UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO–USP
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Jhonathan Solarte Pineda

**Método de fronteira virtual para
escoamentos invíscidos compressíveis**

São Carlos
2015

Jhonathan Solarte Pineda

**Método de fronteira virtual para
escoamentos invíscidos compressíveis**

Tese de mestrado apresentada ao Programa de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia de São Carlos como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de concentração: Aeronaves

Orientador: Paulo Celso Greco Junior

ESTE EXEMPLAR TRATA-SE DA
VERSÃO CORRIGIDA.
A VERSÃO ORIGINAL ENCONTRA-
SE DISPONÍVEL JUNTO AO
DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA MECÂNICA
DA EESC-USP.

São Carlos
2015

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

S684m Solarte Pineda, Jhonathan
Método de fronteira virtual para escoamentos
inviscosos compressíveis / Jhonathan Solarte Pineda;
orientador Paulo Celso Greco Junior. São Carlos, 2015.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Mecânica e Área de Concentração em
Aeronaves -- Escola de Engenharia de São Carlos da
Universidade de São Paulo, 2015.

1. Fronteira virtual. 2. Diferenças finitas. 3.
CFD. 4. Força de campo. 5. Geometrias complexas. I.
Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **JHONATHAN SOLARTE PINEDA.**

Título da dissertação: "Método de fronteira virtual para escoamentos invíscidos compressíveis".

Data da defesa: 13/02/2015

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Dr. **Paulo Celso Greco Junior**
(Orientador)
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Aprovado

Prof. Associado **Leandro Franco de Souza**
(Instituto de Ciências Matemáticas e Computação/ICMC)

Aprovado

Prof. Dr. **Aristeu da Silveira Neto**
(Universidade Federal de Uberlândia/UFU)

Aprovado

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica:
Prof. Associado **Marcelo Areias Trindade**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Associado **Paulo César Lima Segantine**

Este trabajo es dedicado a mi madre y a mi abuela.

Agradecimentos

Primeiramente, gostaria muito de agradecer, ao meu orientador o professor Dr. Paulo Celso Greco Junior por ter me aceitado, me orientado e colaborado durante o mestrado.

Também gostaria de agradecer a meus caros colegas da pós do departamento de engenharia mecânica pela amizade, colaboração, ajuda e momentos de lazer. Obrigado por fazer mais agradável o ambiente de trabalho.

Agradeço aos professores e funcionários do departamento de engenharia aeronáutica, que sempre colaboraram e foram de pronta assistência quando precisei. Gostaria de agradecer especial ao professor Dr. Hernan Dario Ceron Muñoz pela sua amizade e seu apoio.

Agradeço a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro.

Resumo

SOLARTE PINEDA, J. **Método de fronteira virtual para escoamentos invíscidos compressíveis**. 2015. 99 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015.

O presente trabalho apresenta um método de interação fluido estrutura chamado de fronteira virtual para modelagem de escoamentos sobre geometrias complexas. A principal característica do método é que a condição de contorno interna da superfície do corpo imerso é obtida usando uma função que calcula a força de campo das equações de momentum. Este método de cálculo da força de campo é conhecido como método direto. A principal vantagem do método da fronteira virtual é que se trabalha com duas malhas, uma cartesiana (também conhecida como euleriana) para o fluido e outra curvilínea (também conhecida como malha lagrangiana) para o objeto imerso. Como estas malhas são independentes uma da outra, os algoritmos de geração das malhas são simples em comparação com outros métodos de geração de malha, nos quais a esta precisa se adaptar ao corpo que se quer analisar. Nos métodos de body fitted, algoritmos complexos com custo computacional muito elevado são necessários para se trabalhar com geometrias complexas.

Neste trabalho, o método de fronteira virtual é desenvolvido para trabalhar escoamentos compressíveis não viscosos em duas dimensões sobre geometrias complexas, e testado sobre um cilindro de seção circular e sobre uma série de aerofólios NACA da série 4. O regime de principal interesse é o regime transônico, em particular para velocidades abaixo da velocidade do som (Mach entre 0,8 e 1). No entanto, resultados para outros regimes de escoamento (subsônico incompressível, subsônico compressível, transônico e supersônico) também são mostrados.

Palavras-chave: Fronteira virtual. Diferenças finitas. Dinâmica dos fluidos computacional. Geometrias complexas. Força de campo.

Abstract

SOLARTE PINEDA, J. **Virtual boundary method for inviscid compressible flow**. 2015. 99 f. Dissertation (Master in Mechanical Engineering) - São Carlos School of Engineering, University of São Paulo, São Carlos, 2015.

This work presents a fluid-structure interaction method, known as virtual boundary method, developed for flow modeling, over complex geometries. The main characteristic of the method is that, the internal boundary condition at the surface are created using a function, that compute the body force from the momentum equations. This method is known as direct method. The virtual boundary method main advantage is the easy and quick mesh generation. Due the use two different grids, a Cartesian grid for the fluid and a curvilinear grid for the body that interact with the fluid. As these two grids are independent one of other, the grid generation algorithms are easier compared with other methods on CFD as the body fitted. Where the grid has to be adapted to the body of interest. The body fitted methods are implemented with complex algorithms, and high computational cost, especially when complex geometries are analyzed.

In this work, the virtual boundary method are developed in order to work with inviscid compressible flow in two dimensions over complex geometries, tested over a cylinder and several NACA series 4 and critical airfoils. The regime of interest is the transonic, below the speed of sound, nevertheless results for several flow regimens (incompressible subsonic, compressible subsonic, transonic and supersonic) are also presented.

Keywords: Virtual boundary. Finite difference. Computational Fluid Dynamics. Complex geometries. Body force.

Lista de ilustrações

Figura 1.1	Representação das malhas euleriana e lagrangiana	23
Figura 1.2	Evolução dos vórtices induzidos pelo movimento de um humano caminhando (CHOI et al., 2007)	25
Figura 1.3	Componente axial da vorticidade (GHAS; MITTAL; DONG, 2007)	26
Figura 1.4	Escoamento dentro de um pistão IC (FADLUN et al., 2000)	26
Figura 1.5	Vórtices gerados pelo batimento das asas de um pássaro beija flor (LUO et al., 2012)	27
Figura 2.1	Malha lagrangeana(pontos vermelhos), malha euleriana (pontos pretos)	32
Figura 2.2	Pontos usados no esquema de interpolação bilinear (PRESS et al., 1993)	36
Figura 2.3	Malhas lagrangeana e euleriana (a) pontos normais para a malha lagrangeana (b) pontos vizinhos para cada ponto normal, para fazer a interpolação bilinear	37
Figura 2.4	interface entre as malha lagrangeana e euleriana	39
Figura 2.5	Esboço da função delta usando a equação 2.34	40
Figura 2.6	Esboço da função delta usando a equação 2.35	40
Figura 2.7	Esboço da função delta usando a equação 2.36	41
Figura 2.8	Esboço da função delta usando a equação 2.37	41
Figura 2.9	Esboço da função delta usando a equação 2.38	41
Figura 2.10	Linhas características num plano xt (ANDERSON, 1990)	43
Figura 3.1	Domínio	47
Figura 3.2	Comportamento médio das variáveis: vetor velocidade, pressão e densidade	50
Figura 3.3	Resíduo médio nos pontos da malha lagrangeana de pressão, densidade e vetor velocidade	50
Figura 3.4	Estudo da Independência de malha, coeficiente de pressão do aerofólio NACA 0012, $Mach = 0.8$, $\alpha = 0$	51
Figura 3.5	Detalhe do coeficiente de pressão do aerofólio NACA 0012	51

Figura 3.6	Comportamento das variáveis: vetor velocidade, pressão e densidade . .	52
Figura 3.7	Domínio para uma cunha	54
Figura 3.8	Malhas lagrangeana e euleriana para a cunha	54
Figura 3.9	Campo número de MACH para uma cunha , $Mach_{\infty} = 2$, $\theta = 15$. . .	55
Figura 3.10	Campo de Pressão para uma cunha , $Mach_{\infty} = 2$, $\theta = 15$	55
Figura 3.11	Pressão para uma cunha , $Mach_{\infty} = 2$, $\theta = 15$	56
Figura 4.1	Malhas euleriana e lagrangeana para uma seção de aerofólio NACA 2412. (a) malha, (b) detalhe	58
Figura 4.2	Malhas euleriana e lagrangeana para uma seção circular. (a)malha (b)detalhe	58
Figura 4.3	Coefficiente de Pressão em função de (θ) para uma seção circular, $V_{\infty} = 25[m/s]$,	60
Figura 4.4	Campo de Pressão e número de Mach para uma seção de aerofólio NACA 2412, $V_{\infty} = 25[m/s]$, $\alpha = 0$	61
Figura 4.5	Coefficiente de Pressão para uma seção de aerofólio NACA 2412, $V_{\infty} = 25[m/s]$, $\alpha = 0$	61
Figura 4.6	Campo de Pressão e número de Mach para uma seção de aerofólio NACA 2412, $V_{\infty} = 25[m/s]$, $\alpha = 4$	62
Figura 4.7	Coefficiente de Pressão para uma seção de aerofólio NACA 2412, $V_{\infty} = 25[m/s]$, $\alpha = 4$	62
Figura 4.8	Campo de Pressão e número de Mach para uma seção de aerofólio NACA 0009, $V_{\infty} = 25[m/s]$, $\alpha = 0$	63
Figura 4.9	Coefficiente de Pressão para uma seção de aerofólio NACA 0009, $V_{\infty} = 25[m/s]$, $\alpha = 0$	63
Figura 4.10	Campo de Pressão e número de MACH para uma seção de aerofólio NACA 0009, $V_{\infty} = 25[m/s]$, $\alpha = -2$	64
Figura 4.11	Coefficiente de Pressão para uma seção de aerofólio NACA 0009, $V_{\infty} = 25[m/s]$, $\alpha = -2$	64
Figura 4.12	Campo de Pressão e número de Mach para uma seção de aerofólio NACA 4412, $V_{\infty} = 25[m/s]$, $\alpha = 0$	65
Figura 4.13	Coefficiente de Pressão para uma seção de aerofólio NACA 4412, $V_{\infty} = 25[m/s]$, $\alpha = 0$	65
Figura 4.14	Campo de Pressão e número de Mach para uma seção de aerofólio NACA 4412, $V_{\infty} = 25[m/s]$, $\alpha = 8$	66
Figura 4.15	Coefficiente de Pressão para uma seção de aerofólio NACA 0009, $V_{\infty} = 25[m/s]$, $\alpha = 8$	66
Figura 4.16	Campo de número de MACH para uma seção circular, $M_{\infty} = 2$	68
Figura 4.17	Campo de número de MACH para uma seção circular, detalhe, $M_{\infty} = 2$	68
Figura 4.18	Campo de Pressão para uma seção circular $M_{\infty} = 2$	69

Figura 4.19	Campo de pressão para uma seção circular, detalhe, $M_\infty = 2$	69
Figura 4.20	Campo de Pressão para uma seção de aerofólio NACA 0012, $M_\infty = 2$, $\alpha = 0$	70
Figura 4.21	Campo número de MACH para uma seção de aerofólio NACA 0012, $M_\infty = 2$, $\alpha = 0$	71
Figura 4.22	Coeficiente de pressão para uma seção de aerofólio NACA 0012, $M_\infty =$ 2 , $\alpha = 0$	71
Figura 4.23	Campo de número de MACH para a seção circular, $Mach = 0.5$ nos instantes de tempo a) 0.5s, b) 0.6s, c) 0.7s, d) 0.8s, e) 0.9s, f) 1.0s . . .	73
Figura 4.24	Campo de Pressão para a seção circular, $Mach = 0.5$ nos instantes de tempo a) 0.5s, b) 0.6s, c) 0.7s, d) 0.8s, e) 0.9s, f) 1.0s	74
Figura 4.25	Linhas de corrente para a seção circular, $Mach = 0.5$ nos instantes de tempo a) 0.5s, b) 0.6, c) 0.7s, d) 0.8s, e) 0.9s, f) 1.0s	75
Figura 4.26	Isobars e linhas de corrente para a seção circular, $Mach = 0.5$ (PAN- DOLFI; LARocca, 1989)	76
Figura 4.27	Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio NACA 0012 $Mach = 0.3$, $\alpha =$ -0.02 Experimental AGARD (1979)	77
Figura 4.28	Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio NACA 0012 $Mach = 0.5$, $\alpha =$ -0.02 Experimental AGARD (1979)	78
Figura 4.29	Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio NACA 0012 $Mach = 0.502$, $\alpha = 2.06$ Experimental AGARD (1979)	78
Figura 4.30	Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio NACA 0012 $Mach = 0.6$, $\alpha =$ 3.94 Experimental AGARD (1979)	79
Figura 4.31	Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio NACA 0012 $Mach = 0.703$, $\alpha = -0.05$ Experimental AGARD (1979)	79
Figura 4.32	Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio NACA 0012 $Mach = 0.803$, $\alpha = 0.05$ Experimental AGARD (1979)	80
Figura 4.33	Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio NACA 0012 $Mach = 0.829$, $\alpha = 0.05$ Experimental AGARD (1979)	80
Figura 4.34	Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio NACA 0012 $Mach = 0.703$, $\alpha = 4.03$ Experimental AGARD (1979)	81
Figura 4.35	Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio NACA 0012 $Mach = 0.756$, $\alpha = 3.99$ Experimental AGARD (1979)	81
Figura 4.36	Campo de Pressão(a), e numero de Mach(b) para uma seção de aero- fólio NACA 0012, $Mach = 0.803$, $\alpha = 0.05$	82
Figura 4.37	Campo de Pressão(a), e número de Mach(b) para uma seção de aero- fólio NACA 0012, $Mach = 0.829$, $\alpha = 0.05$	82
Figura 4.38	Campo de Pressão(a), e número de Mach(b) para uma seção de aero- fólio NACA 0012, $Mach = 0.703$, $\alpha = 4.03$	82

