UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

GREGÓRIO FELIPE OLIVEIRA FERREIRA

**Estruturas de material compósito sob carregamento de tração e impacto:
avaliação de um modelo de material**

São Carlos
2014

GREGÓRIO FELIPE OLIVEIRA FERREIRA

**Estruturas de material compósito sob carregamento de tração e impacto:
avaliação de um modelo de material**

Dissertação apresentada a Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de concentração: Aeronaves.

Orientador: Prof. Assoc. Volnei Tita

ESTE EXEMPLAR TRATA-SE DA VERSÃO
CORRIGIDA. A VERSÃO ORIGINAL
ENCONTRA-SE DISPONÍVEL JUNTO AO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ME
MECÂNICA DA EESC-SP

São Carlos

2014

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

F383e Ferreira, Gregório Felipe Oliveira
 Estruturas de material compósito sob carregamento
 de tração e impacto: avaliação de um modelo de material
 / Gregório Felipe Oliveira Ferreira; orientador Prof.
 Volnei Tita. São Carlos, 2014.

 Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação
 em Engenharia Mecânica e Área de Concentração em
 Aeronaves -- Escola de Engenharia de São Carlos da
 Universidade de São Paulo, 2014.

 1. Materiais compósitos laminados. 2. Modelo de
 material. 3. Análise progressiva de falhas. 4.
 Modelagem via método dos elementos finitos. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **GREGÓRIO FELIPE OLIVEIRA FERREIRA.**

Título da dissertação: "Estruturas de material compósito sob carregamento de tração e impacto: avaliação de um modelo de material".

Data da defesa: 12/09/2014

Comissão Julgadora:

Prof. Associado **Volnei Tita (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Prof. Dr. **Severino Pereira Cavalcanti Marques**
(Universidade Federal de Alagoas/UFAL)

Prof. Dr. **Marcelo Leite Ribeiro**
(Instituto Federal São Paulo/IFSP – São Carlos)

Resultado:

APROVADO

APROVADO

APROVADO

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica:
Prof. Associado **Marcelo Areias Trindade**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Associado **Paulo César Lima Segantine**

*“Dedico este trabalho aos meus pais
pelo incentivo e compreensão.”*

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, Osvaldo Ferreira da Silva e Vânia da Silva Oliveira que tanto me incentivaram e me orientaram nesta longa jornada, compartilhando momentos de alegrias e tristezas durante o desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço ao professor Volnei Tita que através de reuniões, discussões, e fluxogramas me orientou da melhor maneira possível ao longo deste trabalho. Agradeço também, pela confiança em mim depositada e oportunidade de trabalhar em um grupo coeso e participativo como o GEA.

Agradeço aos professores de graduação Severino Marques e Eduardo Nobre Lages que iniciaram todo o processo de abstração ajudando-me a uma melhor compreensão das bases do conhecimento em mecânica de materiais compósitos e mecânica dos sólidos.

Agradeço aos amigos da 1ª geração da república das Alagoas: Cleilson Bernadino, Emerson Acácio, Marcell Gustavo, Ketson Roberto, Ricardo Sampaio, Nichollas Emmanuel por esse tempo de partilha e convivência. À Gustavo Amaro e Thiago Delfino que continuaram a saga dos alagoanos em São Carlos. Aos amigos que junto comigo compuseram a banda Cigana: Arthur Álax, André Vieira, Fernanda Peiter e Rafa “El Niño” animando os melhores churrascos de São Carlos, sempre oferecendo momentos de descontração e alegria aos fins de semana.

Aos colegas do departamento de estruturas, Carlinhos Moreira, Pablo Augusto, Paulo Vitorio, Camila, Laurenn Borges, Matheus Fernandes e Elias Testoni. Aqueles da Geotecnia, João Manoel, Thaíse e em especial Ynê Ferreira que topou junto comigo o desafio de ir a São Carlos prestar a prova de admissão na Pós em Mecânica.

Aos companheiros de departamento: Douglas D’assunção, Tarcísio “Homer” Marinelli, José “Cid” Augusto, Ricardo de Medeiros, Marcel Clementino, Vagner, André “Tuga” Vieira, Felipe “Mineiro” Eloy, Daniel “baiano” Sampaio, Wander, David, Jonathan e Wiliam “coco liso”, que com momentos de descontração durante o cafezinho da tarde me ajudaram a superar as atividades do dia-a-dia.

“Strength does not come from physical capacity.

It comes from an indomitable will.”

(Mahatma Ghandhi)

*“We are trying to prove ourselves wrong as quickly as possible,
because only in that way can we find progress.”*

(Richard P. Feynman)

RESUMO

FERREIRA, G.F.O. Estruturas de material compósito sob carregamento de tração e impacto: avaliação de um modelo de material. 2014. 153p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

Recentes melhorias nos processos de fabricação e nas propriedades dos materiais associadas a excelentes características mecânicas e baixo peso tornaram os materiais compósitos muito atrativos para aplicação em estruturas aeronáuticas. No entanto, mesmo novos projetos ainda são muito conservadores, pois os fenômenos de falha dos compósitos são muito complexos. Então, é estratégico entender melhor, bem como prever esses complexos mecanismos de falha, desenvolvendo modelos de materiais mais precisos que venham a diminuir o número de ensaios experimentais, gerando rapidez e economia aos projetos estruturais. Assim, este trabalho apresenta o desenvolvimento de um modelo de material baseado na Mecânica do Dano Contínuo para simular a falha progressiva de estruturas laminadas de carbono/epóxi quando submetidas a carregamentos quase estáticos e de impacto. Várias análises numéricas foram realizadas via elementos finitos, a fim de prever a falha dessas estruturas de material compósito sob essas solicitações. O modelo de dano proposto foi implementado como sub-rotinas em linguagem FORTRAN (UMAT-User Material Subroutine e, VUMAT-User Material Subroutine para simulações explícitas), que foram compiladas junto ao programa comercial de Elementos Finitos ABAQUSTM. Além disso, ensaios experimentais foram realizados, a fim de calibrar parâmetros relacionados ao modelo de material, bem como avaliar as potencialidades e as limitações do modelo de material proposto.

Palavras-chave: materiais compósitos laminados, modelo de material, análise progressiva de falhas, modelagem via Método dos Elementos Finitos.

ABSTRACT

FERREIRA, G.F.O. *Composite material structures under tensile and impact loading: evaluation of a material model*. 2014. 153p. Dissertation (Master Thesis) – Engineering School of São Carlos, University of São Paulo, São Paulo, 2014.

Recent improvements in manufacturing processes and material properties associated to excellent mechanical characteristics and low weight have become composite materials very attractive for application on civil aircraft structures. However, even new designs are still very conservative, because the composite structure failure phenomena are very complex. So, it is strategic to know better and to predict these complex failure mechanisms, developing more accuracy material models, which reduce the number of experimental tests, inducing a fast and economic structural design. Thus, this work show the development of a material model based on Continuum Damage Mechanics to simulate the progressive failure of carbon/epoxy laminate structures under quasi-static and impact loadings. Several numerical analyses were performed via Finite Element Method in order to predict the damage on composite structures under these conditions. The proposed damage model was implemented as a UMAT (User Material Subroutine) and VUMAT (User Material Subroutine for explicit simulations), which were linked to ABAQUSTM. Moreover, experiments were carried out in order to calibrate the material model parameters and to evaluate the potentialities and limitation of the proposed material model, as well.

Keywords: composite materials, material model, progressive failure analyses, modeling via Finite Element Method.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1- Classificação dos Materiais Compósitos (Callister, 2007).....	1
Figura 1.2- Aplicações de materiais compósitos na indústria.	2
Figura 1.3-a) Airbus A380, b) Boeing 787.	3
Figura 2.1- Laminado de material compósito (GAY, 2003).	7
Figura 2.2- Esquema de uma lâmina reforçada com fibras unidirecionais – sistema de coordenadas local (1-2-3) (DANIEL & ISHAI,1994).	9
Figura 2.3- Estrutura de um laminado reforçado por fibras – sistema de coordenadas global (x-y-z) (DANIEL & ISHAI, 1994).	9
Figura 2.4- Elemento infinitesimal submetido a um estado tridimensional de tensões.....	10
Figura 2.5- Estado plano de tensões em uma lâmina (REDDY, 2004).	13
Figura 2.6- Coordenadas locais: 1-longitudinal e 2-transversal as fibras. Direções quaisquer: eixos x e y rotacionados de θ em relação aos eixos de ortotropia (JONES, 1998).	13
Figura 2.7- Estrutura de um laminado de espessura h e posição relativa das lâminas (camadas).	18
Figura 2.8- Esforços solicitantes na superfície média de um laminado.....	19
Figura 2.9- (a) Superfície média na configuração inicial. (b) Superfície média na configuração deformada (KAW, 2006).	20
Figura 2.10- Conceito de MDC para compósitos (TALREJA, 2008).	25
Figura 2.11- Volume Elementar Representativo (VER).	25
Figura 2.12- Mecanismos de danificação/ falha em laminados: (a) danificações intralaminares (ANDERSON, 1995) b) falha entre lâminas (RIBEIRO, 2013).	29
Figura 2.13- Mecanismos de falha sob compressão: (a) microflambagem (AGARWAL & BROUTMAN, 1990) e (b) falha da fibra por microflambagem (ALMEIDA, 2003).....	30
Figura 2.14- Delaminações causadas por tensões normais e interlaminar.	31
Figura 2.15- Fluxograma de análise de uma estrutura laminada (Tita, 2003).....	32
Figura 2.16- Modelo em elementos finitos de um ensaio três pontos (ANGELICO, 2010).	34
Figura 2.17- Formas características de falha em estruturas de compósito sob impacto. a) Laminado espesso. b) Laminado fino (Abrate, 1998).	36
Figura 2.18- Delaminações causadas por Impacto (DAVIES & OLSSON, 2004).	37
Figura 2.19- Modelagem em elementos finitos de uma placa circular sendo impactada por uma hemiesfera (TITA et al.,2008).	38
Figura 2.20- Modelo em elementos finitos de um ensaio de impacto em um cilindro (RIBEIRO, 2003).	38
Figura 2.21- Torre de Impacto e acessórios para realização do “drop test” (Universidade Católica de Leuven - Bélgica), (Tita, 2003).....	39

Figura 3.1- (a) Curva de ensaio de compressão (b) Módulo Secante (c) Módulo secante sucessivo. .	43
Figura 3.2- Superfícies de dano para a matriz.	44
Figura 3.3- Procedimento de cálculo dos parâmetros d_i e Y_i correspondente.	48
Figura 3.4- Evolução do dano devido à ação: a) Cisalhamento b) Tensão Transversal	50
Figura 3.5- Obtenção do limite linear elástico S_{12y}	54
Figura 3.6- Ensaios de Compressão a 0° realizados por Tita (2003).	54
Figura 3.7- Identificação dos parâmetros X_{C0} e $f(\varepsilon_{11})$	55
Figura 3.8- Obtenção dos parâmetros Y_{C0} e $g(\varepsilon_{22})$	56
Figura 3.9- Evolução do dano d_6	57
Figura 3.10- Evolução do dano d_6 em um laminado $[+67,5^\circ/-67,5^\circ]_{10}$	59
Figura 3.11- Evolução do dano d_2 em um laminado $[+67,5^\circ/-67,5^\circ]_{10}$	59
Figura 3.12- Evolução do dano d_2 em função de $\sqrt{\bar{Y}}$ obtido através da combinação linear de Y_6 e Y_2 para $[+67,5^\circ/-67,5^\circ]_{10}$	60
Figura 3.13- Esquema de integração entre a UMAT e o ABAQUS TM	62
Figura 3.14- Esquema de integração entre o ABAQUS TM e a VUMAT.....	64
Figura 4.1- Geometrias dos CDPs (em milímetros): (a) $[45^\circ/-45^\circ/45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$, (b) $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]_s$	67
Figura 4.2- Aparato experimental dos ensaios de tração para avaliação do modelo de material proposto.....	68
Figura 4.3- Amostras para ensaio de tração: (a) com strain gage , (b) com pintura para correlação de imagens.....	69
Figura 4.4- Processamento da imagem no programa Correli Q4. (a) Escolha da região de análise (b) Campo de deformações calculado.....	69
Figura 4.5- Sistema de aquisição HBM.....	70
Figura 4.6- Deformações em um ensaio monotônico medidas através de “strain gage” e de correlação de imagens (DIC).	71
Figura 4.7- Gráfico de tensão x deformação dos ensaios monotônicos dos CDPs $[45^\circ/-45^\circ/45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$	72
Figura 4.8- Gráfico de tensão x deformação dos ensaios monotônicos dos CDPs $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]_s$	73
Figura 4.9- Efeito do escorregamento observado nos CDPs	73
Figura 4.10- Gráfico da tensão x deformação obtidos a partir do “strain gage” e da correlação de imagens para o CDP 3 - $[45^\circ/-45^\circ/45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$	74
Figura 4.11- Ensaio de tração - $[45^\circ/-45^\circ/45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$: (a) CDP intacto b) Modo de falha.....	75
Figura 4.12- Gráfico da tensão x deformação obtidos a partir do “strain gage” e da correlação de imagens para o CDP 2 - $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]_s$	75

Figura 4.13- Ensaio de tração $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]_s$. (a) CDP intacto; (b) Modo de falha das camadas a 0°	76
Figura 4.14- Ensaio cíclico para o CDP 5 - $[45^\circ/-45^\circ/45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$	77
Figura 4.15- Comparação dos valores da envoltória cíclica com o ensaio monotônico do CDP 4.	78
Figura 4.16- Ensaio cíclico para o CDP 7 - $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]_s$	78
Figura 4.17- Comparação dos valores da envoltória cíclica com o ensaio monotônico do CDP 2.	79
Figura 4.18- CDP utilizado para ensaio de tração em laminado com empilhamento $[0^\circ]_5$ (Tita, 2003).	80
Figura 4.19- Modelo MEF do ensaio de tração em laminado com empilhamento $[0^\circ]_5$	81
Figura 4.20- Tração em laminado com empilhamento $[0^\circ]_5$: resultado experimental x modelo MEF (com UMAT).....	81
Figura 4.21- CDP utilizado para ensaio de tração em laminado com empilhamento $[+/-45^\circ]_{4S}$ (Tita, 2003).	82
Figura 4.22- Modelo MEF do ensaio de tração em laminado com empilhamento $[+45^\circ/-45^\circ]_{4S}$	83
Figura 4.23- Tração em laminado com empilhamento $[+45^\circ/-45^\circ]_{4S}$: resultado experimental x modelo MEF (com UMAT)	84
Figura 4.24- Variáveis internas de dano d_2 e d_6 : evolução da danificação na matriz do laminado $[+45^\circ/-45^\circ]_{4S}$ na camada mais externa.	84
Figura 4.25- Modelo MEF do ensaio de tração para o laminado $[45^\circ/-45^\circ/45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$	86
Figura 4.26- Relação entre a pressão de contato e a distancia de contato entre as superfícies	87
Figura 4.27- Resultados dos modelos MEF em função das estratégias adotadas para simular o escorregamento.	89
Figura 4.28- Modelo computacional: resposta linear elástica com contato (estratégia: Simulação 4).	90
Figura 4.29- Comparação dos resultados: experimental x modelo MEF (com contato e UMAT) para o laminado com empilhamento $[45^\circ/-45^\circ/45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$ sob tração.	90
Figura 4.30- Variáveis internas de dano d_2 e d_6 : evolução da danificação na matriz do laminado.....	91
Figura 4.31- Modo de falha característico na camada mais externa no laminado $[45^\circ/-$ $45^\circ/45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$,.....	92
Figura 4.32- Aparato do ensaio de impacto (KU Leuven – Bélgica).	93
Figura 4.33- a) Geometria do impactador; b) Engastamento das amostras (Tita, 2003).....	94
Figura 4.34- Placas quadradas com 120 mm de lado para o ensaio de impacto, Tita (2003).	94
Figura 4.35- Modelo em elementos finitos para simular o ensaio de impacto (RIBEIRO et al., 2013).	96
Figura 4.36- Teste de convergência de malha para análise de impacto.....	97
Figura 4.37- Comparação dos resultados de impacto: experimentais e numéricos para o laminado..	98
Figura 4.38- Mapa de falha obtido através da técnica de ultra-som C-scan para o laminado	98

Figura 4.39- Comparação entre os resultados experimental e via modelo MEF com dano dos históricos de energia transferida para o laminado $[+45^{\circ}/-45^{\circ}/+45^{\circ}/0^{\circ}/90^{\circ}]_s$ sob 5,91 J de impacto. .	99
Figura 4.40- Variáveis de dano d_2 e d_6 para as camadas do laminado $[+45^{\circ}/-45^{\circ}/+45^{\circ}/0^{\circ}/90^{\circ}]_s$ ao final do evento de impacto.....	100
Figura 4.41- Evolução do dano ao longo da espessura do laminado $[+45^{\circ}/-45^{\circ}/+45^{\circ}/0^{\circ}/90^{\circ}]_s$ (tempo total).	101
Figura 4.42- Comparação dos resultados de impacto: experimentais e numéricos para o laminado $[0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}]_s$	102
Figura 4.43- Mapa de falha obtido através da técnica de ultra-som C-scan para lâminas orientadas a $[0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}]_s$ (Tita,2003).....	103
Figura 4.44- Comparação entre os resultados experimental e via modelo MEF com dano para os históricos de energia transferida para o laminado $[0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}]_s$ sob 5,91 J de impacto.	103
Figura 4.45- Variáveis de dano d_2 e d_6 nas camadas de laminado $[0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}]_s$ ao final do evento de impacto.	104
Figura 4.46- Evolução do dano ao longo da espessura próximo da região de impacto para o laminado $[0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}]_s$ (tempo total).	105

LISTA DE TABELAS

<i>Tabela 3.1-</i> Quadro resumo do modelo de material proposto.....	50
<i>Tabela 3.2-</i> Propriedades Elásticas e valores de Resistência caracterizados por Tita (2003).	52
<i>Tabela 3.3-</i> Matriz de ensaios para identificar os parâmetros do modelo de material proposto.....	53
<i>Tabela 3.4-</i> Parâmetros relativos ao comportamento não linear da fibra sob compressão a 0°	55
<i>Tabela 3.5-</i> Parâmetros relativos ao comportamento da matriz sob compressão a 90°	56
<i>Tabela 3.6-</i> Parâmetros de Evolução do dano d_6	57
<i>Tabela 3.7-</i> Parâmetros de Evolução do dano d_2	58
<i>Tabela 4.1-</i> Matriz de ensaios e técnicas de aquisição de dados utilizadas nos ensaios de tração.	71
<i>Tabela 4.2-</i> Valores dos parâmetros para modelo de atrito da Simulação 1.	88
<i>Tabela 4.3-</i> Valores dos parâmetros para modelo de atrito da Simulação 2.	88
<i>Tabela 4.4-</i> Valores dos parâmetros para modelo de atrito da Simulação 3.	88
<i>Tabela 4.5-</i> Valores dos parâmetros para modelo de atrito da Simulação 4.	89

LISTA DE SÍMBOLOS

$\{\varepsilon\}$	Vetor de deformações
$[C]$	Matriz Constitutiva elástica
$[Q]$	Matriz de rigidez reduzida do material
$[\bar{Q}]$	Matriz de rigidez reduzida do material na direção (x,y)
E_i	Módulo de Elasticidade na direção i
ν_{ij}	Coefficiente de Poisson (relaciona a deformação transversal na direção j devida uma deformação axial na direção i);
G_{ij}	Módulo de Cisalhamento no plano ij
$[T]$	Matriz de Rotação
$[T]^{-1}$	Inversa da Matriz de Rotação
$[R]$	Matriz de Reuter
θ	Ângulo entre os eixos de ortotropia (1-2) e direção (x,y)
E_f	Módulo de elasticidade da fibra
E_m	Módulo de elasticidade da matriz
ν_f	Coefficiente de Poisson da fibra
ν_m	Coefficiente de Poisson da matriz
f_f	Fração volumétrica de fibras
f_m	Fração volumétrica da matriz
$\{N\}$	Vetor de esforços de membrana
$\{M\}$	Vetor de momentos de membrana
$\{\bar{N}\}$	Vetor de esforços resultantes
$\{\bar{M}\}$	Vetor de momentos resultantes
t_k	Espessura da k-ésima lâmina
h	Espessura total do laminado
z	Coordenada (ao longo da espessura) relativa a um ponto no laminado
$[A]$	Matriz de rigidez extensional (ou de membrana)

[B]	Matriz de acoplamento (flexão/torção-extensão)
[D]	Matriz de rigidez a flexão/torção
[ABBD]	Matriz de rigidez do laminado
k	Índice referente a cada lamina em um laminado
$\{\varepsilon_0\}$	Vetor de deformações na superfície média do laminado
$\{\sigma\}_k$	Vetor de tensões atuantes na k-ésima lamina
$[\overline{Q}]_k$	Matriz de Rigidez da k-ésima lamina
$\{K\}$	Vetor de curvaturas
$\hat{n}$	Vetor normal à superfície efetiva
$\delta\hat{S}$	Vetor de superfície efetiva;
D_{ijkl}	Tensor de dano.
D_n	Variável interna relacionada à parcela de tensão hidrostática
D_s	Variável interna relacionada à parcela de tensão desviadora
w_e	Densidade de energia complementar
δ_{ij}	Delta de Kronecker
σ_H	Tensor de tensões hidrostáticas
σ_{ij}^D	Tensor de tensões desviadoras
Y_s	Força Termodinâmica
Y_n	Força Termodinâmica
D_1, D_2, D_3	Variáveis de dano nas direções principais
X_T	Resistência da fibra sob tração
X_{C0}	Limite elástico da fibra sob compressão
$f(\varepsilon_{11})$	Ajuste linear obtido a partir das curvas de compressão à 0°
E_{110}	Módulo de elasticidade inicial a 0° sob compressão
E_{11}	Módulo de elasticidade secante

S_{12y}	Limite linear elástico sob cisalhamento
Y_{C0}	Limite linear elástico na direção transversal às fibras
$g(\varepsilon_{22})$	Ajuste linear obtido a partir das curvas de compressão à 90°
ε_{22}	Componente de deformação na direção transversal
E_{22_0}	Módulo de elasticidade inicial a compressão
E_D	Densidade de energia de deformação

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	IX
RESUMO	XIII
ABSTRACT	XV
LISTA DE FIGURAS	XVII
LISTA DE TABELAS	XXI
LISTA DE SÍMBOLOS	XXIII
SUMÁRIO	XXVII
1. INTRODUÇÃO, JUSTIFICATIVAS E OBJETIVOS	1
1.1. INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVAS	1
1.2. OBJETIVOS	4
1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO	5
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
2.1. MATERIAIS COMPÓSITOS LAMINADOS REFORÇADOS POR FIBRAS	7
2.2. ANÁLISE ESTRUTURAL DE COMPÓSITOS LAMINADOS: MODELOS DE MATERIAL	9
2.2.1. TEORIA CLÁSSICA DE LAMINADOS	17
2.2.2. MECÂNICA DO DANO CONTÍNUO	23
2.2.3. MECANISMOS DE DANO/FALHA EM MATERIAIS COMPÓSITOS	28
2.2.4. MODELOS DE MATERIAL	31
2.2.5. IMPACTO EM PLACAS DE COMPÓSITOS LAMINADOS	34

3. MODELO DE MATERIAL PROPOSTO	41
3.1. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO MODELO	41
3.1.1. COMPORTAMENTO DA FIBRA	42
3.1.2. COMPORTAMENTO DA MATRIZ	44
3.2. IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS DO MODELO DE MATERIAL	51
3.2.1. ENSAIOS QUASE ESTÁTICOS MONOTÔNICOS	53
3.2.2. ENSAIOS QUASE ESTÁTICOS CÍCLICOS	56
3.3. IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO MODELO DE MATERIAL	60
3.3.1. UMAT/ANÁLISE IMPLÍCITA	60
3.3.2. VUMAT/ANÁLISE EXPLÍCITA	63
4. AVALIAÇÃO DO MODELO DE MATERIAL	67
4.1. ESTUDO DE CASO 1: ENSAIOS DE TRAÇÃO	67
4.1.1. ENSAIOS DE TRAÇÃO	68
4.1.2. RESULTADOS EXPERIMENTAIS	72
4.1.3. SIMULAÇÃO DOS ENSAIOS DE TRAÇÃO: RESULTADOS NUMÉRICOS X EXPERIMENTAIS	79
4.2. ESTUDO DE CASO 2: ENSAIOS DE IMPACTO	92
4.2.1. ENSAIOS EXPERIMENTAIS DE IMPACTO	92
4.2.2. SIMULAÇÃO DOS ENSAIOS DE IMPACTO: RESULTADOS NUMÉRICOS X EXPERIMENTAIS	95
5. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS	107
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	109
7. ANEXOS	117
7.1. ANEXO 1 – SUB-ROTINA UMAT	117
7.2. ANEXO 2 – SUB-ROTINA VUMAT	121

1. INTRODUÇÃO, JUSTIFICATIVAS E OBJETIVOS

1.1. INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVAS

Um compósito pode ser considerado um material multifase que exibe uma combinação de propriedades, possibilitando assim, um desempenho melhor desse material frente a cada fase da sua composição, caso essas fossem empregadas individualmente (CALLISTER, 2007). De acordo com esse princípio de ação combinada, procura-se moldar os melhores arranjos de propriedades por uma combinação criteriosa de dois ou mais materiais distintos. Esses materiais que formam o compósito podem ser classificados como aglomerante (fase contínua ou matriz) ou reforço (fase dispersa). O aglomerante tem como função manter os reforços unidos, transmitindo a estes o carregamento aplicado. Os reforços têm como função suportar os carregamentos transmitidos pelo aglomerante. Segundo Callister (2007), os compósitos podem ser classificados como: reforçados por partículas, reforçados por fibras e estruturais (Figura 1.1). Particularmente, neste trabalho, serão abordados os compósitos estruturais laminados, que são fabricados a partir de matrizes poliméricas reforçadas com fibras empilhadas em camadas, tais como: carbono/epóxi, aramida/epóxi, vidro/epóxi. Cada camada possui um conjunto de fibras sob uma dada direção, sendo então chamada de lâmina.

