Andreia Raquel Simoni

***Análise de Séries Temporais Aeroelásticas
Experimentais Não Lineares***

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica. Área de concentração: Aeronaves.

Orientador: Prof. Assoc. Flávio Donizeti Marques

São Carlos

2008

“O caos revela que, em vez de resistir às incertezas da vida devemos aproveitá-las.”

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus pelo dom da vida e por se fazer presente em todos os momentos.

Ao Prof. Assoc. Flávio Donizeti Marques pela orientação, paciência e por acreditar na realização deste trabalho.

Aos Professores José Manoel Balthazar e Carlos Dias Maciel e à Professora Vilma Alves de Oliveira pelas importantes contribuições.

A todos os amigos, professores e funcionários do Departamento de Engenharia dos Materiais, Aeronáutica e Automobilística pelo acolhimento, companheirismo e amizade.

Aos meus pais, Serafim e Antônia, pelo amor, dedicação e pelo apoio em todas as etapas da minha vida.

Aos meus tios, Jovair e Etelvina, e sua família que sempre torceram pelo meu sucesso. Júlia e Danilo, obrigada por dividirem a vovó e as mamães com o Enzo.

Ao meu marido, Maurinho, pelo amor, apoio e pela paciência nos momentos mais difíceis.

Ao meu filho, Enzo, que me ensinou tanto em tão pouco tempo de vida. A vida é bela porque você existe.

A todos aqueles que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho.

Conteúdo

Resumo	ix
Abstract	xi
Lista de Símbolos	xiii
1 Introdução	1
1.1 Aeroelasticidade não linear	4
1.1.1 Não linearidades estruturais	5
1.1.2 Não linearidades aerodinâmicas	8
1.2 Análise da resposta aeroelástica não linear	11
1.3 Objetivos do trabalho	15
1.4 Organização do trabalho	17
2 Ferramentas para Análise de Séries Temporais Experimentais	19
2.1 Introdução	19
2.2 Sistemas dinâmicos não lineares	20
2.3 Reconstrução do espaço de estados	22
2.3.1 Dimensão de imersão	26

2.3.2	Defasagem	28
2.4	Análise de sinais no domínio da frequência	30
2.5	Expoentes de Lyapunov	32
2.6	Entropia	36
3	Análise de Frequência das Séries Temporais	39
3.1	Introdução	39
3.2	Aparato experimental	39
3.3	Análise de frequência das séries temporais	46
3.3.1	Análise das séries do caso oscilatório não linear de flexão	46
3.3.2	Análise das séries do caso oscilatório não linear de torção	51
3.3.3	Análise das séries não lineares de torção para a plataforma livre	56
4	Reconstrução do Espaço de Estados das Séries Aeroelásticas Não Lineares	59
4.1	Introdução	59
4.2	Reconstrução do espaço de estados para as séries do caso de flexão oscilatório não linear	59
4.3	Reconstrução do espaço de estados para as séries do caso de torção oscilatório não linear	61
4.4	Reconstrução do espaço de estados para as séries de torção não lineares para a plataforma livre	67
5	Análise dos Expoentes de Lyapunov e da Entropia	73
5.1	Análise dos expoentes de Lyapunov	73

5.1.1	Análise dos expoentes de Lyapunov com variação da velocidade e da frequência reduzida	78
5.2	Análise da entropia	80
5.2.1	Análise dos valores de entropia com variação da velocidade do escoamento e da frequência reduzida	80
6	Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros	83
6.1	Conclusões	83
6.2	Sugestões para trabalhos futuros	85
	Bibliografia	87
A	Séries Temporais Aeroelásticas Obtidas no Experimento	91

Resumo

Simoni, A.R. (2008). *Análise de séries temporais aeroelásticas experimentais não lineares*. São Carlos, 2008. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

A análise de sistemas dinâmicos não lineares pode ser baseada em séries obtidas de modelos matemáticos ou de experimentos. Modelos matemáticos para respostas aeroelásticas associadas ao estol dinâmico são muito difíceis de obter. Neste caso, experimentos e ensaios em vôo parecem fornecer uma base mais apropriada para a análise da dinâmica não linear. Técnicas de sistemas dinâmicos baseadas em análise de séries temporais podem ser aplicadas para a aeroelasticidade não linear. Quando tem-se disponível apenas séries experimentais, as técnicas de reconstrução do espaço de estados têm sido extensivamente utilizadas. Além disso, os expoentes de Lyapunov fornecem uma caracterização qualitativa e quantitativa do comportamento caótico de sistemas não lineares, assim, um expoente de Lyapunov positivo é um forte indicativo de caos. Medidas de entropia também fornecem informações importantes da complexidade do sistema não linear, consequentemente sua aplicação às séries temporais aeroelásticas representam uma forma apropriada para identificar movimentos caóticos. Este trabalho apresenta a aplicação de técnicas da análise de séries temporais, tais como, reconstrução do espaço de estados, expoentes de Lyapunov e medidas de entropia para respostas aeroelásticas não lineares para prever o comportamento caótico. Um modelo de asa flexível foi construído e testado em túnel de vento de circuito fechado com velocidade do escoamento variando entre 9,0 e 17,0 m/s . O modelo foi montado sobre uma plataforma giratória que produzia variações no ângulo de incidência. Deformações estruturais foram capturadas por meio de extensômetros que forneciam informações da resposta aeroelástica. O método da defasagem é utilizado para reconstruir o espaço de estados das séries temporais obtidas no experimento. Para obter a defasagem utilizada na reconstrução foi usada a análise da função de autocorrelação. Para determinar a dimensão do atrator é calculada a integral de correlação. A evolução do espectro de frequências e do espaço de estados reconstruído é analisada com as variações da velocidade do escoamento e da frequência de oscilação da plataforma. Os expoentes de Lyapunov e a entropia de Rényi foram obtidos para identificar o comportamento caótico. Os resultados foram analisados com a variação da velocidade do escoamento e da frequência de oscilação da plataforma. As técnicas utilizadas foram eficientes para observar o aparecimento de mudanças no sistema e do comportamento caótico com uma escala de interação fluido-estrutura complexa para movimentos com altos ângulos de incidência.

Palavras chave: Reconstrução do espaço de estados, aeroelasticidade, sistemas não lineares, caos, expoentes de Lyapunov, entropia.

Abstract

Simoni, A.R. (2008). *Nonlinear experimental aeroelastic time series analysis*. São Carlos, 2008. Thesis (Doutorate) - School of Engineering of São Carlos, University of São Paulo.

The analysis of non-linear dynamical systems can be based on data from either a mathematical model or an experiment. Mathematical models for aeroelastic response associated to the dynamic stall behavior are very hard to obtain. In this case, experimental or in flight data seems to provide suitable basis for non-linear dynamical analysis. Dynamic systems techniques based on time series analysis can be adequately applied to non-linear aeroelasticity. When experimental data are available, state space reconstruction methods have been widely considered. Moreover, the Lyapunov exponents provides qualitative and quantitative characterization of nonlinear systems chaotic behavior, since positive Lyapunov exponent is a strong signature of chaos. Entropy measures also provide important information on the complexity of nonlinear system, therefore its application to aeroelastic time series represent a proper way to seek for chaotic motions. This work presents the application techniques from time series analysis, such as, state space reconstruction, Lyapunov exponents and entropy measures to nonlinear aeroelastic responses, in order to predict chaotic behavior. A flexible wing model has been constructed and tested in a closed circuit wind tunnel with freestream between 9,0 and 17,0 m/s . The wing model has been mounted on a turntable that allows variations to the wing incidence angle. Structural deformation is captured by means of strain gages, thereby providing information on the aeroelastic response. The method of delays has been used to identify an embedded attractor in the state space from experimentally acquired aeroelastic response time series. To obtain the time delay value to manipulate the time series during reconstruction, the autocorrelation function analysis has been used. For the attractor embedding dimension calculation the correlation integral approach has been considered. The evolution of frequency spectra and the reconstructed state space is analyzed for variations of the freestream and the frequency of oscillation of the turntable. Lyapunov exponents and Rényi entropy have been achieved in order to seek for chaotic behavior. The results were analyzed with the variation of the freestream and the frequency of oscillation of the turntable. The used techniques had been efficient to observe the occurrence of changes and chaotic behavior within a range of complex fluid-structure interaction at higher angle of incidence motions.

Keywords: Space state reconstruction, aeroelasticity, nonlinear systems, chaos, Lyapunov exponents, entropy.

Lista de Símbolos

c	Corda de referência;
$C(\tau)$	Função de autocorrelação;
d	Dimensão de imersão;
d_a	Dimensão do atrator original;
d_e	Dimensão mínima de imersão;
d_0	Diâmetro da esfera inicial;
d_j	Distância entre o j -ésimo par de vizinhos;
$H(t)$	Função de Heaviside;
H_q	Entropia de Rényi;
H_1	Entropia de Shannon;
h_q	Entropia para um bloco com m partições;
$I(t)$	Função de informação mutual;
i, t	Variáveis temporais;
k	Frequência reduzida;
L	Distância entre dois pontos de trajetórias vizinhas;
L'	Comprimento inicial evoluído;
M	Número de passos de reposição;
N_0	Número de pontos da amostra;
n	Número de amostras;
$p_i(t)$	Eixo principal do elipsóide no instante t ;
p_j	Fração da medida contida na j -ésima vizinhança;
P_ε	Vizinhança de tamanho ε ;

q	Ordem da entropia;
$s(t)$	Série temporal experimental;
t_0	Tempo inicial;
$\mathbf{x}$	Campo vetorial;
$X(f)$	Transformada de Fourier;
V	Velocidade do escoamento;
$\mathbf{y}(t)$	Sistema reconstruído;
Δt	Instante entre duas amostras;
ε	Tamanho máximo das vizinhanças disjuntas P_j ;
Φ	Trajetórias do sistema;
$\Gamma_b(s(t))$	Probabilidade da medida $s(t)$;
λ_i	Expoente de Lyapunov;
λ_1	Maior expoente de Lyapunov;
θ	Direção do vetor ortonormal à trajetória inicial;
τ	Defasagem;
ω	Frequência de oscilação;
φ	Número inteiro múltiplo da amostragem.

Introdução

A Aeroelasticidade é um campo multidisciplinar de estudo dentro da Engenharia Aeronáutica, a qual trabalha os problemas que envolvem a interação entre a dinâmica estrutural e o escoamento aerodinâmico. As estruturas das aeronaves modernas são flexíveis e tal característica é responsável por vários tipos importantes de fenômenos aeroelásticos, como *flutter*, divergência, *buffeting* e *galloping* (BISPLINGHOFF et al., 1996). Os fenômenos aeroelásticos possíveis de ocorrer em uma aeronave são de grande preocupação no estudo da Engenharia Aeronáutica, pois há uma busca constante por aeronaves mais leves, cada vez mais rápidas e seguras. Muitos estudos realizados desde a metade do século passado verificaram que os sistemas aeroelásticos são quase sempre não lineares e que as não linearidades aeroelásticas levam a comportamentos tais como: bifurcações, oscilações de ciclo limite e caos (SHETA et al., 2002).

Não linearidades associadas à resposta aeroelástica podem ter origem tanto na dinâmica estrutural quanto no carregamento aerodinâmico não estacionário. Do ponto de vista da estrutura, as não linearidades podem ter origem na geometria das deformações ou nas características dos materiais que são usados para a construção da mesma. No contexto da aerodinâmica não estacionária, as principais fontes de não linearidade são devido aos efeitos de separação (turbulência e estol) e aos efeitos de compressibilidade (ondas de choque).

Na década passada, os fenômenos aeroelásticos não lineares tornaram-se de grande interesse na pesquisa, principalmente pelo avanço de métodos teóricos e experimentais. Assim,

muitas pesquisas têm sido realizadas para entender como os efeitos aeroelásticos não lineares adversos podem ser diminuídos ou utilizados de maneira favorável ao voo (DOWELL; TANG, 2002).

Quando a velocidade do escoamento é alta, os efeitos de compressibilidade são importantes e podem ter grande influência nas características da resposta aeroelástica não linear (LEE et al., 1999). Lee et al. (1999) consideraram algumas situações nas quais as não linearidades aerodinâmicas têm grande importância na interação com a dinâmica estrutural do aerofólio.

Na busca por maior capacidade de manobra, as aeronaves modernas têm que operar em altos ângulos de ataque, onde os efeitos não lineares devido a separação são dominantes. Desta forma, o projetista de aeronaves precisa estar apto a estimar efeitos causados pelo escoamento separado. Tais efeitos são quase sempre adversos e sempre de grande magnitude (ERICSSON; REDING, 1987).

O tratamento de problemas aeroelásticos necessita de modelos matemáticos que envolvam aspectos de disciplinas como aerodinâmica e dinâmica estrutural. Em geral, tais modelos resultam em sistemas de equações diferenciais e integro-diferenciais de solução complexa. Em muitos casos apenas soluções numéricas servem como alternativa para análises aeroelásticas. Recentemente, Camilo (2007) utilizou, com sucesso, técnicas da dinâmica dos fluidos computacional (CFD, do inglês *Computational Fluid Dynamics*) para analisar modelos estruturais não lineares. Simplificações nas hipóteses físicas para a geração dos modelos também são usuais, o que representa uma limitação nos estudos de fenômenos aeroelásticos.

Os métodos experimentais também são importantes na análise dos fenômenos aeroelásticos. Os experimentos são necessários no desenvolvimento de modelos teóricos e produzem soluções para problemas práticos em muitas áreas onde a teoria existente ainda não é consistente (BISPLINGHOFF et al., 1996). Além disso, os experimentos servem de comparação para as simulações, auxiliando na identificação de problemas com o modelo matemático. Dados experimentais fornecem informações, as quais possibilitam a formação de uma base de dados que pode ser usada para métodos de identificação de sistemas. Neste caso, métodos inversos ou modelos en-

trada/saída podem ser obtidos e usados para análise de fenômenos aeroelásticos (MARQUES, 1997).

Para o estudo de fenômenos aeroelásticos não lineares o uso de técnicas e métodos de identificação de sistemas parece ser conveniente, uma vez que um modelo unificado de interação fluido-estrutura pode ser obtido diretamente de uma base de dados experimental.

Experimentos em Aeroelasticidade podem necessitar de muitas medidas simultâneas de sinais, tais como: aceleração em pontos da estrutura, variações de pressão nas superfícies aerodinâmicas, etc. Em muitos casos tais medidas tornam-se complicadas e encarecem demasiadamente os experimentos. No entanto, no contexto da análise de sistemas dinâmicos não lineares é possível resgatar importantes características do sistema apenas através de respostas no tempo das variáveis significativas. O uso de técnicas de reconstrução do espaço de estados através de séries temporais (respostas do sistema dinâmico) é uma forma conveniente de se analisar fenômenos aeroelásticos. Uma vantagem dessa abordagem é que para sistemas aeroelásticos com efeitos não lineares significativos, torna-se mais fácil fazer a análise através de poucas medidas durante um experimento (FRASER, 1989). Também, tem-se a análise de Fourier como uma das formas mais tradicionais para tratamento de sinais e séries temporais. Outras técnicas como análise pelo mapa de Poincaré e redes neurais também têm sido amplamente utilizadas para sistemas dinâmicos não lineares com poucos graus de liberdade.

Pouco tem sido apresentado na literatura técnica sobre métodos de análise aeroelástica não linear usando técnicas baseadas na reconstrução do espaço de estado. Recentemente, Marques et al. (2003, 2006) e Simoni et al. (2005) apresentaram estudos preliminares sobre a reconstrução do espaço de estados de respostas aeroelásticas não lineares obtidas experimentalmente.

As principais fontes de não linearidades aeroelásticas em questão são devido ao estol, o que tem sido associado a presença de caos. Os resultados apresentados por Marques et al. (2003, 2004) têm mostrado que o uso de técnicas de reconstrução para análise aeroelástica é bastante promissor na identificação dos fenômenos não lineares. A principal razão para crer nisso reside no fato de que os dados obtidos experimentalmente guardam as informações essenciais dos

fenômenos. Então, sem as limitações dos atuais modelos aeroelásticos, o estudo das respostas aeroelásticas obtidas experimentalmente pode levar a um melhor entendimento dos fenômenos não lineares, além de poder identificar possíveis novos problemas.

Outras ferramentas podem ser utilizadas para analisar os fenômenos aeroelásticos não lineares possíveis de ocorrer no sistema. Características quantitativas como os expoentes de Lyapunov e os valores de entropia também podem indicar a ocorrência do comportamento caótico. Os expoentes de Lyapunov determinam a razão exponencial, na qual trajetórias inicialmente próximas divergem, em média, com a evolução temporal. A teoria da informação e a entropia podem ser usadas para identificar relações entre variáveis. A informação da entropia, também, tem sido usada para analisar o comportamento de sistemas dinâmicos não lineares e séries temporais (ROULSTON, 1999).

1.1 Aeroelasticidade não linear

Fenômenos não lineares em aeroelasticidade são conhecidos há muitos anos, mas somente na década passada tais efeitos tornaram-se de maior interesse para os pesquisadores (DOWELL; TANG, 2002). Devido ao avanço nos métodos analíticos e experimentais, os efeitos aeroelásticos não lineares passaram a ser mais e melhor estudados.