Figura 4.39	Campo de Pressão(a), e número de Mach(b) para uma seção de aerofólio NACA 0012, $Mach = 0.756$, $\alpha = 3.99$	83
Figura 4.40	Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio RAE 2822 $Mach = 0.676$, $\alpha = 2.4$ Experimental AGARD (1979)	84
Figura 4.41	Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio RAE 2822 $Mach = 0.725$, $\alpha = 2.92$ Experimental AGARD (1979)	84
Figura 4.42	Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio RAE 2822 $Mach = 0.75$, $\alpha = 3.19$ Experimental AGARD (1979)	85
Figura 4.43	Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio RAE 2822 $Mach = 0.676$, $\alpha = -2.18$ Experimental AGARD (1979)	85
Figura 4.44	Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio RAE 2822 $Mach = 0.728$, $\alpha = 3.22$ Experimental AGARD (1979)	86
Figura 4.45	Campo de Pressão(a), e número de Mach(b) para uma seção de aerofólio RAE 2822, $Mach = 0.725$, $\alpha = 2.92$	86
Figura 4.46	Campo de Pressão(a), e número de Mach(b) para uma seção de aerofólio RAE 2822, $Mach = 0.75$, $\alpha = 3.19$	87
Figura 4.47	Campo de Pressão(a), e número de Mach(b) para uma seção de aerofólio RAE 2822, $Mach = 0.676$, $\alpha = -2.18$	87
Figura 4.48	Campo de Pressão(a), e número de Mach(b) para uma seção de aerofólio RAE 2822, $Mach = 0.728$, $\alpha = 3.22$	87
Figura 4.49	Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio NLR 7301 $Mach = 0.699$, $\alpha = 0.85$ Experimental AGARD (1979)	89
Figura 4.50	Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio NLR 7301 $Mach = 0.724$, $\alpha = 0.85$ Experimental AGARD (1979)	89
Figura 4.51	Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio NLR 7301 $Mach = 0.747$, $\alpha = 0.85$ Experimental AGARD (1979)	90
Figura 4.52	Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio NLR 7301 $Mach = 0.8$, $\alpha = 0.85$ Experimental AGARD (1979)	90
Figura 4.53	Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio NLR 7301 $Mach = 0.74$, $\alpha = -4$ Experimental AGARD (1979)	91
Figura 4.54	Campo de Pressão(a), e número de Mach(b) para uma seção de aerofólio NLR 7301, $Mach = 0.724$, $\alpha = 0.85$	91
Figura 4.55	Campo de Pressão(a), e número de Mach(b) para uma seção de aerofólio NLR 7301, $Mach = 0.747$, $\alpha = 0.85$	92
Figura 4.56	Campo de Pressão(a), e número de Mach(b) para uma seção de aerofólio NLR 7301, $Mach = 0.8$, $\alpha = 0.85$	92
Figura 4.57	Campo de Pressão(a), e número de Mach(b) para uma seção de aerofólio NLR 7301, $Mach = 0.74$, $\alpha = -4$	92

Lista de tabelas

Tabela 3.1	Resultados analítico e computacional do escoamento supersônico sobre uma cunha	53
Tabela 4.1	Coeficientes de sustentação e arrasto do NACA 0012	83
Tabela 4.2	Coeficientes de sustentação e arrasto do RAE 2822	88
Tabela 4.3	Coeficientes de sustentação e arrasto do NLR 7301	93

Sumário

1	Introdução	21
1.1	Relevância	21
1.2	Revisão Bibliográfica	22
1.2.1	Métodos de Fronteira Imersa	22
1.2.2	Força Tipo Feedback	25
1.2.3	Força Direta	27
1.2.4	Condição de Contorno para o Campo Distante	28
1.2.5	Escoamentos Compressíveis	28
1.3	Objetivo	28
2	Metodologia	30
2.1	Equações Governantes	30
2.2	Metodologia Numérica	31
2.3	Método Preditor-Corretor	32
2.3.1	Passo Preditor	32
2.3.2	Passo corretor	33
2.4	Força de Campo	34
2.5	Troca de dados entre as malhas	35
2.6	Esquemas de extrapolação	37
2.7	Coeficientes Aerodinâmicos	42
2.8	Condições de Contorno no Campo Distante	43
2.9	Crítério de Estabilidade	44
2.10	Tratamento Interno do Corpo	45
3	Verificação	46
3.1	Domínio Computacional	46
3.2	Geração das Malhas	46
3.3	Condições de Contorno	48

3.4	Critério de Convergência	49
3.5	Independência da Malha	49
3.6	Onda de Choque em uma Cunha	52
4	Resultados	57
4.1	Domínio e Malhas	57
4.1.1	Domínio e malhas de um cilindro de seção circular	57
4.1.2	Domínio e malhas de um cilindro de seção circular	57
4.2	Escoamento invíscido incompressível	58
4.2.1	Escoamento ao Redor de um cilindro de Seção Circular	59
4.2.2	Escoamento ao Redor de Aerofólios NACA Série 4	60
4.3	Escoamento Supersônico	67
4.3.1	Cilindro de seção circular	67
4.3.2	Seção de aerofólio NACA 0012	70
4.4	Escoamento Transônico	72
4.4.1	Cilindro de seção circular com Mach =0.5	72
4.4.2	Seções de aerofólio	76
4.4.2.1	NACA 0012	76
4.4.2.2	RAE 2822	83
4.4.2.3	NLR 7301	88
5	Conclusões	94
5.1	Conclusões	94
5.2	Recomendações para trabalhos futuros	95
	Referências	96

Introdução

1.1 Relevância

A análise do comportamento dos fluidos escoando ao redor de um corpo, é essencial para o projeto e otimização de veículos, pontes, prédios, etc. Para isto, os problemas da mecânica dos fluidos podem ser abordados de três maneiras diferentes: experimental, analítico e computacional. Na maioria dos casos da abordagem experimental, precisa-se projetar e construir um modelo para ser testado num túnel de vento, o que pode ser um trabalho que requer um investimento considerável. Abordar um problema analiticamente para geometrias complexas pode ser inviável. Até hoje, só foi possível obter soluções das equações de Navier-Stokes para geometrias simples, onde uma serie de simplificações são feitas nas equações governantes. Exemplos de casos com soluções analíticas são: escoamento num tubo cilíndrico de um fluido viscoso incompressível (escoamento de Poiseuille), a camada limite de um escoamento oscilatório perto da superfície de uma parede de Stokes e o escoamento laminar viscoso entre duas placas paralelas, onde uma placa está em repouso, e a outra se move com velocidade constante u (escoamento de Couette). No entanto as simplificações usadas para estes exemplos, não são aplicáveis para geometrias complexas. Na abordagem numérica, o uso de ferramentas computacionais possui vantagens em comparação com as outras duas abordagens. A análise numérica pode ser mais barata do que a análise experimental devido ao custo relativamente baixo do uso de computadores, e também devido ao custo relativamente baixo na confecção de modelos vituais em comparação com modelos físicos. Isso não é sempre verdade e depende da complexidade e fidelidade do modelo a ser analisado e das condições dos ensaios.

Um conjunto de técnicas para solução numérica das equações da dinâmica dos fluidos é conhecido como CFD do inglês (*Computational Fluid Dynamics*) e se divide em quatro métodos diferentes: elementos finitos, volumes finitos, diferenças finitas e métodos espectrais.

Um dos principais fatores que influencia a obtenção de resultados acurados no CFD é a geração de malha. Em alguns casos a malha tem que ser ajustada para a geometria que

se deseja analisar. O processo de ajuste de malha pode ser feito, por exemplo, através da mudança de coordenadas do domínio físico para um domínio computacional, transformando também as equações governantes. Este procedimento pode tornar a geração de malha uma tarefa muito lenta devido a necessidade de uso de algoritmos muito complexos.

O método de interface virtual entre o fluido e o corpo imerso surge como opção para evitar algoritmos complexos de geração de malha reduzindo, assim, o custo computacional. O aprimoramento desse método, de forma a produzir resultados mais acurados sem a necessidade de algoritmos complexos do tipo *body fitted*, ou sem a geração sucessiva de malhas para fronteiras moveis é objeto de estudos recentes.

1.2 Revisão Bibliográfica

1.2.1 Métodos de Fronteira Imersa

Os métodos de fronteira imersa têm se tornado populares nos últimos anos, por apresentar vantagens em comparação com outros métodos de CFD. O trabalho desenvolvido por (PESKIN, 1972) é conhecido como o primeiro trabalho feito usando fronteira imersa. No trabalho de (PESKIN, 1977), o método é usado para analisar o escoamento de sangue dentro do coração humano. Ali o sangue é considerado como um fluido viscoso não newtoniano, incompressível, escoando a baixa velocidade e com baixo número de Reynolds. O coração é modelado como uma membrana visco elástica com a propriedade de se deformar para cada passo de tempo. (PESKIN, 2003) descreveram a fronteira imersa como um método de interação fluido-estrutura, que possui um novo esquema matemático e uma nova formulação numérica, onde a principal diferença com outros métodos comuns usados no CFD é a implementação de duas malhas, independentes uma da outra. Uma cartesiana euleriana fixa no espaço e no tempo para o fluido, e outra curvilínea lagrangiana que é livre para se movimentar ou não, no espaço e/ou no tempo para o corpo imerso. A Fig. 1.1 mostra a representação das duas malhas.

Muitas variações foram feitas no método de fronteira imersa original de Peskin. (GOLDSTEIN; HANDLER; SIROVICH, 1993) modificaram o método de fronteira imersa para que se trabalhe só com fronteiras fixas no espaço usando um método pseudo-espectral baseado no trabalho de (KIM; MOIN; MOSER, 1987). A condição de contorno dos objetos sólidos é atingida com uma função do tipo realimentação. Na literatura este método é conhecido como fronteira virtual.

Uma vez que a pressão pode ser descontínua através da interface das duas malhas, e a força aplicada não possui características suaves. (LI; LAI, 2001) propôs o método da interface imersa, baseado nos métodos de projeção, melhorando a suavidade dos resultados. O método de projeção aumenta a ordem de precisão do método original para segunda ordem. Consegue-se resultados suaves através do uso da condição de contorno tipo jump

Figura 1.1 – Representação das malhas euleriana e lagrangeana

o qual é descrito pelo Teorema 1 do seu trabalho. O método de fronteira imersa também foi combinado com o método de Lattice Boltzmann, que utiliza uma estratégia diferente para modelar o comportamento do fluido. Ao contrário dos métodos comuns no CFD, o método de Lattice Boltzmann aborda o fluido a nível mesoscópico, em que as partículas se movimentam, interagem e colidem umas com as outras numa malha de tipo Lattice. A equação de Boltzmann é usada junto com as equações de Navier-Stokes para simular diferentes problemas de CFD, como escoamentos multifásicos. O método Lattice Boltzmann tem sido usado em conjunto com o método de fronteira imersa e aplicado com sucesso por pesquisadores como pode ser visto nas obras de (HAO JIAN, 2010), (VAHIDKHAH; ABDOLLAHI, 2012) e (SUZUKI; INAMURO, 2013).

Nos métodos de fronteira imersa, as principais características são:

1. Não ter a necessidade de impor uma condição de contorno na superfície do corpo imerso. Em vez disto, a condição de contorno é calculada com uma função que, para cada passo no tempo, calcula a força necessária para criar a condição de contorno desejada.
2. A geração das malhas eulerianas e lagrangiana é feita com algoritmos simples, fáceis de escrever e implementar.
3. As duas malhas são independentes uma da outra permitindo por exemplo a análise de escoamentos no regime transiente sem precisar mudar a malha euleriana

no tempo, enquanto que a malha lagrangiana pode se movimentar no espaço e/ou tempo.

Como os métodos de fronteira imersa reduzem significativamente o tempo de geração de malhas, eles foram aplicados com sucesso por diferentes pesquisadores, sendo aplicados a qualquer método do CFD.

No trabalho de (KIT et al., 2004) elementos finitos foram usados. Já no trabalho de (KARIMIAN; ARDAKANI, 2011) e de (COLONIUS; TAIRA, 2008) volumes finitos foram utilizados. A maioria dos pesquisadores usa diferenças finitas como (ZHANG; ZHENG, 2007), (GHAS; MITTAL; DONG, 2007) e (TESSICINI et al., 2002). Na análise de geometria complexas os pontos das duas malhas raramente são coincidentes, e a transferência dos dados entre as duas malhas é feita usando uma função delta de Dirac que, geralmente, atua sobre 3 ou 4 células vizinhas (para o método de volumes finitos), 3 ou 4 pontos vizinhos (para o método de diferenças finitas). A aplicação da função delta Dirac junto com métodos de interpolação limita os métodos de fronteira imersa a ter primeira ou segunda ordem de precisão no espaço na interface das malhas. No entanto, (BONFIGLI, 2011) atingiu quarta ordem de precisão no espaço e no tempo com o método de fronteira imersa para escoamento incompressível.

Como as duas malhas são independentes, vários tipos de escoamentos e corpos podem ser analisados. Por exemplo, objetos rígidos (paredes que não se deformam) e flexíveis (paredes que podem ser deformadas) podem ser estudados. Além disso, estes objetos podem se movimentar no tempo ou podem estar fixos no espaço e/ou tempo. Esta versatilidade de análises permite que os métodos de fronteira imersa sejam aplicados a diversos problemas físicos.

Na literatura, os métodos de fronteira imersa vêm sendo aplicados com sucesso para escoamentos incompressíveis viscosos. Escoamentos viscosos permitem o estudo dos fenômenos produzidos pela camada limite. A precisão da solução numérica depende do modelo de dinâmica dos fluidos que se esteja usando. O bem conhecido modelo Reynolds Averaged Navier Stokes (RANS) tem sido usado por pesquisadores como (TULLIO et al., 2007). O modelo *Large Eddy Simulation* (LES) é usado nos trabalhos de (TESSICINI et al., 2002) e (BALARAS, 2004). Também o método conhecido por DNS (Direct Numerical Simulation), onde nenhuma simplificação é feita nas equações de Navier-Stokes, é aplicado junto com o método de fronteira imersa por (POSA; ORESTA; LIPPOLIS, 2013).

Os métodos de fronteira imersa permitem trabalhar com geometrias complexas com facilidade, como visto nos trabalhos de muitos pesquisadores. A maioria destes pesquisadores testou estes métodos sobre cilindros de seção circular como no trabalho de (SILVA; SILVEIRA; DAMASCENO, 2003), e destacou o poder dos métodos de fronteira imersa para geometrias mais complexas. No trabalho de (CHOI et al., 2007), o método de fronteira imersa é usado para estudar o comportamento do ar sujeito aos movimentos do corpo humano. Como é descrito pelo autor, o movimento do corpo humano é muito complexo

devido a dinâmica dos ossos e músculos. Um dos resultados obtidos é mostrado na Fig. 1.2, exibindo os vórtices gerados pelo movimento do corpo humano.

Figura 1.2 – Evolução dos vórtices induzidos pelo movimento de um humano caminhando (CHOI et al., 2007)

(GHAS; MITTAL; DONG, 2007) usaram um método baseado em fronteiras imersas chamado sharp interface para analisar a geração de vórtices de ponta de uma asa, como mostra a Fig. 1.3.

(FADLUN et al., 2000) usaram o método de fronteira imersa junto com o método de força direta para analisar o escoamento sobre geometrias com fronteiras móveis. O modelo cilindro-pistão mostrado na Fig. 1.4 foi testado e avaliado com outros resultados numéricos no seu trabalho.

