**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**
**ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS**
**ÁREA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

# METODOLOGIA SEMI-ANALÍTICA PARA PREDIÇÃO DE RUÍDO DE BANDA LARGA CAUSADO PELA INTERAÇÃO ENTRE A ESTEIRA TURBULENTA DO ROTOR COM AS ALETAS DA ESTATORA EM MOTORES TURBOFANS

CARLOS CESAR BROCHINE JUNIOR

**Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.**

**Orientador: Prof. Dr. Paulo Celso Greco Júnior**

**SÃO CARLOS**
**2013**

**ESTE EXEMPLAR TRATA-SE DA VERSÃO CORRIGIDA.**
**A VERSÃO ORIGINAL ENCONTRA-SE DISPONÍVEL JUNTO AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECANICA DA EESC-USP.**

## FICHA CATALOGRÁFICA

Brochine Jr., Carlos Cesar.

Metodologia semi-analítica para predição de ruído de banda larga causado pela interação entre a esteira turbulenta do rotor com as aletas da estatora em motores turbofans. – São Carlos, 2013.

Nº de páginas 78

Área de concentração: Aeronaves.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Celso Greco Júnior

Dissertação de Mestrado – Universidade de São Paulo.

Aeroacústica; Ruído de Turbofans; Ruído de Banda Larga.

## FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **CARLOS CESAR BROCHINE JUNIOR.**

Título da dissertação: "Metodologia semi-analítica para predição de ruído de banda larga causado pela interação entre a esteira turbulenta do rotor com as aletas da estatora em motores turbofans".

Data da defesa: 29/11/2013

| **Comissão Julgadora:** | **Resultado:** |
|---|---|
| Prof. Dr. **Paulo Celso Greco Junior (orientador)**<br>(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC) | Aprovado |
| Prof. Dr. **Fernando Eduardo Milioli**<br>(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC) | Aprovado |
| Prof. Dr. **Bruno Souza Carmo**<br>(Escola Politécnica/USP) | Aprovado |

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenheira Mecânica:
Prof. Associado **Marcelo Areias Trindade**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Titular **Denis Vinicius Coury**

**AGRADECIMENTOS**

Agradeço a realização desse trabalho ao meu orientador Paulo Celso Greco Junior ao imenso apoio e atenção prestados durante o período de realização do mestrado. Também o agradeço pela oportunidade de desenvolvimento de trabalho em área tão interessante.

Agradeço ao CNPQ pelo apoio em forma de bolsa de Desenvolvimento Tecnológico Industrial (processo 383487/2012-9).

Agradeço à Universidade de São Paulo, à Escola de Engenharia de São Carlos e ao Departamento de Engenharia Aeronáutica pelo fornecimento de infraestrutura necessária para desenvolvimento de tal trabalho.

Agradeço aos colegas que tornaram tal trabalho possível, contribuindo com seu conhecimento e companheirismo.

Agradeço minha família e minha companheira por todo o suporte prestado e apoio pleno em todos os momentos.

SUMÁRIO

**LISTA DE ILUSTRAÇÕES** ..... **III**
**LISTA DE TABELAS** ..... **IV**
**SÍMBOLOS** ..... **V**
**RESUMO** ..... **VIII**
**ABSTRACT** ..... **IX**
**1 INTRODUÇÃO** ..... **2**
1.1 FONTES DE RUÍDOS EM AERONAVES ..... 3
1.2 RUÍDO DE BANDA LARGA EM TURBOFANS ..... 6
1.3 O ADVANCED NOISE CONTROL FAN (ANCF) ..... 8
1.4 OBJETIVO DO TRABALHO ..... 9
1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO ..... 10
**2 ACÚSTICA NO DUTO** ..... **13**
2.1 FORMULAÇÃO GERAL ..... 13
2.1.1 Acústica no Duto de Sessão Retangular ..... 13
2.1.2 Acústica no Duto de Sessão Cilíndrico ..... 16
2.1.3 Acústica no Duto de Sessão Anelar ..... 19
**3 GERAÇÃO DO RUÍDO** ..... **22**
3.1 ACÚSTICA DO DUTO ..... 22
3.1.1 Modos Normais em um Duto Anelar ..... 22
3.1.2 Fluxo de Energia Acústica ..... 23
3.1.3 Modos Acústicos de Duto Excitados por Cargas Flutuantes na Estatora ..... 26
3.2 RESPOSTA EM CASCATA DA ESTATORA ..... 29
3.3 TURBULÊNCIA DA ESTEIRA DO ROTOR ..... 31
3.3.1 Modelo de Turbulência ..... 31
3.3.2 Espectro de Frequência dos Números de Onda ..... 33
3.3.3 Velocidades Espectrais da Esteira Turbulenta em Coordenadas Rotativas e não Rotativas. ..... 35
3.3.4 Modos de Duto Excitados pela Interação da Esteira com o Estator ..... 36
3.3.5 Fluxo Sonoro ..... 36
**4 CÓDIGO COMPUTACIONAL** ..... **39**
4.1 MODOS DE DUTO ..... 40
4.2 CÁLCULO DO NÚMERO DE ONDA ..... 41
4.3 CÁLCULO DO FLUXO SONORO ..... 42

4.4 GEOMETRIA ..... 44
**5 FLUIDODINÂMICA COMPUTACIONAL ..... 48**
5.1 GEOMETRIA ..... 48
5.2 ICEM CFD® ..... 51
5.3 ANSYS CFX ® ..... 54
5.3.1 Equações Governantes ..... 54
5.3.2 Regime Permanente ..... 54
5.3.3 Gás Ideal ..... 55
5.3.4 Modelo de Turbulência ..... 56
5.3.5 Domínios ..... 58
5.3.6 Condições de Contorno ..... 59
5.3.7 Processamento ..... 60
**6 RESULTADOS E DISCUSSÃO ..... 63**
6.1 SIMULAÇÃO NUMÉRICA ..... 63
6.1.1 Convergência de Malha ..... 63
6.1.2 Abordagem de Processamento ..... 67
6.1.3 Critérios de Convergência ..... 68
6.1.4 Resultados da Simulação Numérica ..... 71
6.2 RESULTADOS ACÚSTICOS ..... 73
6.2.1 Comparação com Código Original ..... 73
6.2.2 Resultados da Propagação no Duto e Comparação com os Resultados ..... 76~~75~~
**7 CONCLUSÕES ..... 80~~79~~**
7.1 CONCLUSÕES ..... 80~~79~~
7.2 SUGESTÃO DE TRABALHOS FUTUROS ..... 80~~79~~
**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS ..... 83~~82~~**

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 2.1-DUTO DE SESSÃO TRANSVERSAL RETANGULAR ..... 14
FIGURA 2.2-DUTO DE SESSÃO TRANSVERSAL CILINDRICA ..... 17
FIGURA 2.3-DUTO DE SESSÃO TRANSVERSAL ANELAR ..... 20~~19~~
FIGURA 3.1-ROTOR E ESTATORA EM FATIAS ..... 31
FIGURA 4.1-LÓGICA COMPUTACIONAL ..... 40
FIGURA 4.2-PROPAGAÇÃO DOS MODOS DE DUTO ..... 41
FIGURA 4.3-4 VISTAS DA REPRESENTAÇÃO DA ALETA ..... 46
FIGURA 5.1-VISTA ISOMÉTRICA DO ANCF ..... 49
FIGURA 5.2-VISTA TRASEIRA DO ANCF ..... 50
FIGURA 5.3-VISTA FRONTAL DO ANCF ..... 51
FIGURA 5.4-MALHA DO DUTO DE ENTRADA ..... 52
FIGURA 5.5-MALHA DO ROTOR ..... 53
FIGURA 5.6-MALHA DO DUTO DE SAÍDA ..... 53
FIGURA 6.1-COVERGÊNCIA DO PARÂMETRO FORÇA NA PÁ ..... 64
FIGURA 6.2-CONVERGÊNCIA DO PARÂMETRO PRESSÃO NO PROBE ..... 65
FIGURA 6.3-CONVERGÊNCIA DO PARÂMETRO PRESSÃO INTEGRAL ..... 65
FIGURA 6.4-DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO NO ROTOR ..... 66
FIGURA 6.5-RESÍDUO RMS ..... 69
FIGURA 6.6-RESÍDUO MÁXIMO ..... 69
FIGURA 6.7-MONITORAMENTO DA FORÇA TANGENCIAL NAS PÁS ..... 70
FIGURA 6.8-DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO NO ROTOR ..... 71
FIGURA 6.9-DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO NA ALETA ..... 72
FIGURA 6.10-COMPARAÇÃO COM TEORIA ORIGINAL (UPSTREAM) ..... 75~~74~~
FIGURA 6.11-COMPARAÇÃO COM TEORIA ORIGINAL (DOWNSTREAM) ..... 75
FIGURA 6.12-INTENSIDADE ACÚSTICA (UPSTREAM) ..... 76
FIGURA 6.13-COMPRAÇÃO TEÓRICO EXPERIMENTAL ..... 77~~76~~
FIGURA 6.14-BANDAS HARMÔNICAS ..... 78~~77~~

## LISTA DE TABELAS

TABELA 2-VALORES UTILIZADOS PARA DEFINIÇÃO DA GEOMETRIA DO ROTOR .....45
TABELA 3-RESULTADOS DE CONVERGÊNCIA DE MALHA .....64
TABELA 4-ERROS DE INDEPENDÊNCIA DE MALHA .....66
TABELA 5-CONFIGURAÇÕES DE PROCESSAMENTO PARALELO .....67
TABELA 6-RESULTADOS DE TURBULÊNCIA .....72
TABELA 7-VALORES DE SPL (DB) POR MODO .....74

**SÍMBOLOS**

| | |
|---|---|
| $\hat{\hat{\hat{w}}}(r, \vec{k}, \omega)$ | Velocidade normal de entrada |
| $\vec{k}_s$ | Número de onda |
| $\overline{p}_{m,n}$ | Amplitude do modo de duto |
| $c_0$ | Velocidade do som |
| $A_{m,n}$ | Amplitude do modo |
| $C_{MN}$ | Integral da pressão na corda |
| $J_m$ | Função de Bessel 1º tipo |
| $K_c$ | Função Kernel |
| $L_1, L_2, L_r$ | Escalas de turbulência |
| $N_m$ | Função de Bessel 2º tipo |
| $P_{MN}(\omega)$ | Densidade espectral do modo de duto |
| $R_0$ | Constante ideal dos gases |
| $S_{mn}(\omega)$ | Fluxo sonoro por modo |
| $\vec{X}$ | Coordenadas fixas no rotor |
| $X_{m,n}$ | Autovalores dos modos de duto |
| $c_p$ | Calor específico |
| $d^2k$ | $dk_1 dk_2$ |
| $k_x, k_y, k_z$ | Número de onda (em coordenadas cartesianas) |
| $r'$ | Distância radial |
| $u_x, u_y, u_z$ | Velocidade da partícula |
| $\vec{x}$ | Coordenadas fixas na estatora |
| $\varepsilon_w$ | Turbulência R.M.S. no centro da esteira |
| $\rho_0$ | Densidade nominal do fluído |
| $\phi_w$ | Função de correlação |
| U | Velocidade axial do fluído |
| $\Gamma$ | $\pi(r_d^2 - r_h^2)$ |
| $\Psi(r, \phi)$ | Função de modo |

| | |
|---|---|
| $\Omega$ | Rotação do rotor |
| $\omega$ | Frequência |
| $A, B, C, D, E, F, G$ | Coeficientes |
| $F(\vec{X}\vec{n})$ | Modelo determinístico da variação da turbulência com a distância |
| $I$ | Intensidade axial |
| $M = \frac{U}{c_0}$ | Número de mach axial |
| $S(\omega)$ | Fluxo sonoro total |
| $T$ | Tempo |
| $W$ | Magnitude da velocidade no centro da esteira |
| $f(r, z, \vec{k}, \omega)$ | Carregamento de pressão na pá |
| $g(r, \vec{X} - \vec{W}t)$ | Função randômica das variáveis |
| $j$ | $\sqrt{-1}$ |
| $m, n$ | Modo de duto |
| $p$ | Pressão |
| $p, \rho, u$ | Perturbações acústicas na pressão, densidade e velocidade. |
| $r, \varphi, z$ | Coordenadas cilíndricas |
| $w(r, \vec{X}, t)$ | Componente da velocidade normal às palhetas |
| $x, y, z$ | Coordenadas cartesianas |
| $\delta cos\chi$ | Largura da intensidade de turbulência, medida normal à linha de centro. |
| $\theta$ | Ângulo *de stagger* da estatora |
| $\chi$ | Ângulo de stagger do rotor |

## RESUMO

BROCHINE JR, C.C. (2013). Metodologia semi-analítica para predição de ruído de banda larga causado pela interação entre a esteira turbulenta do rotor com as aletas da estatora em motores turbofans. São Carlos. 94p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

A maior parte do ruído de aeronaves é advinda dos motores. Como houve grande avanço no controle do ruído tonal, atualmente grande parte do esforço se dá para redução do ruído de banda larga, que é menos compreendido. O ruído de banda larga é gerado pela interação entre um escoamento turbulento e uma superfície, como por exemplo, a turbulência ingerida interagindo com o rotor, o escoamento na ponta das pás, entre outros. Apesar das diversas fontes citadas, sabe-se que a principal fonte de ruído de banda larga em tal tipo de motor é a interação da esteira turbulenta do rotor com as aletas da estatora. Assim, o presente estudo manterá seu enfoque apenas em tal causa. O objetivo deste então é o desenvolvimento de um modelo capaz de previsão do ruído de banda larga pela interação da esteira turbulenta causada pelo rotor, interagindo com as aletas do estatora, bem como o entendimento da propagação do ruído em duto. A primeira abordagem em relação a tal tipo de ruído é através da previsão do ruído gerado. Para previsão de ruído podem ser utilizados métodos analíticos, numéricos, ou empíricos, cada qual com suas vantagens e penalizações. Para tal, foi utilizado um método semi-analítico, em tais métodos utiliza-se simulação numérica para previsão da característica da turbulência e uma teoria analítica para a geração e propagação do ruído no duto. A principal motivação para o método semi-analítico é sua vantagem em relação aos métodos numéricos que demandam custo computacional extremamente alto e vantagem em relação a métodos analíticos que necessitariam uma demasiada simplificação geométrica. Dessa maneira, utilizou-se a geometria do ANCF, uma plataforma de ensaios desenvolvida pela NASA, onde havia geometria e resultados divulgados, tornando possível a verificação dos resultados obtidos. Os resultados mostram que as tendências capturadas são condizentes com o esperado, e então com um tempo relativamente baixo, de maneira prática, é possível a previsão do ruído de interação e sua propagação em dutos nos motores turbofans.

Palavras-chave: *Turbofan*, Ruídos de Turbomáquinas, Propagação em Duto, Ruído de Banda Larga.

## ABSTRACT

BROCHINE JR, C.C. (2013). Rotor Wake Turbulence Noise Semi-Analytical Methodology in turbofans engines. São Carlos. 94p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo (In Portuguese).

The major noise source in aircraft is the engine. Since tonal noise control is well developed, the current effort concentrates on broadband noise reduction, which is less understood. The broadband noise is generated when a turbulent flow interacts with a surface as, for example, rotor blade tip flow, boundary layer and the rotor interaction. Although there are different sources of broadband noise it is known that the major broadband source in turbofan engine is the rotor turbulent wake interacting with the stator vanes. This study is focused in that source of noise and the goal is to develop a model capable of predicting the rotor/stator interaction noise as well as in duct noise propagation. Noise prediction can be carried out by analytical, numerical or empirical methods, each one with advantages and disadvantages. In the present work the semi-analytical method was used. Turbulence characteristics were estimated by a numerical method and the noise generation and duct propagation was estimated by an analytical method. The biggest advantage comparing with the numerical methods is that this method is less time consuming. A purely analytical method would require excessive geometric simplification. The ANCF, a rig developed by NASA was used as basis for the simulations, since its geometry and noise data are available. The results show that the correct trends are consistently captured. So it is concluded that it is possible to predict the broadband noise and its propagation in turbofans engines with a practical and low cost method.

Key-Word: Turbofan, Turbomachinary Noise, Duct Propagation, Broadband Noise.

# 1 INTRODUÇÃO

# 1 INTRODUÇÃO

A aviação tem grande importância na economia mundial. Além do transporte de passageiros, ela é importante para transporte de cargas. As previsões indicam que a utilização da aviação irá crescer ainda mais nos próximos anos. Assim sendo, os principais desafios no projeto de novas aeronaves é a minimização do impacto causado pela aeronave no ambiente. Tais impactos são principalmente a emissão de gases poluentes e a emissão de ruídos. Para minimizar esse impacto, as agências reguladoras vêm tornando as legislações aeronáuticas cada vez mais rígidas, obrigando assim o projeto de aeronaves menos poluentes e mais silenciosas.

Grande exemplo de tais restrições é a aeronave BAC-1-11, conforme descrito em (WILLIS, 2006), a qual foi retirada de circulação devido ao ruído gerado pelos seus motores de baixa derivação. Atualmente, os motores utilizados pelas aeronaves são de alta derivação o que já os tornam mais silenciosos.

Apesar das aeronaves terem se tornado mais silenciosas ao longo dos últimos anos, o aumento no tráfego aéreo faz com que as pessoas ainda estejam expostas a altos níveis de ruído. Problema que ainda é agravado, uma vez que muitas cidades se expandiram e aeroportos que outrora estavam afastados das cidades foram englobados pelas mesmas.

Dessa maneira as agencias reguladoras de aviação civil tem restringido os requisitos de emissão de ruído, e tais restrições tendem ainda a se estreitar no futuro. Dessa maneira, junto a ICAO (Internacional Civil Aviation Organization), o gerenciamento do ruído será provavelmente feito baseado em quatro pilares: fazendo aeronaves mais silenciosas por normas, controlando os pousos em aeroportos de maneira sustentável, adaptando procedimentos operacionais para reduzir os impactos de ruídos, e finalmente, se necessário, introduzindo restrições operacionais. A tais pilares foi dado o nome de abordagem equilibrada ("*balanced approach*"). Em linhas gerais, a visão da ICAO, e consequentemente as políticas seguidas pelas agências reguladoras pode ser consultada em (ICAO NOISE).

O conceito da "Abordagem Equilibrada" foi adotado pela ICAO em 2001 e reafirmado em 2007. Isso mostra o reconhecimento da organização da necessidade de conduzir o problema de ruído de aeronaves de maneira sustentável. Assim, a

meta é a identificação do ruído causado nos aeroportos e a análise de tais ruídos, utilizando os quatro elementos citados anteriormente.

Muito do esforço se dá através da eliminação do ruído na fonte. As aeronaves feitas nos dias atuais necessitam cumprir os requisitos de certificação adotados pelo conselho da ICAO. Tais requisitos podem ser encontrados em (Organization, 2001). A primeira geração de aeronaves a jato (como o Boeing 707 e o DC-8) não cumpriam os requisitos supracitados. Para aeronaves produzidas antes de 1977 (como Boeing 727 e DC-9) surgiram requisitos, e era necessário que cumprissem o Capítulo 2 do documento supracitado. Aeronaves posteriores a 1977(como Boeing 737-300/400 e Airbus A319) necessitavam cumprir requisitos mais rígidos, descritos no Capítulo 3. Em 2001 um novo capítulo foi incluso ao mesmo documento (Capítulo 4) e toda a aeronave certificada após 2005 necessita cumprir tais requisitos. Além disso, em 2006 a DGAC (Direction générale de l'aviation civile) Francesa criou a (French, 2013), que provê informações públicas sobre os níveis de ruído emitidos pelas aeronaves que obtiveram certificado de tipo.

## 1.1 FONTES DE RUÍDOS EM AERONAVES

Os sons emitidos em uma aeronave se dividem em som gerado pelo motor e som gerado pelo *airframe*. O motor é considerado o maior gerador de ruído em aeronaves, assim nota-se grande importância da predição e redução de ruídos nos mesmos. Os ruídos vindos da airframe são os predominantes durante a aproximação da aeronave, enquanto durante a decolagem, os ruídos do motor são predominantes.

Uma descrição mais detalhada dos ruídos de aeronave pode ser obtida em (Werner, 2010). Na *airframe* os principais causadores de ruído são os trens de pouso, os *slates* e os flaps. Geralmente esse tipo de ruído acontece devido à interação da estrutura com o escoamento. As fontes de ruídos podem ser observadas na Figura 1.1.

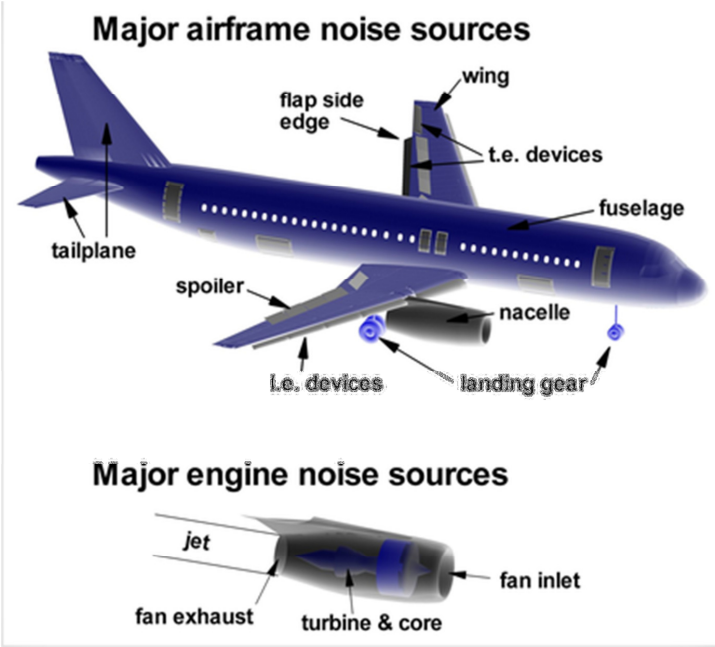


**Figura 1.1 – Noise Sources**

O trem de pouso pode ser considerado grande fonte de ruído aerodinâmico uma vez que uma separação pode ocorrer em uma variedade de juntas e estrutura que ficam diretamente expostas ao escoamento. Os ruídos de baixa frequência são geralmente causados pelas grandes estruturas do trem de pouso, enquanto as fontes de ruído de alta frequência são as partes menores. A maioria dos sons gerados pelo trem de pouso se dá entre 500 Hz e 3 KHz, o que coincide com a faixa mais sensível do ouvido humano.

