escoamentos em dutos sob a influência de um campo magnético. O advento da MHD na engenharia surgiu como resultado de grandes inovações tecnológicas, das quais, de acordo com Davidson (2001), é possível citar:

- O rápido desenvolvimento dos reatores nucleares, que utilizavam sódio líquido como refrigerantes e necessitavam de um bombeador eficiente e não invasivo;
- A fusão termonuclear controlada, que necessitava do domínio e do confinamento do plasma quente, o qual deveria ser mantido longe de qualquer tipo de superfície, proeza atingida apenas com forças magnéticas;
- O gerador de energia MHD, no qual um gás ionizado é propelido por entre um campo magnético, melhorando sua eficiência energética.

Duas décadas depois, a MHD passou a ser aplicada em diversas áreas, principalmente por algumas indústrias metalúrgicas e siderúrgicas para a extrusão e apuração de metais. O ponto-chave dessa aplicação é a força de Lorentz, que proporciona um meio não invasivo de controlar o escoamento de metais.

1.3 Micro e macrobombas MHD

O funcionamento das macro e microbombas (Lemoff e Lee (2000) vem chamando a atenção da comunidade científica devido a sua aplicabilidade e elas podem ser divididas basicamente em dois tipos: mecânicas e não mecânicas. A classe das bombas mecânicas utiliza um dispositivo móvel, seja ele uma membrana, um piezelétrico ou outro tipo de parte ajustável para impulsionar e bombear o líquido. A grande vantagem que ela oferece é a possibilidade de utilização de qualquer tipo de fluido, independentemente de suas características; a desvantagem encontra-se no método invasivo, que permite a interação com o fluido, causando fadigas nas partes mecânicas e aumentando o custo de manutenção. Já as

bombas não mecânicas consistem em um dispositivo ejedor eletromagnético, ou DEE, e tem por função impulsionar ou frear um líquido eletrolítico, valendo-se apenas de componentes, sem partes mecânicas móveis.

A interação entre os domínios eletromagnéticos do sistema gera o efeito MHD e a força de Lorentz que impulsiona o fluido. Esse dispositivo é basicamente um bombeador eletromagnético ou EMP (“Electromagnetic pumping”), cuja primeira aparição remonta às décadas de 60 e 70, em indústrias nucleares. Sua utilização é simples e permite um controle local preciso sobre o fluido estudado e algumas de suas aplicações envolvem bombeamento, extrusão e apuração de metais sólidos ou líquidos em siderúrgicas e metalúrgicas. Assim como os dispositivos mecânicos, as bombas não mecânicas também possuem desvantagens, dentre as quais é possível citar sua limitação a metais líquidos, gases ionizados e eletrólitos. Outra aplicação para as macro e microbombas refere-se à propulsão de veículos marinhos e aéreos. Vale lembrar que uma das áreas analisadas nesta dissertação é justamente a da propulsão eletromagnética, com o objetivo de propulsão e bombeamento, utilizando-se, para isso, uma macrobomba.

1.4 Fenômeno MHD nas micro e macrobombas e a propulsão MHD

A análise do fenômeno MHD em dutos e túneis com o objetivo de propulsão extrusão, bombeamento e resfriamento é amplamente divulgada em artigos científicos. Ritchie (1832), que foi um dos primeiros a descobrir tal fenômeno, descreveu o princípio básico de funcionamento de tais bombas, no qual uma corrente elétrica e um campo magnético perpendicular passam por um fluido eletrolítico, produzindo, assim, as forças eletromagnéticas de Lorentz. Após essa descoberta, inúmeros trabalhos relacionados à referida área foram publicados com o propósito de explicar os comportamentos de MHD em dutos e circuitos.

Williams (1930) afirma em seu estudo que o campo magnético induz forças eletromotrizes em um fluido em movimento (no caso, uma solução de água e sulfato de cobre). Investigando-se essas forças produzidas por um campo magnético conhecido, é possível obter informações sobre a distribuição de velocidades no líquido. Qian e Bau (2004)

analisaram e comprovaram a possibilidade da aplicação desse fenômeno em microcanais onde o fluido pode ser controlado por meio de eletrodos contidos em suas paredes; dependendo do campo elétrico aplicado e da disposição dos eletrodos, pode-se obter um tipo de propulsão ou misturar o eletrólito. Isso se mostrou válido para a mistura ou separação de líquidos eletrolíticos, sem a intrusão física no sistema.

Figura 1 - Campo de escoamento do eletrólito sob o domínio dos eletrodos. Qian e Bau (2004)

Figura 2 - Campos elétricos presentes quando o par de eletrodos $C_0^- - C_1^+$ está ligado a uma diferença de potencial de 2,5 Volts. Quian e Bau (2004)

Daoud e Kandev (2008) apresentaram uma simulação numérica tridimensional de uma macrobomba eletromagnética a partir da utilização de alumínio líquido, na qual diversas condições de operação são analisadas, desde o comportamento laminar de um fluido a baixos valores de Reynolds, velocidade, campo magnético e voltagem, até comportamentos turbulentos, como mostra a figura 3. Nela é possível ver também os perfis de velocidade e o perfil “M”, que é bem conhecido na MHD, nos quais as velocidades locais tendem a serem maiores que no meio do canal.

Figura 3 - Perfil de velocidades de um eletrólito (alumínio líquido) sujeito às forças eletromagnéticas de Lorentz. Daoud e Kandev (2008)

Ainda nesse trabalho, Daoud e Kandev analisaram um fenômeno conhecido como “brake flow”, contrário ao efeito de bombeamento, no qual o fluido é freado devido à própria corrente nele induzida. Os autores salientam a importância desse tipo de efeito nas indústrias siderúrgicas, desde o transporte de metais até a sua mistura para ligas metálicas.

Patel (2007) demonstrou numericamente as equações MHD que governam os sistemas de microbombas e as possíveis otimizações que deveriam ser feitas com relação as suas geometrias. Em seu trabalho, o autor também considerou o efeito Joule, responsável pelo aquecimento do fluido quando este é submetido a campos elétricos provenientes de uma fonte alimentadora DC, por exemplo. É possível notar, na figura 4, o perfil de velocidades em um duto retangular, conhecido como microcanal, que possui dimensões da ordem de micrometros. Além disso, verifica-se que o perfil “M” se acentua quando o parâmetro de interação (legenda superior direita) aumenta, o qual relaciona a força de Lorentz com a inércia do fluido e será explicado no decorrer deste trabalho.

Figura 4 - Perfil “M” de velocidades de um fluido eletrolítico presente em um canal retangular para diversos parâmetros adimensionais. Patel (2007)

Hughes *et al* (1995) fizeram uma análise computacional bidimensional do fenômeno MHD em um canal retangular submetido a um campo elétrico constante e a um campo magnético não uniforme, variando o número de Reynolds do fluido e analisando seus perfis de velocidade e as linhas de corrente geradas pela corrente DC contínua. No referido trabalho, o número de Hartmann, um parâmetro adimensional importante na magnetohidrodinâmica, é variado e, com seu uso, resultados interessantes foram obtidos.

Figura 5 - (a) Vetor velocidade e linhas de potencial elétrico. (b) Linhas de escoamento do fluido. (c) Força de Lorentz. Figuras extraídas do trabalho de Hughes *et al* (1995)

Andreev *et al* (2006) construíram e analisaram experimentalmente um túnel MHD retangular a partir da utilização dos mesmos princípios da MHD: um canal submetido a um campo magnético externo, no qual um fluido condutor nesse caso, metal líquido, ao passar pelo domínio magnético, sofria uma desaceleração acentuada no meio e uma aceleração nas bordas do duto. Tal fenômeno ocorreu devido à interação dos campos magnéticos externos impostos pelos autores com a corrente induzida do eletrólito, gerando uma força de Lorentz contrária ao escoamento do fluido, fenômeno conhecido como “brake flow”. No estudo mencionado, diversas condições foram analisadas, desde o comportamento do fluido ao variar

seu número de Reynolds até a própria variação do campo magnético. É possível notar, na figura 7, que os autores obtiveram um perfil interessante de curvas, as quais foram divididas em três regiões: uma região turbulenta de supressão, uma de vórtices e uma de “wall jet”, onde ocorre a aceleração do fluido.

Figura 6 - Canal de testes utilizado para investigações experimentais de um metal líquido submetido a um campo magnético não uniforme. Andreev *et al* (2006)

Figura 7 - Perfil esperado do fluido ao interagir com a câmara de testes e com os campos magnéticos não uniformes. Andreev *et al* (2006)

Chaabane et al (2007) reportaram a uma simulação numérica bidimensional de um fluido magnetohidrodinâmico incompressível, na qual um fluido eletrolítico (solução salina) é bombeado por um dispositivo ejetor eletromagnético, sujeito a forças magnéticas e elétricas. Os perfis de velocidade e a distribuição de pressão foram analisados, assim como o fluxo no duto. A figura 8 mostra a geometria utilizada.

Figura 8 - Características do duto analisado por Chaabane et al (2007)

Os perfis de velocidade podem ser vistos na figura 9. Nota-se que as linhas de escoamento sofrem um “loop” nas regiões superior e inferior do canal e uma aceleração ao longo do mesmo, devido às forças eletromagnéticas de Lorentz.

Figura 9 - Linhas de escoamento para $I = 0,8$ A e $B = 0,05$ T. Chaabane et al (2007)

Outro fenômeno presente em experimentos MHD é a eletrólise. No cotidiano, ela é utilizada em muitos processos industriais, desde a produção de hidróxido de sódio e cloro até a produção de alumínio; na MHD, ela é prejudicial e muitos pesquisadores tentam minimizar ao máximo essa interferência. Boissonneau e Thibault (1999) analisaram o efeito MHD por meio do acoplamento de duas áreas do conhecimento: a eletroquímica e a hidrodinâmica. A partir de um túnel de água salgada, eles estudaram o efeito da eletrólise no escoamento do fluido, assim como o desgaste por ela provocado. Analisando-se as bolhas formadas na eletrólise, foi possível concluir sua participação no escoamento. As figuras 10 e 11 mostram a eletrólise e a seção de testes utilizada para estudo, respectivamente.

Figura 10 - Aço inoxidável fundido com o anodo de platino após alguns minutos de eletrólise. Boissonneau e Thibault (1999)

Figura 11 - Câmara de testes utilizada para visualização de bolhas no escoamento. Boissonneau e Thibault (1999)

Srnivasacharya e Shiferaw (2008) estudaram um fluido incompressível e eletricamente condutor em um túnel retangular, considerando os efeitos Hall e iônicos. Nesse trabalho, os campos magnéticos são perpendiculares ao escoamento do fluido e as equações diferenciais parciais da MHD são resolvidas a partir do uso do método dos elementos finitos, considerando-se os parâmetros de Hall e os efeitos iônicos. Os autores concluíram que, com o aumento dos campos magnéticos, a velocidade diminui, assim como as microrrotações provenientes do efeito MHD são reduzidas.

Na região dos microfluidos, Qin e Bau (2009) analisaram computacionalmente o efeito MHD em uma solução eletrolítica de RedOx confinada em um conduto, no qual as configurações foram testadas de forma a se obter o máximo da densidade de corrente.

O sistema de microbombas estende-se também às áreas médica e biológica. Kabbani et al (2008) salientam a importância e a necessidade de se criar dispositivos minúsculos para testes de amostras de sangue, DNA e drogas, como os “LOC”, ou laboratórios em chips, que atendem a esse tipo de configuração de microbombas. Com tais chips, é possível monitorar e inserir antibióticos ou drogas no paciente através do bombeamento eletromagnético de líquidos, que é realizado pelas forças de Lorentz. Por ser um método não invasivo, ele facilita o diagnóstico de doenças e a recuperação do paciente sem efeitos colaterais.

1.5 outras aplicações do fenômeno MHD

Na aeronáutica, a aplicação da MHD também pode ser encontrada e é conhecida por MAD ou magnetoaerodinâmica. Utilizando-se, por exemplo, os princípios da força eletromagnética de Lorentz, é possível controlar a separação de camadas em um aerofólio ou hidrofólio, diminuindo-se, assim, seu arrasto. Weier et al (2000) descrevem exatamente esse efeito em um hidrofólio achatado, mergulhado em um eletrólito.

Figura 12 - Placa inclinada submetida à aceleração do fluido sem as forças de Lorentz. Weier et al (2000)

Figura 13 - Placa inclinada submetida à aceleração do fluido com as forças de Lorentz.
Weier et al (2000)

No Japão, um comitê de pesquisa para propulsão MHD foi criado em 1985 com o intuito de construir um navio que funcionasse por esse princípio. Takezawa et al. (1995) descrevem o funcionamento dos imãs supercondutores presentes no navio e sua força de propulsão.

Figura 14 - Diagrama de propulsão do Yamato. Figura adaptada de Takezawa *et al* (1995)

Batizado de Yamato 1, em homenagem ao navio de guerra Yamato, utilizado durante a Segunda Guerra Mundial, o navio tornou-se o primeiro do mundo movido à propulsão MHD. O complexo circuito é mostrado de forma simplificada na figura 10: hélio líquido é bombeado para uma bobina supercondutora que está ligada a uma fonte alimentadora de corrente direta, a qual gera um campo magnético extremamente forte; enquanto isso ocorre, um gerador de corrente contínua e um conversor AC/DC são ligados aos eletrodos do propulsor. A interação da força de Lorentz causa uma diferença de pressão no duto, ocasionando a movimentação do mesmo. Por ser extremamente caro e de difícil manutenção, o projeto se desenvolveu apenas no Japão, revelando que, apesar das dificuldades técnicas, econômicas e científicas, é possível realizar tal proeza com dedicação e tempo.

Shang (2002) desenvolveu uma simulação computacional baseada nas forças eletromagnéticas e na magnetoaerodinâmica, a qual revelou a importância da teoria eletromagnética para os instrumentos de voo, para as comunicações e sensores. O autor confirma também a participação das forças de Lorentz na aceleração e desaceleração do escoamento em aeronaves, em regimes subsônicos e supersônicos, sem causar choques nas transições.

Capítulo 2

ANÁLISE TEÓRICA

2.1 Conceitos básicos

Antes de explicar qualitativamente o fenômeno MHD, faz-se necessária uma breve introdução dos conceitos de eletromagnetismo e eletrodinâmica. Além de tais conceitos, fenômenos como eletrólise, densidade de corrente, densidade de fluxo magnético, força de Lorentz, entre outros que surgiram no decorrer do experimento, serão explicados a seguir.

2.1.1 Breve introdução: as leis da eletrodinâmica

Baseadas na MHD e no próprio experimento, as leis aqui tratadas são basicamente as Leis de Ohm, Faraday e Ampère. Na figura 15, é apresentada a Lei de Ohm.

Figura 15 - Lei de Ohm para condutores (a) estacionários e em (b) movimento

Essa é uma lei empírica para condutores estacionários, a qual assume a forma $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$, onde $\mathbf{E}$ é o campo elétrico e $\mathbf{J}$ é a densidade de corrente. Sabe-se que $\mathbf{J}$ é proporcional à força de Coulomb $\mathbf{f} = q\mathbf{E}$, que por sua vez atua nos portadores de cargas livres, sendo q sua carga livre. Se o condutor estiver movendo-se em um campo magnético com velocidade $\mathbf{u}$, no entanto, as cargas sentirão uma força adicional, $q\mathbf{u} \times \mathbf{B}$, e a lei de Ohm resulta

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (2.1)$$

A quantidade $\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}$ representa a força total eletromagnética por unidade de carga e é representada por

$$\mathbf{E}_r = \mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B} = \frac{\mathbf{f}}{q} \quad (2.2)$$

No caso, $\mathbf{E}_r$ é o campo elétrico medido no referencial em movimento com velocidade $\mathbf{u}$ relativo ao referencial do laboratório. De acordo com a lei de Faraday, nas figuras 16 e 17,

Figura 16 - Força eletromotriz gerada pelo movimento de um condutor

Figura 17 - Força eletromotriz gerada por um campo magnético dependente do tempo

Uma força eletromotriz é gerada quando um condutor passa por um campo magnético ou quando o mesmo sofre uma variação temporal. Logo, a lei de Faraday pode ser escrita da seguinte forma:

$$fem = \oint_C \mathbf{E}_r \cdot d\mathbf{l} = - \frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (2.3)$$

Aqui, C é uma curva fechada composta por elementos $d\mathbf{l}$, que pode estar fixa no espaço ou mover-se juntamente com o meio condutor; S é qualquer superfície que contenha a curva C ; $\mathbf{E}_r$ indica o campo elétrico efetivo para cada elemento $d\mathbf{l}$:

$$\mathbf{E}_r = \mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B} \quad (2.4)$$

onde $\mathbf{E}$, $\mathbf{u}$ e $\mathbf{B}$ são medidos no referencial do laboratório e $\mathbf{u}$ é a velocidade do elemento $d\mathbf{l}$.

A lei de Ampère (figura 18) aplica-se a um campo magnético associado a uma dada distribuição de corrente $\mathbf{J}$. Se C é uma curva fechada no espaço e S é qualquer superfície que abrange essa curva, então a lei circuital de Ampère estabelece que

Figura 18 - Lei de Ampère aplicada a um fio

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \quad (2.5)$$

Por fim, tem-se a força de Lorentz $\mathbf{F}$, que atua sobre todos os condutores, carregando corrente em um campo magnético, e tem sua origem nas forças que agem individualmente nos portadores de carga, $\mathbf{f} = q(\mathbf{u} \times \mathbf{B})$. Logo, sabe-se que a força por unidade de volume do condutor é dada por

$$\mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} \quad (2.6)$$

2.1.2 Força de Lorentz e o campo elétrico $\vec{E}$

Uma partícula que se move com velocidade $\mathbf{u}$ e porta uma carga q está sujeita a três forças eletromagnéticas:

$$\mathbf{f} = q\mathbf{E}_s + q\mathbf{E}_i + q\mathbf{u} \times \mathbf{B} \quad (2.7)$$

de forma que $q\mathbf{E}_s$ representa a força de Coulomb, que surge devido à interação ou repulsão mútua das cargas elétricas ($\mathbf{E}_s$ é o campo eletrostático); $q\mathbf{E}_i$ representa a força que uma carga experimenta ao passar por um campo magnético variável no tempo ($\mathbf{E}_i$ sendo o campo elétrico induzido pela mudança do campo magnético); e $q\mathbf{u} \times \mathbf{B}$ é a força de Lorentz, resultante do movimento de cargas na presença de um campo magnético. Da lei de Coulomb e da lei de Gauss, tem-se:

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_s = \frac{\rho_e}{\epsilon_0} \quad (2.8)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}_s = 0 \quad (2.9)$$

Aqui, ρ_e é a densidade total de carga e ε_0 é a permissividade do espaço livre. O potencial eletrostático V é definido por

$$\mathbf{E}_s = -\nabla V \quad (2.10)$$

levando a

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho_e}{\varepsilon_0} \quad (2.11)$$

Logo,

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_i = 0 \quad (2.12)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}_i = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.13)$$

Como o campo elétrico total é definido como $\mathbf{E} = \mathbf{E}_s + \mathbf{E}_i$, segue que

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_e}{\varepsilon_0} \text{ (Lei de Gauss)} \quad (2.14)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}_i = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \text{ (Lei de Faraday)} \quad (2.15)$$

$$\mathbf{f} = q(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \text{ (Força eletrostática mais força de Lorentz)} \quad (2.16)$$

É possível observar que as equações (2.12) e (2.13) determinam apenas o campo elétrico, ao passo que a equação (2.16) é usada para determinar tanto o campo elétrico como o magnético. Uma atenção especial, no entanto, deve ser dada a essas equações. O campo elétrico, por exemplo, é designado como uma força por unidade de carga devido a uma pequena carga de teste em repouso no referencial do observador. Se no sistema do laboratório há campos elétricos e magnéticos, por exemplo, logo o campo elétrico será uma força por unidade de carga para uma carga- teste nesse referencial do laboratório. Se a carga estiver movendo-se, a força ainda será dada por $\mathbf{f} = q\mathbf{E}$ acrescida da força $\mathbf{f} = q\mathbf{u} \times \mathbf{B}$, que é usada para definir $\mathbf{B}$. Se for usado um sistema de referência em que a carga está em repouso que, no entanto, se move com velocidade $\mathbf{u}$, concernente ao sistema do laboratório, então a força elétrica será a única atuante ou E_r , que representa o campo elétrico relativo a um referencial em movimento. Segundo Davidson (2001), para o referencial do laboratório e o da carga, tem-se $\mathbf{f} = q(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B})$ e $\mathbf{f}_r = q\mathbf{E}_r$. A relatividade newtoniana, ainda segundo o autor, é $\mathbf{f} = \mathbf{f}_r$. Logo, segue que

$$\mathbf{E}_r = \mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B} \quad (2.17)$$

Os campos magnéticos $\mathbf{B}$ e $\mathbf{B}_r$ são iguais.