(LUO et al., 2012) usaram o método de fronteira virtual para a análise aerodinâmica do voo de um pássaro beija-flor, como mostra a Fig. 1.5.

1.2.2 Força Tipo Feedback

Para a aplicação da condição de contorno precisa-se de um termo forçante. De acordo com (GOLDSTEIN; HANDLER; SIROVICH, 1993) a condição de não escorregamento é atendida com uma função aplicada na superfície do corpo imerso dada por.

$$f(x_s, t) = \alpha \int_0^t [u(x_s, t) - V(x_s, t)] dt + \beta [u(x_s, t) - V(x_s, t)], \quad (1.1)$$

Figura 1.3 – Componente axial da vorticidade (GHAS; MITTAL; DONG, 2007)

Figura 1.4 – Escoamento dentro de um pistão IC (FADLUN et al., 2000)

Onde f é a força que vai ser aplicada no contorno do corpo imerso, necessária para criar a condição de contorno. x_s representa as coordenadas da superfície do corpo imerso, α e β são constantes negativas, que representam um sistema mola amortecedor, $V(x_s, t)$ é a velocidade na fronteira do corpo imerso. A equação é uma função do tipo feedback, permitindo que a velocidade na superfície do corpo oscile até atingir a condição de não escorregamento $V(x_s, t) = 0$. Contudo, fazer uso desta função para encontrar o valor

Figura 1.5 – Vórtices gerados pelo batimento das asas de um pássaro beija flor (LUO et al., 2012)

do termo forçante tem uma grande desvantagem, uma vez que não existe método para a escolha dos valores de α e β . A função pode se comportar de maneira muito rígida ou muito relaxada, o que pode exigir um alto número de iterações para a solução convergir ou, no pior dos casos, causar divergência.

1.2.3 Força Direta

(MOHD-YUSOF, 1997) introduz um método alternativo para o cálculo do termo forçante que não possui o problema citado no método de feedback. Neste método o termo forçante usado é a força de campo das equações de momentum calculada de maneira a satisfazer a condição de contorno. Isso é feito de forma direta (e não iterativa) para cada passo no tempo.

O método de Mohd-Yusof tem baixo custo computacional. A equação de momentum é escrita como:

$$\frac{u^{n+1} - u^n}{\Delta t} = RHS^n + f^{n+1}, \quad (1.2)$$

Onde RHS contém os termos convectivos, viscosos e o gradiente de pressão da equação. A força de campo necessária para satisfazer a condição de contorno é calculada isolando f^{n+1} na Eq. 1.2. O método de força direta é usado neste trabalho e descrito com mais detalhes no Capítulo 2. (GUY; HARTENSTINE, 2010) testaram a precisão do método da

força direta mostrando que ele produz resultados de, no máximo, segunda ordem de precisão.

1.2.4 Condição de Contorno para o Campo Distante

Para obter a solução numérica em um problema de corpo imerso em um domínio computacional como, por exemplo, um aerofólio imerso em um escoamento de ar com velocidade de escoamento livre uniforme (mostrado na Fig. 1.1), precisa-se de condições no contorno no campo distante além da condição de contorno do corpo imerso. Para obter a solução do problema é necessário impor as condições de contorno quando $x = 0$, $x = L$, $y = 0$ e $x = M$, conforme a Fig. 1.1, onde $x = 0$ é uma entrada de velocidade, $x = L$ é uma saída de pressão, $y = 0$ e $x = M$ são tratadas como paredes de escorregamento livre. As condições $y = 0$ e $x = M$ são obtidas com métodos clássicos, como o método das características proposto por (THOMPSON, 1987), ou o método das invariantes de Reimann ou métodos mais simples como extrapolações. Estes métodos clássicos e serão descritos no Capítulo 2.

1.2.5 Escoamentos Compressíveis

Poucos trabalhos usando os métodos de interação fluido estrutura foram feitos para estudar escoamentos compressíveis.

(DE PALMA et al., 2006) usam o método de fronteira virtual resolvendo as equações de Navier Stokes com simplificação RANS junto com o método direto de cálculo da força de campo proposto por (MOHD-YUSOF, 1997) para analisar o escoamento viscoso compressível ao redor de um cilindro e de uma seção de aerofólio NACA 0012 no regime supersônico. O trabalho de (TULLIO et al., 2007) é uma continuação do trabalho de De Palma et al., com o uso de algoritmos de refinamento local de malhas. O refinamento leva a uma melhor qualidade da malha perto da fronteira do objeto imerso. (KARIMIAN; ARDAKANI, 2011) usam o método de volumes finitos para a análise de escoamento compressível não viscoso em aerofólios. Neste trabalho, para atingir a condição de contorno interna, usa-se células fantasma. As células fantasmas são células próximas a fronteira, mas que não fazem parte das células do fluido.

1.3 Objetivo

O objetivo deste trabalho é desenvolver um código como ferramenta de CFD usando o método da fronteira virtual para a análise de geometrias bidimensionais. O modelo escolhido para o escoamento é compressível e não viscoso. As geometrias testadas são: seções de aerofólios da NACA série 4 e os aerofólios supercríticos RAE 2822 e NLR 7301, no regime transônico para velocidades abaixo da velocidade do som (MACH entre 0,8 e

1). É utilizada uma força de campo calculada de forma direta, para criar a condição de contorno de velocidade normal nula na superfície dos aerofólios. Os resultados do código são analisados e comparados com resultados numéricos e experimentais da literatura para avaliar o método.

Metodologia

A metodologia usada no método de fronteira virtual é apresentada neste capítulo. Um método preditor-corretor, conhecido como método de MacCormack, foi escolhido para resolver as equações governantes. Ele foi escolhido por ser um método simples de implementar e por gerar resultados com ordem de precisão suficiente para os casos em estudo neste trabalho.

2.1 Equações Governantes

As equações que governam os escoamentos compressíveis, inviscidos e adiabáticos formam um sistema de equações de primeira ordem, não lineares que podem exibir diferentes comportamentos de acordo com o regime do escoamento. As equações podem exibir comportamento elíptico-hiperbólico no regime permanente subsônico e comportamento hiperbólico no regime transiente compressível ou no regime permanente supersônico. As equações do sistema são conhecidas como equações de Euler, que na forma cartesiana conservativa em duas dimensões, são dadas por:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = J, \quad (2.1)$$

Onde $\frac{\partial}{\partial t}$, $\frac{\partial}{\partial x}$, $\frac{\partial}{\partial y}$ são derivadas parciais no tempo e no espaço, U é conhecido como vetor solução, F e G são vetores de fluxo, e J é o vetor fonte, dados por.

$$U = \left[\rho, \rho u, \rho v, \rho \left(e + \frac{\vec{V}^2}{2} \right) \right]^T, \quad (2.2)$$

$$F = \left[\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, \rho \left(e + \frac{\vec{V}^2}{2} \right) u + pu \right]^T, \quad (2.3)$$

$$G = \left[\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, \rho \left(e + \frac{\vec{V}^2}{2} \right) v + pv \right]^T, \quad (2.4)$$

$$J = [0, \rho f_x, \rho f_y, \rho (u f_x + v f_y)]^T, \quad (2.5)$$

Onde V é o vetor velocidade com componentes em x e y , u e v , ρ é a densidade, p é a pressão, e e é a energia interna específica do fluido, os termos da equação de momentum f_x e f_y são usualmente forças de campo, como forças eletromagnéticas ou a força gravitacional. Porém, neste trabalho, a força de campo é usada para aplicar a condição de contorno interna na superfície do objeto, a qual garante a condição de não permeabilidade, obtendo a solução adequada das equações de Euler. Assim, o vetor de velocidade na superfície do corpo possui apenas componente tangencial, ou seja, a velocidade normal a superfície deve ser igual a zero ($v \cdot n = 0$). A obtenção da força de campo é descrita na Seção 2.4. Uma vez que o número de equações é n e o número de incógnitas é $n + 1$, é necessário usar equações adicionais para se ter o mesmo número de equações e incógnitas, e resolver o sistema. Então são incluídas a equação de estado para um gás ideal que relaciona a pressão, densidade e energia interna específica dada pela equação.

$$P = (\gamma - 1)\rho e, \quad (2.6)$$

Onde γ é a relação entre calores específicos a pressão e volume constante, e também assumindo um gás caloricamente perfeito, a temperatura é obtida através da equação.

$$e = C_v T, \quad (2.7)$$

e C_v é o calor específico a volume constante do fluido.

2.2 Metodologia Numérica

Considere-se um corpo com geometria complexa dada por uma série de pontos de uma curva Ω , aberta ou fechada, como uma malha lagrangeana, imersa em um domínio computacional Γ que representa o fluido. Considera-se que Γ é dado por uma série de pontos ordenados em coordenadas cartesianas que se conhece como malha euleriana, de comprimento L e largura M , de acordo com a Fig. 2.1.

O número de pontos da malha euleriana na direção x é nx tal que o espaçamento entre os pontos é igual a $\Delta x = \frac{L}{nx-1}$. Da mesma forma, o número de pontos na direção y é ny e o espaçamento é $\Delta y = \frac{M}{ny-1}$. Os subíndices i e j são usados para identificar os pontos nas coordenadas x e y da malha euleriana.

Na próxima seção explica-se como são resolvidas numericamente as equações de Euler no interior do domínio, ou seja, de $i = 2$ até $i = nx - 1$ e $j = 2$ até $j = ny - 1$. Para o caso quando $i = 1$, $i = nx$, $j = 1$ e $j = ny$ é preciso aplicar as condições de contorno para o campo distante como se descrito na Seção 2.8.

Figura 2.1 – Malha lagrangeana (pontos vermelhos), malha euleriana (pontos pretos)

2.3 Método Preditor-Corretor

Para resolver as equações governantes dos fluidos, o método escolhido neste trabalho é um preditor-corretor também conhecido como método de MacCormack, que é uma técnica simples muito bem documentada por (ANDERSON et al., 1995). As equações são resolvidas com o método de diferenças finitas baseado na expansão de Taylor. O método de MacCormack possui a vantagem de obter soluções de segunda ordem de precisão no espaço e no tempo, sem a necessidade de calcular derivadas de segunda ordem. Nesta técnica as propriedades do fluido no domínio todo são conhecidas no instante de tempo n , e calcula-se as propriedades do domínio no passo do tempo seguinte $n + 1$ a partir do instante n , partindo das condições iniciais. Este procedimento é conhecido como solução avançando no tempo. Para usar este procedimento, o primeiro passo é isolar a derivada do tempo da equação 2.1.

$$\frac{\partial U}{\partial t} = J - \frac{\partial F}{\partial x} - \frac{\partial G}{\partial y}, \quad (2.8)$$

Onde as variáveis do vetor solução U , no passo de tempo $n + 1$ são obtidas a partir de.

$$U_{i,j}^{n+1} = U_{i,j}^n + \left(\frac{\partial U}{\partial t} \right)_{av} \Delta t, \quad (2.9)$$

Onde $\left(\frac{\partial U}{\partial t} \right)_{av}$ é o valor médio da derivada do vetor U , entre os passos de tempo n e $n + 1$.

2.3.1 Passo Preditor

No passo preditor, a Eq. 2.8 é usada para calcular a derivada do vetor U no tempo, substituindo as derivadas no espaço dos vetores de fluxo F e G , do lado direito da equação, com diferenças avançadas.

$$\left(\frac{\partial U}{\partial t} \right)_{i,j}^{n+1} = J_{i,j}^{n+1} - \frac{F_{i+1,j}^{n+1} - F_{i,j}^{n+1}}{dx} - \frac{G_{i,j+1}^{n+1} - G_{i,j}^{n+1}}{dy}, \quad (2.10)$$

Agora o valor do vetor $\bar{U}$ preditor é obtido usando o primeiro termo da série de Taylor.

$$\bar{U}_{i,j}^{n+1} = U_{i,j}^n + \left(\frac{\partial U}{\partial t} \right) \Delta t, \quad (2.11)$$

Com o vetor $\bar{U}$ predito pode-se calcular o valor das variáveis primitivas preditas com as equações 2.12-2.15.

$$\bar{\rho}_{i,j}^{n+1} = \bar{U}1, \quad (2.12)$$

$$\bar{u}_{i,j}^{n+1} = \frac{\bar{U}2}{\bar{\rho}_{i,j}^{n+1}}, \quad (2.13)$$

$$\bar{v}_{i,j}^{n+1} = \frac{\bar{U}3}{\bar{\rho}_{i,j}^{n+1}}, \quad (2.14)$$

$$\bar{e}_{i,j}^{n+1} = \frac{\bar{U}4}{\bar{\rho}_{i,j}^{n+1}} - \frac{\bar{V}^2}{2}, \quad (2.15)$$

Sendo $\bar{U}1$, $\bar{U}2$, $\bar{U}3$ e $\bar{U}4$ as componentes do vetor $\bar{U}$. Nota-se que as variáveis primitivas preditas são também solução pelo método de integração de Euler. Nesse caso, no entanto, a derivadas temporais tem apenas primeira ordem de precisão uma vez que estão sendo obtidas usando apenas a primeira derivada da série de Taylor. Com os valores das variáveis primitivas preditas pode se calcular os valores dos vetores de fluxo preditos $\bar{F}$ e $\bar{G}$, de acordo com a definição dada no Capítulo anterior.

2.3.2 Passo corretor

No passo corretor a derivada no tempo do vetor $\bar{U}$ predito é novamente calculada a partir da equação 2.8. Porém, desta vez, são usadas as variáveis preditas calculadas no passo anterior usando diferenças atrasadas para as derivadas espaciais dos vetores de fluxo $\bar{F}$ e $\bar{G}$.

$$\left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} \right)_{i,j}^{n+1} = \bar{J}_{i,j}^n - \frac{\bar{F}_{i,j}^n - \bar{F}_{i-1,j}^n}{dx} - \frac{\bar{G}_{i,j}^n - \bar{G}_{i,j-1}^n}{dy}, \quad (2.16)$$

Agora a derivada média do vetor U é obtida com o valor médio das derivadas preditas e corrigidas calculadas nas Eqs. 2.10 e 2.16.

$$\left(\frac{\partial U}{\partial t} \right)_{av} = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial U}{\partial t} \right)_{i,j}^n + \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} \right)_{i,j}^{n+1} \right), \quad (2.17)$$

Com a derivada média do vetor U pode se obter U no passo de tempo $n+1$, novamente usando a expansão de Taylor segundo a Eq. 2.9. Agora, conhecido o vetor solução U^{n+1} , as variáveis primitivas no passo de tempo $n+1$, densidade, velocidade, e energia interna são obtidas de maneira semelhante a obtenção das variáveis primitivas do passo preditor,

trocando o vetor $\bar{U}$ das Eqs. 2.12-2.15 pelo vetor U da equação 2.9. A solução deve ter, em teoria, segunda ordem de precisão no espaço e no tempo, sem a necessidade de calcular derivadas de segunda ordem. A pressão é calculada com a equação de estado para um gás ideal.