Os dispositivos hipersustentadores de uma aeronave, como os eslates e flapes também são fontes causadoras de ruídos. Entre eles, o que causa mais ruído é o slate, principalmente quando existe uma cavidade entre o mesmo e a asa. Um dos problemas para a análise de tais tipos de ruído é que devido ao grande tamanho das asas, é difícil um modelo em tamanho real para túnel de vento, e os modelos em escalas tem número de Reynolds diferente.

Em relação aos ruídos causados pelo motor, os mesmos também podem ser tonais e de banda larga. No caso dos motores é bastante clara a evolução na geração de som e a mudança das fontes predominantes. Conforme apresentado em

(Peake e Parry, 2012) é possível perceber que nos motores mais antigos a fonte dominante era o jato quente que se misturava abruptamente com o ar frio. Após a utilização de motores de alta derivação, a importância de tal fonte de ruído se tornou menor, deixando maior a predominância para outras fontes como a entrada do *fan* e compressor, a turbina e a câmara de combustão, e a saída do *fan*.

Em (Peake e Parry, 2012) também são tratadas as questões referentes à redução de ruídos em motores de aeronaves. São referenciados tanto os motores convencionais encapsulados, quanto os motores que vem sendo desenvolvidos atualmente e tem o rotor exposto ("*Open Rotor*").

As principais fontes de ruído tonal em um motor são o ruído do *fan*, a interação da *fan* com a aleta da saída, e o ângulo de entrada. O ruído do fan é causado pelos efeitos de mudança de força e volume causado pelas pás girando pelo fluído. O ruído tonal da interação é gerado uma vez que as pás causam uma esteira com componentes rotacionais e médios, os quais são idênticos para todas as pás e produzem som ao passar pelas aletas.

O ruído de banda larga se dá pelo som do rotor, pela interação entre o encapsulamento e a camada limite e também pela interação da esteira turbulenta do rotor com as aletas da estatora. O primeiro mecanismo se dá devido à passagem da camada turbulenta pelo bordo de fuga. A interação do encapsulamento e a camada limite é um efeito difícil de prever e se dá no espaço entre a pá e o encapsulamento. Finalmente há o efeito entre a interação do componente turbulento da esteira do rotor com as aletas da estatora. Tal fonte é o objeto de estudo deste trabalho.

Existem trabalhos focados na predição de ruído de banda larga pela turbulência ingerida no bocal de entrada. Um exemplo é (Carolus, Schneider e Reese, 2007), tal trabalho utiliza tanto LES quanto métodos semi-empíricos para predizer o ruído de banda larga, sendo que neste é focado as diferentes características do escoamento de entrada. Em (Posson, Moreau e Roger, 2011) é proposto um modelo de predição de turbulência onde se tenta levar em conta tanto os efeitos da turbulência ingerida, quanto os efeitos da esteira turbulenta do rotor.

## 1.2 RUÍDO DE BANDA LARGA EM TURBOFANS

Alguns autores, como (Peake e Parry, 2012), ressaltam que a interação da esteira turbulenta com as palhetas da estatora é atualmente a fonte mais importante de ruído tanto tonal quanto de banda larga advindos do motor. Mais especificamente sobre o ruído de banda larga devido à interação da esteira turbulenta do Rotor com a estatora, o mesmo destaca que a maior dificuldade é a estimativa das características de tal esteira turbulenta. Também destaca que tal fonte é a principal fonte do ruído de banda larga seguida pelo ruído do próprio rotor.

Em (Ganz *et al.*, 1998) é feita uma tentativa de separação entre as diferentes fontes de ruído de banda larga advindos do motor *turbofan*. Tal estudo mostra que do ruído se propagando a montante, 70% é advindo da interação da esteira turbulenta com o estator. No ruído que se propaga a jusante, a proporção é um pouco menor, chegando a 50%.Outro que ressalta a maior fonte de ruído de banda larga em motores turbofan é a interação da esteira turbulenta do rotor, com as palhetas da estatora é (Nallasamy e Envia, 2005).

Há diferentes métodos de previsão de ruído em estudo. É ressaltado em (Peake e Parry, 2012) que o maior desafio é a estimativa das características da esteira turbulenta. Dessa maneira diferentes formas de previsão vêm sendo estudadas. Por exemplo, no caso de (Dieste e Gabard, 2011) a turbulência é gerada através de um método estocástico. Nesse trabalho um método de vorticidade aleatória das partículas foi utilizado e validado para gerar uma turbulência sintética, essa turbulência foi combinada com um modelo de esteira para representar a esteira do rotor e prover uma descrição mais realista do ruído advindo da interação do rotor com o estator.

Foi desenvolvida em (Ventres, C. S, Theobald, M. A e Mark, W.D, 1982) uma teoria para relacionar a turbulência incidente nas palhetas da estatora aos modos de dutos que se propagam. Para calcular a pressão acústica no duto, são utilizadas funções de Green. Assim o problema remanescente é o cálculo da distribuição de pressão na superfície das palhetas da estatora, e esse cálculo é feito utilizando um método de aproximação denominado "*strip-theory*". Ventres faz também o desenvolvimento de teorias para cálculo de ruído tonal, e ruído de banda larga devido à turbulência ingerida na entrada. Em (Ventres, C.S., Theobald, M.A. e Mark,

W.D., 1982) são apresentados os códigos computacionais desenvolvidos a partir da teoria anteriormente citada.

O estudo de (Nallasamy e Envia, 2005) também destaca que o maior desafio em relação aos ruídos de motor é a previsão de ruído de banda larga No caso ele utiliza o modelo citado anteriormente, e através de uma simulação RANS computa a turbulência do escoamento. No caso são feitas comparações dos resultados obtidos com resultados experimentais obtidos em túnel de vento. Os resultados finais mostram que é possível o uso das informações de turbulência obtidas de dinâmica dos fluídos computacional para predição de tal tipo de ruído.

No caso estudado por (Evers e Peake, 2002), são consideradas uma cascata de aerofólios, sem arqueamento e sem espessura, contrapondo o uso de placas planas ao uso de perfis aerodinâmicos para predições de ruído. Sua conclusão é que tais parâmetros são significantes quando se deseja uma análise de ruído tonal, no entanto se tornam praticamente indiferentes no caso de ruídos de banda larga. Dessa forma, é verificado que as simplificações utilizadas nos modelos analíticos anteriores não introduzem erros significantes na análise.

Analisando os trabalhos (Nallasamy e Envia, 2005) e (Ventres, C. S, Theobald, M. A e Mark, W.D, 1982), é possível notar que a diferença está no modelo de turbulência adotado. (Nallasamy e Envia, 2005) assume que a distribuição de turbulência consiste em duas partes: uma é a turbulência média ingerida pelo fan e a outra é a distribuição Gaussiana que representa a variação devido a cada pá. No desenvolvimento da teoria original, (Ventres, C. S, Theobald, M. A e Mark, W.D, 1982) utiliza apenas a parcela Gaussiana da turbulência, e isso gera uma queda muito rápida no perfil de turbulência uma vez que a Gaussiana tende à zero distante da linha de centro. O caso estudado por (Jurdic *et al.*, 2010) utiliza uma abordagem similar a de (Nallasamy e Envia, 2005), e os resultados são comparados com o *rig* de fan da DLR. Similarmente a turbulência é calculada por simulação do tipo RANS, e é modelada como uma turbulência de fundo mais a turbulência periódica (de perfil Gaussiano). Neste caso, além da comparação entre os resultados finais acústicos, também é comparada a turbulência obtida pela simulação RANS com medidas da esteira por fio quente.

Em acordo com o dito anteriormente pelas fontes citadas, vale ressaltar que diferentes métodos vêm sendo estudados para predição de ruído de banda larga em

motores *turbofan*. Diferentes abordagens vêm sendo praticadas, elas são teóricas, experimentais e numéricas. As soluções analíticas ficam restritas devido a uma simplificação da geometria e do escoamento. Métodos como DNS e LES ainda são muito caros computacionalmente, o que torna muito custoso para aplicações comerciais. Os métodos experimentais servem atualmente para dois fins, que é tanto elucidar o ruído de banda larga, o qual é menos entendido que o tonal, e validar os métodos numéricos. Uma abordagem interessante pode ser uma abordagem mista, entre métodos analíticos e métodos numéricos.

## 1.3 O ADVANCED NOISE CONTROL FAN (ANCF)

Para os estudos foi detectada a necessidade de escolha de uma plataforma de ensaios para comparação entre os dados calculados através de método proposto e resultados conhecidos.

Duas plataformas foram estudadas, uma dela é o RIG Proband da DLR localizado na Alemanha (Figura 1.2). Tal *rig* é de duto longo e tem por objetivo prover dados para estudos paramétricos, em um duto de escala real. Além disso, com tal rig, a DLR busca a validação de estudos numéricos e semi-analíticos. Tal plataforma se enquadraria a proposta do estudo proposto neste trabalho, no entanto não existe dados referente à geometria e resultados obtidos. Desta maneira optou-se por alternativa que é o *rig* da NASA.

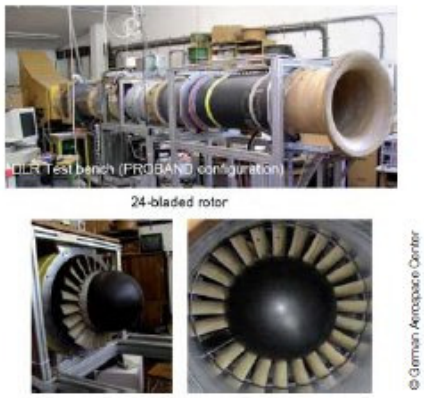


**Figura 1.2- Rig Proband DLR de Duto Longo**

**Figura 1.3 – Rig NASA ANCF de Duto Curto**

O trabalho (Loew *et al.*, 2006) apresenta o ANCF, acrônimo de Advanced Noise Control Fan, que é um banco de ensaio para avaliação de novas técnicas de redução de ruído e um dispositivo para fornecimento de dados para comparação de códigos computacionais. O ANCF é um fan encapsulado de diâmetro 4ft que possibilita uma série de ajustes. Diferentes configurações de estatoras podem ser montadas no *hub* de tal fan. Além disso, tal dispositivo é equipado com um Sistema Rotating Rake, o qual possibilita a medição dos modos de duto. Para analisar como um proposto conceito de redução de ruído altera o desempenho do fan, é possível realizar medições da vazão, o trabalho (Bozak Jr. , 2009) relaciona a vazão a pressões estáticas medidas na parede. As medidas acústicas realizadas neste banco de ensaios foram publicadas em (Sutliff *et al.*, 2009).

## 1.4 OBJETIVO DO TRABALHO

O objetivo de tal trabalho é a reprodução da Teoria desenvolvida em (Ventres, C. S, Theobald, M. A e Mark, W.D, 1982) através da escrita de um código numérico apropriado. Dessa maneira, busca-se a reprodução do ruído gerado através da interação entre a esteira turbulenta do rotor e a aleta da estatora utilizando o código citado. Além disso, conforme (Nallasamy e Envia, 2005), pretende-se expor a utilização de métodos numéricos simplificados para obtenção das características de turbulência.

De tal maneira, busca-se um método rápido e de baixo custo que atenda as necessidades das etapas iniciais do desenvolvimento de projeto de motores de *turbofan*, e ao mesmo tempo consiga captar efeitos de variações de projeto, como por exemplo, mudança no número de pás, distância entre rotor e estator, enflechamento do estator, entre outros parâmetros que possam influir na geração de ruído.

Assim o objetivo do trabalho, é o desenvolvimento da Teoria de Ventres, tomando proveito dos avanços computacionais e a análise do ruído de banda larga advindo da interação da esteira turbulenta do rotor interagindo com a aleta da estatora do ANCF baseado em tal teoria e na obtenção de características de turbulência obtida através de simulação RANS.

Finalmente busca-se a validação do código desenvolvido através dos dados publicados previamente. A plataforma de validação escolhida (conforme mencionado anteriormente) foi o ANCF, desta maneira, objetiva-se que os resultados obtidos pela utilização da teoria supracitada sejam condizentes com os resultados obtidos experimentalmente.

## 1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O trabalho inicialmente visa demonstrar os métodos e teorias utilizados e em etapa posterior, apresentar e discutir os resultados obtidos.

A primeira seção é uma descrição da formulação matemática utilizada para a propagação de ruído no duto. Além do duto de seção anelar, que é o utilizado no problema, mostra a propagação do ruído em outros tipos de duto, como um duto de seção transversal retangular ou cilíndrica, que são importantes para elucidar conceitos básicos.

No segundo passo, é explicada a teoria de geração de ruído aeroacústica. Ou seja, como é gerado o ruído uma vez que a turbulência incide em uma superfície. Assim, com o ruído gerado, e os conhecimentos apresentados na seção anterior, é possível saber como o ruído gerado pela interação da esteira turbulenta se propaga pelo duto.

As duas seções seguintes discorrem a respeito da parte mais prática do trabalho. Sendo a primeira a respeito do código computacional criado, o que em análise simplista pode ser considerado como a simples implementação numérica da teoria desenvolvida nas seções anteriores. Dessa forma, tal seção explica a lógica de programação utilizada e as simplificações necessárias adotadas. Também são abordadas as entradas e saídas esperadas do código computacional gerado. A seção seguinte mostra a obtenção das características de turbulência, utilizando software de simulação comercial. Tal etapa é a obtenção de um dos parâmetros de entrada necessário para o código computacional desenvolvido.

Finalmente, são apresentados os resultados obtidos. Tanto os resultados da simulação numérica quanto a apresentação da teoria analítica se encontram em tal seção. Nesta seção, também está a comparação com os resultados experimentais no caso final, e comparação intermediária com outro software desenvolvido previamente.

# 2 ACÚSTICA NO DUTO

.

# 2 ACÚSTICA NO DUTO

Como citado anteriormente, o objetivo de tal trabalho é a criação de um modelo semi-analítico, em que a parte da geração de ruído e propagação do mesmo seja abordada de forma analítica. Nesta sessão do trabalho será feit a abordagem da propagação do ruído em duto.

Aqui se encontra localizada a primeira simplificação adotada. O encapsulamento do motor turbofan será modelado como um duto anelar de paredes rígidas, sendo a parede interior representativa do *hub* e a exterior representando o *shroud*, como será mais bem detalhado em sessões posteriores. Além disto, o duto considerado será infinito, isso para ignorar as reflexões que ocorreriam nos extremos do duto.

Tal sessão irá discorrer sobre a teoria de propagação acústica modal em duto, inicialmente cilíndrica e retangular, conforme teoria desenvolvida em (Rienstra e Hirschberg, 2011). Então a teoria será extrapolada para dutos anelares, conforme a teoria desenvolvida em (Ventres, C. S, Theobald, M. A e Mark, W.D, 1982).

## 2.1 FORMULAÇÃO GERAL

A solução de equação de Helmholtz para uma sessão transversal de um duto pode ser obtida por meio de uma família de soluções chamada modos. Os mesmos estão relacionados ao operador de Laplace bidimensional que atua sobre a sessão transversal.

### 2.1.1 Acústica no Duto de sessão Retangular

Apesar do duto retangular não estar diretamente relacionado com o problema estudado, o desenvolvimento da teoria em relação ao mesmo é feito para apresentação de conceitos preliminares. O caso inicial será a análise de um duto prismático, sem escoamento.

O sistema de coordenadas aqui utilizado é cartesiano, e seguido de acordo com a Figura 2.1~~Figura 2.1Figura 2.1~~. A equação harmônica de onda, que também é conhecida por equação de Helmholtz (HAZENWINKEL, 2001), pode ser escrita como na Eq.(2.1).

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + k^2 p = 0 \tag{2.1}$$

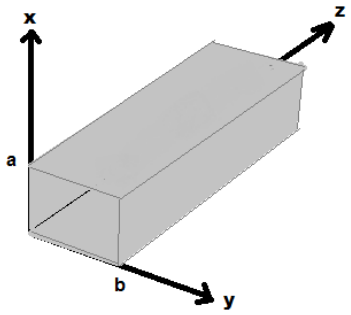


**Figura 2.1-Duto de Sessão Transversal Retangular**

As condições de contorno expressas em Eq.(2.2) também devem ser satisfeitas. Levando à Eq.(2.3) em $x = 0$ e $x = a$, e a Eq.(2.4) em $y = 0$ e $y = b$.

$$\begin{cases} u_x(0, y, z) = 0 \\ u_x(a, y, z) = 0 \end{cases}$$
$$\begin{cases} u_y(x, 0, z) = 0 \\ u_y(x, b, z) = 0 \end{cases} \tag{2.2}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \; em \; x = 0 \; e \; x = a \tag{2.3}$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \; em \; y = 0 \; e \; y = b \tag{2.4}$$

Agora, assumimos que a solução da equação Eq.(2.4) pode ser obtida como produto de três fatores, cada um dependente de uma única coordenada, como expresso em Eq.(2.5).

$$p(x,y,z,t) = p_x(x)p_y(y)p_z(z)T(t) \tag{2.5}$$

Substituindo Eq.(2.5) em Eq.(2.1), e aplicando algumas simplificações algébricas, obtemos a Eq.(2.6). Examinando a mesma é possível notar que os três primeiros termos são dependentes de única variável, levando às equações de Helmholtz unidimensionais. Tomando constantes que satisfaçam a condição expressa em Eq.(2.7), então chegamos à equação de Helmholtz unidimensional Eq.(2.8) que tem solução conhecida, e mostrada em Eq.(2.9).

$$\frac{1}{p_x(x)}\frac{d^2p_x}{dx^2} + \frac{1}{p_y(y)}\frac{d^2p_y}{dy^2} + \frac{1}{p_z(z)}\frac{d^2p_z}{dz^2} + k^2 = 0 \tag{2.6}$$

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2 \tag{2.7}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d^2p_x}{dx^2} + k_x^2 p_x(x) = 0 \\ \dfrac{d^2p_y}{dy^2} + k_y^2 p_y(y) = 0 \\ \dfrac{d^2p_z}{dz^2} + k_z^2 p_z(z) = 0 \end{cases} \tag{2.8}$$

$$\begin{cases} p_x(x) = Ae^{-jk_x x} + Be^{jk_x x} \\ p_y(y) = Ce^{-jk_y y} + Be^{jk_y y} \\ p_z(z) = De^{-jk_z z} + Ee^{jk_z z} \end{cases} \tag{2.9}$$

Substituindo as equações de Eq.(2.9) em Eq.(2.5), conforme Eq.(2.10), e aplicando as condições de contorno nas paredes, chegamos em Eq.(2.11). Utilizando (2.7) chegamos em Eq.(2.12). Finalmente substituímos em Eq.(2.10) para obter a Eq.(2.13).

$$\begin{aligned} p(x,y,z,t) = {} & (Ae^{-jk_x x} + Be^{jk_x x})(Ce^{-jk_y y} + Be^{jk_y y})(De^{-jk_z z} \\ & + Ee^{jk_z z})T(t) \end{aligned} \tag{2.10}$$

$$\begin{cases} k_x a = m\pi, onde\ m\ é\ um\ inteiro \\ k_y b = n\pi, onde\ n\ é\ um\ inteiro \end{cases} \tag{2.11}$$

$$\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + k_z = k^2 \tag{2.12}$$

$$\begin{aligned} p(x,y,z,t) \\ = \sum_{m=0}^{\bowtie} \sum_{n=0}^{\bowtie} \sqrt{\varepsilon_m \varepsilon_n} \left(\cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi x}{b}\right)\right) (p_{mn+} e^{j(\omega t - k_{zmn} z)} \\ + p_{mn-} e^{j(\omega t + k_{zmn} z)}) \end{aligned} \tag{2.13}$$

Neste caso $\varepsilon_m = 1$ para $m = 0$ e $\varepsilon_m = 2$ para $m > 0$ cada termo na soma representa uma onda ou um modo de duto, sendo os termos do primeiro parênteses correspondentes ao autovetor da sessão transversal. O termo $k_{zmn}$é explicitado na equação Eq.(2.14), e é de grande importância para o estudo chamado de número de onda.

$$k_{zmn} = \left(k^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} \tag{2.14}$$

A importância do número de onda se dá uma vez que se o termo $k_{zmn} > 0$, a onda acústica se propaga pelo duto, e chamamos o modo de *cut-on*. Caso contrário, ou seja, $k_{zmn} < 0$, então a onda acústica tem um decaimento exponencial ao longo do eixo axial (*x*), sendo neste caso o modo chamado de *cut-off*.

### 2.1.2 Acústica no Duto de sessão Cilíndrico

Para cálculo acústico em duto cilíndrico, ainda sem fluxo, é utilizada a mesma abordagem do caso retangular. A única diferença, é que outrora a formulação da equação de Helmholtz era em coordenadas cartesianas, e agora serão utilizadas coordenadas cilíndricas, conforme Eq.(2.15). A Figura 2.1~~Figura 2.1Figura 2.1~~ representa tal duto e os eixos de coordenadas.