Em termos de modelos matemáticos em Aeroelasticidade, os efeitos aerodinâmicos não lineares são mais difíceis de analisar, pois as equações que governam o movimento do escoamento nem sempre possuem solução analítica. Por muitas décadas a teoria linear foi utilizada com sucesso para determinar a resposta de aeronaves a rajadas, turbulência ou excitações externas, mas com o surgimento de aeronaves cada vez mais rápidas, a teoria linear tornou-se insuficiente (LEE et al., 1999). Fenômenos aerodinâmicos não lineares, tais como: depressão transônica e oscilações de ciclos limite, em geral, não são previstos pela teoria linear.

Experiências nos estudos das respostas aeroelásticas têm tornado cada vez mais necessário classificar, adequadamente, os fenômenos não lineares envolvidos. Tipicamente, a resposta aeroelástica não linear têm sido classificada em quatro caminhos possíveis: *flutter*, divergência,

oscilação em ciclo limite e movimentos caóticos. O fenômeno de *flutter* é um movimento oscilatório auto-sustentado que ocorre quando a aeronave atinge uma velocidade crítica. Neste ponto a oscilação se mantém em uma amplitude fixa (BISPLINGHOFF et al., 1996). Em velocidades maiores que a crítica, qualquer pequena perturbação pode induzir ao início de oscilações com amplitudes crescentes. A divergência é um movimento não oscilatório instável com amplitudes crescentes, de comportamento quase-estacionário.

Quando a solução converge para uma oscilação com amplitude finita é chamada de oscilação em ciclo limite (LCO, do inglês, *Limit Cycle Oscillation*). As oscilações em ciclos limite representam uma das mais importantes características no comportamento aeroelástico não linear e consistem de oscilações periódicas com um número de frequências e amplitudes limitado (ALONSO; JAMESON, 1994). O movimento caótico é caracterizado pelas oscilações não periódicas consistindo de frequências e amplitudes múltiplas.

As não linearidades em sistemas aeroelásticos são divididas em termos de sua origem na aerodinâmica e estrutura. As não linearidades aerodinâmicas podem estar associadas ao aparecimento e movimento de ondas de choques sobre a asa e corpo de uma aeronave caracterizada pelo regime de voo transônico, e também pelos efeitos viscosos como separação do escoamento e outras. As relacionadas com a estrutura também têm grande relevância. Não linearidades estruturais podem surgir por fadiga ou folga nas superfícies de controle, comportamento do material, ou várias outras origens (LEE et al., 1999). Aeronaves próximas ao final de sua vida útil e aeronaves de combate que carregam cargas externas pesadas são mais facilmente influenciadas por efeitos associados à não linearidades estruturais. Os diferentes tipos de não linearidades estruturais e aerodinâmicas são analisadas e classificadas por Lee et al. (1999).

1.1.1 Não linearidades estruturais

Entender o comportamento não linear de um sistema é essencial para o desenvolvimento eficiente de projetos seguros de asas e superfícies de controle das aeronaves. A estrutura das aeronaves geralmente apresenta não linearidades, que afetam não somente a velocidade crítica

de *flutter*, mas também as características do próprio movimento. Não linearidades estruturais podem ser classificadas como sendo distribuídas ou concentradas. Em geral, não linearidades distribuídas são determinadas por deformações elastodinâmicas que afetam a estrutura como um todo. Por outro lado, as não linearidades concentradas agem localmente e normalmente são encontradas em mecanismos de controle ou nas conexões entre partes da estrutura (LEE et al., 1999). Esse tipo de não linearidade possui efeito significativo em oscilações de baixas amplitudes.

Dowell e Tang (2002) classificam as não linearidades estruturais em três tipos de curvas: o *free-play*, histerese e cúbica. Não linearidades concentradas também podem ser obtidas por uma combinação desses três tipos de curvas. A Figura 1.1 mostra a representação de uma não linearidade estrutural do tipo *free-play*.

Figura 1.1: Não linearidade estrutural do tipo *free-play*.

Lee e Kim (1995) analisaram a história no tempo da resposta aeroelástica de um modelo estrutural com n graus de liberdade em que consideraram a não linearidade do tipo *free-play* na superfície de controle. Os autores definiram regiões de estabilidade do comportamento aeroelástico, onde o sistema obteve respostas convergentes, oscilações em ciclos limite, caos e

respostas divergentes. Em pesquisas realizadas por Price et al. (1994) e Lee et al. (1999) foram encontradas respostas aeroelásticas caóticas para vários tipos de não linearidades estruturais. Lee e Kim (1995) e Tang e Dowell (2002) analisaram os efeitos de não linearidades dos tipos cúbica e *free-play* pela construção de diagramas de bifurcações. Nestes casos, foram obtidas boas relações entre o modelo matemático e o experimento nas respostas em oscilações em ciclos limite.

O problema do aquecimento produzido em vôos em altos números de Mach também pode gerar grandes reduções na rigidez estrutural, o que também leva à não linearidades estruturais. Em superfícies de comando de vôo operados por motores ou acionados por molas, a causa mais comum do comportamento não linear é o *backlash* (LEE et al., 1999).

Certos tipos de sistemas de comando de vôo que usam molas pré-tencionadas levam a uma não linearidade de rigidez estrutural que é importante na previsão do *flutter*. Neste caso, quando a superfície de comando principal é acionada, o coeficiente de rigidez é menor quanto maior for o deslocamento, mas para um certo deslocamento há um salto súbito na rigidez (LEE et al., 1999).

As dobradiças das superfícies de controle quase sempre apresentam folgas e após anos de uso existe uma diminuição na rigidez. Em testes de vôo foi observado que asas que carregam equipamentos do lado externo estão sujeitas à oscilações de ciclos limite de baixa frequência. Podem ocorrer também não linearidade na dobradiça ou articulação que liga o flape à asa, levando à oscilações no flape. Neste contexto, Lee e Tron (1998), em testes realizados em terra, encontraram oscilações de ciclo limite usando uma técnica de descrição de funções. Um pouco de histerese também foi encontrado.

Outra causa de não linearidade estrutural é o atrito. Com o atrito e *backlash*, surge histerese (Figura 1.2). A histerese é caracterizada pela força ou momento que se desloca e cresce linearmente até atingir um valor no qual ocorre um salto, depois disso o sistema volta a ser linear. Ao retornar a forma linear, um outro salto correspondente ocorre para outro valor da força ou do momento. Lee et al. (1999) observaram que a histerese introduz um amortecimento e a variação

temporal do deslocamento para um sistema mecânico de um grau de liberdade é amortecida e apresenta oscilações de amplitudes moderadas.

Figura 1.2: Não linearidade estrutural do tipo histerese.

1.1.2 Não linearidades aerodinâmicas

As principais fontes de não linearidades em escoamentos aerodinâmicos são devido aos efeitos de compressibilidade e viscosos (escoamento separado, turbulência).

Quando a velocidade do escoamento é grande, os efeitos da compressibilidade são importantes e podem ter uma influência considerável nas características aeroelásticas das aeronaves. Um exemplo disso está associado ao aparecimento e movimento de ondas de choque em escoamentos transônicos não estacionários. Considerando que o fluxo é não viscoso e a separação não ocorre. Neste caso, as forças instáveis geradas pelo movimento das ondas de choque desestabilizam o movimento de arfagem de um aerofólio de um grau de liberdade provocando o fenômeno da depressão transônica na velocidade crítica de *flutter* (ASHLEY, 1979). Ashley (1979) também demonstrou que ondas de choque localizadas acima e abaixo da superfície da asa se movem com atraso de fase em relação ao movimento oscilatório do aerofólio. Esses

movimentos são responsáveis pela queda na velocidade crítica de *flutter* observada quando o número de Mach se aproxima de um.

Nos casos em que os efeitos viscosos são considerados no escoamento, a separação pode ocorrer devido à interação com a camada limite. Isto pode causar *flutter* com um grau de liberdade entre outros efeitos como o *buffeting* que é o fenômeno de oscilações irregulares da aeronave ou de seus componentes estruturais, causada pela separação do escoamento ou por movimentos turbulentos. Lee (1990) analisou ondas de choque num aerofólio rígido supercrítico e mostrou o crescimento da onda de choque causado pela separação com o aumento do ângulo de ataque para determinados números de Mach. A onda de choque também pode induzir separação do arrasto e as duas regiões de separação podem se unir para formar uma única região de escoamento separado atrás da onda de choque (LEE; TRON, 1998). Neste caso, as cargas aerodinâmicas instáveis são muito grandes e têm frequências características que podem estar próximas das envolvidas no *flutter*. Lee (1990) propôs um mecanismo para testar o movimento de ondas de choque auto-sustentado de um aerofólio supercrítico baseado em medidas experimentais. Mais tarde, Lee et al. (1994) realizaram uma análise teórica usando uma aproximação da propagação de onda para demonstrar o acoplamento entre as ondas geradas no arrasto e as ondas de choque. Os movimentos instáveis da onda de choque ocorrem numa frequência discreta que pode excitar os modos de vibrar da estrutura resultando numa vibração tipo ciclo limite para uma estrutura elástica.

Em aerofólios e asas em movimento não estacionário com altos ângulos de ataque observa-se uma série complexa de eventos não lineares que levam a um importante comportamento dinâmico e, possivelmente, ao movimento caótico. Chamado de estol dinâmico, esse fenômeno resulta num atraso dinâmico do estol quando o ângulo de ataque é mantido acima do ângulo de estol estático. Em muitos casos, o estol dinâmico e o escoamento separado associado tornam-se os principais fatores limitantes no desempenho aeroelástico de uma aeronave (CARR, 1985).

O interesse na melhora da capacidade de manobra das aeronaves ampliou os estudos sobre o estol dinâmico e de como esse fenômeno pode ser utilizado de maneira favorável ao voo. Nos

últimos 50 anos muitos estudos foram realizados na tentativa de determinar a resposta de várias configurações de asa e aerofólios passando pelo ângulo de estol estático. Muitas pesquisas foram feitas procurando identificar os mecanismos que combinam o atraso da separação e do estol em superfícies aerodinâmicas arfadas rapidamente (CARR; CHANDRASEKHARA, 1996).

O estol dinâmico acontece devido às alterações nas condições do escoamento e/ou do ângulo de ataque. Os principais parâmetros que afetam o comportamento aerodinâmico de um aerofólio sob condições de estol dinâmico são: amplitude das oscilações, ângulo de ataque, frequência reduzida, números de Reynolds e Mach, formato do aerofólio, material da superfície e nível de turbulência do escoamento livre. Num aerofólio, logo após o ângulo de ataque exceder o ângulo de estol, os efeitos viscosos tornam-se predominantes. O escoamento viscoso não permanece muito tempo colado à superfície do aerofólio ocorrendo a separação. Um pequeno vórtice se forma inicialmente próximo ao bordo de ataque do aerofólio. Esse vórtice aumenta e se move pela superfície do aerofólio provocando um momento de arfagem negativo, levando à separação do escoamento e consequentemente ao movimento caótico (CARR, 1985). Não linearidades aerodinâmicas associadas à separação em baixa velocidade são encontradas também no estol dinâmico em lâminas de helicópteros ou em lâminas da hélice.

Outro tipo de não linearidade aerodinâmica surge da formação de vórtices de ponta de asa, também associado ao arrasto induzido. Strganac et al. (1987) estudaram o caso para um modelo de asa. Os vórtices oscilam com o tempo e suas forças dependem do ângulo de ataque estático e da amplitude do movimento do aerofólio. Para os casos com movimentos oscilatórios de grandes amplitudes, quando os vórtices são formados acima e abaixo da superfície da asa, o atraso de fase com relação à oscilação da asa pode ser muito grande. Muito poucos estudos sobre este tópico foram feitos, embora algumas investigações foram realizadas para asas delta em amplitudes elevadas do ângulo de incidência.

1.2 Análise da resposta aeroelástica não linear

Durante a análise aeroelástica da estrutura de uma aeronave é comum assumir que as forças estruturais e aerodinâmicas sejam lineares. Entretanto, existem muitas situações onde a aproximação linear não é aplicável e é preciso considerar as não linearidades que podem modificar substancialmente o comportamento da resposta aeroelástica, o que torna a análise um pouco mais difícil.

De forma geral, para analisar a resposta de um sistema, é utilizado um modelo matemático. Assim, dado um problema real, a determinação do movimento resultante do sistema está ligada à obtenção da solução da equação diferencial e das condições de contorno associadas ao modelo.

No caso de existir uma solução, esta pode descrever um movimento oscilatório periódico ou quase periódico, ou convergir para um ponto ou uma trajetória fechada que, neste caso, são chamados de atratores. Os sistemas não lineares são particularmente difíceis de analisar, pois existe uma grande sensibilidade às condições iniciais, uma pequena mudança nas condições iniciais podem gerar grandes mudanças no resultado ao longo do tempo. Para esses sistemas existem ainda os atratores caóticos ou estranhos. Estes atratores possuem pelo menos uma direção no espaço de fase segundo a qual pequenas distâncias se expandem em média de forma exponencial, apesar disso se mantém confinado numa região finita do espaço de fase (ALIGHANBARI; LEE, 2003).

Quando a solução converge para uma trajetória fechada, essa trajetória é chamada de ciclo limite. As oscilações de ciclo limite representam uma das mais importantes características no comportamento aeroelástico não linear. Estudos recentes têm se fixado na identificação de ciclos limite em sistemas não lineares (ROBERTS et al., 2002).

Outro fenômeno importante na dinâmica não linear é a bifurcação que representa mudanças súbitas na dinâmica do sistema. O comportamento assintótico da solução muda sua característica com a variação dos parâmetros do sistema, um invariante pode perder sua estabilidade e um novo tipo pode ser criado, o qual pode ser instável ou estável. O surgimento e desapareci-

mento de ciclos limites também são bifurcações.

O comportamento caótico representa uma das mais importantes características dos sistemas não lineares. Poincaré, em 1890, estudava uma simplificação do sistema solar e notou a existência de um terceiro tipo de movimento estável extremamente complicado que hoje é chamado de movimento caótico (ALLIGOOD et al., 1996). A propriedade fundamental de um sistema caótico é a dependência sensível à condição inicial, isto é, condições iniciais muito próximas geram trajetórias inicialmente próximas que, após um certo tempo, passam a apresentar comportamentos completamente não correlacionados entre si. Daí a impossibilidade de se fazer previsões de longa duração baseadas em modelos matemáticos quando se tem um sistema caótico. Hoje já se sabe que o comportamento caótico é observável na natureza, sendo o responsável por importantes fenômenos que ocorrem nas mais diversas áreas, bem como nos problemas em Aeroelasticidade.

A importância dos fenômenos aerolásticos não lineares tornou-se evidente nos últimos anos com o crescente interesse na dinâmica não linear (PRICE; KELERIS, 1996). Por exemplo, Moon (1987) apresentou vários sistemas simples de engenharia que mostravam comportamento dinâmico complexo devido a pequenos efeitos não lineares. Exemplos deste tipo de comportamento para perfis bidimensionais com não linearidades estruturais foram estudados por Yang e Zhao (1988) e Price et al. (1994). Esses estudos mostraram que as oscilações de ciclo limite podem existir para velocidades bem abaixo da velocidade linear de *flutter* e que a ocorrência dessas oscilações de ciclos limite é fortemente dependente das condições iniciais do aerofólio, e que a resposta dinâmica do aerofólio pode ser caótica (PRICE; KELERIS, 1996).

De modo geral, para a identificação e caracterização do comportamento caótico da resposta aeroelástica não linear é necessário fazer uso de várias técnicas diferentes, tais como: histórias temporais, análise em frequência, diagramas de bifurcação, mapas de Poincaré, expoentes de Lyapunov e valores de entropia.

Os modelos matemáticos são muito úteis, mas muitas vezes se torna necessário analisar sistemas sem que se conheçam detalhes sobre a sua dinâmica, como no caso de dados obtidos

experimentalmente. Assim, nem sempre é possível criar um modelo simplificado que represente o problema, então é necessário lançar mão de outras técnicas como da reconstrução do espaço de estado.

Packard et al. (1980) e Ruelle (1979), simultaneamente e independentemente, introduziram a idéia de usar coordenadas defasadas para reconstruir o espaço de fase de um sistema dinâmico. Takens (1981), posteriormente, provou a validade do método no que ficou conhecido como Teorema de Takens (TAKENS, 1981).

A idéia principal é que não é preciso conhecer as derivadas para formar o sistema de coordenadas do espaço de fase onde será capturada a estrutura das órbitas, mas pode-se usar diretamente as variáveis defasadas $s(t + \tau) = s(t_0 + (t + \tau)\tau_s)$, onde τ é a defasagem a ser determinada. Então usa-se um conjunto de séries defasadas no tempo para criar um vetor de dimensão d ,

$$\mathbf{y}(t) = [s(t), s(t + \tau), s(t + 2\tau) \dots s(t + \tau(d - 1))], \quad (1.1)$$

que fornece as coordenadas requeridas.

Neste método, a determinação dos parâmetros de imersão, como a dimensão d e a defasagem τ , são de extrema importância e vários métodos podem ser usadas para determinação desses parâmetros.

O ruído, inevitável nas séries experimentais, pode comprometer os resultados obtidos com o método da defasagem. Esses efeitos podem ser minimizados através de técnicas de filtragem. O sinal pode ser filtrado eletronicamente durante a aquisição, porém, nem sempre essa técnica produz bons resultados. Nesse caso, pode-se utilizar a filtragem digital, feita posteriormente.

Outros métodos de reconstrução também têm sido utilizados com sucesso. Vasconcellos (2007) utilizou o método da decomposição em valores singulares na reconstrução de séries temporais experimentais obtendo bons resultados, mesmo para séries com ruídos.

