FERNÃO DE MELO CONSTANZO

Análise teórica e experimental da influência da fuselagem sobre a posição do centro aerodinâmico da asa em condições de baixa velocidade

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de concentração: Aeronaves
Orientador: Prof. Dr. Michael George Maunsell

São Carlos

2009

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

C757a	<p>Constanzo, Fernão de Melo</p> <p>Análise teórica e experimental da influência da fuselagem sobre a posição do centro aerodinâmico da asa em condições de baixa velocidade / Fernão de Melo Constanzo ; orientador Michael George Maunsell. -- São Carlos, 2009.</p> <p>Dissertação (Mestrado-Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e Área de Concentração em Aeronaves - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2009.</p> <p>1. Aeronaves. 2. Centro aerodinâmico. 3. Influência da fuselagem. 4. Interferência aerodinâmica. I. Título.</p>
-------	--

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **FERNÃO DE MELO CONSTANZO**

Dissertação defendida e julgada em 18/05/2009 perante a Comissão Julgadora:

Prof. Dr. **MICHAEL GEORGE MAUNSELL (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO

Prof. Titular **FERNANDO MARTINI CATALANO**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO

Prof. Titular **KAMAL ABDEL RADI ISMAIL**
(Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP)

Aprovado

Prof. Associado **JONAS DE CARVALHO**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Mecânica

Prof. Associado **GERALDO ROBERTO MARTINS DA COSTA**
Presidente da Comissão da Pós-Graduação da EESC

Dedico este trabalho aos meus pais Fernando e Cláudia, pelo incondicional apoio em minha busca de novos horizontes.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Fernando Martini Catalano, pelo apoio durante as fases de concepção dos modelos e execução dos ensaios experimentais.

Aos Técnicos do LAE e Equipes do Aerodesign da EESC, pela disponibilização das ferramentas necessárias à construção dos modelos.

Ao Hernán, pela sua presteza.

Aos colegas de turma da Pós Graduação em Engenharia Mecânica na Área de Aeronaves do ano de 2006 e aos colegas de casa em São Carlos, pelos bons momentos compartilhados.

À Vanessa, por toda ajuda prestada direta ou indiretamente, e pela paciência nos meus momentos de dedicação exclusiva a este trabalho.

Ao amigo e orientador Prof. Dr. Michael George Maunsell, por acolher esta proposta de trabalho e sempre me ajudar durante toda a execução.

RESUMO

CONSTANZO, F. M. (2009). **Análise teórica e experimental da influência da fuselagem sobre a posição do centro aerodinâmico da asa em condições de baixa velocidade.** Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

A influência da fuselagem sobre a posição do centro aerodinâmico da asa é complexa e deve ser considerada nos cálculos de equilíbrio e estabilidade estática longitudinal da aeronave. Este trabalho apresenta uma análise comparativa para indicar o mais preciso dentre sete métodos teóricos para prever esta influência, em condições de baixa velocidade, utilizando seis configurações de modelos de asa mais fuselagem em escala reduzida, com proporções dimensionais características da aviação leve. Mediram-se os coeficientes de momento e sustentação para cada configuração, através de ensaios em túnel de vento de baixa velocidade, circuito aberto e seção de testes fechada. Calcularam-se as posições experimentais do centro aerodinâmico através da distância do eixo de rotação da balança ao bordo de ataque da asa e derivadas do coeficiente de momento em relação ao coeficiente de sustentação. Aplicaram-se os métodos teóricos às configurações. Os resultados demonstram que a maioria dos métodos prevê comportamentos na variação da posição do centro aerodinâmico semelhantes aos obtidos experimentalmente e apontados na revisão da literatura. A análise dos resultados teóricos ante os experimentais aponta o método descrito em Engineering Sciences Data Unit (1996a) como o mais preciso.

Palavras-chave: Aeronaves. Centro aerodinâmico. Influência da fuselagem. Interferência aerodinâmica.

ABSTRACT

CONSTANZO, F. M. (2009). **Theoretical and experimental analysis of the fuselage influence on the wing aerodynamic center position at low speed conditions.** Dissertation (Master's degree) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

The fuselage influence on the wing aerodynamic center is complex and must be considered within longitudinal static stability and equilibrium calculations of the airplane. This work presents a comparative analysis to indicate the most accurate between seven theoretical methods that predict this influence, at low speed conditions, using six configurations of wing-fuselage reduced scale models, with the dimensional proportions found in light aviation. The moment and lift coefficients have been measured by experiments in a low speed open circuit wind tunnel with a closed test section. The experimental aerodynamic center positions have been found by the distance of the balance trunnion to wing leading edge and the derivation of the moment coefficient relative to the lift coefficient. The theoretical methods have been applied to all configurations. The results show that most of the methods predict variations in aerodynamic center position in the same way as those obtained in experimental results and shown in the literature review. The analysis between theoretical and experimental results indicates the method from Engineering Sciences Data Unit (1996a) as the most accurate.

Keywords: Aircrafts. Aerodynamic center. Fuselage influence. Aerodynamic interference.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Estabilidade estática longitudinal.....	57
Figura 2. Comportamentos na estática longitudinal de aeronaves	58
Figura 3. Contribuições das partes do avião no momento de arfagem.....	58
Figura 4. Interferência aerodinâmica entre campos de escoamento de asa e fuselagem para voos subsônicos	60
Figura 5. Posição relativa entre asa e fuselagem	64
Figura 6. Planta de asa com notação geométrica utilizada.....	65
Figura 7. Configurações utilizadas para $z = 1,0$ e $e^*/l_B = 0,4$	66
Figura 8. Configurações utilizadas para $z = 0,2$ e $e^*/l_B = 0,4$	67
Figura 9. Configurações utilizadas para $z = 1,0$ e $e/l_B = 0,3$	67
Figura 10. Comparação entre resultados teóricos e experimentais. $e/l_B = 0,3$, $z = 1,0$	68
Figura 11. Comparação entre resultados teóricos e experimentais. $e^*/l_B = 0,4$, $z = 0,2$	69
Figura 12. Comparação entre resultados teóricos e experimentais. $e^*/l_B = 0,4$, $z = 1,0$	69
Figura 13. Geometria das fuselagens de diâmetro 9 polegadas.....	70
Figura 14. Geometria das fuselagens de diâmetro 4,5, 9 x 13,5 e 13,5 polegadas.....	71
Figura 15. Geometria das asas.....	72
Figura 16. Geometria dos filetes.....	72
Figura 17. Fuselagem traseira com afilamento modificado	73
Figura 18. Efeito do diâmetro e altura da fuselagem sobre ΔK_n e comparação com teoria potencial. Asa média, razão de aspecto 10 e ângulo de incidência do conjunto asa fuselagem $i_w = 2^\circ$	75
Figura 19. Efeito do tamanho da fuselagem sobre ΔK_n e comparação com teoria potencial. Asa média, razão de aspecto 5 e ângulo de incidência do conjunto asa fuselagem $i_w = 2^\circ$	76
Figura 20. Variação da posição do centro aerodinâmico da combinação asa e fuselagem expressa em porcentagem da corda aerodinâmica principal em função do número de Mach.....	79
Figura 21. Efeito do enflechamento e razão de afilamento sobre a variação na posição do centro aerodinâmico com o número de Mach para três combinações asa mais fuselagem	80

Figura 22. Configurações de forças e momentos sobre um aerofólio	83
Figura 23. Gráfico auxiliar para o cálculo do centro aerodinâmico da asa	86
Figura 24. Geometria da vista de planta da asa para o cálculo do centro aerodinâmico	87
Figura 25. Gráfico para determinação do centro aerodinâmico de uma asa, $A \cdot \tan \Lambda_{1/2} = 5$..	88
Figura 26. Representação de vórtices ferradura para o cálculo do centro aerodinâmico	89
Figura 27. Sustentação, arrasto e momento de arfagem agindo em uma seção de uma asa arbitrária	90
Figura 28. Representação de forças na forma de coeficientes para o cálculo da posição do centro aerodinâmico de uma asa	91
Figura 29. Curva dos coeficientes de momento e ponto P para primeira condição	92
Figura 30. Geometria para o cálculo do centro aerodinâmico em ensaio em túnel de vento ...	94
Figura 31. Deslocamento do centro aerodinâmico devido à fuselagem	95
Figura 32. Curvas para determinação do fator Δ_{10}	98
Figura 33. Curvas para determinação do fator (Δ_A/Δ_{10})	98
Figura 34. Curvas para determinação do fator k	99
Figura 35. Vista de planta da seção de junção entre asa e fuselagem, com a geometria para o cálculo da contribuição dos filetes na posição do centro aerodinâmico da asa	99
Figura 36. Definições geométricas para o cálculo da variação da posição do centro aerodinâmico	101
Figura 37. Fator de correção devido à razão de esbelteza da fuselagem	102
Figura 38. Geometria usada para o cálculo das contribuições da fuselagem e <i>nacelles</i> no coeficiente de momento e mudança de posição do centro aerodinâmico	103
Figura 39. Gráfico para estimar o fator de <i>upwash</i> $d\bar{\epsilon}/d\alpha$ das combinações fuselagem-asa ou <i>nacelle</i> -asa, à frente da asa	104
Figura 40. Tratativa simplificada do efeito da fuselagem sobre a posição do centro aerodinâmico	106
Figura 41. Efeito de fuselagem ou <i>nacelle</i> na posição do ponto neutro	107
Figura 42. Geometria para cálculo da variação da posição do centro aerodinâmico	109
Figura 43. Gráfico para determinação do fator F	110
Figura 44. Gráfico para determinação do fator G	111
Figura 45. Gráfico para a determinação do fator K_1 , $d/b = 0,08$	112
Figura 46. Gráfico para a determinação do fator K_1 , $d/b = 0,12$	112
Figura 47. Gráfico para a determinação do fator K_1 , $d/b = 0,16$	113
Figura 48. Gráfico para a determinação do fator K_2	114

Figura 49. Seção típica do aerofólio GA(W)-1	118
Figura 50. Vista de planta do modelo de asa utilizado nos ensaios	119
Figura 51. Vista lateral do modelo de asa utilizado nos ensaios	119
Figura 52. Exemplo de meio modelo de fuselagem e asa durante ensaio em túnel de vento.	120
Figura 53. Seção de tubo de PVC utilizado na construção da parte central da fuselagem.....	121
Figura 54. Base de madeira com furo para passagem do eixo da asa, encaixes nas pontas para montagem das partes dianteiras e traseiras da fuselagem e rebaixo para assentamento da seção semicircular de PVC	121
Figura 55. Detalhe da fixação da seção semicircular da fuselagem a base de madeira.....	122
Figura 56. Abertura do rasgo para acomodação da asa na seção semicircular da parte central da fuselagem	122
Figura 57. Asa acoplada à parte central da fuselagem	123
Figura 58. Detalhe da montagem entre a asa e parte central da fuselagem	123
Figura 59. Gabaritos usados para os cortes das partes dianteiras e traseiras da fuselagem....	123
Figura 60. Partes traseiras e dianteiras da fuselagem cortadas em poliestireno expandido ...	124
Figura 61. Parte traseira da fuselagem colada a placa de MDF de espessura 15 milímetros.	124
Figura 62. Entalhe para fixação das partes traseira e dianteira a parte central da fuselagem.	124
Figura 63. Fuselagem dianteira, comprimento 200 milímetros (“dianteira maior”)	125
Figura 64. Fuselagem dianteira, comprimento 100 milímetros (“dianteira menor”)	126
Figura 65. Fuselagem traseira simétrica, comprimento 290 milímetros (“traseira maior”) ...	126
Figura 66. Fuselagem traseira simétrica, comprimento 190 milímetros (“traseira menor”) ..	126
Figura 67. Fuselagem traseira assimétrica, comprimento 290 milímetros (“traseira assimétrica”).....	126
Figura 68. Configuração 1: dianteira maior e traseira maior, comprimento total de 690 milímetros	127
Figura 69. Configuração 2: dianteira maior e traseira menor, comprimento total de 590 milímetros	127
Figura 70. Configuração 3: dianteira maior e traseira assimétrica, comprimento total de 690 milímetros	127
Figura 71. Configuração 4: dianteira menor e traseira maior, comprimento total de 590 milímetros	127
Figura 72. Configuração 5: dianteira menor e traseira menor, comprimento total de 490 milímetros	127

Figura 73. Configuração 6: dianteira menor e traseira assimétrica, comprimento total de 590 milímetros	127
Figura 74. Túnel de vento utilizado para os ensaios.....	128
Figura 75. Asa posicionada na seção de testes do túnel de vento	128
Figura 76. Vista traseira de conjunto asa e fuselagem na seção de testes do túnel de vento .	129
Figura 77. Inversor de frequência para acionamento e controle de rotação do motor do túnel de vento	129
Figura 78. Balança aerodinâmica e manômetro digital	130
Figura 79. Eixo da asa acoplado a balança.....	130
Figura 80. Mostrador digital da balança aerodinâmica	131
Figura 81. Sistema de aquisição de dados	131
Figura 82. Fatores de forma para correção da pressão dinâmica em túnel de vento	136
Figura 83. Valores de τ_1 para vários tipos de túnel.....	137
Figura 84. Sistema de imagens para uma seção de testes retangular fechada	139
Figura 85. Variação do coeficiente de momento em função do coeficiente de sustentação para a asa.....	141
Figura 86. Variação do coeficiente de momento em função do coeficiente de sustentação para a configuração 1	142
Figura 87. Variação do coeficiente de momento em função do coeficiente de sustentação para a configuração 2	142
Figura 88. Variação do coeficiente de momento em função do coeficiente de sustentação para a configuração 3	143
Figura 89. Variação do coeficiente de momento em função do coeficiente de sustentação para a configuração 4	143
Figura 90. Variação do coeficiente de momento em função do coeficiente de sustentação para a configuração 5	144
Figura 91. Variação do coeficiente de momento em função do coeficiente de sustentação para a configuração 6	144
Figura 92. Representação esquemática para discretização da configuração 1	154
Figura 93. Representação esquemática para discretização da configuração 2	158
Figura 94. Representação esquemática para discretização da configuração 4	162
Figura 95. Representação esquemática para discretização da configuração 5	165
Figura 96. Posições dos centros aerodinâmicos em fração de corda e erros percentuais dos métodos teóricos	180

Figura 97. Posições dos centros aerodinâmicos em fração de corda e erros percentuais dos métodos teóricos para incertezas $+\Delta ac$	180
Figura 98. Posições dos centros aerodinâmicos em fração de corda e erros percentuais dos métodos teóricos para incertezas $-\Delta ac$	181

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Movimento total do centro aerodinâmico (positivo para frente) devido à influência da fuselagem para asas afiladas de diversos ângulos de enflechamento	68
Tabela 2 – Faixa de variação dos parâmetros geométricos para obter acuracidade $x_h/\bar{c} = \pm 0,03$	117
Tabela 3 – Análise entre razões envergadura da asa por comprimento da fuselagem para a aviação leve	125
Tabela 4 – Resultados para a posição do centro aerodinâmico em fração da corda para configurações 1 a 6	177
Tabela 5 – Erro percentual na posição do centro aerodinâmico para configurações 1 a 6.....	177
Tabela 6 – Resumo de características dos sete métodos teóricos para previsão da variação na posição do centro aerodinâmico devido à influência da fuselagem	183

LISTA DE SIGLAS

CFD	Computational Fluid Dynamics
CPPM	Constant-Pressure Panel Method
EESC	Escola de Engenharia de São Carlos
ESDU	Engineering Sciences Data Unit
GA(W)-1	General Aviation (Withcomb) – number one airfoil
LAE	Laboratório de Aeronaves
MDF	Medium Density Fiberboard
NACA	National Advisory Committee for Aeronautics
NASA	National Aeronautics and Space Administration
PVC	Poli Cloreto de Vinila
RAE	Royal Aircraft Establishment
USP	Universidade de São Paulo
VLM	Vortex Lattice Method

LISTA DE SÍMBOLOS

Seção 1.1 – Variáveis

C_m	coeficiente de momento
C_{m0}	coeficiente de momento para $\alpha = 0^\circ$
M_{CG}	momento de arfagem no centro de gravidade do avião
α	ângulo de ataque

Seção 1.1 – Índices

f	contribuição da fuselagem
p	contribuição do sistema propulsor
t	contribuição da empenagem horizontal
w	contribuição da asa

Seção 2 – Variáveis

A	razão de aspecto da asa
$(a.c.)_{WF}$	posição do centro aerodinâmico da combinação asa mais fuselagem, em porcentagem da corda aerodinâmica principal
$b_B(x)$	largura local da fuselagem
$c(y)$	corda da asa medida paralelamente ao plano de simetria
$\bar{c}$	corda geométrica principal
$\bar{\bar{c}}$	corda aerodinâmica principal
$c.g.$	centro de gravidade da aeronave, em porcentagem da corda aerodinâmica principal
c_L	coeficientes de sustentação locais
C_{LW}	coeficiente de sustentação total da asa
$\left(\frac{dC_M}{dC_L}\right)_{B+W}$	inclinação da curva do momento de arfagem para a combinação asa mais fuselagem
$\left(\frac{dC_M}{dC_L}\right)_W$	inclinação da curva do momento de arfagem para a asa
e	distância do ponto de um quarto da corda na raiz ao nariz
e^*	distância do ponto de um quarto da corda aerodinâmica principal ao nariz

l_B	comprimento total da fuselagem
L_W	força de sustentação da asa
M_{BW}	momento de arfagem da combinação asa mais fuselagem
M_W	momento de arfagem da asa
q	pressão dinâmica
S	área de planta da asa
V	velocidade do fluxo livre
x	distância do centro aerodinâmico da combinação asa mais fuselagem ao centro de gravidade do avião
z	razões de afilamento da asa
α	ângulo de ataque na direção do escoamento livre
β	ângulo de ataque local do eixo longitudinal da fuselagem.
$\left(\frac{\Delta h_N}{\bar{c}}\right)_B$	movimento total do centro aerodinâmico devido à influência da fuselagem
$\left(\frac{\Delta h_N^*}{\bar{c}}\right)_B$	movimento do centro aerodinâmico devido à sustentação na fuselagem
$\left(\frac{\Delta h_N}{\bar{c}}\right)_{BW}$	movimento do centro aerodinâmico para frente devido a perda local de sustentação, em fração da corda aerodinâmica principal
ΔK_n	variação na posição do centro aerodinâmico de asas sem enflechamento devido à influência de fuselagem, em fração da corda principal
ΔL_B	ganho de sustentação na parte frontal da fuselagem anterior a junção com a asa
ΔL_W	perda de sustentação na região de junção entre asa e fuselagem
Λ	ângulos de enflechamento da asa a um quarto de corda
ρ	densidade do ar
$\left(\frac{\partial C_M}{\partial C_L}\right)_{WF}$	variação do coeficiente de momento em função do coeficiente de sustentação para a combinação asa mais fuselagem

Seção 3.1 – Variáveis

a	distância de um ponto na asa até seu bordo de ataque
c	corda da asa
C_L	coeficiente de sustentação
C_M	coeficiente do momento de arfagem
C_{MAC}	coeficiente de momento de arfagem no centro aerodinâmico

D	força de arrasto
$\frac{d}{dC_L}(C_M)$	diferencial do coeficiente de momento em relação ao coeficiente de sustentação
L	força de sustentação
M	momento de arfagem
S	área de planta da asa
V	velocidade do fluxo
x	distância de um ponto na asa até seu bordo de ataque
x_{AC}	distância do centro aerodinâmico da asa até seu bordo de ataque
α	ângulo de incidência
ρ	densidade do fluido

Seção 3.1 – Índices

BA	bordo de ataque
------	-----------------

Seção 3.2.1 – Variáveis

A	razão de aspecto da asa
b	envergadura da asa
c_s	corda da raiz
c_t	corda da ponta
H	fator para o cálculo da posição do centro aerodinâmico da asa
S	área da asa
X_{ac}	distância entre o centro aerodinâmico da raiz e o da asa (positivo para trás)
β	ângulo de enflechamento da asa

Seção 3.2.2 – Variáveis

A	razão de aspecto da asa
b	envergadura total da asa
$\bar{c}$	corda aerodinâmica principal
c_r	corda da raiz
c_t	corda da ponta
M	número de Mach
$\bar{x}$	distância do centro aerodinâmico ao bordo de ataque da corda aerodinâmica principal

$\bar{x}_0$	distância do centro aerodinâmico ao bordo de ataque da corda da raiz
$\bar{\bar{x}}_0$	distância entre bordos de ataque da corda da raiz e da corda aerodinâmica principal
β	fator de compressibilidade
λ	razão de afilamento da asa
$\Lambda_{1/2}$	ângulo de enflechamento da asa a 50% da linha de corda

Seção 3.2.3 – Variáveis

C	coeficiente aerodinâmico para asa ou aeronave completa
c_{ref}	comprimento da corda na seção local do aerofólio
$\bar{x}_{ac}$	posição horizontal do centro aerodinâmico
$\bar{y}_{ac}$	posição vertical do centro aerodinâmico

Seção 3.2.3 – Índices

A	força axial
N	força normal
m_0	momento de arfagem sobre o ponto de origem $x = 0$ e $y = 0$
α	primeira derivada em relação ao ângulo de ataque
α, α	segunda derivada em relação ao ângulo de ataque

Seção 3.3.1 – Variáveis

C_C	coeficiente de força na direção da corda
C_D	coeficiente de sustentação
C_L	coeficiente de arrasto
C_m	coeficiente do momento de arfagem
C_N	coeficiente de força normal
n	inclinação da curva (derivada) de C_m em função de C_L
x	posição horizontal do centro aerodinâmico em termos da corda principal
y	posição vertical do centro aerodinâmico em termos da corda principal
α	ângulo de ataque
α'	ângulo de ataque para $C_L = 0$

Seção 3.3.1 – Índices

$a.c.$	centro aerodinâmico
$L_0, 0$	indicam valores para $C_L = 0$
P	ponto P (primeira condição)

Seção 3.3.2 – Variáveis

ac	posição do centro aerodinâmico em fração da corda
c	corda da asa
C_L	coeficiente de sustentação
$C_{M_{ac}}$	coeficiente do momento de arfagem sobre o centro aerodinâmico
$C_{M_{tr}}$	coeficiente do momento de arfagem sobre o ponto de rotação
L	força de sustentação
M_{ac}	momento de arfagem sobre o centro aerodinâmico
M_{tr}	momento de arfagem sobre o ponto de rotação
tr	posição do ponto de rotação em fração da corda
$\frac{dC_{M_{tr}}}{dC_L}$	inclinação da curva do coeficiente de momento no ponto de rotação em função do coeficiente de sustentação

Seção 3.4.1 – Variáveis

A	área horizontal projetada da fuselagem
c	corda da asa
D	diâmetro da fuselagem
L	comprimento da fuselagem
S	área de planta da asa
X	distância do ponto de um quarto de corda da asa ao nariz da fuselagem
$\Delta X_{a.c.}$	posição do centro aerodinâmico devido à influência da fuselagem, em fração de corda da asa à frente do eixo de um quarto de corda

Seção 3.4.2 – Variáveis

a	inclinação da curva de sustentação da asa por radiano
b_f	largura máxima do filete
c	corda da raiz
$\bar{c}$	corda principal da asa

c_f	extensão traseira principal devido ao filete
D	diâmetro ou largura da fuselagem na seção do bordo de ataque da asa
h	altura da fuselagem
k	fator para a determinação da mudança na posição do centro aerodinâmico
l_f	comprimento máximo do filete
S	área de planta da asa
S_f	área na junção entre asa e fuselagem delimitada pelo contorno dos filetes
$\left(\frac{\Delta_A}{\Delta_{10}}\right)$	fator para a determinação da mudança na posição do centro aerodinâmico
ΔK_n	variação na posição do centro aerodinâmico de asas sem enflechamento devido à influência de fuselagem originada a partir de corpos de revolução, em fração da corda principal
$\Delta K_n'$	variação na posição do centro aerodinâmico de asas sem enflechamento devido à influência de fuselagem de seção não circular, em fração da corda principal
$\Delta K_{n \text{ filete}}$	variação na posição do centro aerodinâmico da asa devido aos filetes, em fração da corda principal
Δ_{10}	fator para a determinação da mudança na posição do centro aerodinâmico

Seção 3.4.3 – Variáveis

b	envergadura total da asa
b_f	largura da fuselagem
$\bar{c}$	corda aerodinâmica principal
c_g	corda geométrica principal
$(C_{L\alpha})_{wf}$	inclinação da curva de sustentação da asa mais fuselagem
c_r	corda da raiz
c_t	corda da ponta
h_f	altura da fuselagem
l_{fn}	comprimento da fuselagem do nariz do avião até a corda na raiz
S	área de planta da asa
$\left(\frac{\Delta x_{ac}}{\bar{c}}\right)$	variação na posição do centro aerodinâmico da asa devido à influência da fuselagem, em fração da corda aerodinâmica principal
$\Lambda_{1/4}$	ângulo de enflechamento da asa a um quarto da linha de corda
λ	razão de afilamento da asa

Seção 3.4.4 – Variáveis

$\bar{c}$	corda aerodinâmica principal
c_f	corda da raiz
$C_{L\alpha w}$	inclinação da curva de sustentação da asa
$\frac{dM}{d\alpha}$	variação do coeficiente de momento com o ângulo de ataque para corpos assimétricos
$\frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha}$	fator de upwash
K	fator de correção de forma
l_h	distância do bordo de fuga na raiz à um quarto de corda do estabilizador horizontal
$\bar{q}$	pressão dinâmica
S	área de planta da asa
w_f	largura da fuselagem no centroide dos segmentos da fuselagem discretizada
x	distância do centroide de segmento da fuselagem discretizada ao bordo de ataque ou bordo de fuga
Δx	comprimento de segmento da fuselagem discretizada
$\Delta \bar{X}_{ac_B}$	variação na posição do centro aerodinâmico da asa devido à presença de um corpo, em fração da corda aerodinâmica principal
$\bar{\varepsilon}$	ângulo local do escoamento

Seção 3.4.4 – Índices

i	número do segmento da fuselagem discretizada, início pelo nariz
-----	---

Seção 3.4.5 – Variáveis

A	razão de aspecto da asa
A_{nariz}	razão de aspecto do nariz do avião
l_{nariz}	comprimento do nariz
S	área de planta da asa
S_{nariz}	área de planta do nariz
w	máxima largura da fuselagem
$-\Delta h_0$	variação na posição do centro aerodinâmico da asa devido à influência da fuselagem, em fração da corda aerodinâmica principal

Seção 3.4.6 – Variáveis

c	corda local da asa sobre a linha de centro da fuselagem ou <i>nacelle</i>
$\bar{c}$	corda aerodinâmica principal
h_n	ponto neutro, expresso em fração da corda aerodinâmica principal
h_{nwb}	centro aerodinâmico da combinação asa e fuselagem
S	área de planta da asa
V_H	volume de cauda
w	máxima largura da fuselagem ou <i>nacelle</i>
Δh_n	variação na posição do ponto neutro do avião devido a influência da fuselagem ou <i>nacelle</i> , em fração da corda aerodinâmica principal, positivo em direção a cauda
Δh_{nwb}	variação na posição do centro aerodinâmico da asa devido a influência da fuselagem, em fração da corda aerodinâmica principal
$\frac{\partial C_{mp}}{\partial \alpha}$	variação do coeficiente de momento propulsor em função do ângulo de ataque

Seção 3.4.7 – Variáveis

A	razão de aspecto da asa
a	inclinação da curva de sustentação da asa equivalente
b	envergadura total da asa
c	velocidade de propagação do som no ar
$\bar{c}$	corda aerodinâmica principal
c_f	corda da raiz para a asa real
c_r	corda da raiz para a asa equivalente
c_t	corda da ponta
c_0	corda da linha de centro da aeronave para a asa equivalente
d	largura da fuselagem medida sobre o bordo de ataque da raiz da asa equivalente
F	fator que compreende os efeitos da variação no comprimento da fuselagem
G	fator que compreende os efeitos da variação na largura da fuselagem
h	altura da fuselagem no bordo de ataque da raiz da asa equivalente
K_1	fator que representa o efeito primário do enflechamento positivo das asas
K_2	fator de correção para K_1

l	comprimento total da fuselagem
M	número de Mach do escoamento
m	comprimento da fuselagem a frente do bordo de ataque da asa equivalente
n	comprimento da fuselagem atrás do bordo de fuga da asa equivalente
S	área de planta da asa equivalente
s	semi envergadura da asa
S_e	área de planta da asa real
$s_{l,i}$	distância da linha de centro da aeronave ao fim do filete i no bordo de ataque da asa real
$s_{l,0}$	distância do ponto de intersecção entre o bordo de ataque da asa real e a fuselagem até a linha de centro da aeronave
V	velocidade do escoamento
$\bar{x}$	posição do centro aerodinâmico da planta da asa equivalente
x_f	posição do bordo de ataque da asa real em relação ao nariz da fuselagem
x_h	posição do centro aerodinâmico da combinação asa e fuselagem
β	fator de compressibilidade
Δx_h	variação na posição do centro aerodinâmico da asa devido à influência da fuselagem
λ	razão de afilamento da asa equivalente
$\Lambda_{l,i}$	ângulo de enflechamento positivo do bordo de ataque da asa real entre as posições ao longo da envergadura $s_{l,i-1}$ e $s_{l,i}$ para $i = 1, 2, \dots, N$
$\Lambda_{l,1}$	ângulo de enflechamento da asa real no bordo de ataque
$\Lambda_{1/2}$	ângulo de enflechamento da asa equivalente, a 50% da linha de corda

Seção 3.4.7 – Índices

i	número do filete
-----	------------------

Seção 4.4 – Variáveis

F_{fore}, F_{aft}	componentes verticais de força medidas na balança aerodinâmica
F_{drag}	componente do arrasto medida na balança aerodinâmica

Seção 5.1 – Variáveis

P_{din}	pressão dinâmica medida pelo manômetro digital
Demais	conforme seções 3.3.2 e 4.4

Seção 5.2 – Variáveis

c	corda da asa
l	comprimento característico (adotada a corda da asa, c)
Re	número de Reynolds
V	velocidade do escoamento
μ	viscosidade dinâmica do ar
ρ	densidade do ar
ρ_0	densidade do ar ao nível do mar

Seção 5.2 – Índices

max	máximos valores obtidos durante os ensaios experimentais
min	mínimos valores obtidos durante os ensaios experimentais

Seção 5.3 – Variáveis

A	área de planta da asa
c	corda da asa
C_L	coeficiente de sustentação
C_M	coeficiente de momento
d	braço de alavanca para as forças na balança
L	força de sustentação
M	momento de arfagem
$\frac{dC_M}{dC_L}$	inclinação da curva do coeficiente de momento em função do coeficiente de sustentação

Seção 5.5.1 – Variáveis

B	largura da seção de testes do túnel de vento
b	envergadura do modelo
C	área da seção de testes.
c	corda
d	diâmetro máximo do corpo

H	altura da seção de testes do túnel de vento
K_l	fator de forma para asas
K_3	fator de forma para corpos de revolução
l	comprimento do corpo
q_A	pressão dinâmica medida
q_C	pressão dinâmica corrigida
t	espessura máxima da asa
V	volume
ϵ_{sb}	fator de bloqueio sólido tridimensional
ϵ_T	fator de bloqueio sólido tridimensional total
τ_1	fator dependente da largura e altura do túnel, e envergadura do modelo

Seção 5.5.1 – Índices

B	fuselagem
W	asa
$1,3$	configurações 1 e 3 dos modelos em escala reduzida
$2,4,6$	configurações 2, 4 e 6 dos modelos em escala reduzida
5	configuração 5 dos modelos em escala reduzida

Seção 5.5.2 – Variáveis

B	largura da seção de testes do túnel de vento
b	envergadura da asa
C_L	coeficiente de sustentação
h	altura da seção de testes do túnel de vento
r	distância entre os vórtices de esteira da asa no sistema de imagens
S	área de planta da asa
$\Delta\alpha_i$	aumento induzido no ângulo de ataque sob a linha de cento da seção de testes do túnel, em formato adimensional

Seção 6.1 – Variáveis

Todas	conforme seções 3.3.2 e 5.3
-------	-----------------------------

Seção 6.1 – Índices

asa	resultados para a asa sozinha
$conf. i$	resultados para a configuração número i (de 1 a 6) dos modelos em escala reduzida

Seção 6.2 – Variáveis

ac_{asa}	posição do centro aerodinâmico da asa, em fração da corda
$ac_{asa+fus}$	posição do centro aerodinâmico da combinação asa mais fuselagem, em fração da corda

Seção 6.2.1

$c/4$	posição de um quarto de corda, em fração da corda
Demais	conforme seções 3.4.1 e 6.2

Seção 6.2.2

Todos	conforme seções 3.4.2 e 6.2
-------	-----------------------------

Seção 6.2.3

Todos	conforme seções 3.4.3 e 6.2
-------	-----------------------------

Seção 6.2.4

Todos	conforme seções 3.4.4 e 6.2
-------	-----------------------------

Seção 6.2.5

Todos	conforme seções 3.4.5 e 6.2
-------	-----------------------------

Seção 6.2.6

Todos	conforme seções 3.4.6 e 6.2
-------	-----------------------------

Seção 6.2.7

P_{din}	pressão dinâmica média dos ensaios
T	temperatura ambiente durante a realização dos ensaios
ρ	densidade do ar durante a realização dos ensaios
Demais	conforme seções 3.4.7 e 6.2

SUMÁRIO

RESUMO

ABSTRACT

1 INTRODUÇÃO	57
1.1 ESTABILIDADE ESTÁTICA LONGITUDINAL DE UMA AERONAVE	57
1.1.1 Contribuições do sistema propulsor, asa e empenagem horizontal	59
1.1.2 Contribuição da fuselagem	59
1.2 OBJETIVO	60
2 REVISÃO DA LITERATURA	62
3 O CENTRO AERODINÂMICO	82
3.1 DEFINIÇÃO	82
3.2 MÉTODOS TEÓRICOS PARA O CÁLCULO DO CENTRO AERODINÂMICO DA ASA	85
3.2.1 O método por Abbot e Doenhoff	85
3.2.2 O método pelo Engineering Sciences Data Unit (ESDU)	86
3.2.3 Breve descrição sobre outros métodos	88
3.3 MÉTODOS EXPERIMENTAIS PARA O CÁLCULO DO CENTRO AERODINÂMICO DA ASA	91
3.3.1 O método por Anderson	91
3.3.2 O método por Barlow, Rae e Pope	93
3.4 MÉTODOS TEÓRICOS PARA PREVER A INFLUÊNCIA DA FUSELAGEM NA POSIÇÃO DO CENTRO AERODINÂMICO DA ASA	94
3.4.1 O método por Diehl	94
3.4.2 O método por Anscombe e Raney	97

3.4.3 O método por Torenbeek	100
3.4.4 O método por Roskam	102
3.4.5 O método por Stinton	105
3.4.6 O método por Etkin e Reid	107
3.4.7 O método pelo Engineering Sciences Data Unit (ESDU)	108
4 MATERIAIS EMPREGADOS NOS ENSAIOS.....	118
4.1 MODELO DE ASA	118
4.2 MODELOS DE FUSELAGEM	119
4.3 O TÚNEL DE VENTO	128
4.4 BALANÇA AERODINÂMICA E MANÔMETRO	130
5 METODOLOGIA.....	132
5.1 PROCEDIMENTO ADOTADO	132
5.2 CONDIÇÕES PARA REALIZAÇÃO DOS EXPERIMENTOS	132
5.3 DETALHAMENTO DO CÁLCULO PARA O EXPERIMENTO DA ASA SOZINHA	133
5.4 CONSIDERAÇÕES SOBRE OS EXPERIMENTOS DAS CONFIGURAÇÕES ASA MAIS FUSELAGEM	135
5.5 CORREÇÕES PARA O TÚNEL DE VENTO	135
5.5.1 Correção para a pressão dinâmica.....	136
5.5.2 Correção para o ângulo de ataque	139
6 RESULTADOS	141
6.1 ENSAIOS EXPERIMENTAIS.....	141
6.2 MÉTODOS TEÓRICOS	145
6.2.1 O método por Diehl	145
6.2.2 O método por Anscombe e Raney	147
6.2.3 O método por Torenbeek	151

6.2.4 O método por Roskam	153
6.2.5 O método por Stinton.....	168
6.2.6 O método por Etkin.....	170
6.2.7 O método pelo Engineering Sciences Data Unit (ESDU)	172
 7 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	 177
 8 CONCLUSÕES.....	 182
 9 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS E UTILIZAÇÃO DIDÁTICA	 184
 REFERÊNCIAS	 185
 APÊNDICES	 189

1 INTRODUÇÃO

1.1 ESTABILIDADE ESTÁTICA LONGITUDINAL DE UMA AERONAVE

Um corpo está em equilíbrio quando se encontra em repouso ou movimento uniforme (quantidade de movimento linear e angular constante). O estado de equilíbrio de um avião em voo acontece em uma condição de movimento uniforme sem rotação, isto é, em um movimento de translação retilínea, portanto em regime estacionário.