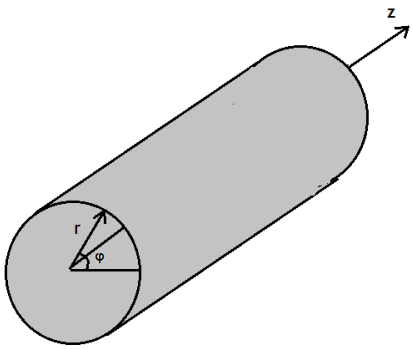


**Figura 2.2-Duto de Sessão Transversal Cilíndrica**

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 p}{\partial \varphi^2}+\frac{\partial^2 p}{\partial z^2}+k^2 p=0 \tag{2.15}$$

Agora a condição de contorno é dada pela Eq.(2.16), e novamente consideramos a solução de $p$, composta pela multiplicação de funções dependentes de apenas uma coordenada, assim como foi feito no caso anterior, conforme mostrado em Eq.(2.17).

$$\left.\frac{\partial^2 p}{\partial r^2}\right|_{r=a}=0 \tag{2.16}$$

$$p(r,\varphi,z,t)=p_r(r)p_\varphi(\varphi)p_z(z)T(t) \tag{2.17}$$

Substituindo Eq.(2.17) em Eq.(2.15), obtemos Eq.(2.18). Novamente separamos as variáveis com dependência única, chegando às equações expressas em Eq.(2.19).

$$\frac{1}{p_r}\frac{\partial^2 p_r}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial p_r}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\left(\frac{1}{p_\varphi}\right)\frac{\partial^2 p_\varphi}{\partial \varphi^2}+\frac{1}{p_z}\frac{\partial^2 p_z}{\partial z^2}+k^2=0 \tag{2.18}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d^2p_z}{dz^2} + k_z^2 p_z(z) = 0 \\ \dfrac{d^2p_\varphi}{d\varphi^2} + k_\varphi^2 p_\varphi(\varphi) = 0 \\ \dfrac{d^2p_r}{dr^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{dp_r}{dr} + p_r\left(k^2 - k_z^2 - \dfrac{k_\varphi^2}{r^2}\right) = 0 \end{cases} \tag{2.18}$$

Novamente os termos dependentes de $z$ e de $\varphi$ são facilmente identificados como a equação de Helmholtz unidimensional, e assim sendo, sua resolução está expressa em Eq.(2.19). No entanto para os termos dependentes do raio ($r$) é necessária uma manipulação. Assim, inicialmente introduzimos o conceito de número de onda transversal Eq.(2.20), e substituímos tal número de onda transversal na equação Eq.(2.18), obtendo a Eq.(2.21).

$$\begin{cases} p_z(z) = Ae^{-jk_z z} + Be^{jk_z z} \\ p_\varphi(\varphi) = Ce^{-jk_\varphi \varphi} + De^{jk_\varphi \varphi} \end{cases} \tag{2.19}$$

$$k_r^2 = k^2 - k_z^2 \tag{2.20}$$

$$\frac{d^2p_r}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dp_r}{dr} + p_r\left(k_r^2 - \left(\frac{k_\varphi}{r}\right)^2\right) = 0 \tag{2.21}$$

A equação diferencial que se encontra na forma de Eq.(2.21) é conhecida como equação de Bessel, e tem solução geral conhecida como expressa em Eq.(2.22).

$$p_r(r) = F\,J_m(k_r r) + G\,N_m(k_r r) \tag{2.22}$$

Os termos $J_m$ e $N_m$ de Eq.(2.22) são respectivamente conhecidos por função de Bessel e Função de Neumann. Em r=0, apenas as funções de Bessel são finitas, assim o coeficiente G deve ser igual à zero. Finalmente aplicamos a condição de contorno de Eq.(2.16), que resulta na Eq.(2.23). Discretizando novamente os valores em modos, obtemos a Eq.(2.24).

$$\left.\frac{dJ_m(k_r r)}{dr}\right|_{r=a} = J'_m(k_r a) = 0 \tag{2.23}$$

$$p(r,\varphi,z,t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\Lambda_{mn}\sqrt{\varepsilon_m}\,J_m(k_{rmn}r)\cos(m\,\varphi + \varphi_m)(p_{mn+}e^{j(\varpi t - k_{zmn}z)} + p_{mn-}e^{j(\varpi t + k_{zmn}z)}) \tag{2.24}$$

Na equação (2.24) o termo $k_{rmn}$ representa os valores discretos de $k_r$ que satisfazem as condições de contorno. Os termos $k_{zmn}$ e $\Lambda_{mn}$ estão expressos respectivamente nas equações (2.25) e (2.26), sendo que o último é uma constante de normalização.

$$k_{zmn} = (k^2 - k_{rmn}^2)^{\frac{1}{2}} \tag{2.25}$$

$$\Lambda_{mn} = \frac{\left(\frac{1-m^2}{(k_{rmn}a)^2}\right)^{\frac{1}{2}}}{J_m(k_{rmn}a)} \tag{2.26}$$

### 2.1.3 Acústica no Duto de sessão Anelar

Conforme citado previamente, o duto anelar é a aproximação utilizada no problema. O encapsulamento é modelado pelo anel externo e o *hub* modelado pelo anel interno. O modelo de duto cilíndrico é representado na Figura 2.3~~Figura 2.3~~~~Figura 2.3~~.

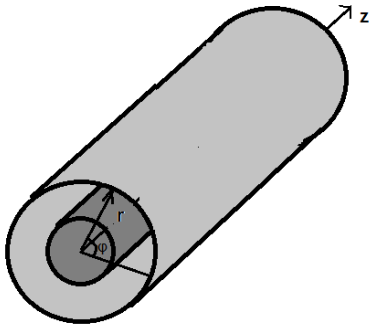


**Figura 2.3-Duto de Sessão Transversal Anelar**

Neste caso, o desenvolvimento da teoria é idêntico ao do duto com sessão transversal cilíndrica, sendo a única diferença, a condição de contorno, agora expressa pela equação (2.27).

$$\begin{cases} \left.\dfrac{\partial^2 p}{\partial r^2}\right|_{r=a} = 0 \\ \left.\dfrac{\partial^2 p}{\partial r^2}\right|_{r=b} = 0 \end{cases} \tag{2.27}$$

Aplicando a condição de contorno à equação de Bessel que serve como solução do problema, chegamos à conclusão que os coeficientes F e G não podem ser mutuamente iguais à zero. Então obtemos a equação (2.28).

$$\begin{vmatrix} J_m{}'(k_r a) & N_m{}'(k_r a) \\ J_m{}'(k_r b) & N_m{}'(k_r b) \end{vmatrix} = 0 \tag{2.28}$$

# 3 GERAÇÃO DE RUÍDO

# 3 GERAÇÃO DO RUÍDO

## 3.1 ACÚSTICA DO DUTO

### 3.1.1 Modos Normais em um Duto Anelar

Os modos normais de um duto anular com paredes rígidas são as soluções da equação bidimensional de Helmholtz que tem a forma especial descrita na sessão anterior. Definindo $\Psi(r,\phi)$, tanto como a pressão ou velocidade potencial (Eq.(3.1)), então as derivadas radiais devem ser nulas nas paredes do *hub* e do duto, e não podem ser A e B mutuamente zero Eq.(3.2).

$$\Psi(r,\phi) \cong f(r)e^{im\phi} \tag{3.1}$$

$$f(u) = \psi(Xr) = AJ_M(Xr) + BN_m(Xr) \tag{3.2}$$

Observando a equação Eq.(2.28), percebemos que a mesma tem infinitas raízes, para todo número inteiro (m). A importância dos modos de duto é que eles podem ser utilizados para representar um padrão de pressão que se propaga no duto, e qualquer campo acústico no duto pode ser representado como uma combinação desses padrões.

A equação da onda no duto, contendo fluido se movendo com velocidade axial é representada em Eq.(3.3). Assumimos a pressão conforme o padrão representado na Eq.(3.4), e obtemos a solução representada em Eq.(3.5). Isolando em termos de $\Upsilon$ é obtida a equação Eq.(3.6).

$$\nabla^2 \mathrm{p} + \frac{\partial^2 \mathrm{p}}{\partial \mathrm{x}^2} - \frac{1}{{\mathrm{c}_0}^2}\left(\frac{\partial}{\partial \mathrm{t}} + \mathrm{U}\frac{\partial}{\partial \mathrm{x}}\right)^2 \mathrm{p} = 0 \tag{3.3}$$

$$p = \psi(X_{m,n}r)e^{i(m\phi - \Upsilon x - \omega t)} \tag{3.4}$$

$${X_{m,n}}^2 - \Upsilon^2 + (\omega/\mathrm{c}_0 + \mathrm{U}\Upsilon/\mathrm{c}_0)^2 = 0 \tag{3.5}$$

$$\Upsilon = \frac{1}{\beta^2}\left(\frac{M\omega}{c_0} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 - \beta^2 {X_{m,n}}^2}\right) \tag{3.6}$$

$$\beta = \sqrt{1 - M^2} \tag{3.7}$$

O conceito de modos *cut-on* e *cut-off* é aqui retomado para a escolha dos modos que se propagam, agora no duto anelar. A equação mostra que $\Upsilon$ é real sempre que $\omega$ é real e $\omega/c_0 > \beta X_{m,n}$ .Se $\omega$ é real, mas $\frac{\omega}{c_0} > \beta X$, então $\Upsilon$ é complexo então o padrão de pressão adotado decai exponencialmente.

O padrão de pressão modal $p = \psi(X_{m,n}r)e^{i(m\phi - \Upsilon x - \omega t)}$ pode ser imposto como forma geral do campo de pressão acústica no duto. Assim, se multiplicarmos o padrão por uma função arbitrária de $\omega$ (digamos $\overline{p}_{m,n}(\omega)$), integrarmos na frequencia $(\omega/2\pi)$ e somar em m e n, temos a equação Eq.(3.8) e sua transformada de Fourier Eq.(3.9).

$$p(\vec{x}, t) = \sum_m \sum_n \psi(X_{m,n}r) \int \overline{p}_{m,n}(\omega) e^{i(m\phi - \Upsilon x - \omega t)} \frac{d\omega}{2\pi} \tag{3.8}$$

$$\overline{p}(\vec{x}, \omega) = \sum_m \sum_n \overline{p}_{m,n}(\omega)\psi(X_{m,n}r)e^{i(m\phi - \Upsilon x)} \tag{3.9}$$

### 3.1.2 Fluxo de Energia Acústica

Em um duto com escoamento a uma velocidade uniforme axial, a intensidade acústica instantânea é dada pela equação Eq.(3.10). Nas equações Eq.(3.11) e Eq.(3.12) são representados os padrões de pressão e sua transformada de Fourier, enquanto nas equações Eq.(3.13) e Eq.(3.14) é feito o mesmo com a velocidade.

$$I = (1 + M^2)pu + \left[\frac{M}{\rho_0 c_0}\right] p^2 + \rho_0 c_0 M u^2 \tag{3.10}$$

$$\overline{p}(\vec{x},\omega) = \int p(\vec{x},t)e^{i\omega t}dt \tag{3.11}$$

$$p(\vec{x},t) = \int \overline{p}(\vec{x},\omega)e^{-i\omega t}\frac{d\omega}{2\pi} \tag{3.12}$$

$$\overline{u}(\vec{x},\omega) = \int u(\vec{x},t)e^{i\omega t}dt \tag{3.13}$$

$$u(\vec{x},t) = \int \overline{u}(\vec{x},\omega)e^{-i\omega t}\frac{d\omega}{2\pi} \tag{3.14}$$

A intensidade pode ser escrita como a inversa da dupla transformada de Fourier Eq.(3.15), e tanto $\overline{p}\,(\vec{x},\omega)$, quanto $\overline{u}\,(\vec{x},\nu)$ podem ser escritos na forma de somas de padrões modais de pressão, como na etapa anterior representada por Eq.(3.16) e Eq.(3.17).

$$\begin{aligned} I = \iint \Big\{ &(1+M^2)\overline{p}(\vec{x},\omega)\overline{u}(\vec{x},\nu) + \left[\frac{M}{\rho_0 c_0}\right]\overline{p}(\vec{x},\omega)\overline{p}(\vec{x},\nu) \\ &+ \rho_0 c_0 M\overline{u}(\vec{x},\omega)\overline{u}(\vec{x},\nu)\Big\} e^{-i(\varpi-\nu)t}\frac{d\omega}{2\pi}\frac{d\nu}{2\pi} \end{aligned} \tag{3.15}$$

$$\overline{p}(\vec{x},\omega) = \sum_m \sum_n \overline{p}_{m,n}(\omega)\psi(X_{m,n}r)e^{i(m\phi-\Upsilon x)} \tag{3.16}$$

$$\overline{u}(\vec{x},\nu) = \sum_m \sum_n \overline{u}_{m,n}(\nu)\psi(X_{m,n}r)e^{i(m\phi-\Upsilon x)} \tag{3.17}$$

Os coeficientes $\overline{p}_{m,n}(\omega)$ e $\overline{u}_{m,n}(\omega)$ não são independentes e podem ser relacionados pela equação do momento Eq.(3.18). Realizando a substituição nas equações anteriores, chegamos em Eq.(3.19).

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \tag{3.18}$$

$$\overline{u}_{m,n}(\omega) = -\frac{A_{m,n}(\omega)}{\rho_0 U}\overline{p}_{m,n} \tag{3.19}$$

$$A_{m,n}(\omega) = \frac{\Upsilon}{\omega/\mathrm{U} + \Upsilon} \tag{3.20}$$

Assim, a intensidade pode ser escrita em termos de $\overline{p}_{m,n}(\omega)$ (Eq.(3.21)), e para obtenção da potência sonora é necessário uma integração na seção transversal do duto, conforme Eq.(3.22). Durante um período, a potência média é obtida através da Eq.(3.23).

$$\begin{aligned} I &= \sum_m \sum_n \sum_k \sum_l \psi_m(X_{m,n}r)\psi_k(X_{k,l}r)e^{i(m-k)\phi} \iint \left[M^2 - (1+M^2)A_{k,l}(\nu)\right. \\ &\left. + A_{m,n}(\omega)A_{k,l}(\nu)\right] e^{-[i(\Upsilon(\omega)-\Upsilon(\nu))\mathrm{x}]-[\mathrm{i}(\omega-\nu)\mathrm{t}]}\overline{p}_{m,n}(\omega)\overline{p}_{k,l}(\nu)\frac{d\omega}{2\pi}\frac{d\nu}{2\pi} \end{aligned} \tag{3.21}$$

$$\begin{aligned} Power &= \int_{r_H}^{r_D}\int_0^{2\pi} I r d\phi dr \\ &= \frac{\pi({r_D}^2 - {r_H}^2)}{\rho_0 U}\sum_m \sum_n \iint \left[M^2 - (1+M^2)A_{m,n}(\omega)\right. \\ &\left. + A_{m,n}(\omega)^2\right] e^{-[i(\Upsilon(\omega)-\Upsilon(\nu))\mathrm{x}]-[\mathrm{i}(\omega-\nu)\mathrm{t}]}\overline{p}_{m,n}(\omega)\overline{p}_{k,l}(\nu)\frac{d\omega}{2\pi}\frac{d\nu}{2\pi} \end{aligned} \tag{3.22}$$

$$\begin{aligned} \langle\overline{Power}\rangle &= \int S(\omega)\frac{d\omega}{2\pi} \\ &= \frac{\pi({r_D}^2 - {r_H}^2)}{\rho_0 U}\sum_m \sum_n \iint \left[M^2 - (1+M^2)A_{m,n}(\omega)\right. \\ &\left. + A_{m,n}(\omega)^2\right]\overline{p}_{mn0}(\omega)\frac{d\omega}{2\pi} \end{aligned} \tag{3.23}$$

$$S(\omega) = \frac{\pi({r_D}^2 - {r_H}^2)}{\rho_0 U} \sum_m \sum_n \left[M^2 - (1+M^2)A_{m,n}(\omega) + A_{m,n}(\omega)^2\right] \overline{p}_{mn0}(\omega) \tag{3.24}$$

$$\left[M^2 - (1+M^2)A_{m,n}(\omega) + A_{m,n}(\omega)^2\right] = \frac{\pm M^2 \beta^4 (\omega/U) k_{mn}(\omega)}{[\omega/c_0 \pm M k_{mn}(\omega)]^2} \tag{3.25}$$

$$k_{mn}(\omega) = \left\{(\omega/c_0)^2 - (1-M^2)^2 {X_{m,n}}^2\right\}^{1/2} \tag{3.26}$$

### 3.1.3 Modos Acústicos de Duto Excitados por Cargas Flutuantes na Estatora

Nessa parte do trabalho, desejamos obter equações que relacionam os modos acústicos às cargas na estatora. A equação inicial Eq.(3.27) vem do livro (Goldestein, 1976).

$$p(\vec{x},t) = \int \int_{S(\tau)} \nabla G(\vec{x},\vec{y},t-\tau)\vec{f}(\vec{y},\tau) ds(\vec{y}) d\tau \tag{3.27}$$

Tal equação fornece a flutuação de pressão $p(\vec{x},t)$ em qualquer ponto $\vec{x}$ do duto, em termos da força por unidade de área $\vec{f}$ exercida pelas pás no fluído. Nesta equação $G(\vec{x},\vec{y},t-\tau)$ é a função de Green no tempo para um duto anular de paredes rígidas. Se introduzirmos coordenadas cilíndricas onde $\vec{x} = (r, x_1, \phi)$ e $\vec{y} = (r', y_1, \phi')$ , $G(\vec{x},\vec{y},t-\tau)$ pode ser escrita segundo Eq.(3.28).

$$G(\vec{x},\vec{y},t-\tau) = \frac{-1}{4\pi i} \sum_m \sum_n \frac{\psi_m(X_{m,n}r)\psi_m(X_{m,n}r')}{\Gamma} e^{im(\phi-\phi')} \int \frac{1}{k_{mn}} e^{-i\omega(t-\tau)+\Upsilon(y_1-x_1)} d\omega \tag{3.28}$$

Assumindo o fluído invíscido, a força $\vec{f}$ será normal à superfície:$\vec{f} = p\vec{n}$. E substituindo, obtemos a Eq.(3.29). A integral deve ser considerada nas duas faces

de cada palheta. Chamando a face superior de + e a inferior de -, e considerando as mesmas muito finas, temos a equação Eq.(3.30)

$$p(\vec{x},t) = \int \int_{S(\tau)} \vec{n}(\vec{y}) \nabla G(\vec{x},\vec{y},t-\tau) p(\vec{y},\tau) ds(\vec{y}) d\tau \tag{3.29}$$

$$p_+ \vec{n}_+ + p_- \vec{n}_- = (p_+ - p_-)\, \vec{n} \tag{3.30}$$

O vetor $\vec{n}$ é um vetor unitário, normal no meio da superfície da pá. Se definirmos $\Delta p = (p_+ - p_-)$, então a integração fica automática sobre as duas superfícies, o que é representado pela Eq.(3.31).

$$p(\vec{x},t) = \int \int_{S_m} \vec{n}(\vec{y}) \nabla G(\vec{x},\vec{y},t-\tau) \Delta p(\vec{y},\tau) dS(\vec{y}) d\tau \tag{3.31}$$

Estamos interessados no espectro de frequências, então é conveniente calcular a transformada de Fourier da equação. Para isso realizamos a seguinte mudança de variáveis: $\tilde{\phi} = \phi' - \Omega\tau$, assim a ordem das integrações podem ser invertida. Realizando a integração em $\tau$,chegamos em Eq.(3.32).

