UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

MARCUS VINICIUS ANGELO

Análise Quase-Estática de Estruturas Escalonadas Laminadas em Material
Compósito via Modelo Fenomenológico de Falhas e Elementos Finitos
Estendidos: Desenvolvimento de uma Ferramenta Computacional

São Carlos
2018

MARCUS VINICIUS ANGELO

Análise Quase-Estática de Estruturas Escalonadas Laminadas em Material
Compósito via Modelo Fenomenológico de Falhas e Elementos Finitos
Estendidos: Desenvolvimento de uma Ferramenta Computacional

Tese apresentada à Escola de Engenharia de
São Carlos da Universidade de São Paulo,
como requisito para a obtenção do Título de
Doutor em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Assoc. Volnei Tita

ESTE EXEMPLAR TRATA-SE DA
VERSÃO CORRIGIDA.
A VERSÃO ORIGINAL ENCONTRA-SE
DISPONÍVEL JUNTO AO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA
MECÂNICA DA EESC-USP.

São Carlos

2018

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

Angelo, Marcus Vinícius
A584a Análise Quase-Estática de Estruturas Escalonadas
Laminadas em Material Compósito via Modelo
Fenomenológico de Falhas e Elementos Finitos
Estendidos: Desenvolvimento de uma Ferramenta
Computacional / Marcus Vinícius Angelo; orientador
Volnei Tita; coorientador Marcelo Leite Ribeiro. São
Carlos, 2018.

Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Mecânica e Área de Concentração em
Aeronáutica -- Escola de Engenharia de São Carlos da
Universidade de São Paulo, 2018.

1. Método dos elementos finitos estendidos (XFEM).
 2. propagação de trincas em material compósito. 3.
 - critério de falha de Puck. 4. Compósitos Escalonados.
- I. Título.

Eduardo Graziosi Silva - CRB - 8/8907

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **MARCUS VINÍCIUS ANGELO**.

Título da tese: "Análise quase-estática de estruturas escalonadas laminadas em material compósito via modelo fenomenológico de falhas e elementos finitos estendidos: desenvolvimento de uma ferramenta computacional".

Data da defesa: 13/12/2018.

Comissão Julgadora:

Prof. Associado **Volnei Tita (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Prof. Dr. **Marcelo Leite Ribeiro**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Prof. Associado **José Ricardo Tarpani**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Prof. Dr. **Ailton Nabarrete**
(Instituto Tecnológico de Aeronáutica/ITA)

Prof. Dr. **Maurício Francisco Caliri Júnior**
(Universidade Federal de Lavras/UFLA)

Resultado:

Aprovado

Aprovado

Aprovado

Aprovado

Aprovado

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica:
Prof. Associado **Gherhardt Ribatski**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Associado **Luís Fernando Costa Alberto**

AGRADECIMENTOS

A minha família, por tudo.

A minha esposa pela paciência, compreensão, incentivo e apoio.

Ao Prof. Dr. Volnei Tita, que nos anos de convivência foi parte imprescindível da minha formação, presente e atuante desde meu primeiro ano de graduação.

Aos colegas do GEA, principalmente Denys, Fernando e Marcelo, pelo auxílio durante a pesquisa e experimentos.

Ao Srs. Vitor Coutinho e Alessandro Branco pelo suporte e defesa deste projeto sempre que necessário.

A Sra. Eveline Crespo pela força durante a caminhada.

À Escola de Engenharia de São Carlos, pela oportunidade de realização do curso de Doutorado.

Ao Consulado Geral da França no Brasil pelo suporte financeiro à realização desta pesquisa

EPÍGRAFE

“Você é o único representante do seu sonho
na face da terra”

Autor desconhecido

RESUMO

ANGELO, M. V. **Análise Quase-Estática de Estruturas Escalonadas Laminadas em Material Compósito via Modelo Fenomenológico de Falhas e Elementos Finitos Estendidos: Desenvolvimento de uma Ferramenta Computacional**. 2018. 182f. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2018.

Motivados pelas atuais tendências e suportados pelo grande interesse de indústrias do segmento aeronáutico, estudos e desenvolvimentos vêm sendo conduzidos na área de análise estrutural de materiais compósitos. Todavia, mesmo havendo várias contribuições científicas e tecnológicas nesta área, este assunto continua sendo um campo aberto e bastante promissor para novas pesquisas, devido a sua extensa complexidade e imediata aplicação. A ausência de um modelo capaz de projetar com elevada precisão uma estrutura aeronáutica com presença de escalonamento fabricada em material compósito, que pode sofrer modo de falha translaminar, motivou o presente trabalho. É sabido que o método de elementos finitos estendidos (XFEM - *eXtendend Finite Element Method*, do Inglês) vem sendo usado de maneira robusta para análise de propagação de trincas em elementos estruturais tridimensionais isotrópicos durante os últimos anos, mas não em compósitos. De forma a contribuir com a pequena quantidade de trabalhos científicos referentes a métodos XFEM 3D para análise de estruturas fabricadas em materiais compósitos não convencionais, como estruturas com escalonamento de camadas e laminados espessos, é apresentada uma nova metodologia implementada como uma ferramenta computacional para analisar quase estaticamente este tipo de estrutura. O modelo é baseado no aprimoramento do “Método da Seção de Ouro” que é aplicado em conjunto com uma versão aprimorada do critério de falha de Puck, permitindo assim definir com precisão e baixo custo computacional a iniciação e direção de uma trinca. Esta informação é utilizada para iniciar uma rotina baseada em XFEM, que é usada para o enriquecimento dos elementos finitos que vão falhando progressivamente durante a análise. A nova metodologia (implementada computacionalmente) apresenta convergência uma ordem de grandeza maior quando comparada com o algoritmo tradicional, sendo aproximadamente 20 vezes mais eficiente em termos computacionais. O modelo é ainda avaliado quanto a seus resultados em comparação com dados provenientes de ensaios experimentais, demonstrando uma boa convergência entre as previsões computacionais e os resultados obtidos em laboratório.

Palavras-chave: Método dos elementos finitos estendidos (XFEM), propagação de trincas em material compósito, critério de falha de Puck, Compósitos Escalonados

ABSTRACT

ANGELO, M. V. **Quasi-static Analysis of Composite Materials Tapered Structures Through a Phenomenological Failure Model and Extended Finite Elements: Development of a Computacional Tool.** 2018. 182 f. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2018.

Supported by current trends and by the great interest of aeronautic industries, studies and developments have been made in the field of high performance composite materials. Nonetheless, even with the scientific and technological contributions, the matter is still a field wide open and promising for new research due to its high complexity and immediate application. The absence of a model capable of universally reproducing mechanical behavior of composite materials tapered structures, which can suffer translaminar failure mode, motivated the present work. It is well known that the eXtended Finite Elements Method (XFEM) has been used robustly for analysis of crack propagation in isotropic tri-dimensional structural elements lately but not for composites. In order to contribute with the scarce amount of available works on 3D XFEM application on non-conventional composite material structures, such as tapered structures and thick laminates, a new methodology is presented as a computational tool for quasi-static analysis of this type of component. The model derives from “Golden Section Method” that is applied along with an enhanced version of Puck’s failure criterion, which allows a low computational cost and high precision estimation of crack initiation and direction of propagation. This information is used to trigger an XFEM based routine that is applied for enriching the elements progressively during analysis. The new methodology (computationally implemented) has a convergence rate one order of magnitude greater than traditional implementation, roughly 20 times more efficient in terms of computational processing. Finally, to assure robustness, the model is validated against standardized and specifically developed experiments, showing good convergence between numerical predictions and results obtained in the laboratory.

Keywords: eXtended Finite Element Method (XFEM), crack propagation in composite materials, Puck failure criterion, Tapered composites

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Representação esquemática da quantidade de ensaios necessários em cada fase do desenvolvimento	31
Figura 2 – Detalhes de escalonamento (em vermelho) da (A) Cabeça de rotor Starflex® da Airbus Helicopters e da (B) Cabeça de rotor do Bell 407 (Yoke).....	32
Figura 3 – Tipos principais de escalonamento.....	33
Figura 4 – (A) Malha para XFEM (A) (não acompanha as posições das descontinuidades). (B) Malha tradicional para FEM.....	34
Figura 5 – Estrutura real (Starflex®) de aeronave da família Esquilo, em destaque.....	36
Figura 6 – Estrutura com escalonamento de camadas (A e C são pontos de concentração) ...	42
Figura 7 – Eixos dos sistemas de coordenadas global e local.....	44
Figura 8 – Falha translaminar e diferenciação dos modos de falha	57
Figura 9 – Detalhe de falha (1) translaminar da fibra e (2) intralaminar longitudinal da matriz	58
Figura 10 – Região de interesse onde a falha translaminar acontece em estruturas escalonadas	59
Figura 11 – Falha translaminar em compressão (A) quebra das fibras devido ao cisalhamento (B) Kinking.....	60
Figura 12 – Configuração do teste para determinação dos parâmetros elásticos sob cargas longitudinais	65
Figura 13 – Configuração do teste para determinação dos parâmetros elásticos ao cisalhamento	67
Figura 14 – $\sigma_{12}[MPa]$ vs γ_{12} para determinação de parâmetros relacionados a não-linearidade de resposta ao cisalhamento.....	68
Figura 15 – (A) Modos de fratura clássicos I, II e III (B) Modos de falha de Puck A-B-C	71
Figura 16 – Modos de falha de Puck, representação gráfica da superfície de falha.	71
Figura 17 – Típico comportamento da variável de dano de falha da matriz.....	73
Figura 18 – Evolução do módulo de cisalhamento após falha.....	74
Figura 19 – Evolução do módulo transversal após falha	75
Figura 20 – Mecanismos de falha da fibra.....	76

Figura 21 – Definição do Volume Característico de Ruptura (CVR – characteristic volume representative – do Inglês)	77
Figura 22 – (A) Raio Característico de Ruptura e (B) Volume Característico de Ruptura para uma única camada	78
Figura 23 – Resultado experimental e computacional para o ensaio QI, Force [N] vs Deformação	80
Figura 24 – Configuração com concentrador de tensão utilizada para avaliação do modelo de falha.....	81
Figura 25 – Malha utilizada para verificação de sensibilidade quanto ao refinamento	82
Figura 26 – Estudo de sensibilidade de malha: (A) Avaliação da convergência da força de reação máxima e (B) Força-Deformação (normalizado)	82
Figura 27 – Influência do número de incrementos de carga: (A) convergência do esforço máximo e (B) Força-Deformação (normalizado).....	84
Figura 28 – Influência do Raio Característico: (A) convergência do esforço máximo e (B) Força-Deformação (normalizado).....	86
Figura 29 – Estruturas utilizadas para validação: (A) Placa com furo circular e (B) Placa com entalhe.	87
Figura 30 – Comparação entre os resultados computacionais e experimentais para a placa com furo circular: Força x Deformação	88
Figura 31 – Distribuição do dano para diferentes níveis de incremento da carga: (A) Em 40% da carga máxima, as camadas a 45° começam a falhar; (B) Em 55% a carga máxima, inicia-se a falha das fibras (C) No valor da carga máxima; (D) No último passo da análise.....	89
Figura 32 – Comparação entre os resultados computacionais e experimentais para a placa com entalhe central: Força x Deformação	91
Figura 33 – Sobreposição da resposta computacional na experimental – Raio-X x Distribuição do dano (para um dado instante de tempo)	92
Figura 34 – Mapeamento do dano (raio-x) ao final do ensaio.....	92
Figura 35 – Plano de falha segundo a teoria de Puck.....	103
Figura 36 – Exemplo de cálculo do plano de falha conforme proposto por Puck.....	104
Figura 37 – Fluxo de implementação do algoritmo de busca.....	105

Figura 38 – Representação esquemática do algoritmo da seção de ouro melhorado com destaque para um subintervalo (IFF x Inclinação do plano de falha).....	106
Figura 39 – Fluxograma representativo do funcionamento da ferramenta computacional....	109
Figura 40 – Detalhamento de cada módulo e sua principal contribuição, enquanto novidade	110
Figura 40 – Modelo para avaliação do comportamento sob carga de tração transversal – condições de contorno e elemento de controle	111
Figura 41 – Cálculo do índice de falha em função do ângulo do plano de falha – Análise de compressão uniaxial.....	112
Figura 42 – Exemplo de simetria possível na falha em compressão	113
Figura 43 – Cálculo do índice de falha em função do ângulo do plano de falha – Análise de tração uniaxial.....	114
Figura 44 – Modelo computacional do teste de <i>compact tension</i> : (A) Vista isométrica 3D .	115
Figura 45 – Resultados experimentais de testes do tipo <i>compact tension</i> : (A) Orientação 0°,	116
Figura 46 – Resultados computacionais do teste <i>compact tension</i> : (A) 0° (B) 90° e (C) 45°	117
Figura 47 – Geometria e dimensões (valor nominal) do corpo de prova de <i>compact tension</i> empregado no presente trabalho. Em destaque os pontos onde foram realizados os testes de ultrassom.	118
Figura 48 – Rampa de temperatura utilizada para cura dos corpos de prova	120
Figura 49 – Exemplos de resultados da análise por ultrassom.	122
Figura 50 – Dispositivo de ensaio desenvolvido para realizar o acoplamento do CDP à máquina.....	124
Figura 51 – Corpos de prova fabricados para o ensaio <i>compact tension</i> e preparados para monitoramento por correlação de imagens.....	124
Figura 52 – Montagem do ensaio de <i>compact tension</i> à máquina de ensaios.....	125
Figura 53 – Corpos de prova (com cantos vivos removidos) após os ensaios de <i>compact tension</i>	125
Figura 54 – Corpo de prova após o ensaio de <i>compact tension</i> – detalhe da trinca na superfície.....	126

Figura 55 – Iniciação e propagação da trinca no interior do CDP obtida pela análise computacional.	126
Figura 56 – Resultado experimental x computacional – CDP tipo “A”	127
Figura 57 – Resultado experimental de deformação máxima principal (A) DIC (B) Ferramenta computacional	128
Figura 58 – Detalhe do campo de tensões de cisalhamento nas camadas a 45°	129
Figura 59 – Resultado experimental x computacional – CDP tipo “B”	129
Figura 60 – Geometria do CDP escalonado (Tabs hachurados).....	131
Figura 61 – Detalhes do processo de fabricação do corpo de prova com escalonamento.....	131
Figura 62 – Corpos de prova escalonados fabricado	132
Figura 63 – Montagem do ensaio com escalonamento e detalhe do CDP	133
Figura 64 – Iniciação das falhas na região de transição, ou seja, imediatamente após o escalonamento	133
Figura 65 – Resultado experimental x computacional para o CDP tipo “A”	134
Figura 66 – Detalhe do campo de tensões de cisalhamento nas (A) camadas a 45° e (B) camadas a -45°	135
Figura 67 – Resultado experimental x computacional para o CDP tipo “B”	136

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Critérios de Falha interativo para materiais compósitos.....	50
Tabela 2 – Critérios de Falha de fibra sob tração	51
Tabela 3 – Critérios de Falha de fibra sob compressão.....	51
Tabela 4 – Critérios de Falha da matriz sob tração	53
Tabela 5 – Critérios de Falha da matriz sob compressão	54
Tabela 6 – Critérios de Falha da matriz sob cisalhamento	55
Tabela 7 – Critérios de Falha por delaminação	56
Tabela 8 – Parâmetros da ferramenta desenvolvida e ensaios de identificação necessários para sua determinação	63
Tabela 9 – Parâmetros da ferramenta para o material T700-M21 – direção longitudinal.....	66
Tabela 10 – Parâmetros do modelo para o material T700-M21 – sob cisalhamento	68
Tabela 11 – Parâmetros do modelo para o material T700-M21 – direção transversal.....	69
Tabela 12 – Valores de resistência residual ao cisalhamento.....	74
Tabela 13 – Valor de resistência residual transversal.....	75
Tabela 14 – Parâmetros de degradação das fibras para o material T700-M21.....	77
Tabela 15 – Dimensões dos corpos de prova utilizados para avaliação/validação	88
Tabela 16 – Comparativo do esforço computacional entre os modelos estudados	107
Tabela 17 – Dimensões dos corpos de prova utilizados para avaliação do método proposto	114
Tabela 18 – Detalhes dos ensaios do tipo <i>compact tension</i>	115
Tabela 19 – Propriedades mecânicas do CVU-210-HM-RE-01	119
Tabela 20 – Dimensões finais (valor nominal) do CDP após processo de usinagem (em mm)	120
Tabela 21 – Resultados de carga máxima obtidos para o CDP tipo “A” de <i>compact tension</i>	127
Tabela 22 – Resultados de carga máxima obtidos para o CDP tipo “B” de <i>compact tension</i>	130
Tabela 23 – Dimensões dos CDPs escalonados	131
Tabela 24 – Resultados obtidos para o CDP escalonado tipo “A”	134
Tabela 25 – Resultados obtidos para o CDP escalonado tipo “B”	136

LISTA DE SÍMBOLOS

E_{aa}	Módulo de elasticidade na direção aa
G_{ab}	Módulo de cisalhamento no plano a-b
ν_{ab}	Coefficiente de Poisson no plano a-b
ε_{ab}	Deformação na direção a-b
σ_{ab}	Tensão na direção a-b
τ_{ab}	Tensão de cisalhamento na direção a-b
γ_{ab}	distorção angular no plano a-b
$\bar{\varepsilon}$	Média das deformações pelo critério não local na vizinhança
ω	Variável de dano da fibra
$\varepsilon_{t/c}^f$	Deformação máxima admissível na direção 1 em tração e compressão
ε_{kk}	Varição volumétrica
e_{ij}	Tensor desviatório de deformações
$m_{t/c}$	Parâmetro de Matzenmiller do tipo potência
$e_{t/c}$	Parâmetro de Matzenmiller do tipo exponencial
IFF	Índice de falha da matriz
Eff	Esforço atuante dos modos de Cuntze e Freund
Λ	Tensor de trinca
$\chi_{(stress)}$	LaRC integral tress function
Ψ	Análogo da razão de liberação de enrgia de Ladevèze
d	Variável de dano de Ladevèze
V_f	Fração volumétrica de fibra no compósito
η_{12}	Coefficiente de fricção interna
g	LaRC material constant
$\zeta_{t/c}$	Coefficiente de não linearidade elástica da matriz
θ_0	Ângulo nominal inicial de orientação das fibras

θ	Ângulo corrigido de orientação das fibras
$\varepsilon^{A/B}$	Deformação medida por “strain-gages” nas faces A/B
F	Força aplicada durante o ensaio
t	Espessura do corpo de prova (CDP)
W	Largura não deformada do CDP
C_x	Coeficiente para módulo secante de cisalhamento
X^t	Tensão máxima admissível na direção das fibras
Y^t	Tensão máxima admissível na direção transversal às fibras
S_{12}	Tensão máxima de cisalhamento admissível no plano 1-2
$p_{\perp\Box}^t$	Parâmetro angular de Puck
$\eta_{E/G}$	Variável de dano da matriz – transversal e em cisalhamento
$\eta_r^{E/G*}$	Variável de dano residual da matriz – transversal e em cisalhamento
$c_{E/G}$	Parâmetro “c” de Puck – medido na direção transversal e em cisalhamento
$\xi_{E/G}$	Parâmetro ξ de Puck – medido na direção transversal e em cisalhamento

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	28
1.1. Materiais Compósitos – Definições Básicas.....	29
1.2. Histórico do Uso de Materiais Compósitos na Industria Aeronáutica.....	30
1.3. Estruturas com Escalonamento de Camadas	32
1.4. Análise de Estruturas com Escalonamento de Camadas.....	33
2. OBJETIVOS	38
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	40
3.1. Análise Estrutural de Materiais Compósitos	43
3.2. Elementos Finitos Aplicados a Compósitos com Escalonamento de Camadas.....	47
3.3. Critérios de Falha para Materiais Compósitos – Uma revisão	48
3.3.1 Critérios Interativos de Falha do Laminado	49
3.3.2 Critérios de Falha da Fibra	50
3.3.3 Critérios de Falha da Matriz	52
3.3.4 Critérios de Falha por Cisalhamento	55
3.3.5 Critérios de Falha por Delaminação	56
3.4. Critérios de Falha Translaminares	57
3.4.1 Falha translaminar – Fibras em tração.....	58
3.4.2 Falha translaminar – Fibras em compressão	59
4. DESENVOLVIMENTO DO CRITÉRIO DE FALHA.....	62
4.1. Análise pré-falha.....	62
4.1.1 Determinação das propriedades elásticas	62
4.1.2 Propriedades elásticas (Método Secante)	64
4.1.3 Propriedades elásticas – direção longitudinal.....	64
4.1.4 Propriedades elásticas – cisalhamento.....	66
4.1.5 Propriedades elásticas – direção transversal.....	69
4.2. Análise pós-falha	69
4.2.1 Falha da matriz (IFF) segundo o modelo de Puck.....	70
4.2.2 Identificação experimental dos parâmetros de falha da matriz	73
4.2.3 Falha da fibra (FF).....	75

4.3.	Desenvolvimento da Abordagem Não Local	77
4.4.	Avaliação do modelo de falha	79
4.4.1	Avaliação do módulo I – O critério de falha.....	79
4.4.2	Ensaio Quase-Isotrópico (QI) $[90^\circ, 45^\circ, 0^\circ, -45^\circ]_{2s}$	80
4.4.3	Sensibilidade Paramétrica	80
4.4.4	Avaliação Experimental do Módulo de Falha Progressiva.....	87
5.	ELEMENTOS FINITOS ESTENDIDOS (XFEM) APLICADOS A MODELAGEM DE ESTRUTURAS FABRICADAS EM MATERIAIS COMPÓSITOS	96
5.1.	Funções de enriquecimento	97
5.2.	A formulação XFEM.....	97
5.2.1	Modelagem da trinca.....	98
5.2.2	Estabelecimento do domínio do XFEM e desenvolvimento da formulação de equilíbrio	99
6.	DESENVOLVIMENTO DE SUBROTINA PARA CÁLCULO DA DIREÇÃO DE PROPAGAÇÃO DA FALHA	103
6.1.	A Determinação do Plano de Falha segundo Puck.....	104
6.2.	Nova Proposição para Determinação do Plano de Falha	105
7.	A FERRAMENTA COMPUTACIONAL	109
7.1.	Avaliação Qualitativa da Ferramenta Computacional.....	110
7.1.1	Estudos de caso: Tração e compressão uniaxiais.....	110
7.1.2	Estudo de Caso: <i>Compact Tension</i> com Laminados Unidirecionais	114
7.2.	Avaliação Quantitativa da Ferramenta Computacional.....	118
7.2.1	Estudo de Caso: <i>Compact Tension</i> com Laminados Multidirecionais	118
7.2.2	Estudo de Casos: Corpos de Prova com Escalonamento de Camadas.....	130
8.	CONCLUSÕES	138
9.	REFERÊNCIAS.....	141

1. INTRODUÇÃO

Ao longo de sua vida em serviço, os materiais compósitos reforçados por fibras apresentam, tais como os metais, susceptibilidade a se danificar e/ou colapsar. No entanto, a complexidade destes mecanismos é maior e mais difícil para se diagnosticar em projeto. Por outro lado, as potencialidades de redução de peso e a capacidade de projetar o material de forma otimizada em conjunto com a estrutura na qual será aplicado tornam os materiais compósitos extremamente atrativos. Sua aplicação para veículos de alto desempenho, como aeronaves e veículos de competição, onde a eficiência energética tem papel decisivo, faz com que a correta compreensão e previsão dos mecanismos de dano tornem-se um fator estratégico no projeto e análise de elementos estruturais.

Motivados pelas atuais tendências e suportados pelo grande interesse de indústrias dos segmentos aeronáutico, automobilísticos, “óleo e gás” e de energia eólica, estudos e desenvolvimentos vem sendo conduzidos na área de análise estrutural de materiais compósitos. Todavia, mesmo havendo várias contribuições científicas e tecnológicas nesta área, este assunto continua sendo um campo aberto e bastante promissor para novas pesquisas, devido à sua extensa complexidade e imediata aplicação. Estudos apontam que em automóveis, uma redução de 10% em peso eleva a eficiência energética em 6% (United States Department of Energy, 2010). Em aeronaves esses ganhos são ainda mais relevantes: 100 kg de redução média em cada aeronave da Lufthansa, o que representa 0.2% na menor de suas aeronaves e 0.017% na maior, provoca uma economia anual de 2.6M€ (Deutsche Lufthansa Ag, 2013). Apesar deste grande impacto, em se tratando especificamente da indústria aeronáutica, as grandes restrições de segurança operacional impostas pelos organismos certificadores, objetivando sempre a segurança, fazem com que a introdução de novas tecnologias neste segmento seja mais criteriosa e complexa.

Dessa forma, o meio aeronáutico se torna um ambiente extremamente desafiador para novos desenvolvimentos dada a extensa avaliação pelos quais devem passar novos materiais e métodos de projeto/produção antes de seu emprego em escala industrial. Uma vez validados e desenvolvidos, não é incomum a migração de métodos e tecnologias para indústrias com maior volume seriado de produção (Qatu *et al.*, 2013).

Ainda assim, a alta tecnologia e o pioneirismo são característicos deste tipo de indústria, uma vez que, inseridas em um mercado extremamente competitivo, a atratividade de seus produtos é diretamente associada à segurança e aos custos de operação e manutenção. Em seu

relatório de 2006, a Rede Nacional de Compósitos do Reino Unido cita o aumento da utilização de materiais compósitos, particularmente em estruturas críticas de aeronaves, como uma grande oportunidade para a análise de riscos do mercado aeronáutico mundial. São também mencionadas algumas lacunas de conhecimento sobre materiais compósitos, que devem ser preenchidas para que se haja avanço tecnológico, dentre as quais se destacam: tolerância ao dano, resistência ao dano e mecanismos de falha (National Composites Network, 2006).

1.1. Materiais Compósitos – Definições Básicas

Os materiais denominados compósitos são aqueles constituídos por duas ou mais fases distintas, propriamente dispostas ou distribuídas e, usualmente, possuem melhores características que cada uma das fases quando consideradas isoladamente. De maneira geral, esses materiais apresentam uma fase contínua constituída por uma matriz, e uma fase dispersa constituída por um reforço, bem como uma interface entre a matriz e o reforço. Vale ressaltar que em função da matriz, os materiais compósitos podem ainda ser classificados em três grandes grupos, ou seja, os compósitos de matriz metálica, os de matriz cerâmica e os de matriz polimérica (Callister, 2007; Al-Mosawi *et al.*, 2012). Objetos de estudo do presente trabalho, os compósitos de matriz polimérica reforçados por fibras são materiais que possuem duas fases claramente identificáveis (a fibra e a matriz polimérica) e, em proporções bem definidas, com importante contribuição de cada fase para melhora global das propriedades individuais delas em separado (Callister, 2007)

A evolução do uso deste tipo de material nos últimos anos em aplicações aeronáuticas está diretamente vinculada à melhor compreensão de seu comportamento, fator que só se tornou possível devido a extensivas pesquisas na área. Este interesse é motivado principalmente pois há uma elevada relação entre resistência e densidade, bem como entre rigidez e densidade, que torna os materiais compósitos reforçados por fibras muito atrativos para indústrias de alto desempenho onde as restrições de projeto são bastante elevadas. Ademais, os referidos materiais podem ser projetados especificamente para a estrutura a ser fabricada, por exemplo, as fibras (reforços) podem ser orientadas e dispostas em camadas (lâminas) empilhadas em função dos carregamentos aplicados (Callister, 2007), o que faz com que parâmetros estratégicos de projeto possam ser identificados, avaliados e considerados desde a concepção. Esta versatilidade atrelada ao projeto permite reduções no peso estrutural, que levam a significativas melhoras de eficiência, seja por permitir maior carga paga ou por aumentar o

alcance. Esta mesma versatilidade, por outro lado, resulta em um material com presença de anisotropia e heterogeneidade, o que torna mais desafiadora a previsão dos mecanismos de danificação e falha estrutural.

1.2. Histórico do Uso de Materiais Compósitos na Indústria Aeronáutica

Na década de 90, o então revolucionário Boeing 777 apresentou um salto na utilização de materiais avançados em aeronaves de transporte de grande porte, contabilizando 12% de seu peso estrutural total em materiais compósitos (Lu, 2010). Mais recente, o Boeing 787 tem 50% de seu peso constituído por materiais compósitos laminados, incluindo todo revestimento, seções completas de fuselagem e “caixão” da asa (Lu, 2010).

Em consonância com a Boeing, a outra grande fabricante mundial de aeronaves, a Airbus, seguiu a mesma tendência em seus últimos projetos. O A380, gigante que pode carregar até 868 passageiros, só tornou-se viável comercial e tecnicamente graças ao uso extensivo de materiais avançados, que somam 25% de seu peso estrutural (Staszewski *et al.*, 2009). Além dele, a aeronave da nova geração A350XWB, é a primeira aeronave civil de transporte a ter sua fuselagem (cavernas e revestimento) totalmente fabricada em material compósito apresentando porcentagem de peso estrutural total da aeronave em material compósito que ultrapassa os 53% (Lage, 2014).

Todos estes avanços só se tornaram possíveis devido aos novos modelos matemáticos e computacionais, que foram desenvolvidos ao longo dos anos e, permitiram prever com maior precisão a falha nestes tipos de estruturas. No entanto, mesmo com todo esforço de pesquisa direcionado ao assunto, ainda não existe um modelo matemático/computacional capaz de prever com elevada precisão e aplicação universal o comportamento de estruturas reais em materiais compósitos durante todas as fases de sua vida. Isto pode ser confirmado pela grande diversidade de artigos científicos sobre o assunto que utilizam as mais diversas abordagens (mecânica do dano, mecânica da fratura, RVE's – Representative Volume Elements). E, também, pelas edições do *Worldwide Failure Exercise* (Hinton *et al.*, 2002; Kaddour *et al.*, 2004) onde uma série de problemas típicos foram postulados a comunidade científica e, pesquisadores empregaram os seus respectivos modelos na resolução destes problemas. Ao final, concluiu-se que os vários modelos avaliados possuem potencialidades e limitações, reforçando assim a necessidade do contínuo desenvolvimento de novas formulações dado que a complexidade que os mecanismos de falha possuem é ainda um fator a ser superado. Este

aspecto é ainda mais relevante quando são consideradas grandes e complexas estruturas como a asa de um jato produzida em uma única peça de material compósito. Ainda, uma vez que a previsão correta dos modos de falha não é trivial, uma campanha de testes muito bem planejada se faz necessária à consecução da validação do modelo com apenas um número limitado de ensaios. Tal afirmação pode ser confirmada através de um estudo europeu, onde se concluiu que somente um contínuo desenvolvimento em teorias de falha, modelagem de dano e previsão de vida em fadiga permitirá que compósitos assumam papel principal no projeto de estruturas dos mais diversos tipos (Mangino *et al.*, 2007).

Com base nos aspectos supracitados, tem-se que a escolha adequada da estratégia de modelagem matemática/computacional do material é fator decisivo na concepção de uma estrutura. O maior conhecimento disponível sobre os parâmetros de projeto (material, carregamento, geometria, etc.) torna possíveis testes mais direcionados e específicos, o que contribui para redução do número de experimentos, que deverão ser realizados para validação do modelo estrutural e, conseqüentemente, para redução dos custos de desenvolvimento. Ademais, é importante ressaltar que quanto mais elementar a estrutura, mais ensaios podem ser economizados, o que é evidenciado na Figura 1 onde a quantidade de ensaios em cada estágio do projeto é exemplificada.

Figura 1 – Representação esquemática da quantidade de ensaios necessários em cada fase do desenvolvimento

Fonte: Tomblin e Sneviratne (2009)

Diante deste cenário, pesquisas que colaboram com o desenvolvimento de metodologias/ferramentas e que auxiliam no projeto de estruturas aeronáuticas em material

compósito são justificadas e promissoras do ponto de vista da indústria, tanto para aeronaves de asa-fixa como aeronaves de asa-rotativa.

1.3. Estruturas com Escalonamento de Camadas

Compósitos escalonados são formados pela terminação antecipada de alguma camada que o compõe, criando descontinuidades geométricas e de material que acabam agindo como regiões de concentração de tensão, candidatas a nucleação de trincas e delaminação. Usualmente verifica-se na literatura que duas abordagens são utilizadas nos estudos de estruturas deste tipo. Enquanto uma busca identificar e compreender os mecanismos de falha introduzidos pelo escalonamento, a outra visa otimizar o projeto de estruturas deste tipo através da análise dos parâmetros que podem influenciar a integridade estrutural do componente (He *et al.*, 2000). Vale destacar que na indústria aeronáutica de asas rotativas, esse tipo de estrutura é bastante comum na cabeça dos rotores principais de helicópteros comerciais (Figura 2). Além disso, reparos mais eficientes podem se beneficiar desse tipo de empilhamento de camadas (lâminas) escalonado.

Figura 2 – Detalhes de escalonamento (em vermelho) da (A) Cabeça de rotor Starflex® da Airbus Helicopters e da (B) Cabeça de rotor do Bell 407 (Yoke)

Fonte: Lalonde (2000)

Os principais tipos de escalonamento podem ser verificados na Figura 3, sendo que no presente trabalho serão abordados os escalonamentos do tipo External.

Figura 3 – Tipos principais de escalonamento

Fonte: He, Hoa e Ganesan (2000)

1.4. Análise de Estruturas com Escalonamento de Camadas

O fator mais importante da análise quanto a delaminação de estruturas escalonadas é o mapeamento preciso do esforço interlaminar, considerando principalmente a distribuição ao longo da espessura das tensões normais ao plano do laminado e das tensões cisalhantes transversais na região próxima ao escalonamento. Para tal análise, geralmente recorre-se a uma previsão numérica (computacional) dos valores de tensão. Em sendo assim, devido a sua capacidade de modelar geometrias complexas, o Método dos Elementos Finitos (MEF) é aplicado com frequência em problemas deste tipo ainda que outros autores busquem uma aproximação analítica simplificada do problema.

Armanios e Parnas (1991), baseados na condição de equilíbrio do que chamaram de “cinto” (um subelemento do laminado, também chamado de sub-laminado), desenvolveram um modelo no qual as regiões que concentram resina polimérica meramente realizavam a transferência dos esforços cisalhantes, enquanto os pontos onde as camadas escalonadas terminavam apresentavam molas com rigidez ao cisalhamento. A previsão dos esforços interlaminares foi realizada com base em métodos de energia. Apesar dos resultados obtidos serem coerentes qualitativamente com o obtido através do Método dos Elementos Finitos,

algumas componentes de tensão não puderam ser capturadas na zona de escalonamento devido à natureza do modelo.

Seguindo a linha de trabalhos que não utilizam MEF, Thomsen et al. (1996) e Thomsen, Mortensen e Frostig (2000) elaboraram um modelo mecânico simples à partir da resposta em flexão de laminados com escalonamento externo. Uma extensão foi proposta de forma a possibilitar a modelagem da distribuição de tensão em laminados com escalonamento interno. O modelo se baseava na teoria clássica de laminados (que é baseada nas hipóteses de Kirchhoff) para descrever o comportamento do laminado e as regiões que concentram resina polimérica. Ademais, o modelo empregava molas lineares com rigidez ao cisalhamento distribuídas uniformemente. Foi demonstrado que os resultados obtidos através deste modelo simplificado eram condizentes com aqueles obtidos via MEF. Todavia, os autores apresentaram limitações do modelo quanto à capacidade de parametrização para geometrias complexas. Harrison e Johnson (1996) desenvolveram um método para aproximar o campo de tensões nas proximidades da zona de escalonamento, que segue a teoria de placas de Pagano e baseava-se no funcional de Reifsneider. O laminado foi modelado com uma serie de sub-laminados cujo campo de tensão era explicitamente descrito como função da espessura e a posição transversal do laminado, visando assim reduzir o problema a uma equação diferencial algébrica a ser resolvida pelo método das diferenças finitas. Apesar de modelos deste tipo basearem-se primordialmente na física do problema, nota-se que a maioria dos estudos recentes utiliza MEF para abordar estruturas escalonadas em material compósito. Isso se deve principalmente às limitações no que concerne a aplicabilidade. Tal limitação foi determinante na escolha do MEF como abordagem adotada, sendo que no presente trabalho optou-se pelo emprego do Método dos Elementos Finitos Estendidos (do Inglês, XFEM – *eXtended Finite Element Method*). A grande vantagem deste método é a completa independência da morfologia do elemento e da falha (a malha independe da trinca) (Belytschko *et al.*, 2002), como pode ser visto na Figura 4.

Figura 4 – (A) Malha para XFEM (A) (não acompanha as posições das descontinuidades). (B) Malha tradicional para FEM

Fonte: Belytschko *et al.* (2002)

Como pode ser notado na Figura 4, as falhas, neste caso trincas, são geometricamente independentes da malha no MEF Estendidos (XFEM). Como consequência, para mapear a evolução da trinca sob carregamento quase-estático, essa importante independência evita a necessidade de redefinição da malha a cada iteração que a trinca avança.

