UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA AERONÁUTICA

Dawson Tadeu Izola

INVESTIGAÇÃO DA INDUÇÃO DE ENGASGAMENTO EM TUBEIRA
DeLAVAL PARA MOTOR-FOGUETE POR INTERMÉDIO DO
PROLONGAMENTO DA GARGANTA

São Carlos – SP

2013

ESTE EXEMPLAR TRATA-SE
DA VERSÃO CORRIGIDA.
A VERSÃO ORIGINAL
ENCONTRA-SE DISPONÍVEL
JUNTO AO DEPARTAMENTO
DE ENGENHARIA
MECÂNICA DA EESC-USP

DAWSON TADEU IZOLA

**INVESTIGAÇÃO DA INDUÇÃO DE ENGASGAMENTO EM TUBEIRA
DeLAVAL PARA MOTOR-FOGUETE POR INTERMÉDIO DO
PROLONGAMENTO DA GARGANTA**

Tese de Doutorado apresentada à Escola de
Engenharia de São Carlos, da
Universidade de São Paulo, como parte
dos requisitos para obtenção do título de
Doutor em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Engenharia Aeronáutica.

Orientador: **Prof. Dr. Paulo Celso Greco**

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Atendimento
do Serviço de Biblioteca - EESC/USP

I98i Izola, Dawson Tadeu
Investigação da indução de engasgamento em tubeira DeLAVAL para motor-foguete por intermédio do prolongamento da garganta / Dawson Tadeu Izola. -- São Carlos, 2013.

Tese (Doutorado) -- Escola de Engenharia de São Carlos-Universidade de São Paulo, 2013.

Área: Engenharia Aeronáutica.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Celso Greco.

1. Tubeira. 2. Motor-foguete. 3. Bocal DeLaval.
I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Tecnólogo **DAWSON TADEU IZOLA**.

Título da tese: "Investigação da indução de engasgamento em tubeira DeLaval para motor-foguete por intermédio do prolongamento da garganta".

Data da defesa: 17/10/2013

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Dr. **Paulo Celso Greco Junior (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Aprovado

Prof. Titular **Fernando Martini Catalano**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Prof. Titular **Harry Edmar Schulz**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Prof. Dr. **Lino Misoguti**
(Instituto de Física de São Carlos/IFSC)

Aprovado

Prof. Dr. **Osvaldo Missiato**
(Academia da Força Aérea/AFA)

Aprovado

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica:
Prof. Associado **Marcelo Areias Trindade**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Titular **Denis Vinicius Coury**

Para **Laura**,

Agradecimentos

Agradecimento especial ao professor **Paulo Celso Greco**, que me deu a oportunidade de terminar o doutorado, visto que eu acabara por perder o prazo e a defesa em outra ocasião, mesmo com a tese pronta. Com um tema diferente, pude voltar e concluir aquilo que havia começado o que tem alta relevância na minha vida pessoal.

Aos meus filhos **Júlio, Pedro, Mariana e Maria Lúcia** aos que já sabem e os que ainda não sabem o que é um doutorado, mas pelas tantas justificativas da ausência em nome desse tal doutorado, está há muito, todos eles por torcer pra que eu termine tudo.

Ao Professor Harry Edmar Schulz que encontrei a bem pouco tempo, recomendado por um humano daqueles que não tem mais na terra. O meu muito obrigado, principalmente por entender um pouco como eu mesmo funciono e nesse caso atribuindo valor inestimável ao que penso e posso. O professor Schulz, não é oficialmente o co-orientador desse trabalho, mas é de fato das quase intermináveis conversas que mantivemos que nasceu essa formatação de algo que embora utilizado por mim, ainda não fora mensurado.

Ao amigo e mago da eletrônica **Luiz Henrique Corrêa Bernardes** que como fez para mim no meu mestrado, montou o sistema de aquisição a partir das necessidades que se apresentaram nesse estudo de doutorado.

Ao prof. **Calebe Bernardes** pelo capricho na confecção dos motores supercríticos.

Aos amigos da convivência **Zé Croce, Ash, Pedro Varoni, Álvaro Abdalla, Prof. Baker, Júlio Ferreira**, o querido e saudoso **Mike**, a esses todos o meu obrigado por me ouvirem, por apresentarem suas opiniões e por falarem mais de foguetes, aviões, ciência, política, arte, idéias e ideais e menos de gente sem ideais ou idéias.

Aos técnicos **Osnan, Cláudio, Jaime e Gallo**, cada um sabe o quanto me ajudaram e o respeito que tenho por vocês. Queria aqui registrar que a academia sem gente como vocês é um ambiente sem barulho de máquinas, ferramentas e equipamentos e é nesse contexto que está a aplicação, a formação e a operacionalidade dos engenheirandos.

A Ana Paula, a secretária da pós-graduação que a até bem pouco tempo atrás era o sistema JANOS, avisava a todos de tudo de todas as datas. Valeu Ana.

Tudo o que um homem imaginar, outro poderá realizar.

Julio Verne.

Sumário

SUMÁRIO	9
RESUMO	13
ABSTRACT	14
Lista de figuras:	15
Lista de Tabelas:	24
Lista de Símbolos	26
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	29
1.1 Motivação para estudo do tema	29
1.1.1 Relação empírica sobre a pressão de combustão e a densidade do combustível	32
1.1.2 Relação empírica sobre a pressão de combustão e a composição percentual do combustível	32
1.1.3 Relação empírica entre o comprimento da garganta e a pressão de combustão.	33
1.1.4. Objetivos	36
CAPÍTULO 2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	38
2.1. Uma linha do tempo para motores com combustível sólido	38
2.2. Motor foguete e a pressão de combustão	42
2.2.1 Propelente	43
2.2.2 Combustão	48
2.2.3 Taxa de Combustão	52
2.3. Uma revisão das equações mais utilizadas para tubeiras	59
2.3.1. Abordagem teórica clássica para motores como os do presente estudo	59

2.3.2. Relações termodinâmicas clássicas escoamentos compressíveis	61
2.3.3. Equações clássicas para o escoamento na tubeira	64
2.3.4. Equações clássicas para variáveis na garganta	65
2.3.5. A velocidade do escoamento na garganta (velocidade do som)	67
2.3.6. Débito em peso na garganta	67
2.3.7. Escoamento para seção genérica no divergente da tubeira	68
2.3.8. Alguns parâmetros derivados das equações aqui apresentados e definidos para considerar escoamentos reais (não-isentrópicos)	70
2.3.9. Traçado aconselhável da tubeira	71
2.4. Comentários sobre o equacionamento de Fanno	72
2.4.1. Um cálculo possível com a linha de Fanno para a garganta da tubeira	75
2.5. Comentários sobre a situação não-isentrópica	76
CAPÍTULO 3 - METODOLOGIA	70
3.1. Formulação considerando perdas com um coeficiente local K	79
3.2. Taxa de combustão dL/dt utilizando os resultados da formulação ϕ	97
3.3. Bancada Experimental Analógica, Bancada Experimental digital e Dimensionamento dos Modelos de Motores com Variação no Comprimento da Garganta.	100
3.4.1. Equipamento para aquisição pressão, temperatura e força bancada analógica.	101
3.4.2. Equipamento para aquisição de pressão, temperatura e força bancada digital	107
3.5 Dimensionamento dos Motores	112
3.5.1 Primeiro grupo de motores (três motores)	112
3.5.1.1 – Dimensionamento	112

3.5.1.2 – Construção	117
3.5.2 Segundo grupo de motores (dois motores)	122
3.6 Calibração e descrição dos sensores	126
3.6.1 Calibração dos sensores de temperatura	127
3.6.1.1 Sensor de temperatura ambiente	127
3.6.1.2 Equipamento para calibração dos termopares	128
3.6.2 Equipamento para calibração dos sensores de pressão	133
3.6.3 Calibração da Célula de Carga	136
CAPÍTULO 4 - RESULTADOS	139
4.1 – Experimentos na Bancada Analógica	139
4.1.1 Motor 1 - $N < 1,0$ mm	141
4.1.1.1 Análise dos resultados do Motor 1	146
4.1.2. Motor 2 – $N = 3,0$ mm	151
4.1.2.1 Análise dos resultados Motor 2	153
4.1.3 Motor 3 – $N = 9$ mm	156
4.1.3.1 Análise dos resultados Motor 3	157
4.2 Experimentos na Bancada Digital	160
4.2.1 Motor 1 - $N < 1,0$ mm	166
4.2.2 Motor 3 - $N = 9,0$ mm	164
4.2.3 Motor 4 - $N = 1,0$ mm	157
4.2.4 Motor 5 - $N = 5,0$ mm	169
4.3 Análise conjunta dos dados analógicos e digitais	173
4.4 Evolução da Pressão nos motores 1, 2 e 3 com equipamento analógico	177
4.5 Análise da manutenção do engasgamento nos motores 1, 2 e 3.	187
4.5.1 Motor 1	188

4.5.2 Motor 2	191
4.5.3 - Motor 3	194
4.5.6 - Comparação simultânea dos dados do motor 1, motor 2 e motor 3.	197
CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	204
CONCLUSÕES	204
RECOMENDAÇÕES	208
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	210
Anexo AA. Análise dos motores analógicos. Evolução da pressão.	217

Aluno Doutorado: Dawson Tadeu Izola

Orientador: Paulo Celso Greco

RESUMO

INVESTIGAÇÃO DA INDUÇÃO DE ENGASGAMENTO EM TUBEIRA DeLAVAL PARA MOTOR-FOGUETE POR INTERMÉDIO DO PROLONGAMENTO DA GARGANTA

A condição ótima de funcionamento de uma tubeira em um motor foguete com escoamento isentrópico, implica que a velocidade na garganta (seção de menor área) seja equivalente à velocidade do som local, condição de Mach 1 e bocal engasgado. Pode-se alcançar essa condição reduzindo a área da seção do escoamento até a área crítica, velocidade sônica. Após a garganta acontece a expansão e se alcança velocidades supersônicas no divergente. Para manter a condição de Mach 1 na garganta em motores foguetes, trabalha-se com pressões superiores à necessária para se engasgar o bocal. Isto ocorre porque tenta-se compensar instabilidades ou variações de volumes produzidos na combustão ou queima. Usando uma pressão de trabalho maior, impõe-se que a condição de Mach 1 fique mantida durante toda a queima do combustível, isso implica em usar tubos mais resistentes à pressão e maior massa do tubo-motor. Observou-se experimentalmente que em algumas situações construtivas se podem modificar a pressão e temperatura necessárias para engasgar o bocal aumentando o comprimento da garganta. O comprimento do estrangulamento pode estabelecer uma condição para formação e evolução da camada limite e esta condição restringir a área nominal, modificando o regime do escoamento. Um equipamento especialmente desenvolvido para esse ensaio compara resultados de cinco modelos de motores, divididos em dois grupos, cada grupo com áreas de entrada, garganta e saída iguais, porém com comprimentos diferentes de garganta. Em análise experimental, observou-se que a pressão de trabalho e a temperatura são influenciadas pelo comprimento da garganta, interferindo na relação entre as pressões internas e de garganta e apresentando condições de engasgamento mensuráveis. Essas medidas foram conduzidas no presente estudo de doutorado.

Palavras-chave: Tubeira, motor-foguete, bocal DeLaval.

INVESTIGATION OF CHOKING INDUCTION IN A de LAVAL NOZZLE OF A ROCKET MOTOR BY MEANS OF EXTENDING THE THROAT LENGTH

ABSTRACT

The optimum operational condition of a rocket motor nozzle with isentropic flow implies that the velocity at the throat (the section with smallest area) is equivalent to the speed of the local sound. This speed is also called Mach 1 and it is said that at this condition the nozzle is choking. One can achieve this condition by reducing the cross-sectional area of the flow to the critical area resulting in a sonic speed. Beyond the nozzle throat, in the divergent section of the motor, flow expansion occurs and reaches supersonic speeds. To maintain the condition of Mach 1 at the throat, higher pressures than the one necessary to choke the nozzle are applied. This practice is done in order to compensate for jitter or variations of volumes produced in the combustion process. Using a higher operating pressure guarantees that a Mach 1 speed is maintained throughout the combustion process. Consequently, due to this higher operating pressure, more resistant tubes are needed to withstand this higher pressure and an increase in the motor weight is inevitable. It was observed experimentally that some constructional modifications of the motor can alter the pressure and temperature required for choking. This was noted with increasing the bottleneck length of the nozzle throat which was able to establish a condition for the formation and evolution of the boundary layer, restricting the nominal area and thus modifying the flow regime. In this study, the results of five engine models are compared using a specially designed equipment. The rockets were divided into two groups, each with equal inlet, throat, and exit areas, but having different throat lengths. In experimental analysis, it was observed that the working pressure and temperature are influenced by the length of the throat, interfering in the relationship between the internal pressures and throat presenting measurable choking conditions which were conducted in this doctorate thesis study.

Keywords: Nozzles, rocket motor, deLaval nozzle.

Lista de figuras:

Figura 1.1 – Monumento a Konstantin Eduardovich Tsiolkovsky em Moscou.	30
Figura 1.2 – Lançamento de sucesso de um modelo efetuado em 1985 em Belo Horizonte. Note-se a dificuldade de obter boa resolução de imagem com a tecnologia disponível da época. Mas se observa a estabilidade do modelo na primeira fase do voo.	31
Figura 1.3 – Configuração de um “micro motor” apresentando uma garganta com comprimento longo, que corresponde ao aspecto geométrico explorado no presente estudo. (Motor conforme proposto por Izola, 1999).	34
Figura 1.4 – Diferentes dimensões que podem ser estudadas na tubeira.	34
Figura 1.5 – Diferentes moldes tipo “macho-fêmea” usados na confecção das tubeiras.	35
Figura 2.1: Elementos relevantes a considerar em um motor para modelos de foguetes.	42
Figura 2.2: Exemplo de impulsionadores a combustível sólido. (Extraído de http://www.sitedecuriosidades.com)	49
Figura 2.3: Geometria dos grãos de propelentes sólidos. a) seções transversais; b) evolução do perímetro; c) propelente em três dimensões com inibidores. http://www.yacamim.net/index.php/Teoria.de.Motores.Foguete.Solidos/Geometria.do.grao.html	51
Figura 2.4: Diferentes respostas que podem ser obtidas para a taxa de combustão para diferentes propelentes. A lei de potência é a equação 1.9. (Adaptado de NASA, 1971).	55
Figura 2.5: A taxa de combustão como função da velocidade dos gases de combustão e da pressão na câmara de combustão. (Adaptado NASA, 1971)	56

Figura 2.6: Propelente que, catalizado, gera um gráfico tipo mesa (Kubota, 2002).	57
Figura 2.7: Verificação da lei de potência ($n=0,7$) e da influência da fração mássica dos componentes do propelente (Kubota, 2002).	57
Figura 2.8: Evolução da taxa de combustão mostrando oscilações e um expoente para altas pressões maior que a unidade. (Extraído de Kuo e Acharya, 2012).	58
Figura 2.9 – Variáveis consideradas no equacionamento da tubeira para o equacionamento clássico.	59
Figura 2.10: Linha de Fanno em um diagrama T,s para escoamento adiabático em um duto de área constante (Fox & McDonald 1981)	74
Figura 3.1: Volume de controle considerado na formulação, com as variáveis relevantes para a conservação de massa.	80
Figura 3.2: Volume de controle e as forças atuantes para a análise de quantidade de movimento.	85
Figura 3.3: Dados relatados em Kuo e Acharya (2012) que mostram tendências distintas da taxa de combustão para com altas e baixas pressões, de acordo com a sugestão geral da equação 3.45.	99
Figura 3.4 – Primeiras versões do equipamento de ensaio analógico. Observa-se o uso de diferentes manômetros para medir a pressão em diferentes posições da tubeira, bem como a balança (visor digital) para o registro do empuxo.	102
Figura 3.5 – Suporte vertical do motor e manômetros para esta configuração. Na sequência da esquerda para a direita: Pressão interna; Pressão na garganta; Pressão na expansão 1, Pressão na expansão 2.	104

Figura 3.6 – Equipamento de ensaio com motor vertical e descrição do equipamento de leitura e suas unidades	104
Figura 3.7 – Equipamento analógico adicionado com medidas de temperatura na garganta e na expansão com termopares do tipo k.	106
Figura 3.8 – Croqui da localização dos sensores para o equipamento digital inicial.	107
Figura 3.9 – Equipamento de aquisição com tubo-motor vertical	109
Figura 3.10 – Detalhe de teste dos sensores de temperatura e do pente de tomadas de pressão total na saída do divergente.	110
Figura 3.11 – Gráfico cartesiano dos dados da tabela 3.1.	112
Figura 3.12 – Os três tubos de alumínio que serviram de invólucro para os motores. Os diferentes comprimentos referem-se aos diferentes comprimentos de garganta.	117
Figura 3.13 – Molde colocado externamente ao tubo-invólucro para a tubeira do Motor 1. $N < 1,0 \text{ mm}$	118
Figura 3.14 – Posição elucidativa para indicar o aumento do comprimento da garganta a partir do afastamento dos cones convergentes e divergentes. Para o Motor 2 esse distanciamento foi de $3,0 \text{ mm}$ ($N = 3,0 \text{ mm}$).	119
Figura 3.15 – Posição elucidativa mais afastada entre os moldes dos cones convergente/divergente, valor próximo à tubeira do Motor 3 ($N = 9,0 \text{ mm}$).	119
Figura 3.16 – Molde e tubo envoltório, enfatizando o comprimento do tubo motor que garante o comprimento de garganta projetado. O exemplo é do Motor 3.	120
Figura 3.17 – “Tubo-motor” com tomadas de P_i , P_g , P_e e P_s já instaladas, bem como as conexões para receber o ar comprimido do compressor.	120

Figura 3.18 – Descrição e símbolos para os pontos de aquisição de pressão e temperatura.	121
Figura 3.19 – Os três motores com as tomadas de pressão interna, na garganta e duas tomadas de pressão na expansão; e temperatura interna e temperatura na garganta.	121
Figura 3.20 – Detalhe dos furos para instrumentação e medidas dos motores supercríticos 1 e 2.	122
Figura 3.21 – Tomadas de pressão e tomadas de temperatura nos motores supercríticos 1 e 2.	123
Figura 3.22 – Motores supercríticos	124
Figura 3.23 – Detalhes dos motores supercríticos usinados em alumínio. Tomadas pressão, Tomadas Temperatura. Rosca. Saída do divergente	124
Figura 3.24 – Instalação de tubetes de alumínio nas tomadas de pressão.	125
Figura 3.25 – Motor 5 instrumentado com tomadas de pressão e termopares, fixado no suporte da célula de carga.	125
Figura 3.26 – No centro da imagem está a bancada e o sistema de aquisição. Na esquerda o equipamento para calibração de pressão. Na direita o equipamento para calibração dos termopares.	126
Figura 3.27 – Transistor, sensor de temperatura ambiente.	128
Figura 3.28 - Conector compensado miniatura e termopar k.	129
Figura 3.29 – Croqui do equipamento para calibração de 3 termopares simultaneamente	130
Figura 3.30 – Equipamento para calibração de temperatura	130
Figura 3.31 – Gráfico do ensaio de 3 termopares. Temperatura crescendo. T4 apresenta erro com relação aos demais termopares.	131

Figura 3.32 – Gráfico ensaio de 3 termopares. Temperatura decrescendo.	132
T4 apresenta erro com relação aos demais termopares.	
Figura 3.33 – Sensor de pressão Honeywell	133
Figura 3.34 – Croqui e descrição do equipamento para calibração dos sensores de pressão.	134
Figura 3.35 – Equipamento para calibração dos sensores de pressão	134
Figura 3.36 – Equipamento para calibração de pressão conectado aos sensores de pressão e à Picolog.	134
Figura 3.37 – Detalhe do <i>Manifold</i>	135
Figura 3.38 – Dispersão dos 10 sensores de pressão quando submetidos à uma pressão de 100 PSI.	135
Figura 3.39 – Célula de carga LC22	136
Figura 3.40 – Massas utilizadas na calibração da célula de carga.	136
Figura 3.41 – Croqui do ensaio de calibração da célula de carga.	137
Figura 3.42 – Massa de 1 kg apoiada sobre o motor	137
Figura 3.43 – Resultado do ensaio com massas de 1 kg e 500 gramas.	138
Figura 4.1 – Sequência de imagens de um ensaio do Motor 3. Verifica-se a pressão absoluta nos manômetros. O Intervalo de tempo é de aproximadamente dois segundos entre uma imagem e outra.	140
Figura 4.2 – Motor 1 na bancada analógica. Valores de pressão e força em ordem sequencial no experimento.	143
Figura 4.3 – Motor 1 na bancada analógica. Valores de temperatura e força em ordem sequencial no experimento.	144
Figura 4.4 – Evolução das razões entre pressões e da força. Relação entre as pressões, em ordem sequencial no experimento.	146

Figura 4.5 – Possíveis condições de saída do jato de ar após passar na garganta	147
Figura 4.6: Reprodução do volume de controle com as variáveis nos extremos.	147
Figura 4.7: relação obtida para a função do denominador da equação 4.4.	150
Figura 4.8 – Motor 2 na bancada analógica. Valores de pressão e força em ordem sequencial no experimento	153
Figura 4.9: Relação obtida para a função do denominador da equação 4.4.	155
Figura 4.10 – Motor 3 na bancada analógica. Valores de pressão e força em ordem sequencial no experimento.	157
Figura 4.11: Relação obtida para a função do denominador da equação 4.4.	159
Figura 4.12: Força medida versus pressão interna medida para o Motor 1.	162
Figura 4.13: Pressão interna medida versus tempo Motor 1.	162
Figura 4.14: Nuvem de pontos obtida para a função do denominador da equação 4.4. Nota-se a segmentação em retas, decorrentes da baixa resolução para a força medida.	163
Figura 4.15: Força medida versus pressão interna medida para o Motor 3.	164
Figura 4.16: Nuvem de pontos obtida para a função do denominador da equação 4.4. O comportamento em ziguezague e os segmentos de reta decorrem da baixa resolução para a força medida	165
Figura 4.17: Pressões medidas na câmara interna, na seção de saída da garganta e atmosférica.	166
Figura 4.18: Temperaturas medidas na câmara interna, na seção de saída da garganta e atmosférica.	167
Figura 4.19: Força medida versus pressão interna medida para o Motor 4.	167

Figura 4.20: Nuvem de pontos obtida para a função do denominador da equação 4.4. Segmentos de reta derivados da resolução da força são observados.	168
Figura 4.21: Valores de pressão na garganta medidos e calculados com a equação 4.3 (com dados experimentais) para o Motor 4.	169
Figura 4.22: Pressões medidas na câmara interna, na seção de entrada da garganta, na seção de saída da garganta e atmosférica.	170
Figura 4.23: Temperaturas medidas na câmara interna, na seção de saída da garganta e atmosférica para o Motor 5.	171
Figura 4.24: Força medida versus pressão interna medida para o Motor 5.	172
Figura 4.25: Nuvem de pontos obtida para a função do denominador da equação 4.4 para o Motor 5. Segmentos de reta ainda são observados.	173
Figura 4.26: Valores de pressão na garganta medidos e calculados com a equação 4.3 (com dados experimentais) para o Motor 5.	173
Figura 4.27 – Posicionamento relativo dos sensores nos motores 2 e 3 no equipamento analógico. Para o Motor 1, o ponto de medida indicado por P_g localizou-se no bocal convergente.	178
Figura 4.28 - Evolução da pressão no Motor 1.	181
Figura 4.29 - Evolução da pressão no Motor 2.	182
Figura 4.30 - Evolução da pressão no Motor 3.	182
Figura 4.31: Região no bocal divergente da tubeira do Motor 3 em que a pressão se mostra maior.	183
Figura 4.32 - Pressão interna para os três motores.	184

Figura 4.33 - Pressão na primeira posição do divergente para os três motores.	184
Figura 4.34 - Pressão na segunda posição do divergente para os três motores.	185
Figura 4.35 - Força medida para os três motores.	186
Figura 4.36 – Força de empuxo motor 1	189
Figura 4.37 – Temperaturas na saída do jato. Motor 1	189
Figura 4.38 – Pressão Interna e na Garganta – Motor 1	190
Figura 4.39 – Pressão no divergente – Motor 1	190
Figura 4.40 – Força de empuxo motor 2	192
Figura 4.41 – Temperaturas na saída do jato. Motor 2	192
Figura 4.42 – Pressão interna e Pressão na garganta – Motor 2	193
Figura 4.43 – Pressão no divergente motor 2	193
Figura 4.44 – Força de empuxo. Motor 3	195
Figura 4.45 – Temperatura na saída do jato. Motor 3	195
Figura 4.46 – Pressão interna e na Garganta. Motor 3.	196
Figura 4.47 – Pressão no divergente – Motor 3	196
Figura 4.48 – Pressão Interna motor 1, motor 2 e motor 3.	198
Figura 4.49 – Pressão fornecida pelo compressor <i>PI</i> (Pressão na linha).	198
Figura 4.50 – Pressão na garganta, motores 1, 2 e 3.	199
Figura 4.51 – Pressão no divergente <i>Pexp1</i> . Próximo à saída da garganta.	200
Figura 4.52 – Pressão no divergente <i>Pexp2</i> . Próximo à saída do jato.	201
Figura 4.53 – Temperatura na seção de saída, obtida com o termômetro mais próximo a esta seção.	202
Figura 4.54 – Comparação da força de empuxo Motor 1, Motor 2 e Motor 3.	203

Figura A1 – Sequencia 1, Motor 1, 2 3 <i>Pl, Pi, Pg, Pexp1, Pexp2</i> e <i>Patm</i> .	217
Figura A2 – Sequencia 2, Motor 1, 2 3 <i>Pl, Pi, Pg, Pexp1, Pexp2</i> e <i>Patm</i> .	218
Figura A3 – Sequencia 3, Motor 1, 2 3 <i>Pl, Pi, Pg, Pexp1, Pexp2</i> e <i>Patm</i> .	219
Figura A4 – Sequencia 4, Motor 1, 2 3 <i>Pl, Pi, Pg, Pexp1, Pexp2</i> e <i>Patm</i> .	220
Figura A5 – Sequencia 2, Motor 1, 2 3 <i>Pl, Pi, Pg, Pexp1, Pexp2</i> e <i>Patm</i> .	220
Figura A6 – Sequencia 6, Motor 1, 2 3 <i>Pl, Pi, Pg, Pexp1, Pexp2</i> e <i>Patm</i> .	221
Figura A7 – Sequencia 7, Motor 1, 2 3 <i>Pl, Pi, Pg, Pexp1, Pexp2</i> e <i>Patm</i> .	222
Figura A8 – Sequencia 8, Motor 1, 2 3 <i>Pl, Pi, Pg, Pexp1, Pexp2</i> e <i>Patm</i> .	222
Figura A9 – Sequencia 9, Motor 1, 2 3 <i>Pl, Pi, Pg, Pexp1, Pexp2</i> e <i>Patm</i> .	223
Figura A10 – Sequencia 10, Motor 1, 2 3 <i>Pl, Pi, Pg, Pexp1, Pexp2</i> e <i>Patm</i> .	223
Figura A11 – Sequencia 11, Motor 1, 2 3 <i>Pl, Pi, Pg, Pexp1, Pexp2</i> e <i>Patm</i> .	224
Figura A12 – Sequencia 12, Motor 1, 2 3 <i>Pl, Pi, Pg, Pexp1, Pexp2</i> e <i>Patm</i> .	224
Figura A13 – Sequencia 13, Motor 1, 2 3 <i>Pl, Pi, Pg, Pexp1, Pexp2</i> e <i>Patm</i> .	225
Figura A14 – Sequencia 14, Motor 1, 2 3 <i>Pl, Pi, Pg, Pexp1, Pexp2</i> e <i>Patm</i> .	225
Figura A15 – Sequencia 15, Motor 1, 2 3 <i>Pl, Pi, Pg, Pexp1, Pexp2</i> e <i>Patm</i> .	226
Figura A16 – Sequencia 16, Motor 1, 2 3 <i>Pl, Pi, Pg, Pexp1, Pexp2</i> e <i>Patm</i> .	227

Lista de Tabelas:

Tabela 3.1 – Descrição dos instrumentos da Figura 3.4	103
Tabela 3.2 – Descrição dos instrumentos da figura 3.6	105
Tabela 3.3 – Descrição da figura 3.7	106
Tabela 3.4 – Exemplo de dados da aquisição (Todos os sensores em função do tempo de aquisição)	111
Tabela 3.5 – Dados geométricos dos Motores 1, 2 e 3, juntamente com a localização das tomadas de pressão em cada motor.	116
Tabela 3.6 – Descrição das siglas da figura 3.22	123
Tabela 3.7 – ajustes efetuados na relação entre tensão e temperatura	132
Tabela 4.1 – Motor 1 analógico (Pressões relativas, com exceção da pressão atmosférica)	141
Tabela 4.2 – Dados de pressão motor 1 (Pressões absolutas)	142
Tabela 4.3 – Razões entre variáveis em diferentes seções do Motor 1.	145
Tabela 4.4: Valores de pressão na garganta e razão P_g/P_i .	148
Tabela 4.5 – Motor 2 analógico (Pressões relativas, com exceção da pressão atmosférica)	152
Tabela 4.6: Valores de pressão na garganta e razão P_g/P_i .	153
Tabela 4.7 – Motor 3 analógico (Pressões relativas, com exceção da pressão atmosférica)	156
Tabela 4.8: Valores de pressão na garganta e razão p_g/p_i .	158
Tabela 4.9: Valores de p_g/p_i e ρ_g/ρ_i nos diferentes experimentos	175
Tabela 4.10: Valores de X_s nos diferentes experimentos na condição sônica.	176

Tabela 4.11 - Motor 1 ensaio no equipamento analógico, motor vertical com aquisição de temperatura, pressão e força via imagens. Compressor ligado.	179
Tabela 4.12 - Motor 2 ensaio no equipamento analógico, motor vertical com aquisição de temperatura, pressão e força via imagens. Compressor ligado.	179
Tabela 4.13 - Motor 3 ensaio no equipamento analógico, motor vertical com aquisição de temperatura, pressão e força via imagens. Compressor ligado.	180
Tabela A1 – Sequencia 1 de P_l , P_i , P_g , P_{exp1} , P_{exp2} e P_{atm}	217

Lista de Símbolos:

A – Área da seção

a – Velocidade do som.

A_2 - Área da seção de saída da tubeira

c_p - calor específico à pressão constante

c_v - calor específico à volume constante

F - Força de empuxo

F_1 – Força

F_i - Força interna

g - gravidade

g e s – Índices que mostram a seção considerada (garganta)

J - equivalente mecânico do calor

k - Coeficiente de perda não isentrópico

k, γ - relação entre c_p e c_v

m - Débito em massa dos gases

M - Velocidade do som

m_0 - Massa inicial do foguete (vazio)

M_0 - Massa molecular

Ma - Velocidade do som local

m_f - Massa final do foguete (carregado)

M_g - Número de Mach na garganta

N, L_g – Comprimento da garganta

P – Pressão

P_0 - Pressão total

p_2 - pressão na saída

p_s - pressão na saída

p_a - pressão atmosférica

P_{atm} - Pressão atmosférica

P_c – Pressão na câmara

$P_{exp\ 1}$ – Pressão na expansão 1

$P_{exp\ 2}$ – Pressão na expansão 2

$P_{exp\ 3}$ – Pressão na expansão 3

P_g – Pressão na garganta

P_i - Pressão interna

R_g - constante específica do gás

R - Constante universal do gás

T – Temperatura absoluta

t – Tempo

T_1 – Temperatura 1 na expansão

T_2 - Temperatura 2 na expansão

T_3 – Temperatura ambiente

T_4 – Temperatura 3 na expansão

T_{exp1} – Temperatura na saída do jato

T_{exp2} – Temperatura na saída do jato

T_{exp3} – Temperatura na saída do jato

T_c – Temperatura na câmara

V – Velocidade

V_0 - Volume total ou de estagnação

v_1 - velocidade na entrada

v_2 - velocidade na saída

V_e – Velocidade de entrada na tubeira

v_g - velocidade na garganta

$\dot{w}$ - consumo específico

w - Débito peso dos gases

ρ – Massa específica

Δ - Coeficiente de débito

S – Entropia

CAPÍTULO 1

Que todo o nosso conhecimento começa com a experiência, não há dúvida alguma, pois, do contrário, por meio “do que” a faculdade do conhecimento deveria ser despertada para o exercício (?)... portanto, nenhum conhecimento em nós precede a experiência, e todo ele começa com ela.

Kant (1781) – *Crítica da Razão Pura*

1. INTRODUÇÃO

1.1 Motivação para estudo do tema

O presente estudo foi desenvolvido seguindo a impessoalidade adequada a um trabalho científico, mas um breve relato do autor é apresentado justificando a motivação pessoal no tema, bem como descrevendo algo dos passos que levaram à obtenção de “princípios empíricos” e que passaram a nortear o presente estudo.

O autor conheceu foguetes “festivos” aos 10 anos, assistindo lançamentos motivados por uma partida de futebol em período de copa do mundo. A empolgação foi imediata e aos 17 anos o primeiro exemplar de construção própria foi lançado. Desde então modelos de foguetes foram sendo criados, utilizando diferentes técnicas para otimizar o voo e para atingir uma relação adequada entre a massa do combustível e massa do motor.

Este problema específico foi abordado no final do século 19 pelo pesquisador russo *Konstantin Eduardovich Tsiolkovsky*, que apresentou a equação hoje conhecida como equação do foguete de *Tsiolkovsky*, apresentada em um texto já no século XX, em 1902, intitulado *Variação de massa em corpos em movimento*.

Praticamente desconhecido no ocidente, porém conhecido como o Pai da Astronáutica na Rússia, a figura 1.1 permite inferir a dimensão do respeito local a Tsiolkovsky.

Figura 1.1 – Monumento a Konstantin Eduardovich Tsiolkovsky em Moscou.

No contexto dos experimentos iniciais próprios aqui descritos, o natural risco de explosão, sempre presente, fez com que rapidamente se assimilasse as questões de segurança associadas a este tipo de experimentação, e um rigoroso padrão de obediência às normas de segurança foi auto imposto ao longo dos anos de estudo experimental (detalhes aparentemente supérfluos, como o posicionamento de cabos elétricos, presença de metais, entre outros aspectos, tornaram-se preocupação “quase obsessiva”, uma vez que não se admite o erro de segurança nesses experimentos – eles com alta frequência implicam em ferimentos), as **Normas**, que ditam o comportamento pessoal e o procedimento, foram escritas com sangue, como se diz informalmente entre aqueles que praticam atividades que implicam em risco de ferimentos e de vida. Todavia este risco de explosão também induziu à pesquisa de motores viáveis que funcionassem com pressões de combustão relativamente baixas (considerando que se trata de motores de foguetes), induzindo ao uso de materiais não metálicos para a confecção dos mesmos.

Realizando lançamentos regulares, porém carente no que tange a recursos materiais “modernos”, informação e orientação técnica, foi-se

descobrimo algumas relações práticas, que acabaram por habilitar o autor a fazer um modelo voar (já mencionado anteriormente). Essas relações empíricas foram obtidas pessoalmente em um moroso processo de tentativa e erro, que corresponde ao mais elementar procedimento de perscrutar possibilidades quando a base teórica é assaz complexa ou desconhecida. O autor, portanto, tornou-se um experimentalista “formado na própria necessidade da experimentação”. Alguns desses assim denominados “padrões de resultados” (ou relações empíricas) são ainda hoje utilizados para os lançamentos de foguetes efetuados sob a coordenação do autor. Na figura 1.2 mostra-se um lançamento efetuado no início desses estudos, onde se vê a característica nuvem de fumaça da base de lançamento e a esteira de gases formada pelo modelo. Este lançamento foi efetuado em 1985, na cidade de Belo Horizonte e foi o primeiro foguete que funcionou em condições de voo.

Figura 1.2 – Lançamento de sucesso de um modelo efetuado em 1985 em Belo Horizonte. Note-se a dificuldade de obter boa resolução de imagem com a tecnologia disponível da época. Mas se observa a estabilidade do modelo na primeira fase do voo.

No texto a seguir são descritas brevemente três das “relações práticas” mencionadas, sendo que a terceira corresponde ao estudo que conduziu ao aprofundamento efetuado no presente doutorado.

1.1.1 Relação empírica sobre a pressão de combustão e a densidade do combustível

A velocidade de queima do combustível está vinculada à densidade do combustível presente no motor. Portanto, a utilização de um motor com geometria constante no bocal convergente/divergente permite ajustar a velocidade de queima em se mudando a densidade do combustível.

A densidade do combustível, por sua vez, é conseguida compactando-se controladamente uma mistura de combustível sólido pirotécnico e um aglutinante em pó à base de petróleo.

O limite superior da velocidade é aquele possibilitado pelo limite de pressão admissível no tubo-motor. O limite inferior da velocidade corresponde a $Ma=1$ na garganta do bocal, onde Ma é o número de Mach. Algumas experiências que conduziram às conclusões empíricas mencionadas estão relatadas em IZOLA (1993, 1997), sendo a primeira referência um livreto que apresenta métodos elementares de cálculo para modelos de foguetes e a segunda uma dissertação de Mestrado contendo um anexo com o estudo de combustão.

1.1.2 Relação empírica sobre a pressão de combustão e a composição percentual do combustível

A queima do combustível segue o padrão “queima tipo cigarro”, que acarreta um aumento de volume considerável da câmara de combustão à medida que o combustível é consumido. Este aumento de volume, por sua vez, pode acarretar uma tendência de diminuição da pressão de combustão, prejudicando o desempenho do motor através da variação da velocidade.