Segundo Etkin e Reid (1996), a estabilidade ou sua falta é uma propriedade do estado de equilíbrio. O equilíbrio é estável quando um corpo é perturbado em qualquer um de seus graus de liberdade e retorna imediatamente ao seu estado inicial; é instável caso se afaste; e é indiferente ou neutro quando não retorna ou se afasta.

Na estabilidade estática, estudam-se as tendências no movimento da aeronave com relação à condição de equilíbrio. Toma-se como hipótese que no voo equilibrado é possível considerar a aeronave como um corpo em equilíbrio estático.

A estabilidade estática longitudinal leva em conta os movimentos no plano de simetria da aeronave (plano longitudinal), assumindo as hipóteses de regime estacionário e condição de equilíbrio (a somatória do momento em torno do centro de gravidade da aeronave é nula), voo não acelerado e empuxo constante. Conforme Marques (2006), os principais parâmetros aerodinâmicos são a velocidade e o ângulo de ataque da aeronave.

Figura 1. Estabilidade estática longitudinal
Fonte: Marques (2006)

Uma aeronave é dita em equilíbrio estático longitudinal se a somatória dos momentos em torno do seu centro de gravidade for nula, ou seja, se seu coeficiente de momento for nulo.

Nesta condição, a aeronave encontra-se em seu ponto de equilíbrio. Após sofrer perturbação, a determinação se o equilíbrio estático é estável ou instável depende da variação do coeficiente de momento C_m em relação ao ângulo de ataque α e do sinal do coeficiente de momento para $\alpha = 0^\circ$, representado por C_{m0} . A figura 2 mostra os gráficos para uma aeronave estaticamente estável e outra instável em relação ao seu movimento no plano longitudinal. No caso estável, a variação de C_m em relação à α é negativa e $C_{m0} > 0$; para qualquer perturbação que altere o ângulo de ataque α da aeronave, o momento que surge é restaurador, no sentido de que α retorne ao valor inicial.

Figura 2. Comportamentos na estática longitudinal de aeronaves
Fonte: Marques (2006)

A condição de estabilidade estática longitudinal da aeronave é que sua equação do momento de arfagem seja nula, ou seja, $M_{CG} = 0 \rightarrow C_m = 0$.

Figura 3. Contribuições das partes do avião no momento de arfagem
Fonte: Marques (2006)

Separando os carregamentos por elemento da aeronave, conforme figura 3, onde os índices w , f , t e p correspondem respectivamente às contribuições da asa, fuselagem (corpo e nacelles¹), empenagem horizontal e sistema propulsor, temos na forma adimensional:

$$C_m = C_{mw} + C_{mf} + C_{mt} + C_{mp} \quad (1)$$

¹ Carenagens dos motores aeronáuticos.

1.1.1 Contribuições do sistema propulsor, asa e empenagem horizontal

O momento gerado pelo sistema propulsor é dividido em dois, primeiro o originado das forças agindo sobre a própria unidade, por exemplo, a tração e força normal agindo em uma hélice; segundo, aqueles que provêm das interações do fluxo de ar do sistema propulsor com outras partes do avião.

A contribuição da asa é prevista através da somatória de momentos no centro de gravidade do avião devido às forças e momentos atuantes no centro aerodinâmico da asa. O centro aerodinâmico é um ponto do aerofólio onde o momento de arfagem independe do ângulo de ataque. É muito utilizado no projeto de aeronaves, por ser o ponto sobre o qual o engenheiro sabe que o momento aerodinâmico é constante, tanto de cada superfície de voo, como para a aeronave inteira. Raymer (1999) afirma que o centro aerodinâmico localiza-se em torno de 25% (um quarto) da corda aerodinâmica principal da asa em condição de voo subsônico.

Para o cálculo da contribuição da empenagem horizontal no momento de arfagem, é feita a somatória de momentos no centro de gravidade do avião devido às forças e momentos atuantes no centro aerodinâmico da empenagem. Considera-se a influência do *downwash*² (ϵ).

1.1.2 Contribuição da fuselagem

Segundo Etkin e Reid (1996), a influência do corpo da fuselagem e *nacelles* no momento do avião são muito complexas. Perkins e Hage (1949) enunciam que esta contribuição é quase sempre desestabilizadora, de magnitudes significativas, devendo ser considerada nas equações de equilíbrio e estabilidade.

Esta influência pode ser representada sobre uma amplitude moderada de ângulos de ataque, por forças de sustentação e arrasto agindo em um centro aerodinâmico, com um momento de arfagem independente de α . Assim como para uma asa sozinha, a relação entre sustentação e α é aproximadamente linear. Quando a asa e a fuselagem estão juntas, uma superposição de forças aerodinâmicas, que agem sobre elas separadamente, não fornece um

² Velocidade vertical descendente induzida pelo sistema de vórtices de uma asa sobre a parte traseira da fuselagem.

resultado correto. Efeitos de interferência estão presentes, com o campo de escoamento da asa afetando as forças na fuselagem e vice-versa, como visto na figura abaixo para voo subsônico.

Figura 4. Interferência aerodinâmica entre campos de escoamento de asa e fuselagem para voos subsônicos
Fonte: Etkin e Reid (1996)

A parte (a) mostra o padrão de velocidade induzida ao longo do corpo da fuselagem devido ao sistema de vórtices da asa. Este escoamento induzido produz um momento positivo que aumenta a sustentação da asa ou α , resultando em uma contribuição positiva em C_{ma} (desestabilizadora). A parte (b) mostra o efeito do corpo da fuselagem sobre a asa. Quando o eixo do corpo está a um ângulo α do fluxo livre, há uma componente perpendicular ao fluxo $V \cdot \sin \alpha$. O corpo distorce este escoamento localmente, levando a componentes perpendiculares ao fluxo que podem ser da ordem de $2 \cdot V \cdot \sin \alpha$ na junção entre o corpo da fuselagem e a asa. Isto resulta em uma mudança na distribuição de sustentação da asa. Em síntese, o resultado de adicionar uma fuselagem e *nacelles* à asa pode ser interpretado como uma mudança para uma posição mais a frente do centro aerodinâmico da asa, um incremento na inclinação da curva de sustentação, e um decréscimo em C_{mac} .

1.2 OBJETIVO

O objetivo deste trabalho é indicar através de uma análise comparativa o mais preciso dentre sete métodos teóricos existentes para prever a influência da fuselagem na posição do

centro aerodinâmico da asa, em condições de baixa velocidade. Realizaram-se ensaios em túnel de vento sobre uma asa sozinha e sobre configurações asa mais fuselagem de modelos em escala reduzida para determinar seus centros aerodinâmicos através da metodologia descrita na seção 3.3.2. Aplicaram-se, em seguida, aos modelos os métodos teóricos abordados nas seções 3.4.1 a 3.4.7. Analisou-se a concordância dos resultados de cada método frente aos experimentais, seguido de um estudo comparativo entre suas características e a conclusão do trabalho.

2 REVISÃO DA LITERATURA

A seguir, apresenta-se um breve histórico de pesquisas realizadas a respeito da influência da fuselagem sobre o centro aerodinâmico da asa, fundamental para o embasamento técnico-científico e planejamento das atividades do presente trabalho.

Jacobs e Ward (1935) e Sherman (1936) estudaram os efeitos da interferência aerodinâmica entre asa e fuselagem através de ensaios em túnel de vento sobre respectivamente 209 e 28 combinações, constituídas em sua maior parte de fuselagens de seção circular junto a asas retangulares de seção simétrica, a um Número de Reynolds de aproximadamente 3100000. Foram analisadas variações angulares e nas posições vertical e longitudinal relativas entre asa e fuselagem, além da forma da asa e fuselagem, presença de filetes e razão de aspecto. A posição do centro aerodinâmico foi representada por η_0 , indicando a sua posição em relação ao eixo de um quarto de corda da asa, expressa em fração da corda da asa. Cada valor de η_0 é, na realidade, a taxa de variação da curva do coeficiente do momento de arfagem em função do coeficiente de sustentação à sustentação nula. Os resultados mostraram que o centro aerodinâmico da fuselagem na atitude de sustentação nula ocupa uma posição bem à frente. Quando os momentos da fuselagem foram adicionados aos da asa, os momentos resultantes da combinação asa e fuselagem indicaram uma posição do centro aerodinâmico muito a frente do ponto de um quarto de corda. O autor concluiu que a variável de maior influência sobre a posição do centro aerodinâmico da combinação asa e fuselagem é a localização horizontal mais a frente ou atrás da asa em relação à fuselagem, causando respectivamente variações de posicionamento de 1,2 a 6,7 por cento da corda da asa à frente do ponto de um quarto de corda. A adição de filetes às junções entre asa e fuselagem também provocaram mudanças significativas na posição do centro aerodinâmico, indicando afetarem seriamente a estabilidade longitudinal dos aviões.

Multhopp (1942) descreveu uma série de métodos de cálculo para se prever a interações aerodinâmicas da fuselagem com as asas e cauda. Uma das abordagens realizadas foi sobre a contribuição desestabilizadora da fuselagem na estabilidade estática longitudinal da aeronave, a qual serviu de base para muitos dos métodos de previsão da influência da fuselagem sobre o centro aerodinâmico da asa vistos na seção 3.4.

Schlichting (1947) calculou o movimento do centro aerodinâmico devido à fuselagem para asas enflechadas e retas, comparando a resultados experimentais obtidos anteriormente.

Este movimento depende basicamente de dois fatores: o ganho de sustentação $+\Delta L_B$ na parte frontal da fuselagem anterior a junção com a asa, devido ao *upwash*³ da parte frontal da asa; e a perda de sustentação $-\Delta L_W$ que ocorre na região de junção entre asa e fuselagem (geralmente localizada em um quarto de corda da raiz), devido à mudança na distribuição na carga da asa no sentido da envergadura nesta região. Estes dois efeitos somados resultam em um momento de arfagem adicional e consequente mudança na posição do centro aerodinâmico, cuja magnitude varia de acordo com o ângulo de enflechamento da asa.

Para asas retas, o ponto de um quarto da corda aerodinâmica principal coincide com o ponto de um quarto da corda na raiz, então $-\Delta L_W$ não gera nenhum momento relativo ao eixo lateral dos pontos de um quarto da corda aerodinâmica principal. Todo momento adicional é causado pelo aumento da sustentação na parte frontal da fuselagem $+\Delta L_B$, tendendo a sujeitar o nariz para cima. Esta influência da fuselagem move o centro aerodinâmico para frente entre 5 a 8% da corda aerodinâmica principal.

Para asas de enflechamento positivo (para trás), o ponto de um quarto da corda aerodinâmica principal está atrás do mesmo ponto da corda na raiz; desta forma $-\Delta L_W$ causa um momento de arfagem movimentando o nariz para baixo, oposto ao momento gerado por $+\Delta L_B$. Dependerá do valor do ângulo de enflechamento qual será o momento predominante. O movimento do centro aerodinâmico para frente será menor do que em asas retas, podendo chegar a ser um movimento para trás se o ângulo de enflechamento for superior a 45 graus.

Em asas de enflechamento negativo, o ponto de um quarto da corda aerodinâmica principal está à frente de um quarto da corda na raiz. A perda de sustentação $-\Delta L_W$ gera um momento de arfagem elevando o nariz, da mesma maneira que o momento gerado por $+\Delta L_B$. Neste caso, o movimento do centro aerodinâmico para frente será maior do que o observado para asas retas.

Devido à maior parte da sustentação gerada pela fuselagem originar-se de sua parte anterior a asa, o movimento do centro aerodinâmico dependerá principalmente da distância da asa em relação ao nariz do avião. Como os momentos de arfagem são tomados em torno do eixo lateral que passa pelos pontos de um quarto da corda aerodinâmica principal, a distância do nariz ao ponto de um quarto da corda aerodinâmica principal $\bar{c}$ foi escolhida para determinar a posição da asa relativa à fuselagem e^* , conforme figura 5.

³ Velocidade vertical ascendente induzida pelo sistema de vórtices de uma asa sobre a parte dianteira da fuselagem.

Figura 5. Posição relativa entre asa e fuselagem
Fonte: Schlichting (1947)

O cálculo teórico da influência da fuselagem na posição do centro aerodinâmico é feito calculando-se os momentos de arfagem devido à perda de sustentação na asa e devido à sustentação presente na fuselagem.

Para o cálculo do momento devido à perda de sustentação da asa na junção com a fuselagem, os momentos de arfagem da asa sozinha (M_w) e da combinação asa mais fuselagem (M_{BW}) são expressos por:

$$M_w = 2 \cdot q \cdot \tan \Lambda \cdot \int_{y=0}^s (c_L)_w \cdot c(y) \cdot (\bar{y} - y) dy \quad (2)$$

$$M_{BW} = 2 \cdot q \cdot \tan \Lambda \cdot \int_{y=0}^s (c_L)_{BW} \cdot c(y) \cdot (\bar{y} - y) dy \quad (3)$$

Onde $q = \frac{\rho \cdot V^2}{2}$ é a pressão dinâmica, dependente da densidade do ar ρ e da velocidade V ; Λ é o ângulo de enflamecamento da linha de um quarto de corda; c_L são os coeficientes de sustentação locais; $c(y)$ é a corda da asa medida paralelamente ao plano de simetria; as demais incógnitas são mostradas na figura 6.

Figura 6. Planta de asa com notação geométrica utilizada
Fonte: Schlichting (1947)

Pela diferença entre os dois momentos $(\Delta M)_{BW} = M_{BW} - M_W$, deduz-se o movimento para frente do centro aerodinâmico devido a perda local de sustentação $(\Delta h_N)_{BW}$ pela equação:

$$(\Delta M)_{BW} = (\Delta h_N)_{BW} \cdot L_W \quad (4)$$

Onde $L_W = C_{LW} \cdot q \cdot S$ é a força de sustentação da asa sozinha (C_{LW} é o coeficiente de sustentação total da asa sozinha e S é sua área de planta).

Rearranjando as equações (2), (3) e (4), e reescrevendo em termos de $(\Delta h_N)_{BW}$:

$$\left(\frac{\Delta h_N}{\bar{c}}\right)_{BW} = \frac{A}{2} \cdot \tan \Lambda \cdot \frac{1}{C_{LW}} \cdot \int_{\eta=0}^1 [(c_L)_{BW} - (c_L)_W] \cdot \frac{c(\eta)}{\bar{c}} \cdot (\bar{\eta} - \eta) d\eta \quad (5)$$

$$\text{Onde } \eta = y/s; \bar{\eta} = \bar{y}/s; A = b^2/S$$

A magnitude do movimento do centro aerodinâmico obtido pela equação (5) depende principalmente da forma de planta da asa e da razão entre a largura da fuselagem e envergadura da asa, e não da distância da asa ao nariz do avião.

O movimento do centro aerodinâmico devido à sustentação na fuselagem é dado por:

$$\left(\frac{\Delta h_N^*}{\bar{c}}\right)_B = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{A}{\frac{dC_{LW}}{d\alpha}} \cdot \int_{x=-l_B}^0 \frac{b_B^2(x)}{b^2} \cdot \frac{d\beta}{d\alpha} \cdot d\left(\frac{x}{\bar{c}}\right) \quad (6)$$

Onde α é o ângulo de ataque na direção do escoamento livre, l_B é o comprimento total da fuselagem, $b_B(x)$ é a largura local da fuselagem e β o ângulo de ataque local do eixo longitudinal da fuselagem.

O movimento total do centro aerodinâmico devido à influência da fuselagem pode ser dado pela soma das duas parcelas:

$$\left(\frac{\Delta h_N}{\bar{c}}\right)_B = \left(\frac{\Delta h_N}{\bar{c}}\right)_{BW} + \left(\frac{\Delta h_N^*}{\bar{c}}\right)_B \quad (7)$$

As configurações às quais o método foi aplicado abrangeram asas de razão de aspecto $A = 5$; razões de afilamento $z = 1,0$ e $0,2$; ângulos de enflechamento $\Lambda = -30, 0, 30$ e 45 graus. A fuselagem era um elipsóide de revolução de razão de afinamento $1:7$, e comprimento igual à envergadura da asa. A posição relativa da asa em relação à fuselagem é dada pelas razões $e/l_B = 0,3$ e $e^*/l_B = 0,4$, onde e é a distância do ponto de um quarto da corda na raiz ao nariz, e^* é a distância do ponto de um quarto da corda aerodinâmica principal ao nariz e l_B é o comprimento da fuselagem, conforme visto abaixo.

Figura 7. Configurações utilizadas para $z = 1,0$ e $e^*/l_B = 0,4$
Fonte: Schlichting (1947)

Figura 8. Configurações utilizadas para $z = 0,2$ e $e^*/l_B = 0,4$
 Fonte: Schlichting (1947)

Figura 9. Configurações utilizadas para $z = 1,0$ e $e/l_B = 0,3$
 Fonte: Schlichting (1947)

Os resultados da aplicação do método teórico explicitado para o cálculo da mudança na posição do centro aerodinâmico devido à fuselagem são dados na tabela abaixo.

Tabela 1 – Movimento total do centro aerodinâmico (positivo para frente) devido à influência da fuselagem para asas afiladas de diversos ângulos de enflechamento

Ângulo de Enflechamento Λ (graus)	$e^*/l_B = 0,4$		$e/l_B = 0,3$
	$\left(\frac{\Delta h_N}{\bar{c}}\right)_B$	$\left(\frac{\Delta h_N}{\bar{c}}\right)_B$	$\left(\frac{\Delta h_N}{\bar{c}}\right)_B$
	$z = 1,0$	$z = 0,2$	$z = 1,0$
-30	0,1717	0,1049	0,1443
0	0,0807	0,0530	0,0710
30	-0,0001	0,0057	0,0020
45	-0,0540	-0,0260	-0,0527

Fonte: Schlichting (1947)

Os resultados teóricos acima são comparados aos valores experimentais conforme observado nas figuras abaixo.

Figura 10. Comparação entre resultados teóricos e experimentais. $e/l_B = 0,3$, $z = 1,0$

Fonte: Schlichting (1947)

Figura 11. Comparação entre resultados teóricos e experimentais. $e^*/l_B = 0,4$, $z = 0,2$
Fonte: Schlichting (1947)

Figura 12. Comparação entre resultados teóricos e experimentais. $e^*/l_B = 0,4$, $z = 1,0$
Fonte: Schlichting (1947)

Os resultados experimentais foram obtidos através da equação abaixo:

$$\left(\frac{\Delta h_N}{\bar{c}}\right)_B = \left(\frac{dC_M}{dC_L}\right)_{B+W} - \left(\frac{dC_M}{dC_L}\right)_W \quad (8)$$

Onde $\left(\frac{dC_M}{dC_L}\right)_{B+W}$ e $\left(\frac{dC_M}{dC_L}\right)_W$ são respectivamente a inclinação da curva do momento de arfagem para a combinação asa mais fuselagem e asa sozinha, valores obtidos em ensaios em túnel de vento.

A concordância entre resultados experimentais e teóricos foi muito boa. A diferença entre eles nunca foi superior a 3% da corda principal, sendo que para as faixas mais usuais de

ângulos de enflechamento (Λ variando de 0 a 45 graus) esta concordância é ainda maior, comprovando a eficiência do método teórico a despeito de sua origem muito aproximada.

Anscombe e Raney (1950) realizaram ensaios sistemáticos em túnel de vento de baixa velocidade sobre combinações de asa e fuselagem sem o grupo de cauda, com o objetivo de verificar o efeito da fuselagem sobre a posição do centro aerodinâmico. Os modelos testados foram configurações com fuselagens consistindo em um cilindro central de diâmetro constante, carenagens elípticas no nariz e carenagens traseiras afiladas de forma a convergir para um único ponto em seu final.

As fuselagens e carenagens utilizadas durante os testes são detalhadas nas figuras abaixo.

Figura 13. Geometria das fuselagens de diâmetro 9 polegadas
Fonte: Anscombe e Raney (1950)

Figura 14. Geometria das fuselagens de diâmetro 4,5, 9 x 13,5 e 13,5 polegadas
 Fonte: Anscombe e Raney (1950)

Para as fuselagens de diâmetro 9 polegadas, ambas as quatro configurações de nariz e da parte traseira diferenciam-se por incrementos de 6,3 polegadas em seu comprimento. Os modelos de fuselagem de largura 9 polegadas por altura de 13,5 polegadas têm a mesma planta correspondente as fuselagens de diâmetro 9 polegadas. As fuselagens de diâmetro 4,5 e 13,5 polegadas foram obtidas alterando-se o diâmetro local das fuselagens de 9 polegadas em escala, enquanto as dimensões das partes frontais e traseiras da fuselagem mantiveram-se inalteradas.

A figura 15 mostra as duas configurações de asa ensaiadas.

Figura 15. Geometria das asas
Fonte: Anscombe e Raney (1950)

Com exceção de detalhes no formato da ponta, a asa menor foi construída a partir da divisão em partes iguais de todas as dimensões ao longo da envergadura da asa maior de razão de aspecto 10. O enflechamento sobre a linha de um quarto de corda era zero para ambas as asas. A seção tinha espessura de 18% na linha de centro e 12% nas pontas, com uma curvatura constante de 2%. As seções utilizadas foram da *National Advisory Committee for Aeronautics* (NACA), números 2418 a 2412, por apresentarem características satisfatórias ao número de Reynolds de $0,6 \times 10^6$ dos testes no túnel de vento.

Também foram analisados os efeitos na posição do centro aerodinâmico devido à presença de filetes na raiz da asa e a inclinação para cima da parte traseira da fuselagem. Os filetes foram classificados como “pequeno”, “médio” e “grande”, com incrementos iguais nas dimensões lineares entre eles.

Figura 16. Geometria dos filetes
Fonte: Anscombe e Raney (1950)

Figura 17. Fuselagem traseira com afilamento modificado
Fonte: Anscombe e Raney (1950)

Os testes foram realizados com velocidade do vento de 120 pés por segundo, o que resulta em um número de Reynolds de $0,6 \times 10^6$ baseando-se na corda principal da asa, ou de $0,85 \times 10^6$ baseando-se na corda da linha de centro da asa. As faixas de incidência coberta pelos testes correspondem aos coeficientes de sustentação entre -0,1 e 0,7, embora em alguns casos as leituras fossem realizadas até o estol do modelo. As leituras foram obtidas a cada variação de 0,75 graus no ângulo de ataque. Os momentos de arfagem foram obtidos em torno do ponto de um quarto da corda principal. Os coeficientes foram baseados na área e corda principal da planta da asa, com a mesma tendo seus bordos direcionados para a linha de centro da fuselagem em afilamento reto, uma vez que esta era a configuração da asa sem a fuselagem acoplada. Os comprimentos dianteiro e traseiro foram medidos respectivamente em relação aos bordos de ataque e fuga na corda da linha de centro da asa. Para definir uma combinação de nariz e fuselagem traseira em um modelo, os números de nariz e traseira da figura 13 foram escritos juntos, sendo primeiro o do nariz; desta forma, (1, 2) significa uma asa com nariz de fuselagem número 1 e traseira de fuselagem número 2.

Os resultados mostraram uma relação linear entre a variação na posição do centro aerodinâmico da asa em fração da corda principal, ΔK_n , e o comprimento do nariz da fuselagem: quanto maior seu comprimento, maior o efeito desestabilizador. O comprimento da fuselagem traseira, embora de importância muito menor, quando aumentado também causa maior instabilidade.

O efeito da inclinação para cima da parte traseira da fuselagem causa uma redução numérica em $-\Delta K_n$ em torno de 0,005, independente do comprimento da fuselagem traseira.

Para análise do efeito da variação do diâmetro e altura da fuselagem sobre ΔK_n , as fuselagens de diâmetro 4,5 e 13,5 polegadas e a fuselagem de largura 9 polegadas por altura de 13,5 polegadas foram testadas com a asa média, a um único ângulo de ataque da combinação asa mais fuselagem, e para os comprimentos de nariz e fuselagem traseira correspondentes às carenagens números 1 e 3. Os resultados foram comparados aos valores calculados através de uma abordagem da teoria potencial do escoamento, onde se afirma que em um campo puramente potencial do escoamento, ambas as partes, dianteira e traseira da fuselagem, são desestabilizadoras, e se não houver curvatura no campo do escoamento devido à circulação em volta da asa, partes traseira e dianteira geometricamente similares adicionariam efeitos iguais; no entanto, devido à sustentação da asa, há um *upwash* que aumenta a contribuição da parte dianteira e um *downwash* que diminui o efeito da parte traseira da fuselagem. Como resultado, a parte dianteira é tomada como o parâmetro dominante, enquanto a parte traseira, embora ainda contribua da mesma maneira, é comparativamente sem importância.

Os resultados podem ser vistos nas figuras 18 e 19, sendo a primeira relativa à asa de maior razão de aspecto e a segunda à asa de menor razão de aspecto.

Figura 18. Efeito do diâmetro e altura da fuselagem sobre ΔK_n e comparação com teoria potencial. Asa média, razão de aspecto 10 e ângulo de incidência do conjunto asa fuselagem $i_w = 2^\circ$
 Fonte: Anscombe e Raney (1950)

Figura 19. Efeito do tamanho da fuselagem sobre ΔK_n e comparação com teoria potencial. Asa média, razão de aspecto 5 e ângulo de incidência do conjunto asa fuselagem $i_w = 2^\circ$
 Fonte: Anscombe e Raney (1950)

Observa-se da figura 18 que os valores de $-\Delta K_n$ para a fuselagem de 9 polegadas de largura por 13, 5 polegadas de altura são em torno de 7% maiores do que os obtidos para a fuselagem de diâmetro 9 polegadas, mostrando que o aumento na altura da fuselagem tem em geral um efeito muito pequeno, condizente com uma sentença desta abordagem da teoria potencial de que ΔK_n é independente da altura da fuselagem.

Nota-se também que os resultados dos ensaios para as fuselagens de diâmetro 9 polegadas estão muito próximos aos previstos na teoria, porém há grande divergência entre

resultados experimentais e teóricos para as fuselagens de diâmetros 4,5 e 13,5 polegadas. Isto ocorreu porque nos experimentos ΔK_n variou aproximadamente em função de $D^{1,6}$ para a faixa de diâmetros ensaiados, enquanto a teoria potencial fornece uma variação de ΔK_n em função de D^2 . Aparentemente, a concordância entre resultados experimentais e da teoria potencial para as fuselagens de diâmetro 9 polegadas foi uma coincidência.

De acordo com a teoria potencial, a divisão entre os valores calculados de ΔK_n para as duas asas (resultado para asa de razão de aspecto 5 dividido pelo resultado para asa de razão de aspecto 10) deveria ser da ordem de 2,7 para todos comprimentos e diâmetros de fuselagem. Os resultados experimentais forneceram razões que variaram de 2,3 a 2,5.

Vários ensaios com filetes na raiz da asa foram realizados. A configuração testada foi asa baixa, de razão de aspecto 10, junto a fuselagem de 9 polegadas de diâmetro. Para os filetes de tamanho médio seu efeito em K_n é estabilizante, alterando seu valor em torno de 0,015 independentemente do comprimento da fuselagem e ângulo de ataque da combinação asa mais fuselagem. Para os filetes de tamanho grande e pequeno, a mudança em $-\Delta K_n$ foi respectivamente de 0,018 e 0,006. Para o filete grande foi realizado um único experimento, e o valor obtido foi menor do que o esperado, provavelmente devido a desvios na curva utilizada como referência inicial (curva para asa sem filetes), pois a mesma apresentou variações nos diversos ensaios realizados. Não foram observados efeitos sobre ΔK_n variando o ângulo de reflexão dos filetes. Aumentando-se a espessura do filete ou reduzindo-a a uma placa plana coincidente com sua superfície inferior, houve um aumento em K_n de respectivamente 0,008 e 0,018.

O autor concluiu que a variação na posição do centro aerodinâmico da asa ΔK_n devido à influência da fuselagem depende primordialmente do comprimento do nariz e largura da fuselagem, e secundariamente do comprimento da fuselagem traseira e presença de filetes; ΔK_n é praticamente independente da posição vertical da asa, do ângulo de ataque da combinação asa mais fuselagem e da altura da fuselagem.