Dada a grande eficiência do XFEM em mapear evolução de falha em complicadas geometrias, diversos autores buscaram integrar rotinas desse método aos softwares comerciais de cálculo estrutural. Sukumar et al. (2003) foi um dos primeiros a conseguir tal feito quando conseguiu integrar seu modelo ao código DynELA. Posteriormente Giner et al. (2009) incluiu sua rotina no Abaqus® empregando a ferramenta UEL (User ELement subroutine). Em seu modelo, no entanto, apenas estruturas bidimensionais podiam ser analisadas, e sua abordagem adotava estado plano de tensões limitando-se a análise de materiais isotrópicos. Novamente no Abaqus®, Shi *et al.* (2008) implementaram uma biblioteca que podia ser facilmente integrada ao software comercial, e permitia ao usuário avaliar a iniciação e propagação de trincas para problemas 2D. Ainda, dando continuidade a seus trabalhos, Shi et al. (2010) estenderam sua abordagem para problemas 3D através da implementação via Abaqus® de um novo método (*Fast Marching Method ou FMM* do Inglês). No entanto, esta implementação limitava-se a materiais isotrópicos.

Apesar de diversos trabalhos encontrados nos temas isoladamente, verifica-se a escassez, em verdade a quase inexistência, de modelos XFEM 3D utilizados para análise de estruturas fabricadas em materiais compósitos com escalonamento de camadas, como as que o presente trabalho se propõe a abordar.

Considerando aspectos estratégicos, verifica-se ainda, que esta linha de pesquisa é de interesse nacional, pois contribui para o desenvolvimento em território brasileiro de uma estrutura de alta tecnologia e responsabilidade, que hoje apenas poucos centros/países são capazes de executar. Ademais, o presente trabalho também foi motivado pelo mercado aeronáutico brasileiro e com a estratégia de defesa nacional (Brasil. Decreto Nº 6.703 De 18 De Dezembro De 2008 - Aprova a Estratégia Nacional De Defesa E Dá Outras Providências, 2008), que prevê o desenvolvimento de helicópteros.

Dessa maneira impulsiona-se não apenas atividades no meio acadêmico, mas também, supre-se uma lacuna no conjunto de competências de projeto no Brasil.

Reforçando o interesse industrial no tema, o presente trabalho de doutorado é apoiado pelo Grupo Airbus Helicopters através de sua filial Helibras no Brasil – única fabricante de helicópteros da América Latina. Além disso, conta-se também com o apoio do Consulado Geral da França no Brasil através de um Projeto CIBFRE.

Por fim, tem-se que progressos neste campo do conhecimento permitirão melhor compreensão de estruturas mais complexas como a apresentada na Figura 5

Figura 5 – Estrutura real (Starflex[®]) de aeronave da família Esquilo, em destaque

Fonte: Elaborado pelo autor

2. OBJETIVOS

O objetivo geral do presente trabalho consistiu em desenvolver uma ferramenta computacional capaz de prever falhas em estruturas laminadas escalonadas sob carregamento quase-estático. O referido objetivo foi dividido em sub-objetivos que podem ser resumidos conforme segue:

- 1- **Desenvolvimento e validação de um Critério de Falha** – proposição de um modelo matemático responsável por determinar o instante de iniciação, bem como fornecer informações quanto a direção de propagação da trinca. Implementação computacional do referido modelo e avaliação de suas potencialidades e limitações com base em resultados da literatura e/ou experimentais.
- 2- **Desenvolvimento e validação de um Critério Não-Local** – proposição de um modelo matemático capaz de diminuir a influência do refinamento de malha e superar as possíveis limitações computacionais devido a zona de concentração e ao alto gradiente do campo de tensões. Implementação computacional do referido modelo e avaliação de suas potencialidades e limitações com base em resultados da literatura e/ou experimentais.
- 3- **Desenvolvimento de uma metodologia de análise via XFEM** – proposição de uma metodologia de análise de iniciação e propagação de trincas sob carga quase-estática de estruturas laminadas e escalonadas via XFEM. Implementação de uma ferramenta computacional baseada em XFEM e avaliação de suas potencialidades e limitações com base em resultados da literatura e/ou experimentais. Discussão da aplicação da ferramenta computacional para análise de componentes de aeronaves de asas rotativas como pás e cabeças de rotores sob carregamento quase estático, bem como sua eficiência e robustez.

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Um modelo matemático/computacional passível de aplicação em todo tipo de material compósito é algo complexo de ser elaborado (Mortensen, 2006), principalmente, que seja capaz de prever tanto danos intralaminares (dentro das camadas) como falhas interlaminares (delaminações). Atualmente, duas linhas distintas de abordagem para análises da falha de estruturas podem ser seguidas – via Mecânica do Dano ou via Mecânica da Fratura – e quando implementadas são excelentes exemplos da relação de compromisso que existe entre precisão no resultado e tempo de processamento computacional.

De uma maneira geral, a análise estrutural no projeto de um componente aeronáutico pode ser dividida em 4 etapas:

- 1- Modelagem do componente íntegro (sem dano): como os materiais compósitos poliméricos reforçados por fibras são intrinsecamente não isotrópicos (devido ao alinhamento das fibras) e possuem uma matriz formada por um polímero, é necessário um modelo capaz de prever o comportamento elástico (linear ou não linear), viscoelástico ou plástico, que por sua vez será muito mais complexo do que um modelo para materiais metálicos e isotrópicos;
- 2- Estabelecimento do início do processo de danificação: esta etapa busca identificar o momento em que se inicia o processo de danificação e como os microdanos associados contribuem para mudanças no comportamento mecânico estrutural;
- 3- Avaliação da propagação do dano/falha: uma vez estabelecido que o dano passa a influenciar no comportamento estrutural, torna-se necessário quantificar esse dano e avaliar a degradação das propriedades mecânicas devido ao processo de danificação;
- 4- Colapso da estrutura (falha estrutural): a partir da degradação das propriedades mecânicas, pode-se verificar se a estrutura ainda é capaz de atender aos critérios de projeto previamente estabelecidos.

Cada uma dessas etapas deve ser considerada quando se deseja analisar uma estrutura real fabricada em material compósito polimérico reforçado por fibra. Apesar de existirem muitas abordagens envolvendo as etapas supracitadas, na maioria dos casos reais práticos, pode-se contar apenas com modelos simplificados para prever a evolução de possíveis danos/falhas e, atender, assim, às limitações impostas pelos recursos computacionais. Esses modelos simplificados permitem uma implementação computacional e, não demandam excessivamente

recursos ou tempo de processamento para a execução de grandes análises. Devido a esses aspectos, em ambiente industrial, modelos tradicionais como os propostos por Hashin (1980) e Tsai e Wu (1971) ainda são bastante utilizados, apesar da previsão equivocada para determinados tipos de estruturas e/ou carregamentos. Por outro lado, devido aos avanços da Mecânica Computacional, modelos mais robustos vêm sendo desenvolvidos ao longo dos últimos anos, podendo ser aplicados em diferentes escalas:

- Modelos Microestruturais: a estrutura é modelada no nível de fibra-matriz-interface. Apresentam desafios sob o ponto de vista computacional seja devido à demanda de processamento e/ou por dificuldades de convergência numérica (Wakashima e Tsukamoto, 1991; Drugan e Willis, 1996; Scida *et al.*, 1999; Ladevèze *et al.*, 2006; Lubineau e Ladevèze, 2008);

- Modelos Mesoestruturais: buscam modelar a estrutura no nível da lâmina homogeneizada, simulando os micromecanismos que ocorrem em nível de fibra-matriz-interface, ou atribuindo o dano a uma lâmina completa. Tais formulações, quando implementadas computacionalmente, podem apresentar ou não elevada demanda de processamento de cálculo, bem como dificuldades de convergência numérica (Tan e Nuismer, 1989; Ladevèze e Ledantec, 1992; Hochard *et al.*, 2001; Lomov *et al.*, 2007; Tita *et al.*, 2008; Ribeiro *et al.*, 2012).

- Modelos Macroestruturais: buscam modelar o fenômeno no nível global da estrutura (em nível da lâmina e/ou do laminado) e, apesar de serem de fácil implementação computacional, geralmente não são muito precisos, principalmente, quanto à evolução do processo de danificação (Hoffman, 1967; Yamada e Sun, 1978; Hashin, 1980; Puck e Schürmann, 1998; 2002);

Vale destacar ainda que existem modelos que buscam uma análise multiescala como os apresentados por alguns pesquisadores como Sun e Vaidya (1996), Ghosh, Lee e Raghavan (2001), Kouznetsova, Geers e Brekelmans (2002), Laurin, Carrere e Maire (2007) e Sartorato (2018). No entanto, tais modelos, geralmente, requerem elevado custo computacional já que se baseiam na resolução, a cada passo, de ambos os níveis micro/macro de forma que a resposta de um seja a entrada do outro.

Além dos modelos de previsão e evolução do dano, tem-se também que a previsão adequada do campo de tensões em regiões críticas, tais como, zonas com descontinuidades (trincas, juntas, camadas com escalonamento – Figura 6) é de suma importância. Trabalhos empregando uma abordagem analítica são possíveis de serem encontrados na literatura, como os relatados por Mortensen (1998). No entanto, devido ao grau de dificuldade para quantificar

o campo de tensões nessas regiões, inúmeros pesquisadores vêm recorrendo ao Método dos Elementos Finitos (MEF). Por exemplo, estudos realizados na década de 90 por Armanios e Parnas (1991) e Salpekar, Raju e O'brien (1991) já investigavam estruturas laminadas com três escalonamentos de camadas, empregando o Método dos Elementos Finitos. Charalambides et al. (1998) aplicaram o MEF para realizar análises em juntas coladas. Posteriormente, na década seguinte, Seong et al. (2008) estudaram juntas híbridas, também, empregando o Método dos Elementos Finitos.

Figura 6 – Estrutura com escalonamento de camadas (A e C são pontos de concentração)

Fonte: Elaborado pelo autor

Todavia, mesmo empregando o MEF, o grau de complexidade para a previsão adequada do campo de tensões em regiões de descontinuidades é elevado e, em alguns casos, o valor computacional calculado pode ser muito impreciso. Dessa forma, é possível constatar na literatura, trabalhos que empregam uma formulação de elementos finitos mais avançada, tal como proposto por Sukumar et al. (2000) ou, que empregam elementos de decoesão (Ortiz e Pandolfi, 1999; Camanho *et al.*, 2003; Travessa, 2006; Goyal *et al.*, 2008) ou, ainda, que utilizam soluções de regularização (Hochard *et al.*, 2007; Miehe *et al.*, 2010).

Assim como a previsão de tensões em juntas e estruturas laminadas escalonadas, a previsão de vida destas estruturas também não é uma tarefa trivial. O'brien (1987), bem como Murri, O'brien e Rousseau (1998) investigaram o comportamento deste tipo de estrutura quanto à fadiga. Os referidos pesquisadores realizaram simulações computacionais de carregamentos cíclicos, visando obter curvas S-N (tensão x número de ciclos). Tais previsões de vida apresentaram uma boa correlação com resultados experimentais. No entanto, os estudos efetuados aplicam-se somente a casos menos complexos, ou seja, sem considerar efeitos de borda e efeitos da largura da estrutura. De fato, na literatura, raramente são encontradas contribuições científicas sobre o comportamento quanto à fadiga de estruturas laminadas escalonadas. Além disso, conduzir testes de ciclo de vida e propagação de dano em fadiga de

estruturas é custoso. Dessa forma, na literatura, geralmente se encontra estudos que avaliam parcialmente as condições em serviço da estrutura real, considerando carregamentos estáticos, sem mencionar plasticidade, fadiga, fatores ambientais e detalhes de fabricação como mencionado por Knops (2008).

Outra dificuldade a ser superada é a modelagem correta do próprio comportamento de novos materiais compósitos. Tais materiais, em geral, trazem novos desafios, dentre os quais pode-se citar os encontrados no desenvolvimento da aeronave A350-XWB, empregando o material compósito IMA/M21E (Hexcel Corporation, 2011). Dessa forma, Yokozeki, Ogasawara e Ishikawa (2006) apresentaram um novo modelo de material, que simulava maior resistência à tração, porém com previsão de falha interlaminar. No entanto, problemas de modelagem em compressão ainda necessitam ser abordados, já que este mecanismo ainda é uma restrição no projeto de estruturas em compósitos, que podem possuir resistência em compressão até 40% menor que em tração.

3.1. Análise Estrutural de Materiais Compósitos

Quando comparada com a análise estrutural de materiais isotrópicos, a análise de materiais compósitos difere em vários aspectos, devido principalmente a ortotropia que os mesmos apresentam.

Segundo Daniel e Ishai (2006), no caso de materiais compósitos reforçados por fibras, existe uma matriz polimérica (termoplástica ou termorrígida) na qual estão imersos elementos contínuos unidirecionais, bidirecionais ou aleatoriamente distribuídos. Entre estes dois elementos, uma importante região se forma, podendo ser considerada uma terceira fase. Em se tratando de estruturas reais, tem-se que as mesmas são formadas em sua maioria de várias lâminas empilhadas podendo apresentar diferentes frações volumétricas, espessuras e orientações de fibras, de forma a obter-se uma melhor resposta em função dos carregamentos aplicados. Desta forma para os compósitos laminados reforçados por fibras contínuas pode-se definir 2 sistemas de coordenadas:

- a- Sistema global de coordenadas (x, y, z) – é definido no nível de laminado e as sequencias de lâminas são paralelas ao plano x - y empilhadas na direção de z ;
- b- Sistema local de coordenadas (1, 2, 3) – é definido no nível de lâmina, onde 1 representa a direção das fibras, 2 a direção perpendicular a elas e 3 a direção perpendicular ao plano 1-2;

Considerando os referidos sistemas de coordenadas, define-se o ângulo de orientação das fibras como o ângulo formado entre as direções 1 e x ou 2 e y conforme mostra a Figura 7. De acordo com esta definição, pode-se referenciar os vetores de tensão e deformação, que passam a apresentar índices de acordo com os respectivos sistemas de coordenadas.

Figura 7 – Eixos dos sistemas de coordenadas global e local

Fonte: Elaborado pelo autor

Segundo o sistema local proposto, pode-se definir as matrizes de tensão e de deformação (Eqs. (1) e (2))

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Ou em notação vetorial conforme as Eqs. (3) e (4)

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{12} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Onde $\gamma_{ij} = 2\varepsilon_{ij}$ são as componentes de deformação de engenharia. Segundo esta notação, a Lei de Hooke Generalizada para materiais elásticos pode ser reescrita conforme a Eq. (5)

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (5)$$

Onde $\sigma - \varepsilon$ são tensores de segunda ordem para tensão e para deformação, respectivamente, e $\mathbf{D}$ é o tensor de quarta ordem constitutivo com componentes D_{ijkl} . Para o caso geral tridimensional, o tensor $\mathbf{D}$ pode ser representado por uma matriz bidimensional de dimensões 6x6 (36 coeficientes).

Para materiais ortotrópicos, que possuem 3 planos de simetria ortogonais entre si e considerando uma aproximação de terceira ordem para os esforços de cisalhamento transversal (Reddy e Robbins, 1994), a Eq. (5) pode ser reescrita na forma da Eq. (6):

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & 0 & 0 & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & 0 & 0 & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & d_{36} \\ 0 & 0 & 0 & d_{44} & d_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{54} & d_{55} & 0 \\ d_{61} & d_{62} & d_{63} & 0 & 0 & d_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{31} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (6)$$

De fato, a Eq. (6) é uma forma mais simplificada do que a Eq. (5), uma vez que a relação constitutiva está escrita no sistema local dado pelos eixos de ortotropia. Por fim, os coeficientes d_{ij} podem ser reescritos da maneira mostrada nas Eqs. (7) e (8), como preconizado por Bower (2009):

$$\begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & 0 & 0 & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & 0 & 0 & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & d_{36} \\ 0 & 0 & 0 & d_{44} & d_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{54} & d_{55} & 0 \\ d_{61} & d_{62} & d_{63} & 0 & 0 & d_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1(1-\nu_{23}\nu_{32})\Delta & E_1(\nu_{12}-\nu_{31}\nu_{23})\Delta & E_1(\nu_{31}-\nu_{21}\nu_{31})\Delta & 0 & 0 & 0 \\ E_1(\nu_{12}-\nu_{31}\nu_{23})\Delta & E_1(1-\nu_{13}\nu_{31})\Delta & E_1(\nu_{32}-\nu_{12}\nu_{31})\Delta & 0 & 0 & 0 \\ E_1(\nu_{31}-\nu_{21}\nu_{31})\Delta & E_1(\nu_{32}-\nu_{12}\nu_{31})\Delta & E_1(1-\nu_{12}\nu_{21})\Delta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

$$\frac{1}{\Delta} = 1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13} \quad (8)$$

Além das relações constitutivas, tem-se as relações cinemáticas. Sabe-se que as hipóteses mais simples foram definidas por Kirchhoff, permitindo assim o desenvolvimento da Teoria Clássica de Laminados, que apresenta uma variação linear do campo de deslocamentos u e v , assumindo que o campo w será constante. Além disso, as distorções angulares nos planos transversais ao laminado são consideradas nulas. E, portanto, caso teorias de placas e/ou cascas sejam empregadas na análise estrutural, outras relações cinemáticas mais precisas necessitarão ser empregadas para obter a distribuição das tensões transversais ao plano do laminado, ou seja, ao longo da espessura. Dentre, essas teorias, uma das mais populares foi definida por Reddy (2004), onde a variação do campo dos deslocamentos é não-linear como demonstra as Eqs. (9), (10) e (11).

$$u = u_0 + z\phi_x - z^2 \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \phi_z}{\partial x} \right) - z^3 \left[\frac{4}{3h^2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \right) + \frac{1}{3} \frac{\partial \phi_z}{\partial x} \right] \quad (9)$$

$$v = v_0 + z\phi_y - z^2 \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \phi_z}{\partial y} \right) - z^3 \left[\frac{4}{3h^2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y \right) + \frac{1}{3} \frac{\partial \phi_z}{\partial y} \right] \quad (10)$$

$$w = w_0 + z\phi_z + z^2 \phi_z \quad (11)$$

Como pode-se verificar, ao calcular as tensões de cisalhamento transversal, tem-se que as mesmas são nulas no topo e na base do laminado e, dessa forma, não havendo necessidade de fatores de correção (Aagaah *et al.*, 2004).

Vale ressaltar que definido os campos de deslocamento, pode-se obter os campos de tensão e, com base no Princípio dos Trabalhos Virtuais pode-se ter uma formulação via MEF para solucionar o problema em questão (Cook *et al.*; Bathe, 2006). Essa abordagem foi adotada no presente trabalho para a modelagem dos laminados com escalonamento de camadas. No entanto, por fim, optou-se por utilizar um *software* comercial (Abaqus), bem como elementos finitos 3D para se obter de forma precisa as componentes de tensão, principalmente, as componentes transversais ao laminado.

3.2. Elementos Finitos Aplicados a Compósitos com Escalonamento de Camadas

Existem na literatura diversos estudos que buscam modelar estruturas com escalonamento de camadas sendo que a maioria destes estudos se baseia em assumir um campo de deslocamentos, supostamente contínuo, ao longo do domínio. Este é o tipo de modelo mais comumente encontrado em trabalhos científicos devido, principalmente, a facilidade de implementação e eficiência computacional.

Alguns estudos, que apresentam essa abordagem aplicada para elementos finitos 3D, podem ser observados nos trabalhos de Wisnom (2010), onde é demonstrada a aplicação de elementos coesivos para modelagem explícita da interface entre duas camadas. Esta abordagem é capaz de reproduzir com precisão o comportamento em zonas de concentração de tensão, porém o modelo computacional apresenta uma certa complexidade devido ao grande refinamento da malha de elementos finitos. Por outro lado, Giannis (2013) avaliou experimentalmente o comportamento de estruturas fabricadas em fibra de vidro visando validar uma abordagem energética para determinação de falha neste tipo de estrutura. Apesar do referido trabalho não introduzir um novo modelo, pois fez uso da mecânica da fratura linear elástica (LEFM – *linear elastic fracture mechanics*, do Inglês) e de técnicas de fechamento virtual de trinca (VCCT – *virtual crack closing techniques*, do Inglês), o mesmo apresenta estudos de casos importantes com resultados experimentais relevantes.

Além dos trabalhos supracitados, apesar de menos recentes, outras contribuições merecem referência dentre as quais se destacam Adams et al. (1984), Hoa et al. (1988) e Daoust

e Hoa (1989). No primeiro trabalho, um modelo de material não linear foi adotado, sendo possível prever a resposta mecânica levando em conta a influência de esforços residuais de natureza térmica. No entanto, como baseava-se em estado plano de deformações, o referido modelo não foi capaz de reproduzir o comportamento na face livre do escalonamento. Além disso, a malha de elementos finitos utilizada era pouco refinada mesmo na região do escalonamento. No segundo estudo, foi adotado um algoritmo de refinamento da malha na região do escalonamento através de sucessivas submodelagens. O método envolvia um refinamento sucessivo baseando-se na resposta do modelo no passo anterior. Dessa forma, os autores puderam abordar elevados gradientes na região de escalonamento sem a necessidade de introduzir graus adicionais de liberdade. Porém, tiveram que redefinir a malha a cada passo, o que é muito custoso em termos computacionais. O terceiro trabalho foi uma extensão desse segundo, sendo que se buscou uma redução de dimensão do modelo, trazendo parametricamente para um espaço quase-3D o modelo anterior. Esta redução, se por um lado otimizou o desempenho computacional, por outro, reduziu a capacidade de simular corretamente a complexa região próxima ao escalonamento, uma vez que foi removido um grau de liberdade.

Tais modelos computacionais, dentro de suas limitações, são capazes de reproduzir o comportamento na região de escalonamento, porém nenhum deles trata de iniciação ou propagação de danos. Ademais, uma vez que o campo de deslocamentos é assumido, apresentam uma perda de precisão na resposta, podendo afetar a análise já que o equilíbrio é obtido para cada elemento de uma maneira “global”. Outras desvantagens inerentes à implementação de um modelo baseado em deslocamentos incluem o fato de não serem capazes de reproduzir com fidelidade as descontinuidades de material na superfície interlaminar. Por fim, são suscetíveis a dificuldades numéricas de implementação devido a gradientes intensos no campo de tensões.

Para contornar as limitações apontadas, além de permitir uma melhor análise da região de falha, optou-se no presente trabalho por uma abordagem via XFEM auxiliado por um critério não local para minimizar a influência dos pontos negativos supracitados.

3.3. Critérios de Falha para Materiais Compósitos – Uma revisão

Desde os anos 1950 a análise de falha é estudada em materiais compósitos. A falha de uma estrutura em compósito pode ser efetuada segundo 2 tipos de abordagens: 1) Falha da Primeira Camada; 2) Falha da Última Camada.

Na primeira abordagem, a estrutura é considerada íntegra até que a primeira camada falhe segundo um critério pré-definido. Após este evento, considera-se que a estrutura colapsou e, mesmo que as demais camadas sejam capazes de suportar os carregamentos aplicados, interrompe-se a análise. Vale ressaltar que este tipo de abordagem é frequentemente utilizado na indústria aeronáutica.

Na segunda abordagem, por sua vez, após ocorrer a falha da primeira camada, a análise prossegue até que todas as camadas do laminado tenham falhado se fazendo necessária, ainda, uma modelagem da maneira com a qual o dano se propagará entre a falha da primeira e da última camada.

Não é raro na literatura encontrar trabalhos de revisão que comparam de maneira profunda diversos critérios de falha como é o caso do *Worldwide Failure Exercises* e suas edições (Hinton *et al.*, 2002; Kaddour *et al.*, 2004; Soden *et al.*, 2004). De forma a contribuir e embasar as escolhas realizadas no presente trabalho, nas próximas sessões serão mostrados diversos critérios subdivididos e classificados de acordo com o escopo de aplicação.

3.3.1 Critérios Interativos de Falha do Laminado

São critérios empregados para analisar a falha de uma dada camada de um laminado, considerando a interação entre as componentes de tensão, que atuam na referida camada. Tais critérios não avaliam micromecanicamente os mecanismos de falha da fibra, matriz e interface. Ao contrário, esses critérios fazem uma composição de fatores e através de uma expressão matemática definem se houve falha ou não de uma lâmina homogeneizada. Tais critérios são geralmente fenomenológicos e podem ter motivação empírica ou energética. Dentre os vários critérios interativos presentes na literatura, pode-se destacar os desenvolvidos por Hill (1948), com as modificações aportadas por Hoffman (1967), bem como Tsai e Wu (1971). Além de Yamada e Sun (1978), Christensen (1988; 1991) e Cuntze e Freund (2004). Esses critérios de falha para materiais compósitos estão sumarizados na Tabela 1, sendo que mais detalhes a cerca dos mesmos podem ser encontrados nas referências citadas.

Tabela 1 –Critérios de Falha interativo para materiais compósitos

	Critério de Falha	Comentários
Hill (1948)	$\left(\frac{\sigma_1}{X_{c,t}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{Y_{c,t}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_1\sigma_2}{X_{c,t}^2}\right) \geq 1$	Deve-se fazer a distinção dos valores limites em tração e compressão
Hoffman (1967)	$\left(\frac{1}{X_t} + \frac{1}{X_c}\right)\sigma_1 + \left(\frac{1}{Y_t} + \frac{1}{Y_c}\right)\sigma_2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 +$ $-\left(\frac{\sigma_1\sigma_2}{X_t X_c}\right) + \left(\frac{\sigma_1}{X_t X_c}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{Y_t Y_c}\right)^2 \geq 1$	
Tsai e Wu (1971)	$\left(\frac{1}{X_t} + \frac{1}{X_c}\right)\sigma_1 + \left(\frac{1}{Y_t} + \frac{1}{Y_c}\right)\sigma_2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 +$ $-\left(\frac{\sigma_1\sigma_2}{\sqrt{X_t X_c Y_t Y_c}}\right) + \left(\frac{\sigma_1}{X_t X_c}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{Y_t Y_c}\right)^2 \geq 1$	
Yamada e Sun (1978)	$\left(\frac{\sigma_1}{X}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 \geq 1$	
Christensen (1988; 1991)	$\alpha \varepsilon_{kk} + e_{ij} e_{ij} \leq k^2$	ε_{kk} variação volumétrica e_{ij} tensor desviatório de deformações
Cuntze e Freund (2004)	$\sum_1^5 (Eff^{mode}) \geq 1$	<i>Eff</i> esforço atuante em cada um dos modos considerados. Este parâmetro é semelhante ao Fator de Exposição (Puck e Schürmann, 2002)

Fonte: Elaborado pelo autor

3.3.2 Critérios de Falha da Fibra

Quando analisados individualmente com relação a cada mecanismo, existem critérios de falha que permitem prever a falha da fibra, da matriz, de delaminação, dentre outros mecanismos. Para tais, pode-se citar os critérios da Máxima Tensão, Máxima Deformação, Hashin (1980), Chang e Chang (1987) e Tita (2003), que abordam a falha da fibra sob tração. A Tabela 2 evidencia tais critérios, sendo que mais detalhes a cerca dos mesmos podem ser encontrados nas referências citadas. Cabe destacar que tais critérios preveem a falha associada a uma lâmina homogeneizada e, portanto, a falha da fibra deve ser mais corretamente interpretada como falha da lâmina sob tração na direção em que as fibras estão orientadas.

Tabela 2 – Critérios de Falha de fibra sob tração

	Critério de Falha de Fibra	Comentários
Máxima Tensão	$\frac{\sigma_1}{X_t} \geq 1$	
Máxima Deformação	$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_t^f} \geq 1$	
Hashin (1980)	$\left(\frac{\sigma_1}{X_t}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}^2 \tau_{13}^2}{S_{12}^2}\right) \geq 1$	Em sua versão 2D, este critério torna-se o proposto por Yamada e Sun (1978)
Chang e Chang (1987)	$\sqrt{\left(\frac{\sigma_1}{X_t}\right)^2 + \frac{\frac{\tau_{12}^2}{2G_{12}} + \frac{3}{4}\left[\gamma_{12} - \left(\frac{\tau_{12}}{G_{12}}\right)\right]\tau_{12}}{\frac{S_{12}^2}{2G_{12}} + \frac{3}{4}\left[\gamma_{12} - \left(\frac{\tau_{12}}{G_{12}}\right)\right]\frac{S_{12}^4}{\tau_{12}^3}}} \geq 1$	Uma variante deste modelo pode ser encontrada em Tita (2003)

Fonte: Elaborado pelo autor

Se em tração preocupa-se primordialmente com a influência do cisalhamento da matriz para avaliar a falha da fibra, o comportamento em compressão é bem mais complexo devido à combinação dos vários mecanismos que contribuem para a falha. Alguns critérios, que abordam a falha da fibra sob compressão, desenvolvidos por Greszczuk (1975), Hashin (1980), Chang e Lessard (1991), Dávila e Camanho (2003), Pinho et al. (2005) e Maimí et al. (2007) são mostrados na Tabela 3. Novamente, deve-se ressaltar que tais critérios preveem a falha associada a uma lâmina homogeneizada e, portanto, a falha da fibra deve ser mais corretamente interpretada como falha da lâmina sob compressão na direção em que as fibras estão orientadas.

Tabela 3 – Critérios de Falha de fibra sob compressão

	Critérios de Falha de Fibra	Comentários
Máxima Tensão	$\frac{\sigma_1}{X_c} \geq 1$	
Máxima Deformação	$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_c^f} \geq 1$	

Greszczuk (1975)	$\frac{\sigma_1}{G_{12}}(1-V_f) \geq 1$	G_{12} : módulo de cisalhamento apenas da matriz V_f : Fração volumétrica de fibra no compósito
Chang e Lessard (1991)	$\frac{\sigma_1}{\bar{X}_c} \geq 1$	$\bar{X}_c$: resistência a microflambagem
Dávila e Camanho (2003) (LaRC03)	$\begin{cases} \sigma_{11} < -Y_c \rightarrow \frac{ \tau_{12} + \eta_{12}\sigma_{22}}{S_{12}} \geq 1 \\ \sigma_{11} > -Y_c \rightarrow (1-g)\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_t}\right) + g\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_t}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 \geq 1 \end{cases}$	Também usado por Maimí <i>et al.</i> (2007) em uma forma estendida
Pinho <i>et al.</i> (2005) (LaRC04)	$\begin{cases} \sigma_{11} < -Y_c \rightarrow \frac{ \tau_{12} }{S_{12} - \eta_{12}\sigma_{22}} \geq 1 \\ \sigma_{11} > -Y_c \rightarrow (1-g)\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_t}\right) + g\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_t}\right)^2 + \frac{\Lambda_{23}^0 \tau_{23} + \chi(\gamma_{12})}{\chi(\gamma_{12}^u)} \geq 1 \end{cases}$	

Fonte: Elaborado pelo autor

3.3.3 Critérios de Falha da Matriz

O mecanismo de falha da matriz é complexo de se analisar, pois a falha se inicia, usualmente, na forma de microtrincas, que têm origem em defeitos de fabricação ou interface fibra-matriz. Tais micromecanismos vão se acumulando e interagindo entre si levando à falha da camada.

Na literatura, é possível encontrar uma vasta quantidade de modelos para simular o comportamento da matriz ao longo de todo o ciclo de carregamento. São apresentadas abordagens baseadas tanto na mecânica do dano como na mecânica da fratura para prever a iniciação e progressão de trincas ou acúmulo de dano oriundo de trincas existentes. Grande parte dessas abordagens assumem que a falha ocorre em um plano crítico na direção transversal e usualmente envolvem interação entre esforços normais e de cisalhamento.

A Tabela 4 mostra Critérios de Falha propostos por Hashin (1980), Chang (1987), Chang e Lessard (1991), Ladevèze e Ledantec (1992), Puck e Schürmann (1998) Dávila e Camanho (2003), Cuntze e Freund (2004) e Pinho *et al.* (2005) para simular o comportamento da matriz sob tração. Mais uma vez, ressalta-se que tais critérios preveem a falha associada a

uma lâmina homogeneizada e, portanto, a falha da matriz deve ser mais corretamente interpretada como falha da lâmina sob tração na direção transversal às fibras.

Tabela 4 – Critérios de Falha da matriz sob tração

	Critérios de Falha da Matriz	Comentários
Máxima Tensão	$\frac{\sigma_2}{Y_t} \geq 1$	
Máxima Deformação	$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_t^f} \geq 1$	
Hashin (1980)	$(\sigma_{22} + \sigma_{33}) \geq 0 \rightarrow \frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{Y_t^2} + \frac{\tau_{12}(\sigma_{22}\sigma_{33})}{S_{23}^2} + \frac{\tau_{12}^2 - \tau_{13}^2}{S_{13}^2} \geq 1$	
Chang e Chang (1987)	$\sqrt{\left(\frac{\sigma_2}{Y_t}\right)^2 + \frac{\frac{\tau_{12}^2}{2G_{12}} + \frac{3}{4}\left[\gamma_{12} - \left(\frac{\tau_{12}}{G_{12}}\right)\right]\tau_{12}}{\frac{S_{12}^2}{2G_{12}} + \frac{3}{4}\left[\gamma_{12} - \left(\frac{\tau_{12}}{G_{12}}\right)\right]\frac{S_{12}^4}{\tau_{12}^3}} \geq 1}$	Adaptado por Chang e Lessard (1991)
Ladevèze e Ledantec (1992)	$d_2 = \frac{\bar{\Psi}_2 - \bar{\Psi}_2^{init}}{\bar{\Psi}_2^{crit}} \quad e \quad \bar{\Psi}_2 = \sqrt{\frac{\sigma_{22+}^2}{2E_{22}(1-d_2)^2}}$	Critério iterativo Parâmetros obtidos de ensaios com laminados orientados a 67.5°. Inspiração para os ensaios de caracterização da presente abordagem.
Puck e Schürmann (1998)	$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_n \geq 0 \rightarrow \sqrt{\left[\left(\frac{1}{R_{\perp}^{At}} - \frac{p_{\perp\psi}^t}{R_{\perp\psi}^A}\right)\sigma_n(\theta)\right]^2 + \left(\frac{\tau_{nt}(\theta)}{R_{\perp\perp}^A}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{n1}(\theta)}{R_{\perp\perp}^A}\right)^2} + \frac{p_{\perp\psi}^t}{R_{\perp\psi}^A}\sigma_n(\theta) \geq 1 \end{array} \right.$	Tensões e resistências medidas no plano de ação (plano crítico de atuação das tensões)
Dávila e Camanho (2003) LaRC03	$(1-g)\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_t}\right) + g\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_t}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 \geq 1$	
Cuntze e Freund (2004)	$\frac{\left[\sigma_{22} + \sigma_{33} + \sqrt{(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + 4\tau_{23}^2}\right]}{2Y_t} \geq 1$	
Pinho <i>et al.</i> (2005)	$(1-g)\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_t}\right) + g\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_t}\right)^2 + \frac{\Lambda_{23}^0\tau_{23} + \chi(\gamma_{12})}{\chi(\gamma_{12}^u)} \geq 1$	

Fonte: Elaborado pelo autor

De forma análoga aos modelos anteriormente apresentados, tem-se na Tabela 5, os Critério de Falha da matriz sob compressão. Deve-se evidenciar que tais critérios preveem a falha associada a uma lâmina homogeneizada e, portanto, a falha da matriz deve ser mais corretamente interpretada como falha da lâmina sob compressão na direção transversal às fibras.