Uma alternativa para compensar a diminuição da velocidade foi estabelecer segmentos volumétricos contendo diferentes composições percentuais de combustível e aglutinante. Por exemplo, um dos testes envolveu, para o primeiro segmento (próximo à tubeira ou bocal), a mistura 4X1 (quatro partes de combustível e uma de aglutinante), para o segundo segmento a mistura 5X1, para o terceiro segmento a mistura 6X1 e assim por diante.

A porcentagem de mistura resulta em uma maior pressão para uma mistura mais rica em combustível (ou seja, por exemplo, uma mistura 5X1, gera mais pressão do que uma mistura 4X1). Essa técnica foi utilizada várias vezes e, embora sequencialmente apresente as características de velocidade de ejeção esperadas, também ocasiona instabilidades quando a queima atinge o combustível na interface entre as seções.

O principal problema é observado na estabilidade do foguete, que passa a necessitar aletas maiores do que as normalmente utilizadas. Isto decorre do fato de, na queima interfacial, serem induzidos pequenos deslocamentos laterais como função de forças com componentes laterais ocasionadas pela queima irregular das duas misturas. Como resultado, essas forças inclinam o foguete na sua trajetória inicial e alteram a aceleração no eixo da trajetória de voo.

1.1.3 Relação empírica entre o comprimento da garganta e a pressão de combustão.

Como o presente item aborda a geometria do motor, entendeu-se como adequado apresentar uma breve descrição do mesmo, o que permite detalhar o estudo efetuado.

A figura 1.3 mostra um esquema que possibilita localizar o foco deste trabalho. Nesta figura observa-se, da esquerda para a direita, a tubeira, uma câmara de combustível, uma câmara de combustível para retardo (preparatório para a ejeção do paraquedas), uma placa com orifício (furo), uma câmara de combustível para ejeção (do para quedas), a posição de rebites, bucha-trava e bucha (todos esses componentes vinculam-se à ejeção do paraquedas).

O motor abordado no presente estudo, para fins de brevidade, considera apenas a tubeira e a primeira câmara de combustível.

O presente estudo se concentra precisamente na tubeira, ou bocal, cuja geometria envolve alguns aspectos a serem ainda convenientemente definidos.

Figura 1.3 – Configuração de um “micro motor” apresentando uma garganta com comprimento longo, que corresponde ao aspecto geométrico explorado no presente estudo. (Motor conforme proposto por Izola, 1999).

A geometria da tubeira envolve várias dimensões que podem ser estudadas detalhadamente. A figura 1.4 mostra um apanhado geral dessas dimensões.

Figura 1.4 – Diferentes dimensões que podem ser estudadas na tubeira.

De forma normalizada, os seguintes parâmetros adimensionais podem ser considerados:

$$tg\theta_e = \frac{R}{M}, \quad tg\theta_s = \frac{S}{Q}, \quad m = \frac{M}{L}, \quad n = \frac{N}{L}, \quad g = \frac{G}{L} \quad (1)$$

θ_e é o ângulo do bocal de entrada e θ_s é o ângulo do bocal de saída. Durante os estudos experimentais, atingiu-se uma situação adequada para os ângulos de entrada e saída, utilizados também no presente trabalho. Na confecção da tubeira são utilizados moldes com formas apropriadas (muitas formas foram experimentadas, como se pode ver na figura 1.5, que mostra alguns desses moldes), compostos de componentes macho e fêmea. No uso desses moldes ocorreu que resina epóxi podia ficar depositada no encaixe, de modo que o comprimento N (ver figura 1.4) variou em alguns experimentos efetuados com o mesmo molde. Esta variação mostrou-se relevante no desempenho dos modelos assim construídos, embora não haja ainda um estudo que mostre sistematicamente quais as tendências que podem ser esperadas. Note-se que centenas de lançamentos foram efetuados, permitindo localizar que a causa dos diferentes desempenhos era o comprimento N .

Figura 1.5 – Diferentes moldes tipo “macho-fêmea” usados na confecção das tubeiras.

Vale ainda mencionar que as tubeiras (que são, em essência, tubos de seção variável) são dimensionadas procurando satisfazer uma condição definida por *Gustaf Laval* em 1890 no seu estudo sobre escoamento supersônico em condutos com variação de área. Segundo de Laval, o bocal deve estar “engasgado” com a velocidade limite de $Ma=1$ na garganta (seção de menor área, ou com o menor diâmetro G da figura 1.4, também denominada brevemente de estrangulamento). Mas nada foi considerado com relação ao comprimento N .

Com base no exposto fixou-se o objetivo do presente estudo, que é estabelecer experimentalmente a influência do comprimento da garganta na variação temporal da pressão de combustão, abordando ainda aspectos teóricos vinculados a este tipo de motor. Conforme mencionado, foram utilizados os ângulos considerados mais adequados no histórico experimental, quais sejam: 1) ângulo de 45° no convergente e 2) ângulo entre 12° a 20° no divergente. Usualmente a garganta é meramente uma intersecção do cone convergente com o divergente, com comprimento “o menor possível”. Assim, na prática o comprimento N da garganta costuma ser determinado pelas possibilidades construtivas, ficando em torno de $N=1,0$ mm em modelos de foguetes (comprimento unitário, se se usar a escala milimétrica).

1.1.4. Objetivos

Com base na experimentação considerou-se a hipótese plausível de que prolongar o comprimento N interfere no débito de massa, na pressão interna e na temperatura interna de um motor de foguete com as características aqui expostas. As questões abertas com esta hipótese permitem estabelecer o objetivo geral (já mencionado no texto):

“Estabelecer experimentalmente a influência do comprimento da garganta na expansão do jato e no empuxo de uma tubeira, abordando ainda aspectos

teóricos vinculados a este tipo de motor, de modo a permitir estudos de otimização de desempenho”.

De forma específica, este objetivo pode ser desmembrado do seguinte modo:

- Montar um equipamento de aquisição de dados sensível às condições do presente estudo.

- Construir bocais adequados, de modo que variações no comprimento N produzam variações mensuráveis nas variáveis relevantes.

- Medir pressão, temperatura e a força efetuada pelos escoamentos em bocais convergentes e divergentes.

- Verificar a variação dessas medidas em relação às variações de N .

- Aclarar as tendências da influência de N na manutenção do engasgamento e na posterior expansão em bocais do tipo DeLaval.

- Efetuar os experimentos em condições próximas ao ideal isentrópico. Este objetivo específico decorre do fato de que os experimentos controlados não envolvem combustão, mas utilizam ar comprimido. Por conseguinte, o “ideal” aqui mencionado refere-se às condições com queima de combustível e a própria condição do fluido, que é realmente um gás, sem partículas sólidas, como ocorre na queima de determinados motores foguetes.

Assim, a tese considera que há vantagens em conhecer as tendências mencionadas para melhor condicionar os motores. Esse condicionamento decorre de pressões de trabalho possivelmente menores e temperaturas internas maiores e ainda um aumento no tempo (débito em massa), o que poderia acarretar o uso de materiais menos resistentes na confecção do motor.

CAPÍTULO 2

Assim como a ciência do homem é o único fundamento sólido para as outras ciências, assim também o único fundamento sólido que podemos dar a ela deve estar na experiência e na observação.

Hume (1739) - *Tratado da Natureza Humana*

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Talvez a maior dificuldade que tenha sido encontrada nos estudos paulatinamente conduzidos foi a dificuldade inicial de acesso às informações mais detalhadas dos motores em uso, seja nacionalmente, seja internacionalmente. Vale lembrar que a internet, com seus serviços abertos de informação, não estava desenvolvida no período inicial dos trabalhos (1990). Posteriormente, sanada esta dificuldade, verificou-se o acerto de algumas conclusões empíricas. Hoje as informações estão acessíveis e muitas geometrias podem ser comparadas. Entretanto, a questão do comprimento da garganta é um tema em aberto, não tendo sido encontrados, na literatura consultada, estudos voltados à quantificação dos efeitos decorrentes de variações neste comprimento, muito embora se encontre geometrias que usem gargantas alongadas. Como consequência, também não se encontraram metodologias experimentais consagradas para a verificação desses efeitos. Portanto, a presente revisão bibliográfica considera alguns exemplos de foguetes e alguns conceitos que foram utilizados no estabelecimento das metodologias de trabalho adotadas.

2.1. Uma linha do tempo para motores com combustível sólido

Embora o título mencione os motores com combustível sólido, vale dizer que a história moderna (Século XX) praticamente torna impossível desvincular o combustível sólido do combustível líquido. Isto porque a busca de melhores

impulsos levou ao desenvolvimento de ambos. Os primeiros passos indubitavelmente repousam no combustível sólido, mas os maiores sucessos foram alcançados com combustível líquido. A presente linha do tempo é um apanhado de alguns momentos da história, mas evidentemente não esgota (nem pretendeu esgotar) as ocorrências importantes na história dos foguetes.

China – 300 AC – Foguetes cerimoniais a base de pólvora. Este é um primeiro registro histórico relevante, porque informa o conhecimento de um combustível que necessita uma tecnologia própria para ser produzido.

China – 1045 DC – Foguetes de pólvora nas táticas militares chinesas.

China – Século XIII DC – Granadas, canhões e foguetes. O lançamento podia ser ouvido até cerca de 20 a 25 km, e devastavam uma área com raio de 600 m.

Europa – Século XIII DC – Os foguetes chegam através dos mongóis.

Árabes – Século XIII DC – Os foguetes chegam aos árabes através dos mongóis. Os árabes os usam para se defender da invasão da sétima cruzada.

França, Itália, Alemanha, Inglaterra – entre 1400 e 1650 – Foguetes em arsenais militares e na marinha.

Alemanha – 1668 – Primeiras experiências militares.

França, Inglaterra e Índia – século XVIII – Luta pela primazia no saque das riquezas da Índia. Indianos usaram foguetes contra os ingleses, lançados de contingentes de lançadores de foguetes.

Europa – Guerras Napoleônicas – Ingleses usam foguetes contra Napoleão.

Estados Unidos da América e Canadá – 1812 - Os foguetes chegam através dos ingleses durante a guerra contra o Canadá e a Grã-Bretanha.

Estados Unidos da América e México – 1846-1848 – Foguetes são usados em batalhas contra o México, que culminou com a derrota do último e a tomada do amplo território do Novo México pelos vencedores.

Estados Unidos da América – Guerra da secessão – Foguetes foram usados sem muito sucesso e comenta-se, sem provas, um voo assistido pelo presidente Jefferson, que teria saído do campo de visão (provavelmente uma lenda).

Suécia – 1890 - Karl Gustaf Patrik de Laval estuda o bocal convergente-divergente que levará o seu nome e que será usado eficientemente nos motores de foguetes. Esta é uma segunda data relevante na história, porque tira o foco histórico do aspecto exclusivo de uso em escaramuças e para fins militares (em alguns casos não muito nobres nem nas motivações, nem nos meios). Trata-se de um avanço de conhecimento, que será útil para o desempenho dos foguetes.

Império Russo – 1897 – Konstantin Eduardovich Tsiolkovsky, russo filho de polonês, estabelece a sua equação que relaciona as massas iniciais e finais do foguete, a sua velocidade e o seu impulso. É a terceira data relevante, mostrando que pensadores, e não apenas militares, estavam se voltando ao tema. Mais uma vez menciona-se que, embora praticamente desconhecido no ocidente, Tsiolkovsky é considerado o Pai da Astronáutica na Rússia (figura 1.1).

Europa – Primeira Guerra Europeia de repercussão mundial – 1914-1918 – Foguetes usados sem muito rigor, de diferentes maneiras, mas principalmente visando derrubar balões de observação. O combustível sólido é entendido como problemático e busca-se o combustível líquido.

Aqui se abre um parêntesis para mencionar o nome de Wernher Magnus Maximilian, Freiherr von Braun, vulgo Wernher von Braun, nascido na Alemanha e falecido nos Estados Unidos da América. Entusiasta de foguetes desde a adolescência, quando os usou para fazer um vagão de brinquedo atingir alta velocidade (e explodir, infelizmente), realizou, com seu grupo de trabalho em Peenmünde, os passos mais cruciais para efetivamente criar o moderno foguete. Von Braun passou dos combustíveis sólidos aos líquidos de forma metódica e consequente. Tornou-se a maior autoridade conhecida em foguetes, tendo coordenado os trabalhos mais relevantes do ser humano nesse nicho do conhecimento: desde o primeiro míssil de longa distância (o foguete V-2 alemão) até o primeiro pouso do homem na lua (o Eagle, do projeto Apollo, levado pelo foguete Saturno norte-americano). A história ainda aponta o nome de Robert

Goddard, que desenvolveu foguetes movidos a combustíveis líquidos antes dos outros nomes, mas com interesse mais voltado às patentes. Nesse caso, Tsiolkovski era um teórico, enquanto Goddard era um prático. E Wernher von Braun? Talvez este fosse o pesquisador completo, necessário para que pudesse se dar o desenvolvimento necessário aos foguetes.

Europa – Segunda Guerra Europeia de repercussão mundial – 1939-1945
– O nascimento dos foguetes como artefatos de voo para longas distâncias. Aqui, infelizmente em meio a uma guerra, o foguete passa da “fase infantil” para a “fase adulta”. Mas para que isto ocorresse o combustível passa a ser líquido.

Terra – 1957 – O primeiro satélite artificial Sputnik orbita a Terra.

Brasil – 1958 – A Escola Técnica do Exército, hoje IME – Instituto Militar de Engenharia traz da França o professor Antoine Edmound Braun, para ministrar aulas de Engenheiros Auto Propulsados à Pólvora no curso Industrial e de Armamentos. Nessas aulas, de um grupo de seus alunos é construído e lançado o primeiro foguete brasileiro, com alcance de mais de 30 km, o responsável pelo projeto é o pioneiro brasileiro Cel. Manoel dos Santos Lage, que além desse projeto participou da concepção e construção do lendário Sonda BD360 – Félix (Izola 1994).

Terra – 1961 - Yuri Alekseyevich Gagarin: “A Terra é azul” é dito por um homem no espaço.

Lua – 1969 – Neil Armstrong, Edwin Aldrin, Michael Collins. O homem chega à Lua. “Um pequeno passo para um homem, mas um grande passo para a humanidade”. O invólucro que leva os três homens e que retornará à Terra é uma pequena cápsula.

Final do Século XX – Retorno ao uso de combustível sólido no lançamento de foguetes levando invólucros retornáveis com formatos de aviões, nos Estados Unidos da América, com posterior abandono dessa idéia (dispendiosa). Retorno ao uso de foguetes da antiga União Soviética para efetuar vôos tripulados até o antigo laboratório espacial soviético, hoje multinacional. Vôos de foguetes europeus.

Futuro – O outro lado desta ponte. A outra margem, que, como humanos, não podemos enxergar. Mas dependemos dela. Talvez possamos escrever, no hemisfério sul, alguma linha desse futuro. Como a história já demonstrou, é preciso ter as pessoas certas no lugar certo.

2.2. Motor foguete e a pressão de combustão

Boas revisões dos princípios básicos dos motores de foguete são encontrados na literatura e na internet. Exemplos de revisões em língua portuguesa, feitas recentemente no Brasil, são Porto (2007) e Silva (2010).

Esquemmatizando aquilo que é mais relevante ao entendimento inicial de um motor de foguete, nesse caso considerando modelos de foguetes impulsionados por combustível sólido, pode-se propor a figura 2.1.

Figura 2.1: Elementos relevantes a considerar em um motor para modelos de foguetes.

Percebe-se que os três elementos apontados na figura 2.1 dizem respeito ao mesmo “sujeito”, isto é, ao composto inflamável utilizado na câmara de combustão. Algumas características encontradas na literatura são arroladas a seguir, considerando cada um desses elementos.

2.2.1 Propelente

Segundo Sutton (1963), os propelentes sólidos podem ser definidos como produtos químicos que, formando uma massa sólida com geometria adequadamente escolhida, produzem gases a alta pressão através de uma reação de combustão.

Os propelentes sólidos usuais envolvem em sua composição pelo menos dois dos seguintes componentes:

- i) Combustível (polímeros ou resinas orgânicas)
- ii) Oxidante (percloratos, nitratos)
- iii) Uma composição dos dois primeiros, ou seja, compostos químicos com essas características (nitroglicerina, nitrocelulose).
- iv) Aditivos para controlar reações, taxas de combustão, por exemplo.
- v) Inibidores, que restringem a área das superfícies de combustão.

Algumas classificações podem ser encontradas na literatura, envolvendo o uso dos itens i, ii e iii acima, mas uma descrição detalhada dessas classificações não se enquadra nos objetivos deste trabalho. A referência Sutton (1963) permite um primeiro trânsito nesse tipo de classificação. O mesmo autor também detalha as características desejadas para um propelente, que são resumidas de forma bastante radical no que segue.

Em termos de desempenho durante o uso, espera-se que o propelente tenha uma alta liberação de energia e baixo peso molecular dos produtos de combustão, o que tem influência no impulso dado ao foguete; deve ser razoavelmente insensível a perturbações na proporção da composição (sempre presentes) e não deve produzir gases tóxicos ou corrosivos.

Em termos de características físicas, é conveniente possuir uma alta densidade, que leva a volumes de câmara de combustão menores e mais leves; baixa higroscopia; alta resistência mecânica; expansão térmica compatível com o material da câmara de combustão; taxa de combustão previsível; condutividade

térmica e calor específico que permitam prever características da chama e opacidade à radiação, para não causar ignições em pontos da massa sólida distantes da superfície de combustão.

Em termos de características de manuseio, o propelente deve ser estável e não ser sujeito à deterioração química ou física, nem envolver reatividade entre os componentes, do modo que possa ser estocado; deve ter alta temperatura de ignição (evitar ignição acidental) e insensibilidade a impactos; deve possuir maleabilidade, fluidez, cura, invariabilidade de volume que possibilitem a produção e deve permitir colagem e ignição através de ignitores convencionais.

A breve descrição a seguir segue as alíneas i a v anteriormente apresentadas contendo os componentes usuais de um propelente.

i) Os combustíveis utilizados podem ser os mais diversos, dependendo em parte da utilização a ser dada ao foguete. Para modelos, ou foguetes de tamanho reduzidos destinados a operações curtas, pode-se optar pelos combustíveis de menor custo, embora seja necessário levar em conta também a pressão de trabalho, que pode implicar em uma câmara de combustão mais pesada (como é o caso dos açúcares).

Os combustíveis podem ser manuseados na forma líquida e, por vezes, em temperaturas mais altas, quando são adicionados os oxidantes cristalinos. O líquido é vertido no molde que possui a forma adequada à câmara de combustão, tornando-se uma massa sólida. O volume obtido é denominado brevemente de “grão”, tendo sido a sua forma motivo de extensos estudos.

Também é possível utilizar o combustível e o oxidante misturados “a seco”, na forma de pó ou grãos, sendo posteriormente acrescido um aglomerante seguido de homogeneização e compactação da mistura. O material pode ser assim compactado na própria câmara de combustão, possibilitando a assim denominada “queima tipo cigarro”, ou em moldes que formarão o grão.

Entre os combustíveis atualmente mais utilizados para modelos estão os açúcares e as resinas epóxi. Embora os açúcares sejam usados há cerca de cinco décadas, eles foram popularizados na última década por Nakka (2012) em seu *site* na internet. Os seus estudos, de caráter talvez amador, seguem padrões

científicos e permitem um trânsito objetivo e embasado pelas suas propostas e conclusões. Entre os açúcares em uso encontramos a sacarose (açúcar de cozinha), a dextrose ou glicose (utilizado pelas células vivas em seu metabolismo) e o sorbitol (adoçante de guloseimas e produtos dietéticos).

Sem dúvida, a acessibilidade e o baixo custo são aspectos positivos deste combustível. Ademais, seu uso está difundido pela internet, havendo relatos de testes e comprovações. A produção do propelente, por moagem fina do oxidante (Nitrato de Potássio) e do açúcar, mistura fusão e cura (resfriamento e solidificação no molde) é simples e bastante segura. As desvantagens observáveis são a baixa resistência mecânica e elasticidade (o “grão” fratura com facilidade) e a natureza higroscópica do material. Eventual umidade pode descolar os inibidores (limitadores da área de combustão). Adicionalmente, as características adesivas são baixas. O maior problema é a baixa velocidade de queima, exigindo uma alta redução entre as áreas da garganta e da entrada o que acarreta em pressões elevadas e altas temperaturas indicando tubos com alta densidade e preferivelmente metálicos. Por exemplo, um grão com açúcar e nitrato de potássio exige metal na tubeira com maior peso agregado ao conjunto. Para pequenos motores, utilizar metal significa fugir da relação de Tsiolkovsky, entre foguete vazio e carregado.

Leech (2000) apresentou a Nakka (2012) o potencial de uso de resinas epóxi como combustível para modelos de foguetes. O epóxi é um plástico resultante da reação da epiclorohidrina e do bisfenol-a. Seu uso como combustível é tornado possível usando uma grande quantidade de Óxido de Ferro como catalisador em uma mistura homogênea que envolve também o Nitrato de Potássio.

As características positivas desse combustível são a boa taxa de combustão, o baixo risco de ignição por impacto, alta temperatura de ignição, boa densidade, subprodutos da combustão com baixo peso molecular, e o fato de ser sublimável. Adicionalmente, a produção do propelente é feita a frio, o propelente possui alta capacidade adesiva, mas também adesividade nula para vários materiais, o que permite que seja facilmente desmoldado em se usando esses materiais para os moldes dos grãos.

Entretanto, o custo de produção de propelentes de epóxi é mais alto do que o custo de propelentes de açúcar, além de haverem diferenças entre os materiais entregues por diferentes fornecedores.

No Brasil, até recentemente era possível comprar os componentes para produção de pólvora, ou a própria pólvora, em casas de caça e pesca. Nesse ambiente mais acessível, os materiais utilizados para a confecção dos motores dos modelos que conduziram ao presente texto foram a pólvora negra e a parafina, esta utilizada como aglomerante pelo autor após uma série de experimentos e tentativas, tendo as conclusões sido publicadas em um opúsculo voltado ao público aficionado (ver Izola, 1993), e também apresentada no pedido de privilégio (patente) de Izola (1994). As vantagens deste propelente são a fácil manipulação a frio, podendo-se utilizar diferentes proporções de pólvora e parafina, além de se poderem efetuar compactações distintas, atingindo diferentes densidades. Portanto, há a possibilidade de um controle bastante simples da velocidade de combustão, seja pela composição do propelente, seja por sua compactação. Atualmente a pólvora é produto controlado e de venda proibida sem autorização da Polícia Federal e do Exército. Esta é uma medida de segurança e mesmo as pesquisas com base científica necessitam dessa autorização. Sugere-se a leitura da NR-19 (1978) e da legislação para foguetes RBHA-101 (1994) para o devido esclarecimento dos procedimentos atuais.

Uma boa descrição de cálculos estequiométricos e da variação ideal da área da tubeira para um propelente composto de pólvora e parafina, na proporção 5 para 1, foi apresentado em Izola (1997), que também contém as principais definições necessárias ao trânsito pelo jargão técnico, bem como cálculos mais elaborados envolvendo diferentes aspectos do motor movido a pólvora e parafina.

Vale ainda mencionar estudos mais recentes efetuados em outros sítios, envolvendo o combustível com parafina, como aquele descrito na reportagem de <http://www.sitedecuriosidades.com/curiosidade/como-e-produzido-o-combustivel-solido-dos-foguetes-espaciais.html>, lida em 02/12/2012, que menciona que “até pouco tempo, os combustíveis sólidos tinham como subprodutos o óxido de alumínio e gases ácidos, como o cloreto de hidrogênio. Mas, agora, a NASA - Agência Espacial Americana, está desenvolvendo um novo tipo de combustível sólido, feito à base da parafina. A produção desse tipo de combustível é mais barata e o produto final é menos tóxico e poluente. O novo combustível sólido

para foguetes espaciais é resultado de dois anos de estudos conjuntos entre a Universidade de Stanford e o Laboratório Ames, da NASA. A ideia do combustível sólido à base de parafina é dos doutores Arif Karabeyoglu e David Altman. O objetivo do estudo é criar foguetes espaciais híbridos”. Mais uma vez observa-se a correção das propostas efetuadas ao longo dos estudos pessoais, com base na experimentação, anteriores ao estudo internacional mencionado. Assim, entende-se que a viabilidade do uso deste tipo de combustível deve ser também verificada por grupos que visam o desenvolvimento de foguetes de combustível sólido em território nacional.

ii) O oxidante indubitavelmente mais utilizado, devido às vantagens de acesso e facilidade de manuseio, além do baixo custo, é o Nitrato de Potássio. A desvantagem maior se relaciona à produção de resíduos como fumaça e partículas sólidas, que diminuem o desempenho do propelente.

iii) O presente estudo não considera o uso de nitroglicerina e nitrocelulose, motivo pelo qual não se apresenta uma discussão acerca desses materiais. Referências sobre o tema podem ser encontradas, por exemplo, em Barcza (2012 – obtido de <http://pt.scribd.com/doc/14452591/Nitrocelulose-Nitroglicerina>, em 03/12/2012)

iv) Os aditivos visam geralmente permitir um controle da taxa de combustão. Para tanto são utilizados aditivos catalisadores ou supressores, que aumentam ou diminuem a taxa, respectivamente. Aditivos são geralmente usados em pequenas proporções. Os aditivos podem resultar em melhora da reação dos gases de combustível e oxidante na combustão e incrementando o fluxo de calor da chama para o propelente. Em termos de coeficientes na lei de potência que relaciona a taxa de combustão e a pressão, tanto o coeficiente multiplicativo como o expoente podem ser afetados pelo aditivo. Sutton (1963) e Nakka (2012) mencionam vários aditivos catalisadores, como Óxido de Ferro, Óxido de Cobre, Dióxido de Manganês, Dicromato de Potássio, Negro de fumo, entre outros, usados para diferentes tipos de propelentes. Por outro lado, um aditivo supressor, ou seja, que diminui a taxa de combustão, é a água (no caso de propelentes a base de açúcar).

v) Os inibidores são “coberturas” efetuadas sobre as superfícies dos grãos “volumes de propelente com formas pré-definidas”, de modo a controlar a própria área de combustão. Podem ser componentes metálicos, ou de material aderente, dispostos de acordo com o controle pretendido pelo projetista.

2.2.2 Combustão

A combustão do propelente é iniciada com uma ignição, a qual necessita atingir a temperatura própria e desencadear os fenômenos subsequentes de aumento de pressão na câmara de combustão, a ejeção dos gases, e a própria manutenção da queima.

Em modelos de foguetes esta combustão ocorre naturalmente em intervalos de tempo curtos. Porém o uso de foguetes em lançamentos de satélites mostra que esta enorme liberação de energia é controlada de tal modo que se pode observá-la ao longo de todo o intervalo de tempo em que o vôo está ao alcance da visão. A figura 2.2 mostra um momento de um vôo dos assim denominados “ônibus espacial” no final do século XX, abandonados devido aos custos proibitivos a eles associados, mesmo considerando o uso comercial para lançamento ou manutenção de satélites. Observa-se as ejeções de gases inflamados, que conferiam aos lançamentos um espetáculo grandioso, acompanhado sempre por um grande público que se deslocava para assisti-lo. Particularmente nesta figura vêem-se em operação os *boosters* laterais que continham combustível sólido e que iniciavam o vôo da nave.

Em termos de fenômeno químico, a combustão é uma reação exotérmica intensa, que implica em uma expansão de gases e sua queima (ponto de fulgor). Esta reação tem lugar na câmara de combustão, o primeiro elemento “estrutural” do motor de foguete, cuja parte “ôca” age como um reservatório dos gases gerados e expandidos. Evidentemente a pressão no interior da câmara aumenta e, em não havendo evasão para o gás, há a explosão da câmara. Aqui entra o

segundo elemento “estrutural” de um motor de foguete, que é a tubeira, destinada justamente à evasão dos gases expandidos, porém otimizando a conversão da pressão em movimento.

Figura 2.2: Exemplo de impulsadores a combustível sólido.

(Extraído de <http://www.sitedecuriosidades.com>)

As condições de queima devem ser tais que haja auto-sustentação da mesma. A energia liberada na combustão mantém a reação, contanto que a proporção adequada do combustível e do oxidante seja mantida durante a reação, e a temperatura se mantenha alta.

Note-se que haver altas temperaturas implica em grandes expansões, mas há limites práticos vinculados à segurança da câmara de combustão e da tubeira. A temperatura não pode comprometer qualquer um desses dois componentes do motor.

Considerando-se, por simplicidade, um propelente composto apenas de carbono, hidrogênio, nitrogênio e oxigênio, doze produtos podem ser formados:

carbono, dióxido de carbono, hidrogênio, monóxido de carbono, nitrogênio, oxigênio, óxido nitroso, vapor e íons, H, N, O, OH.

Se o propelente possui algum traço de elementos metálicos ou cloro (como impurezas) isso gera produtos condensados (líquidos ou sólidos). A partir das equações da reação química, pode-se determinar o número de moles, ou fração molar, de cada um dos compostos mencionados.

Nessas abordagens químicas são considerados a conservação de massa, o equilíbrio químico e o balanço de energia. O equilíbrio químico é definido pela constância da energia livre de Gibbs, que é a energia que realiza trabalho durante uma reação a temperatura e pressão constantes. A determinação dessas grandezas leva ao volume de gás gerado e, a partir daí, a determinação das dimensões da câmara de combustão e da tubeira passa a ser mais objetiva.

Geralmente códigos computacionais são usados nesses cálculos químicos, uma vez que as situações são estáticas e as condições físico-químicas estão estabelecidas. Embora não se afirme de forma definitiva, talvez o código mais popular seja o ProPep, com extensão gráfica para Windows® (GuiPep).

Entretanto há vários códigos disponíveis, desde este mencionado, até códigos profissionais da NASA, que são apenas mencionados, mas não referenciados, uma vez que sua descrição transcende os objetivos da presente informação.

O “grão” é um termo do jargão técnico utilizado para designar todo o conjunto do propelente sólido. Em outros termos, todo o volume de propelente é o “grão”.

Nos estudos conduzidos pelo autor, os grãos sempre tiveram formato cilíndrico, sendo compactados no interior da câmara de combustão a partir de uma combinação adequada de parafina e pólvora, permitindo uma queima do tipo “cigarro”, ou seja, uma superfície circular que se desloca para distante da tubeira em função da queima.

Entretanto, as características geométricas dos grãos podem ser muito variáveis, dependendo das dimensões do foguete a lançar e das providências para a proteção das paredes da câmara de combustão e da tubeira.

A figura 2.3 foi composta a partir de diferentes figuras extraídas e adaptadas de <http://www.yacamim.net>, e apresenta diferentes seções transversais dos grãos, mostrando a parte vazia (oca) e a parte cheia (propelente).

Na figura 2.3a, ao lado de cada forma geométrica há um gráfico do empuxo esperado (força desenvolvida pelo motor) ao longo do tempo para cada uma dessas formas. O empuxo é considerado proporcional à área exposta do grão. Nesse caso, a evolução do perímetro mostrada na figura 2.3b é importante (comparar com o gráfico do empuxo da estrela de cinco pontas). A figura 2.3c apenas visa mostrar que essas geometrias são tridimensionais e podem possuir inibidores.

Figura 2.3: Geometria dos grãos de propelentes sólidos. a) seções transversais; b) evolução do perímetro; c) propelente em três dimensões com inibidores.

<http://www.yacamim.net/index.php/Teoria.de.Motores.Foguete.Solidos/Geometria.do.grao.html>

Com relação às possibilidades de reação de diferentes composições de parafina e pólvora, uma referência inicial (talvez a única em português) é Izola (1997), que traz um anexo contendo essas informações.

2.2.3 Taxa de Combustão

A taxa de combustão é a quantidade de propelente sólido consumida por unidade de tempo na combustão. Considerando um propelente compactado na forma de um cigarro, a taxa de combustão é dada pela razão dL/dt (L =comprimento da câmara de combustão e t =tempo).

Kubota (2002) apresenta estudos bastante detalhados acerca da taxa de combustão, baseados fundamentalmente na Lei empírica de Vieille ou Lei de Saint Roberts, adicionando discussões acerca da termodinâmica química, porém sem introduzi-las nos gráficos e conclusões posteriores.

Já Kuo e Acharya (2012) mostram as aproximações sucessivas a partir de uma equação de energia e de considerações termodinâmicas (químicas), que levam a uma equação relacionando a taxa de combustão e a pressão. Essa série de aproximações é apresentada aqui porque uma abordagem essencialmente fluido-mecanicista é fornecida no item 3.2.

Kuo e Acharya (2012) partem da seguinte equação de energia para a superfície de combustão:

$$k_p \left[\frac{dT}{dx} \right]_{0-} = k_g \left[\frac{dT}{dx} \right]_{0+} + \rho_p \frac{dL}{dt} Q_s + I_f \quad (2.1)$$

O primeiro membro é o fluxo de calor transferido para a região subsuperficial em $y=0^-$ por condução. A primeira parcela do segundo membro é o

fluxo de calor transferido da fase gasosa para a superfície do sólido em combustão, em $y=0+$, enquanto a segunda parcela do segundo membro é o calor liberado em $y=0$ devido à reação na própria superfície. A última parcela refere-se ao calor irradiado da chama para a superfície, que é negligenciado na abordagem de Kuo e Acharya (2012), isto é, $I_r=0$. As seguintes equações auxiliares são utilizadas:

$$k_p \left[\frac{dT}{dx} \right]_{0-} = \rho_p \frac{dL}{dt} C_c (T_s - T_i) \quad (2.2)$$

$$k_g \left[\frac{dT}{dx} \right]_{0+} \cong \frac{k_g}{\rho_p \frac{dL}{dt} C_{pg}} \dot{\omega}_g Q_g \quad (2.3)$$

A obtenção da equação 2.3 envolve integração com aproximações para a espessura da chama e considerações de ordens de grandeza (termos abandonados). As equações 2.1, 2.2 e 2.3 produzem:

$$\frac{dL}{dt} = \left[\frac{k_g \dot{\omega}_g Q_g}{\rho_p^2 C_{pg} [C_c (T_s - T_i) - Q_s]} \right]^{1/2} \quad (2.4)$$

Tem-se uma equação para a taxa de combustão, que, entretanto, refere-se a grandezas vinculadas à produção e transferência de calor. O termo $\dot{\omega}_g$ representa a geração de massa por unidade de volume, expressa então pelo produto:

$$\dot{\omega}_g = (\sum_{produtos} a''_i - \sum_{reagentes} a'_i) k_f \prod_{k=1}^N (\rho_g)^{a'_k} (X_k)^{a'_k} \quad (2.5)$$

O parêntesis indica a diferença entre coeficientes estequiométricos dos produtos e reagentes, representadas na equação 2.6 por Δa . k_f é a constante da taxa de reação.

O produtório considera as massas específicas dos reagentes e suas frações molares. Kuo e Acharya (2012) consideraram apenas dois reagentes (X_0 e X_F) e os expoentes unitários. Isto produz:

$$\frac{dL}{dt} = \left[\frac{k_g \Delta a k_f Q_g \rho_g^2 X_F X_O}{\rho_p^2 c_{pg} [C_c(T_S - T_i) - Q_S]} \right]^{1/2} \quad (2.6)$$

Utilizando a lei de Arrhenius para quantificar k_f e a lei dos gases perfeitos para substituir a massa específica do gás pela pressão à qual está sujeito, a equação final passa a ser:

$$\frac{dL}{dt} = p \left[\frac{k_g \Delta a Q_g X_F X_O \exp(-E/R_u T_g)}{(RT_g)^2 \rho_p^2 c_{pg} [C_c(T_S - T_i) - Q_S]} \right]^{1/2} \quad (2.7)$$

O termo entre colchetes pode ser representado por uma constante, o que enfatiza que a taxa de combustão seja uma função linear da pressão.

Entretanto, vale lembrar que aproximações sucessivas influenciam diretamente a taxa de produção de massa, simplificadas ao final para dois reagentes e uma massa específica única para ambos, por isso elevada ao quadrado e que, finalmente, gera a linearidade com a pressão.

Caso mais reagentes fossem utilizados, mantendo a hipótese do produto de massas específicas iguais, o expoente da pressão seria maior que a unidade, o que não é corroborado pelos estudos detalhados de Kubota (2002).

Entretanto, no caso dos estudos de Kuo e Acharya (2012), expoentes próximos ao valor unitário foram encontrados, sendo inferiores para baixas pressões e algo superiores para altas pressões.

Observa-se, portanto, que a quantificação da taxa de combustão como dependente da pressão não é simples, sendo comum a apresentação final da lei de potência empírica, na forma:

$$\frac{dL}{dt} = a_0 + a p_1^n \quad (2.8)$$

Tanto NASA (1971), como Kubota (2002) e Kuo e Acharya (2012) utilizam a equação 2.8 na sequência dos textos, discutindo essencialmente o valor do expoente, obtido empiricamente para os diferentes propelentes, e as funções semi-empíricas que eventualmente descrevem o coeficiente a .

NASA (1971) apresenta o gráfico da figura 2.4, exemplificando medidas que podem ser obtidas para diferentes tipos de propelentes, como a lei de potência, gráficos mesa e gráficos plateau.

Figura 2.4: Diferentes respostas que podem ser obtidas para a taxa de combustão para diferentes propelentes. A lei de potência é a equação 1.9. (Adaptado de NASA, 1971).

A figura 2.5 também foi adaptada de NASA (1971), e mostra a taxa de combustão normalizada em função da velocidade dos gases de combustão e da pressão (em unidades inglesas). Esse gráfico mostra que a velocidade de reação pode ser apresentada como função de variáveis consideradas interessantes para análises específicas. A pressão, entretanto, aparece como fator relevante e estudos mais voltados a sua influência ainda são desejados.

