FERNANDA OLEGARIO DOS SANTOS

**Simulação de escoamentos transientes em dutos de
transporte de líquidos**

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Térmica e Fluidos
Orientador: Prof. Tit. Paulo Seleglim Júnior

**São Carlos
2010**

*Ao meu esposo Magno e
aos meu pais, David e Neide
com muito amor e carinho. Amo vocês!*

Agradecimentos

Em primeiro lugar agradeço a Deus, por estar presente em todos os momentos de minha vida.

Em especial ao meu esposo Magno, pelo amor, dedicação e companheirismo.

A minha mãe Neide, meu pai David e minha irmã Liliana, por sempre acreditarem em mim e no meu potencial. Obrigada pelo carinho, amor, dedicação, orações, por fazerem parte da minha vida.

Ao meu sobrinho Gabriel pela alegria que trás em minha vida.

Aos meus tio José e Neusa e família, pela presença em minha vida e pelo incentivo.

A toda minha família.

Ao meu orientador Paulo Seleglim Júnior pela orientação e apoio.

Aos professores da Escola de Engenharia de São Carlos (EESC-USP).

Aos meus amigos, em especial Analice, Grazieli, Renata e Evelise pela amizade e disposição em sempre me ajudar.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro no desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço, por fim, a todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

“Quando nada acontece, há um milagre que não estamos vendo.”

João Guimarães Rosa

Resumo

SANTOS, F.O. **Simulação de escoamentos transientes em dutos de transporte de líquidos**. 2010. 144 f. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

O transporte de fluidos e produtos petroquímicos através de malhas dutoviárias é uma opção extremamente difundida, tanto em aplicações industriais envolvendo longas distâncias quanto em sistemas de distribuição nos quais um determinado fluido deve ser entregue a um grande número de usuários ou processos. Em ambos os casos, para uma operação eficiente e segura da malha, é necessário um sistema de detecção de vazamentos, que detecta e avalia rapidamente a ocorrência de um vazamento, especialmente quando o fluido transportado for tóxico e/ou inflamável. Neste sentido, a análise hidráulica em escoamentos transitórios tem sido particularmente útil aos propósitos de detecção de vazamentos. Sistemas de observação para essa análise podem revelar uma quantidade substancial de informações relativas às propriedades físicas e o nível de integridade do sistema, pois as ondas de pressão resultantes são afetadas pelos diversos dispositivos e fenômenos, incluindo os vazamentos. Este trabalho apresenta a construção e validação de um modelo de simulação numérica adequado para uma nova técnica de detecção de vazamento, baseada na inspeção acústica ativa da tubulação, capaz de detectar vazamentos pré-existentes. Resultados numéricos foram comparados com os obtidos de ensaios experimentais realizados no oleoduto piloto do Laboratório de Escoamentos Multifásicos Industriais da Universidade de São Paulo, no campus de São Car-

los - SP e de dados experimentais da literatura. Os resultados confirmam que o modelo numérico capta corretamente a física do fenômeno de propagação. Particularmente, uma boa concordância foi encontrada entre parâmetro de atenuação experimental e numérico, o que valida o modelo como um preditor *on-line* para ser usado em um sistema de detecção de vazamento.

Palavras-chave: Simulação numérica. Transiente fluidodinâmico. Detecção de vazamentos. Inspeção acústica.

Abstract

SANTOS, F.O. **Simulation of transient flow in pipelines for the transportation of liquids**. 2010. 144 f. Thesis (Ph.D.) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

The transportation of petrochemical products through pipelines is the most common option, both in industrial applications involving long distances as well as in distribution networks in which a product must be delivered to a number of processes or customers. Due to safety and environmental reasons, the operation of such pipelines must include an on-line Leak Detection System (LDS) which promptly detects and assesses the occurrence of a leak, particularly if the transported product is toxic or inflammable. Analysis of hydraulic transients has been particularly useful for leak detection purposes. System observation for such analysis can reveal a substantial amount of information concerning physical properties and the integrity of the system, since pressure waves are affected by different features and phenomena, including leaks. This work presents the construction and validation of a numerical model suited to the simulation of a new leak detection technique, based on active acoustic inspection of the pipeline, which is capable of detecting pre-existing leaks. Numerical results were compared to the ones obtained from experimental tests conducted at the pilot pipeline of the Industrial Multiphase Flow Laboratory at University of São Paulo in the campus of São Carlos - SP and experimental data from literature. Results confirm that the numerical model captures the correct physics of the propagation phenomena.

Particularly, a good agreement was found between experimental and numerical attenuation parameter, which validates our model as an on-line predictor to be used in a LDS system.

Keywords: Numerical simulation. Fluid-dynamic transient. Leak detection. Acoustic inspection.

Lista de Símbolos

Símbolo	Descrição
a	celeridade (velocidade de propagação da onda)
A	área interna da seção transversal do tubo
A_{or}	área do orifício
B_c	módulo de compressibilidade do fluido
C^+	característica positiva
C^-	característica negativa
Cd_0	coeficiente de vazão (fórmula de orifícios)
Cd	coeficiente de vazamento (fórmula de orifícios)
C_N	número de Courant
e	espessura da parede do tubo
E_0	módulo de elasticidade de Young da parede do conduto
FT	força de tração
f	fator de atrito de Darcy-Weisbach
g	aceleração da gravidade
H	carga piezométrica
H_0	carga piezométrica em escoamento permanente
h_f	termo de cisalhamento
h_{fs}	termo de cisalhamento para escoamento permanente
h_{fu}	termo de cisalhamento para escoamento transitório
k_2	módulo de elasticidade do fluido
k_3	coeficiente de ajuste de Brunone
L	comprimento da tubulação
N	número de seções de cálculo
P, p	pressão; pressão calculada
P_0	pressão inicial
Q	vazão

Símbolo	Descrição
Q_0	vazão em escoamento permanente
R_0	raio externo do tubo
R_i	raio interno do tubo
Re	número de Reynolds
t, t^*	tempo
t_f	tempo de fechamento da válvula
V	velocidade
V_0	velocidade média no escoamento permanente
Vol	volume
x	coordenada ao longo do eixo do tubo
x_L	distância entre o ponto do vazamento e o ponto de perturbação
Z	nível d'água no reservatório
α_0	parâmetro adimensional (função das condições de ancoragem da tubulação)
β	expoente de vazamento
ξ	constante de linearização
ΔH_J	pulso de Joukowsky
ΔP	amplitude da onda de pressão
ΔP_0	amplitude da onda de pressão na posição x_0
Δt	elemento da discretização ao longo do tempo (passo de tempo)
Δx	elemento da discretização ao longo do comprimento da tubulação
ε	rugosidade absoluta da tubulação
ϕ	índice para avaliação do efeito da compressibilidade
Φ	variável a ser interpolada (carga piezométrica ou vazão)
ρ	peso específico do fluido
λ	multiplicador desconhecido (Método das Características); raiz da solução da transformada de Laplace
λ_1, λ_2	raízes da solução da transformada de Laplace
η	viscosidade cinemática do fluido
ρ	massa específica do fluido
τ	coeficiente de abertura ou fechamento relativo de válvula
ν	coeficiente de Poisson
ψ	parâmetro adimensional dependente das propriedades elásticas do tubo
i	nó, tubulação,
j	tempo
max	máximo
min	mínimo

Lista de Figuras

2.1	Em Oigawa Power Station - Japão - houve o rompimento da tubulação por sobrepressão num segmento e em outro segmento houve o colapso da tubulação devido à pressão negativa. Fotos: (CHAUDHRY, 1979)	34
3.1	Malha regular - Método das características.	55
3.2	Linhas características nas extremidades de contorno.	57
3.3	Condições de contorno: vazamento.	60
3.4	Curva carga piezométrica x vazão.	62
3.5	Linhas características no plano $x - t$	66
3.6	Malha característica com o ponto do vazamento.	70
3.7	Vazamento na linha característica positiva.	71
3.8	Vazamento na linha característica negativa	74
4.1	Tubulação reservatório-válvula.	84
4.2	Comparação entre os resultados experimentais e os obtidos através da simulação numérica.	86
4.3	Comparação entre os resultados experimentais e os obtidos através da simulação numérica utilizando termo de cisalhamento dinâmico.	87
4.4	Fotos do oleoduto trifásico do NETeF/USP.	88
4.5	Representação Esquemática do Oleoduto Piloto Trifásico do NETeF/USP.	89
4.6	Resultados experimentais para a tubulação sem vazamento.	92

4.7	Resultados numéricos para a tubulação sem vazamento, considerando coeficiente $k_3 = 0.10$	92
4.8	Comparação dos resultados experimental e numérico após a filtragem para tubulação sem vazamento, considerando diferentes valores para termo de cisalhamento.	93
4.9	Detalhe da Figura 4.8.	93
4.10	Resultados experimentais para a tubulação com vazamento na válvula 1.	94
4.11	Resultados numéricos para a tubulação com vazamento na válvula 1, considerando coeficiente $k_3 = 0.10$	94
4.12	Comparação dos resultados experimental e numérico após a filtragem para tubulação com vazamento na válvula 1, considerando diferentes valores para termo de cisalhamento.	95
4.13	Detalhe da Figura 4.12.	95
4.14	Comparação da variação de pressão nos dutos considerando sem vazamento e com vazamento na válvula 1 (V1).	96
5.1	Determinação visual do início e fim de uma parcela da frente de onda. Fonte:(BARABANOV; GLIKMAN, 2009)	99
5.2	Resultado experimental: Variação da amplitude de perturbação ao longo do duto. Fonte:(BARABANOV; GLIKMAN, 2009)	99
5.3	Resultados numéricos: variação da amplitude de perturbação ao longo do duto.	100
5.4	Comparação dos resultados numérico e experimental, considerando diferentes valores para o termo de cisalhamento.	102
5.5	Coeficiente de atenuação considerando a tubulação sem vazamento.	104
5.6	Resultados numéricos considerando vazamento nas posições V1 a V4.	105
5.7	Resultados numéricos considerando vazamento nas posições V5 a V8.	105
5.8	Resultados numéricos considerando vazamento nas posições V9 a V12.	106
5.9	Resultados numéricos considerando vazamento nas posições V13 a V16.	106

5.10	Resultados numéricos sem vazamento e com vazamento nas posições V1 a V16.	107
5.11	Curva de ajuste para obtenção do coeficiente de atenuação aparente.	107
5.12	Comportamento do coeficiente de atenuação aparente (α^*) em função da posição do vazamento.	108
A.1	Volume de Controle Elementar.	123
A.2	Volume de controle para a dedução da equação da continuidade. .	126
A.3	Força de tração na parede do tubo (FT).	127
C.4	Arquitetura da Aplicação do <i>CompactRIO</i>	131
C.5	Topologia de Conexão do Sistema <i>CompactRIO</i>	132
C.6	Tela do <i>software</i> em Labview que é executado em um computador do tipo PC.	133
C.7	Tela do <i>software</i> em Labview que é executado no controlador de tempo real.	133
C.8	Tela do <i>software</i> em Labview que é executado em FPGA.	134
B.9	Resultados experimentais para a tubulação com vazamento na válvula 2.	141
B.10	Resultados numéricos para a tubulação com vazamento na válvula 2, considerando coeficiente $k_3 = 0.10$	142
B.11	Comparação dos resultados experimental e numérico após a filtragem para tubulação com vazamento na válvula 2, considerando diferentes valores para o coeficiente k_3 do termo de cisalhamento.	142
B.12	Resultados experimentais para a tubulação com vazamento na válvula 3.	143
B.13	Resultados numéricos para a tubulação com vazamento na válvula 3, considerando coeficiente $k_3 = 0.10$	143
B.14	Comparação dos resultados experimental e numérico após a filtragem para tubulação com vazamento na válvula 3, considerando diferentes valores para o coeficiente termo de cisalhamento.	144

Lista de Tabelas

4.1	Posição dos transdutores e válvulas.	90
5.1	Posição dos sensores ao longo do duto.	103
5.2	Posição dos vazamentos ao longo do duto.	103

Sumário

Resumo	8
Abstract	11
1 Introdução	25
1.1 Objetivos	27
2 Revisão Bibliográfica	29
2.1 Introdução	29
2.2 Breve Relato Histórico	29
2.3 Modelos Matemáticos	30
2.4 Fenômenos Transientes em Dutos	33
2.4.1 Análise do Golpe de Aríete	33
2.4.2 Equações Básicas e Hipóteses	35
2.4.3 Equações Características e Esquema Numérico	36
2.4.4 Cálculo da Celeridade	37
2.4.5 Termo de Cisalhamento Dinâmico	39
2.5 Detecção de Vazamento	42
2.5.1 Métodos de Detecção de Vazamento	43
3 Metodologia	51
3.1 Introdução	51

3.2	Modelo de Simulação Hidráulica	51
3.3	Método das Características	53
3.3.1	Condições de Contorno	57
3.3.2	Condição Inicial	62
3.4	Termo de Cisalhamento no Escoamento Transitório	63
3.4.1	Termo de Cisalhamento Dinâmico	63
3.4.2	Vazamentos em Pontos Não-Coincidentes com as Seções de Cálculo da Malha Característica	69
3.5	Propagação Acústica	77
4	Testes e Resultados	83
4.1	Introdução	83
4.2	Validação do Modelo de Simulação para Análise Fluidodinâmica .	83
4.2.1	Resultados Obtidos	85
4.3	Teste Experimental	87
4.3.1	Metodologia	87
4.3.2	Modelagem do sistema	89
4.4	Resultados Preliminares	91
5	Resultados sobre Atenuação Acústica	97
5.1	Introdução	97
5.2	Confrontação dos Resultados deste Trabalho e da Literatura . . .	97
5.3	Comportamento da Atenuação em Dutos com Vazamentos	102
6	Conclusões e Perspectivas	111
	Referências Bibliográficas	113
	Anexo A - Equações diferenciais para o cálculo do golpe de aríete -	
	Modelo inercial elástico	123
	Anexo B - Solução da equação característica positiva	129

Anexo C - Sistema de Controle e Aquisição de Dados	131
Apêndice A - Solução da equação (3.158)	135
Apêndice B - Resultados Experimentais e Numéricos	140

Introdução

Tubulações são consideradas o melhor meio de transporte de fluidos através de longas distâncias, atravessam regiões densamente povoadas; apresentam menor custo de transporte quando comparado com o rodoviário, ferroviário e marítimo; são mais seguras que qualquer outro meio de transporte, apresentam a menor taxa de acidentes e de danos causados ao meio ambiente, e são eficientes em termos de energia. (KENNEDY, 1993). São transportados por tubulações, em terra e sob o mar, redes de distribuição de água para abastecimento urbano, irrigação, sistemas de disposição de esgoto e hidrelétricas e fontes de energia de alto valor agregado. Todos esses exemplos apresentam uma característica em comum: um fluido escoar ao longo de uma rede de tubos com variações de velocidade e pressão, no tempo e no espaço.

Na análise hidráulica o transiente fluidodinâmico é um processo onde ocorrem variações de pressão e de velocidade de escoamento do fluido em função do tempo, podendo ocasionar falha estrutural. Qualquer alteração funcional no movimento ou paralisação eventual de um elemento do sistema, como por exemplo, bombas, turbinas e válvulas provocam os chamados fenômenos transitórios. Após a ocorrência da perturbação, o regime permanente presente antes da perturbação é alterado, dando origem a um regime transitório que, eventualmente, passará a um novo estado de permanência.

Vazamentos em tubulações podem ocorrer em decorrência a quebras de tubula-

ções originadas por variações bruscas na pressão, deterioração física e manutenção inadequada. Um pequeno orifício em uma tubulação pode provocar significantes impactos econômicos, danos ambientais e prejuízos para a segurança pessoal, até que o respectivo vazamento seja detectado. O controle efetivo de tais perdas requer a detecção e localização dos vazamentos para uma rápida reparação do sistema. Neste trabalho, a atenção é voltada para o desenvolvimento de um simulador de escoamento de fluidos para análise fluidodinâmica em escoamento transitório, considerando vazamentos e um modelo dinâmico para o cálculo do termo de cisalhamento. O fluxo transitório em um conduto sob pressão é governado por equações diferenciais parciais não-lineares, representativas das leis da conservação de quantidade de movimento e da conservação de massa. Essas equações formam um sistema de equações diferenciais parciais cuja solução analítica exata não se pode determinar. Todavia, desprezando ou linearizando os termos não lineares, diversos métodos gráficos, analíticos e numéricos foram desenvolvidos para se chegar a uma solução aproximada. Para a resolução do sistema de equações tratado neste trabalho foi empregado um modelo elástico linear com solução através do Método das Características. Este projeto está sendo desenvolvido no âmbito de um projeto de pesquisa em curso no NETeF-USP cujo objetivo principal é o estudo da propagação de ondas acústicas em escoamento monofásicos e multifásicos em tubulações longas (projeto regular FAPESP 2007/08555-0). Uma das aplicações em vista é o uso de pulsos de pressão como forma de inspecionar uma tubulação com respeito a existência de vazamentos, ou seja, uma técnica de detecção ativa. A idéia principal é que o pulso, quando se propaga na tubulação, chega distorcido, a forma da distorção (conteúdo espectral, atenuações, etc) é influenciada pela existência ou não de vazamento. Assim, o presente trabalho visa à construção e validação de um modelo computacional para a simulação de uma nova técnica de detecção de vazamento, baseada na inspeção acústica ativa, capaz de detectar vazamentos pré-existentes. Para tanto, são utilizados dados obtidos em ensaios experimentais realizados no oleoduto piloto do Laboratório de Escoamentos Multifásicos Industriais da Universidade de São Paulo, no campus de São Carlos - SP e dados experimentais da literatura.

1.1 Objetivos

Constitui objetivo deste trabalho a construção de um simulador de escoamento em regime transitório, para o estudo da propagação acústica visando a detecção e localização de vazamentos nas tubulações. De maneira específica, os principais objetivos do trabalho são:

- Implementar um simulador para análise fluidodinâmica em escoamento transitório, considerando vazamentos e termo de cisalhamento dinâmico;
- Simular, usando o modelo computacional desenvolvido, o comportamento das ondas de pressão resultantes de transitórios hidráulicos;
- Verificar como a presença de um vazamento pré-existente ao longo da tubulação influencia no comportamento da propagação acústica.