A pressão é calculada com a equação de estado para um gás perfeito $p = (\gamma - 1)\rho e$, e a temperatura T , é dada pela equação de um gás caloricamente perfeito $e = C_v T$. As forças de campo f_x e f_y necessárias para aplicar a condição de contorno interna são descritas na seguinte seção.

2.4 Força de Campo

(MOHD-YUSOF, 1997) introduz o método de força direta, para resolver as equações de Navier-Stokes na forma incompressível. Usando a equação de momentum discretizada no tempo de forma explícita.

$$\frac{u^{n+1} - u^n}{\Delta t} = RHS^n + f^{n+1}, \quad (2.18)$$

onde o termo RHS contém o gradiente de pressão, os termos de advecção e os termos viscosos. A força de campo adequada para aplicar a condição de contorno de velocidade na superfície do corpo imerso para as equações de Navier-Stokes ($u = 0, v = 0, w = 0$) é dada ajustando a velocidade u^{n+1} . A força de campo é obtida simplesmente isolando f^{n+1} a partir da equação 2.18.

$$f^{n+1} = \frac{u^{n+1} - u^n}{\Delta t} - RHS^n. \quad (2.19)$$

Neste trabalho, o mesmo princípio descrito por Mohd-Yusof é usado modificando a equação de momentum para que possa trabalhar com escoamentos invíscidos e compressíveis. Novamente, a equação explícita de momentum é usada para obter a força de campo. Equações 2.20 e 2.21 são as equações de momentum na direção x , e na direção y respectivamente. Nota-se que as equações não têm termos viscosos, mas a densidade não é mais uma constante, então os efeitos da compressibilidade não são desconsiderados.

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u \vec{V}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho f_x, \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v \vec{V}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho f_y, \quad (2.21)$$

onde nos termos advectivos $\nabla \cdot (\rho u \vec{V})$ e $\nabla \cdot (\rho v \vec{V})$ das equações anteriores, aplica-se a identidade para o produto entre um escalar e um vetor.

$$\nabla \cdot (\rho u \vec{V}) = u \nabla \cdot (\rho \vec{V}) + \rho \vec{V} \cdot \nabla u, \quad (2.22)$$

$$\nabla \cdot (\rho v \vec{V}) = v \nabla \cdot (\rho \vec{V}) + \rho \vec{V} \cdot \nabla v. \quad (2.23)$$

As forças de campo, nas direções x e y , são obtidas isolando f_x e f_y das equações 2.20 e 2.21.

$$f_x = \frac{\rho \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial t} + 2\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + u^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} + \rho u \frac{\partial v}{\partial y} + uv \frac{\partial \rho}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial x}}{\rho}, \quad (2.24)$$

$$f_y = \frac{\rho \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial t} + 2\rho v \frac{\partial v}{\partial y} + v^2 \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial x} + uv \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y}}{\rho}. \quad (2.25)$$

Onde as derivadas no tempo, das componentes da velocidade u e v são substituídas por

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u^{n+1} - u^n}{\Delta t}, \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{v^{n+1} - v^n}{\Delta t}. \quad (2.27)$$

Para as equações de Euler As velocidades no passo de tempo $n + 1$, u^{n+1} e v^{n+1} são ajustadas, de tal modo que atinja a condição de contorno $v \cdot n = 0$. Ou seja u^{n+1} e v^{n+1} são iguais as componentes de velocidade tangencial que o escoamento deve ter na superfície do corpo imerso. A força de campo F_z para casos 3d é obtida de forma semelhante.

2.5 Troca de dados entre as malhas

No método de MacCormack as propriedades de velocidade, pressão, energia interna e densidade são calculadas no domínio Euleriano. Mas para calcular a força de campo, necessária para aplicar a condição de contorno, é necessário conhecer as componentes de velocidade nos pontos da malha lagrangeana. Neste trabalho a obtenção das componentes de velocidade (normal e tangencial para a superfície do corpo imerso) é calculada da seguinte forma.

1. Dado os pontos equidistantes da malha lagrangeana a malha euleriana é criada ao redor, com os espaçamentos Δx e Δy , igual ao espaçamento entre dois pontos da malha Lagangiana.
2. Para cada ponto da malha lagrangeana, são criados três pontos na direção normal à superfície do corpo imerso. O espaçamento entre os pontos é igual a Δx ou Δy Fig. 2.3(a).
3. Para cada ponto normal, são identificados os quatro pontos vizinhos da malha euleriana, Fig. 2.3(b).

4. Com os vizinhos de cada ponto normal para a superfície do corpo, as componentes de velocidade do domínio Euleriano são interpoladas para os três pontos normais usando o método de interpolação bilinear, de acordo com a Eq. 2.28, tomada do livro de (PRESS et al., 1993).

$$y(x_1, x_2) = (1 - t)(1 - u)y_1 + t(1 - u)y_2 + tuy_3 + (1 - t)uy_4, \quad (2.28)$$

onde t e u são função das coordenadas t e u dadas pelas Eqs. 2.29 e 2.30 e y é o valor da variável que se deseja conhecer através da interpolação bilinear, nas coordenadas x_1 e x_2 , como mostra a Fig. 2.2.

$$t = \frac{x_1 - x_{1l}}{x_{1u} - x_{1l}}, \quad (2.29)$$

$$u = \frac{x_2 - x_{2l}}{x_{2u} - x_{2l}}. \quad (2.30)$$

Figura 2.2 – Pontos usados no esquema de interpolação bilinear (PRESS et al., 1993)

5. Obtidas as componentes de velocidade em cada ponto normal, as componentes de velocidade u e v na direção normal são calculadas nos pontos Lagrangianos usando a aproximação de Taylor de segunda ordem.

$$u_{(i+1)} = u_i + \frac{\partial u}{\partial n} \Delta n + \frac{\partial^2 u}{\partial n^2} \frac{\Delta n^2}{2!}, \quad (2.31)$$

$$v_{(i+1)} = v_i + \frac{\partial v}{\partial n} \Delta n + \frac{\partial^2 v}{\partial n^2} \frac{\Delta n^2}{2!}. \quad (2.32)$$

Figura 2.3 – Malhas lagrangeana e euleriana (a) pontos normais para a malha lagrangeana (b) pontos vizinhos para cada ponto normal, para fazer a interpolação bilinear

2.6 Esquemas de extrapolação

Os métodos de fronteira imersa e fronteira virtual apresentam falta de suavidade nos resultados na região próxima para a interface entre as malhas. Isso acontece porque os pontos da malha lagrangeana não são coincidentes com os pontos da malha euleriana (para a maioria dos casos, quando se trabalha com geometrias complexas). A maneira com a qual a troca de informação é feita de uma malha para a outra, é de grande influência para a convergência, ordem de precisão, e obtenção de uma solução suave. As componentes da força de campo f_x e f_y , das equações 2.24 e 2.25 são diretamente aplicadas na malha euleriana, só se os pontos das duas malhas são coincidentes. Porém, para geometrias complexas, raramente isso acontece e a força de campo precisa ser extrapolada para a malha euleriana a cada passo de tempo. Na literatura há vários métodos com os quais o processo de interpolação pode ser feito. Nos primeiros trabalhos, tanto para (PESKIN, 1972), (PESKIN, 1977) quanto para (GOLDSTEIN; HANDLER; SIROVICH, 1993) a extrapolação da força é feita usando uma função delta de Dirac. Ela é aplicada geralmente em três ou quatro pontos na malha euleriana e é dada pela Eq. 2.33.

$$\delta_h(x, y) = \frac{1}{h^2} \phi\left(\frac{x}{h}\right) \phi\left(\frac{y}{h}\right), \quad (2.33)$$

(FADLUN et al., 2000) descrevem três métodos de interpolação para a força de campo. O primeiro é a solução mais simples, na qual encontra-se os pontos mais próximos entre malha euleriana e malha lagrangeana, e aplica-se a força de campo nestes pontos. Desta maneira não é necessário fazer nenhum procedimento de interpolação, o que é fácil de implementar, mas cria um problema de falta de suavidade na solução na interface das malhas.. O segundo método usa uma função de ponderação, para calcular a diferença entre o volume ocupado pelo limite da superfície do corpo e o volume total da célula, e assim interpolar o valor das componentes de velocidade. (BALARAS, 2004) demonstrou que este método possui primeira ordem de precisão no espaço. No terceiro método de interpolação, calcula-se o valor da velocidade que devem ter os pontos mais próximos da superfície, satisfazendo a condição de contorno interna, utilizando interpolação linear. Neste caso, a velocidade da fronteira no próximo passo de tempo u^{n+1} e v^{n+1} das equações 2.24 e 2.25 são substituídas pela velocidade nos pontos mais próximos para a superfície do corpo imerso.

No entanto, Balaras mostra que pode surgir alguma complicação em alguns pontos de superfícies extremamente curvas, onde existem duas direções em que as interpolações podem ser realizadas. O procedimento para criar a interface entre as duas malhas e aplicação da força de campo para a malha euleriana neste trabalho segue o procedimento que é descrito a seguir.

Considera-se conhecidos os pontos da malha lagrangeana e da malha euleriana. Precisa-se conhecer os pontos da malha Eulerina que ficam fora e dentro da malha lagrangeana. Assim interpola-se linearmente os pontos da malha lagrangeana na malha euleriana, como mostra a Fig. 2.4, para criar uma interface entre as duas malhas. Feitas a interface o procedimento para encontrar os pontos dentro e fora é relativamente simples designando 1 para os pontos que representam o interior do objeto imerso e 0 para os pontos que representam o fluido.

Como a força de campo f_x e f_y é calculada na malha lagrangeana, a extrapolação dos dados para a malha lagrangeana é feita usando a função delta de Diract da Eq. 2.33.

Como se deseja obter resultados suaves de segunda ordem (a ordem do método não é calculada neste trabalho, mas teoricamente deveria ser segunda ordem no espaço e tempo) procura-se funções $\phi\left(\frac{x}{h}\right)$ já suavizadas.

Funções obtidas dos trabalhos de (GRIFFITH; PESKIN, 2005) e (YANG et al., 2009) foram testadas no presente trabalho. Elas são dadas pelas equações 2.34-2.38, e mostradas nas Figs. 2.5-2.9.

$$\phi(r) = \begin{cases} 1 - 0.5r - r^2 + 0.5r^3, & r \leq 1 \\ 1 - \frac{11}{6}r + r^2 - \frac{1}{6}r^3, & 1 \leq r < 2 \\ 0, & 2 \leq r \end{cases}$$

Figura 2.4 – interface entre as malha lagrangeana e euleriana

(2.34)

$$\phi(r) = \begin{cases} \frac{3}{4} - r^2, & r \leq 0.5 \\ \frac{9}{8} - \frac{3r}{2} - \frac{r^2}{2}, & 0.5 \leq r < 1.5 \\ 0, & 1.5 \leq r \end{cases}$$

(2.35)

$$\phi(r) = \begin{cases} \frac{1}{4\pi}(\pi + 2\sin(\frac{\pi}{4}(2r+1))) - 2\sin(\frac{\pi}{4}(2r-1)), & r \leq 1.5 \\ \frac{-1}{8\pi}(-5\pi + 2\pi r + 42\sin(\frac{\pi}{4}(2r-1))), & 1.5 \leq r < 2.5 \\ 0, & 2.5 \leq r \end{cases}$$

(2.36)

$$\phi(r) = \begin{cases} \frac{17}{48} + \frac{\sqrt{3}\pi}{108} - \frac{r^2}{4} + \frac{(1-2r)}{16}\sqrt{-12r^2 + 12(r+1)} - \frac{\sqrt{3}}{12}\sin(\frac{\sqrt{3}}{2}2r-1), & r \leq 1 \\ \frac{55}{48} + \frac{\sqrt{3}\pi}{108} - \frac{13r}{12} + \frac{r^2}{4} + \frac{(2r-3)}{48}\sqrt{-12r^2 + 36r - 23} + \frac{\sqrt{3}}{36}\sin(\frac{\sqrt{3}}{2}2r-3), & 1 \leq r < 2 \\ 0, & 2 \leq r \end{cases}$$

(2.37)

$$\phi(r) = \begin{cases} \frac{3}{8} + \frac{\pi}{32} - \frac{r^2}{4}, & r \leq 0.5 \\ \frac{1}{4} + (\frac{1-r}{8}\sqrt{-2+8r-4r^2}) - (\frac{1}{8}\sin(\sqrt{2}(r-1))), & 0.5 \leq r < 1.5 \\ \frac{17}{16} - \frac{\pi}{64} - \frac{3r}{4} + \frac{r^2}{8} + (\frac{r-2}{16}\sqrt{-14+16r-4r^2}) + (\frac{1}{16}\sin(\sqrt{2}(r-2))), & 1.5 \leq r < 2.5 \\ 0, & 2.5 \leq r \end{cases}$$

(2.38)

Figura 2.5 – Esboço da função delta usando a equação 2.34

Figura 2.6 – Esboço da função delta usando a equação 2.35

Figura 2.7 – Esboço da função delta usando a equação 2.36

Figura 2.8 – Esboço da função delta usando a equação 2.37

Figura 2.9 – Esboço da função delta usando a equação 2.38

Nas funções suavizadas ϕ_r , r representa a distância entre os pontos Lagrangianos e Eulerianos, vezes o espaçamento Δ , dado por.

$$r = \frac{\sqrt{(xs - x)^2 + (ys - y)^2}}{\Delta}, \quad (2.39)$$

xs, ys são pontos Lagrangianos, x, y são pontos Eulerianos.

A função que apresentou maior suavidade nos resultados da distribuição do coeficiente de pressão foi a dada pela Eq. 2.36. Por essa razão ela foi escolhida para as análises do presente trabalho.