Figura 2.5: A taxa de combustão como função da velocidade dos gases de combustão e da pressão na câmara de combustão. (Adaptado de NASA, 1971)

Kubota (2002) apresenta gráficos de muitos propelentes, discutindo suas composições e os comportamentos decorrentes delas. A figura 2.6 mostra um propelente testado sem catalisadores e com catalisadores, evidenciando o seu efeito na evolução da taxa de combustão com a pressão.

A figura 2.6 foi escolhida por ter gerado um gráfico tipo mesa, conforme definido na figura 2.4.

Figura 2.6: Propelente que, catalizado, gera um gráfico tipo mesa (Kubota, 2002).

A figura 2.7, por sua vez, mostra a influência das diferentes frações de massa dos componentes do propelente. O expoente da pressão, nesses experimentos, foi $n=0,7$. Os dados são de Kubota (2002), que apresenta resultados para n variando de valores menores que 0,5 a valores em torno de 0,9.

Figura 2.7: Verificação da lei de potência ($n=0,7$) e da influência da fração mássica dos componentes do propelente (Kubota, 2002).

Kuo e Acharya (2012) igualmente apresentam muitos resultados, que mostram valores de n menores que a unidade. Entretanto, também apresentam a figura 2.8, que utiliza dados de diferentes fontes e mostra um comportamento oscilante da taxa de combustão.

Em termos de expoente da pressão, o seu valor é menor que a unidade para as menores pressões, coincidindo com a tendência dos resultados de Kubota (2002), mas tornando-se maior que a unidade para as maiores pressões.

Assim, observa-se que a dependência da taxa de combustão para com a pressão ainda é um tema de discussão e estudos, cuja explicação definitiva ainda não foi alcançada e cuja quantificação ainda repousa em equacionamentos tentativos.

Figura 2.8: Evolução da taxa de combustão mostrando oscilações e um expoente para altas pressões maior que a unidade. (Extraído de Kuo e Acharya, 2012).

2.3. Uma revisão das equações mais utilizadas para tuberias

No item 2.2 as descrições foram concentradas naquilo que mais caracteriza o motor do foguete com relação àquilo que gera a impulsão, resumido na figura 2.1. O presente item considera “o entorno” que direciona os gases gerados, ou seja, a tubeira que “expulsa” os gases da câmara de combustão. Nesse caso, uma teoria muito detalhada e completa existe na literatura da área, sendo apresentada de forma bastante resumida nos itens subsequentes.

2.3.1. Abordagem teórica clássica para motores como os do presente estudo

Esta revisão considera as equações usuais para os escoamentos compressíveis e, sempre que possível vinculado ao estudo das tuberias ensaiadas. O modelo teórico analisado visou ser comparado com os resultados experimentais e trata do escoamento de um fluido à temperatura constante, próxima à temperatura ambiente e pressão atmosférica padrão. A velocidade desse escoamento varia conforme a geometria do bocal, sendo que o modelo ideal considera o escoamento engasgado, ou seja, com Mach 1 na garganta (seção S_g na figura 2.9)

Figura 2.9 – Variáveis consideradas no equacionamento da tubeira para o equacionamento clássico.

Nas três seções, S1 (entrada), Sg (garganta) e Ss (saída), são consideradas as seguintes definições:

A – Área da seção
 P – Pressão
 P_c – Pressão na câmara
 P_{atm} – Pressão atmosférica
 T – Temperatura absoluta
 T_c – Temperatura na câmara
 ρ – Massa específica
 V – Velocidade
 V_e – Velocidade de entrada na tubeira
 a – Velocidade do som.
1, g e s – Índices que mostram a seção considerada.

Do estudo dos escoamentos compressíveis em bocais convergentes-divergentes que atingem a condição sônica na garganta, considerando a hipótese de isentropia, têm-se as condições tradicionais: 1) quando o escoamento é subsônico a velocidade aumenta com a diminuição da área da seção transversal; 2) quando o escoamento é supersônico a velocidade aumenta com o aumento da área da seção transversal. Essa é a situação esperada nas tubeiras ensaiadas, tendo-se velocidade sônica na garganta e velocidade supersônica no cone divergente da tubeira. Essa é a situação ideal, ou seja, o convergente está sujeito a um ambiente subsônico e o divergente a um ambiente supersônico. A pressão na tubeira externa evolui para atingir a pressão atmosférica (condição de estagnação), mas pode haver choques e diferentes formas de evolução da esteira que desenvolve a partir do divergente.

Uma hipótese simplificadora é considerar as características do reservatório como as de estagnação, ou seja, a velocidade é nula. Nesse caso, temperatura, pressão e massa específica são indicados por T_o , P_o , ρ_o , respectivamente.

Ainda, tomando a figura 2.9 como base, para uma situação em que a área da seção transversal de entrada da tubeira S_1 tenha uma condição $A_1 > 3 A_g$, a literatura indica que se pode considerar condições de estagnação na câmara (ou na seção S_1). Por outro lado, a análise tradicional diz que, em prolongando indefinidamente a parte divergente da tubeira tem-se uma expansão absoluta, levando a:

$$T_s = 0$$

$$P_s = P_{atm}$$

$$V_s = \infty$$

$$A = \infty$$

A velocidade, entretanto, não aumenta até o limite infinito, mas a um valor limite indicado neste texto na equação 2.23. (Ver, por exemplo, BRUN, 1958).

Para obter as equações usuais, hipóteses simplificadoras são utilizadas, produzindo resultados elegantes, que direcionam todo o dimensionamento dos modelos de motores para foguetes. São elas:

- i - Escoamento unidirecional e uniforme em uma mesma seção. As características são uniformes na seção e as velocidades são paralelas ao eixo longitudinal ao escoamento.
- ii - O Escoamento é permanente: não há variação das características no tempo.
- iii - O Escoamento é isentrópico. Portanto não há perda de calor para o meio e resistência das paredes, não havendo perdas mecânicas.
- iv - Não acontece dissociação molecular.
- v - Os gases da combustão são tratados como gases ideais.

2.3.2. Relações termodinâmicas clássicas para escoamentos compressíveis

As equações mais básicas com as quais nos deparamos no estudo de escoamentos compressíveis provavelmente envolvem as definições da razão entre os calores específicos, γ , e da constante específica dos gases, R .

$$\frac{c_p}{c_v} = \gamma \qquad R = c_p - c_v \qquad c_p = \frac{R \gamma}{(\gamma - 1)}$$

$$R_c = \frac{R \text{ (cte universal dos gases)}}{M \text{ (Peso molecular do gás)}}$$

Nessas equações, R_c é a constante específica do gás (para o ar 287 J/kg K), M é a massa molar (para o ar 29 kg/mol).

Uma primeira análise é feita considerando duas seções genéricas da tubeira, nas posições indicadas por x e y . Uma primeira equação é obtida aplicando a equação da energia por unidade de peso entre as seções x e y , produzindo:

$$C_p (T_x - T_y) = \frac{1}{2g} (V_y^2 - V_x^2) \quad (2.9)$$

Adicionalmente, a equação da conservação da massa produz:

$$\frac{A_x V_x}{V_{olx}} = \frac{A_y V_y}{V_{oly}} \quad \text{ou} \quad \rho_x A_x V_x = \rho_y A_y V_y \quad (2.10)$$

Nessas equações $\rho_x = 1/V_{olx}$ e $\rho_y = 1/V_{oly}$, onde ρ são as massas específicas e V_{ol} são os volumes específicos. Como se está considerando o caso isentrópico, as equações acima produzem:

$$\frac{T_x}{T_y} = \left(\frac{p_x}{p_y} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{V_{olx}}{V_{oly}} \right)^{\gamma-1} \quad (2.11)$$

A “temperatura de estagnação, T_o ”, assim designada quando se considera nula a velocidade na câmara é dada, a partir da equação (2.9), por:

$$T_o = T_y + \frac{V_y^2}{2g C_p} \quad (2.11a)$$

Considera-se a situação de estagnação como referência. Assim, a partir de T_o pode-se determinar $V_{ol,0}$, p_0 e outras variáveis interdependentes, considerando as relações termodinâmicas isentrópicas:

$$\frac{p_0}{p_y} = \left(\frac{T_0}{T_y}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad \frac{V_{ol0}}{V_{oly}} = \left(\frac{T_0}{T_y}\right)^{-\frac{1}{\gamma-1}} \quad (2.12)$$

Introduzindo a velocidade do som nessas expressões, definida como:

$$a = \sqrt{\gamma RT} \quad (2.13)$$

As equações podem ser expressas como função das características do gás, da temperatura na seção e do número de Mach. Este, por sua vez, é definido como:

$$Ma = \frac{V \text{ (velocidade do escoamento)}}{a \text{ (velocidade do som local)}} \quad Ma = \frac{V}{\sqrt{\gamma RT}} \quad (2.14)$$

Inserindo o número de Mach na equação para T_0 passa-se a ter:

$$T_0 = T_y + \frac{(\gamma-1)Ma_y^2 T_y}{2} \quad (2.15)$$

Nessas equações Ma_y é o número de Mach na seção y . As demais equações (2.12) tornam-se:

$$\frac{T_0}{T_y} = 1 + \frac{(\gamma-1)}{2} Ma^2 \quad \frac{p_0}{p_y} = \left[1 + \frac{(\gamma-1)}{2} Ma^2\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad \frac{V_{ol0}}{V_{ol}} = \left[1 + \frac{(\gamma-1)}{2} Ma^2\right]^{-\frac{1}{\gamma-1}} \quad (2.16)$$

A primeira das equações (2.16) permite determinar o número de Mach local como função da temperatura:

$$Ma = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left(\frac{T_0}{T} - 1\right)} \quad (2.17)$$

Uma equação encontrada no estudo das tuberias isentrópicas é aquela que relaciona as áreas de duas seções transversais nas posições x e y . Partindo da equação da continuidade, tem-se, sucessivamente:

$$\frac{A_y}{A_x} = \frac{v_y}{v_x} \frac{V_y}{V_x}, \quad \frac{v_x}{v_y} = \frac{Ma_x}{Ma_y} \sqrt{\frac{T_x}{T_y}}, \quad \frac{A_y}{A_x} = \frac{Ma_x}{Ma_y} \sqrt{\frac{T_x}{T_y}} \frac{V_y}{V_x} \quad (2.18)$$

Mas já se sabe que $\frac{V_x}{V_y} = \left(\frac{T_x}{T_y}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$, o que produz, juntamente com a equação (2.18):

$$\frac{A_y}{A_x} = \frac{Ma_x}{Ma_y} \sqrt{\frac{T_x}{T_y}} \left(\frac{T_x}{T_y}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad \text{ou} \quad \frac{A_y}{A_x} = \frac{Ma_x}{Ma_y} \sqrt{\left(\frac{T_x}{T_y}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} \quad (2.19)$$

Portanto, de (2.16) e (2.19) a relação entre as áreas nas posições x e y , em função do número de Mach local fica sendo:

$$\frac{A_y}{A_x} = \frac{Ma_x}{Ma_y} \sqrt{\left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_y^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_x^2}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} \quad (2.20)$$

Esta equação é geralmente apresentada tendo como referência a área da garganta, ou seja, $A_x = \text{Área da garganta}$. Nessa área admite-se $Ma=1$, traçando-se gráficos para A_y como função do número de Mach para $\gamma = 1,4$ (caso do ar).

2.3.3. Equações clássicas para o escoamento na tubeira

Considerando as definições iniciais do item 2.3.2, a equação 2.9 pode ser reescrita na forma (i é um índice para a posição no escoamento, geralmente tomada como o início da tubeira ou a garganta. É uma simplificação para a posição de referência, de maneira a não sobrecarregar as equações com índices):

$$V^2 = \frac{2\gamma R}{\gamma-1} (T_i - T) v_i^2, \quad \text{ou} \quad V^2 = \frac{2\gamma R}{\gamma-1} \left(1 - \frac{T}{T_i}\right) \quad (2.21)$$

Das equações 2.12 tem-se que $\frac{T}{T_i} = \left(\frac{p}{p_i}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$, o que, juntamente com a equação 2.21, produz:

$$V^2 = \frac{2\gamma RT_i}{\gamma-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{p}{p_i}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \quad (2.22)$$

Essa é a velocidade ideal do escoamento em função da relação de pressões, para um ponto qualquer. O termo entre colchetes é usualmente associado ao “rendimento η ”, utilizando-se valores tabelados (ver, por exemplo, SUTTON, 1963). Considerando uma expansão da tubeira divergente que possa se estender ao infinito, tem-se, nessa condição, $p=0$ a partir da equação 2.22, mas percebe-se curiosamente que $v \neq \infty$. O valor limite da velocidade, para $p=0$, passa a ser:

$$V_S = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} RT_S} \quad (2.23)$$

Essa é a velocidade limite. Nenhum valor maior pode ser obtido. Da equação 2.22 segue, também, que:

$$\eta = 1 - \left(\frac{p}{p_i}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (2.24)$$

2.3.4. Equações clássicas para variáveis na garganta

Da equação de conservação de massa 2.10 tem-se naturalmente a massa passante pelas seções da tubeira, quantidade esta denominada de “débito de massa” e representada como:

$$\bar{W} = \frac{A_x V_x}{V_{olx}} \quad (2.25)$$

As equações 2.12 e a lei dos gases perfeitos produzem:

$$\left(\frac{V_{ol1}}{V_{olx}}\right) = \left(\frac{p_x}{p_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad \text{ou} \quad V_{olx} = \frac{RT_1}{p_1} \left(\frac{p_1}{p_x}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (2.26)$$

As equações 2.25 e 2.26 produzem:

$$\frac{\bar{w}}{A_x} = \left(\frac{p_x}{p_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \frac{p_1}{RT_1} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} RT_1 \left[1 - \frac{p_x}{p_1}\right]} \quad (2.27)$$

Entende-se que essa razão (débito de massa por unidade de área) será máxima na garganta (está dividida pela menor área).

Assim, considerando este máximo, $\frac{d\bar{w}}{dp} = 0$ na garganta e rearranjando a equação 2.27 para uma forma mais adequada, tem-se:

$$\frac{\bar{w}}{A_x} = \frac{p_1}{RT_1} \sqrt{\frac{2\gamma RT_1}{\gamma-1}} \sqrt{\left(\frac{p_x}{p_1}\right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p_x}{p_1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}} \quad (2.28)$$

Sua derivação produz:

$$\frac{d\bar{w}}{dp} = A \cdot \frac{\frac{2}{\gamma} \left(\frac{p_x}{p_0}\right)^{\frac{2}{\gamma}-1} \frac{1}{p_1} - \frac{\gamma+1}{\gamma} \left(\frac{p_x}{p_0}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}-1} \frac{1}{p_1}}{2 \sqrt{\frac{2\gamma RT_1}{\gamma-1}}} \quad (2.29)$$

Igualando a equação 2.29 a zero para obter as condições otimizadas na garganta (que conduzem ao máximo), tem-se:

$$\frac{2}{\gamma} \left(\frac{p_g}{p_1}\right)^{\frac{2}{\gamma}-1} \frac{1}{p_1} - \frac{\gamma+1}{\gamma} \left(\frac{p_g}{p_1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}-1} \frac{1}{p_1} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{p_g}{p_1} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (2.30)$$

Utilizando as equações 2.30 e 2.12, tem-se, para o caso isentrópico:

$$\frac{V_{olg}}{V_{ol1}} = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (2.31)$$

$$\frac{T_g}{T_1} = \frac{2}{\gamma+1} \quad (2.32)$$

Isso mostra que, conhecendo a pressão interna, ou a massa específica interna, ou a temperatura interna, podem-se determinar essas variáveis na garganta apenas conhecendo-se o valor de γ .

2.3.5. A velocidade do escoamento na garganta (velocidade do som)

As equações 2.21, 2.22, 2.30, 2.31 e 2.32 mostram que a velocidade na garganta pode ser expressa por:

$$V_g = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} RT_1 \left[1 - \frac{2}{\gamma+1}\right]} \quad \text{ou} \quad V_g = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma+1} RT_1} \quad (2.33)$$

Substituindo T_1 pelo valor obtido de T_g obtível da equação 2.32, a equação 2.33 se torna:

$$V_g = \sqrt{\gamma RT_g} = a_g \quad (2.34)$$

A velocidade da garganta é igual à velocidade do som na garganta. Da equação 2.30, para que se tenha Mach igual a 1, ou seja, a velocidade sônica na garganta, é necessário que ocorra:

$$\frac{p_1}{p_s} > \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (2.34)$$

2.3.6. Débito em peso na garganta

As equações 2.27 e 2.30 e a lei dos gases perfeitos permitem escrever o débito de massa como:

$$\bar{W} = \frac{A_g \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma+1} RT_1}}{V_{ol1} \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}} = \frac{A_g p_1 \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma+1} RT_1}}{RT_1 \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}} = A_g p_1 \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \frac{\sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma+1}}}{\sqrt{RT_1}} \quad (2.35)$$

O fato de aparecer o produto entre pressão e área faz com que se tenha aí uma dimensão de força, o que faz com que essa forma de apresentação receba o nome de débito em peso. Efetuando alguns algebrismos indicados na literatura, como por exemplo, multiplicando o numerador e o denominador por $\sqrt{\gamma}$, resulta em:

$$\bar{W} = A_g p_1 \frac{\gamma \sqrt{\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}}{\sqrt{\gamma RT_1}} = A_g p_1 \frac{R \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}}{\sqrt{\gamma RT_1}} \quad (2.36)$$

Definindo Δ como o coeficiente de débito, conforme SUTTON (1963), que apresenta tabelas para este valor, tem-se:

$$\Delta = \frac{\gamma \sqrt{\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}}{\sqrt{\gamma RT_1}} \quad (2.37)$$

Finalmente:

$$\bar{W} = \Delta p_1 A_g \quad (2.38)$$

2.3.7. Escoamento para seção genérica no divergente da tubeira

Na sequência do item 2.3.3, que apresenta equações para o escoamento na tubeira, o presente item se concentra na parte divergente desta tubeira, relacionando o elemento procurado ao correspondente na garganta. Das equações 2.22, 2.24 e 2.34 segue imediatamente que a velocidade em uma seção qualquer do divergente pode ser expressa como:

$$\frac{V_x}{V_g} = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \eta \quad (2.39)$$

Da equação da continuidade, 2.10, tem-se que:

$$\frac{A_g}{A_x} = \frac{V_x}{V_g} \frac{V_{olg}}{V_{olx}} = \frac{V_x}{V_g} \frac{V_{olg}}{V_{ol1}} \frac{V_{ol1}}{V_{olx}} \quad (2.40)$$

Substituindo as equações 2.24, 2.26 e 2.31 na equação 2.40 resultam:

$$\frac{A_g}{A_x} = \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \left(\frac{p_x}{p_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{p_x}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} \quad (2.41)$$

A equação 2.41 mostra a evolução ideal da geometria da tubeira, considerando aqui a parte divergente da mesma. Evidentemente, em conhecendo antes a relação de áreas, pode-se extrair o valor de p_x/p_1 para qualquer posição. A partir deste valor, também os valores da temperatura e do volume específico podem ser determinados, utilizando as relações isentrópicas $\frac{T_x}{T_1} = \left(\frac{p_x}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$ e $\frac{V_x}{V_1} = \left(\frac{p_x}{p_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$, respectivamente. Tendo T_x , a velocidade do som em uma seção qualquer do divergente é dada por:

$$a_x = \sqrt{\gamma R T_x} \quad (2.42)$$

A parte final da expansão é a seção de saída. Todas as equações aqui vistas valem para esta seção limite, o que é expresso colocando o índice “s” para denotar essa posição. Assim, tem-se:

Para a velocidade:

$$\frac{V_s}{V_g} = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{p_s}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} \quad (2.43)$$

Para a relação de áreas:

$$\frac{A_g}{A_s} = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \left(\frac{p_s}{p_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{p_s}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]} \quad (2.44)$$

Para a temperatura, volume específico e velocidade do som valem as relações $\frac{T_s}{T_1} = \left(\frac{p_s}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$, $\frac{V_s}{V_1} = \left(\frac{p_1}{p_s}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$, $a_s = \sqrt{\gamma R T_s}$, respectivamente.

2.3.8. Alguns parâmetros derivados das equações aqui apresentados e definidos para considerar escoamentos reais (não-isentrópicos)

i - Força propulsiva

A equação da quantidade de movimento na sua forma integral e as equações definidas anteriormente permitem chegar a:

$$F = p_1 A_g \left[\sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma-1} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \eta} + \left(\frac{p_s - p_{atm}}{p_1}\right) \frac{A_s}{A_g} \right] \quad (2.45)$$

ii - Coeficiente força C_f

Corresponde à primeira parcela entre colchetes acima.

$$C_f = \gamma \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \sqrt{\frac{2\eta}{\gamma-1}} \quad (2.46)$$

Esse coeficiente é tabelado em SUTTON (1963), por exemplo. O Coeficiente de Força C_f ótimo é tabelado em função de $\frac{p_i}{p_s}$, razão denominada de coeficiente de expansão. A razão entre a força prática e a teórica pode ser apresentada como (com base na referência citada):

$$\frac{F_{prática}}{F_{teórica}} = 0,92 \text{ a } 1 \quad (2.47)$$

ii – Rendimento energético da tubeira

O rendimento “e” é definido como:

$$e = \frac{V_{sp}^2}{V_{st}^2}$$

$$\frac{V_{sp}}{V_{st}} = \sqrt{e} = 0,85 \text{ a } 0,98 \quad (2.48)$$

iii – Rendimento de débito:

O rendimento de débito “ξ” é definido como:

$$\xi = \frac{w_{prático}}{w_{teórico}} = 0,98 \text{ a } 1,15 \quad (2.49)$$

2.3.9. Traçado aconselhável da tubeira

A tubeira, na prática, é composta pela junção de dois cones através de seu vértice. O cone convergente é geralmente utilizado com o ângulo de abertura de 45⁰ graus.

A garganta, para os motores de modelos de foguete tem comprimento geralmente minimizado, ficando as condições construtivas estabelecendo esse comprimento geralmente entre 1 e 2 mm IME(1965).

O divergente tem geralmente semiângulo entre 12⁰ e 18⁰ (ângulo pleno entre 24⁰ e 36⁰).

Para um traçado suave determina-se:

- i) $A_g - r_g$ (raio da seção da garganta)
- ii) $A_s - r_s$ (raio da saída)

- iii) $V_s - Ma_s$ (número da Mach na saída) A partir daí determina-se o ângulo α na saída, através de $\sin(\alpha_s) = \frac{1}{Ma_s}$. Interpolam-se esses valores suavemente, utilizando raios de curvatura que otimizem as indicações de ângulos e distâncias mencionadas no primeiro parágrafo deste subitem.

2.4. Comentários sobre o equacionamento de Fanno

Todo o item 2.3 discute a formulação clássica para escoamentos em bocais convergente-divergentes fundamentados de forma mais evidente na hipótese de isentropia. O item 2.3.8 representa uma aproximação da realidade, com coeficientes corretivos.

Entretanto, uma abordagem causal fundamentada em princípios físicos que considerem escoamentos mais próximos dos escoamentos reais ainda não foi aqui apresentada. Uma abordagem nesse sentido foi elaborada por Fanno (Gino Girolamo Fanno, mencionado em White, 2011). Considera-se aqui um escoamento adiabático (sem troca de calor com o meio) em tubo de seção transversal constante, mas com efeito de cisalhamento (tensão tangencial).

O escoamento em um tubo de seção transversal gera, para a equação integral da conservação de massa (continuidade):

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 = G \quad (2.50)$$

G é uma constante. A equação integral da conservação da quantidade de movimento introduz o esforço tangencial ao escoamento, na parede do tubo, R_x , obtendo-se:

$$R_x + p_1 A_1 - p_2 A_2 = \rho_2 V_2^2 A_2 - \rho_1 V_1^2 A_1 \quad (2.51)$$

A primeira lei da termodinâmica torna-se, simplesmente:

$$u_1 + \frac{V_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho_1} = u_2 + \frac{V_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho_2} \quad \text{ou} \quad h_1 + \frac{V_1^2}{2} = h_2 + \frac{V_2^2}{2} \quad (2.52)$$

A segunda lei da termodinâmica reduz-se a:

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - R \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right) \quad (2.53)$$

A equação de estado dos gases perfeitos fornece, adicionalmente:

$$p = \rho RT \quad (2.54)$$

Para um gás ideal com calores específicos constantes, tem-se:

$$h_2 - h_1 = c_p (T_2 - T_1) \quad (2.55)$$

As equações 2.50 a 2.55 mostram que, em conhecendo as propriedades na posição (estado) 1, tem-se sete incógnitas na posição (estado) 2.

Ou seja, as incógnitas são: T_2 , p_2 , ρ_2 , V_2 , h_2 , s_2 e R_x .

Nesse caso, são seis equações e sete incógnitas, o que mostra haverem infinitas condições (estados) 1 que satisfazem o equacionamento.

Mas, em se lançando em um gráfico T versus S os lugares geométricos dos estados 2 atingíveis a partir do estado 1, tem-se uma curva como aquela mostrada na figura 2.10.

Esta curva é denominada “Linha Fanno”.

Figura 2.10 – Linha de Fanno em um diagrama T,s para escoamento adiabático em um duto de área constante (Fox & McDonald 1981)

Algumas características da linha Fanno são interessantes para discussões. Por exemplo, no ponto de máxima entropia indicado na figura 2.10 tem-se número de Mach unitário ($Ma=1$), ou seja, atingiu-se a condição sônica. Um segundo aspecto é que, em admitindo o cisalhamento, a entropia desse escoamento sempre aumentará. Portanto, para qualquer posição 1 sobre a linha de Fanno que represente uma seção de um escoamento em tubo, a jusante desta seção a entropia será maior e, portanto, o deslocamento sempre será da esquerda para a direita. Assim, se o escoamento é inicialmente sub-sônico, ele desenvolverá para atingir o escoamento sônico ($Ma=1$). Se, por outro lado, o escoamento é inicialmente super-sônico, ele também tenderá ao escoamento sônico.

Considerando o problema da tubeira com garganta de comprimento não-desprezível, e considerando que se tem escoamento subsônico na entrada da garganta, o fato de se considerar o efeito do cisalhamento implica que haverá tendência ao escoamento tornar-se sônico.

Em valendo a hipótese de escoamento adiabático, tem-se que o escoamento sônico, em ocorrendo, deve ajustar-se para ocorrer na saída da garganta (início do bocal divergente). Isso porque a entropia do escoamento forçosamente aumenta ao longo da garganta (devido ao efeito viscoso). Caso o escoamento sônico viesse a ocorrer em algum ponto interno da tubeira (não no final), já se teria alcançado a entropia máxima nesse ponto (figura 2.10); mas como o escoamento ainda se desenvolve a jusante, a entropia teria que continuar aumentando. Portanto, há uma contradição. Essa consideração é utilizada no desenvolvimento teórico apresentado no item 3 do presente texto.

2.4.1. Um cálculo possível com a linha de Fanno para a garganta da tubeira

Considere-se a figura 2.9, na qual se conhecem as pressões na câmara de combustão e nas seções 1 e 2. As condições de pressão e temperatura na câmara de combustão são consideradas as condições de estagnação. Da câmara até a posição 1 pode-se admitir que o escoamento é isentrópico, o que faz com que valha a equação 2.17, renumerada aqui para:

$$Ma = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left(\frac{T_0}{T} - 1 \right)} \quad (2.56)$$

Unindo com a equação 2.12 resulta:

$$Ma = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left(\left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)} \quad (2.57)$$

A equação 2.57 fornece o número de Mach na seção 1 (no início da garganta). A equação 2.56 fornece a temperatura nesta posição. Com a equação 2.14 obtém-se a velocidade do escoamento na seção 1.

$$V = Ma\sqrt{\gamma RT} \quad (2.58)$$

A equação 2.54 permite, adicionalmente, obter a massa específica na seção 1.

De posse da temperatura na seção 1, obtém-se a viscosidade absoluta e calcula-se (conhecendo o diâmetro da garganta e a velocidade na seção) o número de Reynolds. Para rugosidade do tubo conhecida, o número de Reynolds permite obter o fator de cisalhamento (fator de resistência, ou fator de atrito) da equação de Darcy-Weisbach, f , utilizando o gráfico de Moody ou a equação de Churchill (ver Schulz, 2003, por exemplo).

Tabelas foram construídas na literatura para, com as variáveis já quantificadas, obter os parâmetros p_1/p^* e $f^*L_{máx}/D$ (ver, por exemplo, Fox e MacDonald, 1981). p^* é uma pressão de referência, constante para o escoamento na linha de Fanno. $L_{máx}$ é o comprimento para se atingir $Ma=1$, que é o que interessa no presente estudo.

Observa-se que, se se considerar $f=f^*$, uma vez que o diâmetro D é conhecido, conhece-se imediatamente $L_{máx}$.

Assim, o equacionamento de Fanno permitiria dizer qual o comprimento de uma garganta necessário para se atingir a situação sônica, em se conhecendo f a partir do número de Reynolds e da rugosidade relativa. Dessa forma, naturalmente impõe-se que esta condição seja atingida na seção posterior da garganta (última seção, ou seção de saída).

2.5. Comentários sobre a situação não-isentrópica

O que se observa da situação proposta pela análise de Fanno é que um fator de resistência foi considerado válido ao longo de um comprimento de tubo. De fato, é uma aproximação que não se aplica para tubos curtos, onde o fator de

resistência varia. Eventualmente tubos curtos possam utilizar essa aproximação sem se estabelecer um vínculo “real”, porém “ideal”, entre o fator de resistência e a força resistiva propriamente dita.

O estudo apresentado no item 3 considera a possibilidade de se trabalhar com um coeficiente de perda de energia localizado (e não distribuído, como sugerido por Fanno).

Menciona-se que as abordagens teóricas (aquelas que não repousam em cálculos repetitivos dos métodos numéricos, mas que visam esclarecer conceitualmente os fenômenos) ainda não estabelecem de forma definitiva as geometrias práticas das tubeiras, o que justifica os estudos continuados.

CAPÍTULO 3

Como lhe vem (à mente humana) todo o material da razão e do conhecimento? A isso respondo com uma palavra: pela experiência. É na experiência que está baseado todo o nosso conhecimento, e é dela que, em última análise, o conhecimento é derivado. Aplicada tanto aos objetivos sensíveis externos quanto às operações internas de nossa mente, que são por nós mesmos percebidas e refletidas, nossa observação sempre supre nosso entendimento com todo o material do pensamento. Essas são as duas fontes de nosso conhecimento, das quais jorram todas as idéias que temos ou que podemos naturalmente ter.

Locke (1796) Ensaio sobre o entendimento humano

METODOLOGIA

O desenvolvimento das idéias teóricas do capítulo 2 mostrou duas possibilidades de quantificar escoamentos em bocais e tubos. Para bocais convergentes e divergentes o equacionamento adiabático e isentrópico foi aquele que produziu os resultados mais reprodutíveis, considerando a literatura consultada. Para o escoamento em bocal convergente e tubo, o equacionamento não-isentrópico produziu resultados aplicáveis.

Escoamentos de fluidos são altamente dissipativos. Energia útil é perdida sempre que o efeito da viscosidade se faz sentir em regiões com gradientes de velocidade. Dessa forma, a hipótese de isentropia, que não considera a perda de energia por esta ser irreversível, dificulta a obtenção de um resultado para a influência do comprimento da garganta nas condições de montante. Isso ainda se soma ao fato de que a condição de escoamento sônico implica em que não serão emitidas informações de jusante para montante. Assim, em isentropia as alterações na garganta em escoamento sônico não serão computadas a montante da linha sônica.

A formulação de Fanno, que considera a ação cisalhante, mostra que todo escoamento em tubo desenvolve-se para o caso sônico. O escoamento inicial (na entrada da tubulação) pode ser supersônico ou subsônico, mas ele se desenvolve para atingir o escoamento sônico. No caso da tubeira estudada, o

escoamento inicial é subsônico e convergente, tornando-se paralelo na garganta. Sabe-se de antemão que este escoamento se desenvolverá ao caso sônico (é o que se deseja para que o motor funcione), mas as inferências obteníveis da análise de Fanno nos mostram que pode haver escoamento subsônico a montante, mesmo na garganta. Nesse caso, informações da garganta podem ser emitidas para montante, e uma análise nesta região poderá computar esses dados da garganta. Adicionalmente, a análise de Fanno prevê escoamento sônico em tubos mais longos, onde o fator de cisalhamento f atua sobre todo o tubo. A garganta é um tubo curto, no qual o desenvolvimento da camada limite envolvente do escoamento não evoluiu até atingir o eixo do tubo, ou seja, o escoamento não é plenamente desenvolvido. Nesse caso, como mostraram, por exemplo, Simões, Schulz e Porto (2010), o valor de f não é constante e é maior do que o valor para escoamento plenamente desenvolvido. As tabelas construídas para a análise de Fanno evidentemente consideram essa situação de maior fator de cisalhamento, mas os valores exatos de f não são conhecidos, podendo haver imprecisões nos cálculos subsequentes.

Baseado nos parágrafos anteriores optou-se por efetuar uma análise do escoamento de montante de um choque utilizando a formulação tradicional para escoamento subsônico compressível e dissipativo, mas procurando uma eventual forma mais imediata que as tabelas de Fanno. Em outras palavras, aqui também não se considerou isentropia. Esta condição foi representada por um “S”, de entropia, “cortado”, indicando a não observância da sua constância. Assim, as formulações são para “\$”.

3.1. Formulação considerando perdas com um coeficiente local $K_\$$

O equacionamento básico utilizado nesta formulação foi elaborado no contexto desta pesquisa, em discussões e argumentações entre o proponente e o colega Prof. Harry Edmar Schulz. O texto original Schulz (2012) foi gentilmente cedido para constar nesta tese, uma vez que a gênese das discussões foi a

própria tese. Note-se que a discussão em torno de textos como NASA (1971), que fundamentam muitos estudos da literatura, evoluiu lentamente, bem como em torno de apresentações mais modernas (Kubota, 2002, Kuo e Acharya, 2012), além dos livros clássicos (Potter e Wiggert, 2004; White, 2011; por exemplo) fazendo com que apenas paulatinamente o centro de atenção passasse dos pontos de vista tradicionais para avançar em direção a propostas mais vinculadas à aplicação da mecânica dos fluidos não-isentrópica focada nos termos de pressão, e, posteriormente, nos termos de temperatura. Menciona-se de antemão que a aproximação seguida permite que os efeitos sobre a temperatura do escoamento sejam acompanhados, mas que inicialmente essa análise valorizou a perda de energia refletida nas parcelas de pressão (o início não se fixou na termodinâmica tradicional ou mesmo a termodinâmica química que os textos mencionados sugerem). Este equacionamento considera como Volume de Controle a câmara de combustão. Neste caso, a câmara aumenta em uma taxa dL/dt , que corresponde à velocidade de consumo do combustível sólido (taxa de combustão), enquanto que os gases produzidos na combustão entram no Volume de Controle com velocidade relativa à superfície V_1 . A figura 3.1 apresenta o esquema considerado.

Figura 3.1: Volume de controle considerado na formulação, com as variáveis relevantes para a conservação de massa.

Na figura 3.1, L é o comprimento da câmara de combustão e N é o comprimento da garganta. V_1 é a velocidade com que os gases de combustão se deslocam em relação à parede esquerda (composta pelo propelente em combustão) e V_2 é a velocidade de saída. Note-se que não é preciso que haja

descarga para a atmosfera. A seção 2 pode ser ainda uma seção confinada, como a última seção da garganta, (ou mesmo a primeira seção da garganta, se assim for desejado). Em outras palavras, o esquema permite localizar a seção 2 onde for conveniente para o estudo.

Considerando a conservação de massa no Volume de Controle (que não contém o propelente, mas apenas o ambiente com gás, da câmara) tem-se:

$$\frac{d}{dt} \int_{VC} \rho \, dVol + \int_{SC} \rho \, \vec{V} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (3.1)$$

Admitindo-se que ρ_1 seja uniforme na câmara que contém os gases, isto é, a massa específica é constante no interior do volume, a equação (3.1) assume a forma:

$$\rho_1 A_1 \frac{dL}{dt} - \rho_1 A_1 V_1 + \rho_2 A_2 V_2 = 0 \quad (3.2)$$

A relação simples que envolve as velocidades dos gases e de expansão da câmara é dada por:

$$V_1 - \frac{dL}{dt} = V_2 \left(\frac{\rho_2 A_2}{\rho_1 A_1} \right) \quad (3.3a)$$

Evidentemente se a velocidade de entrada dos gases iguala a velocidade de expansão da câmara, a resultante da velocidade na câmara é nula e não há saída de gases ($V_2=0$). (As velocidades de entrada e saída são relativas às respectivas superfícies de controle). Na prática, V_2 é sempre maior do que $V_1 - dL/dt$, de forma que o coeficiente entre parêntesis é menor do que a unidade, podendo ser muito menor do que a unidade (mas não zero).

A formulação de conservação de massa é direta, não implicando em hipóteses menos tradicionais. A presença da taxa de combustão, dL/dt , é conveniente nesta equação, e foi deixada para ilustrar a potencialidade dessa forma de apresentação, permitindo que se efetuem aproximações para avaliar esta taxa a partir das grandezas relevantes do próprio escoamento. Esta ilustração é apresentada no item 3.2 dessa descrição metodológica.