Tabela 5 – Critérios de Falha da matriz sob compressão

	Critérios de Falha da Matriz	Comentários
Máxima Tensão	$\frac{\sigma_2}{Y_c} \geq 1$	
Máxima Deformação	$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_i^f} \geq 1$	
Hashin (1980)	$(\sigma_{22} + \sigma_{33}) < 0 \rightarrow \frac{1}{Y_c} \left[\left(\frac{Y_c}{2S_{23}} \right)^2 - 1 \right] (\sigma_{22} + \sigma_{33}) +$ $+ \frac{(\sigma_{22} + \sigma_{33})^2}{4S_{23}^2} + \frac{(\tau_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33})}{S_{23}^2} + \frac{\tau_{12} + \tau_{13}}{S_{12}^2} \geq 1$	
Chang e Chang (1987)	$\sqrt{\left(\frac{\sigma_2}{Y_t} \right)^2 + \frac{\frac{\tau_{12}^2}{2G_{12}} + \frac{3}{4} \left[\gamma_{12} - \left(\frac{\tau_{12}}{G_{12}} \right) \right] \tau_{12}}{\frac{S_{12}^2}{2G_{12}} + \frac{3}{4} \left[\gamma_{12} - \left(\frac{\tau_{12}}{G_{12}} \right) \right] \frac{S_{12}^4}{\tau_{12}^3}} \geq 1$	Adaptado por Chang e Lessard (1991)
Ladevèze e Ledantec (1992)	$d_2 = \frac{\bar{\Psi}_2 - \bar{\Psi}_2^{init}}{\bar{\Psi}_2^{crit}} \quad e \quad \bar{\Psi}_2 = \sqrt{\frac{\sigma_{22+}^2}{2E_{22}(1-d_2)^2}}$	Critério iterativo Parâmetros obtidos de ensaios com laminados orientados a 67,5°
Puck e Schürmann (1998)	$\sigma_n < 0 \rightarrow \sqrt{\left(\frac{\tau_{nt}(\theta)}{R_{\perp\perp}^A} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{n1}(\theta)}{R_{\perp\perp}^A} \right)^2 + \left(\frac{p_{\perp\perp}^c}{R_{\perp\psi}^A} \sigma_n(\theta) \right)^2} +$ $+ \frac{p_{\perp\perp}^c}{R_{\perp\psi}^A} \sigma_n(\theta) \geq 1$	Tensões e resistências medidas no plano de ação (plano crítico de atuação das tensões)
Dávila e Camanho (2003) LaRC03	$\frac{\tau_{23}}{Y_c \cos(53^\circ) \left(\sin(53^\circ) + \frac{\cos(53^\circ)}{\tan(2 \times 53^\circ)} \right)} + \frac{\tau_{12}}{S_{12}} \geq 1$	Os autores utilizam a mesma hipótese de Puck da falha sob compressão a 53°-54°

Cuntze e Freund (2004)	$\frac{\left[\sigma_{22} + \sigma_{33} + \sqrt{(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + 4\tau_{23}^2} \right]}{2Y_t} \geq 1$	
Pinho <i>et al.</i> (2005)	$\left(\frac{\tau_{23}}{Y_c \cos(53^\circ) \left(\sin(53^\circ) + \frac{\cos(53^\circ)}{\tan(2 \times 53^\circ)} \right) + \frac{\sigma_n}{\tan(2 \times 53^\circ)}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12} (1 + Y_c \cos(53^\circ) \left(\sin(53^\circ) + \frac{\cos(53^\circ)}{\tan(2 \times 53^\circ)} \right) \left(\frac{1}{\tan(2 \times 53^\circ)} \right))} \right)^2$	

Fonte: Elaborado pelo autor

3.3.4 Critérios de Falha por Cisalhamento

Analizados os mecanismos de falha por tração e compressão, da fibra e da matriz, tem-se ainda que a lâmina homogeneizada, mais preponderantemente a matriz, pode falhar por cisalhamento. Neste sentido, a Tabela 6 mostra Critérios de Falha da “matriz” (da lâmina homogeneizada) sob cisalhamento.

Tabela 6 – Critérios de Falha da matriz sob cisalhamento

	Critérios de Falha da Matriz	Comentários
Máxima Tensão	$\frac{\sigma_{12}}{S_{12}} \geq 1$	
Máxima Deformação	$\frac{\varepsilon_{12}}{\varepsilon_{12}^f} \geq 1$	
Hashin (1980)	$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_t} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{12}} \right)^2 \geq 1$	
Chang e Lessard (1991)	$\sqrt{\left(\frac{\sigma_{11}}{X_c} \right)^2 + \frac{\frac{\tau_{12}^2}{2G_{12}} + \frac{3}{4} \left[\gamma_{12} - \left(\frac{\tau_{12}}{G_{12}} \right) \right] \tau_{12}}{\frac{S_{12}^2}{2G_{12}} + \frac{3}{4} \left[\gamma_{12} - \left(\frac{\tau_{12}}{G_{12}} \right) \right] \frac{S_{12}^4}{\tau_{12}^3}}} \geq 1$	

Ladevèze e Ledantec (1992)	$d_2 = \frac{\bar{\Psi}_{12} - \bar{\Psi}_{12}^{init}}{\bar{\Psi}_{12}^{crit}} \quad e \quad \bar{\Psi}_{12} = \sqrt{\frac{\tau_{12}^2}{2G_{12}(1-d_{12})^2}} + b\Psi_{22}$	Crítério interativo Parâmetros obtidos de ensaios com laminados orientados a 67,5°
Cuntze e Freund (2004)	$\frac{\left[\left(\tau_{31}^2 + \tau_{12}^2 \right)^{3/2} + b_{\perp} \left((\sigma_{22} + \sigma_{33}) (\tau_{31}^2 + \tau_{12}^2) - I_5 \right) \right]^{1/3}}{2S_{12}} \geq 1$ $I_5 = (\sigma_{22} - \sigma_{33}) (\tau_{31}^2 + \tau_{12}^2) + 4\tau_{23}\tau_{31}\tau_{12}$	

Fonte: Elaborado pelo autor

3.3.5 Crítérios de Falha por Delaminação

Além dos critérios de falha intralaminares, a literatura também apresenta critérios de falha interlaminares, ou seja, critérios para prever a delaminação. No caso das estruturas de compósitos com escalonamento de camadas, tem-se que este modo de falha é muito importante pois os esforços transversais ao plano médio do laminado não são negligenciáveis. A Tabela 7 mostra alguns critérios de iniciação de delaminação.

Tabela 7 – Crítérios de Falha por delaminação

	Crítério de Falha por Delaminação	Comentários
Máxima Tensão	$\frac{\sigma_{33}}{Z_t} \geq 1; \frac{\tau_{31}}{S_{31}} \geq 1; \frac{\tau_{23}}{S_{23}} \geq 1$	
Hashin (1980)	$\left(\frac{\sigma_{33}}{Z_t} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{S_{23}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{31}}{S_{31}} \right)^2 \geq 1$	
Tsai (Tong, 1997)	$\left(\frac{\sigma_{11}^2 - \sigma_{11}\sigma_{33}}{X_t^2} \right) + \left(\frac{\sigma_{33}}{Z_t} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{S_{23}} \right)^2 \geq 1$	
Tong-Tsai (Tong, 1997)	$\left(\frac{\sigma_{11}^2 - \sigma_{11}\sigma_{33}}{X_t^2} \right) + \left(\frac{\sigma_{33}}{Z_t} \right) + \left(\frac{\tau_{23}}{S_{23}} \right)^2 \geq 1$	
Tsai 2 (Tong, 1997)	$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_t} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{33}}{Z_t} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{S_{23}} \right)^2 \geq 1$	
Tong-Tsai 2 (Tong, 1997)	$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_t} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{33}}{Z_t} \right) + \left(\frac{\tau_{23}}{S_{23}} \right)^2 \geq 1$	

Norris (Tong e Steven, 1999)	$\left(\frac{\sigma_{11}^2 - \sigma_{11}\sigma_{33}}{X_t X_c} \right) + \left(\frac{\sigma_{33}}{Z_t} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{S_{23}} \right)^2 \geq 1$	
Tong-Norris (Tong e Steven, 1999)	$\left(\frac{\sigma_{11}^2 - \sigma_{11}\sigma_{33}}{X_t X_c} \right) + \left(\frac{\sigma_{33}}{Z_t} \right) + \left(\frac{\tau_{23}}{S_{23}} \right)^2 \geq 1$	
Goyal, Johnson e Dávila (2004)	$\left(\frac{\sigma_{33}}{Z_t} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{S_{23}} \right)^{\gamma} + \left(\frac{\tau_{31}}{S_{31}} \right)^{\gamma} \geq 1$	

Fonte: Elaborado pelo autor

3.4. Critérios de Falha Translaminares

Além dos critérios de falha mencionados, ou seja intra e interlaminares, existem ainda critérios denominados translaminares. Um número significativo de estudos foi publicado sobre este tema, no entanto, eram na maioria das vezes estudos não exclusivos, mas sim partes de outros estudos datando desde os anos 70. Mesmo com sua importância reconhecida e estudada há tempos, não há muitas contribuições evidenciadas pela comunidade científica neste tema em específico como mostrado por Laffan *et al.* (2012). Esse reduzido volume de publicações se deu principalmente devido a dois fatores: (i) falta de confiança na utilização de materiais compósitos em estruturas primárias espessas (na maioria das aplicações tem-se o emprego de estruturas “finas”, onde a falha translaminar é menos importante); (ii) falta de capacidade computacional e modelos capazes de simular consistentemente os fenômenos envolvidos em falha translaminar. Como é conhecido, para uma dada condição de carregamento, a formação e propagação do dano será dependente do empilhamento. Os modos de falha translaminares podem ser observados e diferenciados dos intra e interlaminares na Figura 8 e serão descritos nas próximas seções.

Figura 8 – Falha translaminar e diferenciação dos modos de falha

Fonte: Adaptado pelo autor de Laffan *et al.* (2012)

3.4.1 Falha translaminar – Fibras em tração

Apesar da energia de deformação liberada pela falha de uma única fibra de carbono isolada ser baixa (7.4 J/m^2 estimado por Honjo (2003)), tem-se que este mecanismo de falha provoca a liberação de grandes quantidades de energia de deformação quando se trata de um grupo de fibras embebido pela resina polimérica, formando uma lâmina. Esse fato pode ser explicado pela grande quantidade de descolamento fibra-matriz e a subsequente extração das fibras da matriz (*pull-out*), que resultam em um valor de resistência a fratura de um meio homogeneizado, com a presença de diversas microfalhas. Deve-se ressaltar que este valor pode ser até três ordens de magnitude maior que a de uma fibra isolada (Fernandes, 2014). Na Figura 9, tem-se que estes mecanismos são evidenciados através de uma microscopia eletrônica de varredura.

Figura 9 – Detalhe de falha (1) translaminar da fibra e (2) intralaminar longitudinal da matriz

Fonte: (Fernandes, 2014)

Como pode ser observado na Figura 9, a falha translaminar é bastante irregular, sendo devido a diversas microfalhas individuais não simultâneas de cada fibra. Desta forma, a liberação de energia de deformação associada a estes modos de falha requer que metodologias robustas de ensaio sejam utilizadas visando resultados reprodutíveis e com mínima dispersão (Laffan *et al.*, 2012). Assim, para determinar os parâmetros referentes a falha translaminar das fibras em tração, são utilizados os seguintes tipos de ensaios: *Compact Tension*, *Extended Compact Tension*, Flexão 3-Pontos e Flexão 4-Pontos. Tais ensaios exibem propagação estável da trinca, um fator imprescindível para o levantamento dos parâmetros associados aos materiais e aos modelos geralmente empregados. Contudo, após a introdução da norma ASTM E1922 (American Society for Testing and Materials, 2015) e sua eficiência comprovada para determinação de parâmetros de falha translaminar, este tipo de ensaio vem sendo utilizado por

diversos autores, tais como Pinho et al. (2006) para o T300/913, Laffan et al. (2010) para o T300/920 e Teixeira et al. (2011) para o T800s/M21. Sendo que este último possui um material muito similar ao utilizado no presente trabalho.

Os mecanismos de falha translaminares são de suma importância para o presente trabalho, pois estudos anteriores (Hochard e Thollon, 2010) indicam que tais mecanismos estão presentes no estudo de estruturas com escalonamento de camadas, ocorrendo na região imediatamente posterior ao escalonamento e, assim, o modelo a ser desenvolvido deverá ser capaz de simular corretamente tal fenômeno. A Figura 10 exemplifica esta região que foi verificada experimentalmente em diversos trabalhos realizados pelo Grupo de Pesquisas do Laboratório de Mecânica e Acústica da Universidade Aix Marseille III (França).

Figura 10 – Região de interesse onde a falha translaminar acontece em estruturas escalonadas

Fonte: Elaborado pelo autor

3.4.2 Falha translaminar – Fibras em compressão

Sob carregamento de compressão alinhado à direção das fibras, o laminado possui 2 mecanismos distintos de falha: (i) decorrente de cisalhamento; (ii) “kinking” da fibra. O modo de falha, que será inicialmente preponderante, irá depender da interação entre os esforços atuantes *in-situ* no laminado, que poderão ser ou não capazes de criar desalinhamento das fibras. A Figura 11 ilustra os dois mecanismos detalhados através de microscopia eletrônica de varredura.

Figura 11 – Falha translaminar em compressão (A) quebra das fibras devido ao cisalhamento (B)

Kinking

Fonte: (Fernandes, 2014)

Vale ressaltar que o movimento das superfícies da trinca acaba induzindo flexão a frente da ponta da trinca, gerando inevitavelmente uma transição para “kinking” (Gutkin *et al.*, 2010). Dessa forma, a determinação dos parâmetros referentes a falha translaminar da fibra em compressão é muito mais complexa do que em tração devido a interação entre modos de falha distintos. Neste sentido, testes de Flexão 4-Pontos podem ser considerados uma melhor opção quando deseja-se capturar os efeitos de compressão, visto que ao se analisar detalhadamente a falha translaminar da fibra em compressão, verifica-se que a mesma se inicia muito antes de qualquer alteração visível na curva carga-deslocamento (Laffan *et al.*, 2010).

Por fim, com base na busca bibliográfica efetuada e nos trabalhos realizados pelo Grupo de Estruturas Aeronáuticas da Escola de Engenharia de São Carlos (GEA – EESC/USP), verifica-se que mesmo com grande abundância de estudos e critérios de falhas desenvolvidos para as mais variadas formas de falha de estruturas em material compósito, é escassa a quantidade de trabalhos que combinam estudo de laminados escalonados segundo o método dos elementos finitos generalizados de forma experimental e computacional, usando modelos em um domínio 3D. De forma a preencher as lacunas supracitadas, o presente trabalho irá contribuir com o desenvolvimento de uma nova metodologia de análise de estruturas em material compósito que são escalonadas e sofrem falha translaminar. Para tal, trabalhos como o de Puck e Schürmann (1998) serão utilizados para indicar a falha inicial e, portanto, ativar o processo de enriquecimento dos elementos finitos empregados, fazendo uso de XFEM. Em sendo assim, os modelos desenvolvidos através dessa metodologia poderão prever não somente o instante de iniciação da falha, mas também o ângulo de inclinação da trinca e sua propagação de forma translaminar.

4. DESENVOLVIMENTO DO CRITÉRIO DE FALHA

O modelo desenvolvido para as análises é baseado na teoria de falha progressiva (PFA – Progressive Failure Analyses). De acordo com esta abordagem, a análise pode ser dividida em 2 estágios: pré e pós falha. Cada estágio possui equações governantes diferentes e parâmetros próprios cuja maneira de determinação e análise quanto a sensibilidade dos mesmos serão demonstrados nas sessões seguintes.

4.1. Análise pré-falha

Nesta primeira etapa do trabalho, a estrutura intacta pode ser modelada como uma placa de acordo com a teoria proposta por Reddy (2004), cujas relações constitutivas são implementadas na subrotina UMAT. Dessa forma, para prever o comportamento quanto ao cisalhamento ao longo da espessura (cisalhamento transversal) podem ser empregadas leis de alta ordem para as relações cinemáticas. Todavia, como o trabalho foi realizado empregando o *software* Abaqus, tem-se que foram utilizados os elementos de placa/casca já implementos no referido programa (Dassault Systèmes Simulia Corp., 2011). Além disso, o modelo inclui parâmetros de não linearidade elástica de resposta da fibra e da lâmina ao cisalhamento. Portanto, antes da falha, aspectos de não linearidade de resposta podem ser capturados. Novamente, destaca-se que o modelo é representado por uma lâmina homogeneizado que apresenta não-linearidades tanto na direção da fibra quanto ao cisalhamento.

4.1.1 Determinação das propriedades elásticas

As propriedades elásticas foram obtidas através de ensaios mecânicos regidos por normas e foram realizados em laboratório utilizando corpos de prova apropriados. Teoricamente, deve existir uma função que descreva o comportamento de cada curva Tensão-Deformação ($\varepsilon - \sigma$) de forma que a propriedade elástica seja definida pela inclinação da referida curva em cada ponto. Considerando a hipótese de não variação das propriedades durante o regime elástico, a inclinação pode ser tomada na origem e, portanto, define-se cada propriedade conforme a Eq. (12):

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{11}^0 = \frac{d\sigma_{11}}{d\varepsilon_{11}} \Big|_{\varepsilon_{11}=0} \\ E_{22}^0 = \frac{d\sigma_{22}}{d\varepsilon_{22}} \Big|_{\varepsilon_{22}=0} \\ G_{12}^0 = \frac{d\sigma_{12}}{d\gamma_{12}} \Big|_{\gamma_{12}=0} \end{array} \right. \quad (12)$$

No entanto, a equação (12) não é obtida tão facilmente para a grande maioria dos materiais e a única informação disponível são os resultados dos ensaios. De forma a padronizar e automatizar a determinação destas propriedades, procedimentos de processamento dos dados foram desenvolvidos e serão apresentados. No presente trabalho, será adotada a notação apresentada em Miot *et al.* (2010), onde o subscrito “0” se referenciará sempre a propriedade no estado íntegro. O conjunto de parâmetros do modelo de falha é apresentado na Tabela 8, bem como os ensaios necessários para sua determinação. Verifica-se que há ensaios de tração e compressão na direção longitudinal às fibras, porém há também ensaios de tração e compressão para fibras orientadas a $\pm 45^\circ$ e $\pm 67,5^\circ$, gerando assim a ação combinada de tensões atuando na direção perpendicular às fibras e tensões de cisalhamento no plano 1-2 da lâmina. Além desses ensaios monotônicos, há também ensaios cíclicos (com no máximo 5 ciclos de carregamento) de tal forma a obter a evolução da degradação das propriedades elásticas do compósito. Cabe ressaltar que os parâmetros evidenciados na Tabela 8 serão melhor apresentados e discutidos nas seções subsequentes.

Tabela 8 – Parâmetros da ferramenta desenvolvida e ensaios de identificação necessários para sua determinação

Ensaio	Parâmetro	Ensaio	Parâmetro
0° sob tração	e^t	$\pm 45^\circ$ sob tração (cíclico)	η_{rG}
	m^t	$\pm 67,5^\circ$ sob tração	Y^t
$\pm 45^\circ$ sob tração	C_1	$\pm 67,5^\circ$ sob tração (cíclico)	η_{rE}
	C_2	$\pm 0^\circ$ sob compressão	e^c
	C_3		m^c

Fonte: Elaborado pelo autor

4.1.2 Propriedades elásticas (Método Secante)

Um ajuste adequado da curva $\varepsilon - \sigma$ durante toda faixa de carregamentos em materiais compósitos, ainda que no regime elástico, requer equações não lineares, seja devido ao realinhamento das fibras ou devido a sua acomodação, para tornar possível reproduzir comportamentos encontrados mesmo nos ensaios mais simples.

Isso evidencia-se pelos ensaios de caracterização realizados que, como esperado, apresentaram não-linearidade ao longo de todo o teste, desde a aplicação inicial de carga até a ruptura final, tanto para identificação dos parâmetros medidos na direção longitudinal à orientação das fibras, quanto para determinação dos parâmetros medidos na direção transversal à orientação das fibras, bem como ao cisalhamento.

4.1.3 Propriedades elásticas – direção longitudinal

Com base no trabalho de Miot *et al.* (2010), uma análise de segunda ordem foi utilizada para definir-se o módulo de elasticidade longitudinal secante, sendo o parâmetro de não linearidade determinado por regressão linear (mínimos-quadrados), buscando otimizar a coerência com a Eq. (13):

$$E_{11} = \begin{cases} E_{11}^0(1 + \zeta^t \varepsilon_{11}) & \text{se } \varepsilon_{11} \geq 0 \\ E_{11}^0(1 + \zeta^c \varepsilon_{11}) & \text{se não} \end{cases} \quad (13)$$

Para correta identificação, foram realizados ensaios de um corpo de prova com as fibras alinhadas à direção de carregamento, sendo que todos os ensaios de caracterização seguiram as normas aplicáveis para determinação de propriedades mecânicas (American Society for Testing and Materials, 2007; 2008).

A Figura 12 e a Figura 13 mostram o corpo de prova (CDP) utilizado para cada teste, sendo que todas as dimensões seguem o proposto pela ASTM. A sequência de empilhamento utilizada foi $[0^\circ]_8$, que gerou uma espessura total de 2,0 mm. O material empregado foi o T700-M21 utilizado para a confecção de 4 CDPs. As informações de deformação foram adquiridas através de 2 *strain-gages* posicionados na parte central do CDP em cada uma de suas faces nas direções 1 e 2. A Figura 12 mostra a montagem deste ensaio.

Figura 12 – Configuração do teste para determinação dos parâmetros elásticos sob cargas longitudinais

Fonte: Elaborado pelo autor

Visto que a direção da fibra é a mesma segundo a qual o carregamento é efetuado, nenhuma mudança de coordenadas é necessária e o módulo de elasticidade pode ser derivado diretamente da Eq. (14).

$$\begin{cases} \varepsilon_{11} = \varepsilon_{xx} = \frac{(\varepsilon_{xx}^1 + \varepsilon_{xx}^2)}{2} \\ \sigma_{11} = \sigma_{xx} = \frac{F}{tw} \end{cases} \quad (14)$$

Onde ε_{xx}^i representa a deformação medida em cada *strain-gage*.

Além dos módulos de elasticidade, os parâmetros de não linearidade também puderam ser determinados a partir deste ensaio.

De maneira análoga, outros 4 CDPs foram ensaiados em compressão. Todos os resultados foram obtidos através de uma simples regressão linear de mínimos quadrados e são mostrados na Tabela 9. Durante os ensaios, aproveitou-se para determinar a carga última para carregamento de tração e compressão, que são caracterizadas pela máxima carga suportada pela amostra antes de seu colapso.

Tabela 9 – Parâmetros da ferramenta para o material T700-M21 – direção longitudinal

Parâmetro	CDP1	CDP2	CDP3	CDP4	Média	Desvio Padrão	Coef. de Variação
E_{11} [MPa]	117699	115898	118773	113262	116408	2409	2,1%
ν_{12} [MPa]	0,299	0,302	0,294	0,303	0,300	0,004	1,3%
X_t [MPa]	2293	2352	2264	2175	2271	73	3,2%
X_c [MPa]	1022	1084	978	1012	1024	44	4,3%
ζ^t	7,9	7,9	8,2	8,1	8,0	0,1	1,9%
ζ^c	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	0,01	0,1%
ε_t^f	0,018	0,017	0,018	0,019	0,018	4,8E-6	2,7%
ε_c^f	0,010	0,010	0,009	0,009	0,010	0,001	5,3%

Fonte: Elaborado pelo autor

4.1.4 Propriedades elásticas – cisalhamento

Para a determinação do módulo de cisalhamento, foram utilizados primeiramente os métodos propostos por Puck e Schürmann (1998), segundo os quais uma equação de 3ª ordem é capaz de modelar completamente este tipo de comportamento. Segundo os referidos autores, é necessário identificar 2 constantes para correta previsão do comportamento em cisalhamento, uma vez que na origem a curva deve possuir inclinação de G_{12}^0 e, desta forma, deve ser escrita a Eq (15).

$$G_{12} = C_3 \gamma_{12}^2 + C_2 \gamma_{12} + G_{12}^0 \quad (15)$$

Quando se analisou, no entanto, o resultado experimental, verificou-se que uma melhor concordância com o experimento é obtida quando se permite que todas as 3 constantes sejam conjuntamente definidas, ou seja, não deve assumir que $G_{12}^0 = G_{12}$. Desta forma, foi utilizado no presente trabalho, o módulo de elasticidade definido conforme a Eq (16).

$$G_{12} = C_3 \gamma_{12}^2 + C_2 \gamma_{12} + C_1 \quad (16)$$

O ensaio experimental utilizado para determinação destes parâmetros foi similar ao anterior, sendo desta vez utilizada a sequência de empilhamento $[\pm 45^\circ]_{4s}$. Novamente, o material utilizado foi o T700-M21 para a fabricação de 4 corpos de prova. A montagem deste ensaio é mostrada na Figura 13, sendo que os dados de deformação foram adquiridos através de *strain-gages* posicionados centralmente em três direções diferentes de forma a capturar todas as informações necessárias.

Figura 13 – Configuração do teste para determinação dos parâmetros elásticos ao cisalhamento

Fonte: Elaborado pelo autor

Neste caso, uma mudança de coordenadas se faz necessária uma vez que o carregamento não está alinhado com as fibras. Esta rotação bem como a determinação dos parâmetros é realizada de acordo com a Eq. (17):

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta = \frac{1}{2} \arccos \left(\cos(2\theta_0) + 2(\varepsilon_{xx} \cos^2(\theta_0) - \varepsilon_{yy} \sin^2(\theta_0)) \right) \\ \varepsilon_{12} = (\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}) \cos(\theta) \sin(\theta) = \frac{\gamma_{12}}{2} \\ \sigma_{11} = \frac{E_{11}}{1 + \nu_{12}} (\varepsilon_{xx} \cos^2(\theta) - \varepsilon_{yy} \sin^2(\theta)) + \frac{\nu_{12} F}{tw(1 + \nu_{12})} \\ \sigma_{22} = -\frac{E_{11}}{1 + \nu_{12}} (\varepsilon_{xx} \cos^2(\theta) - \varepsilon_{yy} \sin^2(\theta)) + \frac{F}{tw(1 + \nu_{12})} \\ \sigma_{12} = \frac{1}{\sin(2\theta)} \left(-\sigma_{11} \cos^2(\theta) - \sigma_{22} \sin^2(\theta) + \frac{F}{tw} \right) \end{array} \right. \quad (17)$$

Para determinar os parâmetros de não linearidade elástica ao cisalhamento, a curva $\sigma_{12} - \gamma_{12}$ foi analisada. Uma regressão linear de mínimos quadrados foi, então, aplicada para definição dos coeficientes da Eq. (15), conforme previsto por Puck e Schürmann (1998), bem como para a nova proposta dada pela Eq. (16). A Figura 14 mostra os resultados experimentais

comparando com as curvas estimadas pelas diferentes equações (“3 Constants” – Eq. 16 e “2 + G0” – Eq. 15).

Figura 14 – $\sigma_{12} [MPa]$ vs γ_{12} para determinação de parâmetros relacionados a não-linearidade de

Como pode ser observado, a equação proposta consegue reproduzir de maneira mais fidedigna a curva experimental e, portanto, foi adotada no presente trabalho. Os resultados finais são apresentados na Tabela 10, que também mostra o valor máximo para carga de cisalhamento.

Tabela 10 – Parâmetros do modelo para o material T700-M21 – sob cisalhamento

Parâmetro	CDP1	CDP2	CDP3	CDP4	Média	Desvio Padrão	Coef. de Variação
C_1 [MPa]	5778	5768	5657	5785	5747	60	1,1%
C_2 [MPa ²]	-166063	-167624	-162570	-167435	-165923	2341	-1,4%
C_3 [MPa ³]	1738751	1738199	1654910	1729029	1715222	40455	2,4%
S_{12} [MPa]	126	136	137	130	132	5	3,9%

Fonte: Elaborado pelo autor

4.1.5 Propriedades elásticas – direção transversal

Para correta identificação das propriedades elásticas obtidas para carregamentos aplicados na direção transversal às fibras, foram realizados ensaios em CDPs não somente com as fibras orientadas na direção transversal ao carregamento, mas também com outras orientações de fibras. Para os ensaios de compressão, foram utilizados CDPs com empilhamento $[90^\circ]_{16}$. No entanto, para tração, por ter-se uma resposta bastante frágil, empregou-se o empilhamento $[\pm 67.5]_{4s}$, que já havia sido utilizado por Ladevèze (2005). Neste caso, há uma composição de cargas de cisalhamento e na direção transversal. Como as propriedades ao cisalhamento já haviam sido identificadas, foi possível obter os parâmetros somente associados aos carregamentos transversais. Assim como nos casos anteriores, obteve-se uma espessura total de 2,0 mm para os CDPs. Mais uma vez, o material empregado foi o T700-M21, obtendo-se 4 corpos de prova para ensaios de tração e 4 para ensaios de compressão. Os valores de deformação foram adquiridos através de 2 *strain-gages* posicionados na parte central do corpo de prova em cada uma de suas faces nas direções 1 (longitudinal) e 2 (transversal). Como já haviam sido determinados os parâmetros de cisalhamento, é possível isolar o comportamento transversal. Os resultados são apresentados na Tabela 11.

Tabela 11 – Parâmetros do modelo para o material T700-M21 – direção transversal

Parâmetro	CDP1	CDP2	CDP3	CDP4	Média	Desvio Padrão	Coef. de Variação
E_{22} [MPa]	9489	9555	9598	9531	9544	46	0,5%
Y_t [MPa]	71	60	69	56	64	7	11,5%
Y_c [MPa]	212	208	225	215	215	7	3,3%
ε_c^f	0,0096	0,0096	0,0095	0,0095	0,0096	3,7E-05	0,4%

Fonte: Elaborado pelo autor

4.2. Análise pós-falha

A segunda etapa da análise começa a partir do momento em que, segundo o modelo de falha, a camada de um dado elemento finito não é mais considerada íntegro. Nesta fase, as propriedades desta camada são degradadas e a rigidez da estrutura começa a diminuir. Dois mecanismos são abordados e definidos independentemente – falha das fibras e falha da matriz

– podendo atuar sobre elementos finitos diferentes segundo diferentes leis governantes. No entanto, como trata-se de um processo de análise iterativo, a falha de fibra para uma dada camada pode interferir indiretamente numa falha de matriz de uma outra camada (e vice-versa) devido a redistribuição das tensões na estrutura após a degradação das propriedades.

4.2.1 Falha da matriz (IFF) segundo o modelo de Puck

Quando a falha acontece na matriz, tem-se que a mesma será identificada como uma falha entre fibras (*IFF – inter-fiber failure*, do Inglês). Como este mecanismo é menos abrupto, torna-se possível que a estrutura continue a suportar cargas mesmo depois de ter ocorrido tal fenômeno. Isso implica que o modelo de material deve ser capaz de simular eficientemente esse mecanismo altamente não linear. Baseando-se na abordagem fenomenológica proposta por Puck e Schürmann (1998) e Puck e Schürmann (2002), o modelo de material utilizado no presente trabalho permite que a análise pós falha da matriz seja eficazmente realizada. A eficiência deste tipo de abordagem já havia sido demonstrada durante as duas primeiras edições do “*worldwide failure exercise*” onde foi bem conceituada (Hinton *et al.*, 2002).

O modelo de material foi elaborado de tal forma que ao se atingir um *threshold* pré-definido para um dado índice de falha, um mecanismo de degradação das propriedades elásticas é ativado. Em sendo assim, com base nos valores de cada propriedade elástica no instante $t = i$, calcula-se um estado “virtual” de tensão para um dado nível de deformação através das relações constitutivas. Este estado de tensão é calculado para um plano específico, o chamado plano de falha, que não necessariamente coincide com os planos cartesianos, nem tampouco com os planos 1-2 do material. Na verdade, o plano de falha é definido seguindo as hipóteses de Mohr, de forma que seja nele encontrada a maior probabilidade de falha, ou seja, o maior valor para o índice de falha. Deve-se ressaltar que a determinação deste plano é complexa e será abordada em detalhes em uma seção específica.

A partir do estado “virtual”, coeficientes de degradação são calculados e passarão a ser chamados de variáveis de dano. Tais variáveis são utilizadas para atualizar as propriedades elásticas, que serão utilizadas para o cálculo do novo campo de tensões que está associado ao passo seguinte da análise, ou seja, ao instante $t = i+1$. De acordo com o campo de tensões, 3 cenários de falha são possíveis, não devendo estes ser confundidos com os modos clássicos de faturamento (abertura, deslizamento e rasgamento). A Figura 15 mostra a diferença entre os modos de fraturamento e os modos de falha estabelecidos por Puck.

Figura 15 – (A) Modos de fratura clássicos I, II e III (B) Modos de falha de Puck A-B-C

Fonte: Bolhassani *et al.* (2015)

Fonte: Wagner e Gruttmann (2018)

Para cada modo A-B-C, de acordo com as condições de carregamento, uma equação específica é aplicada para o cálculo do índice de falha (Eqs. (18))

$$\left\{ \begin{array}{l} IFF_A = \sqrt{\left[\left(\frac{1}{Y^t} - \frac{p_{\parallel\perp}^t}{S_{12}} \right) \sigma_{22} \right]^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{12}} \right)^2} + \frac{p_{\parallel\perp}^t}{S_{12}} \sigma_{22} \quad \text{se } \sigma_{22} > 0 \\ IFF_B = \sqrt{\left(\frac{p_{\parallel\perp}^c}{S_{12}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{12}} \right)^2} + \frac{p_{\parallel\perp}^c}{S_{12}} \sigma_{22} \quad \text{se } \sigma_{22} < 0 \text{ e } \left| \frac{\sigma_{22}}{\sigma_{12}} \right| \leq \left| \frac{R_{\perp\perp}^A}{\sigma_{12,c}} \right| \\ IFF_C = \left[\left(\frac{\sigma_{12}}{2(1+p_{\parallel\perp}^c)S_{12}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{12}} \right)^2 \right] \frac{Y^c}{-\sigma_{22}} \quad \text{se não} \end{array} \right. \quad (18)$$

O conjunto de equações (18) pode ser representado em forma de uma superfície de falha no plano $\sigma_2 - \tau_{12}$, que é mostrada na Figura 16.

Figura 16 – Modos de falha de Puck, representação gráfica da superfície de falha.

Fonte: Knops (2008)

Nas equações (18), como pode ser observado, novos parâmetros são introduzidos. Os coeficientes p são denominados coeficientes de inclinação do modelo de Puck e sua função é estimar o ângulo formado na transição entre os modos na superfície de falha. Tais ângulos são estimados a partir dos trabalhos de Puck e calibrados conforme resultado experimental. Identificados estes ângulos, ainda restam 2 constantes a serem determinadas, que podem ser derivadas diretamente das propriedades elásticas e valores de resistência mecânica (valores máximos de tensão) já identificados, conforme mostra a Eq. (19).

$$\begin{cases} R_{\perp\perp}^A = \frac{Y^c}{2(1 + p_{\perp\perp}^c)} \\ \sigma_{12,c} = S_{12}\sqrt{1 + 2p_{\perp\perp}^c} \end{cases} \quad (19)$$

Diferentemente do modelo original proposto por Puck, o modelo (critério de falha) não foi aplicado utilizando diretamente o campo de tensões, mas sim um campo de tensões correspondente a uma regularização espacial. Este critério não-local será explicado em detalhes nas seções seguintes.

A partir do momento que o índice de falha atinge valor unitário, considera-se que a camada de um referido elemento finito teve falha da matriz e, de acordo com a teoria de Puck, as propriedades são degradadas segundo as Eq. (20). Apesar de ser um modelo fenomenológico, busca-se preservar a consistência termodinâmica, garantindo que o valor quantificado de dano não diminua.

$$\begin{cases} \eta_E = \frac{1 - \eta_{r_E}}{1 + c_E (IFF - 1)^{\xi_E}} + \eta_{r_E} \\ \eta_G = \frac{1 - \eta_{r_G}}{1 + c_G (IFF - 1)^{\xi_G}} + \eta_{r_G} \end{cases} \quad (20)$$

Deve ser observado que apesar da degradação ao cisalhamento e transversal iniciarem no mesmo instante, o diferente conjunto de parâmetros proverá comportamento distinto de cada parâmetro. Para a correta previsão da falha transversal e em cisalhamento, 3 constantes de degradação devem ser determinadas, a saber $c - \xi - \eta$. Deve-se destacar que as duas primeiras são responsáveis pela forma da curva de degradação, e a última é responsável além da forma

pelo valor residual da propriedade. Ademais, tipicamente os materiais compósitos apresentam a variável de dano de falha da matriz η conforme apresentado na Figura 17.

Figura 17 – Típico comportamento da variável de dano de falha da matriz

Fonte: Knops (2008)

4.2.2 Identificação experimental dos parâmetros de falha da matriz

Conforme apresentado nas Eqs. (18) e (20), apenas as propriedades elásticas e valores de resistência mecânica (valores máximos de tensão) não são suficientes para correta previsão do comportamento da estrutura pós-falha. A partir dos ensaios anteriormente expostos e ensaios adicionais, realizaram-se novas análises dos dados de forma a obter-se o conjunto completo de coeficientes necessários a correta degradação das propriedades, tendo sido realizados ensaios cíclicos (com no máximo 5 ciclos) para a determinação dos parâmetros residuais e de degradação.

Analogamente aos ensaios de caracterização, foram fabricados 4 corpos de prova com o empilhamento $[\pm 45^\circ]_{4s}$ e 4 corpos de prova com empilhamento $[\pm 67.5^\circ]_{4s}$, que foram ensaiados com ciclos de carregamento-descarregamento e re-carregamento.

4.2.2.1. Determinação de η_{Gr}

Uma vez que η_{Gr} representa o valor residual da propriedade G_{12} quando a falha está bem estabelecida, foi necessário monitorar o comportamento do módulo de cisalhamento ao longo de todo o ensaio.