2.7 Coeficientes Aerodinâmicos

Todos os corpos imersos em um fluido em movimento apresentam uma distribuição de pressão ao redor. Esta distribuição pode ser convertida em uma força resultante que é aplicada no centro de pressão do corpo. Essa força resultante pode ser decomposta em duas componentes. Uma componente perpendicular à velocidade de escoamento livre U_∞ , que é chamada de força de sustentação F_s , e uma componente tangencial à velocidade de escoamento livre U_∞ que é chamada de força de arrasto F_a . Para avaliar os resultados, as variáveis de pressão e forças são dadas na forma adimensional. Os coeficientes aerodinâmicos de, sustentação C_l , arrasto C_d , e de pressão C_p , são usados para comparar com outros resultados numéricos e experimentais. O coeficiente de pressão é dado pela equação

$$C_p = \frac{P - P_\infty}{\frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2}. \quad (2.40)$$

Dado o coeficiente de pressão na superfície do corpo imerso, o coeficiente de sustentação pode ser obtido integrando o coeficiente de pressão na direção da corda.

$$C_l = \int_{ba}^{bf} (C_{p_{ext}}(x) - C_{p_{int}}(x)) d\frac{x}{c}, \quad (2.41)$$

Nessa equação os limites da integral vão desde o bordo de ataque até o bordo de fuga do aerofólio, e os subscritos dos coeficientes de pressão, *ext* e *int* representam o extradorso e o intradorso respectivamente. O coeficiente de arrasto é obtido de maneira semelhante ao coeficiente de sustentação, integrando o coeficiente de pressão na direção perpendicular para à corda, e é dado pela equação

$$C_d = \frac{1}{c} \int_{ba}^{bf} (C_{p_{ext}}(y) - C_{p_{int}}(y)) dy, \quad (2.42)$$

onde c é a corda do aerofólio. Como a solução é obtida fazendo uso das equações de Euler bidimensionais, a única componente de arrasto que deveria estar presente é o arrasto de pressão (que inclui o arrasto de onda de choque em regime transônico ou supersônico). Como o escoamento é invíscido não deveria existir componente de arrasto de atrito ou de separação e como é uma análise 2D, também não deveria existir componente de arrasto induzido.

2.8 Condições de Contorno no Campo Distante

As condições de contorno de campo distante são necessárias para obter a solução do problema uma vez que o domínio computacional é finito. Elas devem ser definidas de forma a minimizar erros na solução. (THOMPSON, 1987) e (THOMPSON, 1990) analisaram diferentes tipos de condições de contorno para um sistema hiperbólico, trabalhando com as equações de Euler linearizadas, onde as condições de contorno dependem das velocidades características, que por sua vez dependem do regime do escoamento. Este método é conhecido como o método das características. O método das características descrito por Thompson foi usado no presente trabalho nas análises de cilindro de seção circular em regime subsônico. No entanto, quando a onda de pressão inicial, criada à frente do corpo imerso, atingia a entrada do domínio criava uma região estagnada de alta pressão, fazendo o código divergir. Por essa razão o método de invariantes de Riemann foi testado e implementado com sucesso para as análises. O método de invariantes de Riemann é descrito brevemente a seguir. Neste trabalho o método das características de (THOMPSON, 1990) foi usado, para os análises do cilindro de seção circular, e para o regime subsônico. Mas quando a onda de choque criada à frente do corpo imerso atingia a entrada do domínio, está se estancava, criando uma superfície de estagnação, fazendo o código divergir. Por causa disso o método de invariantes de Riemann foi implementado com sucesso para este análises. O método de invariantes de Riemann é descrito brevemente a continuação. O

Figura 2.10 – Linhas características num plano xt (ANDERSON, 1990)

plano $xvst$ da Fig. 2.5 mostra um ponto p por onde passam duas linhas, C_+ e C_- , chamadas de linhas características. Segundo (ANDERSON, 1990) as equações de compatibilidade

são dadas por

$$du + \frac{dp}{\rho a}, \text{ ao longo da linha característica } C_+ \quad (2.43)$$

$$du - \frac{dp}{\rho a}, \text{ ao longo da linha característica } C_- \quad (2.44)$$

Integrando as equações 2.43 e 2.44 ao longo das linhas características C_+ e C_- obtemos.

$$J^+ = u + \int \frac{dp}{\rho a} \quad (2.45)$$

e

$$J^- = u - \int \frac{dp}{\rho a}, \quad (2.46)$$

Onde J^+ e J^- são as invariantes de Riemann, são as invariantes de Riemann. Assumindo um gás caloricamente perfeito e um processo isentrópico

$$dp = c_1 \left(\frac{2\gamma}{\gamma - 1} \right) a^{\frac{2\gamma}{(\gamma-1)-1}} da \quad (2.47)$$

e

$$\rho = c_1 \gamma a^{\frac{2\gamma}{(\gamma-1)-2}} da, \quad (2.48)$$

Onde c_1 é uma constante de integração. Resolvendo as integrais nas Eqs. 2.45 e 2.46 obtemos

$$J^+ = u + \frac{2c}{\gamma - 1}, \text{ ao redor da linha característica } C_+ \quad (2.49)$$

$$J^- = u - \frac{2c}{\gamma - 1}, \text{ ao redor da linha característica } C_- \quad (2.50)$$

Resolvendo para a velocidade do som c e a velocidade u obten-se:

$$c = \frac{\gamma - 1}{4} (J^+ - J^-), \quad (2.51)$$

$$u = \frac{1}{2} (J^+ + J^-). \quad (2.52)$$

2.9 Critério de Estabilidade

As soluções numéricas possuem duas fontes de erro. A primeira é o erro de arredondamento que é causado pela representação finita das variáveis usadas (o número de casas decimais das variáveis reais). Esta geralmente pode ser de precisão simples (8 casas decimais), ou precisão dupla (16 casas decimais). O segundo é o erro de discretização que surge por que as derivadas são substituídas por aproximações algébricas. O comportamento dessas fontes de erro definem a estabilidade do processo de solução.

Da análise das fontes de erro aplicada para equações hiperbólicas (também conhecido como critério de Courant Friedrichs Lewy) pode-se obter o espaçamento dos passos no tempo Δt necessário para que o processo de solução seja estável. Ele é dado por

$$\Delta t = \frac{\phi}{\max\left(\left(\frac{u+c}{\Delta x}\right) + \left(\frac{v+c}{\Delta y}\right)\right)} \quad (2.53)$$

Onde ϕ é de número de Courant e c a velocidade do som

2.10 Tratamento Interno do Corpo

(MOHD-YUSOF, 1997) mostrou que o tratamento da região interior do corpo imerso não tem influência no desenvolvimento do escoamento do fluido, mas ele mostra três possibilidades que podem ser aplicadas. A primeira possibilidade é a mais simples, onde se deixa que o interior do corpo desenvolva um escoamento livre finito, a segunda possibilidade é aplicar a força de campo dentro do corpo, e a terceira possibilidade é reverter a velocidade no primeiro ponto após a interface dentro do corpo. A primeira possibilidade foi usada neste trabalho, mas afetou o escoamento exterior. Isso ocorre porque a componente tangencial de velocidade na superfície do corpo, por ser diferente de zero, sofre os efeitos do escoamento interno. Mas o citado por Mohd-Yusof é verdade quando se trabalha com as equações de Navier-Stokes, onde todas as componentes da velocidade são iguais a zero na superfície do corpo imerso. Isso tende a conduzir a velocidade do interior do corpo também para zero, ou desenvolve um tipo de escoamento de baixa velocidade, o qual não afeta significativamente a solução. No entanto, quando se usa as equações de Euler para resolver este tipo de problema a componente que tem que ser zero na superfície do corpo é só a componente normal. Como a componente tangencial tem velocidade finita, cria-se um escoamento dentro do corpo, caracterizado por recirculações. Para solucionar este problema, as equações de Euler precisam ser resolvidas só nos pontos externos, e não no domínio todo, o que é um procedimento relativamente simples. Tendo feito a identificação dos pontos internos e externos ao corpo basta usar diferenças avançadas ou atrasadas nas regiões próximas à fronteira de forma a excluir os pontos internos das células computacionais.

Verificação

O trabalho de verificação teve como objetivo, examinar a acurácia do código desenvolvido com o método de fronteira virtual. O principal objetivo do método é resolver as equações de Euler para escoamentos em duas dimensões, transônicos abaixo da velocidade do som (Mach entre 0,8 e 1) para seções de aerofólio. No entanto, para o caso de verificação do método foi escolhido uma geometria mais simples, no regime supersônico, e que tem solução analítica. A geometria é uma cunha, que para o regime supersônico, apresenta solução analítica para a onda de choque descrita em detalhes nos livros que tratam de escoamentos compressíveis.

3.1 Domínio Computacional

Nas análises de CFD os escoamentos são estudados em um domínio finito. Este deve ser grande o suficiente para que as condições de contorno de campo distante não gerem erros significativos. Na Fig. 3.1 mostra-se um esquema geral de qualquer domínio utilizado neste trabalho, onde ϕ_1 representa a corda da seção de aerofólio ou o diâmetro do cilindro, ϕ_2 é a altura e ϕ_3 o comprimento do domínio e ϕ_4 é a distância entre a entrada do domínio e o aerofólio (ou cilindro). Os corpos estão localizados em $\frac{\phi_2}{2}$, ou seja, na metade da altura.

As simulações feitas para o estudo de independência de malha, usaram $\phi_1 = c$, representando a corda do aerofólio, $\phi_2 = 16c$, $\phi_3 = 22c$ e $\phi_4 = 8c$.

3.2 Geração das Malhas

As malhas geradas para o método de fronteira virtual são estruturadas e com espaçamento não uniforme (estiramento) gerado por uma função trapezoidal. O fator de estiramento foi fixado em 1.04, escolhido por que, segundo (POINSOT, 1992), ele não deve ser maior que 1.08 para evitar problemas de estabilidade com as derivadas temporais. A malha estirada foi escolhida por reduzir o número de pontos da malha euleriana e, consequentemente, diminuir o custo computacional.

Figura 3.1 – Domínio

Para a geração das malhas lagrangeanas (os aerofólios), os pontos que formam as curvas são tomados de arquivos de texto para, os aerofólios RAE 2823 e NFL 7301. Para o NACA 0012 os pontos são gerados por uma sub-rotina criada para gerar coordenadas de qualquer aerofólio NACA da série 4. A sub-rotina segue o seguinte processo:

1. O valor da corda é fixado em 1 (em qualquer unidade de comprimento);
2. Calcula-se a linha média com as equações 3.1 e 3.2.

$$y_c = \frac{m}{p^2}(2px - x^2), 0 < x < p \quad (3.1)$$

$$y_c = \frac{m}{(1-p)^2}[(1-2p) + 2px - x^2], p < x < c \quad (3.2)$$

Nessas equações e nas seguintes x são as coordenadas na direção da corda, y coordenadas do intradorso e extradorso do aerofólio, perpendiculares à corda, y_c são coordenadas da linha média, e y_t são coordenadas de espessura, t é a máxima espessura, m é a máxima curvatura, e p a posição da máxima curvatura.

3. Calcular a espessura com a equação 3.3.

$$\pm y_t = \frac{t}{0.2}(0.2969\sqrt{x} - 0.1260x - 0.3516x^2 - 0.3516x^2 - 0.3516x^2), \quad (3.3)$$

4. Calcular as coordenadas do intradorso e extradorso do aerofólio

$$x_e = (x - x_t) \sin \theta, \quad (3.4)$$

$$y_e = (y_c + y_t) \cos \theta, \quad (3.5)$$

$$x_i = (x + x_t) \sin \theta, \quad (3.6)$$

$$x_e = (y_c + y_t) \sin \theta, \quad (3.7)$$

onde $\theta = \frac{dy_c}{dx}$, e os subíndices e e i são para diferenciar as coordenadas do extradorso e intradorso respectivamente.

O número de pontos definido para as malhas Lagrangianas dos aerofólios foi fixado em 1100. Essa escolha foi feita de acordo com o estudo de independência de malha descrito na Seção 3.5. Com este número de pontos, os espaçamentos nos eixos x e y gerados para as duas malhas produzem resultados que já não são afetados significativamente pelo tamanho da malha.

3.3 Condições de Contorno

Na entrada do domínio são usadas as condições descritas a seguir, de acordo com as invariantes de Riemann descritos na Seção 2.8.

A componente de velocidade em x , u é dada pela equação 2.52.

$$u = \frac{1}{2}(J^+ - J^-). \quad (3.8)$$

A componente de velocidade em y , v é imposta como condição Dirichlet $v = 0$, a densidade e a energia são dadas por.

$$\rho = \left(\frac{c_{tmp}^2}{\gamma s^*} \right)^{\left(\frac{1}{\gamma-1} \right)}, \quad (3.9)$$

$$e = \left(\frac{c_{tmp}^2}{\gamma(\gamma-1)} \right), \quad (3.10)$$

Onde s^* representa a entropia do sistema, dada por.

$$s^* = \frac{p_\infty}{(\rho_\infty)^\gamma}, \quad (3.11)$$

$$c_{tmp} = \frac{\gamma - 1}{4(J^+ - J^-)}. \quad (3.12)$$

A pressão na entrada é calculada com a equação de estado para gases ideais $p = (\gamma - 1)e\rho$.

Na saída do domínio aplica-se as mesmas equações da entrada para a componente de velocidade u , para a densidade e para a energia interna, extrapolando as variáveis quando seja necessário. Para a componente de velocidade v uma condição de Neumann é aplicada como $\frac{dv}{dx} = 0$.

Nas fronteiras superior e inferior a densidade, energia interna e a componente de velocidade u são utilizadas condições de Dirichlet, com valores iguais às propriedades do escoamento livre. A componente de velocidade v utiliza a condição $\frac{d^2v}{dx^2} = 0$.

3.4 Critério de Convergência

Convergência dos casos analisados é monitorada usando o resíduo máximo das variáveis de pressão, velocidade e densidade nas malhas lagrangeanas, tomando como critério para uma solução convergida, no regime permanente, o resíduo igual ou menor a $1e-4$ para as três variáveis. Também monitora-se o comportamento a cada passo de tempo destas três variáveis. Todas as variáveis devem convergir para uma solução constante convergida.

Os gráficos de resíduo e comportamento das variáveis são mostrados nas Figuras 3.2 e 3.3. No comportamento do resíduo, a densidade e a velocidade médias atingem o critério com menor número de iterações, enquanto que o resíduo da pressão é o que leva mais tempo para atingir o objetivo. No entanto as três variáveis monitoradas atingem o critério desejado. Nota-se que o eixo y é logarítmico, e que o comportamento do resíduo para as três variáveis monitoradas é oscilatório que pode ser causado pelo cálculo da força de campo.

Para obter resultados no regime permanente as variáveis precisam ir para um valor constante. Isso se mostra na Fig. 3.2, para velocidade pressão e densidade. Enquanto as iterações vão aumentando as variáveis convergem para um valor constante.

3.5 Independência da Malha

As malhas são uma coleção de pontos discretos, onde as equações vão ser resolvidas, e apenas nestes pontos discretos as variáveis do fluido serão conhecidas. Uma vez que a solução numérica usa uma aproximação das equações diferenciais, o refinamento da malha influi na solução. Por isso, um estudo precisa ser feito para garantir que o efeito da variação do refinamento seja desprezível e capaz de captar o fenômeno físico. Isso caracteriza uma independência da solução em relação ao refinamento da malha (conhecido como independência da malha).

