MATEUS MOREIRA DE SOUZA

Sistema de controle de atitude para modelo de VLS
fixo com 3 graus de liberdade

Dissertação apresentada a Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica. Área de concentração: Aeronaves.

Orientador: Prof. Titular

Eduardo Morgado Belo

São Carlos

2012

ESTE EXEMPLAR TRATA DA VERSÃO
CORRIGIDA. A VERSÃO ORIGINAL ENCONTRA-
SE DISPONÍVEL JUNTO AO DEPARTAMENTO
DE ENGENHARIA MECÂNICA DA EESC -USP

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

Souza, Mateus Moreira

S729s

Sistema de controle de atitude para modelo de VLS
fixo com 3 graus de liberdade / Mateus Moreira de Souza
; orientador Eduardo Morgado Belo. São Carlos, 2012.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Mecânica e Área de Concentração em
Aeronaves)-- Escola de Engenharia de São Carlos da
Universidade de São Paulo, 2012.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **MATEUS MOREIRA DE SOUZA**.

Título da dissertação: "Sistema de controle de atitude para modelo de VLS fixo com 3 graus de liberdade".

Data da defesa: 27/06/2012

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Titular **Eduardo Morgado Belo (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Aprovado

Prof. Dr. **Paulo Celso Greco Junior**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Dr. **Paulo Moraes Junior**
(Instituto de Aeronáutica e Espaço/IAE)

Aprovado

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica:
Prof. Associado **Marcelo Areias Trindade**

Suplente do Presidente da Comissão de Pós-Graduação em Exercício:
Prof. Titular **Denis Vinicius Coury**

Aos meus pais com amor e carinho, pelo apoio e incentivo. Aos meus irmãos pelos momentos de descontração. E à minha noiva com amor, pela presença, pelo incentivo e por sempre dizer o que tem de ser dito. E a todos estes por entenderam os momentos de ausência.

Agradecimentos

Agradeço ao professor Belo pelo apoio, pela orientação e pelas nossas conversas durante este trabalho.

Ao Fabio pela ajuda com a eletrônica, sem a qual este trabalho não poderia ser finalizado.

Aos funcionários e professores da USP pelo suporte fornecido.

Ao CNPq, à FAPESP e à Agência Espacial Brasileira pelo apoio financeiro fornecido.

Resumo

SOUZA, M. M. **Sistema de controle de atitude para modelo de VLS fixo com 3 graus de liberdade.** 2012. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Engenharia Aeronáutica – Universidade de São Paulo – São Carlos, 2012.

O sistema de controle por alocação dos pólos com filtro foi utilizado para controlar a atitude de um modelo de veículo lançador de satélites. Com este intuito, foram confeccionados um modelo e uma base de fixação que permite a movimentação nos três graus de liberdade. Utilizando a resposta à entrada degrau em conjunto com um sistema de controle PID obtido de forma empírica para estabilizar o sistema, as características da planta foram identificadas e então o sistema de controle por alocação de pólos foi projetado. Este sistema apresentou uma oscilação em torno da referência com amplitude menor do que $0,5^\circ$ e tempo de pico para a entrada degrau na ordem de 2,17 segundos. Um segundo controlador PID foi projetado de forma analítica para se obter uma referência, porém apresentou resposta com características inferiores ao controlador por alocação de pólos. Os dois sistemas de controle projetados conseguem manter o modelo estável mesmo quando um dos motores é desligado.

Palavras-chave: Controle de atitude. Veículo lançador de satélite. Foguete. PID. Alocação de pólos

Abstract

SOUZA, M. M. **Attitude control system for fixed SLV model with 3 degree of freedom.** 2012. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Engenharia Aeronáutica – Universidade de São Paulo – São Carlos, 2012.

Pole placement control system with filter was implemented to control the attitude of a satellite launch vehicle model. With this purpose, a model and a fixing base with three degrees of freedom was made. Utilizing the system response to step input with PID controller empirically designed to stabilize the system, the model characteristics were identified and the pole placement control system was designed. This system oscillated around the reference with amplitude smaller than 0.5° and peak time around 2.17 seconds. Another PID controller was designed analytically for reference, however the pole placement controller had better response characteristics than the PID controller. Both controllers can stabilize the system even when one engine is shut off.

Keywords: Attitude control. Satellite launch vehicle. Rocket. PID. Pole placement.

Lista de acrônimos

AEB: Agência Espacial Brasileira.

CG: Centro de gravidade.

DVE: Dispositivo de Vetoramento do Empuxo.

IAE: Instituto de Aeronáutica e Espaço.

MLP: Modulação por largura de pulso.

PID: Proporcional Integrativo e Derivativo (Técnica de controle PID).

VLS: Veículo Lançador de Satélite.

Lista de símbolos

D^I	Derivada rotacional no tempo com relação à base inercial.
I_{Br}^B	Tensor de inércia do corpo B em relação ao ponto B_r .
I_k	Momentos principais de inércia na direção k.
I_{XZ}	Produto de inércia.
m_{Br}	vetor de momentos aplicados no ponto B_r .
m^B	Massa do corpo B
s_{ij}	Distância do ponto i ao ponto j na forma vetorial.
S_{ij}	Distância do ponto i ao ponto j na forma matricial.
s_{ijk}	Componente de s_{ij} na direção k.
ω^{BI}	Vetor de velocidade angular da base B com relação à base I.
Ω^{BI}	Vetor de velocidade angular da base B com relação à base I na forma matricial.
p	Componente de ω^{BI} na base B na direção X_b .
q	Componente de ω^{BI} na base B na direção Y_b .
r	Componente de ω^{BI} na base B na direção Z_b .
v_{Br}^I	Velocidade do ponto B_r na base I.
Θ	Ângulo de arfagem.
Φ	Ângulo de rolagem.
Ψ	Ângulo de guinada.
η_i	Ângulo entre os eixos X_a e X_m do motor i.
ε_i	Ângulo entre o eixo Y_a e o plano gerado pelos eixos Y_b e Z_b do motor i.
g	Aceleração da gravidade
E_{Mi}	Módulo do empuxo do motor i.
A_{ij}	Componente da matriz de estado A na linha i e coluna j.

B_{ij}	Componente da matriz de entrada B na linha i e coluna j.
$G_C(s)$	Função transferência do controlador.
K_D	Ganho derivativo.
K_P	Ganho proporcional.
K_I	Ganho integrativo.
$G(s)$	Função transferência de malha fechada do sistema.
ζ	Fator de amortecimento do sistema de segunda ordem.
ω_n	Frequência natural do sistema de segunda ordem.
ω_d	Frequência natural amortecida.
σ	Parte real do pólo do sistema.
t_p	Tempo de pico.
M_p	Porcentagem de sobre sinal.
$\theta(\infty)$	Valor em regime estacionário de θ .
u_d	Módulo da entrada degrau.
K	Ganho do sistema.
C	Saída do sistema.
R	Sinal de referência.
A_C	Equação característica desejada.
$Z(s)$	o numerador do sistema a ser controlado.
$P(s)$	Denominador do sistema a ser controlado.
K_c	Ganhos de controle.
K_o	Ganho do observador.

Lista de tabelas

Tabela 1 Ganhos do controle PID.	46
Tabela 2 Características das respostas θ para a entrada degrau.	52
Tabela 3 Características das respostas de Φ para a entrada degrau.	54
Tabela 4 Ganhos do sistema por alocação de pólos.	56
Tabela 5 Ganhos do sistema PID analítico.	59

Lista de ilustrações

Figura 1 Desenho esquemático do modelo de VLS com a base de fixação e os quatro DVE.....	18
Figura 2 Desenho esquemático do modelo de VLS sem o tubo e a estrutura que aloja a base de fixação.....	19
Figura 3 Base de fixação.....	20
Figura 4 Dispositivo de direcionamento de empuxo.....	21
Figura 5 Direção dos eixos do foguete.....	22
Figura 6 Vista lateral do modelo para apresentar os braços de alavanca das forças.	25
Figura 7 Vista frontal do modelo para apresentar os braços de alavanca das forças.	25
Figura 8 Base do motor.....	26
Figura 9 Base Auxiliar	27
Figura 10 Definição do ângulo η_i	27
Figura 11 Direções das bases auxiliares e da base do modelo.	28
Figura 12 Modelo de VLS.....	34
Figura 13 Estrutura interna do modelo.	35
Figura 14 Dispositivo de vetoramento de empuxo.	36
Figura 15 Sensor MTI-G da Xsens.....	36
Figura 16 Sistema de aquisição e transmissão de dados dSpace.	37
Figura 17 Diagrama de blocos do sistema de controle PID	38
Figura 18 Sistema de controle PID alterado.....	38
Figura 19 Sistema de controle por alocação de pólos com filtro	42
Figura 21 Resposta Ψ à entrada degrau do sinal de referência do sistema de controle PID.....	46

Figura 22 Resposta Φ à entrada degrau do sinal de referência do sistema de controle PID.	47
Figura 23 Sinal de controle de θ do sistema PID.	47
Figura 25 Resposta θ a entrada degrau em ε_4 e ε_2 . Caso 2.	49
Figura 26 Resposta θ a entrada degrau em ε_4 e ε_2 . Caso 1 ajustado.	49
Figura 27 Resposta θ a entrada degrau em ε_4 e ε_2 . Caso 2 ajustado.	50
Figura 28 Resposta Φ a entrada degrau em η_1 e η_3	52
Figura 29 Resposta Φ a entrada degrau em η_4 e η_2 . Ajustado.	52
Figura 30 Resposta velocidade angular r a entrada degrau em ε_3 e ε_1	53
Figura 32 Resposta Ψ a entrada degrau no sinal de referência.	56
Figura 33 Resposta Φ a entrada degrau no sinal de referência e sinal de controle aplicado em η_1	57
Figura 35 Lugar das raízes de Ψ na variação do ganho da planta no caso do controlador PID.	58
Figura 36 Lugar das raízes de θ na variação do ganho da planta no caso do controlador PID.	59
Figura 37 Resposta θ a entrada degrau no sinal de referência do controlador PID.	60
Figura 38 Resposta de Φ a entrada degrau no sinal de referência do controlador PID.	60
Figura 39 Resposta Ψ a entrada degrau no sinal de referência do controlador PID.	61
Figura 40 Resposta θ ao desligamento do motor 4, com controlador por alocação de pólos.	62
Figura 41 Resposta θ ao desligamento do motor 4, com controlador PID.	62