A partir da curva de resposta tensão-deformação do ensaio cíclico dos corpos de prova orientados a $[\pm 45^\circ]_{4,3}$, primeiramente foram definidos os valores máximos e mínimos de carga. A seguir, para cada trecho do gráfico foi calculado o valor de G_{12} conforme a norma ASTM D3518 e, finalmente, os valores foram normalizados pelo valor da propriedade no instante em que o índice de falha atinge a unidade (ou seja, no instante da primeira falha). A Figura 18 mostra os resultados para cada um dos corpos de prova

Figura 18 – Evolução do módulo de cisalhamento após falha

Fonte: Elaborado pelo autor

Empregando o procedimento supracitado, tem-se os valores mostrados na Tabela 12.

Tabela 12 – Valores de resistência residual ao cisalhamento

Parâmetro	CDP1	CDP2	CDP3	CDP4	Média	Desvio Padrão	Coef. de Variação
η_{Gr}	0.712	0.760	0.801	0.710	0.746	0.043	5.8%

Fonte: Elaborado pelo autor

4.2.2.2. Determinação de η_{Er}

Uma vez que η_{Er} representa o valor residual da propriedade E_{22} quando a falha está bem estabelecida, foi necessário monitorar o comportamento do módulo de elasticidade transversal

ao longo de todo o ensaio. A partir da curva de resposta tensão-deformação do ensaio cíclico dos corpos de prova orientados a $[\pm 67.5^\circ]$, primeiramente foram definidos os valores máximos e mínimos de carga. A seguir, para cada trecho da curva foi calculado o valor de E_{22} e, finalmente, foram normalizados pelo valor da propriedade no instante em que o índice de falha atinge a unidade (ou seja, no instante da primeira falha). A Figura 19 mostra os resultados para cada um dos corpos de prova.

Fonte: Elaborado pelo autor

Empregando o procedimento supracitado, tem-se os valores mostrados na Tabela 13.

Tabela 13 – Valor de resistência residual transversal

Parâmetro	CDP1	CDP2	CDP3	CDP4	Média	Desvio Padrão	Coef. de Variação
η_{Er}	0.939	0.932	0.936	0.945	0.938	0.005	0.6%

Fonte: Elaborado pelo autor

4.2.3 Falha da fibra (FF)

Ao contrário do modo de falha da matriz, quando a fibra falha, geralmente, a estrutura colapsa quase imediatamente. Esta falha, na maioria das vezes é crítica, e pode ser subdividida em dois cenários:

- **Falha das fibras sob tração:** sob este tipo de carregamento, as fibras são rompidas. A falha é frágil e catastrófica.

- **Falha das fibras sob compressão:** sob este tipo de carregamento, três diferentes mecanismos podem ocorrer. Novamente a falha é frágil e catastrófica. Os possíveis mecanismos são mostrados na Figura 20.

Figura 20 – Mecanismos de falha da fibra

Fonte: Elaborado pelo autor, adaptado de Knops (2008)

O caráter catastrófico da falha da fibra torna inútil tratar a falha da matriz uma vez que as fibras falharam. Ademais, uma vez que as fibras de uma camada falham, são induzidas delaminações e falhas nas camadas adjacentes. Para modelar corretamente a falha das fibras, utilizou-se um modelo baseado na teoria de Matzenmiller (1995). Uma distribuição de Weibull é utilizada para a degradação das propriedades após ser atingido um critério de falha relativamente simples, no qual o índice de falha das fibras (FF) é calculado por (Eq. (21)):

$$FF = \begin{cases} \left(\frac{\varepsilon_{11}}{\varepsilon_t^f} \right)^2 + \left(\frac{\gamma_{12}}{\gamma_{12}^f} \right)^2 & \text{se } \sigma_{11} \geq 0 \\ \left(\frac{\varepsilon_{11}}{\varepsilon_c^f} \right)^2 & \text{se não} \end{cases} \quad (21)$$

O estado de falha é definido pelo instante em que FF atinge o valor unitário. Neste instante é iniciada a degradação do módulo de elasticidade longitudinal, que é realizada de acordo com a Eq. (22):

$$\omega = \begin{cases} 1 - \exp \left(\frac{-1}{m^t e^t} \left(\frac{\varepsilon_{11}}{\varepsilon_f^t} \right)^{m^t} \right) & \text{se } \varepsilon_{11} \geq 0 \\ 1 - \exp \left(\frac{-1}{m^c e^c} \left(\frac{\varepsilon_{11}}{\varepsilon_f^c} \right)^{m^c} \right) & \text{se não} \end{cases} \quad (22)$$

Os parâmetros m e e foram identificados a partir da análise dos dados obtidos no ensaio do corpo de prova com orientação $[0^\circ]_8$. A Tabela 14 mostra os valores obtidos tanto para tração quanto para compressão.

Tabela 14 – Parâmetros de degradação das fibras para o material T700-M21

Parâmetro	CDP1	CDP2	CDP3	CDP4	Média	Desvio Padrão	Coef. de Variação
e^t	0.0044	0.0046	0.0047	0.0046	0.0046	0.0001	2.5%
m^t	1980	1949	1977	1894	1950	40	2.0%
e^c	0.0040	0.0040	0.0041	0.0041	0.0040	0.0001	1.7%
m^c	2272	2302	2369	2186	2282	76	3.3%

Fonte: Elaborado pelo autor

4.3. Desenvolvimento da Abordagem Não Local

De forma a conferir maior robustez ao modelo inicialmente proposto por Puck, e de forma a evitar problemas de condicionamento das matrizes do cálculo, quando é alcançada a falha da fibra visto que esta possui caráter abrupto e frágil, implementou-se, então, uma rotina de regularização espacial através da sub-rotina URDFIL (Dassault Systèmes Simulia Corp., 2011), ou seja, um critério não-local.

Em cada ponto de integração da malha de elementos finitos, um conjunto “vizinhança” é definido. O conjunto, denominado Volume Característico de Ruptura (VCR), contém a região cujos pontos de integração se encontram a uma distância menor que o chamado Raio Característico (RC) de cada ponto de integração da malha (Angelo *et al.*, 2012a).

O valor de RC é um parâmetro de material e, em conjunto com a espessura de cada camada, define o VCR (Figura 21).

Figura 21 – Definição do Volume Característico de Ruptura (CVR – characteristic volume representative – do Inglês)

Fonte: Miot *et al.* (2010)

O RC pode ser obtido através de ensaios elementares de CDPs contendo concentradores de tensão (Soares, 2011). Essa abordagem permite diminuir a dependência da malha para a resposta próxima ao concentrador de tensão e permite ainda evitar problemas numéricos de convergência uma vez que o gradiente do campo de tensões/deformações é atenuado. A Figura 22 exemplifica a região da vizinhança de um elemento próximo a um concentrador de tensão.

Figura 22 – (A) Raio Característico de Ruptura e (B) Volume Característico de Ruptura para uma única camada

Fonte: Elaborado pelo autor

As vizinhanças são definidas apenas uma vez durante a análise para o primeiro passo do primeiro incremento. O processo de regularização é executado a cada incremento, ao seu final, uma varredura é realizada na região onde o critério não local deve ser aplicado. Em cada ponto dentro desta região, é calculada a média ponderada (pelo volume de cada elemento) dos níveis de deformação nos pontos de integração contidos em cada VCR. Em cada conjunto, a média é obtida pela Eq. (23), que apresenta as versões contínua genérica e discreta aplicada especificamente ao presente modelo.

$$\bar{x} = \frac{\int x dV}{\int dV} \bigg|_{CVR} \rightarrow \overline{\varepsilon_{11}} = \frac{\sum_i \varepsilon_{11}^i V^i}{\sum_i V^i} \bigg|_{neighborhood} \quad (23)$$

Esta implementação deriva dos trabalhos de Miot *et al.* (2010) e Hochard *et al.* (2007), no entanto, nos referidos trabalhos, o critério é aplicado num contexto de “Critério de Falha da Primeira Camada segundo Máxima Tensão” ou seja, uma vez atingido um nível crítico, o cálculo era interrompido e os elementos com falha eram identificados. Na presente proposta, a abordagem não local é utilizada como um regularizador, que é aplicado sobre a variável de

interesse antes que ela seja utilizada na função do critério de falha. Dessa forma, a abordagem proposta no presente trabalho permite um critério espacial para controlar elevados gradientes de tensão/deformação no entorno do concentrador de tensão.

Quando há falha da matriz, a tensão regularizada é utilizada. Porém, para a falha das fibras, a deformação média juntamente com a deformação máxima admissível são transferidas para uma rotina, que calcula o nível de dano seguindo a Eq. (22). De acordo com o nível de dano, a evolução das propriedades mecânicas é determinada por uma lei potência-exponencial, semelhante a uma curva Weibull, que permite uma reprodução fiel do caráter frágil deste tipo de falha.

4.4. Avaliação do modelo de falha

De forma avaliar o primeiro módulo da ferramenta computacional referente à iniciação e propagação da falha, os algoritmos foram implementados em linguagem FORTRAN através de uma sub-rotina do Abaqus® definida como UMAT (User Material subroutine), que permite a implementação de relações constitutivas pelo usuário.

O critério não local é implementado também em FORTRAN, mas através da sub-rotina definida como URDFIL, que é chamada uma única vez a cada iteração, sempre que se encerra um incremento de cálculo, permitindo a regularização espacial do campo de deformações.

Como primeiro teste, o modelo de Puck foi implementado seguindo a abordagem original, ou seja, varrendo os ângulos de 0° a 90° e tomando o valor máximo do índice de falha para a determinação da inclinação do plano de falha.

4.4.1 Avaliação do módulo I – O critério de falha

De forma a avaliar o desempenho do primeiro módulo da ferramenta computacional, que se refere ao critério de falha, foram realizados ensaios experimentais nos quais apresentam-se os mecanismos de falhas anteriormente abordados. Dado o caráter modular da ferramenta computacional, é mandatória uma avaliação/validação criteriosa de cada etapa visando filtrar possíveis interferências de um dado módulo em outros. Foi avaliado ainda como cada parâmetro do modelo influencia a resposta de forma que se tornou possível a racionalização dos ensaios.

4.4.2 Ensaio Quase-Isotrópico (QI) $[90^\circ, 45^\circ, 0^\circ, -45^\circ]_{2s}$

Uma primeira verificação do modelo de falha foi realizada avaliando-se o comportamento de uma placa quase-isotrópica (QI). A geometria adotada foi a mesma dos ensaios regidos pela ASTM D3039, que são realizados para caracterização. Uma vez que não existe efeito de concentração de tensão, esta avaliação é limitada, pois o módulo não-local não é acionado. Os ensaios foram conduzidos em 4 CDPs e as medidas de deformação foram realizadas através de *strain-gages* posicionados no centro da amostra. A Figura 23 apresenta, na direção do carregamento, o resultado experimental e o obtido através da implementação computacional.

Figura 23 – Resultado experimental e computacional para o ensaio QI, Force [N] vs Deformação

Fonte: Elaborado pelo Autor

Como pode-se notar, o resultado computacional se aproxima claramente do resultado experimental. Em sendo assim, pôde-se avaliar o conjunto de sub-rotinas e a metodologia de identificação parâmetros.

4.4.3 Sensibilidade Paramétrica

Verificado o modelo de falha para um caso mais simples, prosseguiu-se para uma avaliação mais profunda de suas limitações. Para tal, de forma a avaliar adequadamente a

sensibilidade do modelo a cada um de seus parâmetros, uma série de análises foi realizada. A estrutura escolhida foi do tipo placa com furo circular (Figura 24).

Figura 24 – Configuração com concentrador de tensão utilizada para avaliação do modelo de falha

Fonte: Elaborado pelo autor

A configuração escolhida permite uma avaliação mais adequada das sub-rotinas implementadas (UMAT e URDFIL). Além disso, sua relativa simplicidade permite que um grande número de análises seja realizado em curto espaço de tempo, sendo que tal geometria ainda é muito comum em aeronaves e veículos automotivos. Vale ressaltar que a carga simulada é do tipo “deslocamento imposto” e todas as análises usam elementos quadriláteros de 4 nós e integração reduzida, do tipo S4R. Este tipo de elemento possui interpolação linear, sendo que há 4 nós com 6 graus de liberdade cada um. Além disso, está formulado para se obter um estado plano de tensões.

4.4.3.1. Influência do refinamento da malha

A influência do refinamento da malha de elementos finitos sobre a resposta do modelo implementado é de suma importância e por vezes negligenciada por alguns autores. Neste estudo, criou-se um algoritmo capaz de gerar a malha automaticamente. Pois, a malha depende apenas da escolha da quantidade de elementos em 1/8 da borda do furo, como mostra a Figura 25. Portanto, para verificar a influência do refinamento da malha sobre a resposta, uma série de análises foi realizada variando-se o tamanho dos elementos na borda do furo. Em todas as análises é considerado que houve convergência quando o resultado entre 5 medidas consecutivas é inferior a 2%.

Figura 25 – Malha utilizada para verificação de sensibilidade quanto ao refinamento

Fonte: Elaborado pelo autor

Os outros parâmetros foram mantidos constantes e iguais aos sugeridos por Louis (2010) e Knops (2008). Para cada análise, a curva Força-Deformação é avaliada e uma verificação da convergência é apresentada na Figura 26. É considerada aceitável uma diferença dentro de 2% na resposta final em comparação com a malha mais refinada (Figura 26A).

Como foram utilizados os resultados de ensaios realizados para uma estrutura real, por questões de confidencialidade, os resultados são normalizados pela resposta última para 0,1 na borda do furo (Figura 26B), ou seja, um elemento na borda do furo com 1/10 de seu raio.

Figura 26 – Estudo de sensibilidade de malha: (A) Avaliação da convergência da força de reação máxima e (B) Força-Deformação (normalizado)

Fonte: Elaborado pelo autor

Como pode ser observado, o refinamento da malha é definido em função de uma fração do raio do furo. A Figura 26(A) mostra a zona considerada de convergência, bem como a evolução da Força de Reação observada, que é obtida normalizando o resultado pela Força de Reação Máxima (RF Max) do ensaio com 0.1. A mesma zona é destacada na Figura 26(B) que detalha o momento da perda de rigidez da estrutura conjuntamente para todas as escolhas de refinamento de malha.

Dado que na porção elástica as curvas se sobrepõem, elas são omitidas nesta porção. Além disso, pode-se notar que as curvas tendem a convergir quando o tamanho do elemento é reduzido, ou seja, quando o refinamento aumenta. A RF Max obtida aumenta quanto menos refinada é a malha até que um problema numérico de concentração passa a ocorrer. O resultado ímpar obtido para 0.460 é devido a um problema de convergência, facilmente notado na Figura 26(A). Neste caso, como os elementos finitos são grandes em comparação com o RC (raio crítico), o critério não local deixa de ser efetivo. Por outro lado, quando a malha é mais refinada, a influência do tamanho do elemento diminui, tornando menos importante a regularização. Apesar da pequena diferença, do ponto de vista de resposta, das curvas na zona de convergência, a correta definição do tamanho da malha é extremamente relevante já que uma diferença de 1125% de tempo de processamento foi encontrada nas análises entre o menor e o maior refinamento dentro da zona de convergência. Este tempo de processamento decorre principalmente da forma como é identificado, segundo Puck, o plano de falha. Portanto, além

das modificações e melhorias já implementadas, este aspecto da identificação do plano de falha foi tratado e uma proposta de “otimização”, que é apresentada no Capítulo 6.

4.4.3.2. Influência do passo incremental de carregamento

Devido ao caráter de falha progressiva, tem-se que a análise pode ser fortemente afetada pela taxa com que a carga é aplicada. Destaca-se que esta taxa está associada ao tamanho de cada passo incremental de carregamento por se tratar de uma análise quase-estática. Ademais, deve existir uma relação de compromisso, pois quanto menor o passo de carregamento, maior o tempo de processamento. Analogamente, na seção anterior, uma série de simulações foi realizada com deslocamento imposto. Dessa forma, o refinamento da malha usado foi baseado nos resultados obtidos anteriormente, sendo empregado 10% do raio do furo na borda da abertura. O objetivo deste estudo é, então, avaliar a influência do impacto do passo de carregamento na resposta final.

Novamente, as simulações são realizadas de forma a representar um ensaio de tração. Uma comparação das curvas resposta Força-Deformação é mostrada na Figura 27, avaliando a variação do número de passos, de 10 a 200, para aplicar um mesmo deslocamento, sendo o número de passos inversamente proporcional ao tamanho de cada incremento. Os valores foram normalizados pela resposta para 150 passos.

Figura 27 – Influência do número de incrementos de carga: (A) convergência do esforço máximo e (B) Força-Deformação (normalizado)

Fonte: Elaborado pelo autor

A zona de convergência aceitável e a tendência são mostradas em cinza na Figura 27 (A) e (B). A diferença obtida para a carga última entre 125 e 200 passos foi inferior a 5% (limite estipulado para a zona de convergência), enquanto o aumento de tempo de processamento foi acima de 400%.

4.4.3.3. Influência do do tamanho do Raio Característico (RC)

O parâmetro RC utilizado no critério não local aqui implementado tem o objetivo principal de promover uma regularização espacial das componentes de tensão/deformação durante o processo de evolução de falha. Esta regularização espacial é equivalente à viscosidade artificial (Rabczuk e Eibl, 2003), que alguns autores adotam (Ladevèze, 2005). Os valores previamente obtidos para refinamento de malha (10%) e passo de carregamento (120 passos) são utilizados no estudo da influência do tamanho do RC.

Similarmente às seções anteriores, a Figura 28 apresenta a variação das curvas resposta Força-Deformação para uma série de escolhas possíveis de RC. A mesma metodologia de normalização foi aplicada, neste caso os valores de referência são os obtidos para RC igual a 1,0 mm.

Figura 28 – Influência do Raio Característico: (A) convergência do esforço máximo e (B) Força-Deformação (normalizado)

Fonte: Elaborado pelo autor

Mais uma vez a zona de convergência foi determinada e é destacada na Figura 28(A) e (B), que mostra claramente como o critério não local atua. Se o RC é definido muito pequeno em comparação ao refinamento da malha, o mesmo não possui efeito já que a quantidade de elementos no VCR é unitária ou pequena demais, não havendo problemas de convergência. Por outro lado, se RC é definido muito grande, a falha não é capturada pelo modelo já que o VCR é tão grande, considerando, predominantemente, uma zona não danificada.

4.4.4 Avaliação Experimental do Módulo de Falha Progressiva

Após a determinação de cada intervalo aceitável dos parâmetros, análises foram realizadas para avaliar o desempenho da ferramenta computacional. As estruturas analisadas são placas em material compósito (fibra de carbono e resina epóxi) com concentradores de tensão simulando, por exemplo, painéis de fuselagem com fixadores ou danos discretos. Dados referentes às propriedades de material, bem como dos ensaios não podem ser divulgados devido a restrições quanto à propriedade intelectual.

Os casos analisados para avaliação/validação são mostrados na Figura 29. O APÊNDICE A e o APÊNDICE B trazem o código de geração dos referidos modelos. (Angelo, 2012; Angelo *et al.*, 2012a; b; c).

Figura 29 – Estruturas utilizadas para validação: (A) Placa com furo circular e (B) Placa com entalhe.

Fonte: Elaborado pelo autor

As dimensões de cada estrutura são mostradas na Tabela 15 com seus valores normalizados pela espessura do CDP. Os valores dos parâmetros utilizados também são mostrados na Tabela 15.

Tabela 15 – Dimensões dos corpos de prova utilizados para avaliação/validação

Tipo	Empilhamento	L	w	t	2r	2a	2b	Elemento na Borda	RC	Passos
Placa Circular	$[45^\circ/0^\circ/-45^\circ/90^\circ]_{2S}$	33,7	21,6	1	6,25	-	-	0,045r	0,48	120
Placa Entalhada	$[0^\circ/45^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ/-45^\circ/90^\circ/0^\circ]_{2S}$	978	326	1	-	54	0,5	0,1b	0,54	120

Fonte: Elaborado pelo autor

A presente avaliação visa confirmar não apenas que a convergência matemática foi obtida, mas também que os parâmetros identificados são capazes de reproduzir o comportamento da estrutura real. Os resultados são apresentados na Figura 30 para o CDP com furo circular, sendo que os referidos resultados de força foram normalizados pela carga máxima obtida durante o ensaio. Além disso, os resultados de deformação também foram normalizados pelo valor da deformação quando se atinge a carga máxima, sendo que os mesmos foram obtidos de uma região próxima a borda do furo como indica a Figura 30.

Figura 30 – Comparação entre os resultados computacionais e experimentais para a placa com furo circular: Força x Deformação

Fonte: Elaborado pelo autor

A distribuição do dano na estrutura foi obtida para diferentes níveis de carga como se evidencia a Figura 31. Como esperado, as camadas orientadas a 90° são as primeiras a apresentarem dano (devido a microtrincas na matriz, que vão se acumulando e passam a influenciar a resposta global) seguidas pelas camadas a 45° . Os valores numéricos das variáveis de dano das Eqs. (20) e (22) são mostrados na Figura 31, que quantifica o dano em cada camada no instante em que os mecanismos de falha são ativados.

Figura 31 – Distribuição do dano para diferentes níveis de incremento da carga: (A) Em 40% da carga máxima, as camadas a 45° começam a falhar; (B) Em 55% a carga máxima, inicia-se a falha das fibras (C) No valor da carga máxima; (D) No último passo da análise.

Fonte: Elaborado pelo autor

No instante em que as camadas a 0° apresentam falha de fibra, o campo de tensão de todas as camadas passa a ser influenciado. Este evento, no caso analisado, se inicia quando o nível de carga atinge 55% da carga máxima medida no ensaio. Caso a mesma abordagem adotada por Miot *et al.* (2010) fosse utilizada, ter-se-ia uma previsão muito subestimada da carga última.

Dando seguimento ao processo de avaliação, um segundo conjunto de análises foi realizado com um painel entalhado. Este tipo de estrutura simula um painel de fuselagem com uma trinca iniciada, por exemplo, pelo impacto de um objeto. A placa foi monitorada com 5 *strain-gages*. O posicionamento dos *strain-gages* e as respostas experimentais e computacionais do ensaio são apresentados na Figura 32. Deve-se destacar que na posição 4 são colados 2 *strain-gages* posicionados no centro da amostra (no sentido da largura) e a 2a de

distância do centro da placa no comprimento, sendo que há um sensor de cada lado da placa. Apesar de não se poder divulgar as dimensões do ensaio, pode-se afirmar que a placa ensaiada possuía mais de 1,5m de comprimento.

Figura 32 – Comparação entre os resultados computacionais e experimentais para a placa com entalhe central: Força x Deformação

Fonte: Elaborado pelo autor

Como pode ser notado, o modelo é capaz de simular o comportamento real da estrutura no início do ensaio. O comportamento não linear é bem previsto, mas a carga máxima é ligeiramente superestimada em aproximadamente 6%. O ensaio foi interrompido durante sua execução para realização de um teste de Raio-X, que visava avaliar a distribuição do dano num dado instante. Isto, então, permitiu avaliar as potencialidades do modelo, que apesar de ser fenomenológico, é capaz de reproduzir alguns mecanismos físicos. A Figura 33 mostra uma sobreposição da resposta computacional em relação a experimental para um dado instante de tempo.

Figura 33 – Sobreposição da resposta computacional na experimental – Raio-X x Distribuição do dano
(para um dado instante de tempo)

Fonte: Elaborado pelo autor

Como pode ser notado, existe uma correlação entre a resposta do modelo e o experimento até um dado instante de tempo. Por outro lado, ao final do experimento, as distribuições são bastante díspares (Figura 34). Isso pode ser explicado pois, como mostra a imagem do ensaio, na fase final do teste, o fenômeno de falha por *splitting* é muito acentuado, principalmente nas camadas orientadas a 0° . E, esse fenômeno não está contemplado no modelo de material proposto e, portanto, tem-se uma superestimativa da carga máxima através do modelo computacional.

Figura 34 – Mapeamento do dano (raio-x) ao final do ensaio

Fonte: Elaborado pelo autor

A partir da comparação dos dados experimentais com as respostas computacionais, verificou-se que o modelo se mostrou razoavelmente eficaz na previsão do comportamento das estruturas avaliadas até ocorrer a falha. No entanto, na análise pós-falha, houve uma previsão menos precisa por parte do modelo. Portanto, de forma a melhorar a resposta do modelo no estágio pós-falha e “otimizar” seu desempenho computacional, foram investidos esforços em dois sentidos:

- 1- **Enriquecimento da solução computacional através do Método dos Elementos Finitos Estendidos (XFEM – *eXtended Finite Method*, do Inglês) ao invés apenas da degradação clássica via Puck.** Apesar de bastante intuitiva, haja vista que o modelo de Puck fornece diretamente o instante e direção da falha (que são primordiais para uma análise via XFEM), não se encontrou na literatura esta associação.
- 2- **Utilização de um algoritmo de “otimização”.** Portanto, ao invés de varrer todos os ângulos possíveis para a determinação do plano de ação de Puck (plano de falha), buscou-se implementar um algoritmo de busca mais rápida.

Os modelos desenvolvidos apresentados no capítulo 4, bem como os resultados parciais obtidos, podem ser encontrados em publicações elaboradas pelo presente autor, tais como:

- ANGELO, M. V.; CHARLES, J.-P.; TITA, V. A new progressive failure analyses model: development, implementation, parametric study and validation. **International Journal of Automotive Composites**, v. 1, n. 2-3, p. 223 – 243, 2015. ISSN 2051-8218.
- ANGELO, M. V.; GALUCIO, A. C.; TITA, V. Development and Validation of a PFA Model for Composite Aeronautical Structures with Stress Concentrators. X World Conference on Computational Mechanics, 2012a, São Paulo - Brasil. Universidade de São Paulo. p.2243-2252.
- _____. Parametric Analysis of Puck-Matzenmiller Theory based Damage Model for Composite Structures. **International Journal of Vehicle Structures & Systems**, v. 4, n. 4, p. 152-157, 2012b. ISSN 0975-3540. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.4273/ijvss.4.4.07> >.
- _____. Parametric Sensibility Study of a Puck-Matzenmiller's Theory Based Model. In: I BRAZILIAN CONFERENCE ON COMPOSITE MATERIALS,

2012c, Rio Grande do Norte - Brasil. Unversidade Federal do Rio Grande do Norte.

5. ELEMENTOS FINITOS ESTENDIDOS (XFEM) APLICADOS A MODELAGEM DE ESTRUTURAS FABRICADAS EM MATERIAIS COMPÓSITOS

Se por um lado a aplicação de elementos finitos para análise de estruturas escalonadas pode facilmente ser encontrada na literatura, o mesmo não vale para a abordagem através de XFEM, dado que esta, na grande maioria dos casos, se propõe a analisar primordialmente estruturas sem escalonamento restritas a casos 2D.

As primeiras aplicações de Método dos Elementos Finitos Estendidos (XFEM) remetem aos trabalhos de Dolbow e Nadeau (2002), Wells *et al.* (2003) e Sukumar *et al.* (2004). Sob a ótica dos elementos finitos generalizados, o problema de localização em singularidades numéricas foi estudado por diversos autores como Jirásek (2002), Sukumar *et al.* (2003), Meschke e Dumstorff (2007), Stolarska e Chopp (2003), Samaniego e Belytschko (2005) e Song *et al.* (2006), sendo que várias evoluções e constatações ocorreram desde o relativamente recente desenvolvimento.

Estudos também foram realizados avaliando problemas de contato valendo-se da ferramenta de XFEM, como pode ser observado nos trabalhos de Dolbow *et al.* (2001), Moës e Belytschko (2001), Belytschko *et al.* (2002) e Daniel e Ventura (2002). Sendo esta mesma abordagem estendida ainda a problemas de contato com atrito (Khoei e Nikbakht, 2006; 2007).

Por sua vez, a análise de Nagashima e Suemasu (2006) concluiu que não é possível utilizar-se das mesmas funções de enriquecimento dos materiais isotrópicos para simular propagação de trincas em materiais compósitos. E, sob a mesma hipótese, Sukumar *et al.* (2004) contribuiu com estudos utilizando-se do princípio da partição da unidade para reproduzir uma trinca propagando-se pela interface de um material bifásico em analogia a um compósito multicamadas. Ressaltam-se ainda uma série de estudos, que visam reproduzir o comportamento termomecânico de materiais ortotrópicos além de sua resposta em frequência. Para tanto, diversas funções de enriquecimento podem ser encontradas na literatura.

Em sua forma dinâmica, como proposto por Belytschko *et al.* (2003) e seguido por Zi *et al.* (2005), a abordagem via XFEM foi usada extensivamente para análise de fratura para problemas que são variáveis no tempo. Ademais, o XFEM também foi empregado de forma combinada com a Mecânica do Dano como demonstrado por Moes *et al.* (2010).

5.1. Funções de enriquecimento

Desde a introdução do conceito de partição da unidade, frequentemente utiliza-se deste princípio para derivação de funções de enriquecimento. Um modelo de partição da unidade é definido como um conjunto de m funções $f_k(x)$ definidas num domínio específico que atendem a igualdade da Eq. (24) (Melenk e Babuska, 1996).

$$\sum_{k=1}^n f_k(x) = 1 \quad (24)$$

É possível verificar que qualquer função, quando decomposta em fatores segundo a partição da unidade poderá ser recomposta, ou seja, vale a Eq. (25).

$$\sum_{k=1}^n f_k(x) \psi(x) = \psi(x) \quad (25)$$

A mais comum forma de funções de partição da unidade da Eq. (24) remete imediatamente às funções de forma isoparamétricas empregadas nos métodos de elementos finitos (Eq. (26))

$$\sum_{j=1}^n N_j(x) = 1 \quad (26)$$

O conceito de partição da unidade é facilmente extrapolado para uma metodologia capaz de criar funções de enriquecimento, como o método de elementos finitos generalizados (GFEM), que são capazes de modelar eficientemente problemas específicos, tais como a propagação de uma trinca.

5.2. A formulação XFEM

O conceito de XFEM aqui apresentado deriva dos trabalhos de Dolbow *et al.* (2001) e consiste basicamente em um enriquecimento do espaço de aproximação com aumento dos graus de liberdade de forma, que seja possível reproduzir descontinuidades como trincas ou

interfaces. Em sendo assim, o XFEM pode ser compreendido como uma extensão do método de elementos finitos clássico com a capacidade adicional de acomodar descontinuidades (Mohammadi, 2012).

Dado um modelo de elementos finitos que possua uma descontinuidade, segundo o XFEM, a aproximação para o campo de deslocamentos no ponto de descontinuidade se dará de acordo com a Eq. (27) (Belytschko e Black, 1999).

$$u^h(x) = u^{FE} + u^{enr} = \sum_{j=1}^n N_j(x) u_j + \sum_{k=1}^n N_k(x) \psi(x) a_k \quad (27)$$

Onde u_j são os clássicos graus de liberdade do método de elementos finitos convencional e a_k são os graus de liberdade adicionados. Este enriquecimento deve-se dar de maneira diferente para os elementos completamente fraturados e os que possuem a singularidade, ou seja, os parcialmente fraturados. A função $\psi(x)$ representa a forma de enriquecimento, que pode ser utilizada para finalidades diversas, tais como:

- a. Simular o campo singular de tensões na extremidade de uma trinca;
- b. Prever os deslocamentos independentes nas superfícies de uma trinca;
- c. Estimar as mudanças de material em sistemas bi-materiais discretos.

5.2.1 Modelagem da trinca

De forma a modelar uma trinca, utiliza-se diferentes funções de enriquecimento para corretamente representar os elementos completamente fraturados (tipo A) e os que contem a ponta da trinca (tipo B), parcialmente fraturados. Para tanto, se faz necessário definir uma função de enriquecimento para cada “tipo” (Eq. (28)).

$$u^h(x) = u^{FE} + u^H + u^c \quad (28)$$

Onde u^{FE} se refere ao grau de liberdade usual do MEF, u^H se refere ao enriquecimento para os elementos completamente fraturados pela trinca ($H(x)$ é uma função de enriquecimento degrau ou *Heaviside* que vale “0” para todo $\text{Real} < x$ e “1” para todo $\text{Real} \geq x$) e u^c se refere ao enriquecimento para os elementos parcialmente fraturados, que contém a extremidade da

trinca. Decompondo cada fator da Eq. (29), obtém-se uma forma passível de interpolação para o XFEM como mostra a Eq. (29):

$$\begin{aligned} u^h(x) = & \left[\sum_{j=1}^n N_j(x) u_j \right] + \left[\sum_{i=1}^{nh} N_i(x) (H(x) - H(x_h)) a_h \right] + \\ & + \left[\sum_{k=1}^{nc} N_k(x) \left(\sum_{f=1}^{nf} (F_f(x) - F_f(x_k)) b_k^f \right) \right] \end{aligned} \quad (29)$$

Na Eq. (29), o primeiro fator se refere, novamente, aos clássicos n nós e u_j graus de liberdade do MEF tradicional. Nos novos fatores, nh é a quantidade de nós enriquecidos do tipo A, com seus graus de liberdade adicionais representados no vetor a_h . Ademais, nc representa a quantidade de nós enriquecidos pelo tipo B, com seus graus de liberdade representados pelo vetor b_k . O enriquecimento do tipo B pode ainda ser aplicado segundo nf funções de enriquecimento.

5.2.2 Estabelecimento do domínio do XFEM e desenvolvimento da formulação de equilíbrio

Seja Ω o volume de domínio analisado e Γ sua superfície de fronteira, define-se a equação governante de equilíbrio, considerando ausência de forças de corpo, em sua forma forte conforme a Eq. (30).

$$\nabla \cdot \sigma = 0 \text{ em } \Omega \quad (30)$$

Com as condições de contorno definidas em Γ . Valendo-se do proposto na Eq. (29), obtém-se o conjunto de equações lineares apresentado na Eq. (31).

$$Ku^h = f \quad (31)$$

É importante ressaltar, no entanto, que diferentemente do desenvolvimento para o MEF, o vetor u^h é composto de todos os graus de liberdade e enriquecimento, mantidos o vetor f como o vetor de esforços externos aplicados ao domínio e K como a matriz de rigidez. Tanto

a matriz de rigidez quanto o vetor de esforços externos são formados a partir de sua contrapartida elementar, que pode ser descrita conforme as Eqs. (32) e (33).

$$\mathbf{K}_{ij}^e = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ij}^{uu} & \mathbf{K}_{ij}^{ua} & \mathbf{K}_{ij}^{ub} \\ \mathbf{K}_{ij}^{au} & \mathbf{K}_{ij}^{aa} & \mathbf{K}_{ij}^{ab} \\ \mathbf{K}_{ij}^{bu} & \mathbf{K}_{ij}^{ba} & \mathbf{K}_{ij}^{bb} \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$\mathbf{f}_i^e = \left\{ \mathbf{f}_i^u \ \mathbf{f}_i^a \ \mathbf{f}_i^{b1} \ \mathbf{f}_i^{b2} \ \mathbf{f}_i^{b3} \ \mathbf{f}_i^{b4} \right\}^T \quad (33)$$

As componentes da matriz $\mathbf{K}$ são calculadas analogamente a sua equivalente do MEF (Eq. (34)).

$$\mathbf{K}_{ij}^{u,a,b} = \int_{\Omega^e} \mathbf{B}_i^t \mathbf{D} \mathbf{B}_j d\Omega \quad (34)$$

Sendo $\mathbf{B}$ a matriz das derivadas das funções de forma. Levando-se em conta, no entanto, o enriquecimento para os tipos A e B, tem-se a Eq. (35).

$$\mathbf{B}_i^u = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \quad (35)$$

Para o enriquecimento tipo A, deve-se calcular a derivada da função de forma enriquecida pela função *Heaviside* ($N_i H$), lembrando que a derivada dessa função é o delta de Dirac. Já para o enriquecimento do tipo B, dever-se-á calcular a derivada de cada função de enriquecimento. Por outro lado, os esforços diferem com o tipo de enriquecimento a que se referem, como demonstrado nas Eqs. (36), (37) e (38) (sempre na ausência de forças de corpo):

$$\mathbf{f}_i^u = \int_{\Gamma} N_i \mathbf{f} \, d\Gamma \quad (36)$$

$$\mathbf{f}_i^a = \int_{\Gamma} N_i H \mathbf{f} \, d\Gamma \quad (37)$$

$$\mathbf{f}_i^{b_i} = \int_{\Gamma} N_i F_i \mathbf{f} \, d\Gamma \quad (38)$$

Tomando-se, por exemplo, a função de enriquecimento tipo B (Eq. (39)), proposta por Belytschko e Black (1999), obtém-se as derivadas apresentadas na Eqs. (40) (apenas para a primeira das 4 funções).

$$\mathbf{F}(r, \theta) = \left\{ \sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), \sqrt{r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sqrt{r} \sin(\theta) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right\} \quad (39)$$

$$F_{i,r} = \frac{1}{2\sqrt{r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad F_{i,\theta} = \frac{\sqrt{r}}{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (40)$$

Analogamente, as funções base do MEF, as quais devem ser multiplicadas pelo Jacobiano de forma para passar do sistema global para o sistema natural de coordenadas do elemento. Deve-se também, neste caso, reescrever a matriz $\mathbf{B}$ no sistema localizado na extremidade da trinca, aqui exemplificadas em um caso 2D. Não obstante a grande complexidade da definição do modelo de elementos finitos generalizados a ser utilizado, ela é apenas uma pequena porção de toda a metodologia de análise.