Revisão Bibliográfica

2.1 Introdução

Este capítulo apresenta a revisão bibliográfica dos temas envolvidos neste trabalho, tais como: um breve relato histórico do desenvolvimento dos estudos dos transientes fluidodinâmicos, os principais conceitos que descrevem os transientes fluidodinâmicos em condutos forçados e os principais modelos de detecção de vazamento.

2.2 Breve Relato Histórico

Os estudos de transientes fluidodinâmicos tiveram início com as investigações da propagação de ondas sonoras no ar, de ondas em águas rasas, e o fluxo de sangue nas artérias. Como a primeira referência válida para a análise desses fenômenos é considerada a obra de Newton “Principia” (1687), que apresenta uma equação para a celeridade da onda e a elasticidade do meio. Anos mais tarde em 1816 a equação da celeridade apresentada por Newton foi aprimorada por Laplace. Euler (1759) desenvolveu uma teoria detalhada da propagação de ondas elásticas e derivou a equação de propagação de ondas. Em 1789 Monge desenvolveu um

método gráfico para integração das equações diferenciais parciais e introduziu o termo “método das características”.

Menabrea, engenheiro italiano, é considerado o primeiro investigador do golpe de aríete em 1859. Michaud (1878) também estudou o golpe de aríete, e desenvolveu o uso de sistemas de proteção como tanque de pressão e válvulas de segurança.

Joukowski (1897) conduziu extensivos experimentos em Moscou, e desenvolveu teoria obtendo uma fórmula para a celeridade levando em consideração a elasticidade do fluido e da parede da tubulação. Ele também desenvolveu uma relação entre a redução da velocidade e o aumento de pressão resultante. O pesquisador analisou a propagação da onda de pressão ao longo da tubulação e a reflexão das ondas no extremo aberto do conduto, estudou os efeitos de chaminé de equilíbrio, tanque de pressão e válvulas, investigou os efeitos do tempo de fechamento de válvulas e concluiu que o máximo aumento da pressão, devido ao fechamento da válvula, ocorre quando o tempo de manobra é menor ou igual a $2L/a$, em que L é o comprimento da tubulação e a a velocidade da onda.

Allievi (1902) desenvolveu a teoria geral do golpe de aríete, e justificou pela primeira vez que os termos convectivos ($V\partial V/\partial x$) podem ser desprezados. Wood (1926) introduziu o método gráfico para a análise do golpe de aríete.

Um número expressivo de trabalhos sobre transientes hidráulicos foi publicado entre 1940 e 1960. Mais detalhes da história do estudo dos transientes hidráulicos podem ser encontrados em Chaudhry (1979) e Abreu, Guarga e Izquierdo (1995).

Atualmente, as pesquisas sobre transientes hidráulicos concentram esforços na determinação das perdas de carga dos condutos durante esses fenômenos. Números modelos têm sido desenvolvidos para descrever as perdas de carga durante os transientes hidráulicos. Uma revisão e classificação dos modelos desenvolvidos pode ser encontrada em Bergant, Simpson e Vítkovsky (2001) e Lima (2006).

2.3 Modelos Matemáticos

Os modelos computacionais de simulação hidráulica são instrumentos cujo propósito é reproduzir por meio de um equacionamento matemático, com maior

exatidão possível, o comportamento real do sistema físico que representa. Um método numérico de solução é associado ao equacionamento matemático e então transformado em uma sequência ordenada de operações aritméticas.

Vários tipos de modelos matemáticos podem ser usados para descrever o comportamento dos fenômenos físicos ocorridos durante os escoamentos sob diferentes condições hidráulicas. Essas condições podem ser mudanças graduais nos níveis do reservatório, rápidas alterações devido à falta de energia na estação de bombeamento ou um acidente com a tubulação.

Geralmente, os modelos de simulação hidráulica são classificados em duas categorias principais:

- modelos estáticos (condições de fluxo constante);
- modelos dinâmicos (condições dependentes do tempo).

Os modelos estáticos permitem apenas a análise em regime permanente, modelam o fluxo considerando que os valores das variáveis de estado não mudam com o tempo. Os modelos dinâmicos por sua vez, permitem que as variáveis de interesse sejam avaliadas ao longo do tempo, podem ser divididos em inerciais e não inerciais.

Os modelos dinâmicos não inerciais, ou quasi-estáticos, admitem que a característica dinâmica seja fornecida por alterações temporais das condições de contorno, como por exemplo a variação dos níveis dos reservatórios. Estes modelos são usualmente empregados nas análises em período extensivo, como uma sucessão de aplicações do modelo estático, após alteração das condições de contorno em cada intervalo de análise (ANJO, 2008).

Os modelos dinâmicos inerciais, são classificados em:

- Modelo elástico: leva em conta a compressibilidade do fluido e as características mecânicas das paredes do conduto. O fluxo é geralmente considerado unidimensional e descrito por um sistema de equações diferenciais. Pode analisar uma variação extremamente brusca da condição de trabalho do conduto, como uma partida ou parada de uma bomba, ruptura da tubulação ou o fechamento muito rápido de uma válvula.

- Modelo rígido: quando as condições de escoamento variam lentamente no tempo, os efeitos de compressibilidade do fluido e do duto podem ser desprezados, e o fluido pode ser descrito por uma coluna rígida.

Sob um ponto de vista conceitual, o modelo dinâmico inercial elástico, ou simplesmente modelo elástico, permite que o modelo originalmente proposto para a análise de um regime transitório em um escoamento se preste também à análise do regime permanente deste escoamento. Desta forma, o emprego do modelo elástico contempla todas as situações operacionais possíveis do sistema (GUMIER, 2005).

Sob hipótese do modelo dinâmico elástico, o fluxo transitório em um conduto sob pressão é governado por equações diferenciais parciais não lineares, representativas das leis de conservação de quantidade de movimento (2.1) e da conservação de massa (2.2), que permitem a determinação das variáveis de estado, $H = H(x, t)$ carga piezométrica e $Q = Q(x, t)$ vazão, ao longo do comprimento da tubulação e do tempo, respectivamente denotado por x e t :

$$\frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fQ|Q|}{2DA^2} = 0, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0, \quad (2.2)$$

sendo D o diâmetro interno da tubulação, a a velocidade de propagação da onda de pressão (celeridade), A a área interna da seção transversal do duto, g a aceleração da gravidade e f o fator de atrito de Darcy-Weisbach.

Sob a hipótese do modelo rígido, a celeridade a tende ao infinito ($a \rightarrow \infty$) e a taxa de variação de H ($\partial H/\partial t$) tende a zero, as condições de fluxo mudam muito lentamente ao longo do tempo, a equação (2.2) é reduzida a $\partial Q/\partial x = 0$, concluindo-se que a vazão será a mesma em qualquer ponto ao longo da tubulação para cada instante de tempo t , logo $Q = Q(t)$ e $\partial Q/\partial t = dQ/dt$.

Integrando a equação da quantidade de movimento entre as seções extremas da tubulação (1- seção de montante e 2- seção de jusante) separados a uma distância L , obtém-se a equação que governa o modelo dinâmico inercial rígido:

$$H_2 - H_1 + f \frac{LQ|Q|}{2gDA^2} = -\frac{L}{gA} \frac{dQ}{dt}. \quad (2.3)$$

Para as condições do modelo estático, a variação de vazão no tempo é nula, ($\partial Q/\partial t = 0$) e obtém-se a equação do modelo estático:

$$H_2 - H_1 + f \frac{LQ|Q|}{2gDA^2} = 0. \quad (2.4)$$

As equações (2.1), (2.2), (2.3) e (2.4) mostram a hierarquia entre as diferentes concepções resultantes das simplificações admitidas durante a elaboração dos modelos (ANJO, 2008).

2.4 Fenômenos Transientes em Dutos

2.4.1 Análise do Golpe de Aríete

Transitório fluidodinâmico rápido ou Golpe de Aríete é o nome dado ao fenômeno de variação de pressão que se verifica em um conduto quando ocorre a variação de velocidade devido a ação, ou alteração funcional, de algum equipamento, como por exemplo, válvulas, turbinas e bombas. Estas alterações de pressão variam com o tempo e se propagam em forma de ondas ao longo da tubulação. Durante o transitório fluidodinâmico, as oscilações ocorrem de maneira brusca, provocando ruídos que se assemelham a pancadas. Essas oscilações podem causar sérios danos à tubulação e seus equipamentos, comprometendo a segurança e o funcionamento do sistema.

Um golpe de aríete pode causar danos como o que ocorreu na *Oigawa Power Station* no Japão (Figura 2.1), houve o rompimento da tubulação por sobrepressão num segmento e em outro segmento houve o colapso da tubulação devido à pressão negativa.

A atenuação dos golpes pode ser obtida pela adoção de algumas técnicas, entre elas:

- Fechamento progressivo de válvulas, derivantes, etc;

Figura 2.1: Em Oigawa Power Station - Japão - houve o rompimento da tubulação por sobrepressão num segmento e em outro segmento houve o colapso da tubulação devido à pressão negativa. Fotos: (CHAUDHRY, 1979)

- Tanques hidropneumáticos;
- Chaminé de equilíbrio;
- Reservatório hidropneumático;
- Volantes de inércia;
- Válvulas de retenção na linha (subdividir em golpes menores).

Um exemplo interessante do uso de atenuantes para o golpe de aríete é a Usina Hidrelétrica Henry Borden em Cubatão-SP. A água é coletada na represa Billings situada no planalto e é conduzida por tubulações de grande diâmetro descendo aproximadamente 714 *m* pela Serra do Mar. No caso de manutenção de uma turbina, uma válvula é fechada lentamente por meio de um acionamento controlado. Esta operação de fechamento leva aproximadamente 30 minutos, tempo necessário para reduzir a velocidade do fluxo de água sem gerar sobrepressão devido a um golpe de aríete, que iria romper a tubulação.

A análise clássica do golpe de aríete normalmente assume comportamento elástico linear da parede do tubo, perdas de carga no estado permanente, fluido monofásico, tubo completamente impossibilitado de movimento axial, e sem escoamento lateral. Essas hipóteses não são sempre verificadas na prática, exemplos destes é a dissipação de energia durante eventos de transitórios rápidos. Os transientes fluidodinâmicos podem ser descritos por meio de modelos 1-D, 2-D ou

3-D dependendo da importância do fenômeno analisado. Em geral, os modelos transientes em sistemas de tubulação são baseados na suposição de um fluido unidimensional e são normalmente resolvidos pelo método das características (WIGGERT; SUNDQUIST, 1977; GOLDBERG; WYLIE, 1983; LAI, 1989; YANG; HSU, 1991; SIBERTHEROS; HOLLEY; BRANSKI, 1991; KARNEY; GHIDAOUI, 1997). De acordo com Covas (2003), modelos 2-D e 3-D são usados quando o foco é a descrição de um fenômeno particular. Exemplos são a rápida propagação de uma rachadura quando um duto é instantaneamente carregado (preenchido) (VENIZELOS et al., 1997; IVANKOVIC; VENIZELOS, 1998) e a descrição do perfil de velocidade durante os eventos transientes na seção transversal (VARDY; HWANG, 1991). Nestes casos, o método de volumes finitos, método de diferenças finitas ou métodos híbridos são usados para resolver as equações de escoamento.

2.4.2 Equações Básicas e Hipóteses

Os casos de escoamento em regime transitório forçado são tratados como problemas unidimensionais de parâmetros distribuídos. Usa-se a equação da quantidade de movimento em regime transiente, e a equação de conservação de massa assume formas especiais. Essas duas equações formam um sistema de equações diferenciais cuja solução analítica não está disponível. As seguintes hipóteses são admitidas nas equações (COVAS, 2003): (i) o escoamento é monofásico, homogêneo e compressível (pode-se considerar escoamento quase incompressível); (ii) variações na temperatura durante o escoamento transitório são desprezíveis comparadas às variações de pressão e vazão; (iii) o escoamento é unidimensional (1-D) com um perfil pseudouniforme de velocidades em cada seção transversal do tubo; (iv) o material do tubo possui comportamento reológico elástico linear; (v) não há movimento axial ou radial macroscópico, ou seja, a interação fluido-estrutura é negligenciada; e (vi) o tubo é retilíneo e horizontal, com uma área da seção transversal constante e sem escoamento lateral (embora variações na área da seção transversal e escoamento lateral possam ser incluídos como condições de contorno).

Assim, as equações podem ser escritas como:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + gh_f = 0, \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0, \quad (2.6)$$

sendo x a distância, t o tempo, $H = H(x, t)$ a carga piezométrica, variável ao longo do comprimento da tubulação e do tempo, $V = V(x, t)$ a velocidade, também variável ao longo do comprimento da tubulação e do tempo, a a celeridade da onda de pressão, g a aceleração da gravidade e h_f o termo de cisalhamento.

2.4.3 Equações Características e Esquema Numérico

O método das características (MOC), (em inglês *Method of Characteristics*) é geralmente usado para resolver o sistema de equações diferenciais (2.5) e (2.6). A estabilidade do MOC exige a verificação de uma restrição numérica de passo no tempo e espaço, dada pela condição de estabilidade CFL (Courant-Friedrich-Lewy), ou seja, $C_N \leq 1$. C_N é o número de Courant definido como a relação entre a celeridade real ($V \pm a$) e a celeridade numérica (dx/dt), ou seja, $C_N = (V \pm a)/(dx/dt)$. Assim, CFL é dada por (WYLIE; STREETER, 1993):

$$\frac{dx}{dt} \geq V \pm a. \quad (2.7)$$

Esta condição corresponde à propagação das características do fluxo no tempo e no espaço através de linhas características com uma celeridade numérica superior à celeridade real dada pela diferença de velocidades entre o fluido e as ondas de pressão. Idealmente, para evitar dispersão e amortecimento numérico, tal relação deve ser uma igualdade ($dx/dt = V \pm a$).

A condição CFL sendo uma restrição de passo de tempo e espaço, não limita a aplicação das equações (2.5) e (2.6). Pelo contrário, permite transformar esse conjunto de equações em um sistema de equações diferenciais ordinárias, válidas ao longo das linhas características. Estas equações são conhecidas como Equações

Características (COVAS, 2003):

$$C^+ : \frac{dH}{dt} + \frac{a}{g} \frac{dV}{dt} + ah_f, \quad (2.8)$$

$$C^- : \frac{dH}{dt} - \frac{a}{g} \frac{dV}{dt} - ah_f. \quad (2.9)$$

Integrando estas equações ao longo das linhas de característica C^+ e C^- no plano $x-t$, escrevendo em termos de vazão ($V = Q/A$) e considerando o termo de cisalhamento h_f para escoamento permanente, o seguinte esquema de diferenças finitas, pode ser escrito:

$$C^+ : (H_{i,j} - H_{i-1,j-1}) + \frac{a}{gA}(Q_{i,j} - Q_{i-1,j-1}) + \frac{f\Delta x}{2gDA^2}Q_{i,j}|Q_{i-1,j-1}|, \quad (2.10)$$

$$C^- : (H_{i,j} - H_{i+1,j-1}) - \frac{a}{gA}(Q_{i,j} - Q_{i+1,j-1}) - \frac{f\Delta x}{2gDA^2}Q_{i,j}|Q_{i+1,j-1}|. \quad (2.11)$$

2.4.4 Cálculo da Celeridade

Considerando o comportamento elástico da parede do tubo (relação tensão x deformação linear), a celeridade pode ser estimada por (CHAUDHRY, 1979):

$$a = \sqrt{k_2/\rho \left[1 + \left(\frac{k_2}{E_0} \right) \psi(D/e) \right]}, \quad (2.12)$$

sendo ψ um parâmetro adimensional dependente das propriedades elásticas do tubo (dimensões da seção transversal, condições de ancoragem da tubulação, coeficiente de Poisson), E_0 o módulo de elasticidade de Young da parede do conduto, k_2 o módulo de elasticidade do fluido, ρ a massa específica do fluido, D o diâmetro do tubo e e a espessura da parede do tubo.

As expressões de ψ para as várias condições são (WYLIE; STREETER, 1993):

- Condutos rígidos

$$\psi = 0.$$

A celeridade é máxima e dada por $\sqrt{k_2/\rho}$ que é a velocidade do som no fluido.

- Condutos elásticos

a) Conduto com parede espessa, ancorado contra movimento longitudinal ao longo do seu comprimento:

$$\psi = 2(1 + v) \left(\frac{R_0^2 + R_l^2}{R_0^2 - R_l^2} - \frac{2vR_l^2}{R_0^2 - R_l^2} \right)$$

em que v é o Coeficiente de Poisson, R_0 é o raio externo do tubo e R_l o raio interno do tubo.

b) Conduto com parede espessa, ancorado contra movimento longitudinal na extremidade de jusante:

$$\psi = 2 \left(\frac{R_0^2 + 1,5R_l^2}{R_0^2 - R_l^2} + \frac{v(R_0^2 + 3R_l^2)}{R_0^2 - R_l^2} \right).$$

c) Conduto com parede espessa com juntas de dilatação:

$$\psi = 2 \left(\frac{R_0^2 + R_l^2}{R_0^2 - R_l^2} + v \right).$$

d) Conduto com parede fina ($D/e < 25$), ancorado contra movimento longitudinal ao longo do seu comprimento:

$$\psi = \frac{D}{e} + (1 - v^2).$$

e) Conduto com parede fina, ancorado contra movimento longitudinal na extremidade de jusante:

$$\psi = \frac{D}{e} + (1 - 0.5v).$$

f) Conduto com parede fina com juntas de dilatação:

$$\psi = \frac{D}{e}.$$

2.4.5 Termo de Cisalhamento Dinâmico

O fluxo transitório em um conduto sob pressão é governado por equações diferenciais parciais não-lineares, representativas das leis da quantidade de movimento (2.5) e da conservação de massa (2.6).

Na análise do escoamento transitório, tradicionalmente o cisalhamento dinâmico é negligenciado, já que a suposição de cisalhamento para escoamento permanente é razoavelmente precisa para transientes lentos. Recentemente, autores têm avaliado formulações considerando regime transitório no cálculo do termo de cisalhamento em vez do emprego do termo de cisalhamento calculado para condições de escoamento permanente. Investigações de campo e de laboratório demonstram que pressões geradas pelo fechamento rápido de uma válvula sofrem maior atenuação dos pulsos no evento transitório do que previstas nas simulações hidráulico-computacionais e exigem uma representação mais adequada dos efeitos de cisalhamento instável.