Considerando que só há V_1 em havendo dL/dt (como foi considerado o volume de controle gasoso, sem inserir o componente sólido, essa relação ainda tem que ser explicada), uma equação de conservação de massa para a superfície pode ser utilizada, na forma:

$$\rho_s A_1 \frac{dL}{dt} = \rho_1 A_1 V_1 \quad \text{ou} \quad \frac{dL}{dt} = \frac{\rho_1}{\rho_s} V_1 \quad (3.3b)$$

ρ_s é a massa específica do sólido. Trata-se de uma relação auxiliar, que permite escrever, também:

$$V_1 = \frac{V_2 \left(\frac{\rho_2 A_2}{\rho_1 A_1} \right)}{\left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_s} \right)} \quad (3.3c)$$

$$\frac{dL}{dt} = \frac{V_2 \left(\frac{\rho_2 A_2}{\rho_1 A_1} \right)}{\left(\frac{\rho_s}{\rho_1} - 1 \right)} \quad (3.3d)$$

Em seguida, a aplicação da equação de Bernoulli com perdas para uma partícula de fluido que entra no Volume de Controle no lado esquerdo e sai do Volume de Controle no lado direito, produz, por sua vez, na formulação de perda de carga:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho_1 g} + \frac{\left(v_1 - \frac{dL}{dt}\right)^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho_2 g} + \frac{(V_2)^2}{2g} + hp \quad (3.4)$$

hp representa a perda de carga e deve ser formulada. Essa forma de apresentação da equação de Bernoulli está mais vinculada aos escoamentos incompressíveis, mas esta apresentação foi aqui mantida para mostrar as equações possíveis de ser obtidas, cuja validade deve ser verificada experimentalmente. Considerando tanto a câmara como a garganta sendo composta de tubos curtos, as perdas localizadas passam a ser equacionadas com coeficientes de perda, na forma não isentrópica (índice \$), como:

$$hp = K_{\$1} \frac{\left(v_1 - \frac{dL}{dt}\right)^2}{2g} + K_{\$2} \frac{(V_2)^2}{2g} \quad (3.5)$$

$K_{\$1}$ refere-se à perdas na câmara e $K_{\$2}$ refere-se à perdas na garganta. Utilizando as equações (3.3a) e (3.5) tem-se

$$hp = \frac{(V_2)^2}{2g} \left[K_{\$2} + K_{\$1} \left(\frac{\rho_2 A_2}{\rho_1 A_1} \right)^2 \right] \quad (3.6)$$

A equação (3.6) mostra que se $\left(\frac{\rho_2 A_2}{\rho_1 A_1} \right) \ll 1$ (que implica que a velocidade de saída é muito maior que a velocidade desenvolvida pelo gás na câmara de combustão) apenas a constante $K_{\$2}$ é relevante nessa quantificação.

Utilizando as equações (3.4) e (3.6), desconsiderando as diferenças de cotas, tem-se

$$\frac{p_1}{\rho_1} - \frac{p_2}{\rho_2} = \frac{(V_2)^2}{2} \left[1 + K_{\$2} + (K_{\$1} - 1) \left(\frac{\rho_2 A_2}{\rho_1 A_1} \right)^2 \right] \quad (3.7)$$

Isto produz, para V_2 , a expressão:

$$V_2 = \sqrt{\left\{ \frac{2 \left[\left(\frac{p}{\rho} \right)_1 - \left(\frac{p}{\rho} \right)_2 \right]}{1 + K_{\$2} + (K_{\$1} - 1) \left(\frac{\rho_2 A_2}{\rho_1 A_1} \right)^2} \right\}} \quad (3.8)$$

Para $\left(\frac{\rho_2 A_2}{\rho_1 A_1} \right) \ll 1$ resulta:

$$V_2 = \sqrt{\left\{ \frac{2 \left[\left(\frac{p}{\rho} \right)_1 - \left(\frac{p}{\rho} \right)_2 \right]}{1 + K_{\$2}} \right\}} \quad (3.9)$$

A velocidade de saída está relacionada com $K_{\$2}$ e com as pressões que atuam nas seções escolhidas do Volume de Controle.

Em ocorrendo escoamento sônico apenas na última seção da garganta (a primeira do bocal divergente), $K_{\$2}$ quantifica a perda de energia na própria garganta.

Considerando as observações existentes na literatura para coeficientes de perda localizada em tubulações a velocidades subsônicas ($Ma \ll 1$), esses coeficientes são dependentes da geometria (forma da singularidade existente no escoamento) e do número de Reynolds para escoamentos internos. Para altos números de Reynolds a tendência observada é de haver constância dos coeficientes.

Considerando experimentos feitos em repouso (seguro na bancada) o balanço de quantidade de movimento no Volume de Controle já descrito na figura 3.1 e completado na figura 3.2 com as forças resistivas ao escoamento (F_c =Força na câmara e F_g =Força na garganta) e a força do suporte (F_r =Força de repouso) produz:

Figura 3.2: Volume de controle e as forças atuantes para a análise de quantidade de movimento.

$$F_x = \frac{d}{dt} \int_{VC} \rho V_x dVol + \int_{SC} V_x \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (3.10)$$

Ou seja:

$$(p_1 - p_2)A_2 - F_{garganta} - F_{câmara} + F_{repouso} = \rho_1 \left(V_1 - \frac{dL}{dt} \right) A_1 \frac{dL}{dt} - \rho_1 V_1^2 A_1 + \rho_2 V_2^2 A_2 \quad (3.11)$$

A força da câmara e da garganta (resistência ao escoamento do ar através da câmara e da garganta) pode ser obtida pela potência dissipada em cada um dos setores do volume de controle dividida pela velocidade média do deslocamento do ar (que conduz a resultado semelhante ao uso da equação para a força de arrasto, utilizando $K_{\$1}$ e $K_{\$2}$ como coeficientes). Assim:

$$F_{câmara} + F_{garganta} = \rho_1 \frac{K_{\$1} \left(V_1 - \frac{dL}{dt} \right)^2}{2} A_1 + \rho_2 \frac{K_{\$2} V_2^2}{2} A_2 \quad (3.11a)$$

As equações (3.11) e (3.11a) produzem:

$$(p_1 - p_2)A_2 - \rho_1 \frac{K_{\S 1} \left(V_1 - \frac{dL}{dt}\right)^2}{2} A_1 - \rho_2 \frac{K_{\S 2} V_2^2}{2} A_2 + F_{repouso} =$$

$$\rho_1 \left(V_1 - \frac{dL}{dt}\right) A_1 \frac{dL}{dt} - \rho_1 V_1^2 A_1 + \rho_2 V_2^2 A_2 \quad (3.12)$$

Aqui vale abrir um parêntesis para comentar a presença da taxa de combustão dL/dt na equação 3.12. Ela aparece explícita na segunda parcela do primeiro membro e na primeira parcela do segundo membro. Eventualmente pode ser interessante isolá-la já nesta forma e obter uma equação útil para o estudo de sua evolução. Entretanto, as equações 3.3a, b, c, d mostram relações entre as duas velocidades relevantes e a taxa de combustão, cuja manipulação conveniente pode gerar relações adicionais eventualmente mais esclarecedoras acerca do comportamento da taxa de combustão ou das outras variáveis relevantes. Nesse sentido, como todas as equações são em princípio válidas, diferentes manipulações podem ser testadas. Por exemplo, os termos quadráticos em dL/dt podem se valer da equação 3.3d, enquanto que os termos lineares passam a ser resolvidos na nova relação.

As equações 3.17 a 3.19 ilustram uma aproximação nesse sentido, no interesse do presente item, onde se buscou expressar a influência dos coeficientes $K_{\S}$ na pressão da câmara de combustão e na velocidade de exaustão.

Rearranjando a equação 3.12 resulta:

$$(p_1 - p_2)A_2 - \rho_2 V_2^2 A_2 \frac{K_{\S 1} \left(\frac{\rho_2 A_2}{\rho_1 A_1}\right)}{2} - \rho_2 \frac{K_{\S 2} V_2^2}{2} A_2 + F_{repouso} =$$

$$\rho_2 V_2^2 A_2 \frac{\left(\frac{\rho_2 A_2}{\rho_1 A_1}\right)}{\left(\frac{\rho_S}{\rho_1} - 1\right)} - \rho_2 V_2^2 A_2 \left[\frac{\left(\frac{\rho_2 A_2}{\rho_1 A_1}\right)}{\left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_S}\right)} \right]^2 \frac{1}{\left(\frac{\rho_2 A_2}{\rho_1 A_1}\right)} + \rho_2 V_2^2 A_2 \quad 3.13a)$$

Ou:

$$(p_1 - p_2)A_2 + F_{repouso} = \rho_2 V_2^2 A_2 \left[\frac{\left(\frac{\rho_2 A_2}{\rho_1 A_1}\right)}{\left(\frac{\rho_s}{\rho_1} - 1\right)} - \left[\frac{\left(\frac{\rho_2 A_2}{\rho_1 A_1}\right)}{\left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_s}\right)} \right]^2 \frac{1}{\left(\frac{\rho_2 A_2}{\rho_1 A_1}\right)} + 1 + \frac{K_{\$1} \left(\frac{\rho_2 A_2}{\rho_1 A_1}\right)}{2} + \frac{K_{\$2}}{2} \right] \quad (3.13b)$$

As primeiras duas parcelas do fator entre colchetes do segundo membro tendem a ser pequenas, principalmente em considerando a possibilidade de $\left(\frac{\rho_2 A_2}{\rho_1 A_1}\right) \ll 1$, o mesmo ocorrendo com a parcela que engloba $K_{\$1}$. Entretanto, mantendo-se primeiramente todas as parcelas obtém-se:

$$p_1 = p_2 + \rho_2 V_2^2 \left[G + \frac{K_{\$1} \left(\frac{\rho_2 A_2}{\rho_1 A_1}\right)}{2} + \frac{K_{\$2}}{2} \right] - \frac{F_{repouso}}{A_2} \quad (3.14a)$$

Onde:

$$G = \frac{\left(\frac{\rho_2 A_2}{\rho_1 A_1}\right)}{\left(\frac{\rho_s}{\rho_1} - 1\right)} - \left[\frac{\left(\frac{\rho_2 A_2}{\rho_1 A_1}\right)}{\left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_s}\right)} \right]^2 \frac{1}{\left(\frac{\rho_2 A_2}{\rho_1 A_1}\right)} + 1 \quad (3.14b)$$

Em havendo interesse em considerar apenas os termos de maior ordem de grandeza, resulta, para 3.14a:

$$p_1 = p_2 + \rho_2 V_2^2 \left[1 + \frac{K_{\$2}}{2} \right] - \frac{F_{repouso}}{A_2} \quad (3.14c)$$

As equações 3.14a e 3.14c exprimem a influência das perdas de energia na pressão da câmara, enquanto o escoamento permite a transferência de informações para montante. Para obter equações para a velocidade de ejeção dos gases, uma equação com todas as parcelas pode ser obtida manipulando-se

as equações 3.8 e 3.14a. No presente item buscou-se uma expressão mais vinculada às perdas na garganta, para o que se utilizou as equações 3.9 e 3.14c, que produzem:

$$V_2 = \sqrt{\frac{2 \left[\frac{p_2}{\rho_2} \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) + \frac{F_R}{\rho_1 A_2} \right]}{(2 + K_{\$2}) \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - \frac{1 + K_{\$2}}{2 + K_{\$2}} \right)}} \quad (3.15)$$

A equação (3.15) aparece com o termo $\frac{\rho_2}{\rho_1} - \left(\frac{1 + K_{\$2}}{2 + K_{\$2}} \right)$ no denominador, que mostra que a velocidade tende a níveis muito elevados quando:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} \rightarrow \left(\frac{1 + K_{\$2}}{2 + K_{\$2}} \right) \quad (3.16)$$

Em não havendo perdas, tem-se $\frac{\rho_2}{\rho_1} \rightarrow 0,5$. Havendo perdas, $K_{\$2} \neq 0$ e a razão entre as massas específicas tende a valores maiores que 0,5.

No tocante à experimentação, velocidades tendendo a valores tão elevados não são atingidas com pressões usuais na câmara de combustão. Para verificar possibilidades de quantificação de maiores pressões, considerou-se o comentário efetuado após a equação 3.12, sobre a presença da taxa de combustão nesta equação e manipulações seletivas da mesma. Por exemplo, mantendo-a na primeira parcela do segundo membro com o fator linear dL/dt , utilizando $\left(\frac{\rho_2 A_2}{\rho_1 A_1} \right) \ll 1$, e, para simplificação dos procedimentos dedutivos, desconsiderando F_r , tem-se:

$$(p_1 - p_2) = \rho_2 V_2 \frac{dL}{dt} + \rho_2 V_2^2 \left[1 + \frac{K_{\$2}}{2} \right] \quad (3.17)$$

Unindo as equações (3.9) e (3.17) resulta:

$$(p_1 - p_2) = \rho_2 \sqrt{\left\{ \frac{2 \left[\left(\frac{p}{\rho} \right)_1 - \left(\frac{p}{\rho} \right)_2 \right]}{1 + K_{\$2}} \right\} \frac{dL}{dt}} + \rho_2 \frac{2 \left[\left(\frac{p}{\rho} \right)_1 - \left(\frac{p}{\rho} \right)_2 \right]}{1 + K_{\$2}} \left[1 + \frac{K_{\$2}}{2} \right] \quad (3.18)$$

Resolvendo a equação (3.18) para $\left(\frac{p}{\rho} \right)_1$ resulta:

$$\begin{aligned} \left(\frac{p}{\rho} \right)_1 = & - \left\{ \left(\frac{p}{\rho} \right)_2 \left[\frac{\left(\frac{2+K_{\$2}}{1+K_{\$2}} \right) - 1}{\frac{\rho_1}{\rho_2} - \left(\frac{2+K_{\$2}}{1+K_{\$2}} \right)} \right] - \left[\frac{\frac{\frac{dL}{dt}}{\sqrt{1+K_{\$2}}}}{\frac{\rho_1}{\rho_2} - \left(\frac{2+K_{\$2}}{1+K_{\$2}} \right)} \right]^2 \right\} \pm \\ & \pm \sqrt{\left\{ \left(\frac{p}{\rho} \right)_2 \left[\frac{\left(\frac{2+K_{\$2}}{1+K_{\$2}} \right) - 1}{\frac{\rho_1}{\rho_2} - \left(\frac{2+K_{\$2}}{1+K_{\$2}} \right)} \right] - \left[\frac{\frac{\frac{dL}{dt}}{\sqrt{1+K_{\$2}}}}{\frac{\rho_1}{\rho_2} - \left(\frac{2+K_{\$2}}{1+K_{\$2}} \right)} \right]^2 \right\}^2 - \left\{ \left(\frac{p}{\rho} \right)_2^2 \left[\frac{\left(\frac{2+K_{\$2}}{1+K_{\$2}} \right) - 1}{\frac{\rho_1}{\rho_2} - \left(\frac{2+K_{\$2}}{1+K_{\$2}} \right)} \right]^2 - 2 \left(\frac{p}{\rho} \right)_2 \left[\frac{\frac{\frac{dL}{dt}}{\sqrt{1+K_{\$2}}}}{\frac{\rho_1}{\rho_2} - \left(\frac{2+K_{\$2}}{1+K_{\$2}} \right)} \right]^2 \right\}} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Nessa aproximação os termos do segundo membro da equação 3.19 são divididos por $\frac{\rho_1}{\rho_2} - \left(\frac{2+K_{\$2}}{1+K_{\$2}} \right)$, que, da mesma forma que as equações 3.15 e 3.16 obtidas para a velocidade, mostram que a pressão na câmara cresce a níveis indesejáveis quando:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} \rightarrow \left(\frac{1+K_{\$2}}{2+K_{\$2}} \right)$$

Evidentemente, para casos sem perda de carga, a velocidade sônica deve ser atingida antes de $\frac{\rho_2}{\rho_1} \rightarrow 0,5$, ou seja, para $0,5 < \frac{\rho_2}{\rho_1} < 1,0$. No caso

isentrópico, para o ar, tem-se $\frac{\rho_2}{\rho_1} = 0,6339$, mostrando adequação da equação 3.15 quanto aos valores encontrados em relação ao caso isentrópico (ver, para a velocidade sônica, por exemplo, Potter e Wiggert, 2004). Também é evidente que a tendência a valores inadmissíveis de pressão e a valores muito elevados para a velocidade é teórica, uma vez que transformações físicas, como condensação ou liquefação, ocorrem antes de tais pressões e velocidades serem atingidas. Entretanto, enquanto valerm as hipóteses de trabalho, as equações obtidas mostram o efeito de $K_{\$2}$ sobre os parâmetros aqui tratados. Como complementação aos desenvolvimentos aqui feitos, vale mencionar que o uso da equação 3.19 em conjunto com a equação 3.9 reproduz as tendências principais da equação 3.15, excetuando-se a presença de F_r , que foi suprimido por simplificação de cálculo.

Considerando a equação (3.16), mantendo $K_{\$2}$, tem-se, portanto, os limites:

$$\left(\frac{1+K_{\$2}}{2+K_{\$2}}\right) < \frac{\rho_2}{\rho_1} < 1,0 \quad (3.20)$$

Esta equação frisa-se, segue de simplificações efetuadas ao longo das deduções. Sem enfatizar outros desenvolvimentos, menciona-se que em usando G como definido na equação 3.14, a relação 3.20 se converte em:

$$\left(\frac{1+K_{\$2}}{2G+K_{\$2}}\right) < \frac{\rho_2}{\rho_1} < 1,0 \quad (3.21)$$

Esta relação está associada a uma velocidade calculada como:

$$V_2 = \sqrt{\frac{2\left[\frac{p_2}{\rho_2}\left(1-\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)+\frac{F_R}{\rho_1 A_2}\right]}{(2G+K_{\$2})\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}-\frac{1+K_{\$2}}{2G+K_{\$2}}\right)}} \quad (3.22)$$

Portanto, variações em torno das deduções feitas podem ser efetuadas.

As observações anteriores mostram-se interessantes e sugeriram, então, considerar um equacionamento talvez mais apropriado ao escoamento compressível na abordagem que levou à equação 3.9, equação obtida a partir da equação 3.4, dita “equação de Bernoulli” com perdas, que nada mais é que uma forma de apresentar a equação da conservação de energia. Para escoamentos compressíveis efetuou-se a seguinte integração da equação da energia sobre o volume de controle da figura 3.1:

$$\dot{Q} - \dot{W} = \frac{d}{dt} \int_{VC} \rho e \, dVol + \int_{SC} \left(\frac{p}{\rho} + u + \frac{V^2}{2} + gz \right) \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (3.23)$$

Considerando que a energia específica e seja constante sobre o volume de controle que aumenta a uma razão dL/dt , tem-se:

$$\dot{Q} - \dot{W} = \rho_1 e A_1 \frac{dL}{dt} + \left[\left(gz_2 + u_2 + \frac{V_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho_2} \right) \rho_2 A_2 V_2 - \left(gz_1 + u_1 + \frac{V_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho_1} \right) \rho_1 A_1 V_1 \right] \quad (3.24)$$

Apresentando a energia específica com suas parcelas e somando e subtraindo a pressão p_1 , tem-se:

$$\dot{Q} - \dot{W} = \rho_1 \left(gz_1 + u_1 + \frac{(V_1 - dL/dt)^2}{2} + \frac{p_1}{\rho_1} \right) A_1 \frac{dL}{dt} - p_1 A_1 \frac{dL}{dt} + \left[\left(gz_2 + u_2 + \frac{V_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho_2} \right) \rho_2 A_2 V_2 - \left(gz_1 + u_1 + \frac{V_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho_1} \right) \rho_1 A_1 V_1 \right] \quad (3.25)$$

A equação 3.3b mostra que $\frac{dL}{dt} = \frac{\rho_1}{\rho_s} V_1$. Como a massa específica do sólido é muito maior que a massa específica do gás, a parcela dL/dt pode ser desconsiderada frente à parcela V_1 no termo $(V_1 - dL/dt)^2$, o que produz:

$$\dot{Q} - \dot{W} = \rho_1 \left(gz_1 + u_1 + \frac{V_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho_1} \right) A_1 \frac{dL}{dt} - p_1 A_1 \frac{dL}{dt} + \left[\left(gz_2 + u_2 + \frac{V_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho_2} \right) \rho_2 A_2 V_2 - \left(gz_1 + u_1 + \frac{V_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho_1} \right) \rho_1 A_1 V_1 \right] \quad (3.26)$$

A equação 3.3d, inserida na equação 3.26, produz (para massa específica do sólido muito maior que a massa específica do gás):

$$\dot{Q} - \dot{W} = -\frac{p_1}{\rho_s} \rho_2 A_2 V_2 + \left[\left(gz_2 + u_2 + \frac{V_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho_2} \right) \rho_2 A_2 V_2 - \left(gz_1 + u_1 + \frac{V_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho_1} \right) \rho_1 A_1 \left(V_1 - \frac{dL}{dt} \right) \right] \quad (3.27)$$

A equação 3.2, em conjunto com a equação 3.27, permite escrever:

$$\dot{Q} - \dot{W} = -\frac{p_1}{\rho_s} \rho_2 A_2 V_2 + \left[\left(gz_2 + u_2 + \frac{V_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho_2} \right) - \left(gz_1 + u_1 + \frac{V_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho_1} \right) \right] \rho_2 A_2 V_2 \quad (3.28)$$

Denominando $\rho_2 A_2 V_2$ de $\dot{m}$, tem-se:

$$\left(gz_1 + u_1 + \frac{V_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho_1} \right) = \left(gz_2 + u_2 + \frac{V_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho_2} \right) + \frac{\dot{W}}{\dot{m}} - \frac{\dot{Q}}{\dot{m}} - \frac{p_1}{\rho_s} \quad (3.29)$$

Considerando cotas iguais e a definição de entalpia, h , tem-se:

$$\left(h_1 + \frac{V_1^2}{2}\right) = \left(h_2 + \frac{V_2^2}{2}\right) + \frac{\dot{W}}{\dot{m}} - \frac{\dot{Q}}{\dot{m}} - \frac{p_1}{\rho_1} \frac{\rho_1}{\rho_s} \quad (3.30)$$

A equação 3.3a, em conjunto com o fato de que dL/dt pode ser desconsiderado frente a V_1 , produz:

$$h_1 = h_2 + \frac{V_2^2}{2} \left[1 - \left(\frac{\rho_2 A_2}{\rho_1 A_1} \right)^2 \right] + \frac{\dot{W}}{\dot{m}} - \frac{\dot{Q}}{\dot{m}} - \frac{p_1}{\rho_1} \frac{\rho_1}{\rho_s} \quad (3.31)$$

Para visualizar o procedimento completo, primeiro considera-se apenas o termo que exprime a potência relativa aos efeitos viscosos (tangenciais), ou seja, $\frac{\dot{W}}{\dot{m}}$. Utilizando a mesma definição do coeficiente de perda de carga da equação 3.5, e a definição da entalpia utilizando o calor específico a pressão constante, C_p , resulta:

$$c_p(T_1 - T_2) = \frac{V_2^2}{2} \left[1 - \left(\frac{\rho_2 A_2}{\rho_1 A_1} \right)^2 + K_{\$2} \right] \quad (3.32)$$

Como $\left(\frac{\rho_2 A_2}{\rho_1 A_1} \right)^2 \ll 1$, tem-se:

$$c_p(T_1 - T_2) = \frac{V_2^2}{2} [1 + K_{\$2}] \quad (3.33)$$

Esta equação mostra, como esperado, que a temperatura na seção 2 será menor que a temperatura na seção 1, bastando que haja velocidade na seção 2.

Entretanto, nessa equação não foram consideradas as parcelas negativas que aparecem no segundo membro da equação 3.31. Essas parcelas

evidentemente têm a dimensão de $c_p(T_1 - T_2)$. Em considerando que parte das perdas ocorridas no escoamento devem se converter em energia térmica, há um efeito de fonte, que pode ser remetido a esses termos. Note-se que isto é uma simplificação efetuada para teste. Em efetuando esta simplificação e inserindo um coeficiente $c_\$$, que idealmente exprime a conversão não-isentrópica mencionada, as parcelas negativas $-\frac{\dot{Q}}{\dot{m}} - \frac{p_1}{\rho_1} \frac{\rho_1}{\rho_s}$ são quantificadas como segue:

$$c_p(T_1 - T_2) = \frac{V_2^2}{2} [1 + K_{\$2}] - c_\$ c_p(T_1 - T_2) \quad (3.34)$$

Dessa forma, a diferença de temperaturas passa a ser quantificada como:

$$c_p(T_1 - T_2) = \frac{V_2^2}{2} \frac{[1 + K_{\$2}]}{[1 + c_\$]} \quad (3.35)$$

$K_{\$2}$ e $c_\$$ devem ser determinados experimentalmente. Devido a sua definição “algo livre”, $c_\$$ não tem limitação a priori de valor ou sinal.

A equação 3.35 envolve um detalhe do escoamento em tubeiras, o qual talvez seja mais importante do ponto de vista acadêmico. Como também foi feito anteriormente um esforço no sentido de obter uma primeira equação para a entender a influência das diferentes variáveis na velocidade na garganta, considerando perda de energia, o que foi expresso pela equação 3.15, vale talvez unir esses dois esforços. Nesse caso, trata-se de substituir a equação 3.9 por uma equação que considere as novas definições da equação 3.35.

Partindo da própria equação 3.35, usando a lei dos gases perfeitos, $\frac{c_p}{c_v} = \gamma$, $R = c_p - c_v$, obtém-se imediatamente:

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} \left(\frac{p_1}{\rho_1} - \frac{p_2}{\rho_2} \right) = \frac{V_2^2}{2} \frac{[1+K_{\$2}]}{[1+c_{\$}]} \quad (3.36)$$

A equação 3.36 é um resultado novo, que pode ser trabalhado em conjunto com a equação 3.14c, obtida a partir da equação integral da quantidade de movimento. A união das duas equações, substituindo p_1 em 3.36 como indicado em 3.14c, produz:

$$V_2 = \sqrt{\frac{2 \left[\frac{p_2}{\rho_2} \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) + \frac{F_R}{\rho_1 A_2} \right]}{(2+K_{\$2}) \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - \frac{(1+K_{\$2})}{(2+K_{\$2})} \frac{(\gamma-1)}{\gamma(1+c_{\$})} \right)}} \quad (3.37)$$

Ou seja, tem-se uma equação em tudo similar com a equação 3.15, mas agora envolvendo alguns detalhes abordados para os escoamentos compressíveis. A diferença se encontra substancialmente no denominador, no qual a expressão

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} - \frac{(1+K_{\$2})}{(2+K_{\$2})} \frac{(\gamma-1)}{\gamma(1+c_{\$})} \quad (3.38)$$

completa a expressão

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} - \frac{(1+K_{\$2})}{(2+K_{\$2})} \quad (3.39)$$

anteriormente encontrada. Nesse caso, a razão entre as massas específicas produz uma velocidade “infinita” (não atingível, evidentemente), para

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} \rightarrow \frac{(1+K_{\$2})}{(2+K_{\$2})} \frac{(\gamma-1)}{\gamma(1+c_{\$})} \quad (3.40)$$

Nesse caso, se idealmente não houver perdas nem conversões de energia, e considerando o ar como fluido, a razão entre as massas específicas tende a

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} \rightarrow \frac{1}{2} \frac{(\gamma-1)}{\gamma} \quad \text{ou} \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} \rightarrow \frac{1}{7} \quad (3.41)$$

Em termos de limites para a razão entre massas específicas, tem-se, então:

$$\frac{(1+K_{\$2})}{(2+K_{\$2})} \frac{(\gamma-1)}{\gamma(1+c_{\$})} < \frac{\rho_2}{\rho_1} < 1,0 \quad (3.42)$$

Sem as considerações mais detalhadas vinculadas à compressibilidade, a razão entre massas específicas havia conduzido, desprezando as perdas, ao resultado de tendência a 1/2. O valor 1/7, bastante menor, mostra que é relevante elaborar esses detalhamentos e, adicionalmente, que estudos experimentais são relevantes para indicar qual tendência condiz melhor com a realidade observada. Assim, para que se possa usar qualquer das equações aqui apresentadas, sujeitas aos limites sugeridos nas relações (3.20) ou (3.42), e visando verificar o efeito das perdas nas pressões e velocidades, é necessário, mais uma vez, ter resultados empíricos que possam direcionar a visualização das diferentes nuances observadas nas equações. Na busca de uma quantificação experimental dos efeitos geométricos da garganta sobre o desempenho de um bocal convergente-divergente, experimentos foram efetuados e apresentados na sequência desse estudo (a partir do item 3.3).

3.2. Taxa de combustão dL/dt utilizando os resultados da formulação §

Como foi visto no item 2.2.3, a taxa de combustão, descrita como a velocidade de consumo do propelente, dL/dt , é relacionada com a pressão na câmara a partir de uma lei de potência empírica, denominada de Lei de Vieille ou Lei de Saint Roberts, assumindo, para as variáveis aqui utilizadas, a forma:

$$\frac{dL}{dt} = a_0 + a p_1^n \quad (3.43)$$

No item 2.2.3 foi visto que o expoente n deve ser ajustado para cada propelente, e observou-se (NASA, 1971; Kubota, 2002; Porto, 2007, por exemplo) que pode não ser constante em se variando a pressão. Porto (2007) menciona Nakka (2012), que informa que os valores de n estão geralmente entre os limites $0,3 < n < 0,6$. Por outro lado, a constante a_0 é muitas vezes assumida como nula, o que decorre talvez de sua apresentação inicial com coeficiente nulo em NASA (1971). Kubota (2002), por sua vez, em extensos estudos com muitos propelentes apresenta gráficos que ampliam a faixa de variação de n , que podem atingir valores em torno de 0,9. Em compensação, os gráficos apresentados em Kubota (2002) mostram uma tendência bastante marcante para valores constantes de n , ou com pequenas variações, em se considerando cada propelente. Finalmente, Kuo e Acharya (2012) organizaram informações acerca de diferentes pontos de vista para a taxa de combustão, apresentando uma equação que parte da termodinâmica química, na qual a pressão aparece elevada à primeira potência. Alguns dados de literatura reunidos por Kuo e Acharya (2012) mostram que valores de n maiores que a unidade pode ocorrer para pressões muito elevadas.

A formulação apresentada no item 3.1, por envolver a taxa de combustão, permite verificar de maneira teórica (isto é, não considerando *a priori* uma lei de potência) eventuais dependências desta taxa para com a pressão na câmara de combustão. Para tanto, os passos apresentados aqui foram elaborados no contexto desta pesquisa, mais uma vez em discussões e sequências de

argumentações em torno do texto Schulz (2012), cedido para constar desta tese, a qual representou a gênese dessas discussões e propostas. Note-se que a presente abordagem (o presente item) visa antes de mais nada verificar se os procedimentos anteriormente seguidos levam a tendências que podem ser consideradas realísticas no contexto dos escoamentos compressíveis, de modo a permitir transitar nos experimentos com maior segurança. Nesse sentido, esta abordagem constituiu um “reforço” para a metodologia exploratória seguida.

No interesse da simplicidade, as equações 3.9 e 3.14c foram aqui consideradas. A equação 3.14c foi resolvida para a pressão $\left(\frac{p}{\rho}\right)_2$, sendo esta variável substituída na equação 3.9 e permitindo vincular a velocidade de exaustão dos gases e a pressão na câmara de combustão (passos em tudo similares àqueles seguidos para obter a equação 3.15, motivo pelo qual não foram matematicamente reproduzidos aqui). A equação 3.3d, que relaciona diretamente a taxa de combustão e a velocidade de exaustão foi inserida no resultado, substituindo V_2 , fornecendo, de forma imediata:

$$\frac{dL}{dt} = \sqrt{\frac{2\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \rho_2 \left[p_1 \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) + \left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^2 \frac{F_R}{A_2} \right]}{(\rho_s - \rho_1)^2}} \quad (3.44)$$

Como $\rho_s \gg \rho_1$, ou seja, a massa específica do sólido em combustão é muito maior do que do gás, esta última pode ser suprimida do denominador. Adicionalmente, a razão entre as massas específicas nas seções 1 e 2, pode ser substituída, via lei dos gases perfeitos, pela razão das pressões nas mesmas seções (e as contribuições de temperatura). Assim, a equação 3.44 é simplificada para:

$$\frac{dL}{dt} = \frac{A_2}{A_1 \rho_s} \sqrt{2 \rho_2 \left[p_1 - p_2 \left(\frac{T_1}{T_2}\right) + \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^2 \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 \frac{F_R}{A_2} \right]} \quad (3.45)$$

Nesse caso exprimiu-se a taxa de combustão diretamente como função da pressão na câmara de combustão, mas evidentemente outros termos também surgem na equação, podendo isto ser motivo de estudos posteriores (isto é, relacioná-los com parâmetros considerados relevantes nas formulações da literatura). Considerando apenas a variação da taxa de combustão com a pressão na câmara de combustão, observa-se que, para baixas pressões, o termo p_1 do fator entre colchetes comanda o comportamento. Já para altas pressões, é o termo p_1^2 que passa a comandar. Os coeficientes de ambas as parcelas determinam a transição de um para outro comando (coeficientes esses que podem depender das simplificações seguidas no processo dedutivo, como já foi mencionado anteriormente). Como o fator entre colchetes está sob uma raiz, isto implica que o efeito das baixas pressões parece melhor representado na equação para dL/dt como uma lei de potência com expoente $n=0,5$ (ou algo em torno disso). Já para altas pressões esta lei de potência tende ao expoente $n=1,0$ (ou algo em torno disso). A figura 3.3, extraída de Kuo e Acharya (2012), mostra que comportamentos como os descritos são observados em ensaios com propelentes, utilizando diferentes tipos de medidas (ver definições em Kuo e Acharya, 2012).

Figura 3.3: Dados relatados em Kuo e Acharya (2012) que mostram tendências distintas da taxa de combustão para com altas e baixas pressões, de acordo com a sugestão geral da equação 3.45.

Os valores extremos $\frac{1}{2}$ e 1 para o expoente estão mencionados nas fontes consultadas (Porto (2007) e sua menção à faixa $0,3 < n < 0,6$, Kubota (2002) com valores menores que 0,5 até valores próximos a 0,9, e Kuo e Acharya (2012), com os dados aqui utilizados). Entende-se que a presente abordagem fluido-mecanicista, que aponta para essas diferentes possibilidades mencionadas pelos diferentes autores, pode ser explorada em futuros estudos.

No presente texto, entretanto, pretendeu-se mostrar, com esta abordagem teórica, que a consideração das características dissipativas dos escoamentos em tubeiras conduz a previsões de alterações na pressão da câmara de combustão e da velocidade de exaustão, permitindo ainda efetuar aproximações para a taxa de combustão no que tange à sua relação com a pressão na câmara de combustão.. Esta é uma abordagem não isentrópica não-usual, cujos resultados se mostram promissores e indicam uma possibilidade de abordagem aplicativa dos equacionamentos voltados para a câmara de combustão e a tubeira. Evidentemente verifica-se a conveniência de resultados empíricos vinculados às demais variáveis presentes no equacionamento.

As medidas aqui abordadas, utilizando tubeiras com diferentes comprimentos de garganta, têm sua metodologia experimental descrita nos itens subsequentes.

3.3. Bancada Experimental Analógica, Bancada Experimental digital e Dimensionamento dos Modelos de Motores com Variação no Comprimento da Garganta.

Os experimentos foram conduzidos em diferentes níveis de complexidade e exatidão, à medida que os resultados foram sendo obtidos.

Cronologicamente, inicialmente foi montada uma bancada analógica para obtenção de dados, os quais eram registrados através de anotações, filmes e fotografias. Posteriormente, foi montada uma bancada digital, que permitia a

obtenção dos dados registrando-os em computador. Houve um período em que as duas bancadas foram utilizadas concomitantemente, observando os comportamentos dos gráficos de pressão em relação ao tempo, visando ajustar a bancada digital.

Finalmente, após devidamente testada e comparada com os dados precedentes da bancada analógica, apenas a bancada digital foi usada.

3.4.1. Equipamento para aquisição de pressão, temperatura e força na bancada analógica.

O equipamento aqui descrito foi integralmente desenvolvido para esta pesquisa, visando melhor entender a condição da garganta com comprimento variado. Buscou-se um equipamento adequado para a medida concomitante de força, pressão e temperatura.

A pressão de trabalho, que é a pressão maior à qual o equipamento está sujeita, é proporcionada por um compressor, ou seja, tem-se que o fluido utilizado é o ar comprimido. As características do fluido utilizado são, portanto, aquelas do ar seco.

Nesta primeira bancada utilizaram-se, evidentemente, sensores analógicos em sua maioria. A bancada permitiu localizar as principais variáveis a medir, mas a precisão das medidas estava prejudicada pela resolução dos equipamentos.

Por exemplo, a pressão máxima registrável com os manômetros utilizados foi de 130 PSI, com precisão de fundo de escala de 1 PSI. Procurou-se realizar os experimentos conduzidos em regime permanente, o que foi apenas parcialmente atingido, porque entre dois momentos de funcionamento do compressor, o ar expelido de fato podia implicar em variações nas pressões utilizadas.

O procedimento de registro das medidas consistiu, em filmar continuamente os mostradores dos manômetros e da balança (para medida da força, ou empuxo do motor) durante cada ensaio e a posteriori analisar o filme, estabelecendo assim as medidas de cada sensor em função do tempo.

Na Figura 3.4 apresentam-se dois exemplos da configuração dos manômetros. Trata-se da disposição do primeiro equipamento utilizado para “observar” a condição de velocidade supersônica no divergente, usando uma tubeira tipo DeLaval, com bocal cônico convergente de 45 graus e bocal cônico divergente de 12 graus.

A razão entre o diâmetro na seção transversal da câmara principal do tubo-motor e o diâmetro na seção transversal da garganta é 6,08.

Figura 3.4 – Primeiras versões do equipamento de ensaio analógico. Observa-se o uso de diferentes manômetros para medir a pressão em diferentes posições da tubeira, bem como a balança (visor digital) para o registro do empuxo.