Sumário

Agradecimentos	5
Resumo	6
Abstract.....	7
Lista de acrônimos.....	8
Lista de símbolos	9
Lista de tabelas	11
Lista de ilustrações.....	12
Sumário.....	14
1 Introdução	16
2 Materiais e métodos	20
2.1 Base de fixação.	20
2.2 Dispositivo de vetoramento de empuxo.	21
2.3 Modelagem dinâmica.....	22
2.4 Teoria de Pequenas Perturbações.	31
2.5 Componentes do modelo.....	34
2.6 Sistema de controle PID.	37
2.7 Identificação dos parâmetros da planta.	40
2.8 Controlador por alocação de pólos com filtro.....	42
3 Resultados e discussão	45
3.1 Respostas do sistema com o controlador PID.	45
3.2 Identificação dos parâmetros da planta.	48
3.3 Sistemas de controle.	54

4 Conclusões.....	63
Referências e bibliografia	64

1 Introdução

Segundo (BAINUM; TAN, 2000, tradução nossa),

O desempenho de veículos lançadores de satélite (VLS) durante a fase de lançamento é usualmente estudado em duas partes distintas. A primeira lida com a trajetória do veículo em relação a um referencial inercial especificado e preocupa-se com fatores como fator de carga, dispersão e órbita. A segunda parte lida com a estabilidade do veículo que é muito importante para uma missão bem sucedida.

A segunda parte do estudo de desempenho é responsável por definir o sistema de controle de atitude do veículo que será utilizado na missão de forma a cumprir os objetivos fixados na primeira parte. O sistema de controle pode ser passivo ou ativo. Sistemas passivos envolvem o uso de superfícies aerodinâmicas e os sistemas ativos utilizam diferentes técnicas de controle para vetorar o empuxo dos propulsores, ambas com o objetivo de alterar as características dinâmicas do VLS.

Nos sistemas ativos de controle de atitude, a teoria H_∞ foi estudada para o VLS europeu Ariane, e utilizadas no japonês M-V (MORI, 1999). Esta teoria também foi aplicada no estudo de controladores robustos utilizando estruturas de ganhos Proporcionais, Integrativos e Derivativos (PID) para controlar quatro atuadores, responsáveis por vetorar o empuxo dos propulsores de um veículo no quarto estágio, acima da atmosfera (DAS; SEM; DASGUPTA, 2007).

A teoria H_∞ também já foi utilizada como a técnica de controle de referência no estudo de controladores capazes de satisfazerem múltiplos objetivos referentes a atenuação de perturbações e resposta em frequência de um VLS aerodinamicamente instável (KHALATE, NASSER, JOSE & DHEKANE, 2007).

Sistemas de controle adaptativos também já foram utilizados no controle de atitude. Um sistema que utiliza o modelo de guinada para auxiliar na adaptação do modelo de referência do sistema de arfagem foi proposto por (KHOSHNOOD et al, 2010) para VLS em que a flexibilidade estrutural pode influenciar o desempenho do sistema de controle de atitude.

A técnica difusa com modo móvel foi utilizada em conjunto com o teorema de estabilidade de Lyapunov para projetar um sistema de controle para VLS utilizando poucas

informações sobre as características dinâmicas do modelo (WANG, Z.; WANG, Q.; ZHANG, 2007).

Na definição dos ganhos de controle de sistemas por realimentação, foram utilizados algoritmos genéticos combinados com o método dos mínimos quadrados (WANG, T. et al., 2009). No sistema proposto foi utilizada a realimentação de giroscópios, giroscópios de razão de giro e acelerômetros.

Na análise dos resultados obtidos pelos controladores, foram estudadas a metodologia μ , a transformação linear fracionária e a variação de parâmetros lineares (MORITA; GOTO, 2007) e (ROTUNNO et al., 2006). Estas técnicas de análise foram propostas considerando que os VLS possuem uma resposta dinâmica variável no tempo.

No contexto de VLS, atualmente, o Brasil possui o Programa de Veículos Lançadores de Satélites Cruzeiro do Sul. Este programa prevê o projeto de uma família de cinco veículos lançadores sendo que em cada um dos veículos será incorporada uma nova tecnologia a ser utilizada nos veículos subsequentes (IAE, 2012). O Brasil também desenvolveu o VLS-1, veículo lançador que utiliza a experiência brasileira adquirida com os veículos de sondagem já desenvolvidos pelo Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE) em conjunto com a indústria aeroespacial (AEB, 2012).

Tendo em mente contribuir para assegurar o sucesso das missões de lançamento surgiu a pergunta: e se um motor falhar será que se pode fazer uma reconfiguração de controle e ainda assim dar prosseguimento à missão? Foi feita então uma pesquisa de estado da arte sobre falhas de motores de VLS e não foram encontrados na literatura estudos sobre técnicas de controle que levassem em conta tal perda. Assim, em 2010, foi feita uma proposta de estudos sobre tal problema dentro do Programa UNIESPAÇO da Agência Espacial Brasileira (AEB) na área de estabilidade e controle da atitude de VLS e que foi aprovada. Daí se originou a presente dissertação de mestrado. Para realizar estes estudos, foi projetado um modelo, baseado no VLS-1, com quatro *fans*, que representasse a atitude da fase de lançamento de um VLS. Além do modelo também foram projetados uma base de fixação e o Dispositivo de Vetoramento de Empuxo (DVE). A base de fixação permite o movimento do modelo em três graus de liberdade, todos de rotação. O DVE permite a vetoração do empuxo gerado pelos *fans* com o intuito de controlar a atitude do modelo.

O modelo foi projetado para ser fixado na horizontal e com seu centro de gravidade à frente do centro de giro, causando uma perturbação no ângulo de arfagem do modelo e nesta

forma cada ângulo de atitude apresenta características dinâmicas diferentes. Assim o modelo possibilita o estudo de controle para três diferentes sistemas ao mesmo tempo.

O DVE foi projetado para rotacionar o *fan* e o motor correspondente com o intuito de vetorar o empuxo. O DVE permite a rotação do *fan* em dois graus de liberdade independentes permitindo assim o vetoramento do empuxo em um cone de ação.

Após o projeto, foram confeccionados um modelo, uma base de fixação e quatro DVEs, permitindo assim ensaios em laboratório para estudar a dinâmica de VLS em sua fase inicial de vôo e também possíveis controladores de atitude utilizando vetorização de empuxo para esta fase.

O modelo consiste de um tubo de alumínio com um flange soldado em uma das pontas e uma estrutura interna onde são fixados os componentes eletrônicos. A base de fixação consiste de uma estrutura fixa ao modelo com três pares de rolamento, permitindo a rotação em três graus de liberdade. O DVE consiste de uma estrutura fixa ao *fan* e ao modelo com a finalidade de vetorar o empuxo. A base de fixação e o DVE são apresentados com mais detalhes nas seções seguintes. A figura 1 apresenta um desenho esquemático do modelo com todos os seus componentes e a figura 2 apresenta um desenho esquemático do modelo sem o tubo e a estrutura que aloja a base de fixação.

Figura 1 Desenho esquemático do modelo de VLS com a base de fixação e os quatro DVE.

Figura 2 Desenho esquemático do modelo de VLS sem o tubo e a estrutura que aloja a base de fixação

Foram utilizadas as técnicas de controle PID e por alocação de pólos com filtro para controlar a atitude do modelo de VLS. O controlador PID foi alterado de forma a não apresentar um pico na ação de controle quando fosse inserida uma entrada degrau no sinal de referência. Foram utilizadas três malhas de controle distintas para cada técnica de controle, uma para cada grau de liberdade, para vetorar o empuxo dos *fans* com a intenção de controlar a atitude do modelo.

2 Materiais e métodos

2.1 Base de fixação.

A base de fixação do modelo de VLS foi projetada para permitir a rotação em 3 graus de liberdade. O mecanismo é constituído por uma estrutura de fixação ao modelo com um par de rolamentos alojados e fixos a uma cruzeta que por sua vez é apoiada por outro par de rolamentos em uma estrutura inferior que possui um eixo apoiado em um terceiro grupo de rolamentos. A figura 3 apresenta um desenho esquemático da base de fixação.

Figura 3 Base de fixação

O par de rolamentos alojados na estrutura de fixação é responsável por permitir a rotação do modelo de forma a gerar um ângulo entre o plano do modelo e o plano horizontal que considerando a utilização dos ângulos de Euler, este corresponde ao ângulo Θ . O segundo par de rolamentos que apóiam a cruzeta permite a rotação do modelo em torno de seu eixo axial, gerando um movimento de rolagem, correspondendo ao ângulo Φ . E o par de rolamentos

que apóiam o eixo da estrutura inferior permite o direcionamento do modelo, correspondendo ao ângulo Ψ . Sendo Θ , Ψ e Φ os três graus de liberdade que a base de fixação permite.