Além da formulação dos elementos, ainda são necessários fatores como: mecanismo de propagação da trinca, mecanismo de iniciação (*on-set*) da trinca e regras de ativação do enriquecimento conforme a evolução da análise. De forma a prover resposta a estes outros tópicos, se faz necessária uma análise mais abrangente de ferramentas acessórias, que farão parte da abordagem XFEM.

Vale ressaltar que no presente trabalho optou-se por utilizar a implementação nativa do Abaqus®, empregando uma sub-rotina de UDMGINI (User Damage Initiation) na qual é possível estabelecer o instante e, principalmente, a direção segundo a qual deverá ser aplicado o enriquecimento do tipo *Heaviside*, sendo que este foi o único modo (tipo) de enriquecimento utilizado na ferramenta computacional. Por fim, tal sub-rotina encontra-se no APÊNDICE C.

6. DESENVOLVIMENTO DE SUBROTINA PARA CÁLCULO DA DIREÇÃO DE PROPAGAÇÃO DA FALHA

Apesar de simples e eficaz, o modelo proposto originalmente por Puck possui uma limitação apontada por diversos autores, que consiste na dificuldade em se prever corretamente o plano de falha. Este plano é definido como aquele no qual os índices de falha assumem valor máximo dentre todos os outros planos, que contém o eixo de orientação das fibras (Deuschle, 2010). Encontra-se na literatura diversos trabalhos para otimização desta busca, dentre os quais pode se destacar o proposto por Szlosarek *et al.* (2016). No entanto, dado a multiplicidade de extremos, uma abordagem definitiva é ainda um problema em aberto. Um exemplo deste plano pode ser encontrado na Figura 35.

Figura 35 – Plano de falha segundo a teoria de Puck.

Fonte: Wiegand *et al.* (2008)

O plano de falha é único e possui inclinação θ podendo ser determinado analiticamente em problemas bidimensionais (Puck *et al.*, 2002). Para problemas tridimensionais, no entanto, devido a transcendentalidade das equações, são necessários métodos numéricos para sua correta determinação.

Como afirmado nas seções anteriores, no presente trabalho, utilizou-se da sub-rotina UDMGINI programada em FORTRAN e implementada no Abaqus® para a definição deste plano. Para o correto funcionamento desta rotina é necessário a definição pelo usuário de fórmulas capazes de determinar o ângulo e o *threshold* (limite mínimo) para a iniciação da falha (Dassault Systèmes Simulia Corp., 2011).

A implementação nativa de XFEM do Abaqus® é capaz de reproduzir o comportamento de trincas, mas não é capaz de modelar materiais compósitos, uma vez que se baseia na Mecânica da Fratura Linear Elástica (LFEM – *Linear Elastic Fracture Mechanics*, do Inglês) para materiais isotrópicos. A utilização das sub-rotinas visa superar exatamente esta limitação,

de forma que é possível levar em conta, ainda que considerando o material homogêneo, o efeito das fibras. Tais efeitos são considerados através de um modelo de material (via UMAT), que prevê a iniciação da falha, e por um modelo de evolução da falha (via XFEM e UDMGINI). Portanto, as sub-rotinas são capazes de considerar a influência da ortotropia ainda que não seja considerado um modelo explícito de fibra e matriz polimérica, ou seja, tem-se um modelo homogeneizado. Além disso, ao se analisar estruturas com escalonamento e juntas, tem-se a possibilidade de modelar corretamente os bolsões de resina e regiões onde há somente matriz polimérica, permitindo modelar os outros tipos de compósitos com escalonamento não abordados pelo presente trabalho.

6.1. A Determinação do Plano de Falha segundo Puck

Seguindo os trabalhos originais de Puck, buscou-se modelar a falha relacionada a matriz polimérica (*interfiber failure*), portanto um novo sistema de coordenadas é definido em cada ponto da malha de elementos finitos de acordo com a inclinação do plano de falha segundo o qual as tensões estão atuando. Em geral, na literatura (Deuschle, 2010), tem-se que o plano de falha é calculado através de “força bruta”, ou seja, faz-se uma varredura para todos os ângulos possíveis, calculando-se o índice de falha (IFF) para cada um deles. O valor máximo obtido indica a determinação do plano correspondente.

Este método é extremamente ineficiente do ponto de vista computacional ainda que seja eficaz no que concerne encontrar o plano de falha. A Figura 36 ilustra o valor de IFF em função do ângulo de inclinação do plano de falha, e como este valor evolui com a evolução da análise.

Figura 36 – Exemplo de cálculo do plano de falha conforme proposto por Puck

Fonte: Elaborado pelo autor

Para aumentar a precisão da determinação do plano de falha é mandatório diminuir o passo com o qual o ângulo θ é varrido, o que implica em um maior número de cálculos a serem realizados. A Figura 36 mostra a variação do índice de falha IFF em função do ângulo θ , sendo que foi realizada uma varredura de -90° a $+90^\circ$ com passo unitário. Verifica-se que o índice de falha possui diversos pontos de máximo e mínimo, fazendo com que o algoritmo de otimização seja robusto o suficiente para conseguir obter um valor extremo global apesar dos extremos locais.

6.2. Nova Proposição para Determinação do Plano de Falha

Dando seguimento aos trabalhos de Wiegand *et al.* (2008), foi implementado o chamado “algoritmo da seção de ouro”. Segundo este algoritmo, o intervalo $[-90^\circ, +90^\circ]$ é subdividido sucessivamente em intervalos menores de acordo com a razão áurea. A Figura 37 ilustra como esta subdivisão é realizada a cada passo até conter apenas um intervalo tão pequeno, que contém o ângulo θ buscado. No presente estudo adotou-se o limite de $1/100^\circ$ como critério de parada do algoritmo, uma vez que a partir deste valor o parâmetro IFF não é mais afetado.

Fonte: Angelo *et al.* (2018)

O algoritmo da seção de ouro é eficiente, mas ainda mostra limitações, pois de acordo com a distribuição de máximos e mínimos, o método pode ser incapaz de retornar o extremo global, convergindo para um máximo local.

Visando melhorar a eficácia do algoritmo que determina o plano de falha, sem abdicar da eficiência computacional, o algoritmo original foi modificado levando em conta a hipótese de Schirmaier *et al.* (2014). Tal hipótese afirma que os extremos da função que descreve o

comportamento do índice de falha IFF em função dos valores possíveis de θ jamais possuirá dois extremos distantes a menos de 25° um do outro.

Com base nesta hipótese, uma nova abordagem é proposta e, consiste numa aplicação por partes do algoritmo de busca da “seção de ouro”. Segundo este novo método, o intervalo completo de interesse é subdividido em intervalos menores de $9 \times 20^\circ$ e, dentro de cada divisão, o algoritmo da “seção de ouro” é aplicado. São obtidos, então, 9 extremos que, quando comparados entre si, permitem que se defina, com a precisão que se desejar, o ângulo do plano de falha.

Todos os cálculos são realizados através da função implementada em FORTRAN na sub-rotina GoldenSec2, que é apresentada no APÊNDICE D.

Figura 38 – Representação esquemática do algoritmo da seção de ouro melhorado com destaque para um subintervalo (IFF x Inclinação do plano de falha)

Fonte: Angelo *et al.* (2018)

Para exemplificar a melhora obtida no desempenho para obter o plano de falha, a Tabela 16 mostra os resultados para cada nível de precisão considerado. Pode-se notar claramente os ganhos de eficiência quando são implementados os algoritmos da “seção de ouro”, original e modificado, se comparados com a metodologia proposta por Puck. O novo algoritmo é, por exemplo, mais de 20 vezes eficiente que a metodologia de Puck.

Tabela 16 – Comparativo do esforço computacional entre os modelos estudados

Método	Nível de Precisão		
	1.0°	0.5°	0.1°
Puck (referência)	1,000	2,000	10,00
“Seção de Ouro” Original	0,061	0,072	0,089
“Seção de Ouro” Modificada	0,550	0,650	0,444

Fonte: Angelo *et al.* (2018)

O ganho em processamento pode não ser tão grande quanto o proporcionado pelo método da “seção de ouro” original, mas o compromisso entre eficiência e eficácia fazem desta nova abordagem a melhor escolha para o problema, haja vista que ela minimiza o efeito de extremos locais.

Vale ressaltar que dada a modularidade e simplicidade do algoritmo da “seção de ouro” modificado, o mesmo pode ser diretamente estendido para abordagens similares, que requerem otimização, tais como o emprego de métodos *meshless* (Tsai *et al.*, 2010), desenvolvimento de equipamentos médicos (Lu e Hargreaves, 2008) e até mesmo o controle de tráfego aéreo (Patron *et al.*, 2012).

7. A FERRAMENTA COMPUTACIONAL

A ferramenta completa pode ter seu funcionamento descrito de acordo com o fluxograma apresentado na Figura 39

Figura 39 – Fluxograma representativo do funcionamento da ferramenta computacional

Fonte: Elaborado pelo autor

Primeiramente, dentro da sub-rotina UMAT, são calculadas as propriedades mecânicas não lineares conforme metodologia desenvolvida nos Capítulos 4.1.3 e 4.1.4. De posse dos parâmetros de material, o campo de tensões é calculado a partir de uma implementação da Lei de Hooke generalizada para elementos tridimensionais ortotrópicos. Uma vez calculado o campo de tensões, inicia-se a sub-rotina UDMGINI, na qual são calculados os planos de falha para cada elemento da malha e seu índice de falha associado, sendo que para os elementos onde já há falha, tem-se uma variável booleana de controle que define o enriquecimento do elemento.

O controle do cálculo retorna, então, para o Abaqus que enriquece cada elemento de acordo com as definições estabelecidas na UDMGINI. Após o cálculo e convergência de cada

elemento, antes do início do próximo passo, a rotina URDFIL é iniciada e percorre toda a estrutura fazendo a regularização não local do campo de deformações e tensões.

A Figura 40 mostra cada módulo implementado bem como a principal contribuição de cada um, considerando a contribuição de cada um quanto a novidade que trazem. O código de cores empregado é o mesmo do usado na Figura 39, que permite identificar claramente cada etapa da rotina e o módulo onde ocorre.

Figura 40 – Detalhamento de cada módulo e sua principal contribuição, enquanto novidade

Fonte: Elaborado pelo autor

7.1. Avaliação Qualitativa da Ferramenta Computacional

De forma a avaliar o desempenho do novo algoritmo de busca do plano de falha, aplicado conjuntamente com a metodologia proposta no Capítulo 4 dentro de um contexto XFEM, alguns ensaios uniaxiais foram realizados visando uma primeira avaliação qualitativa do método.

7.1.1 Estudos de caso: Tração e compressão uniaxiais

Quando um carregamento transversal de compressão puro é aplicado a uma estrutura fabricada em material compósito, conforme resultados de Puck e Schürmann (1998), é esperado

que ocorra uma falha a um ângulo de 54° (Deuschle, 2010)¹. Para comparação, foram adotados resultados experimentais encontrados na literatura nos trabalhos originais de Puck, onde uma mola torcional foi empregada para isolar os esforços de compressão (Puck e Schürmann, 2002).

Por outro lado, quando a mesma estrutura é carregada sob tração transversal (ou seja, perpendicular às fibras), é esperado que a falha ocorra a 0° , ou seja paralelamente às fibras e perpendicularmente à direção sob a qual o carregamento é aplicado.

Em uma primeira etapa, um modelo computacional foi desenvolvido para simular os ensaios uniaxiais supramencionados. A Figura 41 mostra o modelo utilizado para avaliação da ferramenta computacional quanto ao ensaio de tração. Foram utilizados elementos hexaédricos de 8 nós (C3D8) dispostos de forma que se conseguisse um elemento por camada (na espessura). Estes elementos sólidos de 8 nós foram escolhidos, pois são intrinsicamente capazes de representar as tensões que atuam fora do plano do laminado, o que é mandatório para a análise de compósitos com escalonamento por apresentarem mecanismo de falha translaminar.

O controle de modos numéricos espúrios de *hourglass* é realizado pelo próprio Abaqus® e as condições de contorno de simetria são aplicadas conforme a Figura 41. Os resultados são obtidos no elemento de controle em destaque na Figura 39, sendo que o modelo final é composto de 24128 nós e 18842 elementos C3D8. Os resultados computacionais obtidos no elemento de controle são, então, comparados com os resultados experimentais.

Figura 41 – Modelo para avaliação do comportamento sob carga de tração transversal – condições de contorno e elemento de controle

Fonte: Angelo *et al.* (2018)

¹ O critério LARC03 faz uso desta mesma hipótese.

Para a simulação do caso de compressão uniaxial, tomou-se o cuidado de manter o carregamento em nível inferior a carga crítica de flambagem, permitindo que uma análise linear fosse realizada (Angelo *et al.*, 2017). Os resultados obtidos para o ensaio de compressão são mostrados na Figura 42.

Figura 42 – Cálculo do índice de falha em função do ângulo do plano de falha – Análise de compressão uniaxial

Fonte: Angelo *et al.* (2018)

A sequência de curvas mostra a aplicação do algoritmo de Puck original, através da varredura de todos os ângulos possíveis durante cada passo de carregamento. O máximo valor de cada curva representa o valor buscado para o ângulo de falha. Os pontos vermelhos representam o valor obtido ao aplicar-se o novo algoritmo desenvolvido. Como pode ser verificado, existem dois valores de máximo, que se encontram em $+53.4^\circ$ e -53.4° . Este fenômeno pode ser considerado análogo a instabilidade por flambagem, ou seja, a resposta apresenta caminhos simétricos como pode ser visto na Figura 43.

Figura 43 – Exemplo de simetria possível na falha em compressão

Fonte: Elaborado pelo autor

É importante ressaltar que o carregamento foi aplicado usando imposição de deslocamento até o momento que ocorre a primeira falha (IFF=1), o que, neste caso, foi para um deslocamento de 3,7 mm.

De forma similar, a Figura 44 mostra os resultados para o experimento em tração. Desta vez é esperado que a falha ocorra a 0° , ou seja, tem-se um plano de falha paralelo às fibras e perpendicular ao carregamento. Analogamente ao caso de compressão, os pontos vermelhos representam o resultado obtido pelo algoritmo proposto, que são comparados com as curvas obtidas através da abordagem original de Puck.

O mesmo nível de deslocamento do caso anterior foi adotado (-3,7 mm), no entanto, obteve-se valores superiores para IFF, como era esperado.

Figura 44 – Cálculo do índice de falha em função do ângulo do plano de falha – Análise de tração uniaxial

Fonte: Angelo *et al.* (2018)

A Tabela 17 resume os resultados obtidos. Verifica-se, portanto, que estes ensaios apesar de não possuírem efeitos de concentradores de tensão, o que não permitiu a avaliação do critério não local, os resultados obtidos foram muito promissores, pois a ferramenta computacional simula o comportamento de falha esperado.

Tabela 17 – Dimensões dos corpos de prova utilizados para avaliação do método proposto

Empilhamento	Carregamento	Método de Puck	Método Proposto
[[0°] ₂ , [90°] ₆]s	Tração	0°	0°
[[0°] ₂ , [90°] ₆]s	Compressão	54°	53.4°

Fonte: Angelo *et al.* (2018)

7.1.2 Estudo de Caso: *Compact Tension* com Laminados Unidirecionais

Para avaliar completamente a ferramenta computacional foram simulados ensaios do tipo *compact tension* conforme pode ser visto na Figura 45. Neste experimento, foi imposto um deslocamento crescente até o colapso completo da estrutura e, os resultados foram reportados até o último passo para o qual houve convergência na análise, visto que não há solução quando a estrutura está completamente separada.

O modelo computacional foi gerado com 8805 elementos do tipo C3D8 para simular 16 camadas de material compósito. As condições de contorno são aplicadas em pontos de referência (RP – *Reference Points*), que transmitem os esforços para os furos como pode ser visto na Figura 45A.

Fonte: Angelo *et al.* (2018)

As condições de contorno são transferidas para as bordas interiores de cada furo através de ligações rígidas. Vale ressaltar que este tipo de teste segue a norma ASTM E1922-15 (American Society for Testing and Materials, 2015) e tem sido comumente usado para investigação de falha translaminar e propagação de trincas em compósitos (Laffan *et al.*, 2010; Teixeira *et al.*, 2011; Laffan *et al.*, 2012; Fernandes, 2014). Ambos os fenômenos, falha translaminar e propagação de trincas, são esperados em estruturas escalonadas e são influenciados pela sequência de empilhamento que compõe o laminado. Assim, 3 diferentes empilhamentos foram avaliados (Tabela 18).

Tabela 18 – Detalhes dos ensaios do tipo *compact tension*

Empilhamento	Carregamento	Comportamento Esperado	Deslocamento máximo obtido
[0°] ₁₆	Tração	Falha na direção das fibras a 0°	2,7 mm
[90°] ₁₆	Tração	Falha na direção das fibras a 90°	2,3 mm
[45°] ₁₆	Tração	Falha na direção das fibras a 45°	4,7mm

Fonte: Angelo *et al.* (2018)

Como a amostra é muito mais rígida na direção das fibras, é esperado que a falha ocorra na forma de trincas, que se propagam pela matriz, alinhadas com a direção das fibras.

A consistência do modelo pode ser avaliada tomando-se os resultados experimentais encontrados nos trabalhos de Jamali (2014) e Slepetz e Carlson (1976) (Figura 46). Em seus experimentos, corpos de prova do tipo *compact tension* unidirecionais são carregados monotonicamente até a ruptura. Por se tratar de avaliação qualitativa da ferramenta computacional, o mesmo material empregado nas avaliações anteriores foi também utilizado nos modelos do presente estudo. A evolução da falha foi modelada via XFEM com o algoritmo melhorado de busca do plano crítico e a abordagem não local. Uma vez atingido o critério de falha, o elemento continua sendo considerado na análise, mas é enriquecido através de funções de *heaviside*. Isso permite que as propriedades nas outras direções continuem sendo consideradas, o que é particularmente importante para análises envolvendo materiais ortotrópicos.

Figura 46 – Resultados experimentais de testes do tipo *compact tension*: (A) Orientação 0° , (B) Orientação 90° e (C) Orientação 45°

Fonte: (A) Jamali (2014), (B) Jamali (2014) e (C) Slepetz e Carlson (1976).

O comportamento de falha caracterizado pela propagação de trincas paralelas à orientação das fibras foi adequadamente reproduzido pelo modelo como pode ser visto nas

Figura 47(A), (B) e (C). Nas imagens, a variável apresentada indica a situação de enriquecimento, ou seja, “1”- enriquecido e “0”- não enriquecido, que é obtida como saída da sub-rotina UDMGINI.

Figura 47 – Resultados computacionais do teste *compact tension*: (A) 0° (B) 90° e (C) 45°

Fonte: Angelo *et al.* (2018)

Os resultados apresentados no capítulo 7, bem como outros casos de aplicação podem ser encontrados em trabalhos publicados pelo presente autor, tais como:

- ANGELO, M. V.; RIBEIRO, M. L.; TITA, V. Action plane fracture criterion applied to extended finite method: A framework for onset and crack propagation. MECSOL 2017, 2017, Santa Catarina – Brasil. Universidade do Estado de Santa Catarina.
- ANGELO, M. V.; RIBEIRO, M. L.; TITA, V. , A computational framework for predicting onset and crack propagation in composite structures via eXtended Finite Element Method (XFEM). **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 15, n. 11, 2018. ISSN 1679-7825. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.1590/1679-78254301> >.

7.2. Avaliação Quantitativa da Ferramenta Computacional

Para avaliar completamente a ferramenta computacional, com todos os seus módulos, foram realizados ensaios de tração em dois tipos diferentes de corpos de prova: *compact tension* com empilhamento multidirecional e um corpo de prova com escalonamento de camadas projetado especificamente para o presente trabalho.

7.2.1 Estudo de Caso: *Compact Tension* com Laminados Multidirecionais

Foram fabricados especificamente para o presente trabalho uma série de corpos de prova do tipo *compact tension* com diferentes sequencias de empilhamento para verificar as limitações e potencialidades da ferramenta computacional não apenas em termos qualitativos (como visto anteriormente), mas também quantitativos. A Figura 48 mostra a geometria do corpo de prova com suas respectivas dimensões.

Figura 48 – Geometria e dimensões (valor nominal) do corpo de prova de *compact tension* empregado no presente trabalho. Em destaque os pontos onde foram realizados os testes de ultrassom.

Fonte: Elaborado pelo autor

O material utilizado para fabricação dos CDPs foi um *prepreg* constituído de fibra de carbono unidirecional embebida por resina epóxi, que é fabricado pela Texiglass, sendo designado como CVU-210-HM-RE-01 cujas propriedades mecânicas típicas já haviam sido determinadas a partir de ensaios de caracterização pelo Grupo de Estruturas Aeronáuticas (GEA) da EESC/USP. A mesma metodologia utilizada no Capítulo 4 foi utilizada para determinação dos parâmetros requisitados pelo modelo de material implementado. A Tabela 19 apresenta todas as propriedades obtidas, exceto as propriedades de compressão, que foram obtidas da literatura para materiais similares ao utilizado.

Tabela 19 – Propriedades mecânicas do CVU-210-HM-RE-01

Parâmetro	CDP1	CDP2	CDP3	Média	Desvio Padrão	Coef. de Variação
E_{11} [MPa]	115100	130239	121652	122330	7592	6,2%
ν_{12} [MPa]	0,255	0,307	0,298	0,287	0,046	16,2%
X_t [MPa]	1344	1502	1366	1404	85	6,1%
ζ^t	-14,6	-10,4	-12,1	-12,4	2,1	-17,0%
ε_t^f	0,0123	0,0133	0,0156	0,0137	16,9E-6	12%
C_1 [MPa]	3706	3524	4055	3762	270	7,2%
C_2 [MPa ²]	-301281	-266769	-313394	-293815	24193	-8,2%
C_3 [MPa ³]	851267	749843	862397	821169	62020	7,6%
S_{12} [MPa]	74.2	72.4	74.6	73.7	1.2	1,5%
E_{22} [MPa]	7303	6421	6606	6776	466	6,8%
Y_t [MPa]	21,8	25,8	17,0	21,5	4,3	20,3%

Fonte: Elaborado pelo autor

Dois tipos de empilhamentos foram avaliados:

- **Tipo A- 37 camadas:** foram fabricados 6 CDPs $[[0/90]_9/0/[90/0]_9]$
- **Tipo B- 33 camadas:** foram fabricados 6 CDPs $[[0/45/90/-45]_4/0/[-45/90/45/0]_4]$

Inicialmente, foram fabricadas placas de 70x70 mm utilizando o material *prepreg*, que foi curado em estufa com temperatura controlada e aplicação de vácuo. A curva de processamento do material (temperatura em função do tempo) é apresentada na Figura 49.

Figura 49 – Rampa de temperatura utilizada para cura dos corpos de prova

Fonte: Elaborado pelo autor

As placas foram, então, cortadas e entalhadas em uma serra simples. Os furos, por sua vez, foram fabricados em máquina de usinagem numérica (CNC) de forma a garantir o melhor acabamento possível. As ferramentas utilizadas para furação são especiais e desenvolvidas especificamente para furação de peças em fibra de carbono da fuselagem da aeronave Airbus A350. A Tabela 20 apresenta as medidas obtidas ao final do processo de usinagem. A espessura foi tomada em cinco pontos da superfície (em cada vértice e no centro do CDP).

Tabela 20 – Dimensões finais (valor nominal) do CDP após processo de usinagem (em mm)

Dimensão	CDP 01A	CDP 02A	CDP 03A	CDP 04A	CDP 05A	CDP 06A
h = 51	51,3 a 51,6	50,9 a 51,1	50,8 a 51,0	50,8 a 51,0	51,0	50,8
l = 55	54,5 a 54,8	54,8 a 55,0	54,6 a 55,2	54,5	54,9 a 55,1	54,5 a 55,0
24	24	24	24	24	24	24
27	27	27,4	27,4	26,7	27,1	26
8	8 (2x)	8 (2x)	8 (2x)	8 (2x)	8 (2x)	8 (2x)
12	12	12	12	12	12	12
1	1	1	1	1	1	1
Esp. A	6,74	6,4	6,6	6,6	6,6	6,6
Esp. B	6,70	6,5	6,7	6,6	6,6	6,6
Esp. C	6,8	6,6	6,7	6,6	6,6	6,7
Esp. D	6,8	6,5	6,6	6,6	6,6	6,6
Esp. E	6,5	6,5	6,6	6,5	6,5	6,6

Dimensão	CDP 07B	CDP 08B	CDP 09B	CDP 10B	CDP 11B	CDP 12B
$h = 51$	50,8 a 51,1	51,0	50,1	50,6 a 50,9	50,8 a 51,0	50,8 a 5,0
$l = 55$	54,4 a 55,0	55,0	55,3 a 55,6	55,0 a 51,0	55,0 a 55,2	55,0
24	24	24	24	24	24	24
27	27,8	27	27,5	26,4	26,8	27,1
8	8 (2x)	8 (2x)	8 (2x)	8 (2x)	8 (2x)	8 (2x)
12	12	12	12	12	12	12
1	1	1	1	1	1	1
Esp. A	5,8	5,9	5,9	5,9	5,8	5,9
Esp. B	5,9	5,9	5,9	5,8	5,9	5,9
Esp. C	5,8	5,9	5,9	5,9	6,0	5,9
Esp. D	5,8	5,9	5,8	5,9	5,9	5,9
Esp. E	5,8	5,8	6	5,9	5,9	5,9

Fonte: Elaborado pelo autor

Como foram verificadas variações de espessura ao longo do corpo de prova, que poderiam significar diferente nível de compactação entre os CDPs e por tratar-se de material bastante espesso, ensaios não destrutivos de ultrassom foram realizados no equipamento Epoch600, devidamente calibrado, para detectar possíveis vazios e delaminações decorrentes da fabricação. Verificou-se que dentre água, álcool e óleo mineral, o primeiro fluido, como agente de acoplamento, permitiu uma melhor resposta do equipamento para o material analisado. Cabe ressaltar que estes testes são capazes de verificar delaminações e outros defeitos oriundos tanto do processo de fabricação quanto do processo de usinagem. A Figura 50 mostra os resultados destes ensaios para os CDPs do tipo “A”, que por serem mais espessos foram considerados representativos também para os CDPs do tipo “B”. O ensaio de ultrassom para verificação de falhas é comparativo, ou seja, deve-se conhecer a priori a resposta para a estrutura íntegra e, a partir desta informação deve-se checar se há alteração ao longo da CDP. Foi tomada para comparação à medida em uma das bordas do CDP onde era possível verificar visualmente a ausência de defeitos. Então, mapeou-se outros 4 pontos do CDP, destacados em vermelho na Figura 48 para checar se havia alguma diferença de resposta no sinal, sendo que para todos os corpos de prova não houve mudança significativa, principalmente na região próxima à frente da trinca representada pelo entalhe. Exemplificando o teste, a Figura 50 (A) mostra o sinal para uma região em estado íntegro obtida para um dos corpos de prova. A Figura 50 (B) e (C) apresentam sinais em outros dois pontos do mesmo CDP. Por fim, a Figura 50 (D) mostra o sinal obtido quando há um dano no CDP. Neste caso, fez-se o teste sobre o entalhe do CDP de

compact tension. Através dos sinais obtidos, verifica-se que nas Figura 50 (B) e (C), tem-se o mesmo padrão de resposta, ou seja, há o mesmo nível de atenuação do sinal de entrada, devido à ausência de danos. Por outro lado, na Figura 50 (D), esta atenuação não é visualizada devido à presença do entalhe.

Figura 50 – Exemplos de resultados da análise por ultrassom.

(C)

(D)

Fonte: Elaborado pelo autor

Por fim, para que fosse possível a realização dos ensaios de *compact tension*, um dispositivo foi desenvolvido e fabricado para permitir o acoplamento do corpo de prova à máquina de ensaios. A geometria do dispositivo, bem como as dimensões do mesmo são apresentadas na Figura 51.

Figura 51 – Dispositivo de ensaio desenvolvido para realizar o acoplamento do CDP à máquina

Fonte: Elaborado pelo autor

Todos os corpos de prova foram ensaiados com monitoramento através da técnica de correlação de imagens (DIC – *Digital Image Correlation*, do Inglês). Do total de 12 corpos de prova fabricados (Figura 52), foram ensaiados 4 corpos de prova do tipo “A” e 4 corpos de prova do tipo “B”.

Figura 52 – Corpos de prova fabricados para o ensaio *compact tension* e preparados para monitoramento por correlação de imagens.

Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 53 mostra a montagem do ensaio, ou seja, o CDP acoplado ao dispositivo e, este, então, vinculado à máquina de ensaios através da garra de tração.

Figura 53 – Montagem do ensaio de *compact tension* à máquina de ensaios.

Fonte: Elaborado pelo autor

Para permitir a livre rotação dos corpos de prova durante os ensaios, foram cortados os cantos vivos dos mesmos próximos aos furos. A Figura 54 mostra não somente como ficaram os CDPs com os cantos vivos removidos, mas também as falhas ocorridas após os ensaios.

Figura 54 – Corpos de prova (com cantos vivos removidos) após os ensaios de *compact tension*.

Fonte: Elaborado pelo autor

Apesar da ocorrência de trincas na superfície de cada corpo de prova, nota-se que a perda da capacidade do CDP de suportar cargas ocorreu muito antes de ser possível a visualização das referidas trincas.

Figura 55 – Corpo de prova após o ensaio de *compact tension* – detalhe da trinca na superfície.

Fonte: Elaborado pelo autor

A simulação dos ensaios foi realizada empregando a ferramenta computacional. Portanto, um modelo via Abaqus® foi desenvolvido como o descrito na Figura 46 para avaliar as potencialidades da ferramenta computacional. A iniciação e propagação da trinca no interior do CDP pode ser prevista como mostra a Figura 56.

Figura 56 – Iniciação e propagação da trinca no interior do CDP obtida pela análise computacional.

Fonte: Elaborado pelo autor

Além da previsão de iniciação e propagação da trinca, comparou-se a carga máxima obtida através da curva carga x deslocamento. A Figura 57 mostra uma comparação entre as análises experimentais e computacionais para os CDPs tipo “A”. Como pode-se notar, existe uma coerência entre o resultado experimental e a previsão computacional para a curva de resposta.

Figura 57 – Resultado experimental x computacional – CDP tipo “A”

Fonte: Elaborado pelo autor

A Tabela 21 mostra uma comparação entre a carga máxima obtida via análise experimental e computacional para o CDP tipo “A”. Considerando o valor médio, há uma diferença de apenas 0,87%.

Tabela 21 – Resultados de carga máxima obtidos para o CDP tipo “A” de *compact tension*

CDP	Carga Máxima (N)	
	Experimental	Computacional
5ª	6745,32	6745,32
4ª	5652,69	
3A	7327,33	
2A	7022,71	
Média	6687,01	-
Desvio Padrão	729,36	-

Fonte: Elaborado pelo autor

Em comparação com o campo de deformações do ensaio, não só o valor final, mas toda distribuição foi bastante próxima àquela obtida experimentalmente por correlação de imagens (DIC) (Figura 58).

Figura 58 – Resultado experimental de deformação máxima principal (A) DIC (B) Ferramenta computacional

Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 60 mostra uma comparação entre as análises experimentais e computacionais para os CDPs tipo “B”. Neste caso, verifica-se que a rigidez do modelo está subestimada quando comparada com as experimentais. Isto pode estar relacionado com defeitos de fabricação no que concerne o alinhamento das fibras ou à identificação dos parâmetros associados ao cisalhamento no plano do laminado. Haja vista que a única diferença entre os CDPs tipo “A” e tipo “B” é a presença das camadas $+45^\circ$ e -45° , que sob tração acarretam em um campo de tensão de cisalhamento na camada em questão, este campo de tensões assimétrico pode ser visto na Figura 59.

Figura 59 – Detalhe do campo de tensões de cisalhamento nas camadas a 45°

Fonte: Elaborado pelo autor

Além disso, há também a presença de componentes de tensão normal do tipo trativa ou compressiva na direção transversal às fibras. No caso das compressivas, deve-se lembrar que foram utilizadas propriedades da literatura para compressão. E, isto também pode ter influenciado a qualidade das análises computacionais.

Figura 60 – Resultado experimental x computacional – CDP tipo “B”

Fonte: Elaborado pelo autor

A Tabela 22 mostra uma comparação entre a carga máxima obtida via análise experimental e computacional para o CDP tipo “B”. Considerando o valor médio, há uma diferença de apenas 2,2%.

Tabela 22 – Resultados de carga máxima obtidos para o CDP tipo “B” de *compact tension*

CDP	Carga Máxima (N)	
	Experimental	Computacional
5A	5215,82	4371,09
4A	4443,94	
3A	3777,76	
2A	4453,19	
Média	4472,67	-
Desvio Padrão	587,76	-

Fonte: Elaborado pelo autor

7.2.2 Estudo de Casos: Corpos de Prova com Escalonamento de Camadas

Os últimos ensaios para avaliação da ferramenta computacional são exatamente para estruturas em materiais compósitos com escalonamento de camadas.

Em ambiente industrial e automatizado, a fabricação deste tipo de estrutura é trivial. Em laboratório, no entanto, fazer um único escalonamento requer soluções alternativas. No presente trabalho, foi fabricada uma estrutura simples, com apenas um escalonamento e duas diferentes sequencias de empilhamento cuja geometria é apresentada na Figura 61. Dessa forma, foram fabricados 12 corpos de prova com dois tipos de sequencias de empilhamento, utilizando-se o mesmo ciclo de cura apresentado na Figura 61:

- **Tipo A – 27 camadas:** foram fabricados 6 CDPs $[[0]_2/[90]_5/[0]_2]_3$
- **Tipo B – 27 camadas:** foram fabricados 6 CDPs $[0/45/90/-45/0/-45/90/45/0]_3$

Figura 61 – Geometria do CDP escalonado (Tabs hachurados)

Fonte: Elaborado pelo autor

A Tabela 23 mostra as dimensões empregadas para cada tipo de empilhamento.

Tabela 23 – Dimensões dos CDPs escalonados

CDP	L1 (mm)	L2 (mm)	L3 (mm)	W (mm)
Tipo A	80	160	30	30
Tipo B	80	160	30	11

Fonte: Elaborado pelo autor

Vale ressaltar que o processo de laminação deste CDP em laboratório ocorreu em uma única etapa, ou seja, sem colagens ou pós-cura, requerendo assim o desenvolvimento de uma nova forma de fabricação. Para tanto foram utilizadas películas de teflon entre as camadas de *prepreg* durante a laminação, visando garantir que houvesse separação das camadas nas regiões de interesse. A Figura 62 mostra os detalhes deste novo método, destacando um corte (uma descontinuidade) entre algumas camadas superiores e inferiores, bem como uma película de teflon a fim de se obter o escalonamento desejado.

Figura 62 – Detalhes do processo de fabricação do corpo de prova com escalonamento

Fonte: Elaborado pelo autor

As porções de camadas superiores e inferiores, que sobraram após o processamento do CDP, foram reaproveitadas para fabricação dos *end tabs* necessários ao acoplamento do CDP na máquina de ensaios. É de suma importância que os *end tabs* possuam a mesma espessura do corpo de prova para evitar o chamado momento secundário, que é provocado devido a possíveis desalinhamentos da montagem do ensaio. Ao utilizar-se das porções de camadas, que sobraram do processamento do próprio CDP e que foram laminadas juntamente com o mesmo, elimina-se este efeito indesejado. A Figura 63 mostra os CDPs fabricados.

Figura 63 – Corpos de prova escalonados fabricado

Fonte: Elaborado pelo autor

Os corpos de prova foram ensaiados sob tração com monitoramento do campo de deformação realizado por correlação de imagens. A Figura 64 mostra a montagem do ensaio.

Figura 64 – Montagem do ensaio com escalonamento e detalhe do CDP

Fonte: Elaborado pelo autor

Durante a realização dos ensaios foi possível confirmar que a falha translaminar se inicia na região de transição em juntas escalonadas fabricadas em material compósito, conforme mencionado na revisão bibliografia (Figura 10). A Figura 65 mostra falhas na região de transição do CDP.