Para descrever as perdas por cisalhamento dinâmico no escoamento transiente é incorporado um termo na equação da quantidade de movimento considerando o cisalhamento e os efeitos inerciais do perfil de velocidade não-uniforme:

$$h_f = h_{fs} + h_{fu}, \quad (2.13)$$

sendo h_f o termo de cisalhamento, h_{fs} o termo de cisalhamento no escoamento permanente e h_{fu} o termo de cisalhamento no escoamento transitório.

Os trabalhos que enfocam essa questão podem ser classificados em seis grupos distintos, segundo Bergant, Simpson e Vítkovský (2001) considerando:

- (1) o termo de cisalhamento dependente da velocidade média instantânea V

(HINO; SAWAMOTO; TAKASU, 1977);

(2) o termo de cisalhamento dependente da velocidade média instantânea V e da aceleração local instantânea $\partial V/\partial t$ (DAILY et al., 1956);

(3) o termo de cisalhamento dependente da velocidade média V , aceleração local $\partial V/\partial t$ e aceleração convectiva $\partial V/\partial x$ instantâneas (BRUNONE; GOLIA; GRECO, 1991; RAMOS et al., 2004) ;

(4) o termo de cisalhamento depende da velocidade média instantânea V e difusão $\partial^2 V/\partial x^2$ (VENNATRO, 1996; SVINGEN, 1997);

(5) o termo de cisalhamento dependente da velocidade média V e funções peso calculadas de acordo com a mudança das velocidades nos instantes anteriores (ZIELKE, 1966; SUZUKI; TAKETOMI; SATO, 1991; VARDY; HWANG; BROWN, 1993; VARDY; BROWN, 1995, 1996);

(6) o termo de cisalhamento baseado no perfil da distribuição de velocidades ao longo da seção do tubo (WOOD; FUNK, 1970; OHMI; KYOMEN; USUI, 1985; VARDY; HWANG, 1991; EICHINGER; LEIN, 1992; SILVA-ARAYA; CHAUDHRY, 1997, 2001; PEZZINGA, 1999, 2000; ZHAO; GUIDAOUI, 2003).

De acordo com Vardy e Brown (2003), os modelos bidimensionais considerando cisalhamento dinâmico (OHMI; KYOMEN; USUI, 1985; EICHINGER; LEIN, 1992; BRUNONE; GOLIA; GRECO, 1995; SILVA-ARAYA; CHAUDHRY, 1997; PEZZINGA, 2000) são capazes de fornecer mais detalhes do que uma abordagem dimensional, mas têm a desvantagem de serem praticamente inviáveis em análises de sistemas de grande porte como as redes hidráulicas. Atualmente, os métodos bidimensionais são considerados mais como uma forma de avanço na fronteira do conhecimento ou de validação das teorias unidimensionais do que em aplicações práticas. Um resumo dos modelos desenvolvidos pode-se encontrar em Lima(2006).

Termo de Cisalhamento no Escoamento Permanente

O termo de cisalhamento no escoamento permanente h_{fs} é calculado por:

$$h_{fs} = \frac{fV|V|}{2gD}, \quad (2.14)$$

sendo f o fator de atrito, V a velocidade, g a aceleração da gravidade e D o diâmetro interno do duto.

Neste trabalho, na equação da quantidade de movimento o fator de atrito f é calculado pela equação de Churchill. Esta equação relaciona o fator de atrito com o número de Reynolds, Re , e com a rugosidade relativa, ε/D , em uma equação válida para todos os regimes de escoamento e uma grande faixa de valores da rugosidade de tubos, sendo dada por (ROMA, 2003):

$$f = 8 \left[\left(\frac{8}{Re} \right)^{12} + \frac{1}{(A_{Ch} + B_{Ch})^{3/2}} \right]^{1/12} \quad (2.15)$$

em que:

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu}, \quad (2.16)$$

$$A_{Ch} = (2.457 \ln C_{Ch})^{16}, \quad (2.17)$$

$$B_{Ch} = \left(\frac{37530}{Re} \right)^{16}, \quad (2.18)$$

$$C_{Ch} = \frac{1}{\left(\frac{7}{Re} \right)^{0.9} + 0.27 \left(\frac{\varepsilon}{D} \right)}. \quad (2.19)$$

Termo de Cisalhamento no Escoamento Transitório

Para o cálculo do termo de cisalhamento no escoamento transitório h_{fu} é utilizada a formulação de Brunone, Golia e Greco (1991).

Brunone, Golia e Greco (1991) propõem uma formulação para o cálculo do termo de cisalhamento em regime transitório de escoamento, os autores consideram que o cisalhamento é dependente das acelerações local e convectiva instantâneas, como expresso pela seguinte equação:

$$h_{fu} = \frac{k_3}{g} \left(\frac{\partial V}{\partial t} - a \frac{\partial V}{\partial x} \right), \quad (2.20)$$

sendo g a aceleração da gravidade, $V = V(x, t)$ a velocidade, variável ao longo

do comprimento da tubulação e do tempo, a a celeridade e k_3 um parâmetro de calibração entre resultados experimentais e numéricos, utilizado para o ajuste do decaimento dos pulsos de pressão. O coeficiente k_3 pode ser calculado de acordo com uma expressão proposta por Vardy e Brown (1996), na seguinte forma:

$$k_3 = 2\sqrt{C^*}, \quad (2.21)$$

sendo

$$C^* = \frac{7.41}{Re^{\log\left(\frac{14.3}{Re^{0.05}}\right)}}. \quad (2.22)$$

2.5 Detecção de Vazamento

Vazamentos em tubulações podem ocorrer devido a diversos fatores como variações bruscas na pressão, rompimento ao longo das tubulações, nas junções e ramificações, ação corrosiva ou manutenção inadequada e consequentemente podem gerar sérios problemas, comprometendo aspectos econômico, de segurança, saúde e meio ambiente, além da interrupção no fornecimento do produto que está sendo transportado até que a tubulação seja reparada.

Um monitoramento permanente das condições operacionais da tubulação é requerido para a operação adequada e segura de redes de tubulações, de modo que na ocorrência de vazamentos, estes possam ser identificados e localizados o mais rápido possível.

Diferentes tipos de vazamentos podem ocorrer em tubulações. O vazamento por “ruptura” é o menos comum, mas muito perigoso devido a grande quantidade de produto derramado, podendo causar danos significativos ao ambiente, especialmente em áreas remotas e em tubulações submersas, entretanto, são os mais fáceis de serem detectados por causarem quedas significativas de pressão e discrepância no volume. Vazamentos de pequenas proporções (menor que 5 litros/h), geralmente ocasionados por corrosão, erosão, fadiga, defeitos na solda ou em junções, que por serem de difícil detecção podem levar a grandes perdas de produto (BAGHDADI; MANSY, 1988).

2.5.1 Métodos de Detecção de Vazamento

Grande parte dos sistemas de detecção implantados em várias tubulações em operação apresentam desempenho insatisfatório, pois geram frequentes alarmes falsos, são de difícil entendimento para o usuário e a manutenção é muito cara. Consequentemente, alarmes de vazamento são negligenciados e em alguns casos desligados (ZHANG, 2001).

Diferentes métodos de detecção de vazamentos são aplicados para monitorar a integridade de tubulações. Numa análise geral, os métodos de detecção de vazamentos englobam desde a observação visual até a utilização de instrumentos, equipamentos e outras tecnologias mais avançadas. Dada a grande diversidade de métodos para se detectar ou localizar vazamentos não seria tarefa fácil conceber uma classificação para todos os métodos hoje disponíveis. Somente classificações bem gerais é que teriam algum sucesso (SOUZA, 2002).

Pode-se classificar os sistemas de detecção de vazamento em dois grandes grupos: estático, que são úteis após a detecção do vazamento, de modo a encontrar a sua localização, e dinâmico, que podem ser utilizados enquanto a tubulação está operando. Esses métodos são capazes de detectar pequenos vazamentos e baseiam-se no fato de que, em uma linha sem fluxo, uma queda de pressão indica vazamento, a localização é feita por meio de transdutores diferenciais de pressão (WIKE, 1986).

Zhang (2001), classificou os métodos de detecção em três categorias: observação, métodos de detecção diretos e métodos de detecção indiretos.

1. Métodos observacionais: é a forma mais simples de detectar vazamentos, fazendo a inspeção ao longo da tubulação procurando por condições anormais de operação, odores e sons que podem ocorrer devido a vazamentos. Estas inspeções devem ser regulares, já que este método não é tão eficaz e depende muito da experiência das pessoas envolvidas.

2. Métodos de detecção diretos (métodos baseados em *hardware*): diferentes dispositivos são utilizados para ajudar na detecção e localização de um vazamento. Alguns dispositivos típicos são os sensores acústicos, detectores de gás, detectores de pressão negativa e sensores térmicos de infravermelho.

3. Métodos de detecção indiretos (métodos baseados em *software*): atualmente os sistemas supervisórios SCADA, sistema de comunicação computadorizado que monitora, processa, transmite e apresenta dados para o operador controlador do duto, estão sendo utilizados para realizar a detecção através de dados de fluxo, pressão, temperatura, etc. Exemplo deste método é a detecção por mudança de fluxo/pressão, balanço de massa/volume, modelagem dinâmica e análise estatística.

Métodos diretos

- Métodos baseados em sensores: incluem métodos que detectam vazamentos através do sinal acústico detectado por terminais posicionados ao longo da tubulação, são alguns exemplos:

Sensores de ruídos ultra-sônicos: instrumentos baseados na detecção do ruído criado pelo vazamento, produzido na faixa de frequências ultra-sônicas. O software associado deve ser desenvolvido cuidadosamente de modo a filtrar os ruídos externos (BLACK, 1992).

Sensores acústicos: são métodos que podem detectar vazamentos muito pequenos em um curto espaço de tempo podendo ser aplicado em estruturas em operação, à temperatura ambiente ou elevada. As ondas acústicas podem viajar através de estruturas e fluidos até sensores remotos, significando que instrumentos acústicos são relativamente fáceis de instalar e, com apenas alguns sensores, possibilitam uma supervisão abrangente da planta assegurando sua integridade estrutural. O sucesso na supervisão depende da existência de bons sensores situados em locais apropriados e de um sistema satisfatório de amplificação e gravação dos dados. Técnicas de processamento de sinal também são requeridas para extrair as informações importantes dos dados coletados (MACLEOD, et al. 1991).

- Ondas de pressão negativa: no instante em que ocorre o vazamento há uma queda de pressão repentina no local originando uma onda de pressão negativa que se propaga à velocidade do som no sentido montante e jusante até que seja estabelecido um novo estado estacionário. Esta pressão

negativa percorre longas distâncias apenas com atenuação moderada, providenciando uma detecção rápida para grandes tubulações. É necessário uma filtragem cuidadosa dos dados porque as ondas de pressão negativas podem ser causadas por bombas, fechamento de válvulas e outros procedimentos normais da operação. O sistema de detecção mostra um bom desempenho na detecção de pequenos vazamentos na ordem de 5% da taxa do fluxo do líquido nominal. A localização do vazamento é obtida com razoável precisão através da instalação de transientes de pressão nas extremidades das seções e ao longo da tubulação conhecendo-se as distâncias entre os mesmos, e da velocidade da onda de pressão quando ocorre o vazamento (BLACK, 1992; SILVA, 1996).

- Técnica de análise espectral: quando uma série de medidas de pressões no tempo é representada por sinais periódicos com variações de amplitude, frequência e fase, é possível verificar a diferença entre ondas de frequências dominantes e as ondas refletidas. Um vazamento origina ondas refletidas que dependem do fluxo de vazamento e da razão entre a pressão incidente e a pressão local do vazamento, desta maneira torna-se possível detectar o vazamento (JÖNSSON; LARSON, 1992).

Métodos indiretos

- Variações inesperadas: nesta técnica assume-se que a ocorrência do vazamento está ligada a uma alta taxa de mudança da pressão e do fluxo a montante e a jusante. Se em determinado período a taxa de mudança for maior que um padrão definido, o alarme de vazamento será acionado. Este método pode ser aplicado apenas ao escoamento de fluidos incompressíveis em estado estacionário, caso contrário pode levar a alarmes falsos. Somente vazamentos maiores são detectados (WIKE, 1986).
- Gradientes de pressão: baseia-se no princípio de que um vazamento deve distorcer o perfil de pressão ao longo de uma seção da tubulação. O gradiente médio de pressão ao longo da linha pode ser calculado por meio de medidores de pressão nas extremidades das seções. Um vazamento causa uma

diminuição no gradiente médio, e através de técnicas de ajuste de curvas de interpolação entre medidas de pressão e o vazamento pode ser localizado com razoável precisão (WIKE, 1986).

- Balanço de volume ou massa: o método essencialmente mede o “volume/massa que entra” e subtrai o “volume/massa que sai”, se a diferença atingir um valor maior que uma determinada tolerância estabelecida (2% para líquidos e 10% para gases), significa vazamento, um alarme de vazamento será gerado. Os alarmes falsos podem ocorrer devido à dependência da taxa de fluxo com os parâmetros do fluido (temperatura, pressão, densidade e viscosidade), para aumentar a eficiência do sistema são realizadas medições regulares das variáveis ao longo da tubulação ou podem ser preditas por um modelo de cálculo. A localização do vazamento não é possível por este método (SANDBERG et al., 1989; BLACK, 1992; WIKE, 1986).
- Método estatístico: este método de detecção de vazamentos em tubulações não usa modelos matemáticos para calcular o fluxo e a pressão na tubulação, mas detecta as mudanças na relação entre o fluxo e a pressão usando dados de medidas disponíveis. Ele calcula a probabilidade do vazamento, avisando o tamanho do vazamento e sua localização aproximada, baseada em medidas de fluxo e pressão. A taxa de alarmes falsos é muito baixa e as variações geradas por mudanças operacionais são registradas assegurando que o alarme de vazamento ocorra quando houver um padrão único de mudanças no fluxo e na pressão, suas características providenciam ao sistema uma capacidade de aprendizado *on-line* adaptando-se às mudanças na tubulação e nos instrumentos de medida.
- Modelagem matemática: embora existam diferentes formulações, a essência da maioria dos sistemas de modelagem é a solução de equações da conservação de massa, quantidade de movimento e energia. Estas equações não representam um sistema fechado e devem ser suplementadas por uma equação de estado e formulação do fator de atrito. Métodos numéricos são usados para resolver este grupo de equações não lineares, o resultado é uma ferramenta preditiva conhecida como modelo de tempo real (BLACK,

1992). O modelo estima variável intermediária ao longo da tubulação através de um conjunto limitado de medições reais da tubulação, como pressão a montante e fluxo a jusante, que são usados como condições de contorno. As discrepâncias entre as variáveis intermediárias calculadas pelo modelo e medições reais são usadas para indicar vazamentos (WIKE, 1986).

Técnicas de detecção de vazamentos vêm sendo pesquisadas há quase um século. De acordo com Colombo et al. (2009), Babbitt (1920) pesquisou a então abordagem existente de detecção de vazamentos, descrevendo as técnicas que vão desde a simples observação das ruas inundadas e crescimento anômala da vegetação à introdução de agentes químicos traçadores e métodos acústicos. Entre as estratégias, Babbitt menciona a detecção de vazamentos através da atenuação das ondas de pressão transiente, explorando a ação de descompressão que os vazamentos fornecem. A mesma propriedade de vazamentos é a base do método proposto por Wang et al. (2002), mais de oitenta anos mais tarde. Além disso, a idéia do exame de sinal de pressão é uma característica comum de muitos métodos de detecção de vazamento atualmente adotados pelos pesquisadores. Uma técnica promissora de transientes utilizada para detecção de vazamento é conhecida como o método de ondas de rarefação que visa detectar a onda de baixa pressão gerada pela ruptura do duto (SILVA, 1996; MISIUNAS, et al. 2005). A localização de vazamento é revelada sabendo-se a hora da chegada da onda negativa, em cada transdutor de medição e o conhecimento da celeridade revela a localização do vazamento. Esta aproximação pode ser facilmente incorporada em um sistema de monitoramento de vazamentos em tempo real. No entanto, ela exige detecção precisa de pequenos sinais de pressão de forma desconhecida que podem ser mascarados pelo ruído de fundo se o vazamento é pequeno.

Outra abordagem conhecida é personalizar o sinal de pressão que são injetados no conduto e então realizar a análise transiente do comportamento subsequente. Durante sua viagem, um sinal transiente adquire propriedades que dizem respeito à configuração e integridade do sistema. A análise deste sinal pode detectar e localizar vazamentos. Estes transientes injetados são projetados para serem pequenos e podem ser usado em uma base regular para monitoramento do sistema. Empregando este método, os operadores estão preocupados unicamente com o

comportamento do sinal injetado, que é distinto do ruído de fundo e as flutuações de pressão. Como mencionado, um vazamento afeta o sinal transiente por: aumentar a sua taxa de amortecimento (WANG et al., 2002) ou por criação de sinais refletidos no sinal de pressão resultante (JÖNSSON; LARSON, 1992; COVAS; RAMOS, 1999).