2.2 Dispositivo de vetoramento de empuxo.

O empuxo dos *fans* foi vetorado para controlar a atitude do modelo e para tal foi utilizado o Dispositivo de Vetoramento de Empuxo. O DVE é constituído por dois anéis fixos entre si por dois eixos apoiados em rolamentos que permitem o giro do anel interno com relação ao externo. Existem ainda dois outros eixos fixos aos *fans* perpendiculares aos primeiros e apoiados em outro par de rolamentos, alojados no anel interno. Esta disposição de anéis e fixação dos *fans* permite que o empuxo seja direcionado dentro de um cone de revolução. A Figura 4 apresenta um desenho do dispositivo de direcionamento de empuxo.

Figura 4 Dispositivo de direcionamento de empuxo

Na ponta de um dos eixos de cada par foi fixado um disco que é acoplado a um servomecanismo e como os pares de eixos estão posicionados de forma perpendicular, a rotação dos discos permite o direcionamento dos *fans*, e portanto do empuxo em duas direções dentro de um cone de revolução, o que permite o controle da atitude do modelo ao considerar o conjunto dos quatro *fans*.

2.3 Modelagem dinâmica.

As características dinâmicas do modelo foram estudadas com o objetivo de auxiliar no projeto dos sistemas de controle de atitude para o modelo de VLS confeccionado. Com este intuito foi utilizada a segunda lei de Newton aplicada ao movimento angular, sendo as equações resultantes também denominadas equações de Euler. Estas equações foram utilizadas devido ao fato do modelo de VLS possuir apenas três graus de liberdade, sendo todos de rotação.

Antes de utilizar as equações de Euler, devem ser definidas as bases do corpo B e inercial I. A base do corpo possui os eixos X_b , Y_b e Z_b , sendo X_b paralelo à linha de centro do corpo do modelo e com sentido positivo da cauda para o nariz do modelo, Z_b é o eixo perpendicular ao eixo X_b , apontando da linha de centro do corpo para o motor inferior, motor 4, Y_b completa a regra da mão direita, apontando do centro do foguete para o motor direito, motor 1. As direções dos eixos da base do corpo definidos podem ser observadas na figura 5.

Figura 5 Direção dos eixos do foguete

Os eixos da base inercial X_i , Y_i e Z_i , sendo X_i contido no plano horizontal, com a mesma direção da projeção do eixo X_b no plano horizontal, na condição inicial do experimento, Z_i é perpendicular ao plano horizontal, apontando para baixo e Y_i completa a regra da mão direita.

Definidas as duas bases, as equações dinâmicas do modelo podem ser obtidas. O resultado obtido do equacionamento que quantifica as acelerações angulares de um corpo rígido B em relação a um ponto fixo B_r está apresentado na equação 1 (ZIPFEL, 2000).

$$D^I(I_{B_r}^B \omega^{BI}) = m_{B_r} - m^B S_{BB_r} D^I v_{B_r}^I \quad (1)$$

Onde D^I é a derivada rotacional no tempo com relação à base inercial, $I_{B_r}^B$ é o tensor de inércia do corpo B em relação ao ponto B_r , ω^{BI} é o vetor de velocidade angular da base B com relação à base I, m_{B_r} é o vetor de momentos aplicados no ponto B_r , m^B é a massa do corpo B, S_{BB_r} é a distância entre o centro de gravidade (CG) e o centro de rotação na forma matricial, $v_{B_r}^I$ é a velocidade do ponto B_r na base I.

Neste trabalho, o ponto B_r é o centro de rotação do modelo, o corpo B é o modelo, e o ponto B coincide com o CG do corpo. Como o centro de rotação é fixo, logo sua velocidade é igual a zero e a equação 1 pode ser simplificada. Utilizando as coordenadas do corpo B a equação 2 é obtida.

$$[D^I(I_{B_r}^B \omega^{BI})]^B = [D^B(I_{B_r}^B \omega^{BI})]^B + [\Omega^{BI}]^B [I_{B_r}^B \omega^{BI}]^B = [m_{B_r}]^B \quad (2)$$

Onde Ω^{BI} é o vetor de velocidade angular da base B com relação à base I na forma matricial.

Considerando que o modelo possui um plano de simetria que contém X_b e Z_b e que o ponto de fixação está contido neste plano, o tensor de inércia pode ser reduzido para a forma presente na equação 3.

$$[I_{B_r}^B]^B = \begin{bmatrix} I_X & 0 & -I_{XZ} \\ 0 & I_Y & 0 \\ -I_{XZ} & 0 & I_Z \end{bmatrix} \quad (3)$$

Onde I_X , I_Y e I_Z são os momentos principais de inércia e I_{XZ} é o produto de inércia.

Expandindo a parte central da equação 2 para cada direção, é obtida a equação 4.

$$[D^I(I_{Br}^B \omega^{BI})]^B = \begin{bmatrix} I_X \dot{p} - I_{XZ} \dot{r} - I_{XZ} pq + (I_Z - I_Y)qr \\ I_Y \dot{q} + I_{XZ}(p^2 - r^2) + (I_X - I_Z)pr \\ I_Z \dot{r} - I_{XZ} \dot{p} + I_{XZ} qr + (I_Y - I_X)pq \end{bmatrix} \quad (4)$$

Onde p , q e r são as componentes de ω^{BI} na base B nas direções X_b, Y_b e Z_b , respectivamente.

Antes de expandir o termo da direita da equação 2 é necessário definir os braços das forças atuantes no modelo. Considerando que o centro de gravidade do modelo pode se encontrar em uma posição diferente do centro de fixação, o vetor s_{BBr} é definido como a posição do centro de gravidade de B em relação ao ponto B_r , e definindo os vetores s_{MiBr} como a posição do motor i em relação ao ponto B_r , as equações 5, 6, 7, 8 e 9 apresentam as componentes dos vetores s_{BBr} , s_{M1Br} , s_{M2Br} , s_{M3Br} e s_{M4Br} , respectivamente. As distâncias s_{BBrX} , s_{BBrZ} , s_{MBrX} , s_{MBrY} e s_{MBrZ} estão representadas nas figuras 6 e 7.

$$[s_{BBr}]^B = \{s_{BBrX}, 0, s_{BBrZ}\}^T \quad (5)$$

$$[s_{M1Br}]^B = \{-s_{MBrX}, s_{MBrY}, 0\}^T \quad (6)$$

$$[s_{M2Br}]^B = \{-s_{MBrX}, 0, -s_{MBrZ}\}^T \quad (7)$$

$$[s_{M3Br}]^B = \{-s_{MBrX}, -s_{MBrY}, 0\}^T \quad (8)$$

$$[s_{M4Br}]^B = [-s_{MBrX}, 0, s_{MBrZ}]^T \quad (9)$$

Figura 6 Vista lateral do modelo para apresentar os braços de alavanca das forças.

Figura 7 Vista frontal do modelo para apresentar os braços de alavanca das forças.

Definidos os braços das forças, a força peso é dividida em suas componentes na base do corpo. Para isto são definidos os ângulos de Euler Ψ , Θ e Φ . Ψ é o ângulo de guinada, sendo o ângulo entre o eixo X_i e a projeção do Eixo X_b no plano horizontal, Θ é o ângulo de arfagem, sendo o ângulo entre o plano horizontal e o eixo X_b , Φ é o ângulo de rolagem e é gerado através de uma rotação do eixo X_b .

Definidos os ângulos de Euler, as componentes do peso podem ser equacionadas nas coordenadas do corpo (ETKIN; REID, 1996), como apresentado pela equação 10.

$$[W]^B = \begin{Bmatrix} -m^B g \sin(\theta) \\ m^B g \cos(\theta) \sin(\Phi) \\ m^B g \cos(\theta) \cos(\Phi) \end{Bmatrix} \quad (10)$$

Onde g é a aceleração da gravidade.

Para quantificar o empuxo em cada direção das coordenadas do modelo é necessário definir duas bases; a base do motor M , cujo eixo X_m possui a mesma direção e sentido do empuxo, Y_m na direção do eixo que fixa o motor, com sentido positivo do motor para o servo mecanismo e Z_m completando a regra da mão direita e uma base auxiliar cujo eixo Y_a coincide com Y_m , Z_a na direção do eixo que fixa o anel externo e X_a completando a regra da mão direita. As figuras 8 e 9 apresentam a base do motor e a auxiliar, respectivamente.

Figura 8 Base do motor

Figura 9 Base Auxiliar

Definidas as bases, o empuxo em cada direção pode ser quantificado na base do modelo aplicando uma rotação da base do motor para a base auxiliar, e aplicando uma segunda rotação da base auxiliar para a base do modelo. Para realizar a primeira rotação é definido o ângulo η_i entre os eixos X_a e X_m de cada motor sendo considerado positivo quando causado por uma rotação positiva do eixo Y_a , como apresentado na figura 10. Definido η_i , a primeira rotação pode ser expressa pela equação 11.

Figura 10 Definição do ângulo η_i

$$\begin{Bmatrix} Xa \\ Ya \\ Za \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \eta_i & 0 & \sin \eta_i \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \eta_i & 0 & \cos \eta_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Xm \\ Ym \\ Zm \end{Bmatrix} \quad (11)$$

A matriz de rotação da base auxiliar para a base do modelo deve ser obtida para cada motor, devido ao fato das direções das bases auxiliares de cada motor não apontarem para as mesmas direções. Este fato pode ser observado através da figura 11, que apresenta a base auxiliar de cada motor na posição onde os eixos Xa_i ($i=1,2,3,4$) estão paralelos ao eixo Xb .

Figura 11 Direções das bases auxiliares e da base do modelo.