Figura 1.1-Classificação dos Materiais Compósitos (Callister, 2007).

Nas últimas décadas, estes materiais têm despertado grande interesse nas mais diversas áreas industriais, por exemplo: energia eólica, automobilística, naval, construção civil, aeronáutica e aeroespacial (Figura 1.2).

Figura 1.2- Aplicações de materiais compósitos na indústria.

Segundo JONES (1998), estes materiais são ideais para aplicações estruturais onde relações ótimas de rigidez/peso e resistência/peso são requisitos de projeto, deste modo, é evidente o interesse da indústria aeronáutica nesses materiais, já que esta busca reduzir o peso estrutural das aeronaves, permitindo o aumento da carga paga e o alcance, desenvolvendo produtos mais competitivos. Em particular, no segmento aeronáutico, a utilização de compósitos deu-se no início da década de 70 (do século XX) devido ao projeto ACEE (*“Aircraft Energy Efficiency”*) coordenado pela NASA (*“National Aeronautics and Space Administration”*). Neste programa, algumas estruturas primárias e secundárias de metais foram comparadas àquelas construídas em material compósito, sendo avaliadas sob o mesmo envelope de carregamento. Ao se obter uma redução de 30% em peso dos componentes estudados (NIU, 1992), os resultados desse programa representou uma mudança de paradigma tanto para os projetistas, até então, familiarizados com materiais metálicos, quanto para os fabricantes de aeronaves, mostrando as potencialidades dos materiais compósitos e sua aplicabilidade em componentes estruturais. Arelado ao fator redução de peso e ganho na resistência pela aplicação de compósitos, a indústria aeronáutica, atualmente, tem utilizado esses materiais em elementos estruturais primários, tais como painéis de fuselagem e nervuras

de asas (Boeing 787 e Airbus A380) (Figura 1.3). Apesar do esforço de engenheiros em utilizar compósitos na indústria aeronáutica, a aplicação desses materiais em estruturas de aeronaves civis ainda é limitada devido ao processo de certificação e, principalmente, devido à previsão da vida em serviço desses materiais, (TRAVERSA, 2006), (LI & GOLDBERG, 2011), (ZHOU & GAO, 2012). Além disso, a previsão dos modos de falha estruturais representa outro desafio para alcançar os requisitos de projeto.

Figura 1.3-a) Airbus A380, b) Boeing 787.

Durante a vida útil de uma aeronave, a mesma estará sujeita a diferentes cargas de impacto. O contato da aeronave com o solo, o impacto de projéteis lançados da pista de decolagem, impacto de pássaros, granizo, e queda de ferramentas durante a fase de manutenção e serviço, são exemplos típicos de carregamentos sofridos por uma aeronave em sua vida útil. A resposta ao impacto a essas ações não depende somente das propriedades do material, mas também do comportamento dinâmico da estrutura impactada. Geralmente, o dano induzido por impacto é causado pela interação da endentação local e a deformação global da estrutura.

Com base na literatura, tem-se que as estruturas de compósitos são mais susceptíveis ao dano por impacto do que estruturas similares fabricadas em metais. O comportamento dinâmico de compósitos laminados é muito complexo haja vista que existem vários mecanismos de falha ocorrendo simultaneamente e de forma aleatória. Segundo Tita (2003), na análise de uma estrutura em compósito ao impacto devem ser considerados os seguintes mecanismos de falha: ruptura da fibra, delaminações, fratura da matriz, deformações plásticas devido ao contato e grandes deslocamentos. Essa dificuldade de prever o modo de falha exato do material reflete diretamente na confiabilidade dos componentes fabricados, e torna-se

ainda mais sério para estruturas de alta responsabilidade, onde a combinação de fadiga, de danos por impacto e de efeitos do meio ambiente, podendo causar falha catastrófica.

Verifica-se, portanto, que é estratégico entender melhor, bem como prever esses complexos mecanismos de falha, desenvolvendo modelos de materiais mais precisos que venham a diminuir o número de ensaios experimentais, gerando rapidez e economia aos projetos estruturais. Esse panorama tem motivado inúmeros pesquisadores e, também motivou a realização do presente trabalho, que busca contribuir para o estudo de modelos de material para simular o comportamento mecânico de materiais compósitos. Sendo que os referidos modelos serão utilizados para prever o comportamento de um laminado compósito sob solicitações quase estáticas, bem como para o projeto de estruturas que devam absorver energia ao serem solicitados por carregamentos de impacto. Para que tais contribuições possam ser concretizadas, os objetivos propostos na próxima subseção devem ser atingidos.

1.2. OBJETIVOS

O presente trabalho buscou estudar o comportamento de placas de laminados compósito fabricadas em resina epóxi e reforçadas por fibras de carbono unidirecionais. As referidas placas foram submetidas a carregamentos quase estáticos de tração, bem como carregamentos de impacto. Para simular o comportamento mecânico dos laminados, foi proposto um modelo de material, que se constitui basicamente na modificação de um modelo desenvolvido por Ribeiro (2013). Em seguida, foram identificados os parâmetros relacionados ao modelo de material proposto. Ademais, o modelo de material proposto foi escrito no formato de sub-rotinas em linguagem FORTRAN. As referidas sub-rotinas são designadas como UMAT (User Material subroutine) para análises computacionais com integração implícita no tempo, e VUMAT (Vectorized User Material Subroutine) para análises computacionais com integração explícita no tempo. Posteriormente, estas sub-rotinas são vinculadas ao programa ABAQUSTM, onde são gerados modelos computacionais de ensaios de tração e de ensaios de impacto. Os resultados obtidos via simulação computacional foram confrontados com resultados obtidos experimentalmente, bem como relatados em Tita (2003). Assim, finalmente, as limitações e potencialidades do modelo de material proposto foram avaliadas.

Devido à extensão do presente objetivo, o mesmo pode ser dividido nos seguintes objetivos específicos:

- ☑ Realizar uma revisão bibliográfica visando compreender os trabalhos científicos mais relevantes, bem como, os mais recentes, que foram desenvolvidos na área de falha e danificação em compósitos, empregando abordagem experimental e computacional;
- ☑ Propor um modelo de material e identificar os parâmetros associados ao referido modelo;
- ☑ Implementar computacionalmente o modelo proposto e vincular o mesmo ao programa ABAQUS TM;
- ☑ Avaliar as potencialidades e limitações do modelo proposto, comparando os resultados das simulações computacionais via ABAQUS TM com resultados experimentais.

Com base nos objetivos supracitados, verifica-se que o presente trabalho contribui para a área de projeto e análise de estruturas em materiais compósitos, principalmente, estruturas aeronáuticas que venham a sofrer carregamento de impacto em serviço.

1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO

A organização do trabalho proposto foi criada objetivando o desenvolvimento de um modelo de material para a análise estrutural de materiais compósitos submetidos a carregamentos quase estáticos e de impacto. Para tal, estruturaram-se os capítulos da dissertação da seguinte maneira:

- ☑ **Capítulo 1 – Introdução e Objetivos:** neste primeiro capítulo, apresenta-se um breve estudo sobre os tipos de compósitos e exemplos de algumas aplicações na indústria, em particular a aeronáutica, os desafios criados a partir da utilização desses materiais para fins estruturais, bem como a motivação para compreender o seu comportamento global quando submetidos a carregamento de impacto. Por fim, os objetivos principais foram sumarizados de forma a apresentar as principais contribuições referentes ao presente trabalho.
- ☑ **Capítulo 2 – Fundamentação Teórica e Revisão Bibliográfica:** neste capítulo, expõem-se a teoria dedicada ao estudo dos materiais compósitos laminados e seu comportamento frente, principalmente, ao carregamento de impacto. Assim, são apresentadas as equações relacionadas à Teoria Clássica de Laminados (TCL), bem

como demais equacionamentos pertinentes ao assunto em questão. São, também, abordados temas como os mecanismos de falha comumente encontrados em um laminado compósito, a teoria do dano contínuo atrelado ao modelo de material, que através de variáveis internas visa simular o início e a evolução do dano.

- ☑ **Capítulo 3 – Modelo de Material Proposto:** neste capítulo apresenta-se o modelo de material, a formulação matemática, bem como a metodologia experimental empregada para identificação dos parâmetros. Ademais, evidencia-se a implementação computacional do modelo através de sub-rotinas UMAT e VUMAT, vinculadas ao programa ABAQUS™.
- ☑ **Capítulo 4 - Análises Computacionais via Método dos Elementos Finitos: avaliação do modelo de material:** neste capítulo, são apresentados os resultados das simulações computacionais via Método dos Elementos Finitos (MEF) empregando o programa ABAQUS™ e utilizando o modelo de material para dois estudos de caso. Além disso, mostra-se de forma detalhada como foram realizados os ensaios quase estáticos de tração. Os resultados dos modelos computacionais são confrontados a resultados experimentais, e consequentemente as potencialidades e limitações do modelo de material proposto são discutidas.
- ☑ **Capítulo 5 – Conclusões e Perspectivas para Trabalhos Futuros:** neste capítulo apresentam-se as principais conclusões obtidas do presente trabalho com base na discussão dos resultados efetuada no Capítulo 4. Dessa forma, finaliza-se a dissertação, resumando as principais contribuições e apresentando-se as perspectivas para trabalhos futuros.
- ☑ **Capítulo 6 – Referências Bibliográficas:** este capítulo contempla toda a literatura utilizada na elaboração deste trabalho, desde as citadas em partes do texto como as consultadas para obtenção de dados adicionais.
- ☑ **Anexos:** apresentam-se as sub-rotinas escritas em linguagem FORTRAN
 - ✓ Anexo 1 - Sub-rotina UMAT
 - ✓ Anexo 2- Sub-rotina VUMAT

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. MATERIAIS COMPÓSITOS LAMINADOS REFORÇADOS POR FIBRAS

Os compósitos laminados consistem de lâminas empilhadas, sendo que as referidas lâminas são normalmente constituídas por reforços (fibras) embebidos em uma resina polimérica (matriz) (Figura 2.1). Vale ressaltar que a sequência de empilhamento das lâminas é utilizada para combinar as melhores características dos materiais empregados (JONES, 1998). Deste modo, valores das propriedades mecânicas, tais como: rigidez e resistência podem ser projetadas de acordo com a necessidade.

Figura 2.1-Laminado de material compósito (GAY, 2003).

Os compósitos laminados que possuem matriz de resina polimérica reforçadas com fibras de pequeno diâmetro e alto desempenho são chamados, de acordo com a literatura inglesa, de "*advanced composite materials*". Esses materiais são tradicionalmente aplicados à indústria aeroespacial na forma de painéis e possuem como constituintes fibras e matrizes, tais como: carbono/epóxi, grafite/epóxi, kevlar/epóxi, vidro/epóxi e etc.

A partir do avanço tecnológico, os requisitos exigidos aos materiais comuns também sofreram alterações o que levou ao desenvolvimento de materiais compósitos capazes de

corresponder às novas exigências de mercado. A crescente demanda de utilização desses materiais produziu esforços de inovação e desenvolvimento, que se traduziram em aplicações cada vez mais exigentes, aumentando o empenho por parte dos pesquisadores para descobrir novas combinações de materiais, que possam solucionar problemas de engenharia.

A principal vantagem dos materiais compósitos está no fato de poderem ser projetados para possuírem propriedades de acordo com os requisitos e especificações para um dado projeto aeronáutico. Os materiais compósitos possuem vantagens significativas em relação aos metais comumente utilizados em estruturas aeronáuticas, tais como: ligas de aço e de alumínio. Algumas dessas vantagens são listadas a seguir (GAY, 2003):

- Elevadas rigidez e resistência específicas (razão de rigidez e resistência por densidade do material);
- Boa resistência à fadiga;
- Resistência à corrosão em ambientes agressivos;
- Estabilidade térmica, baixa condutividade;
- Redução no número de peças

As desvantagens associadas aos compósitos avançados reforçados por fibras estão relacionadas ao preço inicial elevado para fabricação de peças e às dificuldades de reparo e de reciclagem, principalmente, em se tratando de matrizes termorrígidas (por exemplo: resina epóxi). Ademais, os testes de caracterização são mais complexos e mais custosos. E, por fim, a grande desvantagem consiste na dificuldade em se prever o modo de falha dessas estruturas, haja vista a presença da anisotropia e da heterogeneidade, que dificultam fortemente o processo de análise.

Uma solução para minimizar os problemas relativos à falha consiste em utilizar modelos computacionais, que buscam prever de forma consistente e precisa os modos de falha de uma estrutura fabricada em material compósito. No entanto, isto é um grande desafio que até hoje leva inúmeros grupos de pesquisa a trabalharem nesta área.

2.2. ANÁLISE ESTRUTURAL DE COMPÓSITOS LAMINADOS: MODELOS DE MATERIAL

Define-se lâmina como uma camada plana ou curva reforçada por fibras contínuas em uma direção (por exemplo: tecidos unidirecionais – UD) ou em duas direções ortogonais (por exemplo: tecidos bidirecionais – BD), alinhadas paralelamente segundo os eixos de ortotropia 1 e 2 (sistema de coordenadas local - Figura 2.2).

Figura 2.2- Esquema de uma lâmina reforçada com fibras unidirecionais – sistema de coordenadas local (1-2-3) (DANIEL & ISHAI,1994).

Uma lâmina representa a unidade básica de construção de um laminado. Então, conhecer mecanicamente o comportamento da lamina é de extrema importância para o projeto e a fabricação de um compósito laminado (Figura 2.3).

Figura 2.3- Estrutura de um laminado reforçado por fibras – sistema de coordenadas global (x-y-z) (DANIEL & ISHAI, 1994).

Genericamente, os laminados são considerados materiais anisotrópicos porque suas propriedades variam direcionalmente, por outro lado, a lâmina possui três planos de ortotropia

e, portanto, é tratada como um material ortotrópico. Usualmente, em projetos estruturais, o comportamento mecânico de uma lâmina pode ser considerado como elástico linear.

Considerando um elemento infinitesimal de um sólido anisotrópico elástico linear submetido a um estado tridimensional de tensões (Figura 2.4), a seguinte relação constitutiva, em notação matricial, pode ser considerada:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

onde:

$\{\sigma\}_{6 \times 1}$: vetor de tensões;

$[C]_{6 \times 6}$: matriz constitutiva do material;

$\{\varepsilon\}_{6 \times 1}$: vetor de deformações.

Figura 2.4- Elemento infinitesimal submetido a um estado tridimensional de tensões.

No elemento infinitesimal da Figura 2.4, observa-se que σ_i e τ_{ij} representam as tensões normais e cisalhantes atuantes na direção i e no plano ij respectivamente. A partir da relação constitutiva para um caso geral, onde a matriz $[C]$ possui 36 elementos, as seguintes considerações podem ser feitas para os diferentes casos de simetria do material:

- Material ortotrópico: possui três planos de simetria mutuamente perpendiculares entre si.
- Material transversalmente isotrópico: existe um plano no qual as propriedades mecânicas são iguais em todas as direções.
- Material isotrópico: há infinitos planos de simetria, ou seja, as propriedades não variam direcionalmente.

Para os diferentes casos supracitados, tem-se que a matriz $[C]$ pode ser escrita de forma diferente. Para um material ortotrópico, tem-se 9 constantes a serem determinadas, ou seja:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

Para um material transversalmente isotrópico, tem-se 5 constantes a serem determinadas, ou seja:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

Para um material isotrópico, tem-se somente 2 constantes a serem determinadas:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.4)$$

As relações acima são tomadas para um caso geral de estado de tensões. Porém, dado que as lâminas são relativamente finas quando comparadas a sua largura e ao seu comprimento, então, pode-se adotar que as mesmas estejam sob estado plano de tensões (Figura 2.5). Dessa forma, as tensões que atuam perpendicularmente ao plano da lâmina podem ser desprezadas, ou seja, $\sigma_{33} = \tau_{23} = \tau_{13} = 0$. Considerando a hipótese de ortotropia e de estado plano de tensões, tem-se que:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$

onde, $[Q]_{3 \times 3}$ é definida como a matriz de rigidez reduzida de uma lâmina sob estado plano de tensões. Os elementos Q_{ij} desta matriz são escritos em funções das propriedades elásticas medidas nas direções de ortotropia 1 e 2, ou seja, na direção das fibras e perpendicular às fibras:

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12} \cdot \nu_{21}} \quad (2.6)$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12} \cdot \nu_{21}} \quad (2.7)$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12} \cdot E_1}{1 - \nu_{12} \cdot \nu_{21}} \quad (2.8)$$

$$Q_{33} = G_{12} \quad (2.9)$$

onde:

E_i : Módulo de elasticidade na direção i ;

ν_{ij} : Coeficiente de Poisson (relaciona a deformação transversal na direção j devida uma deformação axial na direção i);

G_{ij} : Módulo de cisalhamento no plano ij .

Figura 2.5- Estado plano de tensões em uma lâmina (REDDY, 2004).

Considerando as direções de ortotropia de uma lâmina, verifica-se que o material não sofre o efeito de acoplamento cisalhamento-extensão, ou seja, tensões de cisalhamento provocam apenas deformações cisalhantes (distorção angular), e tensões normais geram somente deformações normais, como evidencia a Equação 2.5. No entanto, para direções arbitrárias (x, y), ou seja, para o sistema de coordenadas global, Figura 2.6, existe o acoplamento cisalhamento-extensão. Neste caso, tensões normais geram deformações normais e distorções, assim como tensões de cisalhamento provocam os dois tipos de deformações.

Figura 2.6- Coordenadas locais: 1-longitudinal e 2-transversal as fibras. Direções quaisquer: eixos x e y rotacionados de θ em relação aos eixos de ortotropia (JONES, 1998).

Para calcular as tensões nas direções arbitrárias (x, y), em função daquelas atuantes segundo o sistema de eixos do material, ou seja, segundo o sistema de eixos ortotrópicos, é

necessário definir a priori uma matriz de rotação $[T]$, cujos elementos dependem do ângulo θ , mostrado na Figura 2.6.

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2(\theta) & \sin^2(\theta) & 2 \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\theta) \\ \sin^2(\theta) & \cos^2(\theta) & -2 \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\theta) \\ -\sin(\theta) \cdot \cos(\theta) & \sin(\theta) \cdot \cos(\theta) & \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

A matriz inversa desta matriz de rotação é dada por

$$[T]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos^2(\theta) & \sin^2(\theta) & -2 \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\theta) \\ \sin^2(\theta) & \cos^2(\theta) & 2 \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \cdot \cos(\theta) & -\sin(\theta) \cdot \cos(\theta) & \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Empregando a matriz de rotação $[T]$ e sua inversa $[T]^{-1}$, tem-se que as relações entre as componentes de tensão e deformação, referidas nos dois sistemas de coordenadas (locais-1,2; globais-x,y) podem ser estabelecidas da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \frac{\gamma_{12}}{2} \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} \end{Bmatrix} \quad (2.12)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.13)$$

Com base na matriz de rigidez da lâmina $[Q]$ e o ângulo θ , a relação constitutiva relativa ao sistema global (x,y) pode ser obtida através do seguinte procedimento:

1º) Substituir a Equação 2.5 em 2.13:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.14)$$

2º) Definir a matriz de Reuter $[R]$, tal que

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = [R] \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \frac{\gamma_{12}}{2} \end{Bmatrix} \quad (2.15)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [R] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} \end{Bmatrix} \quad (2.16)$$

onde:

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

3º) Substituir a Equação 2.15 em 2.14:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{33} \end{bmatrix} [R] [T] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} \end{Bmatrix} \quad (2.18)$$

4º) Substituir a Equação 2.16 em 2.19:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{33} \end{bmatrix} [R] [T] [R]^{-1} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.19)$$

Assim, com base na Equação 2.19, a relação constitutiva da lâmina, referida ao sistema de eixos (x,y) é dada por

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [\bar{Q}] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.20)$$

com $[\bar{Q}] = [T]^{-1} [Q] [T]^{-T}$.

Por fim, os coeficientes da matriz $[\bar{Q}]$ podem ser calculados a partir das seguintes relações:

$$\begin{aligned}
 \bar{Q}_{11} &= Q_{11} \cdot \cos^4(\theta) + 2 \cdot (Q_{12} + 2 \cdot Q_{33}) \cdot \sin^2(\theta) \cdot \cos^2(\theta) + Q_{22} \cdot \sin^4(\theta) \\
 \bar{Q}_{22} &= Q_{11} \cdot \sin^4(\theta) + 2 \cdot (Q_{12} + 2 \cdot Q_{33}) \cdot \sin^2(\theta) \cdot \cos^2(\theta) + Q_{22} \cdot \cos^4(\theta) \\
 \bar{Q}_{23} &= (Q_{11} - 2 \cdot Q_{12} - 2 \cdot Q_{33}) \cdot \sin^3(\theta) \cdot \cos(\theta) - (Q_{22} - Q_{12} - 2 \cdot Q_{33}) \sin(\theta) \cdot \cos^3(\theta) \quad (2.20a) \\
 \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4 \cdot Q_{33}) \cdot \sin^2(\theta) \cdot \cos^2(\theta) + Q_{12} \cdot (\sin^4(\theta) + \cos^4(\theta)) \\
 \bar{Q}_{13} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2 \cdot Q_{33}) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos^3(\theta) - (Q_{22} - Q_{12} - 2 \cdot Q_{33}) \cdot \sin^3(\theta) \cdot \cos(\theta) \\
 \bar{Q}_{33} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2 \cdot Q_{33} - 2 \cdot Q_{12}) \cdot \sin^2(\theta) \cdot \cos^2(\theta) + Q_{33} \cdot (\sin^4(\theta) + \cos^4(\theta))
 \end{aligned}$$

As constantes elásticas efetivas necessárias para a obtenção dos componentes da matriz $[Q]$, apresentadas nas Equações 2.6-2.9 devem preferencialmente ser obtidas através de ensaios mecânicos seguindo orientações de normas técnicas. No entanto, elas também podem ser calculadas através de modelos micromecânicos (JONES, 1998, DANIEL & ISHAI, 1994). Segundo REDDY (2004). Estes modelos podem ser utilizados para determinar as constantes de engenharia de uma lâmina, sendo, geralmente, baseados nas seguintes hipóteses:

- Interface perfeita entre os constituintes (fibras e matriz);
- As fibras são paralelas e uniformemente distribuídas em todo o seu comprimento;
- A matriz é livre de vazios ou microfraturas, e inicialmente livre de tensão residual;
- Os constituintes (fibras e matriz) são isotrópicos e obedecem a Lei de Hooke;
- A aplicação das cargas são tais que sejam paralelas ou perpendiculares à direção das fibras.

Deste modo, a partir do conhecimento prévio das propriedades dos constituintes da lamina, bem como das respectivas frações volumétricas dos mesmos, pode-se obter as propriedades efetivas da lâmina, como segue:

$$E_1 = E_f \cdot f_f + E_m \cdot f_m \quad (2.21)$$

$$E_2 = \frac{E_f \cdot E_m}{E_f \cdot f_m + E_m \cdot f_f} \quad (2.22)$$

$$\nu_{12} = \nu_f \cdot f_f + \nu_m \cdot f_m \quad (2.23)$$

$$G_{12} = \frac{G_f \cdot G_m}{G_f \cdot f_m + G_m \cdot f_f} \quad (2.24)$$

onde:

E_f : módulo de elasticidade da fibra;

E_m : módulo de elasticidade da matriz;

ν_f : coeficiente de Poisson da fibra;

ν_m : coeficiente de Poisson da matriz;

f_f : fração volumétrica de fibras;

f_m : fração volumétrica da matriz.

2.2.1. TEORIA CLÁSSICA DE LAMINADOS

Como mencionado anteriormente, um laminado é formado a partir de várias camadas de lâminas unidas entre si. As tensões e deformações variam dentro de cada lâmina, bem como de lâmina para lâmina, devido às diferentes orientações e à distância do ponto analisado com relação à superfície média (Figura 2.7). A posição de uma lâmina no laminado pode ser definida através do sistema de coordenadas global XYZ como mostra a Figura 2.7.

Figura 2.7- Estrutura de um laminado de espessura h e posição relativa das lâminas (camadas).

De acordo com o código da ASME, Seção X, a Teoria Clássica de Laminados (TCL) pode ser definida como o tratamento matemático do comportamento mecânico de uma lâmina unidirecional ortotrópica e a relação entre as várias lâminas que compõem um laminado multidirecional. A partir desta teoria, é possível realizar a análise dos esforços, deslocamentos, tensões e deformações de laminados.

Para que a formulação da TCL seja utilizada na análise do laminado é necessário fazer as seguintes considerações:

- O laminado é considerado como um conjunto de lâminas elásticas lineares perfeitamente aderidas, ou seja, não há deslizamento entre elas;
- As lâminas estão sob estado plano de tensões;
- Regime de pequenos deslocamentos de acordo com a hipótese cinemática de Kirchhoff-Love, portanto, uma seção normal e plana à superfície média do laminado, permanecerá normal e plana à superfície média após a deformação, sem sofrer qualquer variação em seu comprimento (JONES, 1998);
- Homogeneidade dos materiais de cada lâmina (fibra e a matriz não são consideradas como fases distintas, ou seja, considera-se as propriedades efetivas).

Com base nas hipóteses supracitadas, verifica-se que a TCL é a formulação mais simples que se possa empregar para prever as tensões e deformações em um laminado.

Relações tensões deformações para um laminado

Em geral, os esforços solicitantes de membrana e de flexão-torção (forças e momentos) dos laminados são aqueles mostrados na Figura 2.8.