2.1.3 Densidade de corrente elétrica $\vec{J}$

Segundo Reitz (1960), a carga em movimento constitui uma corrente e o processo por meio do qual tal carga é transportada é chamado de condução. A corrente I (ampère) é definida como a razão segundo a qual a carga é transportada através de uma dada superfície em um sistema condutor. Assim,

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (2.18)$$

onde $Q = Q(t)$ é a carga líquida transportada em um tempo t .

Em um metal, a corrente é totalmente conduzida pelos elétrons, ao passo que os íons positivos pesados estão fixos em posições regulares na estrutura cristalina; somente os elétrons de valência estão livres para participar do processo de condução (Reitz (1960)). Em um eletrólito, porém, a corrente é conduzida tanto pelos íons positivos quanto pelos negativos, embora a condução por um tipo de íon predomine porque alguns deles se movem mais rapidamente que outros. Deve-se salientar que tanto os íons positivos quanto os negativos movem-se em sentidos opostos, contribuindo, assim, para a manutenção da corrente no mesmo sentido.

Por convenção, o sentido em que se movem os portadores positivos ou o sentido oposto ao qual se movem os portadores negativos é tomado como o sentido da corrente. Em geral, uma corrente elétrica surge quando se aplica um campo elétrico; se tal campo for estabelecido em um condutor, ele fará que os portadores de carga positiva se movam no sentido geral do campo e os condutores negativos na direção contrária. Logo, as correntes produzidas terão o mesmo sentido do campo. Vale ressaltar que, em um fluido eletrolítico, os íons não são criados pela corrente, pois eles já existem na solução.

Pode-se definir a densidade de corrente como sendo

$$\mathbf{J} = \sum N_i q_i \mathbf{v}_i \quad (2.19)$$

Como a densidade de carga é dada por

$$\rho = \sum N_i q_i \quad (2.20)$$

é possível integrar a corrente através de uma superfície S :

$$I = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \quad (2.21)$$

A conservação de carga é expressa pela equação da continuidade

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho_e}{\partial t} = 0 \quad (2.22)$$

No presente experimento, o eletrólito é essencial para o sucesso do túnel MHD, pois, como se sabe, a velocidade de deslocamento dos íons é proporcional à condutividade elétrica do fluido que, neste caso, é uma solução de cloreto de sódio com água que simula as condições eletrolíticas da água do mar- e a densidade da corrente depende também de sua condutividade. Esta é definida pela letra grega σ e tem como dimensões o ohm-metro $\left[(\Omega \cdot \text{m})^{-1} \right]$ ou Siemens – metro $(\text{S} \cdot \text{m}^{-1})$.

2.1.4 Eletrólise

A eletrólise é um efeito importante na MHD e deve ser considerado neste trabalho. Trata-se, basicamente, de um processo químico que surge quando se faz uma corrente passar entre dois eletrodos mergulhados em uma solução eletrolítica. Segundo Franke (1967) e Serrano (2000), uma das aplicações da eletrólise dá-se nas indústrias siderúrgicas, na fabricação de alumínio ou outras ligas metálicas, bem como na apuração de metais e na produção de hidrogênio. Apesar de tais aplicações tecnológicas, a formação de componentes químicos como, por exemplo, H_2 e Cl_2 , e a oxidação dos eletrodos, dependendo do eletrodo e da solução utilizados, é prejudicial aos experimentos. Aquelas substâncias, depositadas nos eletrodos, comprometem o desempenho dos experimentos, pois interferem diretamente na distribuição e na condutividade do fluido, de acordo com Serrano (2000). Após certo tempo, o fluido usado no experimento encontra-se totalmente inutilizável e faz-se necessário renová-lo.

2.1.5 Lei de Ohm

Sabe-se que, em um condutor estacionário, a densidade de corrente é dada por $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$. Para um fluido condutor em movimento, a mesma lei se aplica; no entanto, considera-se que o campo elétrico é medido, desta vez, no referencial da velocidade local do fluido:

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}_r = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (2.23)$$

O vetor $\mathbf{u}$ varia com a posição.

2.1.6 Densidade de fluxo magnético $\vec{B}$

O segundo tipo de campo estudado na eletricidade é o magnético, cujos efeitos são conhecidos desde épocas muito antigas, como os observados na magnetita (Fe_3O_4). Esses efeitos, no entanto, eram pouco conhecidos e só encontraram aplicação na navegação, como, por exemplo, nas bússolas de orientação. No século XIX, o físico Oersted descobriu que uma corrente elétrica produzia um campo magnético; já os trabalhos posteriores, como os de Gauss, Henry e Faraday, provaram as associações existentes entre a eletricidade e o magnetismo. Os estudos de Maxwell e outros teóricos mostraram definitivamente que esta associação é intrínseca.

Logo após Oersted anunciar que as correntes produzem efeitos magnéticos, Ampère apresentou resultados em uma série de experimentos, os quais, na linguagem matemática, são descritos da seguinte maneira:

$$\mathbf{F}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} I_1 I_2 \int_1 \int_2 \frac{d\mathbf{l}_2 \times [d\mathbf{l}_1 \times (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)]}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^3} \quad (2.24)$$

onde $\mathbf{F}_2$ é a força exercida sobre o circuito 2 devido à influência do circuito 1.

Figura 19 - Interação magnética de dois circuitos de corrente

A expressão

$$d\mathbf{F} = I d\mathbf{l} \times \mathbf{B} \quad (2.25)$$

representa a força exercida sobre um elemento infinitesimal de um condutor de corrente. Integrando esta equação, tem-se a força sobre um circuito completo. Se ele for representado por um contorno C , então

$$\mathbf{F} = \int_C I d\mathbf{l} \times \mathbf{B} \quad (2.26)$$

Logo,

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}_2) = \frac{\mu_0}{4\pi} I_1 \int_1 \frac{d\mathbf{l}_1 \times (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^3} \quad (2.27)$$

Essa equação é a generalização da Lei de Biot Savart, cuja forma diferencial também é representada por

$$d\mathbf{B}(\mathbf{r}_2) = \frac{\mu_0}{4\pi} I_1 \frac{d\mathbf{l}_1 \times (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^3} \quad (2.28)$$

que posteriormente toma a forma de

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}_2) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}_1) \times (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^3} dv_1 \quad (2.29)$$

e

$$d\mathbf{B}(\mathbf{r}_2) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}_1) \times (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^3} dv_1 \quad (2.30)$$

para uma distribuição contínua de corrente descrita pela densidade de corrente.

Todos os campos de indução magnética podem ser descritos em termos da distribuição de corrente. Das equações acima, resulta que não há pólos magnéticos isolados e que

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.31)$$

2.1.7 Lei de Ampère

Segunda a equação de Maxwell-Ampère, o campo magnético gerado por uma distribuição de corrente é dada por

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu \mathbf{J} \quad (2.32)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu \left[\mathbf{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right] \quad (2.33)$$

onde o segundo termo foi introduzido por Maxwell para corrigir a lei de Ampère e é chamado de corrente de deslocamento. Tomando-se o divergente de (2.33) e aplicando-se a lei de Gauss, chega-se a

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -\varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \mathbf{E} = -\frac{\partial \rho_e}{\partial t} \quad (2.34)$$

na qual o termo ρ_e é a densidade de carga. No entanto, a correção de Maxwell pode ser ignorada na MHD, pois, de acordo com Davidson (2001), o termo $\frac{\partial \rho_e}{\partial t}$ é extremamente pequeno para condutores. Logo, a equação (2.33) resulta em

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu \mathbf{J} \quad (2.35)$$

e

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (2.36)$$

Com as definições da densidade de campo magnético, pode-se obter a lei circuital de Ampère, que é derivada da lei de Biot Savart de outra forma. Para campos de indução magnéticos e devido a correntes estacionárias, ou seja, aquelas que satisfazem a seguinte relação $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$, é possível deduzir para o rotacional de $\mathbf{B}$ utilizando-se a equação (2.29) e derivando em $\mathbf{r}_2$:

$$\nabla_2 \times \mathbf{B}(\mathbf{r}_2) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \left[\mathbf{J}(\mathbf{r}_1) \left(\nabla_2 \cdot \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^3} \right) - \mathbf{J}(\mathbf{r}_1) \cdot \nabla_2 \cdot \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^3} \right] dv_1 \quad (2.37)$$

Diferenciando, desta vez, em relação à $\mathbf{r}_1$:

$$\nabla_2 \times \mathbf{B}(\mathbf{r}_2) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \left[\mathbf{J}(\mathbf{r}_1) 4\pi \delta(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) - \mathbf{J}(\mathbf{r}_1) \cdot \nabla_1 \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^3} \right] dv_1 \quad (2.38)$$

Utilizando-se o teorema do divergente e a função de Dirac, tem-se

$$\nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}_2) = \mu_0 \mathbf{J}(\mathbf{r}_2) \quad (2.39)$$

que é similar à equação (2.35), denominada forma diferencial da lei de Ampère. A densidade do fluxo magnético $\mathbf{B}$ é definida como

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \quad (2.40)$$

Vale ressaltar que o campo magnético pode ser descrito mediante a indução magnética $\mathbf{B}$ ou pela intensidade do campo magnético $\mathbf{H}$. A constante μ_0 é a permeabilidade do espaço livre e pertence à natureza do material calculado. No experimento, utiliza-se a permeabilidade do vácuo. O fluxo magnético é representado por

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (2.41)$$

onde Φ é medido em webers (Wb). O fluxo através de uma superfície fechada é nulo:

$$\int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \nabla \cdot \mathbf{B} dv = 0 \quad (2.42)$$

a partir da qual se pode concluir que a equação é independente da superfície usada para calculá-lo.

2.1.8 Indução eletromagnética e a lei de Faraday na forma diferencial

Faraday e Henry demonstraram, no século XIX, que ao variar o fluxo magnético, uma força eletromotriz era induzida. A partir desses conceitos, foram criados os geradores e os transformadores, por exemplo. A equação que caracterizava a eletrostática era

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad (2.43)$$

Ou sua forma integral:

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (2.44)$$

Esta última equação já não era mais válida para descrever a força eletromotriz induzida, pois os campos dependiam do tempo. Desse modo, foi definida a seguinte equação:

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \mathcal{E} \quad (2.45)$$

onde $\mathcal{E}$ é a força eletromotriz. Através de experimentos, sabe-se que

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (2.46)$$

a qual é conhecida como lei da indução eletromagnética de Faraday, e é independente da forma como o fluxo varia. Utilizando-se as equações (2.41), (2.45) e (2.46), obtém-se

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (2.47)$$

Se o circuito C for estacionário, a derivada poderá ser tomada dentro da integral, que se tornará uma derivada temporal parcial. Com o uso do teorema de Stokes, pode-se transformar a integral de linha em uma integral de superfície:

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_S (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{S} = - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \quad (2.48)$$

Logo, para todas as superfícies fixas,

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.49)$$

que é a forma diferencial da lei de Faraday. O sinal negativo da equação significa que a força induzida opõe-se à variação de quem a produziu. A equação (2.49) assegura que $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ é solenoidal, desde que $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) = 0$, corroborando a equação (2.43). De acordo com a explanação acima, é possível introduzir um vetor $\mathbf{A}$, conhecido como vetor potencial e dado por

$$\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B} \quad (2.50)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (2.51)$$

Essa definição garante que $\mathbf{B}$ é solenoidal, desde que $\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{A} = 0$. Se $\mathbf{A}$ for substituído na equação de Faraday, tem-se

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \nabla \times \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) \quad (2.52)$$

na qual

$$\mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla V \quad (2.53)$$

onde V é uma função escalar qualquer. Não se pode esquecer que

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_i + \mathbf{E}_s, \quad \nabla \times \mathbf{E}_s, \quad \nabla \cdot \mathbf{E}_i = 0 \quad (2.54)$$

Tem-se, através de $\mathbf{A}$,

$$\mathbf{E}_i = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (2.55)$$

$$\mathbf{E}_s = -\nabla V \quad (2.56)$$

onde V é o potencial eletrostático.

2.1.9 Equações reduzidas de Maxwell

Na magnetohidrodinâmica, pode-se contar com alguns “luxos” que facilitam consideravelmente os problemas de natureza MHD. Combinando-se as equações de Maxwell com as leis da força e da conservação de carga, é possível reduzir alguns fatores nas equações de Maxwell. Por exemplo, o termo $\frac{\partial \rho_e}{\partial t}$ é negligível por ser tratar de um valor extremamente baixo. Correntes de deslocamento também são ignoradas em problemas MHD e geralmente o fluido tratado é não magnético e não dielétrico. Desse modo, as equações reduzidas são:

- Lei de Ampère mais a conservação de carga:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu \mathbf{J}, \quad \nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (2.57)$$

- Lei de Faraday mais a natureza solenoidal de $\mathbf{B}$:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.58)$$

- Lei de Ohm e a força de Lorentz:

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}), \quad \mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} \quad (2.59)$$

Tais equações englobam todo o eletromagnetismo do MHD.

2.2 Acoplamentos da fluidodinâmica e do eletromagnetismo. A magnetohidrodinâmica

Os resultados da MHD na fluidodinâmica são atingidos ao adicionar o termo da força eletromagnética nas equações de Euler ou Navier-Stokes. A densidade de força magnética $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$ é a somatória de todas as forças de Lorentz que agem em todas as partículas carregadas do fluido em uma unidade de volume. As equações de momento para um fluido em movimento podem ser representadas por:

$$\rho \frac{Dv_1}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho f_x \quad (2.60)$$

$$\rho \frac{Dv_2}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho f_y \quad (2.61)$$

$$\rho \frac{Dv_3}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \rho f_z \quad (2.62)$$

Figura 20 - Elemento infinitesimal de um fluido se movendo. Apenas forças na direção x são mostradas. Modelo usado para o cálculo das componentes de x na equação do momento (Anderson (1995))

onde x , y e z são componentes da equação de momento. Tais equações diferenciais parciais são obtidas diretamente a partir da aplicação fundamental da física, do princípio de um elemento de fluido infinitesimal. Como o elemento de fluido move-se com o escoamento, as equações (2.60), (2.61) e (2.62) encontram-se na forma não conservativa, as quais são escalares e conhecidas como equações de Navier-Stokes; sua forma conservativa é obtida por meio de identidades vetoriais e de expansões derivativas. O resultado alcançado é:

$$\frac{\partial(\rho v_1)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v_1 \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho f_x \quad (2.63)$$

$$\frac{\partial(\rho v_2)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v_2 \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho f_y \quad (2.64)$$

$$\frac{\partial(\rho v_3)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v_3 \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \rho f_z \quad (2.65)$$

as quais são as equações de Navier-Stokes na forma conservativa. Newton já havia definido que o estresse de cisalhamento é proporcional à razão temporal da tensão, ou seja, ao gradiente de velocidades. Para tal característica, o fluido era definido como newtoniano por Anderson (1995); para τ não proporcional ao gradiente de velocidades, o fluido era definido como não newtoniano. Logo,

$$\tau_{xx} = \lambda(\nabla \cdot \mathbf{u}) + 2\mu \frac{\partial v_1}{\partial x} \quad (2.66)$$

$$\tau_{yy} = \lambda(\nabla \cdot \mathbf{u}) + 2\mu \frac{\partial v_2}{\partial y} \quad (2.67)$$

$$\tau_{zz} = \lambda(\nabla \cdot \mathbf{u}) + 2\mu \frac{\partial v_3}{\partial z} \quad (2.68)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial v_2}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) \quad (2.69)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial v_1}{\partial z} + \frac{\partial v_3}{\partial x} \right) \quad (2.70)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial v_3}{\partial y} + \frac{\partial v_2}{\partial z} \right) \quad (2.71)$$

onde μ é o coeficiente de viscosidade dinâmica e λ é o segundo coeficiente de viscosidade em que

$$\lambda = -\frac{2}{3}\mu \quad (2.72)$$

Como o fluido tratado é incompressível e newtoniano (ρ e μ constantes), tem-se, a partir da equação da continuidade na forma conservativa e não conservativa,

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.73)$$

$$\frac{Dp}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.74)$$

onde $\mathbf{u}$ é a velocidade local. Logo, as equações de Navier-Stokes na forma conservativa e não conservativa são

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \eta \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{1}{\rho} \mathbf{F} \quad (2.75)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \eta \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{1}{\rho} \mathbf{F} \quad (2.76)$$

onde $\mathbf{F}$ são as forças que agem no fluido. Neste trabalho, as forças presentes são as de Lorentz. Assim, as equações de Navier-Stokes, com o acréscimo das forças eletromagnéticas, são dadas por

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \eta \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{(\mathbf{J} \times \mathbf{B})}{\rho} \quad (2.77)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \eta \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{(\mathbf{J} \times \mathbf{B})}{\rho} \quad (2.78)$$

da qual pode-se obter a equação da vorticidade:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \omega) + \eta \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{(\mathbf{J} \times \mathbf{B})}{\rho} \quad (2.79)$$

2.2.1 Números adimensionais

De acordo com Thorne (2005) e Haverkort (2009), existem quatro grupos adimensionais que aparecem com certa frequência na literatura MHD. O primeiro é o número de Reynolds

$$\text{Re} = \frac{ul}{\eta} \quad (2.80)$$

onde l é uma característica de comprimento e u , a velocidade. Vale lembrar que o número de Reynolds representa a razão da inércia $(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}$ pelas forças viscosas $\eta \nabla^2 \mathbf{u}$. O segundo parâmetro adimensional é chamado de parâmetro de interação e é dado por

$$N = \frac{\sigma B^2 l}{\rho u} \quad (2.81)$$

Tal parâmetro é relevante em situações onde $\mathbf{J}$ é basicamente dominado por $\mathbf{u} \times \mathbf{B}$ na lei de Ohm, de modo que $|\mathbf{J}| \sim \sigma u B$. Nesse caso, N representa a razão entre a força de Lorentz

$\frac{\mathbf{J} \times \mathbf{B}}{\rho}$ e a inércia $(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}$.

O terceiro grupo adimensional é chamado de número de Hartmann

$$Ha = \sqrt{N \text{Re}} = Bl \sqrt{\frac{\sigma}{\rho \eta}} \quad (2.82)$$

no qual Ha^2 relaciona a força de Lorentz com as forças viscosas. O último termo, ao contrário dos anteriores, não relaciona forças, mas serve como indicativo, relacionando a

advecção e a difusão do campo magnético $\mathbf{B}$. O número de Reynolds magnético é conhecido pela expressão:

$$R_m = \mu \sigma u l \quad (2.83)$$

Se R_m é grande, a difusão é fraca; ou seja, quanto maior a razão dessa constante, maiores são os campos magnéticos induzidos pelo fluido. No experimento tratado, tanto os números de Hartmann quanto os de Reynolds são pequenos.