Mayer, Valentine e Mayer (1950), realizaram medições em voo das cargas de cauda aerodinâmicas em um avião Douglas D-558-II, determinando, dentre outros parâmetros, a variação na posição do centro aerodinâmico da combinação asa mais fuselagem em função do número de Mach.

O avião Douglas D-558-II possui uma asa de enflechamento positivo de 35 graus a 30% da corda e foi projetado para operar utilizando combinações de turbo jato e foguetes como unidades de potência. Foram instalados no avião instrumentos de medição para coletar a

velocidade do ar, altitude, força no manche para *aileron* e profundor, força no pedal do leme, acelerações normal, longitudinal e transversal no centro de gravidade e na cauda do avião, velocidades de arfagem, rolagem e guinada, ângulo de ataque, posições dos estabilizadores, profundor, leme, *aileron*s e *slats*. Vários *strain gages*⁴ foram instalados na estrutura do avião para medir as cargas na asa e cauda. As deformações medidas pelos *strain gages* foram utilizadas para obter as equações das quais a carga de cauda pode ser encontrada durante o voo.

Os resultados foram obtidos para a configuração de avião com motores ligados, flaps e freios recolhidos, tanto para *slats* recolhidos e travados como para *slats* livres. As altitudes variaram entre 3048 e 7620 metros, e o número de Mach entre 0,37 e 0,87.

Através das características geométricas da aeronave, de seus pesos e dos dados obtidos em voo para as cargas aerodinâmicas e pressões dinâmicas, a variação do coeficiente de momento em função do coeficiente de sustentação para a combinação asa mais fuselagem $(\partial C_M / \partial C_L)_{WF}$ foi calculada (também chamada de “parâmetro de estabilidade estática longitudinal”). Os autores enunciam que esta variação é igual à razão entre x (a distância do centro aerodinâmico da combinação asa mais fuselagem ao centro de gravidade do avião) e a corda aerodinâmica principal $\bar{c}$. Logo:

$$\left(\frac{\partial C_M}{\partial C_L} \right)_{WF} = \frac{x}{\bar{c}} \quad (9)$$

De posse do valor do *c.g.* (centro de gravidade da aeronave em porcentagem da corda aerodinâmica principal) pôde-se então calcular $(a.c.)_{WF}$, valor da posição do centro aerodinâmico da combinação asa e fuselagem em porcentagem da corda aerodinâmica principal:

$$(a.c.)_{WF} = c.g. - \frac{x}{\bar{c}} \quad (10)$$

A variação do centro aerodinâmico da combinação asa mais fuselagem em função do número de Mach é mostrada na figura 20.

⁴ Calibre ou aferidor de tensão e deformação.

Figura 20. Variação da posição do centro aerodinâmico da combinação asa e fuselagem expressa em porcentagem da corda aerodinâmica principal em função do número de Mach

Fonte: Mayer, Valentine e Mayer (1950)

Observou-se que, para um número de Mach de 0,37, o centro aerodinâmico da combinação asa e fuselagem está localizado a 10% da corda aerodinâmica principal, movendo-se gradualmente para trás até 15% a número de Mach de 0,80. Para números de Mach de 0,80 até 0,87, a posição do centro aerodinâmico move-se abruptamente para trás a cerca de 20% da corda aerodinâmica principal. Observou-se também nos resultados da figura 20 que a posição do centro aerodinâmico obtida nos testes em voo é cerca de 4% da corda aerodinâmica principal à frente do indicado em ensaios em túnel de vento para um modelo em escala 1/16 do avião Douglas D-558-II. Esta diferença pode ser atribuída ao fato do modelo utilizado no túnel de vento não possuir entradas de admissão de ar para o motor e ter um *canopy*⁵ embutido a fuselagem, não protuberante.

Lamar e Alford Junior (1966), da *National Aeronautics and Space Administration* (NASA), estudaram as variações com o número de Mach na posição do centro aerodinâmico de combinações asa mais fuselagem para asas de diferentes formas. Estas variações na posição do centro aerodinâmico estão ligadas às mudanças na distribuição da carga alar com o número de Mach durante a passagem de velocidade subsônica para supersônica, além de

⁵ Capota de proteção ao assento do piloto, tipicamente utilizada nos aviões de caça.

fatores geométricos variáveis como o ângulo de enflechamento das asas. Os autores enunciam que o conhecimento do movimento do centro aerodinâmico é fundamental para a determinação dos momentos na condição não trimada, que devem ser balanceados pelas superfícies de controle; por isso é de importância primordial a seleção de um comprimento de referência para servir como parâmetro de normalização que seja independente da forma de planta da asa.

O comprimento de referência selecionado foi a raiz quadrada da área de planta da asa, $\sqrt{S}$, provendo movimentos fracionais do centro aerodinâmico proporcionais às variações dimensionais envolvidas nas comparações. O uso da corda geométrica principal, $\bar{c}$, adequado para a normalização da variação do centro aerodinâmico quando se tem um único tipo de forma de planta de asa, não é conveniente quando se comparam diferentes formas, pois sua magnitude neste caso é dependente delas.

A figura 21 mostra, para três combinações asa mais fuselagem, o efeito do enflechamento e razão de afilamento sobre a variação na posição do centro aerodinâmico com o número de Mach, no gráfico da esquerda utilizando $\bar{c}$ como parâmetro de normalização e no gráfico à direita $\sqrt{S}$. As asas tem razão de aspecto 3 e formas de planta variando de trapezoidal a delta.

Figura 21. Efeito do enflechamento e razão de afilamento sobre a variação na posição do centro aerodinâmico com o número de Mach para três combinações asa mais fuselagem

Fonte: Lamar e Alford Junior (1966)

A configuração fuselagem com asa em delta mostrou ter a menor variação na localização do centro aerodinâmico para números de Mach acima de 1 quando $\bar{c}$ foi utilizado como parâmetro de normalização. No entanto, quando utilizado $\sqrt{S}$ como parâmetro, a variação para a configuração fuselagem com asas de enflechamento positivo é tão pequena quanto à com asas em delta, e os resultados experimentais aproximaram-se melhor das curvas teóricas. O autor concluiu que, para comparações dos movimentos dos centros aerodinâmicos de asas de diferentes formas de planta, o uso de um parâmetro de normalização independente da forma, como a raiz quadrada da área da asa, é mais apropriado do que a usual corda geométrica principal, dependente da forma de planta da asa.

3 O CENTRO AERODINÂMICO

Nesta seção faz-se uma abordagem sobre o centro aerodinâmico, passando pela sua definição e principais métodos teóricos e experimentais de obtenção.

3.1 DEFINIÇÃO

Várias definições a respeito do centro aerodinâmico de uma asa são enumeradas por diferentes autores.

Gerlach (1983) define o centro aerodinâmico de duas formas: a exata, na qual é o ponto fixo onde o coeficiente de momento C_M não varia com o ângulo de ataque; e a aproximada, na qual é o ponto fixo sobre a corda aerodinâmica principal onde o coeficiente de momento C_M não varia com o ângulo de ataque.

Katz e Plotkin (2001) referem-se ao centro aerodinâmico como o ponto ao longo da corda da asa onde o momento de arfagem é independente do ângulo de ataque. De acordo com a teoria potencial dos aerofólios, localiza-se a um quarto da corda.

Houghton e Carpenter (2003) enunciam que se o coeficiente do momento de arfagem C_M for calculado ao longo da corda para cada um dos diversos valores do coeficiente de sustentação C_L , em um ponto o valor de C_M será constante e independente de C_L . Este ponto é o centro aerodinâmico da asa.

Para ângulos de incidência até 10^0 , o centro aerodinâmico é tipicamente um ponto fixo próximo a linha de corda, localizado entre 23% e 25% do comprimento da corda atrás do bordo de ataque.

Para uma placa plana ou curva sujeita a um escoamento incompressível e não viscoso, o centro aerodinâmico é na teoria exatamente um quarto de corda atrás do bordo de ataque. Porém, a espessura do perfil e viscosidade do fluido tendem a mudá-lo para um pouco a frente, enquanto os efeitos de compressibilidade tendem a movê-lo para trás. Para um aerofólio fino de razão de aspecto infinita em escoamento supersônico, o centro aerodinâmico teoricamente localiza-se a 50% da corda.

Conhecendo como o coeficiente de momento de arfagem sobre um ponto a uma distância a do bordo de ataque varia com C_L , podemos calcular a posição do centro aerodinâmico e seu respectivo valor do coeficiente de momento de arfagem C_{MAC} .

A figura abaixo representa duas alternativas de interpretar o mesmo sistema físico em relação as forças e momentos atuantes em um aerofólio, os quais produzirão os mesmos efeitos.

Figura 22. Configurações de forças e momentos sobre um aerofólio
Fonte: Houghton e Carpenter (2003)

Tomando os momentos no bordo de ataque (BA) para cada uma das alternativas da figura 22:

$$M_{BA} = M_a - L \cdot a \cdot \cos \alpha - D \cdot a \cdot \sin \alpha = M_x - L \cdot x \cdot \cos \alpha - D \cdot x \cdot \sin \alpha \quad (11)$$

Onde M são os momentos de arfagem dos respectivos pontos distanciados a e x do bordo de ataque, L é a força de sustentação, D é a força de arrasto e α é o ângulo de incidência. Reescrevendo a equação (11):

$$M_x = M_a - (L \cdot \cos \alpha + D \cdot \sin \alpha) \cdot (a - x) \quad (12)$$

Dividindo-a pelo termo $\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot c$, onde ρ é a densidade do fluido, V é a velocidade do fluxo, S é a área de planta da asa e c é a corda da asa, convertemos a equação (12) à forma de coeficientes:

$$C_{M_x} = C_{M_a} - (C_L \cdot \cos \alpha + C_D \cdot \sin \alpha) \cdot \left(\frac{a}{c} - \frac{x}{c} \right) \quad (13)$$

Considerando a posição do centro aerodinâmico a uma distância x_{AC} do bordo de ataque, podemos rearranjar a equação (13):

$$C_{M_a} = C_{M_{AC}} - (C_L \cdot \cos \alpha + C_D \cdot \sin \alpha) \cdot \left(\frac{x_{AC}}{c} - \frac{a}{c} \right) \quad (14)$$

Para ângulos de incidência moderados (de 3^0 a 7^0):

$$C_L \cong 20 \cdot C_D \quad (15)$$

$$\cos \alpha \cong 10 \cdot \sin \alpha \quad (16)$$

Logo:

$$C_L \cdot \cos \alpha \cong 200 \cdot C_D \cdot \sin \alpha \quad (17)$$

Deste modo, considerando que $C_D \cdot \sin \alpha$ pode ser omitido quando comparado a $C_L \cdot \cos \alpha$ e aproximadamente $\cos \alpha = 1$, temos:

$$C_{M_a} = C_{M_{AC}} - C_L \cdot \left(\frac{x_{AC}}{c} - \frac{a}{c} \right) \quad (18)$$

Diferenciando em relação a C_L :

$$\frac{d}{dC_L}(C_{M_a}) = \frac{d}{dC_L}(C_{M_{AC}}) - \left(\frac{x_{AC}}{c} - \frac{a}{c} \right) \quad (19)$$

Como o centro aerodinâmico é por definição o ponto onde C_M é independente de C_L , o primeiro termo do lado direito da equação (19) é nulo. Logo:

$$\frac{d}{dC_L}(C_{M_a}) = 0 - \left(\frac{x_{AC}}{c} - \frac{a}{c} \right) \quad (20)$$

Reescrevendo:

$$\frac{x_{AC}}{c} = \frac{a}{c} - \frac{d}{dC_L}(C_{M_a}) \quad (21)$$

Computando-se os valores de C_M em função de C_L e obtendo-se a taxa de variação do gráfico resultante, em seguida subtraindo este valor de a/c , obtemos a posição do centro aerodinâmico em fração da corda, x_{AC}/c .

Um caso particular ocorre quando os valores conhecidos de C_M são relativos ao bordo de ataque ($C_{M_{BA}}$). Neste caso $a = 0$ e então:

$$\frac{x_{AC}}{c} = - \frac{d}{dC_L}(C_{M_{BA}}) \quad (22)$$

A equação (22), aliada à afirmação feita anteriormente de que a posição normal do centro aerodinâmico localiza-se entre 23% e 25% do comprimento da corda atrás do bordo de ataque, permite concluir que para todos os aerofólios a baixo número de Mach:

$$\frac{d}{dC_L}(C_{M_{BA}}) \cong \frac{1}{4} \quad (23)$$

Entretanto, estudos recentes, como o conduzido por Phillips, Alley e Niewoehner (2008), mostram que as não linearidades trigonométricas e aerodinâmicas desprezadas na

demonstração acima através das aproximações assumidas para as funções seno, cosseno, e para o coeficiente de arrasto C_D , podem resultar em deslocamentos nas posições horizontal e vertical do centro aerodinâmico sob algumas faixas de variação do ângulo de ataque e em determinadas configurações de asa. Quando os efeitos destas não linearidades foram combinados a asas enflechadas submetidas a altos ângulos de ataque logo abaixo do estol, o centro aerodinâmico move-se significativamente para trás e para baixo em relação ao plano da asa, causando um substancial efeito desestabilizador sobre a mesma. No entanto, para asas sem enflechamento, foi observado que os efeitos das não linearidades são desprezíveis.

Mudanças na geometria da asa podem deslocar o centro aerodinâmico para posições além da faixa entre 23% e 25% do comprimento da corda. Segundo Phillips, Hunsaker e Niewoehner (2008), para asas com razão de afilamento (corda da ponta dividida pela corda da raiz) e ângulo de enflechamento a um quarto de corda constantes, e em condições de voo subsônico, a posição do centro aerodinâmico depende principalmente da razão de aspecto (também chamada de alongamento, que é a razão entre a envergadura da asa ao quadrado e sua área de planta), da razão de afilamento e do ângulo de enflechamento a um quarto de corda. A curvatura (*camber*), espessura e torção da asa não têm efeito significativo sobre a posição do centro aerodinâmico da asa.

3.2 MÉTODOS TEÓRICOS PARA O CÁLCULO DO CENTRO AERODINÂMICO DA ASA

3.2.1 O método por Abbot e Doenhoff

O método abaixo, por Abbot e Doenhoff (1959), é utilizado para calcular a posição longitudinal teórica do centro aerodinâmico da asa, através da equação:

$$\frac{X_{ac}}{S/b} = H.A.tg\beta \quad (24)$$

Onde X_{ac} é a distância entre o centro aerodinâmico da raiz e o centro aerodinâmico da asa (positivo para trás); S é a área da asa; b é a envergadura da asa; A é a razão de aspecto da

asa; β é o ângulo de enflechamento da asa e H é um fator obtido na figura abaixo com os valores da razão de aspecto e razão de afilamento (corda da ponta sobre corda da raiz, c_t/c_s):

Figura 23. Gráfico auxiliar para o cálculo do centro aerodinâmico da asa
Fonte: Abbot e Doenhoff (1959)

3.2.2 O método pelo Engineering Sciences Data Unit (ESDU)

A publicação Engineering Sciences Data Unit (1996b) propõe um método gráfico para determinar a posição do centro aerodinâmico da corda aerodinâmica principal $\bar{x}$ de asas com bordos de fuga e ataque retos, baixas espessura, curvatura, torção e ângulo de incidência, em escoamentos subsônicos não viscosos. A figura 24 mostra, na vista de planta de uma asa, as características geométricas necessárias aos cálculos.

Figura 25. Gráfico para determinação do centro aerodinâmico de uma asa, $A \tan \Lambda_{1/2} = 5$

Fonte: Engineering Sciences Data Unit (1996b)

Este método pode ser utilizado ao número de Mach máximo de 0,6.

3.2.3 Breve descrição sobre outros métodos

Há outras formas de calcular a posição do centro aerodinâmico de uma asa submetida a escoamento subsônico, utilizando-se principalmente de recursos computacionais. Realizaremos uma rápida abordagem nesta seção, sem um detalhamento pormenorizado dos métodos.

Rodden (2003) descreve o uso do *Vortex Lattice Method*⁶ (VLM) como um meio para se calcular o centro aerodinâmico a velocidades subsônicas. As primeiras aplicações desse método para tal finalidade datam de Campbell (1951), utilizando um vórtice ferradura simples em cada faixa ao longo da envergadura da asa, com sua linha de fronteira posicionada sobre um quarto da corda e emparelhando-se ao *downwash* a três quartos de corda sobre a linha de centro de cada faixa.

⁶ Método de malhas de vórtices. Simula uma superfície coberta de vorticidade para o cálculo de propriedades aerodinâmicas em uma superfície de sustentação.

Figura 26. Representação de vórtices ferradura para o cálculo do centro aerodinâmico
Fonte: Rodden (2003)

Rodden (2003) também cita para o cálculo do centro aerodinâmico o uso do *Constant-Pressure Panel Method* (CPPM), onde o elemento de sustentação é um painel de pressão constante com seu ponto de colocação definido empiricamente próximo ao bordo de fuga. Para a implementação tanto do VLM como do CPPM usualmente recorrem-se a recursos computacionais, como respectivamente os programas MSC/NASTRAN e ZAERO.

Phillips, Hunsaker e Niewoehner (2008) expõem a aplicação de um método analítico, baseado na Teoria da Linha de Sustentação de Prandtl e fazendo uso de Séries de Fourier para o cálculo da posição do centro aerodinâmico em asas enflechadas na condição de voo subsônico. O mesmo trabalho também descreve o cálculo destes centros aerodinâmicos utilizando a *Computational Fluid Dynamics*⁷ (CFD), através do programa CFL3D, que resolve equações Navier-Stokes dependentes do tempo, em três dimensões.

⁷ Fluidodinâmica Computacional, a qual utiliza métodos computacionais para a predição quantitativa das características de escoamento.

Phillips, Alley e Niewoehner (2008) descrevem um método para calcular o centro aerodinâmico tanto de uma asa sozinha como de um avião por completo, onde os efeitos das não linearidades trigonométricas (das funções seno e cosseno) e aerodinâmicas (para o coeficiente de arrasto C_D) são levados em consideração no desenvolvimento das equações, ao invés de serem negligenciados ou sofrerem aproximações, como visto na seção 3.1. As equações para a determinação das posições horizontal $\bar{x}_{ac}$ e vertical $\bar{y}_{ac}$ do centro aerodinâmico são:

$$\bar{x}_{ac} = \frac{C_{A,\alpha} \cdot C_{m_0,\alpha,\alpha} - C_{m_0,\alpha} \cdot C_{A,\alpha,\alpha}}{C_{N,\alpha} \cdot C_{A,\alpha,\alpha} - C_{A,\alpha} \cdot C_{N,\alpha,\alpha}} \cdot c_{ref} \quad (25)$$

$$\bar{y}_{ac} = \frac{C_{N,\alpha} \cdot C_{m_0,\alpha,\alpha} - C_{m_0,\alpha} \cdot C_{N,\alpha,\alpha}}{C_{N,\alpha} \cdot C_{A,\alpha,\alpha} - C_{A,\alpha} \cdot C_{N,\alpha,\alpha}} \cdot c_{ref} \quad (26)$$

Onde C é o coeficiente aerodinâmico para asa ou aeronave completa, o subscrito A denomina força axial, o subscrito N denomina força normal, o subscrito m_0 denomina o momento de arfagem sobre o ponto de origem $x = 0$ e $y = 0$ adotado na vista de planta da asa (vide figura 27), o subscrito α representa a primeira derivada em relação ao ângulo de ataque, o subscrito α, α representa a segunda derivada em relação ao ângulo de ataque, e c_{ref} é o comprimento da corda na seção local do aerofólio. Os coeficientes e suas respectivas derivadas em relação ao ângulo de ataque, necessários aos cálculos de $\bar{x}_{ac}$ e $\bar{y}_{ac}$, podem ser determinados através de métodos numéricos, ou experimentalmente através de ensaios em túnel de vento.

Figura 27. Sustentação, arrasto e momento de arfagem agindo em uma seção de uma asa arbitrária
Fonte: Phillips, Alley e Niewoehner (2008)

3.3 MÉTODOS EXPERIMENTAIS PARA O CÁLCULO DO CENTRO AERODINÂMICO DA ASA

3.3.1 O método por Anderson

Anderson (1938) descreveu um método experimental para o cálculo do centro aerodinâmico. Considerando que as forças que agem sobre o eixo no qual o momento de arfagem é medido são a força normal, a força na corda e o momento de arfagem, temos a seguinte representação de forças na forma dos respectivos coeficientes C_N , C_c e C_m na figura abaixo.

Figura 28. Representação de forças na forma de coeficientes para o cálculo da posição do centro aerodinâmico de uma asa

Fonte: Anderson (1938)

O centro aerodinâmico (*a.c.*) é localizado pelas cotas x e y , que são distâncias em termos da corda principal S/b , isto é, $x = \frac{x_{ac}}{S/b}$. Se C_m é o coeficiente do momento de arfagem sobre o ponto de rotação, o coeficiente do momento de arfagem sobre o centro aerodinâmico é:

$$C_{m_{a.c.}} = C_m - x \cdot C_N - y \cdot C_c \quad (27)$$

Então:

$$C_m = C_{m_{a.c.}} + x \cdot C_N + y \cdot C_c \quad (28)$$

Também:

$$C_N = C_L \cdot \cos \alpha + C_D \cdot \sin \alpha \quad (29)$$

$$C_C = C_D \cdot \cos \alpha - C_L \cdot \sin \alpha \quad (30)$$

Para encontrarmos as três variáveis desconhecidas $C_{m_{a.c.}}$, x e y , a equação básica do coeficiente de momento C_m acima deve ser usada para escrevermos três equações correspondentes a três condições da curva do momento de arfagem do aerofólio.

Para a primeira condição, os valores de C_m , C_N e C_C são computados para um ponto P da curva do momento de arfagem antes que a mesma se incline bruscamente, conforme figura abaixo:

Figura 29. Curva dos coeficientes de momento e ponto P para primeira condição
Fonte: Anderson (1938)

Para esta condição:

$$C_m = C_{m_{a.c.}} + x \cdot C_N + y \cdot C_C \quad (31)$$

A segunda condição é tomada em $C_L = 0$:

$$C_{m_0} = C_{m_{a.c.}} + x \cdot C_{DL_0} \cdot \sin \alpha_{S(L=0)} + y \cdot C_{DL_0} \cdot \cos \alpha_{S(L=0)} \quad (32)$$

A terceira condição é tomada como a inclinação da curva do momento de arfagem em $C_L = 0$:

$$\begin{aligned} \frac{dC_m}{dC_L} = n_0 = x \cdot \left[\left(\frac{dC_D}{dC_L} \right)_0 \cdot \sin \alpha_{S(L=0)} + \left(1 + C_{DL_0} \cdot \frac{d\alpha'}{dC_L} \right) \cdot \cos \alpha_{S(L=0)} \right] \\ - y \cdot \left[\left(1 + C_{DL_0} \cdot \frac{d\alpha'}{dC_L} \right) \cdot \sin \alpha_{S(L=0)} - \left(\frac{dC_D}{dC_L} \right)_0 \cdot \cos \alpha_{S(L=0)} \right] \end{aligned} \quad (33)$$

Onde α' é o ângulo de ataque em radianos, n é a inclinação da curva do momento de arfagem $\left(\frac{dC_m}{dC_L} \right)$ e os subscritos 0 e L_0 indicam valores para $C_L = 0$.

Para aerofólios convencionais, podemos realizar as seguintes aproximações para as equações acima, com erros negligenciáveis:

$$\sin \alpha_{S(L=0)} = \alpha_{S(L=0)}' \quad (34)$$

$$\cos \alpha_{S(L=0)} = 1 \quad (35)$$

$$1 + C_{DL_0} \cdot \frac{d\alpha'}{dC_L} = 1 \quad (36)$$

$$\left(\frac{dC_D}{dC_L}\right)_0 \cdot \sin \alpha_{S(L=0)} = 0 \quad (37)$$

$$\left(\frac{dC_D}{dC_L}\right)_0 \cdot \cos \alpha_{S(L=0)} = 0 \quad (38)$$

E também as aproximações abaixo quando as equações são resolvidas simultaneamente:

$$C_{DL_0} \cdot \alpha'_{S(L=0)} = 0 \quad (39)$$

$$C_{DL_0} \cdot \left(\alpha'_{S(L=0)}\right)^2 = 0 \quad (40)$$

A solução das equações para as três diferentes condições da curva do momento de arfagem do aerofólio considerando as aproximações acima é:

$$x = \frac{(C_{m_0} - C_{m_p}) \cdot \alpha'_{S(L=0)} + n_0 \cdot (C_{DL_0} - C_{C_p})}{C_{DL_0} - C_{C_p} - C_{N_p} \alpha'_{S(L=0)}} \quad (41)$$

$$y = \frac{C_{m_0} - C_{m_p} + x \cdot C_{N_p}}{C_{DL_0} - C_{C_p}} \quad (42)$$

Assim, a localização (x, y) do centro aerodinâmico da asa é encontrada através da substituição dos dados obtidos em ensaios de túnel de vento nas equações (41) e (42).

3.3.2 O método por Barlow, Rae e Pope

Barlow, Rae e Pope (1999) apresentam um método experimental simplificado para calcular a posição horizontal do centro aerodinâmico de uma asa através de ensaios em túnel de vento. Consideramos uma asa montada tal que seu ponto de rotação esteja em algum lugar atrás da provável localização do centro aerodinâmico na horizontal. Assumindo que o momento é devido exclusivamente à sustentação e a posição vertical do centro aerodinâmico está localizada sobre a linha da corda aerodinâmica principal (c), temos para o momento sobre o ponto de rotação da asa M_{tr} de acordo com a figura 30:

$$M_{tr} = M_{ac} + L \cdot (tr - ac) \cdot c \quad (43)$$

Onde M_{ac} é o momento constante sobre o centro aerodinâmico, L é a força de sustentação, ac é a posição do centro aerodinâmico e tr a posição do ponto de rotação, ambas em fração da corda.

Figura 30. Geometria para o cálculo do centro aerodinâmico em ensaio em túnel de vento

Fonte: Barlow, Rae e Pope (1999)

Reescrevendo a equação (43) na forma de coeficientes, temos:

$$C_{Mtr} = C_{Mac} + C_L \cdot (tr - ac) \quad (44)$$

Diferenciando em relação a C_L (levando em conta que $dC_{Mac}/dC_L = 0$) temos para o centro aerodinâmico em fração da corda:

$$ac = tr - (dC_{Mtr}/dC_L) \quad (45)$$

Onde o valor de dC_{Mtr}/dC_L é calculado com os valores obtidos experimentalmente de C_L e C_{Mtr} para vários ângulos de ataque.

3.4 MÉTODOS TEÓRICOS PARA PREVER A INFLUÊNCIA DA FUSELAGEM NA POSIÇÃO DO CENTRO AERODINÂMICO DA ASA

A seguir descrevemos sete métodos teóricos utilizados na fase de anteprojeto de aviões para prever a variação da posição do centro aerodinâmico da asa devido à influência da fuselagem.

3.4.1 O método por Diehl

Diehl (1942) enuncia que, definitivamente, há uma movimentação para frente no centro aerodinâmico da asa devido à adição da fuselagem e *nacelles*. Este efeito deve-se ao momento instável da forma aerodinâmica resultante, de tal maneira que a magnitude da

variação na posição do centro aerodinâmico dependerá do tamanho relativo e localização horizontal da asa em relação à fuselagem ou *nacelles*.

A figura 31 mostra a posição do centro aerodinâmico para várias configurações de asa mais fuselagem indicadas por números conforme designações descritas por Jacobs e Ward (1935).

Localização do ponto $c/4$ da asa ao longo do eixo da fuselagem, em fração do comprimento da fuselagem L .

Figura 31. Deslocamento do centro aerodinâmico devido à fuselagem
Fonte: Diehl (1942)

Para as configurações números 1, 3, 7, 11 e 13, a asa estava localizada no eixo da fuselagem; para configurações 48, 42, 53 e 58, a asa estava localizada em um plano paralelo ao eixo da fuselagem e acima deste em 54% do comprimento da corda; para configurações 99,

83, 104 e 109, a asa estava localizada em um plano paralelo ao eixo da fuselagem e abaixo deste em 54% do comprimento da corda.

A partir da curva da figura 31, conclui-se que a posição do centro aerodinâmico em fração de corda à frente do eixo de um quarto de corda da asa considerando a influência da fuselagem é dada por:

$$\Delta X_{a.c.} = -0,148 \cdot \frac{X}{L} \quad (46)$$

Onde X é a distância do ponto de um quarto de corda da asa em relação ao nariz da fuselagem e L é o comprimento da fuselagem.

Observa-se que os únicos fatores cobertos pelo gráfico e equação (46) são a localização vertical e horizontal do ponto de um quarto de corda da asa, $c/4$. Estes experimentos não previram a influência do tamanho relativo entre asa e fuselagem, o que provou ser um fator predominante.

A força na fuselagem varia aproximadamente de acordo com sua área horizontal projetada, ou representativamente $L.D$ (comprimento vezes o diâmetro), e o braço de momento desta força deve variar com o comprimento L . Estes fatores podem ser inclusos como as razões $L.D/S$ e L/c .

Para isto, utilizamos os seguintes dados relativos às geometrias dos modelos de asa e fuselagem usados por Jacobs e Ward (1935): área da asa $S = 150 \text{ pol}^2 = 0,0968 \text{ m}^2$; corda $c = 5,00 \text{ pol} = 0,127 \text{ m}$; comprimento da fuselagem $L = 20,156 \text{ pol} = 0,512 \text{ m}$; e diâmetro da fuselagem $D = 3,44 \text{ pol} = 0,087 \text{ m}$. Logo, para quaisquer que sejam as unidades adotadas como padrão, temos as razões $L.D/S = 0,462$ e $L/c = 4,03$. Introduzindo-as na equação (46), temos:

$$\Delta X_{a.c.} = -0,148 \cdot \frac{X}{L} \cdot \left[\frac{L.D}{0,462.S} \cdot \frac{L/c}{4,03} \right] \quad (47)$$

$$\therefore \Delta X_{a.c.} = -0,080 \cdot \left(\frac{X}{L} \right) \cdot \left(\frac{L.D}{S} \right) \cdot \left(\frac{L}{c} \right) \quad (48)$$

Como o termo $L.D$ representa a área horizontal projetada da fuselagem (chamemos de A), reescrevemos a equação (48) como:

$$\Delta X_{a.c.} = -0,080 \cdot \left(\frac{X}{L} \right) \cdot \left(\frac{A}{S} \right) \cdot \left(\frac{L}{c} \right) \quad (49)$$

A equação (49) fornece a posição do centro aerodinâmico na corda aerodinâmica principal de uma asa, em fração de corda à frente de um quarto de corda, considerando a influência de uma fuselagem de seção cilíndrica.

3.4.2 O método por Anscombe e Raney

Anscombe e Raney (1950) propõem um método para calcular a variação da posição do centro aerodinâmico de asas sem enflechamento devido à fuselagem (ΔK_n), baseado na teoria potencial aliada a generalização dos resultados obtidos em ensaios em túnel de vento a baixas velocidades para várias configurações de asa e fuselagem, conforme procedimentos descritos na seção 2.

O valor de ΔK_n em fração de corda devido à presença de um corpo de revolução junto à asa é dado por:

$$\Delta K_n = -\Delta_{10} \cdot \left(\frac{\Delta_A}{\Delta_{10}} \right) \cdot k \cdot \frac{c \cdot D^2}{a \cdot S \cdot \bar{c}} \quad (50)$$

Onde c é a corda da raiz da asa, D é o diâmetro ou largura da fuselagem na seção do bordo de ataque da asa, a é a inclinação da curva de sustentação da asa por radiano, S é a área de planta da asa e $\bar{c}$ é a corda principal da asa. Os fatores Δ_{10} , $\left(\frac{\Delta_A}{\Delta_{10}} \right)$ e k são obtidos respectivamente através das curvas das figuras 32, 33 e 34, sendo que para $\left(\frac{\Delta_A}{\Delta_{10}} \right)$ é utilizada a linha tracejada (teórica) para a obtenção de seu valor, de acordo com nota dos autores.