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Delta p(\vec{y}',\tau)\, e^{i(\omega - m\Omega)\tau} d\tau = \Delta \bar{p}(\vec{y}', \omega - m\Omega) \tag{3.31}$$

$$p(\vec{x},\omega) = \sum_m \sum_n \psi_m(X_{m,n} r) e^{i(m\phi - \Upsilon x_1)} \frac{1}{2i\Gamma k_{mn}} \int_{S_m} \psi_m(X_{m,n} r')\, \vec{n}(\vec{y}) \nabla \left[ e^{-i(m\phi' - \Upsilon \cdot - m\Omega)} \mathrm{dS}(\vec{y}) \right. \tag{3.32}$$

Notamos que a pressão tem o mesmo padrão discutido anteriormente, e escrevemos Eq. (3.33). O termo $\overline{p}_{m,n}(\omega)$ é explicitado naEq. (3.34).

$$\overline{p}(\vec{x},\omega) = \sum_m \sum_n \overline{p}_{m,n}(\omega) \psi(X_{m,n} r) e^{i(m\phi - \Upsilon x)} \tag{3.33}$$

$$\overline{p}_{m,n}(\omega) = \frac{1}{2i\Gamma k_{mn}} \int_{S_m} \psi_m\left(X_{m,n} r'\right) \vec{n}(\vec{y}) \nabla\left[e^{-i(m\phi' - \Upsilon x_1)}\right] \Delta\bar{p}(\vec{y}, \omega - m\Omega) \mathrm{dS}(\vec{y}) \tag{3.34}$$

É necessário realizar a integração por todas as pás. Assim seleciona-se uma pá arbitrária e denomina tal pá com o número 0, e as outras pás são s=1 até s=V-1. A pressão na pá *s* é dada pela representação de Eq. (3.35), onde $y_0$ é representado em Eq. (3.36). A contribuição de todas as pás é dada pela Eq. (3.37).

$$\Delta\bar{p}_s(\vec{y}_0, \omega - m\Omega) \tag{3.35}$$

$$\vec{y}_0 = (r', y_1, \phi') \tag{3.36}$$

$$\overline{p}_{m,n}(\omega) = \frac{1}{2i\Gamma k_{mn}} \int_{S_0} \psi_m\left(X_{m,n} r'\right) \vec{n}(\vec{y}_0) \nabla\left[e^{-i(m\phi' - \Upsilon y_1)}\right] \{\sum_S \Delta\bar{p}_s(\vec{y}_0, \omega - m\Omega) \mathrm{e}^{\frac{12\pi \mathrm{ms}}{\mathrm{B}}} \mathrm{dS}(\overrightarrow{y_0} \tag{3.37}$$

O vetor normal na pá de referencia é $\vec{n} = (0, -sen\chi, -\cos\chi)$, e consequentemente chegamos a Eq. (3.37a).

$$\vec{n}(\vec{y}_0) \nabla\left[e^{-i(m\phi' - \Upsilon y_1)}\right] = \left(\frac{im}{r'} \cos\chi - i\,\Upsilon \mathrm{sen}\,\chi\right) e^{-i(m\phi' - \Upsilon y_1)} \tag{3.37a}$$

Para facilitar a integração sobre a superfície é inserida a coordenada $z'$ que varia de $z' = -b$, no bordo de ataque até $z' = b$, no bordo de fuga. Como o interesse é no som gerado pela estatora, substituímos B por V, à velocidade é nula, assim: $\Omega = 0$, finalmente substituímos $\chi = -\theta$.Temos a equação correspondente Eq. (3.37b).

$$\overline{p}_{m,n}(\omega) = \frac{1}{2i\Gamma k_{mn}} \int_{r_h}^{r_d} \psi_m\left(X_{m,n} r'\right)\left(\frac{m}{r'}\cos\theta' + \Upsilon \operatorname{sen}\theta'\right) e^{i\left(\frac{m}{R}\delta_2 - \Upsilon\delta_1\right)} \int_{-b}^{+b} \left\{\sum_{s=0}^{V-1} \Delta\bar{p}_s(r', z', \omega') \mathrm{e}^{\frac{12\pi \mathrm{ms}}{\mathrm{V}}}\right\} e^{i\left(\Upsilon\cos\theta - \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{r}'} sen\theta\right)} \tag{3.37b}$$

## 3.2 RESPOSTA EM CASCATA DA ESTATORA

A distribuição de pressão pode ser obtida dividindo o estator em uma série de “fatias” e calculando a pressão em cada uma dessas fatias como se fosse uma cascata linear de placas planas.

A velocidade relativa às palhetas da estatora é considerada uma flutuação randômica ou determinística $\vec{u}\,(r, x_1, x_2, t)$ imposta ao escoamento nominal $U_r\,(r)$, que é função do raio somente. Estamos interessados apenas na flutuação que é devida ao carregamento da pá, ou seja (em aproximação linear), apenas estamos interessados no componente de velocidade normal às palhetas, digamos $w(r, \vec{x}, t)$. Tal componente de velocidade pode ser expresso de acordo com Eq. (3.37c).

$$w(r, \vec{x}, t) = \iiint \hat{\hat{\hat{w}}}\left(r, \vec{k}, \omega\right) e^{i\left(\vec{k}\vec{x} - \omega t\right)} \frac{d^2k}{(2\pi)^2} \frac{d\omega}{2\pi} \tag{3.37c}$$

No sistema de coordenadas adotado, os pontos do meio da corda são (0,*sh*), sendo s qualquer número inteiro. A velocidade normal que existiria se não houvesse pás é encontrada substituindo: $\vec{x} = z\vec{c} + s\vec{h}$ na equação anterior. Onde $\vec{c} = (cos\chi, sen\chi)$ é um vetor unitário direcionado ao longo da corda da pá, e $\vec{h} = (0, h)$ é o vetor de separação de duas pás vizinhas. Com relação à a velocidade, se não houvesse pás, teríamos Eq. (3.37d).

$$w\left(r, z\vec{c} + s\vec{h}, t\right) = e^{is\vec{k}\vec{h}} \iiint \hat{\hat{\hat{w}}}\left(r, \vec{k}, \omega\right) e^{i\left(\vec{k}\vec{x} - \omega t\right)} \frac{d^2k}{(2\pi)^2} \frac{d\omega}{2\pi} \tag{3.37d}$$

Como as pás são impermeáveis, elas induzem uma velocidade adicional que cancela a velocidade normal de entrada nas pás. Essa velocidade induzida é associada com a distribuição de pressão que é contínua, exceto nas pás onde há

descontinuidade, digamos que exista $\Delta p_s\,(r,z,t)$. O problema de calcular a descontinuidade de pressão na corda (ou pressure loading) em uma cascata de pás expostas a um fluxo normal de velocidade pode ser reduzido à solução da equação integral Eq. (3.38a).

$$\rho_0 U_r \hat{\hat{\hat{w}}}(r,\vec{k},\omega) e^{i\vec{k}(z\vec{c}+s\vec{h})} = \int_{-b}^{b} K_c(z-y)\Delta p_s(r,y)\frac{dy}{b} \tag{3.38a}$$

Normalizando a equação integral, dividindo ambos os lados por $\rho_0 U_r \hat{\hat{\hat{w}}}(r,\vec{k},\omega) e^{is\vec{k}\vec{h}}$, temos Eq. (3.38b).

$$e^{i\vec{k}(z\vec{c})} = \int_{-b}^{b} K_c(z-y)\left\{\frac{\Delta p_s(r,y)e^{-is\vec{k}\vec{h}}}{\rho_0 U_r \hat{\hat{\hat{w}}}(r,\vec{k},\omega)}\right\}\frac{dy}{b} \tag{3.38b}$$

Nessa equação $K_c$ é chamada de função Kernel. Assumindo que a quantidade em parênteses é independente de s, então utilizamos Eq. (3.39). Assim obtemos a distribuição de pressão na corda Eq. (3.40).

$$\left\{\frac{\Delta p_s(r,y)e^{-is\vec{k}\vec{h}}}{\rho_0 U_r \hat{\hat{\hat{w}}}(r,\vec{k},\omega)}\right\} = f(r,z,\vec{k},\omega) \tag{3.39}$$

$$\Delta p_s(r,z,\vec{k},\omega) = \rho_0 U_r \hat{\hat{\hat{w}}}(r,\vec{k},\omega)\, f(r,z,\vec{k},\omega) e^{is\vec{k}\vec{h}} \tag{3.40}$$

Como o problema é assumido linear, a distribuição de pressão devido a um fluxo qualquer de velocidade pode ser obtida multiplicando a equação anterior por $e^{-i\omega t}$ e integrando em $\omega, k_1, k_2$, chegando em Eq. (3.41).

$$\Delta p_s(r,z,\vec{k},\omega) = \rho_0 U_r \iiint \hat{\hat{\hat{w}}}(r,\vec{k},\omega)\, f(r,z,\vec{k},\omega) e^{is\vec{k}\vec{h}-i\omega t}\frac{d\omega}{2\pi}\frac{d^2k}{(2\pi)^2} \tag{3.41}$$

Para referência futura, é importante notar que $\hat{\hat{\hat{w}}}(r,\vec{k},\omega)$ é a transformada tripla de Fourier na entrada da estatora, representada em Eq. (3.42). Como a velocidade é necessariamente periódica em $x_2$, $w(r,\vec{x},t)$ pode ser escrito como série de Fourier Eq. (3.43). Sendo $w_n$ explicitado em Eq. (3.44).

$$\hat{\hat{\hat{w}}}(r,\vec{k},\omega) = \iiint w(r,\vec{x},t)e^{i\omega t - i\vec{k}\vec{x}}d^2xdt \tag{3.42}$$

$$w(r,\vec{x},t) = \sum_n w_n(r,x_1,t)e^{i(\frac{nx_2}{r})} \tag{3.43}$$

$$w_n(r,x_1,t) = \frac{1}{2\pi r}\int_{-\pi r}^{+\pi r} w(r,\vec{x},t)e^{-i(\frac{nx_2}{r})}dx_2 \tag{3.44}$$

## 3.3 TURBULÊNCIA DA ESTEIRA DO ROTOR

### 3.3.1 Modelo de Turbulência

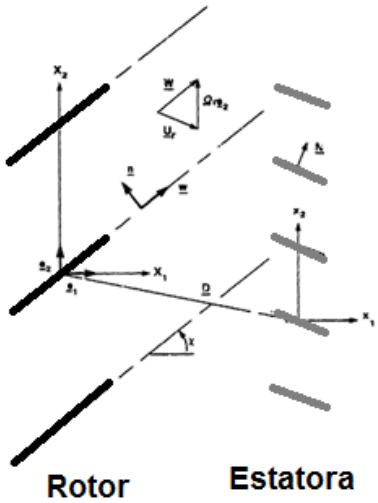


**Figura 3.1-Rotor e Estatora em Fatias**

A figura mostra uma fatia da seção aberta do conjunto formando duas cascatas lineares. O eixo $(x_1, x_2)$ é fixo na estatora, enquanto o eixo $(X_1, X_2)$ se move com o rotor. A equação que relaciona os eixos é Eq. (3.45).

$$\vec{X} = \vec{x} + \vec{D} + \Omega r t \vec{e_2} \tag{3.45}$$

O vetor $\vec{D}$ se extende da pá de referência no rotor até a palheta de referência na estatora. Tais referências podem ser escolhidas arbitrariamente. Na Figura 3.1~~Figura 3.1~~~~Figura 3.1~~, as linhas de centro da esteira são marcadas como linhas pontilhadas, e fazem um ângulo $\chi$com o eixo de rotação do rotor, o vetor $\vec{n}$ é normal às linhas de centro da esteira, e assim, utilizando como referência o eixos $\vec{X}$, têm coordenadas $(-sen\chi, cos\chi)$. É importante ressaltar que as definições de $\vec{n}$ e $\chi$, são diferentes das apresentadas anteriormente.

O modelo matemático da esteira turbulenta pode ser descrito como segue: a velocidade do fluido vista nas coordenadas rotativas tem assumida a seguinte forma da equação Eq. (3.46).

$$w(r, \vec{X}, t) = \varepsilon_w W F(\vec{X}\vec{n}) g(r, \vec{X} - \vec{W}t) \tag{3.46}$$

É conveniente expressar a função $F$ na equação anterior, como uma série infinita de funções que representam a variação da intensidade de turbulência em uma das esteiras Eq. (3.47). A distância normal entre esteira é: $2\pi r cos\chi/\mathrm{B}$.

$$F(\vec{X}\vec{n}) = \sum_m f\left(\frac{\vec{X}\vec{n} - mhcos\chi}{\delta cos\chi}\right) \tag{3.47}$$

$$f\left(\frac{y}{\delta}\right) = e^{-\pi\left(\frac{y}{\delta}\right)^2} \tag{3.48}$$

Na equação Eq. (3.48) $y = \vec{X}\vec{n}$ e $\delta$ é definido de forma que: $\int f\left(\frac{y}{\delta}\right) dy = \delta$. Como $F(\vec{X}\vec{n})$ é uma função periódica, ela pode ser expressa como uma série de Fourier Eq. (3.49).

$$F(\vec{X}\vec{n}) = \frac{B}{2\pi r} \sum_s \hat{f}\left(\frac{sB\delta}{r}\right) e^{\frac{isB}{r cos\chi}\vec{X}\vec{n}} \tag{3.49}$$

E $\hat{f}(\alpha)$ é a transformada de Fourier da função $f(x)$, representada na equação Eq. (3.50).

$$\hat{f}(\alpha) = \int f(x)e^{-i\alpha x}dx \tag{3.50}$$

A função $g(r, \vec{X} - \vec{W}t)$ é uma função randômica estacionária em respeito a variável espacial $\vec{X}$. A função de correlação $\phi_w$ Eq. (3.51) assim é função de $\vec{X} - \vec{Y}$, e não de $\vec{X}$ e $\vec{Y}$ separadamente. Utiliza-se $r = \frac{1}{2}(r_1 + r_2)$.

$$\langle w(r_1, \vec{X} - \vec{W}t)\, w(r_2, \vec{Y} - \vec{W}t)\rangle = \phi_w[\vec{X} - \vec{Y} - \vec{W}(t - \tau), \Delta r] \tag{3.51}$$

$$\phi_w(\vec{X}, \Delta r) = \sum_m \phi_m e^{\frac{imX_2}{r}} \tag{3.52}$$

Os coeficientes $\phi_m$ são proporcionais aàs transformadas de Fourier na função não periódica $\phi(\vec{X}, \Delta r)$, definidas em Eq. (3.53). Levando a Eq. (3.54) e Eq. (3.55), finalmente as transformadas de Fourier são dadas em Eq. (3.56).

$$\begin{aligned} \phi(\vec{X}, \Delta r) &= \phi_w(\vec{X}, \Delta r) \quad se\ |X_2| < \pi r \\ \phi(\vec{X}, \Delta r) &= 0 \qquad\qquad\quad se\ |X_2| \geq \pi r \end{aligned} \tag{3.53}$$

$$\phi_m = \frac{1}{2\pi r}\hat{\phi}(X_1, \frac{m}{r}, \Delta r) \tag{3.54}$$

$$\phi_w(\vec{X}, \Delta r) = \frac{1}{2\pi r}\sum_m \hat{\phi}(X_1, \frac{m}{r}, \Delta r)e^{\frac{imX_2}{r}} \tag{3.55}$$

$$\hat{\hat{\phi}}_w(\vec{\lambda}, \Delta r) = \frac{1}{r}\sum_m \hat{\hat{\phi}}(\vec{\lambda}, \Delta r)\delta(\lambda_2 - \frac{m}{r}) \tag{3.56}$$

### 3.3.2 Espectro de Frequência dos Números de Onda

Para calcular o espectro de potência gerado pela interação da esteira turbulenta do rotor com o estator, devemos calcular o valor do número de onda da esteira, como espectro na frequência para um referencial não rotativo Eq. (3.57).

$$\langle \hat{\hat{w}}(r_1,\vec{k},\omega)\hat{\hat{w}}(r_2,\vec{K},\nu)\rangle = \iiint \iiint \langle w(r_1,\vec{X}-\vec{W}t)w(r_2,\vec{Y} - \vec{W}\tau)\rangle e^{i\omega t - i\nu\tau - i\vec{k}\vec{X} + i\vec{K}\vec{Y}} d^2x d^2y d\tau dt \tag{3.58}$$

O valor esperado da esteira turbulenta é apresentado em Eq. (3.58). Assume-se $r_1 = r_2 = r$, exceto em $\Delta r$, substituindo a equação anterior e mudando as variáveis de integração para $\vec{X}$e $\vec{Y}$, conforme Eq. (3.59). Introduzindo uma segunda mudança de variáveis Eq. (3.60), a integração com respeito a t e $\tau$, pode ser realizada explicitamente, conforme Eq. (3.61).

$$\langle w(r_1,\vec{X}-\vec{W}t)w(r_2,\vec{W}\tau)\rangle = \varepsilon_w^2 W^2 F(\vec{X}\vec{n})F^*(\vec{Y}\vec{n})\phi_w[\vec{X}-\vec{Y}-\vec{W}(t-\tau),\Delta r] \tag{3.58}$$

$$\vec{X} = \vec{x} + \vec{D} = \Omega r t \vec{e}_2$$
$$\vec{Y} = \vec{y} + \vec{D} = \Omega r t \vec{e}_2 \tag{3.59}$$

$$\vec{\xi} = \vec{X} - \vec{Y} - \vec{W}(t-\tau) \tag{3.60}$$

$$\langle \hat{\hat{w}}(r_1,\vec{k},\omega)\hat{\hat{w}}(r_2,\vec{K},\nu)\rangle = (2\pi)^2\delta(\omega - \vec{W}\vec{k} + \Omega r k_2)\delta(\nu - \vec{W}\vec{k} + \Omega r k_2)\int \iiint F[(\vec{\xi} + \vec{Y})\vec{n}]F^*(\vec{Y}\vec{n})\Phi(\vec{\xi})e^{i(\vec{K}-\vec{k})\vec{Y} - i\vec{k}\vec{\xi}} d^2\vec{\xi} d^2\vec{Y} e^{i(\vec{K}-\vec{k})\vec{D}} \tag{3.61}$$

Introduzindo a variável $\vec{U}_r = \vec{W} - \Omega r \vec{e}_2$, substituindo $F(\vec{Y}\vec{n})$, e rearranjando, obtêm-se a equação Eq.(3.62).

$$\begin{aligned}
&\langle \hat{\hat{w}}(r_1, \vec{k}, \omega) \hat{\hat{w}}(r_2, \vec{K}, \nu) \rangle \\
&\quad = \frac{(2\pi\varepsilon_w WB\delta)^2}{r^3} \delta(\omega \\
&\quad - \vec{U}_r \vec{k}) \sum_m \sum_l \hat{f}\left(\frac{mB\delta}{r}\right) \hat{f}^*\left(\frac{lB\delta}{r}\right) e^{\frac{i(m-l)}{rcos\chi}\vec{D}\vec{n}} \hat{\phi}\Big(k \\
&\quad - \frac{mB}{rcos\chi}\vec{n}, \Delta r\Big) \delta[\nu - \omega - \Omega(l-m)B] \delta\Big[\vec{k} \\
&\quad - \vec{K}\frac{(m-l)B}{rcos\chi}\vec{n}\Big] \sum_s \delta\left(k - \frac{s+mb}{r}\right)
\end{aligned} \tag{3.62}$$

### 3.3.3 Velocidades Espectrais da Esteira Turbulenta em Coordenadas Rotativas e ão Rotativas.

A velocidade R.M.S. da esteira turbulenta pode ser calculada multiplicando a equação anterior por $(2\pi)^5 e^{i(\nu-\omega)t + i(\vec{k}-\vec{K})\vec{X}}$ e integrando sobre $\nu$, $\vec{K}$ e $\vec{k}$, resultando em Eq.(3.63).

$$\begin{aligned}
&\langle w^2(r, x, t) \rangle \\
&= \frac{(\varepsilon_w WB\delta)^2}{(2\pi r)^3 U_{r1}} \sum_m \sum_l \hat{f}\left(\frac{mB\delta}{r}\right) \hat{f}^*\left(\frac{lB\delta}{r}\right) e^{\frac{i(m-l)B}{rcos\chi}(\vec{x}+\vec{D})\vec{n} + i\Omega(l-m)Bt} \sum_s \hat{\hat{\phi}}\Big(\vec{k}_s \\
&- \frac{mB}{rcos\chi}\vec{n}, 0\Big) \frac{d\omega}{2\pi}
\end{aligned} \tag{3.63}$$

O número de onda é definido pelas seguintes equações representadas em Eq.(3.64).

$$\begin{cases} \vec{U}_r \vec{k}_s = \omega \\ \vec{e}_2 \vec{k}_s = \dfrac{s + mB}{r} \end{cases} \tag{3.64}$$

### 3.3.4 Modos de Duto Excitados pela Interação da Esteira com o Estator

Para descobrir a densidade espectral dos modos de duto excitados pela esteira turbulenta colidindo com a estatora, utilizamos a transformada de Fourier da amplitude complexa do modo gerado, devido a uma pressão genérica no duto Eq.(3.37). A densidade espectral do modo de duto (*m,n*) pode ser representada pela equação Eq.(3.65). O termo $C_{MN}(r,\omega)$ é a integral da função elementar de carregamento na corda, representado por Eq.(3.66) e $\mu$ por Eq.(3.37) .

$$\begin{aligned} &P_{MN}(\omega) \\ &= \left(\frac{\rho_0 \varepsilon_w B V \delta}{2\pi}\right)^2 \frac{L_1 L_2 L_r}{4\Gamma {k_{nm}}^2} \int_{r_h}^{r_d} \frac{U_r^2(r) W(r)}{U_{r1}(r) r^3} \psi_m(X_{m,n} r) \left(\frac{m}{r} \cos\theta \right. \\ &\left. + \Upsilon \operatorname{sen}\theta\right)^2 b^2(r) |C_{MN}(r,\omega)|^2 \sum_{m_1} \sum_{q_1} \left| \hat{f}\left(\frac{m_1 B \delta}{r}\right)\right|^2 \hat{\phi}_1(\lambda_1 L_1) \hat{\phi}_2(\lambda_2 L_2)\, dr \end{aligned} \tag{3.65}$$

$$C_{MN}(r,\omega) = \int_{-b}^{+b} f(r,z,\vec{k},\omega)\, e^{i\mu z} \frac{dz}{b} \tag{3.66}$$

$$\mu = \Upsilon \cos\theta - \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{r}} sen\theta \tag{3.67}$$

### 3.3.5 Fluxo Sonoro

O fluxo sonoro em um duto é dado por Eq. (3.68), sendo que os coeficientes $G_{mn}(\omega)$ e $P_{mn}\ (\omega)$ são representados Eq. (3.69) e Eq. (3.70) respectivamente.

$$S(\omega) = \frac{\pi(r_d^2 - r_h^2)}{\rho_0 U} \sum_m \sum_n G_{mn}(\omega) P_{mn}(\omega) \tag{3.68}$$

$$G_{mn}(\omega) = \frac{\pm M^2 \beta^4 (\omega/U) k_{mn}(\omega)}{[\omega/c_0 \pm M k_{mn}(\omega)]^2} \tag{3.69}$$

É possível a introdução do conceito de fluxo sonoro por modo pela equação em Eq. (3.70). Assim, outra possível representação do fluxo total é dada em Eq. (3.71).

$$S_{mn}(\omega) = \frac{\pi(r_d^2 - r_h^2)}{\rho_0 U} G_{mn}(\omega) P_{mn}(\omega) \tag{3.70}$$

$$S(\omega) = \sum_m \sum_n S_{mn}(\omega) \tag{3.71}$$

Durante o desenvolvimento computacional, foi optado pelo uso da adimensionalização por $\rho_0 c_0^2 r_d^3$, chegando em Eq. (3.72) e finalmente à equação Eq. (3.73) em que foi baseado o código desenvolvido.

$$\frac{S(\omega)}{\rho_0 c_0^2 r_d^3} = \sum_m \sum_n \frac{S_{mn}(\omega)}{\rho_0 c_0^2 r_d^3} \tag{3.72}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{S_{mn}(\omega)}{\rho_0 c_0^2 r_d^3} \\
&= \frac{\beta^4 M_t \left(\frac{\omega}{\Omega}\right) (\varepsilon_w B V \delta)^2 L_1 L_2 L_r M^3 \sigma_c^2}{64\pi^4 (1-\sigma_r)^2 k_{nm} \left(\frac{M_t \omega}{\Omega} \pm \mathrm{Mk_{nm}}\right)^2} \int_{\sigma_r}^{1} \frac{b^2}{x^2 cos\chi} \sqrt{1 + \left(\frac{M_T x}{M}\right)^2} \psi_m(X_{mn} x)^2 \left| C_{mn}\left(x, \frac{\omega}{\Omega}\right) \right| \left(\frac{m}{x} cos\theta \right. \\
&\left. + \Upsilon sen\theta\right)^2 \sum_{m_1} \sum_{q_1} \left| \hat{f}\left(\frac{m_1 B \delta}{x}\right) \right|^2 \widehat{\phi_1}(\lambda_1 L_1) \widehat{\phi_2}(\lambda_2 L_2) \frac{dx}{x}
\end{aligned} \tag{3.73}$$

# 4 CÓDIGO COMPUTACIONAL

# 4 CÓDIGO COMPUTACIONAL

O desenvolvimento do trabalho aqui descrito se deu por via da criação de software que busca a resolução numérica das equações descritas nas seções anteriores. Assim, sabendo as características de turbulência da esteira do rotor, aplica-se a analogia acústica e propaga-se em duto.