No método do transiente inverso, o estado do sistema é conhecido/medido (pressões, vazão, etc.), mas alguns parâmetros físicos como fatores de cisalhamento, rugosidades absolutas, diâmetros e a identificação e quantificação de vazamentos são as grandezas desconhecidas. Normalmente, as variáveis do sistema de estado, são registradas durante um evento transitório e comparadas com as medições correspondentes ao mesmo sistema livre de vazamentos (PUDAR; LIGGETT, 1992; LIGGETT; CHEN, 1994). O Método Transiente Inverso (MTI) geralmente emprega o método das características na solução das equações de conservação para escoamento transiente em redes de tubos em conjunto com um algoritmo de otimização para minimizar os erros do modelo. As condições de regime permanente são desconhecidas. A metodologia proposta por Liggett e Chen (1994) foi refinado por numerosos pesquisadores ao longo dos anos, com atenção especial em métodos para otimizar a função objetivo, a implantação de dispositivos de medição e do modelo hidráulico transiente (VÍTKOVSKÝ et al., 2000; VÍTKOVSKÝ et al., 2006; SOARES, 2007)

A idéia do método de análise de frequência é de que se os transitórios que ocorrem nos sistemas de tubulações são afetados pelas características desses, sejam elas: vazamento, obstruções, mudanças de diâmetro, registros parcialmente fechados, consumos não autorizados, etc., o caminho inverso pode ser feito, localizando essas peculiaridades através das alterações que elas provocam na resposta desse sistema a um transitório controlado. O intuito da proposta está em gerar uma excitação controlada através da oscilação da abertura de uma válvula, produzindo um pequeno transitório, coletar a resposta do sistema de abastecimento a essa excitação (dados de vazão e pressão) e converter essas informações para o domínio da frequência. A partir desses dados cria-se um Diagrama de Resposta em Frequência (DRF) e, através da discrepância dos picos de ressonância, obtém-se a localização do vazamento e conseqüente quantificação do mesmo. A resposta em

frequência do sistema pode ser obtida através de dois métodos: Método da Matriz de Transferência (MMT), a análise dos transitórios hidráulicos é feita diretamente no domínio da frequência e método das características onde a análise dos transitórios hidráulicos é feita no domínio do tempo e posteriormente convertida para o domínio da frequência através da Transformada Rápida de Fourier (FFT) do inglês *Fast Fourier Transform* (LEE et al., 2005a,b; WANG et al., 2002; COVAS; RAMOS; ALMEIDA, 2005; MPESHA; GASSMAN; CHAUDHRY, 2001).

Estudos sobre as técnicas de detecção e localização de vazamentos em tubulações por métodos computacionais *on-line* têm sido desenvolvidos no Departamento de Engenharia de Sistemas Químicos (DESQ)/FEQ/UNICAMP, desde 1989. Esse sistema de detecção baseia-se no estudo das ondas negativas de pressão, que também é conhecido como método de transitório de pressão. A técnica consiste de transdutores de pressão conectados a um computador, vazamentos são provocados através de válvulas solenóide que também é conectada ao computador, um programa computacional *on-line* é usado para provocar o vazamento, ler os sinais dos transdutores e gerar os perfis de pressão. Em Souza (2007) pode ser encontrado um resumo dos trabalhos realizados.

Metodologia

3.1 Introdução

No presente capítulo, é apresentado o modelo matemático básico de um oleoduto. As equações diferenciais parciais hiperbólicas não-lineares unidimensionais governantes do escoamento transitório em condutos forçados são resolvidas no domínio do tempo com o emprego do método das características. Termos adicionais são considerados para a análise do fator de cisalhamento variável e o método de detecção de vazamentos é apresentado.

3.2 Modelo de Simulação Hidráulica

A análise de fenômenos hidráulicos transitórios é de suma importância no estudo dos efeitos decorrentes de manobras que alteram as condições de escoamento, como os casos de alteração de demanda de consumo, abertura de válvulas e parada ou partida de bomba, resultando na mudança de um estado permanente para outro estado permanente.

Os casos de escoamento de fluido em regime transitório em condutos forçados são tratados como problemas unidimensionais de parâmetros distribuídos seguindo

diferentes hipóteses simplificadoras, que permitem a concepção de distintos modelos. O modelo mais adequado para uma análise correta do comportamento dinâmico do golpe de aríete (transitórios rápidos com altas frequências) é o inercial elástico, que considera os efeitos de elasticidade do fluido e do conduto.

Os transientes hidráulicos em condutos forçados são governados por equações parciais não-lineares, representativas das leis da quantidade de movimento (3.1) e da conservação de massa (3.2) (ver a dedução no ANEXO A). Essas duas equações formam um sistema de equações diferenciais cuja solução analítica não está disponível. As seguintes hipóteses são admitidas nas equações (COVAS, 2003): (i) o escoamento é monofásico, homogêneo e compressível (o escoamento pode ser considerado quase incompressível); (ii) variações na temperatura durante o escoamento transitório são desprezíveis comparadas às variações de pressão e vazão; (iii) o escoamento é unidimensional (1-D) com um pseudouniforme perfil de velocidades em cada seção transversal do tubo; (iv) o material do tubo possui comportamento reológico elástico linear; (v) não há movimento axial, ou seja, a interação fluido-estrutura é negligenciada; e (vi) o tubo é retilíneo e horizontal, com uma área da seção transversal constante e sem escoamento lateral (embora variações na área da seção transversal e escoamento lateral possam ser incluídos como condições de contorno).

Sendo assim temos:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fV|V|}{2D} = 0, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0, \quad (3.2)$$

sendo x a distância, t o tempo, $H = H(x, t)$ a carga piezométrica, variável ao longo do comprimento da tubulação e do tempo, $V = V(x, t)$ a velocidade do fluido, variável ao longo do comprimento da tubulação e do tempo, D o diâmetro interno da tubulação, a a velocidade de propagação da onda de pressão (celeridade), g a aceleração da gravidade e f o fator de atrito de Darcy-Weisbach. Dado que a velocidade do escoamento no tubo é muito menor que a celeridade ($V \ll a$), os

termos convectivo da equação (3.1) e (3.2) podem ser desprezados.

A seguinte relação entre a pressão e a massa específica é utilizada

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{P - P_0}{B_c} \right), \quad (3.3)$$

em que ρ_0 e P_0 são valores de referência e B_c denota o módulo de compressibilidade do fluido.

3.3 Método das Características

O método das características é o método mais utilizado para a solução das equações que governam o escoamento unidimensional transiente em dutos sob pressão. Para a solução das equações é necessário transformá-las em equações diferenciais ordinárias lineares e especificar as condições de contorno e valores iniciais para as variáveis de estado. Uma vantagem do método das características é a obtenção de equações explícitas para o cálculo das pressões e velocidades. Além disso, de acordo com este método, o fenômeno transitório segue uma lei de propagação de ondas, dada pela celeridade, associada ao tempo e espaço ao longo da tubulação.

A solução através do método das características é dada pela combinação das duas equações de conservação através de um multiplicador indeterminado, como $L = L_1 + \lambda L_2$. Sendo,

$$L_1 = \frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fV|V|}{2D} = 0, \quad (3.4)$$

$$L_2 = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0. \quad (3.5)$$

Assim L será:

$$L = \lambda \left(\frac{g}{\lambda} \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} \right) + \left(\frac{\lambda a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} \right) + \frac{fV|V|}{2D} = 0. \quad (3.6)$$

As duas variáveis V e H são funções de x e t , e, se a variável independente x é função de t , então as derivadas totais podem ser escritas da seguinte maneira:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial H}{\partial t}, \quad (3.7)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial V}{\partial t}, \quad (3.8)$$

Assim, de acordo com as equações (3.6), (3.7) e (3.8) pode-se notar que:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{g}{\lambda} = \frac{\lambda a^2}{g} \quad \longrightarrow \quad \lambda = \pm \frac{g}{a} \quad (3.9)$$

então

$$\frac{dx}{dt} = \pm a. \quad (3.10)$$

Com os valores de λ , chegamos a um par de equações descritas como característica positiva C^+ e característica negativa C^- , dadas por:

$$C^+ : \frac{dV}{dt} + \frac{g}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad \text{se} \quad \frac{dx}{dt} = +a, \quad (3.11)$$

$$C^- : \frac{dV}{dt} - \frac{g}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad \text{se} \quad \frac{dx}{dt} = -a. \quad (3.12)$$

No plano $x - t$ estas relações representam duas linhas retas, chamadas linhas características. A Figura 3.1 apresenta as linhas características positiva C^+ e negativa C^- no plano $x - t$. O significado físico que elas representam é o caminho percorrido pela perturbação. A equação (3.11) é válida somente ao longo da característica C^+ e a equação (3.12) tem validade ao longo da característica C^- , ambas são válidas ao longo do comprimento do conduto ($0 < x < L$) e as condições de contorno fornecem informações das extremidades ($x = 0$ e $x = L$). O conduto é dividido em N seções com comprimento Δx , um intervalo de tempo é calculado, $\Delta t = \Delta x/a$, V e H são inicialmente conhecidos no começo de cada seção (ou calculados no passo anterior). O objetivo é calcular as condições desconhecidas em $t = t_0 + \Delta t$.

Para solução das equações (3.11) e (3.12) é utilizado o esquema de diferenças

finitas de primeira ordem.

Figura 3.1: Malha regular - Método das características.

Multiplicando-se a equação (3.11) por $a \cdot dt/g = dx/g$, e introduzindo-se a relação $V = Q/A$, a integração ao longo de C^+ é dada por:

$$\int_{H_A}^{H_P} dH + \frac{a}{gA} \int_{Q_A}^{Q_P} dQ + \frac{f}{2gDA^2} \int_{x_A}^{x_P} Q|Q|dx = 0. \quad (3.13)$$

Para a integração do termo $Q|Q|$, a variação de Q com x deve ser especificada, utilizando uma aproximação mista com informações de Q em P e A , e uma integração análoga da equação (3.12) ao longo de C^- , obtendo as seguintes equações para a resolução de H_P :

$$C^+ : H_P = H_A - B(Q_P - Q_A) - RQ_P|Q_A|, \quad (3.14)$$

$$C^- : H_P = H_B + B(Q_P - Q_B) + RQ_P|Q_B|, \quad (3.15)$$

em que B é função das propriedades físicas do fluido e do tubo, frequentemente chamado de impedância característica, dada por:

$$B = \frac{a}{gA}, \quad (3.16)$$

e R é o coeficiente de resistência, dado por:

$$R = \frac{f \Delta x}{2gDA^2}. \quad (3.17)$$

O fator de atrito f pode ser constante ou variar de acordo com o número de Reynolds para cada intervalo de tempo da simulação.

A solução do problema transitório normalmente inicia-se a partir do conhecimento do regime permanente no instante zero. Portanto, se H e Q são valores iniciais conhecidos em cada intervalo, as equações (3.14) e (3.15) podem ser escritas para cada seção i da seguinte maneira:

$$C^+ : H_{P_i} = C_A - B_A Q_{P_i}, \quad (3.18)$$

$$C^- : H_{P_i} = C_B + B_B Q_{P_i}, \quad (3.19)$$

sendo as constantes C_A , B_A , C_B e B_B , calculadas em função dos valores conhecidos de H e Q obtidos no instante anterior, dados por:

$$C_A = H_{i-1} + BQ_{i-1}, \quad (3.20)$$

$$C_B = H_{i+1} - BQ_{i+1}, \quad (3.21)$$

$$B_A = B + R|Q_{i-1}|, \quad (3.22)$$

$$B_B = B + R|Q_{i+1}|. \quad (3.23)$$

Eliminando Q_{P_i} das equações (3.18) e (3.19), tem-se

$$H_{P_i} = \frac{C_A \cdot B_B + C_B \cdot B_A}{B_A + B_B}. \quad (3.24)$$

Pela igualdade das equações (3.18) e (3.19), obtém-se:

$$Q_{P_i} = \frac{C_A - C_B}{B_A + B_B}. \quad (3.25)$$

As equações apresentadas para a malha regular permitem a determinação de H_P e Q_P nos nós interiores da malha de cálculo, ou seja, de 2 a N . Para os nós extremos, 1 e $N + 1$, são necessárias equações complementares em termos de H_P e Q_P para a obtenção da solução nos contornos, pois se dispõe de apenas uma reta característica em cada extremidade.

3.3.1 Condições de Contorno

Utilizando o método das características obtêm-se os valores da carga piezométrica e da vazão em cada seção da tubulação, mas nos pontos extremos de uma tubulação ou em algumas singularidades do sistema, apenas uma das linhas características é válida. Isso pode acontecer no ponto de montante de um tubo, em que apenas a característica negativa é válida (Figura 3.2a), ou no ponto de jusante, no qual a característica positiva é válida (Figura 3.2b). Desta maneira, em cada ponto extremo da tubulação, tem-se uma equação e duas incógnitas: carga piezométrica e vazão. Assim, outra relação na forma de uma equação é necessária para o cálculo das variáveis H e Q . Essas relações dependem do tipo de contorno apresentado, seja um reservatório, uma válvula, bomba ou outro, e devem representar o comportamento físico de tal componente no sistema.

Figura 3.2: Linhas características nas extremidades de contorno.

- **Reservatório de nível constante**

Se a variação da carga hidráulica e a velocidade na entrada da tubulação são desprezíveis tem-se que $H_{P1} = H_R$. Substituindo na equação (3.19) para

j=1, obtém-se:

$$Q_{P1} = \frac{H_R - C_B}{B_B}, \quad (3.26)$$

sendo H_R o nível do reservatório.

- **Válvula a jusante com descarga livre**

Para o escoamento em regime permanente através da válvula considerada como um orifício,

$$Q_0 = (Cd_0 \cdot A_0) \sqrt{2gH_0}, \quad (3.27)$$

sendo Q_0 a vazão em regime permanente, H_0 a perda de carga na válvula e $Cd_0 A_0$ o coeficiente de descarga vezes a área de abertura.

Para uma abertura genérica,

$$Q_P = (Cd \cdot A) \sqrt{2gH_P}, \quad (3.28)$$

sendo Q_P a vazão no ponto P , H_P a pressão no ponto P , Cd o coeficiente de vazão e A a área do orifício para um instante genérico da simulação.

Igualando as equações (3.27) e (3.28), têm-se:

$$\frac{Q_P}{Q_0} = \frac{(Cd \cdot A)}{(Cd_0 \cdot A_0)} \sqrt{\frac{H_P}{H_0}}, \quad (3.29)$$

que produz:

$$H_P = \frac{H_0}{Q_0^2 \tau^2} Q_P^2, \quad (3.30)$$

sendo τ o coeficiente de abertura ou fechamento relativo da válvula, igual a:

$$\tau = \frac{(Cd \cdot A)}{(Cd_0 \cdot A_0)}. \quad (3.31)$$

Utilizando as equações (3.30) e (3.18), o valor da vazão é determinada por:

$$Q_P = -B_A C_v + \sqrt{(B_A C_v)^2 + 2C_v C_A}, \quad (3.32)$$

em que

$$C_v = \frac{(Q_0 \tau)^2}{2H_0}. \quad (3.33)$$

O valor de H_P pode ser obtido pela equação (3.30) ou pela equação (3.18).

- **Válvula em linha**

É utilizada a equação (3.29), juntamente com as equações (3.18) e (3.19). Resultando em:

Para vazão no sentido positivo ($H_{Pi} > H_{Pi+1}$)

$$Q_P = -C_v(B_A + B_B) + \sqrt{C_v^2(B_A + B_B)^2 + 2C_v(C_A - C_B)}. \quad (3.34)$$

Para vazão no sentido negativo ($H_{Pi} < H_{Pi+1}$)

$$Q_P = C_v(B_A + B_B) - \sqrt{C_v^2(B_A + B_B)^2 - 2C_v(C_A - C_B)}. \quad (3.35)$$

A vazão no sentido negativo ocorre somente quando $C_A - C_B < 0$. Se $C_A - C_B \geq 0$, a equação (3.34) é utilizada. As equações (3.18) e (3.19) são utilizadas para o cálculo de H_{Pi} e H_{Pi+1} .

- **Vazamento**

Para determinarmos as condições de contorno no caso de vazamento a tubulação será considerada como sendo uma junção de duas seções.

Cada seção é dividida em n trechos, e separadas na posição onde ocorreu a ruptura Figura 3.3. Utiliza-se dois subscritos, o primeiro para designar o número da seção enquanto o segundo deve indicar o número do trecho. Se a diferença na velocidade nos trechos $(i, n + 1)$ e $(i + 1, 1)$ e a perda de carga

Figura 3.3: Condições de contorno: vazamento.

no vazamento são desprezíveis, então:

$$H_{i,n+1} = H_{i+1,1}. \quad (3.36)$$

As equações das características negativa e positiva para o trecho $(i, n+1)$ e $(i+1, 1)$ são:

$$Q_{P_{i,n+1}} = \frac{C_A - H_{P_{i,n+1}}}{B_A}, \quad (3.37)$$

$$Q_{P_{i+1,1}} = \frac{H_{P_{i+1,1}} - C_B}{B_B}. \quad (3.38)$$

A equação da conservação de massa na abertura é:

$$Q_{P_{i,n+1}} = Q_{P_{i+1,1}} + Q_{or}, \quad (3.39)$$

sendo $Q_{P_{i,n+1}}$ é a vazão do fluido antes do vazamento, $Q_{P_{i+1,1}}$ é a vazão do fluido após o vazamento, Q_{or} é a vazão do fluido no vazamento.

A vazão do fluido no vazamento será calculada a partir da equação:

$$Q_{or} = CdA_{or}\sqrt{2gH_P}, \quad (3.40)$$

sendo Cd o coeficiente de vazão e A_{or} a área do orifício. Resolvendo simul-

taneamente as equações (3.36) a (3.40) em termos de $H_{i,n+1}$ tem-se:

$$H_{P_{i,n+1}} = \frac{B_B \cdot C_A + B_A \cdot C_B - B_A \cdot B_B \cdot Q_{or}}{B_A + B_B}. \quad (3.41)$$

Agora $H_{P_{i+1,1}}, Q_{P_{i,n+1}}$ e $Q_{P_{i+1,1}}$ podem ser determinados pelas equações (3.36) a (3.38).

- **Bomba com rotação constante à montante**

A variação da carga piezométrica produzida por uma bomba centrífuga operando a uma rotação constante pode ser representada por um polinômio de segunda ordem ajustado à curva carga piezométrica x vazão, descrito na forma:

$$H_P = a_0 + b_0 Q_B + c_0 Q_B^2 \quad (3.42)$$

em que a_0 , b_0 e c_0 são coeficientes a serem determinados e Q_B é a vazão bombeada.

Os coeficientes a_0 , b_0 e c_0 são determinados de acordo com a curva carga piezométrica x vazão da bomba (Figura 3.4). Três pontos distintos da curva são tomados, relativos à carga de vazão nula S (condição de *Shutt-off*), à carga de máximo rendimento R e a um ponto qualquer T .