Tabela 3.1 – descrição dos instrumentos da Figura 3.4

Sigla	Descrição	Instrumento	Fabricante
Plinha	Pressão de ar comprimido	Manômetro Bourbon	GE
Pi	Pressão interna no tubo	Manômetro Bourbon	GE
Pg	Pressão na garganta	Manômetro Bourbon	GE
Pexp	Pressão no divergente	Manômetro Bourbon	GE
Pt	Pressão total (saída)	Manômetro Bourbon	GE
Patm	Pressão atmosférica	Manômetro digital	Minipa
Tamb	Temperatura ambiente	Termometro vareta	Minipa
Texp	Temperatura na expansão	Termometro vareta	Minipa
Força	Força de empuxo	Dinamômetro	Rapala
Tempo	Tempo do ensaio	Cronômetro	Apple

O primeiro ensaio com a bancada analógica teve o motor fixo horizontalmente, sendo o deslocamento promovido pelo empuxo possibilitado através de mancais e guias paralelas.

O carrinho onde o motor foi fixado tracionava uma célula de carga. Um problema verificado com este arranjo foi a necessidade de sobrepujar o atrito estático, que, com o conjunto de mancais e guias utilizado, se tornava maior do que o empuxo na condição experimental ensaiada. Uma solução para contornar esse problema foi iniciar o funcionamento do sistema com uma carga auxiliar aplicada à célula. Com o sistema já em funcionamento, depois de retirada a carga o que restava era o empuxo. Foi possível medir a pressão no tubo, na garganta e no divergente.

Adicionalmente, e muito importante para o teste de diferentes formulações, foi medida a temperatura do ar na câmara principal, na garganta (posição variável) e na expansão.

Uma segunda possibilidade de medida da força (empuxo) envolveu a construção de um suporte para fixar o motor na posição vertical sobre uma balança, o que é mostrado na Figura 3.5.

Observa-se o motor deitado e fixo no suporte. Essa configuração mostrou-se muito mais adequada, tendo sido usada ao longo dos experimentos. Medidas de temperatura foram feitas onde era possível. No caso, nesse arranjo (figura 3.5) também se colocou um termopar do tipo k logo após a saída da tubeira, medindo-se portanto a temperatura nessa posição.

A figura 3.6, por sua vez, já apresenta o motor posicionado verticalmente (quadrante superior esquerdo da figura).

Figura 3.5 – Suporte vertical do motor e manômetros para esta configuração. Na sequencia da esquerda para a direita: Pressão interna; Pressão na garganta; Pressão na expansão 1, Pressão na expansão 2.

Figura 3.6 – Equipamento de ensaio com motor vertical e descrição do equipamento de leitura e suas unidades

Tabela 3.2 – Descrição dos instrumentos da figura 3.6

Sigla	Descrição	Instrumento	Fabricante
P	Pressão de ar comprimido	Manômetro Bourbon	GE
P _{trab}	Pressão de ar comprimido	Manômetro Bourbon	GE
P _i	Pressão interna no tubo	Manômetro Bourbon	GE
P _g	Pressão na garganta	Manômetro Bourbon	GE
P _e	Pressão no divergente	Manômetro Bourbon	GE
P _s	Pressão na saída	Manômetro Digital	Instrutemp
P _{atm}	Pressão atmosférica	Manômetro digital	Minipa
T _{exp}	Temperatura na saída	Multímetro	Minipa
Força	Força de empuxo	Balança	Rapala
Tempo	Tempo de ensaio	Cronometro	Apple

Como mencionado, este equipamento tem limitações na aquisição e precisão dos dados, tendo sido utilizado inicialmente até a construção e teste do equipamento digital.

Mesmo com essas limitações, comparações de resultados entre os equipamentos foram feitas sempre que possível, o que foi facilitado pelas próprias condições de funcionamento dos motores, muito próximas apesar das diferentes bancadas.

Como visto no capítulo 2, escoamentos compressíveis envolvem variações de temperatura, motivo pelo qual, agregaram-se inicialmente mais duas medidas de temperatura, uma interna no tubo ou câmara e outra na garganta (posição variável), conforme mostra a figura 3.7 onde se observa os leitores de temperatura etiquetados.

Com esses ensaios pode-se verificar a necessidade de modificação do equipamento de aquisição digital para posteriormente ser possível a leitura de três termopares, um na câmara interna (tubo-motor), na garganta e no divergente. Essas medidas foram efetuadas para o grupo de 2 motores, denominados supercríticos.

Figura 3.7 – Equipamento analógico adicionado com medidas de temperatura na garganta e na expansão com termopares do tipo k.

Tabela 3.3 – Descrição da figura 3.7

Sigla	Descrição	Instrumento	Fabricante
PI	Pressão de ar comprimido	Manômetro Bourbon	GE
Pi	Pressão interna no tubo	Manômetro Bourbon	GE
Pg	Pressão na garganta	Manômetro Bourbon	GE
Pexp1	Pressão no divergente 1	Manômetro Bourbon	GE
Pexp2	Pressão no divergente 2	Manômetro Bourbon	GE
Patm	Pressão atmosférica	Manômetro digital	Minipa
Ti	Temperatura interna tubo	Leitor termopares	Minipa
Tg	Temperatura na garganta	Leitor termopares	Minipa
Te	Temperatura na saída	Multímetro	Minipa
Força	Força de empuxo	Balança	Rapala

O equipamento é alimentado por um compressor com reservatório de 110 litros e pressão de trabalho de 140 PSI.

As conexões que ligam o reservatório ao motor são mangueiras de poliuretano de 8,0 mm de diâmetro interno. A vazão é controlada por uma válvula manual do tipo borboleta.

3.4.2. Equipamento para aquisição de pressão, temperatura e força na bancada digital

Para analisar mais detalhadamente e com maior precisão o escoamento nos bocais propostos, efetuando as medidas de força, pressão ao longo da tubeira e temperaturas, projetou-se e construiu-se uma bancada para aquisição de dados via computador pessoal. O equipamento consiste como no caso analógico, em uma linha de ar comprimido instrumentada até o motor como esquematizado na Figura 3.8.

A aquisição dos dados foi realizada por intermédio de uma placa Pícolog[®] de 16 Canais, com resolução de 12 bits e entrada entre zero e 2,5 volts, conectada a um computador onde são armazenados os dados.

Uma placa Duodigit[®], desenvolvida especialmente para esse estudo, conecta os sensores à placa Pícolog[®]. Nessa placa Duodigit[®] basicamente, se utilizaram capacitores e resistores para adequação do sinal de entrada da placa Pícolog[®].

Foram usados 10 sensores de pressão extensométricos com capacidade de medir pressões entre o vácuo (-1 kgf/cm^2) até 250 PSI, quatro sensores de temperatura com capacidade entre -65 a $+150 \text{ }^{\circ}\text{C}$ e uma célula de carga com capacidade de zero a 22 kgf.

Figura 3.8 – Croqui da localização dos sensores para o equipamento digital inicial.

A Pressão P_{atm} é a própria pressão atmosférica e é a referência para as demais pressões. A Temperatura T_{amb} é a temperatura ambiente e também é a referência para as outras leituras.

Descrição das pressões medidas:

P_{atm} – Pressão atmosférica;

P_{linha} – Pressão na linha do compressor;

P_i – Pressão interna no motor;

P_g – Pressão na garganta;

P_{exp1} – Pressão na expansão 1;

P_{exp2} – Pressão na expansão 2;

O sensor de pressão tem duas entradas. A entrada dita “posterior” do sensor é a pressão de referência (atmosférica) e a pressão dita “principal”, medida no tubo, é a pressão relativa, isto é, já é o resultado obtido comparativamente à pressão atmosférica. No caso do sensor de P_{atm} as pressões nas duas entradas será a mesma. Todos os sensores de pressão foram ligados ao tubo-motor por um conduíte de pressão com cerca de 40 cm de comprimento cada e diâmetro de 5 mm. Um pequeno conduíte de 15 cm e 2 mm de diâmetro conectou o motor ao conduíte de 5,0 mm de diâmetro.

Descrição das temperaturas medidas:

T_{amb} – Temperatura ambiente (- 20 a + 60 Celsius);

T_2 – Temperatura na saída do jato;

T_3 – Temperatura na saída do jato;

T_4 – Temperatura na saída do jato.

Os sensores de temperatura foram instalados localmente com cabos próprios de cerca de 50 cm de comprimento. Trata-se de transistores de potência. O sensor de temperatura ambiente foi protegido por um invólucro não hermético.

Descrição da força medida:

F – Varia de zero a 22 kg.

A figura 3.9 mostra uma disposição geral do equipamento em um primeiro teste de funcionamento, onde se observa o motor (tubo vertical), o sistema de aquisição, os sensores e o computador. Nessa imagem, há um pente com cinco tomadas de pressão total, na saída do divergente, que corresponde a um teste de obtenção de velocidades em diferentes pontos da saída.

Figura 3.9 – Equipamento de aquisição com tubo-motor vertical

Em complementação à figura 3.9, a figura 3.10 mostra um detalhe de disposição de sensores de temperatura colocados na expansão do jato, após a

saída do divergente e o pente com cinco tomadas de pressão total. Também esta disposição visou testar as possibilidades de medida de temperaturas fora do divergente, dentro do cone de expansão do motor.

Os três sensores montados em série na saída do jato, estão distantes do motor, 3,0 mm e 2,0 mm entre eles.

A posição em relação ao bocal de saída foi alterada variando de ensaio para ensaio com o mesmo regime, para se observar a expansão simétrica do jato também, pois não havendo expansão a saída do jato, mormente é colada na lateral do divergente por efeito Coanda.

Assim se fixando os sensores diametralmente opostos em ensaios diferentes pôde-se medir exatamente na saída do jato simétrico.

Figura 3.10 – Detalhe de teste dos sensores de temperatura e do pente de tomadas de pressão total na saída do divergente.

O equipamento digital permite o registro de grande quantidade de dados simultaneamente. Essa vantagem evidentemente apenas tem sentido se os dados

forem de qualidade adequada. Essa qualidade, entretanto, para ser atingida, necessita de um processo rigoroso de calibração e de ajuste nos ganhos dos medidores.

A bancada, como mencionado, foi construída pelo autor em todos os seus detalhes. Um exemplo de coleta de dados inicial, com o equipamento conforme mostrado na figura 3.10, é apresentado na tabela 3.4. Na primeira linha são mostrados os sensores (pontos de medida, se for de melhor compreensão) e na primeira coluna é mostrado o tempo em que a medida foi feita. Note-se, nesse caso, a escala em milissegundos, o que permite atestar a resolução temporal das medidas.

Tabela 3.4 – Exemplo de dados da aquisição (Todos os sensores em função do tempo de aquisição)

Time	Pente 5	Linha de ar	Pente 4	Pente 3	Pente 2	Pente 1	Interna	Garganta	Exp1	Exp2	Exp 1	Exp 2	Ambien	Exp 3	F1
ms	PSI	PSI	PSI	PSI	PSI	PSI	PSI	PSI	PSI	PSI	Celsius	Celsius	Celsius	Celsius	Lbf
9	13,967	153,792	13,741	13,576	13,41	13,493	13,8	13,555	13,64	14,3	26,6	26,8	26,7	26,6	0,654
24	13,967	153,792	13,741	13,576	13,41	13,493	13,8	13,555	13,64	14,3	26,6	26,8	26,7	26,6	0,654
40	13,967	153,792	13,741	13,576	13,41	13,493	13,8	13,555	13,64	14,3	26,6	26,8	26,7	26,6	0,654
56	13,967	153,792	13,741	13,576	13,41	13,493	13,8	13,555	13,64	14,3	26,6	26,8	26,7	26,6	0,654
71	13,967	153,792	13,907	13,576	13,41	13,493	13,8	13,555	13,64	14,3	26,6	26,8	26,7	26,6	0,654
87	13,967	153,792	13,907	13,576	13,41	13,493	13,8	13,555	13,64	14,3	26,6	26,8	26,7	26,6	0,654
102	13,967	153,792	13,907	13,576	13,41	13,493	13,8	13,555	13,64	14,3	26,6	26,8	26,7	26,6	0,654
118	13,967	153,792	13,907	13,659	13,41	13,493	13,8	13,555	13,64	14,3	26,6	26,8	26,7	26,6	0,654
134	13,967	153,792	13,907	13,659	13,41	13,493	13,8	13,555	13,64	14,3	26,6	26,8	26,7	26,6	0,654
149	13,967	153,792	13,907	13,659	13,41	13,493	13,8	13,555	13,64	14,3	26,6	26,8	26,7	26,6	0,654
165	13,967	153,792	13,907	13,659	13,659	13,493	13,8	13,555	13,64	14,3	26,6	26,8	26,7	26,6	0,654
180	13,967	153,792	13,907	13,659	13,659	13,493	13,8	13,555	13,64	14,3	26,6	26,8	26,7	26,6	0,654
196	13,967	153,792	13,907	13,659	13,659	13,493	13,8	13,555	13,64	14,3	26,6	26,8	26,7	26,6	0,654
212	13,967	153,792	13,907	13,659	13,659	13,493	13,8	13,555	13,64	14,3	26,6	26,8	26,7	26,6	0,654
227	13,967	153,792	13,907	13,659	13,659	13,659	13,8	13,555	13,64	14,3	26,6	26,8	26,7	26,6	0,654
243	13,967	153,792	13,907	13,659	13,659	13,659	13,8	13,555	13,64	14,3	26,6	26,8	26,7	26,6	0,654
258	13,967	153,792	13,907	13,659	13,659	13,659	13,8	13,555	13,64	14,3	26,6	26,8	26,7	26,6	0,654
274	13,967	153,792	13,907	13,659	13,659	13,659	13,97	13,555	13,64	14,3	26,6	26,8	26,7	26,6	0,654
290	13,967	153,792	13,907	13,659	13,659	13,659	13,97	13,555	13,64	14,3	26,6	26,8	26,7	26,6	0,654
305	13,967	153,792	13,907	13,659	13,659	13,659	13,97	13,555	13,64	14,3	26,6	26,8	26,7	26,6	0,654
321	13,967	153,792	13,907	13,659	13,659	13,659	13,97	13,637	13,64	14,3	26,6	26,8	26,7	26,6	0,654

A tabela 3.4 mostra, portanto, todos os dados da aquisição até o tempo de 321 milissegundos. A figura 3.11, por sua vez, é um gráfico em coordenadas cartesianas de todos os dados da tabela 3.4 lançados como função do tempo de aquisição de 180 segundos. Note-se que os dados de pressão e temperatura possuem a ordenada expressa no eixo vertical à esquerda. Nesse caso os dados de temperatura aparecem sobrepostos devido à variação das medidas de pressão (pressão e temperatura estão utilizando o mesmo valor numérico na escala da esquerda). A força, por estar utilizando valores numéricos muito pequenos, possui as ordenadas expressas no eixo vertical à direita. Nesse caso, nota-se que a resolução obtida para a força apresenta degraus de magnitude razoável, embora não comprometam o entendimento do comportamento da força ao longo do tempo. O eixo horizontal, a abscissa, corresponde ao tempo em milissegundos.

Figura 3.11 – Gráfico cartesiano dos dados da tabela 3.1.

A figura 3.11 visa mostrar que a bancada digital permitiu a obtenção das diferentes grandezas. A sua concepção, montagem, calibração e viabilização

experimental representaram um desafio razoável para este estudo, uma vez que o não funcionamento implicaria em ausência de resultados, e, certamente, na não conclusão dos trabalhos. Nesse sentido, a figura 3.11 foi um primeiro sucesso nos testes experimentais aqui efetuados.

Na análise dos resultados, apresentada no Capítulo 4, os dados foram analisados separadamente e algumas informações foram adimensionalizadas. Foram estabelecidos critérios de análise para verificação do engasgamento do bocal. Os critérios são baseados na pressão positiva e decrescente no divergente (expansão) e ainda no decréscimo de temperatura ocasionada pela expansão.

3.5 Dimensionamento dos Motores

3.5.1 Primeiro grupo de motores (três motores)

3.5.1.1 – Dimensionamento

Para iniciar o dimensionamento considerou-se como condição de projeto, a ser seguida nos ensaios, baseando-se na pressão de trabalho do compressor, que a vazão mássica média (ou descarga mássica, ou caudal médio) seria da ordem de 0,005 kg/s.

Para a posterior verificação da influência do comprimento da garganta no desempenho do motor (por exemplo, na pressão capaz de engasgar o motor), partiu-se de um motor convencional convergente/divergente idealmente sem comprimento de garganta, com velocidade inferior a Mach 1 na garganta (nesse caso usou-se $Ma=0,8$ local), denominada de condição pré-bloqueio. A garganta é idealmente apenas a intersecção do cone convergente com o cone divergente. Esse motor convencional foi denominado de Motor 1. Para o ensaio deste motor,

uma válvula de controle de vazão permite com que se alcance a condição de pré-bloqueio e de bocal sônico, sem expansão. As áreas transversais da câmara e da garganta foram então estabelecidas para cumprir essas condições. Tendo essa primeira condição geométrica sido estabelecida, foram confeccionados mais dois motores, com áreas transversais da câmara, garganta e saída (final do bocal divergente) iguais àsquelas do Motor 1, porém com variação do comprimento da garganta. Os dados geométricos dos motores estão arrolados na Tabela 3.2.

Vale mencionar aqui que ao utilizar as equações comumente apresentadas nos livros para a elaboração de bocais de motores-foguete, observa-se uma diferença considerável entre os valores das variáveis teóricas e experimentais que levam ao funcionamento adequado dos motores. Isso decorre tanto das hipóteses admitidas na construção das equações como das propostas elaboradas a partir de escoamentos em dutos com fluidos líquidos e praticamente incompressíveis. Nesse caso, em motores de foguetes os gases são altamente compressíveis, podendo isto acarretar efeitos de perda de carga não observáveis em fluidos com baixa compressibilidade.

Considerando o dimensionamento com algum detalhe, para uma vazão mássica de 0,005 kg/s e área de entrada e área de saída iguais, procurou-se a área crítica A^* , relativa a $Ma=1$ local (na garganta). A temperatura interna foi considerada igual à temperatura externa (ou seja, negligenciou-se a diferença de temperatura, sabendo-se que uma maior diferença de temperaturas melhora as condições de engasgamento). Para a evolução isentrópica do escoamento espera-se ocorrer escoamento supersônico no bocal divergente, com indicativo de expansão. Os dados utilizados no dimensionamento foram:

$$A_e = A_s = 0,0158 \text{ m}^2$$

$$\dot{m} = 0,005 \text{ kg/s}$$

$$\gamma = 1,4$$

Partindo da equação 2.27, tem-se:

$$A^* = \frac{\dot{m}}{\rho_0 \sqrt{\gamma R T}} \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}}$$

As condições de temperatura e pressão adotadas no dimensionamento foram:

Pressão atmosférica: 100 kPa

Pressão interna no tubo: 250 kPa

Temperatura ambiente: 293 K

A partir da lei dos gases perfeitos, tem-se:

$$\rho = \frac{P}{RT}$$

Isto leva imediatamente ao resultado $\rho = 1,783 \text{ kg/m}^3$, que, aplicado à equação da área produz:

$$A^* = \frac{0,005}{1,783 \times 343,11} \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}}$$

O valor numérico obtido foi $A^* = 0,00000473 \text{ m}^2$, o que leva aos seguintes diâmetros nominal e adotado:

Diâmetro nominal da garganta = $D_g = 2,45 \text{ mm}$

Diâmetro adotado 2,5 - 2,6 mm

Daquilo que foi exposto infere-se que ao projetar um motor espera-se que seja atingida uma condição mínima para o seu engasgamento (atingir a condição sônica na garganta e supersônica na expansão). Evidentemente todas as avaliações preliminares carregam consigo uma margem de erro. Adicionalmente, as imposições construtivas levam a desvios dos valores nominais de projeto. Isto ocorreu, por exemplo, no diâmetro da garganta, que foi executada com um diâmetro algo maior que o diâmetro de projeto (nominal), mas com uma diferença inferior a 10%. Não obstante essas incertezas vinculadas a qualquer projeto, as dimensões propostas são apresentadas na tabela 3.5.

Tabela 3.5 – Dados geométricos dos Motores 1, 2 e 3, juntamente com a localização das tomadas de pressão em cada motor.

	Motor 1	Motor 2	Motor 3
Comprimento do motor – Lm (mm)	214,0 $\pm 0,25$	217,0 $\pm 0,25$	225,5 $\pm 0,25$
Convergente (ângulo)	45°	45°	45°
Divergente (ângulo)	12°	12°	12°
Diâmetro da garganta- Dg (mm)	2,6 $\pm 0,075$	2,6 $\pm 0,075$	2,6 $\pm 0,075$
Área da garganta – Ag (m ²)	0,0000053	0,0000053	0,0000053
Diâmetro da entrada – De (mm)	15,8 $\pm 0,05$	15,8 $\pm 0,05$	15,8 $\pm 0,05$
Área da entrada – Ae (m ²)	0,0001960	0,0001960	0,0001960
Diâmetro da saída – Ds (mm)	15,8 $\pm 0,05$	15,8 $\pm 0,05$	15,8 $\pm 0,05$
Área da saída – As (m ²)	0,0001960	0,0001960	0,0001960
Comprimento garganta – N (mm)	0,3* $\pm 0,075$	3,0 $\pm 0,075$	9,0 $\pm 0,075$
Comprimento tomada 1 – Pi (mm)	120,2 $\pm 0,05$	100,8 $\pm 0,05$	118,1 $\pm 0,05$
Comprimento tomada 2 – Pg (mm)	28,85 $\pm 0,05$	30,3 $\pm 0,05$	31,0 $\pm 0,05$
Comprimento tomada 3 – Pexp1 (mm)	23,5 $\pm 0,05$	22,2 $\pm 0,05$	23,5 $\pm 0,05$
Comprimento tomada 4 - Pexp2 (mm)	3,0 $\pm 0,05$	5,0 $\pm 0,05$	3,5 $\pm 0,05$

*intersecção entre o convergente e o divergente.

3.5.1.2 – Construção

Os três motores relativos a este primeiro grupo foram construídos utilizando como invólucro externo um tubo de alumínio e moldando a tubeira internamente com epóxi. A figura 3.12 mostra os tubos utilizados. Nota-se que os motores apresentam variação no comprimento do tubo, o que decorre da variação do comprimento da garganta. Frisa-se que o volume interno, da câmara precedente à garganta, manteve-se o mesmo para os três motores.

Figura 3.12 – Os três tubos de alumínio que serviram de invólucro para os motores. Os diferentes comprimentos referem-se aos diferentes comprimentos de garganta.

As tubeiras foram moldadas por pressão utilizando resina epóxi com uma carga mineral de baixa granulometria.

Para tanto, foi confeccionado um molde que se ajusta ao diâmetro interno dos tubos. A figura 3.13 mostra o molde colocado externamente ao tubo-

invólucro, na posição para moldagem do motor 1, ou seja, com o mínimo comprimento da garganta (idealmente nulo).

Note-se que, devido à necessidade de haver uma espessura mínima para o vértice do cone divergente, o diâmetro do orifício atinge o valor mínimo em uma região praticamente pontual, conforme indicado no esquema da figura 3.13, havendo em seguida um pequeno “degrau” e a formação do cone divergente. Este fato leva a um pequeno aumento do diâmetro do orifício ao longo dos experimentos, com o desgaste do canto vivo. O diâmetro final do orifício, nos experimentos efetuados, foi de 2,6 mm.

Figura 3.13 – Molde colocado externamente ao tubo-invólucro para a tubeira do Motor 1. $N < 1,0$ mm

Na figura 3.14 mostra-se o molde do cone divergente em uma posição mais afastada do cone convergente.

Nesse exemplo, a distância é de cerca de 1,0 mm (como se pode observar pelo papel milimetrado ao fundo). A posição para moldagem do motor 2

foi efetuada com uma distância, ou seja, um comprimento de garganta, de 3,0 milímetros.

Figura 3.14 – Posição elucidativa para indicar o aumento do comprimento da garganta a partir do afastamento dos cones convergentes e divergentes. Para o Motor 2 esse distanciamento foi de 3,0 mm ($N = 3,0$ mm).

Na figura 3.15, tem-se o molde em uma posição elucidativa maior, próxima à posição de moldagem do motor 3, com 9,0 milímetros de comprimento de garganta.

Figura 3.15 – Posição elucidativa mais afastada entre os moldes dos cones convergente e divergente, com valor próximo à tubeira do Motor 3 ($N = 9,0$ mm).

A figura 3.16 mostra o molde estendido ao lado do tubo envoltório do motor 3, evidenciando os encostos existentes para garantir a distância pré-fixada.

Nesse caso, como já mencionado, o maior comprimento do tubo permite obter o comprimento de garganta de 9,0 mm.

A variação no comprimento do tubo, possibilita variar o comprimento da garganta utilizando-se um mesmo molde.

Figura 3.16 – Molde e tubo envoltório, enfatizando o comprimento do tubo motor que garante o comprimento de garganta projetado. O exemplo é do Motor 3.

Depois de confeccionada a tubeira, passou-se à instalação das tomadas de pressão. A figura 3.17 mostra um dos motores com as devidas tomadas de pressão já instaladas. Na entrada de ar para o tubo do motor foi rosqueado um conector de ¼ Pol. comercial e um cotovelo de 90 graus, de modo a conduzir adequadamente o ar comprimido provindo do compressor.

Figura 3.17 – “Tubo-motor” com tomadas de P_i , P_g , P_e e P_s já instaladas, bem como as conexões para receber o ar comprimido do compressor.

A figura 3.18 apresenta um esquema do Motor 3 com a posição dos pontos de aquisição de temperatura e pressão. Com isso, a construção e o detalhamento dos motores foram completados.

Figura 3.18 – Descrição e símbolos para os pontos de aquisição de pressão e temperatura.

A figura 3.19 mostra os três motores do primeiro grupo completos, com as tomadas de pressão e temperatura. Os termopares do tipo k foram instalados diametralmente opostos às tomadas de pressão correspondente: pressão interna e temperatura interna e pressão na garganta e temperatura na garganta.

Figura 3.19 – Os três motores com as tomadas de pressão interna, na garganta e duas tomadas de pressão na expansão; e temperatura interna e temperatura na garganta.

3.5.2 Segundo grupo de motores (dois motores)

Um segundo grupo de motores foi construído, não mais moldado em epóxi, devido à possibilidade de deformações na tubeira durante o processo de moldagem. Os novos motores foram usinados em alumínio e principalmente com os sensores de pressão e temperatura instalados em locais de relevância.,.

Em termos de objetivos, procurou-se estabelecer uma condição supercrítica em que o motor denominado de motor 5 (tubeira de Laval convencional) estaria no limite do engasgamento e o motor denominado de motor 6, com garganta extensa, estaria no início do engasgamento, porém com expansão ainda não completa. Na figura 3.20, tem-se o dimensionamento desses motores e a furação para a instrumentação com sensores de pressão e temperatura.

Figura 3.20 – Detalhe dos furos para instrumentação e medidas dos motores supercríticos 1 e 2.

Figura 3.21 – Tomadas de pressão e tomadas de temperatura nos motores supercríticos 1 e 2.

As furações na parte superior do desenho da figura 3.21 são para as tomadas de pressão e as furações na parte inferior são para tomadas de temperatura.

Tabela 3.6 – Descrição das siglas da figura 3.22

Pi	Pressão interna
Pc	Pressão no início do convergente
Pg	Pressão na garganta
Pg1	Pressão na entrada da garganta
Pg2	Pressão na saída da garganta
Pexp1	Pressão na entrada do divergente
Pexp2	Pressão no meio do divergente
Pexp3	Pressão na saída do divergente
Ti	Temperatura interna
Tg	Temperatura na garganta
Te	Temperatura no divergente

A figura 3.22 e 3.23 mostram os novos motores supercríticos com as respectivas furações externamente, juntamente com detalhes para conexão à tubulação de ar.

Figura 3.22 – Motores supercríticos

Figura 3.23 – Detalhes dos motores supercríticos usinados em alumínio. Tomadas de pressão, Tomadas de temperatura. Conexão em rosca. Saída do divergente

A figura 3.24 mostra os tubetes para medida de pressão instalados no motor 5, enquanto que a figura 3.25 mostra o motor montado e instrumentado, na bancada de ensaios.

Figura 3.24 – Instalação de tubetes de alumínio nas tomadas de pressão.

Figura 3.25 – Motor 5 instrumentado com tomadas de pressão e termopares, fixado no suporte da célula de carga.

3.6 Calibração e descrição dos sensores

Os sensores utilizados nesse estudo são todos comerciais, cada qual com a respectiva curva de erro fornecida por seu fabricante. Mesmo assim, com objetivo de equiparar a saída em volts dos sensores e a medida relacionada, montaram-se dois equipamentos especialmente desenvolvidos para calibração de pressão e temperatura.

Esses dois equipamentos foram conectados ao sistema de aquisição de dados, de modo que os dois funcionando simultaneamente simularam a condição em que a temperatura e a pressão variam nos motores ensaiados.

A Figura 3.26 mostra os dois equipamentos e o sistema de aquisição de dados.

Figura 3.26 – No centro da imagem está a bancada e o sistema de aquisição. Na esquerda o equipamento para calibração de pressão. Na direita o equipamento para calibração dos termopares.

3.6.1 Calibração dos sensores de temperatura

3.6.1.1 Sensor de temperatura ambiente

O sensor de temperatura ambiente é um transistor da marca Microchip[®] (Sensor térmico) com as seguintes características:

Range de temperatura: -40° C até +125° C

Range de tensão: 2,3V até 5,5V.

O sensor de temperatura TMP é um circuito integrado de precisão que fornece uma tensão de saída proporcional à temperatura. A tensão de saída é de 10mV para cada grau Célsius(para 25°C tem-se 0,25V na saída do sensor). Com um conversor ADC (Conversor Analógico Digital) com tensão de referência de 2,5V tem-se a leitura direta da temperatura.

Havendo uma relação linear entre a voltagem e a temperatura, através de acesso ao programa do sistema de aquisição se estabelece uma regra de três simples, entre a voltagem e a tensão, por intermédio de uma tabela de dados.

A calibração deste sensor foi realizada utilizando-se como referência um leitor de temperatura ambiente da marca Minipa[®] (informações técnicas abaixo) do tipo vareta, efetuando uma série de medidas de temperatura ambiente diretamente relacionada à tensão de entrada.

Esta tabela foi incorporada ao sistema de aquisição, onde, por exemplo, zero volt corresponde à -40° Celsius e 2,2 volts correspondem à 125° Celsius.

Na figura 3.27 tem-se o sensor de temperatura ambiente.

Figura 3.27 – Transistor, sensor de temperatura ambiente.

Características do termômetro de vareta Minipa® MV-361

Temperatura

- Faixas de Medição: $-10^{\circ}\text{C} \sim +220^{\circ}\text{C}$;
- Precisão: 1°C
- Resolução: $0,1^{\circ}\text{C} / 0,1^{\circ}\text{F}$

3.6.1.2 Equipamento para calibração dos termopares

Os termopares utilizados para medir as temperaturas: interna; na garganta e na expansão, são também fabricados pela empresa Minipa®. Trata-se de pontas de prova termopar tipo k, para medida de temperatura na faixa de -40°C a 204°C .

A sua aparência é das mais elementares, como mostra a figura 3.28, onde aparecem o conector e o termopar.

Figura 3.28 - Conector compensado miniatura e termopar k.

Características dos termopares:

- Tipo: K (Junção Chromel - Alumel).
- Faixa de Medida: $-40^{\circ}\text{C} \sim 204^{\circ}\text{C}$
- Precisão: $\pm 0.75\%$ Leit. ou $\pm 2.2^{\circ}\text{C}$.
- Comprimento do Cabo: Aprox. 1170 mm.

Considerando o erro informado pelo fabricante, estabeleceu-se um procedimento para equiparar todos os sensores que seriam utilizados nesse estudo. Assim foi adquirida uma quantidade maior de termopares do que a necessária e efetuou-se a escolha de termopares com o mesmo diâmetro da junção. As junções fornecidas no conjunto de termopares variaram entre 1,2 e 1,5 mm de diâmetro. Preferiu-se a junção de 1,2 mm por entender que seria a que menos interferiria no escoamento, principalmente na garganta, observando ainda que estas são as pontas com menor variação inicial em volts.

Posteriormente, todas as pontas foram ensaiadas e escolheram-se as pontas com respostas equivalentes em temperatura e volts. Nas figuras 3.29 e 3.30 tem-se, na primeira, o croqui e a descrição dos componentes do equipamento, e, na segunda, a foto do equipamento montado com o sistema de aquisição.

Figura 3.29 – Croqui do equipamento para calibração de 3 termopares simultaneamente

Figura 3.30 – Equipamento para calibração de temperatura

Para efetuar os ensaios, ligou-se o ferro de solda e observou-se a temperatura no equipamento utilizado como padrão, nesse caso um Leitor de Termopares Minipa® MT- 455.

Características Técnicas do leitor de termopares MT-455:

- Display: 3 1/2 dígitos, 2000 Contagens
- Taxa de Amostragem: 2.5 vezes/s

Temperatura

- Faixas: $-200^{\circ}\text{C} \sim 1372^{\circ}\text{C}$, $-328^{\circ}\text{F} \sim 1999^{\circ}\text{F}$
- Precisão: $-60^{\circ}\text{C} \sim 1372^{\circ}\text{C} \pm (0.1\%+1.0^{\circ}\text{C})$
- Precisão: $200^{\circ}\text{C} \sim -60^{\circ}\text{C} \pm (0.1\%+2.0^{\circ}\text{C})$
- Resolução: 0.1°C ($-200^{\circ}\text{C} \sim 200^{\circ}\text{C}$) e 1°C ($200^{\circ}\text{C} \sim 1372^{\circ}\text{C}$)

Os ensaios de temperaturas geram gráficos como os das figuras 3.31 e 3.32, onde nesse caso, o termopar T4, foi descartado pela diferença observada com relação aos demais.

Os termopares foram ensaiados em grupos de 3. Foram realizadas duas gravações em cada ensaio, uma aumentando a temperatura e outra com o ferro de solda desligado e esfriando. O erro aceitável foi inferior a 1%.

A temperatura T1, não é um termopar e sim o transistor térmico para leitura de temperatura ambiente.

O sistema de aquisição faz, portanto quatro leituras de temperatura, das quais T2, T3 e T4 são termopares.

Figura 3.31 – Gráfico do ensaio de 3 termopares. Temperatura crescendo. T4 apresenta erro com relação aos demais termopares.

Figura 3.32 – Gráfico ensaio de 3 termopares. Temperatura decrescendo. T4 apresenta erro com relação aos demais termopares.

Escolhidos os termopares nos ensaios de calibração de temperatura, realizou-se uma calibração, no próprio ensaio, para medir pressão, temperatura e empuxo, comparando a leitura dos sensores à temperatura de referência ambiente. O procedimento para ajuste envolveu uma tabela de duas colunas aberta no programa da Picolog[®], relacionando a voltagem com a temperatura. Com um multímetro efetuaram-se pequenos ajustes na temperatura em função da tensão medida. Um exemplo é mostrado na tabela 3.6:

Tabela 3.7 – ajustes efetuados na relação entre tensão e temperatura

Volts	Temperatura
0.150	0
0.250	50
0.155	0
0.253	50

Com esses pequenos ajustes os sensores iniciaram as medidas equiparados e voltaram ao mesmo valor ao término do ensaio. Isso ocorreu com os três sensores concomitantemente, apresentando erro inferior a 1%.

3.6.2 Equipamento para calibração dos sensores de pressão

Os sensores de pressão do tipo piezoelétricos fabricados pela Honeywell Sensing and Control, foram do tipo AMP 40PC com capacidade de medição de vácuo até 250 PSI, com variação de 0 até 2,5 volts, com erro fornecido de $\pm 1\%$. (Figura 3.33).

Figura 3.33 – Sensor de pressão Honeywell

Para a equiparação dos sensores, desenvolveu-se um equipamento em que todos os sensores do sistema de aquisição pudessem ser submetidos à mesma pressão. De posse desses valores de pressão e da medida correspondente em volts, de cada sensor, procederam-se os ajustes nas respectivas tabelas de aquisição, fazendo com que se tenha uma equiparação na medida inicial ou zero de referência dos sensores.

O equipamento desenvolvido é um tubo *manifold*, onde os 10 sensores de pressão foram conectados através de mangueiras de poliuretano de 3 mm de diâmetro interno. Nesse mesmo tubo uma válvula by-pass conectou uma bomba de ar manual e de dupla ação, capaz de fornecer pressões da ordem de 100 PSI absoluto. Figuras 3.34 e 3.35. A figura 3.36 mostra o equipamento instalado para aquisição de dados.

Figura 3.34 – Croqui e descrição do equipamento para calibração dos sensores de pressão.

Figura 3.35 – Equipamento para calibração dos sensores de pressão

Figura 3.36 – Equipamento para calibração de pressão conectado aos sensores de pressão e à Picolog.

O procedimento para o ensaio correspondeu em conectar os sensores ao *manifold* da figura 3.37 e, com a bomba manual, gerar uma pressão próxima de 100 PSI. Com a válvula de alívio liberou-se a pressão interna. Com a placa Picolog® fez-se a aquisição dos dados desses ensaios conforme mostra o gráfico da figura 3.38. Enquanto a pressão sobe percebem-se pequenas oscilações nas pressões medidas em cada sensor, isso se deve à ação da bomba manual. Com uma pequena abertura da válvula, a pressão interna retorna paulatinamente ao patamar inicial, e nesta curva de retorno pode-se ajustar a repetibilidade de cada sensor. Dessa forma foi ajustado cada um dos 10 sensores em repetidos ensaios.

Figura 3.37 – Detalhe do *Manifold*

Figura 3.38 – Dispersão dos 10 sensores de pressão quando submetidos à uma pressão de 100 PSI.