Dentro da análise de séries temporais não lineares é de grande interesse o cálculo dos expoentes de Lyapunov. Esses, se positivos, são a mais forte evidência do comportamento caótico

(KANTZ, 1994).

Calcular os expoentes de Lyapunov é relativamente fácil se as equações do movimento no espaço de fase do sistema são conhecidas, mas se temos apenas uma série temporal de uma única variável medida, esse cálculo torna-se um pouco mais complicado. As séries temporais experimentais podem apresentar problemas como a contaminação por ruídos ou um reduzido número de amostragem.

Pode-se usar algoritmos que calculam os expoentes de Lyapunov diretamente da definição no espaço de estados e desta forma, não precisam das equações do movimento. Na prática é possível calcular apenas o maior expoente.

Os métodos existentes para estimar o maior expoente de Lyapunov apresentam pelo menos um dos seguintes problemas: não confiável para séries temporais pequenas, computacionalmente intensivo e relativamente difícil de implementar (ROSENSTEIN et al., 1993).

Entre os métodos mais utilizados está o algoritmo proposto por Wolf et al. (1985). Este algoritmo calcula o maior expoente de Lyapunov de uma série de dados através do cálculo da evolução da divergência entre duas órbitas inicialmente próximas. Mais recentemente Rosenstein et al. (1993) e Kantz (1994) desenvolveram algoritmos semelhantes baseados no algoritmo de Wolf et al. (1985), que são mais fáceis de implementar e apresentaram resultados confiáveis, mesmo para conjuntos pequenos de dados.

A teoria da informação também fornece uma importante ferramenta na análise de séries temporais. A medida de entropia, que é a quantidade termodinâmica que descreve a quantidade de desordem no sistema, tem sido usada para quantificar o caos em sistemas não lineares. Essa teoria começou a ser desenvolvida em 1940 e as principais contribuições são Shannon, Rényi e Kolmogorov (KANTZ; SCHREIBER, 2000). A medida de entropia de uma série temporal é importante para caracterização do sistema dinâmico pois fornece informações topológicas do sistema, indicando qual a quantidade de desorganização, assim a entropia nula ocorre quando o sistema não apresenta comportamento caótico. A entropia, assim como os expoentes de Lyapunov, são medidas em unidade inversa do tempo. Os valores obtidos para uma série temporal

são dados em unidades no inverso do intervalo amostral.

Outras ferramentas podem ser utilizadas para identificar o comportamento caótico das séries aeroelásticas. Pela análise em frequência ou análise espectral é possível obter informações sobre as frequências de oscilação do sistema. Além disso, pode ser utilizada na identificação do comportamento caótico do sistema, observando-se algumas restrições (MOON, 1992).

Os mapas e seções de Poincaré são ferramentas que também possibilitam distinguir entre movimentos quase periódicos, periódicos e caóticos (NAYFEH; BALACHANDRAM, 1995). Na maioria dos casos, o uso da seção de Poincaré é limitado aos sistemas cujo comportamento assintótico é restrito a um espaço n -dimensional, tipicamente $n \leq 3$. Para $n > 3$, usualmente usa-se projeções bidimensionais ou tridimensionais da seção de Poincaré para verificar se um movimento é caótico.

Em situações experimentais, a construção da seção de Poincaré é mais complicada, pois não existe um completo conhecimento anterior do espaço de estados associado ao sistema, neste caso, pode-se usar técnicas de interpolação para a construção da seção de Poincaré.

1.3 Objetivos do trabalho

O objetivo desse trabalho é aplicar, comparar e discutir técnicas de análise de séries temporais, em especial as técnicas de reconstrução do espaço de estado, para a análise de fenômenos aeroelásticos não lineares a partir de dados experimentais. Técnicas, tais como a reconstrução do espaço de estados, têm sido desenvolvida por dinamicistas não lineares para a análise de séries temporais e, em princípio, propiciam uma abordagem adequada na investigação de fenômenos aeroelásticos não lineares, tais como o do estol dinâmico.

Neste contexto, este trabalho apresenta uma contribuição original em aeroelasticidade não linear, apresentando uma análise de séries temporais não lineares obtidas em ensaio em túnel de vento com estol induzido, através de diferentes técnicas como: análise de frequência, técnicas de reconstrução do espaço de estados, expoentes de Lyapunov e medidas de entropia.

A proposta do trabalho está baseada no uso de métodos de reconstrução do espaço de estados de respostas aeroelásticas medidas experimentalmente, portanto, portadoras de ruídos e outros efeitos não lineares inerentes das imperfeições do modelo experimental. As limitações causadas por tais problemas também são discutidas nesse trabalho.

O ensaio é realizado fixando a asa a uma plataforma giratória que fornece movimento de incidência e expondo a mesma à um escoamento aerodinâmico. Diferentes condições de ensaio são obtidas através da variação do ângulo de incidência e da velocidade de escoamento. As respostas aeroelásticas do modelo para diferentes condições de ensaio são obtidas por medidas extensométricas distribuídas ao longo da superfície da semi-envergadura de asa. Não linearidades são introduzidas às respostas aeroelásticas através de ensaios com altos ângulos de incidência variando no tempo, o que leva ao típico fenômeno de estol dinâmico.

As séries obtidas no experimento são analisadas, primeiramente, no domínio da frequência. São analisados os espectros de frequência e os gráficos de tempo-frequência, procurando identificar fenômenos como bifurcações, oscilações de ciclo limite e o comportamento caótico. As séries são analisadas comparativamente, com variação da velocidade de escoamento e com variação da frequência de oscilação.

O espaço de estado da série temporal será reconstruído pelo método da defasagem (PACKARD et al., 1980; TAKENS, 1981). Neste método é importante a escolha da dimensão e do tempo de defasagem. A dimensão será calculada pelo método da saturação de algum invariante do sistema (GRASSBERGER; PROCACCIA, 1983) e para o cálculo da defasagem será utilizada a função de autocorrelação (BOX et al., 1994).

Os expoentes de Lyapunov das séries temporais obtidas experimentalmente são calculados com o objetivo de identificar o comportamento caótico dos dados. O método de Wolf et al. (1985) e o de Rosenstein et al. (1993) são utilizados e os resultados são comparados. Além disso, usamos uma série filtrada para testar o comportamento do algoritmo de Wolf et al. (1985) que tem se mostrado mais sensível ao ruído.

Medidas de entropia de Rényi de 2ª ordem também são calculadas e utilizadas para analisar

o comportamento das séries quando a velocidade do escoamento e a frequência de oscilação da plataforma variam.

1.4 Organização do trabalho

O trabalho está dividido em seis Capítulos. Neste primeiro Capítulo é apresentada a motivação para o uso de séries de dados experimentais na análise não linear e uma revisão da literatura relacionada ao tratamento deste tipo de dados. Mostra também as possíveis origens dos efeitos não lineares e as técnicas utilizadas ultimamente para análise dos fenômenos não lineares.

O Capítulo 2 apresenta as técnicas de análise de dados não lineares a partir da reconstrução do espaço de estados. São descritos os métodos para obtenção dos parâmetros da reconstrução como defasagem e dimensão de imersão. São apresentados também os diferentes algoritmos para o cálculo do maior expoente de Lyapunov de uma série temporal. A entropia de Rényi é definida.

Os Capítulos 3, 4 e 5 apresentam os resultados preliminares na identificação de sistemas caóticos.

O Capítulo 3 trata dos resultados obtidos. Inicialmente descreve o experimento realizado, especificando as características do modelo de asa para ensaios em túnel de vento, a forma de coleta de dados e os equipamentos utilizados. Uma análise em frequência é feita, apresentando o espectro de frequência e os gráficos de tempo-frequência para as séries não lineares com variação da velocidade do escoamento e da frequência de oscilação da plataforma.

No Capítulo 4 são reconstruídos os espaços de estados das séries não lineares utilizando o método da defasagem. Também é feita uma análise da evolução dos espaços reconstruídos com variação da velocidade de escoamento e variação da frequência de oscilação da plataforma.

Os expoentes de Lyapunov e a entropia são calculados no Capítulo 5. Para o cálculo dos expoentes de Lyapunov é utilizado o algoritmo de Wolf et al. (1985). Também é feito um teste para uma série filtrada para verificar a eficiência do método no tratamento de séries contamina-

das por ruído, comparando o resultado com o obtido pelo método de Rosenstein et al. (1993). A entropia de Rényi é calculada e os resultados obtidos também são comparados para as séries com aumento da velocidade do escoamento.

No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões deste trabalho e algumas sugestões para trabalhos futuros.

Ferramentas para Análise de Séries Temporais Experimentais

2.1 Introdução

Neste Capítulo é feita uma apresentação dos sistemas dinâmicos e discutidas as principais ferramentas que podem ser utilizadas para caracterizar as respostas de um sistema não linear.

Muitas vezes torna-se importante analisar um sistema dinâmico sem que se conheçam detalhes sobre a sua dinâmica, não possuindo portanto um modelo matemático estabelecido. Uma alternativa para isso é a análise de séries temporais que podem ser obtidas diretamente de um experimento (KANTZ; SCHREIBER, 2000).

De uma maneira geral, um experimento não mede todas as variáveis de estado do sistema e, usualmente, tem-se disponível a evolução no tempo de apenas uma variável de estado. Dessa forma é interessante analisar o sistema dinâmico a partir dessa série temporal.

Existem vários métodos para identificar e medir o comportamento caótico em séries experimentais, dependendo do que se quer caracterizar na trajetória. As técnicas incluem, análise visual simples da série temporal representada por um gráfico no tempo da trajetória ou do atrator reconstruído para a série temporal; análise espectral das séries temporais; análise da estabilidade usando expoentes de Lyapunov; análise de entropia, entre outras (KINSNER, 2006).

A análise em frequência é uma boa ferramenta na análise de séries temporais experimentais, mas, infelizmente, o uso da transformada de Fourier falha para séries contaminadas por ruído. Quando um sinal caótico é contaminado com ruído, muitas vezes torna-se difícil distinguir as frequências do sinal caótico, pois o ruído faz com que a transformada apresente frequências em todo espectro. Assim, para séries com ruídos pode ser necessário o uso de medidas adicionais para caracterizar o comportamento caótico. Neste sentido, os expoentes de Lyapunov podem ser utilizados não somente para distinguir o ruído do caos, mas também para caracterizar o caos. Outras medidas como a entropia de Rényi, também são fundamentais para caracterizar a complexidade dos sinais caóticos e diferenciá-los do ruído.

2.2 Sistemas dinâmicos não lineares

Um sistema dinâmico pode ser representado por um sistema de equações diferenciais que evolui no tempo. Este sistema pode ser expresso na forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in R^n. \quad (2.1)$$

Isto significa que um campo vetorial, $\mathbf{x}$, está sendo submetido a uma mudança imposta por f . Essa função é determinada pelo problema em questão. Se essa função for linear, o sistema é um sistema dinâmico linear, se f for não linear, então o sistema é dito um sistema dinâmico não linear.

Os sistemas dinâmicos não lineares são mais complexos e não podem ser subdivididos em partes para serem resolvidas separadamente, como no caso dos sistemas lineares. Por isso, são mais difíceis de se resolver analiticamente, na maioria dos casos procura-se por uma informação qualitativa do sistema.

As soluções de um sistema dinâmico são representadas por curvas num espaço n -dimensional, onde n é a dimensão do sistema. Essa curva é chamada de trajetória e o espaço é chamado de espaço de estados do sistema dinâmico. Do espaço de estados é possível retirar informações sobre as soluções do sistema dinâmico. O espaço de estados pode ser obtido resolvendo o sistema

dinâmico ou por técnicas de reconstrução do espaço de estados a partir de séries experimentais.

Para sistemas dinâmicos unidimensionais, a solução é sempre um ponto fixo, que pode ser um atrator (ou poço), um repulsor (ou fonte) ou um ponto de sela. Um ponto fixo é um atrator se todas as trajetórias do sistemas são atraídas para ele, e é um repulsor se todas as trajetórias são repelidas para longe dele. Se um ponto fixo é um ponto de sela, algumas órbitas são atraídas para este ponto, enquanto que outras são repelidas.

A Figura 2.1 apresenta o comportamento não oscilatório das trajetórias próximas aos diferentes tipos de pontos fixos.

Figura 2.1: Comportamento não oscilatório das trajetórias próximas a pontos fixos.

No caso dos sistemas bidimensionais, além dos pontos fixos, surge um outro tipo de solução que são os ciclos limites. Este tipo importante de comportamento é representado por trajetórias evoluindo em ciclos fechados no espaço de estados. Os ciclos limites podem ser atratores ou repulsores.

Pontos fixos ou ciclos limites atratores são definidos como soluções estáveis. A estabilidade de pontos fixos e ciclos limites pode mudar de acordo com os parâmetros do sistema. Um atrator pode tornar-se um repulsor ou um ponto de sela. Essa mudança na estabilidade das soluções é conhecida como bifurcação. O surgimento de um ciclo limite estável é chamado de bifurcação de Hopf.

Para sistemas dinâmicos em três dimensões ou mais, outro tipo de comportamento das soluções pode surgir, que é conhecido como comportamento caótico. O caos é caracterizado pela extrema sensibilidade às condições iniciais do sistema.

Para um sistema dinâmico caótico, trajetórias inicialmente próximas, apresentam movimentos completamente diferentes ao longo do tempo. O comportamento caótico não deve ser confundido com o comportamento aleatório. No caso dos fenômenos aleatórios, o sistema apresenta uma resposta aleatória como consequência de uma entrada aleatória. Por outro lado, os fenômenos caóticos são determinísticos, ou seja, para uma entrada totalmente conhecida e determinada surge uma resposta aparentemente aleatória (SAVI, 2006).

Um sistema que apresenta comportamento caótico também pode possuir atratores. Esses atratores, diferentes dos pontos fixos e ciclos limites, são conhecidos como atratores estranhos. Esses atratores possuem sensibilidade às condições iniciais e apresentam uma geometria peculiar chamada de fractal. A Figura 2.2 apresenta uma série periódica e seu respectivo espaço de fases. Na Figura 2.3 é apresentada uma série caótica e pode-se visualizar a presença dos atratores estranhos no espaço de fases.

O comportamento caótico pode ser caracterizado e quantificado pela divergência entre trajetórias vizinhas. Para isso, pode-se usar o método dos expoentes de Lyapunov. Um expoente de Lyapunov positivo indica que as trajetórias vizinhas estão se separando ao longo do tempo sugerindo a presença de caos.

Sistemas dinâmicos podem ser estudados a partir de séries temporais experimentais. Através de técnicas de análise de séries temporais, como a reconstrução do espaço de estados, um espaço de estados similar ao original pode ser reconstruído. Com esse espaço reconstruído, pode-se explorar a dinâmica do sistema sem a necessidade de uma equação de movimento (SAVI, 2006).

2.3 Reconstrução do espaço de estados

Num experimento não são medidas todas as variáveis de estado envolvidas na dinâmica de um sistema. Em geral, têm-se disponível a evolução no tempo de apenas algumas variáveis representadas por séries temporais. Assim, torna-se necessário analisar o sistema a partir dessas séries temporais, sendo que o principal método disponível é o da reconstrução do espaço de estados.

Figura 2.2: Série temporal e espaço de fases para a equação de Duffing com amplitude de excitação igual a 4 (caso periódico).

A reconstrução do espaço de estado é um método de análise qualitativa que tem como idéia principal o fato de que a história temporal de um sinal contém informações sobre variáveis de estado não observadas que podem ser usadas para prever um estado presente. O método é baseado no teorema de imersão de Takens (1981). Embora o atrator reconstruído pelo método de Takens não seja idêntico ao original, pode-se demonstrar que as propriedades topológicas são preservadas.

A dimensão do espaço de fases reconstruído não é necessariamente idêntica à dimensão do espaço de fases real, que representa a dinâmica do sistema físico. Em geral, é necessário

Figura 2.3: Série temporal e espaço de fases para a equação de Duffing com amplitude de excitação igual a 7,5 (caso caótico).

reconstruir o atrator em espaços de fases com dimensão suficientemente elevada para que se tenha segurança com relação aos resultados.

O objetivo é encontrar uma aplicação biunívoca (imersão) entre os pontos do atrator original e os pontos do atrator do espaço reconstruído. Existem três métodos utilizados na reconstrução do espaço de estado: método das derivadas (PACKARD et al., 1980), método das coordenadas defasadas (PACKARD et al., 1980; TAKENS, 1981) e o método da decomposição em valores singulares (BROOMHEAD; KING, 1986).

No método das derivadas, as coordenadas são aproximações numéricas das derivadas de

ordem sucessivamente superiores de uma variável medida, ou seja:

$$\dot{s}(t) = \frac{s(t_0 + (n+1)\Delta t) - s(t_0 + n\Delta t)}{\Delta t}, \quad (2.2)$$

onde $s(t_0 + n\Delta t)$ é o sinal, $n = 1, 2, 3, \dots, N$ é o número total de amostras, t_0 é o tempo inicial e Δt é o instante entre duas amostras.

As próximas derivadas são obtidas a partir das derivadas de ordem inferior. Uma desvantagem desse método é a sensibilidade ao ruído.