Assim, os coeficientes podem ser obtidos pelas seguintes expressões:

$$a_0 = H_S, \quad (3.43)$$

$$b_0 = \frac{(H_S - H_T)Q_R^2 - (H_S - H_R)Q_T^2}{Q_R Q_T^2 - Q_T Q_R^2}, \quad (3.44)$$

$$c_0 = \frac{(H_S - H_R)Q_T - (H_S - H_T)Q_R}{Q_R Q_T^2 - Q_T Q_R^2}. \quad (3.45)$$

Os coeficientes a_0 , b_0 e c_0 também podem ser determinados utilizando a curva característica fornecida pelo fabricante da bomba.

Figura 3.4: Curva carga piezométrica x vazão.

Combinado-se as equações (3.19) e (3.42), a vazão bombeada pode ser determinada pela seguinte expressão:

$$Q_B = \frac{1}{2C_0} [B_B - b_0 - \sqrt{(B_B - b_0)^2 + 4c_0(C_B - a_0)}]. \quad (3.46)$$

Desde que c_0 é negativo, a raiz negativa da equação (3.46) é selecionada para fornecer uma vazão bombeada no sentido positivo.

3.3.2 Condição Inicial

Para inicializar o procedimento de cálculo é necessário estabelecer valores iniciais da carga piezométrica e da vazão. Uma primeira idéia é adotar vazão nula na tubulação, o que acarreta perda de carga nula entre os nós de montante e jusante da tubulação e portanto adota-se uma carga igual para todos os nós da tubulação. No caso em que as cargas nos nós estejam entre os limites estabelecidos pelo nível dos reservatórios, pode-se adotar como estimativa inicial o valor do nível do reservatório que abastece a rede. Outro procedimento é a simples adoção de uma velocidade comum a todos os nós do sistema.

3.4 Termo de Cisalhamento no Escoamento Transitório

O escoamento transiente em um conduto sob pressão é governado pelas equações parciais não lineares, representativas das leis da quantidade de movimento (3.1) e da conservação de massa (3.2). Para descrever as perdas por atrito variável no escoamento transiente é incorporado um termo adicional na equação da quantidade de movimento considerando o atrito e os efeitos inerciais do perfil de velocidade não-uniforme:

$$h_f = h_{fs} + h_{fu}, \quad (3.47)$$

sendo h_f o termo de cisalhamento, h_{fs} o termo de cisalhamento no escoamento permanente e h_{fu} o termo de cisalhamento no escoamento transitório.

Neste trabalho é utilizada, a formulação proposta por Brunone, Golia e Greco, (1991)

3.4.1 Termo de Cisalhamento Dinâmico

Brunone, Golia e Greco,(1991) propõem uma formulação para o cálculo do termo de cisalhamento em regime transitório de escoamento, considerando que o atrito é dependente das acelerações local e convectiva e velocidades instantâneas, como expresse pela seguinte equação:

$$h_f = \frac{k_3}{g} \left(\frac{\partial V}{\partial t} - a \frac{\partial V}{\partial x} \right), \quad (3.48)$$

sendo k_3 um coeficiente de ajuste.

Utilizando o método das características para a resolução do sistema de equações diferenciais parciais, as equações (2.5) e (2.6) são reescritas como (SOARES, 2007):

$$L_1 = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0, \quad (3.49)$$

$$L_2 = \frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fV|V|}{2D} + k_3 \left(\frac{\partial V}{\partial t} - a \frac{\partial V}{\partial x} \right) = 0. \quad (3.50)$$

A combinação linear de tais equações, utilizando um multiplicador λ desconhecido produz:

$$L = L_1 + \lambda L_2 = 0, \quad (3.51)$$

ou

$$L = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + \lambda \frac{\partial V}{\partial t} + \lambda g \frac{\partial H}{\partial x} + \lambda \frac{fV|V|}{2D} + \lambda k_3 \frac{\partial V}{\partial t} - \lambda k_3 a \frac{\partial V}{\partial x} = 0, \quad (3.52)$$

$$\left(\frac{\partial H}{\partial t} + \lambda g \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \lambda (1 + k_3) \left[\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{\lambda (1 + k_3)} \left(\frac{a^2}{g} - \lambda k_3 a \right) \frac{\partial V}{\partial x} \right] + \lambda \frac{fV|V|}{2D} = 0. \quad (3.53)$$

Sendo as variáveis V e H funções de x e t , e, se a variável independente x é função de t , então as derivadas totais podem ser escritas da seguinte forma:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x} \frac{dx}{dt}, \quad (3.54)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt}. \quad (3.55)$$

Comparando as equações (3.53), (3.54) e (3.55):

$$\frac{dx}{dt} = \lambda g = \frac{1}{\lambda (1 + k_3)} \left(\frac{a^2}{g} - \lambda k_3 a \right), \quad (3.56)$$

cujas raízes são (ver desenvolvimento no Anexo B):

1ª solução (positiva):

$$\lambda = \frac{a}{g(1 + k_3)}, \quad (3.57)$$

2ª solução (negativa):

$$\lambda = -\frac{a}{g}. \quad (3.58)$$

Substituindo as equações (3.57) e (3.58) em (3.56), duas relações entre x e t são obtidas:

$$C^+ : \frac{dx}{dt} = \frac{a}{1+k_3}, \quad (3.59)$$

$$C^- : \frac{dx}{dt} = -a. \quad (3.60)$$

Substituindo as equações (3.59) e (3.60) em (3.53), e expressando-as em termos das vazões:

$$C^+ : \frac{dH}{dt} + \frac{a}{gA} \frac{dQ}{dt} + \frac{a}{(1+k_3)} \frac{fQ|Q|}{2gDA^2} = 0, \quad (3.61)$$

$$C^- : \frac{dH}{dt} - \frac{a}{gA} (1+k_3) \frac{dQ}{dt} - \frac{a}{g} \frac{fQ|Q|}{2DA^2} = 0, \quad (3.62)$$

em que A é a área interna da tubulação. Logo:

$$C^+ : \frac{dQ}{dt} + \frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{1}{(1+k_3)} \frac{fQ|Q|}{2DA} = 0 \quad \text{se} \quad \frac{dx}{dt} = \frac{a}{1+k_3}, \quad (3.63)$$

$$C^- : \frac{dQ}{dt} - \frac{gA}{a(1+k_3)} \frac{dH}{dt} + \frac{1}{(1+k_3)} \frac{fQ|Q|}{2DA} = 0 \quad \text{se} \quad \frac{dx}{dt} = -a. \quad (3.64)$$

A Figura 3.5 mostra a representação gráfica das retas características dadas pelas equações (3.63) e (3.64)

Na Figura 3.5:

$$\frac{\varphi}{\frac{k_3 \Delta x}{a}} = \frac{a}{(k_3+1)} \Rightarrow \varphi = \frac{k_3 \Delta x}{(k_3+1)}. \quad (3.65)$$

Através da Figura 3.5, verificamos que a reta característica negativa apresenta a mesma declividade da reta característica negativa do método que admite termo de cisalhamento de escoamento permanente e, portanto, podem-se aplicar os mesmos critérios anteriores (item 3.3). No entanto, para a reta característica positiva, é necessária a utilização de um esquema de interpolação.

Para a determinação da carga piezométrica e da vazão no ponto P devem-se

Figura 3.5: Linhas características no plano $x - t$.

utilizar os valores de vazão e carga piezométrica conhecidos nos pontos A e A' . O seguinte esquema de interpolação é empregado:

Interpolação temporal: obtém-se os valores das cargas piezométricas e vazões no ponto A' a partir dos valores conhecidos nos pontos R e S , correspondentes ao mesmo ponto do conduto mas em instantes de tempo de cálculo anteriores. Assim:

$$\frac{\Phi_R - \Phi_{A'}}{\Phi_R - \Phi_S} = \frac{\frac{k_3 \cdot \Delta x}{a}}{\frac{\Delta x}{a}} \Rightarrow \Phi_{A'} = \Phi_R - k_3 (\Phi_R - \Phi_S), \quad (3.66)$$

em que Φ representa a variável que se deseja interpolar (carga piezométrica ou vazão).

Para a resolução das equações (3.63) e (3.64), é aplicado um esquema de diferenças finitas de primeira ordem.

A malha formada no plano $x - t$ para o cálculo dos valores de V e H é mostrada na Figura 3.5. Ao longo da distância x , a tubulação é dividida em N seções com comprimento Δx . É calculado um intervalo de tempo, $\Delta t = \Delta x/a$, e a equação $dx/dt = +a/(1 + k_3)$ é satisfeita ao longo da linha característica positiva $A'P$. Se as variáveis dependentes V e H são conhecidas em A' (através de interpolação), a equação (3.63), que é válida ao longo da linha C^+ , pode ser integrada entre os limites A' e P , e, então, escrita em termos das variáveis desconhecidas V e H em P .

$$dH + \frac{a}{gA} dQ + \frac{a \cdot dt}{gA(1 + k_3)} \frac{fQ|Q|}{2DA} = 0, \quad (3.67)$$

como $\frac{dx}{dt} = \frac{a}{1+k_3} \Rightarrow a \cdot dt = (1+k_3)dx$, a equação (3.67) torna-se:

$$dH + \frac{a}{gA}dQ + \frac{fQ|Q|}{2gDA^2}dx = 0. \quad (3.68)$$

Logo, a integração ao longo de C^+ e dada por:

$$\int_{H_{A'}}^{H_P} dH + \frac{a}{gA} \int_{Q_{A'}}^{Q_P} dQ + \frac{f}{2gDA^2} \int_{x_{A'}}^{x_P} Q|Q| dx = 0. \quad (3.69)$$

Utilizando uma aproximação mista para a integração do termo $Q|Q|$, isto é, informação de Q em P e A' , obtém-se a seguinte equação para a determinação de H_P :

$$(H_P - H_{A'}) + \frac{a}{gA}(Q_P - Q_{A'}) + \frac{f\Delta x}{2gDA^2}Q_P|Q_{A'}| = 0, \quad (3.70)$$

$$H_P = H_{A'} + BQ_{A'} - (B + R|Q_{A'}|)Q_P, \quad (3.71)$$

em que B é função das propriedades físicas do fluido e do tubo, frequentemente chamado de impedância característica, dada por:

$$B = \frac{a}{gA}, \quad (3.72)$$

e R é o coeficiente de resistência, dado por:

$$R = \frac{f \cdot \Delta x}{2gDA^2}. \quad (3.73)$$

Desenvolvendo a equação (3.71), tem-se:

$$H_P = C_A - B_A \cdot Q_P, \quad (3.74)$$

sendo

$$C_A = H_{A'} + BQ_{A'}, \quad (3.75)$$

$$B_A = B + R|Q_{A'}|. \quad (3.76)$$

Lembrando que os valores de $H_{A'}$ e $Q_{A'}$ são obtidos por uma interpolação temporal, ou seja:

$$Q_{A'} = Q_R - k_3(Q_R - Q_S), \quad (3.77)$$

$$H_{A'} = H_R - k_3(H_R - H_S). \quad (3.78)$$

A equação (3.64), que é válida ao longo da linha C^- , pode ser integrada de maneira análoga da equação (3.63), ao longo de BP :

$$-dH + \frac{a}{gA}(1 + k_3)dQ + \frac{fQ|Q|}{2gDA^2}a.dt = 0, \quad (3.79)$$

como $\frac{dx}{dt} = -a \Rightarrow a.dt = -dx$, a integração ao longo de C^- é dada por:

$$-\int_{H_B}^{H_P} dH + \frac{a}{gA}(1 + k_3) \int_{Q_B}^{Q_P} dQ - \frac{f}{2gDA^2} \int_{x_B}^{x_P} Q|Q| dx = 0. \quad (3.80)$$

A equação para a resolução de H_P com informação em P e B é obtida utilizando novamente uma aproximação mista para a integração do termo $Q|Q|$:

$$-(H_P - H_B) + \frac{a}{gA}(1 + k_3)(Q_P - Q_B) + \frac{f\Delta x}{2gDA^2}Q_P|Q_B| = 0, \quad (3.81)$$

que, desenvolvida, torna-se:

$$H_P = C_B + B_B.Q_P, \quad (3.82)$$

sendo

$$C_B = H_B - B_k Q_B, \quad (3.83)$$

$$B_B = B_k + R|Q_B|, \quad (3.84)$$

$$B_k = B(1 + k_3). \quad (3.85)$$

Neste caso, não há interpolação, igualando as equações (3.74) e (3.82), obtém-se uma equação explícita para o cálculo da vazão em P :

$$Q_P = \frac{C_A - C_B}{B_A + B_B}. \quad (3.86)$$

Os equacionamentos apresentados para a malha regular permitem a determinação de H e Q nas seções interiores da malha de cálculo. Nos pontos extremos, são necessárias equações complementares em termos de H e Q para a obtenção da solução nos contornos, pois se dispõe de apenas uma reta característica para cada extremidade. Equações específicas para cada tipo de fronteira são apresentadas por Chaudhry (1987), Almeida e Koelle (1992) e Wylie e Streeter (1993), bem como neste trabalho.

3.4.2 Vazamentos em Pontos Não-Coincidentes com as Seções de Cálculo da Malha Característica

A consideração de vazamentos em sistemas hidráulicos é baseada na discretização da rede de condutos em seções internas de cálculo para que estas seções sejam possíveis pontos de ocorrência de vazamentos. No entanto, o ponto de ocorrência do vazamento pode não coincidir com os nós ou seções internas de cálculo. Um artifício para sanar este problema é aumentar o nível de discretização do sistema, aumentando o número de trechos (Δx) e, por consequência, diminuindo o passo de tempo (Δt) e aumentando o esforço computacional das simulações. Outra maneira seria aumentar a discretização apenas nos trechos onde ocorre o vazamento e utilizar interpolações na malha de cálculo. Tais sistemáticas podem solucionar o problema das simulações hidráulicas, mas não são satisfatórias no problema inverso de detecção de vazamentos, no qual cada ponto da malha, seja nó ou seção interna, é candidato a ter vazamento. Assim, uma maior discretização do sistema aumentaria o espaço de busca do problema dificultando a localização do vazamento, além do maior esforço computacional nas simulações (SOARES; REIS, 2005).

O método chamado *Non-Nodal Leak Formulation* desenvolvido por Vítkovský (2001, apud (SOARES, 2007))*, é uma metodologia para a consideração de vazamentos em pontos não-coincidentes com as seções de cálculo da malha característica, com o uso de pontos intermediários as linhas características. Tal método, é empregado nas simulações hidráulicas deste trabalho.

A formulação explícita proposta por Vítkovský (2001) prevê o desenvolvimento de equações específicas para o ponto de ocorrência do vazamento na malha característica, além do uso de interpolação temporal no caso do vazamento acontecer nas proximidades dos contornos.

É válido ressaltar que, nas seções de cálculo internas, deve-se utilizar tanto o equacionamento desenvolvido para a característica positiva quanto para a característica negativa, para a ocorrência do mesmo vazamento, como demonstrado na Figura 3.6. (SOARES, 2007)

Figura 3.6: Malha característica com o ponto do vazamento.

De acordo com o esquema da Figura 3.6, para o cálculo das condições no ponto P_1 , deve-se utilizar as informações dos pontos $(x; t)$ e $(x + 2\Delta x; t)$, considerando-se o equacionamento desenvolvido para a característica negativa, pois o ponto do vazamento coincide com a linha C^- . Já para o cálculo das condições em P_2 , deve-se utilizar as informações dos pontos $(x + \Delta x; t)$ e $(x + 3\Delta x; t)$, com o equacionamento para característica positiva.

A Figura 3.7 mostra a malha de cálculo para o caso do ponto do vazamento, distante x_L do ponto A , coincidir com a linha característica positiva.

O primeiro passo é determinar as condições (pressão e vazão) no ponto auxiliar

*VÍTKOVSKÝ (2001). Inverse Analysis and Modelling of Unsteady Pipe Flow: Theory, Applications and Experimental Verification. Thesis (PhD) - Department of Civil and Environmental Engineering, Adelaide University, Australia, 2001.

B' . Neste caso, uma interpolação linear é realizada entre os pontos A e B . Logo:

$$H_{B'} = H_A + \frac{x_L}{\Delta x}(H_B - H_A), \quad (3.87)$$

$$Q_{B'} = Q_A + \frac{x_L}{\Delta x}(Q_B - Q_A). \quad (3.88)$$

Figura 3.7: Vazamento na linha característica positiva.