3.6.3 Calibração da Célula de Carga

A célula de carga é um sensor de extensômetros piezoresistivos com capacidade de 50 lbf, convertido via programa da placa de aquisição Picolog®, para 22,680 kgf. A célula é uma LC22 de fabricação da Measurement Specialties. Segundo o fornecedor somando-se o erro devido à histerese e à temperatura tem-se um erro máximo de 3%. A célula é mostrada na figura 3.39.

Figura 3.39 – Célula de carga LC22

A calibração da célula de carga foi realizada utilizando-se de massas de balança de comparação de 2,05 kg, 1,03 kg, 0,506 kg, 0,201 kg, 0,099 kg, 0,050 kg e 0,010 kg, conforme mostra a figura 3.40.

Figura 3.40 – Massas utilizadas na calibração da célula de carga.

As massas foram apoiadas diretamente sobre o motor, conforme mostram as figuras 3.41 e 3.42, que por sua vez está fixado à célula de carga através de um suporte com parafuso de fixação. Cada massa foi apoiada sobre o motor isoladamente (uma por vez), gerando gráficos como o da figura 3.43.

Figura 3.41 – Croqui do ensaio de calibração da célula de carga.

Figura 3.42 – Massa de 1 kg apoiada sobre o motor

Figura 3.43 – Resultado do ensaio com massas de 1 kg e 500 gramas.

Com os valores de massa e os correspondentes em volts, efetuaram-se os ajustes necessários para equiparação da célula de carga com as massas ensaiadas.

CAPÍTULO 4

Não cabe aqui descrever os detalhes da obra de Aristóteles.

De modo simplificado, no entanto, pode-se apresentar o principal argumento contra a rotação da Terra da seguinte forma: se a Terra girasse, então um objeto atirado verticalmente para cima não cairia no mesmo lugar de onde foi lançado, pois enquanto estivesse no ar o solo deveria se deslocar para leste; e o objeto cairia ao solo em algum lugar a oeste de seu ponto de partida. Portanto conclui Aristóteles, a Terra não gira.

*Commentariolus – Nicolau Copérnico -1473-1543 –
Hipóteses acerca dos movimentos celestes*

4. RESULTADOS

4.1 – Experimentos na Bancada Analógica

Uma visão geral da obtenção dos resultados na bancada analógica pode ser obtida seguindo os fotogramas da figura 4.1, que mostra diferentes momentos de um ensaio para o Motor 3. O procedimento consistiu em fotografar e filmar o ensaio e transcrever os dados em tabelas com valores de pressão, temperatura e força em função da pressão de trabalho fornecida pelo compressor.

As imagens da Figura 4.1 aqui apresentadas foram diminuídas em função do espaço que ocupariam. A sua boa resolução permitiu ampliações adequadas para determinar pressões com variações de 1 PSI e 0,5 PSI. Nesse caso, todas as leituras efetuadas terminam com dígito inteiro ou 0,5 em função da unidade dos manômetros em PSI. Evidentemente esta característica se transfere na conversão para Pascal, onde valores se repetem devido a esta resolução dos medidores.

A variação de pressão foi suficientemente lenta, sendo facilmente identificável nos vídeos (filmes) efetuados. O decaimento da pressão interna se assemelha ao gráfico de empuxo de um motor de foguete com combustível sólido. A pressão interna como que simula o decaimento decorrente da combustão interna (em um motor a combustão), mas, evidentemente, o presente decaimento é devido à condição de operação do reservatório do compressor utilizado.

Figura 4.1 – Sequência de imagens de um ensaio do Motor 3. Verifica-se a pressão absoluta nos manômetros. O Intervalo de tempo é de aproximadamente dois segundos entre uma imagem e outra.

4.1.1 Motor 1 - $N < 1,0$ mm

A tabela 4.1 mostra os dados relevantes correspondentes ao Motor 1 funcionando na bancada analógica. Sendo possível controlar a abertura da entrada de ar, foram efetuadas medidas com a válvula posicionada em meia-abertura. Os últimos dados, marcados com (*), correspondem justamente ao ensaio com a válvula na posição de meia abertura.

Tabela 4.1 – Motor 1 analógico (Pressões relativas, com exceção da pressão atmosférica)

	Patm	Tamb	P trab	Pinterna	Pgarganta	Pexp 1	Pexp 2	T exp	Força	Tinterna	Tgarganta
	Pa	K	Pa	Pa	Pa	Pa	Pa	K	kgf	K	K
1	91927,8	301,1	482633	413685	393001,17	6846,55	58839,9	297,15	0,233	296,65	296,85
2	91927,8	301,1	482633	386106	358527,38	61781,9	52955,9	297,25	0,216	296,75	297,35
3	91941,6	300,4	413685	351633	334395,73	49033,3	43149,3	300,05	0,205	297,25	296,95
4	91927,8	301,1	482633	372317	344737,87	54917,2	47071,9	298,45	0,2	296,85	297,65
5	91941,6	300,4	413685	344738	310264,08	41187,9	37265,3	299,35	0,189	296,95	296,65
6	91927,8	301,1	413685	34738	317158,84	47071,9	39226,6	298,65	0,184	298,058	298,15
7	91941,6	300,4	379212	311264	289579,81	35303,9	34323,3	299,45	0,176	297,05	296,55
8	91927,8	301,1	413685	330948	296474,56	43149,3	35303,9	299,05	0,171	297,25	298,35
9	91941,6	300,4	344738	289580	275790,29	31381,3	29420	299,45	0,163	297,05	299,45
10	91927,8	301,1	413685	303369	279237,67	38245,9	31381,3	299,25	0,159	297,55	298,55
11	91941,6	300,4	344738	282685	265448,16	28439,3	24516,6	299,55	0,158	296,95	296,15
12	91941,6	300,4	344738	275790	258553,4	27458,6	23536	299,15	0,153	296,95	295,95
13	91927,8	301,1	344738	303369	279237,67	35303,9	29420	299,35	0,153	297,75	298,65
14	91941,6	300,4	310264	275790	251658,64	24516,6	21574,6	299,15	0,148	296,85	295,65
15	91941,6	300,4	310264	268896	241316,51	21574,6	19613,3	299,85	0,142	296,65	295,25
16	91941,6	300,4	275790	262001	234421,75	20594	18632,6	299,15	0,138	296,55	295,05
17	91927,8	301,1	344738	268896	241316,51	27458,6	19613,3	298,65	0,131	296,65	296,25
18	91927,8	301,1	344738	262001	234421,75	24516,6	19613,3	298,75	0,126	296,75	296,45
19	91927,8	301,1	179264	179264	168921,55	7845,32	4903,33	299,85	0,091	299,35	300,25
20	91927,8	301,1	179264	179264	165474,18	7845,32	3922,66	299,85	0,088	299,45	300,25
21*	91927,8	301,1	482633	158579	144789,9	3922,66	0	299,15	0,068	296,75	296,15
22*	91927,8	301,1	482633	151685	131000,39	3922,66	0	299,55	0,064	296,95	296,65
23*	91927,8	301,1	482633	124106	110316,12	0	0	299,65	0,054	296,95	296,45
24*	91927,8	301,1	551581	98067	82737,09	0	0	299,35	0,041	296,65	295,95
25*	91927,8	301,1	551581	41369	27579,03	0	0	299,15	0,032	297,05	296,35

* 1/2 válvula

Com a válvula que controla a vazão de ar na posição de meia abertura obteve-se uma condição de funcionamento que gerou o menor valor para a força (empuxo) e sem expansão. Essa condição pode ser verificada pelas pressões em Pexp1 e Pexp2 (pressões medidas no cone divergente, ou na expansão), onde se observa valores próximos ou iguais à pressão atmosférica. O fato de haver pressão atmosférica junto ao cone mostra que o jato está concentrado na região central deste (distante das paredes). Na tabela 4.2, tem-se os dados de pressão absoluta, ou seja, a pressão atmosférica adicionada às pressões medidas.

Tabela 4.2 – Dados de pressão motor 1 (Pressões absolutas)

	P atm (Pa)	Pi (Pa)	Pg (Pa)	Pexp1 (Pa)	Pexp2 (Pa)
1	91927,8	505613,2	484929	98774,35	150767,7
2	91927,8	478034,2	450455,2	153709,7	144883,7
3	91941,59	443574,2	426337,3	140974,8	135090,9
4	91927,8	464244,7	436665,7	146845	138999,7
5	91941,59	436679,4	402205,7	133129,5	129206,9
6	91927,8	436665,6	409086,6	138999,7	131154,4
7	91941,59	403205,6	381521,4	127245,5	126264,9
8	91927,8	422876,2	388402,4	135077,1	127231,7
9	91941,59	381521,4	367731,9	123322,9	121361,5
10	91927,8	395297,1	371165,5	130173,7	123309,1
11	91941,59	374626,6	357389,8	120380,9	116458,2
12	91941,59	367731,9	350495	119400,2	115477,6
13	91927,8	395297,1	371165,5	127231,7	121347,8
14	91941,59	367731,9	343600,2	116458,2	113516,2
15	91941,59	360837,1	333258,1	113516,2	111554,9
16	91941,59	353942,4	326363,3	112535,6	110574,2
17	91927,8	360823,3	333244,3	119386,4	111541,1
18	91927,8	353928,6	326349,6	116444,4	111541,1
19	91927,8	271191,5	260849,4	99773,12	96831,13
20	91927,8	271191,5	257402	99773,12	95850,46
21	91927,8	250507,2	236717,7	95850,46	91927,8
22	91927,8	243612,5	222928,2	95850,46	91927,8
23	91927,8	216033,4	202243,9	91927,8	91927,8
24	91927,8	189994,3	174664,9	91927,8	91927,8
25	91927,8	133296,3	119506,8	91927,8	91927,8

A figura 4.2 mostra a evolução das pressões e da força medida em função do tempo, (descarga de ar do compressor). As pressões estão representadas no eixo vertical do lado esquerdo e a força no eixo vertical do lado direito.

As evoluções observadas são aquelas esperadas e isso aponta para a conveniência da metodologia proposta. O eixo horizontal mostra pontos ao longo do tempo, porém em uma escala distorcida, porque as medidas não necessariamente foram feitas em intervalos regulares. Assim, esse eixo representa a ordem das medidas efetuadas.

Vale ainda mencionar que a pressão indicada como “Pressão na garganta”, no motor 1, de fato corresponde a uma pressão medida antes de atingir a garganta, no cone convergente, o que faz com que seu valor seja muito próximo ao valor da pressão na câmara (Pressão interna). A escolha do ponto decorreu de condições construtivas, porque o posicionamento na própria garganta implicaria em quebra e perda do motor.

Esse posicionamento trouxe a informação de que há pouca variação de pressão no interior da câmara, mas impôs que a pressão na garganta fosse avaliada por outros métodos.

Figura 4.2 – Motor 1 na bancada analógica. Valores de pressão e força em ordem sequencial no experimento.

A figura 4.3 mostra a evolução das temperaturas medidas nos diferentes pontos ao longo da tubeira do Motor 1, juntamente com a força medida. As oscilações observadas são provenientes de modificações no regime entre transônico e sônico na garganta. As diferenças entre as temperaturas, por exemplo, ambiente e interna, são decorrentes da pressurização. Na Texp, temperatura na saída do jato, observa-se uma diminuição de mais de 2 graus no início do ensaio, sendo isso um indicativo de expansão. O eixo vertical esquerdo da figura 4.3 apresenta as temperaturas e o eixo vertical direito apresenta a força medida.

Figura 4.3 – Motor 1 na bancada analógica. Valores de temperatura e força em ordem sequencial no experimento.

Os experimentos foram conduzidos de tal forma que a condição sônica fosse atingida. Assim, havendo essa condição, ela deve ocorrer na seção final da garganta (teoria de Fanno), onde a pressão, idealmente (situação isentrópica) deveria ser 52,8% da pressão original. Note-se que a condição de máxima

entropia impõe, por Fanno, a velocidade sônica na saída da tubeira. Mas, em havendo perdas, pode-se atingir uma razão de pressões distinta da isentrópica.

Para permitir a comparação quantitativa relativa entre as variáveis medidas, construiu-se a Tabela 4.3. Nota-se que P_i e P_g são basicamente iguais, o que mostra que não há possibilidade de usar este “ P_g ” nos cálculos para este motor. A figura 4.4 utiliza os dados de pressão relativa e força da tabela, fornecendo uma impressão visual da mesma. O eixo vertical esquerdo mostra as razões entre pressões e o eixo vertical direito mostra a força.

Tabela 4.3 – Razões entre variáveis em diferentes seções do Motor 1.

P_i/P_{atm}	P_i/P_g	P_g/P_{atm}	T_i/T_{amb}	T_i/T_g	T_{amb}/t_{exp}
5,500112	1,042654	5,275107	0,985384	0,999326	1,013125
5,200105	1,061225	4,900097	0,985717	0,997982	1,012784
4,824522	1,04043	4,637045	0,989679	1,00101	1,001
5,050101	1,063158	4,750094	0,986049	0,997312	1,008712
4,749531	1,085712	4,374578	0,98868	1,001011	1,003341
4,750093	1,067416	4,450086	0,990061	0,999691	1,008036
4,385454	1,056836	4,149606	0,989013	1,001686	1,003006
4,60009	1,088758	4,225081	0,987378	0,996313	1,006688
4,149606	1,037499	3,999625	0,989013	0,991985	1,003006
4,300082	1,065016	4,037576	0,988374	0,99665	1,006015
4,074616	1,04823	3,887139	0,98868	1,002701	1,002671
3,999625	1,049179	3,812148	0,98868	1,003379	1,004011
4,300082	1,065016	4,037576	0,989038	0,996986	1,005679
3,999625	1,070232	3,737158	0,988347	1,004059	1,004011
3,924634	1,082756	3,624672	0,987681	1,004742	1,001668
3,849644	1,084504	3,549681	0,987348	1,005084	1,004011
3,925073	1,082759	3,625066	0,985384	1,00135	1,008036
3,850071	1,084508	3,550064	0,985717	1,001012	1,007699
2,950049	1,039648	2,837546	0,994353	0,997002	1,004002
2,950049	1,053572	2,800045	0,994685	0,997336	1,004002
2,725043	1,058253	2,575039	0,985717	1,002026	1,006351
2,650041	1,092784	2,425036	0,986381	1,001011	1,005008
2,350034	1,068183	2,20003	0,986381	1,001687	1,004672
2,066777	1,087765	1,900023	0,985384	1,002365	1,005679
1,450011	1,115387	1,300008	0,986713	1,002362	1,006351

Figura 4.4 – Evolução das razões entre pressões e da força. Relação entre as pressões, em ordem sequencial no experimento.

4.1.1.1 Análise dos resultados do Motor 1

Os critérios usuais para identificação da ocorrência da condição sônica e condição supersônica no cone divergente contempla os seguintes itens:

1. Pressão maior que a atmosférica em Pexp1 e Pexp 2.
2. Pressão decrescente de Pexp 1 para Pexp 2.
3. Satisfação das condições da equação 3.20 $\frac{p_1}{p_s} > \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$

Há diferentes possibilidades de formação do jato na saída, que são esquematizadas na figura 4.5. Sendo o jato central hipotético, pois caso não se alcance a condição sônica na garganta o mais provável é que o jato perca sua forma e direção, saindo colado na parede do divergente. Portanto o jato central é hipotético.

Figura 4.5 – Possíveis condições de saída do jato de ar após passar na garganta

Os experimentos efetuados não permitem concluir que o Motor 1 e o Motor 2 tenham mantido a condição de expansão do jato, havendo maior probabilidade destes terem permanecido com uma expansão parcial ou sem expansão, não possibilitando uma análise quantitativa de jato expandido com perdas. Na condição mencionada, o volume de controle da figura 3.2 (reproduzido na figura 4.6), considerando as condições nos dois extremos do volume, leva à equação 4.1:

Figura 4.6: Reprodução do volume de controle com as variáveis nos extremos.

$$F_R = (p_2 - p_{atm})A_2 + \rho_2 V_2^2 A_2 \quad (4.1)$$

A equação 4.1 relaciona variáveis medidas, permitindo, portanto, verificar a sua correção. Entretanto, não se possui de fato p_2 e ρ_2 , o que impôs que se

estabelecesse uma avaliação com base nas demais variáveis. Utilizando a relação para gases perfeitos

$$\rho_2 = \frac{p_2}{RT} \quad (4.2)$$

verifica-se que o único termo faltante na equação é a pressão na garganta, que pode assim ser avaliada. A temperatura foi considerada aquela medida, tendo em vista a proximidade para com as outras temperaturas, muito embora os cálculos não necessitem dela, porque a equação para a pressão fica reduzida a:

$$p_2 = \frac{\left(\frac{F_R}{A_2} + p_{atm}\right)}{2,4} \quad (4.3)$$

Os valores assim obtidos são apresentados na Tabela 4.4, apresentando valores menores que aqueles previstos pela condição isentrópica. Nesse caso foi utilizado o diâmetro nominal inicial, ou seja, 2,5 mm.

Tabela 4.4: Valores de pressão na garganta e razão p_g/p_i .

p_g	p_g/p_i
232405,3	0,45965
218166,2	0,456382
208845,7	0,470825
204843	0,441239
195439,2	0,447558
191436,5	0,438405
184614,2	0,457866
180944,5	0,42789
173622,5	0,455079
170952,1	0,432465
169459	0,452341
165961,7	0,451312
165706,1	0,419194
161798,2	0,43999
156302,4	0,433166

153221,4	0,432899
147137	0,407781
142806,9	0,403491
113662,5	0,419123
111664	0,411753
94843,49	0,378606
91762,5	0,376674
83102,44	0,384674
72776,97	0,383048
64533,26	0,484134

Vale mencionar que os cinco últimos valores da tabela são correspondentes a uma situação de válvula de vazão parcialmente fechada. O valor médio global de p_g/p_i foi de 0,431. Sem os resultados correspondentes à válvula parcialmente fechada tem-se 0,437. A real possibilidade desses valores pode ser verificada apenas com outras medidas. As medidas efetuadas com o segundo conjunto de motores permitiu validar em primeira aproximação esse procedimento, conforme mostrado s itens 4.2.3 e 4.2.4. Frisa-se que o volume de controle não considera o jato expandido.

Com os dados da pressão na garganta pode-se utilizar a equação 3.37a para verificar se o escoamento admite uma situação não-isentrópica, ou seja, se o coeficiente $K_{\S 2}$ assume um valor distinto de zero. A equação é reescrita aqui (equação 4.4) como auxílio à brevidade de leitura.

$$V_2 = \sqrt{\frac{2 \left[\frac{p_2}{\rho_2} \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) + \frac{F_R}{\rho_1 A_2} \right]}{(2 + K_{\S 2}) \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{(1 + K_{\S 2})}{(2 + K_{\S 2})^\gamma} \frac{(\gamma - 1)}{(1 + c_{\S})} \right)}} \quad (4.4)$$

Os resultados podem fornecer um único valor médio para o denominador, caso em que tanto $K_{\S 2}$ como $c_{\S}$ não podem ser determinados por um procedimento apenas; ou podem fornecer uma faixa de variação preferencial, caso em que uma quantificação de ambos pode ser buscada.

Considerando os experimentos com válvula totalmente aberta, os valores de velocidade e demais variáveis conduzem ao seguinte coeficiente médio para a equação 4.4:

$$V_2 = 0,715 \sqrt{2 \left[\frac{p_2}{\rho_2} \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) + \frac{F_R}{\rho_1 A_2} \right]} \quad (4.5)$$

Adicionalmente, ao lançar em gráfico os valores individuais de ρ_2/ρ_1 e $2 \left[\frac{p_2}{\rho_2} \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) + \frac{F_R}{\rho_1 A_2} \right] / V_2^2$, a figura 4.7 é obtida.

Figura 4.7: relação obtida para a função do denominador da equação 4.4.

Este caso permite uma primeira avaliação dos coeficientes envolvidos. O coeficiente angular da reta ajustada é $(2+K_{\S 2})^{-1}=0,184$, que produz $K_{\S 2}=3,4$. O termo independente da reta ajustada é 0,0766, que produz $c_{\S}=2,0$. Observa-se, então, que a metodologia permite a obtenção dos coeficientes considerados no desenvolvimento do equacionamento em teste. Adicionalmente, verifica-se que a equação 3.37a, ou 4.4, forneceu subsídios teóricos interessantes, que este

primeiro teste aponta como adequados. Por exemplo, a velocidade sônica isentrópica implica, nas condições estudadas, em uma relação $\rho_g/\rho_l=0,06339$, enquanto que a equação 3.37a, com os coeficientes K_s e c_s , permite aplicação para valores mais baixos dessa razão. De fato, $\rho_g/\rho_l > 1/7$ nesta aproximação, sendo que a figura 4.7 mostra todos os valores menores que 0,6339 e um valor mínimo próximo a 0,4 (com a válvula totalmente aberta). Mais uma vez comenta-se que é uma primeira aproximação.

A equação 4.4, para o Motor 1, com as constantes calculadas, passa a ser dada pela equação 4.6, com o valor médio dado pela equação 4.5 já indicada.

$$V_2 = \sqrt{\frac{2 \left[\frac{p_2}{\rho_2} \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) + \frac{F_R}{\rho_1 A_2} \right]}{5,4 \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 0,077 \right)}} \quad (4.6)$$

Nesse caso mostra-se que a análise do escoamento, internamente à tubeira, pode ser feita considerando as perdas associadas a este escoamento. A verificação das perdas, em conformidade com um equacionamento não-isentrópico, representa o aspecto tentativo mais relevante desta análise.

4.1.2. Motor 2 – N = 3,0 mm

A tabela 4.5 mostra os dados relevantes correspondentes ao Motor 2 funcionando na bancada analógica. Os últimos dados, marcados com (*), correspondem justamente ao ensaio com a válvula na posição de meia abertura. A linha marcada com (?) evidencia um caso específico de vazão reduzida, que, embora satisfaça a condição sônica, gerou uma força um tanto acima do esperado (no contexto da observação experimental).

Tabela 4.5 – Motor 2 analógico (Pressões relativas, com exceção da pressão atmosférica)

	P atm	T amb	P trab	P interna	P garganta	P exp 1	P exp 2	T exp	Força	T interna	T garganta
	Pa	K	Pa	Pa	Pa	Pa	Pa	K	kgf	K	K
1	91589,96	302,55	551580,6	544002	468843,5	144790	19613	299,6	0,1657	299,55	299,15
2	91589,96	302,55	551580,6	496423	434369,7	137895	18633	298,7	0,1485	299,55	299,25
3	91589,96	302,55	482633	468844	413685,4	124106	15691	299,4	0,1374	299,75	299,45
4	91589,96	302,55	482633	441264	386106,4	110316	14710	299,1	0,1288	299,95	299,45
5	91589,96	302,55	482633	413685	344737,9	103421	11768	299	0,1125	300,05	299,45
6	91589,96	302,55	413685,4	386106	344737,9	89632	9806,7	299,1	0,1006	299,95	299,45
7	91589,96	302,55	413685,4	379212	330948,4	82737	7845,3	299,2	0,0973	299,85	299,35
8	91589,96	302,55	413685,4	372317	317158,8	82737	7845,3	299,3	0,0935	299,75	299,35
9	91589,96	302,55	379211,7	358527	317158,8	79290	7845,3	299,7	0,0849	299,65	299,35
10	91589,96	302,55	344737,9	317159	289579,8	68948	7845,3	300,1	0,0768	299,75	299,35
11	91589,96	302,55	344737,9	317159	275790,3	68948	6864,7	300,1	0,0741	299,85	299,45
12	91589,96	302,55	344737,9	303369	275790,3	65500	4903,3	300,5	0,0706	300,05	299,55
13	91589,96	302,55	344737,9	282580	272342,9	62053	4412,9	300,1	0,0676	300,05	299,65
14	91589,96	302,55	344737,9	282580	268895,5	58606	3922,7	300,1	0,0651	300,15	299,75
15	91589,96	302,55	344737,9	282580	268895,5	55159	3922,7	299,7	0,0634	300,25	299,75
16	91589,96	302,55	344737,9	279238	262000,8	55159	3922,7	300	0,0615	300,35	299,85
17	91589,96	302,55	344737,9	275790	248211,3	48263	3922,7	300,1	0,0596	300,35	299,85
18	91589,96	302,55	337843,1	275790	234421,8	48263	3922,7	300,3	0,0581	300,55	299,95
19	91589,96	302,55	337843,1	275790	234421,8	48263	3922,7	300,2	0,0564	300,65	300,05
20	91589,96	302,55	337843,1	272343	234421,8	41369	3922,7	300,3	0,0552	300,75	300,25
21	91589,96	302,55	337843,1	262001	220632,2	41369	3922,7	300,6	0,0532	300,95	300,35
22*	91583,06	301,65	551580,6	131000	110316,1	0	0	301,1	0,0497	301,35	300,05
23*	91583,06	301,65	551580,6	131000	117210,9	0	0	300,7	0,0509	301,55	301,15
24*	91589,96	302,25	551580,6	98526,6	82737,09	0	0	302,6	0,0309	301,55	301,05
25?	91589,96	302,55	275790,3	206843	172368,9	13790	980,67	300,5	0,0617	301,45	300,95

A figura 4.8 mostra as variáveis medidas e apresentadas na tabela 4.5. Como nos experimentos do primeiro motor, o eixo horizontal mostra pontos ao longo do tempo, porém em uma escala distorcida, com as medidas não sendo necessariamente feitas em intervalos regulares. Assim, esse eixo representa a sequencia das medidas efetuadas. As pressões estão representadas no eixo vertical do lado esquerdo e a força no eixo vertical do lado direito.

Figura 4.8 – Motor 2 na bancada analógica. Valores de pressão e força em ordem sequencial no experimento.

4.1.2.1 Análise dos resultados Motor 2

Valem aqui as mesmas observações feitas no início do item 4.1.1.1, com relação à expansão do jato. Frisa-se, entretanto, que este motor, com comprimento de garganta de 3,0 mm satisfaz com maior frequência a condição de expansão do jato. A análise das pressões na garganta do motor seguiu os mesmos passos efetuados para o motor 1, obtendo-se a tabela 4.6 para essas pressões (semelhantemente à tabela 4.4). Foi utilizado o diâmetro nominal de 2,5 mm.

Tabela 4.6: Valores de pressão na garganta e razão p_g/p_i .

p_g	p_g/p_i
176140,6517	0,277129
161818,2347	0,275195
152575,2795	0,272245
145414,071	0,272896
131841,0828	0,260929

121931,9688	0,25525
119184,0632	0,253151
116019,8083	0,250093
108858,5998	0,241845
102113,7406	0,24982
99865,45421	0,24432
96951,00889	0,245471
94452,9129	0,252433
92371,16625	0,24687
90955,57852	0,243086
89373,45106	0,241011
87791,3236	0,238966
86542,27561	0,235566
85126,68788	0,231713
84127,44949	0,231162
82462,05217	0,233213
79544,73185	0,35737
80543,97024	0,36186
63892,872	0,336072
89539,99079	0,300034

Os quatro últimos valores da tabela são correspondentes à situação de válvula de vazão parcialmente fechada. O valor médio global de p_g/p_i foi de 0,264. Sem os resultados correspondentes à válvula parcialmente fechada tem-se 0,250.

A equação 3.37a (equação 4.4), para os valores obtidos nos experimentos com válvula totalmente aberta, conduz ao seguinte coeficiente médio:

$$V_2 = 0,786 \sqrt{2 \left[\frac{p_2}{\rho_2} \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) + \frac{F_R}{\rho_1 A_2} \right]} \quad (4.7)$$

Nota-se uma proximidade ao valor obtido para o motor 1. Também nesse caso foi possível lançar em gráfico os valores individuais de ρ_2/ρ_1 e $2 \left[\frac{p_2}{\rho_2} \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) + \frac{F_R}{\rho_1 A_2} \right] / V_2^2$, conduzindo à figura 4.9.

Figura 4.9: Relação obtida para a função do denominador da equação 4.4.

O coeficiente angular da reta ajustada é $(2+K_{s2})^{-1}=0,174$, que produz $K_{s2}=3,7$. Já o termo independente da reta ajustada é negativo, com valor $-0,0322$, que produz $c_s=-1.1$.

Os conjuntos de valores distintos para as constantes dos motores 1 e 2 mostram que esses coeficientes devem ser avaliados de forma cuidadosa, sendo que uma interpretação de seus valores necessita de experimentos específicos, não previstos no conjunto de atividades da presente pesquisa.

A equação 4.4 para o Motor 2 utilizando as constantes calculadas, é:

$$V_2 = \sqrt{\frac{2 \left[\frac{\rho_2}{\rho_1} \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) + \frac{F_R}{\rho_1 A_2} \right]}{5,7 \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} + 0,032 \right)}} \quad (4.8)$$

4.1.3 Motor 3 – $N = 9$ mm

A tabela 4.7 mostra os dados relevantes correspondentes ao Motor 3 funcionando na bancada analógica. Os últimos dados, marcados com (*), correspondem novamente aos ensaios com a válvula na posição de meia abertura.

Tabela 4.7 – Motor 3 analógico (Pressões relativas, com exceção da pressão atmosférica)

	P atm	T amb	P trab	P interna	P garganta	P exp 1	P exp 2	T exp	Força	T interna	T garganta
	Pa	K	Pa	Pa	Pa	Pa	Pa	K	kgf	K	K
1	91652	303,85	413685	386106	303369,3	179263,7	75842,33	301,05	0,1761	302,85	300,85
2	91652	303,85	413685	344738	275790,3	172368,9	75842,33	301,75	0,1553	303,85	301,45
3	91652	303,85	413685	317159	255106	158579,4	75842,33	302,15	0,1442	304,25	301,85
4	91652	303,85	413685	344738	275790,3	144789,9	137895,2	300,95	0,1432	301,25	299,35
5	91652	303,85	413685	324054	262200,8	137895,2	124105,6	301,55	0,1305	301,15	299,25
6	91652	303,85	344738	310264	241316,5	124105,6	113763,5	300,95	0,1225	301,05	299,05
7	91652	303,85	344738	303369	241316,5	124105,6	110316,1	300,75	0,1176	300,85	298,85
8	91652	303,85	344738	275790	206842,7	103421,4	96526,6	300,95	0,1017	300,15	298,25
9	91652	303,85	337843	268896	206842,7	103421,4	89631,85	300,65	0,0969	300,05	298,05
10	91652	303,85	337843	268896	193053,2	103421,4	89631,85	300,35	0,0844	300,05	298,05
11	91652	303,85	275790	255106	193053,2	96526,6	82737,09	300,85	0,0798	299,95	298,05
12	91652	303,85	275790	255106	193053,2	96526,6	82737,09	301,05	0,0748	299,95	298,05
13	91652	303,85	275790	241317	179263,7	89631,85	75842,33	301,15	0,0719	299,95	298,05
14	91652	303,85	275790	234422	179263,7	89631,85	75842,33	301,45	0,0696	300,05	298,15
15	91652	303,85	241317	234422	165474,2	82737,08	68947,57	301,85	0,0672	300,05	298,15
16	91652	303,85	241317	220632	165474,2	75842,33	68947,57	301,25	0,0657	301,15	298,15
17	91652	303,85	241317	220632	165474,2	75842,33	68947,57	301,15	0,064	301,15	298,25
18	91652	303,85	241317	213737	148237,3	75842,33	68947,57	301,05	0,0674	300,25	298,25
19	91652	303,85	241317	206843	144789,9	68947,57	62052,82	301,35	0,0606	300,25	298,25
20	91652	303,85	241317	206843	144789,9	68947,57	62052,82	301,45	0,0591	300,35	298,35
21	91652	303,85	241317	193053	141342,5	68947,57	62052,82	301,65	0,0567	300,45	298,45
22	91652	303,85	241317	193053	141342,5	68947,57	55158,06	301,75	0,0553	300,55	298,55
23*	91652	303,85	241317	151685	110316,1	41368,54	34473,79	301,35	0,0504	300,65	298,75
24*	91652	303,85	241317	137895	96526,6	27579,03	13789,52	302,55	0,0421	301,15	300,05
25*	91652	303,85	241317	96526,6	68947,57	3447,38	0	301,15	0,0354	300,45	298,75

A figura 4.10 mostra as variáveis medidas e apresentadas na tabela 4.7. Mais uma vez o eixo horizontal mostra pontos ao longo do tempo, porém com as

medidas não efetuadas em intervalos regulares. As pressões estão representadas no eixo vertical do lado esquerdo e a força no eixo vertical do lado direito.

Figura 4.10 – Motor 3 na bancada analógica. Valores de pressão e força em ordem sequencial no experimento.

4.1.3.1 Análise dos resultados Motor 3

Consideram-se as observações apresentadas no início do item 4.1.1.1, com relação à expansão do jato. No caso do motor 3 as condições para a expansão do jato são satisfeitas. A mesma análise das pressões para a garganta efetuada nos dois motores anteriores foi efetuada no Motor 3, à guisa de comparação. Obteve-se então a tabela 4.8 para as pressões na garganta e a razão entre a pressão na garganta e na câmara. Foi utilizado o diâmetro nominal de 2,5 mm.

Tabela 4.8: Valores de pressão na garganta e razão p_g/p_i .

p_g	p_g/p_i
184826,6	0,386862
167506,4	0,383846
158263,5	0,387131
157430,8	0,360757
146855,5	0,353268
140193,9	0,348814
136113,7	0,344573
122873,8	0,334403
118876,8	0,329712
108468,1	0,300843
104637,7	0,30176
100474,2	0,289753
98059,37	0,2945
96144,16	0,294854
94145,69	0,288725
92896,64	0,297475
91481,05	0,292942
94312,23	0,308826
88649,88	0,29699
87400,83	0,292805
85402,35	0,299968
84236,57	0,295873
80156,35	0,329405
73244,95	0,319085
67665,87	0,359583

Os três últimos valores da tabela são correspondentes à situação de válvula de vazão parcialmente fechada. O valor médio global de p_g/p_i foi de 0,324. Sem os resultados da válvula parcialmente fechada tem-se 0,322.

A equação 3.37a (equação 4.4), para o Motor 3 usando os valores dos experimentos com válvula totalmente aberta, conduz ao seguinte coeficiente médio:

$$V_2 = 0,769 \sqrt{2 \left[\frac{p_2}{\rho_2} \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) + \frac{F_R}{\rho_1 A_2} \right]} \quad (4.9)$$

Mantendo o procedimento de lançar em gráfico os valores individuais de ρ_2/ρ_1 e $2 \left[\frac{p_2}{\rho_2} \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) + \frac{F_R}{\rho_1 A_2} \right] / V_2^2$, obteve-se a figura 4.11.

Figura 4.11: Relação obtida para a função do denominador da equação 4.4.

O coeficiente angular da reta ajustada é $(2+K_{\$2})^{-1}=0,280$, que produz $K_{\$2}=1,6$. O termo independente é mais uma vez negativo, com valor -0,151, que produz $c_{\$}=-2,3$. Como já foi mencionado, os conjuntos de valores distintos para as constantes dos diferentes motores aponta para a conveniência de futuros estudos para corretamente interpretá-los, não previstos para esta pesquisa.

A equação 4.4 para o Motor 2 utilizando as constantes calculadas, é:

$$V_2 = \sqrt{\frac{2 \left[\frac{p_2}{\rho_2} \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) + \frac{F_R}{\rho_1 A_2} \right]}{3,6 \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} + 0,151 \right)}} \quad (4.8)$$

Em seu conjunto, os resultados analógicos mostram que a consideração de escoamentos não-isentrópicos é adequada para o estudo de bocais

convergente-divergentes condicionados a funcionar em regime sônico. Nesse sentido, todos os motores testados mostraram que a análise do escoamento, internamente, pode ser computada considerando efeitos não-isentrópicos, o que era um dos objetivos do presente estudo. Também se observou, com esses primeiros experimentos, que o estudo do detalhe das constantes envolvidas necessita de melhores estratégias de abordagem, não previstas aqui.

A possibilidade de registrar mais adequadamente a evolução temporal das variáveis medidas, bem como contar com um maior conjunto de dados, fez com que as medidas digitais que se seguem fossem efetuadas.

4.2 – Experimentos na Bancada Digital

No presente item são mostrados graficamente os resultados obtidos para os motores 1, 3, 4 e 5, correspondentes àqueles cujas medidas foram “completas”, ou seja, foram efetuados experimentos de esvaziamento do reservatório do compressor, registrando os dados durante este esvaziamento. Nesse particular, apenas o motor 2 não possui essa informação. Os motores 1, 2 e 3 constituem o “primeiro grupo”, com diâmetro nominal de garganta de 2,5 mm, enquanto os motores 4 e 5 constituem o “segundo grupo”, com diâmetro nominal de garganta de 1,5 mm.

Os experimentos em bancada digital permitiram obter maiores quantidades de dados. Entretanto, para os motores do primeiro grupo novos sensores foram necessários, bem como efetuar a sua ligação na placa de aquisição de dados e posterior calibração.

O conjunto de atividades e de dificuldades a superar foi compensado pela confirmação dos comportamentos gerais observados na bancada analógica.

Devido às condições geométricas dos motores do primeiro grupo, com suas tomadas de pressão já estabelecidas, a pressão na garganta foi mais uma

vez calculada a partir dos dados medidos, conforme apresentado no item 4.1. Adicionalmente, devido às dificuldades de instalar um termômetro na garganta (que implicaria na destruição das tubeiras desses motores), o seu valor, quando necessário, foi avaliado a partir da temperatura ambiental, devidamente registrada.

Vale frisar que a diferença entre a temperatura do fluido na garganta e ambiental é da ordem de apenas 2 Kelvin, o que produz apenas pequenos erros, de cerca de 0,3% para a velocidade e de 0,7% para a massa específica.

Os motores do segundo grupo (4 e 5) foram beneficiados pelos ajustes e calibração da bancada, efetuados com os motores do primeiro grupo. Evidentemente ajustes foram continuamente feitos, mas com a base adquirida nos experimentos anteriores.