A lógica de programação utilizada tenta seguir o fluxo representado na Figura 4.1~~Figura 4.1~~~~Figura 4.1~~. Em tal figura, mostra-se que os parâmetros de entrada são as geometrias, tanto do rotor, bem como do estator e, além disso, a característica de turbulência obtida. Também é considerado parâmetro de entrada as frequências mínimas e máximas que se deseja cálcular. O cálculo é realizado para várias frequências baseado na geração de ruído e na propagação do mesmo no duto.

Para tal desenvolvimento foi escolhida a linguagem de programação FORTRAN, uma linguagem eficiente para computação numérica de alto rendimento, tornando a mesma adequada ao tipo de problema tratado.

O compilador utilizado foi o GNU FORTRAN (GFORTRAN), que é um compilador de código aberto e gratuito. Tal compilador oferece suporte às versões mais modernas da linguagem e também torna possível o uso de sintaxes mais antigas como, por exemplo, o FORTRAN 77.

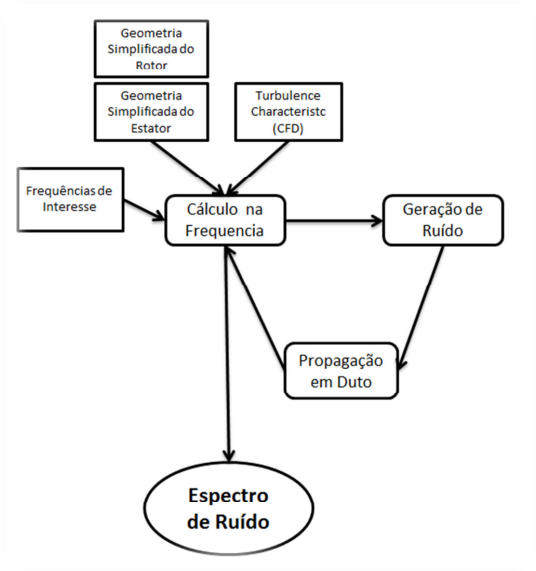


**Figura 4.1-Lógica Computacional**

## 4.1 MODOS DE DUTO

Conforme o demonstrado na seção 2.1 é possível a percepção da propagação de um modo de duto avaliando se o mesmo é *cut-on* ou *cut-off*. Dessa forma a primeira estratégia adotada foi à definição do número de ondas.

Sabendo o número de ondas máximo para as quais haveria propagação iniciamos dois "*loops*", o primeiro nos modos azimutais (m) e o segundo interno ao primeiro nos modos radiais (n). Conforme visto anteriormente, a somatória em (m) pode conter números inteiros positivos e negativos, enquanto as em (n) apenas contém números maiores que zero.

Dessa forma era calculado o número de onda de determinado modo (m, n), caso fosse maior que o número de onda máximo para a propagação, então o cálculo partia para o próximo modo. Dessa forma, a propagação deixaria de ocorrer, quando o modo radial (n) fosse é igual a 1, conforme Figura 4.2~~Figura 4.2~~~~Figura 4.2~~.

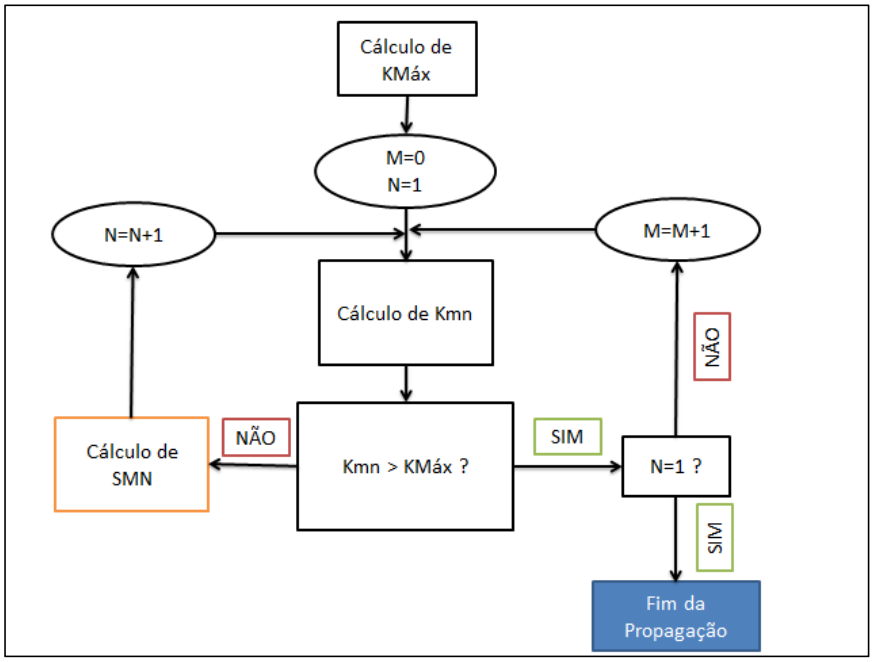


**Figura 4.2-Propagação dos Modos de Duto**

## 4.2 CÁLCULO DO NÚMERO DE ONDA

Para cálculo do número de onda descritona seção anterior, é necessário retomar as condições de contorno do problema, conforme a equação Eq. (2.28). Dessa forma, para cada modo (*m,n*) calculamos o valor do número de onda.

Nesse caso, conforme é possível observar na equação supracitada, é necessário o cálculo das funções de Bessel e Newman necessários. Para tal cálculo utilizamos a rotina descrita em (H. Press *et al.*, 1992). Os valores obtidos foram verificados utilizando o mecanismo de cálculo online (WolframAlpha, 2013), e os resultados foram verificados para 20 valores de cada uma das funções.

Para encontrar a solução da equação representada por Eq. (2.28), utilizamos método iterativo. Dessa forma o valor inicial para iteração é a adoção de um valor inicial para $k_{mn} = \pi$, e incrementos de $\frac{\pi}{10}$, quando $n = 1$. Assim, até que o determinante mude de sinal. Para valores de $n \neq 1$, prosseguimos da mesma maneira, sendo que a única diferença neste caso é a utilização do valor inicial da iteração que agora é o valor $k_{mn}$ de obtido para $(n - 1)$.

Uma vez conhecido o valor de $k_{mn}$, também é possível computar o valor das constantes A e B, da equação Eq. (3.2), através da equação Eq. (4.1). Escolhemos o valor mais adequado, tendo como critério o mínimo valor da soma $(A^2 + B^2)$. Ainda assim é necessária uma normalização dos valores obtidos para obtenção do resultado desejado da integral representada em Eq. (4.2).

$$\begin{cases} \begin{cases} A = 1 \\ B = -\dfrac{AJ'(k_{mn}b)}{N'(k_{mn}b)} \end{cases} \\ \begin{cases} A = -\dfrac{BN'(k_{mn}b)}{J'(k_{mn}b)} \\ B = 1 \end{cases} \end{cases} \tag{4.1}$$

$$\int_b^a \psi_m^2(k_{mn}r) r dr = \frac{1}{2}(b^2 - a^2) \tag{4.2}$$

## 4.3 CÁLCULO DO FLUXO SONORO

O fluxo sonoro $(S_{mn})$ é calculado conforme mostrado anteriormente na seção 3. Este é o ponto de maior diferença entre o código escrito em (Ventres, C.S., Theobald, M.A. e Mark, W.D., 1982) e o aqui descrito. No programa desenvolvido lá, é considerado que as distribuições de pressão não estacionárias na aleta do estator, têm dependência pequena da frequência e do raio, quando comparado com o formato do modo de duto. Assim sendo, o método utilizado é a criação de uma tabela com valores para a pressão não estacionária na estatora, sendo calculadas para uma discretização de poucas frequências e poucas posições no raio. Posteriormente os valores eram interpolados para os valores de interesse.

As limitações citadas se devem às restrições computacionais da época que o código foi desenvolvido. Agora em posse de um maior recurso computacional, foi **escolhido utilizar a abordagem de cálculo da pressão não estacionária para o raio e** frequência de interesse.

Dessa forma o código desenvolvido inicialmente era composto de duas partes. A primeira calculava para algumas posições no raio e alguns passos na frequência os valores da distribuição de pressão no duto, apenas para gerar uma

tabela de valores, que seriam buscados posteriormente pela segunda parte do código, que calculava de fato a acústica do duto.

O programa aqui desenvolvido tem parte única e quando necessita de valores para a pressão ativa uma sub-rotina que calcula a mesma para o valor exato da frequência e raio utilizados. A precisão aqui é aumentada, no entanto, o número de vezes em que o cálculo da distribuição de pressão é feito é maior.

## 4.4 GEOMETRIA

Conforme destacado anteriormente, a geometria considerada para cálculo analítico teve que ser simplificada. Desta forma os parâmetros considerados são em diversas posições radiais, os valores da corda, e o ângulo da pá.

Assim, foi gerada uma tabela referente à geometria simplificada, que contemplava tais parâmetros, sendo o ângulo da pá em radianos, a corda adimensionalizada pela corda da ponta da pá e o raio adimensionalizado pelo raio do duto. No caso de estudo os valores da corda onde era calculada a pressão não estacionária, eram os mesmos utilizados para as entradas das características de turbulência. Dessa forma nenhuma interpolação de valores foi necessária. Para cálculo do ruído gerado pela pá como um todo basta à integração no raio, conforme mostrado em seção anterior.

A Tabela 1 mostra os valores utilizados para definição da geometria no código analítico, enquanto a Figura 4.3~~Figura 4.3~~~~Figura 4.3~~, mostra a simplificação da aleta utilizada no código analítico, fazendo assim sua representação gráfica.

**Tabela 1-Valores Utilizados Para definição da Geometria do Rotor**

| $R/R_{duto}$ | $C/C_{ponta}$ | $\theta$ [rad] |
|---|---|---|
| **0.3750** | 0.9977 | 0.2541 |
| **0.4065** | 0.9969 | 0.2430 |
| **0.4380** | 0.9961 | 0.2318 |
| **0.4692** | 0.9955 | 0.2205 |
| **0.5004** | 0.9949 | 0.2092 |
| **0.5316** | 0.9945 | 0.2011 |
| **0.5628** | 0.9940 | 0.1929 |
| **0.5938** | 0.9938 | 0.1833 |
| **0.6248** | 0.9936 | 0.1736 |
| **0.6562** | 0.9937 | 0.1641 |
| **0.6876** | 0.9937 | 0.1547 |
| **0.7189** | 0.9939 | 0.1449 |
| **0.7501** | 0.9941 | 0.1351 |
| **0.7813** | 0.9945 | 0.1253 |
| **0.8125** | 0.9948 | 0.1154 |
| **0.8438** | 0.9954 | 0.1057 |
| **0.8750** | 0.9961 | 0.0960 |
| **0.9063** | 0.9969 | 0.0863 |
| **0.9375** | 0.9978 | 0.0766 |
| **0.9688** | 0.9989 | 0.0671 |
| **1.0000** | 1.0000 | 0.0575 |

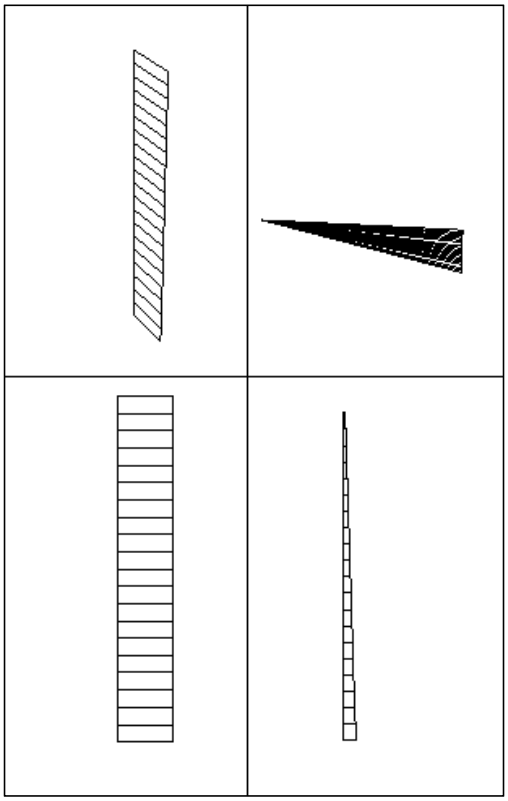

**Figura 4.3-4 Vistas da Representação da Aleta**

# 5 FLUIDODINÂMICA COMPUTACIONAL

# 5 FLUIDODINÂMICA COMPUTACIONAL

Para resolução das características da esteira turbulenta do rotor, foi utilizado o pacote comercial de softwares ANSYS®. Mais especificamente os softwares ICEM® para geração de malha e o CFX® para resolução numérica do problema.

Toda a simulação foi realizada em computador equipado com processador Xeon® de 16 núcleos com 3.3 GHz e 96 Gbytes de memória RAM. O método aqui proposto visa a implementação de um modelo de baixo custo computacional, dessa maneira, o próprio servidor foi utilizado para a simulação ao invés de utilizar-se um cluster. Dessa forma foram adotadas simplificações para que a solução se mantivesse rápida.

## 5.1 GEOMETRIA

Conforme citado previamente nesse trabalho, a geometria a ser utilizada é o ANCF da NASA. Além dos trabalhos citados previamente, uma completa e detalhada descrição do mesmo pode ser encontrada em (Pereira Maldonado, 2011).

A geometria do mesmo foi inicialmente trabalhada utilizando software de CAD 3D, exportada nos formatos STL e IGES para manipulação no software e geração da malha computacional. O trabalho com a geometria inicial consistiu na divisão da mesma em três domínios, como será mostrado posteriormente e manipulação para trabalho em passagem única de pá. Além disso, houve um trabalho de suavização das geometrias do bordo de ataque e bordo de fuga para evitar problemas causados por descontinuidade da superfície durante a geração da malha computacional.

O ANCF possibilita uma variação de geometria, é possível aumentar o espaço entre as aletas da estatora e mudar o número de aletas, bem como modificar o enflechamento da mesma. A configuração utilizada no presente estudo considera a configuração com 16 pás para o rotor e 14 aletas para o estator. As Figuras Figura 5.1~~Figura 5.1~~~~Figura 5.1~~, Figura 5.2~~Figura 5.2~~~~Figura 5.2~~ e Figura

5.3~~Figura 5.3~~~~Figura 5.3~~ representam a geometria utilizada em vista isométrica, traseira e frontal. É importante notar que na vista isométrica foi realizado um corte no encapsulamento que permite a visualização do eixo e das pás.

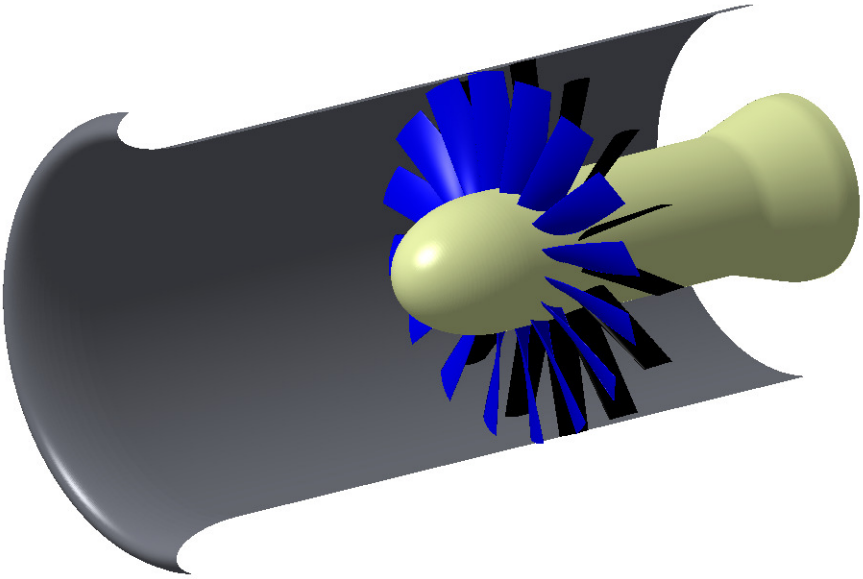

**Figura 5.1-Vista Isométrica do ANCF**

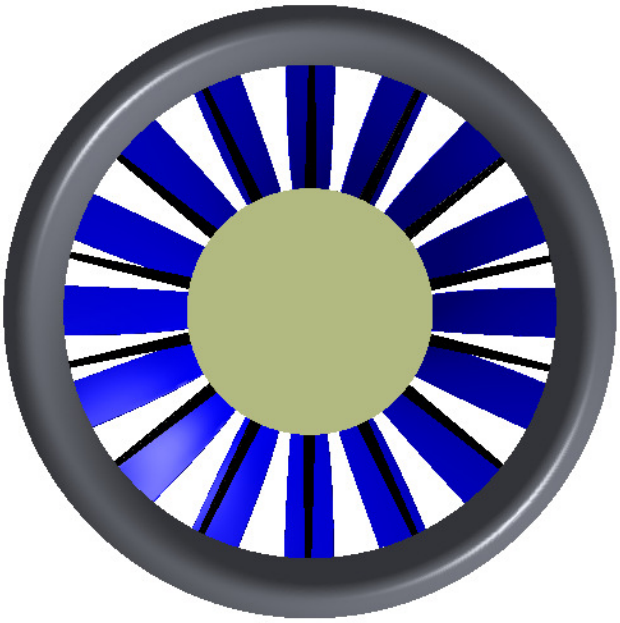

**Figura 5.2-Vista Traseira do ANCF**

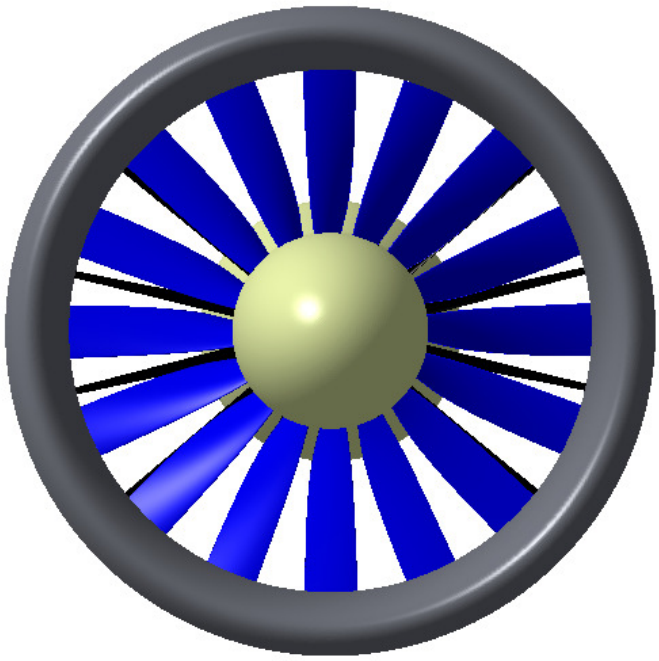

**Figura 5.3-Vista Frontal do ANCF**

## 5.2 ICEM CFD®

O ICEM CFD® é um software para geração de malha, voltado para os softwares de fluidodinâmica computacional do próprio pacote de softwares ANSYS®. Tal software é capaz da aquisição da geometria, geração da malha, otimização da malha, e ainda tem algumas ferramentas de pós-processamento. Tais ferramentas não foram utilizadas neste desenvolvimento.

Apesar da capacidade de geração de malhas estruturadas, foi notado que a utilização de tal tipo não traria grandes benefícios. Assim sendo o tipo de malha utilizado foi uma malha tetraedro dominante gerada automaticamente pelo software. Depois de gerada a malha inicial, foi utilizada a ferramenta para melhora da qualidade global da mesma, utilizando o valor de 0,3 para a qualidade mínima aceitável.