Assim, as condições em L (ponto do vazamento) são determinadas a partir das informações dos pontos A e B' utilizando as equações características positiva e negativa, além das equações de conservação de massa e de vazamento.

$$(H_L - H_A) + \frac{a}{gA}(Q_{LA} - Q_A) + \frac{f x_L}{2gDA^2} Q_{LA} |Q_A| = 0, \quad (3.89)$$

$$(H_L - H_{B'}) - \frac{a}{gA}(Q_{LB} - Q_{B'}) - \frac{f x_L}{2gDA^2} Q_{LB} |Q_{B'}| = 0, \quad (3.90)$$

$$Q_{LA} - Q_{LB} - Q_L = 0, \quad (3.91)$$

$$Q_L = CdA_0 \sqrt{(2gH_L)}. \quad (3.92)$$

As equações (3.89) a (3.92) fornecem os valores para as incógnitas H_L , Q_L , Q_{LA} e Q_{LB} . Após algumas operações, o valor de Q_L é dado pela equação de segundo grau:

$$Q_L^2 + \frac{(CdA_0)^2 \cdot 2g \cdot B_A \cdot B_{B'}}{B_A + B_{B'}} Q_L + (CdA_0)^2 \cdot 2g \cdot \left(\frac{B_A \cdot C_A - B_A \cdot C_{B'}}{B_A + B_{B'}} - C_A \right) = 0 \quad (3.93)$$

sendo

$$C_A = H_A + BQ_A, \quad (3.94)$$

$$C_{B'} = H_{B'} - BQ_{B'}, \quad (3.95)$$

$$B = \frac{a}{gA}, \quad (3.96)$$

$$B_A = B + R_L |Q_A|, \quad (3.97)$$

$$B_{B'} = B + R_L |Q_{B'}|, \quad (3.98)$$

$$R_L = \frac{fx_L}{2gDA^2}. \quad (3.99)$$

De posse do valor de Q_L , as incógnitas H_L , Q_{LA} e Q_{LB} são facilmente calculadas através das equações (3.89) a (3.92). O próximo passo é determinar as condições no ponto P . A equação característica positiva é, então, utilizada.

$$\int_A^P dH + \frac{a}{gA} \int_A^P dQ + \frac{f}{2gDA^2} \int_A^P Q |Q| dx = 0. \quad (3.100)$$

Para a consideração do vazamento, os termos de integração da equação (3.100) são separados em duas partes. A primeira entre os pontos A e L , e a segunda entre os pontos L e P . Assim, a integral em termos das pressões torna-se:

$$\int_A^P dH = \int_A^L dH + \int_L^P dH = (H_L - H_A) + (H_P - H_L) = H_P - H_A. \quad (3.101)$$

O mesmo pode ser realizado com a integral em termos das vazões:

$$\int_A^P dQ = \int_A^L dQ + \int_L^P dQ = (Q_{LA} - Q_A) + (Q_P - Q_{LB}). \quad (3.102)$$

Substituindo a equação (3.91) em (3.102):

$$\int_A^P dQ = Q_P + Q_L - Q_A. \quad (3.103)$$

O termo de cisalhamento da equação (3.100) também é avaliado em duas partes:

$$\int_A^P Q |Q| dx = \int_A^L Q |Q| dx + \int_L^P Q |Q| dx. \quad (3.104)$$

Uma aproximação mista de primeira ordem é, então, utilizada:

$$\int_A^P Q |Q| dx = Q_{LA} |Q_A| x_L + Q_P |Q_{LB}| (\Delta x - x_L). \quad (3.105)$$

As equações (3.101), (3.103) e (3.105) são substituídas em (3.100), fornecendo a equação característica positiva incorporando vazamento:

$$(H_P - H_A) + \frac{a}{gA}(Q_P + Q_L - Q_A) + \frac{f}{2gDA^2} [Q_{LA} |Q_A| x_L + Q_P |Q_{LB}| (\Delta x - x_L)] = 0. \quad (3.106)$$

A equação característica negativa é obtida através da integração entre os pontos B e P , na forma:

$$-(H_P - H_B) + \frac{a}{gA}(Q_P - Q_B) + \frac{f}{2gDA^2} Q_P |Q_B| \Delta x = 0. \quad (3.107)$$

As incógnitas H_P e Q_P são obtidas por meio das equações (3.106) e (3.107):

$$Q_P = \frac{C_{AL} - C_B}{B_{AL} + B_B}, \quad (3.108)$$

na qual:

$$C_{AL} = H_A + B(Q_A - Q_L) - R_1 \cdot Q_{LA} |Q_A| x_L, \quad (3.109)$$

$$C_B = H_B - B \cdot Q_B, \quad (3.110)$$

$$B = \frac{a}{gA}, \quad (3.111)$$

$$B_{AL} = B + R_1 |Q_{LB}| (\Delta x - x_L), \quad (3.112)$$

$$B_B = B + R \cdot |Q_B|, \quad (3.113)$$

$$R_1 = \frac{f}{2gDA^2}, \quad (3.114)$$

$$R = \frac{f\Delta x}{2gDA^2}, \quad (3.115)$$

e

$$H_P = C_{AL} - B_{AL} \cdot Q_P = C_B + B_B \cdot Q_P. \quad (3.116)$$

Uma expressão similar é desenvolvida para a linha característica negativa. A Figura 3.8 mostra a malha de cálculo para o caso do ponto do vazamento, distante x_L do ponto A , coincidir com a linha característica negativa.

Figura 3.8: Vazamento na linha característica negativa

Mais uma vez, o primeiro passo é determinar as condições (pressão e vazão) no ponto auxiliar A' através de uma interpolação linear entre os pontos A e B . Logo:

$$H_{A'} = H_B + \frac{2\Delta x - x_L}{\Delta x}(H_A - H_B), \quad (3.117)$$

$$Q_{A'} = Q_B + \frac{2\Delta x - x_L}{\Delta x}(Q_A - Q_B). \quad (3.118)$$

Assim, as condições em L (ponto do vazamento) são determinadas a partir das informações dos pontos A' e B :

$$(H_L - H_{A'}) + \frac{a}{gA}(Q_{LA} - Q_{A'}) + \frac{fQ_{LA}|Q_{A'}|(2\Delta x - x_L)}{2gDA^2} = 0, \quad (3.119)$$

$$(H_L - H_B) - \frac{a}{gA}(Q_{LB} - Q_B) - \frac{fQ_{LB}|Q_B|(2\Delta x - x_L)}{2gDA^2} = 0, \quad (3.120)$$

$$Q_{LA} - Q_{LB} - Q_L = 0, \quad (3.121)$$

$$Q_L = CdA_0\sqrt{(2gH_L)}. \quad (3.122)$$

Após algumas operações, o valor de Q_L é dado pela equação de segundo grau:

$$Q_L^2 + \frac{(CdA_0)^2 \cdot 2g \cdot B_{A'} \cdot B_B}{B_{A'} + B_B} Q_L + (CdA_0)^2 \cdot 2g \cdot \left(\frac{B_{A'} \cdot C_{A'} - B_{A'} \cdot C_B}{B_{A'} + B_B} - C_{A'} \right) = 0, \quad (3.123)$$

sendo

$$C_{A'} = H_{A'} + BQ_{A'}, \quad (3.124)$$

$$C_B = H_B - BQ_B, \quad (3.125)$$

$$B = \frac{a}{gA}, \quad (3.126)$$

$$B_{A'} = B + R_2|Q_{A'}|, \quad (3.127)$$

$$B_B = B + R_2|Q_B|, \quad (3.128)$$

$$R_2 = \frac{f(2\Delta x - x_L)}{2gDA^2}. \quad (3.129)$$

De posse do valor de Q_L , as incógnitas H_L , Q_{LA} e Q_{LB} são facilmente calculadas através das equações (3.119) a (3.122).

De maneira análoga ao que foi realizado para a equação característica positiva com vazamento, a equação característica negativa com vazamento também é obtida por meio de integrais separadas, fornecendo a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} & - (H_P - H_B) + \frac{a}{gA}(Q_P - Q_L - Q_B) + \\ & + \frac{f}{2gDA^2} [Q_{LB}|Q_B|(2\Delta x - x_L) + Q_P|Q_{LA}|(x_L - \Delta x)] = 0. \end{aligned} \quad (3.130)$$

A equação característica positiva é obtida através da integração entre os pontos

A e P , na forma:

$$(H_P - H_A) + \frac{a}{gA}(Q_P - Q_A) + \frac{f}{2gDA^2}Q_P|Q_A|\Delta x = 0. \quad (3.131)$$

As incógnitas H_P e Q_P são obtidas por meio das equações (3.130) e (3.131):

$$Q_P = \frac{C_A - C_{BL}}{B_A + B_{BL}}, \quad (3.132)$$

na qual:

$$C_A = H_A + B \cdot Q_A, \quad (3.133)$$

$$C_{BL} = H_B - B \cdot (Q_B + Q_L) + R_1 \cdot Q_{LB}|Q_B|(2\Delta x - x_L), \quad (3.134)$$

$$B = \frac{a}{gA}, \quad (3.135)$$

$$B_A = B + R|Q_A|, \quad (3.136)$$

$$B_{BL} = B + R_1|Q_{LA}|(x_L - \Delta x), \quad (3.137)$$

$$R_1 = \frac{f}{2gDA^2}, \quad (3.138)$$

$$R = \frac{f\Delta x}{2gDA^2}, \quad (3.139)$$

e

$$H_P = C_A - B_A \cdot Q_P = C_{BL} + B_{BL} \cdot Q_P. \quad (3.140)$$

A formulação desenvolvida para as seções internas não pode ser utilizada quando o ponto do vazamento ocorre próximo a um contorno, visto que interpolações espaciais não são permitidas. Detalhes da formulação desenvolvida para as seções internas pode ser encontrada em (SOARES, 2007). Neste desenvolvimento é considerado o termo de cisalhamento em escoamento permanente.

3.5 Propagação Acústica

A súbita falha estrutural de um oleoduto de transporte origina um vazamento que, por sua vez, gera um transitório hidrodinâmico que se propaga à velocidade do som no sentido montante e jusante ao longo da tubulação. Este transitório é caracterizado por oscilações de pressão e velocidade o que reflete a evolução para um novo equilíbrio dinâmico. As equações diferenciais que governam este fenômeno podem ser escritas a partir dos princípios de conservação de massa e quantidade de movimento, em termo da pressão e velocidade, obtém-se

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \rho a^2 \frac{\partial V}{\partial x} = 0, \quad (3.141)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{fV|V|}{2D} = 0, \quad (3.142)$$

em que P é a pressão, V a velocidade, θ representa a inclinação local da tubulação, D o diâmetro, ρ a massa específica, a a celeridade e f o fator de atrito.

Para a adimensionalização das equações (3.141) e (3.142) usa-se as seguintes variáveis adimensionais:

$$x^* = \frac{x}{L}, \quad t^* = \frac{t}{\frac{L}{a}}, \quad V^* = \frac{V}{V_0}, \quad P^* = \frac{P}{P_0},$$

sendo L o comprimento da tubulação, V_0 a velocidade inicial e P_0 a pressão inicial.

Substituindo as variáveis adimensionais nas equações (3.141) e (3.142), tem-se:

$$\frac{\partial P^*}{\partial t^*} + \frac{\rho a V_0}{P_0} \frac{\partial V^*}{\partial x^*} = 0, \quad (3.143)$$

$$\frac{P_0}{\rho a V_0} \frac{\partial P^*}{\partial x^*} + \frac{\partial V^*}{\partial t^*} + f \frac{L V_0}{2aD} V^* |V^*| = 0, \quad (3.144)$$

que podem ser escritas como

$$\frac{\partial P^*}{\partial t^*} + \frac{1}{Q_a} \frac{\partial V^*}{\partial x^*} = 0, \quad (3.145)$$

$$Q_a \frac{\partial P^*}{\partial x^*} + \frac{\partial V^*}{\partial t^*} + f \frac{S_a}{2} V^* |V^*| = 0, \quad (3.146)$$

sendo os parâmetros Q_a e S_a definidos por

$$Q_a = \frac{P_0}{\rho a V_0}, \quad (3.147)$$

$$S_a = \frac{L V_0}{a D} = \frac{L/a}{D/V_0}. \quad (3.148)$$

O parâmetro Q_a corresponde à razão entre as pressões características do escoamento e de Joukowsky, isto é, o pico de pressão devido a um golpe de aríete e o parâmetro S_a corresponde a razão entre o tempo de trânsito de uma onda acústica através da extensão do duto e o tempo para o escoamento transitar por uma extensão igual ao diâmetro do duto.

Estas equações adimensionais podem ser usadas para estimar a atenuação acústica, uma vez que as forças de dissipação viscosa foram introduzidas na equação de conservação de quantidade de movimento. Usando a decomposição de Reynolds, isto é:

$$P = P_0 + \delta p, \quad (3.149)$$

$$V = V_0 + \delta v, \quad (3.150)$$

sendo δp e δv respectivamente as oscilações de P e V que correspondem a pequenas variações relativamente aos valores de equilíbrio P_0 e V_0 . Busca-se então por soluções oscilatórias em torno de valores de referência:

$$P^* = 1 + p^*, \quad (3.151)$$

$$V^* = 1 + v^*, \quad (3.152)$$

substituindo nas equações (3.145) e (3.146) e considerando apenas os termos de 1ª ordem (os asteriscos foram omitidos por simplicidade), obtém-se:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{Q_a} \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad (3.153)$$

$$Q_a \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} + f \frac{S_a}{2} (1 + 2v) = 0. \quad (3.154)$$

A velocidade oscilatória v pode ser eliminada destas equações através da seguinte operação:

$$\frac{\partial}{\partial t}(E_1) - \frac{1}{Q_a} \frac{\partial}{\partial x}(E_2), \quad (3.155)$$

sendo

$$E_1 = \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{Q_a} \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad (3.156)$$

e

$$E_2 = Q_a \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} + f \frac{S_a}{2} (1 + 2v) = 0, \quad (3.157)$$

e expressando v em termos de p através da equação (3.156), tem-se:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \gamma \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (3.158)$$

sendo $\gamma = fS_a$. As soluções da equação (3.158) (detalhes em apêndice A) mostram que o decaimento de uma perturbação na pressão do escoamento, imposto pelo fator $\exp(-\gamma/2t)$ na modulação de suas componentes, é proporcional ao fator de atrito e à razão entre os tempos de propagação acústica e de trânsito. Assim, pode-se estabelecer que

$$\sigma = \frac{\gamma}{2} = \frac{f}{2} \frac{L/a}{D/V_0} = L \frac{fV_0}{2aD}, \quad (3.159)$$

que corresponde a um coeficiente adimensional de amortecimento temporal, cujo

equivalente dimensional se obtém pela divisão pelo tempo característico L/a :

$$d = \frac{\sigma}{\frac{L}{a}} = f \frac{V_0}{2D}. \quad (3.160)$$

Nas condições da hipótese acústica a intensidade de uma onda de pressão (ΔP) deve decrescer exponencialmente com a distância x ao longo do duto, da seguinte forma

$$\Delta P(x) = \Delta P_0 \exp(-\alpha(x - x_0)), \quad (3.161)$$

em que ΔP_0 é a amplitude na posição inicial x_0 e α representa o coeficiente de atenuação acústica longitudinal. Conhecendo a amplitude em diversas posições x_i , é possível calcular α através de um ajuste de curva.

A propagação acústica em coordenadas temporais pode ser representada por

$$\Delta P_{(n)} = \Delta P_{0n-1} \exp(-dT), \quad (3.162)$$

e T é dado por

$$T = \frac{2L}{a}. \quad (3.163)$$

Comparando as equações (3.161) e (3.162) e considerando a equação (3.163), pode-se determinar uma relação entre o coeficiente de amortecimento e o coeficiente de atenuação através da velocidade de propagação da onda, como segue (SELEGHIM JR., 2009):

$$d = \alpha a, \quad (3.164)$$

portanto, escrevendo

$$d = \alpha a = \frac{f v_0}{2D}, \quad (3.165)$$

obtém-se

$$\alpha = f \frac{v_0}{2aD}, \quad (3.166)$$

para baixos valores de Re pode-se considerar $f = 64/Re$, e assim

$$\alpha = \frac{32\eta}{aD^2}, \quad (3.167)$$

em que η é a viscosidade dinâmica.

Testes e Resultados

4.1 Introdução

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos do modelo de simulação hidráulica. É realizada a comparação com dados experimentais colhidos em publicações científicas. Os dados obtidos em ensaios experimentais realizados no oleoduto piloto do Laboratório de Escoamentos Multifásicos Industriais da Universidade de São Paulo, no campus de São Carlos - SP, são utilizados para testes do simulador e do método de detecção de vazamento.

4.2 Validação do Modelo de Simulação para Análise

Fluidodinâmica

O simulador desenvolvido para análise fluidodinâmica em regime transitório de escoamento foi codificado em linguagem FORTRAN, e implementado através do compilador Force 2.0. Em suas rotinas é permitido a avaliação de diversas condições de contorno: reservatórios de nível variável ou constante; bomba com

844.2 Validação do Modelo de Simulação para Análise Fluidodinâmica

rotação constante; vazamentos; válvulas em linha e válvulas de descarga livre. É considerado também a avaliação hidráulica usando termo de cisalhamento variável.

Com a utilização de dados experimentais colhidos em publicações científicas é feita a comparação dos resultados obtidos pelo simulador desenvolvido neste trabalho. É utilizado um sistema Reservatório-Tubo-Válvula (Figura 4.1), onde o transitório foi provocado pelo fechamento da válvula.

Figura 4.1: Tubulação reservatório-válvula.

O sistema Reservatório-Tubo-Válvula foi ensaiado por Bergant e Simpson, os resultados foram publicados em (GHIDAOUI; MANSOUR, 2002), também encontrados em (FRANCA, 2006) e (LIMA, 2006) é composto por um reservatório com nível constante a montante, uma tubulação e uma válvula à jusante.

Os dados do sistema são:

- Vazão $Q = 0,000114m^3/s$
- Diâmetro da tubulação $D = 0,0220m$
- Celeridade $a = 1319,0m/s$
- Comprimento da tubulação $L = 37,20m$
- Coeficiente de atrito $f = 0,0360$
- Carga na válvula $H = 29,72m$
- Tempo de fechamento da válvula $\theta = 0,009s$
- Intervalo de tempo de cálculo $\Delta t = 0,0070508s$

- Comprimento de cada secção $\Delta x = 9,30m$

Existem diferentes técnicas de inicialização das cargas piezométricas nos nós e vazões nas tubulações para o procedimento de cálculo do evento transitório. Uma técnica é o uso de vazões nulas nas tubulações, o que acarreta perda de carga nula entre os nós de montante e jusante da tubulação. Sendo assim, os nós recebem como estimativa inicial a carga estática no sistema, ou seja, o valor do nível do reservatório que abastece a rede. Além disso, as demandas nos nós podem ser nulas no início e aumentar, gradativamente, até o valor potencial de cada nó (RIGHETTO, 1994). Seja qual for o procedimento de inicialização, uma estimativa inicial ruim consome um tempo de processamento computacional muito maior para a convergência do modelo hidráulico ou mesmo variações irreais de pressões e vazões.

Nesta simulação, é utilizado para inicialização, vazão nula e carga piezométrica igual ao valor de nível do reservatório, com o intuito de gerar os valores de vazões e cargas piezométricas. Tais valores são, então, utilizados nos cálculos da estimativa inicial através do Método das Características. Conhecidas as condições de escoamento permanente do sistema, a análise em escoamento transitório é realizada.

A comparação entre os resultados obtidos através da simulação hidráulica e os resultados experimentais serviu como elemento verificador da aproximação dos resultados das simulações realizada através da utilização do Método das Características.

4.2.1 Resultados Obtidos

São apresentadas, em forma de gráficos, as comparações entre os resultados obtidos pelo simulador desenvolvido para análise fluidodinâmica em regime transitório e testes experimentais realizados por Bergant e Simpson, para as simulações hidráulicas de transitórios hidráulicos devido ao fechamento rápido de válvula.

O parâmetro analisado foi a variação da pressão no duto ao longo do tempo.