Figura 32. Curvas para determinação do fator Δ_{10}
 Fonte: Anscombe e Raney (1950)

Figura 33. Curvas para determinação do fator $\left(\frac{\Delta_A}{\Delta_{10}}\right)$
 Fonte: Anscombe e Raney (1950)

Figura 34. Curvas para determinação do fator k
Fonte: Anscombe e Raney (1950)

Para uma fuselagem não circular, chamemos a variação na posição do centro aerodinâmico devido à fuselagem de $\Delta K'_n$. Seu valor pode ser calculado por:

$$\Delta K'_n = [\Delta K_n] \cdot \left[1 + 0,15 \cdot \left(\frac{h - D}{D} \right) \right] \quad (51)$$

Onde h é a altura da fuselagem.

Para fuselagem com a parte traseira completamente inclinada para cima, isto é, com o final afilado para um ponto na parte superior da fuselagem, deve-se subtrair 0,22 de Δ_{10} a fim de que seu efeito seja levado em conta no cálculo de ΔK_n .

Caso haja a presença de filetes, consideramo-los como extensões no bordo de fuga da asa, transversalmente a fuselagem.

Figura 35. Vista de planta da seção de junção entre asa e fuselagem, com a geometria para o cálculo da contribuição dos filetes na posição do centro aerodinâmico da asa

O deslocamento do ponto de $1/4$ da corda principal é aproximadamente igual a:

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{c_f \cdot S_f}{S \cdot \bar{c}} \quad (52)$$

Onde c_f é a extensão traseira principal devido ao filete, dada por:

$$c_f = \frac{(D + b_f) \cdot l_f}{D + 2 \cdot b_f} \quad (53)$$

O comprimento máximo l_f e a largura máxima do filete b_f são aqueles visíveis na vista de planta do avião; partes dos filetes que não são visíveis são ignoradas. S_f , a área em hachuras na figura 35, pode ter seu valor aproximado calculado conforme a equação abaixo.

$$S_f = (D + 2 \cdot b_f) \cdot (c + l_f) \quad (54)$$

Portanto, o deslocamento do centro aerodinâmico da asa devido a filetes é dado por:

$$\Delta K_{n \text{ filete}} = \frac{l_f \cdot (c + l_f) \cdot (D + b_f)}{4 \cdot S \cdot \bar{c}} \quad (55)$$

Os filetes têm efeito estabilizador.

3.4.3 O método por Torenbeek

Torenbeek (1982) apresenta um método para corrigir a posição do centro aerodinâmico da asa na presença da fuselagem. A variação desta posição em função da porcentagem da corda aerodinâmica principal é dada por:

$$\left(\frac{\Delta x_{ac}}{\bar{c}} \right) = - \frac{1,8}{(C_{L\alpha})_{wf}} \cdot \frac{b_f \cdot h_f \cdot l_{fn}}{S \cdot \bar{c}} + \frac{0,273}{1 + \lambda} \cdot \frac{b_f \cdot c_g \cdot (b - b_f)}{(\bar{c})^2 \cdot (b + 2,15 \cdot b_f)} \cdot \tan \Lambda_{1/4} \quad (56)$$

Onde $(C_{L\alpha})_{wf}$ é a inclinação da curva de sustentação da asa mais fuselagem; b_f é a largura máxima da fuselagem; h_f é a altura máxima da fuselagem; l_{fn} é o comprimento da fuselagem do nariz do avião até a corda na raiz; S é a área de planta da asa, $\bar{c}$ é a corda aerodinâmica principal; λ é a razão de afilamento da asa (c_r/c_t); c_g é a corda geométrica principal (S/b); b é a envergadura total da asa e $\Lambda_{1/4}$ é o ângulo de enflechamento à $1/4$ da corda.

A figura 36 mostra as definições geométricas necessárias à aplicação do método.

3.4.4 O método por Roskam

Segundo Roskam (1982), o cálculo do efeito da fuselagem no posicionamento do centro aerodinâmico e na variação do momento de arfagem da combinação asa e fuselagem é um problema de grande dificuldade devido aos efeitos de interferência, os quais são de difícil modelagem matemática precisa. A variação do momento de arfagem com o ângulo de ataque para corpos assimétricos é dada por:

$$\frac{dM}{d\alpha} = \frac{\bar{q}K}{36,5} \cdot \int_0^l w_f^2(x) dx \quad [1/\text{graus}] \quad (58)$$

Onde $\bar{q}$ é a pressão dinâmica; K é o fator de correção de forma dependente da razão de esbelteza l/h da fuselagem (ver figura 37); e w_f é a largura da fuselagem à distância X do nariz do avião.

Figura 37. Fator de correção devido à razão de esbelteza da fuselagem
Roskam (1982)

Na realidade a fuselagem está posicionada no campo de escoamento da asa, e isto causa *upwash* à frente da asa e *downwash* atrás da asa. O *upwash* tende a causar uma contribuição positiva das partes da fuselagem à frente da asa no momento de arfagem. O *downwash* tende a causar uma contribuição negativa das partes da fuselagem atrás da asa no momento de arfagem. Por este motivo, o posicionamento da asa ao longo da fuselagem tem efeito na variação do momento de arfagem da fuselagem com o ângulo de ataque. Estas contribuições ao momento de arfagem causada pelo *upwash* e *downwash* são consideradas através da equação:

$$\frac{dM}{d\alpha} = \frac{\bar{q}}{36,5} \cdot \int_0^l w_f^2(x) \cdot \left. \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \right|_x dx \text{ [1/graus]} \quad (59)$$

Onde $\bar{\varepsilon}$ é o ângulo local do escoamento, igual à soma do ângulo de ataque do fluxo livre mais o ângulo do escoamento induzido pela asa.

À frente da asa, o *upwash* aumenta $\bar{\varepsilon}$ quando α muda, fazendo $\frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} > 1$. Atrás da asa, o *downwash* diminui $\bar{\varepsilon}$ quando α muda, fazendo $\frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} < 1$. Para trás da asa somente:

$$\frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} = \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \quad (60)$$

Para calcular o valor da integral na equação (59), uma maneira é dividir a fuselagem em segmentos, conforme figura 38. Desta forma, pode ser reescrita como:

$$\frac{dM}{d\alpha} = \frac{\bar{q}}{36,5} \cdot \sum_{i=1}^{i=n} w_f^2(x_i) \cdot \left. \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \right|_i \cdot \Delta x_i \text{ [1/graus]} \quad (61)$$

Onde $w_f(x_i)$ e Δx_i estão definidos na ilustração a seguir.

Figura 38. Geometria usada para o cálculo das contribuições da fuselagem e *nacelles* no coeficiente de momento e mudança de posição do centro aerodinâmico

Fonte: Roskam (1982)

Os valores de $\left(w_f^2(x_i) \cdot \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \right) \cdot \Delta x_i$ são calculados para cada segmento e então somados.

Para o cálculo de $\frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha}$, devemos utilizar o seguinte procedimento:

- Para os segmentos de 1 a 4, $\frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha}$ é obtido da curva (1) na figura 39;
- Para o segmento 5 (imediatamente à frente da asa) $\frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha}$ é obtido da curva (2) na figura 39;
- Para os segmentos de 6 a 8, o valor de $\frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha}$ varia de zero no bordo de fuga da asa até $\left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right)$ no estabilizador horizontal, sendo obtidos através da equação:

$$\frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} = \frac{x_i}{l_h} \cdot \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \quad (62)$$

Onde x_i e l_h estão definidos na figura 38.

Figura 39. Gráfico para estimar o fator de upwash $d\bar{\varepsilon}/d\alpha$ das combinações fuselagem-asa ou nacelle-asa, à frente da asa

Fonte: Roskam (1982)

As curvas para estimar $\frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha}$ na figura 39 só se aplicam para o caso em que $C_{L\alpha_w}$ da asa for igual a $0,08 \text{ graus}^{-1}$. Para outros valores de inclinação da curva de sustentação da asa, devemos fazer a correção através da equação:

$$\left. \frac{d\bar{\epsilon}}{d\alpha} \right| (C_{L\alpha w}) = \left. \frac{d\bar{\epsilon}}{d\alpha} \right| (C_{L\alpha w} = 0,08) \cdot \left(\frac{C_{L\alpha w}}{0,08} \right) \quad (63)$$

Depois de encontrado o valor de $\frac{dM}{d\alpha}$ de acordo com o procedimento acima, calculamos agora a variação da posição do centro aerodinâmico da asa $\Delta \bar{X}_{ac_B}$ devido à presença de um corpo, em fração da corda aerodinâmica principal:

$$\Delta \bar{X}_{ac_B} = \frac{-\frac{dM}{d\alpha} (fuselagem) [grau^{-1}]}{\bar{q} \cdot S \cdot \bar{c} \cdot C_{L\alpha w} (asa) [grau^{-1}]} \quad (64)$$

Este método, apresentado para o cálculo da variação do coeficiente de momento e posição do centro aerodinâmico, deve ser utilizado somente em condições de voo com número de Mach até 0,9.

3.4.5 O método por Stinton

Stinton (1983) apresenta um método simplificado para a estimativa do centro aerodinâmico da configuração asa mais fuselagem. A parte da fuselagem à frente de $\frac{1}{4}$ de corda da asa (chamaremos “nariz”) é tratada como um aerofólio de forma retangular e alongamento muito baixo, como ilustrado na parte *b*. da figura 40.

Figura 40. Tratativa simplificada do efeito da fuselagem sobre a posição do centro aerodinâmico
 Fonte: Stinton (1983)

Calculamos a razão de aspecto do nariz A_{nariz} com a máxima largura da fuselagem w e o comprimento l_{nariz} :

$$A_{nariz} = w/l_{nariz} \quad (65)$$

Tomando os momentos sobre o centro aerodinâmico, calculamos $-\Delta h_0$, a variação na posição do centro aerodinâmico da asa devido à influência da fuselagem em fração da corda aerodinâmica principal:

$$-\Delta h_0 = \frac{\{-0,75 \cdot [0,25 \cdot A_{nariz} + 0,5 \cdot (A_{nariz} / A)]\}}{\{[0,25 \cdot A_{nariz} + 0,5 \cdot (A_{nariz} / A)] + [S/S_{nariz}]\}} \quad (66)$$

Onde A é a razão de aspecto da asa, S e S_{nariz} são respectivamente as áreas de planta da asa e nariz. O autor enuncia que para a maioria dos aviões leves, $-\Delta h_0 = -0,03$ à $-0,06$.

3.4.6 O método por Etkin e Reid

Somando todas as contribuições das partes do avião para o coeficiente do momento de arfagem, podemos encontrar uma posição h do centro de gravidade do avião para o qual $C_{m\alpha} = 0$. Esta posição tem um significado particular, pois representa um limite entre resposta positiva em arfagem (surgimento de um momento restaurador) e resposta negativa (momento desestabilizador). A esta posição chamamos de ponto neutro que, quando expressa em fração da corda aerodinâmica principal da asa, denotamos por h_n . Ele tem o mesmo significado para o avião inteiro como o centro aerodinâmico tem para a asa sozinha. O termo centro aerodinâmico do avião pode ser usado alternativamente a ponto neutro.

Etkin e Reid (1996) apresentam um método gráfico baseado em ensaios em túnel de vento para a determinação da variação na posição do ponto neutro devido à influência de fuselagem e *nacelles*, de acordo com a figura abaixo.

Figura 41. Efeito de fuselagem ou *nacelle* na posição do ponto neutro

Fonte: Etkin e Reid (1996)

Onde c é corda local da asa sobre a linha de centro da fuselagem ou *nacelle*; $\bar{c}$ é corda aerodinâmica principal; w é máxima largura da fuselagem ou *nacelle*; S é área de planta da asa; e Δh_n é a variação do ponto neutro do avião devido à fuselagem ou *nacelle* em fração de $\bar{c}$, positivo em direção a cauda.

Os valores de Δh_n fornecidos pela curvas têm uma acuracidade de $\pm 0,01 \cdot \bar{c}$, e são em torno de 5% maiores para aviões de asa baixa, e em torno de 5% menores para aviões de configuração de asa alta. Os dados são inaplicáveis se a asa não esta fixada junto ao corpo. Valores separados devem ser computados para fuselagem e *nacelles*, e os resultados somados para obtermos a variação total da posição do ponto neutro do avião.

Na aplicação deste método aos modelos em escala reduzida descritos na seção 4.2, como estes não possuem grupo de cauda nem sistema propulsor, o volume de cauda $V_H = 0$ e a variação do coeficiente de momento da propulsão pelo ângulo de ataque $\frac{\partial C_{mp}}{\partial \alpha} = 0$.

Concluimos pela equação abaixo de Etkin e Reid (1996) que, neste caso, o ponto neutro h_n dos modelos coincide com o centro aerodinâmico h_{nwb} da combinação asa e fuselagem:

$$h_n = h_{nwb} + \frac{a_t}{a} \cdot V_H \cdot \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) - \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial C_{mp}}{\partial \alpha} \rightarrow h_n = h_{nwb} \quad (67)$$

Logo, a variação da posição do ponto neutro Δh_n nos modelos coincide com a variação da posição do centro aerodinâmico devido à influência da fuselagem, Δh_{nwb} .

$$\Delta h_n = \Delta h_{nwb} \quad (68)$$

3.4.7 O método pelo Engineering Sciences Data Unit (ESDU)

A publicação Engineering Sciences Data Unit (1996a) descreve o cálculo da posição do centro aerodinâmico da combinação asa e fuselagem, x_h , expressa como fração da corda aerodinâmica principal $\bar{c}$, através da equação abaixo:

$$\frac{x_h}{\bar{c}} = \frac{\bar{x}}{\bar{c}} - \frac{\Delta x_h}{\bar{c}} \quad (69)$$

Onde $\bar{x}$ é a localização do centro aerodinâmico da planta da asa equivalente, calculada através do método descrito na seção 3.2.2 ou obtida experimentalmente, e Δx_h é variação na posição do centro aerodinâmico da asa devido à influência da fuselagem, dada por:

$$\frac{\Delta x_h}{\bar{c}} = \frac{c_r \cdot d^2 \cdot F \cdot G}{\bar{c} \cdot a \cdot S} \cdot \left[1 + 0,15 \cdot \left(\frac{h}{d} - 1 \right) \right] - (K_1 + \lambda \cdot K_2) \quad (70)$$

Para a construção da planta da asa equivalente e identificação das características geométricas necessárias ao cálculo de Δx_h , utilizamos como referência a figura 42.

Figura 42. Geometria para cálculo da variação da posição do centro aerodinâmico
 Fonte: Engineering Sciences Data Unit (1996a)

A corda da raiz da asa equivalente, c_r , é calculada por:

$$c_r = \frac{S_e}{s - s_{l,0}} - c_t \quad (71)$$

Onde S_e é área de planta da asa real; s é a semi envergadura da asa; $s_{l,0}$ é a distância que vai do ponto de intersecção entre o bordo de ataque da asa real e fuselagem até o centro da fuselagem na vista de planta (eixo longitudinal do avião); c_t é a corda da ponta na asa equivalente.

O parâmetro d é a largura da fuselagem medida sobre o bordo de ataque da raiz da asa equivalente. O fator F , obtido na figura 43, compreende os efeitos da variação no comprimento da fuselagem e é função das razões m/c_r e n/c_r , onde m é o comprimento da fuselagem a frente do bordo de ataque da asa equivalente e n é o comprimento da fuselagem atrás do bordo de fuga da asa equivalente.

Figura 43. Gráfico para determinação do fator F
Fonte: Engineering Sciences Data Unit (1996a)

O fator G compreende a variação na largura da fuselagem e é função de $\beta \cdot d/c_r$, onde o fator de compressibilidade β é dado por:

$$\beta = (1 - M^2)^{1/2} \quad (72)$$

E M é o número de Mach do escoamento que, de acordo com Fox, McDonald e Pritchard (2006), é obtido em função da velocidade do escoamento V e da velocidade c de propagação do som no ar conforme equação abaixo:

$$M = V/c \quad (73)$$

Para a determinação de G , utiliza-se o gráfico abaixo.

Figura 44. Gráfico para determinação do fator G
 Fonte: Engineering Sciences Data Unit (1996a)

S é a área de planta da asa equivalente; a é a inclinação da curva de sustentação da asa equivalente; h é a altura da fuselagem no bordo de ataque da raiz da asa equivalente.

O fator K_I representa o efeito primário do enflechamento positivo das asas e é função de d/b , de $A \cdot \tan \Lambda_{1/2}$ e λ , onde b é a envergadura da asa, A é a razão de aspecto da asa (b^2/S), $\Lambda_{1/2}$ é o ângulo de enflechamento da asa equivalente (a 50% da linha de corda) e λ é a razão

de afilamento da asa equivalente, c_t/c_0 . Para determinar K_I , basta adentrar com os valores dos parâmetros expressos nas figuras abaixo, válidas para $d/b = 0,08, 0,12$ e $0,16$.

Figura 45. Gráfico para a determinação do fator K_I , $d/b = 0,08$
 Fonte: Engineering Sciences Data Unit (1996a)

Figura 46. Gráfico para a determinação do fator K_I , $d/b = 0,12$
 Fonte: Engineering Sciences Data Unit (1996a)

Figura 47. Gráfico para a determinação do fator K_I , $d/b = 0,16$
 Fonte: Engineering Sciences Data Unit (1996a)

Para determinar K_I a outros valores de d/b , os valores de K_I nos requeridos parâmetros $A \cdot \tan \Lambda_{1/2}$ e λ devem ser obtidos nas curvas das figuras 45, 46 e 47, e então serem interpolados.

K_2 , um fator de correção para K_I , é função de $\beta \cdot A$ e de $A \cdot \tan \Lambda_{1/2}$, sendo obtido na figura 48.

Figura 48. Gráfico para a determinação do fator K_2
 Fonte: Engineering Sciences Data Unit (1996a)

Quando não há a presença de filetes na vista de planta da asa real, a asa equivalente é obtida extrapolando-se os bordos de ataque e de fuga da asa real até a linha de centro da fuselagem. Caso haja a presença de filetes, um processo mais complicado de construção é necessário e a planta da asa equivalente é estabelecida definindo suas cordas na raiz e na ponta em relação à configuração de planta descrita abaixo.

Os parâmetros geométricos necessários para definir e posicionar a asa equivalente são calculados através da geometria da planta da asa real. Tanto fuselagem como asa são projetados no mesmo plano horizontal tal que a posição vertical da asa em relação à fuselagem não seja relevante. Assim, as intersecções dos bordos de ataque e de fuga da planta da asa com as laterais da planta projetada da fuselagem definem a corda na raiz para a asa real em termos de seu comprimento, c_f , e a posição de seu bordo de ataque em relação ao nariz da fuselagem, x_f . Geralmente, a parte da fuselagem projetada que faz intersecção com a planta da asa real tem lados paralelos e a corda da raiz na asa real c_f é definida por este procedimento. Em situações onde esta região da fuselagem for ligeiramente curva, c_f deve ser tomada como a distância onde o bordo de ataque faz intersecção com a planta da fuselagem até o bordo de fuga da asa, estendendo-se fuselagem adentro se necessário. Esta corda define um segmento de fuselagem de lados paralelos sobre a região de intersecção com a asa que será usada na construção da planta da asa equivalente.

Se a asa real possui corda reta na ponta, esta é tomada em relação à planta da fuselagem como a corda da ponta, c_t , da planta da asa equivalente. Se a asa real possui uma corda na ponta inclinada ou curva, então a parte linear dos bordos de ataque e de fuga é

extrapolada para fora da asa, e a distância entre os bordos na posição de máxima envergadura é tomada como c_t . As envergaduras são as mesmas tanto para a asa real como para a equivalente.

Se há N filetes no bordo de ataque na parte exposta da planta da asa, a distância do bordo de ataque de c_r até o nariz da fuselagem, m , é dada pela equação:

$$m = x_f + \sum_{i=1}^N (\tan \Lambda_{l,i} - \tan \Lambda_{l,i+1}) \cdot \frac{(s_{l,i} - s_{l,0}) \cdot (s - s_{l,i})}{(s - s_{l,0})} \quad (74)$$

Onde $\Lambda_{l,i}$ é o ângulo de enflechamento positivo do bordo de ataque da asa real entre as posições ao longo da envergadura $s_{l,i-1}$ e $s_{l,i}$ para $i = 1, 2, \dots, N$; $s_{l,i}$ é a distância da linha de centro da aeronave ao fim do filete i no bordo de ataque da planta da asa real, para $i = 1, 2, \dots, N$.

Não havendo filetes no bordo de ataque da planta da asa real, então:

$$m = x_f \quad (75)$$

Definidos c_r e c_t , a planta da asa equivalente é obtida extrapolando até a linha de centro da fuselagem as linhas ligando seus bordos de ataque e de fuga, conforme figura 42. Com a planta da asa equivalente definida, os parâmetros remanescentes necessários aos cálculos de x_h são determinados pelas equações abaixo.

Se há N filetes no bordo de ataque da asa real, então:

$$\tan \Lambda_{1/2} = \sum_{i=1}^N (\tan \Lambda_{l,i} - \tan \Lambda_{l,i+1}) \cdot \left[\frac{s_{l,i} - s_{l,0}}{s - s_{l,0}} \right]^2 + \tan \Lambda_{l,N+1} + \frac{c_t - c_r}{2 \cdot (s - s_{l,0})} \quad (76)$$

Não havendo filetes:

$$\tan \Lambda_{1/2} = \tan \Lambda_{l,1} + \frac{c_t - c_r}{2 \cdot (s - s_{l,0})} \quad (77)$$

Onde $\Lambda_{l,1}$ é o enflechamento do bordo de ataque da asa real. Os demais fatores geométricos são obtidos através das seguintes equações:

$$n = l - m - c_r \quad (78)$$

$$c_0 = \frac{s \cdot c_r - s_{l,0} \cdot c_t}{s - s_{l,0}} \quad (79)$$

$$\lambda = \frac{c_t}{c_0} \quad (80)$$

$$\bar{c} = c_0 \cdot \frac{(1 + \lambda)}{2} \quad (81)$$

$$\bar{\bar{c}} = 2 \cdot c_0 \cdot \frac{(1 + \lambda + \lambda^2)}{3 \cdot (1 + \lambda)} \quad (82)$$

$$S = b \cdot \bar{c} \quad (83)$$

$$A = \frac{b^2}{S} \quad (84)$$

$$\tan \Lambda_0 = \tan \Lambda_{1/2} + \frac{2 \cdot (1 - \lambda)}{A \cdot (1 + \lambda)} \quad (85)$$

$$\bar{x} = c_0 \left(\frac{1 + 2 \cdot \lambda}{12} \right) \cdot A \cdot \tan \Lambda_0 \quad (86)$$

As propriedades aerodinâmicas a e $\bar{x}/\bar{c}$ são calculadas respectivamente através dos métodos descritos no Apêndice J e na seção 3.2.2, utilizando para a última os valores de $A \cdot \tan \Lambda_{1/2}$, $\beta \cdot A$ e λ obtidos para a asa equivalente. Ambas também podem ser obtidas através de métodos experimentais, como por exemplo, ensaios em túnel sobre uma asa sozinha. A largura e altura da fuselagem, d e h , são medidas no bordo de ataque de c_r .

Este método calcula a posição do centro aerodinâmico da combinação asa e fuselagem, na condição de flaps recolhidos, para a parte linear da curva de sustentação onde a taxa de variação do momento de arfagem em relação à sustentação é também essencialmente linear. Deve ser aplicado quando o escoamento sobre a configuração estudada for inteiramente subsônico e completamente colado, não devendo ser utilizado em fuselagens com seções extremamente truncadas, onde pode ocorrer separação do escoamento.

Os valores para F , G , K_1 e K_2 podem ser obtidos por interpolação através da ferramenta disponível no endereço eletrônico conforme referência Interactive... (2008). Entretanto, este endereço possui acesso restrito, devendo ser acessado através de uma biblioteca universitária conveniada, como a da Escola de Engenharia de São Carlos (EESC).

O termo $\Delta x_h/\bar{c}$ pode ser usado independentemente dos dados do centro aerodinâmico da asa equivalente. Ele pode, por exemplo, ser combinado a dados experimentais do centro aerodinâmico de uma asa sozinha para o estudo do efeito da adição de uma fuselagem.

A acuracidade do método para prever $x_h/\bar{c}$ é da ordem de $\pm 0,03$ observando-se as faixas de variação dos parâmetros geométricos, conforme a tabela 2, e o erro associado ao termo $\Delta x_h/\bar{c}$ é da ordem de $\pm 0,02$.

Tabela 2 – Faixa de variação dos parâmetros geométricos para obter acuracidade $x_h/\bar{c} = \pm 0,03$

Parâmetro geométrico	Faixa de variação
A	6 a 12
$\Lambda_{1/2}$	0 a 45°
$A. \tan \Lambda_{1/2}$	0 a 7,5
λ	0,2 a 1,0
d/b	0,08 a 0,14
d/c_r	0,4 a 0,9
m/c_r	1,0 a 3,5
n/c_r	1,5 a 3,0

Fonte: Engineering Sciences Data Unit (1996a)

4 MATERIAIS EMPREGADOS NOS ENSAIOS

4.1 MODELO DE ASA

O modelo de asa utilizado nos ensaios foi construído em madeira maciça, nas dependências da EESC. O perfil aerodinâmico utilizado foi o *General Aviation (Withcomb) – number one airfoil* (GA(W)-1). Segundo McGhee e Beasley (1973), trata-se de um aerofólio de 17 por cento de espessura desenvolvido para aplicações em baixa velocidade, como aviões leves movidos a hélices.

Figura 49. Seção típica do aerofólio GA(W)-1
Fonte: McGhee e Beasley (1973)

O formato de planta da asa é retangular, com corda constante de 148,0 milímetros e envergadura de 377 milímetros. Um eixo de diâmetro de 12 milímetros foi instalado na asa para sua fixação a balança do túnel de vento, sendo que o ângulo de ataque pode ser variado através da rotação do eixo. O eixo foi posicionado verticalmente sobre a linha de corda do perfil, com seu centro localizado a 42,0 milímetros do bordo de ataque (28,4% em porcentagem ou 0,284 em fração da corda). Foi aplicada uma faixa de rugosidade próxima ao bordo de ataque do extradorso da asa com o intuito de localizar artificialmente a posição da zona de transição de escoamento laminar para turbulento na camada limite, resultando em um aumento desprezível no arrasto em comparação ao obtido por outras formas de mudança na localização da zona de transição.

Figura 50. Vista de planta do modelo de asa utilizado nos ensaios

Figura 51. Vista lateral do modelo de asa utilizado nos ensaios

4.2 MODELOS DE FUSELAGEM

A fuselagem foi construída utilizando-se o conceito de meio modelo, originado através da aplicação de um corte longitudinal ao longo de seu plano de simetria, como no exemplo da figura 52.

Figura 52. Exemplo de meio modelo de fuselagem e asa durante ensaio em túnel de vento
Fonte: Palota (2005)

De acordo com Barlow, Rae e Pope (1999), este método permite medir com precisão dados relativos ao momento de arfagem, força de sustentação e *downwash*, com a principal vantagem de um aumento no número de Reynolds (cerca de 20% maior em relação ao modelo completo). Outras vantagens estão nos menores custos e tempo de construção. Para evitar escoamento assimétrico nos testes, o meio modelo deve ser fixado ao chão do túnel ou ter uma placa larga presa ao seu plano de simetria.

A fim de garantir diferentes configurações de fuselagem para os ensaios, a mesma foi dividida em três segmentos: uma parte central de seção circular constante, duas partes dianteiras e três partes traseiras distintas.

A parte central constitui-se em uma seção semicircular de diâmetro externo de 75 milímetros e comprimento 200 milímetros. Para sua construção, foi utilizado um tubo de polímero de vinila (PVC), uma base de madeira cedro e chapas de madeira compensado para os encaixes com as partes dianteiras e traseiras.

Primeiro, cortou-se o tubo de PVC no comprimento de 200 milímetros, seccionando-o ao meio.

Figura 53. Seção de tubo de PVC utilizado na construção da parte central da fuselagem

Uma base em madeira cedro foi fabricada para assentamento da seção semicircular do tubo. Nas extremidades da base foram realizados entalhes e inseridas chapas de compensado, utilizadas para realizar os encaixes com as diferentes partes dianteiras e traseiras da fuselagem. Um furo de diâmetro 12 milímetros foi feito para acomodar o eixo de rotação da asa. Conforme orientação de Catalano⁸ (2008, informação verbal), a base de cedro foi construída com uma espessura de 15 milímetros até o plano de contato com a seção semicircular da fuselagem (formada por dois rebaixos laterais ao longo de seu comprimento), baseando-se nos dados referentes à camada limite do túnel de vento utilizado.

Figura 54. Base de madeira com furo para passagem do eixo da asa, encaixes nas pontas para montagem das partes dianteiras e traseiras da fuselagem e rebaixo para assentamento da seção semicircular de PVC

Em seguida, fixou-se a seção semicircular da fuselagem à base de madeira através de parafusos, garantindo a rigidez necessária ao conjunto para que um rasgo fosse aberto no tubo de PVC, a fim de acomodar a asa a um ângulo de incidência de 3 graus em relação ao eixo longitudinal da fuselagem e a uma posição vertical média, devido a facilidades construtivas somadas ao fato de que a variação na posição do centro aerodinâmico devido à fuselagem é praticamente independente da altura da asa (ANSCOMBE; RANEY, 1950). O rasgo foi feito

⁸ Informação fornecida por Catalano durante a concepção dos modelos em São Carlos, julho de 2008.

centralizado em relação ao comprimento do tubo, de modo que ao posicionar a asa, tanto a distância do bordo de ataque à seção dianteira do tubo quanto à distância do bordo de fuga à seção traseira fossem iguais a 26 milímetros. Para evitar efeitos aerodinâmicos indesejáveis devido às cabeças dos parafusos, os furos para fixação destes no tubo de PVC foram escareados, permitindo o completo alojamento de suas cabeças na superfície do tubo.

Figura 55. Detalhe da fixação da seção semicircular da fuselagem a base de madeira

Figura 56. Abertura do rasgo para acomodação da asa na seção semicircular da parte central da fuselagem

Assim, a parte central da fuselagem está pronta a acoplar-se ao modelo de asa, como visto nas duas próximas figuras.

Figura 57. Asa acoplada à parte central da fuselagem

Figura 58. Detalhe da montagem entre a asa e parte central da fuselagem

Para as partes dianteiras e traseiras da fuselagem, foi utilizado o poliestireno expandido (isopor[®]) na modelagem das diferentes formas ensaiadas, através de um processo de corte com gabaritos e fio quente, com posterior acabamento feito a lixa.

Figura 59. Gabaritos usados para os cortes das partes dianteiras e traseiras da fuselagem

Figura 60. Partes traseiras e dianteiras da fuselagem cortadas em poliestireno expandido

Após o acabamento com lixa para a modelagem do formato desejado, as peças de poliestireno expandido foram coladas a placas de fibra de madeira de média densidade, conhecidas por *medium density fiberboard* (MDF), de 15 milímetros de espessura, garantindo alinhamento com a seção semicircular da parte central da fuselagem. Foram feitos entalhes nas placas de MDF para o encaixe com a fuselagem central.

Figura 61. Parte traseira da fuselagem colada a placa de MDF de espessura 15 milímetros

Figura 62. Entalhe para fixação das partes traseira e dianteira a parte central da fuselagem

As determinações dos comprimentos mínimos e máximos dos meios modelos de fuselagem basearam-se em um estudo realizado sobre razões entre envergadura de asa e comprimento de aeronave para alguns tipos usuais da aviação leve. Seguem abaixo dados extraídos de Jackson, Munson e Peacock (2004).

Tabela 3 – Análise entre razões envergadura da asa por comprimento da fuselagem para a aviação leve

Aeronave	Assentos	Envergadura da asa (m)	Comprimento da fuselagem (m)	Envergadura por comprimento
Beech A36 Bonanza	6	10,21	8,38	1,22
Cessna 172 Skyhawk	4	11,00	8,28	1,33
Piper PA-28R-201 Arrow	4	10,80	7,52	1,44
Cirrus SR22	4	11,73	7,92	1,48

Fonte: Jackson, Munson e Peacock (2004)

Considerando que o modelo de asa em escala reduzida possui uma envergadura de 377 milímetros, e que quando esta é montada sobre o meio modelo de seção central da fuselagem resulta em uma semi-envergadura de 385 milímetros (equivalente a uma envergadura total de 770 milímetros), adotamos um comprimento máximo para nossa fuselagem de 690 milímetros e um comprimento mínimo de 490 milímetros, resultando em razões de envergadura por comprimento de 1,12 a 1,57, cobrindo a faixa usual da aviação leve vista na tabela 3.