Foram geradas três malhas diferentes para o problema. A primeira representava o bocal de entrada do duto, e o refinamento mais importante foi realizado na geometria relativa *spinner* do eixo do *hub*. A segunda malha representava a geometria rotativa do problema, ou seja, basicamente o rotor e sua região do *hub* e *shroud*. Finalmente foi modelada a estatora, e o duto de saída. O refinamento nessas malhas foi baseado no refinamento do bordo de ataque e bordo de fuga do rotor e estator respectivamente, evitando que houvesse na malha uma região serrilhada. As figuras Figura 5.4~~Figura 5.4~~~~Figura 5.4~~, Figura 5.5~~Figura 5.5~~~~Figura 5.5~~ e Figura 5.6~~Figura 5.6~~~~Figura 5.6~~ mostram respectivamente as malhas descritas previamente.

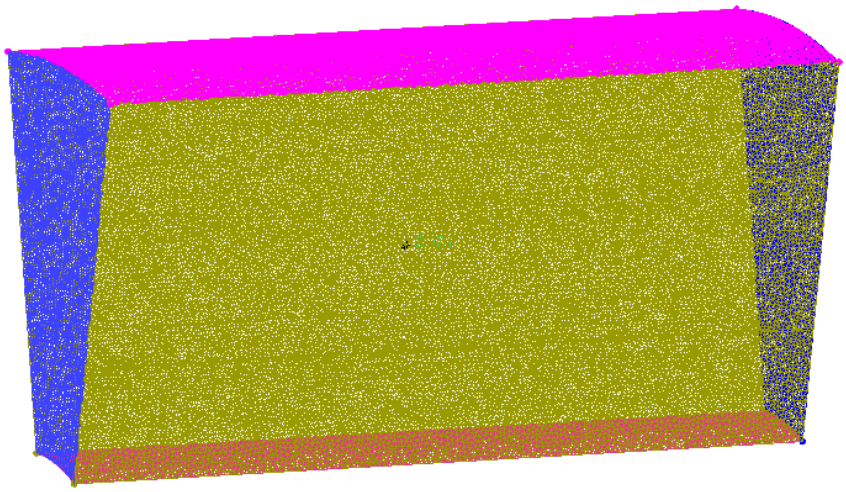

**Figura 5.4-Malha do Duto de Entrada**

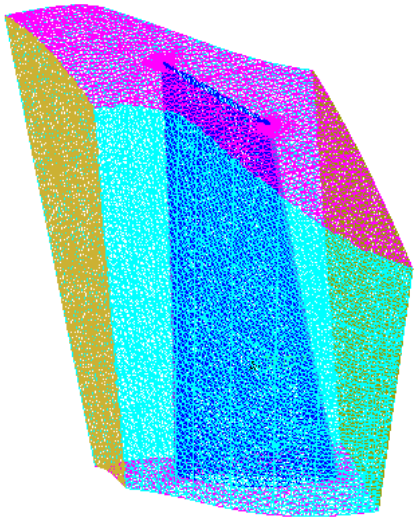

**Figura 5.5-Malha do Rotor**

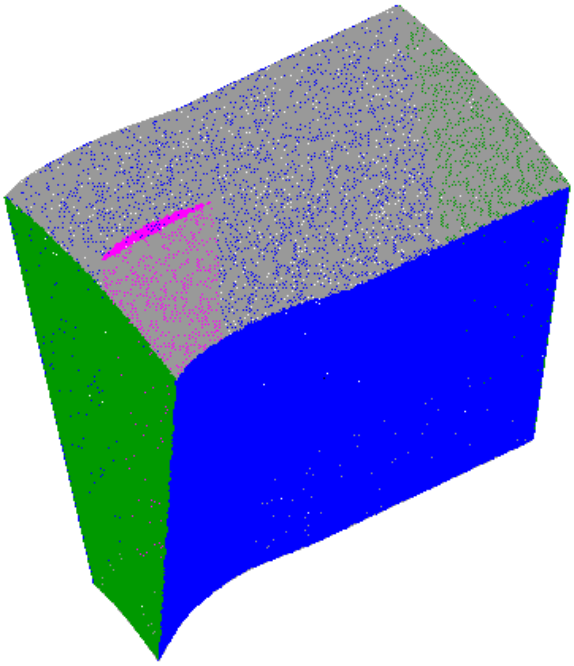

**Figura 5.6-Malha do Duto de Saída**

## 5.3 ANSYS CFX ®

O ANSYS CFX® é uma plataforma comercial para simulação computacional em dinâmica dos fluídos. O mesmo é capaz de realizar diversos tipos de simulação, como simulação aerodinâmica, térmica, bombas, turbina a gás, entre outras.

A simulação feita no caso de estudo é do mesmo tipo que a descrita no tutorial *"14. Flow in an Axial Rotor/Stator"* apresentado em (Ansys, 2012). Assim sendo, foi utilizada a mesma forma de modelagem lá descrita, a qual será explicada em tal sessão.

### 5.3.1 Equações Governantes

O ANSYS CFX® utiliza a resolução das equações de Navier-Stokes em sua forma conservativa para obtenção de seus resultados. Para escoamentos turbulentos, termos médios obtidos através de modelos são adicionados à formulação.As equações de transporte utilizadas são as equações da continuidade, equação do momento, e equação da energia e quantidades de turbulência.

### 5.3.2 Regime Permanente

As equações de Navier-Stokes são um conjunto de equações parciais, que em geral não tem solução analítica e descrevem os fenômenos de quantidade de movimento, transferência de calor e conservação da massa. Não havendo solução analítica, é necessária uma discretização do problema para sua solução numérica. Existem diversas técnicas para solução numérica nos códigos de fluidodinâmica computacional, o ANSYS CFX® trabalha com a técnica dos volumes finitos.

O método dos volumes finitos para resolução de equações diferenciais parciais divide a região de interesse em diversas regiões menores chamadas volumes de controle. Para cada um desses volumes de controle uma solução é obtida de forma iterativa. Esse método utiliza o teorema da divergência, e as integrais de volumétricas podem ser tratadas como integrais de superfície. Na

prática, o problema pode ser então tratado como fluxos nas superfícies de cada volume de controle. Esse método segue a lei da conservação, então sabemos que o fluxo deixando um dos volumes de controle é idêntico ao entrando no volume de controle vizinho. Uma das vantagens de tal método é que o mesmo permite formulação relativamente fácil, mesmo para problemas com malhas não estruturadas, que como mostrado na seção 5.2 é o tipo escolhido para modelagem do problema.

A definição de regime permanente diz que as propriedades do escoamento não variam com o tempo. Normalmente o regime permanente necessita de um longo tempo após o início da ação para ser atingido. O regime transiente pode ser devido a uma condição inicial, onde o escoamento ainda não atingiu o regime permanente, ou pode ser devido a uma característica inerente ao problema estudado, onde o regime permanente nunca é atingido.

O problema que estamos representando da esteira turbulenta do rotor, atingindo a estatora do motor turbofan apresenta características transientes. No entanto, o problema foi modelado através do regime permanente. O resultado esperado de tal modelagem é que exista um comportamento oscilatório na plotagem residual. Modelando o problema de tal forma, conseguiremos um valor médio no tempo.

### 5.3.3 Gás Ideal

As equações de transporte descritas anteriormente (seção 5.3.1) necessitam de uma relação constitutiva para poderem ser resolvidas. Tal relação é advinda da composição do fluído utilizado. Basicamente necessita-se de equações de estado para definição das características de densidade e entalpia do fluído. Em caso bem geral tais equações tem a forma geral apresentada em Eq. (5.1).

$$\begin{cases} \rho = \rho(p,T) \\ c_p = c_p(p,T) \end{cases} \tag{5.1}$$

No caso, cada diferente fluído teria uma lei de constituição diferente, e assim, o software possibilitaria escolha entre diferentes tipos de fluído, como: fluído

incompressível, gás real, ar à 25ºC, água, entre outros. O fluído escolhido para o problema aqui estudado foi à representação do ar como gás ideal.

O modelo de gás ideal é um conceito de gás teórico que obedece a lei dos gases ideais com uma equação de estado bastante simplificada. O ar pode ser satisfatoriamente tratado como gás ideal, principalmente quando em altas temperaturas e pressões moderadas, isso porque as forças intermoleculares se tornam menos significantes que a energia cinética e o tamanho das moléculas se tornam menos significativos em relação ao espaço entre elas.

A lei dos gases ideais, também é conhecida como lei de Clapeyron, e em sua forma mais comum, relaciona a pressão e volume do gás com sua temperatura e quantidade de substância. Assim, as equações constitutivas utilizadas são apresentadas em Eq. (5.2).

$$\begin{cases} \rho = \dfrac{wp_{abs}}{R_0 T} \\ c_p = \dfrac{dh}{dT}(T) \end{cases} \tag{5.2}$$

### 5.3.4 Modelo de Turbulência

A turbulência apresenta grandes desafios em sua modelagem uma vez que é instável e apresenta flutuações variáveis no espaço e no tempo. Entre as características da turbulência está a multiplicidade das escalas, e podem ser controladas predominantemente pela geometria em corpos rombudos ou pela viscosidade em corpos pequenos.

Assim, utilizam-se modelos de turbulência, que apresentam a principal vantagem de conseguir representar os efeitos da turbulência no escoamento, sem a necessidade da resolução do problema nas escalas pequenas para prever as pequenas flutuações turbulentas. Existem diferentes modelos de turbulência criados para adaptação da turbulência ao modelo RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes). Os modelos de uma equação necessitam de uma relação entre a escala de comprimento e a dimensão característica do escoamento. Os modelos de duas equações são mais completos, provendo a escala de comprimento internamente no modelo.

Um dos modelos clássicos de turbulência é o modelo $k - \varepsilon$. Tal modelo pode ser utilizado para diferentes aplicações em CFD, e é considerado como modelo industrial padrão. Tal modelo é estável e robusto, e apresenta bons resultados. Os modelos baseados em duas equações provêm bons resultados para diferentes aplicações como, por exemplo, escamentos sobre superfícies curvas. No entanto outros modelos baseados nos tensores de Reynolds podem apresentar melhores resultados em problemas rotativos. Um dos principais problemas nos modelos clássicos de turbulência é a previsão da separação da camada limite em gradientes adversos de pressão.

Os modelos do tipo $k - \omega$, são modelos mais modernos de previsão de turbulência, e adicionam precisão no problema de separação da camada limite através do modelo SST (Shear-Stress-Transport). Tal modelo apresenta vantagens comprovadas quando há superfícies, no entanto em escoamento livre o modelo se torna idêntico ao $k - \varepsilon$.

Além dos modelos citados, que são baseados nas equações RANS, existem Abordagens do tipo (Large Eddy Simulation) ou DNS (Direct Numerical Simulation) que não necessistam modelagem da turbulência, uma vez que permitem observações desses fenômenos de baixa escala. Esses métodos resolvem as equações dependentes do tempo sem aproximações, e todas as escalas envolvidas são calculadas (DNS) ou são filtradas as escalas com tempos ou comprimentos muito pequenos (LES). O grande problema de tal tipo de simulação é que elas requerem malhas muito refinadas assim como pequenas escalas de tempo.

O software escolhido para modelagem do problema (ANSYS CFX®) é capaz de trabalhar com qualquer dos modelos de turbulência tratados anteriormente. Entre eles, foi escolhido o modelo SST. A escolha de tal modelo baseou-se nos objetivos de resolução proposto. As abordagens através de LES ou DNS requerem alto custo computacional, e seriam capazes da previsão direta do ruído gerado, o que foge ao escopo do trabalho. Outra grande desvantagem dos métodos DNS e LES é que as características do escoamento podem ser simétricas enquanto as de turbulência não são, sendo necessária a modelagem da geometria completa,

não podendo utilizar recursos de simetria. Assim, sendo a simulação SST que se coloca como intermediária, apresentando resultados mais acurados que os modelos $k - \varepsilon$ sem que haja aumento intolerável do custo computacional.

### 5.3.5 Domínios

No software as regiões de escoamento ou transferência de calor são chamadas domínio. No caso da modelagem aqui apresentada ela simplesmente denota a delimitação da região onde ocorre o escoamento.

Conforme é possível notar na seção que mostra o desenvolvimento das malhas computacionais Eq. (5.2~~5.2~~5.2), foi escolhida a divisão do problema em três domínios. O primeiro domínio representa a seção de entrada do duto, o segundo a seção do duto que contém o rotor, e finalmente o último domínio, que representa as aletas da estatora e o duto de saída.

Alguns pontos foram relevantes nesta etapa da modelagem. O primeiro se nota através do tamanho da seção. Conforme nota-se na seção 5.1~~5.1~~5.1~~.1~~, o número de pás e aletas são 16 e 14 respectivamente. Sendo assim, para um ajuste perfeito da interface entre a os domínios seria necessário que fossem modeladas meia geometria. A modelagem ideal acarretaria em custo computacional excessivamente grande para os objetivos do estudo. A aproximação feita utilizando-se de apenas uma pá e uma aleta produz uma razão de 0.875, valor próximo suficiente do desejado, além disso, como o fluxo acarreta a interface, é possível que ocorra uma aproximação entre o fluxo que deixa a um domínio e entre no domínio vizinho.

Quando escolhida a modelagem de apenas uma pá, foi necessária a escolha da interface entre as faces que compõe a parede lateral do domínio. Tal interface serve basicamente para fixar que aconteça o mesmo em ambas as faces, impondo a condição periódica referente ao problema. No caso do CFX essa interface é chamada de Rotational Peiodicity, e simplesmente impõe que as faces que contenham tal interface sejam mapeadas através de

**Formatado:** Fonte: 13 pt

**Formatado:** Fonte: 13 pt

**Formatado:** Fonte: 13 pt

**Formatado:** Fonte: 13 pt

uma simples rotação através do eixo de interesse. Tal condição é perfeitamente adequada para o tipo de problema onde se deseja a análise de múltiplas pás através de uma única passagem.

Como um dos domínios é rotacional, é necessário impor um modelo de variação de interfaces. Existem três modelos disponíveis no CFX: *Frozen Rotor, Stage e Transient Rotor-Stator*. A grande desvantagem dos dois primeiros modelos é que os efeitos transientes não são modelados, tornando-os não aplicáveis ao problema que buscamos resolver. Assim sendo o único modelo que leva em conta os efeitos da turbulência entre os domínios é o modelo de *Transient Rotor-Stator*. A grande desvantagem de tal modelo em relação aos anteriores é que o mesmo apresenta um custo computacional um pouco maior, no entanto, para aperfeiçoar a simulação, os valores iniciais da mesma foram ajustados através de uma simulação com o modelo *Frozen-Rotor*.

### 5.3.6 Condições de Contorno

As equações que descrevem o escoamento apenas podem ser resolvidas numericamente após o estabelecimento de condições nas fronteiras dos domínios externos. É importante a definição de condições de contorno que reflitam a real condição do problema, uma vez que as mesmas determinam as características da solução obtida. Problemas nas definições das condições de contorno podem ocorrer quando tais são sobre ou sub-especificadas.

As condições de contorno possíveis de utilização são Entrada (Inlet), Saída (Outlet), Opening (Abertura), Parede (Wall) e Plano de Simetria (Symmetry Plane). Segundo (Ansys, 2012) existem diversas combinações que podem ser utilizadas para a definição do problema, no entanto as mais robustas são: definição da vazão na entrada e pressão estática na saída ou definição da pressão total na entrada e vazão na saída.

Na modelagem foi adotada a condição de definição da pressão total na entrada e da vazão na saída. A entrada é a região onde predominantemente a direção do fluxo é entrando no domínio. A condição de saída é a região onde

predominantemente o fluxo está direcionado para fora do domínio. Tais condições foram adotadas logicamente nas faces de entrada no duto de entrada e nas faces de saída. Outra condição de contorno foi a de parede, tal condição foi utilizada nas superfícies das pás, na parede do encapsulamento e na superfície do eixo. Todas as paredes foram definidas como sem escorregamento exceto a superfície do eixo que foi definida como livre para escorregar. A condição sem escorregamento impõe que a velocidade da partícula adjacente à superfície seja nula, enquanto a condição livre para escorregar deixa a superfície livre de qualquer força que se oponha ao movimento da partícula.

### 5.3.7 Processamento

O ANSYS CFX® possibilita a utilização de processamento paralelo para aperfeiçoar a resolução numérica do problema. O processamento em paralelo pode ser dividido de maneira básica em duas etapas, a etapa de particionamento onde a malha computacional é dividida em um número de segmentos ou partições, e a etapa de processamento em si, onde cada uma das partições será resolvida por um processador diferente, e um processador definido como mestre será responsável pela integração dos resultados.

O servidor utilizado para processamento do problema possui 16 núcleos físicos e é equipado com a tecnologia *hyperthreading*. Tal tecnologia foi desenvolvida pela Intel® para oferecer mais eficiência na utilização dos processadores. A tecnologiabusca utilizar as partes não aproveitadas de um processador para criar uma nova unidade lógica de processamento. Dessa maneira, são simulados dois processadores lógicos através de um único processador físico.

Através do uso do *hyperthreading,* haveria teoricamente 32 processadores disponíveis para processamento. A licença do software utilizada permite a utilização simultânea de no máximo 16 processadores. Além disso, não há uma otimização do software para trabalho junto ao

*hyperthreading,* e uma das questões aqui levantadas é se seria de fato vantajosa a utilização da tecnologia.

Outro ponto de interesse aqui é saber qual o número ideal de processadores a serem utilizados. O processo de partição pré-processamento é algo já relevante, uma vez que se o número de elementos for pequeno, o processo de particionamento pode levar tempo relativamente relevante quando comparado com o tempo da própria simulação. É sugerido no guia do software que seja utilizados no mínimo 30000 nós por partição. Outro problema é que a comunicação entre os processadores pode ser lenta, levando um aumento de tempo que não compense a utilização de processamento paralelo. Outro ponto que pode ser relevante, é que com a utilização de todos os processadores para resolução do problema, o próprio sistema operacional terá pouco poder de processamento para seus processos internos, podendo tornar o tempo de simulação mais longo.

# 6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

# 6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Tal sessão será dividida em dois grandes itens, o primeiro abordará os resultados obtidos da simulação numérica (CFD), e a segunda apresentará os resultados acústicos, bem como a sua comparação com resultados experimentais e com códigos desenvolvidos anteriormente.

A sessão relativa à simulação numérica, inicialmente mostrará os resultados de convergência de malha, os estudos realizados para definição de melhor abordagem de processamento, os critérios de convergência, os resultados dos cálculos de desempenho do fan, e finalmente os resultados da característica de turbulências necessários para o cálculo acústico. A sessão relativa aos resultados aeroacústicos apresentará inicialmente a comparação entre o código aqui desenvolvido e os resultados obtidos inicialmente para única frequência, apresentará os resultados obtidos para o ANCF, e finalmente a comparação com os resultados experimentais.

## 6.1 SIMULAÇÃO NUMÉRICA

### 6.1.1 Convergência de Malha

Nesta etapa são apresentados os resultados relativos à convergência de malha. Para tal convergência, utilizamos algumas medidas integrais e uma pontual. Como parâmetro pontual, consideramos uma "*probe*" colocada em um ponto no duto de entrada, localizada aproximadamente na metade do domínio e aproximadamente na seção radial media. Como parâmetros integrais foram utilizadas as forças na pá do rotor nos três eixos, a força resultante, e a pressão integral calculada em seção na transição de domínios entre rotor e estator. Os resultados obtidos se encontram na Tabela 2~~Tabela 2Tabela 2~~. Para facilitar a visualização de tais resultados, foram geradas as figuras Figura 6.1~~Figura 6.1Figura 6.1~~, Figura 6.2~~Figura 6.2Figura 6.2~~ e Figura 6.3~~Figura 6.3Figura 6.3~~ onde é possível notar uma tendência convergente.