4.2.1 Motor 1 - $N < 1,0$ mm

A figura 4.12 mostra os valores de força medida em relação à pressão interna (na câmara). O número de pares ordenados é 17.970. Vê-se que a resolução da força é sensivelmente menor do que a resolução da pressão, mas não interferindo na compreensão do gráfico.

Observa-se o esperado aumento da força (empuxo) com o aumento da pressão interna.

A figura 4.13, por sua vez, mostra a evolução da pressão interna com o tempo, tendo-se deixado o compressor perder paulatinamente a sua pressão, com a válvula de controle de vazão totalmente aberta. Nesse caso há o decaimento que lembra uma função exponencial. Tais gráficos elucidativos demandariam tempos impraticáveis para serem gerados com a bancada analógica.

Figura 4.12: Força medida versus pressão interna medida para o Motor 1.

Figura 4.13: Pressão interna medida versus tempo para o Motor 1.

As tabelas de dados não são aqui reproduzidas porque cada uma envolve cerca de 20.000 linhas, obtidas em extensão .txt e posteriormente inseridas na planilha Excel®.

Efetuaram-se os procedimentos de análise descritos no item 4.1 para quantificar o coeficiente médio considerando escoamentos não isentrópicos. Nesse caso, a equação 3.37a (equação 4.4), para o Motor 1 usando os valores dos experimentos obtidos na bancada digital, conduz ao seguinte coeficiente médio:

$$V_2 = 0,832 \sqrt{2 \left[\frac{p_2}{\rho_2} \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) + \frac{F_R}{\rho_1 A_2} \right]} \quad (4.11)$$

O coeficiente majorado em relação aos dados analógicos do Motor 1 foram inicialmente associados à mudança de sistema de medidas, mas a sequência das análises não permitiu concluir seguramente por essa causa. . O procedimento de lançar em gráfico os valores individuais de ρ_2/ρ_1 e $2 \left[\frac{p_2}{\rho_2} \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) + \frac{F_R}{\rho_1 A_2} \right] / V_2^2$ gera, agora, uma nuvem de pontos algo disforme, como mostra a figura 4.14.

Figura 4.14: Nuvem de pontos obtida para a função do denominador da equação 4.4. Nota-se a segmentação em retas, decorrentes da baixa resolução para a força medida.

A figura 4.14, com os diferentes traços constituindo a nuvem de pontos, exprime a deficiência de resolução decorrente das medidas de força. De fato, nesse caso não se pode atestar por uma dependência entre as duas variáveis. A reta aparente traçada sobre a nuvem de pontos tem apenas caráter ilustrativo,

uma vez que o espalhamento e o comportamento da nuvem estão claramente afetados. Note-se que a independência entre as variáveis é, como já mencionado anteriormente, um resultado possível. $K_{\$2}$ e $c_{\$}$ foram definidos inicialmente a partir de equações para princípios físicos diferentes (continuidade e quantidade de movimento para a primeira e energia para a segunda), além do fato de $c_{\$}$ conter em si vários tipos de informação. A análise global, entretanto, com o resultado médio da equação 4.11, mostra que o escoamento, analisado a partir de um equacionamento não-isentrópico, produz resultados mensuráveis. Também se observa que as medidas de força necessitam de maiores cuidados, dada a sua importância na avaliação das constantes definidas nos equacionamentos.

4.2.2 Motor 3 - $N = 9,0$ mm

Similarmente à apresentação feita para o Motor 1, a figura 4.15 mostra os valores de força medida em relação à pressão interna (na câmara). O número de pares ordenados é 12.850. Novamente fica evidente que a resolução da força é sensivelmente menor do que a resolução da pressão, porém mais uma vez não interferindo na compreensão deste gráfico, que mostra o esperado aumento da força (empuxo) com o aumento da pressão interna.

Figura 4.15: Força medida versus pressão interna medida para o Motor 3.

Apesar da resolução obtida para a força, os procedimentos de análise descritos no item 4.1 para quantificar o coeficiente médio para a equação 3.37a (equação 4.4) conduziram ao seguinte coeficiente médio:

$$V_2 = 0,789 \sqrt{2 \left[\frac{p_2}{\rho_2} \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) + \frac{F_R}{\rho_1 A_2} \right]} \quad (4.12)$$

O coeficiente obtido possui a ordem de grandeza daqueles calculados com os dados analógicos. Entretanto, também nesse caso, ao seguir o procedimento de lançar em gráfico os valores individuais de ρ_2/ρ_1 e $2 \left[\frac{p_2}{\rho_2} \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) + \frac{F_R}{\rho_1 A_2} \right] / V_2^2$ observou-se uma nuvem de pontos fortemente influenciada pela baixa resolução das medidas de força, como mostra a figura 4.16.

Figura 4.16: Nuvem de pontos obtida para a função do denominador da equação 4.4. O comportamento em zigue-zague e os segmentos de reta decorrem da baixa resolução para a força medida.

Os diferentes traços inclinados correspondem aos traços horizontais para a força na figura 4.15, conferindo um comportamento em zigue-zague para esta nuvem de pontos, que apresenta declividades médias positivas e negativas intercaladas. Mais uma vez, a nuvem de pontos não permite atestar de maneira segura por uma dependência entre as duas variáveis utilizadas nos eixos horizontal e vertical, sendo que a reta aparente foi traçada apenas com caráter ilustrativo. Como ocorreu na figura 4.14, o espalhamento e o comportamento da nuvem estão claramente afetados pela baixa resolução das medidas de força.

A equação 4.12, por sua vez, aponta para um valor coerente da constante média, considerando as medidas na bancada analógica.

4.2.3 Motor 4 - $N = 1,0$ mm

O Motor 4, com diâmetro nominal de garganta de 1,5 mm, forneceu dados de pressão e de temperatura de boa qualidade. Os gráficos das figuras 4.17 e 4.18 apresentam esses dados, lançados em função do tempo. Nesse caso, as planilhas de dados contêm cerca de 38.400 linhas.

Figura 4.17: Pressões medidas na câmara interna, na seção de saída da garganta e atmosférica.

Figura 4.18: Temperaturas medidas na câmara interna, na seção de saída da garganta e atmosférica.

A força foi medida, no segundo grupo de motores, com resolução maior do que aquela do primeiro grupo de motores na bancada digital. A figura 4.19 mostra as medidas de força para o Motor 4, que apresentam o comportamento de crescimento em conjunto com a pressão interna.

Figura 4.19: Força medida versus pressão interna medida para o Motor 4.

Também aqui foram seguidos os procedimentos de análise descritos no item 4.1, quantificando-se o coeficiente médio da equação 3.37a (equação 4.4), que produziu a equação 4.13:

$$V_2 = 0,747 \sqrt{2 \left[\frac{p_2}{\rho_2} \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) + \frac{F_R}{\rho_1 A_2} \right]} \quad (4.13)$$

O gráfico dos valores individuais de ρ_2/ρ_1 e $2 \left[\frac{p_2}{\rho_2} \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) + \frac{F_R}{\rho_1 A_2} \right] / V_2^2$ também aqui conduziu a uma nuvem de pontos sem uma tendência observável. A figura 4.20 apresenta este gráfico. Ainda se observa a segmentação da nuvem.

Figura 4.20: Nuvem de pontos obtida para a função do denominador da equação 4.4. Segmentos de reta derivados da resolução da força ainda são observados.

Os motores 4 e 5 foram construídos considerando a necessidade da medida da pressão na garganta, especificamente a medida na saída da garganta (motor 5). Assim, com esses motores foi possível verificar a validade da equação 4.3, uma vez que o conjunto de dados permite a checagem imediata da pressão medida. A figura 21 mostra que tanto a pressão medida na garganta como a

pressão obtida através das outras variáveis medidas (equação 4.3) são coincidentes, havendo alguma diferença observável para as maiores pressões.

Figura 4.21: Valores de pressão na garganta medidos e calculados com a equação 4.3 (com dados experimentais) para o Motor 4.

Os resultados da figura 4.21 dão o suporte necessário aos cálculos efetuados com os dados dos motores 1, 2 e 3.

4.2.4 Motor 5 - $N = 5,0 \text{ mm}$

O Motor 5, assim como tinha ocorrido com o Motor 4, forneceu dados de pressão e de temperatura de boa qualidade. Também aqui o diâmetro nominal de garganta foi de 1,5 mm. Os gráficos das figuras 4.22 e 4.23 apresentam os dados do Motor 5 lançados em função do tempo.

As planilhas de dados contêm cerca de 38.400 linhas.

Figura 4.22: Pressões medidas na câmara interna, na seção de entrada da garganta, na seção de saída da garganta e atmosférica.

No tocante às pressões, a figura 4.22 mostra a dramática perda de pressão que ocorre no interior da garganta. A diferença entre as pressões P_i e $P_{g \text{ início}}$ é explicada em sua quase totalidade pela aceleração imposta ao fluido.

As diferenças medidas são compatíveis com valores preditos com a equação de Bernoulli para velocidade sônica. Mas a maior diferença de pressões ocorre entre $P_{g \text{ início}}$ e $P_{g \text{ final}}$, isto é, entre as pressões de entrada e saída da garganta.

A figura 4.22, em conjunto com os valores de ρ_g/ρ_i e de ρ_g/ρ_i (ver tabela 4.9 do item 4.3), atestam a incompatibilidade entre a hipótese de formulação isentrópica e o escoamento real em uma tubeira convergente-divergente, incompatibilidade que se torna evidente ao se dispor de um comprimento de garganta que permita medidas mais detalhadas. Isto porque os valores atingidos para as razões mencionadas são muito distantes daqueles previstos pela formulação isentrópica sônica.

Dessa forma, a abordagem aqui apresentada, de um cálculo que já parte da condição de não-isentropia, mostra-se adequado, sendo merecedor de

maiores estudos, de modo que se possa futuramente elaborar equações de projeto (por exemplo, da evolução da área de uma tubeira) mais compatíveis com essa realidade.

A constatação de que uma formulação não-isentrópica é de fato desejável para o estudo desse tipo de geometria é um resultado relevante no contexto deste trabalho.

Figura 4.23: Temperaturas medidas na câmara interna, na seção de saída da garganta e atmosférica para o Motor 5.

A figura 4.23 mostra um espalhamento de cerca de meio grau Celsius para a temperatura na garganta. Essa é a mesma ordem de grandeza do espalhamento observado na figura 4.18 e é considerado adequado, uma vez que um desvio de 0,5 graus leva a erros mínimos nas variáveis que dependem da temperatura (0,08% na velocidade e 0,1% na massa específica, por exemplo).

A figura 4.24 mostra as forças obtidas para o Motor 5, apresentando o comportamento esperado de crescimento em conjunto com a pressão interna.

Figura 4.24: Força medida versus pressão interna medida para o Motor 5.

Similarmente aos demais motores, os procedimentos de análise descritos no item 4.1, quantificando o coeficiente médio da equação 3.37a (equação 4.4) obteve-se a equação 4.13:

$$V_2 = 0,741 \sqrt{2 \left[\frac{p_2}{\rho_2} \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) + \frac{F_R}{\rho_1 A_2} \right]} \quad (4.13)$$

O gráfico dos valores individuais de ρ_2/ρ_1 e $2 \left[\frac{p_2}{\rho_2} \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) + \frac{F_R}{\rho_1 A_2} \right] / V_2^2$ gerou a nuvem de pontos sem tendência observável da figura 4.25. Como nos outros resultados digitais, observa-se a segmentação da nuvem.

Figura 4.25: Nuvem de pontos obtida para a função do denominador da equação 4.4 para o Motor 5. Segmentos de reta ainda são observados.

Seguindo na verificação da validade da equação 4.3 para o cálculo da pressão na garganta, o Motor 5, cujo conjunto de dados permite a checagem da pressão medida, foi utilizado nessa verificação. A figura 26 mostra que também para gargantas com comprimento não desprezível a pressão medida e a pressão calculada (equação 4.3) são coincidentes. Uma diferença ocorre, nesses dados, para as maiores pressões, mas que não invalida os cálculos efetuados, considerando a proximidade ao caso ideal.

Figura 4.26: Valores de pressão na garganta medidos e calculados com a equação 4.3 (com dados experimentais) para o Motor 5.

Os resultados das figura 4.21 e 4.26 completam o suporte elaborado para os cálculos com os dados experimentais coletados com os motores 1, 2 e 3.

4.3 Análise conjunta dos dados analógicos e digitais

O presente item resume os principais aspectos dos resultados apresentados nos itens 4.1 e 4.2, buscando as convergências desses resultados e aqueles pontos em que se verificou a necessidade de mais esforços e estudos.

Como procedimento de experimentação e análise, a confecção de dois motores nos quais foi possível efetuar medidas de pressão em posições-chave da garganta foi essencial para o presente estudo. Essa providência permitiu:

- i – Verificar a validade da equação 4.3 através da comparação dos valores de pressão medidos e calculados;
- ii – Como consequência do item i, comprovar o escoamento sônico nos experimentos.

Dessa maneira foi possível utilizar os demais dados obtidos para aqueles motores que não permitiam a medição direta da pressão nas posições-chave mencionadas, como uma primeira aproximação.

Os experimentos conduzidos com o motor 5, que possuía comprimento de garganta longa (5 mm) e duas tomadas de pressão, uma na seção de entrada da garganta e uma na seção de saída da garganta, geraram dados que mostram uma dramática perda de pressão no interior da garganta. Essa perda não está associada com variações de velocidade (como no caso do deslocamento entre a câmara e a seção de entrada da garganta).

A análise isentrópica sugere que, em atingindo a velocidade sônica (Mach unitário) a razão entre as temperaturas da câmara e da garganta seja 0,8333, mas esse valor nunca foi atingido nos experimentos aqui realizados, ficando sempre acima deste. No que tange à razão entre as pressões na garganta e na câmara, o valor sônico isentrópico é 0,5283, mas os experimentos permitiram atingir valores menores do que este, enquanto que o valor sônico da razão entre as massas específicas é 0,6339 e aqui também sempre se trabalhou com valores menores.

A tabela 4.9 mostra os valores mínimo e máximo para p_g/p_i e ρ_g/ρ_i nos diferentes experimentos.

Tabela 4.9: Valores de p_g/p_i e ρ_g/ρ_i nos diferentes experimentos

Motor	p_g/p_i	ρ_g/ρ_i
1 Analógico	0,4035-0,4708	0,4039-0,4713
2 Analógico	0,2312-0,2771	0,2315-0,2775
3 Analógico	0,2887-0,3871	0,2906-0,3894
1 Digital	0,3523-0,4553	0,3523-0,4553
3 Digital	0,2622-0,3488	0,2622-0,3488
4 Digital	0,3052-0,4945	0,3065-0,4981
5 Digital	0,3669-0,4219	0,3687-0,4228
Isentrópico	0,5283	0,6339

Uma vez que o escoamento sônico é obtido com valores das variáveis diferentes daqueles previstos isentropicamente, os resultados sugerem que uma formulação não-isentrópica é de fato desejável, de modo que se possa prever valores mais próximos àqueles reais.

O equacionamento aqui estudado permitiu considerar o escoamento não-isentrópico, que pode envolver um conjunto não desprezível de parâmetros auxiliares a serem determinados empiricamente. Este conjunto foi reduzido a apenas dois (embora esses envolvam vários fenômenos) e sua influência foi

quantificada ao longo dos procedimentos em um coeficiente auxiliar médio, no sentido de verificar se há efeito desses parâmetros na formulação em teste. De forma breve, o coeficiente auxiliar médio é expresso como $X_\$$ na equação 4.14. Esta equação frisa-se, foi considerada apenas para o caso de escoamento sônico.

$$V_2 = X_\$ \sqrt{2 \left[\frac{p_2}{\rho_2} \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) + \frac{F_R}{\rho_1 A_2} \right]} \quad (4.14)$$

Na condição de escoamento sônico, o coeficiente assumiu os valores indicados na tabela 4.10.

Tabela 4.10: Valores de $X_\$$ nos diferentes experimentos na condição sônica.

Motor	$X_\$$
1 Analógico	0,715
2 Analógico	0,786
3 Analógico	0,769
1 Digital	*0,832*
3 Digital	0,789
4 Digital	0,747
5 Digital	0,741
* Valor provavelmente afetado por desgaste na garganta, não considerado nos cálculos.	

O efeito observado é bastante coerente. Com exceção do Motor 1 na bancada analógica, o coeficiente assumiu um valor em torno do valor médio 0,758 na condição sônica.

Os parâmetros K_{s2} e c_s , entretanto, mostraram-se muito arredios à quantificação com os experimentos efetuados. Nesse caso, para a bancada analógica, que forneceu dados bastante estáveis, o valor de K_{s2} variou de 1,6 a 3,7 e o valor de c_s variou de 2,0 a -2,3. Não foi possível trazer mais luz à determinação dos valores desses parâmetros.

Os dados posteriores, obtidos com a bancada digital, mostraram-se inconclusivos. Seja pela baixa resolução dos dados de força, seja pela ausência de tendência evidente das nuvens de pontos, qualquer afirmação relativa aos valores de K_{s2} e de c_s é prematura. Nesse caso, tendo observado que uma formulação não-isentrópica é desejável, verificou-se que o aspecto da determinação dos parâmetros empíricos que aparecem na equação necessita de experimentos mais precisos.

Assim, nesse particular o presente estudo mostra que mais estudos são necessários.

4.4 Evolução da Pressão nos Motores 1, 2 e 3 com Equipamento Analógico

Os itens 4.1, 4.2 e 4.3 mostram as formas de análise seguidas na verificação da adequação da formulação não-isentrópica, considerando o escoamento até a seção final da garganta.

No presente item procurou-se verificar, a partir das medidas de pressão feitas na tubeira, na parte posterior (bocal divergente), se a presença da garganta permite haver a expectativa de expansão do jato, de maneira que a condição super-sônica possa ser atingida.

As tomadas de pressão e temperatura dos motores 1, 2 e 3 no equipamento analógico estão mostradas na figura 4.27, onde se frisa aqui os pontos de medida de temperatura no bocal divergente, enquanto que os dados medidos e considerados nesta análise constam nas tabelas, x1, x2 e x3. Os

dados consideram os casos com pressões de trabalho (P_i) iniciando em torno de 500 kPa em todos os motores e decrescendo até um mínimo próximo de 200 kPa para o Motor 1. Isto implicou em usar 16 conjuntos de valores de cada motor.

Figura 4.27 – Posicionamento relativo dos sensores nos motores 2 e 3 no equipamento analógico. Para o Motor 1, o ponto de medida indicado por P_g localizou-se no bocal convergente.

Os motores, com comprimentos de garganta diferentes, descarregam o mesmo volume de ar do reservatório do compressor em tempos diferentes.

Com o motor do compressor ligado e a válvula da mangueira de exaustão aberta, a taxa de inserção de ar no compressor é menor que a taxa de esvaziamento, fazendo com que haja diminuição paulatina da pressão. Considerando uma pressão de referência para o término da medida de tempo, os tempos relativos aos motores obedecem à relação $M_3 > M_2 > M_1$ (M_i indica o tempo vinculado ao motor i).

Como esperado, o Motor 3 implica em um tempo maior para o esvaziamento que o Motor 2 e este maior que o Motor 1. Considerando tempos iguais, isso também implica que o Motor 1 conduz à menor pressão P_i no final do ensaio.

Tabela 4.11 - Motor 1 ensaio no equipamento analógico, motor vertical com aquisição de temperatura, pressão e força via imagens. Compressor ligado.

	PI	Pi	Pg	Pe 1	Pe 2	P atm	F	Ti	Tg	Texp	Tamb
1	505627,03	436679,43	402205,67	133129,52	129206,86	91941,59	0,1887	296,95	296,65	299,35	300,35
2	505613,24	436665,67	409086,64	138999,72	131154,4	91927,8	0,1839	298,58	298,15	298,65	301,05
3	505613,24	422876,15	388402,36	135077,06	127231,74	91927,8	0,1713	297,25	298,35	299,05	301,05
4	471153,24	403205,6	381521,4	127245,53	126264,87	91941,59	0,1757	297,05	296,55	299,45	300,35
5	505613,24	395297,12	371165,47	130173,74	123309,08	91927,8	0,1593	297,55	298,55	299,25	301,05
6	436665,67	395297,12	371165,47	127231,74	121347,75	91927,8	0,153	297,75	298,65	299,35	301,05
7	436679,46	381521,4	367731,88	123322,87	121361,54	91941,59	0,1625	297,05	299,45	299,45	300,35
8	436679,46	374626,64	357389,75	120380,88	116458,22	91941,59	0,1575	296,95	296,15	299,55	300,35
9	436679,46	367731,88	350494,99	119400,19	115477,55	91941,59	0,1533	296,95	295,95	299,15	300,35
10	402205,67	367731,88	343600,23	116458,22	113516,22	91941,59	0,1483	296,85	295,65	299,15	300,35
11	402205,67	360837,12	333258,1	113516,22	111554,89	91941,59	0,1417	296,65	295,25	299,85	300,35
12	436665,67	360823,33	333244,31	119386,42	111541,1	91927,8	0,1307	296,65	296,25	298,65	301,05
13	436665,67	353928,58	326349,55	116444,43	111541,1	91927,8	0,1255	296,75	296,45	298,75	301,05
14	367731,88	353942,37	326363,34	112535,56	110574,23	91941,59	0,138	296,55	295,05	299,15	300,35
15	271191,49	271191,49	260849,35	99773,12	96831,13	91927,8	0,0905	299,35	300,25	299,85	301,05
16	271191,49	271191,49	257401,98	99773,12	95850,46	91927,8	0,0881	299,45	300,25	299,85	301,05

Tabela 4.12 - Motor 2 ensaio no equipamento analógico, motor vertical com aquisição de temperatura, pressão e força via imagens. Compressor ligado.

	PI	Pi	Pg	Pe 1	Pe 2	P atm	F	Ti	Tg	Texp	Tamb
1	505275,4	477696,37	436327,83	181221,81	101396,61	91589,96	0,1006	299,95	299,45	299,05	302,55
2	505275,4	470801,61	422538,31	174327,05	99435,28	91589,96	0,0973	299,85	299,35	299,15	302,55
3	505275,4	463906,85	408748,8	174327,05	99435,28	91589,96	0,0935	299,75	299,35	299,25	302,55
4	470801,61	450117,34	408748,8	170879,67	99435,28	91589,96	0,0849	299,65	299,35	299,65	302,55
5	436327,83	408748,8	381169,77	160537,53	99435,28	91589,96	0,0768	299,75	299,35	300,05	302,55
6	436327,83	408748,8	367380,25	160537,53	98454,62	91589,96	0,0741	299,85	299,45	300,05	302,55
7	436327,83	394959,28	367380,25	157090,15	96493,29	91589,96	0,0706	300,05	299,55	300,45	302,55
8	436327,83	374169,77	363932,87	153642,78	96002,9	91589,96	0,0676	300,05	299,65	300,05	302,55
9	436327,83	374169,77	360485,49	150195,78	95512,62	91589,96	0,0651	300,15	299,75	300,05	302,55
10	436327,83	374169,77	360485,49	146748,56	95512,62	91589,96	0,0634	300,25	299,75	299,65	302,55
11	436327,83	370827,63	353590,74	146748,56	95512,62	91589,96	0,0615	300,35	299,85	299,95	302,55
12	436327,83	367380,25	339801,22	139853,26	95512,62	91589,96	0,0596	300,35	299,85	300,05	302,55
13	429433,07	367380,25	326011,71	139853,26	95512,62	91589,96	0,0581	300,55	299,95	300,25	302,55
14	429433,07	367380,25	326011,71	139853,26	95512,62	91589,96	0,0564	300,65	300,05	300,15	302,55
15	429433,07	363932,87	326011,71	132958,5	95512,62	91589,96	0,0552	300,75	300,25	300,25	302,55
16	429433,07	353590,74	312222,19	132958,5	95512,62	91589,96	0,0532	300,95	300,35	300,55	302,55

Tabela 4.13 - Motor 3 ensaio no equipamento analógico, motor vertical com aquisição de temperatura, pressão e força via imagens. Compressor ligado.

	PI	Pi	Pg	Pe 1	Pe 2	P atm	F	Ti	Tg	Texp	Tamb
1	505337,45	477758,42	395021,33	270915,7	167494,34	91652,01	0,1761	302,85	300,85	301,05	303,85
2	505337,45	436389,88	367442,3	264020,94	167494,34	91652,01	0,1553	303,85	301,45	301,75	303,85
3	505337,45	436389,88	367442,3	236441,91	229547,16	91652,01	0,1432	301,25	299,35	300,95	303,85
4	505337,45	415705,6	353852,8	229547,16	215757,64	91652,01	0,1305	301,15	299,25	301,55	303,85
5	505337,45	408810,85	346758,03	250231,43	167494,34	91652,01	0,1442	304,25	301,85	302,15	303,85
6	436389,88	401916,09	332968,52	215757,64	205415,51	91652,01	0,1225	301,05	299,05	300,95	303,85
7	436389,88	395021,33	332968,52	215757,64	201968,13	91652,01	0,1176	300,85	298,85	300,75	303,85
8	436389,88	367442,3	298494,73	195073,37	188178,61	91652,01	0,1017	300,15	298,25	300,95	303,85
9	429495,12	360547,54	298494,73	195073,37	181283,86	91652,01	0,0969	300,05	298,05	300,65	303,85
10	429495,12	360547,54	284705,21	195073,37	181283,86	91652,01	0,0844	300,05	298,05	300,35	303,85
11	367442,3	346758,03	284705,21	188178,61	174389,1	91652,01	0,0798	299,95	298,05	300,85	303,85
12	367442,3	346758,03	284705,21	188178,61	174389,1	91652,01	0,0748	299,95	298,05	301,05	303,85
13	367442,3	332968,52	270915,7	181283,86	167494,34	91652,01	0,0719	299,95	298,05	301,15	303,85
14	367442,3	326073,76	270915,7	181283,86	167494,34	91652,01	0,0696	300,05	298,15	301,45	303,85
15	332968,51	326073,76	257126,19	174389,09	160599,58	91652,01	0,0672	300,05	298,15	301,85	303,85
16	332968,51	312284,27	257126,19	167494,34	160599,58	91652,01	0,0657	301,15	298,15	301,25	303,85

As tabelas estão ordenadas em ordem decrescente da Pressão interna Pi.

Procedimento:

1. Com o reservatório cheio e pressão máxima, iniciava-se o ensaio abrindo-se a válvula que conduz o ar do reservatório do compressor para a tubeira ensaiada.
2. Fotografava-se sequencialmente o ensaio, mantendo o disparador da máquina comprimido, de modo que o tempo de captura era tempo de processamento da máquina utilizada, sendo algo em torno de 2 a 3 segundos entre fotografias. A primeira fotografia registrava a maior pressão máxima e a última a menor pressão menor, com o compressor ligado.
3. As fotos registraram: 1) as pressões Patm, PI, Pi, Pg, Pe1 Pe2; 2) as temperaturas Ambiente, Ti, Tg e Texp; e 3) a força.

Onde:

P_l – Pressão na linha, fornecida pelo compressor;

P_i – Pressão interna no tubo motor

P_g – Pressão na garganta

P_{e1} – Pressão no divergente 1

P_{e2} – Pressão no divergente 2

P_{atm} – Pressão atmosférica

T_i – Temperatura interna no tubo motor

T_g – Temperatura na garganta (ou no cone convergente)

T_{exp} – Temperatura na saída do jato

T_{amb} – Temperatura ambiente

Os gráficos das figuras 4.28, 4.29 e 4.30 mostram os dados das tabelas 4.11, 4.12 e 4.13, respectivamente, ou seja, para cada motor. Frisa-se que o eixo das posições está distorcido, mostrando essas posições em intervalos regulares, para simplicidade de comparação. A figura 4.27, que trás o esquema das tubeiras, mostra que essas distâncias não são regulares.

Figura 4.28 - Evolução da pressão no Motor 1.

Figura 4.29 - Evolução da pressão no Motor 2.

Figura 4.30 - Evolução da pressão no Motor 3.

É interessante observar nos gráficos das três tuberias a parcela que corresponde ao escoamento no bocal divergente, ou seja, $Pe1$, $Pe2$ e $Patm$. Nessa região o Motor 1 apresenta, para $Pe1$, valores de pressão sempre mais próximas à pressão atmosférica (uma inversão com o Motor 2 ocorre para $Pe2$).

O Motor 2, por outro lado, possui Pe_1 sempre maior que Pe_2 , mostrando que o comprimento da tubeira afetou o comportamento a jusante. Finalmente, o Motor 3 mostra um crescimento evidente da pressão nesta região, sendo maior na fase inicial do experimento. O círculo acrescentado à figura 4.31 mostra em destaque o aspecto aqui comentado para o Motor 3.

Figura 4.31: Região no bocal divergente da tubeira do Motor 3 em que a pressão se mostra maior.

O anexo AA traz gráficos elaborados para cada intervalo de tempo, comparando os três motores, que pode ser interessante para discussões acerca das características que se querem evidenciar nos projetos.

As figuras 4.32, 4.33, 4.34 e 4.35 mostram a evolução das pressões ao longo dos intervalos de tempo (denominados brevemente de sequências) nas diferentes posições, para os três motores em conjunto.

A figura 4.32 considera a pressão P_i , mostrando que não há grandes diferenças de evolução para a pressão interna, embora, como já foi comentado, o Motor 2 interessantemente indique uma manutenção de um valor maior de pressão.

Figura 4.32 - Pressão interna para os três motores.

A figura 4.32 mostra a pressão no divergente, na posição *Pexp1*. Observa-se o efeito claro do comprimento da garganta a jusante, com a pressão maior para o maior comprimento de garganta, ao longo de toda a sequência. Uma vez que não há diferenças substanciais na pressão interna, como mostra a figura 4.32 anterior, esse efeito é completamente devido ao comprimento da garganta.

Figura 4.33 - Pressão na primeira posição do divergente para os três motores.

A figura 4.33, obtida para as pressões na segunda posição de medida no bocal divergente, P_{exp2} , mostra tendência geral similar àquela observada para a primeira tomada de pressão. Mais uma vez, como a pressão interna nos três motores não apresenta diferenças significativas, este efeito é totalmente devido aos diferentes comprimentos de garganta. Mais uma vez, o maior comprimento leva à maior pressão. Nesse caso, contudo, o Motor 2 mostra uma pressão menor que a do Motor 1, embora sejam próximas.

Figura 4.34 - Pressão na segunda posição do divergente para os três motores.

A força medida (empuxo) apresentou comportamento esperado no que tange à sua evolução temporal, diminuído com o avanço das sequências de valores coletados (aumento do tempo), como mostra a figura 4.34. Não houve, contudo, um efeito monotônico em relação ao comprimento da garganta. Nesse caso, a tubeira do Motor 2 apresentou a menor força registrada, enquanto que as tubeiras dos motores 1 e 3 apresentaram os maiores valores. Para esse dois motores, as maiores forças foram registradas para o Motor 1. A diferença comportamental observada nesses dados para o Motor 2 representa ainda uma dificuldade a ser melhor estudada.

Figura 4.35 - Força medida para os três motores.

Em termos gerais, observa-se que:

- Há uma manutenção (maior tempo de permanência) de maiores valores de pressão a montante quando há a presença da garganta, o que é, interessantemente, mais evidente para a tubeira do Motor 2.

- A sequência de dados de pressão no bocal divergente mostra clara influência da garganta, havendo maiores pressões nas duas tomadas de pressão quando se utilizou a garganta mais longa. Isto sugere expansão mais fácil com o aumento da garganta.

- Mesmo pequena em relação à atmosfera, há a manutenção de uma sobre-pressão na posição *Pexp2*, para a maior garganta, sugerindo alguma expansão.

- Em termos dos valores de pressão e da força medida, o comportamento da tubeira do Motor 2 mostrou-se distinto dos demais, um aspecto que ainda necessita de maiores análises (em estudos futuros).

O posicionamento relativo diferenciado no interior da tubeira para a pressão indicada neste item por “pressão na garganta” não permite concluir objetivamente sobre os valores observados, em termos comparativos.

4.5 Análise da manutenção do engasgamento nos motores 1, 2 e 3.

Os motores analisados nesse item são os motores do primeiro grupo, números 1, 2 e 3, também considerados no item 4.4 na análise de ensaios analógicos com características que admitiam a comparação direta dos dados.

A figura 4.27 mostra esses motores e os pontos de coleta de dados.

No presente item, são considerados resultados obtidos com este grupo de motores, mas considerando a bancada digital, também utilizando dados que permitam comparação imediata.

Os dados para esta análise foram obtidos seguindo os passos descritos abaixo:

1. Com o motor instalado na bancada de aquisição, iniciava-se o programa de aquisição.
2. Estabelecia-se um ajuste e uma calibração que antecedia a execução do ensaio propriamente dito, considerando os parâmetros “Pressão Atmosférica” e “Temperatura Ambiente”. A calibração foi sempre efetuada utilizando equipamentos comerciais para aferição.
3. Iniciava-se a gravação da aquisição de todos os sensores;
4. Abria-se a válvula do compressor de ar. Os registros se iniciam.
5. O compressor ligava com a pressão de controle em torno de 80 PSI e era mantido ligado até estabilizar a Força de Empuxo.
6. Fechava-se a válvula do compressor.
7. Encerrava-se a aquisição na placa Picolog[®].
8. O arquivo gerado, em .txt, era aberto em uma planilha eletrônica.

A partir de então, efetuava-se a análise dos dados.

4.5.1 Motor 1

O Motor 1, também denominado motor convencional, teve o seu diâmetro interno desgastado ao longo dos ensaios, atingindo ao final deles um diâmetro maior do que aquele dos motores 2 e 3. Como já mencionado, isso decorre da construção utilizando um molde e a característica pontual do diâmetro nominal inicial.

Tendo em vista essa característica construtiva, a tomada de pressão auxiliar, também denominada de “pressão na garganta” para uniformizar as referências entre os três motores, está posicionada a montante da garganta em 2 mm ao longo do eixo central.

Procurou-se verificar se os dados obtidos permitiam concluir pela expansão do jato no cone divergente. Os seguintes critérios são condições usuais para a expansão:

1. Pressão positiva e decrescente no divergente. Ou seja, $P_{exp1} > P_{exp2}$; $P_{exp1} > P_{atm}$ e $P_{exp2} > P_{atm}$.
2. Queda de temperatura na saída do jato. T_{exp1} , T_{exp2} e T_{exp3} .

As figuras 4.36, 4.37, 4.38 e 4.39 mostram, respectivamente, a força medida para o motor, a temperatura de saída do jato, as pressões internas e na garganta, e as pressões no divergente.

Essas figuras foram utilizadas para tecer considerações sobre o escoamento e a possibilidade de expansão do jato. Menciona-se de antemão que o gráfico TT, das pressões P_i e P_g mostra curvas semelhantes devido a real não-localização de P_g na garganta, mas sim no convergente que forma a própria câmara de compressão desse primeiro motor.

Figura 4.36 – Força de empuxo motor 1

Figura 4.37 – Temperaturas na saída do jato. Motor 1

Figura 4.38 – Pressão Interna e na Garganta – Motor 1

Figura 4.39 – Pressão no divergente – Motor 1

Considerou-se inicialmente a condição em que a curva de empuxo muda sua inclinação de forma evidente, no tempo aproximado de 34.5 segundos (figura 4.36). A curva mantém-se descendente, porém a pressão fornecida pelo compressor diminui gradativamente e o empuxo acompanha esse decréscimo.

Comparando o gráfico do empuxo com o gráfico das temperaturas, observa-se que no mesmo tempo em que o empuxo muda sua inclinação, tem-se o final da região de mínimas temperaturas, atingindo-se uma região de inflexão nas curvas das três temperaturas, que tiveram uma diminuição máxima de 2,8 graus em relação à temperatura inicial (T_{exp1} , T_{exp2} e T_{exp3}). O sensor T_{exp1} é aquele mais próximo da saída do jato. O intervalo de tempo gasto nesta concavidade da temperatura foi anotado para comparar com os demais motores, considerando-se que para que se tenha uma queda dessa magnitude na saída do jato, é esperado haver uma expansão, mesmo que incompleta, mas com velocidade transônica, sônica ou supersônica na saída. Vale lembrar que a velocidade é supersônica se as pressões no divergente decrescem da garganta em direção à saída (onde atua a pressão atmosférica).

A pressão após a garganta é a P_{exp1} e próximo à saída é P_{exp2} , o que implica que, para que se tenha pelo menos escoamento transônico é preciso que $P_{exp1} < P_{exp2}$. Mas o gráfico da figura 4.39, que apresenta as pressões no divergente, indica que a velocidade decai para a condição subsônica no divergente, uma vez que $P_{exp1} < P_{exp2}$.

4.5.2 Motor 2

Os mesmos gráficos analisados no item 4.5.1 foram organizados para o motor 2. As figuras 4.40, 4.41, 4.42 e 4.43 mostram, respectivamente, a força medida para o motor, a temperatura de saída do jato, as pressões internas e na garganta, e as pressões no divergente para este motor. Mais uma vez, as figuras

foram utilizadas para tecer considerações sobre o escoamento e a possibilidade de expansão do jato.

Figura 4.40 – Força de empuxo motor 2

Figura 4.41 – Temperaturas na saída do jato. Motor 2

Figura 4.42 – Pressão interna e Pressão na garganta – Motor 2

Figura 4.43 – Pressão no divergente motor 2

A força de empuxo do motor 2, conforme o gráfico da figura 4.40, também muda sua inclinação, isto agora ocorrendo no tempo de 42.6 segundos, indicando o início do funcionamento do compressor. Dessa forma, a maior queda de temperatura observada no gráfico de temperaturas da figura 4.41 ocorre antes do início do funcionamento do compressor. Comparando esse tempo de início de operação do motor 2 com aquele do motor 1, o compressor iniciou o funcionamento no experimento anterior 8,1 segundos antes do motor 2. Em se considerando os demais parâmetros invariáveis (pressão inicial, por exemplo) o débito em massa para Motor 1 se apresenta como maior que no Motor 2.