Figura 65 – Iniciação das falhas na região de transição, ou seja, imediatamente após o escalonamento

Fonte: Elaborado pelo autor

Os resultados experimentais foram comparados com o modelo computacional. A Figura 66 mostra uma comparação entre os resultados obtidos pelo modelo com os ensaios realizados para os corpos de prova do tipo “A”, capturado em um ponto a 10 mm do escalonamento, na

porção mais fina do CDP, equidistante das bordas na direção transversal. Neste caso, houve uma elevada coerência entre os resultados experimentais e a previsão computacional.

Figura 66 – Resultado experimental x computacional para o CDP tipo “A”

Fonte: Elaborado pelo autor

Os valores de deformação referenciados Tabela 25 também foram obtidos há 10 mm do escalonamento, na porção mais fina do CDP, equidistante das bordas na direção transversal. Neste caso, a diferença obtida no valor máximo da carga suportada foi de 6,1% e a diferença entre o valor obtido para a deformação máxima foi de apenas 2,3%. Isto confirma que a previsão efetuada pela ferramenta computacional é muito consistente.

Tabela 24 – Resultados obtidos para o CDP escalonado tipo “A”

CDP	Carga Máxima (N)		Deformação Máxima	
	Experimental	Computacional	Experimental	Computacional
B1	11533.9	11751,2	1.148	1,151
B2	10791.6		1.185	
B3	10909.6		1.041	
Média	11078.4	-	1.125	-
Desvio Padrão	398.9	-	0.075	-

Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 68 evidencia uma certa coerência entre os resultados experimentais e computacional capturados em um ponto a 10 mm do escalonamento, na porção mais fina do

CDP, equidistante das bordas na direção transversal. No entanto, novamente, a rigidez do modelo é subestimada. Neste caso, tem-se que o CDP tipo “B” é que possui camadas orientadas a $+45^\circ$ e -45° , que sob tração produzem um campo de tensão de cisalhamento na camada em questão, sendo que este campo assimétrico na região de escalonamento pode ser visto em detalhes na Figura 67 nos instantes iniciais da análise (primeiro passo de carregamento).

Figura 67 – Detalhe do campo de tensões de cisalhamento nas (A) camadas a 45° e (B) camadas a -45°

Fonte: Elaborado pelo autor

Além disso, há também a presença de componentes de tensão normal do tipo trativa ou compressiva na direção transversal às fibras. No caso das compressivas, deve-se lembrar que foram utilizadas propriedades da literatura para compressão. E, isto também pode ter influenciado a qualidade das análises computacionais.

Figura 68 – Resultado experimental x computacional para o CDP tipo “B”

Fonte: Elaborado pelo autor

Os valores de deformação na Tabela 25 foram obtidos há 10 mm do escalonamento, na porção mais fina do CDP, equidistante das bordas na direção transversal. Ainda que a carga última obtida tenha sido coerente com os experimentos, a deformação máxima obtida foi superestimada, que é consequência da previsão subestimada da rigidez. Resumidamente, a diferença obtida no valor máximo da carga suportada foi mínima. Por outro lado, a deformação máxima obtida pelo modelo foi 26% superior à média dos resultados experimentais.

Tabela 25 – Resultados obtidos para o CDP escalonado tipo “B”

CDP	Carga Máxima (N)		Deformação Máxima	
	Experimental	Computacional	Experimental	Computacional
E5A	29718,9	32846,1	1,232	1,676
E3A	32651,8		1,352	
E2A	35821,1		1,409	
Média	32730,6	-	1,331	-
Desvio Padrão	3051,8	-	0,090	-

Fonte: Elaborado pelo autor

8. CONCLUSÕES

A partir dos resultados obtidos pode-se concluir que:

- A implementação de um critério não-local aplicado para modificar o modelo original de Puck, juntamente com a modelagem da falha da fibra seguindo uma distribuição de Weibull, se mostrou eficiente e robusta para o cálculo de iniciação de falhas em estruturas fabricadas em materiais compósitos com concentradores de tensão. No entanto, esta implementação simples, não foi capaz de modelar fielmente a evolução do dano na estrutura. Portanto, houve a necessidade de se utilizar abordagens mais robustas, sendo que no presente trabalho, optou-se pelo método dos elementos finitos estendidos (XFEM);
- Diferentemente das abordagens atualmente empregadas, aplicou-se um algoritmo eficiente e eficaz, que foi desenvolvido especificamente para a determinação do plano de falha de Puck. Este novo algoritmo proporcionou uma melhoria de desempenho da ordem de 20 vezes sem que houvesse prejuízo nos resultados obtidos. Além disso, permitiu-se uma integração direta do modelo de falha desenvolvido para iniciação do enriquecimento dos elementos no XFEM;
- A ferramenta computacional completa composta de critério de falha e com novo algoritmo de busca do ângulo do plano crítico, aplicado através de XFEM para análise de estruturas fabricadas em materiais compósitos cujo mecanismo de falha é trans laminar é totalmente inovadora. Verificou-se que a previsão de resposta para casos uniaxiais encontrados na literatura foi praticamente exata. Quando aplicado para análise de outros empilhamentos e laminados escalonados, a ferramenta mostrou-se capaz de capturar a carga máxima suportada, bem como o instante em que a mesma ocorre. No entanto, para estudos de caso com lâminas orientadas a $+45^\circ$ e -45° , a rigidez da estrutura foi subestimada, provavelmente, devido ao emprego de dados da literatura e não provenientes de ensaios. Portanto, ainda que fenomenológico, o modelo foi capaz de reproduzir aspectos físicos como localização da iniciação da trinca e direção de propagação.

Dando seguimento ao presente trabalho, sugere-se como trabalhos futuros:

- Implementação de um algoritmo específico de enriquecimento. Isto permitirá um maior controle da solução, bem como tornará possível adicionar outros tipos de enriquecimento, tais como de ponta de trinca, visando tornar ainda mais robusto o modelo;
- Extensão da ferramenta computacional para análise em fadiga;
- Emprego da ferramenta computacional na indústria, visando o desenvolvimento de estruturas escalonadas reais.

9. REFERÊNCIAS

AAGAAH, M. R. et al. Third Order Shear Deformation Theory For Modeling Of Laminated Composite Plates. In: MECHANICS, S. X. I. C. A. E. O. E. A. A., 2004, Costa Mesa. Public Works and Planning Department, , 2004.

ADAMS, D. F.; RAMKUMAR, R. L.; WALRATH, D. E. **Analysis of Porous Laminates in the Presence of Ply Drop-Offs and Fastener Holes**. Northrop Corporation. California. 1984

AL-MOSAWI, A. I.; AL-MAAMORI, M. H.; WETWET, Z. A. Mechanical Properties of Composite Material Reinforcing by Natural-Synthetic Fibers. **Academic Research International**, v. 3, n. 3, p. 108-112, 2012. ISSN 2223-9944. Disponível em: < [http://www.savap.org.pk/journals/ARInt./Vol.3\(3\)/2012\(3.3-13\).pdf](http://www.savap.org.pk/journals/ARInt./Vol.3(3)/2012(3.3-13).pdf) >.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **D3518 – 07**. Standard Practice for In-Plane Shear Response of Polymer Matrix Composite Materials by Tensile Test of a $\pm 45^\circ$ Laminate. Philadelphia: American Society for Testing and Materials 2007.

_____. **D3039/D3039M – 08**. Standard Test Method for Tensile Properties of Polymer Matrix Composite Materials. Philadelphia: American Society for Testing and Materials 2008.

_____. **E1922 – 15**. Standard Test Method for Translaminar Fracture Toughness of Laminated and Pultruded Polymer Matrix Composite Materials. Philadelphia: American Society for Testing Materials 2015.

ANGELO, M. V. **Progressive Failure Analysis for Composite Fuselage LDC Sizing**. EADS Innovation Works. Suresnes. 2012

ANGELO, M. V.; GALUCIO, A. C.; TITA, V. Development and Validation of a PFA Model for Composite Aeronautical Structures with Stress Concentrators. X World Conference on Computational Mechanics, 2012a, São Paulo - Brasil. Universidade de São Paulo. p.2243-2252.

_____. Parametric Analysis of Puck-Matzenmiller Theory based Damage Model for Composite Structures. **International Journal of Vehicle Structures & Systems**, v. 4, n. 4, p. 152-157, 2012b. ISSN 0975-3540. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.4273/ijvss.4.4.07> >.

_____. Parametric Sensibility Study of a Puck-Matzenmiller's Theory Based Model. In: I BRAZILIAN CONFERENCE ON COMPOSITE MATERIALS, 2012c, Rio Grande do Norte - Brasil. Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

ANGELO, M. V.; RIBEIRO, M. L.; TITA, V. Action plane fracture criterion applied to extended finite method: A framework for onset and crack propagation. MECSOL 2017, 2017, Joinville. Universidade do Estado de Santa Catarina.

ANGELO, M. V.; TITA, V.; RIBEIRO, M. L. A computational framework for predicting onset and crack propagation in composite structures via eXtended Finite Element Method (XFEM). **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 15, n. 11, 2018. ISSN 1679-7825. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.1590/1679-78254301> >.

ARMANIOS, E. A.; PARNAS, L. Delamination Analysis of Tapered Laminated Composites Under Tensile Loading. In: O'BRIEN, T. K. (Ed.). **Composite Materials: Fatigue and Fracture**. Philadelphia: American Society for Testing and Materials, v.3, 1991. p.340-358. ISBN 978-0-8031-1419-7.

BATHE, K.-J. **Finite element procedures**. Klaus-Jurgen Bathe, 2006. ISBN 097900490X.

BELYTSCHKO, T.; BLACK, T. Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing. **International journal for numerical methods in engineering**, v. 45, n. 5, p. 601-620, 1999. ISSN 0029-5981. Disponível em: < [http://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0207\(19990620\)45:5<601::AID-NME598>3.0.CO](http://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0207(19990620)45:5<601::AID-NME598>3.0.CO) >.

BELYTSCHKO, T. et al. Dynamic Crack Propagation Based on Loss of Hyperbolicity and a New Discontinuous Enrichment. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 58, n. 12, p. 1873-1905, 2003. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.1002/nme.941> >.

BELYTSCHKO, T.; DANIEL, W. J. T.; VENTURA, G. A Monolithic Smoothing-Gap Algorithm for Contact-Impact Based on the Signed Distance Function. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 55, n. 1, p. 101-125, 2002. ISSN 1097-0207. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.1002/nme.568> >.

BOLHASSANI, M. et al. Simplified micro modeling of partially grouted masonry assemblages. **Construction and Building Materials**, v. 83, p. 159-173, 2015. ISSN 0950-0618. Disponível em: < <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2015.03.021> >.

BOWER, A. F. **Applied Mechanics of Solids**. CRC press, 2009. ISBN 1439802483.

BRASIL. DECRETO Nº 6.703 DE 18 DE DEZEMBRO DE 2008 - APROVA A ESTRATÉGIA NACIONAL DE DEFESA E DÁ OUTRAS PROVIDÊNCIAS. **Diário Oficial da União**. Poder Executivo. Brasil. 19/12/2008, seção 1, p. 4 2008.

CALLISTER, W. D. **Materials Science and Engineering: an Introduction**. New York: John Wiley & Sons, 2007. ISBN 978-0-471-73696-7.

CAMANHO, P. P.; DÁVILA, C. G.; DE MOURA, M. F. Numerical Simulation of Mixed-Mode Progressive Delamination in Composite Materials. **Journal of Composite Materials**, v. 37, n. 16, p. 1415-1438, 2003. ISSN 0021-9983. Disponível em: < <http://doi.org/10.1177/0021998303034505> >.

CHANG, F. K.; CHANG, K. Y. A Progressive Damage Model for Laminated Composites Containing Stress Concentrations. **Journal of Composite Materials**, v. 21, n. 9, p. 834-855, 1987. ISSN 0021-9983. Disponível em: < <https://doi.org/10.1177/002199838702100904> >.

CHANG, F. K.; LESSARD, L. B. Damage Tolerance of Laminated Composites Containing an Open Hole and Subjected to Compressive Loadings. I: Analysis. **Journal of Composite Materials**, v. 25, n. 1, p. 2-43, 1991. ISSN 0021-9983. Disponível em: < <https://doi.org/10.1177/002199839102500101> >.

CHARALAMBIDES, M. N. et al. Adhesively-Bonded Repairs to Fibre-Composite Materials I: Experimental. **Composites Part A: Applied Science and Manufacturing**, v. 29, n. 11, p. 1371-1381, 1998. ISSN 1359-835X. Disponível em: < [http://doi.org/10.1016/S1359-835X\(98\)00060-8](http://doi.org/10.1016/S1359-835X(98)00060-8) >.

CHRISTENSEN, R. M. Tensor Transformations and Failure Criteria for the Analysis of Fiber Composite Materials. **Journal of Composite Materials**, v. 22, n. 9, p. 874-897, 1988. ISSN 0021-9983. Disponível em: < <https://doi.org/10.1177/002199838802200906> >.

_____. **Tensor Transformations and Failure Criteria for the Analysis of Fiber Composite Materials**. Lawrence Livermore National Lab<span style="font-size:12.0pt;

mso-bidi-font-size:11.0pt;line-height:115%;font-family:"Arial",sans-serif;

mso-fareast-font-family:Calibri;mso-fareast-theme-font:minor-latin;mso-bidi-font-family:

"Times New Roman";mso-bidi-theme-font:minor-bidi;mso-ansi-language:PT-BR;

mso-fareast-language:EN-US;mso-bidi-language:AR-SA">. Maryland. 1991

COOK, R. D.; MALKUS, D. S.; PLESHA, M. E. **Concepts and applications of finite element analysis.**

CUNTZE, R. G.; FREUND, A. The Predictive Capability of Failure Mode Concept-Based Strength Criteria for Multidirectional Laminates. **Composites Science and Technology**, v. 64, n. 3–4, p. 343-377, 2004. ISSN 0266-3538. Disponível em: < [http://dx.doi.org/10.1016/S0266-3538\(03\)00218-5](http://dx.doi.org/10.1016/S0266-3538(03)00218-5) >.

DANIEL, I. M.; ISHAI, O. **Engineering Mechanics of Composite Materials.** New York: Oxford University Press, 2006. ISBN 978-0195150971.

DAOUST, J.; HOA, S. V. Parameters Affecting Interlaminar Stresses in Tapered Laminates Under Static Loading Conditions. **Polymer Composites**, v. 10, n. 5, p. 374-383, 1989. ISSN 1548-0569. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.1002/pc.750100515> >.

DASSAULT SYSTÈMES SIMULIA CORP. **Abaqus Version 6.11 Documentation:** Dassault Systems 2011.

DAVILA, C. G.; CAMANHO, P. P. **Failure Criteria for FRP Laminates in Plane Stress.** NASA. Virginia. 2003

DEUSCHLE, M. H. **3d Failure Analysis of UD Fibre Reinforced Composites: Puck's Theory Within FEA.** 2010. 152 (Doctor in Engineering). Institute for Statics and Dynamics of Aerospace Structures - University of Stuttgart, Universität Stuttgart, Stuttgart

DEUTSCHE LUFTHANSA AG. **Balance - Key Data on Sustainability Within the Lufthansa Group.** Deutsche Lufthansa AG,. Frankfurt. 2013

DOLBOW, J.; MOES, N.; BELYTSCHKO, T. An Extended Finite Element Method for Modeling Crack Growth with Frictional Contact. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 190, n. 51, p. 6825-6846, 2001. ISSN 0045-7825. Disponível em: < [https://dx.doi.org/10.1016/S0045-7825\(01\)00260-2](https://dx.doi.org/10.1016/S0045-7825(01)00260-2) >.

DOLBOW, J. E.; NADEAU, J. C. On the Use of Effective Properties for the Fracture Analysis of Microstructured Materials. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 69, n. 14, p. 1607-1634, 2002. ISSN 0013-7944. Disponível em: < [https://dx.doi.org/10.1016/S0013-7944\(02\)00052-8](https://dx.doi.org/10.1016/S0013-7944(02)00052-8) >.

DRUGAN, W. J.; WILLIS, J. R. A Micromechanics-Based Nonlocal Constitutive Equation and Estimates of Representative Volume Element Size for Elastic Composites. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 44, n. 4, p. 497-

524, 1996. ISSN 0022-5096. Disponível em: < [http://doi.org/10.1016/0022-5096\(96\)00007-5](http://doi.org/10.1016/0022-5096(96)00007-5) >.

FERNANDES, M. F. D. C. **Translaminar Fracture of Thin-Ply Composite Laminates**. 2014. (Masters in Science). Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Universidade do Porto, Porto.

GHOSH, S.; LEE, K.; RAGHAVAN, P. A Multi-Level Computational Model for Multi-Scale Damage Analysis in Composite and Porous Materials. **International Journal of Solids and Structures**, v. 38, n. 14, p. 2335-2385, 2001. ISSN 0020-7683. Disponível em: < [http://doi.org/10.1016/S0020-7683\(00\)00167-0](http://doi.org/10.1016/S0020-7683(00)00167-0) >.

GIANNIS, S. Utilising Fracture Mechanics Principles for Predicting the Mixed-Mode Delamination Onset and Growth in Tapered Composite Laminates. **Composite Structures**, v. 102, p. 294-305, 2013. ISSN 0263-8223. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2013.03.008> >.

GINER, E. et al. An Abaqus Implementation of the Extended Finite Element Method. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 76, n. 3, p. 347-368, 2009. ISSN 0013-7944. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.1016/j.engfracmech.2008.10.015> >.

GOYAL, V. K.; JOHNSON, E. R.; DAVILA, C. G. Irreversible Constitutive Law for Modeling the Delamination Process Using Interfacial Surface Discontinuities. **Composite Structures**, v. 65, n. 3-4, p. 289-305, 2004. ISSN 0263-8223. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2003.11.005> >.

GOYAL, V. K.; JOHNSON, E. R.; GOYAL, V. K. Predictive Strength-Fracture Model for Composite Bonded Joints. **Composite Structures**, v. 82, n. 3, p. 434-446, 2008. ISSN 0263-8223. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.compstruct.2007.01.029> >.

GRESZCZUK, L. B. Microbuckling Failure of Circular Fiber-Reinforced Composites. **AIAA Journal**, v. 13, n. 10, p. 1311-1318, 1975. ISSN 0001-1452. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.2514/3.60544> >.

GUTKIN, R. et al. On the Transition from Shear-Driven Fibre Compressive Failure to Fibre Kinking in Notched CFRP Laminates Under Longitudinal Compression. **Composites Science and Technology**, v. 70, n. 8, p. 1223-1231, 2010. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.1016/j.compscitech.2010.03.010> >.

HARRISON, P. N.; JOHNSON, E. R. A mixed variational formulation for interlaminar stresses in thickness-tapered composite laminates. **International Journal of Solids and Structures**, v. 33, n. 16, p. 2377-2399, 1996. ISSN 0020-7683. Disponível em: < [http://dx.doi.org/10.1016/0020-7683\(95\)00158-1](http://dx.doi.org/10.1016/0020-7683(95)00158-1) >.

HASHIN, Z. Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites. **Journal of Applied Mechanics**, v. 47, n. 2, p. 329-334 1980. ISSN 0021-8936. Disponível em: < <http://doi.org/10.1115/1.3153664> >.

HE, K.; HOA, S. V.; GANESAN, R. The Study of Tapered Laminated Composite Structures: a Review. **Composites Science and Technology**, v. 60, n. 14, p. 2643-2657, 2000.

HEXCEL CORPORATION. **Composite Trends from Hexcel**. 49th International Paris Airshow. Panel. Paris 2011.

HILL, R. A Theory of the Yielding and Plastic Flow of Anisotropic Metals. In: PROCEEDINGS OF THE ROYAL SOCIETY OF LONDON. SERIES A, M. A. P. S., 1948, 1033: The Royal Society. p.281-297.

HINTON, M. J.; KADDOUR, A. S.; SODEN, P. D. A Comparison of the Predictive Capabilities of Current Failure Theories for Composite Laminates, Judged Against Experimental Evidence. **Composites Science and Technology**, v. 62, n. 12, p. 1725-1797, 2002. ISSN 0266-3538. Disponível em: < [http://doi.org/10.1016/S0266-3538\(02\)00125-2](http://doi.org/10.1016/S0266-3538(02)00125-2) >.

HOA, S. V. et al. Interlaminar Stresses in Tapered Laminates. **Polymer Composites**, v. 9, n. 5, p. 337-344, 1988. ISSN 1548-0569. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.1002/pc.750090506> >.

HOCHARD, C.; AUBOURG, P. A.; CHARLES, J. P. Modelling of the Mechanical Behaviour of Woven-Fabric CFRP Laminates up to Failure. **Composites Science and Technology**, v. 61, n. 2, p. 221-230, 2001. ISSN 0266-3538. Disponível em: < [http://doi.org/10.1016/S0266-3538\(00\)00199-8](http://doi.org/10.1016/S0266-3538(00)00199-8) >.

HOCHARD, C.; LAHELLEC, N.; BORDREUIL, C. A Ply Scale Non-Local Fibre Rupture Criterion for CFRP Woven Ply Laminated Structures. **Composite structures**, v. 80, n. 3, p. 321-326, 2007. ISSN 0263-8223. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.compstruct.2006.05.021> >.

HOCHARD, C.; THOLLON, Y. A Generalized Damage Model for Woven Ply Laminates Under Static and Fatigue Loading Conditions. **International Journal of Fatigue**, v. 32, n. 1, p. 158-165, 2010. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2009.02.016> >.

HOFFMAN, O. The Brittle Strength of Orthotropic Materials. **Journal of Composite Materials**, v. 1, n. 2, p. 200-206, 1967. ISSN 0021-9983. Disponível em: < <http://doi.org/10.1177/002199836700100210> >.

HONJO, K. Fracture Toughness of PAN-based Carbon Fibers Estimated from Strength–Mirror Size Relation. **Carbon**, v. 41, n. 5, p. 979-984, 2003. Disponível em: < [http://dx.doi.org/10.1016/S0008-6223\(02\)00444-X](http://dx.doi.org/10.1016/S0008-6223(02)00444-X) >.

JAMALI, J. **Mechanistic Failure Criterion for Unidirectional and Random Fibre Polymer Composites**. 2014. The University of Western Ontario

JIRASEK, M. Numerical Modeling of Strong Discontinuities. **Revue Française de Génie Civil**, v. 6, n. 6, p. 1133-1146, 2002. ISSN 1279-5119. Disponível em: < <https://dx.doi.org/10.1080/12795119.2002.9692736> >.

KADDOUR, A. S.; HINTON, M. J.; SODEN, P. D. A Comparison of the Predictive Capabilities of Current Failure Theories for Composite Laminates: Additional Contributions. **Composites Science and Technology**, v. 64, n. 3, p. 449-476, 2004. ISSN 0266-3538. Disponível em: < [http://doi.org/10.1016/S0266-3538\(03\)00226-4](http://doi.org/10.1016/S0266-3538(03)00226-4) >.

KHOEI, A. R.; NIKBAKHT, M. Contact Friction Modeling with the Extended Finite Element Method (X-FEM). **Journal of materials processing technology**, v. 177, n. 1, p. 58-62, 2006. ISSN 0924-0136. Disponível em: < <https://dx.doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2006.03.185> >.

_____. An Enriched Finite Element Algorithm for Numerical Computation of Contact Friction Problems. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 49, n. 2, p. 183-199, 2007. ISSN 0020-7403. Disponível em: < <https://dx.doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2006.08.014> >.

KNOPS, M. **Analysis of Failure in Fiber Polymer Laminates: the Theory of Alfred Puck**. Berlin: Springer Science & Business Media, 2008. ISBN 978-3-540-75764-1. Disponível em: < <http://doi.org/10.1007/978-3-540-75765-8> >.

KOUZNETSOVA, V.; GEERS, M. G. D.; BREKELMANS, W. A. M. Multi-Scale Constitutive Modelling of Heterogeneous Materials with a Gradient-Enhanced Computational Homogenization Scheme. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 54, n. 8, p. 1235-1260, 2002. ISSN 1097-0207. Disponível em: < <http://doi.org/10.1002/nme.541> >.

LADEVÈZE, P. Multiscale Computational Damage Modelling of Laminate Composites. In: **SADOWSKI, T. (Ed.). Multiscale Modelling of Damage and Fracture Processes in Composite Materials**. Vienna: Springer, 2005. p.171-212. (CISM International Centre for Mechanical Sciences). ISBN 978-3-211-29558-8.

LADEVÈZE, P.; LEDANTEC, E. Damage Modelling of the Elementary Ply for Laminated Composites. **Composites Science and Technology**, v. 43, n. 3, p. 257-

267, 1992. ISSN 0266-3538. Disponível em: < [http://doi.org/10.1016/0266-3538\(92\)90097-M](http://doi.org/10.1016/0266-3538(92)90097-M) >.

LADEVÈZE, P.; LUBINEAU, G.; VIOLEAU, D. A Computational Damage Micromodel of Laminated Composites. **International Journal of Fracture**, v. 137, n. 1, p. 139-150, 2006. ISSN 0376-9429. Disponível em: < <http://doi.org/10.1007/s10704-005-3077-x> >.

LAFFAN, M. J. et al. Measurement of the in situ Ply Fracture Toughness Associated with mode I fibre Tensile Failure in FRP. Part II: Size and lay-up effects. **Composites Science and Technology**, v. 70, n. 4, p. 614-621, 2010. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.1016/j.compscitech.2009.12.011> >.

_____. Translaminar Fracture Toughness Testing of Composites: A review. **Polymer Testing**, v. 31, n. 3, p. 481-489, 2012. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.1016/j.polymertesting.2012.01.002> >.

LAGE, P. J. T. **Composite Design Challenges – Airbus A350xwb Wing Covers**. II Congresso Internacional SAMPE Brasil. São Paulo: Sociedade para o Avanço de Materiais e Engenharia de Processos 2014.

LALONDE, S. **Investigation Into The Static and Fatigue Behaviour of a Helicopter Main Rotor Yoke Made of Composite Materials**. 2000. 92 (Master of Engineering). Department of Mechanical Engineering, McGill University, Ottawa.

LAURIN, F.; CARRERE, N.; MAIRE, J. F. A Multiscale Progressive Failure Approach for Composite Laminates Based on Thermodynamical Viscoelastic and Damage Models. **Composites Part A: Applied Science and Manufacturing**, v. 38, n. 1, p. 198-209, 2007. ISSN 1359-835X. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.compositesa.2006.01.018> >.

LOMOV, S. V. et al. Meso-FE Modelling of Textile Composites: Road Map, Data Flow and Algorithms. **Composites Science and Technology**, v. 67, n. 9, p. 1870-1891, 2007. ISSN 0266-3538. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.compscitech.2006.10.017> >.

LOUIS, A. M. **Developpement d'un Outil d'Identification du Comportement Intralaminare d'un Composite Stratifie - Amelioration et Deploiement via un Serveur Web**. EADS Innovation Works. Suresnes. 2010

LU, K. The Future of Metals. **Science**, v. 328, n. 5976, p. 319-320, 2010. ISSN 0036-8075. Disponível em: < <http://doi.org/10.1126/science.1185866> >.

LU, W.; HARGREAVES, B. A. Multiresolution field map estimation using golden section search for water-fat separation. **Magnetic Resonance in Medicine**, v. 60, n. 1, p. 236-244, 2008. ISSN 1522-2594. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.21544> >.

LUBINEAU, G.; LADEVÈZE, P. Construction of a Micromechanics-Based Intralaminar Mesomodel, and Illustrations in ABAQUS/Standard. **Computational Materials Science**, v. 43, n. 1, p. 137-145, 2008. ISSN 0927-0256. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.commatsci.2007.07.050> >.

MAIMI, P. et al. A Continuum Damage Model for Composite Laminates: Part I – Constitutive Model. **Mechanics of Materials**, v. 39, n. 10, p. 897-908, 2007. ISSN 0167-6636. Disponível em: < <https://dx.doi.org/10.1016/j.mechmat.2007.03.005> >.

MANGINO, E.; CARRUTHERS, J.; PITARRESI, G. The Future Use of Structural Composite Materials in the Automotive Industry. **International Journal of Vehicle Design**, v. 44, n. 3, p. 211-232, 2007. ISSN 0143-3369. Disponível em: < <http://doi.org/10.1504/IJVD.2007.013640> >.

MATZENMILLER, A.; LUBLINER, J.; TAYLOR, R. L. A Constitutive Model for Anisotropic Damage in Fiber-Composites. **Mechanics of Materials**, v. 20, n. 2, p. 125-152, 1995. ISSN 0167-6636. Disponível em: < [http://doi.org/10.1016/0167-6636\(94\)00053-0](http://doi.org/10.1016/0167-6636(94)00053-0) >.

MELENK, J. M.; BABUSKA, I. The Partition of Unity Finite Element Method: Basic Theory and Applications. **Computer methods in applied mechanics and engineering**, v. 139, n. 1, p. 289-314, 1996. ISSN 0045-7825. Disponível em: < [https://dx.doi.org/10.1016/S0045-7825\(96\)01087-0](https://dx.doi.org/10.1016/S0045-7825(96)01087-0) >.

MESCHKE, G.; DUMSTORFF, P. Energy-Based Modeling of Cohesive and Cohesionless Cracks via X-FEM. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 196, n. 21–24, p. 2338-2357, 2007. ISSN 0045-7825. Disponível em: < <https://dx.doi.org/10.1016/j.cma.2006.11.016> >.

MIEHE, C.; HOFACKER, M.; WELSCHINGER, F. A Phase Field Model for Rate-Independent Crack Propagation: Robust Algorithmic Implementation Based on Operator Splits. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 199, n. 45–48, p. 2765-2778, 2010. ISSN 0045-7825. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.cma.2010.04.011> >.

MIOT, S.; HOCHARD, C.; LAHELLEC, N. A Non-Local Criterion for Modelling Unbalanced Woven Ply Laminates with Stress Concentrations. **Composite Structures**, v. 92, n. 7, p. 1574-1580, 2010. ISSN 0263-8223. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.compstruct.2009.11.019> >.

MOES, N. et al. A Level Set Based Model for Damage Growth: the Thick Level Set Approach. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 86, n. 3, p. 358-380, 2010. ISSN 1097-0207. Disponível em: < <https://dx.doi.org/10.1002/nme.3069> >.

MOHAMMADI, S. **Static Fracture Analysis of Composites**. Wiley Online Library, 2012. 131-168 ISBN 1118443373.

MORTENSEN, A. **Concise Encyclopedia of Composite Materials**. Amsterdam: Elsevier, 2006. ISBN 0080524621.

MORTENSEN, F. **Development of Tools for Engineering Analysis and Design of High-Performance FRP-Composite Structural Elements**. 1998. 206 (PhD). Institute of Mechanical Engineering, Aalborg University, Aalborg.

MURRI, G. B.; O'BRIEN, T. K.; ROUSSEAU, C. Q. Fatigue Life Methodology for Tapered Composite Flexbeam Laminates. **Journal of the American Helicopter Society**, v. 43, n. 2, p. 146-155, 1998. ISSN 0002-8711. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.4050/JAHS.43.146> >.

NAGASHIMA, T.; SUEMASU, H. Stress Analyses of Composite Laminate with Delamination Using X-FEM. **International Journal of Computational Methods**, v. 3, n. 04, p. 521-543, 2006. ISSN 0219-8762. Disponível em: < <https://dx.doi.org/10.1142/S0219876206001181> >.

NATIONAL COMPOSITES NETWORK. **Technology Roadmap for Composites in the Aerospace Industry**. Cogent SSC Ltd. United Kingdom, p.5-6. 2006

O'BRIEN, T. K. Generic Aspects of Delamination in Fatigue of Composite Materials. **Journal of the American Helicopter Society**, v. 32, n. 1, p. 13-18, 1987. ISSN 2161-6027. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.4050/JAHS.32.13> >.

ORTIZ, M.; PANDOLFI, A. Finite-Deformation Irreversible Cohesive Elements for Three-Dimensional Crack-Propagation Analysis. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 44, n. 9, p. 1267-1282, 1999. ISSN 0029-5981. Disponível em: < [http://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0207\(19990330\)44:9<1267::AID-NME486>3.0.CO](http://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0207(19990330)44:9<1267::AID-NME486>3.0.CO) >.

PATRON, R. F.; BOTEZ, R.; LABOUR, D. **Vertical profile optimization for the Flight Management System CMA-9000 using the golden section search method**. IECON 2012 - 38th Annual Conference. Montreal - Canada: IEEE Industrial Electronics Society: 5482-5488 p. 2012.

PINHO, S. T. et al. **Failure Models and Criteria for FRP Under In-Plane or Three-Dimensional Stress States Including Shear Non-Linearity**. NASA. Virginia. 2005

PINHO, S. T.; ROBINSON, P.; IANNUCCI, L. Fracture Toughness of the Tensile and Compressive Fibre Failure Modes in Laminated Composites. **Composites Science and Technology**, v. 66, n. 13, p. 2069-2079, 2006. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.1016/j.compscitech.2005.12.023> >.

PUCK, A.; KOPP, J.; KNOPS, M. Guidelines for the Determination of the Parameters in Puck's Action Plane Strength Criterion. **Composites Science and Technology**, v. 62, n. 3, p. 371-378, 2002. ISSN 0266-3538. Disponível em: < [http://dx.doi.org/10.1016/S0266-3538\(01\)00202-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0266-3538(01)00202-0) >.

PUCK, A.; SCHÜRMANN, H. Failure Analysis of FRP Laminates by Means of Physically Based Phenomenological Models. **Composites Science and Technology**, v. 58, n. 7, p. 1045-1067, 1998. ISSN 0266-3538. Disponível em: < [http://doi.org/10.1016/S0266-3538\(96\)00140-6](http://doi.org/10.1016/S0266-3538(96)00140-6) >.

_____. Failure Analysis of FRP Laminates by Means of Physically Based Phenomenological Models. **Composites Science and Technology**, v. 62, n. 12, p. 1633-1662, 2002. ISSN 0266-3538. Disponível em: < [http://doi.org/10.1016/S0266-3538\(01\)00208-1](http://doi.org/10.1016/S0266-3538(01)00208-1) >.

QATU, M.; ABU-SHAMS, M.; HAJIANMALEKI, M. Application of Laminated Composite Materials in Vehicle Design: Theories and Analyses of Composite Beams. **SAE International Journal of Passenger Cars - Mechanical Systems**, v. 6, n. 2, p. 1276-1282, 2013. ISSN 10.1016/S0266-3538(96)00140-6. Disponível em: < <http://doi.org/10.4271/2013-01-1989> >.

RABCZUK, T.; EIBL, J. Simulation of High Velocity Concrete Fragmentation Using SPH/MLSPH. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 56, n. 10, p. 1421-1444, 2003. ISSN 1097-0207. Disponível em: < <http://doi.org/10.1002/nme.617> >.

REDDY, J. N. **Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis**. 2nd. London: Taylor & Francis, 2004. ISBN 9780203502808.

REDDY, J. N.; ROBBINS, D. H. Theories and Computational Models for Composite Laminates. **Applied mechanics reviews**, v. 47, n. 6, p. 147-169, 1994. ISSN 0003-6900. Disponível em: < <https://dx.doi.org/10.1115/1.3111076> >.

RIBEIRO, M. L.; TITA, V.; VANDEPITTE, D. A New Damage Model for Composite Laminates. **Composite Structures**, v. 94, n. 2, p. 635-642, 2012. ISSN 0263-8223 Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.compstruct.2011.08.031> >.

SALPEKAR, S. A.; RAJU, I. S.; O'BRIEN, T. K. Strain-Energy-Release Rate Analysis of Delamination in a Tapered Laminate Subjected to Tension Load. **Journal of Composite Materials**, v. 25, n. 2, p. 118-141, 1991. ISSN 0021-9983. Disponível em: < <http://doi.org/10.1177/002199839102500201> >.

SAMANIEGO, E.; BELYTCHKO, T. Continuum-Discontinuum Modelling of Shear Bands. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 62, n. 13, p. 1857-1872, 2005. ISSN 0029-5981. Disponível em: < <https://dx.doi.org/10.1002/nme.1256> >.

SARTORATO, M. **Micro and macroscale analyses for prognosis of composite structures: A new physics based multiscale methodology**. 2018. (Doctorate). Aeronautical Engineering, Universidade de São Paulo, São Carlos - SP - Brazil.

SCHIRMAIER, F. J. et al. A New Efficient and Reliable Algorithm to Determine the Fracture Angle for Puck's 3D Matrix Failure Criterion for UD Composites. **Composites Science and Technology**, v. 100, p. 19-25, 2014. ISSN 0266-3538. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.1016/j.compscitech.2014.05.033> >.

SCIDA, D. et al. A Micromechanics Model for 3D Elasticity and Failure of Woven-Fibre Composite Materials. **Composites Science and Technology**, v. 59, n. 4, p. 505-517, 1999. ISSN 0266-3538. Disponível em: < [http://dx.doi.org/10.1016/S0266-3538\(98\)00096-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0266-3538(98)00096-7) >.