2.3 Escoamentos hidromagnéticos

No circuito MHD estudado, o escoamento é tratado como estacionário, pois não sofre mudanças com o tempo. Como foi anteriormente comentado, o fluido é um eletrólito condutor submetido a um campo magnético perpendicular e em cujas laterais foram inseridos eletrodos de alumínio. Tal problema é também conhecido como escoamento de Hartmann.

Assumindo-se que o escoamento seja independente do tempo $\left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} = 0\right)$ e que tenha viajado por entre o circuito na direção x , de forma que, depois de certo momento, ele atinja uma independência com relação a x , no final, tem-se que $(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = 0$ e $u = u(y, z)$ e desconsideram-se os efeitos da gravidade. Logo, as equações de movimento (2.77 e 2.78) do escoamento são

$$\nabla P = \mathbf{J} \times \mathbf{B} + \eta \nabla^2 \mathbf{u} \quad (2.84)$$

Observa-se que a força magnética de Lorentz $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$ poderá alterar o equilíbrio entre as forças de viscosidade de Pouiseuille e o gradiente de pressão. Segundo Thorne (2005), a equação (2.84) mostra quatro possibilidades interessantes que podem ocorrer no circuito, dependendo de como os eletrodos estão conectados em suas laterais. Tais possibilidades serão mostradas a seguir.

2.3.1 Freio eletromagnético

O freio eletromagnético é obtido a partir de um curto circuito causado nos eletrodos, de forma que a corrente possa fluir livremente por entre o canal. O escoamento é dado no eixo x e a corrente flui no eixo y ; os campos magnéticos estão no eixo z , perpendicular ao escoamento e às linhas de corrente.

Supondo-se que o líquido se encontra em uma dada velocidade não relativística, ao passar no domínio eletromagnético, as linhas de campo do imã são parcialmente arrastadas pelo fluido, pois de acordo com $\nabla \times \mathbf{B} = \mu \mathbf{J}$, a densidade de corrente induzida pode causar uma força de desaceleração no fluido, uma vez que

Figura 21 - Freio eletromagnético

$$\mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} = \frac{(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}}{\mu} \quad (2.85)$$

O gradiente de pressão que tenta acelerar o fluido é contrabalanceado pela tensão magnética.

2.3.2 Gerador de energia

O princípio de geração de energia é similar ao do freio eletromagnético: o fluido condutor interage com os campos magnéticos e causa uma variação de voltagem entre os eletrodos; o mesmo deve ser ligado, não em curto, mas em algum tipo de carregador ou resistor. Tal dispositivo pode ser usado em estações de energia ou represas, onde o fluido condutor gera eletricidade diretamente, sem o uso de turbinas convencionais.

Figura 22 - Gerador de energia com os eletrodos conectados a um resistor

2.3.3 Medidor de fluxo

Quando o circuito está aberto entre os eletrodos, o campo elétrico induzido pela passagem do fluido condutor no domínio magnético gera uma ddp (diferença de potencial), que pode ser medida por um volômetro. Essa voltagem tende a se alterar de acordo com a

razão de escoamento no circuito, permitindo, assim, a medição. O dispositivo pode ser visto na figura 23.

Figura 23 - Medidor de fluxo com os eletrodos conectados a um voltímetro

2.3.4 Bomba eletromagnética

Quando se aplica um campo elétrico externo, seja ele provido de uma bateria ou de outra fonte alimentadora, permite-se o fluxo do fluido pelo circuito, o que produz uma força de Lorentz que pode acelerar ou frear o líquido, dependendo do sentido de orientação do campo magnético. Esse método é usado para bombear sódio líquido resfriado em um reator nuclear, e também tem sido testado como dispositivo alternativo de propulsão para espaçonaves. Aqui, dois casos interessantes serão detalhados.

Figura 24 - Bomba eletromagnética

Quando existe um gradiente de pressão constante $Q = -\frac{dP}{dx}$, e na ausência de campos magnéticos externos, um fluido com um número de Reynolds pequeno é aproximadamente laminar e com um perfil de velocidade do tipo

$$v_x(x) = \frac{Q}{2\eta} \left[1 - \left(\frac{z}{a} \right)^2 \right] \quad (2.86)$$

onde a letra a representa a metade da altura do canal.

Quando se aplica um campo elétrico e magnético externo E_0 e B_0 ao longo dos eixos y e z , respectivamente, a força resultante $\mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{B}$ pode atuar contra ou a favor do fluido, dependendo, novamente, da orientação dos campos magnéticos ou elétricos. Caso o campo

magnético seja pequeno, de forma que $B_0 \ll \frac{E_0}{v_x}$, a força magnética deverá ser similar ao gradiente de pressão e a equação 2.86 é substituída por

$$Q = -\frac{dP}{dx} + j_y B_z \quad (2.87)$$

ou

$$Q = -\frac{dP}{dx} + \sigma E_0 B_0 \quad (2.88)$$

sendo que

$$j_y = \sigma (E_y - v_x B_z) \cong \sigma E_0 \quad (2.89)$$

Se o campo magnético é suficientemente alto, então, a força magnética domina as forças viscosas do fluido.

Capítulo 3

METODOLOGIA

3.1 Descrições do problema e desenvolvimento do túnel MHD

Umas das razões para a construção do túnel ou circuito MHD foi ausência desse tipo de material nos laboratórios de pesquisa da Escola de Engenharia de São Carlos - EESC. O mesmo conta com experimentos de base teórica e alguns materiais referentes ao estudo do MHD doados pelos estudantes, dos quais poucos são de caráter didático ou experimental.

Outra razão envolve principalmente a falta de divulgação da MHD no círculo de pesquisas científicas brasileiras. Poucos grupos de estudos e faculdades analisam o efeito MHD e suas aplicações, como o próprio laboratório de propulsão, MHD e hipersônica do Departamento de Engenharia Aeronáutica da EESC. A pesquisa MHD em outros países cresce de forma assustadora e cada vez mais projetos relacionados com as engenharias e as ciências tomam espaço na área acadêmica. Propulsores, túneis, refrigeradores e até navios MHD têm sido testados com sucesso.

O experimento aqui tratado, no entanto, apresenta dimensões consideravelmente pequenas e modestas, pois o intuito é demonstrar didaticamente o fenômeno MHD e suas funcionalidades; o experimento, portanto, poderá servir futuramente como protótipo para um túnel maior com aplicações mais práticas. A idéia de construção do túnel estudado surgiu a partir da observação de um outro, mais simples, cujas configurações e teoria encontram-se descritas no trabalho de *Aoki et al.* (2010).

O princípio e o funcionamento desse túnel são similares ao de uma macrobomba: forças eletromagnéticas em contato com o fluido eletrolítico (no caso, a água salgada) geram a força de Lorentz que bombeia água pelo circuito. Nas figuras 25 e 26, tem-se a montagem esquemática do túnel MHD antigo:

Figura 25 - Representação esquemática das forças eletromagnéticas agindo sobre o túnel MHD cilíndrico. Aoki et al. (2010)

Figura 26 - Esquema de montagem de um túnel MHD cilíndrico. Aoki et al. (2010)

A otimização do túnel MHD ocorreu devido à simplicidade do antigo dispositivo. Como se pode notar, o antigo sistema utilizava uma bateria fixa de 12 Volts, impossibilitando um ajuste mais preciso no movimento do fluido; as dimensões e o formato do túnel não

favoreciam a análise fenomenológica do MHD, pois o diâmetro do túnel não ultrapassava 0,016 metros; e a disposição e o formato dos eletrodos tornavam o experimento de curta análise, pois a eletrólise ocorria muito rapidamente. Esses e outros fatores também inviabilizavam uma análise computacional detalhada e comparativa.

O novo projeto constituiu-se de duas etapas: uma experimental e outra computacional, as quais serão divididas em tópicos e cada uma será explicada detalhadamente, desde suas concepções até realizações ao longo do trabalho. No final, ambas serão comparadas e analisadas.

3.1.1 Fase experimental

O experimento em um túnel ou circuito preenchido com um fluido eletrolítico - neste caso, uma solução de água e cloreto de sódio capaz de simular as condições da água do mar. Seu princípio de funcionamento foi obtido através de um dispositivo eletromagnético que bombeou o fluido por entre o circuito sem a disposição de uma bomba adicional ou qualquer tipo de mecanismo móvel. Através do movimento e do comportamento do fluido, foi possível tirar medidas experimentais como a voltagem aplicada, a velocidade local e a diferença de pressão exercida no líquido. O esquema da montagem do circuito encontra-se na figura 27.

Figura 27 - Esquema de montagem do circuito MHD

De acordo com a figura 28, o circuito possui medidas bem modestas: varia de trinta centímetros na sua secção reta a sete centímetros em sua largura, e o volume aproximado de líquido suportado é de 1,5 litros. O circuito foi construído com acrílico, por ser tratar de um material maleável para o corte e por facilitar a visualização do fluido. Este consistia, em princípio, em água do mar, que possui uma boa condutividade devido à presença de diversos sais (de 4,8 a 5 S/m). No entanto, por causa das dificuldades de manutenção e conservação da água do mar, foi utilizada uma solução similar de $NaCl$ e água. Para a preparação do fluido, utilizou-se uma concentração de 120 gramas de sal para 1,5 litros de água pura, resultando em uma resistência de aproximadamente $60\text{ k}\Omega$. Apesar da grande concentração de sal, a solução ainda possuía uma condutividade inferior à da água do mar, que apresenta aproximadamente 38 gramas de sal por kilo de água, mas mostrou-se satisfatória para o experimento.

Figura 28 - Medidas do domínio experimental. Uma régua foi colocada perto para comparação dimensional

O sistema “oval” do circuito foi decidido arbitrariamente por facilitar a recirculação e reutilização da água, mas as dimensões foram escolhidas através de análises computacionais. Notou-se que, para um circuito muito pequeno, com dimensões inferiores a três centímetros, era praticamente impossível visualizar e medir os perfis de velocidade com

precisão. Circuitos com dimensões maiores que as deste trabalho foram também descartadas devido à falta de praticidade, transporte e custo, pois seriam necessárias diversas modificações para se conseguir o mesmo resultado obtido no circuito construído.

Para a construção do domínio eletromagnético, foram necessários um par de ímãs de neodímio **NdFeB** de grade N35, com remanência de 1.21 Tesla e densidade de fluxo magnético de aproximadamente 3000 Gauss (0.3 Tesla), fornecidos pela indústria Magtek, e um conjunto de placas de alumínio para a condução de eletricidade.

Figura 29 - Esquema de configuração do domínio eletromagnético. A parte azul corresponde aos ímãs de neodímio e a parte vermelha aos eletrodos de alumínio

As dimensões dos ímãs eram de 70 mm x 20 mm x 10 mm e dos eletrodos 20 mm x 20 mm x 3 mm. Uma das razões para se escolher o alumínio para os eletrodos deve-se à boa condutividade desse metal (aproximadamente $3,7 \times 10^7 S/m$); a opção pelos ímãs seguiu o mesmo princípio da do acrílico: baixo custo de manutenção, fácil manipulação e excelente desempenho.

Para o funcionamento pleno do sistema, foi necessária a utilização de uma fonte estabilizadora, que gerava uma corrente contínua de 0-30 V, 0-5 Ampère, a qual foi fornecida pela indústria MINIPA, como demonstra a figura 30. A montagem ocorreu a partir do acoplamento dos eletrodos nas saídas da fonte, aplicando-se uma diferença de potencial entre as placas de alumínio; a passagem de corrente por entre o fluido interagiu com o campo magnético dos imãs, gerando a força de Lorentz.

Figura 30 - Fonte estabilizadora MPC-3006D utilizada no experimento

Montados o circuito e o domínio eletromagnético, foi preciso instalar tomadas de pressão, tanto estáticas quanto total para medirem as pressões exercidas no fluido; furos nas laterais do canal de aproximadamente 2,3 mm de diâmetro a 8 cm do domínio eletromagnético foram feitos para possibilitar a instalação das tomadas de pressão estática. Em seguida, uma tomada de pressão total foi instalada juntamente com um paquímetro preso a um suporte, para obter a graduação necessária no experimento, como mostra a figura 27; tal esquema de montagem é conhecido como tubo de Pitot. No caso, o medidor de pressão total foi um tubo de aço inox delgado com diâmetro de aproximadamente 1,5 mm, alinhado com o escoamento do fluido.

Com as medidas da pressão estática nas laterais do circuito e com as da pressão total, diferenças de pressão no sistema foram tiradas com um manômetro diferencial e, assim, foi possível calcular a velocidade local naquele ponto específico, Fox et al (2004):

$$V_{\text{local}} = \left[\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho} \right]^{1/2} \quad (3.1)$$

O manômetro utilizado foi o de modelo DP-Calc, com resolução de 0,1 Pa, fornecido pela indústria TSI. Devido às baixas pressões observadas no experimento, foi necessário fazer uma análise de erros estatísticos, a qual será revelada posteriormente.

Figura 31 - Manômetro utilizado no experimento com resolução de 0.1 Pa

O tubo de Pitot possuía 3 graus de liberdade e podia mover-se nas direções x , y ou z , mas “pontos-chaves” foram nele fixados, permitindo que se movesse em todas as direções, com algumas restrições; além disso, os eletrodos foram fixados nas paredes e ligados à fonte. Uma vez determinados os componentes do experimento e com o sistema ligado, foi possível a análise experimental do comportamento MHD. O objetivo era obter as pressões exercidas no fluido e, conseqüentemente, sua velocidade no circuito, com a alteração das voltagens

aplicadas em diferentes pontos do canal. Para a análise do perfil do fluido, 7 pontos foram escolhidos ao longo do eixo y (0 mm, 5 mm, 15 mm, 35 mm, 45 mm, 60 mm e 70 mm) e 3 pontos ao longo de x (25 mm, 65 mm e 100 mm), como mostram as figuras 32-34.

Figura 32 - Primeiro conjunto de pontos a 25 mm do domínio eletromagnético no plano x - y

Figura 33 - Segundo conjunto de pontos a 65 mm do domínio eletromagnético no plano x - y

Figura 34 - Terceiro conjunto de pontos a 100 mm do domínio eletromagnético no plano x - y

Para o eixo z , apenas um ponto foi escolhido e situado na metade da altura do canal, ou seja, 9 mm. Uma das razões para a escolha de um único ponto refere-se à pequena altura do canal (aproximadamente 19 mm), o que impossibilitaria um arranjo maior de pontos nessa altura e uma análise precisa. Outro fator remete à preferência da análise do perfil de escoamento MHD apenas na direção y do circuito, pois este é bem mais visível do que o perfil em z , que não é possível visualizar. No entanto, algumas medições foram realizadas posteriormente com um número maior de pontos na direção z para efeito de comparação e estudos futuros.

Determinadas as características e o método de medição, o experimento seguiu-se como descrito abaixo:

- a. A solução de água com sal foi colocada no circuito;
- b. Em seguida, verificou-se se os eletrodos estavam conectados à fonte alimentadora;
- c. O domínio eletromagnético foi montado;
- d. Com um termopar, mediu-se a temperatura ambiente;
- e. Ligou-se a fonte em 12 Volts;

- f. Mediu-se a corrente que percorria o fluido;
- g. A força de Lorentz instantaneamente começou a interagir com o fluido, movendo-o pelo circuito e causando uma diferença no gradiente de pressão;
- h. Esperou-se que o fluido atingisse um regime permanente assim como seu equilíbrio magnetohidrodinâmico;
- i. O tubo de Pitot foi alinhado em $z = 9$ mm e em $x = 25$ mm do domínio eletromagnético e, a partir dessa etapa, ocorreu a varredura em y nos sete pontos chave especificados, nos quais as diferenças de pressões estática e dinâmica foram captadas pelo manômetro;
- j. O tubo de Pitot foi alinhado em $z = 9$ mm e em $x = 65$ mm do domínio eletromagnético e o procedimento ocorreu conforme a etapa g;
- k. O tubo de Pitot foi alinhado em $z = 9$ mm e em $x = 100$ mm do domínio eletromagnético e o procedimento ocorreu conforme a etapa g;
- l. A temperatura foi medida novamente;
- m. Esse procedimento foi realizado sete vezes e, depois, foram tiradas as médias aritméticas das medidas.

Realizadas tais etapas, mudou-se a voltagem novamente para 20 Volts e, posteriormente, para 30 Volts. Em seguida, repetiram-se os procedimentos acima.

Obtidos os dados, foi necessário construir tabelas e, a partir delas, gráficos para posteriores estudos. Primeiramente, foram analisados os dados das pressões; como a margem de erro do manômetro era de 0.1 Pa, um tratamento estático dos erros das pressões foi realizado. A velocidade do fluido, por não ser medida no manômetro, porque este possui resolução superior à velocidade tratada, foi calculada a partir do uso da equação (3.1). As tabelas serão apresentadas no próximo capítulo e os dados serão filtrados e postos em gráficos para análise.

Vale ressaltar que os pontos 0 mm e 70 mm não representam efetivamente as bordas da lateral do canal mas, sim, pontos imediatamente próximos, pois deve-se considerar o diâmetro do Pitot, que não era capaz de medir a velocidade nos pontos exatos da lateral das paredes; logo, os gráficos e tabelas apresentados com os pontos 0 mm e 70 mm, na verdade, são pontos bem próximos (1,5 mm e 68,5 mm). O motivo para inserir 0 mm e 70 mm em vez dos pontos originais deve-se simplesmente a questões didáticas e visuais.

3.1.2 Modelagem computacional e análise numérica

Outro método alternativo e elegante de análise e comparação de dados experimentais ou fenomenológicos é conhecido como método numérico ou computacional e deve ser usado sempre que possível. Esta poderosa ferramenta lança mão de várias técnicas de soluções aproximadas de equações parciais assim como integrais. Também conhecido como método dos elementos finitos, esse método apresenta resultados satisfatórios dos fenômenos estudados, quando nestes são inseridos corretamente as condições iniciais e de contorno. Diferentemente do método experimental, que exige um alto grau de calibração dos equipamentos e até mesmo aparelhagem moderna e sofisticada para apuração precisa de dados, a simulação computacional é capaz de representar tais resultados sem grandes problemas, com uma margem pequena de erro; uma vez determinadas as equações da magnetohidrodinâmica, é possível inseri-las em simulações numéricas. No presente trabalho, foram considerados apenas o domínio eletromagnético e sua secção reta, excluindo-se o restante do circuito. A razão para tal seleção deve-se ao fato de serem analisados apenas os efeitos MHD no domínio eletromagnético, uma vez que esse fenômeno não está presente no restante do circuito.

A geometria estudada pode ser vista na figura 13. A metade do canal ou do domínio eletromagnético foi definida como ponto zero; sendo assim, os pontos referentes ao lado direito do domínio eletromagnético são, por exemplo, $x = 25 \text{ mm}$, $x = 65 \text{ mm}$ e $x = 100 \text{ mm}$. O canal retangular possui as mesmas dimensões do circuito real e está preenchido com água do mar, na simulação a água salgada possui condutividade aproximada de $\sigma = 5 \text{ S/m}$ e a densidade de $\rho = 1020 \text{ kg/m}^3$. Já os ímãs e os eletrodos foram inseridos de acordo com configurações do circuito real e das especificações dos fornecedores. O campo magnético é não uniforme e é gerado pelos ímãs na direção $B_z = 0,3 \text{ T}$, perpendicular ao canal que está situado no plano (x - y) (em $z = 0$). O campo elétrico DC é aplicado externamente através dos eletrodos de alumínio, que possuem condutividade de $\sigma = 3,7 \times 10^7 \text{ S/m}$, também perpendicular ao comprimento do canal. Uma esfera de ar foi gerada com o intuito de representar o ambiente externo do MHD, com condutividade elétrica da ordem de 10^{-15} S/m . As condições de todo o subdomínio eletromagnético, assim como as de contorno empregadas na simulação, encontram-se na tabela abaixo.