No método da decomposição em valores singulares não há a necessidade de escolher a defasagem. O método utiliza-se das propriedades da matriz de covariância-variância para gerar coordenadas não correlacionadas. Ao construir essa matriz a partir de uma série temporal pode-se encontrar a melhor base para a projeção da trajetória do espaço de estados. Como no método das derivadas, este método também é sensível ao ruído, em muitos casos é necessário a filtragem do sinal para sua utilização.

O método das coordenadas defasadas tem sido o mais explorado na literatura. Esse método foi, inicialmente, proposto por Ruelle (1979) e Packard et al. (1980) e posteriormente Takens (1981) forneceu uma justificativa matemática rigorosa do uso das coordenadas defasadas na reconstrução do espaço de estado.

Uma generalização do teorema de Takens foi obtida por Sauer et al. (1991) e diz que quando um atrator de dimensão d_a é projetado em uma dimensão $d_e > 2d_a$, todos os cruzamentos de órbitas consigo mesma são eliminados. Qualquer dimensão que atenda a esta condição é chamada de dimensão de imersão ou de mergulho. Assim, quando d_e é suficientemente grande, o espaço reconstruído é topologicamente equivalente ao espaço original, preservando os invariantes geométricos do sistema. Então, quando se atinge uma dimensão mínima d_e , qualquer $d \geq d_e$ produz uma boa imersão.

Assim, a dinâmica do sistema pode ser reconstruída da seguinte forma:

$$\mathbf{y}(t) = [s(t), s(t + \tau), \dots, s(t + (d - 1)\tau)]^T, \quad (2.3)$$

onde $\mathbf{y}(t)$ representa a dinâmica reconstruída na imersão, $\tau = \phi\Delta t$ é a defasagem, sendo Δt a amostragem e ϕ um número inteiro múltiplo da amostragem.

Um problema que surge no método das coordenadas defasadas é como determinar os parâmetros da imersão, ou seja: dimensão mínima de imersão, d_e , e a defasagem, τ . A escolha da dimensão e do tempo de defasagem são especialmente importantes no caso de conjuntos de dados experimentais onde a presença de ruído é inevitável e pode complicar o problema da reconstrução. Casdagli et al. (1991) estenderam o teorema de Takens, aplicando métodos estatísticos para incorporar os efeitos do ruído e de erros de estimativa.

2.3.1 Dimensão de imersão

Basicamente, existem três métodos que podem ser utilizados para determinar a dimensão mínima de imersão: método da saturação dos invariantes do sistema (GRASSBERGER; PRO-CACCIA, 1983), método da decomposição em valores singulares (BROOMHEAD; KING, 1986) e o método das falsas vizinhanças (KENNEL et al., 1992).

O método da decomposição em valores singulares calcula os autovalores ou valores singulares da matriz de covariância e o número de autovalores não nulos obtido é tomado como uma estimativa para a dimensão mínima de imersão.

No método dos falsos vizinhos procura-se determinar uma dimensão mínima onde não existem cruzamentos da órbita consigo mesma. A idéia básica é determinar se um vizinho é verdadeiro ou falso através da projeção do sistema em uma determinada dimensão. Num espaço muito pequeno ($d < d_e$) um ponto do sinal pode ser visto como um vizinho, mesmo não sendo, e é chamado de falso vizinho. Quando o espaço está imerso em uma dimensão $d \geq d_e$, todos os pontos vizinhos de todas as órbitas são vizinhos verdadeiros.

Para determinar a dimensão de imersão foi utilizado o método da saturação dos invariantes

do sistema. Neste método, para estimar a dimensão d , calculamos um dos invariantes do sistema para um determinado valor de d . Então aumentamos o valor da dimensão, recalculamos o invariante e comparamos o resultado com o valor anterior. Se a diferença está dentro de uma tolerância especificada, conclui-se que d é o valor apropriado. Se não, repetimos o processo até que a diferença entre os invariantes calculados seja relativamente pequena.

Neste caso, calculamos a fração média do número de pontos do atrator com interdistâncias menores que r através da integral de correlação $C(r)$ (NAYFEH; BALACHANDRAM, 1995):

$$C^d(r) = \frac{1}{M^2} \sum_{\substack{i,j=0 \\ i \neq j}}^M H(r - |\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j|), \quad (2.4)$$

onde $M = N_0 - \tau(d - 1)$ e $H(t)$ é a função de Heaviside:

$$H(u) = \begin{cases} 1 & \text{if } u \geq 0 \\ 0 & \text{if } u < 0 \end{cases}. \quad (2.5)$$

A função $|\cdot|$ é a distância Euclidiana

$$|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j| = \sqrt{\sum_{t=1}^d (s_{i+\tau(t-1)} - s_{j+\tau(t-1)})^2}. \quad (2.6)$$

A integral de correlação $C^d(r)$ é uma função de r e da dimensão de imersão d .

Para determinar a dimensão de imersão d , calculamos

$$d_a = \frac{\log(C^d(r))}{\log(r)} \quad (2.7)$$

como uma função de d e determinamos quando d_a torna-se independente de d .

Traça-se a curva de $\log_{10} C^d(r)$ versus $\log_{10}(r)$ e d_a é estimado como sendo sua inclinação. A inclinação da curva tende a saturar em um valor chamado de dimensão de correlação.

A Figura 2.4 mostra a determinação da dimensão d pelo método da saturação. Observando a Figura 2.4 pode-se notar que a inclinação da curva torna-se independente da dimensão d a partir da dimensão 3, comparando-se com 5 dimensões diferentes.

Figura 2.4: Determinação da dimensão (d) do atrator.

2.3.2 Defasagem

Dois métodos se destacam na determinação da defasagem (τ): a função de autocorrelação (BOX et al., 1994) e o método da informação mútua (FRASER; SWINNEY, 1986).

Nos primeiros trabalhos sobre reconstrução do espaço de estado, dada uma série temporal $s(t)$, o espaço era reconstruído traçando $s(t)$ em função de $s(t+1)$. Um problema dessa abordagem é a alta correlação existente entre $s(t)$ e $s(t+1)$, causando resultados distorcidos. Por outro lado, se o valor da defasagem for muito grande, a distância entre os dados considerados na formação do vetor de defasagem é grande, tornando os vetores desconectados.

Uma forma mais efetiva seria utilizar uma dependência não linear, uma vez que os comportamentos são de natureza não linear (ABARBANEL et al., 1993; PICCOLI, 1994). Isto é possível através dos conceitos da teoria da informação (SHAW, 1984; FRASER; SWINNEY, 1986; FRASER, 1989). A teoria da informação procura identificar o quanto de informação se pode ter de uma medida realizada em um determinado tempo t , quando se observa uma outra

medida, do mesmo sinal, em um tempo posterior $(t + \tau)$.

Neste caso, obtem-se a função de informação mutual média para $s(t)$ e $s(t + \tau)$ que é dada por:

$$I(t) = \sum \Gamma_b(s(t), s(t + \tau)) \log_2 \left[\frac{\Gamma_b(s(t), s(t + \tau))}{\Gamma_b(s(t)) \Gamma_b(s(t + \tau))} \right], \quad (2.8)$$

onde $\Gamma_b(s(t))$ é a probabilidade da medida $s(t)$, $\Gamma_b(s(t + \tau))$ é a probabilidade da medida $s(t + \tau)$, $\Gamma_b(s(t), s(t + \tau))$ é a probabilidade da medida combinada $s(t)$ e $s(t + \tau)$ e $I(t) \geq 0$ (GALLAGER, 1968).

Se $s(t)$ e $s(t + \tau)$ são iguais, então $I(t)$ é máximo. Por outro lado, se $s(t)$ e $s(t + \tau)$ são completamente independentes, então o argumento do termo logarítmico é a unidade e $I(t) = 0$.

Fraser e Swinney (1986) estabeleceram que o valor do tempo de defasagem ideal corresponde ao primeiro mínimo local (quando este existir) da função de informação mutual média $I(t)$. Com isso, garante-se que o espaço de estado reconstruído seja topologicamente equivalente ao espaço do sistema dinâmico original.

Liebert e Schuster (1989) adicionaram um outro critério ao do mínimo local, ao qual chamaram de integral de correlação. Eles observaram que os tempos de defasagem usando os dois critérios eram praticamente os mesmos quando a integral de correlação era numericamente bem estabelecida. Nesta mesma linha, Kim et al. (1999) sugerem um outro método chamado de método C-C, que também utiliza a integral de correlação no cálculo do tempo de defasagem.

O método da informação mutual, que é baseado em histogramas, mostrou-se ineficiente em séries temporais com ruído (BERGER et al., 1995). Nestes casos, Kennel (1992) sugere o uso de uma outra técnica adaptativa para estimar a função de probabilidade.

A função de autocorrelação tenta estimar a medida da dependência linear entre um sinal e o mesmo sinal defasado. O valor de τ deve ser grande o bastante para que $s(t)$ e $s(t + \tau)$ sejam independentes mas não tão grande para que $s(t)$ e $s(t + \tau)$ não sejam completamente

independentes no sentido estatístico.

A defasagem é usualmente escolhida como um quarto do período da frequência predominante no espectro de Fourier de uma variável medida, ou equivalentemente, τ é encontrado como o primeiro zero da função de autocorrelação linear

$$C(\tau) = \sum_t [s(t) - \bar{s}][s(t + \tau) - \bar{s}] \quad (2.9)$$

onde $s(t)$ é a série temporal, $\bar{s} = \frac{1}{N_0} \sum_{t=1}^{N_0} s(t)$ e N_0 é o número total de pontos da amostra.

A Figura 2.5 mostra a função de autocorrelação e a determinação do tempo de defasagem ideal.

Figura 2.5: Função de autocorrelação

2.4 Análise de sinais no domínio da frequência

Sinais podem ser analisados em diferentes domínios como o do tempo ou da frequência, de acordo como objetivo da análise. Para converter um sinal no domínio do tempo para o

da frequência utilizam-se transformações baseadas nas séries de Fourier para sinais periódicos contínuos e a transformada de Fourier para sinais não periódicos.

Para tratar sinais em um computador digital, trabalha-se com sinais discretos e de duração finita, assim a transformada de Fourier discreta (DFT, do inglês *Discret Fourier Transform*) é a técnica adequada. A forma mais eficiente de calcular a transformada discreta é a transformada de Fourier rápida (FFT, do inglês *Fast Fourier Transform*), esse algoritmo reduz consideravelmente o tempo computacional. A transformada de Fourier transforma um sinal no domínio do tempo num sinal no domínio da frequência através da integral:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt . \quad (2.10)$$

Na análise de séries temporais experimentais, a FFT pode fornecer instrumentos para uma análise qualitativa da dinâmica do sistema através de técnicas de análise espectral (VASCONCELLOS, 2007). Para a análise espectral de séries temporais utiliza-se a FFT para trazer o sinal para o domínio da frequência. Além de fornecer informações sobre as frequências de oscilação, a análise espectral pode ser utilizada na caracterização do caos, com algumas restrições. A utilização da FFT é mais adequada para séries com até três dimensões, ou seja, com poucos graus de liberdade (MOON, 1992).

O caos é caracterizado pela presença de sub-harmônicos e harmônicos de uma frequência principal, formando um espectro contínuo de banda larga, porém limitada. A banda limitada diferencia um sinal caótico de um aleatório. Sinais aleatórios apresentam frequências distribuídas por todo espectro, tendo portanto, uma banda infinita (SAVI, 2006).

A idéia fundamental da análise tempo-frequência é entender e analisar situações onde a composição frequencial de um sinal está mudando no tempo. O objetivo básico da análise tempo-frequência é descobrir uma função que descreva a densidade de energia de um sinal simultaneamente no tempo e na frequência, e que possa ser usada e manipulada da mesma maneira como qualquer densidade. De posse de tal função, pode-se saber qual a fração de energia existente em uma determinada faixa temporal e frequencial, e calcular a densidade de

frequências em um tempo particular, e momentos global e local entre outros.

A análise da frequência é uma ferramenta qualitativa de caracterização do caos. Outras técnicas podem ser utilizadas para apresentar uma caracterização quantitativa. Medidas como os expoentes de Lyapunov e a entropia fornecem este tipo de análise.

2.5 Expoentes de Lyapunov

Os expoentes de Lyapunov avaliam a sensibilidade às condições iniciais, verificando a divergência exponencial no tempo de trajetórias vizinhas, e representam um dos critérios mais importantes utilizados para definir o caos em sistemas dinâmicos. O comportamento caótico é caracterizado pela existência de, pelo menos, um dos expoentes de Lyapunov positivos.

Os expoentes de Lyapunov são essencialmente uma medida da razão média de expansão e contração de pontos de trajetórias no espaço de fase. Estes expoentes são quantidades assintóticas, definidas localmente no espaço de fase, descrevendo a razão exponencial com que uma perturbação numa trajetória do sistema cresce ou decresce com o tempo num certo ponto do espaço de fase (NAYFEH; BALACHANDRAM, 1995).

Dado um sistema dinâmico contínuo em um espaço de fase n -dimensional, os expoentes de Lyapunov podem ser monitorados em termos da evolução ao longo do tempo de uma n -esfera infinitesimal de certas condições iniciais. Essa n -esfera infinitesimal torna-se um n -elipsóide devido a deformação local natural do fluxo (WOLF et al., 1985). O i -ésimo expoente de Lyapunov é então definido em termos do comprimento do eixo principal $p_i(t)$ do elipsóide.

$$\lambda_i = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \log_2 \frac{p_i(t)}{p_i(0)}, \quad (2.11)$$

onde λ_i são ordenados do maior para o menor.

Considere uma trajetória do sistema dinâmico que evolui a partir de uma condição inicial. Considere também uma vizinhança dessa trajetória, que pode ser definida por uma esfera de diâmetro d_0 . De cada ponto desta esfera, parte uma nova trajetória $(\Phi(x_1, t), \Phi(x_2, t), \dots)$ e o

conjunto de todas as trajetórias possíveis forma, em cada tempo t , esferas deformadas. Deseja-se avaliar como a esfera inicial se comporta a medida que o tempo evolui (Figura 2.6).

Figura 2.6: Evolução das trajetórias para o cálculo dos expoentes de Lyapunov.

O sinal dos expoentes de Lyapunov apresentam uma avaliação qualitativa de um sistema dinâmico. Num sistema dinâmico dissipativo contínuo as possibilidades para o espectro e os atratores podem ser descritos como $(+, 0, -)$, um atrator estranho; $(0, 0, -)$, um bi-toro; $(0, -, -)$, um ciclo limite; e $(-, -, -)$, um ponto fixo (WOLF et al., 1985).

O primeiro algoritmo para calcular os expoentes de Lyapunov para séries temporais foi desenvolvido por Wolf et al. (1985) e a sua idéia básica está relacionada com a evolução da distância, no espaço tangente, de duas trajetórias inicialmente próximas.

Dada a série temporal $s(t)$, um retrato de fase d -dimensional é reconstruído pelas coordenadas defasadas. Procura-se um vizinho do ponto inicial $\{s(t_0), \dots, s(t_0 + [d - 1]\tau)\}$ e denota-se a distância entre esses dois pontos por $L(t_0)$. No tempo posterior t_1 , essa distância evolui para $L'(t_1)$. Essa distância é examinada ao longo do sinal. Procura-se por um ponto onde a distância entre ele e o ponto recolocado seja pequena. Se esse ponto não for encontrado, retorna-se aos pontos que já foram usados. Este procedimento é repetido até que a trajetória fiducial seja percorrida para todos os pontos da série de dados e então para cada ponto estimamos

$$\lambda_1 = \frac{1}{t_m - t_0} \sum_{k=1}^M \log_2 \frac{L'(t_k)}{L(t_{k-1})}, \quad (2.12)$$

onde M é o número de passos de reposição.

A sequência do algoritmo de Wolf para o cálculo dos expoentes de Lyapunov para séries experimentais é apresentado no quadro da Figura 2.7.

Figura 2.7: Passos para a implementação do algoritmo de Wolf et al. (1985).

A Figura 2.8 ilustra o método de Wolf et al. (1985). O ângulo θ indica a direção do vetor ortonormal ancorado na trajetória fiducial

É preciso ter cuidado no uso desse método, pois, para dados experimentais, ele pode levar a resultados errados. O algoritmo de Wolf et al. (1985) não produz um teste para identificar a presença da divergência exponencial, mas simplesmente assume sua existência e isso pode produzir um expoente finito também para dados estocásticos, onde o verdadeiro expoente é infinito (KANTZ; SCHREIBER, 2000).

Figura 2.8: Representação da evolução e procedimento de reposição para estimar os expoentes de Lyapunov de uma série temporal experimental.

Para dados com ruídos é muito importante que a distância inicial entre a trajetória de referência e a trajetória vizinha seja maior que o nível de ruído, caso contrário, flutuações devido ao ruído podem ser interpretadas como divergência determinística (KANTZ, 1994).

Neste método, a dimensão de imersão é um parâmetro muito importante. Para uma dimensão pequena, as trajetórias podem divergir simplesmente por elas não serem realmente vizinhas no espaço de fase original.

A escolha do tempo de defasagem e do passo de reposição também são importantes no cálculo dos expoentes de Lyapunov pelo método de Wolf et al. (1985).

Aproveitando a idéia lançada por Wolf et al. (1985), dois algoritmos similares foram desenvolvidos posteriormente por Rosenstein et al. (1993) e por Kantz (1994). Esses algoritmos consideram que a divergência entre trajetórias vizinhas numa determinada direção oscila ao longo do sinal, fornecendo o espectro dos expoentes de Lyapunov efetivos. Dessa forma o maior expoente efetivo é definido como sendo o coeficiente angular de uma região da curva associada a direção de maior instabilidade (SAVI, 2002).