No estudo de um laminado de espessura total h e constituído de N lâminas de espessura $t_k = z_k - z_{k-1}$ (Figura 2.7), os esforços podem ser escritos da seguinte maneira:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz \quad (2.25)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} z dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} z dz \quad (2.26)$$

onde:

N_x = Força normal por unidade de comprimento na direção-x;

N_y = Força normal por unidade de comprimento na direção-y;

N_{xy} = Força cortante por unidade de comprimento;

M_x = Momento fletor por unidade de comprimento em torno do eixo-x;

M_y = Momento fletor por unidade de comprimento em torno do eixo-y;

M_{xy} = Momento de torção por unidade de comprimento.

Figura 2.8- Esforços solicitantes na superfície média de um laminado.

Considerando a hipótese de Kirchhoff-Love para pequenos deslocamentos, e que os deslocamentos relativos à superfície média nas direções x , y e z são u_0 , v_0 e w_0 , respectivamente (Figura 2.9), a expressão cinemática para a configuração apresentada no plano x - z pode ser dada por (KAW, 2006):

$$u(x, y, z) = u_0(x, y) - \frac{\partial w_0}{\partial x} z \quad (2.27.)$$

$$v(x, y, z) = v_0(x, y) - \frac{\partial w_0}{\partial y} \cdot z \quad (2.28)$$

Deste modo, a deformação em qualquer ponto do plano x - z pode ser encontrada através da derivada parcial em relação à x e/ou à y :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u^0}{\partial x} - z \cdot \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \quad (2.29)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v^0}{\partial y} - z \cdot \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \quad (2.30)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} - 2z \cdot \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \quad (2.31)$$

Nas expressões 2.29, 2.30 e 2.31 as derivadas de segunda ordem, $\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}$ e $-2 \cdot \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y}$, podem ser entendidas como as curvaturas k_x , k_y e k_{xy} medidas à partir do plano médio do laminado em relação aos planos x - z , y - z e x - y , respectivamente.

Figura 2.9- (a) Superfície média na configuração inicial. (b) Superfície média na configuração deformada (KAW, 2006).

Deste modo, as deformações em um ponto qualquer do laminado podem ser agrupadas e escritas matricialmente:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{0x} \\ \varepsilon_{0y} \\ \gamma_{0xy} \end{Bmatrix} + z \cdot \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.32)$$

Assim, utilizando a Equação 2.20, substituindo a Equação 2.32, a seguinte relação para as tensões em um ponto qualquer A (com coordenada z) do laminado pode ser determinada por:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{13} \\ \overline{Q}_{21} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{23} \\ \overline{Q}_{31} & \overline{Q}_{32} & \overline{Q}_{33} \end{bmatrix}_k \cdot \left(\begin{Bmatrix} \varepsilon_{0x} \\ \varepsilon_{0y} \\ \gamma_{0xy} \end{Bmatrix} + z \cdot \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \right) \quad (2.33)$$

Em uma forma compacta tem-se:

$$\{\sigma\}_k = [\overline{Q}]_k (\{\varepsilon_0\} + z\{K\})$$

onde:

k = Índice referente a cada lamina em um laminado;

$\{\sigma\}_k$ = Vetor de tensões atuantes na k -ésima lamina;

$[\overline{Q}]_k$ = Matriz de Rigidez da k -ésima lamina;

$\{\varepsilon_0\}$ = Vetor de deformações na superfície média do laminado;

z = Coordenada (ao longo da espessura) relativa a um ponto no laminado;

$\{K\}$ = Vetor de curvaturas.

A partir da Equação 2.25 e 2.26, os esforços ao longo da espessura do laminado podem ser encontrados, integrando-se a Equação 2.33. Assim, tem-se:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{13} \\ \overline{Q}_{21} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{23} \\ \overline{Q}_{31} & \overline{Q}_{23} & \overline{Q}_{33} \end{bmatrix} \cdot \left(\int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{0x} \\ \varepsilon_{0y} \\ \gamma_{0xy} \end{Bmatrix} dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} dz \right) \quad (2.34)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{13} \\ \overline{Q}_{21} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{23} \\ \overline{Q}_{31} & \overline{Q}_{23} & \overline{Q}_{33} \end{bmatrix} \cdot \left(\int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{0x} \\ \varepsilon_{0y} \\ \gamma_{0xy} \end{Bmatrix} z dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} z^2 \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} dz \right) \quad (2.35)$$

Deste modo, com base em JONES (1998) e KAW (2006), a seguinte relação constitutiva pode ser definida para os laminados:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.36)$$

De acordo com esta última equação, a matriz de rigidez do laminado [ABBD] é constituída por três matrizes [A], [B] e [D], as quais são função da geometria, das propriedades dos materiais e da sequência de empilhamento das lâminas. A matriz [A] representa a matriz de rigidez extensional (ou de membrana) e relaciona os esforços normais e cortantes com deformações e distorções angulares na superfície média. Já a matriz [B] representa a matriz de rigidez de acoplamento membrana-flexão (torção). Por último, a matriz de rigidez de flexão (torção) [D] relaciona os momentos com as curvaturas no laminado.

As matrizes [A], [B] e [D] são definidas em função das matrizes de rigidez das lâminas $[\overline{Q}]_k$ e das posições das mesmas definidas pelas coordenadas z_k e z_{k-1} por:

$$[A] = \sum_{k=1}^N [\overline{Q}]_k (z_k - z_{k-1}) \quad (2.37)$$

$$[B] = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N [\bar{Q}]_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (2.38)$$

$$[D] = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N [\bar{Q}]_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (2.39)$$

2.2.2. MECÂNICA DO DANO CONTÍNUO

Define-se dano como a presença e crescimento de micro vazios e micro trincas em um material. Com base nessa definição, a Mecânica do Dano em Meios Contínuos (MDC) desenvolveu-se a partir dos trabalhos de Kachanov (1958), que estudou o mecanismo de fragilização em metais causado pelo processo de danificação, gerando uma mudança na característica de ruptura desses materiais, de dúctil para frágil. Para modelar o dano, tratou-se o material como um meio contínuo homogeneizado com “dano” (vazios e trincas), representando mudanças micro estruturais irreversíveis. Posteriormente, essa metodologia proposta foi reproduzida por Lemaitre & Chaboche (1985), sendo aplicada em vários problemas estruturais. Krajcinovic (1984) deu uma importante contribuição científica ao utilizar um tratamento termodinâmico aos materiais com microestruturas, empregando o conceito clássico de variáveis internas. Dessa forma, a deterioração das propriedades dos materiais sob a ação de um dado carregamento pode ser simulada através de variáveis internas criadas para descrever o processo de danificação (LEMAITRE, 1996). De acordo com Lemaitre (1996), existem muitas maneiras de reposta do dano em meios contínuos, tais como:

- Dano frágil: ocorre quando uma trinca é iniciada no nível de ma lâmina sem deformações plásticas consideráveis;
- Dano dúctil: ocorre quando a nucleação e o crescimento de microvazios evoluem como resultado de deformações plásticas (KACHANOV, 1986);
- Dano por fluência: ocorre quando uma estrutura metálica é carregada sob elevadas temperaturas e, associada à deformação plástica verificam-se efeitos viscosos (LEMAITRE, 1996);
- Dano por fadiga de baixo ciclo: ocorre quando um material é carregado ciclicamente em altos valores de tensão e deformação;
- Dano por fadiga de alto ciclo: ocorre sobre ação de cargas cíclicas menores do que a tensão de referência, levando o material à ruína.

A extensão da teoria de dano isotrópico para anisotrópico não é uma tarefa trivial. No caso de dano isotrópico, representado por uma variável escalar D , o conceito de tensão efetiva associado ao princípio da deformação equivalente para elasticidade soluciona o problema (LEMAITRE, 1996). No caso geral anisotrópico, a variável D não é mais escalar, sendo assim representada por um tensor de quarta ordem (VOYIADJIS & KATTAN, 1993,1999), (VOYIADJIS & VENSON, 1995), (KRAJCINOVIC, 1984), (BARBERO, 1998), (BARBERO *et al.*, 2005).

Um compósito sob um processo de danificação pode ser tratado como uma micro estrutura estacionária consistindo de fibras, partículas ou outros constituintes inseridos na matriz e, ainda, uma micro estrutura em evolução, consistindo de entidades de dano, tais como: vazios e trincas. Utilizando a abordagem da MDC, a homogeneização para os materiais compósitos é realizada em dois passos (Figura 2.10):

- 1) A micro estrutura estacionária (fibras, partículas, outros constituintes) é transformada em um meio contínuo com propriedades anisotrópicas;
- 2) A micro estrutura em evolução, com vazios e trincas, é homogeneizada e substituída por um campo representado por variáveis internas.

Na Figura 2.10, no ponto genérico P , onde o compósito apresenta-se homogeneizado, um volume elementar representativo (VER) é considerado. Este volume permite uma descrição não local do estado do material no ponto P . Então, as variáveis de tensão, deformação e temperatura, bem como as variáveis internas, que representam o dano, são valores médios sobre o VER. O tamanho do VER forma a meso escala e os vazios e trincas são representados em micro escala (TALREJA, 2008).

Figura 2.10- Conceito de MDC para compósitos (TALREJA, 2008).

Baseando-se no conceito da homogeneização é possível escrever expressões analíticas para o processo de danificação, criando-se, assim, um Volume Elementar Representativo (VER) (Figura 2.11).

Figura 2.11- Volume Elementar Representativo (VER).

No VER, o dano pode ser definido como a razão entre a área danificada (δS_{Dx}) e a área total (δS):

$$D(\vec{n}, x) = \frac{\delta S_{Dx}}{\delta S} \quad (2.40)$$

De acordo com Kachanov (1958), a variável D assume o valor igual a “0” (zero) para o material não danificado, e “1” (um) quando este apresenta-se totalmente danificado.

De uma maneira geral, considerando um diferencial de superfície δS com vetor normal $\vec{n}$ e, outro de referencia $\vec{v}$ (Figura 2.11), pode-se representar o dano de uma maneira tensorial utilizando uma notação indicial como:

$$(I_{ijkl} - D_{ijkl})v_k n_l \delta S = v_i \hat{n}_j \delta \hat{S} \quad (2.41)$$

onde:

$\hat{n}$: vetor normal à superfície efetiva;

$\delta \hat{S}$: área da superfície efetiva;

D_{ijkl} : tensor de dano.

Para o dano anisotrópico uma boa representação física do fenômeno e da compatibilidade termodinâmica é mais complicada. A tensão efetiva é dada pela equação abaixo:

$$v_i \hat{\sigma}_{ij} \hat{n}_j \delta \hat{S} = v_k \sigma_{kl} n_l \delta S \quad (2.42)$$

Através das Equações 2.41 e 2.42, é possível demonstrar que:

$$\hat{\sigma}_{ij} (I_{ijkl} - D_{ijkl})v_k n_l \delta S = \sigma_{kl} v_k n_l \delta S \quad (2.43)$$

É importante mencionar que o tensor de quarta ordem (D_{ijkl}) é considerado simétrico, deste modo: $D_{ijkl} = D_{ijlk} = D_{jilk} = D_{klij}$. Considerando tal simetria, a tensão efetiva será representada por:

$$\hat{\sigma}_{ij} = \sigma_{kl} (I - D)^{-1}_{klij} \quad (2.44)$$

Considerando o tensor de dano de quarta ordem, algumas características podem ser apresentadas:

- Simetria da tensão efetiva;
- Tensão efetiva independente do comportamento de deformação e do coeficiente de Poisson;
- Compatibilidade Termodinâmica;

- Diferente efeito de dano para tensões hidrostáticas.

O tensor elástico atualizado pelo dano é, então, dado por:

$$(I_{ijrs} - D_{ijrs})E_{rskl} = \hat{E}_{ijkl} \quad (2.45)$$

Para materiais compósitos, o mecanismo de danificação ocorre de forma distinta entre as tensões normais e de cisalhamento. Por isso são necessárias duas variáveis escalares independentes para descrever a influencia das parcelas hidrostáticas e desviadoras. Essas variáveis internas são dadas respectivamente por: D_n e por D_s . Assim, considerando-se o caso mais geral, para o dano e elasticidade anisotrópicos a densidade de energia complementar poderá ser escrita da seguinte forma (LEMAITRE, 1996):

$$w_e = \frac{1}{2}(E_{ijkl})^{-1} \frac{\sigma_{ij}^D \sigma_{kl}^D}{(1-D_s)} + \frac{1}{2}(E_{ijkl})^{-1} \frac{\sigma_H^2 \delta_{ij} \delta_{kl}}{(1-D_n)} \quad (2.46)$$

Na equação 2.46, observa-se que: $\sigma_H = \frac{1}{3} \cdot \sigma_{kk}$ é o tensor de tensão da parcela hidrostática, $\sigma_{ij}^D = \sigma_{ij} - \sigma_H \cdot \delta_{ij}$ representa o tensor de tensão da parcela desviadora e δ_{ij} é o delta de Kronecker. Verifica-se que a densidade de energia complementar pode ser derivada parcialmente em relação às variáveis internas D_s ou D_n :

$$Y_s = \frac{\partial w_e}{\partial D_s} \quad (2.47)$$

$$Y_n = \frac{\partial w_e}{\partial D_n} \quad (2.48)$$

Essas derivadas parciais podem ser escritas, utilizando-se das constantes de engenharia. Assim, tem-se (LEMAITRE, 1996):

$$Y_s = \frac{\partial w_e}{\partial D_s} = \frac{\tau_{12}^2}{2G_{12}(1-D_s)^2} \quad (2.49)$$

$$Y_n = \frac{\partial w_e}{\partial D_n} = \frac{\sigma_{22}^2}{2E_{22}(1-D_n)^2} \quad (2.50)$$

Considerando que as direções principais permanecem constantes ao longo do tempo, o dano possui as mesmas direções principais das tensões (LEMAITRE, 1996). Portanto, as tensões efetivas para as direções principais em um sistema tridimensional serão dadas por:

$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_{11}}{1-D_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sigma_{22}}{1-D_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_{33}}{1-D_3} \end{pmatrix} \quad (2.51)$$

onde D_1 , D_2 e D_3 são variáveis de dano nas direções principais.

Embora a literatura seja abrangente no que se refere a materiais compósitos, ainda não há uma formulação padrão para prever os seus mecanismos de dano. Verifica-se que equações clássicas da Teoria da Elasticidade (ortotrópica) já foram usadas por Talreja (1985,1986) e Christensen (1988,1990). Ao utilizar uma abordagem de homogeneização, tem-se que não é feita uma distinção entre a matriz e a fibra e, portanto, este tipo de análise não consegue estimar os efeitos locais e, especialmente, os efeitos de interação matriz-fibra. A análise via métodos micromecânicos traz a vantagem de que os efeitos locais podem ser estimados e, portanto, diferentes mecanismos de dano podem ser identificados. No entanto, há poucos estudos sobre o emprego da micromecânica para analisar o dano em materiais compósitos, devido ao incremento considerável de complexidade nos modelos obtidos (PAVAN, 2008). Tal complexidade poderá ser melhor entendida ao se descrever os vários micromecanismos de dano e falha que podem ocorrer em um material compósito.

2.2.3. MECANISMOS DE DANO/FALHA EM MATERIAIS COMPÓSITOS

Os compósitos laminados apresentam muitas falhas localizadas, ou dano, antes do colapso da estrutura. Assim, a primeira falha não necessariamente corresponde à falha da estrutura. O desenvolvimento de danos adicionais, com o passar do tempo ou aumento do carregamento é chamado de acúmulo de dano (HERAKOVICH, 1998). Observa-se que devido à heterogeneidade e anisotropia, existem vários mecanismos de falha presentes em nível micro estrutural (fibra/matriz) antes do colapso completo. Por conta da complexidade

desses mecanismos, que ocorrem interativamente, a previsão da falha/dano em materiais compósitos ainda é um grande desafio. De maneira geral, pode-se resumir basicamente as falhas/danos em laminados compósitos em praticamente dois modos:

- Modos de dano/falha intralaminares: ocorrem dentro das lâminas em fibras, matrizes e/ou interfaces fibra-matriz (Figura 2.12-a);
- Modos de falha interlaminares: ocorrem delaminações entre as lâminas adjacentes, ou seja, separação de camadas (Figura 2.12-b).

(a)

(b)

Figura 2.12- Mecanismos de danificação/ falha em laminados: (a) danificações intralaminares (ANDERSON, 1995) b) falha entre lâminas (RIBEIRO, 2013).

Segundo Anderson (1995), os compósitos que possuem uma fraca interação fibra-matriz sofrerão falha da interface, proporcionando o descolamento entre a fibra e matriz (“debonding”) como mostra a Figura 2.12-a (mecanismo (3)). No entanto, para os compósitos com uma forte interação fibra-matriz, haverá provavelmente o rompimento do reforço produzindo o mecanismo de arrancamento (“pull-out”) como evidencia a Figura 2.12-a (mecanismo (1)). Tal mecanismo caracteriza-se pelo arrancamento da fibra de dentro da matriz, que geralmente ocorre após a propagação de uma fissura. Antes da ocorrência do “pull-out” pode haver a formação do mecanismo de “fiber bridging” (mecanismo (2)), desde que o compósito possua fibras frágeis de alta resistência, matrizes dúcteis e interface forte. Sendo assim, a fissura se propaga pela matriz e a fibra forma uma ponte interligando as duas superfícies da matriz fraturada. Por outro lado, a fronteira da fissura dá origem a regiões com concentração de tensão até mesmo fora do plano de propagação. A região localizada na frente da fissura, que está se propagando, concentra altas tensões, podendo também levar a fratura da

fibra (mecanismo (4)) devido a sua alta fragilidade, ou a danificação da matriz (mecanismo (5)) (Figura 2.12-a).

Outro mecanismo de falha intralaminar presente nas camadas dos laminados é causado por carregamento de compressão. Quando o carregamento de compressão é aplicado, pode ocorrer o fenômeno de instabilidade das fibras, microflambagem (Figura 2.13-a), que acaba gerando a fratura no reforço por cisalhamento na forma de “kink bands” (Figura 2.13-b) (ROMARIZ, 2008).

Figura 2.13- Mecanismos de falha sob compressão: (a) microflambagem (AGARWAL & BROUTMAN, 1990) e (b) falha da fibra por microflambagem (ALMEIDA, 2003).

Comumente, o processo de danificação inicia-se em lâminas que possuem orientação de fibra próxima a 90° em relação aos carregamentos e após a nucleação do primeiro dano, o carregamento redistribui-se pela estrutura ocasionando o aparecimento de mais regiões danificadas na mesma lâmina ou em outras camadas. Esse processo ocorre sucessivamente até que essas regiões danificadas se unam, formando assim uma fissura discreta. As bordas das fissuras que se formaram numa determinada lâmina encontram outras camadas com ângulos de orientações diferentes, e neste momento, as tensões de cisalhamento interlaminares aumentam abruptamente levando o laminado a iniciar o processo de delaminação. As falhas interlaminares são causadas pelos componentes de tensão que não atuam no plano XY da lâmina (σ_{xz} , σ_{yz} e σ_z) (Figura 2.14). Como não há fibras na direção “z” do laminado, esta falha pode ocorrer com valores de tensão pequenos (quando comparados aos valores de tensão atuantes no plano da lâmina) e é comum ocorrer sob cargas de flexão e cisalhamento “fora do plano da lâmina” em condições quase estáticas ou dinâmicas (TITA *et al.*, 2008). No entanto, este tipo de falha é mais difícil de ser previsto, pois estas tensões não são obtidas pela Teoria

Clássica de Laminados (TCL). Sendo assim, torna-se necessário o emprego de modelos de placas e cascas mais complexos.

Figura 2.14- Delaminações causadas por tensões normais e interlaminares.

2.2.4. MODELOS DE MATERIAL

Como comentado anteriormente, a análise de falha em compósitos pode ser feita basicamente pelos pontos de vista meso/macro e micro mecânicos. Em escala micro, os mecanismos de falha são intimamente relacionados às propriedades de seus constituintes: matriz, reforço e interface. Assim, uma análise de falha nesta escala se torna complexa, por conta das interações dos vários mecanismos de falha presentes, que ocorrem de maneira aleatória. Por essas razões, em geral, uma abordagem fenomenológica em nível meso/macro é mais utilizada (DANIEL & ISHAI, 1994). Em sendo assim, no presente trabalho, é utilizada uma abordagem fenomenológica em nível mesomecânico, ou seja, busca-se prever a falha da lâmina através de um modelo de material, empregando conceitos da Mecânica do Dano Contínuo.

É sabido que ambos, engenheiro e projetista, durante a fase de desenvolvimento do projeto, necessitam empregar modelos de material, que sejam capazes de prever o comportamento do laminado em serviço. Tais expressões são funções de tensão/deformação atuantes e admissíveis do material e permitem identificar a ocorrência de um dano, seja considerando somente o seu início, falha da primeira camada "*first ply failure*", ou que leve em conta o acúmulo de dano e a evolução da degradação das propriedades do laminado, falha da última camada do laminado "*ultimate ply failure*". De fato, a Figura (2.15) evidencia o procedimento de análise para uma estrutura laminada.

Figura 2.15- Fluxograma de análise de uma estrutura laminada (Tita, 2003).

Nota-se pelo procedimento, que uma vez estabelecido o Modelo de Material, a matriz de rigidez do laminado pode ser calculada. Com base nos carregamentos atuantes e na rigidez do laminado, pode-se calcular o campo de deslocamentos de um conjunto de pontos materiais em relação ao sistema global de coordenadas utilizando as Equações de Equilíbrio do sistema. Além disso, há muitos critérios de falha escritos em função das deformações. Neste caso, deve-se aplicar diretamente a transformação $[T]$ ao vetor das deformações escrito em função das coordenadas globais. Por fim, para que o procedimento possa ser empregado é necessário escolher um critério de falha ou de danificação que seja adequado. No entanto, a grande maioria dos critérios de falha ou de danificação para materiais compósitos laminados é estabelecida para analisar a falha de uma lâmina. Assim, utiliza-se a matriz $[T]$ para obter as componentes de tensão do ponto material em relação ao sistema de coordenadas local. Portanto, constata-se que um dos aspectos mais importantes do procedimento supracitado está no emprego de um Critério de Danificação/Falha, que represente características do fenômeno observado experimentalmente.

Ao longo das últimas décadas, diversos critérios de dano/falha foram criados sob várias considerações para representar a falha/dano em compósitos. De acordo com o relatório de Paris (2001) foram catalogadas 53 referências de aplicação de critérios de dano/falha em compósitos poliméricos reforçados. Basicamente, de acordo com Daniel & Ishai (2006), os critérios de falha classificam-se em três grupos:

- **Limites ou não-interativos:** modos de falha são determinados comparando-se componentes individuais de tensão ou deformação com os valores de resistência, tais como :Critérios da Máxima Tensão e Máxima Deformação;
- **Interativos:** todas as componentes de tensão ou deformação estão incluídas numa única expressão. Em geral, não se tem uma identificação do modo de falha, exemplos: Hill, Tsai-Hill, Hoffman, Tsai-Wu;
- **Baseados em modos de falha:** nestes critérios separam-se modos de falha de fibra e matriz.

No presente trabalho de mestrado, tem-se que o critério a ser utilizado será capaz de identificar se os modos de falha são das fibras ou da matriz.

Depois do trabalho publicado por París (2001), é possível encontrar na literatura, ainda uma gama de outros trabalhos que buscaram prever o dano/falha de estruturas em compósitos reforçados, (DÁVILA *et al.*, 2001) (WILLIAMS & VAZIRI, 2001) (KOSTOPOULOS *et al.*, 2002), (TITA, 2003), (ANGELICO, 2009). Setoodeh & Karami (2004) realizaram análises via elementos finitos 3D de placas de compósitos espessos submetidas a cargas estáticas e vibrações livres. Turon *et al.* (2006) e Chen *et al.*, (2014) propuseram um modelo de delaminação progressiva baseado em conceitos da Mecânica do Dano. Renard & Thionnet (2006) propuseram uma Lei de Evolução do Dano para degradar as componentes da matriz constitutiva. Paepegen *et al.*, (2006a) realizaram ensaios experimentais de cisalhamento e, posteriormente, desenvolveram um modelo de degradação para o módulo de cisalhamento no plano (G_{12}) (PAEPEGEN *et al.*, 2006b). Stephen & Wisnom (2006) realizaram análise progressiva de dano de corpos-de-prova de tração em material compósito com a finalidade de avaliar o efeito de entalhes na evolução de danos inter e intralaminar. Coutellier *et al.*, (2006) realizaram análises computacionais via elementos finitos de estruturas laminadas, empregando conceitos da Mecânica da Fratura e da Mecânica do Dano. Sadeghi *et al.* (2014), que utilizaram análises via MEF empregando nos modelos propriedades mecânicas definidas lâmina a lâmina, simularam não somente a primeira falha, mas também, as falhas progressivas na matriz do laminado submetido a carregamentos de tração e cisalhamento, baseando-se em um modelo micromecânico de dano e em critérios de energia. Iannucci (2006) e Zhang *et al.*, (2006) avaliaram placas planas laminadas sob impacto, empregando o Método dos Elementos Finitos e modelando a degradação das propriedades mecânicas.

Dentre os trabalhos supracitados, destacam-se as pesquisas desenvolvidas pelo GEA (Grupo de Estruturas Aeronáuticas – EESC/USP). Por exemplo, Tita (2003) modificou o Critério de Chang-Chang (1987), desenvolvendo leis de degradação exponenciais. Posteriormente, Angélico (2009) combinou o modelo de Puck & Shurmann (2002) com o de Matzenmiller *et al.* (1995). Ele realizou a modelagem de um ensaio em flexão sob três-pontos de um laminado, simulando falhas nas fibras e entre as mesmas (Figura 2.16). Ribeiro (2013) desenvolveu um novo modelo de material, aplicando a Mecânica do Dano Contínuo para estudar o comportamento da evolução do dano em estruturas laminadas com presença de curvatura sob carregamento de impacto. Por um lado, a Tese de Ribeiro (2013) traz uma série de contribuições para a análise de laminados sob carregamento impulsivo. No entanto, por outro lado, verifica-se que é possível ainda explorar muitos outros aspectos com relação à resposta de estruturas de material compósito sob o carregamento de impacto, por exemplo: o efeito do amortecimento. De fato, o fenômeno de impacto em materiais compósitos é um dos mais complexos de se avaliar, uma vez que a modelagem dos micromecanismos de falha não ocorre de forma gradativa como nos carregamentos quase estáticos. Sendo assim, na próxima sessão serão evidenciados alguns aspectos com relação, especificamente, a este tipo de problema.