Para as partes dianteiras da fuselagem, duas peças foram construídas: uma com comprimento de 200 milímetros e outra de 100 milímetros. Ambas tiveram seus narizes lixados para a obtenção do formato elíptico característico de muitos aviões, sendo que a peça menor resultou em um nariz de elipse menos afilada.

Figura 63. Fuselagem dianteira, comprimento 200 milímetros (“dianteira maior”)

Figura 64. Fuselagem dianteira, comprimento 100 milímetros (“dianteira menor”)

Três peças foram construídas para a fuselagem traseira: dois cones simétricos, um de comprimento de 290 milímetros, outro de 190 milímetros; e um cone assimétrico de comprimento 290 milímetros, simulando uma fuselagem traseira onde sua parte superior é mantida na mesma altura da fuselagem central, desde a seção de junção até o fim da estrutura da aeronave.

Figura 65. Fuselagem traseira simétrica, comprimento 290 milímetros (“traseira maior”)

Figura 66. Fuselagem traseira simétrica, comprimento 190 milímetros (“traseira menor”)

Figura 67. Fuselagem traseira assimétrica, comprimento 290 milímetros (“traseira assimétrica”)

Podemos então arranjar seis configurações distintas de fuselagem, as quais estão esquematizadas e identificadas nas figuras abaixo, considerando o sentido de voo para a direita. Estas identificações (configuração 1, configuração 2,...) serão utilizadas nas seções posteriores do trabalho.

Figura 68. Configuração 1: dianteira maior e traseira maior, comprimento total de 690 milímetros

Figura 69. Configuração 2: dianteira maior e traseira menor, comprimento total de 590 milímetros

Figura 70. Configuração 3: dianteira maior e traseira assimétrica, comprimento total de 690 milímetros

Figura 71. Configuração 4: dianteira menor e traseira maior, comprimento total de 590 milímetros

Figura 72. Configuração 5: dianteira menor e traseira menor, comprimento total de 490 milímetros

Figura 73. Configuração 6: dianteira menor e traseira assimétrica, comprimento total de 590 milímetros

4.3 O TÚNEL DE VENTO

O túnel de vento utilizado para os ensaios experimentais localiza-se nas instalações do Departamento de Engenharia Aeronáutica da EESC, no Campus II da Universidade de São Paulo (USP). É um túnel de vento de baixa velocidade, circuito aberto, com seção de testes fechada e formato quadrangular de largura e altura iguais a 0,46 metros, com a presença de chanfros nos cantos, pequenos o bastante em relação ao tamanho da seção de testes a ponto de não serem considerados para efeito de cálculo (CATALANO⁹, 2008, informação verbal).

Figura 74. Túnel de vento utilizado para os ensaios

Figura 75. Asa posicionada na seção de testes do túnel de vento

⁹ Informação fornecida por Catalano, dezembro de 2008.

Figura 76. Vista traseira de conjunto asa e fuselagem na seção de testes do túnel de vento

Devido ao lado em que a balança é posicionada em relação ao túnel e ao lado em que o eixo foi inserido durante a construção da asa, os modelos foram ensaiados sofrendo uma rotação de 180 graus em seu eixo lateral (de “ponta cabeça”).

O acionamento e controle da rotação do motor para regulação da velocidade do fluxo de ar dentro do túnel é realizado através de um inversor de frequência.

Figura 77. Inversor de frequência para acionamento e controle de rotação do motor do túnel de vento

4.4 BALANÇA AERODINÂMICA E MANÔMETRO

Uma balança aerodinâmica acoplada ao eixo da asa com capacidade para medir em newtons três componentes de força F (*fore*, *aft* e *drag*), e um manômetro digital medindo a pressão dinâmica em pascal com precisão de uma casa decimal, através de um sistema pitot-estático, foram utilizados para a aquisição dos dados necessários. As forças F_{fore} e F_{aft} são as componentes verticais de força, separadas do eixo de rotação da asa por um braço de alavanca de 0,0635 metros. Quando somadas resultam na força de sustentação agindo sobre o modelo ensaiado na seção de testes, e quando seus momentos em relação ao eixo de rotação da asa são subtraídos, resultam no momento de arfagem agindo sobre o modelo. A força F_{drag} é a componente do arrasto.

Figura 78. Balança aerodinâmica e manômetro digital

Figura 79. Eixo da asa acoplado a balança

Os valores de força em newtons medidos pela balança eram exibidos em um mostrador digital de duas casas decimais.

Figura 80. Mostrador digital da balança aerodinâmica

Um computador portátil foi utilizado para registrar os valores de força fornecidos pela balança e as pressões indicadas no manômetro digital. Abaixo, uma vista geral do sistema de aquisição de dados.

Figura 81. Sistema de aquisição de dados

5 METODOLOGIA

5.1 PROCEDIMENTO ADOTADO

Para determinar o centro aerodinâmico dos modelos de asa e configurações 1 a 6 através de ensaios em túnel de vento, aplicou-se o método experimental de Barlow, Rae e Pope (1999) visto na seção 3.3.2, onde o centro aerodinâmico ac em fração da corda é obtido através da equação (45), sendo tr a posição do ponto de rotação da asa em fração da corda e (dC_{Mtr}/dC_L) a taxa de variação do coeficiente de arfagem em função do coeficiente de sustentação no mesmo ponto. Passaremos a chamar C_{Mtr} simplesmente de C_M em toda a seção 5.

A asa sozinha foi ensaiada em ângulos de ataque de -6 a 20 graus, sendo que para a faixa entre -6 e 10 graus os incrementos foram de 2 graus, e para a faixa de 10 a 20 graus os incrementos foram de um grau. Os ângulos de ataque durante o ensaio das configurações 1 a 6 variaram de -3 a 17 graus, com incrementos de 2 graus. Todos os ângulos de ataque foram corrigidos de acordo com a metodologia da seção 5.5.2, e seus valores estão disponíveis no Apêndice L.

A cada ângulo de ataque, foram lidos no mostrador da balança e registrados os valores em newtons das forças F_{fore} , F_{aft} e F_{drag} , além das pressões dinâmicas P_{din} em pascal fornecidas pelo manômetro digital, corrigidas posteriormente de acordo com a seção 5.5.1.

Aplicaram-se em seguida aos modelos, os métodos teóricos abordados nas seções 3.4.1 a 3.4.7, seguidos de uma análise comparativa dos resultados e a conclusão do trabalho.

5.2 CONDIÇÕES PARA REALIZAÇÃO DOS EXPERIMENTOS

As pressões dinâmicas corrigidas variaram durante os ensaios na faixa de 167,0 a 179,7 pascal. De acordo com Houghton e Carpenter (2003), temos a seguinte equação:

$$P_{din} = \frac{\rho \cdot V^2}{2} \quad (87)$$

Onde V é a velocidade do escoamento e ρ é a densidade do ar, calculada através do método descrito a seguir enunciado por Hale (1984), utilizando propriedades da atmosfera padrão. O município de São Carlos localiza-se a uma altitude média de 830 metros de altura, segundo dados da referência Clima... (2008). De acordo com Hale (1984), a razão entre a densidade do ar em uma altitude de 1520 metros e a densidade do ar ao nível do mar ($\rho_0 = 1,226 \text{ kg/m}^3$) é de 0,862; interpolando para 830 metros com o outro ponto inicial sendo a altitude zero metros e razão entre densidades igual a um, obtemos uma razão entre densidades do ar de 0,925. Logo:

$$\rho = 0,925 \cdot \rho_0 = 0,925 \cdot 1,226 \rightarrow \rho = 1,134 \text{ kg/m}^3$$

Substituindo a densidade ρ e os valores máximo e mínimo de P_{din} na equação (87), temos:

$$V_{min} = 17,16 \text{ m/s}$$

$$V_{max} = 17,80 \text{ m/s}$$

Fox, Mcdonald e Pritchard (2006) definem o Número de Reynolds como:

$$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot l}{\mu} \quad (88)$$

Onde l é o comprimento característico (adotaremos como a corda da asa, $c = 0,148$ metros) e μ é a viscosidade dinâmica do ar. De acordo com Muñoz (2004), para uma temperatura de 297,7 Kelvin (aproximadamente 25 graus Celsius), tem-se $\mu = 1,753 \cdot 10^{-5} \text{ N.s/m}^2$, valor adotado para os cálculos seguintes.

Conclui-se então que a faixa do Número de Reynolds para os ensaios variou entre os valores Re_{min} e Re_{max} abaixo:

$$Re_{min} = \frac{\rho \cdot V_{min} \cdot c}{\mu} = \frac{1,134 \cdot 17,16 \cdot 0,148}{1,753 \cdot 10^{-5}} \rightarrow Re_{min} = 164289$$

$$Re_{max} = \frac{\rho \cdot V_{max} \cdot c}{\mu} = \frac{1,134 \cdot 17,80 \cdot 0,148}{1,753 \cdot 10^{-5}} \rightarrow Re_{min} = 170416$$

5.3 DETALHAMENTO DO CÁLCULO PARA O EXPERIMENTO DA ASA SOZINHA

A soma das forças F_{fore} e F_{aft} é a força de sustentação total L atuante na asa, registrada para cada ângulo de ataque.

Sabendo que a força de sustentação L é dada por:

$$L = P_{din} \cdot A \cdot C_L \quad (89)$$

Onde A é a área de planta da asa, igual a $0,056 \text{ m}^2$ e C_L é o coeficiente de sustentação, este pode ser calculado para cada ângulo de ataque substituindo os valores medidos de L e P_{din} na equação abaixo:

$$C_L = \frac{F_{fore} + F_{aft}}{P_{din} \cdot 0,056} \quad (90)$$

Já o momento de arfagem M resultante sobre o eixo da asa acoplada à balança é a diferença entre os momentos produzidos pelas forças F_{fore} e F_{aft} . Sabendo que o braço de alavanca na balança para ambas as forças é $d = 0,0635$ metros em relação ao centro do eixo, temos que:

$$M = d \cdot (F_{fore} - F_{aft}) \rightarrow M = 0,0635 \cdot (F_{fore} - F_{aft}) \quad (91)$$

Para cada ângulo de ataque, calculou-se seu respectivo coeficiente de momento C_M através da equação do momento de arfagem para um perfil aerodinâmico:

$$M = P_{din} \cdot A \cdot C_M \cdot c \rightarrow C_M = \frac{0,0635 \cdot (F_{fore} - F_{aft})}{P_{din} \cdot 0,056 \cdot 0,148} \quad (92)$$

Onde c é a corda da asa, de $0,148$ metros.

De posse dos valores de C_L e C_M , obteve-se o gráfico do coeficiente de momento em função do coeficiente de sustentação, bem como a equação da linha de tendência dos pontos experimentais através de regressão linear, utilizando o método dos mínimos quadrados em programa computacional para análise estatística. Os pontos utilizados para a construção do gráfico se compreendem na faixa de -4 a 10 graus de ângulo de ataque, levando em consideração a remota possibilidade de um avião da categoria leve atingir atitudes menores ou maiores do que estas em voo, somada ao fato que, para os pontos experimentais além destes limites, a relação entre C_M e C_L tende não ser linear (a linearidade entre C_M e C_L é condição de restrição para a aplicação de alguns dos métodos teóricos). A inclinação da curva (derivada da equação da linha de tendência exibida no gráfico) corresponde à taxa de variação (dC_M / dC_L) , e quando subtraída da posição do eixo de rotação da asa em fração da corda resulta na posição experimental do centro aerodinâmico.

5.4 CONSIDERAÇÕES SOBRE OS EXPERIMENTOS DAS CONFIGURAÇÕES ASA MAIS FUSELAGEM

Para os ensaios das configurações 1 a 6 dos modelos de asa mais fuselagem, o procedimento adotado foi o mesmo do descrito na seção 5.3, salvo a particularidade de que os pontos utilizados para a construção do gráfico do coeficiente de momento em função do coeficiente de sustentação compreenderam-se na faixa de -3 a 9 graus de ângulo de ataque.

Um ponto a salientar sobre as configurações de asa mais fuselagem é que, embora o encaixe da fuselagem central proporcione um ganho de 8 milímetros na semi-envergadura, aumentando a área de referência da asa utilizada para os cálculos de $0,056 \text{ m}^2$ para $0,057 \text{ m}^2$, foi verificado que esta modificação não tem influência sobre o valor da derivada do coeficiente de momento em relação ao coeficiente de sustentação no eixo de rotação do modelo, e conseqüentemente, sobre a variação na posição do centro aerodinâmico, pois ambos coeficientes são dependentes da área de referência da asa em igual forma.

Aplicaram-se, em seguida, aos modelos das configurações de 1 a 6, os métodos teóricos descritos nas seções 3.4.1 a 3.4.7 para prever a variação na posição do centro aerodinâmico da asa devido à fuselagem, seguidos de uma análise comparativa entre os resultados teóricos e experimentais e a conclusão do trabalho.

5.5 CORREÇÕES PARA O TÚNEL DE VENTO

Segundo Muñoz (2004, p.38):

Quando um corpo desloca-se em uma massa de ar, existe uma expansão do fluxo. Num túnel de vento, as paredes e geometria da câmara de ensaio geram limitações ao escoamento de ar impedindo a expansão do escoamento ao passar pelo modelo. Como resultado desta limitação obtém-se alterações na velocidade do fluxo, no arrasto e no ângulo de ataque efetivo do modelo. Existe então a necessidade de realizar correções para que os resultados obtidos no túnel de vento possam ser representativos à realidade.

Desenvolvemos nas seções seguintes as correções necessárias devido às alterações na velocidade do fluxo de ar (pressão dinâmica) e ângulo de ataque do modelo. O arrasto, embora tenha sido medido durante o experimento, não foi utilizado em nenhuma das etapas de cálculo do trabalho, por isto não consideramos suas correções.

5.5.1 Correção para a pressão dinâmica

Barlow, Rae e Pope (1999) enunciam que a presença do modelo na seção de testes reduz a área na qual o ar deve escoar, aumentando assim sua velocidade sobre o modelo e também a pressão dinâmica. A este efeito dá-se o nome de bloqueio sólido. Para uma asa, o fator de bloqueio sólido tridimensional é dado por:

$$\epsilon_{sbW} = \frac{K_1 \cdot \tau_1 \cdot V_W}{C^{3/2}} \quad (93)$$

Onde K_1 é o fator de forma do corpo, obtido pela figura 82:

Figura 82. Fatores de forma para correção da pressão dinâmica em túnel de vento
Fonte: Barlow, Rae e Pope (1999)

O fator τ_1 depende da razão entre a largura B e a altura H do túnel e também da razão entre a envergadura b do modelo e B , conforme figura 83:

Figura 83. Valores de τ_1 para vários tipos de túnel
Fonte: Barlow, Rae e Pope (1999)

V_W é o volume da asa, que segundo Muñoz (2004) pode ser calculado pela equação:

$$V_W = 0,7 \cdot t \cdot c \cdot b \quad (94)$$

Onde t é a espessura máxima (no caso do GA(W)-1, igual a $0,17 \cdot c$), c é a corda e b a envergadura.

E C é a área da seção de testes.

Da figura 82, para um aerofólio da família NACA 65 com razão de espessura $t/c = 0,17$, de características comparáveis ao aerofólio GA(W)-1 utilizado no presente trabalho conforme relatado por McGhee e Beasley (1973), temos:

$$K_I = 1,04$$

O autor enuncia que as correções para bloqueio sólido sobre os dados obtidos em túnel de vento para um meio modelo são realizadas considerando como se o modelo completo estivesse em um túnel de vento com o dobro da largura. Desta forma, temos para a razão $b/B = (2,0,377)/(2,0,460) = 0,82$ e utilizando a curva para $B/H = (2,0,46)/(0,46) = 2$, obtemos da figura 83:

$$\tau_1 = 0,96$$

O volume da asa para a envergadura duplicada desta condição é:

$$V_W = 0,7 \cdot (0,17 \cdot 0,148) \cdot 0,148 \cdot (2,0,377) = 0,00197 \text{ m}^3$$

E a área da seção de testes do túnel para o dobro da largura é:

$$C = 2 \cdot (0,46 \cdot 0,46) = 0,423 \text{ m}^2$$

Logo, temos:

$$\epsilon_{sb W} = \frac{1,04.0,96.0,00197}{0,423^{3/2}} \rightarrow \epsilon_{sb W} = 1,653.10^{-3}$$

Para corpos de revolução, o bloqueio sólido tridimensional é dado por:

$$\epsilon_{sb B} = \frac{K_3 \cdot \tau_1 \cdot V_B}{C^{3/2}} \quad (95)$$

Onde K_3 é obtido através da figura 82, τ_1 é obtido da figura 83 para $b/B = 0$, V_B é o volume do corpo que pode ser aproximado por $0,45 \cdot l \cdot d^2$ (onde l é o comprimento do corpo e d seu diâmetro máximo), e C é a área da seção de testes. Para as configurações 1 a 6, o bloqueio sólido tridimensional da fuselagem foi calculado abaixo, sendo que este apresenta igual resultado para o par de configurações 1 e 3 e também para a trinca de configurações 2, 4 e 6, devido aos iguais comprimento e diâmetro máximo da fuselagem nestas configurações.

$$\epsilon_{sb B1,3} = \frac{0,98.1,03.0,00175}{0,423^{3/2}} \rightarrow \epsilon_{sb B1,3} = 1,485.10^{-3}$$

$$\epsilon_{sb B2,4,6} = \frac{1,00.1,03.0,00149}{0,423^{3/2}} \rightarrow \epsilon_{sb B2,4,6} = 1,296.10^{-3}$$

$$\epsilon_{sb B5} = \frac{1,03.1,03.0,00124}{0,423^{3/2}} \rightarrow \epsilon_{sb B5} = 1,108.10^{-3}$$

De acordo com Barlow, Rae e Pope (1999), para combinações de asa mais fuselagem, o bloqueio sólido tridimensional total ϵ_T é simplesmente a soma de cada componente determinado acima:

$$\epsilon_T = \epsilon_{sb W} + \epsilon_{sb B} \quad (96)$$

Logo, para a asa sozinha (subscrito W) e para as configurações de 1 a 6, temos:

$$\epsilon_{TW} = 1,653.10^{-3} + 0 \rightarrow \epsilon_{TW} = 1,653.10^{-3}$$

$$\epsilon_{T1,3} = 1,653.10^{-3} + 1,485.10^{-3} \rightarrow \epsilon_{T1,3} = 3,138.10^{-3}$$

$$\epsilon_{T2,4,6} = 1,653.10^{-3} + 1,296.10^{-3} \rightarrow \epsilon_{T1,3} = 2,949.10^{-3}$$

$$\epsilon_{T5} = 1,653.10^{-3} + 1,108.10^{-3} \rightarrow \epsilon_{T1,3} = 2,761.10^{-3}$$

Obtemos o valor corrigido da pressão dinâmica q_C a partir do valor medido pelo manômetro digital no túnel de vento q_A através da seguinte equação:

$$q_C = q_A \cdot (1 + \epsilon_T)^2 \quad (97)$$

Todas as pressões dinâmicas obtidas durante o experimento pela leitura direta do manômetro digital foram corrigidas de acordo com a equação (97), tanto para asa sozinha, como para as configurações de 1 a 6. Seus valores estão disponíveis no Apêndice L.

5.5.2 Correção para o ângulo de ataque

A correção do ângulo de ataque devido ao efeito das paredes do túnel sobre o modelo foi baseada na equação abaixo proposta por Barlow, Rae e Pope (1999) através da utilização do método de imagens aplicado a um túnel de vento de seção retangular fechada.

$$\Delta\alpha_i = \frac{S}{8 \cdot \pi \cdot \left(\frac{r}{h}\right) \cdot \left(\frac{b}{B}\right) \cdot (h \cdot B)} \cdot C_L \quad (98)$$

Figura 84. Sistema de imagens para uma seção de testes retangular fechada
Fonte: Barlow, Rae e Pope (1999)

Onde $\Delta\alpha_i$ é o aumento induzido no ângulo de ataque sob a linha de centro da seção de testes do túnel em formato adimensional, S é a área de referência da asa (no caso, sua área de planta), C_L seu coeficiente de sustentação, h é altura e B é a largura da seção de testes do túnel de vento, b é a envergadura da asa, e r é a distância entre os vórtices de esteira da asa no sistema de imagens, que pode ser calculado abaixo segundo Houghton e Carpenter (2003):

$$r = \left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot b \quad (99)$$

Considerando a imagem refletida do meio modelo e da seção de testes do túnel para a aplicação desta metodologia, temos para os ensaios da asa sozinha:

$$\Delta\alpha_{iW} = \frac{2,0,056}{8 \cdot \pi \cdot \left[\frac{(\pi/4) \cdot 2,0,377}{0,46}\right] \cdot \left(\frac{2,0,377}{2,0,46}\right) \cdot [0,46 \cdot (2,0,46)]} \cdot C_L \rightarrow \Delta\alpha_i = 9,980 \cdot 10^{-3} \cdot C_L$$

Para as configurações de 1 a 6, devido a um aumento de 8 milímetros na envergadura do meio modelo e consequentemente na área de referência da asa devido ao encaixe da montagem, temos o fator de correção:

$$\Delta\alpha_{i1a6} = \frac{2.0,057}{8.\pi.\left[\frac{(\pi/4).2.0,385}{0,46}\right].\left(\frac{2.0,385}{2.0,46}\right).[0,46.(2.0,46)]}.C_L \rightarrow \Delta\alpha_i = 9,741.10^{-3}.C_L$$

Estas correções foram aplicadas a todos os ângulos de ataque dos ensaios, e seus valores estão disponíveis no Apêndice L.

6 RESULTADOS

6.1 ENSAIOS EXPERIMENTAIS

Apresentamos abaixo os resultados obtidos através de ensaios em túnel de vento para a variação do coeficiente de momento em função do coeficiente de sustentação e as respectivas posições dos centros aerodinâmicos para a asa sozinha e configurações 1 a 6.

Para a configuração 6, o ponto relativo ao ângulo de ataque de 5 graus e 02 minutos (par ordenado $C_L = 0,66$; $C_M = -0,05$) foi excluído por ser considerado um dado suspeito, de acordo com análise realizada sobre o gráfico de dispersão e coeficiente de correlação da regressão linear, conforme sugerido por Lapponi (2005).

Figura 85. Variação do coeficiente de momento em função do coeficiente de sustentação para a asa

$$ac_{asa} = tr - (dC_M / dC_L)_{asa} = 0,284 - 0,0469 \rightarrow ac_{asa} = 0,237$$

Figura 86. Variação do coeficiente de momento em função do coeficiente de sustentação para a configuração 1

$$ac_{conf.1} = tr - (dC_M / dC_L)_{conf.1} = 0,284 - 0,1028 \rightarrow ac_{conf.1} = 0,181$$

Figura 87. Variação do coeficiente de momento em função do coeficiente de sustentação para a configuração 2

$$ac_{conf.2} = tr - (dC_M / dC_L)_{conf.2} = 0,284 - 0,0868 \rightarrow ac_{conf.2} = 0,197$$

Figura 88. Variação do coeficiente de momento em função do coeficiente de sustentação para a configuração 3

$$ac_{conf.3} = tr - (dC_M / dC_L)_{conf.3} = 0,284 - 0,093 \rightarrow ac_{conf.3} = 0,191$$

Figura 89. Variação do coeficiente de momento em função do coeficiente de sustentação para a configuração 4

$$ac_{conf.4} = tr - (dC_M / dC_L)_{conf.4} = 0,284 - 0,0957 \rightarrow ac_{conf.4} = 0,188$$

Figura 90. Variação do coeficiente de momento em função do coeficiente de sustentação para a configuração 5

$$ac_{conf.5} = tr - (dC_M / dC_L)_{conf.5} = 0,284 - 0,0907 \rightarrow ac_{conf.5} = 0,193$$

Figura 91. Variação do coeficiente de momento em função do coeficiente de sustentação para a configuração 6

$$ac_{conf.6} = tr - (dC_M / dC_L)_{conf.6} = 0,284 - 0,0785 \rightarrow ac_{conf.6} = 0,205$$

6.2 MÉTODOS TEÓRICOS

Como alguns métodos teóricos já incluem o sinal negativo no resultado da variação da posição do centro aerodinâmico e outros não, a fim de padronizar o formato da equação final optou-se por subtrair da posição do centro aerodinâmico da asa sozinha (ac_{asa}) o módulo da variação obtida por cada método; desta forma, a posição do centro aerodinâmico do conjunto asa e fuselagem $ac_{asa+fus}$ em fração da corda é dada por:

$$ac_{asa+fus} = ac_{asa} - |variação\ de\ cada\ método| \quad (100)$$

Uma exceção ocorre para o método por Diehl, onde o resultado final do método ($\Delta X_{a.c.}$) já é a posição do centro aerodinâmico da combinação asa mais fuselagem, porém em fração de corda da asa à frente do eixo de um quarto de corda, devendo ser convertida para fração de corda atrás do bordo de ataque, como é a atual convenção.

6.2.1 O método por Diehl

Dados constantes para todas as configurações de fuselagens:

$$c = 0,148\ m$$

$$S = 0,114\ m^2$$

Configuração 1:

$$X = 0,263\ m$$

$$L = 0,690\ m$$

$$A = 0,0356\ m^2$$

Logo, aplicando-se os dados acima à equação (49):

$$\Delta X_{a.c.} = -0,080 \cdot \left(\frac{0,263}{0,690}\right) \cdot \left(\frac{0,0356}{0,114}\right) \cdot \left(\frac{0,690}{0,148}\right)$$

$$\Delta X_{a.c.} = -0,0444$$

Convertendo a posição do centro aerodinâmico para fração de corda atrás do bordo de ataque, e chamando a nova posição de $ac_{asa+fus}$:

$$ac_{asa+fus} = c/4 - |\Delta X_{a.c.}| = 0,250 - 0,0444$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,206$$

Configuração 2:

$$X = 0,263 \text{ m}$$

$$L = 0,590 \text{ m}$$

$$A = 0,0318 \text{ m}^2$$

Logo, aplicando-se os dados acima à equação (49):

$$\Delta X_{a.c.} = -0,080 \cdot \left(\frac{0,263}{0,590}\right) \cdot \left(\frac{0,0318}{0,114}\right) \cdot \left(\frac{0,590}{0,148}\right)$$

$$\Delta X_{a.c.} = -0,0397$$

Convertendo a posição do centro aerodinâmico para fração de corda atrás do bordo de ataque, e chamando a nova posição de $ac_{asa+fus}$:

$$ac_{asa+fus} = c/4 - |\Delta X_{a.c.}| = 0,250 - 0,0397$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,210$$

Configuração 3: para este método teórico, o fato da fuselagem traseira ser assimétrica não influencia na posição do centro aerodinâmico. Como a fuselagem traseira assimétrica possui o mesmo comprimento da fuselagem traseira maior, a posição do centro aerodinâmico é o mesmo da configuração 1.

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,206$$

Configuração 4:

$$X = 0,163 \text{ m}$$

$$L = 0,590 \text{ m}$$

$$A = 0,0312 \text{ m}^2$$

Logo, aplicando-se os dados acima à equação (49):

$$\Delta X_{a.c.} = -0,080 \cdot \left(\frac{0,163}{0,590}\right) \cdot \left(\frac{0,0312}{0,114}\right) \cdot \left(\frac{0,590}{0,148}\right)$$

$$\Delta X_{a.c.} = -0,0241$$

Convertendo a posição do centro aerodinâmico para fração de corda atrás do bordo de ataque, e chamando a nova posição de $ac_{asa+fus}$:

$$ac_{asa+fus} = c/4 - |\Delta X_{a.c.}| = 0,250 - 0,0241$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,226$$

Configuração 5:

$$X = 0,163 \text{ m}$$

$$L = 0,490 \text{ m}$$

$$A = 0,0274 \text{ m}^2$$

Logo, aplicando-se os dados acima à equação (49):

$$\Delta X_{a.c.} = -0,080 \cdot \left(\frac{0,163}{0,490}\right) \cdot \left(\frac{0,0274}{0,114}\right) \cdot \left(\frac{0,490}{0,148}\right)$$

$$\Delta X_{a.c.} = -0,0212$$

Convertendo a posição do centro aerodinâmico para fração de corda atrás do bordo de ataque, e chamando a nova posição de $ac_{asa+fus}$:

$$ac_{asa+fus} = c/4 - |\Delta X_{a.c.}| = 0,250 - 0,0212$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,229$$

Configuração 6: para este método teórico, o fato da fuselagem traseira ser assimétrica não influencia na posição do centro aerodinâmico. Como a fuselagem traseira assimétrica possui o mesmo comprimento da fuselagem traseira maior, a posição do centro aerodinâmico é o mesmo da configuração 4.

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,226$$

6.2.2 O método por Anscombe e Raney

Dados constantes para todas as configurações de fuselagens:

$$c = 0,148 \text{ m}$$

$$D = 0,075 \text{ m}$$

$$D/c = 0,507$$

$$b = 0,770 \text{ m (envergadura total, considerando a imagem refletida do meio modelo)}$$

$$\bar{c} = 0,148 \text{ m}$$

$$a = 4,091/\text{radiano (obtida dos ensaios experimentais)}$$

$$S = 0,114 \text{ m}^2$$

$$A = b/c = 5,203$$

Logo, da figura 34, temos:

$$k = 1,135$$

Logo, da figura 33, temos:

$$\left(\frac{\Delta_A}{\Delta_{10}}\right) = 0,86$$

Configuração 1:

$$m = 0,226 \text{ m}$$

$$n = 0,316 \text{ m}$$

Temos então:

$$m/c = 1,527$$

$$n/c = 2,135$$

Interpolando na figura 32, obtemos:

$$\Delta_{10} = 3,376$$

Logo, aplicando-se os dados acima à equação (50):

$$\Delta K_n = -3,376 \cdot (0,86) \cdot 1,135 \cdot \frac{0,148 \cdot 0,075^2}{4,091 \cdot 0,114 \cdot 0,148}$$

$$\Delta K_n = -0,0398$$

Portanto, o centro aerodinâmico desta configuração asa mais fuselagem é:

$$ac_{asa+fus} = ac_{asa} - |\Delta K_n| = 0,237 - 0,0398$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,197$$

Configuração 2:

$$m = 0,226 \text{ m}$$

$$n = 0,216 \text{ m}$$

Temos então:

$$m/c = 1,527$$

$$n/c = 1,459$$

Interpolando na figura 32, obtemos:

$$\Delta_{10} = 3,149$$

Logo, aplicando-se os dados acima à equação (50):

$$\Delta K_n = -3,149 \cdot (0,86) \cdot 1,135 \cdot \frac{0,148 \cdot 0,075^2}{4,091 \cdot 0,114 \cdot 0,148}$$

$$\Delta K_n = -0,0371$$

Portanto, o centro aerodinâmico desta configuração asa mais fuselagem é:

$$ac_{asa+fus} = ac_{asa} - |\Delta K_n| = 0,237 - 0,0371$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,200$$

Configuração 3:

$$m = 0,226 \text{ m}$$

$$n = 0,316 \text{ m}$$

Temos então:

$$m/c = 1,527$$

$$n/c = 2,135$$

Interpolando na figura 32 e levando em consideração que para a configuração 3 a fuselagem traseira é inclinada para cima devendo-se subtrair 0,22 de Δ_{10} a fim de que seu efeito seja levado em conta no cálculo de ΔK_n , obtemos:

$$\Delta_{10} = 3,376 - 0,22 \rightarrow \Delta_{10} = 3,156$$

Logo, aplicando-se os dados acima à equação (50):

$$\Delta K_n = -3,156 \cdot (0,86) \cdot 1,135 \cdot \frac{0,148 \cdot 0,075^2}{4,091 \cdot 0,114 \cdot 0,148}$$

$$\Delta K_n = -0,0372$$

Portanto, o centro aerodinâmico desta configuração asa mais fuselagem é:

$$ac_{asa+fus} = ac_{asa} - |\Delta K_n| = 0,237 - 0,0372$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,200$$

Configuração 4:

$$m = 0,126 \text{ m}$$

$$n = 0,316 \text{ m}$$

Temos então:

$$m/c = 0,851$$

$$n/c = 2,135$$

Interpolando na figura 32, obtemos:

$$\Delta_{10} = 2,168$$

Logo, aplicando-se os dados acima à equação (50):

$$\Delta K_n = -2,168 \cdot (0,86) \cdot 1,135 \cdot \frac{0,148 \cdot 0,075^2}{4,091 \cdot 0,114 \cdot 0,148}$$

$$\Delta K_n = -0,0255$$

Portanto, o centro aerodinâmico desta configuração asa mais fuselagem é:

$$ac_{asa+fus} = ac_{asa} - |\Delta K_n| = 0,237 - 0,0255$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,211$$

Configuração 5:

$$m = 0,126 \text{ m}$$

$$n = 0,216 \text{ m}$$

Temos então:

$$m/c = 0,851$$

$$n/c = 1,459$$

Interpolando na figura 32, obtemos:

$$\Delta_{10} = 1,924$$

Logo, aplicando-se os dados acima à equação (50):

$$\Delta K_n = -1,924 \cdot (0,86) \cdot 1,135 \cdot \frac{0,148 \cdot 0,075^2}{4,091 \cdot 0,114 \cdot 0,148}$$

$$\Delta K_n = -0,0227$$

Portanto, o centro aerodinâmico desta configuração asa mais fuselagem é:

$$ac_{asa+fus} = ac_{asa} - |\Delta K_n| = 0,237 - 0,0227$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,214$$

Configuração 6:

$$m = 0,126 \text{ m}$$

$$n = 0,316 \text{ m}$$

Temos então:

$$m/c = 0,851$$

$$n/c = 2,135$$

Interpolando na figura 32 e levando em consideração que para a configuração 6 a fuselagem traseira é inclinada para cima devendo-se subtrair 0,22 de Δ_{10} a fim de que seu efeito seja levado em conta no cálculo de ΔK_n , obtemos:

$$\Delta_{10} = 2,168 - 0,22 \rightarrow \Delta_{10} = 1,948$$

Logo, aplicando-se os dados acima à equação (50):

$$\Delta K_n = -1,948 \cdot (0,86) \cdot 1,135 \cdot \frac{0,148 \cdot 0,075^2}{4,091 \cdot 0,114 \cdot 0,148}$$

$$\Delta K_n = -0,0229$$

Portanto, o centro aerodinâmico desta configuração asa mais fuselagem é:

$$ac_{asa+fus} = ac_{asa} - |\Delta K_n| = 0,237 - 0,0229$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,214$$

6.2.3 O método por Torenbeek

Dados constantes para todas as configurações de fuselagens:

$$b_f = 0,075 \text{ m}$$

$$h_f = 0,075 \text{ m}$$

$$c = 0,148 \text{ m}$$

$$S = 0,114 \text{ m}^2$$

Como a asa é retangular, utilizaremos a equação (57) para o cálculo da variação do centro aerodinâmico em todas as configurações.