Estes métodos testam diretamente a divergência exponencial e então permitem decidir onde realmente faz sentido calcular o expoente de Lyapunov para um conjunto de dados. Além disso, estes algoritmos permitem calcular os outros invariantes do sistema.

O algoritmo de Rosenstein et al. (1993) é principalmente baseado no trabalho de Sato et al. (1987), e o expoente é estimado como

$$\lambda_1 = \frac{1}{i\Delta t} \frac{1}{(M-i)} \sum_{j=1}^{M-i} \log_2 \frac{d_j(i)}{d_j(0)}, \quad (2.13)$$

onde Δt é o período de amostragem da série temporal, e $d_j(i)$ é a distância entre o j -ésimo par de vizinhos após i passos discretos no tempo e $M = N_0 - (d-1)T$.

Assim, o algoritmo proposto por Rosenstein et al. (1993) e Kantz (1994) têm sido apontado como a melhor opção para o cálculo dos expoentes de Lyapunov para séries de dados experimentais com ruídos.

2.6 Entropia

O conceito de entropia é fundamental para o estudo da mecânica estatística e termodinâmica. A entropia é uma quantidade termodinâmica que descreve a quantidade de desordem no sistema. A teoria foi desenvolvida primeiramente por Shannon (1948) em análise econômica e na solução de problemas relacionados à teoria de codificação e transmissão de dados e logo a comunidade científica percebeu que esse conceito era uma ferramenta poderosa na análise de dados (HARREMOËS, 2006). Outros trabalhos surgiram dando novas definições da entropia, entre estes, está a entropia de Renyi (1961). A teoria da informação fornece uma importante ferramenta na análise de séries temporais. Uma série de dados pode ser considerada como uma mensagem transmitida. Se estes números são distribuídos de acordo com uma distribuição de probabilidade, e transmissões entre diferentes números ocorre com probabilidades bem definidas, pode-se acreditar que é possível aprender sobre o estado de um sistema a partir de uma única variável medida.

A entropia de Rényi de ordem q caracteriza a quantidade de informação que é necessária para especificar o valor de uma observação com uma certa precisão quando se conhece a densidade de probabilidade $\frac{d\mu}{dx}$ que a observação tem no valor x . Considere uma cobertura do espaço onde está a série x com vizinhanças disjuntas P_j de tamanho menor ou igual a um valor ε . Seja

$p_j = \int_{P_j} d\mu(x)$ a fração da medida contida na j -ésima vizinhança. Então, pode-se definir,

$$H_q(P_\varepsilon) = \frac{1}{1-q} \ln \sum_j p_j^q, \quad (2.14)$$

como sendo a entropia de Rényi de ordem q para a partição P_ε . No caso de $q = 1$ pode-se calcular a entropia pela regra de L'Hospital, o que resulta na entropia de Shannon,

$$H_1(P_\varepsilon) = - \sum_j p_j \ln(p_j). \quad (2.15)$$

No caso de observações escalares, como nas séries temporais, os elementos da partição tornam-se intervalos I_j da reta real. Considere as probabilidades $p_{i_1, i_2, \dots, i_m}$. Então, tem-se um bloco de entropias de tamanho m .

$$H_q(m, P_\varepsilon) = \frac{1}{1-q} \ln \sum_{i_1, i_2, \dots, i_m} p_{i_1, i_2, \dots, i_m}^q. \quad (2.16)$$

A entropia de ordem q então é:

$$h_q = \sup_P \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m} H_q(m, P_\varepsilon), \quad (2.17)$$

ou equivalentemente,

$$h_q = \sup_P \lim_{m \rightarrow \infty} h_q(m, P_\varepsilon), \quad (2.18)$$

onde

$$h_q(m, P_\varepsilon) := H_q(m+1, P_\varepsilon) - H_q(m, P_\varepsilon), \quad h_q(0, P_\varepsilon) := H_q(0, P_\varepsilon). \quad (2.19)$$

Em 2.17 e 2.18 o supremo $\sup_P$ indica que é necessário maximizar todas as partições P possíveis e isso implica limite $\varepsilon \rightarrow 0$.

A Figura 2.9 mostra a variação da entropia em função da vizinhança escolhida (ε) para uma série temporal experimental periódica e para uma série caótica.

Quanto maior o valor da entropia, mais desorganizada é a informação proveniente da série e isso pode ser um indicativo do comportamento caótico.

É importante ressaltar que medidas como os expoentes de Lyapunov e a entropia são utili-

(a)

(b)

Figura 2.9: Valores da entropia de Rényi de ordem 2 com variação da vizinhança (ϵ) para uma série (a) periódica e (b) caótica.

zadas como análises quantitativas das séries temporais e, apesar de os algoritmos recentes terem certos cuidados neste sentido, podem estar sujeitas a distorções se a série estiver contaminada com ruído. Por este motivo, neste trabalho são usadas várias técnicas diferentes, qualitativas e quantitativas, para verificar o comportamento das séries temporais não lineares e tentar identificar o comportamento caótico.

Análise de Frequência das Séries Temporais

3.1 Introdução

Nesse Capítulo é apresentada construção do modelo da asa utilizado no experimento, bem como a descrição dos equipamentos, instalações do laboratório e procedimentos de aquisição dos dados. As séries temporais são analisadas no domínio da frequência através da FFT e dos gráficos de Tempo-Frequência, com o objetivo de observar o comportamento das séries com a variação da velocidade e da frequência de oscilação da plataforma em termos de frequência reduzida (frequência adimensional).

3.2 Aparato experimental

As séries temporais não lineares foram obtidas através de ensaios experimentais. O modelo para o ensaio é representativo de uma semi-asa reta retangular de baixo alongamento. A estrutura principal é feita de fibra de vidro e resina epóxi revestida por espuma de alta densidade (*styrofoam*®) e folha de mogno de 2mm de espessura para adquirir o perfil aerodinâmico. O perfil aerodinâmico do modelo é baseado no aerofólio NACA0012 da raiz até a ponta, sendo a envergadura de 800mm e 290mm de corda. A estrutura principal internamente à asa é de uma

placa com taxa de afilamento de 1 : 1,67, sendo a largura de raiz da asa de 250mm.

As Figuras 3.1 e 3.2 mostram detalhes do procedimento de construção da estrutura principal, carenagem e o conjunto montado pré-acabamento.

Figura 3.1: Styrofoam® trabalhado para a carenagem do asa (perfil NACA 0012).

Figura 3.2: Montagem final do modelo de asa.

As dimensões do modelo foram determinadas previamente utilizando um modelo em elementos finitos. O modelo em elementos finitos considerou apenas a estrutura principal em termos de uma placa plana afilada em material composto. Foram testadas várias configurações, com diferentes números de camadas de tecido de fibra de vidro e resina.

Para o modelo final foram utilizadas 20 camadas de fibras de vidro ($0^\circ, 90^\circ$), laminadas manualmente, impregnadas com resina epóxi. Para minimizar o efeito da espuma e do mogno na rigidez da estrutura, fez-se a segmentação do revestimento a cada $100mm$ no sentido da envergadura.

O modelo da asa foi fixado a uma plataforma giratória para fornecer movimento de incidência através de um motor elétrico ((THOMSON^{®1} TMC-1000 sem escova e amplificador THOMSON[®] TD-50) montado na plataforma giratória conforme ilustrado na Figura 3.3.

Figura 3.3: Montagem do motor elétrico no modelo de asa.

Nove extensômetros foram distribuídos ao longo de três linhas na superfície da estrutura principal para fornecer medidas da sua resposta dinâmica. Uma ilustração da distribuição dos extensômetros de flexão e de torção ao longo da estrutura principal é apresentada na Figura 3.4(a). A primeira e última linhas possuem três extensômetros cada (enumerados de 1 a 3 e 7 a 9, respectivamente), todos para capturar movimentos de flexão (KYOWA^{®2} uniaxial KFG-10-120-C1-11). A linha intermediária possuía três extensômetros (enumerados de 4 a 6) para capturar movimentos de torção (KYOWA[®] para torque KFC-2-D2-11). A Figura 3.4(b) mostra a disposição final dos extensômetros, previamente a colagem da carenagem de *styro-foam*[®] e chapeado de mogno.

Os experimentos foram realizados no túnel de vento do Laboratório de Aerodinâmica da EESC-USP. O túnel de vento de circuito fechado apresenta uma câmara de teste com seção transversal de $1300 \times 1400mm$. A máxima velocidade de escoamento aerodinâmico obtida no

¹Thomson Industries, Inc., Port Washington, NY, USA.

²KYOWA ELECTRONIC INSTRUMENTS CO., LTD., 3-5-1, Chofugaoka, Chofu, Tokyo 182-8520, Japan.

Figura 3.4: Distribuição dos extensômetros na estrutura principal do modelo da asa.

túnel é 50 m/s com nível de turbulência de $0,3\%$. A Figura 3.5 apresenta uma ilustração do túnel de vento do Laboratório de Aerodinâmica da EESC-USP.

Figura 3.5: Túnel de vento do Laboratório de Aerodinâmica do NPA-EESC-USP.

O modelo de asa é fixado externamente à parte inferior da seção de ensaio do túnel de vento, através de um suporte projetado para que o modelo não sofresse influência de ruídos vibratórios externos. A Figura 3.6 mostra o modelo da asa já instalado na seção de ensaio do túnel de vento. A Figura 3.7 apresenta uma ilustração da montagem completa do modelo da asa na seção de ensaio no túnel de vento.

A aquisição de dados e controle de movimento do motor elétrico são realizados por um sis-

Figura 3.6: Modelo de asa instalado na seção de ensaio do túnel de vento.

Figura 3.7: Ilustração da montagem completa do modelo no túnel de vento.

tema de aquisição utilizando uma placa controladora dSPACE^{®3} DS1103, com um processador PowerPC de 400MHz e 128Mbytes de memória RAM. Para programar o sistema de aquisição o ambiente MATLAB/SIMULINK[®] foi utilizado juntamente com uma interface para tempo real RTI e RTI-MP. O controle do motor elétrico é baseado em um controlador PID convencional, implementado em ambiente MATLAB/SIMULINK[®] e compilado no processador da placa dSPACE[®] DS1103. O condicionador e amplificador HBM^{®4} KWS 3073 é usado para energizar as pontes de extensômetros e para capturar e amplificar os sinais oriundos desses extensômetros. Por uma limitação de número de pontes para extensômetros, só foi possível

³dSPACE GmbH, Technologiepark 25, D-33100, Paderborn, Germany.

⁴Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH, Im Tiefen See 45, D-64293 Darmstadt, Germany.

fazer a aquisição de três sinais simultâneos por ensaio. Dividiu-se, então, os ensaios para os 3 extensômetros de flexão mais próximos do bordo de ataque, os 3 extensômetros de torção e para os 3 de flexão mais afastados do bordo e ataque. Uma vez que foi preciso realizar as aquisições separadamente, todo cuidado foi tomado para que os mesmos tipos de sinais de excitação e condições de escoamento fossem repetidos adequadamente para cada conjunto de extensômetros.

Os experimentos foram realizados considerando-se uma faixa de velocidades de escoamento no túnel de vento entre 9 e 17 m/s . A plataforma giratória foi movimentada com sinais oscilatórios e sinais aleatórios. Também foram realizados ensaios com a plataforma estacionária e para a situação livre.

Os movimentos oscilatórios foram considerados para ângulos de incidência pequenos e relativamente grandes, para garantir carregamento aerodinâmico não estacionário linear e não linear, respectivamente.

O caso não linear foi realizado para a amplitude máxima admitida de $5,5^\circ$, com incidência média de $9,5^\circ$, o que leva a ângulos de incidência instantâneos de até 15° . Certamente, nestas condições, efeitos de escoamento separado e estol dinâmico estão presentes. As Tabelas 3.1 e 3.2 apresentam um resumo dos parâmetros dos experimentos com movimentos oscilatórios da plataforma, característicos de carregamento aerodinâmico não estacionário não linear para as medidas de flexão (extensômetros 1, 2 e 3 (Figura 3.4)) e medidas de torção (extensômetros 4, 5 e 6 (Figura 3.4)), sendo que V é a velocidade de escoamento, ω é a frequência de oscilação da plataforma e $k = \frac{\omega c}{V}$ é a frequência reduzida, sendo c a corda de referência.

Tabela 3.1: Caso de flexão: Extensômetros 1-2-3, $\alpha_A = [3,0^\circ; 5,5^\circ]$

$\omega \left(\frac{rad}{s} \right)$	$V \left(\frac{m}{s} \right)$	k
3,0; 8,0	11,19	0,0778; 0,2073
3,0; 8,0; 10,0	13,58	0,0641; 0,1709; 0,2136
8,0; 13,0	16,89	0,1374; 0,2233

Tabela 3.2: Caso de torção: Extensômetros 4-5-6, $\alpha_A = [3, 0^\circ; 5, 5^\circ]$

$\omega \left(\frac{rad}{s} \right)$	$V \left(\frac{m}{s} \right)$	k
3,0; 8,0	11,12	0,0783; 0,20873
3,0; 8,0; 10,0	13,6	0,0640; 0,1706; 0,2132
8,0; 13,0	16,93	0,1370; 0,2227

A Figura 3.8 mostra um exemplo de resposta não linear obtida no experimento.

Figura 3.8: Resposta não linear obtida no experimento.

Ensaio considerando a plataforma livre também foram realizados. Neste caso, para velocidades de escoamento entre 9,0 a 17,0 m/s , observou-se oscilações induzidas pelo estol da asa provocando um fenômeno semelhante ao de ciclo limite. A Figura 3.9 apresenta exemplo de um sinal obtido no caso da plataforma livre.

Nestes ensaios não há necessidade de controlar o motor elétrico, estando o mesmo sempre desligado.

Figura 3.9: Resposta típica da plataforma livre.

3.3 Análise de frequência das séries temporais

A análise no domínio da frequência será aplicada em séries temporais aeroelásticas para altos ângulos de ataque e para os casos da plataforma livre. A análise é feita inicialmente com variação da velocidade de escoamento e posteriormente com a variação da frequência reduzida. São utilizados os sinais oscilatórios não lineares das medidas de flexão (extensômetro 1) e torção (extensômetro 4) (ver Figura 3.4(a)). Os sinais aeroelásticos da plataforma livre também são utilizados para as medidas de torção.

3.3.1 Análise das séries do caso oscilatório não linear de flexão

Para essa análise foram utilizadas as séries não lineares com amplitude $5,5^\circ$ e frequência de oscilação da plataforma e velocidade variáveis. Um resumo dessas séries é apresentado na Tabela 3.1.

Na Figura 3.10 é apresentada uma sequência das séries temporais com amplitude de $5,5^\circ$ e frequência de oscilação da plataforma igual a 8 rad/s com variação da velocidade de escoamento.

mento.

Figura 3.10: Sequência das séries temporais de flexão do caso oscilatório com amplitude de $5,5^\circ$, frequência de oscilação da plataforma $8,0 \text{ rad/s}$ e velocidades do escoamento 11,19, 13,58 e $16,89 \text{ m/s}$.

A Figura 3.11 apresenta a evolução do espectro de frequência com frequência de oscilação da plataforma fixa e aumento da velocidade do escoamento.

Nota-se, para as três velocidades, uma região de altas frequências em torno de $1,5 \text{ Hz}$. Para as duas velocidades maiores, pode-se ver também uma outra região de frequências maiores em torno de $2,5 \text{ Hz}$. Para a velocidade maior aparece uma terceira região em torno de $5,0 \text{ Hz}$ porém estas são de menor amplitude que a primeira região. Com o aumento da velocidade, as magnitudes de todos os picos aumentam. Isso ocorre porque com o aumento da velocidade do escoamento, a força de deformação na asa é mais intensa, resultando em ângulos de ataque mais elevados, que geram picos de sustentação seguidos de estol. No momento do estol, o escoamento próximo à asa torna-se turbulento, gerando oscilações de maior frequência enquanto a asa retorna para ângulos de ataque menores, recuperando a sustentação. Quanto maior a deformação, mais intenso é o decolamento. Apesar do aumento na amplitude dos movimentos,

Figura 3.11: Evolução do espectro de frequência para as séries de flexão do caso oscilatório com amplitude de $5,5^\circ$, frequência de oscilação da plataforma $8,0 \text{ rad/s}$ e velocidade do escoamento 11,19, 13,58 e $16,89 \text{ m/s}$.

não aparecem novas frequências, isso pode sugerir que o sistema não passou por bifurcações com a variação provocada no parâmetro velocidade (VASCONCELLOS, 2007).

No gráfico de tempo-frequência (Figura 3.12) pode-se ver duas regiões de concentração de frequências (regiões mais escuras do gráfico), também é possível ver que a ocorrência de picos de frequências aumenta conforme aumenta a velocidade. A maior concentração de frequências está até $0,05 \text{ rad/amostra}$, mas também existe uma concentração de frequências em torno de $0,1 \text{ rad/amostra}$. Com o aumento da velocidade pode-se ver que a quantidade de frequências nessas regiões aumenta.

Também foram analisadas as séries mantendo-se a velocidade fixa e variando-se a frequência de oscilação da plataforma, em termos de frequência reduzida. A Figura 3.13 mostra uma sequência das séries temporais com velocidade de $13,58 \text{ m/s}$ e frequência reduzida de 0,0641, 0,1709 e 0,2136, respectivamente.