Tabela 1 - Condições do subdomínio para um circuito MHD 3D retangular

Tipo de Equação	Condições do Subdomínio
Eletromagnética	<p>Domínio Elétrico:</p> <p>Eletrodos: $\sigma = 3,7 \times 10^7 \text{ S/m}$</p> <p>Fluido: $\sigma = 5 \text{ S/m}$</p> <p>Ar: $\sigma = 10^{-15} \text{ S/m}$</p>
Fluido Dinâmica	<p>Densidade do Fluido: 1020 kg/m^3</p> <p>Viscosidade Dinâmica do fluido: $1 \times 10^{-3} \text{ kg/m.s}$</p> <p>Força de Lorentz (x): $J_y B_z - J_z B_y \left(\text{N/m}^3 \right)$</p> <p>Força de Lorentz (y): $J_z B_x - J_x B_z \left(\text{N/m}^3 \right)$</p> <p>Força de Lorentz (z): $J_x B_y - J_y B_x \left(\text{N/m}^3 \right)$</p>

Tabela 2 - Condições de contorno para um circuito MHD 3D retangular

Tipo de Equação	Condições do Subdomínio
Eletromagnética	<p>Domínio Elétrico:</p> <p>Eletrodos:</p> <p>$\phi(x ; 0,08 ; z) = V (+) \quad 0,13 < x < 0,15 ; 0 < z < 0,02$</p> <p>$\phi(x ; -0,01 ; z) = V (-) \quad 0,13 < x < 0,15 ; 0 < z < 0,02$</p> <p>Demais subdomínios isolados eletricamente</p> <p>Domínio Magnético:</p> <p>Imãs:</p> <p>$B(x ; y ; 0,03) = B_z (+) \quad 0,13 < x < 0,15 ; 0 < y < 0,07$</p> <p>$B(x ; y ; -0,13) = B_z (-) \quad 0,13 < x < 0,15 ; 0 < y < 0,07$</p> <p>Demais subdomínios isolados magneticamente</p>
Fluido Dinâmica	<p>$U(x ; 0 ; z) = 0$ (no-slip), $U(x ; y ; 0) = 0$ (no-slip)</p> <p>$U(x ; 0,07 ; z) = 0$ (no-slip), $U(x ; y ; 0,02) = 0$ (no-slip)</p> <p>Inlet: $U(x, y, z) = 2U_{media} s1(1-s1)s2(1-s2) \quad 0 < y < 0,07 ; 0 < z < 0,02$</p> <p>Outlet: $P(0,3 ; y ; z) = 0 ; 0 < y < 0,07 ; 0 < z < 0,02$</p>

As condições da velocidade de entrada (*inlet*) foram baseadas nas velocidades experimentais, onde se inseriu um perfil aproximado que representasse velocidades maiores na borda externa do canal e menores no seu interior. Adotou-se a condição de não deslizamento das paredes (*no slip*), uma vez que as paredes não se movem com o fluido.

Por ser tratar de um problema complexo, que envolve duas áreas de estudo (eletromagnetismo e fluidodinâmica), um método iterativo de aproximação foi adotado na simulação. Primeiramente, as equações do eletromagnetismo, de modo mais preciso as de indução magnética $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \frac{1}{\sigma \mu} \nabla^2 \mathbf{B}$ e a lei de Gauss (equação 2.14), foram resolvidas, descobrindo-se, assim, a densidade de fluxo magnético $\mathbf{B}$. Em seguida, essa solução foi guardada e as equações de Poisson $\nabla^2 \mathbf{V} = \nabla \cdot [\mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A})]$ foram solucionadas, com a utilização da definição de vetor potencial e a lei de Ohm (equação 2.1), obtendo-se o potencial elétrico $\mathbf{V}$, a densidade de corrente $\mathbf{J}$ e o campo elétrico $\mathbf{E}$. Na primeira etapa da simulação, o produto vetorial $\mathbf{u} \times \mathbf{B}$ foi zero, pois o fluido estava parado; logo, a força de Lorentz foi calculada apenas para $\mathbf{F} = \sigma \mathbf{E} \times \mathbf{B}$. Essa mesma força foi, então, aplicada à segunda etapa da simulação, nas equações de Navier-Stokes, para se descobrir, assim, a velocidade $\mathbf{u}$ do fluido. Uma vez descoberta tal velocidade, passou-se para a terceira etapa, durante a qual a velocidade foi reavaliada nas equações do eletromagnetismo, obtendo-se, desta vez, $\mathbf{u} \times \mathbf{B}$ diferente de zero, assim como a força de Lorentz, que resultou em $\mathbf{F} = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}$. Por fim, a nova força de Lorentz foi inserida novamente nas equações de Navier-Stokes e chegou-se ao fim do ciclo.

Nesse estudo, a simulação MHD 3D baseada no método dos elementos finitos foi realizada com a utilização do pacote COMSOL Multiphysics®; o número de elementos utilizados para malha ficou entre 130.000 e 200.000, o que gerou em torno de 700.000 e 1.000.000 de graus de liberdade. Cabe ressaltar que cada simulação foi executada em um Processador Quad Core com 8 Gb de Ram, com duração aproximada de 2 horas; no total, o tempo de realização do experimento foi de aproximadamente 5 a 6 horas.

3.1.3 Método Analítico

Partindo da equação de movimento e das forças eletromagnéticas, podem-se fazer comparações analíticas interessantes e obter uma “prévia” de quanto ou quão as grandezas tratadas na solução analítica aproximam-se dos dados computacionais e experimentais. Essa análise traz segurança ao experimento e permite que o pesquisador faça ajustes mesmo antes de construir seu projeto.

Por exemplo, pode-se obter uma estimativa da velocidade do fluido utilizando-se a equação de movimento (2.75). Desconsiderando o termo viscoso e outros termos devido ao seu baixo valor e adotando algumas condições e aproximações chega-se a:

$$(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \frac{\sigma \mathbf{E} \times \mathbf{B}}{\rho} \quad (3.2)$$

ou

$$\frac{u^2}{L_c} = \frac{\sigma}{\rho} \nabla V \times \mathbf{B} \quad (3.3)$$

obtendo,

$$u = \sqrt{\frac{\sigma L_c \Delta V \times \mathbf{B}}{\rho L_g}} \approx 10^{-1} \text{ m/s} \quad (3.4)$$

E as grandezas tratadas:

$\sigma \cong 10^0 \text{ S/m}$	Condutividade do fluido
$L_c = 3 \times 10^{-1} \text{ m}$	Comprimento do canal
$L_g = 0,7 \times 10^{-1} \text{ m}$	Largura do canal
$\Delta V = 30 \text{ V/m}$	Voltagem máxima aplicada
$\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$	Densidade do fluido

$\mathbf{B} = 0.3 \text{ T}$	Campo magnético
------------------------------	-----------------

A equação (3.4) fornece uma grandeza de aproximadamente $10^{-1} m/s$, portanto dentro da margem de operação dos experimentos. Note que as equações e os dados obtidos são apenas estimativas e curiosidades, e não devem ser criteriosamente analisadas.

Aproveitando as análises podemos calcular também a razão que existe entre os termos de aceleração e desaceleração, presentes na Lei de Ohm (2.59):

$$\left| \frac{\sigma \mathbf{E} \times \mathbf{B}}{\sigma (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}} \right| \cong 10^3 \quad (3.5)$$

essa relação, assim como a descrita a seguir, está presente também no trabalho de Missiato (1998), provando que os termos de aceleração referentes as voltagens aplicadas e ao campo externo superam em muito os termos de indução. Podemos comparar também os termos da força eletromagnética com a força de inércia do fluido, a partir da equação de movimento:

$$\left| \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{B}}{\rho (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}} \right| = \left| \frac{\sigma \frac{\nabla V}{L_g} \times \mathbf{B}}{\rho \frac{u^2}{L_c}} \right| = 10^1 \quad (3.6)$$

mostrando que as forças de Lorentz superam as forças de inércia e relacionando o custo benefício de um sistema MHD. Partindo da potência que um sistema MHD pode oferecer, encontramos o rendimento do dispositivo:

$$\eta_r = \frac{\mathbf{F} \times \mathbf{u}}{U.I} = \frac{\sigma \frac{\nabla V}{L_g} \times \mathbf{B} \times \mathbf{u}}{U.I} \cong 10^{-1} \quad (3.7)$$

Ou seja o sistema MHD possui um rendimento η_r inferior a 1.

Capítulo 4

RESULTADOS

4.1 Resultados experimentais

Nesta seção, serão discutidos e apresentados todos os dados referentes ao experimento realizado em laboratório. As medidas das pressões captadas e das velocidades calculadas são tratadas de modo estatístico, facilitando a visualização, e os dados e gráficos são inseridos e traçados para posterior análise. Para simplificar a análise, as tabelas e figuras foram divididas de acordo com o seguinte código de cores:

- Laranja, para experimentos realizados com uma voltagem de 12 volts;
- Azul, para experimentos realizados com uma voltagem de 20 volts;
- Vermelho, para experimentos realizados com uma voltagem de 30 volts.

4.1.1 Médias das pressões e velocidades

Aqui, serão analisados e discutidos todos os dados obtidos experimentalmente, como a pressão e a velocidade. As médias de todas as medidas tiradas foram inseridas nas tabelas apresentadas a seguir; a partir dessa etapa, gráficos demonstrativos serão traçados para visualização e análise.

Vale ressaltar que os dados aqui apresentados não sofreram tratamentos estatísticos, como desvios-padrões, e são avaliados apenas por seus valores médios.

Tabela 3 - Medidas das pressões e suas médias para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Medições (Pa)							Médias
	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	
0	2,9	3	2,8	2,9	3,5	3,6	3,3	3,1429
5	1,6	1,5	1,3	2,9	2,5	2,7	2,6	2,1571
15	3	2,9	2,7	3,4	3,2	2,2	2,4	2,8286
35	0,5	2,6	0,3	2	0,1	2,1	1,6	1,3143
45	0,2	0,7	2,8	2,7	2,6	2,5	2,2	1,9571
60	2,6	2,7	2,4	4,3	4	3,1	3	3,1571
70	3,8	3,6	4,5	4,2	3,7	4,1	3,3	3,8857

Figura 35 - Gráfico das pressões ao longo da largura do canal (perfil em y) para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 25 mm do domínio eletromagnético

As figuras 35 e 36 mostram uma curva de tendências interessante. Os valores de pressão e de velocidade parecem ser maiores na borda do canal e este tende a diminuir quando o Pitot é direcionado para o centro. Além disso, percebe-se que os picos de pressão e de velocidade caem drasticamente no meio do canal (35mm). Nas figuras, a pressão e a velocidade atingem seus valores máximos nos extremos do canal (aproximadamente 4,5 Pa e 0,095 m/s respectivamente) e seus valores mínimos no meio do canal (aproximadamente 0,1 Pa e 0,015 m/s) - uma queda de 98 % para a pressão e 85 % para a velocidade.

Tabela 4 - Medidas das velocidades e suas médias para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Medições (m/s)							Médias
	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	
0	0,0754	0,0767	0,0741	0,0754	0,0828	0,0840	0,0804	0,0784
5	0,0560	0,0542	0,0505	0,0754	0,0700	0,0728	0,0714	0,0643
15	0,0767	0,0754	0,0728	0,0816	0,0792	0,0657	0,0686	0,0743
35	0,0313	0,0714	0,0243	0,0626	0,0140	0,0642	0,0560	0,0463
45	0,0198	0,0370	0,0741	0,0728	0,0714	0,0700	0,0657	0,0587
60	0,0714	0,0728	0,0686	0,0918	0,0886	0,0780	0,0767	0,0783
70	0,0863	0,0840	0,0939	0,0907	0,0852	0,0897	0,0804	0,0872

Figura 36 - Gráfico das velocidades ao longo da largura do canal (perfil em y) para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 25 mm do domínio eletromagnético

Tabela 5 - Medidas das pressões e suas médias para o perfil em y localizado a 65 mm do domínio eletromagnético para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Medições (Pa)							Médias
	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	
0	2,4	2,8	4,6	4,4	4,3	3,7	4,6	3,8286
5	2,4	2,2	1,9	2,2	1,5	1,6	1,7	1,9286
15	2,3	2,1	2	1,5	1,7	2,2	1,8	1,9429
35	3	0,7	1,1	1,2	2,1	1,1	2,1	1,6143
45	1,7	1,6	3	2,9	0,7	0,5	1,6	1,7143
60	2,3	2,9	2,8	2,7	2,3	2,7	2,8	2,6429
70	3,5	3,6	3,8	4	4,1	3,9	3,5	3,7714

Figura 37 - Gráfico das pressões ao longo da largura do canal (perfil em y) para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 65 mm do domínio eletromagnético

As figuras 37 e 38 apontam para o mesmo comportamento observado anteriormente, mas aqui é possível verificar um número menor de “picos” nos gráficos e de regiões drásticas de quedas de pressão e velocidade. Os maiores valores de pressão e de velocidade analisados encontram-se novamente nas bordas (4,1 Pa e 0,09 m/s) e seus valores mínimos em aproximadamente 45 mm (0,5 Pa e 0,03 m/s, respectivamente) - uma queda de aproximadamente 88% para a pressão e 66% para a velocidade.

Tabela 6 - Medidas das velocidades e suas médias para o perfil em y localizado a 65 mm do domínio eletromagnético para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Medições (m/s)							Médias
	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	
0	0,0686	0,0741	0,0950	0,0929	0,0918	0,0852	0,0950	0,0861
5	0,0686	0,0657	0,0610	0,0657	0,0542	0,0560	0,0577	0,0613
15	0,0672	0,0642	0,0626	0,0542	0,0577	0,0657	0,0594	0,0616
35	0,0767	0,0370	0,0464	0,0485	0,0642	0,0464	0,0642	0,0548
45	0,0577	0,0560	0,0767	0,0754	0,0370	0,0313	0,0560	0,0557
60	0,0672	0,0754	0,0741	0,0728	0,0672	0,0728	0,0741	0,0719
70	0,0828	0,0840	0,0863	0,0886	0,0897	0,0874	0,0828	0,0859

Figura 38 - Gráfico das velocidades ao longo da largura do canal (perfil em y) para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 65 mm do domínio eletromagnético

Tabela 7 - Medidas das pressões e suas médias para o perfil em y localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Medições (Pa)							Médias
	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	
0	3,4	3,3	3,5	3	2,9	3,6	3	3,2429
5	0,8	1,2	1,1	1,5	1,2	0,9	0,8	1,0714
15	2,1	1,7	2	1,1	0,8	0,9	1,3	1,4143
35	0,1	0	2	0,4	1	2	1,8	1,0429
45	1,1	1,5	1,1	2	2,3	2,6	1,8	1,7714
60	1	1,5	1,8	1,7	1,6	0,3	2,2	1,4429
70	2,7	3,2	4	3,9	3,2	3	2,6	3,2286

Figura 39 - Gráfico das pressões ao longo da largura do canal (perfil em y) para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 100 mm do domínio eletromagnético

As figuras 39 e 40 seguem com a mesma aparência das demais já observadas para o experimento realizado a 12 volts: aumento da pressão e da velocidade nas bordas (4 Pa e 0,08 m/s aproximadamente) e diminuição no centro do canal (0,008 Pa e 0,0001 m/s). Isso revela uma queda de aproximadamente 99,8 % na pressão e 99,87 % na velocidade.

Tabela 8 - Medidas das velocidades e suas médias para o perfil em y localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Medições (m/s)							Médias
	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	
0	0,0816	0,0804	0,0828	0,0767	0,0754	0,0840	0,0767	0,0797
5	0,0396	0,0485	0,0464	0,0542	0,0485	0,0420	0,0396	0,0456
15	0,0642	0,0577	0,0626	0,0464	0,0396	0,0420	0,0505	0,0519
35	0,0140	0,0000	0,0626	0,0280	0,0443	0,0626	0,0594	0,0740
45	0,0464	0,0542	0,0464	0,0626	0,0672	0,0714	0,0594	0,0656
60	0,0443	0,0542	0,0594	0,0577	0,0560	0,0243	0,0657	0,0517
70	0,0728	0,0792	0,0886	0,0874	0,0792	0,0767	0,0714	0,0793

Figura 40 - Gráfico das velocidades ao longo da largura do canal (perfil em y) para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 100 mm do domínio eletromagnético

Quedas drásticas na pressão e na velocidade, como as observadas principalmente nas figuras 39 e 40, podem estar relacionadas à calibragem dos instrumentos de medida ou a erro do próprio experimentador, o que é muito comum na área experimental.

As figuras 41 a 46 representam o experimento realizado a 20 volts. É possível notar que todas as curvas apresentam linhas mais “suaves” quando comparadas ao experimento realizado a 12 volts: os picos não caem drasticamente, se comparados as curvas de 12 volts, mas a mesma característica de pressões e velocidades maiores nas bordas do canal permanece.

Tabela 9 - Medidas das pressões e suas médias para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Medições (Pa)							Médias
	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	
0	3,6	3,7	4,1	4,2	5,9	6	6,3	0,097
5	2,1	1,8	1,1	6,1	5,9	4,4	4	3,629
15	4,5	4,2	3,4	2,9	3	2,4	5	3,629
35	2,1	3,1	3,2	3	2,5	2	1,1	2,429
45	6,2	6	5,9	5,8	3	3,1	7	5,286
60	3,6	3,3	5	4,4	9,8	7,8	8	5,986
70	9,1	10	8,8	7,8	9	11	12	9,671

Figura 41 - Gráfico das pressões ao longo da largura do canal (perfil em y) para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 25 mm do domínio eletromagnético

Nas figuras 41 e 42, as curvas de tendências permanecem, mantendo-se os perfis maiores nas bordas (12 Pa e 0,15 m/s) e menores no meio (1,1 Pa e 0,05 m/s) - uma queda de 91% e 67%, respectivamente.

Tabela 10 - Medidas das velocidades e suas médias para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Medições (m/s)							Médias
	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	
0	0,0840	0,0852	0,0897	0,0907	0,1076	0,1085	0,1111	0,0967
5	0,0642	0,0594	0,0464	0,1094	0,1076	0,0929	0,0886	0,0812
15	0,0939	0,0907	0,0816	0,0754	0,0767	0,0686	0,0990	0,0837
35	0,0642	0,0780	0,0792	0,0767	0,0700	0,0626	0,0464	0,0682
45	0,1103	0,1085	0,1076	0,1066	0,0767	0,0780	0,1172	0,1007
60	0,0840	0,0804	0,0990	0,0929	0,1386	0,1237	0,1252	0,1063
70	0,1336	0,1400	0,1314	0,1237	0,1328	0,1469	0,1534	0,1374

Figura 42 - Gráfico das velocidades ao longo da largura do canal (perfil em y) para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 65 mm do domínio eletromagnético

Tabela 11 - Medidas das pressões e suas médias para o perfil em y localizado a 65 mm do domínio eletromagnético para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm								
Largura do canal (mm)	Medições (Pa)							Médias
	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	
0	4,8	4,7	4,9	5,7	5,6	5,4	4,9	5,1429
5	0,7	1	0,5	0,8	0,4	0,9	1	0,7571
15	3,3	3,5	3,7	3,6	2,8	2	3	3,1286
35	1,1	2,3	2,1	1,5	1,7	3,9	3,7	2,3286
45	3,2	3,1	2,8	2,9	3	3,1	3,4	3,0714
60	1,6	1,7	1,6	1,8	6,9	6,7	6,5	3,8286
70	9,2	9,6	9,3	8	6	11	7,5	8,6571

Figura 43 - Gráfico das pressões ao longo da largura do canal (perfil em y) para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 65 mm do domínio eletromagnético

As figuras 43 e 44 apresentam novamente o perfil de maior velocidade e pressão nas bordas do canal, mas é possível notar que os valores no meio deste, entre 15 mm e 50 mm, estão ligeiramente maiores se comparados aos gráficos anteriores. Os maiores valores observados nos gráficos (11 Pa e 0.15 m/s), assim como os menores (0.15 Pa e 0,03 m/s), apresentaram uma queda de 99% e 80% quando comparados diretamente.