Pode-se comparar os resultados experimentais e numéricos através da Figura 4.2. É possível verificar que os resultados numéricos acompanham bem a curva formada pelos pontos experimentais na 1ª e 2ª onda. Observa-se também uma

864.2 Validação do Modelo de Simulação para Análise Fluidodinâmica

Figura 4.2: Comparação entre os resultados experimentais e os obtidos através da simulação numérica.

defasagem temporal em função da diferença entre a celeridade teórica, adotada pelo pesquisador, e a real que aparece no experimento e que o amortecimento real é maior que o previsto pelo modelo teórico a partir da 3ª onda de sobre-pressão.

Na tentativa de melhorar os resultados obtidos foram realizadas simulações incluindo os efeitos de transitórios hidráulicos sobre o termo de cisalhamento. Tal metodologia segue a proposta de Brunone, Golia e Greco (1991), na qual o termo de atrito incorpora os efeitos da aceleração local e convectiva do fluido.

Uma comparação entre os resultados experimental e numérico considerando incorporação do termo de cisalhamento dinâmico no modelo de simulação hidráulica é apresentada na Figura 4.3. Pode-se observar uma significativa melhora nos resultados devido a consideração do termo de cisalhamento dinâmico, os resultados apresentam atenuações maiores, e a defasagem temporal já não ocorre de forma tão significativa. Desta forma é feita a validação do modelo hidráulico desenvolvido.

Figura 4.3: Comparação entre os resultados experimentais e os obtidos através da simulação numérica utilizando termo de cisalhamento dinâmico.

4.3 Teste Experimental

Neste trabalho, os ensaios para coleta de dados em escoamento transitório foram realizados no oleoduto piloto do Laboratório do Núcleo de Engenharia Térmica e Fluidos - NETeF da Universidade de São Paulo, no campus de São Carlos-SP, o objetivo é comparar os resultados experimentais e os obtidos numericamente pelo simulador de escoamentos.

4.3.1 Metodologia

O oleoduto piloto trifásico (Figura 4.4) opera com misturas gás-líquido-líquido e possui seções de teste construídas em aço galvanizado com 50,8 mm de diâmetro e comprimento útil de 764 m. Um sistema de tanques instalados à jusante das seções de testes é responsável pela separação primária ar-líquido e, subsequentemente, pela separação líquido-líquido. Bombas centrífugas controladas por inversores de frequência de 15 kW recirculam as fases líquidas (Figura 4.5). Um compressor de parafuso de 50 kW assegura o suprimento de ar, cujo controle é feito através de 3 posicionadores pneumáticos de válvulas acoplados a válvulas de controle insta-

ladas em paralelo. Esta arquitetura foi adotada para permitir maiores variações de escala nas estratégias de controle de vazão. A instrumentação do oleoduto piloto inclui transdutores de vazão, do tipo eletromagnético para medições de vazões, tanto na entrada, quanto na saída do oleoduto com fundo de escala de $23,76m^3/h(396l/min)$. A instrumentação também inclui transdutores de pressão de resposta rápida para medida da perda de carga e aquisição do sinal acústico do escoamento, com fundo de escala de $16bar$.

Figura 4.4: Fotos do oleoduto trifásico do NETeF/USP.

Os elementos primários de atuação (inversores de frequência e posicionadores pneumáticos de válvula) são acionados a partir de estações de transferência automático manual, que permitem o acionamento em modo manual através de seu painel frontal ou em modo automático, no qual o equipamento retransmite proporcionalmente em escala de 4 a $20mA$ o sinal de entrada, podendo ser em escala de 0 a 5V ou de 4 a $20mA$, proveniente do módulo Transdutor Atuador CAN com saída de 4 a $20mA$.

O sistema de aquisição de dados desenvolvido por (AGUIAR, 2010) é composto por 4 transdutores de pressão, 2 transdutores de vazão, 10 válvulas solenóides distribuídas ao longo da tubulação, usadas para simulação de vazamentos em posições determinadas (Tabela 4.1), microcomputador, com sistema operacional instalado. Para aquisição e armazenamento dos dados experimentais foram utilizados programas em *software* LabVIEW (detalhes em Anexo C).

Para execução dos testes foi utilizado um escoamento monofásico de água e a execução automática dos testes realizados ciclicamente com as seguintes operações:

- i.* define a frequência da bomba de água;

Figura 4.5: Representação Esquemática do Oleoduto Piloto Trifásico do NETeF-USP.

- ii.* define a válvula solenóide que simula um vazamento;
- iii.* abre a válvula solenóide pré-definida;
- iv.* aguarda o tempo de estabilização do sistema (30 segundos);
- v.* inicia o armazenamento de dados (2 medidores de vazão e 4 transdutores de pressão no *PenDrive* em arquivos ASCII separados por tabulação);
- vi.* aguarda tempo para fechamento da válvula solenóide (10 segundos);
- vii.* fecha a válvula solenóide produzindo um golpe de aríete;
- viii.* aguarda o tempo de estabilização do sistema (70 segundos)
- ix.* finaliza ensaio e aquisição de sinais.

A disposição dos transdutores de pressão, vazão e as válvulas solenóides podem ser visualizadas na Figura 4.5.

Ensaios foram realizados para o caso “sem vazamento” e “com vazamento”.

Foram arbitradas 13 frequências de bomba e 11 situações de vazamentos (10 posições de vazamento e 1 sem vazamento) (ver Tabela 4.1) e os experimentos foram triplicados, constituindo um total de 390 ciclos de testes experimentais, sendo cada ciclo com duração de 80 segundos, totalizando 4 horas e 30 minutos aproximadamente de ensaios.

4.3.2 Modelagem do sistema

Realizados os teste experimentais, partiu-se para a determinação das condições de contorno e inicial e dos parâmetros necessários para a validação do modelo desenvolvido.

Tabela 4.1: Posição dos transdutores e válvulas.

Elemento	Posição dos transdutores e válvulas (m)
medidor de vazão eletromagnético	0.00
P1 - transdutor de pressão 1	7.10
P2 - transdutor de pressão 2	48.00
V1 - válvula solenóide 1	85.44
V2 - válvula solenóide 2	175.86
V3 - válvula solenóide 3	254.24
V4 - válvula solenóide 4	335.47
V5 - válvula solenóide 5	378.77
V6 - válvula solenóide 6	421.14
V7 - válvula solenóide 7	499.42
V8 - válvula solenóide 8	580.75
V9 - válvula solenóide 9	624.05
V10 - válvula solenóide 10	666.84
P3 - transdutor de pressão 3	704.23
P4 - transdutor de pressão 4	745.09
medidor de vazão eletromagnético	749.16
válvula produzindo o golpe de aríete	764.16

A celeridade é estimada baseando-se no tempo de propagação da primeira onda de pressão entre dois transdutores de pressão (t^*): $a = L/t^*$, onde L é a distância entre dois transdutores de pressão. O valor considerado para a rugosidade absoluta do duto de ensaio foi de $0,05 \text{ mm}$.

O ciclo numérico é o seguinte:

- i.* inicializa as condições inicial e de contorno;
- ii.* aguarda o tempo de estabilização dos valores iniciais;
- iii.* abre a válvula solenóide simulando um vazamento;
- iv.* aguarda o tempo de estabilização das condições na tubulação;
- v.* inicia o armazenamento de dados;
- vi.* aguarda tempo para fechamento da válvula solenóide;
- vii.* fecha a válvula solenóide produzindo o golpe de aríete;
- viii.* aguarda o tempo de estabilização das condições na tubulação;
- ix.* finaliza a simulação e armazenamento dos dados no arquivo.

Simulações numéricas foram realizadas para o escoamento transitório considerando o circuito da Figura 4.5. Para a reprodução das variações de pressão, é considerada na análise dos efeitos dinâmicos termo de cisalhamento dinâmico

para os casos “sem vazamento” e “com vazamento”.

4.4 Resultados Preliminares

Resultados numéricos e experimentais são apresentados e comparados nesta seção.

Simulações numéricas foram realizadas a partir dos dados observados em testes experimentais. São considerados os efeitos de atenuação e dispersão da onda de pressão devido aos efeitos de atrito durante os escoamentos permanente e transitório. O evento transitório foi simulado utilizando a formulação de Brunone et al. (1991). A velocidade da onda de pressão foi estimada em $1383.75m/s$, $\Delta t = 0.0083s$ e $\Delta x = 11.52m$ ($\Delta x = \Delta t \cdot a$) e o coeficiente de ajuste do termo de cisalhamento é considerado variável e constante.

Os resultados numéricos de um evento transitório de 80 segundos são mostrados nos pontos em que estão localizados os transdutores de pressão de acordo com a Tabela 4.1.

As Figuras 4.6 e 4.7 mostram os resultados obtidos no ensaio experimental e na simulação numérica para o caso “sem vazamento” utilizando termo de cisalhamento dinâmico.

Pode-se observar nas Figuras 4.6 e 4.7 uma defasagem quanto aos valores de pressão estabilizados antes da ocorrência do golpe de aríete, isso se deve ao fato da utilização de cotas para simulação da inclinação da tubulação de ensaios. Por isso, foi utilizado um Filtro de Fourier atuando como passa-alta para eliminar os componentes de baixa frequência. A frequência de corte, neste caso, foi de $0.01Hz$. Os sinais de resposta após a filtragem dos ensaios experimental e resultados numérico para a tubulação sem vazamento podem ser vistos na Figura 4.8, possibilitando que análises comparativas sejam realizadas.

Através da Figura 4.8 pode-se observar a variação da pressão no ponto em que está localizado o transdutor de pressão P4, considerando o coeficiente de ajuste $k_3 = 0.10$, $k_3 = 0.20$ e k_3 variável, corresponde ao uso do termo proposto por Vardy e Brown (1996). Verifica-se que a variação da pressão apresenta atenuação maior à medida que o coeficiente de ajuste do termo de cisalhamento aumenta. A

Figura 4.6: Resultados experimentais para a tubulação sem vazamento.

Figura 4.7: Resultados numéricos para a tubulação sem vazamento, considerando coeficiente $k_3 = 0.10$.

Figura 4.9 mostra detalhes da Figura 4.8.

Nas Figuras 4.10 a 4.12 encontram-se os resultados obtidos no ensaio experimental e nas simulações numérica para o caso “com vazamento” utilizando termo de cisalhamento dinâmico. Da mesma forma que no caso “sem vazamento” foi

Figura 4.8: Comparação dos resultados experimental e numérico após a filtragem para tubulação sem vazamento, considerando diferentes valores para termo de cisalhamento.

Figura 4.9: Detalhe da Figura 4.8.

utilizado um Filtro de Fourier atuando como passa-alta para eliminar os componentes de baixa frequência, com frequência de corte de $0.01Hz$.

A Figura 4.13 mostra detalhes da Figura 4.12.

Nos resultados das simulações numéricas é observado atraso da onda de pressão

Figura 4.10: Resultados experimentais para a tubulação com vazamento na válvula 1.

Figura 4.11: Resultados numéricos para a tubulação com vazamento na válvula 1, considerando coeficiente $k_3 = 0.10$.

em relação à variação de pressão obtida nos ensaios, esse fato se deve a frequências espúrias encontradas nos resultados experimentais causada pela ressonância da tubulação e também de fatores que são assumidos no desenvolvimento para o cálculo

Figura 4.12: Comparação dos resultados experimental e numérico após a filtragem para tubulação com vazamento na válvula 1, considerando diferentes valores para termo de cisalhamento.

Figura 4.13: Detalhe da Figura 4.12.

do golpe de aríete. Nas Figuras de comparação entre resultados experimentais e numéricos onde foram aplicados o Filtro de Fourier a comparação com os diferentes valores de k_3 é realizada, pode-se observar que a variação da pressão apresenta

atenuação maior à medida que o coeficiente do termo de cisalhamento aumenta.

Os resultados mostram uma boa concordância com o sinal experimental. Analisando o escoamento transitório provocado pelo fechamento da válvula, observamos que a atenuação dos pulsos de pressão no caso da ocorrência de vazamentos é bem maior comparado com o sistema sem vazamentos e a estabilização do escoamento é mais rápida no sistema que apresentam vazamento, como se observa na Figura 4.14.

Figura 4.14: Comparação da variação de pressão nos dutos considerando sem vazamento e com vazamento na válvula 1 (V1).

O mesmo comportamento entre resultados experimentais e numéricos foram observados para o caso “com vazamento” simulado em diferentes posições das válvulas. A variação das pressões considerando vazamento pré-existente nas posições das válvulas V2 e V3 são apresentadas no Apêndice B.

Resultados sobre Atenuação Acústica

5.1 Introdução

Neste trabalho são apresentados os resultados obtidos no modelo de simulação hidráulica para obtenção do coeficiente de atenuação acústica. A comparação é realizada utilizando dados experimentais obtidos por Barabanov e Glikman, (2009) em dutos longos de óleo. Vazamentos foram simulados em diferentes posições da tubulação e a técnica de detecção de vazamentos, baseada na inspeção ativa da tubulação foi aplicada fazendo a inspeção no duto.

5.2 Confrontação dos Resultados deste Trabalho e da Literatura

Testes experimentais foram realizados por Barabanov e Glikman, (2009). Os autores realizaram testes em um duto longo de petróleo com as seguintes especificações:

- Comprimento do duto: $290km$;

- Diâmetro do duto: $1m$;
- Densidade: $872.3 \text{ kg}/m^3$;
- Velocidade: $0.442m/s$;
- Viscosidade: $0.01836Pa.s$;
- Celeridade: $1040m/s$.

Uma perturbação foi provocada no início do duto pela abertura e fechamento de uma válvula. A propagação da onda de pressão gerada pela perturbação é observada ao longo do duto nos pontos onde estão localizados sensores e a amplitude da onda de pressão obtida nesses pontos observados, versus a coordenada de cada ponto é aproximada por uma curva do tipo exponencial dada por $\Delta P = \Delta P_0 \exp(-\alpha x)$. Sendo $\Delta P = P_{fim} - P_{inicio}$ o início e o fim da frente de onda que podem se determinados visualmente (Figura 5.1) se eles pudessem ser distinguidos contra o ruído hidrodinâmico do duto. A diferença de pressão entre o início e o fim da frente de onda é considerada magnitude de perturbação, isto é, a amplitude da onda.

Os resultados experimentais obtidos por Barabanov e Glikman, (2009) podem ser vistos na Figura 5.2. Através da figura pode-se observar a variação da amplitude da onda de pressão, gerada pela perturbação provocada no início do duto, nos pontos onde estão localizados os sensores ao longo da tubulação. Uma curva do tipo exponencial foi ajustada aos pontos obtidos a partir dos resultados experimentais. Através da curva de ajuste obtiveram-se os parâmetros ΔP_0 que é a perturbação inicial no ponto $x = 0$ e α o coeficiente de atenuação. Como resultado experimental obteve-se $\Delta P_0 = 0.30486$ e $\alpha = 0.00423$.

O experimento realizado por Barabanov e Glikman foi reproduzido computacionalmente usando o modelo de simulação desenvolvido. Para a simulação numérica foram considerados diferentes valores para o coeficiente de ajuste k_3 do termo de cisalhamento. Um pulso acústico foi gerado na entrada da tubulação provocando uma perturbação. Como no caso experimental, a amplitude da onda de pressão obtida em pontos distribuídos ao longo da tubulação versus a coordenada da cada ponto foi ajustada por uma curva do tipo exponencial, obteve-se os parâmetros ΔP_0 que é a perturbação inicial no ponto $x = 0$ e α o coeficiente de atenuação.

Figura 5.1: Determinação visual do início e fim de uma parcela da frente de onda. Fonte:(BARABANOV; GLIKMAN, 2009)

Figura 5.2: Resultado experimental: Variação da amplitude de perturbação ao longo do duto. Fonte:(BARABANOV; GLIKMAN, 2009)

Os resultados numéricos podem ser observados na Figura 5.3. A curva exponencial foi obtida para vários valores do parâmetro k_3 e os valores do coeficiente

de atenuação foram comparados.

Figura 5.3: Resultados numéricos: variação da amplitude de perturbação ao longo do duto.

As curvas observadas na Figura 5.3 mostram que o valor $k_3 = 0.7$ melhor aproxima os pontos experimentais e numéricos. O confrontamento dos resultados experimental e numérico podem ser verificado através das equações (5.1) e (5.2):

Curva de ajuste dos sinais experimentais:

$$\Delta P = 0.30486 * \exp(-0.00423 * x) \quad (5.1)$$

Curva de ajuste dos sinais numéricos $k_3 = 0.7$:

$$\Delta P = 0.30050 * \exp(-0.00420 * x) \quad (5.2)$$

A comparação realizada entre os resultados experimental e numérico permitem concluir que praticamente não existem diferenças entre os valores do coeficiente

de atenuação α . Também se pode observar na Figura 5.3 que as curvas apresentam atenuação (decaimento) maior à medida que o parâmetro k_3 aumenta. Os resultados confirmam a hipótese de que a perturbação no duto atenua de acordo com a lei exponencial.

Com o objetivo de obter uma equação teórica para a aproximação do coeficiente de atenuação da onda acústica, Barabanov e Glikman, (2009) realizaram testes em quatro diferentes dutos longos e propuseram uma aproximação para o coeficiente de atenuação dependente dos parâmetros adimensional do escoamento. Usando os dados processados das experiências, marca-se o coeficiente de atenuação α versus o parâmetro adimensional Re (Figura 5.4). Quando o número de Reynolds tende a zero, o fluxo torna-se laminar, partindo do pressuposto de que, para um fluxo laminar, a lei de atrito é expressa pela fórmula de Stokes $f = 64/Re$, obtemos que o coeficiente de atenuação no domínio da validade da fórmula de Stokes (isto é, quando o número de Reynolds tende a zero) é dado pela expressão

$$\alpha_0 = 32\eta/\rho a D^2, \quad (5.3)$$

onde η é a viscosidade dinâmica, ρ a massa específica a a celeridade e D o diâmetro do duto.

Assim, a dependência do coeficiente de atenuação com o número de Reynolds assume a forma:

$$\alpha = \alpha_0 + \frac{2.1}{10^5} [1 - \exp(-Re/10^5)]. \quad (5.4)$$

Testes numéricos foram realizados no duto longo para diferentes valores de Re e resultados foram comparados com os obtidos pela equação proposta por Barabanov e Glikman, (2009). Esses resultados podem ser observados através da Figura 5.4.