Em todos os casos define-se o ângulo ε_i entre o eixo Ya_i e o plano gerado pelos eixos Yb e Zb sendo considerado positivo quando causado por uma rotação positiva do eixo Za_i . As equações 12, 13, 14 e 15 são utilizadas para a segunda rotação dos motores 1, 2, 3 e 4, respectivamente.

$$\begin{Bmatrix} Xb \\ Yb \\ Zb \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon_1 & \sin \varepsilon_1 & 0 \\ -\sin \varepsilon_1 & \cos \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Xa_1 \\ Ya_1 \\ Za_1 \end{Bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{Bmatrix} Xb \\ Yb \\ Zb \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon_2 & -\sin \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\sin \varepsilon_2 & -\cos \varepsilon_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Xa_2 \\ Ya_2 \\ Za_2 \end{Bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{Bmatrix} Xb \\ Yb \\ Zb \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon_3 & -\sin \varepsilon_3 & 0 \\ -\sin \varepsilon_3 & -\cos \varepsilon_3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Xa_3 \\ Ya_3 \\ Za_3 \end{Bmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{Bmatrix} Xb \\ Yb \\ Zb \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon_4 & -\sin \varepsilon_4 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ \sin \varepsilon_4 & \cos \varepsilon_4 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Xa_4 \\ Ya_4 \\ Za_4 \end{Bmatrix} \quad (15)$$

Definindo E_{Mi} como o módulo do empuxo gerado pelo motor i e devido ao fato do eixo X_m da base do motor estar alinhado com a direção do empuxo, então as componentes do empuxo dos motores 1, 2, 3 e 4 na base do modelo podem ser expressas pelas equações 16,17,18 e19.

$$\{F_{M1}\} = \begin{bmatrix} \cos \eta_1 \cos \varepsilon_1 \\ \cos \eta_1 \sin \varepsilon_1 \\ -\sin \eta_1 \end{bmatrix} \{E_{M1}\} \quad (16)$$

$$\{F_{M2}\} = \begin{bmatrix} \cos \eta_2 \cos \varepsilon_2 \\ -\sin \eta_2 \\ -\cos \eta_2 \sin \varepsilon_2 \end{bmatrix} \{E_{M2}\} \quad (17)$$

$$\{F_{M3}\} = \begin{bmatrix} \cos \eta_3 \cos \varepsilon_3 \\ -\cos \eta_3 \sin \varepsilon_3 \\ \sin \eta_3 \end{bmatrix} \{E_{M3}\} \quad (18)$$

$$\{F_{M4}\} = \begin{bmatrix} \cos \eta_4 \cos \varepsilon_4 \\ \sin \eta_4 \\ \cos \eta_4 \sin \varepsilon_4 \end{bmatrix} \{E_{M4}\} \quad (19)$$

Definidas todas as componentes das forças atuantes que geram momento e seus respectivos braços de alavanca, a parte direita da equação 2 pode ser expandida para cada direção, obtendo-se assim a equação 20.

$$[m_{Br}]^B = \begin{bmatrix} -m^B g s_{BBrZ} \cos(\theta) \sin(\Phi) - s_{MBrY} R_1 - s_{MBrZ} R_2 \\ -m^B g (s_{BBrZ} \sin(\theta) + s_{BBrX} \cos(\theta) \cos(\Phi)) - s_{MBrX} R_3 - s_{MBrZ} R_4 \\ m^B g s_{BBrX} \cos(\theta) \sin(\Phi) - s_{MBrX} R_5 - s_{MBrY} R_6 \end{bmatrix} \quad (20)$$

onde R_1 , R_2 , R_3 , R_4 , R_5 e R_6 são definidos abaixo:

$$R_1 = (E_{M1} \sin(\eta_1) + E_{M3} \sin(\eta_3))$$

$$R_2 = (E_{M2} \sin(\eta_2) - E_{M4} \sin(\eta_4))$$

$$R_3 = (E_{M1} \sin(\eta_1) + E_{M2} \cos(\eta_2) \sin(\varepsilon_2) - E_{M3} \sin(\eta_3) - E_{M4} \cos(\eta_4) \sin(\varepsilon_4))$$

$$R_4 = (E_{M2} \cos(\eta_2) \cos(\varepsilon_2) + E_{M4} \cos(\eta_4) \cos(\varepsilon_4))$$

$$R_5 = (E_{M1} \cos(\eta_1) \sin(\varepsilon_1) - E_{M2} \sin(\eta_2) - E_{M3} \cos(\eta_3) \sin(\varepsilon_3) + E_{M4} \sin(\eta_4))$$

$$R_6 = (E_{M1} \cos(\eta_1) \cos(\varepsilon_1) - E_{M3} \cos(\eta_3) \cos(\varepsilon_3))$$

Unindo as equações 4 e 20 é obtido um sistema de três equações e seis incógnitas. Para completar este sistema de equações, um grupo de três equações que relacionam as velocidades de rotação com as derivadas dos ângulos de Euler são inseridas (ETKIN; REID, 1996).

$$\begin{Bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\Theta} \\ \dot{\Psi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\Phi) \tan(\Theta) & \cos(\Phi) \tan(\Theta) \\ 0 & \cos(\Phi) & -\sin(\Phi) \\ 0 & \sin(\Phi) \sec(\Theta) & \cos(\Phi) \sec(\Theta) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p \\ q \\ r \end{Bmatrix} \quad (21)$$

O sistema obtido unindo as equações 4 e 20 com as equações 21 não é linear, dificultando sua análise. Para simplificá-lo foi utilizada a Teoria das Pequenas Perturbações.

2.4 Teoria de Pequenas Perturbações.

A Teoria de Pequenas Perturbações é utilizada em modelagem de sistemas aeronáuticos para linearizar as equações de dinâmica de vôo de uma aeronave (ETKIN; REID, 1996). Esta teoria consiste em substituir as variáveis do sistema pela soma de uma condição inicial equilibrada e uma pequena perturbação. Como a primeira parcela consiste dos termos da condição de equilíbrio, o equacionamento destes termos faz com que desapareçam da equação. Também, o produto de pequenas perturbações é considerado muito menor do que os demais termos e podem assim ser desconsiderados. Dessa forma sobram apenas os termos contendo pequenas perturbações e os termos contendo o produto destas com as condições iniciais.

Neste estudo, o sinal enviado para os *speed controls* dos motores dos *fans* foi mantido constante, ocorrendo apenas pequenas variações no empuxo causadas pela variação da voltagem das baterias. Mas durante os ensaios experimentais esta variação foi considerada desprezível.

No caso das equações do modelo, os ângulos de Euler e as velocidades angulares iniciais são nulos, restando apenas as condições iniciais dos ângulos dos motores como é apresentado nas equações 22.

$$\begin{array}{llllll} p = \Delta p & \Psi = \Delta\Psi & \eta_1 = \Delta\eta_1 + \eta_{10} & \varepsilon_1 = \Delta\varepsilon_1 & \eta_2 = \Delta\eta_2 & \varepsilon_2 = \Delta\varepsilon_2 + \varepsilon_{20} \\ q = \Delta q & \theta = \Delta\theta & \eta_3 = \Delta\eta_3 + \eta_{30} & \varepsilon_3 = \Delta\varepsilon_3 & \eta_4 = \Delta\eta_4 & \varepsilon_4 = \Delta\varepsilon_4 + \varepsilon_{40} \\ r = \Delta r & \Phi = \Delta\Phi & & & & \end{array} \quad (22)$$

Para reduzir a notação os termos que não possuem uma condição inicial serão mantidos sem o Δ .

Substituindo as equações 22 no modelo dinâmico, utilizando as simplificações de pequenos ângulos para as funções trigonométricas e rearranjando as equações é obtido o sistema 23.

$$\begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \\ \dot{\Phi} \\ \dot{\Theta} \\ \dot{\Psi} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & A_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{25} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{34} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \\ \Phi \\ \Theta \\ \Psi \end{pmatrix} \quad (23)$$

$$+ \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & 0 & B_{15} & B_{16} & B_{17} & 0 \\ B_{21} & 0 & 0 & B_{24} & B_{25} & 0 & 0 & B_{28} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & 0 & B_{35} & B_{36} & B_{37} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\eta_1 \\ \varepsilon_1 \\ \eta_2 \\ \Delta\varepsilon_2 \\ \Delta\eta_3 \\ \varepsilon_3 \\ \eta_4 \\ \Delta\varepsilon_4 \end{pmatrix}$$

Onde os termos das matrizes são definidos pelas equações 24.

$$\begin{aligned} A_{14} &= \frac{m^B g(s_{BBrX}I_{XZ} - s_{BBrZ}I_Z)}{I_X I_Z - I_{XZ}^2} & A_{34} &= \frac{m^B g(s_{BBrX}I_X - s_{BBrZ}I_{XZ})}{I_X I_Z - I_{XZ}^2} \\ A_{25} &= \frac{-m^B g s_{BBrZ}}{I_Y} \\ B_{11} &= -\frac{E_{M1} s_{MBrY}(I_Z - I_{XZ} \sin(\eta_{10}))}{I_X I_Z - I_{XZ}^2} & B_{12} &= \frac{E_{M1} s_{MBrX} I_{XZ} \cos(\varepsilon_{10})}{I_X I_Z - I_{XZ}^2} \\ B_{13} &= \frac{E_{M2}(s_{MBrX} I_{XZ} - s_{MBrZ} I_Z)}{I_X I_Z - I_{XZ}^2} & B_{15} &= -\frac{E_{M3} s_{MBrY}(I_{XZ} \sin(\eta_{30}) + I_Z)}{I_X I_Z - I_{XZ}^2} \\ B_{16} &= \frac{E_{M3} s_{MBrX} I_{XZ} \cos(\varepsilon_{30})}{I_X I_Z - I_{XZ}^2} & B_{17} &= -\frac{E_{M4}(s_{MBrX} I_{XZ} - s_{MBrZ} I_Z)}{I_X I_Z - I_{XZ}^2} \\ B_{21} &= \frac{-s_{MBrX} E_{M1}}{I_Y} & B_{24} &= \frac{E_{M2}(s_{MBrZ} \sin(\varepsilon_{20}) - s_{MBrX} \cos(\varepsilon_{20}))}{I_Y} \\ B_{25} &= \frac{s_{MBrX} E_{M3}}{I_Y} & B_{28} &= \frac{E_{M4}(s_{MBrX} \cos(\varepsilon_{40}) + s_{MBrZ} \sin(\varepsilon_{40}))}{I_Y} \\ B_{31} &= -\frac{E_{M1} s_{MBrY}(I_{XZ} - I_X \sin(\eta_{10}))}{I_X I_Z - I_{XZ}^2} & B_{32} &= -\frac{E_{M1} s_{MBrX} I_X \cos(\varepsilon_{10})}{I_X I_Z - I_{XZ}^2} \\ B_{33} &= \frac{E_{M2}(s_{MBrX} I_X - s_{MBrZ} I_{XZ})}{I_X I_Z - I_{XZ}^2} & B_{35} &= -\frac{E_{M3} s_{MBrY}(I_X \sin(\eta_{30}) - I_{XZ})}{I_X I_Z - I_{XZ}^2} \\ B_{36} &= \frac{E_{M3} s_{MBrX} I_X \cos(\varepsilon_{30})}{I_X I_Z - I_{XZ}^2} & B_{37} &= -\frac{E_{M4}(s_{MBrX} I_X - s_{MBrZ} I_{XZ})}{I_X I_Z - I_{XZ}^2} \end{aligned} \quad (24)$$