Configuração 1:

$$l_{fn} = 0,226 \text{ m}$$

$$(C_{L\alpha})_{wf} = 5,031/\text{radiano} \text{ (obtida dos ensaios experimentais)}$$

Logo, aplicando-se os dados acima à equação (57):

$$\left(\frac{\Delta x_{ac}}{c} \right) = -\frac{1,8}{5,031} \cdot \frac{0,075 \cdot 0,075 \cdot 0,226}{0,114 \cdot 0,148}$$

$$\left(\frac{\Delta x_{ac}}{c} \right) = -0,0270$$

Portanto, o centro aerodinâmico desta configuração asa mais fuselagem é:

$$ac_{asa+fus} = ac_{asa} - \left| \left(\frac{\Delta x_{ac}}{c} \right) \right| = 0,237 - 0,0270$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,210$$

Configuração 2:

$$l_{fn} = 0,226 \text{ m}$$

$$(C_{L\alpha})_{wf} = 5,357/\text{radiano} \text{ (obtida dos ensaios experimentais)}$$

Logo, aplicando-se os dados acima à equação (57):

$$\left(\frac{\Delta x_{ac}}{c} \right) = -\frac{1,8}{5,357} \cdot \frac{0,075 \cdot 0,075 \cdot 0,226}{0,114 \cdot 0,148}$$

$$\left(\frac{\Delta x_{ac}}{c} \right) = -0,0253$$

Portanto, o centro aerodinâmico desta configuração asa mais fuselagem é:

$$ac_{asa+fus} = ac_{asa} - \left| \left(\frac{\Delta x_{ac}}{c} \right) \right| = 0,237 - 0,0253$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,212$$

Configuração 3:

$$l_{fn} = 0,226 \text{ m}$$

$$(C_{L\alpha})_{wf} = 5,334/\text{radiano} \text{ (obtida dos ensaios experimentais)}$$

Logo, aplicando-se os dados acima à equação (57):

$$\left(\frac{\Delta x_{ac}}{c} \right) = -\frac{1,8}{5,334} \cdot \frac{0,075 \cdot 0,075 \cdot 0,226}{0,114 \cdot 0,148}$$

$$\left(\frac{\Delta x_{ac}}{c} \right) = -0,0254$$

Portanto, o centro aerodinâmico desta configuração asa mais fuselagem é:

$$ac_{asa+fus} = ac_{asa} - \left| \left(\frac{\Delta x_{ac}}{c} \right) \right| = 0,237 - 0,0254$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,211$$

Configuração 4:

$$l_{fn} = 0,126 \text{ m}$$

$$(C_{L\alpha})_{wf} = 5,099/\text{radiano} \text{ (obtida dos ensaios experimentais)}$$

Logo, aplicando-se os dados acima à equação (57):

$$\left(\frac{\Delta x_{ac}}{c} \right) = -\frac{1,8}{5,099} \cdot \frac{0,075 \cdot 0,075 \cdot 0,126}{0,114 \cdot 0,148}$$

$$\left(\frac{\Delta x_{ac}}{c} \right) = -0,0148$$

Portanto, o centro aerodinâmico desta configuração asa mais fuselagem é:

$$ac_{asa+fus} = ac_{asa} - \left| \left(\frac{\Delta x_{ac}}{c} \right) \right| = 0,237 - 0,0148$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,222$$

Configuração 5:

$$l_{fn} = 0,126 \text{ m}$$

$$(C_{L\alpha})_{wf} = 5,168/\text{radiano} \text{ (obtida dos ensaios experimentais)}$$

Logo, aplicando-se os dados acima à equação (57):

$$\left(\frac{\Delta x_{ac}}{\bar{c}} \right) = -\frac{1,8}{5,168} \cdot \frac{0,075 \cdot 0,075 \cdot 0,126}{0,114 \cdot 0,148}$$

$$\left(\frac{\Delta x_{ac}}{\bar{c}} \right) = -0,0146$$

Portanto, o centro aerodinâmico desta configuração asa mais fuselagem é:

$$ac_{asa+fus} = ac_{asa} - \left| \left(\frac{\Delta x_{ac}}{\bar{c}} \right) \right| = 0,237 - 0,0146$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,222$$

Configuração 6:

$$l_{fn} = 0,126 \text{ m}$$

$$(C_{L\alpha})_{wf} = 5,094/\text{radiano} \text{ (obtida dos ensaios experimentais)}$$

Logo, aplicando-se os dados acima à equação (57):

$$\left(\frac{\Delta x_{ac}}{\bar{c}} \right) = -\frac{1,8}{5,094} \cdot \frac{0,075 \cdot 0,075 \cdot 0,126}{0,114 \cdot 0,148}$$

$$\left(\frac{\Delta x_{ac}}{\bar{c}} \right) = -0,0149$$

Portanto, o centro aerodinâmico desta configuração asa mais fuselagem é:

$$ac_{asa+fus} = ac_{asa} - \left| \left(\frac{\Delta x_{ac}}{\bar{c}} \right) \right| = 0,237 - 0,0149$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,222$$

6.2.4 O método por Roskam

Para manter os coeficientes das equações deste método inalterados, foi adotado o Sistema Inglês de unidades nesta seção.

Dados constantes para todas as configurações de fuselagens:

$$S = 1,2267 \text{ ft}^2$$

$$\bar{c} = 0,486 \text{ ft}$$

$$c_f = 0,486 \text{ ft}$$

$$C_{L\alpha w} = 0,0714/\text{grau} = 4,091/\text{radiano} \text{ (obtida dos ensaios experimentais)}$$

$$A = 5,203$$

Configuração 1:

A figura 92 mostra a representação esquemática utilizada tomando por referência a figura 38, e logo a seguir suas dimensões características.

Figura 92. Representação esquemática para discretização da configuração 1

$$\Delta x_{i=1}^{i=5} = 0,1483 \text{ ft}$$

$$\Delta x_{i=6}^{i=9} = 0,2592 \text{ ft}$$

$$w_f(x_1) = 0,0955 \text{ ft}$$

$$w_f(x_2) = 0,1339 \text{ ft}$$

$$w_f(x_3) = 0,1722 \text{ ft}$$

$$w_f(x_4) = 0,2106 \text{ ft}$$

$$w_f(x_5) = 0,2461 \text{ ft}$$

$$w_f(x_6) = 0,2346 \text{ ft}$$

$$w_f(x_7) = 0,1677 \text{ ft}$$

$$w_f(x_8) = 0,1004 \text{ ft}$$

$$w_f(x_9) = 0,0335 \text{ ft}$$

$$x_1 = 0,6673 \text{ ft}$$

$$x_2 = 0,5190 \text{ ft}$$

$$x_3 = 0,3707 \text{ ft}$$

$$x_4 = 0,2224 \text{ ft}$$

$$x_5 = 0,0741 \text{ ft}$$

$$x_6 = 0,1296 \text{ ft}$$

$$x_7 = 0,3888 \text{ ft}$$

$$x_8 = 0,6480 \text{ ft}$$

$$x_9 = 0,9072 \text{ ft}$$

Para os respectivos valores de x_i/c_f e $\Delta x_5/c_f$, obtemos $d\bar{\varepsilon}/d\alpha$ da figura 39, corrigindo de acordo com a equação (63), pois $C_{L\alpha w} = 0,0714/\text{grau}$ (diferente de $0,08/\text{grau}$):

$$x_1/c_f = 1,37 \xrightarrow{\text{curva 1}} d\bar{\varepsilon}/d\alpha = 1,150 \xrightarrow{\text{correção}} d\bar{\varepsilon}/d\alpha = 1,026$$

$$x_2/c_f = 1,07 \xrightarrow{\text{curva 1}} d\bar{\varepsilon}/d\alpha = 1,180 \xrightarrow{\text{correção}} d\bar{\varepsilon}/d\alpha = 1,053$$

$$x_3/c_f = 0,76 \xrightarrow{\text{curva 1}} d\bar{\varepsilon}/d\alpha = 1,250 \xrightarrow{\text{correção}} d\bar{\varepsilon}/d\alpha = 1,116$$

$$x_4/c_f = 0,46 \xrightarrow{\text{curva 1}} d\bar{\varepsilon}/d\alpha = 1,400 \xrightarrow{\text{correção}} d\bar{\varepsilon}/d\alpha = 1,250$$

$$\Delta x_5/c_f = 0,31 \xrightarrow{\text{curva 2}} d\bar{\varepsilon}/d\alpha = 3,000 \xrightarrow{\text{correção}} d\bar{\varepsilon}/d\alpha = 2,678$$

Assumindo que $l_h = x_9 = 0,9072 \text{ ft}$, pois não há grupo de cauda nos modelos ensaiados, temos:

$$x_6/l_h = 0,14$$

$$x_7/l_h = 0,43$$

$$x_8/l_h = 0,71$$

$$x_9/l_h = 1,00$$

Adotamos a aproximação sugerida por Marques (2006) com $C_{L\alpha w}$ em 1/radiano:

$$\frac{d\varepsilon}{d\alpha} = \frac{2 \cdot C_{L\alpha w}}{\pi \cdot A} \quad (101)$$

Logo:

$$\frac{d\varepsilon}{d\alpha} = \frac{2.4,091}{\pi.5,203} \rightarrow \frac{d\varepsilon}{d\alpha} = 0,501$$

Podemos então calcular $\left. \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right|_i$ para os segmentos da fuselagem localizados após o bordo de ataque através da equação (62):

$$\left. \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right|_6 = 0,14.(1 - 0,501) = 0,071$$

$$\left. \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right|_7 = 0,43.(1 - 0,501) = 0,214$$

$$\left. \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right|_8 = 0,71.(1 - 0,501) = 0,357$$

$$\left. \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right|_9 = 1,00.(1 - 0,501) = 0,499$$

Calculamos os termos:

$$\left(w_f^2(x_1) \cdot \left. \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right|_1 \cdot \Delta x_1 \right) = 0,00139$$

$$\left(w_f^2(x_2) \cdot \left. \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right|_2 \cdot \Delta x_2 \right) = 0,00280$$

$$\left(w_f^2(x_3) \cdot \left. \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right|_3 \cdot \Delta x_3 \right) = 0,00491$$

$$\left(w_f^2(x_4) \cdot \left. \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right|_4 \cdot \Delta x_4 \right) = 0,00822$$

$$\left(w_f^2(x_5) \cdot \left. \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right|_5 \cdot \Delta x_5 \right) = 0,02404$$

$$\left(w_f^2(x_6) \cdot \left. \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right|_6 \cdot \Delta x_6 \right) = 0,00102$$

$$\left(w_f^2(x_7) \cdot \left. \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right|_7 \cdot \Delta x_7 \right) = 0,00156$$

$$\left(w_f^2(x_8) \cdot \left. \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right|_8 \cdot \Delta x_8 \right) = 0,00093$$

$$\left(w_f^2(x_9) \cdot \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \Big|_9 \cdot \Delta x_9 \right) = 0,00014$$

O somatório das parcelas de cada segmento é:

$$\sum_{i=1}^{i=9} w_f^2(x_i) \cdot \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \Big|_i \cdot \Delta x_i = 0,04501$$

Calculando-se a média das pressões dinâmicas $\bar{q}$ medidas durante os ensaios na faixa de -3 a 9 graus:

$$\bar{q} = 176,63 \text{ Pa} = 3,69 \text{ lbf/ft}^2$$

Temos então aplicando-se os respectivos valores na equação (61):

$$\frac{dM}{d\alpha} = \frac{3,69}{36,5} \cdot 0,04501 = 0,00455$$

Logo, aplicando-se os dados acima à equação (64):

$$\Delta \bar{X}_{ac_B} = \frac{-0,00455}{3,69 \cdot 1,2267 \cdot 0,486 \cdot 0,0714}$$

$$\Delta \bar{X}_{ac_B} = -0,0290$$

Portanto, o centro aerodinâmico desta configuração asa mais fuselagem é:

$$ac_{asa+fus} = ac_{asa} - \left| \Delta \bar{X}_{ac_B} \right| = 0,237 - 0,0290$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,208$$

Configuração 2:

A figura 93 mostra a representação esquemática utilizada tomando por referência a figura 38, e logo a seguir suas dimensões características.

Figura 93. Representação esquemática para discretização da configuração 2

$$\Delta x_{i=1}^{i=5} = 0,1483 \text{ ft}$$

$$\Delta x_{i=6}^{i=8} = 0,2362 \text{ ft}$$

$$w_f(x_1) = 0,0955 \text{ ft}$$

$$w_f(x_2) = 0,1339 \text{ ft}$$

$$w_f(x_3) = 0,1722 \text{ ft}$$

$$w_f(x_4) = 0,2106 \text{ ft}$$

$$w_f(x_5) = 0,2461 \text{ ft}$$

$$w_f(x_6) = 0,2333 \text{ ft}$$

$$w_f(x_7) = 0,1398 \text{ ft}$$

$$w_f(x_8) = 0,0466 \text{ ft}$$

$$x_1 = 0,6673 \text{ ft}$$

$$x_2 = 0,5190 \text{ ft}$$

$$x_3 = 0,3707 \text{ ft}$$

$$x_4 = 0,2224 \text{ ft}$$

$$x_5 = 0,0741 \text{ ft}$$

$$x_6 = 0,1181 \text{ ft}$$

$$x_7 = 0,3543 \text{ ft}$$

$$x_8 = 0,5906 \text{ ft}$$

Para os respectivos valores de x_i/c_f e $\Delta x_5/c_f$, obtemos $d\bar{\varepsilon}/d\alpha$ da figura 39, corrigindo de acordo com a equação (63), pois $C_{Law} = 0,0714/\text{grau}$ (diferente de $0,08/\text{grau}$):

$$x_1/c_f = 1,37 \xrightarrow{\text{curva 1}} d\bar{\varepsilon}/d\alpha = 1,150 \xrightarrow{\text{correção}} d\bar{\varepsilon}/d\alpha = 1,026$$

$$x_2/c_f = 1,07 \xrightarrow{\text{curva 1}} d\bar{\varepsilon}/d\alpha = 1,180 \xrightarrow{\text{correção}} d\bar{\varepsilon}/d\alpha = 1,053$$

$$x_3/c_f = 0,76 \xrightarrow{\text{curva 1}} d\bar{\varepsilon}/d\alpha = 1,250 \xrightarrow{\text{correção}} d\bar{\varepsilon}/d\alpha = 1,116$$

$$x_4/c_f = 0,46 \xrightarrow{\text{curva 1}} d\bar{\varepsilon}/d\alpha = 1,400 \xrightarrow{\text{correção}} d\bar{\varepsilon}/d\alpha = 1,250$$

$$\Delta x_5/c_f = 0,31 \xrightarrow{\text{curva 2}} d\bar{\varepsilon}/d\alpha = 3,000 \xrightarrow{\text{correção}} d\bar{\varepsilon}/d\alpha = 2,678$$

Assumindo que $l_h = x_8 = 0,5906 \text{ ft}$, pois não há grupo de cauda nos modelos ensaiados, temos:

$$x_6/l_h = 0,20$$

$$x_7/l_h = 0,60$$

$$x_8/l_h = 1,00$$

Adotando a aproximação sugerida por Marques (2006) de acordo com a equação (101), com C_{Law} em $1/\text{radiano}$, temos:

$$\frac{d\varepsilon}{d\alpha} = \frac{2.4,091}{\pi \cdot 5,203} \rightarrow \frac{d\varepsilon}{d\alpha} = 0,501$$

Podemos então calcular $d\bar{\varepsilon}/d\alpha$ para os segmentos da fuselagem localizados após o bordo de ataque através da equação (62):

$$\left. \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \right|_6 = 0,20 \cdot (1 - 0,501) = 0,100$$

$$\left. \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \right|_7 = 0,60 \cdot (1 - 0,501) = 0,300$$

$$\left. \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \right|_8 = 1,00 \cdot (1 - 0,501) = 0,499$$

Calculamos os termos:

$$\left(w_f^2(x_1) \cdot \left. \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \right|_1 \cdot \Delta x_1 \right) = 0,00139$$

$$\left(w_f^2(x_2) \cdot \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \Big|_2 \cdot \Delta x_2 \right) = 0,00280$$

$$\left(w_f^2(x_3) \cdot \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \Big|_3 \cdot \Delta x_3 \right) = 0,00491$$

$$\left(w_f^2(x_4) \cdot \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \Big|_4 \cdot \Delta x_4 \right) = 0,00822$$

$$\left(w_f^2(x_5) \cdot \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \Big|_5 \cdot \Delta x_5 \right) = 0,02404$$

$$\left(w_f^2(x_6) \cdot \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \Big|_6 \cdot \Delta x_6 \right) = 0,00128$$

$$\left(w_f^2(x_7) \cdot \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \Big|_7 \cdot \Delta x_7 \right) = 0,00138$$

$$\left(w_f^2(x_8) \cdot \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \Big|_8 \cdot \Delta x_8 \right) = 0,00026$$

O somatório das parcelas de cada segmento é:

$$\sum_{i=1}^{i=8} w_f^2(x_i) \cdot \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \Big|_i \cdot \Delta x_i = 0,04428$$

Calculando-se a média das pressões dinâmicas $\bar{q}$ medidas durante os ensaios na faixa de -3 a 9 graus:

$$\bar{q} = 176,42 \text{ Pa} = 3,69 \text{ lbf/ft}^2$$

Temos então aplicando-se os respectivos valores na equação (61):

$$\frac{dM}{d\alpha} = \frac{3,69}{36,5} \cdot 0,04428 = 0,00447$$

Logo, aplicando-se os dados acima à equação (64):

$$\Delta \bar{X}_{ac_B} = \frac{-0,00447}{3,69 \cdot 1,2267 \cdot 0,486 \cdot 0,0714}$$

$$\Delta \bar{X}_{ac_B} = -0,0285$$

Portanto, o centro aerodinâmico desta configuração asa mais fuselagem é:

$$ac_{asa+fus} = ac_{asa} - \left| \Delta \bar{X}_{ac_B} \right| = 0,237 - 0,0285$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,208$$

Configuração 3: para o método de Roskam, a única diferença entre os dados das configurações 1 e 3 é o valor para a pressão dinâmica média $\bar{q}$ obtido através dos ensaios em túnel de vento, sendo que para a configuração 3:

$$\bar{q} = 173,96 \text{ Pa} = 3,63 \text{ lbf/ft}^2$$

Temos então aplicando-se os respectivos valores na equação (61):

$$\frac{dM}{d\alpha} = \frac{3,63}{36,5} \cdot 0,04501 = 0,00448$$

Logo, aplicando-se os dados acima à equação (64):

$$\Delta \bar{X}_{ac_B} = \frac{-0,00448}{3,63 \cdot 1,2267 \cdot 0,486 \cdot 0,0714}$$

$$\Delta \bar{X}_{ac_B} = -0,0290$$

Portanto, o centro aerodinâmico desta configuração asa mais fuselagem é:

$$ac_{asa+fus} = ac_{asa} - \left| \Delta \bar{X}_{ac_B} \right| = 0,237 - 0,0290$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,208$$

Configuração 4:

A figura 94 mostra a representação esquemática utilizada tomando por referência a figura 38, e logo a seguir suas dimensões características.

Figura 94. Representação esquemática para discretização da configuração 4

$$\Delta x_{i=1}^{i=3} = 0,1378 \text{ ft}$$

$$\Delta x_{i=4}^{i=7} = 0,2592 \text{ ft}$$

$$w_f(x_1) = 0,1434 \text{ ft}$$

$$w_f(x_2) = 0,1982 \text{ ft}$$

$$w_f(x_3) = 0,2461 \text{ ft}$$

$$w_f(x_4) = 0,2346 \text{ ft}$$

$$w_f(x_5) = 0,1677 \text{ ft}$$

$$w_f(x_6) = 0,1004 \text{ ft}$$

$$w_f(x_7) = 0,0335 \text{ ft}$$

$$x_1 = 0,3445 \text{ ft}$$

$$x_2 = 0,2067 \text{ ft}$$

$$x_3 = 0,0689 \text{ ft}$$

$$x_4 = 0,1296 \text{ ft}$$

$$x_5 = 0,3888 \text{ ft}$$

$$x_6 = 0,6480 \text{ ft}$$

$$x_7 = 0,9072 \text{ ft}$$

Para os respectivos valores de x_i/c_f e $\Delta x_3/c_f$, obtemos $d\bar{\varepsilon}/d\alpha$ da figura 39, corrigindo de acordo com a equação (63), pois $C_{L\alpha w} = 0,0714/\text{grau}$ (diferente de $0,08/\text{grau}$):

$$x_1/c_f = 0,71 \xrightarrow{\text{curva 1}} d\bar{\varepsilon}/d\alpha = 1,275 \xrightarrow{\text{correção}} d\bar{\varepsilon}/d\alpha = 1,138$$

$$x_2/c_f = 0,43 \xrightarrow{\text{curva 1}} d\bar{\varepsilon}/d\alpha = 1,425 \xrightarrow{\text{correção}} d\bar{\varepsilon}/d\alpha = 1,272$$

$$\Delta x_3/c_f = 0,28 \xrightarrow{\text{curva 2}} d\bar{\varepsilon}/d\alpha = 3,150 \xrightarrow{\text{correção}} d\bar{\varepsilon}/d\alpha = 2,811$$

Assumindo que $l_h = x_7 = 0,9072 \text{ ft}$, pois não há grupo de cauda nos modelos ensaiados, temos:

$$x_4/l_h = 0,14$$

$$x_5/l_h = 0,43$$

$$x_6/l_h = 0,71$$

$$x_7/l_h = 1,00$$

Adotando a aproximação sugerida por Marques (2006) de acordo com a equação (101), com $C_{L\alpha w}$ em 1/radiano, temos:

$$\frac{d\varepsilon}{d\alpha} = \frac{2.4,091}{\pi \cdot 5,203} \rightarrow \frac{d\varepsilon}{d\alpha} = 0,501$$

Podemos então calcular $d\bar{\varepsilon}/d\alpha$ para os segmentos da fuselagem localizados após o bordo de ataque através da equação (62):

$$\left. \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \right|_4 = 0,14 \cdot (1 - 0,501) = 0,071$$

$$\left. \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \right|_5 = 0,43 \cdot (1 - 0,501) = 0,214$$

$$\left. \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \right|_6 = 0,71 \cdot (1 - 0,501) = 0,357$$

$$\left. \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \right|_7 = 1,00 \cdot (1 - 0,501) = 0,499$$

Calculamos os termos:

$$\left(w_f^2(x_1) \cdot \left. \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \right|_1 \cdot \Delta x_1 \right) = 0,00322$$

$$\left(w_f^2(x_2) \cdot \left. \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \right|_2 \cdot \Delta x_2 \right) = 0,00688$$

$$\left(w_f^2(x_3) \cdot \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \Big|_3 \cdot \Delta x_3 \right) = 0,02346$$

$$\left(w_f^2(x_4) \cdot \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \Big|_4 \cdot \Delta x_4 \right) = 0,00102$$

$$\left(w_f^2(x_5) \cdot \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \Big|_5 \cdot \Delta x_5 \right) = 0,00156$$

$$\left(w_f^2(x_6) \cdot \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \Big|_6 \cdot \Delta x_6 \right) = 0,00093$$

$$\left(w_f^2(x_7) \cdot \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \Big|_7 \cdot \Delta x_7 \right) = 0,00014$$

O somatório das parcelas de cada segmento é:

$$\sum_{i=1}^{i=7} w_f^2(x_i) \cdot \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \Big|_i \cdot \Delta x_i = 0,03721$$

Calculando-se a média das pressões dinâmicas $\bar{q}$ medidas durante os ensaios na faixa de -3 a 9 graus:

$$\bar{q} = 173,84 \text{ Pa} = 3,63 \text{ lbf/ft}^2$$

Temos então aplicando-se os respectivos valores na equação (61):

$$\frac{dM}{d\alpha} = \frac{3,63}{36,5} \cdot 0,03721 = 0,00370$$

Logo, aplicando-se os dados acima à equação (64):

$$\Delta \bar{X}_{ac_B} = \frac{-0,00370}{3,63 \cdot 1,2267 \cdot 0,486 \cdot 0,0714}$$

$$\Delta \bar{X}_{ac_B} = -0,0240$$

Portanto, o centro aerodinâmico desta configuração asa mais fuselagem é:

$$ac_{asa+fus} = ac_{asa} - \left| \Delta \bar{X}_{ac_B} \right| = 0,237 - 0,0240$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,213$$

Configuração 5:

A figura 95 mostra a representação esquemática utilizada tomando por referência a figura 38, e logo a seguir suas dimensões características.

Figura 95. Representação esquemática para discretização da configuração 5

$$\Delta x_{i=1}^{i=3} = 0,1378 \text{ ft}$$

$$\Delta x_{i=4}^{i=6} = 0,2362 \text{ ft}$$

$$w_f(x_1) = 0,1434 \text{ ft}$$

$$w_f(x_2) = 0,1982 \text{ ft}$$

$$w_f(x_3) = 0,2461 \text{ ft}$$

$$w_f(x_4) = 0,2333 \text{ ft}$$

$$w_f(x_5) = 0,1398 \text{ ft}$$

$$w_f(x_6) = 0,0466 \text{ ft}$$

$$x_1 = 0,3445 \text{ ft}$$

$$x_2 = 0,2067 \text{ ft}$$

$$x_3 = 0,0689 \text{ ft}$$

$$x_4 = 0,1181 \text{ ft}$$

$$x_5 = 0,3543 \text{ ft}$$

$$x_6 = 0,5906 \text{ ft}$$

Para os respectivos valores de x_i/c_f e $\Delta x_3/c_f$, obtemos $\bar{d\varepsilon}/d\alpha$ da figura 39, corrigindo de acordo com a equação (63), pois $C_{L\alpha w} = 0,0714/\text{grau}$ (diferente de $0,08/\text{grau}$):

$$x_1/c_f = 0,71 \xrightarrow{\text{curva 1}} \bar{d\varepsilon}/d\alpha = 1,275 \xrightarrow{\text{correção}} \bar{d\varepsilon}/d\alpha = 1,138$$

$$x_2/c_f = 0,43 \xrightarrow{\text{curva 1}} d\bar{\varepsilon}/d\alpha = 1,425 \xrightarrow{\text{correção}} d\bar{\varepsilon}/d\alpha = 1,272$$

$$\Delta x_3/c_f = 0,28 \xrightarrow{\text{curva 2}} d\bar{\varepsilon}/d\alpha = 3,150 \xrightarrow{\text{correção}} d\bar{\varepsilon}/d\alpha = 2,811$$

Assumindo que $l_h = x_6 = 0,5906$ ft, pois não há grupo de cauda nos modelos ensaiados, temos:

$$x_4/l_h = 0,20$$

$$x_5/l_h = 0,60$$

$$x_6/l_h = 1,00$$

Adotando a aproximação sugerida por Marques (2006) de acordo com a equação (101), com C_{Law} em 1/radiano, temos:

$$\frac{d\varepsilon}{d\alpha} = \frac{2.4,091}{\pi \cdot 5,203} \rightarrow \frac{d\varepsilon}{d\alpha} = 0,501$$

Podemos então calcular $d\bar{\varepsilon}/d\alpha$ para os segmentos da fuselagem localizados após o bordo de ataque através da equação (62):

$$\left. \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \right|_4 = 0,20 \cdot (1 - 0,500) = 0,100$$

$$\left. \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \right|_5 = 0,60 \cdot (1 - 0,500) = 0,300$$

$$\left. \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \right|_6 = 1,00 \cdot (1 - 0,500) = 0,499$$

Calculamos os termos:

$$\left(w_f^2(x_1) \cdot \left. \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \right|_1 \cdot \Delta x_1 \right) = 0,00322$$

$$\left(w_f^2(x_2) \cdot \left. \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \right|_2 \cdot \Delta x_2 \right) = 0,00688$$

$$\left(w_f^2(x_3) \cdot \left. \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \right|_3 \cdot \Delta x_3 \right) = 0,02346$$

$$\left(w_f^2(x_4) \cdot \left. \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \right|_4 \cdot \Delta x_4 \right) = 0,00128$$

$$\left(w_f^2(x_5) \cdot \left. \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \right|_5 \cdot \Delta x_5 \right) = 0,00138$$

$$\left(w_f^2(x_6) \cdot \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \Big|_6 \cdot \Delta x_6 \right) = 0,00026$$

O somatório das parcelas de cada segmento é:

$$\sum_{i=1}^{i=6} w_f^2(x_i) \cdot \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\alpha} \Big|_i \cdot \Delta x_i = 0,03648$$

Calculando-se a média das pressões dinâmicas $\bar{q}$ medidas durante os ensaios na faixa de -3 a 9 graus:

$$\bar{q} = 173,68 \text{ Pa} = 3,63 \text{ lbf/ft}^2$$

Temos então aplicando-se os respectivos valores na equação (61):

$$\frac{dM}{d\alpha} = \frac{3,63}{36,5} \cdot 0,03648 = 0,00363$$

Logo, aplicando-se os dados acima à equação (64):

$$\Delta \bar{X}_{ac_B} = \frac{-0,00363}{3,63 \cdot 1,2267 \cdot 0,486 \cdot 0,0714}$$

$$\Delta \bar{X}_{ac_B} = -0,0235$$

Portanto, o centro aerodinâmico desta configuração asa mais fuselagem é:

$$ac_{asa+fus} = ac_{asa} - \left| \Delta \bar{X}_{ac_B} \right| = 0,237 - 0,0235$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,213$$

Configuração 6: para o método de Roskam, a única diferença entre os dados das configurações 4 e 6 é o valor para a pressão dinâmica média $\bar{q}$ obtido através dos ensaios em túnel de vento, sendo que para a configuração 6:

$$\bar{q} = 173,32 \text{ Pa} = 3,62 \text{ lbf/ft}^2$$

Temos então aplicando-se os respectivos valores na equação (61):

$$\frac{dM}{d\alpha} = \frac{3,62}{36,5} \cdot 0,03721 = 0,00369$$

Logo, aplicando-se os dados acima à equação (64):

$$\Delta \bar{X}_{ac_B} = \frac{-0,00369}{3,62 \cdot 1,2267 \cdot 0,486 \cdot 0,0714}$$

$$\Delta \bar{X}_{ac_B} = -0,0240$$

Portanto, o centro aerodinâmico desta configuração asa mais fuselagem é:

$$ac_{asa+fus} = ac_{asa} - \left| \Delta \bar{X}_{ac_B} \right| = 0,237 - 0,0240$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,213$$

6.2.5 O método por Stinton

Dados constantes para todas as configurações de fuselagens:

$$w = 0,075 \text{ m}$$

$$\bar{c} = 0,148 \text{ m}$$

$$S = 0,114 \text{ m}^2$$

$$A = 5,203$$

Configuração 1:

$$l_{nariz} = 0,263 \text{ m}$$

Logo:

$$A_{nariz} = w/l_{nariz} = 0,285$$

A área do nariz S_{nariz} foi calculada através do programa para desenho mecânico utilizado para projetar as configurações de asa mais fuselagem.

$$S_{nariz} = 0,0144 \text{ m}^2$$

Logo, aplicando-se os dados acima à equação (66):

$$-\Delta h_0 = \frac{\{-0,75. [0,25.0,285 + 0,5. (0,285/5,203)]\}}{\{[0,25.0,285 + 0,5. (0,285/5,203)] + [0,114/0,0144]\}}$$

$$\Delta h_0 = -0,0092$$

Portanto, o centro aerodinâmico desta configuração asa mais fuselagem é:

$$ac_{asa+fus} = ac_{asa} - |\Delta h_0| = 0,237 - 0,0092$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,228$$

Configuração 2: o método de Stinton não contempla qualquer influência relativa a dimensão e forma da fuselagem traseira no cálculo da variação do centro aerodinâmico devido a fuselagem, logo a posição do centro aerodinâmico para esta configuração é a mesma da configuração 1.