Figura 2.16- Modelo em elementos finitos de um ensaio três pontos (ANGÉLICO, 2010).

2.2.5. IMPACTO EM PLACAS DE COMPÓSITOS LAMINADOS

De acordo com a literatura, as estruturas de compósitos estão mais susceptíveis ao dano por impacto do que aquelas similarmente projetadas em metais. Para determinados eventos de impacto sob baixa velocidade em compósito, danos de difícil detecção podem

ocorrer, tais como, delaminações internas. Por esse motivo, compreender o dano envolvido no impacto de laminados compósitos é importante para o projeto de estruturas aeronáuticas, que poderão sofrer este tipo de carregamento em serviço (por exemplo: impacto de pássaro em bordo de ataque de asa).

Com base no cenário descrito, verifica-se que há um esforço crescente de pesquisadores para estudar o comportamento de estruturas de compósito ao impacto, assim como o dano e mecanismos de falha. Na literatura, pode-se citar as contribuições feitas por Rotem & Lifshitz (1971), Lifshitz (1976), Sierakowski *et al.* (1971), Sun & Chattopadhyay (1975), Dobyns (1981), Ramkumar & Chen (1983), Olsson (1992), dentre outros, que primeiro estudaram o comportamento de compósitos laminados sob carregamento dinâmico, empregando uma abordagem analítica. Mais tarde, Abrate (1998, 2001) compilou artigos e trabalhos, expondo modelos analíticos e conceitos importantes para investigar o problema. A maioria dos estudos tem origem na lei de contato de Hertz, no qual foi originalmente desenvolvida para um material isotrópico (com resposta linear) semi-infinito e sob carregamento estático. Todavia, outros pesquisadores já destacavam que mesmo sob a ação de pequenos carregamentos de contato, há deformações permanentes ao redor da zona de contato (SWANSON & REZAEI, 1990).

Vale ressaltar que o problema de impacto em materiais compósitos pode ser estudado em três situações distintas:

1. A resposta dinâmica dos compósitos laminados;
2. O estudo do contato das estruturas de compósitos sob o carregamento de impacto (leis de contato);
3. O dano e os modos de falha das estruturas sob o carregamento de impacto.

No presente trabalho busca-se modelar o dano e prever os modos de falha de estruturas laminadas sob carregamento de impacto, empregando um modelo de material. No entanto, além do modelo de material, outras variáveis podem influenciar fortemente na previsão da resposta de uma estrutura em compósito sob impacto. Segundo Christoforou *et al.* (2001), os parâmetros mais relevantes, são: geometria da estrutura, condições de contorno, massa do impactador, velocidade e energia cinética do impactador e a máxima força de contato. De acordo com Abrate (1998), em uma placa submetida a impacto transversal em baixa velocidade, a forma característica de falha na seção transversal do laminado depende de

sua espessura. No caso de placas espessas, os danos na matriz estão localizados no lado onde ocorreu o impacto, ou seja, o dano tem início na lâmina mais externa reduzindo a rigidez do laminado. Assim, as delaminações e danos intralaminares ocorrem de uma maneira característica, formando um cone tipo “árvore de natal”. No caso de laminados finos, o dano ocorre inicialmente nas lâminas opostas à região impactada. Os danos intralaminares se propagam para interface, criando delaminações, reduzindo a rigidez, causando um estado crítico de tensões nas camadas imediatamente acima. Sendo assim, tem-se uma forma característica de “árvore de natal” invertida (Figura 2.17).

Figura 2.17- Formas características de falha em estruturas de compósito sob impacto. a) Laminado espesso. b) Laminado fino (Abrate, 1998).

Deve-se ainda destacar que geralmente o dano induzido por impacto é causado pela interação da endentação local com deformações globais da estrutura. Portanto, as cargas de impacto podem induzir a uma reação global ou local da estrutura. As reações globais podem se referir ao caso de uma ferramenta caindo de uma dada altura acidentalmente sobre a estrutura. Por outro lado, um exemplo de impacto com uma reação local pode ocorrer em aeronaves quando um fragmento é arremessado pelos pneus contra sua estrutura durante decolagem ou pouso. Por um lado, as reações locais tendem a provocar principalmente falhas intralaminares localizadas. Ao passo que as reações mais globais tendem a produzir, principalmente, delaminações, que são geradas muitas vezes por tensões de cisalhamento interlaminares. As delaminações são também importantes mecanismos de absorção de energia de materiais compósitos poliméricos, no qual consiste da criação de áreas de fratura nas interfaces mais frágeis entre camadas de compósito. Uma distribuição típica de delaminações em laminados pode ser vista na Figura 2.18, indicando que os eixos de delaminação são usualmente orientados na direção das fibras na interface das camadas.

Figura 2.18- Delaminações causadas por Impacto (DAVIES & OLSSON, 2004).

Além de Abrate (1998, 2001), outros pesquisadores também contribuíram nesta área, tais como Donadon *et al* (2008), que estudaram o efeito da massa dos impactadores e a velocidade em estruturas de compósito através de modelos de elementos finitos e soluções analíticas. Iannucci & Willows (2006, 2007) também propuseram um modelo analítico baseado no método da energia e o programaram em pacotes de elementos finitos, sendo que os resultados computacionais foram verificados através de experimentos. Neste modelo, quando ocorre falha, o elemento finito na região da falha é eliminado, pois esse procedimento pode melhorar a qualidade dos resultados numéricos. De fato, o emprego do Método dos Elementos Finitos (MEF) tem sido muito recorrente para se avaliar o comportamento de estruturas em materiais compósitos, que sofrem a ação de carregamento de impacto. Dentre os modelos que usam elementos finitos encontrados na literatura, além dos supracitados, destacam-se os propostos por Oguibe & Webb (1999), que modelaram uma placa de compósito sujeita ao impacto central de um projétil, simulando a degradação da rigidez devido ao dano. O GEA também tem pesquisado impacto em estruturas de material compósito, empregando o MEF. Tita (2003) ensaiou o impacto em placas finas de compósitos laminados para investigar a influência da sequência de empilhamento ao dano por impacto e, assim, avaliou as potencialidades e limitações de modelos computacionais solucionados via MEF (Figura 2.19). É importante observar que o modelo MEF da Figura 2.19, representa uma simplificação daquele que será apresentado com mais detalhes no Capítulo 4 para o segundo estudo de caso. Verifica-se que de maneira complementar ao modelo MEF desenvolvido por Tita (2003), neste trabalho, será levada em consideração o contato entre a placa de compósito e os dispositivos de fixação da mesma.

Figura 2.19- Modelagem em elementos finitos de uma placa circular sendo impactada por uma hemiesfera (TITA *et al.*,2008).

Ribeiro (2013) simulou via elementos finitos, cilindros de carbono/epóxi que foram transversalmente impactados (Figura 2.20) utilizando um modelo de material baseado na Mecânica do Dano Contínuo de maneira semelhante àquele empregado neste trabalho, e que será apresentado e avaliado nos capítulos 3 e 4, respectivamente.

Figura 2.20- Modelo em elementos finitos de um ensaio de impacto em um cilindro (RIBEIRO, 2003).

Além da modelagem computacional, é de extrema importância que os ensaios experimentais sejam realizados. Pois, os mesmos são utilizados não somente para se entender melhor os fenômenos que ocorrem durante um evento de impacto em uma estrutura de material compósito, mas também são utilizados para avaliar as potencialidades e limitações de modelos que são desenvolvidos.

De acordo com a literatura, um dos experimentos mais utilizados para simular impacto a baixas velocidades é conhecido como “drop test” (Figura 2.21).

Figura 2.21- Torre de Impacto e acessórios para realização do “drop test” (Universidade Católica de Leuven - Bélgica), (Tita, 2003).

O “drop test” consiste em uma massa (impactador), geralmente, fixada a um suporte que é elevado a certa altura e, depois, cai livremente, se chocando contra uma estrutura presa a uma base. Assim, pode-se determinar a energia de impacto, bem como a energia a ser absorvida pela estrutura. Geralmente, este ensaio segue as recomendações da norma ASTM D5628-96, que especifica métodos para se quantificar os diferentes modos de falha do material, baseando-se nas geometrias dos impactadores. Na literatura, é possível encontrar vários trabalhos que utilizaram o referido ensaio. Hull & Shi (1993) estudaram a tolerância ao dano de compósitos laminados de carbono/epóxi submetidos ao carregamento de impacto, buscando encontrar a melhor espessura resistente ao dano. Beks (1996) investigou a resposta de placas de fibra-de-vidro/epóxi ao impacto sob baixa velocidade, empregando várias sequências de empilhamento simétricas, buscando, assim encontrar a melhor configuração para resistir ao dano. E, como mencionando anteriormente, utilizando este tipo de ensaio experimental, Tita (2003) realizou ensaios em placas de compósito laminado de carbono/epóxi, verificando a influência da sequência de empilhamento na energia de impacto, nos históricos de carregamento, deslocamentos e energia. Com base nos resultados obtidos verificou-se, novamente, que os ensaios de impacto são dependentes de uma série de variáveis, tais como: tipo de geometria do impactador e condições de vinculação do suporte

da base. Ribeiro (2013) também executou uma série de ensaios em cilindros de carbono/epóxi, avaliando a influência da sequência de empilhamento na absorção de energia ao impacto.

Por fim, vale ressaltar que no presente trabalho de mestrado serão utilizados os ensaios experimentais de impacto de Tita (2003) para se avaliar as potencialidades e limitações do modelo de material proposto.

3. MODELO DE MATERIAL PROPOSTO

Neste capítulo será apresentado o modelo de material proposto que se baseia principalmente no modelo desenvolvido por Ribeiro (2013) e Ladevèze & Le Dantec (1992).

O presente modelo está fundamentado na Mecânica do Dano Contínuo e tem uma abordagem fenomenológica, considerando o comportamento da fibra e da matriz numa escala mesomecânica (ou seja, numa lâmina homogeneizada) sob estado plano de tensões. Vale ressaltar que o presente modelo deverá possuir as seguintes características:

- Facilidade na identificação dos parâmetros (número reduzido de ensaios e ensaios não complexos);
- Simplicidade para a implementação computacional;
- Baixo custo computacional.

Destaca-se ainda que o modelo de material proposto será avaliado para laminados fabricados à partir do empilhamento de tecidos UD de carbono/epóxi pré-impregnados (fabricado pela Hexcel® e designados como M10) tanto sob carregamento de tração como de impacto. Ademais, tem-se que o referido material já foi amplamente estudado e caracterizado por Tita (2003).

3.1. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO MODELO

O modelo de material proposto simula a falha da fibra sob tração e compressão, bem como a falha da matriz sob tração, compressão e cisalhamento. Portanto, o mesmo irá somente prever falhas intralaminares, não sendo assim possível prever delaminações. Além disso, por conta da grande diferença entre os módulos de elasticidade da fibra e da matriz (grande ortotropia) para o laminado estudado, admitiu-se como hipótese de que os mecanismos de falha, num primeiro momento, são independentes. Assim, a falha da matriz não contribui diretamente no comportamento de falha da fibra e vice-versa, como demonstra o critério. No entanto, após a identificação da falha, num segundo momento, ocorrerá o processo de degradação das propriedades da lâmina que falhou, portanto, a evolução do dano

na matriz afetará o dano da fibra e vice-versa, o que poderá ser verificado através da matriz constitutiva modificada pelas variáveis de dano a ser evidenciada pela Equação 3.20.

3.1.1. COMPORTAMENTO DA FIBRA

Sob Tração

O comportamento da fibra do laminado de carbono/epóxi sob carregamento de tração σ_{11} pode ser considerado linear elástico com fratura frágil. De acordo com tal característica, não há regime de escoamento, e a falha ocorre abruptamente. Assim, esse comportamento pode ser simulado utilizando o Critério da Máxima Tensão, Equação 3.1, sendo que a variável interna de dano d_1 (relativa à degradação progressiva nesta direção) é considerada igual a “1”, ou seja, depois que a falha é detectada, assume-se que o reforço está totalmente danificado.

$$\frac{\sigma_{11}}{X_T} \geq 1 \quad (3.1)$$

No entanto, a mudança abrupta em d_1 pode causar problemas de localização, gerando assim, dificuldades na solução numérica do problema. Dessa forma, a degradação nas propriedades é considerada ao final de cada passo na solução via MEF, não havendo qualquer processo de degradação durante o processo iterativo da solução numérica.

Sob Compressão

Por outro lado, para modelar o comportamento da fibra sob compressão, foi assumido comportamento linear até um valor específico X_{C0} , e a partir desse valor, um comportamento não linear elástico foi admitido. Identifica-se este limite não-linear experimentalmente, através de testes de compressão de ensaios a 0°. Pode-se representar o critério de dano à compressão no limite elástico utilizando a Equação 3.2.

$$\frac{|\sigma_{11}|}{X_{C0}} \geq 1 \quad (3.2)$$

Uma vez que o valor de $|\sigma_{11}| \geq X_{C0}$, então o compósito apresentará comportamento não-linear. Assim, o valor do módulo de elasticidade a partir de X_{C0} não será mais

representado por E_{110} , módulo de elasticidade inicial, e sim pelo módulo secante, de acordo com a expressão:

$$E_{11} = \frac{X_{C0}}{|\varepsilon_{11}|} (1 - f(\varepsilon_{11})) + f(\varepsilon_{11}) \cdot E_{110} \quad (3.3)$$

Onde:

X_{C0} : Limite linear elástico obtido da curva de compressão à 0°.

$f(\varepsilon_{11})$: Ajuste linear obtido a partir das curvas de compressão à 0°.

E_{110} : Módulo de elasticidade inicial a 0° sob compressão.

E_{11} : Módulo de elasticidade secante.

O parâmetro $f(\varepsilon_{11})$ representa a equação da reta que melhor ajusta à curva de tensão deformação a partir do limite linear elástico calculado com base nas curvas de compressão a 0° (Figura 3.1-c), (Figura 3.8). Tal limite é encontrado com o auxílio da reta tangente à curva deslocada para posição em que se tem 0,2% em deformação (Figura 3.1-a). Em seguida, a partir desse ponto, encontra-se a reta que melhor ajusta a curva e o módulo de elasticidade secante E_i ou E_{11} , que será calculado através de manipulações trigonométricas (Figura 3.1-b) e será dado pela Equação 3.3. A Figura 3.1-c representa os sucessivos módulos de elasticidade utilizados para degradar o valor de E_{110} .

Figura 3.1- (a) Curva de ensaio de compressão (b) Módulo Secante (c) Módulo secante sucessivo.

3.1.2. COMPORTAMENTO DA MATRIZ

Superfície de Dano

Baseando-se em ensaios monotônicos, Ribeiro (2013) propôs uma superfície de dano para matriz (Figura 3.2 - linha tracejada) através do ajuste de pontos localizados no plano definido pela tensão na direção transversal (σ_{22}) e pela tensão de cisalhamento (τ_{12}).

Figura 3.2- Superfícies de dano para a matriz.

Dessa maneira, a superfície de dano pode ser representada analiticamente pela Equação 3.4, e possui como parâmetros os valores S_{12y} e Y_{C0} , que são os limites lineares elásticos sob cisalhamento e na direção transversal às fibras, respectivamente.

$$f = \sqrt{\sigma_{22}^2 + \tau_{12}^2} - \left[-S_{12y} + \frac{2 \cdot S_{12y}}{1 + \left(\frac{|\sigma_{22}|}{Y_{C0}} \right)^3} \right] \quad (3.4)$$

No presente trabalho, na ausência de dados de ensaios “*off-axis*” para o material estudado por Tita (2003) e aqui utilizado, usou-se somente os parâmetros de resistência S_{12y} e

Y_{C0} para traçar a superfície (Figura 3.2 - linha cheia) e assim a Equação 3.5 pode ser definida. Vale ressaltar que foi admitido o dano na matriz quando um par de valores está posicionado além dos limites da superfície.

$$f = 1 - \left(\frac{\tau_{12}^2}{S_{12_y}^2} + \frac{\sigma_{22}^2}{Y_{co}^2} \right) \quad (3.5)$$

Apesar dos materiais caracterizados por Tita (2003) e Ribeiro (2013) possuírem como constituintes uma matriz epóxi reforçada por fibras de carbono e semelhança na fração volumétrica de fibras (63%), estes apresentam divergência em seus processos de fabricação, levando assim, a pequenas diferenças nos valores de resistência, o que pode ser visto nas superfícies traçadas na Figura 3.2 para a matriz dos materiais. Deste modo, observa-se que a superfície proposta com base nos valores obtidos por Tita (2003) se apresenta mais conservadora do que a apresentada por Ribeiro (2013), podendo ser empregada inclusive para os valores de resistência do material caracterizado por este último.

De acordo com Ribeiro (2013), através de ensaios realizados, a matriz possui um comportamento não linear sob compressão e que pode ser simulado através do módulo secante:

$$E_{22} = \frac{Y_{C0}}{\varepsilon_{22}} (1 - g(\varepsilon_{22})) + g(\varepsilon_{22}) E_{22_0} \quad (3.6)$$

Onde:

$g(\varepsilon_{22})$: Parâmetro obtido do ajuste das curvas de tensão-deformação dos ensaios a 90° sob compressão.

ε_{22} : Componente de deformação na direção transversal.

E_{22_0} : Módulo de elasticidade inicial a compressão.

Os parâmetros $g(\varepsilon_{22})$ e E_{22_0} foram obtidos através de ajustes das curvas de tensão-deformação de ensaios a 90° sob compressão. O procedimento utilizado para determinar $g(\varepsilon_{22})$ foi similar ao realizado para se obter o módulo de elasticidade para ensaios a 0° sob compressão. Dessa forma, o presente modelo leva em consideração os efeitos de não-linearidades devido à compressão na matriz do compósito, diferentemente de outros

encontrados na literatura. Além disso, o modelo de material considera o comportamento frágil da lamina, utilizando a energia de deformação, E_D , até o valor crítico de energia. Assim, quando E_D é maior que o valor limite E_{DC} obtido experimentalmente, considera-se a matriz totalmente danificada, ou seja, as variáveis internas de dano relativas à degradação progressiva da matriz, d_2 e d_6 , são consideradas iguais a “1”. Tais variáveis serão abordadas de forma mais detalhada no próximo subitem.

Lei de Evolução do Dano

Assumindo-se estado plano de tensões para os laminados compósitos estudados, o processo de danificação na matriz é regido pela componente de tensão na direção transversal (σ_{22}) e pela tensão de cisalhamento (τ_{12}), conforme comentado anteriormente. De acordo com a literatura, um comportamento não linear pode ser observado experimentalmente. Este comportamento não-linear é devido a deformações inelásticas na matriz, bem como devido ao processo de danificação (PUCK & SHURMANN, 2002), (RIBEIRO *et al* 2012). De maneira a modelar o processo de danificação na matriz, duas variáveis internas de dano (d_2 e d_6) foram utilizadas, variando-se de “0” (zero), para o material sem dano, a “1” para o material completamente danificado. Assim, baseando-se na Mecânica do Dano Continuo (MDC), foram empregadas as hipóteses de tensão efetiva relacionando essas variáveis internas ao estado plano de tensões na lâmina (HERAKOVICH, 1998) como mostrado na Equação 3.7.

$$\begin{Bmatrix} \hat{\sigma}_{11} \\ \hat{\sigma}_{22} \\ \hat{\tau}_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1-d_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1-d_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1-d_6} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.7)$$

Assim, a partir das tensões efetivas, pode-se escrever a Equação 3.8, que mostra a função densidade de energia de deformação do material, considerando a matriz polimérica.

$$E_D = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+^2}{E_{22_0} \cdot (1-d_2)} + \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_-^2}{E_{22_0}} + \frac{|\tau_{12}|^2}{G_{12_0} \cdot (1-d_6)} \right] \quad (3.8)$$

Onde $\langle x \rangle$ é o operador definido por:

$$\begin{cases} \langle x \rangle_- = -x, & \text{se } x \leq 0 \\ \langle x \rangle_- = 0, & \text{se } x > 0 \end{cases} \quad (3.9)$$

$$\begin{cases} \langle x \rangle_+ = x, & \text{se } x \geq 0 \\ \langle x \rangle_+ = 0, & \text{se } x < 0 \end{cases} \quad (3.10)$$

Outro conceito importante em MDC são as forças termodinâmicas, que relacionam as variáveis internas de dano com a energia de deformação E_D . Estas relações estão representadas nas Equações 3.11 e 3.12 (LADEVÈZE & Le DANTEC, 1992):

$$Y_2 = \frac{\partial E_D}{\partial d_2} = \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+^2}{2 \cdot E_{22_0} \cdot (1 - d_2)^2} \quad (3.11)$$

$$Y_6 = \frac{\partial E_D}{\partial d_6} = \frac{\tau_{12}^2}{2 \cdot G_{12_0} \cdot (1 - d_6)^2} \quad (3.12)$$

De acordo com a MDC, existem microfissuras e micro vazios presentes na matriz polimérica e, assim, a propagação do dano ocorre quando a lâmina está sob ação de carregamento de tração transversal às fibras e/ou do cisalhamento no plano da lâmina. No entanto, quando o laminado está sob compressão transversal, as microfissuras e micro vazios podem ser fechados na matriz (HERAKOVICH, 1998) em um processo de “self-healing”, havendo assim a regeneração do material. Para modelar este comportamento, a variável de dano d_2 deverá evoluir somente quando $\sigma_{22} \geq 0$. Por outro lado, o parâmetro de dano d_6 evoluirá independentemente do sinal da tensão de cisalhamento τ_{12} .

Vale ressaltar que o início do dano em estruturas de compósitos podem ser identificados a partir da perda de sua rigidez. A degradação das propriedades elásticas pode ser avaliada a partir dos ensaios de tensões cíclicas quase estáticas. Durante o ciclo de carregamento e descarregamento é possível observar a perda de rigidez do material, comparando a rigidez inicial àquela calculada em cada ciclo.

Figura 3.3- Procedimento de cálculo dos parâmetros d_i e Y_i correspondente.

Para a medida do dano, inicialmente, assume-se que a estrutura está intacta, ou seja, $d=0$ para E_0 . Então, o processo de degradação tem início quando a estrutura apresenta um comportamento não linear. Assim, a força termodinâmica Y_0 será calculada para $d=0$, e será dada por:

$$Y_0 = \frac{\sigma^2}{2 \cdot E_0} \quad (3.13)$$

Com o incremento de carregamento, o primeiro ciclo pode mostrar a redução da rigidez do material, e deste modo, o parâmetro de dano será calculado por $d=1-E_i/E_0$. Ademais, as forças termodinâmicas são calculadas, levando em conta o dano estrutural num dado ponto material, o qual pode ser obtido através de um ciclo de carregamento e descarregamento (Figura 3.3). Sendo que este processo pode ser repetido para diferentes ciclos.

Os valores máximos das forças termodinâmicas associadas a um histórico de carregamento, $\tau \leq t$, para qualquer tempo τ até um tempo corrente t é dado por:

$$\underline{Y}_2(t) = \max_{\tau \leq t} \{Y_2(\tau)\} \quad (3.14)$$

$$\underline{Y}_6(t) = \max_{\tau \leq t} \{Y_6(\tau)\} \quad (3.15)$$

Outra característica do modelo de dano é a influencia mutua entre a tensão transversal σ_{22} e os efeitos de cisalhamento τ_{12} no processo de danificação da matriz (LADEVÈZE

1992). Esse acoplamento depende do material utilizado e pode ser representado como uma combinação linear de Y_2 e Y_6 , da seguinte forma:

$$\hat{Y} = Y_6 + bY_2 \quad (3.16)$$

Onde:

b: representa o coeficiente de acoplamento, dependente do material.

$\hat{Y}$: Força Termodinâmica relacionada à combinação dos efeitos de σ_{22} e τ_{12} .

Assim, da mesma maneira que se definiram os valores de Y_2 e Y_6 para os máximos valores no ciclo, $\hat{Y}$ será:

$$\hat{Y}(t) = \max_{\tau \leq t} \{Y_6(\tau) + bY_2(\tau)\} \quad (3.17)$$

A partir dessas definições, as leis de evolução de dano d_6 e d_2 , representadas na Figura 3.5, podem ser escritas utilizando a seguinte formulação, respectivamente:

$$d_6 = \frac{\langle \sqrt{\hat{Y}} - \sqrt{Y_0} \rangle}{\sqrt{Y_c}} \quad \text{se } d_6 < 1 \quad \text{e } Y_2 < Y_2^c; \text{ senão } d_6 = 1 \quad (3.18)$$

$$d_2 = \frac{\langle \sqrt{\hat{Y}} - \sqrt{Y_0'} \rangle}{\sqrt{Y_c'}} \quad \text{se } d_2 > 1 \quad \text{e } Y_2 < Y_2^c; \text{ senão } d_2 = 1 \quad (3.19)$$

Onde:

Y_2^c : Limite de tensão a tração na direção transversal.

Y_0, Y_c, Y_0', Y_c' : Parâmetros determinados através de ensaios quase estáticos cíclicos.

Figura 3.4- Evolução do dano devido à ação: a) Cisalhamento b) Tensão Transversal

O modelo de material proposto, evidenciado na Tabela 3.1, difere de Ribeiro (2013), pois não utiliza a lei de degradação como função do ângulo de orientação das fibras, ou seja, $d_2 = A(\theta)Y_2 + B(\theta)$ e $d_6 = C(\theta)Y_6 + D(\theta)$. Apesar de ser mais completo do que o modelo de Ladevèze & Le Dantec (1992) para a evolução do dano, o modelo de Ribeiro (2013), necessita dos resultados dos ensaios “*off axis*” para ser totalmente identificado, gerando assim a necessidade de mais ensaios experimentais. Como pode ser observado, o modelo de material proposto é similar ao modelo de Ladevèze & Le Dantec (1992), porém o mesmo difere completamente quanto ao comportamento sob compressão da fibra e da matriz.