O sistema linear pode ser dividido em dois grupos de equações, um grupo descrevendo a dinâmica longitudinal, relacionado aos movimentos Θ e q , e o outro a dinâmica latero-direcional relacionado aos movimentos Ψ , Φ , p e r . O sistema longitudinal e o latero-direcional estão representados nas equações 25 e 26, respectivamente.

$$\begin{Bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & A_{25} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ \theta \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{21} & B_{24} & B_{25} & B_{28} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\eta_1 \\ \Delta\varepsilon_2 \\ \Delta\eta_3 \\ \Delta\varepsilon_4 \end{Bmatrix} \quad (25)$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\Phi} \\ \dot{\Psi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & A_{14} & 0 \\ 0 & 0 & A_{34} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p \\ r \\ \Phi \\ \Psi \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{15} & B_{16} & B_{17} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & B_{35} & B_{36} & B_{37} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\eta_1 \\ \varepsilon_1 \\ \eta_2 \\ \Delta\eta_3 \\ \varepsilon_3 \\ \eta_4 \end{Bmatrix} \quad (26)$$

Os três graus de liberdade podem ser desacoplados utilizando os sinais $\Delta\varepsilon_4$ e $\Delta\varepsilon_2$ com mesmo módulo mas sinal oposto, $\Delta\eta_1$ e $\Delta\eta_3$ com mesmo módulo e sinal, ε_1 e ε_3 com mesmo módulo e sinal oposto, e considerando ainda que o coeficiente A_{34} é de ordem inferior aos demais termos, podendo ser desprezado. Isto resulta nos três sistemas desacoplados apresentados nas equações 27, 28 e 29.

$$\begin{Bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & A_{25} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ \theta \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{24} & B_{28} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_2 \\ \Delta\varepsilon_4 \end{Bmatrix} \quad (27)$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{p} \\ \dot{\Phi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & A_{14} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p \\ \Phi \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{15} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\eta_1 \\ \Delta\eta_3 \end{Bmatrix} \quad (28)$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{r} \\ \dot{\Psi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r \\ \Psi \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{32} & B_{35} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_3 \end{Bmatrix} \quad (29)$$

2.5 Componentes do modelo.

O modelo de VLS foi confeccionado em alumínio, sendo composto por um tubo com um flange e uma estrutura interna fixa por parafusos ao tubo onde foram alocadas as baterias, o sensor, os *speed controls* dos motores e uma placa eletrônica que aciona os servos e os *speed controls* utilizando sinais de modulação por largura de pulso (MLP). A figura 12 apresenta uma foto do modelo de VLS fixo à base e a figura 13 mostra a estrutura interna do modelo.

Figura 12 Modelo de VLS.

Figura 13 Estrutura interna do modelo.

No flange do tubo foram fixados os quatro *fans* em seus DVEs. A vetoração dos motores é gerada pelos servos do DVE que recebem um sinal MLP com valores variando de 0 à 254 onde a posição 127 é a posição central e a variação de 1 neste sinal causa uma rotação do motor de $0,35^\circ$. Assim, nas seções seguintes foi considerado que o sinal MLP varie de -127 até 127 para facilitar a identificação do movimento resultante. A figura 14 mostra o DVE com o *fan* e os servos.

O sinal enviado aos *speed controls* para controlar o empuxo gerado pelos *fans* foi mantido constante com sinal MLP em 110. Assim a variação do empuxo dos *fans* ocorria apenas pela variação da voltagem da bateria que alimentava o motor, o que pode ser considerado desprezível em ensaios de até 200 segundos.

Figura 14 Dispositivo de vetoramento de empuxo.

A atitude do modelo foi mensurada utilizando a unidade de medição inercial MTI-G, sendo esta composta por acelerômetros, giroscópios de razão de giro e magnetômetros, fornecendo uma medida dos ângulos de Euler do modelo e a velocidade angular deste. A figura 15 mostra uma foto do sensor.

Figura 15 Sensor MTI-G da Xsens.

As malhas de controle foram programadas no sistema de aquisição e transmissão de dados da dSPACE para acionarem os servos utilizando o sinal recebido do sensor. Utilizando a porta serial o sinal de controle é enviado para a placa eletrônica e esta converte o sinal em MLP para os servos. A programação foi feita utilizando diagramas de blocos do SIMULINK, componente do software MATLAB. A figura 16 mostra uma foto do sistema dSPACE.

Figura 16 Sistema de aquisição e transmissão de dados dSpace.

2.6 Sistema de controle PID.

O primeiro sistema de controle utilizado foi o sistema PID que é apresentado na figura 17 na forma de diagrama de blocos do MATLAB. Foram utilizados três sistemas PID independentes, cada um para controlar cada um dos três ângulos de atitude, tendo estes controladores sido calibrados empiricamente, ou seja, os ganhos de controle foram obtidos observando a resposta do sistema real.

O controlador do ângulo Θ aciona os servos correspondentes aos ângulos ε_2 e ε_4 , para o controle de Ψ são acionados os servos responsáveis pelo movimento dos ângulos ε_1 e ε_3 , e o último controlador aciona os servos correspondentes com η_1 e η_3 para controlar Φ .

Figura 17 Diagrama de blocos do sistema de controle PID

Com o intuito de evitar a saturação do controlador quando aplicada uma entrada degrau no sinal de referência e reduzir o ruído do sinal, a componente derivativa do controle foi substituída pelo sinal de velocidade angular proveniente do sensor e o diagrama de blocos utilizados está mostrado na figura 18. Esta alteração pode ser utilizada apenas quando o sistema for projetado para entradas degrau ou como sistema regulador, uma vez que nestes o sinal de entrada de referência é constante e portanto sua derivada será zero e dessa forma não altera o sinal de controle. Nos outros casos esta alteração não deve ser utilizada, pois o sinal de entrada de referência não é constante, e portanto sua derivada não será zero, devendo ser incluída no sinal de controle processado pelo controlador PID.

Figura 18 Sistema de controle PID alterado.

A função transferência do controlador é representada pela equação 30 e a função transferência de um sistema de segunda ordem com controlador PID pela equação 31.

$$G_c(s) = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s} \quad (30)$$

Onde $G_c(s)$ é a função transferência do controlador e K_D , K_P e K_I são os ganhos derivativo, proporcional e integrativo, respectivamente.

$$G(s) = \frac{K(K_D s^2 + K_P s + K_I)}{s^3 + (2\zeta\omega_n + KK_D)s^2 + (\omega_n^2 + KK_P)s + KK_I} \quad (31)$$

Onde $G(s)$ é a função transferência de malha fechada, ζ é o fator de amortecimento do sistema de segunda ordem, ω_n é a frequência natural do sistema de segunda ordem e K é o ganho do sistema.

Aplicando o teorema do valor final da transformada de Laplace, pode-se verificar que se o sistema com o controlador possuir apenas pólos com a parte real negativa, o limite existe e a saída segue uma entrada degrau no sinal de referência, como demonstrado pela equação 32.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (c(t)) = \lim_{s \rightarrow 0} (sC(s)) = \lim_{s \rightarrow 0} (sG(s)R(s)) = \lim_{s \rightarrow 0} (C(s)) = \frac{KK_I}{KK_I} = 1 \quad (32)$$

Onde C é a saída do sistema e R é o sinal de referência.

Fazendo uso deste resultado, os ganhos integrativos foram mantidos com valores baixos para regular a resposta do modelo de VLS, alterando assim apenas os ganhos proporcionais e derivativos.

O ganho derivativo foi ajustado com o intuito de gerar amortecimento no sistema. Aumentando este ganho reduz-se a velocidade de resposta do sistema diminuindo a amplitude das oscilações. O ganho proporcional foi ajustado para aumentar a velocidade de resposta do sistema e diminuir a influência das perturbações. Depois de regulados estes ganhos, o ganho integrativo foi regulado para aumentar a velocidade em que a ação de controle encontra o ponto de equilíbrio do sistema.