A evolução do espectro de frequência com relação a variação da frequência de oscilação da

Figura 3.12: Tempo-frequência para as séries de flexão do caso oscilatório com amplitude de $5,5^\circ$, frequência de oscilação da plataforma $8,0 \text{ rad/s}$ e velocidade do escoamento 11,19; 13,58; e $16,89 \text{ m/s}$.

Figura 3.13: Sequência das séries de flexão do caso oscilatório com amplitude de $5,5^\circ$, velocidade do escoamento igual a $13,58 \text{ m/s}$ e frequência reduzida igual a 0,0641, 0,1709 e 0,2136.

plataforma (frequência reduzida) também foi investigada. A Figuras 3.14 mostra essa evolução.

Figura 3.14: Evolução do espectro de frequência para as séries de flexão do caso oscilatório com amplitude de $5,5^\circ$, velocidade do escoamento igual $13,58 \text{ m/s}$ e frequência reduzida igual a 0,0641, 0,1709 e 0,2136.

Quando a frequência de oscilação é aumentada pode-se notar além de amplitudes maiores, o desaparecimento de algumas frequências e o surgimento de novas frequências, o que sugere a ocorrência de bifurcações. O aumento da magnitude das frequências provavelmente deve-se ao fato de que a variação mais rápida no ângulo de ataque, principalmente nas extremidades no movimento, onde este ângulo é maior, favorecendo a separação do escoamento, provocando deslocamento (VASCONCELLOS, 2007).

O mesmo pode ser observado quando o gráfico de tempo-frequência é analisado. A Figura 3.15 apresenta o gráfico de tempo-frequência para o caso da variação da frequência reduzida. No caso de variação da frequência reduzida para as séries de flexão, nota-se não só o aumento das frequências, mas também o desaparecimento e surgimento de novas frequências. Com a frequência de oscilação mais baixa, as frequências se concentram na faixa de 0,03

rad/amostra. Com o aumento da frequência de oscilação as frequências se concentram em mais regiões e com frequências mais altas.

Figura 3.15: Tempo-frequência para as séries de flexão do caso oscilatório com amplitude de $5,5^\circ$, velocidade do escoamento igual a $13,58 \text{ m/s}$ e frequência reduzida igual a 0,0641, 0,1709 e 0,2136.

3.3.2 Análise das séries do caso oscilatório não linear de torção

Nesta seção são analisadas as séries não lineares de torção (extensômetros 4, 5 e 6 (Figura 3.4)) do caso da plataforma oscilatória com amplitude $5,5^\circ$ e frequência de oscilação da plataforma e velocidade variáveis. Um resumo dessas séries é mostrado na Tabela 3.2.

A Figura 3.16 mostra as séries temporais de torção com amplitude $5,5^\circ$, com frequência da plataforma fixa e variação da velocidade.

As Figuras 3.17 e 3.18 mostram a evolução do espectro de frequências e o gráfico de tempo-frequência, respectivamente, das séries de torção com a variação da velocidade.

Como nos casos de flexão, com o aumento da velocidade do escoamento, nota-se um aumento na magnitude dos picos de frequências, mas não aparecem novas frequências.

Figura 3.16: Sequência das séries de torção do caso oscilatório com amplitude de $5,5^\circ$, frequência da plataforma igual a 8 rad/s e velocidades 11,12, 13,6 e $16,93 \text{ m/s}$.

Figura 3.17: Evolução do espectro de frequência para as séries de torção do caso oscilatório com amplitude de $5,5^\circ$, frequência da plataforma igual a $8,0 \text{ rad/s}$ e velocidades 11,12, 13,6 e $16,93 \text{ m/s}$.

Figura 3.18: Tempo-frequência para as séries de torção do caso oscilatório com amplitude de $5,5^\circ$, frequência da plataforma igual a $8,0 \text{ rad/s}$ e velocidades $11,12, 13,6$ e $16,93 \text{ m/s}$.

Para as três velocidades pode-se ver uma região de frequências maiores em torno de $1,5 \text{ Hz}$ e outra região em torno de $2,2 \text{ Hz}$, sendo que essa última apresenta frequências de menor amplitude. Para a velocidade de $16,93 \text{ m/s}$ aparece um terceiro pico em torno de 4 Hz . O motivo deste comportamento é o mesmo que ocorre nas séries de flexão. Com o aumento da velocidade, o carregamento aerodinâmico é maior, o que gera deformações maiores e picos de sustentação seguidos de estol.

No gráfico de tempo-frequência (Figura 3.18) pode-se ver uma concentração de frequências abaixo de $0,1 \text{ rad/amostra}$, é possível ver também que, com o aumento da velocidade, existe uma maior concentração de frequências nesta faixa (regiões mais escuras). Na faixa de $0,8$ a $0,9 \text{ rad/amostra}$ nota-se picos de frequências, mas com menor concentração, estes picos podem ser devido ao ruído.

Quando as frequências reduzidas são variadas também observa-se um comportamento parecido com as séries de flexão. As séries temporais com variação da frequência reduzida estão representadas na Figura 3.19. A velocidade mantém-se fixa igual a $13,6 \text{ m/s}$ e frequências

reduzidas são iguais a 0,064, 0,1706 e 0,2132.

Figura 3.19: Sequência das séries de torção do caso oscilatório com amplitude de $5,5^\circ$, velocidade igual a $13,6 \text{ m/s}$ e frequências reduzidas 0,064, 0,1706 e 0,2132.

A Figura 3.20 apresenta o espectro de frequências dessas séries e a Figura 3.21 mostra o gráfico de tempo-frequência.

Nota-se que além do aumento na amplitude dos picos de frequência, ocorrem alterações como o surgimento de novos picos. Isso é indicativo de que o sistema passou por bifurcações. Pode-se ver picos de frequência em regiões diferentes para cada frequência reduzida. Enquanto alguns picos surgem com o aumento de k , outros desaparecem. Para k igual a 0,064 e 0,1706 têm-se dois picos abaixo de 3 Hz , enquanto que para k igual a 0,2132 aparece um terceiro pico em torno de 5 Hz .

Pelo gráfico de tempo-frequência (Figura 3.21) pode-se ver as alterações no comportamento da frequência. Com o aumento da frequência reduzida os picos de frequências aumentam em amplitude e surgem outros picos. As regiões mais escuras do gráfico representam uma maior concentração de picos de frequência. Nota-se, também, uma região de frequências maiores entre $0,8$ e $0,9 \text{ rad/amostra}$ que, como no caso da variação da velocidade pode ser devido ao

Figura 3.20: Evolução do espectro de frequência para as séries de torção do caso oscilatório com amplitude de $5,5^\circ$, velocidade igual a $13,6 \text{ m/s}$ e frequências reduzidas 0,064, 0,1706 e 0,2132.

Figura 3.21: Tempo-frequência para as séries de torção do caso oscilatório com amplitude de $5,5^\circ$, velocidade igual a $13,6 \text{ m/s}$ e frequências reduzidas 0,064, 0,1706 e 0,2132.

ruído presente na série.

3.3.3 Análise das séries não lineares de torção para a plataforma livre

No caso da plataforma livre, as forças aerodinâmicas e outros efeitos do fluxo são responsáveis pelo movimento da asa. Oscilações induzidas pelo estol provocaram fenômenos semelhantes ao ciclo limite. A Figura 3.22 apresenta as séries aeroelásticas obtidas nesse caso com variação da velocidade.

Figura 3.22: Sequência das séries de torção do caso da plataforma livre para as velocidades 9,42, 11,46, 13,49, 14,29, 15,13, e 16,75 m/s .

Pela Figura 3.22 pode-se observar que as amplitudes do movimento aumentam com o aumento da velocidade.

Na Figura 3.23 é apresentada a evolução do espectro de frequências com relação à variação da velocidade. E a Figura 3.24 mostra o gráfico de tempo-frequência das séries também com variação da velocidade.

No caso da plataforma livre, os picos de frequência aumentam com o aumento da veloci-

Figura 3.23: Espectro de frequências das séries de torção do caso da plataforma livre para as velocidades 9,42, 11,46, 13,49, 14,29, 15,13, e 16,75 m/s .

Figura 3.24: Tempo-frequência das séries de torção do caso da plataforma livre para as velocidades 9,42, 11,46, 13,49, 14,29, 15,13, e 16,75 m/s .

dade, mas não há alterações significativas. As maiores frequências encontram-se abaixo de 1,5 *Hz*. No gráfico de tempo-frequência (Figura 3.24) nota-se o aumento dos picos de frequência como aumento da velocidade. Entre 0,8 e 0,9 *rad/amostra* aparecem frequências que aumentam de amplitude com o aumento da velocidade. Como no caso oscilatório de torção, estas frequências podem ser provenientes de ruídos existentes na série.

A análise feita no domínio da frequência apresenta uma visão geral do comportamento dos sistemas representados pelas séries temporais aeroelásticas obtidas no experimento, indicando mudanças nos padrões indicativos de bifurcações e caos. Mas, devido ao ruído existente em séries temporais experimentais, outras técnicas de análise se fazem necessárias para a caracterização dos fenômenos aeroelásticos.

No próximo capítulo as séries temporais serão analisadas através da reconstrução do espaço de estados que representa uma ferramenta poderosa na análise de séries temporais não lineares.

Reconstrução do Espaço de Estados das Séries Aeroelásticas Não Lineares

4.1 Introdução

Neste Capítulo os espaços de estados são reconstruídos para as séries de flexão e de torção do movimento oscilatório com amplitude de $5,5^\circ$ e para a plataforma livre. A evolução dos sistemas é analisada com variação da velocidade e da frequência reduzida. A dimensão de imersão foi calculada pelo método da saturação dos invariantes do sistema e a dimensão mínima encontrada tanto para os casos oscilatórios como para o caso da plataforma livre foi a dimensão 3. Para encontrar a defasagem o método utilizado foi a função de autocorrelação e os resultados são apresentados nas próximas seções.

4.2 Reconstrução do espaço de estados para as séries do caso de flexão oscilatório não linear

Nesta seção são reconstruídos os espaços de estados das respostas aeroelásticas do extensômetro do ponto 1 (Figura 3.4). Este extensômetro foi usado para medir deslocamentos de flexão, permitindo o acesso à série temporal de componentes importantes do comportamento da asa aeroelástica.

Como no Capítulo 3, foi considerada a evolução do sistema para três diferentes velocidades do escoamento e três diferentes frequências de oscilação da plataforma (frequência reduzida). Os resultados da defasagem para esses casos estão resumidos na Tabela 4.2, onde V é a velocidade do escoamento, ω é a frequência de oscilação, e $k = \frac{\omega c}{V}$ é a frequência reduzida, sendo c a corda de referência.

Tabela 4.1: Parâmetros de medida de flexão para a plataforma oscilatória.

Caso	$V(\frac{m}{s})$	$\omega(Hz)$	k	τ
1	11,19	0,47	0,0778	50
2		1,27	0,2078	20
3	13,58	0,47	0,0641	49
4		1,27	0,1709	20
5	16,89	1,59	0,2136	9
6		1,27	0,1374	20
7		2,07	0,2233	8

Os valores da defasagem mostraram uma relação direta com as frequências de oscilação, mas não apresentaram nenhuma relação com as velocidades do escoamento.

A dimensão de imersão encontrada foi $d = 3$, então os vetores para reconstrução do espaço de estados são

$$\mathbf{y}_t = [s(t) \ s(t + \tau) \ s(t + 2\tau)]^T \quad (4.1)$$

A Figura 4.1 apresenta a evolução do espaço reconstruído com o aumento da velocidade do escoamento quando a frequência de oscilação se mantém fixa igual a 8 rad/s . Na Figura 4.2 podemos ver as projeções dos espaços reconstruídos em duas dimensões.

Observando a evolução dos espaços de estados reconstruídos com variação da velocidade, nota-se que os espaços aumentam de amplitude mas mantêm a mesma estrutura principal. Isso já havia sido observado na análise da evolução da frequência para o caso de flexão no Capítulo 3.

Na Figura 4.3 podemos ver a evolução dos espaços reconstruídos para uma velocidade de

Figura 4.1: Espaço de estados reconstruído das medidas de flexão do caso oscilatório com variação da velocidade de escoamento (casos 2, 4 e 6 da Tabela 4.2).

escoamento fixa com relação a variação da frequência reduzida. Os espaços reconstruídos são apresentados também em projeções em duas dimensões para facilitar a observação do fenômeno (Figura 4.4).

Com a variação da frequência reduzida, nota-se que houve uma mudança na estrutura do atrator. Neste caso, o sistema passa por alterações no comportamento das trajetórias, ou seja, é provável que o sistema passe por bifurcações. Isso também já havia sido verificado na análise da evolução do espectro de frequências no capítulo anterior.

4.3 Reconstrução do espaço de estados para as séries do caso de torção oscilatório não linear

Para as medidas de torção (extensômetro do ponto 4 na Figura 3.4), foi considerado o mesmo procedimento do caso das medidas de flexão. A Tabela 4.2 apresenta os tempos de defasagem obtidos para as medidas de torção, onde V é a velocidade do escoamento, ω é a

(a)

(b)

(c)

Figura 4.2: Projeção do espaço reconstruído em duas dimensões para as medidas de flexão do caso oscilatório com frequência fixa e velocidades: (a) 11,19 m/s , (b) 13,58 m/s e (c) 16,89 m/s .

Figura 4.3: Espaço de estados reconstruído das medidas de flexão do caso oscilatório com variação da frequência reduzida (casos 3, 4 e 5 da Tabela 4.2).

frequência de oscilação, e k é a frequência reduzida. Aqui, os valores da defasagem também mostraram uma coerência com relação a frequência de oscilação.

Tabela 4.2: Parâmetros da medida de torção para a plataforma oscilatória

Caso	$V(\frac{m}{s})$	$\omega(Hz)$	k	τ
1	11,12	0,47	0,0783	40
2		1,27	0,2087	17
3	13,60	0,47	0,0640	39
4		1,27	0,1706	17
5	16,93	1,59	0,2132	11
6		1,27	0,1370	14
7		2,07	0,2227	9

A Figura 4.5 apresenta os espaços de estados reconstruídos com variação da velocidade do escoamento. Na Figura 4.6 são mostradas as projeções dos espaços reconstruídos em duas dimensões.

Neste caso, os resultados mostraram uma forte influência do ruído, entretanto a estrutura

(a)

(b)

(c)

Figura 4.4: Projeção do espaço reconstruído em duas dimensões das séries de flexão do caso oscilatório com velocidade do escoamento fixa e frequências reduzidas: (a) 0,0641, (b) 0,1709 e (c) 0,2136.

Figura 4.5: Espaço de estado reconstruído da medida de torção do caso oscilatório com variação da velocidade de escoamento (casos 2, 4 e 6 da Tabela 4.2).

de cada trajetória pode ser observada. Aqui, como no caso de flexão, observa-se que não há alteração na estrutura do atrator quando a velocidade aumenta, mas há um aumento na amplitude do movimento.

Quando a velocidade é mantida fixa e a frequência reduzida varia, pode-se ver o surgimento de novas estruturas, como mostrado na Figura 4.7. Na Figura 4.8 são apresentados as projeções dos espaços reconstruídos em duas dimensões.

Com a variação da frequência reduzida nota-se uma mudança também na estrutura do sistema e não somente na amplitude do movimento. Isso sugere que o sistema passa por bifurcações.

(a)

(b)

(c)

Figura 4.6: Projeção do espaço reconstruído em duas dimensões das séries de torção do caso oscilatório com frequência fixa e velocidades: (a) 11,12 m/s , (b) 13,60 m/s e (c) 16,93 m/s .

Figura 4.7: Espaço de estados reconstruído da medida de torção do caso oscilatório com variação da frequência reduzida (casos 3, 4 e 5 da Tabela 4.2).

4.4 Reconstrução do espaço de estados para as séries de torção não lineares para a plataforma livre

Quando a plataforma está livre, as forças aerodinâmicas e outros efeitos do fluxo são os responsáveis pelo movimento da asa. Neste caso foi observado um movimento oscilatório auto sustentado da asa, típico de um ciclo limite. O movimento oscilatório manteve-se com amplitude do ângulo de incidência na plataforma entre 4° e 14° .

Neste caso o estol foi induzido por uma quebra no crescimento do deslocamento que foi realizado para o movimento livre da asa. O ângulo de incidência e a frequência crescem conforme a velocidade de escoamento é aumentada.

As séries temporais das medidas de torção, que foram adquiridas do extensômetro do ponto 4 (Figura 3.4), foram usadas para reconstruir o espaço de estados. O ensaio foi realizado para seis diferentes velocidades de escoamento. Os tempos de defasagem encontrados em cada caso estão resumidos na Tabela 4.3, onde V é a velocidade do escoamento. Para o caso da plataforma

(a)

(b)

(c)

Figura 4.8: Projeção do espaço reconstruído em duas dimensões das séries de torção do caso oscilatório com velocidade do escoamento fixa e frequências reduzidas: (a) 0,0640, (b) 0,1706 e (c) 0,2132.

livre, similarmente ao caso da plataforma oscilatória, dimensão de reconstrução encontrada também foi $d = 3$.

Tabela 4.3: Parâmetros para a plataforma livre.

Caso	$V(\frac{m}{s})$	τ
1	9,42	27
2	11,46	24
3	13,49	22
4	14,29	21
5	15,13	20
6	16,75	18

A Figura 4.9 mostra a evolução dos espaços de estados reconstruídos com relação à variação da velocidade do escoamento.