Tabela 3.1- Quadro resumo do modelo de material proposto.

Critério de Falha	Tipo de Falha	Lei de Degradação
$\frac{\sigma_{11}}{X_T} \geq 1$	Tração na Fibra	$E_{11} = E_{110} \cdot (1 - d_1)$
$\frac{ \sigma_{11} }{X_{C0}} \geq 1$	Compressão na Fibra	$E_{11} = \frac{X_{C0}}{ \varepsilon_{11} } (1 - f(\varepsilon_{11})) + f(\varepsilon_{11}) \cdot E_{110}$
$f \geq 0$	Tração na Matriz	$E_{22} = E_{220} \cdot (1 - d_2)$
$f \geq 0$	Compressão na Matriz	$E_{22} = \frac{\sigma_{22y}}{\varepsilon_{22}} (1 - g(\varepsilon_{22})) + g(\varepsilon_{22}) E_{220}$
$f \geq 0$	Cisalhamento	$G_{12} = G_{120} \cdot (1 - d_6)$

Utilizando o conceito de MDC e propondo alguns ajustes para o coeficiente de Poisson de maneira a levar em consideração o efeito do dano, como descrito por Matzenmiller *et al.* (1995), é possível, finalmente, utilizar a seguinte matriz constitutiva:

$$D = \frac{1}{K} \begin{bmatrix} (1-d_1)E_{11} & (1-d_1)(1-d_2)\nu_{21}E_{22} & 0 \\ (1-d_1)(1-d_2)\nu_{21}E_{22} & (1-d_2)E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & K(1-d_6)G_{12} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

onde $K = [1 - (1-d_1)(1-d_2)\nu_{12}\nu_{21}]$.

3.2. IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS DO MODELO DE MATERIAL

A identificação dos parâmetros do modelo de material foi feita com base nos trabalhos realizados por Tita (2003) e Ribeiro (2013). Tita (2003) realizou uma série de ensaios quase estáticos (ensaios de caracterização de material) e dinâmicos (para validação de modelos), utilizando o laminado carbono/epóxi M10 fabricado a partir de fibras unidirecionais pré-impregnadas com resina (“*prepreg*”) e com fração volumétrica de fibras igual a 63%. As propriedades elásticas e os valores de resistência encontrados por Tita (2003) estão dispostos na Tabela 3.2.

Tabela 3.2-Propriedades Elásticas e valores de Resistência caracterizados por Tita (2003).

Propriedades Elásticas	
E_{11}	127 GPa
E_{22}	10 GPa
$G_{12}=G_{13}$	5,4 Gpa
G_{23}	3,05 GPa
$\nu_{12}=\nu_{13}$	0,34
ν_{23}	0,306
ρ_c	1580 kg/m ³
Valores de Resistência	
X_T	1940 MPa ^(*)
X_C	930 Mpa
Y_T	47 MPa
Y_C	130 MPa
$S_{12} = S_{13}$	53 MPa
S_{23}	89 MPa

(*) Valor máximo encontrado nos ensaios de tração realizados por Tita (2003)

Ribeiro (2013), porém, realizou experimentos de placas fabricadas a partir do processo de enrolamento filamentar feitas em carbono/epóxi com volume de fibras similar ao material M10 fabricado pela Hexcel® investigado por Tita (2003).

A Tabela 3.3 mostra a matriz de ensaios completa para identificar todos os parâmetros do modelo de material proposto.

Tabela 3.3-Matriz de ensaios para identificar os parâmetros do modelo de material proposto.

Tipo de Ensaio	Norma	Dimensões (mm)	Parâmetros Identificados
Tracção 0°	ASTM D3039	250x15x1	E_{11}, ν_{12}, X_T
Tracção 90°	ASTM D3039	175x25x2	E_{22}, Y_T
Tracção $\pm 67,5^\circ$	—	175x25x2	d_2, d_6
Cisalhamento no plano	ASTM D3518	250x25x2,7	$G_{12}, S_{12}, d_6, S_{12y}$
Compressão 0°	ASTM D3410	150x10x2	X_{C0}, X_C
Compressão 90°	ASTM D3410	150x25x2	Y_C, Y_{C0}

3.2.1. ENSAIOS QUASE ESTÁTICOS MONOTÔNICOS

Os parâmetros da Equação 3.5, superfície de dano, assim como aqueles encontrados nas Equações 3.1, 3.2, 3.3 e 3.6 foram identificados com base nos ensaios monotônicos realizados por Tita (2003) em laminados com orientações $[0^\circ]$, $[90^\circ]$ e a $[+45^\circ/-45^\circ]_{4s}$.

Ensaio de Tração e de Cisalhamento

A partir dos ensaios de tração a 0° , 90° e a $+45^\circ/-45^\circ$ identificaram-se os valores de resistência encontrados na Tabela 3.2. Porém, além desses valores, há necessidade de se obter S_{12y} , limite elástico relativo ao ensaio de cisalhamento. Esse valor foi identificado através do gráfico da Figura 3.5, com o auxílio de uma reta tangente à curva deslocada para posição em que a deformação equivale a 0.2%. Assim, tem-se o valor de $S_{12y}=40$ MPa .

Figura 3.5- Obtenção do limite linear elástico S_{12y}

Ensaio de Compressão

Os ensaios à compressão realizados, assim como os parâmetros relacionados ao comportamento da fibra e da matriz estão dispostos nas Figuras 3.6, 3.7, 3.8 e 3.9.

Figura 3.6- Ensaio de Compressão a 0° realizados por Tita (2003).

Na Figura 3.6, observa-se o comportamento não-linear da fibra sob compressão, assim como o valor médio dos resultados encontrados.

Uma vez obtida a curva da Figura 3.6, através de uma tangente, foi possível identificar os parâmetros X_{C0} , E_{11_0} e a equação de ajuste da parte não-linear para o cálculo do módulo de elasticidade secante, anteriormente explicado (Equação 3.3). Vale ressaltar que o procedimento utilizado para identificação desses parâmetros difere daquele realizado para obtenção de S_{12y} , pois não foi possível deslocar a reta tangente à curva para o ponto onde a deformação é igual a 0,2% de ε_{22} (Figura 3.7).

Tabela 3.4-Parâmetros relativos ao comportamento não linear da fibra sob compressão a 0°.

$E_{11_0} = 128 \text{ GPa}$
$X_{C0} = 0.253 \text{ GPa}$
$f(\varepsilon_{11}) = 78.873 \cdot \varepsilon_{11} + 1.087$

Figura 3.7- Identificação dos parâmetros X_{C0} e $f(\varepsilon_{11})$.

A Figura 3.8 representa o valor médio das curvas de compressão à 90°. Utilizando-se um procedimento análogo aquele realizado para a curva de cisalhamento (Figura 3.5), foram identificados os parâmetros evidenciados na Tabela 3.2, que estão relacionados ao comportamento da matriz sob compressão à 90° (Figura 3.8).

Tabela 3.5-Parâmetros relativos ao comportamento da matriz sob compressão a 90°.**Compressão na Matriz**

$$E_{22_0} = 9,23 \text{ GPa}$$

$$Y_{C0} = 0.0603 \text{ GPa}$$

$$g(\varepsilon_{22}) = 4.1763 \cdot \varepsilon_{22} + 0.03182$$

Figura 3.8- Obtenção dos parâmetros Y_{C0} e $g(\varepsilon_{22})$.**3.2.2. ENSAIOS QUASE ESTÁTICOS CÍCLICOS**

A obtenção dos parâmetros de dano d_2 e d_6 foi realizada através dos ensaios quase estáticos cíclicos em laminados $[+45^\circ/-45^\circ]_8$ e a $[+67,5^\circ/-67,5^\circ]_{10}$, respectivamente, que foram realizados por Ribeiro (2013). Assim, através da formulação proposta na Equação 3.12 e apresentada na Figura 3.3, foi possível encontrar a evolução do dano d_6 em função da força termodinâmica Y_6 (Figura 3.9).

Figura 3.9- Evolução do dano d_6

Nos ensaios com orientação $+45^\circ/-45^\circ$, considera-se um estado puro de cisalhamento atuante na lâmina e admite-se que a propagação do dano na matriz do laminado é devido à τ_{12} . Sendo assim, o coeficiente de acoplamento b , Equação (3.16), pode ser desconsiderado. Assim, tem-se que $\hat{Y}=Y_6$ e os parâmetros de evolução do dano, e a respectiva lei de evolução são mostrados na Tabela 3.6.

Tabela 3.6-Parâmetros de Evolução do dano d_6 .

Parâmetros de Evolução do Dano
$\sqrt{Y_0} = 0.06627$
$\sqrt{Y_C} = 1.861591$
Lei de Evolução do Dano (Cisalhamento)
$d_6 = 0.537175 \cdot \sqrt{Y_6} - 0.035599$

Por outro lado, de acordo Ladevèze & Le Dantec (1992), para encontrar a evolução do dano na direção transversal às fibras devido à tração, são necessários ensaios quase estáticos cíclicos em um laminado com empilhamento $[\pm 67,5^\circ]_{10}$. A razão para tal, de acordo com Herakovich (1998), é minimizar a ação das tensões interlaminares que causariam o início do

dano por cisalhamento e, assim, estudar o efeito do acoplamento através de um estado biaxial de tensões para as direções do material. Baseando-se em tal hipótese, pode-se calcular o coeficiente de acoplamento b presente na Equação 3.16 através da Equação 3.21. De acordo com os valores de Y_6 e Y_2 no ciclo, podem-se obter diferentes valores de b . Verifica-se que o valor de b utilizado neste trabalho, foi calculado a partir dos máximos valores de Y_6 e Y_2 dos ciclos de carregamento, ou seja, $b=0,929007$.

$$b = \frac{(d_6 \cdot \sqrt{Y_c} + \sqrt{Y_0})^2 - Y_6}{Y_2} \quad (3.21)$$

Vale ressaltar que foram adotados os valores da Tabela 3.6 para $\sqrt{Y_c}$, $\sqrt{Y_0}$ e d_6 .

Considerando-se a similaridade nas propriedades dos materiais estudados por Tita (2003) e Ribeiro (2013) anteriormente comentadas, utilizaram-se os resultados dos ensaios cíclicos a $\pm 67,5^\circ$ realizados por este último a fim de encontrar as leis de degradação na direção transversal devido à tensão σ_{22} . Deste modo, foi possível traçar os gráficos apresentados nas Figuras 3.10, 3.11 e 3.12, que mostram respectivamente a evolução do dano: ao cisalhamento, a tensão transversal e a combinação desses carregamentos. Assim, os parâmetros relativos ao dano na matriz, e sua lei de evolução são mostrados na Tabela 3.7.

Tabela 3.7-Parâmetros de Evolução do dano d_2 .

Parâmetros de Evolução do Dano
$\sqrt{Y_0}' = 0,013425$
$\sqrt{Y_c}' = 6,125483$
Lei de Evolução do Dano (Combinação dos Carregamentos)
$d_2 = 0,16325 \cdot \sqrt{\tilde{Y}} - 0,00219$

Figura 3.10- Evolução do dano d_6 em um laminado $[+67,5^\circ/-67,5^\circ]_{10}$.

Figura 3.11- Evolução do dano d_2 em um laminado $[+67,5^\circ/-67,5^\circ]_{10}$.

Figura 3.12- Evolução do dano d_2 em função de $\sqrt{\hat{Y}}$ obtido através da combinação linear de Y_6 e Y_2 para $[+67,5^\circ/-67,5^\circ]_{10}$

3.3. IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO MODELO DE MATERIAL

O modelo de material proposto neste trabalho foi implementado em linguagem FORTRAN e, posteriormente, foi compilado juntamente com o pacote comercial em elementos finitos ABAQUS™. Vale destacar, que este programa permite ao usuário a implementação de sub-rotinas (“user subroutines”) de material, que serão, então, utilizadas em simulações de problemas quase estáticos ou de impacto. Para a implementação de sub-rotinas de material existem duas alternativas: UMAT e a VUMAT.

3.3.1. UMAT/ANÁLISE IMPLÍCITA

A UMAT consiste na sub-rotina para análise implícita no tempo (Figura 3.13). O primeiro procedimento realizado pela UMAT é carregar as variáveis de estado do modelo de material, bem como o tensor de deformação associado a um dado ponto material, que foi calculado pelo programa ABAQUS™. Depois, a matriz Jacobiana ($\partial\sigma/\partial\varepsilon$) é obtida. Em seguida, calcula-se o tensor de deformações no passo atual a partir do tensor anterior e dos

incrementos de deformação (${}^i\varepsilon = {}^{i-1}\varepsilon + \Delta\varepsilon$). Finalmente, a previsão do estado de tensões é realizada a partir dos valores do tensor constitutivo e das deformações totais calculadas (${}^i\sigma = {}^{i-1}C : {}^i\varepsilon$) (Figura 3.13 - passo 1). Em seguida, verifica-se a ocorrência de falha no referido ponto material em análise (Figura 3.13 - passo 2). Se algum modo de falha ocorrer, as leis de degradação são aplicadas nas propriedades elásticas e as variáveis de estado são atualizadas pelos valores degradados (Figura 3.13 - passo3). Assim, o tensor constitutivo é atualizado com os dados obtidos para as variáveis de estado anteriormente calculadas. Observa-se que se o dano não ocorrer, as variáveis de estado são atualizadas com os valores das propriedades elásticas e considera-se o tensor constitutivo elástico. Então, o valor do Resíduo (R) é calculado como a diferença entre os vetores de força externa e interna, e isso é comparado com o limite de tolerância estabelecido pelo usuário. Se houver convergência, ou seja, se R menor do que a tolerância (considera-se $\text{tol}=0.005$, o qual é adequada para aplicações em engenharia - Simulia, 2010), então um novo incremento de carregamento é aplicado, caso isso não ocorra, a análise numérica é finalizada pelo ABAQUSTM. Durante as iterações para cada incremento de carregamento, espera-se que o valor da tolerância R diminua, do contrario, há divergência, e a análise numérica não avançará. Esta divergência numérica normalmente ocorre por conta do alto grau de degradação das propriedades do material; por esse motivo, há um desequilíbrio no processo iterativo e a estrutura perde resistência de tal maneira que se torna incapaz de suportar as cargas aplicadas.

Figura 3.13-Esquema de integração entre a UMAT e o ABAQUS™.

Análise Quase Estática

Na análise quase estática do ABAQUS™ implícito, o usuário pode simular um evento de um ensaio mecânico lento sem modelar massa e/ou amortecimento da estrutura. Para isto, na definição do modelo, o usuário poderá aplicar uma carga ou um deslocamento controlado, no qual a taxa será controlada através do critério de convergência presente no ABAQUS™. Como não há parâmetros referentes à energia cinética e ao amortecimento, a diminuição da rigidez do modelo, que ocorre quando o dano é calculado, acabam por gerar problemas de convergência na análise. Esses problemas de convergência estão relacionados à diminuição repentina nas propriedades elásticas, e estão associados a descontinuidades nas relações tensão-deformação. Isto leva a uma redução severa no incremento de tempo ou a uma interrupção a qual é necessária para se atingir a convergência numérica. Vale ressaltar que no passo de análise quase estática do ABAQUS™, o usuário pode escolher um parâmetro de amortecimento artificial para reduzir o efeito das descontinuidades nas relações tensão-deformação, devido ao processo de danificação. Verifica-se que ao se utilizar este parâmetro, a taxa de convergência numérica melhora significativamente (BANDEIRA, 2005). Ademais, o usuário pode utilizar a estratégia de degradar as propriedades somente no passo posterior de iteração a fim de ter o avanço da análise. No entanto, esta estratégia torna-se aceitável quando o tamanho do passo de iteração é suficientemente pequeno para não comprometer a qualidade dos resultados numéricos. Caso o passo não seja adequado, os resultados numéricos serão, então, mascarados.

3.3.2. VUMAT/ANÁLISE EXPLÍCITA

A VUMAT é utilizada na análise numérica explícita no tempo. O tensor de tensões ${}^i\sigma$ para um dado ponto material é obtido com base no tensor de tensão do passo anterior ${}^{i-1}\sigma$, na matriz constitutiva correspondente (${}^{i-1}C$) e no incremento de deformação do passo corrente (${}^i\Delta\varepsilon$) fornecido pelo ABAQUS™; por esse motivo, observa-se que a matriz Jacobiana não precisa ser obtida. Assim, verifica-se que a previsão elástica do tensor de tensões será dada por ${}^i\sigma = {}^{i-1}\sigma + ({}^{i-1}C : \Delta\varepsilon)$ (Figura 3.14- passo 1).

Assim, o tensor constitutivo é atualizado com os dados obtidos para as variáveis de estado anteriormente calculadas. Observa-se que se o dano não ocorrer, as variáveis de estado

são atualizadas com os valores das propriedades elásticas, e considera-se o tensor constitutivo elástico.

Figura 3.14- Esquema de integração entre o ABAQUS™ e a VUMAT.

Uma vez calculado o tensor de tensões, utiliza-se o critério de falha (Figura 3.14 - passo 2). Se houver falha, as leis de degradação serão aplicadas nas propriedades elásticas e as variáveis de estado são atualizadas pelos valores degradados (Figura 3.14 - passo 3). Assim, o tensor constitutivo é atualizado com os dados obtidos para as variáveis de estado anteriormente calculadas. Verifica-se que se o dano não ocorrer, as variáveis de estado são atualizadas com os valores das propriedades elásticas e considera-se o tensor constitutivo elástico. Novamente, o usuário pode utilizar a estratégia de degradar as propriedades somente no passo posterior de iteração a fim de ter o avanço da análise, porém, tendo os meus cuidados supracitados.

Análise de Impacto

A análise explícita possibilita principalmente a solução de problemas de impacto. Diferentemente da UMAT, onde o ABAQUSTM utiliza o resíduo R e um valor de tolerância para testar a convergência a cada novo incremento, na VUMAT, a checagem quanto à convergência não é realizada. Ao invés disso, existem condições de estabilidade que garantem a continuidade da simulação numérica e dependem do incremento de tempo utilizado. Este incremento de tempo deve ser menor do que o tempo para uma onda se propagar ao longo do elemento finito (SUN & LEE, 2000). Sendo que o valor teórico calculado para o referido incremento de tempo é dado por:

$$\Delta t \leq L^{el} \sqrt{\frac{\rho}{\lambda + 2\mu}} \quad (3.22)$$

Onde L^{el} é o comprimento característico associado a cada elemento, ρ é a densidade, λ e μ são propriedades do material (Constantes de Lamé). Assim, pequenos incrementos de tempo permitem resolver os problemas de impacto, sem a obtenção da matriz de rigidez tangente. Vale ressaltar que, se o modelo em elementos finitos contiver elementos com rigidez muito reduzida (devido ao processo de danificação), a eficiência da integração explícita diminuirá, uma vez que o incremento de tempo de toda a malha será definido por esses elementos. Nesse caso, algumas técnicas especiais são necessárias para a realização de simulações explícitas. Uma delas é a chamada “mass scaling”, onde a densidade dos elementos é aumentada artificialmente por um fator f^2 de maneira a balancear a relação entre densidade e rigidez do material, porém este procedimento implica no aumento do incremento

de estabilidade de tempo em um fator f . Uma vez que a opção de “mass scaling” é utilizada, o usuário deve ter o cuidado para não causar distúrbios na natureza dinâmica do problema. O manual de usuário do ABAQUSTM (2010) sugere que o fator f de “mass scaling” é considerado apropriado se o valor da energia artificial do modelo não ultrapassar 0.5% da energia interna para um dado tempo. Utilizando essa recomendação, verifica-se que o uso da técnica de integração explícita melhora o custo computacional de análise.

4. AVALIAÇÃO DO MODELO DE MATERIAL

São apresentados basicamente 2 estudos de caso (tração e impacto) para avaliar as potencialidades e limitações do modelo de material proposto. Dessa forma, tem-se um detalhamento dos ensaios realizados, dos resultados obtidos, assim como dos modelos computacionais empregados e solucionados via MEF.

4.1. ESTUDO DE CASO 1: ENSAIOS DE TRAÇÃO

Como comentado anteriormente, deve-se ressaltar que o material utilizado no presente trabalho (*prepreg* M10 da Hexcel®) foi processado por Tita (2003) durante o seu doutoramento. Dessa forma, havia uma quantidade limitada de placas quadradas (com 120 mm de lado) donde os corpos-de-prova puderam ser extraídos. Em sendo assim, o primeiro passo para a realização dos ensaios de tração foi definir a geometria dos CDPs (corpos de prova) utilizados. Dessa forma, vários ensaios preliminares foram realizados com a finalidade de encontrar a geometria que facilitaria a visualização dos fenômenos de falha envolvidos, evitando um comportamento de falha indesejado não condizente com a orientação do laminado em estudo. Para isto, gabaritos de corte foram desenvolvidos a fim de se obter uma geometria um pouco mais complexa como mostrado na (Figura 4.1-a).

Figura 4.1- Geometrias dos CDPs (em milímetros): (a) $[45^\circ/-45^\circ/45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$, (b) $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]_s$

Vale ressaltar que o objetivo dos ensaios de tração realizados foi o de avaliar o modelo proposto, e não de caracterizar o material. Portanto, houve uma maior liberdade na escolha da geometria dos CDPs envolvidos. Assim, observa-se que os ensaios de tração aqui realizados tanto monotônicos quanto cíclicos, para avaliar o modelo de material, não seguiram normas ASTM, apesar de suas propriedades mecânicas sob tração terem sido caracterizadas através das normas ASTM D3039 e D3039M-95a por Tita (2003). Ademais, os ensaios de tração realizados por Tita (2003) também foram utilizados para avaliar as potencialidades e limitações do modelo de material proposto.

4.1.1. ENSAIOS DE TRAÇÃO

Os ensaios de tração foram realizados no laboratório do GEA (Grupo de Estruturas Aeronáuticas) da Escola de Engenharia de São Carlos (USP), utilizando o aparato experimental mostrado na Figura 4.2, que consistiu basicamente em:

- 1) Amostra preparada para ensaio de tração;
- 2) Sistema de aquisição de fotos para a realização de correlação de imagens (DIC – “Digital Image Correlation”);
- 3) Sistema de aquisição de dados HBM® conectado a “strain-gages” colados ao CDP;
- 4) Máquina de ensaio universal modelo INSTRON® 5900.

Figura 4.2- Aparato experimental dos ensaios de tração para avaliação do modelo de material proposto.

Antes do CDP ser montado no aparato de ensaios, o mesmo foi preparado previamente para que as deformações fossem medidas via “*strain gage*” e através do método de correlação de imagens (DIC). Para isto, colou-se um “*strain gage*” (do tipo roseta) em uma das faces do CDP, e na outra, fez-se uma pintura com “*spray*” para o emprego do DIC (Figuras 4.3-a e 4.3-b).

Figura 4.3- Amostras para ensaio de tração: (a) com strain gage , (b) com pintura para correlação de imagens.

A pintura para o DIC consistiu na aspersão de tinta preta em um fundo branco, criando-se uma dispersão de pontos de forma aleatória. A partir de fotos subsequentes dessa grade de pontos, tem-se o processamento das imagens realizado pelo programa Correli^{Q4}. Dessa forma, obtém-se o campo de deslocamentos e seu gradiente, ou seja, pode-se obter também o campo de deformações para uma área representativa do CDP (Figura 4.4).

Figura 4.4- Processamento da imagem no programa Correli Q4. (a) Escolha da região de análise (b) Campo de deformações calculado.

O sistema de aquisição de fotos está representado na Figura 4.2 e consiste de uma câmera digital modelo CANON EOS 350 com taxa de aquisição de 0,17 imagens/s ligada a um computador. Ademais, para que a qualidade das fotos seja adequada, empregaram-se lâmpadas de LED, que evitam também que os CDPs aqueçam durante a aquisição das imagens.

Já o sistema de aquisição HBM® conectado aos “*strain-gages*”, apresentado na Figura 4.5, possui duas entradas do tipo serial, sendo que cada uma delas suporta até quatro canais de aquisição. Desse modo, o HBM® pode realizar oito medições por vez.

Figura 4.5- Sistema de aquisição HBM.

Os terminais dos cabos do HBM foram soldados aos “*strain gages*” e enumerados de acordo com suas respectivas direções, ou seja: os cabos 1, 2 e 3 representam as direções 0°, 45° e 90°, respectivamente. Em seguida, o CDP pintado e com os “*strain-gages*” já conectados ao HBM foi montado na máquina de ensaios como mostra a Figura 4.2. Assim, tanto a máquina de ensaios quanto os sistemas de aquisição foram calibrados para dar início ao ensaio. Vale ressaltar que a máquina de ensaios possibilita obter valores de força x deslocamento, sendo que para os ensaios monotônicos empregou-se a velocidade de 0,5 mm/min, e para os ensaios cíclicos, a velocidade de 0,25 mm/min.

Após a realização dos primeiros ensaios, necessitou-se verificar a compatibilidade entre as técnicas de medição adotadas, ou seja, via DIC e via “*strain-gages*”. Assim, foi traçado o gráfico da Figura 4.6, que mostra a evolução das deformações em um ensaio monotônico para o CDP 3, cujo laminado possui empilhamento [45/-45/45/0/90]_s. Observa-se que existe uma similaridade nos resultados obtidos, mostrando que de fato uma técnica pode substituir a outra sem ocasionar perdas de dados relevantes.

Figura 4.6- Deformações em um ensaio monotônico medidas através de “strain gage” e de correlação de imagens (DIC).

Na Tabela 4.1 está representada a matriz de ensaios, assim como as técnicas de medição de deformações, que foram utilizadas nos ensaios de tração.