O sistema PID empírico foi utilizado apenas para auxiliar na identificação dos parâmetros do modelo de identificação como apresentado na seção seguinte. Após a identificação, um segundo sistema de controle PID foi projetado analiticamente. Neste projeto o

procedimento adotado foi igualar o denominador da equação 31 com a equação característica desejada A_C , apresentada na equação 33, obtendo assim a equação 34. A equação característica desejada para cada sistema foi selecionada de forma que não fossem inseridos zeros no sistema com parte real positiva, evitando assim que o sistema se torne instável com a variação do ganho do sistema.

$$A_C = s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3 \quad (33)$$

$$\begin{bmatrix} K_d \\ K_p \\ K_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{a_1 - 2\zeta\omega_n}{K} \\ \frac{a_2 - \omega_n^2}{K} \\ \frac{a_3}{K} \end{bmatrix} \quad (34)$$

2.7 Identificação dos parâmetros da planta.

A planta foi tratada como três sistemas independentes, um sistema com entradas ε_2 e ε_4 e saída Θ , um segundo sistema com entradas ε_1 e ε_3 e saída Ψ e o último sistema possuindo como entradas η_1 e η_3 e saída Φ .

O sistema referente a Θ foi considerado um sistema de segunda ordem, sem zeros, como apresentado na equação 35. Para identificar os parâmetros deste sistema os ângulos Φ e Ψ foram estabilizados em torno de 0° pelo controlador PID, ε_2 e ε_4 foram mantidos com valor fixo em torno de uma condição de equilíbrio e então foi aplicada uma entrada degrau nestes valores. Foram utilizadas entradas degrau com módulo 5 em ε_2 e ε_4 , pois foi considerado que o ruído dos sensores e o atrito dos rolamentos da base de fixação não dependem da amplitude do movimento. Desta forma, utilizando movimentos mais amplos, causados por entrada degrau com valor maior do que o unitário, as ordens do ruído do sensor e dos efeitos do atrito devem ser menores do que a ordem do movimento do modelo, podendo assim serem desprezadas nos cálculos utilizados.

$$\frac{\theta}{\varepsilon_4 - \varepsilon_2} = \frac{K_\theta}{s^2 + 2\zeta_\theta \omega_{n_\theta} s + \omega_{n_\theta}^2} \quad (35)$$

Onde K_θ é o ganho, ζ_θ é o fator de amortecimento e ω_{n_θ} é a freqüência natural do sistema.

Os valores do tempo de pico, porcentagem de sobre sinal e o ângulo em regime foram obtidos e utilizados nas equações 36, 37, 38, 39 e 40 para identificar os parâmetros deste sistema (OGATA, 1997).

$$\omega_d = \frac{\pi}{t_p} \quad (36)$$

$$\sigma = -\frac{\omega_d}{\pi} \ln(M_p) \quad (37)$$

$$\omega_n = \sqrt{\sigma^2 + \omega_d^2} \quad (38)$$

$$\zeta_\theta = \frac{\omega_n}{\sigma} \quad (39)$$

$$K = \frac{\theta(\infty)\omega_n^2}{u_d} \quad (40)$$

Sendo ω_d a freqüência natural amortecida, σ o expoente da exponencial, t_p o tempo de pico, M_p a porcentagem de sobre sinal, u_d o valor da entrada degrau e $\theta(\infty)$ o valor em regime estacionário de θ .

O mesmo procedimento foi aplicado para identificar o sistema que representa a dinâmica de Φ , representado pela equação 41. Neste caso o controlador PID estabilizou Θ e Ψ em torno de 0° e a entrada degrau foi aplicada em η_1 e η_3 .

$$\frac{\Phi}{\eta_1 + \eta_3} = \frac{-K_\Phi}{s^2 + 2\zeta_\Phi \omega_{n_\Phi} s + \omega_{n_\Phi}^2} \quad (41)$$

Para o sistema que representa Ψ foi considerado um sistema de segunda ordem com ambos os pólos posicionados em zero, como representado pela equação 42, sendo que, neste

caso o sistema de controle PID estabilizou Θ e Φ em torno de 0° e foi aplicada uma entrada degrau em ε_1 e ε_3 .

$$\frac{\Psi}{\varepsilon_3 - \varepsilon_1} = \frac{K_\Psi}{s^2} \quad (42)$$

Este sistema possui apenas um ganho para ser identificado e para obter-se este valor pode ser utilizado um gráfico da velocidade angular de guinada r no tempo, que apresentará uma reta com inclinação α_r . Conhecendo esta inclinação o ganho pode ser obtido utilizando a equação 43.

$$K_\Psi = \frac{\alpha_r}{u_d} \quad (43)$$

Conhecidos estes parâmetros foram projetados analiticamente os sistemas de controle PID e por alocação de pólos com filtro.

2.8 Controlador por alocação de pólos com filtro.

O sistema de controle projetado foi um sistema de alocação de pólos com filtro (IOANNOU; FIDAN, 2006) e seu diagrama de blocos pode ser observado na figura 19. Este sistema funciona utilizando um sistema observador com filtro no erro de forma a substituir o problema de um sistema seguidor para um sistema regulador.

Figura 19 Sistema de controle por alocação de pólos com filtro

O filtro consiste de um sistema com numerador representado pelo polinômio Q_M , sendo este igual ao denominador da transformada de Laplace da entrada de referência r , e um denominador Q_1 , um polinômio de grau q_1 que deve ser Hurwitz, ou seja, um polinômio com raízes com parte real negativa.

Assim, definindo o erro do sistema e_1 como sendo a diferença entre a saída y e a entrada de referência, como representado pela equação 44, aplica-se o filtro dos dois lados desta equação, o que resulta em que a componente da entrada de referência tende a zero e o erro pode ser representado pela equação 45.

$$e_1 = y - r \quad (44)$$

$$e_1 \frac{Q_M}{Q_1} = y \frac{Q_M}{Q_1} = \frac{Z(s) Q_M}{P(s) Q_1} u \quad (45)$$

Onde u é a entrada, $Z(s)$ o numerador e $P(s)$ o denominador do sistema a ser controlado.

Definindo o sistema a ser controlado como um sistema de segunda ordem sem zeros, como representado pela equação 46, substituindo na equação 45 e rearranjando é obtido o sistema do erro representado pela equação 47.

$$\frac{y}{u}(s) = \frac{Z(s)}{P(s)} = \frac{K}{s^2 + as + b} \quad (46)$$

$$e_1 = y \frac{Q_M}{Q_1} = \frac{Z(s) Q_1}{P(s) Q_M} \bar{u}, \bar{u} = \frac{Q_M}{Q_1} u \quad (47)$$

Utilizando um polinômio de primeira ordem com raiz em $-q_1$ para representar Q_1 , o sistema do erro na forma canônica do observador no espaço de estados é representado pela equação 48.

$$\dot{e} = Ae + B\bar{u} = \begin{bmatrix} -a & 1 & 0 \\ -b & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} e + \begin{bmatrix} 0 \\ K \\ q_1 K \end{bmatrix} \bar{u}, e_1 = Ce = [1 \quad 0 \quad 0]e \quad (48)$$

Utilizando o sistema observador, o regulador representado pelas equações 49 e 50 (D'AZZO; HOUPIS, 1988), definindo a equação característica desejada para o observador A_c e para a planta A_o nas equações 51 e 52 respectivamente, os ganhos de controle K_c e do observador K_o podem ser obtidos conforme as equações 53 e 54 completando assim o projeto do sistema de controle.

$$\dot{\hat{e}} = A\hat{e} + B\bar{u} + L(e_1 - \hat{e}_1), \hat{e}_1 = C\hat{e} \quad (49)$$

$$\bar{u} = K_c \hat{e} \quad (50)$$

$$\det(\lambda I - (A + BK_c)) = A_c = s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3 \quad (51)$$

$$\det(\lambda I - (A - K_o C)) = A_o = s^3 + b_1 s^2 + b_2 s + b_3 \quad (52)$$

$$K_c^T = \begin{bmatrix} \frac{-(a - a_1)(ba - q_1 a^2 + bq_1) - a_3 q_1 - (a_2 - b)(b - aq_1)}{k(q_1^2 - aq_1 + b)} \\ \frac{a_3 - q_1(a_2 - b) + (a - a_1)(b - aq_1)}{k(q_1^2 - aq_1 + b)} \\ \frac{a_2 - b + q_1(a - a_1) - a_3}{k(q_1^2 - aq_1 + b)} \end{bmatrix} \quad (53)$$

$$K_o = \begin{bmatrix} b_1 - a \\ b_2 - b \\ b_3 \end{bmatrix} \quad (54)$$

As respostas obtidas para θ e Ψ apresentaram oscilações de 2° em torno do sinal de referência em regime estacionário, sendo resultantes dos efeitos causados pelo ruído dos sensores em conjunto com a ação de controle discreta. Os servos são movimentados apenas quando o sinal de controle é alterado em uma unidade, como mostrado na resposta de θ na figura 23. Estas oscilações também ocorrem devido ao fato dos ganhos selecionados não serem projetados utilizando técnicas de controle, mas obtidos de forma empírica o que resulta em obter os melhores ganhos locais, ou seja, estes ganhos foram considerados os melhores entre os ganhos utilizados, não sendo os melhores ganhos globais.

Figura 21 Resposta Ψ à entrada degrau do sinal de referência do sistema de controle PID.

A resposta de Φ não apresentou oscilações como ocorrido com θ e Ψ , mas estabilizou em pontos próximos do sinal de referência. Isto deve-se ao fato dele ser mais sensível ao atrito dos rolamentos, pois possui o menor braço de alavanca, assim o momento gerado pela variação unitária na ação de controle é da mesma ordem do atrito estático dos rolamentos da base de fixação. Com isto o modelo se movimenta apenas quando a ação de controle supera o atrito estático. Este sistema apresentou erro de posição inferior a 2° .

A resposta a entrada degrau do sistema de controle pode ser considerada rápida com tempos de pico de 2,61 segundos para θ , 3,25 segundos para Ψ e 0,93 segundos para Φ . Este sistema de controle pode ser utilizado no processo de identificação das características da planta, pois possui uma resposta rápida a perturbações diminuindo assim o efeito da movimentação de um ângulo nos outros.