SEONG, M. S. et al. A Parametric Study on the Failure of Bonded Single-Lap Joints of Carbon Composite and Aluminium. **Composite structures**, v. 86, n. 1, p. 135-145, 2008. ISSN 0263-8223. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.compstruct.2008.03.026> >.

SHI, J. et al. Abaqus Implementation of Extended Finite Element Method Using a Level Set Representation for Three-Dimensional Fatigue Crack Growth and Life Predictions. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 77, n. 14, p. 2840-2863, 2010. ISSN 0013-7944. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.1016/j.engfracmech.2010.06.009> >.

_____. X-FEM Toolkit for Automated Crack Onset and Growth Prediction. In: (Ed.). **49th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference**: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2008. (Structures, Structural Dynamics, and Materials and Co-located Conferences).

SLEPETZ, J. M.; CARLSON, L. **Fracture of composite compact tension specimens**. Army Materials and Mechanics Research Center. Massachusetts: 1976, p.223. 1976

SOARES, G. P. **Development of Methods and Techniques for the Composite Parts Failure Analysis Based in the Combination of the Part Observation and Model Calculation**. Eurocopter. Marignane. 2011

SODEN, P. D.; KADDOUR, A. S.; HINTON, M. J. Recommendations for Designers and Researchers Resulting from the World-Wide Failure Exercise. **Composites Science and Technology**, v. 64, n. 3–4, p. 589-604, 2004. ISSN 0266-3538. Disponível em: < [http://dx.doi.org/10.1016/S0266-3538\(03\)00228-8](http://dx.doi.org/10.1016/S0266-3538(03)00228-8) >.

SONG, J. H.; AREIAS, P. M. A.; BELYTSCHKO, T. A Method for Dynamic Crack and Shear Band Propagation with Phantom Nodes. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 67, n. 6, p. 868-893, 2006. ISSN 1097-0207. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.1002/nme.1652> >.

STASZEWSKI, W. J.; MAHZAN, S.; TRAYNOR, R. Health Monitoring of Aerospace Composite Structures – Active and Passive Approach. **Composites Science and Technology**, v. 69, n. 11–12, p. 1678-1685, 2009. ISSN 0266-3538. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.1016/j.compscitech.2008.09.034> >.

STOLARSKA, M.; CHOPP, D. L. Modeling Thermal Fatigue Cracking in Integrated Circuits by Level Sets and the Extended Finite Element Method. **International journal of engineering science**, v. 41, n. 20, p. 2381-2410, 2003. ISSN 0020-7225. Disponível em: < [https://dx.doi.org/10.1016/S0020-7225\(03\)00217-9](https://dx.doi.org/10.1016/S0020-7225(03)00217-9) >.

SUKUMAR, N. et al. Partition of Unity Enrichment for Bimaterial Interface Cracks. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 59, n. 8, p. 1075-1102, 2004. ISSN 0029-5981. Disponível em: < <https://dx.doi.org/10.1002/nme.902> >.

_____. Extended Finite Element Method for Three-Dimensional Crack Modelling. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 48, n. 11, p. 1549-1570, 2000. ISSN 1097-0207. Disponível em: < [http://doi.org/10.1002/1097-0207\(20000820\)48:11<1549::AID-NME955>3.0.CO](http://doi.org/10.1002/1097-0207(20000820)48:11<1549::AID-NME955>3.0.CO) >.

_____. Brittle Fracture in Polycrystalline Microstructures with the Extended Finite Element Method. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 56, n. 14, p. 2015-2037, 2003. ISSN 0029-5981. Disponível em: < <https://dx.doi.org/10.1002/nme.653> >.

SUN, C. T.; VAIDYA, R. S. Prediction of Composite Properties from a Representative Volume Element. **Composites Science and Technology**, v. 56, n. 2, p. 171-179, 1996. ISSN 0266-3538. Disponível em: < [http://dx.doi.org/10.1016/0266-3538\(95\)00141-7](http://dx.doi.org/10.1016/0266-3538(95)00141-7) >.

SZLOSAREK, R. et al. Fracture Angle Search with Puck's 3D Interfiber Fracture Criterion Using the Damped Newton's Method. **Composites: Mechanics, Computations, Applications: An International Journal**, v. 7, n. 4, p. 319-339, 2016-10-14 2016. Disponível em: < <https://doi.org/10.1615/CompMechComputApplIntJ.v7.i4.40> >.

TAN, S. C.; NUISMER, R. J. A Theory for Progressive Matrix Cracking in Composite Laminates. **Journal of Composite Materials**, v. 23, n. 10, p. 1029-1047, 1989. ISSN 0021-9983. Disponível em: < <http://doi.org/10.1177/002199838902301006> >.

TEIXEIRA, R. F.; PINHO, S. T.; ROBINSON, P. Translaminar Ply Fracture Toughness of Advanced Composites. International Conference on Composite Materials, 2011, Jeju. 18, 2011.

THOMSEN, O. T.; MORTENSEN, F.; FROSTIG, Y. Interface Failure at Ply Drops in CFRP/Sandwich Panels. **Journal of Composite Materials**, v. 34, n. 2, p. 135, 2000. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.1177/002199830003400204> >.

THOMSEN, O. T. et al. Ply drop-off effects in CFRP/honeycomb sandwich panels—theory. **Composites Science and Technology**, v. 56, n. 4, p. 407-422, 1996. ISSN 0266-3538. Disponível em: < [http://dx.doi.org/10.1016/0266-3538\(95\)00145-X](http://dx.doi.org/10.1016/0266-3538(95)00145-X) >.

TITA, V. **Contribuição ao Estudo de Danos e Falhas Progressivas em Estruturas de Material Compósito Polimérico**. 2003. 233 (PhD). Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de São Paulo, São Carlos.

TITA, V.; DE CARVALHO, J.; VANDEPITTE, D. Failure Analysis of Low Velocity Impact on Thin Composite Laminates: Experimental and Numerical Approaches. **Composite Structures**, v. 83, n. 4, p. 413-428, 2008. ISSN 0263-8223. Disponível em: < <http://doi.org/10.1016/j.compstruct.2007.06.003> >.

TOMBLIN, J.; SNEVIRATNE, W. **Laminate Statistical Allowable Generation for Fiber-Reinforced Composite Materials: Lamina Variability Method**. Department of Aerospace Engineering. Washington DC, p.176. 2009

TONG, L. An Assessment of Failure Criteria to Predict the Strength of Adhesively Bonded Composite Double Lap Joints. **Journal of Reinforced Plastics and Composites**, v. 16, n. 8, p. 698-713, 1997. ISSN 1530-7964. Disponível em: < <https://dx.doi.org/10.1177/073168449701600803> >.

TONG, L.; STEVEN, G. P. **Analysis and design of structural bonded joints**. Univ. of Sydney, New South Wales (AU). 1999

TRAVERSA, A. T. **Simulation of Delamination in Composites Under Quasi-Static and Fatigue Loading Using Cohesive Zone Models**. 2006. (PhD). Dept. d'Enginyeria Mecànica i de la Construcció Industrial, Universitat de Girona, Girona.

TSAI, C. H.; KOLIBAL, J.; LI, M. The golden section search algorithm for finding a good shape parameter for meshless collocation methods. **Engineering Analysis with Boundary Elements**, v. 34, n. 8, p. 738-746, 2010/08/01 2010. ISSN 0955-7997. Disponível em: < <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2010.03.003> >.

TSAI, S. W.; WU, E. M. A General Theory of Strength for Anisotropic Materials. **Journal of Composite Materials**, v. 5, n. 1, p. 58-80, 1971. ISSN 0021-9983. Disponível em: < <http://doi.org/10.1177/002199837100500106> >.

UNITED STATES DEPARTMENT OF ENERGY. **Vehicle Technologies Program - MULTI-YEAR PROGRAM PLAN 2011-2015**. Office of Energy Efficiency and Renewable Energy. Washington. 2010

WAGNER, W.; GRUTTMANN, F. Evolution of Failure Mechanisms in Composite Shell Structures Using Different Models. In: SORIĆ, J.; WRIGGERS, P., *et al* (Ed.). **Multiscale Modeling of Heterogeneous Structures**. Cham: Springer International Publishing, 2018. p.3-21. ISBN 978-3-319-65463-8.

WAKASHIMA, K.; TSUKAMOTO, H. Mean-Field Micromechanics Model and its Application to the Analysis of Thermomechanical Behaviour of Composite Materials. **Materials Science and Engineering: A**, v. 146, n. 1-2, p. 291-316, 1991. ISSN 0921-5093. Disponível em: < [http://dx.doi.org/10.1016/0921-5093\(91\)90284-T](http://dx.doi.org/10.1016/0921-5093(91)90284-T) >.

WELLS, G. N. *et al*. A Large Strain Discontinuous Finite Element Approach to Laminated Composites. In: MIEHE, C. (Ed.). **IUTAM Symposium on Computational Mechanics of Solid Materials at Large Strains**: Springer Netherlands, v.108, 2003. cap. 32, p.355-364. (Solid Mechanics and Its Applications). ISBN 978-90-481-6239-0.

WIEGAND, J.; PETRINIC, N.; ELLIOTT, B. An Algorithm for Determination of the Fracture Angle for the Three-Dimensional Puck Matrix Failure Criterion for UD Composites. **Composites Science and Technology**, v. 68, n. 12, p. 2511-2517, 2008. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.1016/j.compscitech.2008.05.004> >.

WISNOM, M. R. Modelling Discrete Failures in Composites with Interface Elements. **Composites Part A: Applied Science and Manufacturing**, v. 41, n. 7, p. 795-805,

2010. ISSN 1359-835X. Disponível em: <
<http://dx.doi.org/10.1016/j.compositesa.2010.02.011> >.

YAMADA, S. E.; SUN, C. T. Analysis of Laminate Strength and its Distribution. **Journal of Composite Materials**, v. 12, n. 3, p. 275-284, 1978. ISSN 0021-9983. Disponível em: < <http://doi.org/10.1177/002199837801200305> >.

YOKOZEKI, T.; OGASAWARA, T.; ISHIKAWA, T. Nonlinear Behavior and Compressive Strength of Unidirectional and Multidirectional Carbon Fiber Composite Laminates. **Composites Part A: Applied Science and Manufacturing**, v. 37, n. 11, p. 2069-2079, 2006. ISSN 1359-835X. Disponível em: <
<http://doi.org/10.1016/j.compositesa.2005.12.004> >.

ZI, G. et al. The Extended Finite Element Method for Dynamic Fractures. **Shock and Vibration**, v. 12, n. 1, p. 9-23, 2005. ISSN 1070-9622. Disponível em: <
<http://dx.doi.org/10.1155/2005/729090> >.

APÊNDICE A – Código para Geração Paramétrica do Modelo Computacional do CDP com Entalhe

```

# Import of Abaqus Modules
from abaqus import *
from abaqusConstants import *
from caeModules import *
from driverUtils import executeOnCaeStartup
from part import *
from material import *
from section import *
from assembly import *
from step import *
from interaction import *
from load import *
from mesh import *
from job import *
from sketch import *
from visualization import *
from connectorBehavior import *

# Import of relevant Python modules
from time import clock
import sys
import os
from math import *

from driverUtils import executeOnCaeStartup
executeOnCaeStartup()

'''INITIALIANG VARIABLES'''

theta=90.0
theta=radians(theta)
a=100/2.0
b=1/2.0

l=600
L=1800
TabLength=50
L=L+2*TabLength

sheetSize=L

Partname="Specimen"

BigRadius=30*b
RectSide=50*b
MeshSizeBigArc=0.75
LimitSize=l/25

```

```

FrameSize=5*a

MeshNumberCurves=4*int(ceil((BigRadius*pi/MeshSizeBigArc)/4)) # Make it "4k
like" Avoid Crash in Partitioning
minSize=pi*b/MeshNumberCurves
maxSize=pi*BigRadius/MeshNumberCurves

Orientations=(0,45,0,90,0,-45,90,0)
Thickness=(0.115,0.115,0.115,0.115,0.115,0.115,0.115,0.115)

'''GAUGES POSITIONING'''
GaugeX=(L/2,L/2,L/2,20+TabLength)
GaugeY=(l/2+a+15,l/2+a+35,l/2+a+55,l/2)
GaugeHeight=6.5
GaugeWidth=3.75

'''
MaterialName='T700M21'
mechanicalConstants=[116408., 9544., 0.31, 5017., 1, 100, 1, 100., 2271.,
1025., 65., 215., 132., 0.01716, 0.009582, 5.3, 1.8, 0.92, 0.95, 1.17, 0.7,
5764., -161606., 1719392, 8., 8.46, 2*len(Orientations)]
'''

SectionName='section'

timePeriod, maxNumInc, initialInc, minInc, maxInc = 1, 1000000, 0.005, 1e-
7, 0.005
k11, k22, k12 = 8400., 4750., 0.

InputFileName="Specimen-job"

AMPLIT=3.5

''' MAIN GEOMETRY '''

session.viewports['Viewport:
1'].partDisplay.geometryOptions.setValues(referenceRepresentation=ON)
vp = session.viewports['Viewport: 1']
s = mdb.models['Model-1'].ConstrainedSketch(name='__profile__',
sheetSize=sheetSize)
g, v, d, c = s.geometry, s.vertices, s.dimensions, s.constraints
s.setPrimaryObject(option=STANDALONE)

session.viewports['Viewport:
1'].partDisplay.geometryOptions.setValues(referenceRepresentation=ON)
s = mdb.models['Model-1'].ConstrainedSketch(name='__profile__',
sheetSize=200.0)

s.rectangle(point1=(0.0, 0.0), point2=(L, l))

point1=(L/2.0-a*cos(theta)-b*sin(theta),l/2.0-a*sin(theta)+b*cos(theta))
point2=(L/2.0+a*cos(theta)-b*sin(theta),l/2.0+a*sin(theta)+b*cos(theta))
point3=(L/2.0-a*cos(theta)+b*sin(theta),l/2.0-a*sin(theta)-b*cos(theta))

```

```

point4=(L/2.0+a*cos(theta)+b*sin(theta),l/2.0+a*sin(theta)-b*cos(theta))

s.Line(point1=point1, point2=point2)
s.Line(point1=point3, point2=point4)
s.ArcByStartEndTangent(point1=point1, point2=point3, vector=(-cos(theta),-
sin(theta)))
s.ArcByStartEndTangent(point1=point2, point2=point4,
vector=(cos(theta),sin(theta)))

p = mdb.models['Model-1'].Part(name=Partname, dimensionality=THREE_D,
type=DEFORMABLE_BODY)

p = mdb.models['Model-1'].parts[Partname]
BaseShell=p.BaseShell(sketch=s)
s.unsetPrimaryObject()

vp.setValues(displayedObject=p)
del mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__']

''' PARTITIONS '''

p = mdb.models['Model-1'].parts[Partname]
f, e = p.faces, p.edges

t = p.MakeSketchTransform(sketchPlane=f.findAt((0.01,0.01,0.0)),,
sketchUpEdge=e.findAt((L,l/2,0.0)),, sketchPlaneSide=SIDE1,
origin=(0.0, 0.0, 0.0))
s = mdb.models['Model-1'].ConstrainedSketch(name='__profile__',
sheetSize=20*b, gridSpacing=b, transform=t)
s.setPrimaryObject(option=SUPERIMPOSE)
p.projectReferencesOntoSketch(sketch=s, filter=COPLANAR_EDGES)

point1=(L/2.0-a*cos(theta)-BigRadius*sin(theta),l/2.0-
a*sin(theta)+BigRadius*cos(theta))
point2=(L/2.0+a*cos(theta)-
BigRadius*sin(theta),l/2.0+a*sin(theta)+BigRadius*cos(theta))
point3=(L/2.0-a*cos(theta)+BigRadius*sin(theta),l/2.0-a*sin(theta)-
BigRadius*cos(theta))
point4=(L/2.0+a*cos(theta)+BigRadius*sin(theta),l/2.0+a*sin(theta)-
BigRadius*cos(theta))

s.Line(point1=point1, point2=point2)
s.Line(point1=point3, point2=point4)
s.ArcByStartEndTangent(point1=point1, point2=point3, vector=(-cos(theta),-
sin(theta)))
s.ArcByStartEndTangent(point1=point2, point2=point4,
vector=(cos(theta),sin(theta)))

point1=(L/2.0-a*cos(theta),l/2.0-a*sin(theta))
point2=(L/2.0-a*cos(theta)-RectSide*sin(theta),l/2.0-
a*sin(theta)+RectSide*cos(theta))
point3=(L/2.0+a*cos(theta),l/2.0+a*sin(theta))

```

```

point4=(L/2.0+a*cos(theta)-
RectSide*sin(theta),l/2.0+a*sin(theta)+RectSide*cos(theta))

s.Line(point1=point1, point2=point2)
s.Line(point1=point3, point2=point4)

point1=(L/2.0-a*cos(theta),l/2.0-a*sin(theta))
point2=(L/2.0-a*cos(theta)+RectSide*sin(theta),l/2.0-a*sin(theta)-
RectSide*cos(theta))
point3=(L/2.0+a*cos(theta),l/2.0+a*sin(theta))
point4=(L/2.0+a*cos(theta)+RectSide*sin(theta),l/2.0+a*sin(theta)-
RectSide*cos(theta))

s.Line(point1=point1, point2=point2)
s.Line(point1=point3, point2=point4)

'''TABS'''

point1=(TabLength,0)
point2=(TabLength,l)
point3=(L-TabLength,0)
point4=(L-TabLength,l)

s.Line(point1=point1, point2=point2)
s.Line(point1=point3, point2=point4)

'''BOUNDING RECTANGLE'''

point1=(L/2.0-FrameSize*cos(theta)-FrameSize*sin(theta),l/2.0-
FrameSize*sin(theta)+FrameSize*cos(theta))
point2=(L/2.0+FrameSize*cos(theta)-
FrameSize*sin(theta),l/2.0+FrameSize*sin(theta)+FrameSize*cos(theta))
point3=(L/2.0-FrameSize*cos(theta)+FrameSize*sin(theta),l/2.0-
FrameSize*sin(theta)-FrameSize*cos(theta))
point4=(L/2.0+FrameSize*cos(theta)+FrameSize*sin(theta),l/2.0+FrameSize*sin
(theta)-FrameSize*cos(theta))

s.Line(point1=point1, point2=point2)
s.Line(point1=point2, point2=point4)
s.Line(point1=point4, point2=point3)
s.Line(point1=point3, point2=point1)

''' RECTANGLE CONTAINING NOTCH TIP '''

point1=(L/2.0-(a-RectSide/4)*cos(theta)-RectSide*sin(theta),l/2.0-(a-
RectSide/4)*sin(theta)+RectSide*cos(theta))
point2=(L/2.0-(a+RectSide)*cos(theta)-RectSide*sin(theta),l/2.0-
(a+RectSide)*sin(theta)+RectSide*cos(theta))
point3=(L/2.0-(a-RectSide/4)*cos(theta)+RectSide*sin(theta),l/2.0-(a-
RectSide/4)*sin(theta)-RectSide*cos(theta))
point4=(L/2.0-(a+RectSide)*cos(theta)+RectSide*sin(theta),l/2.0-
(a+RectSide)*sin(theta)-RectSide*cos(theta))

```



```

s.Line(point1=point1, point2=point2)
s.Line(point1=point2, point2=point4)
s.Line(point1=point4, point2=point3)
s.Line(point1=point3, point2=point1)

point1=(L/2.0+(a+RectSide)*cos(theta)-
RectSide*sin(theta),l/2.0+(a+RectSide)*sin(theta)+RectSide*cos(theta))
point2=(L/2.0+(a-RectSide/4)*cos(theta)-RectSide*sin(theta),l/2.0+(a-
RectSide/4)*sin(theta)+RectSide*cos(theta))
point3=(L/2.0+(a+RectSide)*cos(theta)+RectSide*sin(theta),l/2.0+(a+RectSide
)*sin(theta)-RectSide*cos(theta))
point4=(L/2.0+(a-RectSide/4)*cos(theta)+RectSide*sin(theta),l/2.0+(a-
RectSide/4)*sin(theta)-RectSide*cos(theta))

s.Line(point1=point1, point2=point2)
s.Line(point1=point2, point2=point4)
s.Line(point1=point4, point2=point3)
s.Line(point1=point3, point2=point1)

point1=(L/2.0-(a-RectSide)*cos(theta)-BigRadius*sin(theta),l/2.0-(a-
RectSide/2)*sin(theta)+BigRadius*cos(theta))
point2=(L/2.0-(a-RectSide)*cos(theta)+BigRadius*sin(theta),l/2.0-(a-
RectSide/2)*sin(theta)-BigRadius*cos(theta))
point3=(L/2.0+(a-RectSide)*cos(theta)-BigRadius*sin(theta),l/2.0+(a-
RectSide/2)*sin(theta)+BigRadius*cos(theta))
point4=(L/2.0+(a-RectSide)*cos(theta)+BigRadius*sin(theta),l/2.0+(a-
RectSide/2)*sin(theta)-BigRadius*cos(theta))

s.Line(point1=point1, point2=point2)
s.Line(point1=point3, point2=point4)

'''DIAGONALS'''

point1=(L/2.0-a*cos(theta)-BigRadius*cos(theta-radians(45)),l/2.0-
a*sin(theta)-BigRadius*sin(theta-radians(45)))
point2=(L/2.0-(a+RectSide)*cos(theta)-RectSide*sin(theta),l/2.0-
(a+RectSide)*sin(theta)+RectSide*cos(theta))
point3=(L/2.0-a*cos(theta)+BigRadius*sin(theta-radians(45)),l/2.0-
a*sin(theta)-BigRadius*cos(theta-radians(45)))
point4=(L/2.0-(a+RectSide)*cos(theta)+RectSide*sin(theta),l/2.0-
(a+RectSide)*sin(theta)-RectSide*cos(theta))
point5=(L/2.0+a*cos(theta)-BigRadius*sin(theta-
radians(45)),l/2.0+a*sin(theta)+BigRadius*cos(theta-radians(45)))
point6=(L/2.0+(a+RectSide)*cos(theta)-
RectSide*sin(theta),l/2.0+(a+RectSide)*sin(theta)+RectSide*cos(theta))
point7=(L/2.0+a*cos(theta)+BigRadius*cos(theta-
radians(45)),l/2.0+a*sin(theta)+BigRadius*sin(theta-radians(45)))
point8=(L/2.0+(a+RectSide)*cos(theta)+RectSide*sin(theta),l/2.0+(a+RectSide
)*sin(theta)-RectSide*cos(theta))

s.Line(point1=point1, point2=point2)
s.Line(point1=point3, point2=point4)

```

```

s.Line(point1=point5, point2=point6)
s.Line(point1=point7, point2=point8)

p.PartitionFaceBySketch(sketchUpEdge=e.findAt((L,l/2,0.0)), faces=p.faces,
sketch=s)
s.unsetPrimaryObject()
del mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__']

'''TEMPORARY SETS FOR MESHING'''

p = mdb.models['Model-1'].parts[Partname]
e = p.edges

p.Set(edges=(e.findAt(((L/2+(a+BigRadius)*cos(theta),l/2+(a+BigRadius)*sin(
theta),0.0))),
    e.findAt(((L/2-(a+BigRadius)*cos(theta),l/2-
(a+BigRadius)*sin(theta),0.0))), name='SetCurvesOut')

p.Set(edges=(e.findAt(((L/2+(a+b)*cos(theta),l/2.0+(a+b)*sin(theta),0.0))),
    e.findAt(((L/2-(a+b)*cos(theta),l/2-(a+b)*sin(theta),0.0))),
name='SetCurvesIn')

p.Set(edges=(e.findAt(((L/2-(a+BigRadius)*cos(theta)-
RectSide*sin(theta),l/2-
(a+BigRadius)*sin(theta)+RectSide*cos(theta),0.0))),
    e.findAt(((L/2-(a+BigRadius)*cos(theta)+RectSide*sin(theta),l/2-
(a+BigRadius)*sin(theta)-RectSide*cos(theta),0.0))),
    e.findAt(((L/2+(a+BigRadius)*cos(theta)-
RectSide*sin(theta),l/2+(a+BigRadius)*sin(theta)+RectSide*cos(theta),0.0))),
),

e.findAt(((L/2+(a+BigRadius)*cos(theta)+RectSide*sin(theta),l/2+(a+BigRadiu
s)*sin(theta)-RectSide*cos(theta),0.0))),
    e.findAt(((L/2-(a-b)*cos(theta)-RectSide*sin(theta),l/2-(a-
b)*sin(theta)+RectSide*cos(theta),0.0))),
    e.findAt(((L/2-(a-b)*cos(theta)+RectSide*sin(theta),l/2-(a-
b)*sin(theta)-RectSide*cos(theta),0.0))),
    e.findAt(((L/2+(a-b)*cos(theta)-RectSide*sin(theta),l/2+(a-
b)*sin(theta)+RectSide*cos(theta),0.0))),
    e.findAt(((L/2+(a-b)*cos(theta)+RectSide*sin(theta),l/2+(a-
b)*sin(theta)-RectSide*cos(theta),0.0))), name='SetOuter4Edges')

p.Set(edges=(e.findAt(((L/2+FrameSize*cos(theta),l/2+FrameSize*sin(theta),0
.0))),
    e.findAt(((L/2-FrameSize*cos(theta),l/2-FrameSize*sin(theta),0.0))),
    e.findAt(((L/2-FrameSize*sin(theta),l/2+FrameSize*cos(theta),0.0))),
    e.findAt(((L/2+FrameSize*sin(theta),l/2-FrameSize*cos(theta),0.0))),
name='SetFrame')

p.Set(edges=(e.findAt(((L/2-(a+RectSide)*cos(theta),l/2-
(a+RectSide)*sin(theta),0.0))),

```

```

e.findAt(((L/2+(a+RectSide)*cos(theta),l/2+(a+RectSide)*sin(theta),0.0),)),
, name='SetOuter2Edges')

p.Set(edges=(e.findAt(((L/2-(a-b)*cos(theta)-b*sin(theta),l/2-(a-
b)*sin(theta)+b*cos(theta),0.0),)),
e.findAt(((L/2-(a-b)*cos(theta)+b*sin(theta),l/2-(a-b)*sin(theta)-
b*cos(theta),0.0),)),
e.findAt(((L/2-(a-b)*cos(theta)-BigRadius*sin(theta),l/2-(a-
b)*sin(theta)+BigRadius*cos(theta),0.0),)),
e.findAt(((L/2-(a-b)*cos(theta)+BigRadius*sin(theta),l/2-(a-
b)*sin(theta)-BigRadius*cos(theta),0.0),)),
e.findAt(((L/2+(a-b)*cos(theta)-b*sin(theta),l/2+(a-
b)*sin(theta)+b*cos(theta),0.0),)),
e.findAt(((L/2+(a-b)*cos(theta)+b*sin(theta),l/2+(a-b)*sin(theta)-
b*cos(theta),0.0),)),
e.findAt(((L/2+(a-b)*cos(theta)-BigRadius*sin(theta),l/2+(a-
b)*sin(theta)+BigRadius*cos(theta),0.0),)),
e.findAt(((L/2+(a-b)*cos(theta)+BigRadius*sin(theta),l/2+(a-
b)*sin(theta)-BigRadius*cos(theta),0.0),))) , name='SetStraightEdges')

p.Set(edges=(e.findAt(((L/2-b*sin(theta),l/2+b*cos(theta),0.0),)),
e.findAt(((L/2+b*sin(theta),l/2-b*cos(theta),0.0),)),
e.findAt(((L/2-BigRadius*sin(theta),l/2+BigRadius*cos(theta),0.0),)),
e.findAt(((L/2+BigRadius*sin(theta),l/2-BigRadius*cos(theta),0.0),))) ,
name='SetStraightEdgesB')

p.Set(edges=(e.findAt(((0.0,(l/2-(a+RectSide))/2,0.0),)),e.findAt(((0.0,l-
(l/2-(a+RectSide))/2,0.0),)),
e.findAt(((L,(l/2-(a+RectSide))/2,0.0),)),e.findAt(((L,l-(l/2-
(a+RectSide))/2,0.0),)),
e.findAt(((L/2-RectSide)/2,0.0,0.0),)),e.findAt(((L/2-
RectSide)/2,l,0.0),)),
e.findAt(((L-(L/2-RectSide)/2,0.0,0.0),)),e.findAt(((L-(L/2-
RectSide)/2,l,0.0),))) , name='SetLimitEdges')

p.Set(edges=(e.findAt(((L/2-a*cos(theta)-
(BigRadius+RectSide)/2*sin(theta),l/2-
a*sin(theta)+(BigRadius+RectSide)/2*cos(theta),0.0),)),
e.findAt(((L/2-a*cos(theta)+(BigRadius+RectSide)/2*sin(theta),l/2-
a*sin(theta)-(BigRadius+RectSide)/2*cos(theta),0.0),)),
e.findAt(((L/2+a*cos(theta)-
(BigRadius+RectSide)/2*sin(theta),l/2+a*sin(theta)+(BigRadius+RectSide)/2*c
os(theta),0.0),)),

e.findAt(((L/2+a*cos(theta)+(BigRadius+RectSide)/2*sin(theta),l/2+a*sin(the
ta)-(BigRadius+RectSide)/2*cos(theta),0.0),))) , name='SetInner4Edges')

''' SEEDING AND MESHING'''

p = mdb.models['Model-1'].parts[Partname]

```

```

edgeDL=(e.findAt((L/2.0-a*cos(theta)-(BigRadius+b)/2*sin(theta),l/2.0-
a*sin(theta)+(BigRadius+b)/2*cos(theta),0.0)),)
edgeUL=(e.findAt((L/2.0+a*cos(theta)-
(BigRadius+b)/2*sin(theta),l/2.0+a*sin(theta)+(BigRadius+b)/2*cos(theta),0.
0)),)
edgeDR=(e.findAt((L/2.0-a*cos(theta)+(BigRadius+b)/2*sin(theta),l/2.0-
a*sin(theta)-(BigRadius+b)/2*cos(theta),0.0)),)
edgeUR=(e.findAt((L/2.0+a*cos(theta)+(BigRadius+b)/2*sin(theta),l/2.0+a*sin
(theta)-(BigRadius+b)/2*cos(theta),0.0)),)

gtUL=edgeUL[0].getVertices()
gtDL=edgeDL[0].getVertices()
gtUR=edgeUR[0].getVertices()
gtDR=edgeDR[0].getVertices()

if ( L/2.0+a*cos(theta)-b*sin(theta)-p.vertices[gtUL[0]].pointOn[0][0] <=
1E-3 ):
    p.seedEdgeByBias(biasMethod=SINGLE, end1Edges=edgeUL, minSize=minSize,
maxSize=maxSize, constraint=FIXED)
else:
    p.seedEdgeByBias(biasMethod=SINGLE, end2Edges=edgeUL, minSize=minSize,
maxSize=maxSize, constraint=FIXED)

if ( L/2.0+a*cos(theta)+b*sin(theta)-p.vertices[gtUR[0]].pointOn[0][0] <=
1E-3 ):
    p.seedEdgeByBias(biasMethod=SINGLE, end1Edges=edgeUR, minSize=minSize,
maxSize=maxSize, constraint=FIXED)
else:
    p.seedEdgeByBias(biasMethod=SINGLE, end2Edges=edgeUR, minSize=minSize,
maxSize=maxSize, constraint=FIXED)

if ( L/2.0-a*cos(theta)-b*sin(theta)-p.vertices[gtDL[0]].pointOn[0][0] <=
1E-3 ):
    p.seedEdgeByBias(biasMethod=SINGLE, end1Edges=edgeDL, minSize=minSize,
maxSize=maxSize, constraint=FIXED)
else:
    p.seedEdgeByBias(biasMethod=SINGLE, end2Edges=edgeDL, minSize=minSize,
maxSize=maxSize, constraint=FIXED)

if ( L/2.0-a*cos(theta)+b*sin(theta)-p.vertices[gtDR[0]].pointOn[0][0] <=
1E-3 ):
    p.seedEdgeByBias(biasMethod=SINGLE, end1Edges=edgeDR, minSize=minSize,
maxSize=maxSize, constraint=FIXED)
else:
    p.seedEdgeByBias(biasMethod=SINGLE, end2Edges=edgeDR, minSize=minSize,
maxSize=maxSize, constraint=FIXED)

p = mdb.models['Model-1'].parts[Partname]

edgeDL=(e.findAt((L/2.0-a*cos(theta)-
(BigRadius+RectSide)/2*sin(theta),l/2.0-
a*sin(theta)+(BigRadius+RectSide)/2*cos(theta),0.0)),)

```

```

edgeUL=(e.findAt((L/2.0+a*cos(theta)-
(BigRadius+RectSide)/2*sin(theta),l/2.0+a*sin(theta)+(BigRadius+RectSide)/2
*cos(theta),0.0)),)
edgeDR=(e.findAt((L/2.0-
a*cos(theta)+(BigRadius+RectSide)/2*sin(theta),l/2.0-a*sin(theta)-
(BigRadius+RectSide)/2*cos(theta),0.0)),)
edgeUR=(e.findAt((L/2.0+a*cos(theta)+(BigRadius+RectSide)/2*sin(theta),l/2.
0+a*sin(theta)-(BigRadius+RectSide)/2*cos(theta),0.0)),)

gtDL=edgeDL[0].getVertices()
gtUL=edgeUL[0].getVertices()
gtDR=edgeDR[0].getVertices()
gtUR=edgeUR[0].getVertices()

if ( L/2.0+a*cos(theta)-BigRadius*sin(theta)-
p.vertices[gtUL[0]].pointOn[0][0] <= 1E-3 ):
    p.seedEdgeByBias(biasMethod=SINGLE, end1Edges=edgeUL, minSize=maxSize,
maxSize=RectSide/(MeshNumberCurves/4), constraint=FIXED)
else:
    p.seedEdgeByBias(biasMethod=SINGLE, end2Edges=edgeUL, minSize=maxSize,
maxSize=RectSide/(MeshNumberCurves/4), constraint=FIXED)

if ( L/2.0+a*cos(theta)+BigRadius*sin(theta)-
p.vertices[gtUR[0]].pointOn[0][0] <= 1E-3 ):
    p.seedEdgeByBias(biasMethod=SINGLE, end1Edges=edgeUR, minSize=maxSize,
maxSize=RectSide/(MeshNumberCurves/4), constraint=FIXED)
else:
    p.seedEdgeByBias(biasMethod=SINGLE, end2Edges=edgeUR, minSize=maxSize,
maxSize=RectSide/(MeshNumberCurves/4), constraint=FIXED)

if ( L/2.0-a*cos(theta)-BigRadius*sin(theta)-
p.vertices[gtDL[0]].pointOn[0][0] <= 1E-3 ):
    p.seedEdgeByBias(biasMethod=SINGLE, end1Edges=edgeDL, minSize=maxSize,
maxSize=RectSide/(MeshNumberCurves/4), constraint=FIXED)
else:
    p.seedEdgeByBias(biasMethod=SINGLE, end2Edges=edgeDL, minSize=maxSize,
maxSize=RectSide/(MeshNumberCurves/4), constraint=FIXED)

if ( L/2.0-a*cos(theta)+BigRadius*sin(theta)-
p.vertices[gtDR[0]].pointOn[0][0] <= 1E-3 ):
    p.seedEdgeByBias(biasMethod=SINGLE, end1Edges=edgeDR, minSize=maxSize,
maxSize=RectSide/(MeshNumberCurves/4), constraint=FIXED)
else:
    p.seedEdgeByBias(biasMethod=SINGLE, end2Edges=edgeDR, minSize=maxSize,
maxSize=RectSide/(MeshNumberCurves/4), constraint=FIXED)

p.seedEdgeBySize(edges=(p.sets["SetStraightEdges"].edges),
size=MeshSizeBigArc, constraint=FIXED)
p.seedEdgeByNumber(edges=(p.sets["SetCurvesIn"].edges),
number=MeshNumberCurves, constraint=FIXED)
p.seedEdgeByNumber(edges=(p.sets["SetCurvesOut"].edges),
number=MeshNumberCurves/2, constraint=FIXED)