Tabela 4.1- Matriz de ensaios e técnicas de aquisição de dados utilizadas nos ensaios de tração.

Empilhamento	Tipos de Ensaios Realizados		Técnica de aquisição de dados utilizada	
	Montônico	Cíclico	Strain Gauge (HBM)	Correli Q4
$[+45/-45/+45/0/90]_s$	4 CDPs	2 CDPs		
$[0/90/0/90/0]_s$	2 CDPs	2 CDPs		

4.1.2. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Ensaio Quase Estático Monotônico

A partir do “cross-head” (travessão) da máquina foi possível traçar os gráficos de tensão x deformação para os CDPs de laminados com empilhamentos $[45^\circ/-45^\circ/45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$ e $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]_s$ (Figuras 4.7 e 4.8).

Figura 4.7- Gráfico de tensão x deformação dos ensaios monotônicos dos CDPs $[45^\circ/-45^\circ/45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$

Na Figura 4.7, observa-se que dois CDPs apresentam uma primeira falha em torno de 450 MPa, mas diferem na progressão da falha nas camadas subsequentes. Observa-se que no CDP 4, que a perda de rigidez causada pela falha na primeira camada foi mais pronunciada, sendo diferente do CDP 1, onde se verifica um patamar antes da ruptura completa da amostra. Deve-se destacar que tal patamar pode estar associado a um escorregamento da garra em relação ao CDP, sendo que isto será discutido com mais profundidade ainda neste capítulo.

Figura 4.8- Gráfico de tensão x deformação dos ensaios monotônicos dos CDPs $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]_s$

No gráfico da Figura 4.8, observa-se que o CDP 2 apresentou o início da falha em torno de 750 MPa. Além disso, verifica-se que houve uma fixação melhor da garra junto ao CDP, após o escorregamento, no início do ensaio. Isto é evidenciado por uma mudança brusca de concavidade da curva em torno de 250 MPa. Já no CDP 1, verifica-se que houve escorregamento da garra tanto no início quanto em torno de 250 MPa, o que impossibilitou a observação dos fenômenos de falha no laminado.

Durante os ensaios realizados, devido à impossibilidade de colagem de “*end-tabs*” nos CDPs, constatou-se o escorregamento da garra em relação ao CDP. Tal fenômeno pode ser verificado no início dos resultados nos gráficos dos ensaios de tração, sendo confirmado através das ranhuras aparentes na superfície dos CDPs (Figura 4.9).

Figura 4.9- Efeito do escorregamento observado nos CDPs

Além dos resultados do “*cross-head*” da máquina, têm-se dados obtidos a partir do “*strain gage*” e da técnica de correlação de imagens. Diferentemente do escorregamento observado nos gráficos da Figura 4.7, este não é evidenciado na Figura 4.10, o que é um resultado esperado, visto que a medida de deformação é localizada, pois é restrita a uma pequena área, e possui menos interferência da ação do deslizamento.

Figura 4.10- Gráfico da tensão x deformação obtidos a partir do “strain gage” e da correlação de imagens para o CDP 3 - $[45^\circ/-45^\circ/45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$

Vale ressaltar que apesar dessa interferência, a medida do valor da tensão de ruptura foi a mesma encontrada para o “*cross-head*” da máquina para o CDP 3 (em torno de 650 MPa). Na Figura 4.10, verifica-se que a técnica de correlação de imagens conseguiu estimar, razoavelmente, a curva tensão x deformação para o CDP 3 - $[45^\circ/-45^\circ/45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$ (ruptura em torno de 0,019 de deformação). Além disso, o modo de falha está de acordo com a literatura (Figura 4.11), ou seja, verificam-se trincas paralelas às fibras mais externas orientadas a 45° . Outro mecanismo de dano observado foram delaminações no laminado, que podem ter sido causadas pelas tensões interlaminares atuantes na interface das camadas mais internas à $0^\circ/90^\circ$. Este resultado pode ser verificado na literatura para este tipo de laminado e carregamento empregado. Todavia, como já foi mencionado, o modelo proposto não irá simular este tipo de mecanismo de falha.

Figura 4.11- Ensaio de tração - $[45^\circ/-45^\circ/45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$: (a) CDP intacto b) Modo de falha.

Para os CDPs de laminado “*cross-ply*” $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]_s$, as medidas da deformação com “*strain gage*” e via correlação de imagens também foram realizadas (Figura 4.12). Porém, foi possível somente observar o valor de tensão para a primeira falha (750 MPa), já que os resultados divergiram a partir deste ponto. Provavelmente, devido à falha ter ocorrido inicialmente nas camadas mais externas do laminado, gerou-se descontinuidade no material. Isto prejudicou o pós-processamento das fotos pelo programa Correli^{Q4}, bem como as medidas via “*strain gage*”, que foi danificado com a falha do CDP.

Figura 4.12- Gráfico da tensão x deformação obtidos a partir do “*strain gage*” e da correlação de imagens para o CDP 2 - $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]_s$

Figura 4.13- Ensaio de tração $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]_s$. (a) CDP intacto; (b) Modo de falha das camadas a 0°

Verificou-se no laminado “*cross-ply*”, Figura 4.13, que a camada mais externa (com fibras à 0°) falhou na direção da fibra (linhas vermelhas), representando um modo de falha esperado, após a ocorrência de falhas nas camadas a 90° . No entanto, as falhas nas camadas a 90° não são muito visíveis, pois trata-se de danos localizados na matriz polimérica. Outro mecanismo de dano observado foram delaminações no laminado, que podem ter sido causadas pelas tensões interlaminares atuantes na interface das camadas mais internas à $0^\circ/90^\circ$. Este resultado pode ser verificado na literatura para este tipo de laminado e carregamento empregado. Todavia, como já foi mencionado, o modelo proposto não irá simular este tipo de mecanismo de falha.

Ensaio Quase Estáticos Cíclicos

Os ensaios cíclicos foram executados com o intuito de verificar o processo de danificação nos CDPs. Assim, cinco ciclos foram realizados a uma velocidade de 0,25mm/min.

No ensaio do CDP 5 - $[45^\circ/-45^\circ/45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$, observou-se de maneira mais precisa, que a primeira falha no laminado quase isotrópico ocorre com o valor de tensão igual a 470 MPa. A partir desse valor, tem-se o processo de danificação e, conseqüentemente, há perda gradativa das propriedades elásticas do material até ocorrer o colapso completo do CDP. No gráfico da Figura 4.14, é possível observar a evolução do processo de danificação.

Figura 4.14- Ensaio cíclico para o CDP 5 - $[45^\circ/-45^\circ/45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$

Por outro lado, a fim de verificar o escorregamento no ensaio cíclico, comparou-se os resultados do ensaio de tração monotônico com a envoltória de tensões (valores máximos de tensão em cada ciclo). Através da Figura 4.15, observa-se que apesar dos valores da envoltória serem superiores àqueles do ensaio monotônico, fica evidente que o efeito do escorregamento também está presente no caso cíclico, já que há uma tendência de crescimento dos valores da envoltória semelhante aquele encontrado para o CDP 4. Além disso, é importante verificar que de fato o CDP 5 se encontra danificado para o valor de 470MPa, pois o valor máximo da envoltória do último ciclo está compreendido no intervalo de 450 a 510 MPa, onde observa-se a perda abrupta de rigidez do laminado para o ensaio monotônico.

Figura 4.15- Comparação dos valores da envoltória cíclica com o ensaio monotônico do CDP 4.

No ensaio do CDP 7 - $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]_s$ (Figura 4.16), não foi possível observar mecanismos de falha e danificação até os valores de tensão aplicados. Devido à ação do escorregamento, este ensaio se tornou difícil de ser executado, e seriam necessários CDPs com uma geometria diferente para se observar o processo de danificação no laminado “*cross ply*”. No entanto, em função de limitações geométricas devido às placas previamente fabricadas, isto não foi possível executar.

Figura 4.16- Ensaio cíclico para o CDP 7 - $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]_s$

Comparando-se os resultados do ensaio de tração monotônico com a envoltória de tensões cíclicas para o laminado “*cross-ply*”, observa-se a mesma característica de mudança de curvatura relacionada ao escorregamento no CDP 2 para uma tensão de 200 MPa. Isto pode ser observado na tendência de crescimento dos pontos da envoltória, sendo evidenciado pela Figura 4.17.

Figura 4.17- Comparação dos valores da envoltória cíclica com o ensaio monotônico do CDP 2.

4.1.3. SIMULAÇÃO DOS ENSAIOS DE TRAÇÃO: RESULTADOS NUMÉRICOS X EXPERIMENTAIS

Para o primeiro estudo de caso, laminados sob tração, tem-se que todos os modelos de elementos finitos foram desenvolvidos no ABAQUSTM. Ademais, é importante destacar que a estratégia numérica, via User Material Subroutine (UMAT), necessária para solucionar tais modelos está descrita no Capítulo 3.

Como os ensaios realizados no presente trabalho apresentaram escorregamentos, optou-se inicialmente por avaliar o modelo de material proposto, empregando resultados de ensaios de tração para laminados com empilhamento a $[0^\circ]_5$ e a $[\pm 45^\circ]_{4s}$. Tais ensaios foram realizados por Tita (2003), e estão descritos detalhadamente em sua tese de doutorado e não apresentaram problema de escorregamento. Em sendo assim, após a avaliação do modelo de material para tais ensaios, buscou-se avaliá-lo para os ensaios de tração em laminados com empilhamento $[45^\circ/-45^\circ/45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$, simulando não somente a falha, mas também o

fenômeno de escorregamento da garra junto ao CDP. Por fim, vale ressaltar que os laminados com empilhamento $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]_s$ não foram simulados, pois os ensaios experimentais demonstraram um maior nível de complexidade no processo de falha combinada com escorregamento, haja vista que os resultados dos ensaios cíclicos e monotônicos não convergiram.

Simulação do Ensaio de Tração do Laminado $[0^\circ]_5$

A geometria do modelo MEF do ensaio de tração a 0° seguiu as dimensões do corpo de prova ensaiado por Tita (2003). De acordo com as recomendações normativas ASTM D3039/D3039M-95a, o CDP possui largura de 15 mm, comprimento igual a 250 mm e espessura igual a 0,9 mm (Figura 4.18).

Figura 4.18- CDP utilizado para ensaio de tração em laminado com empilhamento $[0^\circ]_5$ (Tita, 2003).

Para representar o CDP no modelo MEF, considerou-se elementos do tipo casca S8R que consiste de um quadrilátero com 8 nós, 6 graus de liberdade por nós e algoritmo de integração reduzida (ABAQUSTM, 2010). As condições de contorno utilizadas para simular o comportamento da garra fixa e móvel foram respectivamente $u_x=u_y=u_z=0$ com $u_{rx}=u_{ry}=u_{rz}=0$ (engastamento) e $u_x=\bar{u}$ (deslocamento prescrito), como mostra a Figura 4.19.

Para as simulações quase estáticas, por conta da diferença entre as dimensões dos modelos MEF, criados para representar os vários CDPs, tem-se que foram utilizadas diferentes malhas, porém sempre mantendo a mesma densidade (grau de refinamento). Além disso, buscou-se gerar elementos bem regulares, ou seja, quadrados e não, retângulos (Figura 4.19).

Figura 4.19- Modelo MEF do ensaio de tração em laminado com empilhamento $[0^\circ]_5$

Os parâmetros associados à UMAT, implementada e compilada junto ao ABAQUSTM, estão evidenciados na Tabela 3.2, com destaque para os valores de $E_{11}=127$ GPa e $X_T=1940$ MPa. De acordo com a hipótese de ruptura frágil inicialmente proposta, adotou-se o parâmetro de danificação $d_1=0,99$ para o caso de $\sigma_{11} > X_T$.

Figura 4.20- Tração em laminado com empilhamento $[0^\circ]_5$: resultado experimental x modelo MEF (com UMAT).

Analisando a Figura 4.20, observa-se que a hipótese de ruptura frágil para o laminado estudado se apresentou conservadora, já que a ruptura do laminado na simulação ocorreu para valores de força inferiores aos obtidos experimentalmente. Além disso, se verifica experimentalmente que existe uma pequena perda de rigidez antes do colapso do laminado.

Para simular essa característica de degradação da fibra, seriam necessários ensaios cíclicos no laminado a $[0^\circ]_5$, visando assim avaliar a evolução da variável interna de dano d_I , que está relacionada ao processo de danificação na direção das fibras (Tabela 3.1).

Vale ressaltar que para as análises quase estáticas, utilizaram-se incrementos de deslocamento com tamanho máximo de 0,005, por conta da estratégia de degradar as propriedades elásticas em um passo imediatamente após a detecção da falha (Figura 3.13), evitando-se assim possíveis erros de convergência e problemas durante a simulação. Dessa forma, pode-se concluir que o incremento utilizado é pequeno o suficiente para não interferir na previsão computacional.

Simulação do Ensaio de Tração do Laminado $[\pm 45^\circ]_{4S}$

A geometria do modelo MEF do ensaio de tração a $\pm 45^\circ$ seguiu as dimensões do corpo de prova ensaiado por Tita (2003). De acordo com as recomendações normativas ASTM D3518/D3518M-94, o CDP (Figura 4.21) possui as seguintes dimensões: largura de 25 mm, 250 mm de comprimento e espessura igual a 2,7 mm.

Figura 4.21- CDP utilizado para ensaio de tração em laminado com empilhamento $[\pm 45^\circ]_{4S}$ (Tita, 2003).

Para simular o ensaio de tração do laminado $[\pm 45^\circ]_{4S}$, criou-se o modelo MEF onde o CDP foi também representado por elementos do tipo casca S8R. As condições de contorno utilizadas para simular o comportamento da garra fixa e móvel foram respectivamente: $u_x=u_y=u_z=0$ com $u_{rx}=u_{ry}=u_{rz}=0$ (engastamento), e $u_x=\bar{u}$ (deslocamento prescrito), Figura 4.22.

Figura 4.22- Modelo MEF do ensaio de tração em laminado com empilhamento $[+45^\circ/-45^\circ]_{4s}$.

Na simulação do laminado $[+45^\circ/-45^\circ]_{4s}$, os parâmetros elásticos e de resistência associados à UMAT foram aqueles da Tabela 3.2. Além desses parâmetros, utilizou-se a superfície de falha para a matriz (Equação 3.5), representada pela linha cheia na Figura 3.3, e as leis de danificação para d_2 e d_6 Equações 3.18 e 3.19 respectivamente. Na Figura 4.23, verifica-se que o modelo computacional identificou a primeira falha na matriz para uma força de 6 kN, representando uma boa aproximação ao resultado experimental. A partir desse valor, observa-se um trecho não linear, característica das distorções provenientes da ação das tensões de cisalhamento. Verifica-se que essas tensões contribuem para um aumento na variável interna de dano d_6 gerando a degradação nas propriedades elásticas do módulo de cisalhamento G_{12} . Vale ressaltar, que após 0,6 mm o modelo de material não conseguiu prever com precisão o comportamento encontrado no experimento. Haja vista que no modelo MEF, apresentam-se falhas em 0,3, 0,6 mm e 0,8 mm (ocorrendo “oscilações” no carregamento), o que não ocorre no resultado experimental. Além da análise da comparação dos resultados experimentais e numéricos do gráfico da Figura 4.23, foi possível observar de maneira qualitativa o processo de danificação na matriz causado pela ação das tensões cisalhantes e tensões transversais normais nos pontos de falha. Com base na Figura 4.24, tem-se a evolução das variáveis de dano d_6 e d_2 na camada mais externa para os valores de deslocamento iguais a 0,3, 0,6 e 0,8 mm. Com isso, é possível concluir que a ação proveniente da tensão cisalhante e transversal tiveram a mesma influência para 0,3 e 0,6 mm, porém verificou-se que τ_{12} foi

mais relevante no processo de danificação quando o laminado atingiu 0,8 mm de deslocamento.

Figura 4.23- Tração em laminado com empilhamento [+45°/-45°]_{4s}: resultado experimental x modelo MEF (com UMAT)

Figura 4.24- Variáveis internas de dano d_2 e d_6 : evolução da danificação na matriz do laminado [+45°/-45°]_{4s} na camada mais externa.

Simulação do Ensaio de Tração do Laminado $[45^\circ/-45^\circ/45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$

As geometrias dos modelos seguiram basicamente as dimensões dos corpos de prova ensaiados (como mostra a Figura 4.1-a). Para simular o ensaio de tração, desenvolveu-se um modelo em MEF constituído por elementos do tipo: casca e sólido (Figura 4.25). O primeiro designado S4R foi utilizado para representar os CDPs e consiste de um quadrilátero com 4 nós, 6 graus de liberdade por nó com algoritmo de integração reduzida. O segundo trata-se do C3D8, e consiste de um elemento hexaédrico com 8 nós e 3 graus de liberdade de deslocamento por nó. Tais elementos foram utilizados para representar a garra móvel, uma vez que houve escorregamento durante os ensaios.

As condições de contorno, vinculações e forças, foram impostas no modelo de modo a simular as reais condições em que o CDP estava submetido no momento do ensaio (Figura 4.25). Para simular o comportamento da garra fixa, utilizou-se a condição de engastamento $u_x=u_y=u_z=0$ e $u_{rx}=u_{ry}=u_{rz}=0$. Por outro lado, para a garra móvel, aplicou-se um deslocamento prescrito na face mais a direita na direção-x, e na face superior restringiram-se os deslocamentos nas direções y e z, deixando-se livre o movimento na direção-x. Vale ressaltar que a pressão da garra móvel no CDP e a força de atrito entre eles foram levadas em consideração no modelo, com o intuito de simular o escorregamento observado. A pressão foi diretamente aplicada nas faces externas da garra, ao passo que a força de atrito foi simulada empregando um modelo de contato entre as faces internas da garra e o CDP.

Figura 4.25- Modelo MEF do ensaio de tração para o laminado $[45^\circ/-45^\circ/45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$.

Uma vez que houve escorregamento entre a garra móvel e o CDP durante os ensaios, tem-se que tal fenômeno foi considerado no modelo MEF. Dessa forma, alguns modelos de contato presentes no ABAQUSTM foram estudados e várias análises preliminares foram realizadas a fim de se calibrar os parâmetros desses modelos.

Os modelos de contato presente no ABAQUSTM consideram a interação de contato normal e tangencial das superfícies envolvidas. A interação normal consiste, basicamente, na pressão aplicada e transmitida entre as superfícies em contato. O programa verifica a priori a nulidade entre as distancias das superfícies, e aplica a lei de variação da pressão escolhida pelo usuário, Figura 4.26. Observa-se que as superfícies se separam caso a pressão de contato se torne nula ou negativa. Este procedimento de análise para simulação da interação de contato normal é conhecido como "*hard contact*", sendo uma opção padrão do ABAQUSTM quando o par de superfícies em contato é definido. Ademais, o modelo "*hard contact*" foi o utilizado neste trabalho.

Figura 4.26- Relação entre a pressão de contato e a distancia de contato entre as superfícies (ABAQUSTM, 2010).

A interação tangencial consiste no deslocamento relativo (deslizamento) entre as superfícies e as possíveis tensões cisalhantes causadas por atrito. Assim, definir como as forças de atrito irão atuar é relevante. Para isto, utilizam-se teorias de atrito, que descrevem a interação entre superfícies em contato. Na literatura, destaca-se a Teoria de Atrito de Coulomb, que é caracterizada pelo coeficiente de atrito μ e pela Equação 4.1.

$$\tau_{crit} = \mu \cdot P \quad (4.1)$$

onde:

τ_{crit} : Tensão de cisalhamento crítica para o início do deslizamento.

μ : Coeficiente de atrito.

P: Pressão de contato entre as superfícies.

Observa-se que não haverá deslizamento, caso a tensão de cisalhamento atuante ao longo da interface não ultrapasse o valor de τ_{crit} .

A Teoria de Coulomb se encontra implementada no ABAQUSTM, sendo que os parâmetros do modelo de atrito, Equação 4.1, foram estimados, comparando os resultados numéricos com os experimentais. A calibração dos valores de tais parâmetros, assim como as simulações correspondentes são evidenciadas nas Tabelas de 4.2 a 4.5. Vale lembrar que no modelo computacional, a pressão na garra foi mantida constante e um deslocamento prescrito foi aplicado, simulando o movimento da garra. Assim, o movimento do CDP se dá através da força de atrito que há entre o mesmo e a garra móvel. Além disso, o modelo de material para

simular o comportamento do CDP foi assumido linear elástico a fim de investigar, num primeiro momento, somente o fenômeno de escorregamento do CDP.

Na primeira simulação, Tabela 4.2, considerou-se 2 passos. No primeiro passo a pressão referente à garra móvel foi aplicada no CDP, impondo deslocamento nulo ao mesmo. Em seguida, a pressão na garra foi mantida constante e um deslocamento prescrito foi aplicado ($u=3,5$ mm), simulando o movimento da garra. Assim, o CDP se movia conjuntamente com a garra através da força de atrito entre eles.

Tabela 4.2- Valores dos parâmetros para modelo de atrito da Simulação 1.

Simulação 1		
Coef. de atrito $\mu = 0,15$	Step 1	Step 2
Pressão	60 Mpa	60 Mpa
Deslocamento	0	3,5 mm

A partir da segunda simulação, Tabela 4.3, observou-se que a variação da pressão de $P_1=30$ MPa para $P_2=60$ MPa modificava a característica da curva de força x deslocamento (Figura 4.27). Em seguida foi realizada a simulação 3, Tabela 4.4, com os valores da pressão variando de $P_1=6$ MPa para $P_2=60$ MPa.

Tabela 4.3- Valores dos parâmetros para modelo de atrito da Simulação 2.

Simulação 2		
Coef. de atrito $\mu = 0,15$	Step 1	Step 2
Pressão	30 Mpa	60 Mpa
Deslocamento	0	3,5 mm

Tabela 4.4- Valores dos parâmetros para modelo de atrito da Simulação 3.

Simulação 3		
Coef. de atrito $\mu = 0,15$	Step 1	Step 2
Pressão	6 Mpa	60 Mpa
Deslocamento	0	3,5 mm

Apesar da curva traçada a partir deste resultado possuir o comportamento elástico semelhante àquela obtida experimentalmente para o CDP 4, a característica observada no início do escorregamento para valores de deslocamento até 0,5 mm só foi possível ser verificada utilizando a estratégia de simulação 4 (Tabela 4.5). Para isto, variou-se a pressão em 3 passos: $P_1=2$ MPa, $P_2=4$ MPa e $P_3=62,5$ MPa. Verifica-se que semelhante às simulações 1, 2 e 3 onde aplicou-se um deslocamento variável, na simulação 4, essa variação foi feita,

porém, assumiram-se os valores de: $u_1=0$, $u_2=0,05$ mm e $u_3=3,5$ mm. Vale ressaltar que o parâmetro de atrito μ foi mantido constante em todas as simulações e igual a 0,15.

Tabela 4.5- Valores dos parâmetros para modelo de atrito da Simulação 4.

Simulação 4			
Coef. de atrito $\mu = 0,15$	Step 1	Step 2	Step 3
Pressão	2 MPa	4 MPa	62,5 MPa
Deslocamento	0	0,05 mm	3,5 mm

Na Figura 4.27, encontram-se os resultados dos modelos MEF gerados, considerando-se o escorregamento observado, em função das estratégias de simulações adotadas. Vale ressaltar que as curvas traçadas não consideram o processo de danificação, ou seja, somente o comportamento elástico do material foi considerado nas simulações (Figura 4.28).

Figura 4.27- Resultados dos modelos MEF em função das estratégias adotadas para simular o escorregamento.

Figura 4.28- Modelo computacional: resposta linear elástica com contato (estratégia: Simulação 4).

Após calibrar o modelo de contato, foram efetuadas simulações computacionais considerando o modelo de material proposto, empregando os mesmos parâmetros utilizados nas simulações para os laminados a 0° e a $+45^\circ/-45^\circ$. Assim, foi possível simular o comportamento do laminado $[+45^\circ/-45^\circ/+45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$ sob tração, comparando os resultados numéricos com aqueles obtidos experimentalmente (Figura 4.29).

Figura 4.29- Comparação dos resultados: experimental x modelo MEF (com contato e UMAT) para o laminado com empilhamento $[45^\circ/-45^\circ/45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$ sob tração.

Figura 4.30- Variáveis internas de dano d_2 e d_6 : evolução da danificação na matriz do laminado.

Com base na Figura 4.29, observou-se que a força de ruptura para a simulação foi de 15KN; valor coerente com aqueles encontrados experimentalmente para a envoltória dos ensaios cíclicos (15 KN) e, também, para o ensaio monotônico (14 KN). Vale ressaltar que após 3,0 mm de deslocamento aplicado, a força reduz-se ao valor de 2 KN no resultado experimental, ao passo que no computacional, a mesma é reduzida para 7 KN. Além disso, verifica-se através do modelo computacional que não há modo de falha de ruptura de fibra, $d_1=0$, já que de acordo com o gráfico há uma tendência da rigidez simulada após os 3,0 mm, ser superior a rigidez experimental, o que pode ser visto ao comparar o final da linha azul tracejada com a vermelha contínua. Corroborando o resultado apresentado na Figura 4.29, a Figura 4.30 apresenta de maneira qualitativa a evolução da danificação na matriz nas camadas mais externas do laminado para um valor de deslocamento igual a 3,0 mm. Observa-se que as variáveis de dano d_2 e d_6 foram acionadas e através do gradiente de cores, onde o vermelho representa os valores máximos das variáveis de dano ($d_2=1$ e $d_6=1$), verifica-se que a ação da tensão de cisalhamento relacionado à d_6 foi mais determinante na danificação da matriz do que a tensão transversal associada ao parâmetro d_2 . Outro fato importante observado no modelo em elementos finitos foi o modo de falha característico da camada mais externa, ou seja, alinhado com as fibras orientadas a 45° (Figura 4.31-a). Isto também é verificado na Figura 4.31-b obtida a partir do ensaio experimental.