Figura 22 Resposta Φ à entrada degrau do sinal de referência do sistema de controle PID.

Figura 23 Sinal de controle de θ do sistema PID.

3.2 Identificação dos parâmetros da planta.

Na identificação dos parâmetros foi utilizado o controlador PID para estabilizar os ângulos Φ e Ψ e foram enviados sinais MLP constantes para os servos que controlam ϵ_4 e ϵ_2 próximo da condição de estabilidade de θ em torno de 0° , sendo esta a posição 18 para o servo de ϵ_4 e -18 para o servo de ϵ_2 . Então foi acrescentada uma entrada degrau de valor 5 ao sinal de ϵ_4 e ϵ_2 , a resposta obtida em dois dos ensaios estão presentes nas figuras 24 e 25.

Figura 24 Resposta θ a entrada degrau em ϵ_4 e ϵ_2 . Caso 1.

Foram subtraídos os estados no momento em que se aplica a entrada degrau, facilitando assim a identificação do tempo de pico, máximo sobre sinal e a variação do ângulo em regime, como apresentado nas figuras 26 e 27.

Figura 25 Resposta θ a entrada degrau em ϵ_4 e ϵ_2 . Caso 2.

Figura 26 Resposta θ a entrada degrau em ϵ_4 e ϵ_2 . Caso 1 ajustado.

Figura 27 Resposta θ a entrada degrau em ϵ_4 e ϵ_2 . Caso 2 ajustado.

As Figuras 26 e 27 apresentam respostas diferentes para um mesmo sistema, isto é causado pelas não linearidades no sistema, oscilações nos ângulos Φ e Ψ , movimentação dos rolamentos em baixa rotação e também pela variação no empuxo gerado pelos *fans* causada pela variação na voltagem das baterias entre os dois ensaios experimentais.

Utilizando as equações 36, 37, 38, 39 e 40, os parâmetros da planta foram identificados para os dois casos, e são apresentados na Tabela 2. Em ambos os casos aparece um fator de amortecimento, o que segundo a equação 27 não deveria acontecer, porém o atrito nos rolamentos e a conservação da quantidade de movimento angular gerada pela elevada rotação dos motores geraram este amortecimento.

Nota-se que todos os parâmetros da planta sofreram alterações entre o caso 1 e o caso 2. Então foi considerado que a resposta que representa o sistema de forma mais suave é a do caso 1, pois o caso 2 apresenta mais perturbações. Assim o modelo da planta utilizado foi o representado pela equação 55

Parâmetro	Caso 1	Caso 2
t_p	6.77	8.63
M_p	0.09	0.4
$\Theta(\infty)$	23.8	18.47
ω_d	0.46	0.36
σ	0.35	0.11
ω_n	0.58	0.38
ζ	0.6	0.28
K	1.61	0.53

Tabela 2 Características das respostas θ para a entrada degrau.

$$\frac{\theta}{\varepsilon_4 - \varepsilon_2} = \frac{1.61}{s^2 + 0.7s + 0.34} \quad (55)$$

Na identificação dos parâmetros da planta de Φ foi utilizado um procedimento análogo e neste caso a posição inicial do sinal MLP de η_1 e η_3 era 9. Foi então acrescentada uma entrada degrau de -5 e a resposta obtida está mostrada na figura 28. Figura 29 apresenta o gráfico ajustado para facilitar a identificação do tempo de pico, porcentagem de sobre sinal e variação do ângulo em regime estacionário.

Os parâmetros identificados para o sistema de Φ estão presentes na Tabela 3 e pode-se observar que este sistema também possui amortecimento, sendo este justificado pelos mesmos motivos apresentados para o ângulo θ . Utilizando os valores da Tabela 3, o modelo utilizado para representar a dinâmica de Φ foi o apresentado na equação 56.

Figura 28 Resposta Φ a entrada degrau em η_1 e η_3 .

Figura 29 Resposta Φ a entrada degrau em η_4 e η_2 . Ajustado.

Parâmetro	Caso 1
t_p	1.68
M_p	0.02
$\Phi(\infty)$	14.9
ω_d	1.87
σ	2.13
ω_n	2.84
ζ	0.75
K	24.05

Tabela 3 Características das respostas de Φ para a entrada degrau.

$$\frac{\Phi}{\eta_1 + \eta_3} = \frac{-24.05}{s^2 + 4.27s + 8.07} \quad (56)$$

Na identificação do ganho do sistema de Ψ foi utilizada a resposta velocidade angular de guinada r a uma entrada degrau em ε_3 de 5 e ε_1 de -5, com condições iniciais de -17 e 17, respectivamente. Assim como nos processos de identificação anteriores, foi utilizado o sistema de controle PID para estabilizar θ e Φ . A resposta obtida é apresentada na figura 30.

Figura 30 Resposta velocidade angular r a entrada degrau em ε_3 e ε_1 .

Foi utilizado o método dos mínimos quadrados para obter a reta que melhor se ajustasse à curva de velocidade angular no tempo nos intervalos de 1 segundo até 3 segundos e de 5 segundos até 8 segundos e foram obtidos os polinômios presentes nas equações 57 e 58, respectivamente.

$$r(t) = 4,04t + 5,09 \quad (57)$$

$$r(t) = -3,88t + 15,84 \quad (58)$$

Utilizando a equação 43 e os coeficientes angulares das retas foi identificado o ganho do sistema de Ψ , sendo este $0,80^\circ/s^2$ para a reta da equação 54 e $0,77^\circ/s^2$ no segundo caso. Para representar o sistema foi utilizado um valor intermediário de $0,78^\circ/s^2$ e o sistema que representa a dinâmica de Ψ é representada pela equação 59.

$$\frac{\Psi}{\varepsilon_3 - \varepsilon_1} = \frac{0,78}{s^2} \quad (59)$$

3.3 Sistemas de controle.

Identificados os parâmetros da planta, os sistemas de controle por alocação de pólos com filtro e PID foram projetados. Utilizando o filtro Q_1 , as equações características desejadas de controle A_C e do observador A_O presentes nas equações 60, 61 e 62, respectivamente, os ganhos de controle foram encontrados utilizando as equações 53 e 54. Os ganhos obtidos estão apresentados na Tabela 4.

$$Q_1 = s + 1 \quad (60)$$

$$A_C = s^3 + 3s^2 + 3s + 1 \quad (61)$$

$$A_O = s^3 + 30s^2 + 300s + 1000 \quad (62)$$

Ganho	θ	Φ	Ψ
K_{C1}	0.155	0.109	-1.28
K_{C2}	-0.807	-0.094	-2.56
K_{C3}	-0.621	0.041	-1.28
K_{O1}	29.3	25.7	30
K_{O2}	299	292	300
K_{O3}	1000	1000	1000

Tabela 4 Ganhos do sistema por alocação de pólos.

Projetado o sistema de controle foi obtida a resposta da planta à entrada degrau nos sinais de referência e as respostas obtidas para θ , Ψ e Φ são apresentadas nas figuras 31, 32 e 33, respectivamente.

Figura 31 Resposta θ a entrada degrau no sinal de referência.

Apesar de terem sido escolhidas as mesmas equações características e o mesmo filtro Q_1 , as repostas dos sistemas apresentaram algumas diferenças. As respostas de θ e Ψ apresentam oscilações em regime menores do que 0.5° e com oscilações em torno da

condição de equilíbrio enquanto a resposta de Φ apresenta variações bruscas na posição com erro de mais de 1° , e isto ocorre, pois o momento gerado pela variação na direção do motor possui o menor braço de alavanca, podendo ser da mesma ordem do atrito estático dos rolamentos como relatado anteriormente quando foi utilizado o sistema de controle PID. Este fato pode ser observado na figura 33. Após a entrada degrau no sinal de referência o ângulo η_1 é variado da posição 8 até à posição 3 do sinal MLP e somente então o sistema começa a se movimentar.

O atrito também afetou o máximo sobre sinal, pois após entrar em movimento o atrito é reduzido. Pode-se dizer que o atrito age como um acumulador, ou seja, ele segurou a resposta do sistema de forma estática e quando entrou em movimento a ação de controle era maior do que a necessária.

Figura 32 Resposta Ψ a entrada degrau no sinal de referência.

Figura 33 Resposta Φ a entrada degrau no sinal de referência e sinal de controle aplicado em η_1 .

Esta resposta do sistema com o controlador por alocação de pólos com filtro para entrada degrau no sinal de referência apresentou tempo de pico 1,87 segundos para θ , 2,17 segundos para Ψ e possui como característica também 32% de sobre sinal para θ e 16% para Ψ . Este sistema apresentou características superiores ao do sistema PID empírico. Isto ocorre, pois o controlador por alocação de pólos foi projetado utilizando as características do modelo.

O sistema PID analítico foi projetado utilizando a equação característica presente na equação 61 para θ e Ψ e a equação 63 para Φ e seus ganhos estão apresentados na Tabela 5. Estas equações características foram selecionadas devido ao fato do sistema de controle PID inserir zeros no sistema com parte real negativa e o sistema se manter estável e controlável com redução dos ganhos das plantas do sistema superior a 50%. As figuras 34, 35 e 36 apresentam os gráficos do lugar das raízes do sistema PID para variação nos ganhos das plantas do sistema de Φ , Ψ e θ , respectivamente. Os quadrados vermelhos presentes nas figuras representam os pólos do sistema de malha fechada no caso de uma redução de 50% do ganho nominal das plantas, os triângulos verdes são os zeros inseridos no sistema pelo controlador e os losangos pretos a posição dos pólos do sistema de malha fechada.

$$A_C = s^3 + 9s^2 + 18s + 27 \quad (63)$$

Ganho	θ	Φ	Ψ
K_P	1.65	0.78	3.84
K_D	1.42	0.20	3.84
K_I	0.62	1.12	1.28

Tabela 5 Ganhos do sistema PID analítico.