Tabela 12 - Medidas das velocidades e suas médias para o perfil em y localizado a 65 mm do domínio eletromagnético para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Medições (m/s)							Médias
	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	
0	0,0970	0,0960	0,0980	0,1057	0,1048	0,1029	0,0980	0,1004
5	0,0370	0,0443	0,0313	0,0396	0,0280	0,0420	0,0443	0,0381
15	0,0804	0,0828	0,0852	0,0840	0,0741	0,0626	0,0767	0,0780
35	0,0464	0,0672	0,0642	0,0542	0,0577	0,0874	0,0852	0,0661
45	0,0792	0,0780	0,0741	0,0754	0,0767	0,0780	0,0816	0,0776
60	0,0560	0,0577	0,0560	0,0594	0,1163	0,1146	0,1129	0,0819
70	0,1343	0,1372	0,1350	0,1252	0,1085	0,1469	0,1213	0,1298

Figura 44 - Gráfico das velocidades ao longo da largura do canal (perfil em y) para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 65 mm do domínio eletromagnético

Tabela 13 - Medidas das pressões e suas médias para o perfil em y localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Medições (Pa)							Médias
	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	
0	4	3,8	5,3	5,4	5,2	6,9	5,6	5,1714
5	0,5	0,7	1,1	0,9	1	1	0,3	0,7857
15	2,7	2,5	2,1	2,6	0,1	1	1,6	1,8000
35	1,4	1,9	1,7	1,2	1,3	3,5	4,6	2,2286
45	2,3	2,4	1,7	1,3	3	1,2	1,3	1,8857
60	5,1	5,2	4,6	4,7	5,7	5	4	4,9000
70	6,3	6,2	6,1	7,1	7,3	5	7	6,4286

Figura 45 - Gráfico das pressões ao longo da largura do canal (perfil em y) para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 100 mm do domínio eletromagnético

As figuras 45 e 46 mostram valores máximos de pressão e velocidade de 7,3 Pa e 0,12 m/s, nas regiões extremas, e valores mínimos em $x = 15$ mm de 0,1 Pa e 0,014 m/s, respectivamente - uma queda de 99% na pressão e 88% na velocidade.

Tabela 14 - Medidas das velocidades e suas médias para o perfil em y localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Medições (m/s)							Médias
	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	
0	0,0886	0,0863	0,1019	0,1029	0,1010	0,1163	0,1048	0,1003
5	0,0313	0,0370	0,0464	0,0420	0,0443	0,0443	0,0243	0,0385
15	0,0728	0,0700	0,0642	0,0714	0,0140	0,0443	0,0560	0,0561
35	0,0524	0,0610	0,0577	0,0485	0,0505	0,0828	0,0950	0,0640
45	0,0672	0,0686	0,0577	0,0505	0,0767	0,0485	0,0505	0,0600
60	0,1000	0,1010	0,0950	0,0960	0,1057	0,0990	0,0886	0,0979
70	0,1111	0,1103	0,1094	0,1180	0,1196	0,0990	0,1172	0,1121

Figura 46 - Gráfico das velocidades ao longo da largura do canal (perfil em y) para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 100 mm do domínio eletromagnético

Tabela 15 - Medidas das pressões e suas médias para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Medições (Pa)							Médias
	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	
0	8	7,9	7,8	13	11,3	11	12	10,1429
5	3,3	3,2	3,6	3,1	3	3,1	2	3,0429
15	4,5	4,4	4,1	1,9	2,6	3,1	3,3	3,4143
35	6	6,8	6,7	1,8	1,9	2,4	2,1	3,9571
45	8	8,2	4,8	5	11,6	12,6	13,2	9,0571
60	10,8	10,7	11,2	10,6	11,7	8,1	8,2	10,1857
70	8,5	7,9	10	7	7,1	7,2	12	8,5286

Figura 47 - Gráfico das pressões ao longo da largura do canal (perfil em y) para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 25 mm do domínio eletromagnético

As figuras 47 a 52 relacionam as curvas de pressão e de velocidade para um experimento realizado a 30 volts. Já nas figuras 47 e 48, verifica-se que as pressões e velocidades máximas não se encontram totalmente nas bordas extremas do canal; a partir de 45 mm, seus valores máximos (13,2 Pa e 0,16 m/s) e mínimos em 35 mm (1,8 Pa e 0,6 m/s) podem ser observados.

Tabela 16 - Medidas das velocidades e suas médias para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Medições (m/s)							Médias
	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	
0	0,1252	0,1245	0,1237	0,1597	0,1489	0,1469	0,1534	0,1403
5	0,0804	0,0792	0,0840	0,0780	0,0767	0,0780	0,0626	0,0770
15	0,0939	0,0929	0,0897	0,0610	0,0714	0,0780	0,0804	0,0810
35	0,1085	0,1155	0,1146	0,0594	0,0610	0,0686	0,0642	0,0845
45	0,1252	0,1268	0,0970	0,0990	0,1508	0,1572	0,1609	0,1310
60	0,1455	0,1448	0,1482	0,1442	0,1515	0,1260	0,1268	0,1410
70	0,1291	0,1245	0,1400	0,1172	0,1180	0,1188	0,1534	0,1287

Figura 48 - Gráfico das velocidades ao longo da largura do canal (perfil em y) para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 25 mm do domínio eletromagnético

Tabela 17 - Medidas das pressões e suas médias para o perfil em y localizado a 65 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Medições (Pa)							
	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	Médias
0	6,4	6,2	7,1	9	9,1	9,3	9,2	8,0429
5	5	5,1	5,8	6,1	5,3	6	5,9	5,6000
15	2,6	2,4	4,5	4,4	4,2	4	3	3,5857
35	5,8	5,5	7,5	7	6,1	6,2	7,1	6,4571
45	5,4	5,2	7,1	7,9	8,2	8,3	7,8	7,1286
60	6	5,9	5,7	6,1	5,8	6,2	6,6	6,0429
70	14,6	16	13,8	14,2	15,2	13	12,1	14,1286

Figura 49 - Gráfico das pressões ao longo da largura do canal (perfil em y) para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 65 mm do domínio eletromagnético

Nas figuras 49 e 50, nota-se nitidamente o aumento da pressão e da velocidade nos extremos do canal (16 Pa e 0,18 m/s), principalmente na borda externa (70 mm); em 15 mm, as pressões e velocidades atingem seu valor mínimo (2,4 Pa e 0,06 m/s). Comparando-se seus valores máximos e mínimos, verifica-se uma queda de aproximadamente 85% e 67%.

Tabela 18 - Medidas das velocidades e suas médias para o perfil em y localizado a 65 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Medições (m/s)							Médias
	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	
0	0,1120	0,1103	0,1180	0,1328	0,1336	0,1350	0,1343	0,1251
5	0,0990	0,1000	0,1066	0,1094	0,1019	0,1085	0,1076	0,1047
15	0,0714	0,0686	0,0939	0,0929	0,0907	0,0886	0,0767	0,0833
35	0,1066	0,1038	0,1213	0,1172	0,1094	0,1103	0,1180	0,1124
45	0,1029	0,1010	0,1180	0,1245	0,1268	0,1276	0,1237	0,1178
60	0,1085	0,1076	0,1057	0,1094	0,1066	0,1103	0,1138	0,1088
70	0,1692	0,1771	0,1645	0,1669	0,1726	0,1597	0,1540	0,1663

Figura 50 - Gráfico das velocidades ao longo da largura do canal (perfil em y) para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 65 mm do domínio eletromagnético

Tabela 19 - Medidas das pressões e suas médias para o perfil em y localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Medições (Pa)							Médias
	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	
0	4,3	5,4	4,2	7,3	7,4	11,3	6,1	6,5714
5	3,9	3,8	5,8	5,6	6	6,1	7	5,4571
15	3,4	3,2	3,1	2,9	2,7	3	1,1	2,7714
35	2,8	2,6	2,5	3	2,7	4,6	3,8	3,1429
45	7,2	7,1	8,1	8,2	5,5	5,6	8	7,1000
60	10,9	10,4	8	12,1	10,8	11	10,2	10,4857
70	8,4	8,7	9,1	8,9	8,8	8,7	10,5	9,0143

Figura 51 - Gráfico das pressões ao longo da largura do canal (perfil em y) para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 100 mm do domínio eletromagnético

As figuras 51 e 52 apresentam seus valores máximos de pressão e de velocidade a 60 mm do canal (12,1 Pa e 0,154 m/s), e, novamente, a 15 mm, seus valores mínimos (1,1 Pa e 0,05 m/s) - uma queda de 90% e 67%, respectivamente.

Tabela 20 - Medidas das velocidades e suas médias para o perfil em y localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Medições (m/s)							Médias
	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	
0	0,0918	0,1029	0,0907	0,1196	0,1205	0,1489	0,1094	0,1120
5	0,0874	0,0863	0,1066	0,1048	0,1085	0,1094	0,1172	0,1029
15	0,0816	0,0792	0,0780	0,0754	0,0728	0,0767	0,0464	0,0729
35	0,0741	0,0714	0,0700	0,0767	0,0728	0,0950	0,0863	0,0780
45	0,1188	0,1180	0,1260	0,1268	0,1038	0,1048	0,1252	0,1176
60	0,1462	0,1428	0,1252	0,1540	0,1455	0,1469	0,1414	0,1432
70	0,1283	0,1306	0,1336	0,1321	0,1314	0,1306	0,1435	0,1329

Figura 52 - Gráfico das velocidades ao longo da largura do canal (perfil em y) para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm a 100 mm do domínio eletromagnético

Analisando-se os gráficos acima, percebe-se que tanto as pressões quanto as velocidades do fluido sofrem um aumento nas bordas do circuito com relação ao restante do canal; em uma das extremidades, a velocidade é ligeiramente maior, devido à própria geometria do circuito. A parte externa (70 mm) possui um raio maior que a parte interna (0 mm), o que acarreta tal diferença de velocidade.

Pode-se notar que a região (perfil y) apresenta um comportamento tendencioso e este se acentua mais com o aumento da voltagem de 12 Volts para 30 Volts. Na maioria dos gráficos, a região de baixa pressão aumenta entre os pontos de 20 mm a 45 mm e verificam-se também os baixos valores da velocidade para 12 Volts, indicando que esse seria o limite de funcionamento do MHD. Em voltagens menores que essa, o experimento não funcionaria satisfatoriamente.

4.1.2 Tratamento estatístico e desvio padrão das médias das pressões e velocidades

Para uma abordagem estatística, foi tirada uma média das medidas das pressões e velocidades e traçados novamente gráficos referentes às duas grandezas. Após os dados da pressão terem sido colhidos e a velocidade do fluido calculada, obtiveram-se os valores estimados dos erros das medidas e da unidade empregada, pois perturbações simples como variação de pressão, de temperatura, erro de medição do aparelho ou do próprio experimentador causam uma alteração nos valores obtidos. Com uma regra como essa é possível determinar um “range” de valores nos quais a medida real pode estar situada. Segue abaixo a regra com os valores calculados nas tabelas:

$$\langle x \rangle = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots x_n}{n} = \sum_1^n x_i \quad (4.1)$$

onde $\langle x \rangle$ é o valor médio das medidas e se aproxima tanto mais do valor verdadeiro da grandeza quanto maior for o número de medidas.

Quando a sensibilidade do método ou dos aparelhos utilizados é pequena, se comparada à magnitude dos erros aleatórios, pode ocorrer que a repetição da medida apresente sempre o mesmo resultado; nesse caso, o valor médio coincide com o valor medido. De acordo com a teoria dos erros de Gauss, que supõe que esses sejam produzidos por causas aleatórias, é tomada como a melhor estimativa do erro o chamado desvio quadrático médio, definido por:

$$\Delta x = \sqrt{\frac{\sum_1^n (x_i - \langle x \rangle)^2}{(n-1)}} \quad (4.2)$$

Logo, o resultado dos dados é apresentado da seguinte forma:

$$\langle x \rangle \pm \Delta x \quad (4.3)$$

Como o manômetro utilizado possuía uma precisão de 0,1 Pa, foram considerados os desvios quadráticos. O mesmo não ocorreu para a velocidade, pois, como foi citado anteriormente, o aparelho não possuía precisão maior ou equivalente às grandezas tratadas, já que, às vezes, os resultados desejados são funções de grandezas medidas diretamente. Desse modo, para o cálculo da velocidade e seus desvios-padrões, foi considerada a equação da velocidade local dependente das diferenças de pressão de estagnação e estática, bem como sua total:

$$V_{local} = \left[\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho} \right]^{1/2} \quad (4.4)$$

onde $P_1 - P_2 = P$

Logo,

$$V_{local} = \left[\frac{2P}{\rho} \right]^{1/2} \quad (4.5)$$

Para a pressão e seu desvio-padrão, obteve-se:

$$\langle P \rangle \pm \Delta P \quad (4.6)$$

onde $\langle P \rangle$ são as médias das pressões dinâmicas e ΔP , seu desvio-padrão, obtido diretamente pela precisão do manômetro.

Como a velocidade é uma medida indireta, é necessário utilizar a equação 4.5 e calcular seu desvio-padrão:

$$\Delta V_{local} = \frac{1}{2} \left[\frac{2\Delta P}{\rho} \right]^{1/2} \frac{1}{1020} \quad (4.7)$$

Assim,

$$\langle V_{local} \rangle \pm \Delta V_{local} \quad (4.8)$$

onde $\langle V_{local} \rangle$ é a média das velocidades e ΔV_{local} seu desvio-padrão.

Filtrando-se os dados citados acima, é possível construir os seguintes gráficos e tabelas com suas médias:

Tabela 21 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Média das pressões e seus desvios (Pa)		
0	3,1	±	0,3
5	2,2	±	0,7
15	2,8	±	0,4
35	1,3	±	1,0
45	2,0	±	1,1
60	3,2	±	0,7
70	3,9	±	0,4

Figura 53 - Gráfico das pressões médias e desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 12 Volts e $z = 9$ mm a 25 mm do domínio eletromagnético

Tabela 22 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Média das velocidades e seus desvios		
	(m/s)		
0	0,0780	±	0,0404
5	0,0657	±	0,0265
15	0,0741	±	0,0350
35	0,0505	±	0,0221
45	0,0626	±	0,0211
60	0,0792	±	0,0265
70	0,0874	±	0,0350

Figura 54 - Gráfico das velocidades médias e seus desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 12 Volts e Pitot em $z = 9$ mm a 25 mm do domínio eletromagnético

As figuras 53 e 54 representam as pressões e velocidades médias calculadas para o experimento realizado em 12 volts. É possível perceber que seus valores máximos de pressão e velocidades (3,9 Pa e 0,08 m/s) localizam-se nas extremidades do canal, e seus mínimos (1,3 Pa e 0,05 m/s) em 35 mm, e que os picos de oscilação são muito próximos uns dos outros, devido à vorticidade gerada no domínio eletromagnético. Comparando-se os valores máximos da pressão e da velocidade na extremidade com os valores mínimos no meio do canal, verifica-se uma queda de 60% na pressão e de 40% na velocidade.

Tabela 23 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 65 mm do domínio eletromagnético para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Média das pressões e seus desvios (Pa)		
0	3,8	±	0,9
5	1,9	±	0,3
15	1,9	±	0,3
35	1,6	±	0,8
45	1,7	±	1,0
60	2,6	±	0,2
70	3,8	±	0,2

Figura 55 - Gráfico das pressões médias e desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 12 Volts e $z = 9$ mm a 65 mm do domínio eletromagnético

Tabela 24 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 65 mm do domínio eletromagnético para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Média das velocidades e seus desvios		
	(m/s)		
0	0,0863	±	0,0420
5	0,0610	±	0,0243
15	0,0610	±	0,0243
35	0,0560	±	0,0396
45	0,0577	±	0,0443
60	0,0714	±	0,0198
70	0,0863	±	0,0198

Figura 56 - Gráfico das velocidades médias e seus desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 12 Volts e Pitot em $z = 9$ mm a 65 mm do domínio eletromagnético

As figuras 55 e 56 apresentam uma tendência de curvas mais suaves quando comparadas às figuras 53 e 54, isto é, pode-se notar certa uniformidade entre os intervalos de 15mm a 45mm. Também se vê claramente os valores máximos (3,8 Pa e 0,086 m/s) e seus mínimos (1,6 Pa e 0,05 m/s) nas extremidades do canal; a queda de pressão e de velocidades gira em torno de 58% e 42%, respectivamente.

Tabela 25 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Média das pressões e seus desvios (Pa)		
0	3,2	±	0,3
5	1,1	±	0,3
15	1,4	±	0,5
35	1,0	±	0,9
45	1,8	±	0,6
60	1,4	±	0,6
70	3,2	±	0,5

Figura 57 - Gráfico das pressões médias e desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 12 Volts e $z = 9$ mm a 100 mm do domínio eletromagnético

Tabela 26 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Média das velocidades e seus desvios (m/s)		
0	0,0792	$\pm$	0,0243
5	0,0464	$\pm$	0,0243
15	0,0524	$\pm$	0,0313
35	0,0443	$\pm$	0,0420
45	0,0594	$\pm$	0,0343
60	0,0524	$\pm$	0,0343
70	0,0792	$\pm$	0,0313

Figura 58 - Gráfico das velocidades médias e seus desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 12 Volts e Pitot em $z = 9$ mm a 100 mm do domínio eletromagnético

Assim como as figuras 55 e 56, as figuras 57 e 58 apresentam as mesmas curvas de pressão e velocidade, sendo seus valores máximos de 3,2 Pa e 0,08 m/s e seus mínimos de 1,01 Pa e 0,04 - uma queda de 68% e 50%, respectivamente.