Figura 4.31- Modo de falha característico na camada mais externa no laminado $[45^\circ/-45^\circ/45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$,
a) Modelo MEF b) Ensaio experimental.

4.2. ESTUDO DE CASO 2: ENSAIOS DE IMPACTO

Neste capítulo, serão brevemente discutidos os ensaios de impacto realizados por Tita (2003). Assim, os resultados obtidos no referido trabalho serão confrontados com aqueles oriundos das simulações via MEF da presente dissertação, com o intuito de avaliar o modelo de material sob a ação de carregamento de impacto.

4.2.1. ENSAIOS EXPERIMENTAIS DE IMPACTO

Os testes de impacto “drop tests” foram realizados por Tita (2003) com a finalidade de avaliar o comportamento do carbono/epóxi M10 submetido ao referido carregamento dinâmico. O princípio do teste de impacto consiste em deixar cair uma massa de certa altura fazendo-a colidir com a amostra. Assim, a força e o deslocamento são medidos quando o impactador e a amostra entram em contato. A força de compressão é medida pela célula de carga localizada no impactador, já o deslocamento é obtido através de um sistema constituído por um LED (“*Light Emitting Diode*”) vinculado à massa em movimento e por um sensor óptico na base, que suporta a amostra a ser impactada. Como a emissão de luz por parte do LED é estável (intensidade constante), considera-se que a intensidade de luz medida pelo sensor óptico seja proporcional a $1/d^2$, onde d representa a distância entre o LED e o sensor. Na Figura 4.32, está o aparato experimental de impacto, evidenciando em detalhes a Torre de Impacto e seus componentes: colunas/guias que controlam a queda da massa (do carrinho de

impacto) durante o teste; base onde a amostra é fixada, bem como outros detalhes (suporte para travamento, LED e impactador, sensor óptico e os mecanismos de travamento da amostra).

Figura 4.32- Aparato do ensaio de impacto (KU Leuven – Bélgica).

É importante salientar que os ensaios realizados seguiram algumas especificações da norma ASTM D5628-96 para o Método FD (*Falling Dart*), que está descrito na referida norma. De acordo com essa norma, o teste de impacto é classificado em função da geometria do impactador, bem como em função da geometria da amostra. Para o Método FD, o impactador possui formato hemisférico (Figura 4.33-a), sendo de alumínio com massa de 51,3 g, que adicionada à massa do carrinho e da célula de carga, produz um total de 1,205 Kg. Além disso, observa-se que a maneira como é fixada a amostra na base, a mesma influencia na resposta do impacto. A Figura 4.33-b apresenta como a amostra foi travada por dois discos de aço, que são fixados por quatro parafusos sob um torque controlado de 27 N.m.

Figura 4.33- a) Geometria do impactador; b) Engastamento das amostras (Tita, 2003).

No “*drop test*”, a massa de impacto pode ser aumentada adicionando alguns pesos padronizados ao carrinho (Figura 4.32). Em sua tese, Tita (2003) estudou a influência da energia de impacto e dos mecanismos de falha correspondentes, variando a massa e a altura de queda do conjunto formado pelo carrinho-impactador. De acordo com a literatura, sabe-se que a mudança do nível de energia de impacto pode levar a uma mudança dos mecanismos de falha de estruturas laminadas. Assim, para níveis de energia menor, espera-se a predominância de fissuras na matriz. Para níveis de energia maiores espera-se a ocorrência de delaminações ou fratura de fibras (ABRATE, 1998; TITA *et al.*, 2008).

As placas laminadas utilizadas por Tita (2003) estão evidenciadas na Figura 4.34. São placas quadradas de 120 mm de lado e 1,8 mm de espessura, com as orientações: $[0^\circ]_{10}$, $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]_s$ e $[+45^\circ/-45^\circ/+45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$. Ademais, observa-se a região circundada pelos discos de travamento.

Figura 4.34- Placas quadradas com 120 mm de lado para o ensaio de impacto, Tita (2003).

4.2.2. SIMULAÇÃO DOS ENSAIOS DE IMPACTO: RESULTADOS NUMÉRICOS X EXPERIMENTAIS

O modelo MEF utilizado para simular o comportamento do laminado carbono/epóxi M10 sob impacto visa verificar as potencialidades e limitações do modelo de material proposto. O presente modelo MEF (Figura 4.35) consiste em elementos do tipo casca com integração completa (S4) representando a placa, elementos hexaédricos lineares de oito nós com integração completa (C3D8) e reduzida (C3D8R) para os discos de aço (mecanismo de travamento) e parafusos respectivamente. Ademais, para simular o impactador, elementos rígidos do tipo quadrilátero bilinear com 4 nós (R3D4) foram empregados. Verifica-se que o valor total da massa de impacto é igual a 1,205 kg (impactador somado ao peso extra) e a velocidade final do impactador é de 3,13 m/s. Tais valores foram previamente calculados e aplicados no modelo através de um ponto de referência criado no impactador.

As condições de contorno utilizadas no modelo MEF foram aplicadas a fim de se obter a melhor representação possível do ensaio experimental. Para isto, restringiram-se as translações do disco inferior ($u_x=u_y=u_z=0$), aplicando um deslocamento prescrito equivalente ao torque nos parafusos ($u_z=\bar{u}$) e limitando o movimento do impactador à direção-z com ($u_x=u_y=0$ e $u_z \neq 0$). Vale ressaltar que para simular o contato entre os discos de travamento e a placa, e entre esta e o impactador, utilizou-se o mesmo modelo de contato anteriormente apresentado no comportamento de tração com escorregamento (Item 4.1.3).

Tita (2003) estudou como a energia de impacto se relaciona com o modo de falha da estrutura impactada. Através dos gráficos de força x tempo pôde quantificar o instante e o valor da força para o início do dano, assim como avaliar a ação da máxima força de impacto sobre a amostra. A estratégia de traçar gráficos de força x tempo comparando o modelo de dano com os resultados experimentais foi aqui adotada, assim como a utilização de gráficos da evolução do dano nas camadas dos laminados orientados à $[+45^\circ/-45^\circ/+45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$ e $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]_s$.

Figura 4.35- Modelo em elementos finitos para simular o ensaio de impacto (RIBEIRO et al., 2013).

Para a análise do modelo MEF de impacto, Figura 4.35, foram previamente realizados testes de densidade e convergência de malha simples a fim de se encontrar a mais adequada para a realização das simulações. Assim, utilizaram-se três malhas: uma mais “grosseira” com 3600 elementos, uma intermediária com 6400 e outra mais refinada com 14400 elementos. Comparando-se os resultados obtidos experimentalmente para o laminado $[+45^\circ/-45^\circ/45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$ com aqueles via MEF para as três malhas, Figura 4.36, concluiu-se que de fato aquela que mais se aproximou do resultado experimental, como esperado, foi a malha mais refinada com 14400 elementos (curva azul). Porém, verificou-se que o grande tempo de simulação inviabilizou a utilização desta malha para as outras análises. Assim, escolheu-se como padrão para as análises de impacto a malha intermediária (curva vermelha) com 6400 elementos.

Figura 4.36- Teste de convergência de malha para análise de impacto.

A Figura 4.37 mostra o gráfico de força x deslocamento, para a sequência de empilhamento $[+45^{\circ}/-45^{\circ}/+45^{\circ}/0^{\circ}/90^{\circ}]_s$ sob a energia de impacto de 5,91 J. No resultado experimental, observa-se uma região com oscilações de alta frequência entre 0 e 1,2 ms. Para 1,8 ms, existem pequenas oscilações as quais mostram o processo de danificação. Os principais mecanismos de falha no laminado quase isotrópico são a ruptura da matriz e delaminações, que reduzem a rigidez global da estrutura. Observa-se que na análise via MEF utilizando o modelo de material proposto foi possível simular as oscilações iniciais de impacto, região compreendida entre 0 e 0,5 ms. Vale ressaltar que a simulação numérica sem o dano também foi capaz de prever essas oscilações iniciais. Os valores de força máxima fornecida pelo modelo de material proposto e para o modelo sem dano foram de 3313,39 N e 3470,37 N respectivamente, e ficaram próximas do valor experimental 3217,77 N. Verifica-se que a duração do evento de impacto foi de 4,0 ms para o experimental, 3,7 ms para o modelo de dano e 3,6 ms para aquele sem dano. Ademais, nota-se que tanto a resposta do modelo sem dano como a resposta do modelo com dano se afastam em determinados momentos da curva experimental. Essa diferença entre a curva obtida via modelo MEF e a curva do ensaio se deve parcialmente a ausência de um modelo de delaminação, que não simula a separação entre as camadas 0° , 90° , $+45^{\circ}$ e -45° , como evidencia os resultados de ultrassom C-Scan providos por Tita (2003), mostrado na Figura 4.38.

Figura 4.37- Comparação dos resultados de impacto: experimentais e numéricos para o laminado $[+45^\circ/-45^\circ/+45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$.

Figura 4.38- Mapa de falha obtido através da técnica de ultra-som C-scan para o laminado $[+45^\circ/-45^\circ/+45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$ (Tita,2003).

Além da comparação dos resultados da força de impacto traçaram-se também as curvas de energia transferida (E_t) durante o evento de impacto. A partir dessas curvas foi possível avaliar a capacidade do modelo em prever a quantidade de energia absorvida pela estrutura. Para tal, utilizou-se a Equação 4.1.

$$E_t(t) = \frac{m \cdot v_0^2}{2} - \frac{m \cdot (v_t(t))^2}{2} \quad (4.1)$$

onde:

$v_t(t)$: velocidade do impactador no instante t para $t \geq 0$.

A velocidade do impactador é dada por:

$$v_i(t) = v_0 - \frac{1}{m} \cdot \int_0^t F_{\text{exp}} dt \quad (4.2)$$

onde:

m = massa do impactador.

F_{exp} = força medida experimentalmente.

Verifica-se através da Figura 4.39, que para a energia de impacto de 5,91 J, o modelo com dano conseguiu simular cerca de 50% da energia absorvida pela estrutura real, ou seja, 2,0 J. Observou-se que, o valor da energia absorvida obtida para o modelo com dano contribuiu inteiramente para o mecanismo de dano na matriz (Figuras 4.40 e 4.41) através do monitoramento dos parâmetros de danificação d_2 e d_6 . Assim, estima-se que a outra parcela da energia absorvida está associada ao mecanismo de falha por delaminação, observado na Figura 4.38 através do resultado do C-Scan, que mostra os “peanut shapes”.

Figura 4.39- Comparação entre os resultados experimental e via modelo MEF com dano dos históricos de energia transferida para o laminado $[+45^\circ/-45^\circ/+45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$ sob 5,91 J de impacto.

Nas simulações de impacto, utilizando o modelo de dano, monitoraram-se as variáveis internas d_2 e d_6 para investigar qualitativamente o processo de danificação nas camadas do laminado quase isotrópico. Assim, com base na Figura 4.40, observa-se que a variável de dano d_2 foi acionada até a 6ª camada (90°), enquanto que para d_6 houve uma descontinuidade

na lâmina 7, onde o dano foi retomado nas camadas 9 e 10. Além disso, verifica-se que as tensões de cisalhamento na matriz são mais efetivas no processo de danificação do que as tensões de tração.

Figura 4.40- Variáveis de dano d_2 e d_6 para as camadas do laminado $[+45^\circ/-45^\circ/+45^\circ/0^\circ/90^\circ]_S$ ao final do evento de impacto.

A evolução do dano em um ponto próximo ao impacto para o laminado está representada no gráfico da Figura 4.41. Através deste gráfico, conclui-se que ao final do evento de impacto, o dano causado pelas tensões de cisalhamento na matriz nas camadas 2 e 4 foi total, $d_6=1$. Porém, o dano d_2 causado pelas trações na matriz atinge o valor máximo nas três primeiras camadas. Observa-se também que a partir da 7ª camada não houve dano por tração na matriz, $d_2=0$, sendo verificado somente o dano por cisalhamento, d_6 igual a 0,0001, 0,08 e 0,18 para 8ª 9ª e 10ª camadas, respectivamente.

Figura 4.41- Evolução do dano ao longo da espessura do laminado $[+45^{\circ}/-45^{\circ}/+45^{\circ}/0^{\circ}/90^{\circ}]_s$ (tempo total).

A Figura 4.42 mostra o gráfico de força x tempo para a placa de compósito estudada com a sequência de empilhamento $[0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}]_s$ sob 5,91 J de energia de impacto e 27N.m ($\bar{u} = 1,57$ mm) de torque nos parafusos. No resultado experimental, observa-se uma região com oscilações de alta frequência entre 0 e 1,2 ms. A partir de 1,8 ms notam-se pequenas oscilações, as quais mostram o processo de danificação. Os principais mecanismos de falha para este laminado são: a ruptura da matriz e as delaminações, os quais reduzem a rigidez global da estrutura. No entanto, observa-se que não existe queda abrupta no valor da força de impacto depois do início do processo de danificação, mostrando que não houve falha de fibras.

Figura 4.42- Comparação dos resultados de impacto: experimentais e numéricos para o laminado $[0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}]_s$.

A análise via MEF utilizando o modelo de dano proposto (implementado via VUMAT) foi capaz de simular o início das oscilações de impacto de alta frequência na região de 0 a 0,25 ms e aquelas compreendidas entre 0,75 e 1,25 ms. Por outro lado, a simulação sem o modelo de dano foi capaz de simular o início das oscilações até 0,25 ms e a força máxima de 3072,81 N. No entanto, observa-se que a força máxima para o modelo com dano foi menor, 2847,63 N. A duração do impacto foi de 4,1 ms para o ensaio experimental, de 4,25 para o modelo com dano e de 3,9 ms para o modelo sem dano. Ademais, nota-se que após 2ms a resposta com dano se afasta da curva experimental (curva azul), ao passo que a resposta sem dano se aproxima da curva experimental (curva vermelha). No entanto, há ainda uma diferença entre a curva obtida via modelo MEF e a curva do ensaio. Isto se deve parcialmente a ausência de um modelo de delaminação, que não simula a separação entre as camadas 0° e 90° , como evidencia os resultados de ultrassom C-Scan providos por Tita (2003) mostrado na Figura 4.43 através dos “peanut shapes”.

Figura 4.43- Mapa de falha obtido através da técnica de ultra-som C-scan para lâminas orientadas a $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]_s$ (Tita,2003).

Verifica-se através da Figura 4.44, que para a energia de impacto de 5,91 J, o modelo de dano conseguiu simular cerca de 50% da energia absorvida pela estrutura de laminado $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]_s$ no experimento, ou seja, 1,98 J. Observou-se que o valor da energia absorvida obtida via MEF contribuiu inteiramente para o mecanismo de dano na matriz, o que pode ser verificado nas Figuras 4.45 e 4.46 pelo monitoramento dos parâmetros de danificação d_2 e d_6 . Assim, apesar da ausência de um modelo de delaminação, estima-se que a outra parcela da energia absorvida está relacionada ao mecanismo de falha por delaminação, observado na Figura (4.43) através da técnica de C-Scan.

Figura 4.44- Comparação entre os resultados experimental e via modelo MEF com dano para os históricos de energia transferida para o laminado $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]_s$ sob 5,91 J de impacto.

De maneira semelhante ao que foi realizado para o laminado anterior, foi possível monitorar as variáveis internas d_2 e d_6 responsáveis pelo dano na matriz com base na Figura

4.45, que mostra a evolução dessas variáveis nas camadas do laminado $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]_s$. Verifica-se que para esse laminado, a variável responsável pelo dano na fibra não foi acionada, ou seja, $d_1=0$ para todas as lâminas, e por esse motivo, não foi necessário sua apresentação. Isto também demonstra certa coerência da resposta do modelo com a resposta experimental.

Na Figura 4.45, observa-se qualitativamente que a variável de dano d_2 foi acionada até a 5ª camada (0°), enquanto que para d_6 houve uma descontinuidade na mesma, onde o dano foi retomado nas camadas 8, 9 e 10. Além disso, verifica-se que as três primeiras camadas sofreram um maior processo de danificação no decorrer do impacto, principalmente por efeito do dano causado pelas tensões de cisalhamento na matriz.

Figura 4.45- Variáveis de dano d_2 e d_6 nas camadas de laminado $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]_s$ ao final do evento de impacto.

De maneira quantitativa a evolução do dano está representada no gráfico da Figura 4.46, que descreve em números o comportamento mostrado na Figura 4.45. Através deste gráfico, conclui-se que em um ponto próximo ao impacto, nas três primeiras camadas, o dano causado pelas tensões de cisalhamento na matriz foi total, $d_6=1$. Enquanto que o dano causado pelas tensões de tração na matriz só assumiu o valor máximo na 1ª camada. Observa-se também que a partir da 6ª camada não houve dano por tração na matriz, somente por cisalhamento, sendo $d_6=0,10, 0,15$ e $0,2$ para 8ª 9ª e 10ª camadas, respectivamente.

Figura 4.46- Evolução do dano ao longo da espessura próximo da região de impacto para o laminado $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]_s$ (tempo total).

5. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

O objetivo principal deste trabalho foi propor um modelo de material baseado em Mecânica do Dano Contínuo (MDC) para estudar o comportamento de estruturas de materiais compósitos laminados sob ação de carregamento quase estáticos e de impacto, implementando-o em sub-rotinas de análise implícita (UMAT) e explícita (VUMAT), que posteriormente foram compiladas junto ao programa comercial de elementos finitos ABAQUSTM. Inicialmente, observou-se que a formulação matemática adotada para o modelo criado, detalhada no Capítulo 3, está em consonância com outras formulações presentes na literatura, tais como: Ladevèze (1992), Lemaitre (1996), Ribeiro (2013), dentre outros trabalhos relevantes no estudo de mecanismo de falha e danificação de materiais compósitos através da MDC.

Através dos resultados computacionais encontrados no Capítulo 4 e da comparação destes com os obtidos experimentalmente, concluiu-se que o modelo proposto apresentou bons resultados, principalmente, para o laminado com orientação $[+45^\circ/-45^\circ/+45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$ submetido ao carregamento de tração. Deve-se destacar que tais resultados ainda foram obtidos, considerando a dificuldade encontrada nos ensaios para obter resultados representativos, por conta do escorregamento da garra e da impossibilidade de ensaiar CDPs normalizados durante o transcorrer do presente trabalho.

Outra vantagem no modelo de material proposto foi o fato de implementá-lo de maneira simples, obtendo resultados com certa precisão a um tempo computacional não elevado, mostrando que a estratégia de utilizar sub-rotinas FORTRAN junto ao programa ABAQUSTM foi realizada de maneira satisfatória, tanto para as análises quase estáticas quanto para as análises de impacto. Dessa forma, o modelo de material avaliado mostrou-se capaz de prever com certa qualidade o comportamento do carbono/epóxi M10 submetido às condições de carregamento mencionadas.

Apesar de apresentar bons resultados para o dano na matriz polimérica causados por tração e cisalhamento, monitorados pelas variáveis de dano d_2 e d_6 , respectivamente, as limitações observadas para o modelo de material utilizado foram basicamente:

- representar a danificação da fibra para o CDP com orientação $[0^\circ]_5$ de maneira adequada, uma vez que a hipótese de ruptura frágil adotada não está coerente

com os resultados experimentais, sendo necessário outra maneira de representar o parâmetro de danificação d_I após a falha na fibra;

- representar as deformações permanentes da matriz polimérica;
- representar o fenômeno de delaminação causado por tensões de cisalhamento transversal, que são inerentes ao evento de impacto em placas laminadas;
- representar o amortecimento gerado pela matriz polimérica, durante os ensaios de impacto.

Baseando-se nessas conclusões supracitadas, apresentam-se algumas soluções e perspectivas para trabalhos futuros:

- estudar modelos numéricos de danificação de fibras, calibrando o parâmetro de dano d_I , considerando um comportamento não frágil da mesma;
- estudar e utilizar modelos de delaminação presentes no ABAQUS™ ou desenvolver novos modelos através de sub-rotinas UMAT/VUMAT, para prever a separação das camadas do laminado durante o evento de impacto;
- implementar um novo elemento finito através da sub-rotina UEL (User Element), abordando por exemplo efeitos de localização. Nesse caso, o modelo MEF criado seria processado utilizando esse novo elemento.
- estudar o fenômeno de amortecimento, utilizando experimentos dinâmicos e outros modelos numéricos;
- implementar junto a UMAT/VUMAT um modelo que considere o comportamento elasto-plástico ou viscoelástico da matriz polimérica, aprimorando o modelo de material proposto.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABAQUS, Documentation. (2010). Pawtucket: Hibbitt, Karlsson & Sorensen.

ABRATE, S. (1998). **Impact on Composite Structures**. New York, NY, USA. Cambridge: Cambridge University Press.

ABRATE, S. (2001). Modeling of impacts on composite structures. **Composite Structures**, v.51, n. 2, p. 129-138.

AGARWAL, B.D.; BROUTMAN, L.J. (1990). **Analysis and performance of fiber composites**. New York, John Wiley.

ALMEIDA, S. FRANCISCO M. (2003). **Teoria de estruturas de material compósitos**. Notas de aula do curso. São José dos Campos, Instituto Tecnológico de Aeronáutica.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS (2001). **ASTM D5628-96**. Standard test method for impact of flat, rigid plastic specimens by means of falling dart (Tup or falling mass). West Conshohocken.

ANGELICO, R. A. (2009). **Avaliação de modelos de falhas progressivas para estruturas em material compósito**. Dissertação (mestrado), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, Brasil, 2009.

ANGELICO R. A.; RIBEIRO M. L.; TITA V.(2010). Investigation of parameters for composite progressive failure material model. In: 11th Pan-American Congress of Applied Mechanics - PACAM XI, 2010, Foz do Iguaçu.

ANDERSON, T.L. (1995). **Fracture Mechanics - Fundamentals and Applications**. 2^a Ed. New York: CRC Press.

BANDEIRA, PEDRO MIGUEL VIEIRA PINTO. (2005). **A continuum-damage model for advanced composites**. Dissertação (mestrado). Faculdade de Engenharia. Universidade do Porto, 2005.

BARBERO, E. J. (1998). **Introduction to Composite Materials Design**. Philadelphia, PA Taylor and Francis.

- BARBERO, E. J.; ABDELAL, G.F.; CACERES, A. (2005). A Micromechanics Approach for Damage Modeling of Polymer Matrix Composites. **Composite Structures**, v. 67, p.427-436.
- BEKS, F. A. (1996). An Examination of Impact Response and Damage of Composite Laminates. **FFA TN**, The Aeronautical Research Institute of Sweden, Bromma, p.1996-29.
- CALLISTER, W. D. (2007). **Material science and engineering: an introduction**. 7^a Ed: John Wiley and Sons, Inc.
- CHANG, F.K., CHANG, F.Y. (1987). Post-failure analysis of bolted composite joints in tension or shear-out mode failure. **Journal of Composite Materials**, v.21, p.809-833.
- CHEN, J.F; MOROZOV, E.V; SHANKAR K. (2014). Simulating progressive failure of composite laminates including in-ply and delamination damage effects. **Composites: Part A**, v.61, p.185-200.
- CHRISTENSEN, R. M. (1988). Tensor Transformations and Failure Criteria for the Analysis of Fiber Composite Materials. **Journal of Composite Materials**, v.22, p.874-897.
- CHRISTENSEN, R.M. (1990). Tensor Transformations and Failure Criteria for the Analysis of Fiber Composite Materials. Part II: Necessary and Sufficient Conditons for Laminate Failure. **Journal of Composite Materials**, v.24, p. 796-800.
- CHRISTOFOROU, A. P.; ELSHARKAWY, A.A; GUEDOUAR, L, H. (2001). An inverse solution for low-velocity impact in composite plates. **Computers & Structures**, v.79, p.2607-2619.
- COUTELLIER, D.; WALRICK J.C.; GEOFFROY, P. (2006). Presentation of a methodology for delamination detection within laminated structures. **Composites Science and Technology**, v.66, p. 837-845.
- DANIEL, I. M.; ISHAI, O. (1994). **Engineering Mechanics of Composite Materials**, Oxford University Press, Inc.
- DAVIES, G. A. O.; OLSSON, R. (2004). Impact on Composite Structures, **The Aeronautical Journal**, v. 108, n. 1089, p. 541-563.

- DÁVILA, C.; CAMANHO, P.; MOURA, M. (2001). Progressive damage analyses of skin/stringer debonding. In: Proceedings of American Society for Composites, 16th Technical Conference, 2001, Blacksburg.
- DONADON, M.; IANNUCI, L.; FALZON, B.; HODGKINSON, J.; ALMEIDA, S. D. (2008). A progressive failure model for composite laminates subjected to low velocity impact damage. **Computers & Structures**, v.86, n. 11-12, p. 1232-1252.
- DOBYNS, A. L. (1981). Analysis of simply supported orthotropic plates subjected to static and dynamic loads, **AIAA Journal**, v.19, n.5, p. 642-650.
- HERAKOVICH, C (1998). **Mechanics of Fibrous Composites**. 1^a Ed. John Wiley and Sons, Inc.
- HULL, D.; SHI, Y. B. (1993). Damage Mechanism Characterization in Composite Damage Tolerance Investigations, **Composite Structures**, v. 23, n. 2, p. 99-120, 1993.
- IANNUCCI, L. (2006). Progressive failure modeling of woven carbon composite under impact. *International Journal of Impact Engineering*, v. 32, p. 1013-1043, 2006.
- IANNUCCI, L., WILLOWS, M.L. (2006). An energy based damage mechanics approach to modelling impact onto woven composite materials—Part I: Numerical models. **Composites Part A: applied science and manufactures**, v.37, p.2041-2056.
- IANNUCCI, L., WILLOWS, M.L. (2007). An energy based damage mechanics approach to modelling impact onto woven composite materials—Part II: Experimental and numerical results. **Composites Part A: applied science and manufactures**, v.38, p.540-554.
- JING-FEN CHEN, EVGENY V. MOROZOV, KRISHNAKUMAR SHANKAR. (2014). Simulating progressive failure of composite laminates including in-ply and delamination damage effects. **Composites: Part A**, v.61, p.185-200.
- JONES, R. M. (1998). **Mechanics of Composite Materials**. 2^a ed. Philadelphia: Taylor & Francis, Inc.
- KACHANOV, L. M. (1958). On the Creep Fracture Time. **Izv Akad, Nauk SSSR Otd tekhn.**, v.8, p.26-31.