O gráfico da figura 4.42 mostra as pressões interna e na garganta, percebendo-se uma diferença razoável entre ambas. Vale aqui lembrar que a tomada de pressão na garganta do motor 2, está na seção central da garganta de 3,0 mm de comprimento e 2,5 de diâmetro. Em outros termos, P_g não está nem na entrada e nem na saída da garganta.

O gráfico da figura 4.43, que apresenta as pressões medidas no divergente, mais uma vez mostra, assim como aconteceu no motor 1, que a velocidade no divergente decai para a situação subsônica, uma vez que $P_{exp2} > P_{exp1}$, o que não preenche a condição para expansão e viabilidade do escoamento supersônico.

4.5.3 - Motor 3

Como efetuado para os dois motores anteriores, as figuras 4.44, 4.45, 4.46 e 4.47 mostram novamente, respectivamente, a força medida para o motor, a temperatura de saída do jato, as pressões internas e na garganta, e as pressões no divergente. Como anteriormente efetuado, essas figuras foram utilizadas para tecer considerações sobre o escoamento e a possibilidade de expansão do jato.

Figura 4.44 – Força de empuxo. Motor 3

Figura 4.45 – Temperatura na saída do jato. Motor 3

Figura 4.46 – Pressão interna e na Garganta. Motor 3.

Figura 4.47 – Pressão no divergente – Motor 3

O gráfico da força de empuxo, figura 4.44, apresenta agora uma mudança de inclinação para o tempo transcorrido de 46,7 segundos, portanto com um “atraso”, ou uma diferença de 12,3 segundos em relação ao motor convencional número 1. Já o gráfico das temperaturas apresentado na figura 4.45 mostra uma diminuição máxima de 2,3 graus em relação à temperatura inicial.

O gráfico da figura 4.46, que compara P_i e P_g mostra a maior diferença entre essas variáveis para os três casos ensaiados.

Aqui vale lembrar que a tomada de pressão P_g está a cerca de 2/3 do comprimento total da garganta, considerados a partir de seu início, a montante.

A grande modificação comportamental entre os três motores é observada no gráfico da figura 4.47, que compara as pressões medidas no divergente.

Neste caso, o gráfico mostra que a pressão P_{exp1} é maior que P_{exp2} ($P_{exp1} > P_{exp2}$), ou seja, o comprimento adicional da garganta habilitou o escoamento a alcançar à condição de velocidade supersônica, uma vez que o decréscimo da pressão no divergente indica a expansão do jato.

Nota-se que os três comportamentos permitem uma análise comparativa perfeitamente integrada aos objetivos do presente estudo.

4.5.6 - Comparação simultânea dos dados do motor 1, motor 2 e motor 3.

Todos os dados obtidos individualmente foram agrupados em gráficos comparativos, de maneira que uma melhor visualização e discussão das características dos escoamentos pudessem ser efetuadas.

Figura 4.48 – Pressão Interna motor 1, motor 2 e motor 3.

A figura 4.48, que mostra as diferentes curvas obtidas para a Pressão interna P_i , lançadas em função do tempo. Observa-se o mesmo tipo de comportamento temporal para os três motores.

O motor 2, com valor de pressão interna maior que os motores 1 e 3 pode ser explicado em parte pela pressão de trabalho fornecida ter sido maior que as dos outros dois motores, como observado na figura 4.49 a seguir.

Figura 4.49 – Pressão fornecida pelo compressor PI (Pressão na linha).

Embora nesse grupo de motores as tomadas de pressões denominadas P_g , não estejam localizadas exatamente no local de interesse, observa-se, na figura 4.50, a menor pressão para motor 3.

As pressões P_i – P_g tende, por conseguinte, a ser maior para este caso (considerando iguais condições de pressão na câmara de compressão), provavelmente favorecendo as condições de funcionamento do motor 3 em relação ao caso convencional.

Figura 4.50 – Pressão na garganta, motores 1, 2 e 3.

Para a análise do escoamento expandido interessam as pressões no divergente.

A figura 4.51 mostra que na primeira tomada de pressão (P_{exp1}), o Motor 3 apresentou a maior pressão (embora tenha tido a menor pressão na garganta), havendo uma diferença de cerca 10 PSI entre os valores atingidos pelos motores 2 e 3 e o valor atingido pelo Motor 1.

Os motores com maior comprimento de garganta apresentaram maior pressão inicial na expansão.

Figura 4.51 – Pressão no divergente P_{exp1} . Próximo à saída da garganta.

Para a pressão P_{exp2} , figura 4.52, verifica-se que o Motor 3 mostrou uma evolução de pressão segura e com valor inferior aos demais motores, colocando-se como aquele que atingiu a condição supersônica.

Interessantemente, a pressão do Motor 2 cresceu substancialmente em relação àquela medida em P_{exp1} , um comportamento que suscita novos estudos. O Motor 1 também mostrou comportamento estável, mas, considerando os valores de pressão P_{exp1} , decaiu para o escoamento subsônico. .

Figura 4.52 – Pressão no divergente P_{exp2} . Próximo à saída do jato.

A figura 4.53 traz a comparação das medidas de temperatura dos três motores na saída do jato, ou seja, na seção final do cone divergente.

O sensor registrado nesta figura é aquele mais próximo da saída do jato no divergente. Interessantemente, o escoamento supersônico não foi aquele que produziu a menor temperatura, ficando esta registrada para o Motor 2.

Uma análise mais detalhada desses comportamentos torna-se necessária, mas seguramente a constatação do efeito positivo do comprimento da garganta no estabelecimento da expansão do jato representa o resultado mais relevante no presente estudo.

Figura 4.53 – Temperatura na seção de saída, obtida com o termômetro mais próximo a esta seção.

Na figura 4.54, tem-se o gráfico comparativo dos valores de empuxo dos três motores. Pode-se observar que o motor 3, aquele no qual se observou a expansão do jato, tem o maior empuxo. Isto ocorre tanto em valor absoluto como em tempo de ocorrência, mostrando que para condições de controle similares a maior força foi mais duradoura. (em outros termos, há um débito em massa menor, para uma condição de funcionamento semelhante).

Nesse contexto, o objetivo inicialmente proposto para esta tese, que foi verificar a possibilidade de indução de choque em tubeiras convergente-divergentes em se prolongando o comprimento da garganta foi atingido. Demonstrou-se, nesta sequência de dados, com condições geométricas similares, bem como com condições de trabalho similares (Compressor de ar, reservatório e pressão de trabalho), aplicadas a tubeiras nas quais a única diferença era o comprimento de garganta, que se pode induzir o choque com o prolongamento da garganta. Uma possível aplicação é utilizar menores pressões de trabalho para engasgar um motor, simplesmente prolongando a sua garganta.

Figura 4.54 – Comparação da força de empuxo Motor 1, Motor 2 e Motor 3.

Na figura 4.54, tem-se os três gráficos de empuxo dos motores. Pode se observar que o motor 3, único a se observar a expansão tem-se o maior empuxo, tanto absoluto quanto relativo, pois com uma mesma condição tem um funcionamento mais duradouro, ou seja tem um débito em massa menor, para uma condição de funcionamento semelhante.

Aquilo que foi o objetivo inicial desta tese que era induzir o choque, prolongando o comprimento da garganta foi demonstrado nesta sequencia de dados, onde comas mesmas condições de temperatura e pressão (Compressor de ar, reservatório e pressão de trabalho igual) pode-se induzir o engasgamento com o prolongamento da garganta. Tudo indica que com uma pressão menor de trabalho, pode-se engasgar um motor prolongando a sua garganta.

CAPÍTULO 5

AVÍDEZ! Nesta alma não existe desinteresse. Pelo contrário: um eu que deseja tudo, que através de muitos indivíduos deseja ver como se o fizesse com os seus próprios olhos, agarrar como se o fizesse como suas próprias mãos. Um eu que retém ainda todo o passado, que nada deseja perder que lhe possa pertencer! Maldita seja esta minha chama de avidez!

Ah! Que me reencarne em mil seres diferentes!

*- Quem não experimentou este suspiro nada conhece da paixão daquele que busca o **conhecimento**.*

Nietzsche (1886) A Gaia Ciência, aforismo 249

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O objetivo geral do presente trabalho foi apresentado como “Estabelecer experimentalmente a influência do comprimento da garganta na expansão do jato e no empuxo de uma tubeira, abordando ainda aspectos teóricos vinculados a este tipo de motor, de modo a permitir estudos de otimização de desempenho”.

O objetivo geral foi então subdividido em componentes vinculados à operacionalização de sua consecução, como montagem de equipamentos, bocais, medição de parâmetros e verificação da sua dependência para com o comprimento da garganta e a observação do choque como função da garganta utilizada.

CONCLUSÕES

Na busca desses objetivos, inicialmente efetuou-se uma revisão bibliográfica na área, destacando as características gerais das tubeiras, características de taxa de combustão de propelentes e equacionamentos usuais para bocais convergente-divergentes, que foram úteis para delinear os estudos.

Em seguida procurou-se quantificar o escoamento de forma unidimensional e com equacionamento integral já considerando uma situação não-isentrópica, ou seja, onde coeficientes de perda e conversão de energia foram considerados. O equacionamento foi tentativo, tendo evoluído à medida que as análises se tornavam mais específicas, resultando em uma equação que expressa a velocidade como função de parâmetros relevantes e de duas “constantes empíricas”. Essas constantes envolvem simplificações como a desconsideração das perdas na região de áreas maiores, as divergências entre as velocidades médias nas seções e os respectivos perfis de velocidade (usualmente expressas pelos coeficientes de Boussinesq para a quantidade de movimento e de Coriolis para a energia), a admissão de conversão de energia mecânica em calor utilizando c_p , além de inserir efeitos de pressão na quantificação dessa conversão. Essas simplificações decorrem de análises de ordem de grandeza e de conveniências dimensionais, tendo-se lançado seus efeitos sobre as constantes empíricas quantificadas a partir de dados experimentais.

Um primeiro teste envolvendo os pontos de vista seguidos na formulação foi feito exprimindo a taxa de combustão como função da pressão. Nesse caso, a expressão obtida permite mostrar que para baixas pressões a taxa de combustão evolui com a pressão da câmara (interna) elevada ao expoente $\frac{1}{2}$, enquanto que para altas pressões a taxa de combustão passa a evoluir com a pressão da câmara elevada à primeira potência (expoente 1,0). Tal comportamento é observado em experimentos de diferentes fontes, o que aponta para a conveniência de uma formulação com as características aqui descritas.

A formulação foi utilizada na análise dos dados experimentais, em condição admitida sônica, e envolve uma expressão em seu denominador que permite sugerir que mesmo em escoamentos sônicos a razão entre as pressões e a razão entre as massas específicas na garganta e na câmara podem atingir valores menores que aqueles apontados pela teoria isentrópica. Nesse caso, a razão entre as massas específicas deveria ser maior que $1/7$ em um escoamento sem perdas, o que envolve uma faixa de valores menores que aqueles da teoria isentrópica. Valores menores foram efetivamente observados experimentalmente em todas as tubeiras ensaiadas.

Considerando a construção de bancadas experimentais para a obtenção de dados analógicos e digitais, o presente estudo atingiu seus objetivos. A confecção das bancadas foi efetuada desde o detalhamento do projeto até a calibração.

No caso analógico, a evolução dos experimentos foi filmada, ou seja, os mostradores analógicos foram filmados juntamente com o registro do tempo, permitindo coletar dados adequados para as análises posteriores. Os detalhes foram apresentados no corpo da tese de maneira que tal bancada possa ser reproduzida em experimentos subsequentes.

No caso digital, uma placa de aquisição de dados foi adquirida e as medidas foram calibradas. Os detalhes da calibração, com os equipamentos aqui projetados e construídos para efetuar as calibrações de força, pressão e temperatura, são apresentados no corpo da tese como subsídio a trabalhos futuros que também visem efetuar medidas em tubeiras ou escoamentos compressíveis sônicos.

Concluiu-se, no conjunto de calibrações e experimentos, que os sensores de pressão responderam bem às necessidades desse estudo. No tocante aos sensores de temperatura, sua resposta foi adequada, mostrando um espalhamento da ordem de $0,5\text{ }^{\circ}\text{C}$, que é perfeitamente adequado às necessidades deste estudo e de similares. No tocante às medidas de força, embora a balança utilizada fosse adequada para a escala dos motores utilizados, a resolução dos dados mostrou-se aquém do necessário para as análises mais detalhadas do equacionamento testado. Adicionalmente, observou-se que os efeitos das mangueiras de conexão utilizadas nos diferentes motores produzem interferências com ordens de grandeza que afetam a qualidade dos dados medidos. Assim, cuidados foram tomados para que esses efeitos fossem minimizados. Mesmo assim, um dos experimentos aqui relatados foi afetado de forma muito evidente por esses efeitos.

A execução dos experimentos mostrou que a bancada analógica respondeu adequadamente em termos de valores medidos, embora a morosidade na coleta dos dados filmados seja um fator limitante para seu uso. A bancada digital, por outro lado, forneceu os dados com rapidez. Nesse caso, como já

mentionado, a análise dos dados mostrou que os valores da força devem ser coletados com um equipamento que permita maior resolução. Ambas as bancadas permitiram obter dados que se completaram na análise das tubeiras ensaiadas.

Dois conjuntos de motores (tubeiras) foram confeccionados. O primeiro foi composto de três motores com diâmetro nominal de garganta de 2,5 mm e comprimentos de garganta de “0”, 3,0 e 9,0 mm. (motores 1, 2 e 3). O segundo foi composto de dois motores com diâmetro nominal de garganta de 1,5 mm e comprimentos de garganta de “0” e 5,0 mm (motores 4 e 5).

Os motores do segundo grupo foram confeccionados com tomadas de pressão em seções-chave, de maneira que foi possível comparar o valor da pressão na garganta medido diretamente e o valor obtido a partir de cálculo com as outras variáveis experimentais. Os resultados foram coincidentes em grande parte da faixa de pressões ensaiada, com diferenças para as maiores pressões, mas com os valores medidos mantendo-se próximos aos valores ideais. Isto permitiu utilizar os dados medidos nos demais motores para obter as pressões nas respectivas gargantas.

No teste da formulação não-isentrópica, o coeficiente multiplicativo auxiliar (dependente dos dois parâmetros empíricos existentes nesta formulação) apresentou o valor médio de 0,758, com valores mínimo e máximo de 0,715 e 0,789, respectivamente. Seis ensaios, em um total de sete, foram considerados válidos. O sétimo ensaio provavelmente foi afetado pelas modificações geométricas ocorridas no motor ensaiado (tubeira), uma vez que este corresponde ao motor com diâmetro nominal “pontual”, ou seja, apenas no ponto de intersecção dos cones dos moldes usados na confecção.

Os resultados envolvendo os dois parâmetros K_{s2} e c_s não foram conclusivos. Nesse caso, as medidas de força mostraram-se deficientes para analisar os detalhes das equações, justamente envolvendo K_{s2} e c_s . Adicionalmente, os cálculos foram efetuados para condições admitidas sônicas, mas desvios também podem ter ocorrido em relação a esta condição. Mais estudos são, portanto, necessários.

Em termos de comparação com o equacionamento isentrópico, a razão entre as pressões na garganta e na câmara, no caso sônico isentrópico, é 0,5283, enquanto que o valor sônico da razão entre as massas específicas é 0,6339. Nos experimentos aqui conduzidos os valores obtidos foram sempre menores do que os valores isentrópicos, apontando para a conveniência de uma formulação que parta da condição não-isentrópica e permita prever valores mais vinculados à realidade observada.

No tocante ao efeito da garganta sobre as medidas de pressão e força, os dados obtidos com o primeiro conjunto de dados e a bancada analógica mostraram haver sim efeito positivo da garganta longa. Nesses ensaios observou-se que os valores de pressão no cone divergente (bocal divergente) atingiam valores maiores após a garganta mais longa. Tais resultados induziram ao estudo mais detalhado desse grupo de motores utilizando a bancada digital.

O primeiro grupo de motores, analisado na bancada digital, mostrou que, para condições similares de operação, o maior comprimento de garganta de fato permite induzir a expansão e o escoamento super-sônico no bocal divergente. Esse experimento produziu resultados de pressões e forças bastante prolongados, permitindo, através dos gráficos gerados, concluir pelo efeito positivo da garganta em bocais convergente-divergentes de pequenas dimensões.

Considerando o acima exposto, entende-se que os objetivos específicos inicialmente traçados, bem como o objetivo geral deste estudo, foram convenientemente atingidos.

RECOMENDAÇÕES

Em termos de equacionamento, o presente estudo partiu de uma abordagem não-isentrópica, utilizando um ponto de vista unidimensional e integral. Sugere-se que as hipóteses efetuadas sejam testadas, de maneira a

indicar as necessidades de maiores detalhamentos ou de modificações e atingir uma formulação previsível mais vinculada à realidade observada.

No tocante aos experimentos, as medidas de força mostraram ser o aspecto mais limitante para ensaios na escala efetuada. Eventualmente o aumento da escala elimine as influências das mangueiras acopladas à tubeira (o seu efeito passa a ser desprezível com motores de maior escala). Em efetuando experimentos seguindo a escala do presente estudo, talvez toda a bancada possa ser colocada sobre uma balança, o que suprimirá o efeito das mangueiras. Uma outra solução pode ser a execução separada dos experimentos que utilizem as mangueiras e dos experimentos de medida de força (sem mangueiras). Nesse caso, as condições ambiente (temperatura e pressão) devem ser mantidas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Anderson, J. D.,(1990), Modern Compressible Flow. Second Edition. McGraw-Hill Publishing Company, 650p.

Barcza, M.W. (2012), Processos Unitários Orgânicos PUO: Nitrocelulose e Nitroglicerina; 7p. <http://pt.scribd.com/doc/14452591/Nitrocelulose-Nitroglicerina>, consultado em 03/12/ 2012.

Benedict, R. P., 1976, Fundamentals of temperature, pressure, and flow measurements, Second Editon, John Wiley & Sons, Inc.

Brun, A. E., (1958), Engenhos auto propulsados à pólvora, Apostila do curso industrial e de armamento. Instituto Militar de Engenharia.

Chung, M., 1998, A numerical procedure for simulation of Fanno flows of refrigerants or refrigerants mixture in capillary tubes, ASHRAE Transactions, Vol. 104, Part 2, pp. 1031-1043.

Churchill S. W., 1977, Friction factor equation spans all fluid flow regimes, 12th International Congress of Refrigeration, Madrid, Spain, pp. 1069-1077.

Fox, R.W. e McDonald, A.T. (1981), Introdução à Mecânica dos Fluidos, 2ª Edição, Tradução de Roberto Francisco Mezzomo, Editora Guanabara Dois S.A., Rio de Janeiro, Brasil, 562p.

Hughes, W.F. & Brighton, J.A. (1967) – Fluid dynamics, McGraw-Hill Book Company, New York, 265p.

IME – Instituto Militar de Engenharia (1965) – Notas de aula do curso Industrial e de Armamento. Prof. Antoine Edmund Brun.

Izola, D.T. (1993) – Métodos de Cálculo para Mini-Foguetes. FATEC GEP LENDA – Faculdade de Tecnologia de São Paulo, São Paulo, S.P., Brasil, 174p.

Izola, D. T. (1994) – História dos Foguetes no Brasil – Instituto Militar de Engenharia – IME. FAT – Fundação de Apoio à Tecnológica. Fatec – SP. Faculdade de Tecnologia de São Paulo. Abaeté Gráfica e Editora. São Paulo – SP., Brasil, 87 páginas.

Izola, D.T. (1994), Foto aérea com foguetes, Pedido de Privilégio (Patente), INPI, 25/03/94-00688, São Paulo, S.P., Brasil.

Izola, D.T. (1994), Foto Aérea com foguetes de Pequeno Porte. Núcleo Discente de Tecnologia – Lenda Pesquisa Educativa – Fatec – SP, São Paulo, SP, Brasil, 96 páginas.

Izola, D.T. and Catalano, F.M. (1997) – Análise da Oscilação Lateral de Foguetes Balísticos através do Método de Oscilação Livre, Dissertação de Mestrado apresentada à EESC/USP, São Carlos, 205p.

Izola, D.T. (1999) – Motores a Jato – Projeto e Construção. Núcleo de Estudo e Projetos. Grupo Lenda – Fatec – SP. São Paulo – SP, Brasil, 54p.

Izola, D.T. (2012a) – Investigação da Indução de Choque em Tubeira DeLaval para Motor-Foguete por Intermédio do Prolongamento da Garganta, Qualificação de Doutorado apresentada à EESC/USP, São Carlos, 43p.

Izola, D.T. (2012b) – Comunicações pessoais efetuadas em conjunto com Schulz (2012 – referência pessoal), envolvendo os temas de dissipação em bocais.

Kamal, I., 2007, Notas de Aula. Escoamento Compressível. Unicamp, 2007.

Kim, H. D., 2007, Shock Induced Boundary Layer Separation, 8th International Symposium on Experimental and Computational Aerothermodynamics of Internal Flows, Lyon, France, July-2007.

Kim, M.-H., Pettersen, J., Bullard, C.W., 2004, Fundamental process and system design issues in CO₂ vapor compression systems, Progress in Energy and Combustion Science.

Kuo, K.K., and Acharya, R. (2012) Applications of Turbulent and Multi-Phase Combustion, John Wiley & Sons, Inc, Hoboken, New Jersey, 600p.

Kubota, N. (2002), Propellants and explosives: thermochemical aspects of combustion., Wiley-VHC Verlag GmbH & Co.KGaA, Weinheim, Germany, 249p.

Leech, M. (2000), comunicação pessoal do potencial da resina epóxi a Nakka, R.A. (nesta listagem), conforme <http://www.yacamim.net/index.php/Teoria.de.Motores.Foguete.Solidos/Propelente/Combustiveis.html>, consultado em 28/11/2012.

Mikol, E. P., Dudley, J. C., 1964, A visual and photographic study of the inception of vaporization in adiabatic flow, Journal of Basic Engineering, [S. 1.], pp. 257-264, Jun. Moody, L. F., 1944, Friction factors for pipe flows, Transactions of the ASME, [S.1.], Vol. 66, nº 8, pp. 671-684, Nov.

Munson, B. R., Young, D. F., Okiishi, T. H., 1990, Fundamentals of fluid mechanics, John Wiley & Sons, USA.

Nakka, R.A. (2012) Richard Nakka's Experimental Rocketry Web Site, [Online]. www.nakka-rocketry.net.

NASA (1971), Solid Rocket Motor Performance Analysis and Prediction; NASA Space Vehicle Design Criteria (Chemical Propulsion), Report SP-8039, 111p.

NR-19 (1978), PORTARIA MTB Nº 3.214, DE 08 DE JUNHO DE 1978, Aprova as Normas Regulamentadoras - NR - do Capítulo V, Título II, da Consolidação das Leis do Trabalho, relativas a Segurança e Medicina do Trabalho – item EXPLOSIVOS.

Porto, B.F. (2007), Teoria, metodologia de projeto e desenvolvimento de motores foguete a propelente sólido e foguetes experimentais, Trabalho de Conclusão de Curso, Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Brasil, 217p.

Potter, M.C. e Wiggert, D.C. (2004) – Mecânica dos Fluidos, Trad. Antonio Pacini, Ed. Thomson, Brasil, 690p.

RGHA-101 (1994), PORTARIA Nº 626/DGAC DE 19 DE DEZEMBRO DE 1994, Aprova as normas para operação no Brasil de balões cativos, foguetes não tripulados e balões livres não tripulados.

Simões, A.L.A.; Schulz, H. E.; Porto, R. M. (2010a) - Stepped and smooth spillways: resistance effects on stilling basin lengths. Journal of Hydraulic Research, v. 48, pp. 329-337, 2010.

Schulz, H.E. (2001) - Alternativas em Turbulência. Escola de Engenharia de São Carlos, S.P., Projeto REENGE, EESC-USP, 127p.

Schulz, H.E. (2003) - O Essencial em Fenômenos de Transporte.: Escola de Engenharia de São Carlos, S.P., Projeto REENGE, EESC-USP, 398p.

Schulz, H.E. (2012), Manuscrito em Escoamentos Compressíveis não-Isentrópicos: Equacionamentos Alternativos Efetivos, Comunicações pessoais e discussões efetuadas em conjunto com Izola, D.T. (referência pessoal).

Simões, A.L.A.; Schulz, H.E.; Porto, R.M. (2010), Escoamento Laminar Desenvolvido em Seção Genérica: Simulação Numérica e Cálculo do Fator de Resistência. In: Anais do XXIV Congresso Latinoamericano de Hidráulica, 2010, Punta del Este. Artículos Completos, IAHR Asociacion Internacional de Ingenieria e Investigaciones Hidro-Ambientales, Punta del Este, Uruguay, Vol. 1, pp. 1-15.

Simões, A.L.A.; Schulz, H. E.; Porto, R. M. (2010b) - Simulação Numérica e Verificação Experimental da Posição da Superfície Livre de um Ressalto Hidráulico em um Canal Retangular. In: Memorias del XXIV Congreso

Latinoamericano de Hidráulica, Punta del Este. IAHR - Asociacion Internacional de Ingenieria e Investigaciones Hidro-Ambientales, v. 1. pp. 1-15.

Simões, A.L.A.; Schulz, H. E.; Porto, R. M. (2012) - Definições para o comprimento do ressalto hidráulico e bacias de dissipação a jusante de vertedores. In: Memorias del XXV CONGRESO LATINOAMERICANO DE HIDRÁULICA, 2012, San José. Colegio de Ingenieros Civiles de Costa Rica, v.1. pp. 1-10.

Silva, D. O. (2009), Análise de escoamento hipersônico em tubeiras do tipo convergente-divergente em não-equilíbrio químico, Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Combustão e Propulsão, INPE, 104p.

Sutton (1963), *Rocket Propulsion Elements*. John Wiley & Sons, Inc., USA.

Stoecker, W. F., Jones, J. W., 1985, Refrigeração e ar condicionado, McGraw Hill, São Paulo.

White, F.M. (2011), Mecânica dos Fluidos, 6ª Edição, Tradução de Mario Moro Fecchio e Nelson Manzanares Filho, McGraw Hill, bookman, AMGH Ed, Ltda., Porto Alegre, Brasil, 880p.

<http://www.sitedecuriosidades.com/curiosidade/como-e-produzido-o-combustivel-solido-dos-foguetes-espaciais.html>, consultado em 02/12/2012,

<http://pt.scribd.com/doc/14452591/Nitrocelulose-Nitroglicerina>, consultado em 03/12/ 2012

<http://www.yacamim.net/index.php/Teoria.de.Motores.Foguete.Solidos/Geometria.do.grao.html>

<http://www.yacamim.net>, consultado em 03/12/ 2012

Anexo AA

Análise dos motores analógicos. Evolução da pressão.

Os gráficos apresentam a evolução da pressão, desde a PI (Pressão fornecida), passando pela pressão Interna P_i , pressão da garganta P_g , Pressão na expansão 1 P_{exp1} , Pressão na expansão 2, P_{exp2} , até a descarga para a atmosfera com pressão atmosférica medida.

Tabela A1 – Sequencia 1 de PI , P_i , P_g , P_{exp1} , P_{exp2} e $Patm$

	PI	P_i	P_g	P_{exp1}	P_{exp2}	$Patm$
Motor 1	505627	436679,4	402205,7	133129,5	129206,9	91941,59
Motor 2	505275,4	477696,4	436327,8	181221,8	101396,6	91589,96
Motor 3	505337,5	477758,4	395021,3	270915,7	167494,3	91652,01

Figura A1 – Sequencia 1, Motor 1, 2 3 PI , P_i , P_g , P_{exp1} , P_{exp2} e $Patm$.

A figura da sequencia 1 corresponde ao início do ensaio, onde a pressão fornecida nesta sequencia é a maior, e semelhante para os três motores.

Observa-se, um aumento inferior a 10% de pressão interna dos motores 2 e 3 em relação ao motor 1 convencional. A pressão na garganta dos motores 3 e 1 são semelhantes. A pressão na expansão indica que o motor 3 tem a maior expansão e maior velocidade nesta seção e na expansão 2 (P_{exp2}) o motor 2 não está mais expandido nesta região pois sua pressão equipara-se à atmosférica. Nesta tomada também a pressão do motor 3 é maior do que a expansão no motor 1.

Com as tomadas de pressão no divergente (P_{exp1} e P_{exp2}) “pressurizadas” entende-se que ocorreu expansão e somente ocorre expansão quando se atinge velocidade sônica na saída da garganta, entretanto não se observa a menor pressão na garganta e isso se repete nesse grupo de motores. Isso ocorre por conta das tomadas, tanto no motor 1, quanto nos motores 2 e 3, não estarem na saída da garganta. Cabe aqui então um comentário sobre a localização das tomadas: No motor 1 a tomada de pressão está ainda no convergente, Cerca de 2 mm antes da entrada da garganta pois sendo apenas a intersecção do convergente e divergente a tomada interferiria no diâmetro. No motor 2 a tomada está no meio do comprimento da garganta de (3,0 mm) e no motor 3 a tomada está a 2/3 do comprimento da garganta de (9,0 mm.).

Figura A2 – Sequencia 2, Motor 1, 2 3 P_I , P_i , P_g , P_{exp1} , P_{exp2} e P_{atm} .

Na sequencia 2 observa-se que com a mesma pressão de trabalho (P_l) fornecida os motores 3 e 1 apresentam a mesma Pressão Interna (P_i), enquanto que no motor 2 P_i é maior. Na garganta o motor 1 e 2 tem pressão semelhante enquanto que o motor 3 tem pressão menor na garganta. Entre as tomadas de pressão P_{exp1} e P_{exp2} , o motor 1 mantém pressão constante, o motor 2 em P_{exp2} equipara com a atmosférica indicando o fim da expansão neste ponto e o motor 3 permanece expandido até a saída para a atmosfera.

Figura A3 – Sequencia 3, Motor 1, 2 3 P_l , P_i , P_g , P_{exp1} , P_{exp2} e P_{atm} .

Na sequencia 3, observa-se que com a mesma pressão de trabalho fornecida os motores 1 e 3 apresentam pressão interna semelhante, (Diferença inferior a 4%) e o motor 2 apresenta P_i maior. A pressão na garganta P_g é menor no motor 3, maior no motor 1 e maior no motor 2. $P_g M2 > M1 > M3$. A nas tomadas P_{exp1} e P_{exp2} se estabilizam nos motores 2 e 3, com o motor 3 1 atm acima do motor 1 e o motor 2 em P_{exp2} estabiliza com a pressão atmosférica indicando o fim da expansão.

Figura A4 – Sequencia 4, Motor 1, 2 3 P_I , P_i , P_g , P_{exp1} , P_{exp2} e P_{atm} .

Na sequencia 4 observa-se que pra uma pressão te trabalho P_I maior no motor 3 do que no motor 2 e no motor 1, tem-se uma pressão interna P_i semelhante ao motor 1 e menor do que o motor 2, sendo o motor 2 com uma pressão de trabalho semelhante ao motor 1. Pressão na garganta P_g $M2 > M1 > M3$. Na expansão, tomadas P_{exp1} e P_{exp2} , o comportamento é semelhante ao da sequencia 3, com o motor 2 não expandido à partir da tomada P_{exp2} .

Figura A5 – Sequencia 2, Motor 1, 2 3 P_I , P_i , P_g , P_{exp1} , P_{exp2} e P_{atm} .

Na sequencia 5 A pressão fornecida PI é semelhante nos motores 1 e 3 e menor no motor 2. A Pressão Interna Pi nos três motores: $M2 > M1 = M3$. A pressão na garganta Pg $M2 = M1 > M3$. A pressão na expansão se comporta como nas duas sequencias anteriores, com o motor 2 na tomada de pressão $Pexp2$ muito próxima à pressão atmosférica, indicando que neste ponto não há expansão.

Figura A6 – Sequencia 6, Motor 1, 2 3 PI , Pi , Pg , $Pexp1$, $Pexp2$ e $Patm$.

Na sequencia 6 observa-se que com a pressão de trabalho semelhante PI para os três motores, a pressão interna, tem a seguinte ordem crescente: $M2 > M1 = M3$. A pressão na garganta Pg $M2 = M1 > M3$. E a pressão na expansão comporta-se como nas 3 sequencias anteriores.

Figura A7 – Sequencia 7, Motor 1, 2 3 P_I , P_i , P_g , P_{exp1} , P_{exp2} e P_{atm} .

Na sequencia 7 tem-se um comportamento entre a pressão de trabalho P_I e a pressão interna P_i como na sequencia 6. $P_I M1=M2=M3$ e $P_i M>M3=M1$. A pressão na garganta $P_g M2=M1>M3$. Na tomada P_{exp2} a pressão do motor 1 tende à atmosférica, indicando uma diminuição da expansão nesse ponto para os motores 1 e 2, enquanto que o motor 3 tem ainda uma pressão média 2 vezes a pressão atmosférica.

Figura A8 – Sequencia 8, Motor 1, 2 3 P_I , P_i , P_g , P_{exp1} , P_{exp2} e P_{atm} .

Na sequencia 8 tem-se pressão de trabalho PI $M1=M2=M3$. Pressão Interna Pi $M2=M1>M3$. A pressão na garganta Pg $M1=M2>M3$. O motor 1 nas tomadas $Pexp1$ e $Pexp2$ a pressão tende a pressão atmosférica com menor valor para o motor 2 $Pexp1$ $M3>M2>M1$. $Pexp2$ $M3>M1>M2$.

Figura A9 – Sequencia 9, Motor 1, 2 3 PI , Pi , Pg , $Pexp1$, $Pexp2$ e $Patm$.

Na sequencia 9 tem-se a pressão na linha PI $M2=M1>M3$. A pressão interna Pi $M2=M1>M3$. A pressão na garganta Pg $M2=M1>M3$. $Pexp1$ $M3>M2>M1$. $Pexp2$ $M3>M1>M2$.

Figura A10 – Sequencia 10, Motor 1, 2 3 PI , Pi , Pg , $Pexp1$, $Pexp2$ e $Patm$.

Na sequencia 10 tem-se Pressão de trabalho $PI\ M2>M3>M1$ e Pressão Interna $Pi\ M2>M1>M3$. Pressão na garganta $M2>M1>M3$. $P_{exp1}\ M3>M2>M1$. $P_{exp2}\ M3>M1>M2$. Sendo que os motores 1 e 2 a expansão ocorre até o ponto de P_{exp1} .

Figura A11 – Sequencia 11, Motor 1, 2 3 PI , Pi , Pg , P_{exp1} , P_{exp2} e $Patm$.

Na sequencia 11 tem-se $PI\ M2>M1>M3$ e $Pi\ M2=M1>M3$ e $Pg\ M2>M1>M3$. $P_{exp1}\ M3>M2>M1$. $P_{exp2}\ M3>M1>M2$.

Figura A12 – Sequencia 12, Motor 1, 2 3 PI , Pi , Pg , P_{exp1} , P_{exp2} e $Patm$.

Na sequencia 12 tem-se $P_I M2=M1>M3$ e $P_i M2=M1>M3$ e $P_g M2=M1>M3$. $P_{exp1} M3>M2>M1$. $P_{exp2} M3>M1>M2$.

Figura A13 – Sequencia 13, Motor 1, 2 3 P_I , P_i , P_g , P_{exp1} , P_{exp2} e P_{atm} .

Na sequencia 13 tem-se $P_I M2=M1>M3$ e $P_i M2>M1>M3$ e $P_g M2=M1>M3$. $P_{exp1} M3>M2>M1$. $P_{exp2} M3>M1>M2$.

Figura A14 – Sequencia 14, Motor 1, 2 3 P_I , P_i , P_g , P_{exp1} , P_{exp2} e P_{atm} .

Na sequencia 14 tem-se $P_i M2 > M1 = M3$ e $P_i M2 > M1 > M3$ e $P_g M2 = M1 > M3$. $P_{exp1} M3 > M2 > M1$. $P_{exp2} M3 > M1 > M2$.

Figura A15 – Sequencia 15, Motor 1, 2 3 P_i , P_i , P_g , P_{exp1} , P_{exp2} e P_{atm} .

Na sequencia 15 tem-se $P_i M2 > M3 > M1$ e $P_i M2 > M3 > M1$. $P_g M2 > M1 = M3$. $P_{exp1} M3 > M2 > M1$. $P_{exp2} M3 > M1 = M2$, nesse ponto a pressão medida corresponde à atmosférica.

Tabela A2 – Sequencia 16 de P_i , P_i , P_g , P_{exp1} , P_{exp2} e P_{atm}

	P_i	P_i	P_g	P_{exp1}	P_{exp2}	P_{atm}
Motor 1	271191,5	271191,5	257402	99773,12	95850,46	91927,8
Motor 2	429433,1	353590,7	312222,2	132958,5	95512,62	91589,96
Motor 3	332968,5	312284,3	257126,2	167494,3	160599,6	91652,01

Figura A16 – Sequencia 16, Motor 1, 2 3 P_I , P_i , P_g , P_{exp1} , P_{exp2} e P_{atm} .

A 16 é última sequencia deste ensaio. P_I $M2 > M3 > M1$. P_i $M2 > M3 > M1$. P_g $M2 > M3 > M1$. P_{exp1} $M3 > M2 > M1$. P_{exp2} $M3 > M2 = M1$. Os motores 1 e 2 tem pressão igual à atmosférica na tomada P_{exp2} , enquanto que motor 3 indica uma pressão bem acima da atmosférica.