A análise de independência da malha é feita visando também a solução desejada com o menor custo computacional. Foi escolhido o aerofólio NACA 0012 para realizar a análise. O parâmetro base é o número de pontos da malha lagrangeana. Aumentando o número de pontos da malha lagrangeana o código automaticamente gera a malha euleriana, com

Figura 3.2 – Comportamento médio das variáveis: vetor velocidade, pressão e densidade

Figura 3.3 – Resíduo médio nos pontos da malha lagrangeana de pressão, densidade e vetor velocidade

espaçamentos mínimos nos eixos x e y igual à distância entre dois pontos da malha lagrangeana. O número de Mach para esta análise é 0,8, escolhido por que o regime de principal interesse deste trabalho é o regime transônico. O ângulo de ataque foi fixado em zero grau. Como trata-se de um aerofólio simétrico com ângulo de ataque zero só os resultados para o extradorso são mostrados. O número de pontos da malha lagrangeana (o aerofólio) é aumentado de 200 em 200 pontos, começando com 200 até 1400. A Fig. 3.4 mostra a distribuição do coeficiente de pressão. A onda de choque é mostrada em detalhe na Fig. 3.5 e a posição da onda de choque é monitorada para a análise.

Como mostra a Fig. 3.5 à medida que aumenta o número de pontos da malha la-

grangeana, a onda de choque muda de intensidade e posição. A posição e intensidade do choque para malhas com mais de 1000 pontos é praticamente a mesma, atingindo assim a independência da malha. O resultado desta análise é tomado como representativo das simulações feitas para aerofólios neste trabalho. Sendo assim, todas as malhas lagrangeanas dos aerofólios foram feitas com 1100 pontos.

Como o método da fronteira virtual trabalha com duas malhas, a Fig. 3.7 mostra o comportamento das variáveis velocidade, pressão e densidade média com relação à os pontos gerados para a malha euleriana. O comportamento das três curvas mostra que a independência da malha é obtida com números superiores a 200.000 pontos Eulerianos.

Figura 3.4 – Estudo da Independência de malha, coeficiente de pressão do aerofólio NACA 0012, $Mach = 0.8$, $\alpha = 0$

Figura 3.5 – Detalhe do coeficiente de pressão do aerofólio NACA 0012

Figura 3.6 – Comportamento das variáveis: vetor velocidade, pressão e densidade

3.6 Onda de Choque em uma Cunha

Na dinâmica de fluidos computacional, qualquer código desenvolvido, precisa ser verificado, para garantir que os resultados numéricos sejam coerentes com os fenômenos físicos que se deseja prever. Esta verificação pode ser feita comparando os resultados com dados obtidos em tuneis de vento, ou com outros métodos numéricos que já estejam validados, ou com resultado analíticos, se o problema tiver solução analítica.

O escoamento supersônico invíscido numa cunha, foi escolhido para verificar o código por que trata-se de uma geometria simples, a qual tem solução analítica que é bem conhecida, e pode se encontrar em detalhe em qualquer livro de escoamentos compressíveis. O ângulo θ_1 e número de Mach do escoamento livre foram escolhidos para servir de referencia para os resultados numéricos.

O domínio para a análise de uma cunha, imersa num escoamento supersônico como mostra a Fig. 3.7, onde $\phi_1 = 15^\circ$, $\phi_2 = 2[m]$, e $\phi_3 = 2[m]$, o ponto a está localizado a $1[m]$ da entrada, as malhas lagrangeana e euleriana são mostradas na fig. 3.8. Sendo que para melhor visualização, as duas malhas são mostradas com um número reduzido de pontos (apenas um ponto é mostrado a cada quatro pontos da malha original). A malha lagrangeana (vermelho) tem 1000 pontos para garantir a independência da malha.

Na tabela 3.1 os dados obtidos da solução analítica e os dados do método de fronteira virtual são apresentados. Nas relações de número de Mach, pressão, densidade e

temperatura os números 1 e 2 representam as propriedades do escoamento antes e depois da onda de choque oblíqua respectivamente. Os dados obtidos pelo método de fronteira virtual são relativamente bons, sendo a relação de número de Mach a que tem o pior comportamento com relação a solução analítica, o ângulo da onda de choque e a relação de densidade apresentam erro um pouco a cima de 1%, enquanto que as relações de pressão e temperatura o erro é menor a 1%. O erro do método de fronteira virtual seja menor que 2.5% para o pior parâmetro monitorado. Dentre as causas do erro estão a viscosidade numérica gerada pelo método utilizado e a viscosidade artificial adicionada ao método para dar estabilidade ao processo de solução.

.	Analítico	Computacional	Erro %
$Mach_{\infty}$	2	2	-
Ângulo da cunha	15	15	-
Ângulo onda de choque	45	45.5	1.1
Relação de Mach (M_2/M_1)	0.785	0.801	2.0
Relação de pressão (p_2/p_1)	2.186	2.184	0.1
Relação de densidade (ρ_2/ρ_1)	1.724	1.743	1.1
Relação de temperatura (T_2/T_1)	1.268	1.276	0.6

Tabela 3.1 – Resultados analítico e computacional do escoamento supersônico sobre uma cunha

O comportamento de uma cunha imersa em um escoamento compressível, invíscido, e supersônico é bem conhecido na literatura. Para baixos ângulos de cunha, tal como $\phi_1 = 15^\circ$, a onda de choque gerada é oblíqua e colada ao bordo de ataque da cunha. As propriedades do fluido mudam bruscamente através da onda de choque. A velocidade e o número de Mach diminuem, enquanto que a pressão, densidade e temperatura aumentam após o choque.

As Figuras 3.9 e 3.10 mostram o detalhe dos campos de número MACH e pressão respectivamente, para a cunha. O número de Mach na entrada é igual a 2. As duas figuras confirmam que as propriedades antes e depois da onda de choque mudam, diminuindo o número de Mach e aumentando a pressão após a onda.

A Fig. 3.11 apresenta o comportamento do coeficiente de pressão na cunha, comparado com os resultados obtidos pelo código Wind-US apresentados por James R. DeBonis, (NASA Glenn Research Center). A linha azul apresenta o resultado para um solver estruturado com malha não estruturada, a linha verde tem o solver e a malha estruturados, e a linha vermelha tem o solver e a malha não estruturados. Dados os três casos de comparação juntos com o resultado do método de fronteira virtual após a onda de choque, a pressão aumenta após a ponta da cunha, com valor quase da mesma magnitude, tanto pelo código wind-us como pelo método de fronteira virtual. Da solução analítica sabemos que a variação de pressão deve ser localizada exatamente no ponto *a* da Fig. 3.7. Mas no método de fronteira virtual é atingido só após 7% do comprimento total da cunha.

Figura 3.7 – Domínio para uma cunha

Figura 3.8 – Malhas lagrangeana e euleriana para a cunha

Figura 3.9 – Campo número de MACH para uma cunha , $Mach_\infty = 2$, $\theta = 15$

Figura 3.10 – Campo de Pressão para uma cunha , $Mach_\infty = 2$, $\theta = 15$

Figura 3.11 – Pressão para uma cunha , $Mach_{\infty} = 2$, $\theta = 15$

Resultados

As propriedades do equipamento usado nas simulações são: processador Intel core i5 com o sistema operacional Linux mint 15. O código está escrito na linguagem de programação Fortran 90, compilado pelo Intel Fortran. Os tempos de simulação para as seções de aerofólio foram de 4 dias (96 horas), aproximadamente, para atingir o regime permanente. O processador i5 possui 4 núcleos, mas o código foi escrito e executado somente em modo sequencial utilizando só um núcleo.

4.1 Domínio e Malhas

Nesta seção, são descritos os tamanhos dos domínios e as malhas das geometrias analisadas. Ao igual que a fig. 3.8, para melhor visualização, as duas malhas são mostradas com um número reduzido de pontos (apenas um ponto é mostrado a cada quatro pontos da malha original).

4.1.1 Domínio e malhas de um cilindro de seção circular

Para as simulações feitas com a seção circular, os tamanhos dos domínios segundo a Fig 3.1 foram:

$\phi_1 = 1[m]$, $\phi_2 = 20d$, $\phi_3 = 25d$ e $\phi_4 = 10d$, para escoamentos incompressíveis,
 $\phi_1 = 1[m]$, $\phi_2 = 40d$, $\phi_3 = 30d$ e $\phi_4 = 10d$, para escoamentos transônico e supersônicos.

Sendo d o diâmetro da seção circular. A Fig. 4.1 mostra as malhas euleriana e lagrangeana para a seção circular imerso em um escoamento supersônico.

4.1.2 Domínio e malhas de um cilindro de seção circular

Para as simulações feitas com aerofólios NACA da série 4, os tamanhos dos domínios segundo a figura 3.1 foram:

$\phi_1 = 1[m]$, $\phi_2 = 16c$, $\phi_3 = 22c$ e $\phi_4 = 8c$, para escoamentos incompressíveis e Transônico, $\phi_1 = 1[m]$, $\phi_2 = 40c$, $\phi_3 = 30c$ e $\phi_4 = 10c$, para escoamentos supersônicos.

Sendo c a corda do aerofólio. Na fig. 4.10 mostra as malhas euleriana e lagrangeana para o aerofólio NACA 2412.

Figura 4.1 – Malhas euleriana e lagrangeana para uma seção de aerofólio NACA 2412. (a) malha, (b) detalhe

Figura 4.2 – Malhas euleriana e lagrangeana para uma seção circular. (a)malha (b)detalhe

4.2 Escoamento invíscido incompressível

Fisicamente na natureza, não existem fluidos incompressíveis. A força necessária para comprimir um fluido é função das suas propriedades termodinâmicas. Os fluidos, chamados de líquidos precisam de pressões extremamente grandes para ser comprimidos, em quanto que nos gases as pressões são relativamente pequenas. Por esta razão, na maioria dos problemas de engenharia os líquidos podem ser tratados como fluidos incompressíveis. No entanto os gases podem apresentar características de incompressibilidade quando a variação de sua densidade $\frac{\rho}{\rho_0}$ for menor a 5%. Para escoamentos externos ao redor de corpos imersos, ar pode ser considerado incompressível quando o número de Mach é menor a 0.3.

4.2.1 Escoamento ao Redor de um cilindro de Seção Circular

Um cilindro de seção circular imerso em um escoamento invíscido e não compressível pode ser analisada com a teoria potencial da mecânica dos fluidos. Nesse caso, além de assumir o escoamento como invíscido e não compressível, assume-se também que o fluido é irrotacional. Da análise potencial, o coeficiente de pressão em função do ângulo θ é dado por $cp(\theta) = 1 - 4 \sin^2(\theta)$. O método da fronteira virtual é usado para analisar o escoamento em torno de um cilindro de seção circular. A velocidade de escoamento livre é imposta $V_\infty = 10[m/s]$, com um número de Mach equivalente de $M_\infty = 0 - 0.3$ e, portanto, tratado como escoamento incompressível. Embora o problema seja resolvido com um código compressível espera-se que as variações na densidade para este número de Mach sejam desprezíveis. A Fig. 4.3 mostra a distribuição do coeficiente de pressão da solução analítica, e do método de fronteira virtual. A solução analítica apresenta uma distribuição sinusoidal, onde o escoamento permanece colado na superfície da seção circular para qualquer ângulo θ , sem presença de esteira. No entanto, o método de fronteira virtual apresenta comportamento diferente, que assemelha-se mais com escoamento viscoso. Na parte frontal da seção circular o escoamento fica colado com o gradiente favorável de pressão mas, na parte traseira entre os ângulos aproximados de $\theta = 150 - 200$ graus, em uma região de gradiente adverso de pressão, o escoamento se desprende do corpo e gera uma grande esteira. Desse resultado surge uma dúvida. Embora as equações do método de fronteira virtual sejam resolvidas para escoamentos invíscidos, os resultados apresentados se aproximam mais de escoamentos viscosos. Este comportamento pode ser causado por duas razões:

1. Para dar estabilidade ao código precisou-se da adição de viscosidade artificial, além da viscosidade numérica implícita;
2. Da interação entre as duas malhas e a aplicação da força de campo, observou-se que o escoamento desenvolve uma pseudo camada limite na superfície dos corpos imersos. Esses dois efeitos são numéricos, mas estão fazendo com que os resultados do método de fronteira virtual apresentem comportamento similar ao de um fluido viscoso.

Figura 4.3 – Coeficiente de Pressão em função de (θ) para uma seção circular, $V_\infty = 25[m/s]$,

4.2.2 Escoamento ao Redor de Aerofólios NACA Série 4

Para este regime, três seções de aerofólio são testadas: dois aerofólios com arqueamento igual a 20% da corda, localizada em diferentes posições da corda, o NACA 2412 e NACA 4412, e o aerofólio fino simétrico NACA 0009. A velocidade do escoamento livre é fixada em $V_\infty = 25[m/s]$, com um número de Mach equivalente de $M_\infty = 0.07$, que pode ser tratado como escoamento incompressível. Os resultados são comparados com o software Xfoil desenvolvido no MIT o qual é baseado na teoria potencial dos escoamentos. As figuras 4.4-4.15 mostram os detalhes do campo de pressão e número de Mach para as três seções de aerofólio, além do coeficiente de pressão, para vários ângulos de ataque. Os coeficientes de pressão mostram que, para ângulos de ataque próximos de zero grau, os resultados do método de fronteira virtual se assemelham com os do XFoil. No entanto, a medida que se aumenta ou diminui o ângulo, os resultados do método de fronteira virtual parecem ter a mesma tendência em forma mas a magnitude é menor do que o XFoil. Isso é devido à pseudo camada limite gerada pelo método, que muda os resultados de um escoamento exclusivamente invíscido. Este fenômeno pode ser observado nos campos de número de Mach, com as esteiras que estão sendo geradas no bordo de fuga dos aerofólios.