Tabela 27 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Média das pressões e seus desvios (Pa)		
0	4,8	±	1,2
5	3,6	±	2,0
15	3,6	±	1,0
35	2,4	±	0,8
45	5,3	±	1,6
60	6,0	±	2,5
70	9,7	±	1,4

Figura 59 - Gráfico das pressões médias e desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 20 Volts e $z = 9$ mm a 25 mm do domínio eletromagnético

Tabela 28 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Média das velocidades e seus desvios (m/s)		
0	0,0973	±	0,0482
5	0,0843	±	0,0627
15	0,0843	±	0,0432
35	0,0690	±	0,0385
45	0,1018	±	0,0556
60	0,1083	±	0,0704
70	0,1377	±	0,0530

Figura 60 - Gráfico das velocidades médias e seus desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 20 Volts e Pitot em $z = 9$ mm a 25 mm do domínio eletromagnético

Tabela 29 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 65 mm do domínio eletromagnético para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Média das pressões e seus desvios (Pa)		
0	5,1	±	0,4
5	0,8	±	0,2
15	3,1	±	0,6
35	2,3	±	1,1
45	3,1	±	0,2
60	3,8	±	2,7
70	8,7	±	1,6

Figura 61 - Gráfico das pressões médias e desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 20 Volts e $z = 9$ mm a 65 mm do domínio eletromagnético

Tabela 30 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 65 mm do domínio eletromagnético para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Média das velocidades e seus desvios (m/s)		
0	0,1004	±	0,0284
5	0,0385	±	0,0216
15	0,0783	±	0,0341
35	0,0676	±	0,0460
45	0,0776	±	0,0197
60	0,0866	±	0,0726
70	0,1303	±	0,0565

Figura 62 - Gráfico das velocidades médias e seus desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 20 Volts e Pitot em $z = 9$ mm a 65 mm do domínio eletromagnético

Tabela 31 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Média das pressões e seus desvios (Pa)		
0	5,2	±	1,0
5	0,8	±	0,3
15	1,8	±	1,0
35	2,2	±	1,3
45	1,9	±	0,7
60	4,9	±	0,5
70	6,4	±	0,8

Figura 63 - Gráfico das pressões médias e desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 20 Volts e $z = 9$ mm a 100 mm do domínio eletromagnético

Tabela 32 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Média das velocidades e seus desvios		
	(m/s)		
0	0,1007	±	0,0452
5	0,0393	±	0,0241
15	0,0594	±	0,0435
35	0,0661	±	0,0506
45	0,0608	±	0,0368
60	0,0980	±	0,0324
70	0,1123	±	0,0394

Figura 64 - Gráfico das velocidades médias e seus desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 20 Volts e Pitot em $z = 9$ mm a 100 mm do domínio eletromagnético

As figuras 59 a 64 apresentam curvas similares ao experimento realizado a 12 volts, com a diferença de que possuem valores de pressão e velocidades maiores devido à voltagem. Para $x = 25$ mm, observou-se uma queda de pressão e de velocidade em torno de 75% e 50%, respectivamente; para $x = 65$ mm, constatou-se uma queda de aproximadamente 91% e 71%; e para $x = 100$ mm, uma diferença de 87% na pressão e 65% na velocidade.

Tabela 33 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Média das pressões e seus desvios (Pa)		
0	10,1	±	2,2
5	3,0	±	0,5
15	3,4	±	1,0
35	4,0	±	2,4
45	9,1	±	3,5
60	10,2	±	1,4
70	8,5	±	1,9

Figura 65 - Gráfico das pressões médias e desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 30 Volts e $z = 9$ mm a 25 mm do domínio eletromagnético

Tabela 34 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Média das velocidades e seus desvios (m/s)		
0	0,1407	±	0,0657
5	0,0767	±	0,0313
15	0,0816	±	0,0443
35	0,0886	±	0,0686
45	0,1336	±	0,0828
60	0,1414	±	0,0524
70	0,1291	±	0,0610

Figura 66 - Gráfico das velocidades médias e seus desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 30 Volts e Pitot em $z = 9$ mm a 25 mm do domínio eletromagnético

As figuras 65 e 66 mostram que os valores máximos de pressão e de velocidade não ocorrem obrigatoriamente nas extremidades, mas em regiões próximas. Em $x = 60$ mm, é possível notar esse fenômeno. As diferenças de pressão e de velocidade giram em torno de 70% e 46% respectivamente, entre seus valores máximos e mínimos.

Tabela 35 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 65 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Média das pressões e seus desvios (Pa)		
0	8,0	±	1,4
5	5,6	±	0,5
15	3,6	±	0,9
35	6,5	±	0,7
45	7,1	±	1,3
60	6,0	±	0,3
70	14,1	±	1,3

Figura 67 - Gráfico das pressões médias e desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 30 Volts e $z = 9$ mm a 65 mm do domínio eletromagnético

Tabela 36 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 65 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Média das velocidades e seus desvios (m/s)		
0	0,1252	±	0,0524
5	0,1048	±	0,0313
15	0,0840	±	0,0420
35	0,1129	±	0,0370
45	0,1180	±	0,0505
60	0,1085	±	0,0243
70	0,1663	±	0,0505

Figura 68 - Gráfico das velocidades médias e seus desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 30 Volts e Pitot em $z = 9$ mm a 65 mm do domínio eletromagnético

As figuras 67 e 68 apresentam perfis similares aos dos demais gráficos analisados, com uma diferença de 74% e 49% nas pressões e velocidades máximas e mínimas, respectivamente.

Tabela 37 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Média das pressões e seus desvios (Pa)		
0	6,6	±	2,4
5	5,5	±	1,2
15	2,8	±	0,8
35	3,1	±	0,8
45	7,1	±	1,1
60	10,5	±	1,3
70	9,0	±	0,7

Figura 69 - Gráfico das pressões médias e desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 30 Volts e $z = 9$ mm a 100 mm do domínio eletromagnético

Tabela 38 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em y localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Média das velocidades e seus desvios (m/s)		
0	0,1138	±	0,0686
5	0,1038	±	0,0485
15	0,0741	±	0,0396
35	0,0780	±	0,0396
45	0,1180	±	0,0464
60	0,1435	±	0,0505
70	0,1328	±	0,0370

Figura 70 - Gráfico das velocidades médias e seus desvios-padrões ao longo da largura y do canal para 30 Volts e Pitot em $z = 9$ mm a 100 mm do domínio eletromagnético

As figuras 71 e 76 evidenciam os mesmos perfis das figuras 65 e 66, apresentando seus valores máximos em $x = 60$ mm do canal. A diferença aqui entre seus máximos e mínimos é de aproximadamente 74% e 50%, respectivamente. Para melhor visualização, foram traçados gráficos comparativos das pressões e velocidades em função da posição do Pitot e também das voltagens, sem os desvios-padrões e sem os polinômios aproximados.

Figura 71 - Gráfico das pressões médias e da largura y do canal para 12 Volts em função das três posições do Pitot

As figuras 71 e 72 revelam uma diferença de valores da pressão e da velocidade ao variar a distância do Pitot entre $x = 25$ mm e $x = 100$ mm. Para $x = 25$ mm, situado próximo ao domínio eletromagnético, ocorre uma queda de pressão a 35 mm do canal. Os valores para $x = 25$ mm e $x = 65$ mm são ligeiramente diferentes.

Figura 72 - Gráfico das velocidades médias e da largura y do canal para 12 Volts em função das três posições do Pitot

Figura 73 - Gráfico das pressões médias e da largura y do canal para 20 Volts em função das três posições do Pitot

Figura 74 - Gráfico das velocidades médias e da largura y do canal para 20 Volts em função das três posições do Pitot

Figura 75 - Gráfico das pressões médias e da largura y do canal para 30 Volts em função das três posições do Pitot

Figura 76 - Gráfico das velocidades médias e da largura y do canal para 30 Volts em função das três posições do Pitot

As figuras 73 a 76 apresentam comportamentos similares, com uma variação ligeira de seus valores em 70 mm (largura do canal).

Figura 77 - Gráfico das pressões médias e da largura y do canal para Pitot em $x=25$ mm em função das três voltagens

Figura 78 - Gráfico das velocidades médias e da largura y do canal para Pitot em $x=25$ mm em função das três voltagens

Figura 79 - Gráfico das pressões médias e da largura y do canal para Pitot em $x=65$ mm em função das três voltagens

Figura 80 - Gráfico das velocidades médias e da largura y do canal para Pitot em $x=65$ mm em função das três voltagens

Figura 81 - Gráfico das pressões médias e da largura y do canal para Pitot em $x= 100$ mm em função das três voltagens

Figura 82 - Gráfico das velocidades médias e da largura y do canal para Pitot em $x= 100$ mm em função das três voltagens

As figuras 77-82 mostram graficamente a mudança de pressão e de velocidade ao variar a tensão entre 12 volts e 30 volts. É possível notar claramente um aumento desses valores nas extremidades do canal.

Em linhas gerais, ao se observar todos os gráficos, percebe-se uma tendência de curvas. Tomando-se as médias dos dados, observou-se que, assim como os valores anteriores das medidas, os perfis de pressões e, conseqüentemente, de velocidades, apresentam valores ligeiramente maiores nas bordas do canal em comparação ao meio do circuito, o qual tende a apresentar valores inferiores à medida que o Pitot é direcionado para o centro do canal. Nota-se também que, ao situar o Pitot próximo à região do domínio eletromagnético (25 mm), as curvas possuem uma maior “ondulação”, fenômeno de difícil medição e que sugere que a região é dominada por vorticidades.

Ao situar o Pitot a uma distância superior ao domínio eletromagnético, os valores de pressão e de velocidade continuam maiores nas bordas; no entanto, o número de ondulações ou picos diminui em comparação ao Pitot situado próximo ao domínio eletromagnético, o que sugere uma região de “wall jet”. Descobriu-se também outro fato interessante: as curvas dos perfis de pressão e de velocidade aparentemente seguem um polinômio de sexto grau, cuja equação foi delimitada nos gráficos 53-70.

Nas figuras 77-82, pode-se notar a variação da pressão e da velocidade no canal em função da voltagem aplicada. Comparando-se os experimentos realizados a 12 Volts com os de 30 Volts, percebe-se um grande aumento nas grandezas analisadas. No gráfico 77, por exemplo, houve um aumento médio da pressão em mais de 3 vezes no meio do canal ($y = 35$ mm), ao passo que nas laterais ($x = 0$ mm) ocorreu um aumento médio em torno de 3,3 vezes. Na figura 79, um aumento médio de 4,3 vezes é observado no meio do canal ($y = 35$ mm), assim como nas laterais (3,8 vezes).

4.1.3 Temperatura, voltagem aplicada e número de Reynolds

Para acréscimo de dados, medidas das correntes e temperaturas foram computadas para as três voltagens aplicadas no circuito MHD, com seus respectivos erros e desvios-padrões (vale lembrar que a temperatura ambiente na qual o experimento foi realizado girou

em torno de 24 °C e 25 °C). De posse das velocidades médias locais no canal, da viscosidade dinâmica da água salgada e das medidas do circuito, foi possível traçar os perfis ao longo do eixo em função do número de Reynolds, utilizando-se a equação 2.80.

Tabela 39 - Corrente e temperatura final do experimento em função da voltagem aplicada

Voltagem Aplicada (V)	Corrente (A)	Temperatura (°C)
12 ± 0,1	1,4 ± 0,2	28,3 ± 0.1
20 ± 0,1	2,4 ± 0,3	33,1 ± 0.1
30 ± 0,1	3,1 ± 0,4	46,7 ± 0.1

Figura 83 - Gráfico da corrente em função da voltagem aplicada

Figura 84 - Gráfico da temperatura em função da voltagem aplicada

Da análise das figuras 83 e 84, referentes respectivamente à corrente e à temperatura em função da voltagem aplicada, foi possível notar que, apesar de dispor de apenas três pontos, estes tendem a aumentar com a tensão. De fato, o comportamento do fluido com relação às tensões aplicadas é similar a de um resistor, e as temperaturas aumentam gradativamente devido ao campo elétrico aplicado, que gera uma força eletrotérmica no fluido.

Tabela 40 - Número de Reynolds para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm	
Largura do canal (mm)	Número de Reynolds (adimensional)
0	715,71
5	602,93
15	680,20
35	463,48
45	574,87
60	727,16
70	802,77

Tabela 41 - Número de Reynolds para o perfil em y localizado a 65 mm do domínio eletromagnético para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Número de Reynolds (adimensional)
0	792,41
5	560,32
15	560,32
35	514,18
45	530,01
60	655,46
70	792,41

Tabela 42 - Número de Reynolds para o perfil em y localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 12 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Número de Reynolds (adimensional)
0	727,16
5	426,34
15	480,97
35	406,50
45	545,37
60	480,97
70	727,16

Figura 85 - Reynolds ao longo da largura do canal determinado pela posição do Pitot em $x = 25$ mm, $x = 65$ mm e $x = 100$ mm para 12 Volts

Tabela 43 - Número de Reynolds para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Número de Reynolds (adimensional)
0	893,24
5	774,33
15	774,33
35	633,48
45	934,56
60	994,52
70	1264,16

Tabela 44 - Número de Reynolds para o perfil em y localizado a 65 mm do domínio eletromagnético para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Número de Reynolds (adimensional)
0	921,85
5	353,71
15	719,00
35	620,30
45	712,41
60	795,38
70	1196,04

Tabela 45 - Número de Reynolds para o perfil em y localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 20 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Número de Reynolds (adimensional)
0	924,41
5	360,32
15	545,37
35	606,84
45	558,21
60	899,82
70	1030,66

Figura 86 - Reynolds ao longo da largura do canal determinado pela posição do Pitot em $x = 25$ mm, $x = 65$ mm e $x = 100$ mm para 20 Volts

Tabela 46 - Número de Reynolds para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Número de Reynolds (adimensional)
0	1291,87
5	704,07
15	749,54
35	812,99
45	1226,25
60	1298,25
70	1185,13

Tabela 47 - Número de Reynolds para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Número de Reynolds (adimensional)
0	1149,75
5	961,95
15	771,27
35	1036,37
45	1083,15
60	995,71
70	1526,40

Tabela 48 - Número de Reynolds para o perfil em y localizado a 25 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em profundidade $z = 9$ mm

Largura do canal (mm)	Número de Reynolds (adimensional)
0	1044,31
5	953,3205
15	680,2
35	715,7122
45	1083,145
60	1317,202
70	1219,492

Figura 87 - Reynolds ao longo da largura do canal determinado pela posição do Pitot em $x = 25$ mm, $x = 65$ mm e $x = 100$ mm para 30 Volts

Como era de se esperar, o perfil que define o número de Reynolds ao longo da largura do canal é similar ao de velocidades, salvo algumas constantes, como se observa nas figuras 85 a 87. O próprio número de Reynolds também é alto: varia entre 350 no seu valor mínimo e 1500 em seu valor máximo.

Baseado nas especificações fornecidas pelos fabricantes dos ímãs, na dimensão do circuito e nas características do fluido e das velocidades médias, pode-se estimar um valor médio aproximado do seu número de Hartmann, seu parâmetro de interação no domínio eletromagnético e seu Reynolds magnético, utilizando-se as equações (2.81), (2.82) e (2.83). Como o fluido é de baixa condutividade (em torno de 4 S/m a 4,8 S/m), a velocidade média para uma voltagem de 30 volts gira em torno de 0,08 e 0,1 m/s, e a densidade do fluxo magnético dos ímãs está em torno de 3000 gauss, é possível estimar tais grandezas MHD. Logo, conclui-se que o parâmetro de interação é bem menor que 1 ($N \ll 1$), tornando-o menos importante no experimento, uma vez que tal parâmetro é relevante apenas em condições onde $|\mathbf{J}| \sim \sigma u B$ - isso não ocorre aqui. O número de Hartmann também é baixo, já que tal constante depende da condutividade do fluido analisado. Do mesmo modo, o número de Reynolds magnético é pequeno e inferior a 1, indicando que a relação entre a advecção e a difusão do campo magnético é baixa. Em outras palavras, isso sugere que os campos magnéticos induzidos no fluido são irrelevantes quando comparados aos campos magnéticos impostos externamente pelos ímãs, não afetando o desempenho do circuito MHD.

4.1.4 Tratamento estatístico e desvio padrão das médias de pressões e velocidades para o eixo z

Como mencionado anteriormente, o objetivo principal deste trabalho no que tange à parte experimental era obter um perfil de velocidades ao longo da largura do canal, mantendo o Pitot fixo em z e variando os demais parâmetros x e y , e a partir disso estudar uma curva de tendências que acompanhasse o fenômeno MHD. No entanto, medições de pressão e velocidades foram analisadas também com o Pitot variando em todos os parâmetros x , y e z para 30 Volts.

Novamente, esses dados aqui apresentados não são de interesse imediato do autor, mas são apresentados a título de curiosidade e podem servir para futuros experimentos na área. Para evitar repetições, os dados foram tratados diretamente com seus desvios-padrões e médias, seguidos pelos seus respectivos gráficos.

Tabela 49 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 5$ mm

Altura do canal (mm)	Média das pressões e seus desvios (Pa)		
1	2,0	±	0,4
7	2,9	±	0,7
13	3,0	±	0,7

Figura 88 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 5$ mm

As figuras 88 e 89 mostram um aumento de pressão e velocidade à medida que o Pitot é direcionado para a parte superior do canal.

Tabela 50 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 5$ mm

Altura do canal (mm)	Média das velocidades e seus desvios		
	(m/s)		
1	0,063	±	0,028
7	0,075	±	0,037
13	0,077	±	0,037

Figura 89 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 5$ mm

Tabela 51 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 15$ mm

Altura do canal (mm)	Média das pressões e seus desvios (Pa)		
1	5,3	±	0,5
7	2	±	0,3
13	5,9	±	1,3

Figura 90 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 15$ mm

Tabela 52 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 15$ mm

Altura do canal (mm)	Média das velocidades e seus desvios		
	(m/s)		
1	0,102	±	0,031
7	0,063	±	0,024
13	0,108	±	0,050

As figuras 90 e 91 revelam valores diferentes daqueles dos gráficos 88 e 89. Aqui, os valores de pressão e de velocidade parecem aumentar nas extremidades do canal, isto é, na parte inferior e superior.

Figura 91 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 15$ mm

Tabela 53 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 35$ mm

Altura do canal (mm)	Média das pressões e seus desvios (Pa)		
1	1,8	±	0,4
7	3,6	±	1,8
13	6,2	±	1,7

Figura 92 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 35$ mm

Tabela 54 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 35$ mm

Altura do canal (mm)	Média das velocidades e seus desvios		
	(m/s)		
1	0,059	±	0,028
7	0,084	±	0,059
13	0,110	±	0,058

As figuras 92 e 93 mostram um aumento de valores à medida que o Pitot atinge a parte superior do canal. Nota-se que, no fundo do canal ($z = 1$ mm), a velocidade é menor.

Figura 93 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 35$ mm

Tabela 55 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 45$ mm

Altura do canal (mm)	Média das pressões e seus desvios		
	(Pa)		
1	8,2	±	0,8
7	12,4	±	1,9
13	4,9	±	0,2

Figura 94 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 45$ mm

Tabela 56 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 45$ mm

Altura do canal (mm)	Média das velocidades e seus desvios		
	(m/s)		
1	0,127	±	0,040
7	0,156	±	0,061
13	0,098	±	0,020

As figuras 94 e 95 apresentam um aumento de pressão e de velocidade no meio do canal ($z = 7$ mm) quando estas são comparadas às suas partes superior e inferior.

Figura 95 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 45$ mm

Tabela 57 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 60$ mm

Altura do canal (mm)	Média das pressões e seus desvios		
	(Pa)		
1	11,3	±	1,0
7	13,2	±	0,9
13	4,9	±	0,2

Figura 96 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 60$ mm

Tabela 58 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 60$ mm

Altura do canal (mm)	Média das velocidades e seus desvios		
	(m/s)		
1	0,149	±	0,044
7	0,161	±	0,042
13	0,098	±	0,020

As figuras 96 e 97 apresentam as mesmas características das figuras 96 e 97, demonstrando que são mantidas as pressões e as velocidades maiores na metade da altura do canal.

Figura 97 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 60$ mm

Tabela 59 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 70$ mm

Altura do canal (mm)	Média das pressões e seus desvios		
	(Pa)		
1	13,9	±	1,6
7	7,0	±	0,4
13	8,4	±	1,9

Figura 98 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 70$ mm

Tabela 60 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 70$ mm

Altura do canal (mm)	Média das velocidades e seus desvios		
	(m/s)		
1	0,165	±	0,056
7	0,117	±	0,028
13	0,128	±	0,061

As figuras 98 e 99 apresentam as mesmas características das figuras 90 e 91, isto é, revelam o aumento dos valores de pressão e de velocidade nas partes extremas do canal.