Figura 4.9: Evolução dos espaços de estados reconstruídos com relação à variação da velocidade de escoamento para os casos da plataforma livre.

Na Figura 4.10 são apresentados os espaços reconstruídos em dimensão 2 para uma melhor visualização do comportamento do sistema com a variação da velocidade.

Figura 4.10: Projeção do espaço reconstruído em duas dimensões para os casos da plataforma livre com velocidades: (a) $9,42 \text{ m/s}$, (b) $11,46 \text{ m/s}$, (c) $13,49 \text{ m/s}$, (d) $14,29 \text{ m/s}$, (e) $15,13 \text{ m/s}$ e (f) $16,75 \text{ m/s}$.

As trajetórias obtidas apresentam um movimento periódico. O efeito do estol induz uma quebra no momento de incidência, o que pode ter ocasionado o salto obtido na frequência. O espaço de estado reconstruído descreve uma órbita fechada que corresponde a um ciclo limite.

As técnicas de reconstrução dos espaços de estados apresentam uma análise qualitativa do

comportamento dos sistemas representativos das séries temporais aeroelásticas experimentais. Outras técnicas de análise apresentam caracterizações quantitativas do comportamento caótico, como é o caso dos expoentes de Lyapunov e dos valores da entropia. Essas medidas podem não só indicar a presença do comportamento caótico, como também caracterizar o caos. No próximo Capítulo estas medidas são calculadas com o objetivo de complementar a análise feita pelas técnicas apresentadas até o momento.

Análise dos Expoentes de Lyapunov e da Entropia

Neste Capítulo são calculados os expoentes de Lyapunov das séries aeroelásticas de flexão e de torção para o caso oscilatório e para as séries de torção do caso da plataforma livre. Esses expoentes são comparados com o objetivo de encontrar um indicativo do comportamento caótico. Também são calculados os valores da entropia das séries. Esses valores indicam o grau de desorganização do comportamento das séries e podem indicar alterações no sistema como a presença de caos. Os expoentes de Lyapunov e a entropia são avaliados com a evolução da velocidade do escoamento e com variação da frequência de oscilação da plataforma.

5.1 Análise dos expoentes de Lyapunov

Um expoente de Lyapunov positivo é uma forte indicação do comportamento caótico, então é muito interessante determinar o valor do maior expoente para uma dada série temporal.

Diferentes métodos têm sido usados no cálculo dos expoentes de Lyapunov. Ramasubramanian e Sriram (2000) testaram três algoritmos e notaram uma concordância nos resultados, sendo que o método de Wolf et al. (1985) parece ser o mais eficiente.

Para testar a eficiência dos métodos mais utilizados, calculou-se o expoente de Lyapunov

por dois métodos diferentes, o método de Wolf et al. (1985) e o método de Rosenstein et al. (1993) para uma série aeroelástica do caso da plataforma livre.

O caso 5 da Tabela 4.3 foi utilizado para calcular o expoente de Lyapunov. Como o método de Wolf et al. (1985) tem se mostrado sensível ao ruído (KANTZ; SCHREIBER, 2000), foi utilizado um filtro elíptico de ordem 5, com banda de transição entre 4 e 6 Hz na série para efeito de comparação.

As Figuras 5.1 e 5.2 mostram a evolução temporal da série filtrada e não filtrada. As Figuras 5.3 e 5.4 mostram o espaço reconstruído para a série filtrada e não filtrada.

Figura 5.1: Série temporal do caso 5 da Tabela 4.3 não filtrada.

O método proposto por Wolf et al. (1985) foi utilizado para determinar o expoente de Lyapunov para o caso 5 da Tabela 4.3 para a série filtrada e não filtrada. Os expoentes obtidos são mostrados na Tabela 5.1.

O expoente de Lyapunov foi também calculado pelo algoritmo de Rosenstein et al. (1993). Este método apresenta a vantagem de não depender da dimensão de imersão. A Figura 5.5 mostra a independência do método com relação a dimensão de imersão. Neste método, o máximo

Figura 5.2: Série temporal do caso 5 da Tabela 4.3 filtrada.

Figura 5.3: Espaço de estados reconstruído para a série temporal do caso 5 da Tabela 4.3 não filtrada.

Figura 5.4: Espaço de estados reconstruído para a série temporal do caso 5 da Tabela 4.3 filtrada.

Tabela 5.1: Expoentes de Lyapunov obtidos pelo método de Wolf et al. (1985).

	Expoentes de Lyapunov
série não filtrada	0,34441
série filtrada	0,31661

expoente de Lyapunov é dado pela inclinação da reta paralela à região linear da curva de divergência.

A Tabela 5.1 apresenta os expoentes de Lyapunov obtidos para o caso 5 da Tabela 4.3. Foram calculados os expoentes para a série filtrada e não filtrada.

Tabela 5.2: Expoentes de Lyapunov obtidos pelo método de Rosenstein et al. (1993).

	Expoentes de Lyapunov
série não filtrada	0,34405
série filtrada	0,52764

No método de Wolf et al. (1985), se a série temporal está contaminada por ruído, é importante que a distância inicial entre a trajetória de referência e um novo vizinho seja maior que o

Figura 5.5: Curva da divergência com relação ao tempo.

nível de ruído, caso contrário, as flutuações devido ao ruído podem ser interpretadas como uma divergência determinística (KANTZ, 1994).

A escolha da defasagem e do passo de reposição também são muito importantes para o cálculo dos expoentes de Lyapunov, o que pode gerar diferenças entre os resultados obtidos por métodos diferentes. Em nenhum dos métodos a filtragem modificou a natureza dos resultados obtidos.

Como não houve diferenças significativas entre os dois métodos, optou-se por utilizar o método de Wolf et al. (1985) pela menor complexidade computacional. Os expoentes foram calculados para as séries aeroelásticas do caso oscilatório de flexão e de torção. Também foram calculados os expoentes para o caso da plataforma livre.

5.1.1 Análise dos expoentes de Lyapunov com variação da velocidade e da frequência reduzida

A Tabela 5.3 mostra os resultados dos expoentes de Lyapunov calculados para as séries do caso oscilatório de flexão com variação da velocidade.

Tabela 5.3: Expoentes de Lyapunov das séries de flexão do caso oscilatório com variação da velocidade.

Caso	$V(\frac{m}{s})$	Expoente de Lyapunov
2	11,19	0,13032
4	13,58	0,00904
6	16,89	0,13224

Os expoentes de Lyapunov positivos encontrados indicam a presença do comportamento caótico da série. Pode-se ver, também, que para a velocidade de 13,58 m/s o expoente fica próximo de zero. Isto pode ser um indicativo de um comportamento quase periódico para esta velocidade.

No caso das séries obtidas com a plataforma livre, os expoentes encontrados também foram todos positivos, não havendo uma relação direta com a velocidade, como mostra a Tabela 5.4.

Tabela 5.4: Expoentes de Lyapunov das séries de torção da plataforma livre com variação da velocidade.

Caso	$V(\frac{m}{s})$	Expoente de Lyapunov
1	9,42	0,4141
2	11,46	1,2108
3	13,49	0,109
4	14,29	0,3211
5	15,13	0,3444
6	16,75	0,6374

Para as medidas de torção das séries aeroelásticas do caso oscilatório, os expoentes calculados foram negativos. Para a velocidade 13,6 m/s , assim como para as séries de flexão, o

expoente apresenta um valor menor que nos outros dois casos A Tabela 5.5 mostra estes resultados.

Tabela 5.5: Expoentes de Lyapunov das séries de torção do caso oscilatório com variação da velocidade.

Caso	$V(\frac{m}{s})$	Expoente de Lyapunov
2	11,12	-0,15844
4	13,6	-0,25616
6	16,93	-0,08155

Para os três casos analisados pode-se notar um valor menor do expoente para a velocidade em torno de $13,5 \text{ m/s}$. O sistema pode ter passado por alterações para essa velocidade.

Os valores positivos dos expoentes de Lyapunov para o caso oscilatório de flexão e para o caso de torção da plataforma livre indicam a presença do comportamento caótico. Já no caso de torção do caso oscilatório, não é possível afirmar a existência de caos através dos expoentes, pois os valores foram negativos.

Os expoentes de Lyapunov também foram analisados com variação da frequência reduzida.

Na Tabela 5.6 são apresentados os resultados dos expoentes de Lyapunov com variação da frequência reduzida. Pode-se ver que o expoente é positivo para a série com frequência reduzida 0,1709. Isso é um indicativo do comportamento caótico. Para as demais séries o expoente apresenta valores negativos. Neste caso não é possível confirmar a ocorrência do caos.

Tabela 5.6: Expoentes de Lyapunov das séries de flexão do caso oscilatório com variação da frequência reduzida.

Caso	k	Expoente de Lyapunov
3	0,0641	-0,07004
4	0,1709	0,00904
5	0,2136	-0,07946

Ao contrário do que acontece no caso de flexão, para o caso oscilatório não linear de

torção com variação da frequência reduzida, o expoente ficou negativo apenas para a série com frequência reduzida 0,1706. Para os outros dois valores de frequência reduzida os expoentes encontrados são positivos, como pode ser visto na Tabela 5.7.

Tabela 5.7: Expoentes de Lyapunov das séries de torção do caso oscilatório com variação da frequência reduzida.

Caso	k	Expoente de Lyapunov
3	0,064	0,16457
4	0,1706	-0,25616
5	0,2132	0,20186

5.2 Análise da entropia

A entropia é um valor que descreve a quantidade de desordem no sistema. Podemos dizer que quanto maior for a entropia do sistema, mais desorganizado ele está e isso pode ser um indicativo do comportamento caótico da série.

Nesta seção foram calculados os valores da entropia de Rényi de 2ª ordem para as séries aeroelásticas de flexão para os casos oscilatórios e de torção para os casos oscilatórios e os casos da plataforma livre. A entropia foi calculada para a dimensão 3 e 21 valores diferentes de ε . Foram considerados os maiores valores de entropia para cada uma das séries aeroelásticas.

5.2.1 Análise dos valores de entropia com variação da velocidade do escoamento e da frequência reduzida

A Tabela 5.8 mostra os valores da entropia de Rényi para as séries de flexão do caso oscilatório com variação da velocidade do escoamento.

Neste caso, nota-se uma aumento da entropia com o aumento da velocidade de escoamento, este resultado sugere que quanto maior a velocidade, maior a desorganização do sistema, o que pode ser um indicativo de mudanças ocorrendo no sistema e do comportamento caótico.

Tabela 5.8: Entropia de Rényi de 2ª ordem das séries de flexão do caso oscilatório com variação da velocidade.

Caso	$V(\frac{m}{s})$	Entropia de Rényi
2	11,19	6,9063
4	13,58	7,5999
6	16,89	7,6009

Nas Tabelas 5.9 e 5.10 são apresentados os valores da entropia com variação da velocidade para os casos de torção do caso oscilatório e do caso da plataforma livre respectivamente.

Tabela 5.9: Entropia de Rényi de 2ª ordem das séries de torção do caso oscilatório com variação da velocidade.

Caso	$V(\frac{m}{s})$	Entropia de Rényi
2	11,12	7,6009
4	13,6	7,5999
6	16,93	7,6009

Tabela 5.10: Entropia de Rényi de 2ª ordem das séries de torção para a plataforma livre com variação da velocidade.

Caso	$V(\frac{m}{s})$	Entropia de Rényi
1	9,42	8,2621
2	11,46	8,2826
3	13,49	8,2881
4	14,29	8,2926
5	15,13	8,2926
6	16,75	8,2945

No caso das séries de torção do caso oscilatório e da plataforma livre, os resultados estão muito próximos, não apresentando mudanças com a variação da velocidade do escoamento.

Para as séries de flexão do caso oscilatório, o valor da entropia se estabiliza da velocidade 13,58 m/s para 16,89 m/s, mas com valores altos. No caso das séries de torção, os valores da entropia estão muito próximos e com resultados parecidos aos valores das séries de flexão para

as duas velocidades maiores.

Quando a velocidade aumenta no caso da plataforma livre, nota-se um ligeiro aumento dos valores da entropia. Os valores destas séries são maiores que os valores do caso oscilatório, isto pode indicar uma maior desorganização das séries, o que sugere o comportamento caótico.

A Tabela 5.11 mostra os valores de entropia com variação da frequência reduzida para as séries de flexão do caso oscilatório. Nota-se que a entropia apresenta valores altos para os três casos, sendo que para a $k = 0,2136$, a diferença do valor da entropia com relação aos outros dois casos é um pouco maior. Não é possível verificar o comportamento caótico neste caso. Os resultados podem indicar um comportamento quase periódico.

Tabela 5.11: Entropia de Rényi de 2ª ordem das séries de flexão do caso oscilatório com variação da frequência reduzida.

Caso	k	Entropia de Rényi
3	0,0641	7,5999
4	0,1709	7,5999
5	0,2136	7,6009

Os valores da entropia com variação da frequência reduzida para as séries de torção do caso oscilatório são apresentados na Tabela 5.12. Neste caso, também há uma estabilidade nos valores da entropia. Não é possível afirmar a existência do comportamento caótico. Apesar dos valores da entropia apresentarem resultados razoavelmente altos, não há indícios de mudanças no sistema com a variação da frequência reduzida.

Tabela 5.12: Entropia de Rényi de 2ª ordem das séries de torção do caso oscilatório com variação da frequência reduzida.

Caso	k	Entropia de Rényi
3	0,064	7,5989
4	0,1706	7,5999
5	0,2132	7,5999

Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

6.1 Conclusões

Com a procura por aeronaves mais leves, rápidas e seguras, a análise de sistemas dinâmicos não lineares tornou-se um desafio. Os modelos matemáticos apresentam limitações e muitas vezes se torna necessária a linearização do sistema para sua solução, o que faz com que o modelo não represente a realidade. Neste contexto, a análise de séries temporais experimentais aparece como uma importante ferramenta na análise dos sistemas aeroelásticos não lineares.

Neste trabalho foram utilizadas as técnicas da teoria de análise de séries temporais para sistemas não lineares para investigar o fenômeno aeroelástico não linear. Para isso foi realizado um ensaio em túnel de vento com um modelo de asa aeroelástica. As respostas aeroelásticas foram obtidas dos extensômetros colocados em nove pontos na asa aeroelástica. O modelo da asa foi montado em uma plataforma que permitia a variação do ângulo de incidência. As séries temporais foram obtidas para a plataforma oscilatória e para a plataforma livre. Essas séries temporais estão sob influência de um campo de fluxo altamente separado.

O comportamento dos sistemas representados pelas séries não lineares obtidas foram analisados com variação da velocidade do escoamento e também com a variação da frequência de

oscilação da plataforma (no caso da plataforma oscilatória).

Primeiramente, foram analisados os espectros de frequência das séries temporais. Depois, os espaços de estados das séries foram reconstruídos pelo método das coordenadas defasadas, sendo que a defasagem foi obtida pela função de correlação e a dimensão de imersão foi obtida pelo método da saturação de um invariante do sistema. Para as séries obtidas do caso da plataforma oscilatória, tanto com a análise espectral como com os espaços reconstruídos foi possível observar uma complexa evolução do comportamento do sistema quando variamos a frequência reduzida e mantemos a mesma velocidade de escoamento. Essa evolução pode estar relacionada com o comportamento caótico e bifurcações presentes no sistema aeroelástico.

Para a plataforma livre o escoamento aerodinâmico provoca um movimento oscilatório autossustentado da asa. Neste caso foi observado o surgimento e desaparecimento de frequências com o aumento da velocidade de escoamento. Os espaços reconstruídos neste caso descrevem uma órbita fechada correspondente a um ciclo limite.

Os espectros de frequências e a reconstrução do espaço de estado são análises qualitativas do sistema. As séries experimentais podem estar contaminadas com ruído, o que dificulta a identificação do comportamento caótico. Medidas como os expoentes de Lyapunov e a entropia de Rényi podem ajudar na identificação e caracterização do comportamento caótico.

O algoritmo de Wolf et al. (1985) foi utilizado para o cálculo dos expoentes de Lyapunov. No caso das medidas de flexão da plataforma oscilatória e de torção da plataforma livre, pode-se observar que todos os expoentes obtidos são positivos o que é um forte indício do comportamento caótico. Além disso, os expoentes aumentam com o aumento da velocidade do escoamento. Já no caso de torção da plataforma oscilatória, os expoentes obtidos ficaram negativos, mas com valores próximos de zero. Esse resultado pode ter a influência do ruído. Mesmo assim, os expoentes aumentaram com o aumento da velocidade do escoamento.

Para verificar a influência do ruído nos resultados, uma série obtida da plataforma livre foi filtrada e o expoente calculado por dois métodos diferentes: o método de Wolf et al. (1985) e o método de Rosenstein et al. (1993). Os expoentes obtidos não apresentaram diferenças

significativas entre os dois métodos e também entre a série filtrada e não filtrada. Conclui-se, então que o método utilizado apresenta resultados confiáveis no cálculo do expoente mesmo na presença de ruídos.

A entropia de Rényi foi calculada e, também neste caso, notou-se um aumento da entropia com o aumento da velocidade do escoamento. Isso significa que quando a velocidade aumenta, o sistema apresenta uma maior desorganização, o que pode ser indicativo de mudanças como bifurcações ou do comportamento caótico.