Figura 4.4 – Campo de Pressão e número de Mach para uma seção de aerofólio NACA 2412, $V_\infty = 25[m/s]$, $\alpha = 0$

Figura 4.5 – Coeficiente de Pressão para uma seção de aerofólio NACA 2412, $V_\infty = 25[m/s]$, $\alpha = 0$

Figura 4.6 – Campo de Pressão e número de Mach para uma seção de aerofólio NACA 2412, $V_\infty = 25[m/s]$, $\alpha = 4$

Figura 4.7 – Coeficiente de Pressão para uma seção de aerofólio NACA 2412, $V_\infty = 25[m/s]$, $\alpha = 4$

Figura 4.8 – Campo de Pressão e número de Mach para uma seção de aerofólio NACA 0009, $V_\infty = 25[m/s]$, $\alpha = 0$

Figura 4.9 – Coeficiente de Pressão para uma seção de aerofólio NACA 0009, $V_\infty = 25[m/s]$, $\alpha = 0$

Figura 4.10 – Campo de Pressão e número de MACH para uma seção de aerofólio NACA 0009, $V_\infty = 25[m/s]$, $\alpha = -2$

Figura 4.11 – Coeficiente de Pressão para uma seção de aerofólio NACA 0009, $V_\infty = 25[m/s]$, $\alpha = -2$

Figura 4.12 – Campo de Pressão e número de Mach para uma seção de aerofólio NACA 4412, $V_\infty = 25[m/s]$, $\alpha = 0$

Figura 4.13 – Coeficiente de Pressão para uma seção de aerofólio NACA 4412, $V_\infty = 25[m/s]$, $\alpha = 0$

Figura 4.14 – Campo de Pressão e número de Mach para uma seção de aerofólio NACA 4412, $V_\infty = 25[m/s]$, $\alpha = 8$

Figura 4.15 – Coeficiente de Pressão para uma seção de aerofólio NACA 0009, $V_\infty = 25[m/s]$, $\alpha = 8$

4.3 Escoamento Supersônico

Os escoamentos compressíveis, supersônicos, (acima da velocidade do som) são caracterizados pela geração de ondas de choque, normais e obliquas. As ondas normais são perpendiculares para a velocidade de escoamento livre V_∞ , e as obliquas, formam certo ângulo com a velocidade de escoamento livre V_∞ . Para estudos aerodinâmicos e projeto de veículos supersônicos é de grande importância caracterizar as ondas de choque uma vez que as propriedades de velocidade, pressão, densidade, e temperatura podem apresentar uma grande variação através do choque.

4.3.1 Cilindro de seção circular

A seção circular é analisada em um escoamento supersônico com um número de Mach de $M_\infty = 2$ para observar o comportamento das ondas de choque em um corpo rombudo. Como se pode observar nas Figuras 4.16 4.17 4.18 e 4.19 dos campos de número de Mach e de pressão e nos detalhes, a onda de choque é oblíqua e destacada, o que é uma característica dos corpos com grande raio de bordo de ataque em escoamentos supersônicos. Nos campos de número de Mach e o detalhe também se observa que o escoamento na parte traseira se desprende do corpo criando uma esteira de grande magnitude.

Figura 4.16 – Campo de número de MACH para uma seção circular, $M_\infty = 2$

Figura 4.17 – Campo de número de MACH para uma seção circular, detalhe, $M_\infty = 2$

Figura 4.18 – Campo de Pressão para uma seção circular $M_\infty = 2$ Figura 4.19 – Campo de pressão para uma seção circular, detalhe, $M_\infty = 2$

4.3.2 Seção de aerofólio NACA 0012

Da mesma forma que a seção circular, o aerofólio NACA 0012 é analisado em um escoamento supersônico, $M_\infty = 2$, com um ângulo de ataque de zero grau. Figuras 4.20 e 4.22 mostram o detalhe do campo de número de Mach, pressão e o coeficiente de pressão respectivamente. De maneira semelhante à seção circular, a onda de choque no bordo de ataque do aerofólio NACA 0012 é oblíqua e destacada devido ao grande raio de curvatura. No entanto, o escoamento fica colado em quase toda a geometria tendo uma pequena esteira no bordo de fuga.

Figura 4.20 – Campo de Pressão para uma seção de aerofólio NACA 0012, $M_\infty = 2$, $\alpha = 0$

Figura 4.21 – Campo número de MACH para uma seção de aerofólio NACA 0012, $M_\infty = 2$, $\alpha = 0$

Figura 4.22 – Coeficiente de pressão para uma seção de aerofólio NACA 0012, $M_\infty = 2$, $\alpha = 0$

4.4 Escoamento Transônico

Os resultados no regime transônico são apresentados na última seção do capítulo de resultados, por tratar-se do regime de maior interesse neste trabalho. O regime transônico se atinge quando a velocidade do escoamento livre está próxima da velocidade do som (Mach igual a 1). Historicamente não foi até a segunda guerra mundial, quando os aviões começaram a voar em velocidades próximas da velocidade do som, que os fenômenos do regime transônico começaram a ser estudados. O escoamento nesse regime é caracterizado por ter grandes regiões misturadas subsônicas e supersônicas e pela geração de ondas de choque. A onda de choque causa uma desaceleração do escoamento com subsequente espessamento da camada limite e possível separação. A onda de choque também provoca um deslocamento no centro de pressão com efeitos diretos na estabilidade e controle da aeronave.

4.4.1 Cilindro de seção circular com $Mach = 0.5$

O escoamento transônico ao redor de uma seção circular é apresentado. O número de Mach do escoamento livre é igual a $M = 0.5$. Neste número de Mach o escoamento é acelerado até velocidades supersônicas na parte superior e inferior da seção circular. As propriedades do escoamento são periódicas em regime permanente, com a geração de ondas de choque que oscilam em torno de uma posição com o tempo. As ondas de choque causam a formação de bolhas de separação as quais causam o desprendimento do escoamento, sendo que na parte traseira da seção circular o fluxo é altamente rotacional. As Figuras 4.29 e 4.30 mostram o campo de número de Mach e campo de pressão para diferentes instantes de tempo. O ponto de estagnação fica na parte dianteira da seção circular, enquanto que as ondas de choque mudam de posição e intensidade nos passos de tempo. As duas figuras mostram a geração de vórtices de von Kármán (característicos de escoamentos viscosos). A Figura 4.31 mostra o comportamento das linhas de corrente dado pelo método de fronteira virtual, enquanto que a Figura 4.32 mostra as linhas de corrente além das linhas isobáricas do trabalho de (PANDOLFI; LAROCCA, 1989), o qual é um trabalho detalhado de escoamento transônico para a seção circular. Da mesma forma que neste trabalho a solução é obtida resolvendo as equações de Euler. O número de Mach é também $M = 0.5$, mas as equações são resolvidas com o método FDS do inglês "*flux difference splitting*". É usada uma malha polar para a seção circular. Da mesma forma que neste trabalho, a geração de ondas de choque causa o desprendimento do escoamento na superfície da seção circular, tendo os dois métodos um comportamento similar, muito diferente do comportamento invíscido.

Figura 4.23 – Campo de número de MACH para a seção circular, $Mach = 0.5$ nos instantes de tempo a) 0.5s, b) 0.6s, c) 0.7s, d) 0.8s, e) 0.9s, f) 1.0s

Figura 4.24 – Campo de Pressão para a seção circular, $Mach = 0.5$ nos instantes de tempo a) 0.5s, b) 0.6s, c) 0.7s, d) 0.8s, e) 0.9s, f) 1.0s

Figura 4.25 – Linhas de corrente para a seção circular, $Mach = 0.5$ nos instantes de tempo a) 0.5s, b) 0.6, c) 0.7s, d) 0.8s, e) 0.9s, f) 1.0s

Fig. 7. Transonic flow about the full cylinder ($M_\infty = 0.50$). Eight different pictures during a cycle (isobars and instantaneous streamlines).

Figura 4.26 – Isobars e linhas de corrente para a seção circular, $Mach = 0.5$ (PANDOLFI; LAROCCHA, 1989)

4.4.2 Seções de aerofólio

Por último são apresentados os resultados obtidos pelo método de fronteira virtual para seções de aerofólio no regime transônico. Três aerofólios são escolhidos. Um deles é provavelmente o aerofólio mais testado tanto numérica como experimentalmente, o aerofólio simétrico NACA 0012. Os dois aerofólios restantes são o RAE 2822 e o NLR 7301, dois aerofólios supercríticos projetados para escoamentos transônicos. A maioria dos casos apresentados para as três seções de aerofólio estão no regime transônico, no entanto também são apresentados alguns casos para baixos números de Mach. Isso foi feito para ter uma comparação de escoamento compressível subsônico com resultados experimentais, já que este regime não foi apresentado até agora. Para a comparação dos resultados, os dados experimentais são obtidos do relatório (AGARD, 1979) o qual é uma base de dados experimental criada especialmente para validação de métodos computacionais no regime transônico.

4.4.2.1 NACA 0012

O NACA 0012 é um aerofólio da série 4, simétrico, com uma espessura máxima de 12%. Nove casos são apresentados. Nas figuras 4.32 até a 4.40, se mostram os coeficientes de pressão experimentais e computacionais obtidos pelo método de fronteira virtual. Os cinco primeiros casos estão dentro do regime compressível subsônico. Os resultados de baixo número de Mach mostram que o comportamento do método de fronteira virtual tem a mesma tendência que o experimental. Porém, os resultados no regime transônico, mostram que a onda de choque do método de fronteira virtual desloca-se na direção do bordo de fuga do aerofólio quando comparado com o resultado experimental. A interação

entre onda de choque e camada limite pode explicar essa diferença. O choque gera um espessamento da camada limite que, por sua vez, empurra o choque fluxo acima. Um resultado invíscido (sem camada limite) geraria o choque em uma posição mais próxima do bordo de fuga do que o resultado viscoso. O método da fronteira virtual deve estar gerando um resultado intermediário já que existe uma pseudo camada limite que deslocaria o choque na direção do bordo de ataque. As Figuras 4.36-4.39 mostram os campos de pressão e número de Mach para os casos com geração de onda de choque. Percebe-se que o número de Mach é de grande influência na posição da onda de choque, quando se observa resultados para ângulos de ataque similares. No regime transônico pequenas variações no número de Mach fazem com que a posição da onda de choque mude, sendo que a medida que se aumenta o número de Mach a onda de choque se desloca para o bordo de fuga do aerofólio. Na Tabela 4.1 se encontram os coeficientes de sustentação e arrasto, para os casos da seção de aerofólio NACA 0012.

Figura 4.27 – Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio NACA 0012 $Mach = 0.3$, $\alpha = -0.02$ Experimental AGARD (1979)

Figura 4.28 – Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio NACA 0012 $Mach = 0.5$, $\alpha = -0.02$ Experimental AGARD (1979)

Figura 4.29 – Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio NACA 0012 $Mach = 0.502$, $\alpha = 2.06$ Experimental AGARD (1979)

Figura 4.30 – Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio NACA 0012 $Mach = 0.6$, $\alpha = 3.94$ Experimental AGARD (1979)

Figura 4.31 – Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio NACA 0012 $Mach = 0.703$, $\alpha = -0.05$ Experimental AGARD (1979)

Figura 4.32 – Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio NACA 0012 $Mach = 0.803$, $\alpha = 0.05$ Experimental AGARD (1979)

Figura 4.33 – Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio NACA 0012 $Mach = 0.829$, $\alpha = 0.05$ Experimental AGARD (1979)

Figura 4.34 – Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio NACA 0012 $Mach = 0.703$, $\alpha = 4.03$ Experimental AGARD (1979)

Figura 4.35 – Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio NACA 0012 $Mach = 0.756$, $\alpha = 3.99$ Experimental AGARD (1979)

Figura 4.36 – Campo de Pressão(a), e numero de Mach(b) para uma seção de aerofólio NACA 0012, $Mach = 0.803$, $\alpha = 0.05$

Figura 4.37 – Campo de Pressão(a), e número de Mach(b) para uma seção de aerofólio NACA 0012, $Mach = 0.829$, $\alpha = 0.05$

Figura 4.38 – Campo de Pressão(a), e número de Mach(b) para uma seção de aerofólio NACA 0012, $Mach = 0.703$, $\alpha = 4.03$

Figura 4.39 – Campo de Pressão(a), e número de Mach(b) para uma seção de aerofólio NACA 0012, $Mach = 0.756$, $\alpha = 3.99$

Mach	α	cl	cd
0.3	-0.02	-0.0252	0.0091
0.5	-0.02	-0.0226	0.0081
0.502	2.06	0.2221	0.0119
0.6	3.94	0.4508	0.0188
0.703	-0.05	-0.0254	0.0111
0.803	0.05	0.0234	0.0150
0.829	0.05	0.0139	0.0025
0.703	4.03	0.5922	0.0190
0.756	3.99	0.4921	0.0264

Tabela 4.1 – Coeficientes de sustentação e arrasto do NACA 0012

4.4.2.2 RAE 2822

O RAE 2822 é um aerofólio supercrítico com espessura máxima de 12.1% situada a 37.9% da corda, e máxima curvatura de 1.3% localizada a 75.7% da corda. Amplamente usado para validar métodos computacionais em regime transônico, com fenômenos de transição. Para este aerofólio cinco casos foram comparados. No primeiro caso, Fig. 4.40 o comportamento do método de fronteira virtual é igual a o resultado experimental, sem geração de onda de choque. Nos casos 2 e 3 figuras 4.41 e 4.42, a onda de choque dos resultados experimentais apresenta um comportamento mais suave, enquanto que no resultado computacional, a onda de choque apresenta uma queda mais acentuada. No entanto a posição da onda é quase a mesma do que o resultado experimental. No caso da Fig. 4.43 não há geração de onda de choque neste angulo negativo, os resultados computacionais têm relativamente a mesma forma tanto no intradorso como no extradorso. Assim como no aerofólio NACA 0012 as Figuras 4.45-4.48 mostram os campos de pressão e número de Mach para os casos com geração de onda de choque para o RAE 2822.

Figura 4.40 – Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio RAE 2822 $Mach = 0.676$, $\alpha = 2.4$ Experimental AGARD (1979)

Figura 4.41 – Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio RAE 2822 $Mach = 0.725$, $\alpha = 2.92$ Experimental AGARD (1979)

Figura 4.42 – Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio RAE 2822 $Mach = 0.75, \alpha = 3.19$ Experimental AGARD (1979)

Figura 4.43 – Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio RAE 2822 $Mach = 0.676, \alpha = -2.18$ Experimental AGARD (1979)

Figura 4.44 – Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio RAE 2822 $Mach = 0.728$, $\alpha = 3.22$ Experimental AGARD (1979)

Figura 4.45 – Campo de Pressão(a), e número de Mach(b) para uma seção de aerofólio RAE 2822, $Mach = 0.725$, $\alpha = 2.92$

Figura 4.46 – Campo de Pressão(a), e número de Mach(b) para uma seção de aerofólio RAE 2822, $Mach = 0.75, \alpha = 3.19$

Figura 4.47 – Campo de Pressão(a), e número de Mach(b) para uma seção de aerofólio RAE 2822, $Mach = 0.676, \alpha = -2.18$

Figura 4.48 – Campo de Pressão(a), e número de Mach(b) para uma seção de aerofólio RAE 2822, $Mach = 0.728, \alpha = 3.22$

Como o comportamento computacional da Fig. 4.44 foi o que mais se afastou do resultado experimental, também é apresentado outro resultado computacional, obtido com um código totalmente invíscido desenvolvido pela NASA, o LTRAN2. Comparando os três resultados, o método de fronteira virtual apresenta melhor aproximação com o experimental do que o LTRAN2 em ambos intradorso e extradorso da seção de aerofólio. Só entre o 64% e 67% da corda do extradorso o resultado do LTRAN2 se apresenta melhor. Na tabela 4.2 se encontram os coeficientes de sustentação e arrasto, para os casos da seção de aerofólio RAE 2822.