Figura 99 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 25$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 70$ mm

Tabela 61 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 5$ mm

Altura do canal (mm)	Média das pressões e seus desvios (Pa)		
1	8,6	±	1,0
7	6,1	±	0,6
13	2,8	±	0,2

Figura 100 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 5$ mm

Tabela 62 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 5$ mm

Altura do canal (mm)	Média das velocidades e seus desvios		
	(m/s)		
1	0,130	±	0,044
7	0,109	±	0,034
13	0,074	±	0,020

Figura 101 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 5$ mm

Tabela 63 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 15$ mm

Altura do canal (mm)	Média das pressões e seus desvios		
	(Pa)		
1	-1,4	±	0,1
7	0,3	±	0,5
13	-1,6	±	0,2

Figura 102 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 15$ mm

Tabela 64 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 15$ mm

Altura do canal (mm)	Média das velocidades e seus desvios (m/s)			
1	Imaginário	±	0,014	
7	0,024	±	0,031	
13	Imaginário	±	0,020	

As figuras 102 e 103 revelam um comportamento diferente do procedimento apresentado nas demais. Pode-se verificar que, na figura 102, as bordas do canal apresentam valores negativos para a pressão e um valor aproximado de 0,2 Pa no meio túnel ($z = 7$ mm). Como a velocidade é uma medida indireta e depende da equação da velocidade local, esses valores obtidos são imaginários e, por isso, foram descartados. Uma das razões para esse comportamento anômalo pode estar associado aos erros de medição ou do próprio instrumento.

Figura 103 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 15$ mm

Tabela 65 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 35$ mm

Altura do canal (mm)	Média das pressões e seus desvios (Pa)		
1	1,2	±	0,6
7	2,6	±	0,6
13	3,0	±	0,8

Figura 104 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 35$ mm

Tabela 66 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 35$ mm

Altura do canal (mm)	Média das velocidades e seus desvios		
	(m/s)		
1	0,049	±	0,034
7	0,071	±	0,034
13	0,077	±	0,040

Figura 105 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 35$ mm

Tabela 67 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 45$ mm

Altura do canal (mm)	Média das pressões e seus desvios (Pa)		
1	1,2	±	0,5
7	2,8	±	0,5
13	3,7	±	1,0

Figura 106 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 45$ mm

Tabela 68 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 45$ mm

Altura do canal (mm)	Média das velocidades e seus desvios		
	(m/s)		
1	0,049	±	0,031
7	0,074	±	0,031
13	0,085	±	0,044

Figura 107 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 45$ mm

Tabela 69 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 60$ mm

Altura do canal (mm)	Média das pressões e seus desvios (Pa)		
1	4,2	±	0,5
7	6,0	±	0,7
13	7,6	±	1,5

Figura 108 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 60$ mm

Tabela 70 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 60$ mm

Altura do canal (mm)	Média das velocidades e seus desvios		
	(m/s)		
1	0,091	±	0,031
7	0,108	±	0,037
13	0,122	±	0,054

As figuras 104 a 109 apresentam comportamentos similares, com valores maiores na metade da altura do canal e valores menores nas partes inferiores e superiores do canal.

Figura 109 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 60$ mm

Tabela 71 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 70$ mm

Altura do canal (mm)	Média das pressões e seus desvios (Pa)		
1	2,6	±	0,5
7	7,6	±	0,3
13	1,4	±	1,3

Figura 110 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 70$ mm

Tabela 72 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 70$ mm

Altura do canal (mm)	Média das velocidades e seus desvios		
	(m/s)		
1	0,071	±	0,031
7	0,122	±	0,024
13	0,052	±	0,050

Figura 111 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 65$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 70$ mm

Tabela 73 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 5$ mm

Altura do canal (mm)	Média das pressões e seus desvios (Pa)		
1	3,1	±	0,8
7	3,9	±	0,3
13	4,0	±	0,9

Figura 112 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 5$ mm

Tabela 74 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 5$ mm

Altura do canal (mm)	Média das velocidades e seus desvios		
	(m/s)		
1	0,078	±	0,040
7	0,087	±	0,024
13	0,089	±	0,042

Figura 113 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 5$ mm

Tabela 75 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 15$ mm

Altura do canal (mm)	Média das pressões e seus desvios (Pa)		
1	2,2	±	0,4
7	3,9	±	0,9
13	2,9	±	0,8

Figura 114 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 15$ mm

Tabela 76 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 15$ mm

Altura do canal (mm)	Média das velocidades e seus desvios		
	(m/s)		
1	0,066	±	0,028
7	0,087	±	0,042
13	0,075	±	0,040

Figura 115 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 15$ mm

Tabela 77 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 35$ mm

Altura do canal (mm)	Média das pressões e seus desvios (Pa)		
1	3,7	±	0,5
7	4,9	±	1,0
13	1,2	±	0,3

Figura 116 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 30$ mm

Tabela 78 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a 100 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em y = 35 mm

Altura do canal (mm)	Média das velocidades e seus desvios		
	(m/s)		
1	0,085	±	0,031
7	0,098	±	0,044
13	0,049	±	0,024

Figura 117 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a x = 100 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em y = 35 mm

Tabela 79 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 45$ mm

Altura do canal (mm)	Média das pressões e seus desvios (Pa)		
1	1,2	±	0,5
7	3,5	±	1,4
13	2,6	±	1,0

Figura 118 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 45$ mm

Tabela 80 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 45$ mm

Altura do canal (mm)	Média das velocidades e seus desvios		
	(m/s)		
1	0,049	±	0,031
7	0,083	±	0,052
13	0,071	±	0,044

Figura 119 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 45$ mm

Tabela 81 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 60$ mm				
Altura do canal (mm)		Média das pressões e seus desvios (Pa)		
1		0,7	±	0,3
7		5,8	±	0,5
13		3,9	±	0,7

Figura 120 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 60$ mm

Tabela 82 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 60$ mm

Altura do canal (mm)	Média das velocidades e seus desvios		
	(m/s)		
1	0,037	±	0,024
7	0,107	±	0,031
13	0,087	±	0,037

Figura 121 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 45$ mm

Tabela 83 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 70$ mm

Altura do canal (mm)	Média das pressões e seus desvios (Pa)		
1	6,4	±	0,6
7	6,3	±	1,2
13	4,3	±	1,1

Figura 122 - Medidas das pressões médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a $x = 100$ mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em $y = 70$ mm

Tabela 84 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a x = 100 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em y = 70 mm			
Altura do canal (mm)	Média das velocidades e seus desvios		
	(m/s)		
1	0,112	±	0,034
7	0,111	±	0,049
13	0,092	±	0,046

Figura 123 - Medidas das velocidades médias e seus desvios-padrões para o perfil em z localizado a x = 100 mm do domínio eletromagnético para 30 Volts e Pitot em y = 45 mm

As figuras 110-123 apresentam a mesma característica, isto é, aumento da pressão e da velocidade em $z = 7$ mm (aproximadamente na metade da altura do canal) e diminuição desses valores nas partes superiores e inferiores. Vale ressaltar que nos gráficos 90 e 91 e 98 e 99 acontece algo contrário ao representado nos demais gráficos: os maiores valores de pressão e de velocidades estão localizados nas partes superior e inferior do canal. Uma explicação plausível para esse efeito pode estar relacionado com a proximidade do Pitot na região eletromagnética, dominada pela posição dos eletrodos e dos ímãs. Como previsto pela teoria, e provado no experimento, as forças eletromagnéticas de Lorentz são mais acentuadas nas bordas (laterais internas e externas) e nas extremidades (superior e inferior) do canal.

Uma rápida análise dos perfis em y mostra uma coerência com os perfis medidos em x , os quais atingem satisfatoriamente a margem de erro de velocidades estabelecida para este trabalho; no entanto, é incerto prever algum perfil ou curva de tendências nessa área.

4.2 Resultados computacionais

Os resultados apresentados nessa seção são de origem computacional e reproduziram satisfatoriamente as condições impostas no laboratório. Com o uso dessa ferramenta, foi possível fazer algumas análises interessantes que não puderam ser realizadas experimentalmente. Vale lembrar que a origem do domínio eletromagnético no modelo computacional, ao contrário do experimental (meio do canal $x = 0$ mm) é representado por $x = 0,135$ m. Logo para $x = 25$ mm experimental temos $x = 0,16$ m para o computacional, $x = 65$ mm experimental temos $x = 0,20$ m para o computacional e $x = 100$ mm temos $x = 0,24$ m computacional.

4.2.1 Perfil de velocidades

A partir das simulações, foram traçados gráficos dos perfis de velocidades tanto ao longo da largura do canal quanto do comprimento.

A figura 124 representa vetorialmente o perfil de velocidade do fluido eletrolítico submetido a uma diferença de potencial de 30 volts; nela, é possível notar uma mudança acentuada no perfil ao passar pelo domínio eletromagnético. Mais adiante, próximo à saída do túnel, verifica-se também que o fluido retoma seu perfil original.

Figura 124 - Representação vetorial do perfil de velocidades para 30 Volts

Figura 125 - Gráfico da velocidade ao longo da largura do canal para diferentes posições de x a 12 Volts e $z = 9$ mm

Figura 126 - Gráfico da velocidade ao longo do comprimento do canal para diferentes posições de y a 12 Volts e $z = 9$ mm

Figura 127 - Velocidade ao longo da altura do canal para diferentes posições de y a $x = 0,16$ m do domínio eletromagnético a 12 Volts

Figura 128 - Velocidade ao longo da altura do canal para diferentes posições de y a $x = 0,20$ m do domínio eletromagnético a 12 Volts

Figura 129 - Velocidade ao longo da altura do canal para diferentes posições de y a $x = 0,24$ m do domínio eletromagnético a 12 Volts

Figura 130 - Gráfico da velocidade ao longo da largura do canal para diferentes posições de x a 20 Volts e $z = 9$ mm

Figura 131 - Gráfico da velocidade ao longo do comprimento do canal para diferentes posições de y a 20 Volts e $z = 9$ mm

Figura 132 - Velocidade ao longo da altura do canal para diferentes posições de y a $x = 0,16$ m do domínio eletromagnético a 20 Volts

Figura 133 - Velocidade ao longo da altura do canal para diferentes posições de y a $x = 0,20$ m do domínio eletromagnético a 20 Volts

Figura 134 - Velocidade ao longo da altura do canal para diferentes posições de y a $x = 0,24$ m do domínio eletromagnético a 20 Volts

As figuras 125-142 representam os perfis de velocidade do fluido em diversas posições do canal para uma tensão aplicada de 12 Volts, 20 Volts e 30 Volts. Dentre tais figuras, a 125, a 130 e a 135 relacionam os perfis de velocidade em função da distância do domínio eletromagnético, com uma variação de tensão entre 12 volts, 20 volts e 30 volts. É possível notar que os perfis de velocidade são ligeiramente maiores em $x = 0,20$ m e menores em $x = 0,135$ m (domínio eletromagnético). Isso sugere uma região de aceleração do fluido e que a velocidade no interior do canal também é ligeiramente menor que a da extremidade do mesmo, devido à geometria do túnel.

Já as figuras 127-129, 132-134 e 137-139 representam o perfil de velocidades ao longo da altura do canal; o perfil característico “M” aparece apenas nas bordas do canal ao passo que, nas demais regiões, prevalece o perfil de escoamento de Poiseuille.

Figura 135 - Gráfico da velocidade ao longo da largura do canal para diferentes posições de x a 30 Volts e $z = 9$ mm

Figura 136 - Gráfico da velocidade ao longo do comprimento do canal para diferentes posições de y a 30 Volts e $z = 9$ mm

Figura 137 - Velocidade ao longo da altura do canal para diferentes posições de y a $x = 0,16$ m do domínio eletromagnético a 30 Volts

Figura 138 - Velocidade ao longo da altura do canal para diferentes posições de y a $x = 0,20$ m do domínio eletromagnético a 30 Volts

Figura 139 - Velocidade ao longo da altura do canal para diferentes posições de y a $x = 0,24$ m do domínio eletromagnético a 30 Volts

Figura 140 - Velocidade ao longo da largura do canal para as três voltagens, $x = 0,16$ m e $z = 9$ mm

Figura 141 - Velocidade ao longo da largura do canal para as três voltagens, $x = 0,20$ m e $z = 9$ mm

Figura 142 - Velocidade ao longo da largura do canal para as três voltagens, $x = 0,24$ m e $z = 9$ mm

É possível verificar nos gráficos 140, 141 e 142 que os perfis de velocidade tendem a aumentar quando há uma variação da voltagem e que ocorre um aumento acentuado da velocidade nas extremidades do canal, em comparação com os valores do meio do canal.

Analisando-se as figuras 126, 131 e 136 também se observam fenômenos interessantes relativos à MHD. É possível perceber que, para velocidades computadas em função do comprimento, ocorre o mesmo efeito que acontece no eixo y : nas bordas do canal, há um aumento da velocidade, que tende a diminuir ao se mover o Pitot para o centro, chegando ao ponto de frear o fluido em certas regiões. Tal fenômeno deve-se à constante atuação da força de Lorentz, que é bem mais significativa nas extremidades do canal, forçando o aumento da velocidade do fluido nas bordas; como o circuito foi construído com acrílico rígido, o mesmo não pode sofrer nenhum tipo de dilatação, mantendo o fluido a uma vazão constante. Ao passar pelo domínio eletromagnético, ocorre uma diferença de pressão nas bordas do canal - um leve aumento provocado pela força de Lorentz. É importante destacar que esse perfil incomum ocorre porque as pressões no meio do canal sofrem uma diminuição para que a vazão seja mantida.

Uma análise dos perfis da velocidade em função da altura do canal foi realizada e revelou um perfil não menos importante que os demais. Ao se analisar os gráficos referentes a esse procedimento, foi possível verificar que os perfis de velocidades mantêm sua curva e sofrem pequenas modificações ao se aproximar das bordas do canal, novamente devido às forças eletromagnéticas ali presentes, os quais podem ser comparados com os trabalhos de Daoud e Kandev (2008).

4.2.2 Forças eletromagnéticas

Uma das principais forças responsáveis pela propulsão do fluido, as forças eletromagnéticas ou forças de Lorentz, também foram tratadas computacionalmente. Aqui, são analisadas as forças presentes no ponto “zero” do domínio eletromagnético, ou seja, no meio do canal e em seu comprimento.

Figura 143 - Força de Lorentz ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de y em $z = 9$ mm e 12 Volts

Figura 144 - Força de Lorentz ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de y em $z = 9$ mm e 20 Volts

Figura 145 - Força de Lorentz ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de y em $z = 9$ mm e 30 Volts

Figura 146 - Força de Lorentz ao longo da largura do canal em $x = 0,135$ m (meio do domínio eletromagnético) e $z = 9$ mm para as três voltagens

Figura 147 - Representação vetorial das forças de Lorentz em perspectiva para 30 Volts no domínio eletromagnético

Figura 148 - Representação vetorial das forças de Lorentz no plano x - y para 30 Volts no domínio eletromagnético

A partir da análise das figuras 143-145, percebe-se que a força de Lorentz é local, ou seja, tem seu maior valor apenas no domínio eletromagnético ($x = 0,135$ m), e que ela é uma força eletromagnética volumétrica, dependendo do volume do canal envolvido pelos ímãs e eletrodos. Na figura 146, a força de Lorentz é mais acentuada nas bordas do canal e diminui gradativamente ao chegar em seu meio.

Um aumento na voltagem causa um acréscimo significativo da força eletromagnética, como previsto na teoria, e, apesar do baixo valor da força de Lorentz, esta foi capaz de impulsionar o fluido satisfatoriamente. As figuras 147 e 148 mostram vetorialmente as forças de Lorentz no canal.

4.2.3 Densidade de corrente e fluxo magnético

Figura 149 - Densidade de fluxo magnético ao longo da largura do canal para $x = 0,135$ m (meio do domínio eletromagnético) e $x = 0,12$ m e $x = 0,16$ m

Figura 150 - Densidade de fluxo magnético ao longo do comprimento do canal para diferentes posições de y

É fácil verificar que, nas figuras 149 e 150, o campo magnético tem maior intensidade no domínio eletromagnético e este diminui drasticamente ao se afastar do meio do canal; no domínio eletromagnético, a densidade de fluxo magnético está em torno de 0,21 T a 0,3 T, de acordo com as especificações fornecidas no ímã pela indústria Magtek.

Figura 151 - Linhas de campo atravessando o circuito no plano z - y

A figura 151 mostra as linhas de campo magnéticas presentes entre os ímãs e o canal retangular, as quais são mais intensas na região do domínio eletromagnético.

Figura 152 - Densidade total de corrente ao longo do comprimento do canal para diferentes posições de y e 12 Volts

Figura 153 - Densidade total de corrente ao longo do comprimento do canal para diferentes posições de y e 20 Volts

Figura 154 - Densidade total de corrente ao longo do comprimento do canal para diferentes posições de y e 30 Volts

As figuras 152-154 mostram a densidade de corrente ao longo do comprimento do canal para as três voltagens aplicadas. Assim como a força de Lorentz, a densidade de corrente é maior entre a região dos eletrodos, como era de se esperar, e seu valor cresce com o aumento da tensão aplicada entre os eletrodos.

A densidade de corrente está relacionada à condutividade do fluido e da tensão aplicada no sistema. Para se obter valores maiores, seria necessário aumentar a condutividade do fluido, trocar os eletrodos ou aumentar a tensão aplicada.

A figura 155 mostra as linhas de corrente percorrendo o circuito entre os eletrodos. As linhas em vermelho apresentam as linhas de corrente teóricas, caso o fluido fosse perfeitamente condutor e o campo elétrico não diminuísse sua intensidade com a distância; já as linhas azuis são vetores que representam a densidade de corrente efetiva no sistema. Verifica-se que a voltagem aplicada devido à fonte alimentadora causa um fluxo de elétrons do pólo positivo para o negativo.

Figura 155 - Linhas de correntes presentes entre os eletrodos

4.3 Comparações de dados experimentais e computacionais

Para corroborar os resultados obtidos experimentalmente com os computacionais, julgou-se necessário analisar alguns dados importantes nas duas áreas. Como a maior parte dos dados experimentais refere-se aos perfis de pressão e consequentemente de velocidade, e as suas variações em função das voltagens, gráficos das duas linhas de pesquisa foram comparados.

Os perfis de velocidades analisados foram os mesmos do experimental, $z = 9 \text{ mm}$ e $x = 25 \text{ mm}$ (0,16 m computacional), 65 mm (0,20 m computacional) e 100 mm (0,24 m computacional). Novamente, a “Pressão (Pa)” representada nos gráficos refere-se não à pressão absoluta, mas sim, à pressão dinâmica, ou seja, a diferença da pressão total e da estática, medidas no manômetro.

Figura 156 - Comparação das pressões teóricas e experimentais ao longo da largura do canal para as três voltagens a $x = 25$ mm

Figura 157 - Comparação das velocidades teóricas e experimentais ao longo da largura do canal para as três voltagens a $x = 25$ mm

Figura 158 - Comparação das pressões teóricas e experimentais ao longo da largura do canal para as três voltagens e $x = 65$ mm

Figura 159 - Comparação das velocidades teóricas e experimentais ao longo da largura do canal para as três voltagens e $x = 65$ mm

Figura 160 - Comparação das pressões teóricas e experimentais ao longo da largura do canal para as três voltagens a $x = 100$ mm

Figura 161 - Comparação das velocidades teóricas e experimentais ao longo da largura do canal para as três voltagens a $x = 100$ mm

Na figura 156, os dados da pressão computacional e da experimental, para 30 e 20 Volts, sofrem um desvio considerável na borda inferior e no meio do canal quando comparados diretamente. Isso se deve principalmente à proximidade do domínio eletromagnético, onde as forças de Lorentz são mais presentes - a turbulência gerada nessa área dificulta uma medição mais precisa. Já o gráfico 157 mostra a velocidade teórica calculada a partir do manômetro, mostrando, assim como na figura 156, discrepâncias com relação a valores absolutos. É possível perceber, porém, uma curva de tendências que indica uma diminuição no meio do canal e uma aceleração em suas bordas.