**Tabela 2-Resultados de Convergência de Malha**

| Nº de Elementos [10^6] | $F_x$ | $F_y$ | $F_z$ | $F_{res}$ | $Pressão_{Probe}$ | $Pressão_{Integral}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.98 | -4.94 | -0.82 | -0.68 | 5.05 | -0.0038 | -0.1041 |
| 4.63 | -4.41 | -0.69 | -0.84 | 4.55 | -0.0113 | -0.1275 |
| 7.32 | -4.23 | -0.66 | -0.90 | 4.37 | -0.0101 | -0.1263 |
| 23.77 | -3.88 | -0.56 | -1.03 | 4.06 | -0.0115 | -0.1233 |
| 28.17 | -3.80 | -0.54 | -1.08 | 3.99 | -0.0077 | -0.1131 |
| 38.48 | -3.63 | -0.53 | -1.11 | 3.83 | -0.0062 | -0.1086 |
| 47.49 | -3.65 | -0.52 | -1.14 | 3.86 | -0.0060 | -0.1074 |

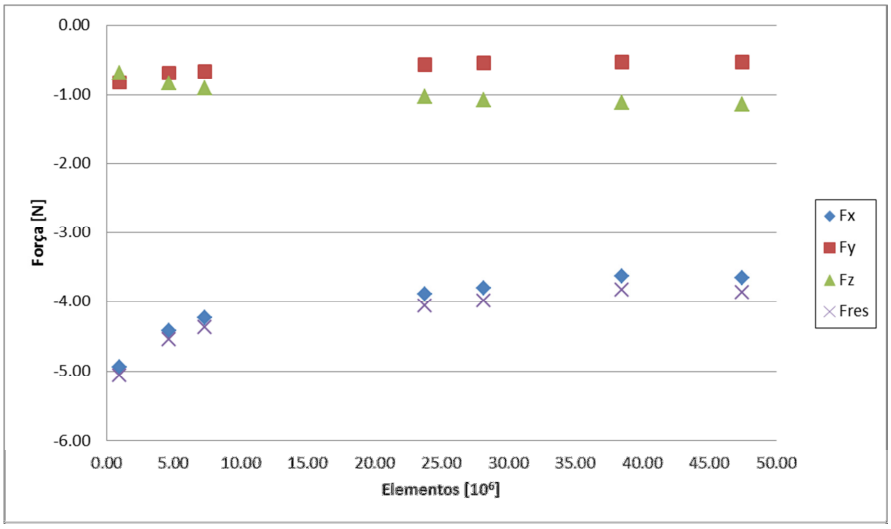


**Figura 6.1-Covergência do Parâmetro Força na Pá**

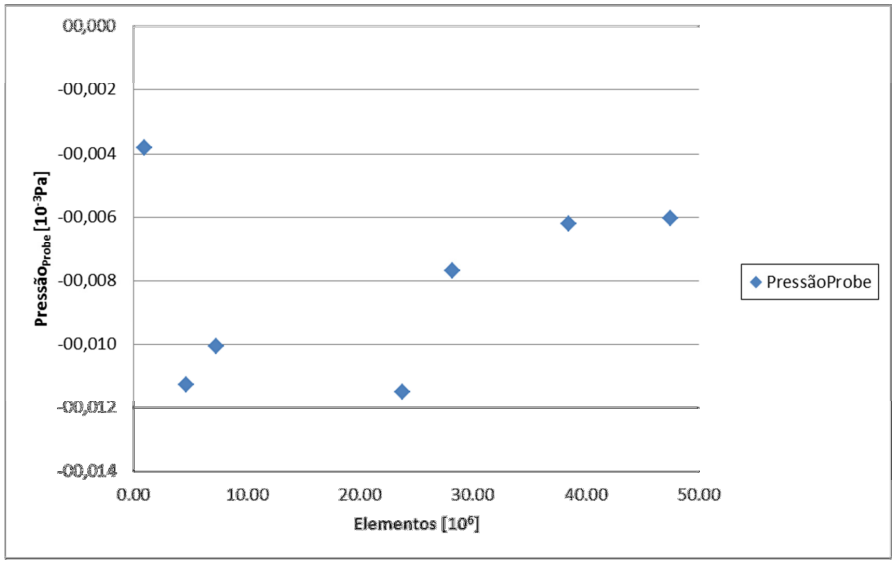


**Figura 6.2-Convergência do Parâmetro Pressão no Probe**

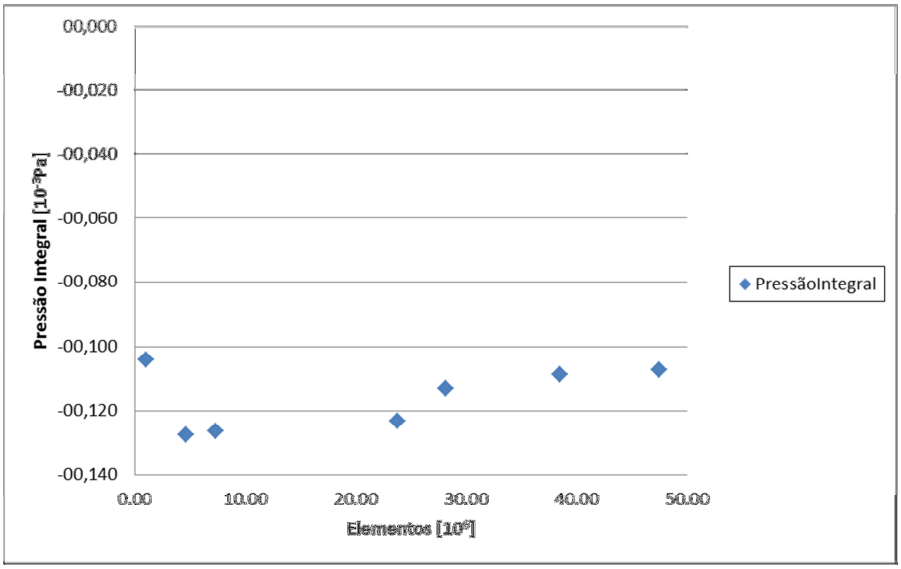


**Figura 6.3-Convergência do Parâmetro Pressão Integral**

Os erros máximos da malha mais refinada em relação a anterior são apresentados na Tabela 3~~Tabela 3Tabela 3~~. Podemos notar que o erro máximo é o da Pressão no Probe, que é o único parâmetro discreto. No entanto, tal erro se

encontra valor abaixo de 3%, o que pode ser considerado dentro dos limites aceitáveis. Além, dos parâmetros citados foi gerado um plotagem sobreposta para as diferentes malhas da distribuição de pressão no rotor, a mesma está representada pela Figura 6.4~~Figura 6.4Figura 6.4~~. Observando tal figura é possível notar que os resultados praticamente se sobrepõem, indicando uma tendência de aproximação dos valores, conforme esperado.

**Tabela 3-Erros de Independência de Malha**

| | Erro [%] |
|---|---|
| $F_x$ | 0.57 |
| $F_y$ | 1.70 |
| $F_z$ | 2.43 |
| $F_{res}$ | 0.69 |
| Pressão $_{Probe}$ | 2.90 |
| Pressão $_{Integral}$ | 1.14 |

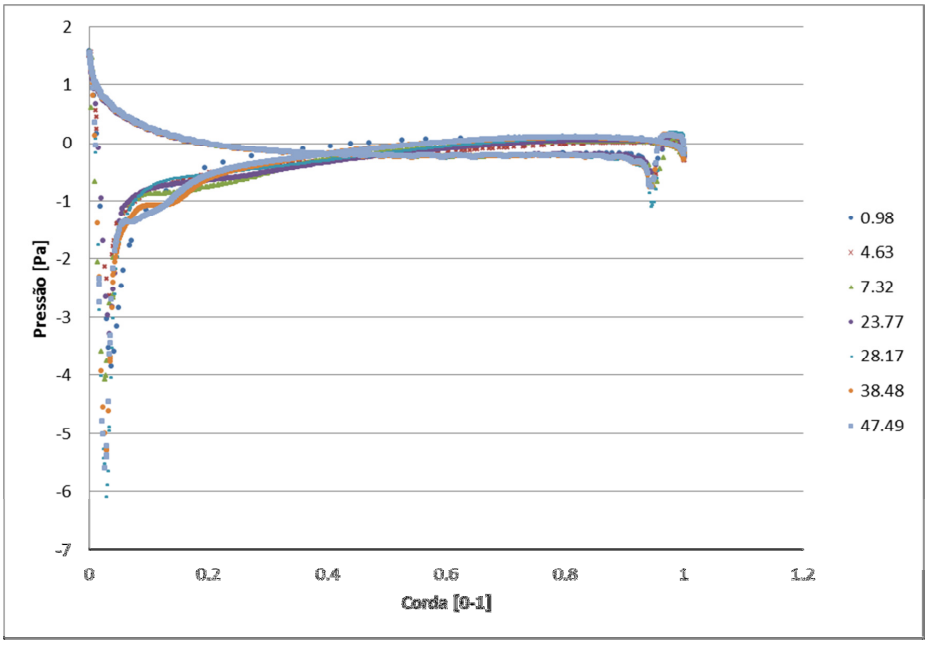


**Figura 6.4-Distribuição de Pressão no Rotor**

### 6.1.2 Abordagem de Processamento

Conforme explicitado na seção 5.3.7 deste trabalho, a escolha da melhor abordagem de processamento depende de uma série de parâmetros difíceis de serem levados em conta isoladamente. Dessa forma foi realizado um estudo bastante simples para determinação de qual seria a melhor abordagem para o problema. Tal abordagem consistiu no teste com algumas iterações para medir o tempo que tais iterações demorariam em diferentes configurações de processamento.

Os resultados apresentados aqui correspondem ao estudo de processamento referente à malha mais refinada. Apenas esse estudo foi apresentado uma vez que para as primeiras malhas, tais resultados nem eram relevantes, uma vez que com poucos elementos a velocidade de processamento era bastante rápida. Para as malhas seguintes os resultados foram aproximadamente os mesmos. Assim sendo a Tabela 4~~Tabela 4Tabela 4~~ apresenta o tempo que o computador levou para realizar 20 iterações do problema. Foram abordadas configurações com o *hypertreating* ligado e desligado, variando as configurações desde serial até paralela com 16 processadores, que era o limite permitido pela licença do software.

**Tabela 4-Configurações de Processamento Paralelo**

| **Hyperthreading = ON** | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| N º de Processadores | Serial | 8 | 12 | 14 | 16 |
| Wall Time [s] | 1471 | 261 | 216 | 195 | 206 |
| **Hyperthreading = OFF** | | | | | |
| N º de Processadores | Serial | 8 | 12 | 14 | 16 |
| Wall Time [s] | 1675 | 263 | 222 | 193 | 229 |

Observando os resultados apresentados é possível notar que neste caso, a melhor configuração para obter resultados mais rápidos é utilizando 14 processadores em paralelo. Apesar de pequena a diferença, a simulação se mostrou mais veloz com o Hyperthreading desativado. Dessa forma, esta foi à configuração escolhida para o problema.

### 6.1.3 Critérios de Convergência

Normalmente um dos critérios de convergência utilizados em problemas envolvendo CFD é o monitoramento do resíduo. No entanto, o problema estudado apresenta características transientes, assim sendo não é possível determinar a convergência através do resíduo. Há duas maneiras de monitorar o resíduo do problema: uma através do seu valor RMS (*root mean square*), e outra através dos valores máximos.

Dessa maneira, a convergência do problema foi examinada de forma particular: o resíduo foi examinado para as condições de máximo resíduo e RMS, assim, mesmo sabendo que o resíduo máximo não atingiria valor suficientemente baixo devido à turbulência, pela análise do valor RMS, saberíamos que o problema já havia atingido seu estado permanente. Além disso, o valor do parâmetro de força nas pás foi monitorado, para que o seu valor se torne constante, e assim a convergência atingida.

As Figuras Figura 6.5~~Figura 6.5~~~~Figura 6.5~~, Figura 6.6~~Figura 6.6~~~~Figura 6.6~~ e Figura 6.7~~Figura 6.7~~~~Figura 6.7~~ apresentam os resultados de convergência após 778 iterações. Podemos ver que o valor do resíduo RMS é suficientemente baixo, no entanto o valor máximo do mesmo é maior que o esperado em outros problemas. Além disso, nota-se que o parâmetro integral monitorado sofre variação mínima, indicando que houve convergência.

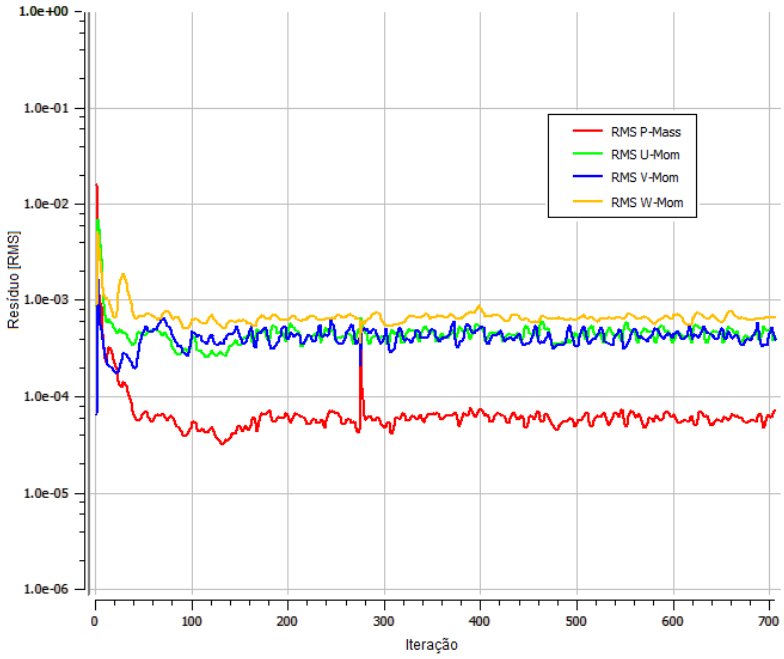


**Figura 6.5-Resíduo RMS**

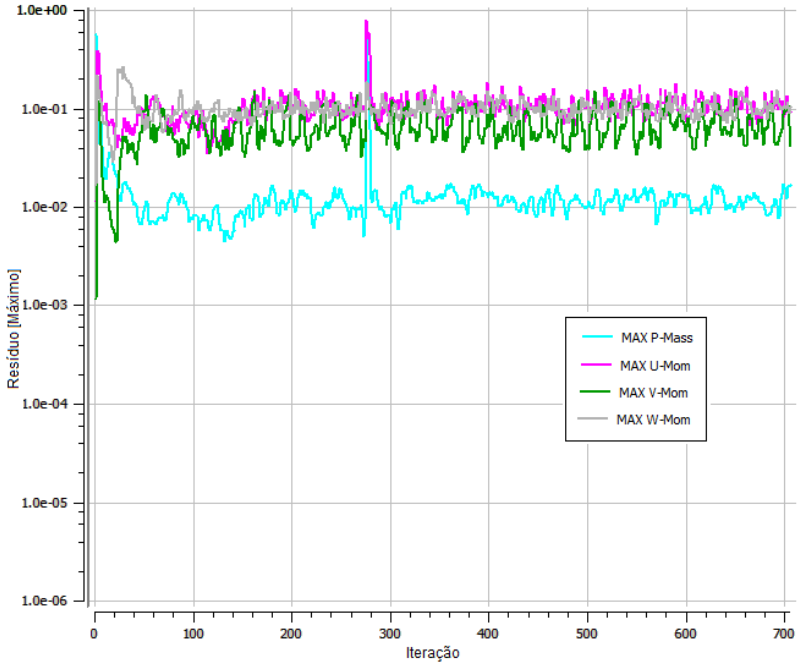


**Figura 6.6-Resíduo Máximo**

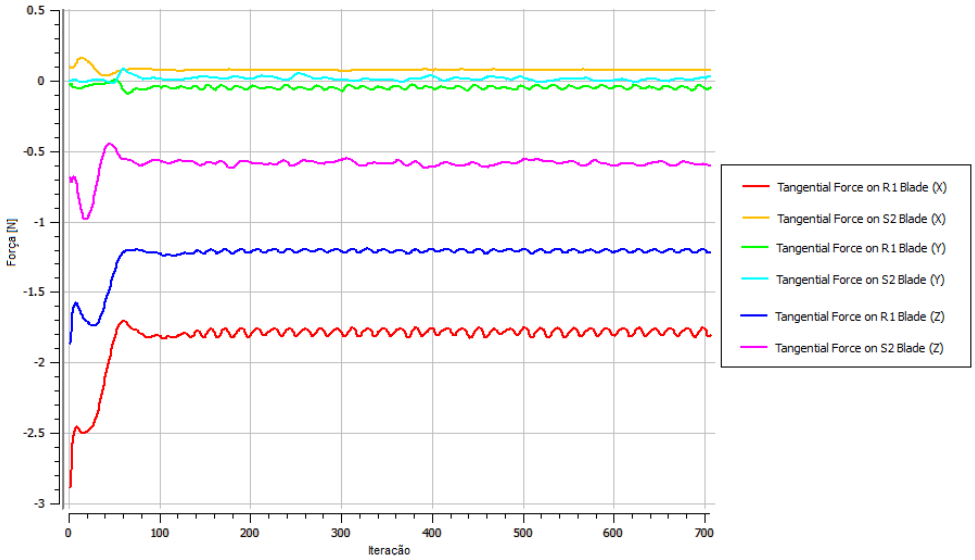


**Figura 6.7-Monitoramento da Força Tangencial nas pás**

### 6.1.4 Resultados da Simulação Numérica

Tomando em conta os resultados obtidos na seção 6.1.1 consideramos que a malha obtida torna o resultado independente do refinamento e iremos apenas apresentar nos itens seguintes os resultados obtidos para a malha computacional mais refinada.

O primeiro resultado analisado foi à distribuição de pressão no rotor. Tal resultado foi obtido através da análise de uma seção localizada em meia envergadura e está representado pela Figura 6.8~~Figura 6.8~~~~Figura 6.8~~. Tal análise também foi realizada para a estatora, também em seção localizado em meia envergadura, representado pela Figura 6.9~~Figura 6.9~~~~Figura 6.9~~.

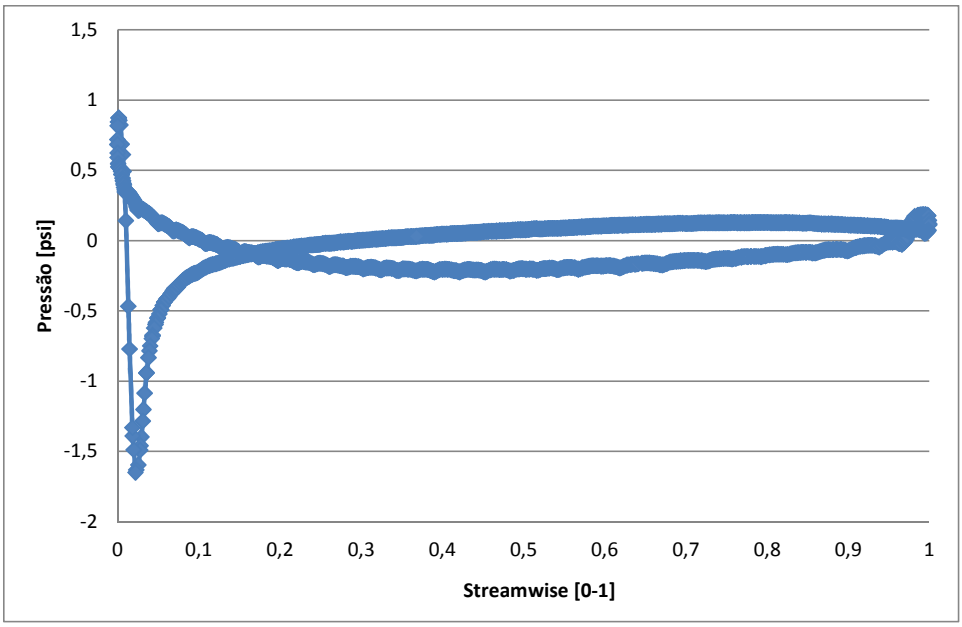


**Figura 6.8-Distribuição de Pressão no Rotor**

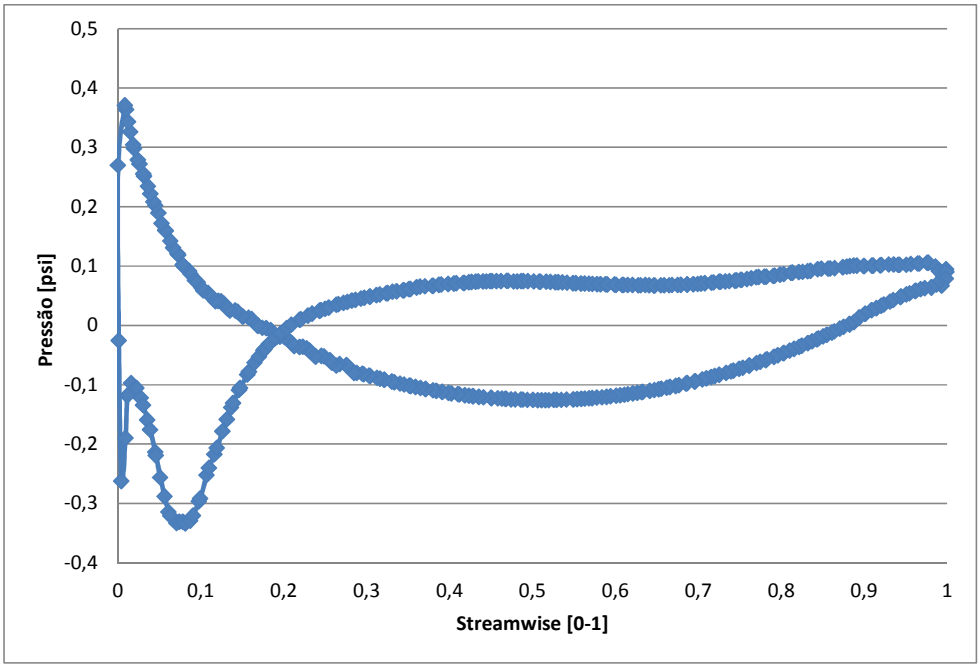


**Figura 6.9-distribuição de Pressão na Aleta**

Os valores de turbulência foram obtidos após um fatiamento da seção da aleta. Assim, foi considerada uma superfície tangente ao bordo de ataque da aleta. A mesma foi dividida em 10 partes equidistantes, e para cada uma dessas partes foi observado os valores da energia cinética turbulenta e da dissipação da energia. Assim os resultados obtidos estão expressos na Tabela 5~~Tabela 5Tabela 5~~. Aqui consideramos a turbulência isentrópica e as escalas longitudinais foram aproximadas às tangenciais, enquanto as transversais foram consideradas metade. A intensidade foi calculada através da energia cinética turbulenta.

**Tabela 5-Resultados de Turbulência**

| | |
|---|---|
| **u'/U** | 0.041409 |
| **L1** | 0.459678 |
| **L2** | 0.459678 |
| **Lr** | 0.229839 |

## 6.2 RESULTADOS ACÚSTICOS

### 6.2.1 Comparação com Código Original

Inicialmente, para verificar a validade do código aqui desenvolvido, foi feita uma comparação com os resultados da teoria outrora desenvolvida apresentada em (Ventres, C.S., Theobald, M.A. e Mark, W.D., 1982). Nesse caso, ao invés de percorrer todo o espectro, o cálculo acústico é realizado para uma única frequência de interesse. Assim, aqui foi reproduzido o estudo apresentado inicialmente para validação dos resultados obtidos.