```

```

p.seedEdgeByNumber(edges=(p.sets["SetOuter2Edges"].edges),
number=MeshNumberCurves/2, constraint=FIXED)
p.seedEdgeBySize(edges=(p.sets["SetOuter4Edges"].edges),
size=RectSide/(MeshNumberCurves/4), constraint=FIXED)
p.seedEdgeBySize(edges=(p.sets["SetStraightEdgesB"].edges),
size=RectSide/(MeshNumberCurves/8), constraint=FIXED)
p.seedEdgeBySize(edges=(p.sets["SetLimitEdges"].edges), size=LimitSize,
constraint=FINER)
p.seedEdgeBySize(edges=(p.sets["SetFrame"].edges), size=LimitSize,
constraint=FIXED)

del mdb.models['Model-1'].parts[Partname].sets['SetCurvesIn']
del mdb.models['Model-1'].parts[Partname].sets['SetCurvesOut']
del mdb.models['Model-1'].parts[Partname].sets['SetOuter2Edges']
del mdb.models['Model-1'].parts[Partname].sets['SetOuter4Edges']
del mdb.models['Model-1'].parts[Partname].sets['SetInner4Edges']
del mdb.models['Model-1'].parts[Partname].sets['SetLimitEdges']

p = mdb.models['Model-1'].parts[Partname]

'''FACES FREE'''

p.Set(faces=(f.findAt(((L/2-(a-b)*cos(theta)-
(RectSide+BigRadius)/2*sin(theta),l/2-(a-
b)*sin(theta)+(RectSide+BigRadius)/2*cos(theta),0.0))),
f.findAt(((L/2-(a-b)*cos(theta)+(RectSide+BigRadius)/2*sin(theta),l/2-
(a-b)*sin(theta)-(RectSide+BigRadius)/2*cos(theta),0.0))),
f.findAt(((L/2+(a-b)*cos(theta)-
(RectSide+BigRadius)/2*sin(theta),l/2+(a-
b)*sin(theta)+(RectSide+BigRadius)/2*cos(theta),0.0))),
f.findAt(((L/2+(a-
b)*cos(theta)+(RectSide+BigRadius)/2*sin(theta),l/2+(a-b)*sin(theta)-
(RectSide+BigRadius)/2*cos(theta),0.0))),
f.findAt(((L/2-
(b+BigRadius)/2*sin(theta),l/2+(b+BigRadius)/2*cos(theta),0.0))),
f.findAt(((L/2+(b+BigRadius)/2*sin(theta),l/2-
(b+BigRadius)/2*cos(theta),0.0))),
f.findAt(((L/2-(a-0.3*RectSide)*cos(theta)-
(b+BigRadius)/2*sin(theta),l/2-(a-
0.3*RectSide)*sin(theta)+(b+BigRadius)/2*cos(theta),0.0))),
f.findAt(((L/2-(a-
0.3*RectSide)*cos(theta)+(b+BigRadius)/2*sin(theta),l/2-(a-
0.3*RectSide)*sin(theta)-(b+BigRadius)/2*cos(theta),0.0))),
f.findAt(((L/2+(a-0.3*RectSide)*cos(theta)-
(b+BigRadius)/2*sin(theta),l/2+(a-
0.3*RectSide)*sin(theta)+(b+BigRadius)/2*cos(theta),0.0))),
f.findAt(((L/2+(a-
0.3*RectSide)*cos(theta)+(b+BigRadius)/2*sin(theta),l/2+(a-
0.3*RectSide)*sin(theta)-(b+BigRadius)/2*cos(theta),0.0))),
f.findAt(((L/2-RectSide*sin(theta),l/2+RectSide*cos(theta),0.0))),
f.findAt(((1e-6,1e-6,0.0))),
f.findAt(((L-1e-6,1e-6,0.0))),
f.findAt(((TabLength+1e-6,1e-6,0.0))), name= "FreeFaces" )

```

```

p.setMeshControls(regions=p.sets["FreeFaces"].faces, technique=FREE,
elemShape=QUAD)

'''FACES STRUCTURED'''

p.Set(faces=p.faces,name="AllFaces")
p.SetByBoolean(name="StructFaces",sets=(p.sets["AllFaces"],p.sets["FreeFaces"]),operation=DIFFERENCE)
del mdb.models['Model-1'].parts[Partname].sets['AllFaces']

'''TABS'''

p.Set(faces=(f.findAt(((1e-6,1e-6,0.0))),
f.findAt(((L-1e-6,1e-6,0.0)))), name= "Tabs" )

p.setMeshControls(regions=p.sets["StructFaces"].faces,
technique=STRUCTURED, elemShape=QUAD)

p.generateMesh()

'''MATERIAL '''

Material=mdb.models['Model-1'].Material(name=MaterialName)
# inserting the number of elements in the mechanicalConstants
mechanicalConstants.insert(26, len(p.elements))
mdb.models['Model-1'].materials[MaterialName].UserMaterial(unsymm=ON,
mechanicalConstants=tuple(mechanicalConstants))
mdb.models['Model-1'].materials[MaterialName].Depvar(n=13)

''' SET FOR NON-LOCAL '''

e = p.elements
center1=(L/2-(a+RectSide)*cos(theta),l/2-(a+RectSide)*sin(theta),0.0)
center2=(L/2+(a+RectSide)*cos(theta),l/2+(a+RectSide)*sin(theta),0.0)
elements = e.getByBoundingCylinder(center1=center1, center2=center2,
radius=RectSide)
p.Set(elements=p.sets["StructFaces"].elements, name='CENTRO') #ARRUMAR
e = p.elements
p.Set(elements=e, name='all')
n = p.nodes
nodes = n.getByBoundingBox(xMin=L-TabLength-1e-6, yMin=-1e-6, xMax=L-TabLength+1e-6, yMax=l+1e-6)
p.Set(nodes=nodes, name='TOP')

''' SET FOR GAUGES '''
e = p.elements

for i in range(len(GaugeX)):
    name='Gauge'
    name= '%s%d' % (name, i+1)

```

```

elements = e.getByBoundingBox(xMin=GaugeX[i]-GaugeHeight/2,
yMin=GaugeY[i]-GaugeWidth/2, xMax=GaugeX[i]+GaugeHeight/2,
yMax=GaugeY[i]+GaugeWidth/2)
if (len(elements)<>0):
    p.Set(elements=elements, name=name)
else:
    k=1.1
    while (len(elements)==0):
        GaugeHeight_Aux=k*GaugeHeight
        GaugeWidth_Aux=k*GaugeWidth
        elements = e.getByBoundingBox(xMin=GaugeX[i]-GaugeHeight_Aux/2,
yMin=GaugeY[i]-GaugeWidth_Aux/2, xMax=GaugeX[i]+GaugeHeight_Aux/2,
yMax=GaugeY[i]+GaugeWidth_Aux/2)
        p.Set(elements=elements, name=name)
        k=k+0.05

''' Set for a History Output critical node '''

n = p.nodes
p.Set(nodes=n.getByBoundingBox(xMin=L/2+(a+b)*cos(theta)-1e-6,
yMin=l/2.0+(a+b)*sin(theta)-1e-6,
xMax=L/2.0+(a+b)*cos(theta)+1e-6, yMax=l/2.0+(a+b)*sin(theta)+1e-6),
name='Critical_node')

''' SECTIONS '''

sectionLayer=[]
for i in range(len(Orientations)):
    sectionLayer.append(section.SectionLayer(material=MaterialName,
thickness=Thickness[i], orientAngle=Orientations[i], numIntPts=3,
plyName='ply_'+str(i+1) ))
for i in range(len(Orientations)):
    sectionLayer.append(section.SectionLayer(material=MaterialName,
thickness=Thickness[-i-1], orientAngle=Orientations[-i-1], numIntPts=3,
plyName='ply_'+str(len(Orientations)+i+1) ))

mdb.models['Model-1'].CompositeShellSection(name=SectionName,
preIntegrate=OFF, idealization=NO_IDEALIZATION, thicknessType=UNIFORM,
poissonDefinition=DEFAULT, thicknessModulus=None, temperature=GRADIENT,
useDensity=OFF,integrationRule=SIMPSON, layup=tuple(sectionLayer))

p = mdb.models['Model-1'].parts[Partname]
p.SectionAssignment(region=regionToolset.Region(faces = p.faces),
sectionName=SectionName, offset=0.0, offsetType=MIDDLE_SURFACE,
offsetField='',
thicknessAssignment=FROM_SECTION)

mdb.models['Model-1'].sections[SectionName].TransverseShearShell(k11=k11,
k22=k22, k12=k12)

''' ASSEMBLY '''

ass = mdb.models['Model-1'].rootAssembly

```



```

p = mdb.models['Model-1'].parts[Partname]
ass.DatumCsysByDefault(CARTESIAN)
ass.Instance(name=Partname, part=p, dependent=ON)

''' STEPS '''

mdb.models['Model-1'].StaticStep(name='Loading', previous='Initial',
timePeriod=timePeriod, maxNumInc=maxNumInc, initialInc=initialInc,
minInc=minInc,
    maxInc=maxInc, nlgeom=OFF)

mdb.models['Model-1'].steps['Loading'].control.setValues(allowPropagation=OFF,
resetDefaultValues=OFF, timeIncrementation=(4.0, 8.0, 9.0, 16.0, 10.0,
4.0,12.0, 10.0, 6.0, 3.0, 50.0))

''' BC & LOADS '''

ass = mdb.models['Model-1'].rootAssembly
f = ass.instances[Partname].faces
region = regionToolset.Region(faces=f.findAt(((1e-6,1e-6,0.0),)))
mdb.models['Model-1'].DisplacementBC(name='Encastre',
createStepName='Initial', region=region, u1=0.0, u2=0.0, u3=0.0, url=0.0,
ur2=0.0, ur3=0.0,
amplitude=UNSET, fixed=OFF, distributionType=UNIFORM, fieldName='',
localCsys=None)

region = regionToolset.Region(faces=f.getByBoundingBox(xMin=-1e-6, yMin=-
1e-6, xMax=L+1e-6, yMax=l+1e-6))
mdb.models['Model-1'].DisplacementBC(name='InPlane',
createStepName='Initial',
    region=region, u1=UNSET, u2=UNSET, u3=0.0, url=UNSET, ur2=UNSET,
ur3=UNSET,
    amplitude=UNSET, distributionType=UNIFORM, fieldName='',
localCsys=None)

region = regionToolset.Region(faces=f.findAt(((L-1e-6,1e-6,0.0),)))
mdb.models['Model-1'].DisplacementBC(name='Displacement',
createStepName='Loading',
    region=region, u1=AMPLIT, u2=0, u3=0, url=UNSET, ur2=UNSET, ur3=UNSET,
    amplitude=UNSET, distributionType=UNIFORM, fieldName='',
localCsys=None)

''' HISTORY OUTPUT REQUESTS '''

regionDefRF1=mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances[Partname].sets['TOP']

regionDefU1=mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances[Partname].sets['Critical_node']

mdb.models['Model-1'].HistoryOutputRequest(name='H-Output-RF1',
variables=('RF1', ), createStepName='Loading', region=regionDefRF1,

```

```

sectionPoints=tuple(range(1,6*len(Orientations)+1)), rebar=EXCLUDE)

mdb.models['Model-1'].HistoryOutputRequest(name='H-Output-U1',
variables=('U1', ),createStepName='Loading', region=regionDefU1,
sectionPoints=tuple(range(1,6*len(Orientations)+1)), rebar=EXCLUDE)

mdb.models['Model-1'].FieldOutputRequest(createStepName='Loading', name='F-
Output-2', sectionPoints=range(1,3*len(Orientations)),
variables=('S', 'MISES', 'E', 'LE', 'U', 'SDV'))

for i in range(len(GaugeX)):
    SetName='Gauge'
    SetName= '%s%d' % (SetName, i+1)
    regionDefGauge=mdb.models['Model-
1'].rootAssembly.instances[Partname].sets[SetName]
    mdb.models['Model-1'].HistoryOutputRequest(name=SetName,
variables=('E11', ), createStepName='Loading', region=regionDefGauge,
    sectionPoints=tuple(range(1,6*len(Orientations)+1)), rebar=EXCLUDE)

''' INSERTION OF UNSUPPORTED CAE MODULES '''

title="*El file,elset=" +Partname+".all\n"
Number=[]
j=2*len(Orientations)
for i in range (int(j*3/16)+1):
    temp_str=""
    for k in range (16*i+1, min(16*(i+1),3*j)+1):
        temp_str=temp_str+str(k)+', '
    Number.append(temp_str[0:len(temp_str)-1])

IVOL,S,E,coord=" ", " ", " ", " "

for i in range (int((j-1)*3/16)+1):
    IVOL=IVOL+title+Number[i]+" \n"+"ivol\n"
    S=S+title+Number[i]+" \n"+"S\n"
    E=E+title+Number[i]+" \n"+"E\n"
    coord=coord+title+Number[i]+" \n"+"coord\n"

OUTPUT=IVOL+S+E+coord+title+"sth\n"
k=mdb.models['Model-1'].keywordBlock
k.synchVersions()
blocks=k.sieBlocks[0:k.sieBlocks.__len__()]
Pos=len(blocks)-2
k.insert(Pos,OUTPUT)

''' WRITING THE INPUT '''
mdb.Job(name=InputFileName, model='Model-1', description='', type=ANALYSIS,
atTime=None, waitMinutes=0, waitHours=0, queue=None, memory=50,
memoryUnits=PERCENTAGE, getMemoryFromAnalysis=True,
explicitPrecision=SINGLE, nodalOutputPrecision=SINGLE, echoPrint=OFF,
modelPrint=OFF, contactPrint=OFF, historyPrint=OFF, userSubroutine='',
scratch='', multiprocessingMode=DEFAULT, numCpus=1)
mdb.jobs[InputFileName].writeInput(consistencyChecking=OFF)

```


APÊNDICE B – CÓDIGO PARA GERAÇÃO PARAMÉTRICA DO MODELO COMPUTACIONAL DO CDP COM FURO CIRCULAR

```

# Import of Abaqus Modules
from abaqus import *
from abaqusConstants import *
from caeModules import *
from driverUtils import executeOnCaeStartup
from part import *
from material import *
from section import *
from assembly import *
from step import *
from interaction import *
from load import *
from mesh import *
from job import *
from sketch import *
from visualization import *
from connectorBehavior import *

# Import of relevant Python modules
from time import clock
import sys
import os
from math import *

from driverUtils import executeOnCaeStartup
executeOnCaeStartup()

#variables
sheetSize=200.0
L=300.0
l=45.0
Partname="Specimen"
Radius=6.5
minSize=0.3
MeshNumberCircle=4*int((0.5*pi*Radius/minSize)/4) # Make it "4k" like

#MeshNumberCircle=50 # Always multiple of 4
#minSize=0.5*pi*Radius/MeshNumberCircle
maxSize=l/MeshNumberCircle
MaterialName='T700M21'
mechanicalConstants=[116408., 9544., 0.31, 5017., 1, 100, 1, 100., 2271.,
1025., 65., 215., 132., 0.01716, 0.009582, 5.3, 1.8, 0.92, 0.95, 1.17, 0.7,
5764., -161606., 1719392, 8., 8.46, 16.]
Orientations=(45,0,-45,90,45,0,-45,90)
Thickness=(0.125,0.125,0.125,0.125,0.125,0.125,0.125,0.125)
SectionName='section'

```

```

timePeriod, maxNumInc, initialInc, minInc, maxInc = 1, 1000000, 10e-3, 10e-
3, 0.1
k11, k22, k12 = 8400., 4750., 0.

InputFileName="Specimen-job"

AMPLIT=3.0

''' GEOMETRY '''

session.viewports['Viewport:
1'].partDisplay.geometryOptions.setValues(referenceRepresentation=ON)
vp = session.viewports['Viewport: 1']
s = mdb.models['Model-1'].ConstrainedSketch(name='__profile__',
sheetSize=sheetSize)
g, v, d, c = s.geometry, s.vertices, s.dimensions, s.constraints
s.setPrimaryObject(option=STANDALONE)

s.rectangle(point1=(0.0, 0.0), point2=(L, l))

s.CircleByCenterPerimeter(center=(L/2.0, l/2.0), point1=(L/2.0-
Radius*sqrt(2.0)/2.0, l/2.0+Radius*sqrt(2.0)/2.0))
p = mdb.models['Model-1'].Part(name=Partname, dimensionality=THREE_D,
type=DEFORMABLE_BODY)

p = mdb.models['Model-1'].parts[Partname]
BaseShell=p.BaseShell(sketch=s)
s.unsetPrimaryObject()

vp.setValues(displayedObject=p)
del mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__']

''' PARTITION '''

p = mdb.models['Model-1'].parts[Partname]
f, e, d = p.faces, p.edges, p.datums

Point1=(L/2-l/2, 0.0, 0.0)
Point2=(L/2+l/2, 0.0, 0.0)
Point3=(L/2-l/2, l, 0.0)
Point4=(L/2+l/2, l, 0.0)
Point5=(L/2-l/2-2*maxSize, l, 0.0)
Point6=(L/2-l/2-2*maxSize, 0.0, 0.0)
Point7=(L/2+l/2+2*maxSize, l, 0.0)
Point8=(L/2+l/2+2*maxSize, 0.0, 0.0)

v, e, d = p.vertices, p.edges, p.datums
p.PartitionFaceByShortestPath(point1=Point1, point2=Point3, faces=f[0])
v, e, d = p.vertices, p.edges, p.datums

```

```

p.PartitionFaceByShortestPath(point1=Point2, point2=Point4,
faces=f.findAt((L/2,0,0),))
v, e, d = p.vertices, p.edges, p.datums
p.PartitionFaceByShortestPath(point1=Point2, point2=Point3,
faces=f.findAt((L/2,0,0),))
v, e, d = p.vertices, p.edges, p.datums
p.PartitionFaceByShortestPath(point1=Point1, point2=Point4,
faces=(f.findAt((L/2,0,0),), f.findAt((L/2,l,0),)))
v, e, d = p.vertices, p.edges, p.datums
p.PartitionFaceByShortestPath(point1=Point5, point2=Point6,
faces=(f.findAt((L/2+2*l,0,0),), f.findAt((L/2-2*l,l,0),)))
v, e, d = p.vertices, p.edges, p.datums
p.PartitionFaceByShortestPath(point1=Point7, point2=Point8,
faces=(f.findAt((L/2+2*l,0,0),), f.findAt((L/2+2*l,l,0),)))

'''Temporary sets for Meshing'''

p = mdb.models['Model-1'].parts[Partname]
e = p.edges
p.Set(edges=e.findAt(((L/2,l/2+Radius,0.0),)), name='SetCU')
p.Set(edges=e.findAt(((L/2+Radius,l/2,0.0),)), name='SetCR')
p.Set(edges=e.findAt(((L/2,l/2-Radius,0.0),)), name='SetCD')
p.Set(edges=e.findAt(((L/2-Radius,l/2,0.0),)), name='SetCL')

''' Seed and Meshing'''

p = mdb.models['Model-1'].parts[Partname]
p.seedEdgeByNumber(edges=(p.sets["SetCU"].edges[0],p.sets["SetCR"].edges[0]
,p.sets["SetCL"].edges[0],p.sets["SetCD"].edges[0]),
number=MeshNumberCircle, constraint=FIXED)
del mdb.models['Model-1'].parts[Partname].sets['SetCU']
del mdb.models['Model-1'].parts[Partname].sets['SetCD']
del mdb.models['Model-1'].parts[Partname].sets['SetCL']
del mdb.models['Model-1'].parts[Partname].sets['SetCR']

edges=(e.findAt((L/2.0,l,0)), e.findAt((L/2.0,0.0,0)), e.findAt((L/2-
l/2,l/2.0,0)), e.findAt((L/2+l/2,l/2.0,0)),)
p.seedEdgeByNumber(edges=edges, number=MeshNumberCircle, constraint=FIXED)

edges=(e.findAt((L/2-l/2-2*maxSize,l/2.0,0)),
e.findAt((L/2+l/2+2*maxSize,l/2.0,0)), e.findAt((L/4-l/4,l,0)),
e.findAt((L*0.75-0.25*l,l,0)), e.findAt((L*0.75-0.25*l,0.0,0)),
e.findAt((L/4-l/4,0.0,0.0)), e.findAt((0,l/2.0,0)), e.findAt((L,l/2.0,0)),)
p.seedEdgeBySize(edges=edges, size=2*maxSize, constraint=FIXED)

edges=(e.findAt((L/2-l/2-maxSize,l,0)), e.findAt((L/2+l/2+maxSize,l,0)),
e.findAt((L/2-l/2-maxSize,0,0)), e.findAt((L/2+l/2+maxSize,0,0)),)
p.seedEdgeByNumber(edges=edges, number=2, constraint=FIXED)

x1, y1, x2=(L-Radius-l/2)/2.0, (l/2.0-Radius)/2.0, (L+Radius+l/2)/2.0
y2=l-y1

edgeUL=(e.findAt((x1,y2,0.0)),)

```

```

edgeDL=(e.findAt((x1,y1,0.0)),)
edgeUR=(e.findAt((x2,y2,0.0)),)
edgeDR=(e.findAt((x2,y1,0.0)),)

gtUL=edgeUL[0].getVertices()
gtDL=edgeDL[0].getVertices()
gtUR=edgeUR[0].getVertices()
gtDR=edgeDR[0].getVertices()

if ( p.vertices[gtUL[0]].pointOn[0][0] == L/2.0 - l/2.0):
    p.seedEdgeByBias(biasMethod=SINGLE, end2Edges=edgeUL, minSize=minSize,
maxSize=maxSize, constraint=FINER)
else:
    p.seedEdgeByBias(biasMethod=SINGLE, end1Edges=edgeUL, minSize=minSize,
maxSize=maxSize, constraint=FINER)

if ( p.vertices[gtUR[0]].pointOn[0][0] == L/2.0 + l/2.0):
    p.seedEdgeByBias(biasMethod=SINGLE, end2Edges=edgeUR, minSize=minSize,
maxSize=maxSize, constraint=FINER)
else:
    p.seedEdgeByBias(biasMethod=SINGLE, end1Edges=edgeUR, minSize=minSize,
maxSize=maxSize, constraint=FINER)

if ( p.vertices[gtDL[0]].pointOn[0][0] == L/2.0 - l/2.0):
    p.seedEdgeByBias(biasMethod=SINGLE, end2Edges=edgeDL, minSize=minSize,
maxSize=maxSize, constraint=FINER)
else:
    p.seedEdgeByBias(biasMethod=SINGLE, end1Edges=edgeDL, minSize=minSize,
maxSize=maxSize, constraint=FINER)

if ( p.vertices[gtDR[0]].pointOn[0][0] == L/2.0 + l/2.0):
    p.seedEdgeByBias(biasMethod=SINGLE, end2Edges=edgeDR, minSize=minSize,
maxSize=maxSize, constraint=FINER)
else:
    p.seedEdgeByBias(biasMethod=SINGLE, end1Edges=edgeDR, minSize=minSize,
maxSize=maxSize, constraint=FINER)

p = mdb.models['Model-1'].parts[Partname]
p.setMeshControls(regions=p.faces, technique=STRUCTURED)
p.setMeshControls(regions=(p.faces.findAt((L/2-l/2-
maxSize,l/2,0)),p.faces.findAt((L/2+l/2+maxSize,l/2,0))),
technique=FREE, elemShape=QUAD)
p.generateMesh()

'''Material '''

Material=mdb.models['Model-1'].Material(name=MaterialName)
# inserting the number of elements in the mechanicalConstants
mechanicalConstants.insert(26, len(p.elements))
mdb.models['Model-1'].materials[MaterialName].UserMaterial(unsymm=ON,
mechanicalConstants=tuple(mechanicalConstants))
mdb.models['Model-1'].materials[MaterialName].Depvar(n=13)

```

```

''' Sets for the non local ... '''

e = p.elements
elements = e.getByBoundingBox(xMin=(L/2-l/2), yMin=(0), xMax=(L/2+l/2),
yMax=(l))
p.Set(elements=elements, name='CENTRO') #ARRUMAR
e = p.elements
p.Set(elements=e, name='all')
n = p.nodes
nodes = n.getByBoundingBox(xMin=L, yMin=0.0, xMax=L, yMax=l)
p.Set(nodes=nodes, name='TOP')

''' Set for a History Output critical node '''

n = p.nodes
p.Set(nodes=n.getByBoundingBox(xMin=L/2, yMin=l/2.0+Radius, xMax=L/2.0,
yMax=l/2.0+Radius), name='Critical_node')

''' Section layers and cie ... '''
sectionLayer=[]
for i in range(len(Orientations)):
    sectionLayer.append(section.SectionLayer(material=MaterialName,
thickness=Thickness[i], orientAngle=Orientations[i], numIntPts=3,
plyName='ply_'+str(i+1) ))
for i in range(len(Orientations)):
    sectionLayer.append(section.SectionLayer(material=MaterialName,
thickness=Thickness[-i-1], orientAngle=Orientations[-i-1], numIntPts=3,
plyName='ply_'+str(len(Orientations)+i+1) ))

mdb.models['Model-1'].CompositeShellSection(name=SectionName,
preIntegrate=OFF, idealization=NO_IDEALIZATION, thicknessType=UNIFORM,
    poissonDefinition=DEFAULT, thicknessModulus=None, temperature=GRADIENT,
useDensity=OFF,integrationRule=SIMPSON, layup=tuple(sectionLayer))

p = mdb.models['Model-1'].parts[Partname]
p.SectionAssignment(region=regionToolset.Region(faces = p.faces),
sectionName=SectionName, offset=0.0, offsetType=MIDDLE_SURFACE,
offsetField='',
    thicknessAssignment=FROM_SECTION)

mdb.models['Model-1'].sections[SectionName].TransverseShearShell(k11=k11,
k22=k22, k12=k12)

''' Assembly '''

a = mdb.models['Model-1'].rootAssembly
p = mdb.models['Model-1'].parts[Partname]
a.DatumCsysByDefault(CARTESIAN)
a.Instance(name=Partname, part=p, dependent=ON)

```



```

''' Steps '''

mdb.models['Model-1'].StaticStep(name='Loading', previous='Initial',
timePeriod=timePeriod, maxNumInc=maxNumInc, initialInc=initialInc,
minInc=minInc,
    maxInc=maxInc, nlgeom=OFF)

mdb.models['Model-1'].steps['Loading'].control.setValues(allowPropagation=OFF,
resetDefaultValues=OFF, timeIncrementation=(4.0, 8.0, 9.0, 16.0, 10.0, 4.0,
    12.0, 10.0, 6.0, 3.0, 50.0))

''' BC , Load and amplitude '''

a = mdb.models['Model-1'].rootAssembly
e = a.instances[Partname].edges
region = regionToolset.Region(edges=e.findAt(((0.0, 1/4.0, 0.0),)))
mdb.models['Model-1'].DisplacementBC(name='Encastre',
createStepName='Initial', region=region, u1=0.0, u2=UNSET, u3=0.0, url=0.0,
ur2=0.0, ur3=0.0,
amplitude=UNSET, fixed=OFF, distributionType=UNIFORM, fieldName='',
localCsys=None)

region = a.instances[Partname].sets['TOP']
mdb.models['Model-1'].DisplacementBC(name='Displacement',
createStepName='Loading',
    region=region, u1=AMPLIT, u2=UNSET, u3=UNSET, url=UNSET, ur2=UNSET,
ur3=UNSET,
    amplitude=UNSET, distributionType=UNIFORM, fieldName='',
localCsys=None)

''' History Output particular requests '''

regionDefRF1=mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances[Partname].sets['TOP']
regionDefU1=mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances[Partname].sets['Critical_node']
mdb.models['Model-1'].HistoryOutputRequest(name='H-Output-RF1',
variables=('RF1', ), createStepName='Loading', region=regionDefRF1,
sectionPoints=tuple(range(1,6*len(Orientations)+1)), rebar=EXCLUDE)
mdb.models['Model-1'].HistoryOutputRequest(name='H-Output-U1',
variables=('U1', ), createStepName='Loading', region=regionDefU1,
sectionPoints=tuple(range(1,6*len(Orientations)+1)), rebar=EXCLUDE)

if (mdb.models['Model-1'].historyOutputRequests.has_key('H-Output-1')):
    del mdb.models['Model-1'].historyOutputRequests['H-Output-1']
if (mdb.models['Model-1'].fieldOutputRequests.has_key('F-Output-1')):
    del mdb.models['Model-1'].fieldOutputRequests['F-Output-1']

mdb.models['Model-1'].FieldOutputRequest(createStepName='Loading', name='F-
Output-1', sectionPoints=(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12),

```

```

variables=('S', 'MISES', 'E', 'LE', 'U', 'SDV'))

''' Inserting CAE unsupported modules '''

title="*El file,elset=" +Partname+".all\n"
Number=[]
j=2*len(Orientations)
for i in range (1,int(j*3/16)+1):
    temp_str=""
    for k in range (16*(i-1)+1, min(16*i,3*j)+1):
        temp_str=temp_str+str(k)+', '
    Number.append(temp_str[0:len(temp_str)-1])

IVOL,S,E,coord=" ", " ", " ", " "

for i in range (int(j*3/16)):
    IVOL=IVOL+title+Number[i]+" \n"+"ivol\n"
    S=S+title+Number[i]+" \n"+"S\n"
    E=E+title+Number[i]+" \n"+"E\n"
    coord=coord+title+Number[i]+" \n"+"coord\n"

OUTPUT=IVOL+S+E+coord+title+"sth\n"
k=mdb.models['Model-1'].keywordBlock
k.synchVersions()
a=k.sieBlocks[0:k.sieBlocks.__len__()]
Pos=len(a)-2
k.insert(Pos,OUTPUT)

#writing the input
mdb.Job(name=InputFileName, model='Model-1', description='', type=ANALYSIS,
        atTime=None, waitMinutes=0, waitHours=0, queue=None, memory=50,
        memoryUnits=PERCENTAGE, getMemoryFromAnalysis=True,
        explicitPrecision=SINGLE, nodalOutputPrecision=SINGLE, echoPrint=OFF,
        modelPrint=OFF, contactPrint=OFF, historyPrint=OFF, userSubroutine='',
        scratch='', multiprocessingMode=DEFAULT, numCpus=1)
mdb.jobs[InputFileName].writeInput(consistencyChecking=OFF)

```

APÊNDICE C – SUB-ROTINA UDMGINI QUE DEFINE O INSTANTE E ÂNGULO DE FALHA

```

SUBROUTINE UDMGINI(FINDEX,NFINDEX,FNORMAL,NDI,NSHR,NTENS,PROPS,
1NPROPS,STATEV,NSTATEV,STRESS,STRAIN,STRAINEE,LXFEM,TIME,
2DTEMP,TEMP,DTEMP,PREDEF,DPRED,NFIELD,COORDS,NOEL,NPT,LAYER,
3KSPT,KSTEP,KINC,KDIRCYC,KCYCLELCF,TIMECYC,SSE,SPD,SCD,SVD,
4SMD,JMAC,JMATYP,MATLAYO,LACCFLA,CELENT,DROT,ORI)

INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'

DIMENSION FINDEX(NFINDEX),FNORMAL(NDI,NFINDEX),COORDS(*),
1STRESS(NTENS),STRAIN(NTENS),STRAINEE(NTENS),PROPS(NPROPS),
2STATEV(NSTATEV),PREDEF(NFIELD),DPRED(NFIELD),TIME(2),JMAC(*),
3JMATYP(*),DROT(3,3),ORI(3,3)

INTEGER I

PARAMETER (ONE = 1.D0, ZERO = 0.D0)

XT = 2271.
XC = 1025.
YT = 65.
YC = 215.
S12 = 132.

FINDEX(1)=STATEV(2) !IFF

THETA = 0.0174533*STATEV(1)

DO I=1,3
    FNORMAL(I,1)=ORI(I,2)*COS(3.,14159/2+THETA)+ORI(I,3)*
1    SIN(3.,1415/2+THETA)+ORI(I,1)*(ORI(1,1)*ORI(1,2)+ORI(2,1)*
2    ORI(2,2)+ORI(3,1)*ORI(3,2))*(1-COS(3.,14159/2+THETA))
ENDDO

RETURN
END

```

APÊNDICE D – SUB-ROTINA QUE APLICA O MÉTODO DA “SEÇÃO DE OURO” MODIFICADO

```

SUBROUTINE GOLDEN_SEC2(SDV_1,SDV_2,REALSTRESS,npt,layer,kspt,kinc)

c      use var_declar

INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'

INTEGER I, INTERVAL(10)

DOUBLE PRECISION THETA1, THETA2, THETA3, THETA4, THETA_MAX

DOUBLE PRECISION C, S
DOUBLE PRECISION MAT_ROT(6,6), ACT_PLANE_STRESS(6)
DOUBLE PRECISION IFF_CALC, IFF_GS_G, IFF_GS_L

DOUBLE PRECISION XT, XC, YT, YC, S12
DOUBLE PRECISION Rn, Rn1, Rnn, cos2, sin2, cn1
double precision REALSTRESS(6), SDV_1, SDV_2

PARAMETER (ONE = 1.D0, ZERO = 0.D0)

PARAMETER (PHI = (1.D0+SQRT(5.D0))/2)

PARAMETER (pn1 = 0.3, pnn = 0.3)

XT = 2271.D0
XC = 1025.D0
YT = 65.D0
YC = 215.D0
S12 = 132.D0

C=====
c      ROTATE THE STRESS TENSOR TO GLOBAL COORDINATE SYSTEM
C=====

c      CALL ROTSIG(STRESS,ORI,WT,1,NDI,NSHR)

C=====
c      APPLY GOLDEN SECTION MODIFIED TO DETERMINE ANGLE OF FAILURE
C=====
DO I=1,10
  INTERVAL(I) = INT((I-5.5)*20.)
ENDDO

IFF_GS_G=0
DO I = 1,9
  THETA1=INTERVAL(I)*1.D0
  THETA2=INTERVAL(I+1)*1.D0
  DO WHILE ((THETA2-THETA1).GT.(0.001))
    THETA3=(THETA2+PHI*THETA1)/(1+PHI)
    THETA4=(THETA3-THETA1)/(PHI)+THETA3
    IF (IFF_CALC(THETA4,REALSTRESS).GT.IFF_CALC(THETA3,REALSTR
1    ESS)) THEN
      THETA1=THETA3
    ELSE

```

```

        THETA2=THETA4
        IFF_GS_L = IFF_CALC(THETA2,REALSTRESS)
    ENDIF
ENDDO
IF (IFF_GS_G.LT.IFF_GS_L) THEN
    IFF_GS_G = IFF_GS_L
    THETA_MAX = THETA2
ENDIF
ENDDO

SDV_1 = THETA_MAX
SDV_2 = IFF_GS_G

RETURN
END

DOUBLE PRECISION FUNCTION IFF_CALC(THETA,REALSTRESS)

c    use var_declar

INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'

INTEGER I
DOUBLE PRECISION THETA
double precision REALSTRESS(6), SDV_1, SDV_2

DOUBLE PRECISION C, S
DOUBLE PRECISION MAT_ROT(6,6), ACT_PLANE_STRESS(6)

DOUBLE PRECISION XT, XC, YT, YC, S12
DOUBLE PRECISION Rn, Rn1, Rnn, cos2, sin2, cn1

PARAMETER (ONE = 1.D0, ZERO = 0.D0)

PARAMETER (pn1 = 0.3, pnn = 0.3)

XT = 2271.D0
XC = 1025.D0
YT = 65.D0
YC = 215.D0
S12 = 132.D0

C = COS(0.0174533*DBLE(THETA))
S = SIN(0.0174533*DBLE(THETA))

MAT_ROT = 0.0D0
MAT_ROT(1,1) = ONE
MAT_ROT(2,2) = C*C
MAT_ROT(2,3) = S*S
MAT_ROT(2,4) = 2*C*S
MAT_ROT(3,2) = MAT_ROT(2,3)
MAT_ROT(3,3) = MAT_ROT(2,2)
MAT_ROT(3,4) = -MAT_ROT(2,4)
MAT_ROT(4,4) = C
MAT_ROT(4,6) = S
MAT_ROT(5,2) = MAT_ROT(3,4)/2
MAT_ROT(5,3) = MAT_ROT(2,4)/2
MAT_ROT(5,5) = MAT_ROT(2,2) - MAT_ROT(2,3)
MAT_ROT(6,4) = -MAT_ROT(4,6)
MAT_ROT(6,6) = MAT_ROT(4,4)

ACT_PLANE_STRESS = MATMUL(MAT_ROT, REALSTRESS)

```

```

Rn = YT
Rn1 = S12
Rnn = YC/(2*(1+p_c_nn))

cos2 = ACT_PLANE_STRESS(5)**2/(ACT_PLANE_STRESS(5)**2 +
1ACT_PLANE_STRESS(4)**2+1e-6)

sin2 = ACT_PLANE_STRESS(4)**2/(ACT_PLANE_STRESS(5)**2 +
1ACT_PLANE_STRESS(4)**2+1e-6)

cn1 = pnn/Rnn*cos2 + pn1/Rn1*sin2

IF (ACT_PLANE_STRESS(2) .LE. ZERO) THEN
  IFF_CALC = SQRT((cn1*ACT_PLANE_STRESS(2))**2 +
1  (ACT_PLANE_STRESS(5)/Rnn)**2 +
2  (ACT_PLANE_STRESS(4)/Rn1)**2) + cn1*ACT_PLANE_STRESS(2)
ELSE
  IFF_CALC = SQRT(((1/Rn-cn1)*ACT_PLANE_STRESS(2))**2 +
1  (ACT_PLANE_STRESS(5)/Rnn)**2 +
2  (ACT_PLANE_STRESS(4)/Rn1)**2) + cn1*ACT_PLANE_STRESS(2)
ENDIF

END

```