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,228$$

Configuração 3: o mesmo fato observado para a configuração 2 também é válido para esta configuração.

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,228$$

Configuração 4:

$$l_{nariz} = 0,163 \text{ m}$$

Logo:

$$A_{nariz} = w/l_{nariz} = 0,460$$

A área do nariz S_{nariz} foi calculada através do programa para desenho mecânico utilizado para projetar as configurações de asa mais fuselagem.

$$S_{nariz} = 0,0100 \text{ m}^2$$

Logo, aplicando-se os dados acima à equação (66):

$$-\Delta h_0 = \frac{\{-0,75. [0,25.0,460 + 0,5. (0,460/5,203)]\}}{\{[0,25.0,460 + 0,5. (0,460/5,203)] + [0,114/0,0100]\}}$$

$$-\Delta h_0 = -0,0104$$

Portanto, o centro aerodinâmico desta configuração asa mais fuselagem é:

$$ac_{asa+fus} = ac_{asa} - |\Delta h_0| = 0,237 - 0,0104$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,227$$

Configuração 5: o método de Stinton não contempla qualquer influência relativa a dimensão e forma da fuselagem traseira no cálculo da variação do centro aerodinâmico devido a fuselagem, logo a posição do centro aerodinâmico para esta configuração é a mesma da configuração 4.

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,227$$

Configuração 6: o mesmo fato observado para a configuração 5 também é válido para esta configuração.

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,227$$

6.2.6 O método por Etkin

Dados constantes para todas as configurações de fuselagens:

$$S = 0,114 \text{ m}^2$$

$$w = 0,075 \text{ m}$$

$$\bar{c} = c = 0,148 \text{ m}$$

Configuração 1:

$$l = 0,69 \text{ m}$$

$$l_N = 0,263 \text{ m}$$

Temos então:

$$c/l = 0,214$$

$$l_N/l = 0,381$$

Interpolando do gráfico da figura 41:

$$-\Delta h_n \cdot (S \cdot \bar{c}/w \cdot c^2) = 0,504$$

Logo:

$$-\Delta h_n \cdot (0,114 \cdot 0,148 / 0,075 \cdot 0,148^2) = 0,504$$

$$\Delta h_n = -0,0490$$

Portanto, o centro aerodinâmico desta configuração asa mais fuselagem é:

$$ac_{asa+fus} = ac_{asa} - |\Delta h_n| = 0,237 - 0,0490$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,188$$

Configuração 2:

$$l = 0,59 \text{ m}$$

$$l_N = 0,263 \text{ m}$$

Temos então:

$$c/l = 0,251$$

$$l_N/l = 0,446$$

Interpolando do gráfico da figura 41:

$$-\Delta h_n \cdot (S \cdot \bar{c}/w \cdot c^2) = 0,491$$

Logo:

$$-\Delta h_n \cdot (0,114 \cdot 0,148 / 0,075 \cdot 0,148^2) = 0,491$$

$$\Delta h_n = -0,0479$$

Portanto, o centro aerodinâmico desta configuração asa mais fuselagem é:

$$ac_{asa+fus} = ac_{asa} - |\Delta h_n| = 0,237 - 0,0479$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,189$$

Configuração 3: para este método teórico, o fato da fuselagem traseira ser assimétrica não influencia na posição do centro aerodinâmico. Como a fuselagem traseira assimétrica possui o mesmo comprimento da fuselagem traseira maior, a posição do centro aerodinâmico é o mesmo da configuração 1.

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,188$$

Configuração 4:

$$l = 0,59 \text{ m}$$

$$l_N = 0,163 \text{ m}$$

Temos então:

$$c/l = 0,251$$

$$l_N/l = 0,276$$

Interpolando do gráfico da figura 41:

$$-\Delta h_n \cdot (S \cdot \bar{c} / w \cdot c^2) = 0,255$$

Logo:

$$-\Delta h_n \cdot (0,114 \cdot 0,148 / 0,075 \cdot 0,148^2) = 0,255$$

$$\Delta h_n = -0,0249$$

Portanto, o centro aerodinâmico desta configuração asa mais fuselagem é:

$$ac_{asa+fus} = ac_{asa} - |\Delta h_n| = 0,237 - 0,0249$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,212$$

Configuração 5:

$$l = 0,49 \text{ m}$$

$$l_N = 0,163 \text{ m}$$

Temos então:

$$c/l = 0,302$$

$$l_N/l = 0,333$$

Interpolando do gráfico da figura 41:

$$-\Delta h_n \cdot (S \cdot \bar{c}/w \cdot c^2) = 0,280$$

Logo:

$$-\Delta h_n \cdot (0,114 \cdot 0,148 / 0,075 \cdot 0,148^2) = 0,280$$

$$\Delta h_n = -0,0273$$

Portanto, o centro aerodinâmico desta configuração asa mais fuselagem é:

$$ac_{asa+fus} = ac_{asa} - |\Delta h_n| = 0,237 - 0,0273$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,210$$

Configuração 6: para este método teórico, o fato da fuselagem traseira ser assimétrica não influencia na posição do centro aerodinâmico. Como a fuselagem traseira assimétrica possui o mesmo comprimento da fuselagem traseira maior, a posição do centro aerodinâmico é o mesmo da configuração 4.

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,212$$

6.2.7 O método pelo Engineering Sciences Data Unit (ESDU)

Dados constantes para todas as configurações de fuselagens:

$$c_r = 0,148 \text{ m}$$

$$d = 0,075 \text{ m}$$

$$\bar{c} = 0,148 \text{ m}$$

$$a = 4,091/\text{radiano} \text{ (obtida dos ensaios experimentais)}$$

$$S = 0,114 \text{ m}^2$$

$$h = 0,075 \text{ m}$$

$$A = 5,203$$

Configuração 1:

$$m = 0,226 \text{ m}$$

$$n = 0,316 \text{ m}$$

Temos então:

$$m/c_r = 1,527$$

$$n/c_r = 2,135$$

Interpolando a figura 43 através de Interactive... (2008), obtemos (ver Apêndice A):

$$F = 3,310$$

Calculando-se a média das pressões dinâmicas medidas durante os ensaios na faixa de -3 a 9 graus, e considerando o valor para a densidade do ar calculada de acordo com a equação (87), obtemos a velocidade do escoamento:

$$P_{din} = \frac{\rho \cdot V^2}{2} \rightarrow 176,63 = \frac{1,134 \cdot V^2}{2} \rightarrow V = 17,65 \text{ m/s}$$

Maunsell (2005) enuncia que a velocidade c de propagação do som ao ar é obtida em função da temperatura T em kelvin através da seguinte equação:

$$c = 20,04 \cdot \sqrt{T} \quad (102)$$

Para as condições de realização dos ensaios, $T = 25 \text{ }^\circ\text{C} = 298 \text{ K}$. Logo:

$$c = 20,04 \cdot \sqrt{298} \rightarrow c = 345,94 \text{ m/s}$$

Então:

$$M = V/c = 17,65/345,94 \rightarrow M = 0,0510$$

Calculando o fator de compressibilidade β :

$$\beta = (1 - M^2)^{1/2} = (1 - 0,0510^2)^{1/2} \rightarrow \beta = 0,9987$$

Logo:

$$\frac{\beta \cdot d}{c_r} = 0,5061$$

Interpolando a figura 44 através de Interactive... (2008), obtemos (ver Apêndice E):

$$G = 1,151$$

Como $d/b = 0,0974$, calcula-se K_I interpolando-se os valores obtidos nas figuras 45, 46 e 47 através de Interactive... (2008) respectivamente para $d/b = 0,08$, $0,12$ e $0,16$ (ver Apêndices F, G, H). Como $A \cdot \tan \Lambda_{1/2} = 0$ e $\lambda = 1$, os valores de K_I obtidos respectivamente foram $0,000$, $0,001$ e $0,002$. Logo, temos através de interpolação linear para $d/b = 0,0974$:

$$K_I = 0,00044$$

Interpolando a figura 48 através de Interactive... (2008), observa-se que sempre que $A \cdot \tan \Lambda_{1/2} = 0$, o fator $K_2 = 0$, fato ocorrido em todas as configurações pela asa ser reta (ver Apêndice I).

Logo, aplicando-se os dados acima à equação (70):

$$\frac{\Delta x_h}{\bar{c}} = \frac{0,148 \cdot 0,075^2 \cdot 3,310 \cdot 1,151}{0,148 \cdot 4,091 \cdot 0,114} \cdot \left[1 + 0,15 \cdot \left(\frac{0,075}{0,075} - 1 \right) \right] - (0,00044 + 1,0)$$

$$\frac{\Delta x_h}{\bar{c}} = 0,0455$$

Portanto, o centro aerodinâmico desta configuração asa mais fuselagem é:

$$ac_{asa+fus} = ac_{asa} - \left| \frac{\Delta x_h}{\bar{c}} \right| = 0,237 - 0,0455$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,191$$

Configuração 2: Dos termos da equação (70), somente o fator F apresentou variação no valor em relação aos resultados obtidos para a configuração 1, pois o mesmo leva em consideração a diferença de comprimento entre as fuselagens. A pressão dinâmica P_{din} apresentou uma pequena diferença, notada ser insignificante para a obtenção do valor do fator G , cujo resultado obtido foi o mesmo para todas as configurações. Abaixo os dados para o cálculo de F :

$$m = 0,226 \text{ m}$$

$$n = 0,216 \text{ m}$$

Temos então:

$$m/c_r = 1,527$$

$$n/c_r = 1,459$$

Interpolando a figura 43 através de Interactive... (2008), obtemos (ver Apêndice B):

$$F = 3,155$$

Logo, aplicando-se os dados acima à equação (70):

$$\frac{\Delta x_h}{\bar{c}} = \frac{0,148 \cdot 0,075^2 \cdot 3,155 \cdot 1,151}{0,148 \cdot 4,091 \cdot 0,114} \cdot \left[1 + 0,15 \cdot \left(\frac{0,075}{0,075} - 1 \right) \right] - (0,00044 + 1,0)$$

$$\frac{\Delta x_h}{\bar{c}} = 0,0434$$

Portanto, o centro aerodinâmico desta configuração asa mais fuselagem é:

$$ac_{asa+fus} = ac_{asa} - \left| \frac{\Delta x_h}{\bar{c}} \right| = 0,237 - 0,0434$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,194$$

Configuração 3: Dos termos da equação (70), nenhum apresentou variação no valor em relação aos resultados obtidos para a configuração 1. A pressão dinâmica P_{din} apresentou

uma pequena diferença, notada ser insignificante para a obtenção do valor do fator G , cujo resultado obtido foi o mesmo para todas as configurações. Logo, a posição do centro aerodinâmico para a configuração 3 é a mesma da configuração 1:

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,191$$

Configuração 4: Dos termos da equação (70), somente o fator F apresentou variação no valor em relação aos resultados obtidos para a configuração 1, pois o mesmo leva em consideração a diferença de comprimento entre as fuselagens. A pressão dinâmica P_{din} apresentou uma pequena diferença, notada ser insignificante para a obtenção do valor do fator G , cujo resultado obtido foi o mesmo para todas as configurações. Abaixo os dados para o cálculo de F :

$$m = 0,126 \text{ m}$$

$$n = 0,316 \text{ m}$$

Temos então:

$$m/c_r = 0,851$$

$$n/c_r = 2,135$$

Interpolando a figura 43 através de Interactive... (2008), obtemos (ver Apêndice C):

$$F = 2,098$$

Logo, aplicando-se os dados acima à equação (70):

$$\frac{\Delta x_h}{\bar{c}} = \frac{0,148 \cdot 0,075^2 \cdot 2,098 \cdot 1,151}{0,148 \cdot 4,091 \cdot 0,114} \cdot \left[1 + 0,15 \cdot \left(\frac{0,075}{0,075} - 1 \right) \right] - (0,00044 + 1,0)$$

$$\frac{\Delta x_h}{\bar{c}} = 0,0287$$

Portanto, o centro aerodinâmico desta configuração asa mais fuselagem é:

$$ac_{asa+fus} = ac_{asa} - \left| \frac{\Delta x_h}{\bar{c}} \right| = 0,237 - 0,0287$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,208$$

Configuração 5: Dos termos da equação (70), somente o fator F apresentou variação no valor em relação aos resultados obtidos para a configuração 1, pois o mesmo leva em consideração a diferença de comprimento entre as fuselagens. A pressão dinâmica P_{din} apresentou uma pequena diferença, notada ser insignificante para a obtenção do valor do fator G , cujo resultado obtido foi o mesmo para todas as configurações. Abaixo os dados para o cálculo de F :

$$m = 0,126 \text{ m}$$

$$n = 0,216 \text{ m}$$

Temos então:

$$m/c_r = 0,851$$

$$n/c_r = 1,459$$

Interpolando a figura 43 através de Interactive... (2008), obtemos (ver Apêndice D):

$$F = 1,918$$

Logo, aplicando-se os dados acima à equação (70):

$$\frac{\Delta x_h}{\bar{c}} = \frac{0,148 \cdot 0,075^2 \cdot 1,918 \cdot 1,151}{0,148 \cdot 4,091 \cdot 0,114} \cdot \left[1 + 0,15 \cdot \left(\frac{0,075}{0,075} - 1 \right) \right] - (0,00044 + 1,0)$$

$$\frac{\Delta x_h}{\bar{c}} = 0,0262$$

Portanto, o centro aerodinâmico desta configuração asa mais fuselagem é:

$$ac_{asa+fus} = ac_{asa} - \left| \frac{\Delta x_h}{\bar{c}} \right| = 0,237 - 0,0262$$

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,211$$

Configuração 6: Dos termos da equação (70), nenhum apresentou variação no valor em relação aos resultados obtidos para a configuração 4. A pressão dinâmica P_{din} apresentou uma pequena diferença, notada ser insignificante para a obtenção do valor do fator G , cujo resultado obtido foi o mesmo para todas as configurações. Logo, a posição do centro aerodinâmico para a configuração 6 é a mesma da configuração 4:

$$\therefore ac_{asa+fus} = 0,208$$

7 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

As tabelas 4 e 5 apresentam os dados necessários para a discussão dos resultados.

Tabela 4 – Resultados para a posição do centro aerodinâmico em fração da corda para configurações 1 a 6

Conf.	Ensaio	Diehl	Anscombe e Raney	Torenbeek	Roskam	Stinton	Etkin e Reid	ESDU
1	0,181	0,206	0,197	0,210	0,208	0,228	0,188	0,191
2	0,197	0,210	0,200	0,212	0,208	0,228	0,189	0,194
3	0,191	0,206	0,200	0,211	0,208	0,228	0,188	0,191
4	0,188	0,226	0,211	0,222	0,213	0,227	0,212	0,208
5	0,193	0,229	0,214	0,222	0,213	0,227	0,210	0,211
6	0,205	0,226	0,214	0,222	0,213	0,227	0,212	0,208

Tabela 5 – Erro percentual na posição do centro aerodinâmico para configurações 1 a 6

Conf.	Diehl	Anscombe e Raney	Torenbeek	Roskam	Stinton	Etkin e Reid	ESDU
1	13,6%	8,9%	16,0%	14,9%	25,8%	3,8%	5,7%
2	6,8%	1,4%	7,4%	5,8%	15,6%	-4,0%	-1,8%
3	7,8%	4,7%	10,8%	9,0%	19,3%	-1,5%	0,3%
4	20,1%	12,4%	18,1%	13,2%	20,4%	12,7%	10,7%
5	18,5%	10,9%	15,1%	10,5%	17,3%	8,6%	9,1%
6	10,0%	4,2%	8,2%	3,7%	10,3%	3,3%	1,4%

A tabela 5 fornece informações do erro percentual dos resultados teóricos em relação aos experimentais para cada configuração¹⁰. O sinal negativo significa que método teórico resultou em uma posição mais a frente do centro aerodinâmico que o valor encontrado nos ensaios. O erro percentual foi calculado da seguinte forma:

¹⁰ Como limitamos as casas decimais na tabela 4 para uma exibição usual da posição do centro aerodinâmico, algumas porcentagens exibidas na tabela 5 estão mais precisas do que se calculadas com os dados da tabela 4.

$$Erro(\%) = \left(\frac{Resultado\ te\acute{o}rico - Resultado\ experimental}{Resultado\ experimental} \right) \cdot 100 \quad (103)$$

As an\lises da precis\~ao dos m\~etodos te\~oricos basearam-se nos menores e maiores m\~odulos dos erros percentuais obtidos para cada configura\~ao.

O m\~etodo pelo ESDU, Engineering Sciences Data Unit (1996a), apresentou melhor concord\~ancia frente aos resultados dos ensaios experimentais em tr\~es configura\~oes (3, 4 e 6), de acordo com a tabela 5. Os resultados da tabela 4 demonstram que o m\~etodo prev\~e um maior deslocamento para frente na posi\~ao do centro aerodin\~amico quanto maiores forem os comprimentos das fuselagens dianteira e traseira, por\~em n\~ao considera os efeitos de inclinar o final da fuselagem traseira para cima em nenhuma das etapas de c\~alculo, fato que pode ser notado comparando-se na tabela 4 os resultados entre a configura\~ao 1 com a 3 e entre 4 com a 6.

O m\~etodo por Etkin e Reid (1996) foi o que mais se aproximou dos resultados experimentais para as configura\~oes 1 e 5, de acordo com a tabela 5. Observa-se na tabela 4 que o m\~etodo prev\~e um maior deslocamento para frente na posi\~ao do centro aerodin\~amico quanto maior o comprimento da fuselagem dianteira, o que n\~ao pode ser constatado para a fuselagem traseira. O m\~etodo n\~ao prev\~e varia\~ao devido \`a inclina\~ao do final da fuselagem traseira para cima.

O m\~etodo por Anscombe e Raney (1950) obteve bons resultados, tendo de acordo com a tabela 5 a menor varia\~ao percentual em rela\~ao ao resultado experimental na configura\~ao 2. Analisando a tabela 4, conclui-se que o mesmo prev\~e os seguintes comportamentos: quanto maiores os comprimentos da fuselagem dianteira e traseira, maior ser\~a o deslocamento do centro aerodin\~amico para frente, e caso a fuselagem traseira seja inclinada para cima, menor \`e este deslocamento.

O m\~etodo por Roskam (1982) forneceu resultados intermedi\~arios, n\~ao sendo o mais pr\~oximo ou mais distante dos resultados experimentais em nenhuma das configura\~oes. Nota-se na tabela 4 que o m\~etodo prev\~e maior influ\~encia da fuselagem dianteira no deslocamento do centro aerodin\~amico quanto maior for seu comprimento; este fato n\~ao pode ser observado para a fuselagem traseira, pois comparando na tabela 4 os resultados das combina\~oes 1 com 2 e 4 com 5, n\~ao houve varia\~ao. Na verdade, o m\~etodo tamb\~em prev\~e para a fuselagem traseira que quanto maior seu comprimento, mais para frente ser\~a o deslocamento do centro aerodin\~amico, por\~em de uma maneira muito sutil, pois necessitar\~iamos ao menos mais uma casa decimal nos resultados para notar tal efeito, o que n\~ao \`e usual tratando-se da conven\~ao

atual para expressar a posição do centro aerodinâmico. A influência sobre o deslocamento do centro aerodinâmico ao se inclinar o final da fuselagem traseira para cima também não foi notada, embora o método possa prevê-la, caso a diferença entre as pressões dinâmicas obtidas nos ensaios dos modelos com fuselagem traseira simétrica e assimétrica sejam significativas.

O método por Torenbeek (1982) forneceu resultados muito próximos entre si para todas as configurações, não se destacando como mais próximo ou mais distante dos resultados experimentais em nenhuma configuração conforme pode ser visto na tabela 5. Nota-se nitidamente na tabela 4 que o método prevê maior deslocamento para frente do centro aerodinâmico ao aumentar-se o comprimento da fuselagem dianteira, porém as influências do comprimento da fuselagem traseira e sua inclinação para cima foram notadas menos explicitamente devido à proximidade dos resultados e da quantidade de casas decimais adotadas para apresentação dos mesmos (três casas decimais conforme a convenção usual). O aumento no comprimento da fuselagem traseira deslocou o centro aerodinâmico um pouco mais a frente, enquanto a inclinação desta para cima teve efeito inverso.

O método por Diehl (1942) apresentou o resultado mais afastado em relação ao experimental para a configuração 5 de acordo com a tabela 5. Analisando os resultados da tabela 4, nota-se que este método superestima os efeitos do aumento no comprimento da fuselagem dianteira sobre o deslocamento do centro aerodinâmico para frente. O efeito resultante do aumento no comprimento da fuselagem traseira foi o deslocamento para frente na posição do centro aerodinâmico, conforme observado na tabela 4, porém em nenhum momento de sua aplicação os efeitos de inclinar para cima a fuselagem traseira foram levados em consideração, o que pode ser constatado pela comparação da configuração 1 com a 3 e da 4 com a 6 para os resultados da tabela 4.

O método por Sinton (1983) apresentou as maiores variações percentuais em relação aos resultados experimentais para todas as configurações, exceto para a de número 5, como visto na tabela 5. Observa-se na tabela 4 que o método tende a fornecer resultados que aumentam o deslocamento do centro aerodinâmico para frente quando se reduz o comprimento da fuselagem dianteira, contrariamente ao previsto na revisão da literatura e aos valores obtidos experimentalmente e analiticamente pelos demais métodos. Nenhuma influência da fuselagem traseira, seja por variação no comprimento ou na inclinação para cima de sua parte superior, é considerada na aplicação deste método.

Nas figuras 96, 97 e 98 verificamos a influência das incertezas calculadas no Apêndice V sobre os resultados, onde nas posições destacadas em vermelho estão os maiores módulos de erro percentual dos métodos teóricos em relação aos resultados experimentais para cada

configuração, e em verde estão os menores. A figura 96 apresenta os resultados sem considerar as incertezas nas posições experimentais dos centros aerodinâmicos, em acordo com as tabelas 4 e 5; a figura 97, os resultados considerando as incertezas $+\Delta ac$ para cada configuração; e a figura 98, os resultados considerando as incertezas $-\Delta ac$.

	Ensaio Valor	Diehl		Anscombe		Torenbeek		Roskam		Stinton		Etkin		ESDU	
		Valor	Erro(%)	Valor	Erro(%)	Valor	Erro(%)	Valor	Erro(%)	Valor	Erro(%)	Valor	Erro(%)	Valor	Erro(%)
Configuração 1	0,181	0,206	13,6	0,197	8,9	0,210	16,0	0,208	14,9	0,228	25,8	0,188	3,8	0,191	5,7
Configuração 2	0,197	0,210	6,8	0,200	1,4	0,212	7,4	0,208	5,8	0,228	15,6	0,189	-4,0	0,194	-1,8
Configuração 3	0,191	0,206	7,8	0,200	4,7	0,211	10,8	0,208	9,0	0,228	19,3	0,188	-1,5	0,191	0,3
Configuração 4	0,188	0,226	20,1	0,211	12,4	0,222	18,1	0,213	13,2	0,227	20,4	0,212	12,7	0,208	10,7
Configuração 5	0,193	0,229	18,5	0,214	10,9	0,222	15,1	0,213	10,5	0,227	17,3	0,210	8,6	0,211	9,1
Configuração 6	0,205	0,226	10,0	0,214	4,2	0,222	8,2	0,213	3,7	0,227	10,3	0,212	3,3	0,208	1,4

Figura 96. Posições dos centros aerodinâmicos em fração de corda e erros percentuais dos métodos teóricos

	Ensaio Valor	Diehl		Anscombe		Torenbeek		Roskam		Stinton		Etkin		ESDU	
		Valor	Erro(%)	Valor	Erro(%)	Valor	Erro(%)	Valor	Erro(%)	Valor	Erro(%)	Valor	Erro(%)	Valor	Erro(%)
Configuração 1	0,188	0,206	9,5	0,197	5,0	0,210	11,8	0,208	10,7	0,228	21,2	0,188	0,0	0,191	1,9
Configuração 2	0,201	0,210	4,8	0,200	-0,5	0,212	5,4	0,208	3,8	0,228	13,4	0,189	-5,8	0,194	-3,6
Configuração 3	0,193	0,206	6,6	0,200	3,6	0,211	9,6	0,208	7,8	0,228	18,0	0,188	-2,6	0,191	-0,8
Configuração 4	0,195	0,226	16,1	0,211	8,6	0,222	14,1	0,213	9,4	0,227	16,4	0,212	8,9	0,208	7,0
Configuração 5	0,199	0,229	15,0	0,214	7,7	0,222	11,7	0,213	7,2	0,227	13,8	0,210	5,4	0,211	5,9
Configuração 6	0,211	0,226	7,0	0,214	1,3	0,222	5,1	0,213	0,8	0,227	7,3	0,212	0,4	0,208	-1,4

Figura 97. Posições dos centros aerodinâmicos em fração de corda e erros percentuais dos métodos teóricos para incertezas $+\Delta ac$

	Ensaio	Diehl		Anscombe		Torenbeek		Roskam		Stinton		Etkin		ESDU	
	Valor	Valor	Erro(%)	Valor	Erro(%)	Valor	Erro(%)	Valor	Erro(%)	Valor	Erro(%)	Valor	Erro(%)	Valor	Erro(%)
Configuração 1	0,174	0,206	18,1	0,197	13,2	0,210	20,5	0,208	19,4	0,228	30,7	0,188	7,9	0,191	9,9
Configuração 2	0,193	0,210	8,8	0,200	3,4	0,212	9,5	0,208	7,8	0,228	17,8	0,189	-2,2	0,194	0,1
Configuração 3	0,189	0,206	9,0	0,200	5,8	0,211	12,1	0,208	10,2	0,228	20,6	0,188	-0,5	0,191	1,4
Configuração 4	0,182	0,226	24,4	0,211	16,4	0,222	22,3	0,213	17,3	0,227	24,8	0,212	16,8	0,208	14,7
Configuração 5	0,187	0,229	22,2	0,214	14,4	0,222	18,7	0,213	14,0	0,227	21,0	0,210	12,0	0,211	12,5
Configuração 6	0,199	0,226	13,3	0,214	7,3	0,222	11,4	0,213	6,8	0,227	13,6	0,212	6,3	0,208	4,4

Figura 98. Posições dos centros aerodinâmicos em fração de corda e erros percentuais dos métodos teóricos para incertezas $-\Delta ac$

Considerando-se as incertezas sobre a posição do centro aerodinâmico, notam-se algumas alterações nas posições dos métodos que obtiveram os melhores resultados, aumentando o equilíbrio entre o método por ESDU (oito destaques em verde sobre dezoito possíveis no total das três figuras acima) e Etkin (idem).

Entretanto, observa-se das figuras 96, 97 e 98 que, entre dez situações em que ESDU não forneceu o melhor resultado (menor módulo de erro, destacado em verde), em nove delas este método ocupou a segunda colocação (exceção a configuração 6 da figura 97); já para Etkin, de dez situações onde o método não forneceu o melhor resultado, somente em cinco oportunidades obteve a segunda colocação, demonstrando uma proximidade maior dos resultados obtidos por ESDU em relação aos experimentais, mesmo sob a influência das incertezas.

8 CONCLUSÕES

O objetivo deste trabalho foi indicar, através de uma análise comparativa, o mais preciso dentre sete métodos teóricos existentes para prever a influência da fuselagem sobre a posição do centro aerodinâmico da asa, em condições de baixa velocidade.

As tabelas 4 e 5 e análises realizadas na seção 7 indicam que o método pelo ESDU, Engineering Sciences Data Unit (1996a), é aquele que fornece os resultados teóricos mais precisos em relação aos experimentais, condição alcançada em três configurações (3, 4 e 6), ou seja, em 50% das seis configurações ensaiadas.

Devido às particularidades de cada método, listamos na tabela 6, um resumo com algumas características de implementação para auxiliar no processo da escolha adequada de acordo com a situação.

Tabela 6 – Resumo de características dos sete métodos teóricos para previsão da variação na posição do centro aerodinâmico devido à influência da fuselagem

Característica	Diehl	Anscombe e Raney	Torenbeek	Roskam	Stinton	Etkin e Reid	ESDU
Necessita ensaio experimental?	Não	Sim ¹¹	Sim ¹²	Sim ¹³	Não	Não	Sim ¹⁴
Necessita de interpolação gráfica para obtenção de dados?	Não	Sim ¹⁵	Não	Não	Não	Sim ¹⁶	Sim ¹⁷
Considera os efeitos de inclinar a fuselagem traseira para cima?	Não	Sim ¹⁸	Sim ¹⁹	Sim ²⁰	Não	Não	Não

¹¹ Para a , embora possa ser estimada conforme Apêndice J, pois $a = C_{Law}$.

¹² Para $(C_{La})_{wf}$, embora possa ser estimada conforme Apêndice K.

¹³ Para C_{Law} , embora possa ser estimada conforme Apêndice J; para q , embora possa ser estimada conforme equação (87) com $q = P_{din}$ a partir da densidade local do ar e velocidade estimada do avião caso o método seja aplicado à aeronave em tamanho real, ou velocidade estimada do ar no túnel de vento caso o método seja aplicado à modelo em escala reduzida para ensaio experimental.

¹⁴ Para a , embora possa ser estimada conforme Apêndice J, pois $a = C_{Law}$; para o cálculo de β , pois depende de M , embora M possa ser obtido a partir dos dados do voo de cruzeiro do avião caso o método seja aplicado a aeronave em tamanho real, ou a partir da velocidade estimada do ar no túnel de vento caso o método seja aplicado a modelo em escala reduzida para ensaio experimental.

¹⁵ Para a figura 32.

¹⁶ Para a figura 41.

¹⁷ Para as figuras 43 a 48, embora os resultados possam ser obtidos através dos gráficos interativos disponíveis em Interactive... (2008) conforme exibido nos Apêndices A a I.

¹⁸ Quando a fuselagem traseira é inclinada para cima, subtrai-se 0,22 de Δ_{I0} a fim de que seu efeito seja levado em conta no cálculo de ΔK_n .

¹⁹ Desde que $(C_{La})_{wf}$ seja obtido experimentalmente, pois se calculado conforme Apêndice K, só são considerados como parâmetros geométricos o diâmetro da fuselagem e envergadura da asa.

²⁰ Desde que haja variação significativa em q obtida nos ensaios em túnel de vento quando alterada a geometria da fuselagem traseira.

9 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS E UTILIZAÇÃO DIDÁTICA

Como sugestão para trabalhos futuros, propõe-se a aplicação deste estudo a configurações de modelos que caracterizem outros segmentos da aviação, além da leve de baixas velocidades, a fim de verificar a abrangência dos presentes resultados e conclusões, utilizando, por exemplo: túneis de vento de maior velocidade; asas com enflechamento, afilamento, *winglets*²¹ nas pontas e filetes nas raízes; diferentes razões entre envergadura da asa e comprimento da fuselagem (ver tabela 3); seções de fuselagem não circulares; *canopys* sobressalentes à fuselagem.