A Tabela 6~~Tabela 6Tabela 6~~ apresenta os valores de SPL para cada modo de duto, e o total propagado para uma única frequência de interesse. Os resultados Também são reproduzidos nas Figuras Figura 6.10~~Figura 6.10Figura 6.10~~ e Figura 6.11~~Figura 6.11Figura 6.11~~. Podemos aqui notar que os valores obtidos no novo código foram bastante próximos do original, apresentando diferença significativa apenas no resultado referente ao modo (-2,1), no entanto, não significativo quando feita a somatória do mesmo. Além da comparação imediata de resultado, outra comparação surge em tal ponto. Os modos que se propagam foram os mesmos no código aqui desenvolvido e na teoria aplicada anteriormente, indicando que a seleção dos modos que se propagam está satisfatória.

**Tabela 6-Valores de SPL (dB) por Modo**

| | Upstream | | | Downstream | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Modo** | Paper | Programa | Erro % | Paper | Programa | Erro % |
| **(0,1)** | -96.27 | -98.56 | 2.38 | -95.77 | -95.47 | 0.31 |
| **(0,2)** | -95.46 | -97.49 | 2.12 | -100.90 | -100.37 | 0.52 |
| **(1,1)** | -89.98 | -90.03 | 0.06 | -111.60 | -112.54 | 0.84 |
| **(-1,1)** | -105.00 | -102.68 | 2.21 | -96.36 | -95.54 | 0.85 |
| **(1,2)** | -88.50 | -89.05 | 0.62 | -97.85 | -98.22 | 0.38 |
| **(-1,2)** | -107.10 | -106.07 | 0.96 | -95.00 | -96.17 | 1.23 |
| **(2,1)** | -87.58 | -84.19 | 3.87 | -92.49 | -94.32 | 1.98 |
| **(-2,1)** | -87.58 | -116.18 | 32.66 | -92.50 | -91.95 | 0.59 |
| **(2,2)** | -84.10 | -82.78 | 1.57 | -85.96 | -87.28 | 1.54 |
| **(-2,2)** | -109.00 | -108.08 | 0.84 | -92.25 | -93.41 | 1.26 |
| **(3,1)** | -86.32 | -83.25 | 3.55 | -85.03 | -86.54 | 1.78 |
| **(-3,1)** | -108.10 | -106.55 | 1.43 | -87.05 | -87.00 | 0.05 |
| **(3,2)** | -78.49 | -78.91 | 0.54 | -78.29 | -79.25 | 1.23 |
| **(-3,2)** | -96.83 | -94.79 | 2.10 | -90.60 | -89.65 | 1.05 |
| **(4,1)** | -88.33 | -88.53 | 0.22 | -81.32 | -81.58 | 0.31 |
| **(-4,1)** | -100.60 | -99.72 | 0.88 | -85.28 | -84.29 | 1.16 |
| **(5,1)** | -88.64 | -85.53 | 3.51 | -80.05 | -79.21 | 1.04 |
| **(-5,1)** | -90.98 | -90.58 | 0.44 | -84.60 | -82.50 | 2.49 |
| **(6,1)** | -87.64 | -84.36 | 3.74 | -81.47 | -80.07 | 1.72 |
| **(-6,1)** | -87.64 | -84.64 | 3.43 | -81.47 | -80.47 | 1.23 |
| **Total** | -74.65 | -73.77 | 1.18 | -71.93 | -71.63 | 0.42 |

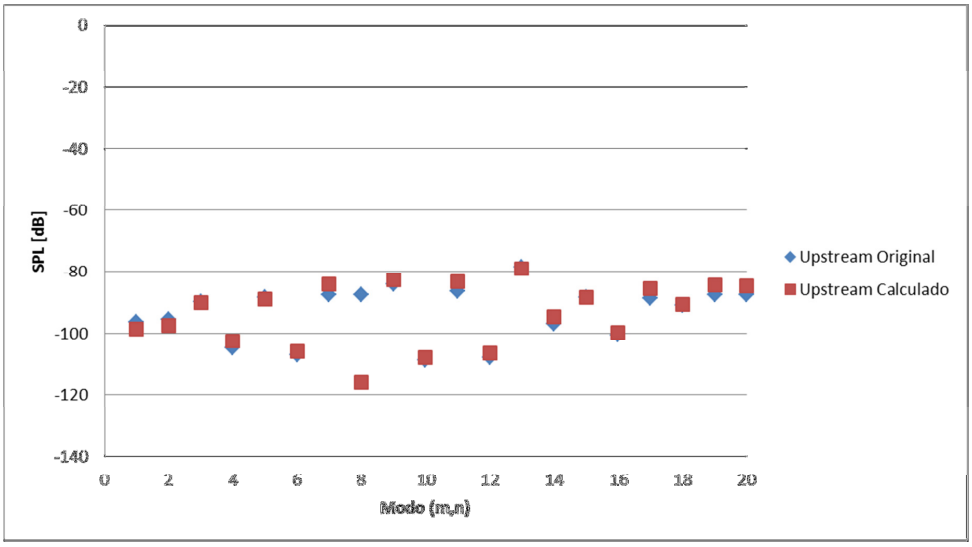


**Figura 6.10-Comparação com Teoria Original (Upstream)**

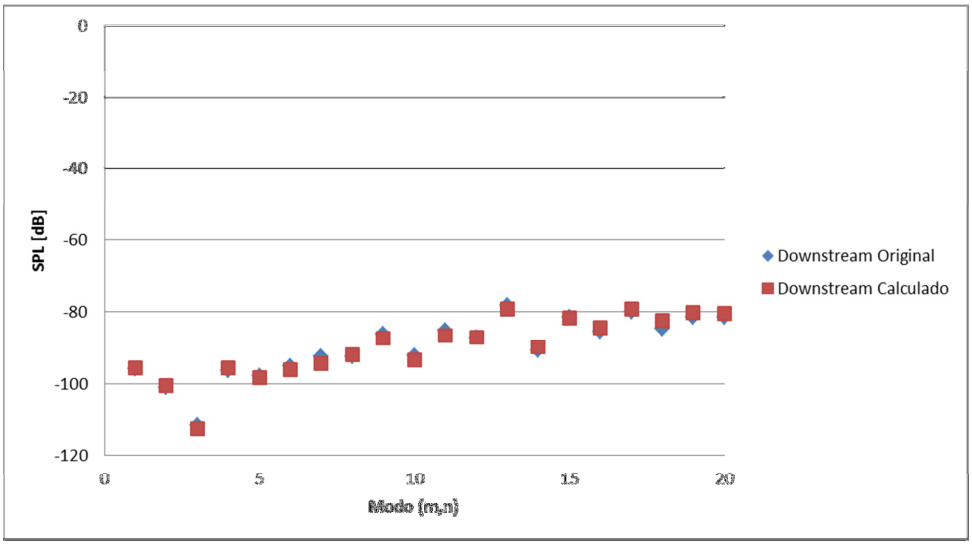


**Figura 6.11-Comparação com Teoria Original (Downstream)**

### 6.2.2 Resultados da Propagação no Duto e Comparação com os Resultados

Computando os dados obtidos através do código, foi possível gerar um espectro de ruídos, o qual foi apresentado em (Carlos e Paulo, 2013) para propagação à montante.

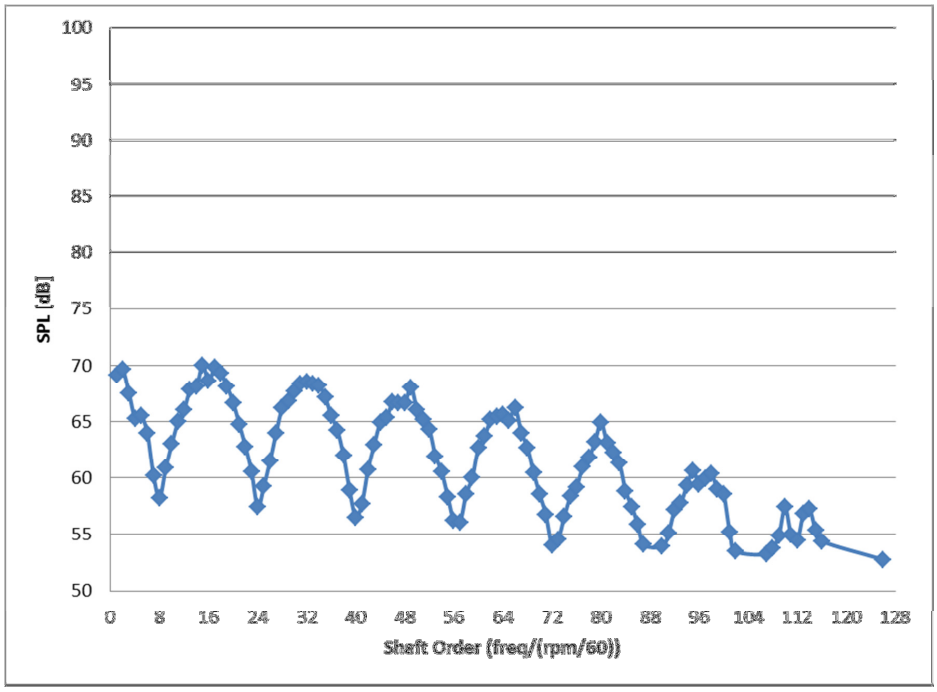


**Figura 6.12-Intensidade Acústica (Upstream)**

Utilizando os resultados apresentados em (Sutliff *et al.*, 2009), foi possível notar uma boa correlação entre os resultados, conforme Figura 6.13~~Figura 6.13~~~~Figura 6.13~~.

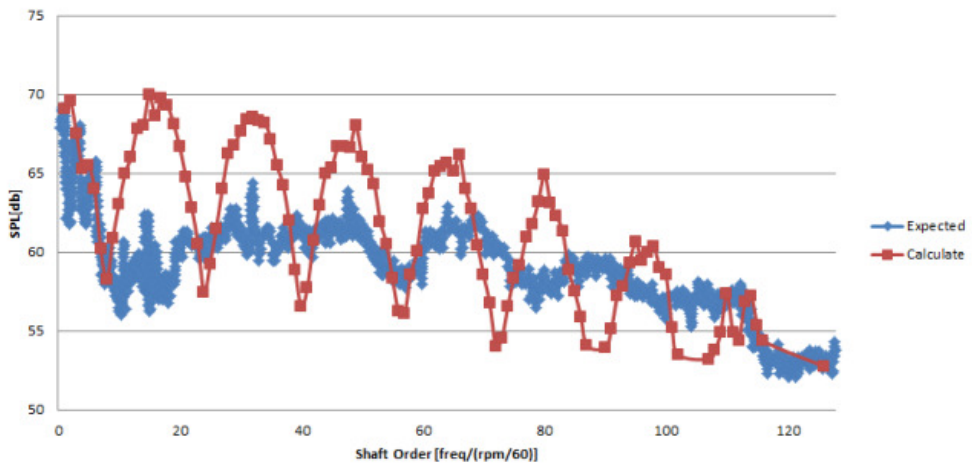


**Figura 6.13-Compração Teórico Experimental**

Podem ser definidas bandas harmônicas em torno da frequência de rotação do rotor. Assim as frequências de 8 a 24 frequências de rotação seriam a primeira, as frequências de 24 a 40 seriam a segunda, e assim por diante. Desta forma podemos ver que a propagação está bem definida em 7 bandas, conforme destacado na Figura 6.14~~Figura 6.14~~~~Figura 6.14~~.

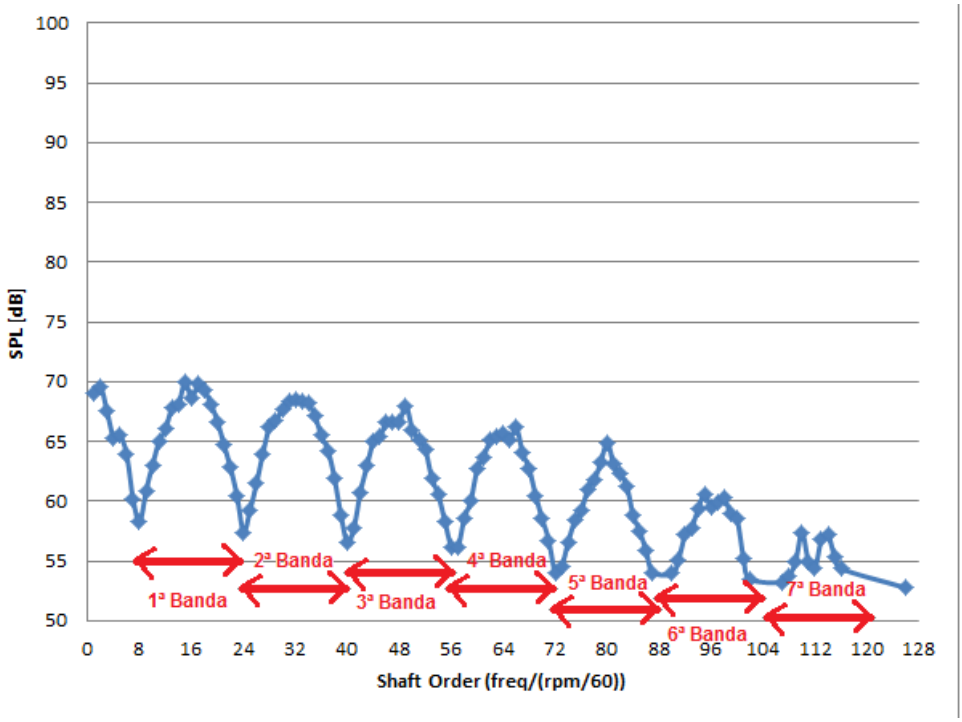


**Figura 6.14-Bandas Harmônicas**

# 7 CONCLUSÕES

# 7 CONCLUSÕES

## 7.1 CONCLUSÕES

A proposta inicial do estudo foi à implementação da Teoria desenvolvida por Ventres e a inclusão de melhorias, tirando vantagens de o maior poder computacional atual para obter uma solução aproximada do ruído de banda larga causado pela interação da esteira turbulenta do rotor colidindo com as aletas da estatoras.

Os resultados, advindos da fluidodinâmica computacional foram facilmente adaptados para a resolução do novo código, e a comparação entre os resultados obtidos e os resultados do estudo original mostraram diferenças pequenas. Notamos neste ponto que apesar do maior poder computacional, possibilitando uma maior discretização do problema, as diferenças de resultados foram praticamente nulas.

Os resultados finais mostram que as tendências demonstradas na solução, seguem o resultado experimental, indicando coerência com a realidade, e validade dos métodos propostos para problemas futuros.

Assim, os objetivos iniciais, de reprodução do código analítico, bem como a implementação do método para cálculo do turbofan de rig ANCF foram atingidos e mostraram-se condizentes com a realidade. Acredita-se desta maneira que tal método seja útil para verificar nas etapas iniciais de projeto, onde não se conhece as características exatas da geometria do motor, como alterar os parâmetros variará a geração de ruído de banda larga.

## 7.2 SUGESTÃO DE TRABALHOS FUTUROS

Diversas áreas podem ser aprimoradas em trabalhos futuros. Entre elas a previsão de turbulência. Seria possível a utilização de um modelo diferente de turbulência, como por exemplo, a utilização de LES. E uma comparação com os resultados obtidos, para verificação dos ganhos obtidos, e verificação dos ganhos associados a tal metodologia.

Outro estudo viável e interessante seria a mistura do método aqui proposto com um método semi-empírico. Desta forma, poderia se utilizar do método descrito em (Rodrigo, Paulo e Bernardo, 2012) para predição de todo ruído de banda-larga.

E utilizar o método aqui descrito para melhora do método lá proposto, assim o método final seria um método para previsão de ruído de banda larga (agora de todas as fontes), sendo que a parte correspondente ao ruído da esteira turbulenta do rotor, interagindo com as aletas da estatora, seria previsto através do método aqui proposto.

Outro estudo interessante para pesquisa futura seria uma comparação mais detalhada da propagação do ruído no duto. Utilizando um *rig* de ensaio e microfones distribuídos, seria possível observar a propagação do duto e separá-la em modos, assim como feito neste estudo. Sabendo os modos propagados, comparar com o previsto através do estudo analítico.

Finamente outro estudo válido, seria a modelagem analítica de várias fontes de ruído do motor. Assim além do ruído da esteira turbulenta colidindo com o estator também seriam modelados ruídos de outras fontes, como por exemplo, o ruído devido à turbulência ingerida no bocal de entrada. Neste estudo, seria possível a inclusão dos ruídos tonais.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANSYS, I. **ANSYS Help System** 2012.

BOZAK JR. , R. F. **Advanced noise controle Fan aerodynamic Performance**. NASA. Glenn Research Center, Cleveland, Ohio, p.26. 2009

CARLOS, C. B.; PAULO, G. Implementation of a semi-analytical method for prediction of fan rotor-stator interaction broadband noise. In: (Ed.). **19th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference**: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2013. (Aeroacoustics Conferences).

CAROLUS, T.; SCHNEIDER, M.; REESE, H. Axial flow fan broad-band noise and prediction. **Journal of Sound and Vibration,** v. 300, n. 1-2, p. 50-70, Feb 20 2007. ISSN 0022-460X. Disponível em: < <Go to ISI>://WOS:000243505700005 >.

WolframAlpha Company, http://www.wolframalpha.com/. 2013.

DIESTE, M.; GABARD, G. **Broadband fan interaction noise using synthetic inhomogeneous non-stationary turbulence**. 17th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference 2011.

EVERS, I.; PEAKE, N. On sound generation by the interaction between turbulence and a cascade of airfoils with non-uniform mean flow. **Journal of Fluid Mechanics,** v. 463, p. 25-52, Jul 25 2002. ISSN 0022-1120. Disponível em: < <Go to ISI>://WOS:000177475400002 >.

FRENCH, D. NoisedB : http://noisedb.stac.aviation-civile.gouv.fr/. 2013. Acesso em: 2013.06.23.

GANZ, U. W. et al. **Boeing 18-Inch Fan Rig Broadband Noise Test.** NASA

*Boeing Commercial Airplane Group, Seattle, Washington* p.204. 1998

GOLDESTEIN, M. E. **Aeroacoustics**. New York: McGraw-Hill International Book Co., 1976. 193.

H. PRESS, W. et al. **Numerical Recipes in Fortran 77: The Art of Scientific Computing**. Cambridge University Press, 1992. 933.

HAZEWINKEL, MICHIEL, ed. (2001), "Helmholtz equation", Encyclopedia of Mathematics, Springer, ISBN 978-1-55608-010-4

ICAO NOISE http://www.icao.int/environmental-protection/Pages/noise.aspx. 2014

JURDIC, V. et al. Comparison between measurements and predictions of fan broadband noise on a low speed fan rig. **International Journal of Aeroacoustics,** v. 9, n. 3, p. 237-251, 2010 2010. ISSN 1475-472X.

LOEW, R. A. et al. **The Advanced Noise Control Fan** 2006.

NALLASAMY, M.; ENVIA, E. Computation of rotor wake turbulence noise. **Journal of Sound and Vibration,** v. 282, n. 3-5, p. 649-678, APR 22 2005 2005. ISSN 0022-460X.

ORGANIZATION, I.-I. C. A. **ICAO Annex 16-*Environmental Protection***. Environmental Protection: ICAO. Volume I 2001.

PEAKE, N.; PARRY, A. B. Modern Challenges Facing Turbomachinery Aeroacoustics. **Annual Review of Fluid Mechanics,** v. 44, n. 1, p. 227-248, 2012. Disponível em: < http://www.annualreviews.org/doi/abs/10.1146/annurev-fluid-120710-101231 >.

PEREIRA MALDONADO, A. L. **Metodologia Numérica para Predição do Ruído de Fans Aplicada ao Advanced noise Control Fan.** 2011. 138 (Master of Science). Departamento de Engenharia Mecânica, UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, Brasília, DF, Brasil.

POSSON, H.; MOREAU, S.; ROGER, M. Broadband noise prediction of fan outlet guide vane using a cascade response function. **Journal of Sound and Vibration,** v. 330, n. 25, p. 6153-6183, Dec 5 2011. ISSN 0022-460X. Disponível em: < <Go to ISI>://WOS:000295563400007 >.

RIENSTRA, S. W.; HIRSCHBERG, A. **An Introduction to Acoustics**. 2011.

RODRIGO, G.; PAULO, G.; BERNARDO, A. Development of fan broadband noise semi-empirical prediction method adjustable from operation point. In: (Ed.). **18th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (33rd AIAA Aeroacoustics Conference)**: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2012. (Aeroacoustics Conferences).

SUTLIFF, D. L. et al. **The Advanced Noise Control Fan Baseline Measurements**. NASA Gleen Research Center. Cleveland Ohio. 2009

VENTRES, C. S.; THEOBALD, M. A.; MARK, W. D. **Turbofan Noise Generation, Volume 2: Computer Programs**. National Aeronautics and Space Administration. Cleveland, Ohio 44135, p.205. 1982

_____. **Turbofan Noise Generation: Volume I, Analysis**. National Aeronautics space Administration. Cleveland, Ohio 44135, p.112. 1982

WERNER, D. Almost 40 Years of Airframe Noise Research: What Did We Achieve? **Journal of Aircraft,** v. 47, p. 353--367, 2010.

WILLIS, DAVE. "Aircraft Profile: BAC One-Eleven". Air International, Vol. 70 No. 4. October 2006. pp. 64–66. ISSN 0306-5634