Com os resultados obtidos neste trabalho podemos concluir que o comportamento caótico e mudanças no sistemas aeroelásticos, como as bifurcações, foram bem identificados pelas técnicas utilizadas. A presença de ruído não interferiu de maneira significativa nos resultados obtidos.

6.2 Sugestões para trabalhos futuros

Em trabalhos futuros, as técnicas e métodos utilizados para análise das séries experimentais apresentadas também podem ser utilizadas para analisar dados obtidos através de modelos matemáticos, com e sem ruídos, com o objetivo de identificar e resolver possíveis falhas nas técnicas aplicadas.

A construção do mapa de Poincaré através de técnicas de interpolação e do diagrama de bifurcação para uma análise mais detalhada deste fenômeno também são sugestões para os próximos trabalhos.

Vasconcellos (2007) utilizou o método da decomposição em valores singulares para reconstruir o espaço de estados de séries experimentais não lineares. Nos próximos trabalhos pode-se calcular os expoentes de Lyapunov para séries reconstruídas por este método.

Bibliografia

ABARBANEL, H.; BROWN, R.; SIDOROWICH, J.; TSIMRING, L. The analysis of observed chaotic in physical systems. *Reviews of Modern Physics*, v. 65, n. 4, p. 1331–1392, 1993.

ALIGHANBARI, H.; LEE, B. H. K. Analysis of nonlinear aeroelastic signals. *Journal of Aircraft*, v. 40, n. 3, p. 552–558, 2003.

ALLIGOOD, K.; SAUER, T.; YORKE, J. *Chaos: An Introduction to dynamical systems*. Estados Unidos: Springer-Verlag New York, 1996.

ALONSO, J.; JAMESON, A. Fully-implicit time-marching aeroelastic solutions. In: 32nd AIAA AEROSPACE SCIENCES. 10-13 January, 1994.

ASHLEY, H. On the role of shock waves in the sub-transonic flutter phenomenon. In: AIAA/ASME/ASCE/AHS 20th STRUCTURES DYNAMICS AND MATERIALS CONFERENCE. St Louis, 1979.

BERGER, B.; MINS, I.; CHEN, Y.; CHAVALI, A.; ROKNI, M. Attractor embedding in metal cutting. *Journal of Sound and Vibration*, v. 184, n. 5, p. 936–942, 1995.

BISPLINGHOFF, R.; ASHLEY, H.; HALFMAN, R. *Aeroelasticity*. Estados Unidos: Dover-New York, 1996.

BOX, G.; JENKIS, G.; REINSEL, G. *Time series analysis*. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1994.

BROOMHEAD, D.; KING, G. Extracting qualitative dynamics from experimental data. *Physica D*, v. 20, n. 2-3, p. 217–236, 1986.

CAMILO, E. *Aeroelasticidade computacional transônica em aerofólios com modelo estrutural não linear*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

CARR, L. Progress in analysis and prediction of dynamic stall. In: AIAA ATMOSPHERIC FLIGHT MECHANICS CONFERENCE. Snowmass, CO, 1985.

CARR, L.; CHANDRASEKHARA, M. Compressibility effects on dynamic stall. *Progress in Aerospace Sciences*, v. 32, p. 523–573, 1996.

CASDAGLI, M.; EUBANK, S.; FARMER, J.; GIBSON, J. State space reconstruction in the presence of noise. *Physica D*, v. 51, p. 52–98, 1991.

DOWELL, E.; TANG, D. Nonlinear aeroelasticity and unsteady aerodynamics. *AIAA Journal*, v. 40, n. 9, p. 1187–1196, 2002.

- ERICSSON, L.; REDING, J. Fluid dynamics of unsteady separated flow. Part II: Lifting surfaces. *Progress in Aerospace Sciences*, v. 24, p. 249–356, 1987.
- FRASER, A. Reconstruction attractors from scalar time series: A comparison of singular system and redundancy criteria. *Physica D*, v. 34, n. 3, p. 391–404, 1989.
- FRASER, A.; SWINNEY, H. Independent coordinates for strange attractors from mutual information. *Physical Review A*, v. 33, n. 2, p. 1134–1140, 1986.
- GALLAGER, R. *Information theory and reliable communication*. NY: Wiley, 1968.
- GRASSBERGER, P.; PROCACCIA, I. Measuring the strangeness of strange attractors. *Physica D*, v. 9, n. 1-2, p. 186, 1983.
- HARREMOËS, P. Interpretations of Rényi entropies and divergences. *Physica A*, v. 365, p. 57–62, 2006.
- KANTZ, H. A robust method to estimate the maximal Lyapunov exponent of a time-series. *Physics Letters A*, v. 185, n. 1, p. 77 – 87, 1994.
- KANTZ, H.; SCHREIBER, T. *Nonlinear Time Series Analysis*. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- KENNEL, M. The multiple mutual information program. In: REPORT. INSTITUTE FOR NONLINEAR SCIENCE. University of California, San Diego, CA, 1992.
- KENNEL, M.; BROWN, R.; ABARBANEL, H. Determining embedding dimension from phase-space reconstruction using a geometrical construction. *Physical Review A*, v. 25, n. 6, p. 3403–3411, 1992.
- KIM, H.; EYKHOLD, R.; SALAS, J. Nonlinear dynamics, delay times, and embedding windows. *Physica D*, v. 127, n. 1-2, p. 48–60, 1999.
- KINSNER, K. Characterizing chaos through Lyapunov metrics. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part C: Applications and Reviews*, v. 36, n. 2, p. 141–151, 2006.
- LEE, B. Oscillatory shock motion caused by transonic shock-boundary-layer interaction. *AIAA Journal*, v. 28, n. 5, p. 942–944, 1990.
- LEE, B.; MURTY, H.; JIANG, H. Role of Kutta waves on oscillatory shock motion on an airfoil. *AIAA Journal*, v. 32, n. 4, p. 789–796, 1994.
- LEE, B.; PRICE, S.; WONG, Y. Nonlinear aeroelastic analysis of airfoils: bifurcation and chaos. *Progress in Aerospace Sciences*, v. 35, n. 3, p. 205–334, 1999.
- LEE, B.; TRON, A. Effects of structural nonlinearities on flutter characteristics of the CF-18 aircraft. *Journal of Aircraft*, v. 26, p. 789–796, 1998.
- LEE, I.; KIM, S. Aeroelastic analysis of a flexible control surface with structural nonlinearity. *Journal of Aircraft*, v. 32, n. 4, p. 868–874, 1995.
- LIEBERT, W.; SCHUSTER, H. Proper choice of the time-delay for the analysis of chaotic time-series. *Physics Letters A*, v. 142, n. 2/3, p. 107–111, 1989.

MARQUES, F. *Multi-layer functional approximation of non-linear unsteady aerodynamic response*. Tese (Doutorado) — University of Glasgow, Escócia, 1997.

MARQUES, F.; ROSOLEN, J.; OLIVEIRA, V.; BELO, E. Non-linear analysis of stall-induced oscillations of an aeroelastic wing. In: 2º CONGRESSO TEMÁTICO DE DINÂMICA E CONTROLE DA SBMAC. Rio Claro - SP, 2003.

MARQUES, F.; ROSOLEN, J.; OLIVEIRA, V.; BELO, E.; SIMONI, A. Non-linear phenomena analysis of stall-induced aeroelastic oscillations. In: PROCEEDINGS OF THE 45th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC STRUCTURES, STRUCTURAL DYNAMICS AND MATERIALS CONF. Palm Spring, USA, CDRom, 2004.

MARQUES, F.; ROSOLEN, J.; OLIVEIRA, V.; BELO, E.; SIMONI, A. On the investigation of state space reconstruction of nonlinear aeroelastic response time series. *Shock and vibration*, v. 13, n. 4-5, p. 393–407, 2006.

MOON, F. *Chaotic Vibration: An Introduction for Applied Scientists and Engineers*. New York: Wiley, 1987.

MOON, F. *Chaotic and fractal dynamics*. New York: Wiley, 1992.

NAYFEH, A. H.; BALACHANDRAM, B. *Applied Nonlinear Dynamics*. New York: John Wiley & Sons, 1995.

PACKARD, N.; CRUTCHFIELD, J.; FARMER, J.; SHAW, R. Geometry from a time-series. *Physical Review Letters*, v. 45, n. 9, p. 712–716, 1980.

PICCOLI, H. *Observação de caos nas medições do movimento de um rotor sujeito a 'rubbing'*. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas - SP, 1994.

PRICE, S.; KELERIS, J. Non-linear dynamics of an airfoil forced to oscillate in dynamic stall. *Journal of Sound and Vibration*, v. 194, n. 2, p. 265–283, 1996.

PRICE, S.; LEE, B.; ALIGHANBARI, H. Postinstability behavior of a two-dimensional airfoil with a structural nonlinearity. *Journal of Aircraft*, v. 31, p. 1395–1401, 1994.

RAMASUBRAMANIAN, K.; SRIRAM, M. S. A comparative study of computation of Lyapunov spectra with different algorithms. *Physica D*, v. 139, p. 72–86, 2000.

RENYI, A. On measures of entropy and information. In: PROCEEDINGS OF THE FOURTH BERKELEY SYMPOSIUM ON MATHEMATICS, STATISTICS AND PROBABILITY. University California Press, Berkeley, 1961.

ROBERTS, I.; JONES, D.; LIEVEN, N.; BERNARDO, M. D.; CHAMPNEYS, A. Analysis of piecewise linear aeroelastic systems using numerical continuation. *Journal of Aerospace Engineering*, v. 216, n. G1, p. 1–11, 2002.

ROSENSTEIN, M. T.; COLLINS, J. J.; DELUCA, C. J. A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets. *Physica D*, v. 65, n. 1-2, p. 117 – 134, 1993.

ROULSTON, M. Estimanting the errors on measured entropy and mutual information. *Physica D*, v. 125, p. 285–294, 1999.

- RUELLE, D. Ergodic theory of differentiable dynamical systems. *IHES Publications Mathématiques*, v. 50, p. 275–320, 1979.
- SATO, S.; SANO, M.; SAWADA, Y. Practical methods of measuring the generalized dimension and the largest Lyapunov exponent in high dimensional chaotic systems. *Progress of Theoretical Physics*, v. 77, n. 1, p. 1 – 5, 1987.
- SAUER, T.; YORKE, J.; CASDAGLI, M. Embedology. *Journal of Statistical Physics*, v. 65, n. 3-4, p. 579–616, 1991.
- SAVI, M. *Dinâmica não linear e caos*. Rio de Janeiro: E-papers, 2006.
- SAVI, M. A. Caos em sistemas mecânicos. In: 1^o CONGRESSO DE DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES DA SBMAC. São José do Rio Preto - SP, 2002.
- SHANNON, C. A mathematical theory of communication. *Bell Syst. Tech. J.*, v. 27, p. 379–423; 623–656, 1948.
- SHAW, R. *The dripping faucet as a model dynamical system*. Santa Cruz: Aerial Press, 1984.
- SHETA, E.; HARRAND, V.; D.E., T.; STRGANAC, T. Computational and experimental investigation of limit cycle oscillations of nonlinear aeroelastic systems. *Journal of Aircraft*, v. 39, n. 1, p. 133–141, 2002.
- SIMONI, A. R.; MARQUES, F. D.; OLIVEIRA, V. A.; BELO, E. M. Chaos prediction of stall-induced oscillations via Lyapunov exponents. In: PROCEEDINGS OF 18th INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING. Ouro Preto, MG, 2005.
- STRGANAC, T.; MOOK, D.; MITCHUM, M. The numerical simulation of subsonic flutter. In: AIAA 87-1428, AIAA 19th FLUID DYNAMICS, PLASMA DYNAMICS AND LASERS CONFERENCE. [S.l.], 1987.
- TAKENS, F. Detecting strange attractors in turbulence. *Lecture notes in mathematics*, Berlin, v. 898, p. 366–381, 1981.
- TANG, D.; DOWELL, E. Limit cycle oscillation of two-dimensional panels in low subsonic flow. *International journal of non-linear mechanics*, v. 37, n. 7, p. 1181–1198, 2002.
- VASCONCELLOS, R. M. G. *Reconstrução do Espaço de Estados Aeroelásticos por Decomposição em Valores Singulares*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, São Carlos - SP, 2007.
- WOLF, A.; SWIFT, J. B.; SWINNEY, H. L.; VASTANO, J. A. Determining Lyapunov exponents from a time series. *Physica D*, v. 16, p. 285–317, 1985.
- YANG, Z.; ZHAO, L. Analysis of limit cycle flutter of an airfoil in incompressible flow. *Journal of Sound and Vibration*, v. 123, p. 1–13, 1988.

Séries Temporais Aeroelásticas Obtidas no Experimento

As séries temporais experimentais obtidas no experimento são apresentadas neste Apêndice. Também é apresentada a variação do ângulo de incidência em função do tempo.

As Figuras A.1, A.2, A.3, A.4, A.5 e A.6 mostram as séries temporais obtidas no experimento para os extensômetros 1, 2 e 3 (Figura 3.4) que medem flexão para o caso da plataforma oscilatória com amplitude máxima $5,5^\circ$. A velocidade de escoamento e a frequência de oscilação da plataforma variam. Para o trabalho foram utilizadas as respostas do extensômetro 1.

As Figuras A.7, A.8, A.9, A.10, A.11 e A.12 mostram os dados originais obtidos no experimento para os extensômetros 4, 5 e 6 (Figura 3.4) que medem torção para o caso da plataforma oscilatória com amplitude máxima de $5,5^\circ$. A velocidade de escoamento e a frequência de oscilação da plataforma variam. Para o trabalho foram utilizadas as respostas do extensômetro 4.

Nas Figuras A.13, A.14, A.15, A.16, A.17 e A.18 são apresentadas as séries temporais obtidas no experimento para extensômetros 4, 5 e 6 (Figura 3.4 de medidas de torção para a plataforma livre. Neste caso, a velocidade do escoamento é responsável pelo movimento de incidência. Para o trabalho foram utilizadas as respostas do extensômetro 4.

Figura A.1: Séries de flexão para a plataforma oscilatória com amplitude máxima de $5,5^\circ$, velocidade de escoamento $11,19 \text{ m/s}$ e frequência da plataforma $3,0 \text{ rad/s}$.

Figura A.2: Séries de flexão para a plataforma oscilatória com amplitude máxima de $5,5^\circ$, velocidade de escoamento $11,19 \text{ m/s}$ e frequência da plataforma $8,0 \text{ rad/s}$.

Figura A.3: Séries de flexão para a plataforma oscilatória com amplitude máxima de $5,5^\circ$, velocidade de escoamento $13,58 \text{ m/s}$ e frequência da plataforma $3,0 \text{ rad/s}$.

Figura A.4: Séries de flexão para a plataforma oscilatória com amplitude máxima de $5,5^\circ$, velocidade de escoamento $13,58 \text{ m/s}$ e frequência da plataforma $8,0 \text{ rad/s}$.

Figura A.5: Séries de flexão para a plataforma oscilatória com amplitude máxima de $5,5^\circ$, velocidade de escoamento $13,58 \text{ m/s}$ e frequência da plataforma $10,0 \text{ rad/s}$.

Figura A.6: Séries de flexão para a plataforma oscilatória com amplitude máxima de $5,5^\circ$, velocidade de escoamento $16,89 \text{ m/s}$ e frequência da plataforma $8,0 \text{ rad/s}$.

Figura A.7: Séries de torção para a plataforma oscilatória com amplitude máxima de $5,5^\circ$, velocidade de escoamento $11,12 \text{ m/s}$ e frequência da plataforma $3,0 \text{ rad/s}$.

Figura A.8: Séries de torção para a plataforma oscilatória com amplitude máxima de $5,5^\circ$, velocidade de escoamento $11,12 \text{ m/s}$ e frequência da plataforma $8,0 \text{ rad/s}$.

Figura A.9: Séries de torção para a plataforma oscilatória com amplitude máxima de $5,5^\circ$, velocidade de escoamento $13,60 \text{ m/s}$ e frequência da plataforma $3,0 \text{ rad/s}$.

Figura A.10: Séries de torção para a plataforma oscilatória com amplitude máxima de $5,5^\circ$, velocidade de escoamento $13,60 \text{ m/s}$ e frequência da plataforma $8,0 \text{ rad/s}$.

Figura A.11: Séries de torção para a plataforma oscilatória com amplitude máxima de $5,5^\circ$, velocidade de escoamento $13,60 \text{ m/s}$ e frequência da plataforma $10,0 \text{ rad/s}$.

Figura A.12: Séries de torção para a plataforma oscilatória com amplitude máxima de $5,5^\circ$, velocidade de escoamento $16,93 \text{ m/s}$ e frequência da plataforma $8,0 \text{ rad/s}$.

Figura A.13: Séries de torção para o caso da plataforma livre com velocidade de escoamento $9,42 \text{ m/s}$.

Figura A.14: Séries de torção para o caso da plataforma livre com velocidade de escoamento $11,46 \text{ m/s}$.

Figura A.15: Séries de torção para o caso da plataforma livre com velocidade de escoamento $13,49 \text{ m/s}$.

Figura A.16: Séries de torção para o caso da plataforma livre com velocidade de escoamento $14,29 \text{ m/s}$.

Figura A.17: Séries de torção para o caso da plataforma livre com velocidade de escoamento $15,13 \text{ m/s}$.

Figura A.18: Séries de torção para o caso da plataforma livre com velocidade de escoamento $16,75 \text{ m/s}$.