Mach	α	cl	cd
0.676	2.4	0.5668	0.004
0.725	2.92	0.7066	0.0066
0.75	3.19	0.8623	0.0075
0.676	-2.18	-0.0946	0.0164
0.728	3.22	0.7709	0.0063

Tabela 4.2 – Coeficientes de sustentação e arrasto do RAE 2822

4.4.2.3 NLR 7301

Da mesma forma que o RAE 2822, o NLR 7301 é um aerofólio supercrítico, projetado para que ondas de choque sejam geradas nas regiões mais perto do bordo de fuga em vez do bordo de ataque, diminuindo a intensidade da onda de choque. Com o extradorso quase plano, caracterizado por uma grande espessura máxima (16.5% da corda) e um bordo de ataque com um grande raio de curvatura ele é descrito pelo relatório AGARD como difícil de analisar numericamente para métodos baseados em malhas cartesianas. Cinco condições foram analisadas para este aerofólio. Como mencionado anteriormente pela dificuldade de analisar este aerofólio, dos três aerofólios comparados, os resultados do NLR 7301, são os que mais se afastam do resultado experimental. As Figuras 4.49-4.57 mostram os coeficientes de pressão, e os campos de pressão e número de Mach, para os cinco casos apresentados para o aerofólio NLR 7301. No primeiro caso a posição da onda de choque do resultado computacional é igual ao resultado experimental, mas a intensidade é maior no computacional, nos quatro casos restantes, da mesma forma que para o NACA 0012, a posição da onda de choque é diferente sendo que no resultado computacional desloca-se para o bordo de fuga do aerofólio. Na Tabela 4.3 se encontram os coeficientes de sustentação e arrasto, para os casos da seção de aerofólio NLR 7301.

Figura 4.49 – Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio NLR 7301 $Mach = 0.699$, $\alpha = 0.85$ Experimental AGARD (1979)

Figura 4.50 – Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio NLR 7301 $Mach = 0.724$, $\alpha = 0.85$ Experimental AGARD (1979)

Figura 4.51 – Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio NLR 7301 $Mach = 0.747$, $\alpha = 0.85$ Experimental AGARD (1979)

Figura 4.52 – Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio NLR 7301 $Mach = 0.8$, $\alpha = 0.85$ Experimental AGARD (1979)

Figura 4.53 – Coeficiente de Pressão C_p do aerofólio NLR 7301 $Mach = 0.74$, $\alpha = -4$ Experimental AGARD (1979)

Figura 4.54 – Campo de Pressão(a), e número de Mach(b) para uma seção de aerofólio NLR 7301, $Mach = 0.724$, $\alpha = 0.85$

Figura 4.55 – Campo de Pressão(a), e número de Mach(b) para uma seção de aerofólio NLR 7301, $Mach = 0.747$, $\alpha = 0.85$

Figura 4.56 – Campo de Pressão(a), e número de Mach(b) para uma seção de aerofólio NLR 7301, $Mach = 0.8$, $\alpha = 0.85$

Figura 4.57 – Campo de Pressão(a), e número de Mach(b) para uma seção de aerofólio NLR 7301, $Mach = 0.74$, $\alpha = -4$

Mach	α	cl	cd
0.699	0.85	0.4557	0.005
0.724	0.85	0.5011	0.0029
0.747	0.85	0.5415	0.000385
0.8	0.85	0.4364	0.0296
0.748	-4	-0.2786	0.0267

Tabela 4.3 – Coeficientes de sustentação e arrasto do NLR 7301

Conclusões

5.1 Conclusões

1. O método de fronteira virtual, desenvolvido neste trabalho apresenta as vantagens dos métodos de interação fluido estrutura, baseados no método de Peskin. Geometrias complexas são facilmente analisadas no regime permanente, e transiente. Assim como também fronteiras fixas ou moveis, embora neste trabalho só foram apresentados resultados para fronteiras fixas. Problemas de fronteiras moveis são facilmente analisadas deixando a malha euleriana fixa e movimentando a malha lagrangeana, diminuindo o custo computacional comparado com outros métodos comuns no CFD. Porém também foram encontradas as mesmas desvantagens encontradas por outros pesquisadores, como a dificuldade de obter soluções suaves na interface entre as duas malhas. Por exemplo, no caso das seções de aerofólio é difícil obter resultados suaves na região próxima ao bordo de fuga. Para obter melhores resultados, precisa-se de refinamento detalhado nessa área nas duas malhas o que aumenta o custo computacional.
2. O modelo invíscido do código, apresenta um comportamento aceitável para escoamentos a baixos e altos números de Mach com baixos ângulos de ataque. Porém em escoamentos transônicos a posição da onda de choque desloca-se para o bordo de fuga das seções de aerofólio testadas o qual é um fenômeno comum dos escoamentos invíscidos, diferente do resultado experimental. Porém é interessante notar que o mesmo código, por vezes, gera resultados mais aproximados para o modelo invíscido e outras para o modelo viscoso. Como pode ser visto nos resultados dos aerofólios, NACA 0012 e ERA 2822. Os resultados do NACA 0012 assemelham-se mais para um resultado invíscido, enquanto que os resultados do RAE assemelham-se mais para um resultado viscoso. As causas deste fenômeno podem ser: a viscosidade artificial adicionada ao código. Ou, o método de cálculo e aplicação da força de campo.

3. Os métodos de interação fluido-estrutura, tem muitas aplicações na engenharia. Em engenharia aeronáutica, além da aerodinâmica. Os métodos podem ser aplicados em áreas como: aeroelasticidade, ajudando a resolver problemas, tais como flutter e divergência. Sendo fácil adicionar às matrizes elásticas, para o modelo aerodinâmico. Também no campo relativamente novo da aeronáutica, conhecido como morphing aircraft. Estes métodos seriam úteis devido a que o objeto imerso pode ser tratado como membrana elástica, facilmente deformável. Assim aeronaves deformáveis podem ser facilmente analisadas. Em ambos casos, os tempos de simulação, e projeto são reduzidos. Reduzindo assim os custos de fabricação.

5.2 Recomendações para trabalhos futuros

1. O trabalho desenvolvido só analisa corpos imersos idealizados em duas dimensões (o qual fisicamente é impossível), adicionar a terceira dimensão espacial ajudaria para obter resultados mais próximos ao fenômeno físico, por exemplo no estudo feito em aerofólios o arrasto de um aerofólio (2d) será sempre menor que o arrasto de uma asa(3d) devido a que este despreza a componente de arrasto induzido.
2. Outra idealização do trabalho é que o escoamento é invíscido, no entanto os resultados apresentados mostraram que o comportamento tem alguma porcentagem de viscosidade. Esta é numérica não física. Pode ser obtido melhores resultados resolvendo as equações de Navier-Stokes no lugar das equações de Euler.
3. A suavidade dos resultados obtidos pelos métodos de fronteira virtual foi um grande problema que se ressalta com altos números de Mach, este problema também é conhecido por vários pesquisadores. Por tanto pode-se continuar com a pesquisa para conhecer melhor o problema e encontrar soluções para melhorar os resultados e de grande importância para os métodos de interação fluido estrutura.
4. O desenvolvimento crescente da capacidade computacional como em capacidade de processamento e armazenamento torna as ciências da computação em uma grande alternativa para a solução de problemas de mecânica dos fluidos. Os avances em processamento paralelo tanto local como distribuído e cada vez de maior acesso para todas as pessoas, devido à falta de conhecimento do autor em programação paralela o código de fronteira virtual foi escrito em série, no entanto a paralelização deste tornaria o código mais eficiente com menor tempo de simulação.

Referências

AGARD. **Experimental data base for computer program assessment**. [S.l.: s.n.], 1979. (AGARD Advisory Report, n. 138).

ANDERSON, J. **Modern Compressible Flow: With Historical Perspective**. [S.l.]: McGraw-Hill, 1990. (Aeronautical and Aerospace Engineering Series).

ANDERSON, J. et al. **Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications**. [S.l.]: McGraw-Hill, 1995. (McGraw-Hill series in mechanical engineering).

BALARAS, E. Modeling complex boundaries using an external force field on fixed Cartesian grids in large-eddy simulations. **Computers & Fluids**, v. 33, n. 3, p. 375–404, mar. 2004.

BONFIGLI, G. High-order finite-difference implementation of the immersed-boundary technique for incompressible flows. **Computers & Fluids**, v. 46, n. 1, p. 2–11, jul. 2011.

CHOI, J.-I. et al. An immersed boundary method for complex incompressible flows. **Journal of Computational Physics**, v. 224, n. 2, p. 757–784, jun. 2007.

COLONIUS, T.; TAIRA, K. A fast immersed boundary method using a nullspace approach and multi-domain far-field boundary conditions. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 197, n. 25-28, p. 2131–2146, abr. 2008.

DE PALMA, P. et al. An immersed-boundary method for compressible viscous flows. **Computers & Fluids**, v. 35, n. 7, p. 693–702, ago. 2006.

FADLUN, E. et al. Combined Immersed-Boundary Finite-Difference Methods for Three-Dimensional Complex Flow Simulations. **Journal of Computational Physics**, v. 161, n. 1, p. 35–60, jun. 2000.

GHIAS, R.; MITTAL, R.; DONG, H. A sharp interface immersed boundary method for compressible viscous flows. **Journal of Computational Physics**, v. 225, n. 1, p. 528–553, jul. 2007.

GOLDSTEIN, D.; HANDLER, R.; SIROVICH, L. modelling a no slip flow boundary with an external force field. **Journal of Computational Physics**, v. 105, n. 2, p. 354–366, 1993.

- GRIFFITH, B. E.; PESKIN, C. S. On the order of accuracy of the immersed boundary method: Higher order convergence rates for sufficiently smooth problems . **Journal of Computational Physics**, v. 208, n. 1, p. 75 – 105, 2005.
- GUY, R. D.; HARTENSTINE, D. A. On the accuracy of direct forcing immersed boundary methods with projection methods. **Journal of Computational Physics**, v. 229, n. 7, p. 2479–2496, abr. 2010.
- HAO JIAN, Z. L. A Lattice Boltzmann based implicit immersed boundary method for fluid structure interaction. **Computers & Mathematics with Applications**, v. 59, n. 1, p. 185–193, jan. 2010.
- KARIMIAN, S. M. H.; ARDAKANI, M. Immersed Boundary Method for the Solution of 2D Inviscid Compressible Flow Using Finite Volume Approach on Moving Cartesian Grid. **Journal of Applied Fluid Mechanics**, v. 4, n. 2, p. 27–36, 2011.
- KIM, J.; MOIN, P.; MOSER, R. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low reynolds number. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 177, p. 133–166, abr. 1987.
- KIT, E. et al. Application of a Virtual-Boundary Method for the Numerical Study of Oscillations Developing Behind a Cylinder Near A Plane Wall. **Fluid Dynamics**, v. 39, n. 1, p. 61–68, jan. 2004.
- LI, Z.; LAI, M. C. The Immersed Interface Method for the Navier Stokes Equations with Singular Forces. **Journal of Computational Physics**, v. 171, n. 2, p. 822–842, ago. 2001.
- LUO, H. et al. On the numerical oscillation of the direct-forcing immersed-boundary method for moving boundaries. **Computers & Fluids**, v. 56, p. 61–76, mar. 2012.
- MOHD-YUSOF. Combined immersed-boundary / B-spline methods for simulations of ow in complex geometries. **Center for Turbulence Research Annual Research Briefs**, p. 317–327, 1997.
- PANDOLFI, M.; LAROCCA, F. Transonic flow about a circular cylinder. **Computers & Fluids**, v. 17, n. 1, p. 205 – 220, 1989.
- PESKIN, C. S. Flow Patterns Around Heart Valves: A Numerical Method. **Journal of Computational Physics**, v. 10, n. 2, p. 255–271, 1972.
- _____. Numerical analysis of blood flow in the heart. **Journal of Computational Physics**, v. 25, n. 3, p. 220–252, 1977.
- _____. The immersed boundary method. **Acta Numerica**, v. 11, p. 479–517, jul. 2003.
- POINSOT, T. Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. **Journal of Computational Physics**, v. 99, n. 2, p. 352, abr. 1992.
- POSA, A.; ORESTA, P.; LIPPOLIS, A. Analysis of a directional hydraulic valve by a Direct Numerical Simulation using an immersed-boundary method. **Energy Conversion and Management**, v. 65, p. 497–506, jan. 2013.
- PRESS, W. H. et al. **Numerical Recipes in FORTRAN; The Art of Scientific Computing**. 2nd. ed. New York, NY, USA: Cambridge University Press, 1993.

SILVA, A.; SILVEIRA, A.; DAMASCENO, J. Numerical simulation of two dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method. **Journal of Computational Physics**, v. 189, n. 20, p. 351 – 370, 2003.

SUZUKI, K.; INAMURO, T. A higher-order immersed boundary-lattice Boltzmann method using a smooth velocity field near boundaries. **Computers & Fluids**, v. 76, p. 105–115, maio 2013.

TESSICINI, B. F. et al. Wall modeling for large-eddy simulation using an immersed boundary method. **Center for Turbulence Research Annual Research Briefs**, n. 1975, p. 181–187, 2002.

THOMPSON, K. W. Time dependent boundary conditions for hyperbolic systems. **Journal of Computational Physics**, v. 68, n. 1, p. 1–24, jan. 1987.

_____. Time- Dependent Boundary Conditions for Hyperbolic Systems , II. **Journal of Computational Physics**, v. 89, n. 2, p. 439–461, 1990.

TULLIO, M. D. et al. An immersed boundary method for compressible flows using local grid refinement. **Journal of Computational Physics**, v. 225, n. 2, p. 2098–2117, ago. 2007.

VAHIDKHAH, K.; ABDOLLAHI, V. Numerical simulation of a flexible fiber deformation in a viscous flow by the immersed boundary-lattice Boltzmann method. **Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation**, v. 17, n. 3, p. 1475–1484, mar. 2012.

YANG, X. et al. A smoothing technique for discrete delta functions with application to immersed boundary method in moving boundary simulations. **Journal of Computational Physics**, v. 228, n. 20, p. 7821 – 7836, 2009.

ZHANG, N.; ZHENG, Z. An improved direct-forcing immersed-boundary method for finite difference applications. **Journal of Computational Physics**, v. 221, n. 1, p. 250–268, jan. 2007.