Figura 34 Lugar das raízes de Φ na variação do ganho da planta no caso do controlador PID.

Figura 35 Lugar das raízes de Ψ na variação do ganho da planta no caso do controlador PID.

Figura 36 Lugar das raízes de θ na variação do ganho da planta no caso do controlador PID.

As respostas de θ , Φ e Ψ à entrada degrau no sinal de referência do controlador PID estão mostradas nas figuras 37, 38 e 39, respectivamente. Comparando as respostas obtidas pelo sistema de controle analítico e o empírico pode-se observar que o primeiro apresenta resposta com oscilações com amplitudes menores do que $1,5^\circ$ possuindo uma resposta superior ao segundo.

O sistema PID projetado analiticamente apresentou tempo de pico de 2,93 segundos e 35% de sobre sinal na resposta do ângulo θ e 3,7 segundos de tempo de pico com 28% de sobre sinal para Ψ . Este sistema apresenta uma resposta mais lenta do que o sistema por alocação de pólos e no caso de Ψ apresentou uma resposta com maior sobre sinal, assim pode-se concluir que o controlador por alocação de pólos com filtro é mais adequado do que o PID.

Figura 37 Resposta θ a entrada degrau no sinal de referência do controlador PID.

Figura 38 Resposta de Φ a entrada degrau no sinal de referência do controlador PID.

Figura 39 Resposta Ψ a entrada degrau no sinal de referência do controlador PID.

Para verificar a robustez dos sistemas de controle, o motor 4 foi desligado durante o funcionamento e religado em seguida. Foram obtidas as respostas θ utilizando o controlador por alocação de pólos e PID, as quais são apresentadas nas figuras 40 e 41. O desligamento do motor causa a redução do ganho da planta de 1,6 para 0,8 e insere uma perturbação constante no sistema. Mesmo com esta perturbação os sistemas conseguiram estabilizar θ . O controlador PID estabilizou o sistema em 13 segundos enquanto o controlador por alocação de pólos em 24 segundos. Porém, após ter-se desligar o motor, o controlador por alocação de pólos apresentou uma oscilação de 15° e o PID uma oscilação de 20° .

Após religar o motor o sistema por alocação de pólos apresentou uma amplitude de oscilação de 10° e logo retornou à posição de 0° , já o controlador PID apresentou uma oscilação de 24° , sendo este valor o ângulo máximo de deslocamento referente ao batente da base de fixação do modelo, mas após este movimento brusco o sistema também estabilizou em torno de 0° .

Ambos os sistemas apresentaram robustez com relação ao desligamento do motor, porém o sistema de controle por alocação de pólos mostrou-se superior ao PID, considerando que o sistema por alocação de pólos apresentou oscilações menores.

Figura 40 Resposta θ ao desligamento do motor 4, com controlador por alocação de pólos.

Figura 41 Resposta θ ao desligamento do motor 4, com controlador PID.

4 Conclusões

O projeto de um sistema de controle por alocação de pólos com filtro exige o conhecimento prévio das características da planta a ser controlada, mas possuindo este conhecimento o seu projeto é simples, devendo-se apenas selecionar a posição dos pólos do sistema e do observador. O modelo possui ação de controle discreta e ruídos dos sensores, entretanto o sistema de controle mostrou-se robusto com relação aos efeitos de perturbações. Também foi acrescentado o efeito de desligar um dos motores e mesmo nestas condições o sistema se manteve estável e respondendo adequadamente.

O sistema de controle PID é uma ferramenta robusta que pode ser utilizada mesmo nas condições onde não se possui conhecimento da planta. Nestas condições pode-se obter uma resposta satisfatória, porém inferior à obtida quando este sistema é projetado com conhecimento prévio das características da planta, isto é, conhecendo-se o modelo. O uso de técnicas analíticas no projeto deste sistema apresentou respostas com características superiores ao controlador empírico, porém inferiores ao controlador por alocação de pólos.

A utilização destas duas técnicas em conjunto, o sistema PID para auxiliar a identificação das características da planta e o sistema por alocação de pólos com filtro para controlar a planta, apresentou bons resultados.

Em estudos futuros, poderão ser estudadas outras técnicas de controle como o H_∞ , controlador linear quadrático, técnicas difusas, entre outras. As baterias utilizadas deverão ser substituídas por fontes chaveadas, de forma a permitir maior controle do empuxo dos motores permitindo estudos acerca da capacidade de controle das técnicas utilizadas sobre o efeito da variação de parâmetros da planta.

Também serão estudadas outras técnicas de identificação de parâmetros da planta, podendo ser utilizadas técnicas *online* e *off-line*. As técnicas online identificam os parâmetros durante os ensaios experimentais, já as técnicas *off-line* são utilizadas após os experimentos. Com este intuito de identificar as características também poderá ser utilizado o método da soma complexa como outro método para desacoplar as equações dinâmicas.

Referências e bibliografia

<http://www.aeb.gov.br/index.php?secao=lancadores> Bainum, P. M., Tan, Z. (2000). A review of techniques used in the design of control systems for a class of flexible expendable launch vehicles. Advances in the Astronautical Sciences. Vol. 106, pp. 227-255. Univelt Inc.

Blakelock, J. H. (1991). Automatic control of aircraft and missiles. New York: Wiley. 2nd ed. 646 p.

Dhabale, A., Banavar, R. N., Dhekane, M. V. (2008) LQR controller designs for reduced order models for a launch vehicle. Sadhana - Academy Proceedings in Engineering Sciences. Vol 33, pp 1-14. Indian Academy of Sciences.

Das, R., Sen, S., Dasgupta, S. (2007). Robust and fault tolerant controller for attitude control of a satellite launch vehicle. IET Control Theory Appl. ,pp 304-312. Institution of Engineering And Technology.

D'Azzo, J. J., Houpis, C. H. (1988). Linear control system analysis and design : conventional and modern (3rd ed.). New York: McGraw-Hill.

Etkin, B., Reid, L. D. (1996). Dynamics of flight : stability and control. New York: Wiley.

Gomez, F. J., Miikkulainen, R. (2003). Active guidance for a finless rocket using neuroevolution. Lecture Notes in Computer Science, Vol 2724/2003. SpringerLink.

Greensite, A. L. (1970). Analysis and design of space vehicle flight control systems (Vol. 2). Spartan Macmillan & Co. Ltd.

INSTITUTO DE AERONÁUTICA E ESPAÇO (IAE). Disponível em <<http://www.iae.cta.br/?action=cruzeirodosul>>. Acesso 17 de agosto de 2012.

Ioannou, P., Fidan, B. (2006). Adaptive control tutorial. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics.

Johnson, E. N., Calise, A. J., Corban, J. E. (2011). Adaptive guidance and control for autonomous launch vehicles. IEEE Aerospace Conference Proceedings. Vol. 6. pp 2669-2682. Institute of Electrical and Electronics Engineers Computer Society.

Khalate, A. A., Nasser, A., Jose, S., Dhekane, M. V. (2007). Multi-objective control of aerodynamically unstable launcher. 2007 Mediterranean Conference on Control and Automation. Institute of Electrical and Electronics Engineers Computer Society.

Khoshnood, A. M., Roshanian, J., Jafari, A., Khaki-Sedigh, A. (2010). An adjustable model reference adaptive control for a flexible launch vehicle. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 132, pp. 1-7. American Society of Mechanical Engineers.

Mori, H. (1999). Control system design of flexible-body launch vehicles. Control Engineering Practice, Vol. 7, pp. 1163-1175. Elsevier Science Ltd.

Morita, Y., Goto, S. (2007). Design for robustness using the μ -synthesis applied to launcher attitude and vibration control. International Astronautical Federation - 56th International Astronautical Congress 2005, Vol 5, pp 2857-2864. International Astronautical Federation.

Ogata, K. (1997). Modern Control Engineering (3rd ed. ed.). New Jersey: Prentice Hall.

Rotunno, M., Fiorenzani, T., Petritoli, P., Bennani, S. (2006). Modern analysis techniques for gain scheduled thrust vector controllers of launchers. Proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications, pp. 2896-2901. Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc..

Rafique, A. F., Linshu H., Kamran A., Zeeshan Q. (2010). Multidisciplinary design of air launched satellite launch vehicle: Performance comparison of heuristic optimization methods. Acta Astronautica, Vol 67, pp 826-844. Elsevier Ltd.

Wang, T., Wang, Q., Hou, Y., Dong, C. (2009). Suboptimal controller design for flexible launch vehicle based on genetic algorithm: Selection of the weighting matrices Q and R. Proceedings - 2009 IEEE Int. Conf. Intelligent Comput. Syst., ICIS, Vol 2, pp. 720-724. IEEE Computer Society.

Wang, Z., Wang, Q., Zhang, X.-j. (2007). An adaptive fuzzy sliding-mode technique for attitude control of launch vehicle. Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, pp. 1587-1592. Institute of Electrical and Electronics Engineers Computer Society.

Ying, X., WeiHua, Z., Yulin, Z. (2009). Pseudospectral method based trajectory optimization and fairing rejection time analysis of solid launch vehicle. Science in China, Series E: Technological Sciences, Vol 52, pp 3198-3206. Springer Verlag.

Zareh, M., Rezaei, M., Roshanian J., Khaki-sedigh, A. (2009). Flight control of a launch vehicle using an L_1 adaptative controller. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part I: Journal of Systems and Control Engineering, Vol 2, pp 113-124. Professional Engineering Publishing Ltd..

Zipfel, P. H. (2000). Modeling and simulation of aerospace vehicle dynamics. Reston, VA: American Institute of Aeronautics and Astronautics.