Outra sugestão é um estudo sobre a influência da posição vertical relativa entre asa e fuselagem (baixa, média ou alta) no movimento do centro aerodinâmico devido à fuselagem, visto que apenas o método por Etkin e Reid (1996) a considera um fator relevante sobre o resultado da variação da posição do centro aerodinâmico (resultados são em torno de 5% maiores para aviões de asa baixa, e 5% menores para aviões de asa alta, em relação aos obtidos para uma configuração de asa média).

O presente trabalho, incluindo toda metodologia e materiais empregados, poderá servir de referência para a elaboração de aulas didáticas práticas em túnel de vento, destinadas a cursos de graduação e pós graduação, especialmente nos que tangem à Engenharia Aeronáutica, contribuindo assim para a formação de conhecimento e qualificação do contingente neste setor.

²¹ Dispositivos de ponta de asa utilizados para gerar uma tração adicional, reduzindo assim o arrasto total da aeronave.

REFERÊNCIAS

- ABBOT, I. H.; DOENHOFF, A. E. V. (1959). **Theory of wing sections**. 2nd ed. New York: Dover.
- ANDERSON, R. F. (1938). **The Experimental and calculated characteristics of 22 tapered wings**. Langley Field: National Advisory Committee for Aeronautics. (NACA Technical Report, T.R. No. 627).
- ANSCOBE, A; RANEY, D. J. (1950). **Low-speed tunnel investigation of the effect of the body on C_{m_0} and aerodynamic centre of unswept wing-body combinations**. London: His Majesty's Stationery Office. (A.R.C. Technical Report, Report No. Aero.2323).
- BARLOW, J. B.; RAE JR., W. H.; POPE, A. (1999). **Low speed wind tunnel testing**. 3th ed. New York: John Wiley.
- CAMPBELL, G. S. (1951). **A Finite-step method for the calculation of span loadings of unusual plan forms**. Washington: National Advisory Committee for Aeronautics. (NACA Research Memorandum, RM L50L13).
- CATALANO, F. M. (1988). **Projeto, construção e calibração em um túnel aerodinâmico de circuito aberto tipo N.P.L. de secção transversal hexagonal**. 199 f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1988.
- CLIMA dos municípios paulistas. (2008). Campinas: Centro de Pesquisas Meteorológicas e Climáticas Aplicadas a Agricultura. Disponível em: < http://www.cpa.unicamp.br/outras-informacoes/clima_muni_549.html>. Acesso em: 30 jul. 2008.
- DIEHL, W. S. (1942). **The Mean aerodynamic chord and the aerodynamic center of a tapered wing**. Washington: National Advisory Committee for Aeronautics. (NACA Technical Report, T.R. No. 751).
- ENGINEERING SCIENCES DATA UNIT (1996a). **Aerodynamic centre of wing-fuselage combinations**. [S.l.]: ESDU International. (ESDU International, Item No. 76015).
- _____. (1996b). **Lift-curve slope and aerodynamic centre position of wings in inviscid subsonic flow**. [S.l.]: ESDU International. (ESDU International, Item No. 70011).

ETKIN, B.; REID, L. D. (1996). **Dynamics of flight: stability and control**. 3thed. New York: John Wiley.

FOX, R. W.; MCDONALD, A. T.; PRITCHARD, P. J. (2006). **Introdução à mecânica dos fluidos**. 6.ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos.

GERLACH, O. H. (1983). **Lecture notes on airplane stability and control I part I**. Delft: Delft University of Technology. (Report, LR-384-I).

HALE, F. J. (1984). **Introduction to aircraft performance, selection and design**. New York: John Wiley.

HOUGHTON, E. L.; CARPENTER, P. W. (2003). **Aerodynamics for engineering students**. 5thed. Oxford: Elsevier Butterworth-Heinemann.

INTERACTIVE graphs from ESDU 76015. (2008). Disponível em (acesso restrito): <http://www.esdu.com/cgi-bin/ps.pl?sess=unidesp_1081116202924vln&t=di&p=76015b#GRAPHS>. Acesso em: 16 Nov. 2008.

JACKSON, P.; MUNSON, K.; PEACOCK, L. (2004). (Coord.). **Jane's all the world's aircraft 2004-2005**. Coulsdon: Jane's.

JACOBS, E. N.; WARD, K. E. (1935). **Interference of wing and fuselage from tests of 209 combinations in the N.A.C.A. variable-density tunnel**. Washington: National Advisory Committee for Aeronautics. (NACA Technical Report, T.R. No. 540).

KATZ, J.; PLOTKIN, A. (2001). **Low speed aerodynamics**. 2nded. New York: Cambridge.

LAMAR, J. E.; ALFORD JUNIOR, W. J. (1966). **Aerodynamic-center considerations of wings and wing-body combinations**. Washington: National Aeronautics and Space Administration. (NASA Technical Note, TN D-3581).

LAPPONI, J. C. (2005). **Estatística usando Excel**. 4.ed. Rio de Janeiro: Elsevier.

MARQUES, F. D. (2006). **Dinâmica de voo**. São Carlos: EESC/USP. Apostila.

MAUNSELL, M. G. (2005). **O Método dos painéis** – introdução e aplicação. São Carlos: EESC/USP. Apostila.

MAYER, J. P.; VALENTINE, G. M.; MAYER, G. C. (1950). **Flight measurements with the Douglas D-558-II (Buero nº 37974) research airplane**. Determination of the aerodynamic center and zero-lift pitching-moment coefficient of the wing-fuselage combination by means of tail-load measurements in the mach number range from 0.37 to 0.87. Washington: National Advisory Committee for Aeronautics. (NACA Research Memorandum, L50D10).

McGHEE, R. J.; BEASLEY, W. D. (1973). **Low-speed aerodynamic characteristics of a 17-percent-thick airfoil section designed for general aviation applications**. Washington: National Aeronautics and Space Administration. (NASA Technical Note, TN D-7428).

MULTHOPP, H. (1942). **Aerodynamics of the fuselage**. Washington: National Advisory Committee for Aeronautics. (NACA Technical Memorandum, TM-1036).

MUÑOZ, H. D. C. (2004). **Análise experimental das características aerodinâmicas de multi-winglets adaptativas**. 102 f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.

PALOTA, P. H. (2005). **Análise comparativa das características aerodinâmicas experimentais e teóricas das configurações “nacelle pusher” e “asa limpa” aplicadas a um modelo de avião bimotor leve na condição não motorizada**. 77 f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005.

PERKINS, C. D.; HAGE, R. E. (1949). **Airplane performance stability and control**. New York: John Wiley.

PHILLIPS, W. F.; ALLEY, N. R.; NIEWOEHRNER, R. J. (2008). Effects of nonlinearities on subsonic aerodynamic center. **Journal of Aircraft**, New York, v.45, n.4, p.1244-1255, July/Aug. 2008.

PHILLIPS, W. F.; HUNSAKER, D. F.; NIEWOEHRNER, R. J. (2008). Estimating the subsonic aerodynamic center and moment components for swept wings. **Journal of Aircraft**, New York, v.45, n.3, p.1033-1043, May/June 2008.

PINTÃO, C. A. F. et al. (2000). **Laboratório de física I**. Bauru: Faculdade de Ciências/UNESP. Apostila.

RAYMER, D. P. (1999). **Aircraft design: a conceptual approach**. 3thed. Reston: American Institute of Aeronautics and Astronautics.

RODDEN, W. P. (2003). Methods for calculating the subsonic aerodynamic center of finite wings. **Journal of Aircraft**, New York, v.40, n.5, p.1003.

ROSKAM, J. (1982). **Airplane flight dynamics and automatic flight controls part I**. Ottawa: Roskam Aviation and Engineering.

SCHLICHTING, H. (1952). **Calculation of the influence of a body on the position of the aerodynamic centre of aircraft with swept-back wings**. London: Her Majesty's Stationery Office. (R.A.E. Technical Note Aero. 1879).

SHERMAN, A. (1936). **Interference of wing and fuselage from tests of 28 combinations in the N.A.C.A. variable-density tunnel**. Washington: National Advisory Committee for Aeronautics. (NACA Technical Report, T.R. No. 575).

STINTON, D. (1983). **The Design of the aeroplane**. Oxford: Blackwell.

TORENBEEK, E. (1982). **Synthesis of subsonic airplane design**. Delft: Delft University.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Interpolação para obtenção do fator F nas configurações 1 e 3

APÊNDICE B – Interpolação para obtenção do fator F na configuração 2

APÊNDICE C – Interpolação para obtenção do fator F nas configurações 4 e 6

APÊNDICE D – Interpolação para obtenção do fator F na configuração 5

APÊNDICE E – Interpolação para obtenção do fator G

APÊNDICE F – Interpolação para obtenção do fator K_I , $d/b = 0,08$

APÊNDICE G – Interpolação para obtenção do fator K_I , $d/b = 0,12$

APÊNDICE H – Interpolação para obtenção do fator K_I , $d/b = 0,16$

APÊNDICE I – Interpolação para obtenção do fator K_2

APÊNDICE J – Método para estimar a inclinação da curva de sustentação da asa

Segundo Roskam (1982), para asas convencionais de afilamento constante e com moderados ângulos de enflechamento, a inclinação da curva de sustentação da asa C_{Law} pode ser estimada através da equação:

$$C_{Law} = \frac{2 \cdot \pi \cdot A}{\left\{ 2 + \left[A^2 \cdot \frac{\beta^2}{k^2} \cdot \left(\frac{1 + \tan^2 \Lambda_{c/2}}{\beta^2} \right) + 4 \right]^{1/2} \right\}} \quad (104)$$

Onde:

A é a razão de aspecto da aeronave, igual a sua envergadura b elevada ao quadrado dividida pela área de referência S (planta) da asa:

$$A = b^2/S \quad (105)$$

β é o fator de compressibilidade, dependente do número de Mach M de acordo com a equação (72).

k para condições de voo subsônico depende de M e da inclinação da curva de sustentação bidimensional do perfil aerodinâmico da asa $c_{l\alpha}$ ao número de Mach nulo:

$$k = \frac{[(c_{l\alpha})_{M=0}/(1 - M^2)^{1/2}]}{2 \cdot \pi} \quad (106)$$

E $\Lambda_{c/2}$ é o ângulo de enflechamento da asa a 50% da linha de corda.

APÊNDICE K – Método para estimar a inclinação da curva de sustentação da combinação asa e fuselagem

Segundo Roskam (1982), a inclinação da curva de sustentação da combinação asa e fuselagem $(C_{La})_{wf}$ pode ser estimada através da equação:

$$(C_{La})_{wf} = K_{wf} \cdot C_{Law} \quad (107)$$

Onde:

K_{wf} é o fator de interferência asa-fuselagem, obtido em função do diâmetro da fuselagem d_f e da envergadura da asa b :

$$K_{wf} = 1 + 0,025 \cdot \left(\frac{d_f}{b}\right) - 0,25 \cdot \left(\frac{d_f}{b}\right)^2 \quad (108)$$

E C_{Law} é estimada de acordo com o Apêndice J.

APÊNDICE L – Dados experimentais obtidos nos ensaios em túnel de vento

Asa Sozinha								
α (graus)	P_{DIN} (Pa)	Fore (N)	Aft (N)	Drag (N)	L (N)	M (N.m)	C_L	C_M
-5°59'	177,8	-2,25	-0,38	0,24	-2,63	-0,12	-0,27	-0,08
-4°00'	177,6	-1,34	0,31	0,22	-1,03	-0,10	-0,10	-0,07
-2°00'	177,2	-0,65	0,84	0,22	0,19	-0,09	0,02	-0,06
0°00'	176,4	0,24	1,39	0,26	1,63	-0,07	0,17	-0,05
2°00'	175,9	0,96	1,97	0,29	2,93	-0,06	0,30	-0,04
4°01'	174,6	1,85	2,61	0,50	4,46	-0,05	0,46	-0,03
6°02'	173,4	2,59	3,31	0,65	5,90	-0,05	0,61	-0,03
8°04'	172,2	3,33	3,96	0,77	7,29	-0,04	0,76	-0,03
10°05'	171,2	4,10	4,63	0,96	8,73	-0,03	0,91	-0,02
11°06'	170,6	4,58	4,53	1,10	9,11	0,00	0,96	0,00
12°07'	170,4	4,46	5,32	1,15	9,78	-0,05	1,03	-0,04
13°08'	169,6	5,04	5,16	1,29	10,20	-0,01	1,08	-0,01
14°09'	170,0	5,28	5,18	1,32	10,46	0,01	1,10	0,00
15°10'	169,4	5,59	5,28	1,49	10,87	0,02	1,15	0,01
16°11'	169,2	5,61	5,52	1,61	11,13	0,01	1,18	0,00
17°08'	171,6	2,78	5,06	2,81	7,84	-0,14	0,82	-0,10
18°08'	171,4	2,71	4,85	3,00	7,56	-0,14	0,79	-0,10
19°09'	170,8	2,57	4,87	3,24	7,44	-0,15	0,78	-0,10
20°09'	170,1	2,54	5,11	3,45	7,65	-0,16	0,81	-0,12

Configuração 1								
α (graus)	P_{DIN} (Pa)	Fore (N)	Aft (N)	Drag (N)	L (N)	M (N.m)	C_L	C_M
-3°00'	179,3	-1,73	0,50	0,36	-1,23	-0,14	-0,12	-0,09
-1°00'	179,2	-0,60	1,32	0,38	0,72	-0,12	0,07	-0,08
1°00'	178,1	0,43	2,06	0,41	2,49	-0,10	0,25	-0,07
3°01'	176,8	1,75	2,90	0,58	4,65	-0,07	0,46	-0,05
5°02'	175,8	2,69	3,31	0,60	6,00	-0,04	0,60	-0,03
7°03'	174,6	3,79	3,84	0,74	7,63	0,00	0,77	0,00
9°05'	173,3	4,80	4,56	0,94	9,36	0,02	0,95	0,01
11°07'	172,8	6,04	5,37	1,27	11,41	0,04	1,16	0,03
13°09'	172,1	6,36	5,47	1,34	11,83	0,06	1,21	0,04
15°09'	172,9	4,61	5,04	0,98	9,65	-0,03	0,98	-0,02
17°08'	171,7	3,19	4,73	2,21	7,92	-0,10	0,81	-0,07

Configuração 2								
α (graus)	P_{DIN} (Pa)	Fore (N)	Aft (N)	Drag (N)	L (N)	M (N.m)	C_L	C_M
-3°00'	179,7	-1,25	0,62	0,38	-0,63	-0,12	-0,06	-0,08
-1°00'	179,2	-0,38	1,22	0,36	0,84	-0,10	0,08	-0,07
1°00'	177,6	0,96	2,18	0,48	3,14	-0,08	0,31	-0,05
3°01'	176,5	2,01	2,83	0,67	4,84	-0,05	0,48	-0,03
5°02'	175,0	3,17	3,50	0,77	6,67	-0,02	0,67	-0,01
7°04'	174,0	4,22	4,34	0,96	8,56	-0,01	0,86	-0,01
9°06'	172,9	5,44	4,97	1,15	10,41	0,03	1,06	0,02
11°08'	172,4	6,43	5,47	1,37	11,90	0,06	1,21	0,04
13°10'	172,3	6,91	5,68	1,80	12,59	0,08	1,28	0,05
15°10'	173,3	5,06	5,66	2,97	10,72	-0,04	1,09	-0,03
17°09'	172,6	4,15	5,25	3,67	9,40	-0,07	0,96	-0,05

Configuração 3								
α (graus)	P_{DIN} (Pa)	Fore (N)	Aft (N)	Drag (N)	L (N)	M (N.m)	C_L	C_M
-3°00'	176,8	-1,44	0,67	0,34	-0,77	-0,13	-0,08	-0,09
-1°00'	176,1	-0,22	1,46	0,38	1,24	-0,11	0,12	-0,07
1°00'	175,0	0,86	2,21	0,46	3,07	-0,09	0,31	-0,06
3°01'	173,8	2,04	2,88	0,50	4,92	-0,05	0,50	-0,04
5°02'	173,0	3,09	3,57	0,62	6,66	-0,03	0,68	-0,02
7°04'	172,0	4,27	4,27	0,82	8,54	0,00	0,87	0,00
9°06'	171,1	5,28	4,99	1,05	10,27	0,02	1,05	0,01
11°08'	170,9	5,97	5,61	1,20	11,58	0,02	1,19	0,02
13°10'	170,7	6,86	5,88	1,80	12,74	0,06	1,31	0,04
15°09'	171,6	4,39	5,49	2,95	9,88	-0,07	1,01	-0,05
17°09'	170,2	3,79	5,18	3,62	8,97	-0,09	0,93	-0,06

Configuração 4								
α (graus)	P_{DIN} (Pa)	Fore (N)	Aft (N)	Drag (N)	L (N)	M (N.m)	C_L	C_M
-3°00'	176,8	-1,22	0,62	0,36	-0,60	-0,12	-0,06	-0,08
-1°00'	175,9	-0,12	1,49	0,31	1,37	-0,10	0,14	-0,07
1°00'	175,2	0,86	2,23	0,43	3,09	-0,09	0,31	-0,06
3°01'	174,0	1,97	2,88	0,53	4,85	-0,06	0,49	-0,04
5°02'	172,6	3,07	3,45	0,65	6,52	-0,02	0,66	-0,02
7°04'	171,5	4,20	4,20	0,82	8,40	0,00	0,86	0,00
9°05'	170,7	5,18	4,68	1,01	9,86	0,03	1,01	0,02
11°08'	169,9	6,16	5,44	1,37	11,60	0,05	1,20	0,03
13°10'	169,7	6,28	6,16	1,92	12,44	0,01	1,29	0,01
15°09'	170,0	4,27	6,12	3,21	10,39	-0,12	1,07	-0,08
17°10'	169,0	3,53	5,83	3,79	9,36	-0,15	0,97	-0,10

Configuração 5								
α (graus)	P_{DIN} (Pa)	Fore (N)	Aft (N)	Drag (N)	L (N)	M (N.m)	C_L	C_M
-3°00'	176,4	-1,34	0,60	0,38	-0,74	-0,12	-0,07	-0,08
-1°00'	176,0	-0,10	1,58	0,46	1,48	-0,11	0,15	-0,07
1°00'	174,9	0,94	2,30	0,58	3,24	-0,09	0,33	-0,06
3°01'	173,9	1,85	2,85	0,65	4,70	-0,06	0,47	-0,04
5°02'	172,6	3,07	3,67	0,70	6,74	-0,04	0,69	-0,03
7°03'	171,5	4,10	4,25	0,96	8,35	-0,01	0,85	-0,01
9°05'	170,5	5,21	4,82	1,20	10,03	0,02	1,03	0,02
11°08'	170,0	5,88	5,66	1,37	11,54	0,01	1,19	0,01
13°10'	169,7	6,33	6,21	1,92	12,54	0,01	1,30	0,01
15°09'	170,4	4,41	5,92	3,09	10,33	-0,10	1,06	-0,07
17°09'	169,6	3,43	5,30	3,69	8,73	-0,12	0,90	-0,08

Configuração 6								
α (graus)	P_{DIN} (Pa)	Fore (N)	Aft (N)	Drag (N)	L (N)	M (N.m)	C_L	C_M
-3°00'	176,2	-1,32	0,58	0,43	-0,74	-0,12	-0,07	-0,08
-1°00'	175,5	-0,29	1,42	0,43	1,13	-0,11	0,11	-0,07
1°00'	174,1	0,79	2,28	0,50	3,07	-0,09	0,31	-0,06
3°01'	173,3	1,75	2,88	0,58	4,63	-0,07	0,47	-0,05
5°02'	172,2	2,69	3,77	0,79	6,46	-0,07	0,66	-0,05
7°03'	171,3	3,81	4,15	0,77	7,96	-0,02	0,82	-0,01
9°05'	170,5	4,92	4,92	0,94	9,84	0,00	1,01	0,00
11°08'	169,5	5,59	5,90	1,44	11,49	-0,02	1,19	-0,01
13°09'	169,2	5,85	6,16	1,85	12,01	-0,02	1,25	-0,01
15°09'	169,9	4,27	5,90	2,92	10,17	-0,10	1,05	-0,07
17°09'	169,5	3,29	5,52	3,67	8,81	-0,14	0,91	-0,10

APÊNDICE M – Gráficos do experimento para a asa sozinha

APÊNDICE N – Gráficos do experimento para a configuração 1

APÊNDICE O – Gráficos do experimento para a configuração 2

APÊNDICE P – Gráficos do experimento para a configuração 3

APÊNDICE Q – Gráficos do experimento para a configuração 4

APÊNDICE R – Gráficos do experimento para a configuração 5

APÊNDICE S – Gráficos do experimento para a configuração 6

APÊNDICE T – Cálculo de incertezas na obtenção de C_L nos ensaios experimentais

Neste apêndice são calculados os valores das incertezas presentes na obtenção do coeficiente de sustentação C_L .

De acordo com Catalano (1988), a estimativa das incertezas nas medidas experimentais é determinada a partir da seguinte expressão:

$$\Delta P(X, Y, \dots, N) = \sqrt{\left| \Delta X \cdot \frac{\partial P}{\partial X} \right|^2 + \left| \Delta Y \cdot \frac{\partial P}{\partial Y} \right|^2 + \dots + \left| \Delta N \cdot \frac{\partial P}{\partial N} \right|^2} \quad (109)$$

Onde $\Delta X, \Delta Y, \Delta N$ representam as incertezas nas medidas das propriedades X, Y , e N das quais P é função. Pintão et al. (2000) enunciam que para práticas experimentais, costuma-se adotar como incerteza o valor da metade da menor divisão da escala dos instrumentos de medição utilizados, acompanhado do sinal $\pm$.

De acordo com a seção 5.3, o coeficiente de sustentação C_L foi obtido através da equação:

$$C_L = \frac{F_{fore} + F_{aft}}{P_{din} \cdot A} \quad (110)$$

Logo:

$$\Delta C_L = \sqrt{\left| \Delta F_{fore} \cdot \frac{\partial C_L}{\partial F_{fore}} \right|^2 + \left| \Delta F_{aft} \cdot \frac{\partial C_L}{\partial F_{aft}} \right|^2 + \left| \Delta P_{din} \cdot \frac{\partial C_L}{\partial P_{din}} \right|^2 + \left| \Delta A \cdot \frac{\partial C_L}{\partial A} \right|^2} \quad (111)$$

Para a força F_{fore} obtida na balança com mostrador digital de duas casas decimais (menor divisão da escala igual a 0,01 N):

$$\begin{aligned} \Delta F_{fore} &= \pm 0,005 \text{ N} \\ \frac{\partial C_L}{\partial F_{fore}} &= \frac{1}{P_{din} \cdot A} \end{aligned} \quad (112)$$

Para a força F_{aft} obtida na balança com mostrador digital de duas casas decimais (menor divisão da escala igual a 0,01 N):

$$\begin{aligned} \Delta F_{aft} &= \pm 0,005 \text{ N} \\ \frac{\partial C_L}{\partial F_{aft}} &= \frac{1}{P_{din} \cdot A} \end{aligned} \quad (113)$$

Para a pressão dinâmica P_{din} obtida em manômetro digital de uma casa decimal (menor divisão da escala igual a 0,1 Pa):

$$\Delta P_{din} = \pm 0,05 \text{ Pa}$$

$$\frac{\partial C_L}{\partial P_{din}} = \frac{-(F_{fore} + F_{aft})}{A \cdot P_{din}^2} \quad (114)$$

Para a área de referência A , sua incerteza depende da medição da corda c e da envergadura b :

$$\Delta A = \sqrt{\left| \Delta c \cdot \frac{\partial A}{\partial c} \right|^2 + \left| \Delta b \cdot \frac{\partial A}{\partial b} \right|^2} \quad (115)$$

As incertezas são $\Delta c = \pm 0,05 \text{ mm} = \pm 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$ (medição da corda com paquímetro de menor divisão da escala igual a 0,1 mm) e $\Delta b = \pm 0,5 \text{ mm} = \pm 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ (medição da envergadura com trena de menor divisão da escala igual a 1 mm). Logo, substituindo para os valores de corda $c = 0,1480 \text{ m}$ e envergadura $b = 0,385 \text{ m}$ dos modelos:

$$\Delta A = \pm 7,65 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$$

Temos também que:

$$\frac{\partial C_L}{\partial A} = \frac{-(F_{fore} + F_{aft})}{P_{din} \cdot A^2} \quad (116)$$

A área de referência utilizada para os cálculos das configurações 1 a 6 é:

$$A = 0,057 \text{ m}^2$$

Para cada configuração de 1 a 6, calcularam-se os respectivos valores médios de F_{fore} , F_{aft} e P_{din} baseando-se nos dados do Apêndice L. Substituindo-se estes valores nas equações (112) a (116) e em seguida na equação (111), concluiu-se para cada configuração de 1 a 6:

$$\Delta C_{L1} = \pm 0,00113$$

$$\Delta C_{L2} = \pm 0,00121$$

$$\Delta C_{L3} = \pm 0,00121$$

$$\Delta C_{L4} = \pm 0,00122$$

$$\Delta C_{L5} = \pm 0,00121$$

$$\Delta C_{L6} = \pm 0,00120$$

APÊNDICE U – Cálculo de incertezas na obtenção de C_M nos ensaios experimentais

Adotamos o mesmo procedimento descrito no Apêndice T. De acordo com a seção 5.3, o coeficiente de momento C_M foi obtido através da equação:

$$C_M = \frac{d \cdot (F_{fore} - F_{aft})}{P_{din} \cdot A \cdot c} \quad (117)$$

Logo:

$$\Delta C_M = \sqrt{\left| \Delta d \cdot \frac{\partial C_M}{\partial d} \right|^2 + \left| \Delta F_{fore} \cdot \frac{\partial C_M}{\partial F_{fore}} \right|^2 + \left| \Delta F_{aft} \cdot \frac{\partial C_M}{\partial F_{aft}} \right|^2 + \left| \Delta P_{din} \cdot \frac{\partial C_M}{\partial P_{din}} \right|^2 + \left| \Delta A \cdot \frac{\partial C_M}{\partial A} \right|^2 + \left| \Delta c \cdot \frac{\partial C_M}{\partial c} \right|^2} \quad (118)$$

Para o braço de alavanca d das forças na balança, medido com paquímetro (menor divisão da escala igual a 0,1 mm):

$$\Delta d = \pm 0,05 \text{ mm} = \pm 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$\frac{\partial C_M}{\partial d} = \frac{(F_{fore} - F_{aft})}{P_{din} \cdot A \cdot c} \quad (119)$$

Para a força F_{fore} :

$$\Delta F_{fore} = \pm 0,005 \text{ N}$$

$$\frac{\partial C_M}{\partial F_{fore}} = \frac{d}{P_{din} \cdot A \cdot c} \quad (120)$$

Para a força F_{aft} :

$$\Delta F_{aft} = \pm 0,005 \text{ N}$$

$$\frac{\partial C_M}{\partial F_{aft}} = \frac{-d}{P_{din} \cdot A \cdot c} \quad (121)$$

Para a pressão dinâmica P_{din} :

$$\Delta P_{din} = \pm 0,05 \text{ Pa}$$

$$\frac{\partial C_M}{\partial P_{din}} = \frac{-d \cdot (F_{fore} - F_{aft})}{A \cdot c \cdot P_{din}^2} \quad (122)$$

Para a área de referência A , com ΔA conforme calculado no Apêndice T:

$$\Delta A = \pm 7,65 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$\frac{\partial C_M}{\partial A} = \frac{-d \cdot (F_{fore} - F_{aft})}{P_{din} \cdot c \cdot A^2} \quad (123)$$

Para a corda da asa c :

$$\Delta c = \pm 0,05 \text{ mm} = \pm 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$\frac{\partial C_M}{\partial c} = \frac{-d \cdot (F_{fore} - F_{aft})}{P_{din} \cdot A \cdot c^2} \quad (124)$$

Utilizamos os mesmos dados relativos à área de referência e valores médios dos dados experimentais conforme explicado no Apêndice T, além dos valores medidos para o braço de alavanca das forças na balança e a corda da asa:

$$d = 0,0635 \text{ m}$$

$$c = 0,1480 \text{ m}$$

Substituindo-se os valores nas equações (119) a (124) e em seguida na equação (118), concluiu-se para cada configuração de 1 a 6::

$$\Delta C_{M1} = \pm 0,000308$$

$$\Delta C_{M2} = \pm 0,000306$$

$$\Delta C_{M3} = \pm 0,000312$$

$$\Delta C_{M4} = \pm 0,000314$$

$$\Delta C_{M5} = \pm 0,000315$$

$$\Delta C_{M6} = \pm 0,000319$$

APÊNDICE V – Cálculo de incertezas na obtenção do centro aerodinâmico ac nos ensaios experimentais

Adotamos o mesmo procedimento descrito no Apêndice T. De acordo com a seção 5.1, a posição do centro aerodinâmico ac em fração da corda da asa foi obtida através da equação (45). Como nesta equação a distância do ponto de rotação da asa ao bordo de ataque tr está expressa em fração da corda (adimensional), temos na forma desenvolvida:

$$ac = \frac{tr}{c} - \left(\frac{dC_M}{dC_L} \right) \quad (125)$$

Logo:

$$\Delta ac = \sqrt{\left| \Delta tr \cdot \frac{\partial ac}{\partial tr} \right|^2 + \left| \Delta c \cdot \frac{\partial ac}{\partial c} \right|^2 + \left| \Delta \left(\frac{dC_M}{dC_L} \right) \cdot \frac{\partial ac}{\partial \left(\frac{dC_M}{dC_L} \right)} \right|^2} \quad (126)$$

Para a distância do bordo de ataque ao centro de rotação da asa tr , medido com paquímetro (menor divisão da escala igual a 0,1 mm):

$$\Delta tr = \pm 0,05 \text{ mm} = \pm 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$\frac{\partial ac}{\partial tr} = \frac{1}{c} \quad (127)$$

Para a corda da asa c :

$$\Delta c = \pm 0,05 \text{ mm} = \pm 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$\frac{\partial ac}{\partial c} = \frac{-tr}{c^2} \quad (128)$$

A incerteza $\Delta \left(\frac{dC_M}{dC_L} \right)$ do coeficiente angular da curva de C_M em função de C_L pode ser influenciada por dois fatores: primeiro, pelas incertezas dos coeficientes de momento e de sustentação (ΔC_M e ΔC_L); segundo, pelo próprio erro do coeficiente angular estimado por uma regressão linear em relação ao coeficiente angular da população.

Para o primeiro fator, foi verificado em todas as configurações de modelos que o valor experimental puro de $\left(\frac{dC_M}{dC_L} \right)$ e seu valor obtido considerando as incertezas ΔC_M e ΔC_L são exatamente iguais. Ou seja, quando ΔC_M e ΔC_L foram adicionados e/ou subtraídos aos valores experimentais de C_M e C_L , só houve modificação nos coeficientes lineares das retas de C_M em

função de C_L , e não em seus coeficientes angulares $\left(\frac{dC_M}{dC_L}\right)$. Logo, para este caso, o primeiro fator tem influência nula sobre a incerteza do coeficiente angular.

Para o segundo fator, utilizando-se de programa computacional para análise estatística, pode-se calcular o erro padrão do coeficiente angular para cada configuração de 1 a 6 de acordo com procedimento descrito por Lapponi (2005):

$$\Delta\left(\frac{dC_M}{dC_L}\right)_1 = \pm 0,00682$$

$$\Delta\left(\frac{dC_M}{dC_L}\right)_2 = \pm 0,00370$$

$$\Delta\left(\frac{dC_M}{dC_L}\right)_3 = \pm 0,00205$$

$$\Delta\left(\frac{dC_M}{dC_L}\right)_4 = \pm 0,00654$$

$$\Delta\left(\frac{dC_M}{dC_L}\right)_5 = \pm 0,00587$$

$$\Delta\left(\frac{dC_M}{dC_L}\right)_6 = \pm 0,00590$$

Temos também que:

$$\frac{\partial ac}{\partial \left(\frac{dC_M}{dC_L}\right)} = -1 \quad (129)$$

Sabendo que:

$$c = 0,1480 \text{ m}$$

$$tr = 0,0420 \text{ m}$$

Substituindo-se estes valores nas equações (127) a (129) e em seguida na equação (126), concluiu-se para cada configuração de 1 a 6::

$$\Delta ac_1 = \pm 0,00683$$

$$\Delta ac_2 = \pm 0,00372$$

$$\Delta ac_3 = \pm 0,00208$$

$$\Delta ac_4 = \pm 0,00655$$

$$\Delta ac_5 = \pm 0,00588$$

$$\Delta ac_6 = \pm 0,00591$$