- KACHANOV, L. M. (1986). **Introduction to Continuum Damage Mechanics**. Dordrecht, Martinus Nijhoff Publishers.
- KAW, AUTAR K. (2006). **Mechanics of Composite Materials**. 2^a ed. Philadelphia Taylor & Francis, Inc.
- KOSTOPOULOS, V.; MARKOPOULOS, Y. P.; GIANNOPOULOS; G. VLACHOS, D. E. (2002). Finite element analysis of impact damage response of composite motorcycle safety helmets. **Composites: part B**, v.33, p.99-107.
- KRAJCINOVIC, D. (1984). Constitutive Damage Mechanics. **Applied Mechanics Reviews**, v.37, n.1, p. 1-6.
- LADEVÈZE, P.; Le DANTEC, E. (1992). Damage modelling of the elementary ply for laminated composites. **Composites Science and Technology**, v.43, p.257-267.
- LEMAITRE, J. (1996). **A Course on Damage Mechanics**, 2^a ed, Springer.
- LEMAITRE, J.; CHABOCHE, J.L. (1985). *Mecanique des matériaux solides*, Dunod, **Mechanics of Solid Materials**, Springer-Verlag, (English translation), 1987.
- LIFSHITZ, J. N. (1976). Impact strength of angle ply fiber reinforced materials. **Journal of Composite Materials**, v.10, n.1, p. 92-101.
- MATZENMILLER, A.; LUBLINER, J.; TAYLOR, R. L. (1995). A constitutive model for anisotropic damage in fiber-composites. **Mechanics of Materials**, v.20, p.125-152.
- NIU, M. C.Y. (1992). **Composite airframe structures: practice design information and data**. Adaso Adastra Engineering Center.
- OGUIBE, C. N.; D. C. WEBB. (1999). Finite-element modelling of the impact response of a laminated composite plate. **Composites Science and Technology**, v.59, p.1913-1922.
- OLSSON, R. (1992). Impact response of orthotropic composite plates predicted from a one parameter differential equation. **AIAA Journal**, v.30, n.6, p. 1587-1596.
- PAVAN, R.C. (2008). **Aplicação da teoria de dano na análise do comportamento de materiais compósitos**. Tese de doutorado, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre-RS, Brasil.

- PARÍS, F. (2001). **A study of failure criteria of fibrous composite materials. Joint Institute for the Advancement of Flight Sciences.** The George Washington University at NASA Langley Research Center. Technical Report, NASA/CR- 2001-210661
- PAEPEGEN, V. W.; BAERE, I.; DEGRIECK, J. (2006). Modeling the non-linear shear stress-strain response of glass fibre-reinforced composite. part I: Experimental results. **Composite science and Technology**, v.66, p. 1455-1464.
- PAEPEGEN, V. W.; BAERE, I.; DEGRIECK, J. (2006). Modeling the non-linear shear stress-strain response of glass fibre-reinforced composite. part II: Experimental results. **Composite science and Technology**, v.66, p. 1455-1464.
- PUCK, A.; SCHÜRMANN, H. (2002). Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models. **Composites Science and Technology**, v.62, p. 1633-1662.
- RAMKUMAR, R.L, CHEN, P. C. (1983). Low-velocity impact response of laminated plates. **AIAA Journal**, v.21, 1448-52.
- REDDY, J. N. (2004). **Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis.** 2^a ed. CRC Press LLC.
- RENARD, J.; THIONNET, A. (2006). Damage in composites: From physical mechanisms to modeling. **Composite Science and Technology**, v.66, p. 642-646.
- RIBEIRO M.L.; TITA V.; VANDEPITTE D. (2012). A new damage model for composite laminates, **Composite Structures**, v. 94, n. 2, p.635-642, Janeiro.
- RIBEIRO M.L.; ANGELICO R. A.; TITA, V. (2013). Finite Element Analyses of Low Velocity Impact on Thin Composite Disks. **International Journal of Composite Materials**, v.3, p. 59-70.
- RIBEIRO M.L. (2013). **Damage and progressive failure analysis for aeronautic composite structures with curvature.** Tese de doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, Brasil.
- ROMARIZ, LUIS ANDRÉ. (2008). **Dano em placas laminadas devido ao impacto a baixas velocidades.** Dissertação (mestrado). Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, SP, Brasil.

ROTEM, A.; LIFSHITZ, J.M. (1971). Longitudinal strength of unidirectional fibrous composite under high rate of loading. In: Proceedings of the 26th Annual Technical Conference, 1971, Reinforced Plastics/Composites Division, Society of the Plastics Industry, Section 10-G, Washington DC.

SADEGHI G.; HOSSEINI-TOUDESHPY, H.; MOHAMMADI, B. (2014). An investigation of matrix cracking damage evolution in composite laminates – Development of an advanced numerical tool. **Composite Structures**, v.108, p.937-950.

SETOODEH A. R; KARAMI, G. (2004). Static, free vibration and buckling analysis of anisotropic thick laminated composite plates on distributed and point elastic supports using a 3-D layer-wise FEM. **Engineering Structures**, v.26, p.211-220.

SIERAKOWSKI, R.L.; NEVIL, G.E; ROSS, A.; JONES, E.R. (1971). Dynamic compressive strength and failure of steel reinforced epoxy composites. **Journal of Composite Materials**, v. 5, n.3, p.362-377.

STEPHEN, R.H.; WISNOM, M. (2006). Numerical investigation of progressive damage and the effect of layup in notched tensile tests. **Journal of Composite Materials**, v.40, p 1229-1245.

SUN, C. T.; CHATTOPADHYAY, S. (1975). Dynamic response of anisotropic laminated plates under initial stress to impact of a mass. **Journal of Applied Mechanics**, v. 42, n. 5, p. 693–698.

SUN, J. S.; LEE, K.H; LEE, H.P. (2000). Comparison of implicit and explicit finite element methods for dynamic problems. **Journal of Materials Processing Technology**, v.105, n.1, p.110-118.

SWANSON, S. R; REZAEI, H. G. (1990). Strength Loss in Composites from Lateral Contact Loads. **Composites Science and Technology**, v. 38, n.1, p. 43-54.

TALREJA, R. (1985). A Continuum Mechanics Characterization of Damage in Composite Materials. **Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences**, v.399, n.1817, p. 195-216.

TALREJA, R. (1986). Stiffness Properties of Composite Laminates with Matrix Cracking and Interior Delamination. **Engineering Fracture Mechanics**, v.25, n.5-6, p. 751-764.

TALREJA, R. (2008). Damage and fatigue in composites – A personal account. **Composites Science and Technology**, v.68, n.13, p. 2585–2591, 2008

THE AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS- ASME. (2007). **Boiler and Pressure Vessels Code.-Sec X- Fiber-Reinforced Plastic Pressure Vessels**, New York.

TITA V. (2003). **Contribuição ao estudo de danos e falhas progressivas em estruturas de material compósito polimérico**. Tese de doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, Brasil.

TITA V.; J. de CARVALHO; D. VANDEPITTE. (2008). Failure analysis of low velocity impact on thin composite laminates: Experimental and numerical approaches, **Composite Structures**, v. 83, n. 4, p.413-428.

TRAVERSA, A. T. (2006). **Simulation of delamination in composites under quasi-static and fatigue loading using cohesive zone models**. Tese de doutorado, Universidad de Girona.

TURON, A. CAMANHO; P. COSTA, J; DÁVILA, C. (2006). A damage model for the simulation of delamination in advance composites under variable-mode loading. **Mechanics of Materials**, v.38, p. 1072-1089.

VOYIADJIS, G. Z.; KATTAN, P.I. (1993). **Anisotropic damage mechanics modeling in metal matrix composites**, Technical Report, Final Report Submitted to the Air Force Office of Scientific Research.

VOYIADJIS, G. Z; VENSON, A.R. (1995). Experimental damage investigation of a SiC-Ti alumini de metal matrix composite. **International Journal Damage Mechanics**. v.4, n.4, p.338-361.

VOYIADJIS, G. Z.; KATTAN, P.I. (1999). **Advances in Damage Mechanics: Metals and Metal Matrix Composites**. Amsterdam, Elsevier.

WILLIAMS, K.; VAZIRI, R. (2001). Application of a damage mechanics model for prediction the impact response of composite materials. **Computer & Structures**, v.79, p. 997-1011.

ZHANG, Y.; ZHU P. LAI X. (2006). Finite element analysis of low-velocity impact damage in composite laminated plates. **Materials & Design**, v.27, p.513-519.

ZHOU, W. X.; GAO, X. (2012). Damage and Failure of a Laminated Carbon Fiber Reinforced Composite under Low Velocity Impact. **Journal of Aerospace Engineering**, v.27, n.2, p.308-317, 2012.

7. ANEXOS

7.1. ANEXO 1 – SUB-ROTINA UMAT

```

SUBROUTINE UMAT (STRESS, STATEV, DDSDDT, SSE, SPD, SCD,
1 RPL, DDSDDT, DRPLDE, DRPLDT,
2 STRAN, DSTRAN, TIME, DTIME, TEMP, DTEMP, PREDEF, DPRED, CMNAME,
3 NDI, NSHR, NTENS, NSTATV, PROPS, NPROPS, COORDS, DROT, PNEWDT,
4 CELENT, DFGRD0, DFGRD1, NOEL, NPT, LAYER, KSPT, KSTEP, KINC)

    INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'

    CHARACTER*80 CMNAME
    DIMENSION STRESS (NTENS), STATEV (NSTATV),
1 DDSDDT (NTENS, NTENS), DDSDDT (NTENS), DRPLDE (NTENS),
2 STRAN (NTENS), DSTRAN (NTENS), TIME (2), PREDEF (1), DPRED (1),
3 PROPS (NPROPS), COORDS (3), DROT (3, 3), DFGRD0 (3, 3), DFGRD1 (3, 3), PS (3),
4 AN (3, 3)
    integer DANO
    double precision E11, E22, nu12, G12, nu21, Xt, Xc, d1, TF2
1 TF6, d6, RZY0, RZYC, RZY0L, RZYCL, b, Y, Xco, Yco, FM, FF, S12_y,
2 Y2C, PS, AN, S12, tau12_p, tau12_n, sig2_max, sig2_min, Y1
3 num1, h, num2, E11NOVO, E22NOVO, NU12NOVO, G12NOVO,
4 NU21NOVO, d2, Yt, TF1
    parameter (Xt=1940*(10**6), Xco=253*(10**6), Xc=930*(10**6),
1 RZY0=0.06627*(10**3), RZYC=1.861591*(10**3), Yco=60.3*(10**6),
2 RZYCL=6.125483*(10**3), Yt=47*(10**6), S12=53*(10**6),
3 h=0.05161907*(10**6), Y2T=0.3324, RZY0L=0.013425*(10**3))
    parameter (b=0.929007, np=10, S12_y=47*(10**6))
    double precision Ed, Ed_rup

cXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
c Propriedades Elásticas
cXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
    E11 = props(1)
    E22 = props(2)
    NU12 = props(3)
    G12 = props(4)
    NU21 = (props(2)/props(1))*props(3)

cXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
c Inicialização das variáveis de dano
cXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
    d1=0.0
    d2=0.0
    d6=0.0

cXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
c Leitura das variáveis internas nas variáveis de dano e elásticas
cXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
    IF (statev(1).eq.1.0) THEN
        E11 = statev(5)
        d1 = statev(12)
        nu12 = statev(7)
    END IF

```

```

C
  IF (statev(2).eq.1.0) THEN
    E22 = statev(6)
    d2 = statev(13)
    NU21 = statev(15)
  END IF
  IF (statev(3).eq.1.0) THEN
    G12 = statev(8)
    d6 = statev(14)
  END IF

CXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
C "Zera" a Matriz Jacobiana: DDSDE(K2,K1)
CXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
      DO 20 K1=1,3
        DO 10 K2=1,3
          DDSDE(K2,K1)=0.0
10          CONTINUE
20          CONTINUE

CXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
C  Montagem do Tensor Constitutivo
CXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
      ddsde(1,1) = (E11) / (1.0-(NU12*NU21))
      ddsde(2,2) = (E22) / (1.0-(NU12*NU21))
      ddsde(1,2) = (NU21*E11) / (1.0-(NU12*NU21))
      ddsde(2,1) = (NU21*E11) / (1.0-(NU12*NU21))
      ddsde(3,3) = G12

CXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
C  Previsão do Tensor de Tensões
CXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
      stress(1) = ddsde(1,1) * (stran(1) + dstran(1)) +
1      ddsde(1,2) * (stran(2) + dstran(2)) +
2      ddsde(1,3) * (stran(3) + dstran(3))
      stress(2) = ddsde(2,1) * (stran(1) + dstran(1)) +
1      ddsde(2,2) * (stran(2) + dstran(2)) +
2      ddsde(2,3) * (stran(3) + dstran(3))
      stress(3) = ddsde(3,1) * (stran(1) + dstran(1)) +
1      ddsde(3,2) * (stran(2) + dstran(2)) +
2      ddsde(3,3) * (stran(3) + dstran(3))

CXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
C Modos de falha: -1- Falha na Fibra
C
C          -2- Falha na Matriz
CXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
CXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
C 1. Falha na Fibra
CXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
      IF (STRESS(1) .GT. 0.0) THEN
        FF = (stress(1)/Xt)**2.0
      ELSE
        FF = (stress(1)/Xco)**2.0
      ENDIF

CXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
C 2. Falha na Matriz
C  2.1 Superfície de Falha
C  2.2 Forças Termodinamicas
CXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
C
C  2.1
C
      num1 = (stress(3)**2.0)/(S12_y**2)
      num2 = ((stress(2)-h)**2.0)/(Yco**2)
      FM = sqrt(num1+num2)

```

```

C
C      2.2
C
      IF (stress(2).GE.0.0) THEN
      TF2 = (stress(2)**2.0)/(2.0*props(2)*((1-d2)**2))
      ELSE IF (stress(2).LT.0.0) THEN
      TF2 = 0.0
      END IF

C
      TF6 = (stress(3)**2.0)/(2.0*props(4)*((1-d6)**2))
      Y=TF6+b*TF2

C
CXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
C 3. Verificar Falha
C   3.1 Degradar propriedades da Fibra
C     3.1.1 Tração
C     3.1.2 Compressão
C   3.2 Degradar propriedades da Matriz (Lei de Danificação)
CXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
C
C   3.1.1
C
      IF (FF.GT.1.0) THEN
      IF (STRESS(1).GT.0.0) THEN
      d1= 0.99
      E11= props(1)*(1.0-d1)
      NU12= props(3)*(1.0-d1)
      statev(1)= 1.0
      ELSE IF (STRESS(1).LT.0.0) THEN
      E11= ((Xco)/abs(stran(1)+
1 dstran(1)))*(1.0-(78.873*(stran(1)+dstran(1))+
2 1.087)) + (78.873*(stran(1)+dstran(1))+
3 1.087)*props(1)
      statev(1)= 1.0
      END IF
      END IF
      IF (E11.LT.0.001*props(1)) THEN
      E11=0.001*props(1)
      END IF
      statev(5)=E11
      statev(7)=NU12
      statev(12)=d1
      statev(1)= 1.0

C
C   3.1.2
C
      IF ((FM.GT.1.0)) THEN
      IF ((d6.LT.1.0).and.(sqrt(Y).GE.(RZY0)).and.
1 (sqrt(Y).LT.(RZY0+RZYC))) THEN
      d6 = (sqrt(Y)-RZY0)/(RZYC)
      G12= props(4)*(1-d6)
      statev(3)= 1.0
      END IF
      IF (d6.GE.1.0) THEN
      d6=0.99
      END IF
      IF (d6.LT.statev(14)) THEN
      d6=statev(14)
      END IF
      IF ((stress(2).GT.0.0).and.(d2.LT.1.0).and.

```

```

1          (sqrt(Y).GE.(RZY0L)).and.(sqrt(Y).LT.(RZY0L+RZYCL))
THEN
    d2 = (sqrt(Y)-RZY0L)/(RZYCL)
    E22= props(2)*(1-d2)
    NU21= ((props(2)/props(1))*props(3))*(1-d2)
    statev(2)= 1.0
END IF
IF (d2.GT.1.0) THEN
    d2=0.99
END IF
IF ( d2.LT.statev(13)) THEN
    d2=statev(13)
END IF
END IF
C
IF (FM.GT.1.0) THEN
    IF (stress(2).LT.0.0) THEN
        1          IF ((d6.LT.1.0).and.(sqrt(Y).GE.RZY0).and.
                    (sqrt(Y).LT.(RZY0+RZYC))) THEN
            d6 = (sqrt(Y)-RZY0)/(RZYC)
            G12 = props(4)*(1-d6)
            statev(3)= 1.0
        END IF
        IF (d6.GT.1.0) THEN
            d6=0.99
        END IF
        IF ( d6.LT.statev(14)) THEN
            d6=statev(14)
        END IF
        statev(8)= G12
        statev(14)= d6
        IF (abs(stress(2)).GT.Yco) THEN
            E22= ((Yco)/abs(stran(2)+dstran(2)))*
                (1.0-(4.1763*((stran(2)+dstran(2)))+
                0.03182)) + (4.1763*((stran(2)+dstran(2)))+
                0.03182)*props(2)
            1
            2
            3          statev(2)=1.0
        END IF
        statev(6)= E22
    END IF
END IF
C
C
IF (E22.LT.0.001*props(2)) THEN
    E22=0.001*props(2)
END IF
C
    statev(6)= E22
    statev(15)= NU21
    statev(13)= d2
    statev(8)= G12
    statev(14)= d6
    statev(3)= 1.0
    statev(2)= 1.0
C
RETURN
END

```



```

c Leitura das variáveis internas nas variáveis de dano e elásticas
c Leitura das variáveis internas nas variáveis de dano e elásticas
c Leitura das variáveis internas nas variáveis de dano e elásticas
IF (stateold(km,1).eq.1.0) THEN
    E11 = stateold(km,5)
    d1 = stateold(km,12)
    nu12 = stateold(km,7)
END IF

c
IF (stateold(km,2).eq.1.0) THEN
    E22 = stateold(km,6)
    d2 = stateold(km,13)
    NU21 = stateold(km,15)
END IF
IF (stateold(km,3).eq.1.0) THEN
    G12 = stateold(km,8)
    d6 = stateold(km,14)
END IF

c "Zera" a Matriz Jacobiana: DDSDE (K2,K1)
c "Zera" a Matriz Jacobiana: DDSDE (K2,K1)
c "Zera" a Matriz Jacobiana: DDSDE (K2,K1)
DO 20 K1=1,3
    DO 10 K2=1,3
        DDSDE (K2,K1)=0.0
10    CONTINUE
20    CONTINUE

c Montagem do Tensor Constitutivo
c Montagem do Tensor Constitutivo
c Montagem do Tensor Constitutivo
ddsdde(1,1) = (E11) / (1.0-(NU12*NU21))
ddsdde(2,2) = (E22) / (1.0-(NU12*NU21))
    ddsdde(1,2) = (NU21*E11) / (1.0-(NU12*NU21))
    ddsdde(2,1) = (NU21*E11) / (1.0-(NU12*NU21))
    ddsdde(3,3) = G12

c
c Previsão do Tensor de Tensões
c Previsão do Tensor de Tensões
c Previsão do Tensor de Tensões
c
stressNew(km,1) = stressOld(km,1) +
1      ddsdde(1,1) * (strainInc(km,1)) +
2      ddsdde(1,2) * (strainInc(km,2)) +
3      ddsdde(1,3) * (strainInc(km,4))
stressNew(km,2) = stressOld(km,2) +
1      ddsdde(2,1) * (strainInc(km,1)) +
2      ddsdde(2,2) * (strainInc(km,2)) +
3      ddsdde(2,3) * (strainInc(km,4))
stressNew(km,3) = stressOld(km,3) + 0.0
stressNew(km,4) = stressOld(km,4) +
1      ddsdde(3,1) * (strainInc(km,1)) +
2      ddsdde(3,2) * (strainInc(km,2)) +
3      ddsdde(3,3) * (strainInc(km,4))

c
strain(1) = stateOld(km,9) + strainInc(km,1)
strain(2) = stateOld(km,10) + strainInc(km,2)
strain(3) = stateOld(km,11) + strainInc(km,4)

c
c Modos de falha: -1- Falha na Fibra
c Modos de falha: -2- Falha na Matriz
c Modos de falha: -2- Falha na Matriz
c Modos de falha: -2- Falha na Matriz

```

```

C
CXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
C 1. Falha na Fibra
CXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
C
C      IF (stressnew(km,1) .GT. 0.0) THEN
C          FF = (stressnew(km,1)/Xt)**2.0
C      ELSE
C          FF = (stressnew(km,1)/Xco)**2.0
C      ENDIF
C
CXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
C 2. Falha na Matriz
C      2.1 Superfície de Falha
C      2.2 Forças Termodinamicas
CXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
C
C      2.1
C          num1 = (stressnew(km,4)**2.0)/(S12_y**2)
C          num2 = ((stressnew(km,2)-h)**2.0)/(Yco**2)
C          FM = sqrt(num1+num2)
C
C      2.2
C
C          IF (stressnew(km,2).GE.0.0) THEN
C              TF2 = (stressnew(km,2)**2.0)/(2.0*props(2)*((1-d2)**2))
C          ELSE IF (stressnew(km,2).LT.0.0) THEN
C              TF2 = 0.0
C          END IF
C
C
C          TF6 = (stressnew(km,4)**2.0)/(2.0*props(4)*((1-d6)**2))
C          Y=TF6+b*TF2
C
CXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
C 3. Verificar Falha
C      3.1 Degradar propriedades da Fibra
C          3.1.1 Tração
C          3.1.2 Compressão
C      3.2 Degradar propriedades da Matriz (Lei de Danificação)
CXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
C
C      3.1.1
C
C          IF (FF.GT.1.0) THEN
C              IF (stressnew(km,1).GT.0.0) THEN
C                  d1= 0.99
C                  E11= props(1)*(1.0-d1)
C                  NU12= props(3)*(1.0-d1)
C                  stateold(km,1)= 1.0
C              ELSE IF (stressnew(km,1).LT.0.0) THEN
C                  E11= ((Xco)/abs(strain(1)))*
1          (1.0-(78.873*strain(1)+
2          1.087)) + (78.873*strain(1)+
3          1.087)*props(1)
C                  stateold(km,1)= 1.0
C              END IF
C          END IF
C          IF (E11.LT.0.01*props(1)) THEN
C              E11=0.01*props(1)
C          END IF
C          statenew(km,5)=E11

```

```

statenew(km,7)=NU12
statenew(km,12)=d1
statenew(km,1)= 1.0

C
C 3.1.2
C
  IF ((FM.GT.1.0)) THEN
    IF ((d6.LT.1.0).and.(sqrt(Y).GE.(RZY0)).and.
      1 (sqrt(Y).LT.(RZY0+RZYC))) THEN
      d6 = (sqrt(Y)-RZY0)/(RZYC)
      G12= props(4)*(1-d6)
      stateold(km,3)= 1.0
    END IF
    IF (d6.GE.1.0) THEN
      d6=0.99
    END IF
    IF (d6.LT.stateold(km,14)) THEN
      d6=stateold(km,14)
    END IF
    IF ((stressnew(km,2).GT.0.0).and.(d2.LT.1.0).and.
      1 (sqrt(Y).GE.(RZY0L)).and.(sqrt(Y).LT.(RZY0L+RZYCL)))
  THEN
    d2 = (sqrt(Y)-RZY0L)/(RZYCL)
    E22= props(2)*(1-d2)
    NU21= ((props(2)/props(1))*props(3))*(1-d2)
    stateold(km,2)= 1.0
  END IF
  IF (d2.GT.1.0) THEN
    d2=0.99
  END IF
  IF (d2.LT.stateold(km,13)) THEN
    d2=stateold(km,13)
  END IF
END IF

C
  IF (FM.GT.1.0) THEN
    IF (stressnew(km,2).LT.0.0) THEN
      IF ((d6.LT.1.0).and.(sqrt(Y).GE.RZY0).and.
        1 (sqrt(Y).LT.(RZY0+RZYC))) THEN
        d6 = (sqrt(Y)-RZY0)/(RZYC)
        G12 = props(4)*(1-d6)
        stateold(km,3)= 1.0
      END IF
      IF (d6.GT.1.0) THEN
        d6=0.99
      END IF
      IF (d6.LT.stateold(km,14)) THEN
        d6=stateold(km,14)
      END IF
      stateold(km,8)= G12
      stateold(km,14)= d6
      IF (abs(stressnew(km,2)).GT.Yco) THEN
        E22= ((Yco)/abs(strain(2)))*
          1 (1.0-(4.1763*((strain(2)))+
          2 0.03182)) + (4.1763*((strain(2)))+
          3 0.03182)*props(2)
        stateold(km,2)=1.0
      END IF
      stateold(km,6)= E22
    END IF
  END IF

```

C


```
END IF

C
IF (E22.LT.0.001*props(2)) THEN
    E22=0.001*props(2)
END IF

C
    statenew(km,6)= E22
    statenew(km,15)= NU21
        statenew(km,13)= d2
    statenew(km,8)= G12
    statenew(km,14)= d6
    statenew(km,3)= 1.0
    statenew(km,2)= 1.0
    statenew(km,9)=strain(1)
        statenew(km,10)=strain(2)
    statenew(km,11)=strain(3)

C
    if (stateNew(km,2).lt.10.0**(-6.0)) then
        stateNew(km,2) = 0.0
    else if (stateNew(km,3).lt.10.0**(-6.0)) then
        stateNew(km,3) = 0.0
    end if

C
100 continue

RETURN
END
```