As figuras 158 e 159 apresentam a repetição do fenômeno das discrepâncias nas bordas e no meio do canal e mostram novamente uma curva de tendências, apontando para uma aceleração nas bordas e uma ligeira queda de velocidade no meio do canal. Para uma tensão de 12 e 20 Volts, respectivamente, há uma diminuição da discrepância entre os valores experimentais e teóricos devido à baixa influência do domínio eletromagnético e da turbulência nessa região do canal, sendo possível fazer medições mais precisas. Já nas figuras 160 e 161, os valores experimentais e teóricos se aproximam mais, novamente, devido à distância do domínio eletromagnético e da região de turbulência.

É possível perceber que, em todas as figuras, existem barras de erro para os valores experimentais, que servem para estabelecer um intervalo no qual as medidas poderiam se situar. A barra de erros aumenta ao calcular a velocidade. Isso é coerente porque a velocidade aqui tratada é uma medida indireta, ou seja, calculada teoricamente a partir de um valor experimental. Assim, o erro do equipamento, no caso do manômetro, deve entrar nas equações da velocidade como parte do erro.

Considerando-se que as pressões e as velocidades tratadas são da ordem de 10^{-2} m/s e 1 Pascal, respectivamente, e que o experimento esteve sujeito a diversos erros como imprecisão dos equipamentos, variação de temperatura e pressão, vibrações locais, desgaste dos eletrodos (o que prejudica gradativamente a pressão medida do fluido), má condutividade do fluido ou das placas de alumínio e erros do próprio experimentador, ainda é possível obter velocidades e curvas de tendências satisfatórias. Outro fato curioso a ser observado nas comparações computacionais é que estas apresentam perfis de velocidade ligeiramente inferiores ao do experimento em certas regiões, que se devem às condições impostas pelo autor, para tentar representar ao máximo as condições reais do experimento. Funções

logarítmicas adotadas nas paredes para representar o atrito real e as condições “inlet” de entrada, baseadas nas entradas reais do experimento, foram responsáveis por tais perfis.

Vale lembrar que, ao se analisar as figuras 156-161, não se deve fazer uma análise crítica quanto aos valores absolutos obtidos, pois tais valores podem mudar ligeira ou drasticamente, dependendo das configurações iniciais experimentais ou computacionais; um equipamento com maior calibração, um novo túnel isento de imperfeições, temperatura adequada ou uma simulação com maior número de malhas podem mudar os valores absolutos dos dados. No entanto, é importante destacar que os dados aqui obtidos e apresentados pelos gráficos anteriores mostram uma curva de tendências que, independentemente dos valores absolutos, entram em concordância com diversos experimentos MHD existentes. É fácil notar nas figuras uma curva de tendências, revelando que a pressão e a velocidade tendem a aumentar nas bordas e a diminuir no meio do canal.

Para facilitar a visualização do perfil de velocidades do fluido no túnel retangular, a figura 162, referente ao experimento realizado em 30 Volts, foi comparada diretamente com a figura 163, relativa à simulação computacional. Percebeu-se que os perfis de escoamento são similares e apresentam novamente uma velocidade maior nas bordas e uma diminuição no meio do canal.

Figura 162 - Perfil experimental de velocidades na região do domínio eletromagnético para 30 Volts

Figura 163 - Perfil computacional de velocidades na região do domínio eletromagnético para 30 Volts

Capítulo 5

COMENTÁRIOS E CONCLUSÃO

5.1 Trabalhos futuros

O propósito da construção do túnel MHD, assim como a metodologia empregada e os dados obtidos nesse experimento foram explicitados e detalhados nos capítulos anteriores. Por se tratar de uma área complexa e diversificada, no entanto, muitos fenômenos presentes nesse experimento não foram citados nem analisados pelo autor, pois seria impossível explicá-los em um único trabalho ou dissertação.

Nesta pesquisa, o objetivo era basicamente demonstrar a funcionalidade do sistema e obter perfis de curvas que pudessem ser visíveis em outros dispositivos MHD. Para facilitar um estudo nessa área ou até mesmo no túnel utilizado, alguns questionamentos e constatações que poderão ser feitos em uma futura experiência são citados abaixo:

- Os efeitos dos eletrodos no escoamento do fluido, quando submetidos a tensões diferentes;
- De que forma o efeito da eletrólise no escoamento pode interferir na condutividade do fluido;
- O formato e o material em que o eletrodo deve ser confeccionado para permitir o máximo de desempenho do sistema;
- De que maneira os instrumentos de medição utilizados, como o manômetro ou as tomadas de pressão estática e total, podem ser aperfeiçoados de forma a se obter resultados mais precisos;
- A construção de um túnel de água maior, utilizando-se outro tipo de material, diferente do acrílico;

- Futuros experimentos com modelos miniaturizados dentro do túnel, visando o comportamento e reação dos mesmos perante as forças eletromagnéticas;
- O efeito Joule causado pelo aumento de temperatura no circuito devido às tensões aplicadas e de que forma ele interfere na condutividade ou escoamento do fluido.

Como foi analisado no capítulo 2, o gerador de energia pode tornar-se um dispositivo eficiente quando utilizado em grandes represas ou quando o eletrólito é um grande condutor. Neste trabalho, o túnel MHD refere-se ao experimento e, por possuir dimensões muito pequenas, baixa condutividade e campos magnéticos pequenos não serve como um gerador de energia; no entanto, o autor demonstra, a seguir que, mesmo conduzindo correntes extremamente pequenas, o referido túnel poderá servir futuramente para geração de energia.

Para a simulação, considerou-se um caso hipotético: suponha que após o sistema atingir o equilíbrio MHD, desligou-se a fonte e deixou o fluido se mover no circuito sem nenhuma força de Lorentz presente. A velocidade com que o fluido chegou ao domínio eletromagnético é baixa, mas suficiente para gerar algum tipo de corrente, com a condição “inlet” imposta de 0.04 m/s.

Figura 164 - Perfil de velocidades para o MHD desligado. Velocidade “inlet” de 0.04 m/s

Ao examinar a figura 164, é possível perceber que a velocidade no canal não sofre nenhuma mudança. Isto é claro, pois o sistema MHD está desligado e as forças de Lorentz presentes são resultantes apenas dos campos magnéticos dos ímãs e das correntes de indução do fluido; como são pequenas se comparadas às forças de Lorentz originárias das correntes

externas aplicadas por uma fonte, elas não alteram de forma drástica os perfis de velocidade. Os campos magnéticos induzidos interagem com os campos magnéticos dos ímãs e, consequentemente, com a densidade de corrente induzida pelo fluido, por se tratar de um eletrólito. Logo, tem-se uma força de Lorentz que atua contra o gradiente de velocidades do fluido, o chamado “brake flow”. Tal fenômeno é utilizado na apuração de metais líquidos ou em outros tipos de eletrólitos com alta condutividade elétrica e é explicado claramente no trabalho de Votyakov e Zienicke (2007).

Como foi dito anteriormente, essa força é extremamente fraca e causa pequena alteração no fluido; tal dispositivo de geração de energia tem sido amplamente estudado em diversas áreas do conhecimento, ressaltando-se a própria MHD. É importante destacar que a simulação aqui tratada refere-se a um possível trabalho para qualquer ingressante na referida área.

Figura 165 - Corrente induzida no circuito pela velocidade do fluido

A figura 165 mostra como as linhas de corrente se comportam no circuito quando ele está no modo de gerador de energia. Ao contrário do modo de propulsão, que necessita de uma corrente externa aplicada diretamente aos eletrodos, aquele sistema possui apenas linhas de corrente induzidas do próprio fluido. Aqui, a densidade de corrente gira em torno de 10^{-5} S/m, um valor baixo para o gerador de energia.

Outro efeito observado no experimento refere-se à vorticidade. Analisando-se os dados obtidos, é possível notar que, próximo ao domínio eletromagnético, as medições de pressão e velocidade tornam-se difíceis de captar.

Figura 166 - Sequência de fotos do escoamento ao ligar o sistema MHD

Outro indício de vórtices é visto quando o MHD é ligado. A figura 166 revela uma sequência de eventos; ao simular o efeito MHD quando se liga o sistema (figura 167), obtém-se um perfil similar ao experimento. É evidente que tal fenômeno deve ser estudado mais detalhadamente, procurando-se obter as razões para a formação de vórtices na região eletromagnética e verificar se a mesma pode ser aplicada em diferentes dispositivos MHD. Uma sugestão seria medir as pressões locais na região do domínio eletromagnético, após o

ligamento do circuito; provavelmente valores negativos serão revelados devido à formação de vorticidade na região.

Figura 167 - Vórtices gerados ao ligar o sistema MHD. A voltagem aplicada foi de 30 volts

5.2 Conclusões

O propósito do trabalho foi demonstrar as qualidades e potencialidades de um sistema MHD, atingindo basicamente três etapas.

A primeira fase, a da realização do experimento, foi desenvolvida com sucesso e consistiu no desenvolvimento e na criação de um túnel de água salgada MHD, a partir da utilização de um dispositivo ejetor eletromagnético, cuja interação fluidodinâmica-eletromagnetismo atingiu satisfatoriamente as equações de Navier-Stokes e Maxwell. Tal dispositivo foi capaz de “bombear” o fluido eletrolítico sem ajuda de uma bomba convencional ou qualquer parte mecânica móvel, a uma velocidade razoável, mediante a

diferença no gradiente de pressão, mostrando que o circuito poderá servir futuramente para um tipo de propulsão inovadora.

A segunda etapa refere-se à metodologia empregada. A MHD é uma área riquíssima para estudos multidisciplinares, pois envolve diretamente a interação da fluidodinâmica com o eletromagnetismo, áreas fundamentais e de extrema importância nas ciências e nas engenharias. Com esse dispositivo eletromagnético e com o circuito de água, foi possível realizar análises experimentais e teóricas bastante interessantes. Os detalhes e procedimentos do experimento aqui tratado foram explicados com certa riqueza de detalhes, permitindo que outras pessoas o reproduzam futuramente. Nesse sentido, a pesquisa pode servir como uma ferramenta de estudo para alunos de graduação e de pós-graduação ingressantes nessa área.

Por fim, a última etapa do trabalho diz respeito à análise experimental e teórica do fenômeno; assim como o funcionamento do circuito, as análises do efeito MHD sobre o experimento são de extrema importância. Primeiramente, foram feitas diversas medições experimentais no circuito. Com um Pitot e um manômetro diferencial, foram colhidos dados das pressões de estagnação e estática em diversos pontos do canal para três voltagens distintas (12 volts, 20 volts e 30 volts), principalmente no domínio eletromagnético. Feito isso, os dados foram cruzados e, através de cálculo indireto, traçou-se um perfil de velocidades a partir das pressões obtidas em função das voltagens, da altura e da largura do canal.

Dados da corrente também foram colhidos e analisados, assim como a variação da temperatura para cada voltagem aplicada; nesse sentido, é importante salientar que a corrente aplicada interfere diretamente no experimento, seja de forma benéfica ou não. Foi possível perceber um grande aumento de temperatura no fluido ao se variar a tensão e também um grande desgaste nos eletrodos, que culminou com a troca e reposição constante dos mesmos. A eletrólise, presente em muitos experimentos de caráter magnetohidrodinâmico, também teve sua participação no trabalho, embora de forma negativa, pois os desgastes dos eletrodos liberavam resíduos que contaminavam o fluido, prejudicando sua condutividade e interferindo nos instrumentos de medida como o Pitot, por exemplo. Uma das formas de se diminuir tal problema consistiria na utilização de eletrodos confeccionados a ouro ou algum tipo diferente de formato do que foi utilizado no experimento.

Para efeito de validação e comparação, inúmeras simulações numéricas 3D foram feitas, representando condições de escoamento com diferentes voltagens e utilização de

métodos dos elementos finitos. Ainda na simulação, foram calculadas as densidades de fluxo magnético estimadas no canal, sua densidade de corrente e a força eletromagnética de Lorentz produzida.

Vale ressaltar novamente que os dados obtidos experimental e computacionalmente, referentes aos perfis de pressão e velocidade, não são valores absolutos, ou seja, podem mudar constantemente, dependendo das condições de operação ou de contorno do experimento, e não devem ser analisados de forma crítica. Cabe analisar, de fato, as curvas de tendência do experimento, as quais apontam que o canal estudado divide-se em regiões distintas: um domínio de entrada “inlet”, no qual o fluido apresenta o perfil de velocidades conhecido de Poiseuille; um domínio eletromagnético, onde se pode ver uma região de vorticidade; e, por fim, uma região conhecida como “wall jet”, onde o fluido é acelerado pela borda do canal devido às forças de Lorentz. Tais curvas de tendência podem ser analisadas e aplicadas a diversos dispositivos MHD diferentes, e muitas delas podem ser comparadas a trabalhos e publicações dessa área como a de Kande et al(2010) e Patel (2007).

Os dados analisados poderão servir para diversos dispositivos futuros e até mesmo culminar em construção de um túnel de água MHD para testes. Vale ressaltar novamente que os dados de pressão e velocidade obtidos neste trabalho não são valores absolutos; ou seja, a reprodução do experimento, tanto computacional quando experimentalmente poderá trazer ou não dados similares a esses. No entanto, é interessante e importante salientar que os perfis e as curvas de tendência obtidos aqui são reproduzíveis em diversos trabalhos e experimentos MHD existentes, independentemente dos valores absolutos obtidos em cada um.

De fato, a magnetohidrodinâmica é e ainda será por muito tempo uma área bastante interessante e promissora. A pequena divulgação da MHD na comunidade científica brasileira ainda é um empecilho para os pesquisadores dessa área, que enfrentam dificuldades para prosseguir em seus estudos. No entanto, isso vem mudando gradativamente, na medida em que essa tecnologia se mostra viável e factível em diversos países desenvolvidos como Rússia, França, Alemanha, Japão e Estados Unidos.

O domínio do homem sobre os fluidos vem se destacando cada vez mais no dia a dia. Dispositivos de extração de metais, geradores de energia, resfriadores de usinas nucleares, propulsores marítimos e aeroespaciais: tudo mudará futuramente com a aplicação em larga escala da magnetohidrodinâmica.

Capítulo 6

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDERSON, J. D. (1995). *Computational fluid dynamics: the basics with applications*. McGraw-hill, Inc – New York, NY.

ANDREEV, O.; KOLESNIKOV, Yu.; THESS, A. (2006). Experimental study of liquid metal channel flow under the influence of a nonuniform magnetic field. *Physics of Fluids*, v. 18, no. 6.

AOKI, L. P.; GRUPIONI, W. B.; MAUNSELL, M. G. (2010). *Análise do comportamento magnetohidrodinâmico em um fluido eletrolítico*. VI Congresso nacional de engenharia mecânica – Campina Grande, Brasil.

BOISSONNEAU, P.; THIBAUT, J. P. (1999). Experimental analysis of couplings between electrolysis and hydrodynamics in the context of MHD in seawater. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, v. 32, p. 2387-2398.

CHAABANE, R.; BOURAS, A.; NASRALLAH, B. S. (2007). Numerical magneto hydro dynamic flow simulation of velocity and pressure for electrically conducting incompressible fluids. *ABCM*, v. 29, n. 3.

DAOUD, A.; KANDEV, N. (2008). Magneto-Hydrodynamic Numerical Study of DC Electromagnetic Pump for Liquid Metal. *Proceedings of the COMSOL Conference*, Hannover-Germany.

DAVIDSON, P. A. (2001). *An introduction to Magnetohydrodynamics*. Cambridge University Press – New York, NY.

FOX, R. W.; MCDONALD, A. T.; PRITCHARD, P. J. (2004). *Introduction to Fluid Mechanics*. Ed. John Wiley & Sons, Inc, New Jersey, United States.

FRANKE, H. (1967). *Diccionario de física*. Labor – Barcelona, v. 1-2.

HAVERKORT, J. W. (2009). *Magnetohydrodynamics*. Based on “An introduction to magnetohydrodynamics” by P. A. Davidson, p. 2-7.

- HUGHES, M.; PERICLEOUS, K. A.; CROSS, M. (1995). The numerical modelling of DC electromagnetic pump and brake flow. *Appl. Math. Modelling*, v. 19.
- KABBANI, H. S.; MACK, M. J.; JOO, S. W.; QIAN, S. (2008). Analytical prediction of flow field in magnetohydrodynamic-based microfluidic devices. *Journal of Fluids Engineering*, v. 130.
- KANDEV, N.; KAGAN, V.; DAOUD, A. (2010). Electromagnetic DC pump of liquid aluminium: computer simulation and experimental study. *FDMP: Fluid Dynamics & Materials Processing*, v. 6, no. 3, p. 291-318.
- LEMOFF, A. V.; LEE, A. P. (2000). An AC magnetohydrodynamic micropump. *Sensors and Actuators B: Chemical*, v. 63, no. 3, p. 178 – 185(8).
- MISSIATO, O. (1998). *Movimento de fluidos condutores submetidos à influência de campos eletromagnéticos externos: criação de um vórtice magnetohidrodinâmico na água do mar*. Tese de doutorado – Escola de Engenharia de São Carlos – São Carlos, 121p.
- PATEL, V. D. (2007). *Electroosmosis and thermal effects in magnetohydrodynamic (MHD) micropumps using 3D MHD equations*. A Thesis Presented to the Faculty of San Diego University – California.
- QUIAN, S.; BAU, H. H. (2004). Magneto-hydrodynamic stirrer for stationary and moving fluids. *Sensors and Actuators B*, v. 106, p. 859-870.
- QIN, M.; BAU, H. H. (2009). Magneto-hydrodynamic flow in electrolyte solutions. *Excerpt from the Proceedings of the COMSOL Conference*, Boston – MA.
- REITZ, J. R.; MILFORD, F. J. (1960). *Foundations of electromagnetic theory*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc – Massachusetts and London.
- RITCHIE, W. (1832). Experimental researches in voltaic electricity and electromagnetism. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, v. 122, p. 279 – 298.
- SERRANO, R. (2000). *Geração de um Vórtice em Anel em Fluidos Condutores por meio de Indução Magnetohidrodinâmica*. Dissertação de mestrado – Escola de Engenharia de São Carlos.
- SHERCLIFF, J. A. (1965). *Magnetohydrodynamics*. Warwick University, England.
- SRNIVASACHARYA, D.; SHIFERAW, M. (2008). MHD flow of micropolar fluid in a rectangular duct with Hall and ion slip effects. *J. of the Braz. Soc. Of Mech. Sci. & Eng*, v. 30, p. 313-318.
- SHANG, J. S. (2002). Shared knowledge in computational fluid dynamics, electromagnetics, and magneto-aerodynamics. *Progress in Aerospace Sciences*, v. 38, p. 449-447.
- TAKEZAWA, S.; TANAMA, H.; SUGAWAWA, K.; SAKAI, H.; MATSUYAMA, C.; MORITA, H.; SUZUKI, H.; UYAMA, Y. (1995). Operation of the thruster for superconducting electromagnetohydrodynamic propulsion ship “Yamato 1”. *Bulletin of the M.E.S.J.*, vol. 23, n. 1.
- THORNE, K. (2005). *Magnetohydrodynamics version 0418.1.K.pdf*. Caltech, California, p. 1-35.

VOTYAKOV, E. V.; ZIENICKE, E. A. (2007). Numerical study of liquid metal flow in a rectangular duct under the influence of a heterogenous magnetic field. *FDMP*, v. 1, no. 1, p. 101-117.

WEIER, T.; FEY, U.; GERBETH, G.; MUTSCHKE, G.; AVILOV, V. (2000). Boundary layer control by means of electromagnetic forces. *ERCOFTAC Bulletin*, v.44, p. 36-40.

WILLIAMS, E. J. (1930). The induction of electromotive forces in a moving liquid by a magnetic field, and its application to an investigation of the flow of liquids. *Proceedings of the physical society*, v. 45, no. 5.