Através da Figura 5.4 pode-se verificar que uma melhor aproximação entre resultados numéricos e teórico é observado para baixo valores de Reynolds, o que também é verificado por Barabanov e Glikman, entre resultados experimentais e teórico. Na região de altos valores de Reynolds, os resultados obtidos mostram um comportamento qualitativo coerente com a análise da equação teórica. A curva

Figura 5.4: Comparação dos resultados numérico e experimental, considerando diferentes valores para o termo de cisalhamento.

dada pela equação teórica tem atenuação maior do que o calculado pelo modelo numérico, devido ao atrito viscoso, porém a equação apresenta uma aproximação para o coeficiente de atenuação dependente dos parâmetros adimensional do escoamento, ou seja, α é proporcional à fv_0 .

5.3 Comportamento da Atenuação em Dutos com Vazamentos

Com o intuito de avaliar o comportamento do coeficiente de atenuação acústica em dutos com vazamentos pré-existentes, foram realizadas simulações numéricas utilizando os dados do duto experimental estudado por Barabanov e Glikman, (2009) (descrito na seção anterior) considerando vazamentos em diferentes posições ao longo do duto.

Para cada um dos testes é considerada a tubulação sem vazamento ou com apenas uma vazamento pré-existente. Um pulso de pressão é provocado no início da tubulação, mais precisamente, a coordenada zero foi considerada como sendo o ponto onde a perturbação é provocada e o comportamento do sinal é analisado.

Os pontos onde são coletados os sinais de pressão, considerados como sensores e os pontos que foram simulados os vazamentos estão respectivamente nas Tabelas 5.1 e 5.2.

Tabela 5.1: Posição dos sensores ao longo do duto.

Sensores	Posição(km)	Sensores	Posição(km)
P1 - sensor de pressão 1	18.10	P9 - sensor de pressão 9	162.90
P2 - sensor de pressão 2	36.20	P10 - sensor de pressão 10	181.00
P3 - sensor de pressão 3	54.30	P11 - sensor de pressão 11	199.10
P4 - sensor de pressão 4	72.40	P12 - sensor de pressão 12	217.20
P5 - sensor de pressão 5	90.55	P13 - sensor de pressão 13	235.30
P6 - sensor de pressão 6	108.60	P14 - sensor de pressão 14	253.30
P7 - sensor de pressão 7	126.70	P15 - sensor de pressão 15	271.50
P8 - sensor de pressão 8	144.80	P16 - sensor de pressão 16	289.60

Tabela 5.2: Posição dos vazamentos ao longo do duto.

Vazamentos	Posição(km)	Vazamentos	Posição (km)
V1 - vazamento 1	5.730	V9 - vazamento 9	153.551
V2 - vazamento 2	21.320	V10 - vazamento 10	178.160
V3 - vazamento 3	44.760	V11 - vazamento 11	197.140
V4 - vazamento 4	66.670	V12 - vazamento 12	212.470
V5 - vazamento 5	88.540	V13 - vazamento 13	222.930
V6 - vazamento 6	111.440	V14 - vazamento 14	244.840
V7 - vazamento 7	136.055	V15 - vazamento 15	268.680
V8 - vazamento 8	144.240	V16 - vazamento 16	284.270

Inicialmente é feita a simulação numérica em um duto sem a existência de vazamento, para a obtenção do coeficiente de atenuação, considerando a atenuação natural da frente de onda de pressão ao longo da tubulação. Na Figura 5.5 a amplitude da onda de pressão obtida em pontos distribuídos ao longo da tubulação versus a coordenada de cada ponto, foi ajustada por uma curva do tipo exponencial. Como resultado, para cada um dos testes, obteve-se os valores dos dois coeficientes: ΔP_0 (perturbação inicial no ponto $x = 0$) e α (o coeficiente de atenuação).

Para execução dos testes numéricos utiliza-se um escoamento monofásico de óleo e cada teste realiza ciclicamente as seguintes operações:

- i. define as condições iniciais;

Figura 5.5: Coeficiente de atenuação considerando a tubulação sem vazamento.

- ii. define a válvula solenóide que simula um vazamento;
- iii. abre a válvula solenóide simulando um vazamento;
- iv. aguarda o tempo de estabilização do sistema;
- v. inicia o armazenamento de dados;
- vi. aplica uma perturbação na pressão no início do duto (coordenada $x = 0$);
- vii. aguarda tempo de estabilização do sistema;
- viii. finaliza ensaio e aquisição de sinais.

Os resultados numéricos obtidos pelo simulador considerando vazamento pré-existente em diferentes pontos ao longo do duto podem ser observados através da Figuras 5.6 a 5.10.

Observando as Figuras 5.6 a 5.9 verifica-se o comportamento da amplitude do pulso acústico para vazamentos em diferentes posições. Quando existe um vazamento pré-existente, há um decaimento na amplitude do sinal após o pulso de pressão gerado pela perturbação passar pelo ponto onde existe o vazamento, isto é, um degrau entre os pontos que simulam sensores, estando o vazamento localizado entre esses sensores.

O comportamento da amplitude do pulso acústico nos testes sem vazamento e com vazamento em diferentes posições consideradas pode ser observado através da Figura 5.10.

Pode-se observar através da Figura 5.10 que a curva de atenuação da amplitude

Figura 5.6: Resultados numéricos considerando vazamento nas posições V1 a V4.

Figura 5.7: Resultados numéricos considerando vazamento nas posições V5 a V8.

do pulso nos testes em dutos com um vazamento pré-existente tem comportamento idêntico a curva de atenuação da amplitude do pulso nos testes sem vazamentos até a posição do sensor onde o vazamento está localizado, entre os pontos da curva que se observa um degrau é encontrado um vazamento.

Assim pode-se concluir que, quanto mais longe está o vazamento da posição onde a perturbação é introduzida na tubulação, mais próximo do comportamento da curva de atenuação do pulso acústico sem a presença de vazamento será a curva de atenuação da amplitude do pulso acústico.

Figura 5.8: Resultados numéricos considerando vazamento nas posições V9 a V12.

Figura 5.9: Resultados numéricos considerando vazamento nas posições V13 a V16.

O coeficiente de atenuação foi calculado para cada curva de amplitude do pulso nos testes em dutos com um vazamento pré-existente considerando as 16 posições de vazamentos conhecidas.

A Figura 5.11 apresenta a curva de ajuste da variação da amplitude de perturbação ao longo do duto considerando um vazamento pré-existente na posição 197.14 km. A curva apresenta dois coeficientes de atenuação, o primeiro antes da posição do vazamento e o segundo após a posição do vazamento. O coeficiente de atenuação obtido através do ajuste de curva do tipo exponencial nestes casos

Figura 5.10: Resultados numéricos sem vazamento e com vazamento nas posições V1 a V16.

é chamado de coeficiente de atenuação aparente (α^*), pois a curva de ajuste está delimitada entre os pontos observados. Para este caso o valor do coeficiente de atenuação obtido foi $\alpha^* = 0.00547$.

Figura 5.11: Curva de ajuste para obtenção do coeficiente de atenuação aparente.

Na Figura 5.12, observa-se o comportamento do coeficiente de atenuação aparente para todos os testes numéricos realizados. O teste considerando o duto sem vazamento tem atenuação natural da tubulação, o valor do coeficiente de atenuação neste caso é $\alpha = 0.00416$. Em todas as simulações com um vazamento pré-existente foi obtido um coeficiente de atenuação aparente maior que o caso

sem vazamento. Pode-se ainda constatar que a atenuação é tanto maior quanto mais próximo o vazamento estiver da posição onde é introduzido o pulso acústico, que neste caso foi no início da tubulação (ponto $x = 0$).

Figura 5.12: Comportamento do coeficiente de atenuação aparente (α^*) em função da posição do vazamento.

Os resultados mostram que o coeficiente de atenuação é um bom indicador da existência de vazamentos, além de permitir uma estimativa de sua localização. A localização do vazamento pode ser obtida realizando testes numéricos buscando por curvas de atenuação aparente para diferentes valores de diâmetro de vazamentos, a intensidade do vazamento pode ser contabilizada, por exemplo, utilizando o método de balanço de massa. Obtendo-se a medida do diâmetro do vazamento é possível sua localização. Ou seja, o coeficiente de atenuação é uma variável que pode ser utilizada como um parâmetro de detecção e localização de vazamento.

A curva observada na Figura 5.12 obtida através de testes numéricos representa uma contribuição inédita importante na metodologia de detecção de vazamentos. Mostrando que técnica de detecção de vazamento, baseada na inspeção acústica ativa, é capaz de detectar vazamentos pré-existent.

O comportamento do coeficiente de atenuação pode ser analisado por intermédio do seguinte modelo, baseado em observações empíricas, para a evolução

longitudinal da amplitude do pulso acústico

$$\Delta P(x) = \Delta P_0 \exp[-\alpha^*(x + \xi d_{gr}(x - x_{vaz}))] \quad (5.5)$$

na qual ΔP_0 é a amplitude inicial do pulso, α^* representa a atenuação aparente, ξ contabiliza a intensidade do vazamento e x_{vaz} é a posição do vazamento. (A função $d_{gr}()$ é o degrau unitário).

Conclusões e Perspectivas

A construção e validação de um modelo de simulação numérica adequado para uma nova técnica de detecção de vazamento, baseada na inspeção acústica ativa da tubulação, capaz de detectar vazamentos pré-existente é realizada neste trabalho.

Na implementação do simulador para análise fluidodinâmica em escoamento transitório, as equações diferenciais parciais hiperbólicas não-lineares representativas do escoamento transitório em condutos forçados, quantidade de movimento e conservação de massa, são resolvidas com o emprego do método das características. Esse método possui a vantagem de fornecer equações explícitas para análise fluidodinâmica, sem a necessidade da resolução de sistemas de equações por meio de métodos numéricos iterativos. Foi adotado para as simulações o modelo apresentado por Brunone, Golia e Greco (1991) e uma análise do coeficiente de ajuste k_3 é realizada, evidenciando a atenuação das pressões durante o fenômeno transitório.

Simulações usando o modelo computacional desenvolvido foram realizadas para a análise do comportamento das ondas de pressão resultantes do transitório hidráulico em decorrência do fechamento da válvula a partir dos ensaios experimentais realizados no oleoduto piloto do Laboratório de Escoamentos Multifásicos Industriais da Universidade de São Paulo, no campus de São Carlos - SP.

Para a detecção e localização de vazamentos, pulsos acústicos foram produzidos artificialmente e introduzidos na tubulação, correspondendo a uma perturbação,

podendo ser um golpe de ariete gerado pelo fechamento rápido de uma válvula colocada na final da tubulação ou outra perturbação. Foi introduzido no algoritmo de simulação numérica a consideração de vazamentos em pontos não-coincidentes com as seções de cálculo da malha característica, é utilizada uma metodologia proposta por Vítkovský (2001), que permite uma maior flexibilidade na discretização do sistema com vazamentos.

Resultados numéricos foram comparados com ensaios experimentais obtidos na literatura e com os obtidos de ensaios experimentais realizados no oleoduto piloto do Laboratório de Escoamentos Multifásicos Industriais da Universidade de São Paulo, no campus de São Carlos - SP e validaram o simulador numérico.

Os resultados numéricos sobre propagação acústica tiveram uma boa concordância entre parâmetro de atenuação experimental e numérico o que valida o modelo como um preditor on-line para ser usado em um sistema de detecção de vazamento. Além disso o coeficiente de atenuação é um bom indicador da existência de vazamentos, além de permitir estimar sua localização.

A principal contribuição deste trabalho é um modelo de coeficiente de atenuação $\alpha(Re)$, que leva em conta os efeitos dos transientes na dissipação viscosa. A curva da atenuação aparente em função da posição do vazamento contém informações da existência do vazamento e também de sua posição, sendo assim uma técnica de detecção de vazamento, baseada na inspeção acústica ativa da tubulação, capaz de detectar vazamentos pré-existent.

Perspectivas de novas pesquisas e trabalhos são os estudos teóricos e experimentais no intuito de obter uma relação entre o ponto de vazamento e o diâmetro do vazamento na atenuação aparente, visando sua localização e quantificação. E aprimorar o modelo de simulação com por exemplo incluir a possibilidade de movimento axial do duto.

Referências Bibliográficas

ABREU, J.M.; GUARGA, R.; IZQUIERDO, J. (Ed.). (1995) **Transitorios y oscilaciones en sistemas hidraulicas a presion**. Valencia: Universidade Politecnica de Valencia.

AGUIAR, F.G. (2010). **Utilização de redes neurais artificiais para detecção de padrões de vazamentos em dutos**. 95f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

ANJO, L.F.R.S. (2008). **Modelo hidráulico para transitórios lentos em conduto forçado**. 154f. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Civil Arquitetura e Urbanismo, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2008.

BABBITT, H.E. (1920). The Detection of leaks in underground pipes. **Journal of AWWA.**, Baltimore, v.7, p.589-595.

BAGHDADI, H.A.; MANSY, H.A. (1988). A Mathematical model for leak location in pipelines. **Applied Mathematical Modelling**, Guildford, v.12, n.1, p.25-30, Apr.

BARABANOV, S.A.; GLIKMAN, B.F. (2009). The Attenuation coefficient of an acoustic wave propagation in a turbulent flow in a long pipeline. **Acoustical Physics**, Woodbury, v.55, n.2, p.170-177, Mar.

BERGANT, A.; SIMPSON, A.R.; VÍTKOVSKY, J.P. (2001). Developments in unsteady pipe flow friction modelling. **Journal of Hydraulic Research**, New York, v.39, n.3, p.249-257, Nov.

BLACK, P. (1992). A Review of pipeline leak detection technology. In: COULBECK, B.;EVANS, E. (Ed.). **Pipeline System**. Dordrecht: Kluwer Academic. p.287-298. (Fluid Mechanics and its Applications, 7)

BRUNONE, B.; GOLIA, U.M.; GRECO, M. (1991). Modelling of fast transients by numerical methods. In: INTERNATIONAL MEETING ON HYDRAULIC TRANSIENTS AND WATER COLUMN SEPARATION, 1991, Valencia. **Proceedings...** Valencia: [s.n]. p.273-280.

BRUNONE, B.; GOLIA, U.M.; GRECO, M. (1995). Effects of two-dimensionality on pipe transients modeling. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v.121, n.12, p.906-912, Dec.

COLOMBO, A.F.; LEE,P.; KARNEY, B.W. (1991). A Selective literature review of transient-based leak detection methods. **Journal of Hydro-environment Research**, Amsterdam, v.2, n.4, p.212-227, Apr.

CHAUDHRY, M.H. (1979). **Applied hydraulic transients**. New York: Van Nostrand Reinhold.

COVAS, D.; RAMOS, H. (1999). Leakage detection in single pipelines using pressure wave behaviour. In: SAVIC, D.A.; WALTERS, G.A. (Ed.). **Water industry systems: modelling and optimization applications**, Baldock: Research Studies Press. v.1, p.287-299.

COVAS, D.I.C. (2003). **Inverse transient analysis for leak detection and calibration of water pipe systems modelling special dynamic effects**. 322p. Thesis (PhD) - Department of Civil and Environmental Engineering, Imperial College of Science, Technology and Medicine, London, 2003.

COVAS, D., RAMOS, H., ALMEIDA, A.B. (2005). Standing wave difference method for leak detection in pipeline systems. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v.131, n.12, p.1106-1116, Dec.

CUNHA, M.C.C. (2000). **Métodos numéricos**. 2.ed. Campinas: Ed.Unicamp.

DAILY, J.W. et al. (1956). Resistance coefficients for accelerated and decelerated flows through smooth tubes and orifices. **Transactions of the ASME: Journal of Basic Engineering**, New York, v.78, n.7, p.1071- 1077.

EICHINGER, P.; LEIN, G. (1992). The influence of friction on unsteady pipe flow. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON UNSTEADY FLOW AND FLUID TRANSIENTS, 1992, Durham. **Proceedings...** Rotterdam Brookfield: A.A.Balkema. p.41-50.

FRANCA, F.V.P. (2006). **Verificação da adequação do esquema numérico de MacCormack na solução de transientes hidráulicos em condutos forçados**. 108f. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

GHIDAOUI, M.S.; MANSOUR, S. (2002). Efficient treatment of the Vardy-Brown unsteady shear in pipe transientes. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v.128, n.1, p.102-112, Jan.

GOLDBERG, D.E.; WYLIE, E.B. (1983). Characteristics method using time-line interpolations. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v.109, n.5, p.670-683, May.

GUMIER, C.C. (2005). **Aplicação de modelo matemático de simulação-otimização na gestão de perda de água em sistemas de abastecimento**. 145f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.

HINO, M.; SAWAMOTO, M.; TAKASU, S. (1977). Study on the transition to turbulence and frictional coefficient in an oscillatory pipe flow. **Transactions of JSCE**, Tokyo, v.9, p.282-285.

IVANKOVIC, A.; VENIZELOS, G.P. (1998). Rapid crack propagation in plastic pipe: predicting full-scale critical pressure from S4 test results. **Engineering Fracture Mechanics**, New York, v.59, n.5, p.607-622, Mar.

JÖNSSON, L.; LARSON, M. (1992). Leak detection through hydraulic transient analysis. In: COULDBECK, B.;EVANS, E. (Ed.). **Pipeline system**. Dordrecht: Kluwer Academic. p.273-286. (Fluid Mechanics and its Applications, 7)

KARNEY, B.W.; GHIDAOUI, M.S. (1997). Flexible discretization algorithm for fixed grid MOC in pipeline systems. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v.123, n.11, p.1004-1011, Nov.

KENNEDY, J.L. (1993). **Oil and gas pipeline fundamentals**, 2nded. Tulsa: PennWell.

LAI, C., (1989). Comprehensive method of characteristics models for flow simulation. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v.114, n.9, p.1074-1097, Sept.

LEE, P.J. et al. (2005a). Frequency domain analysis for detecting pipeline leaks. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v.131, n.7, p.596-604, July.

LEE, P.J. et al. (2005b). Leak location using the pattern of the frequency response diagram in pipelines: a Numerical Study. **Journal of Sound and Vibration**, London, v.284, n.3/5, p.1051-1073, June.

LIGGETT, J.A.; CHEN, L. (1994). Inverse transient analysis in pipe networks. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v.120, n.8, p.934-955, Aug.

LIMA, L.F.M. (2006). **Termo de atrito em escoamento transitório para condutos forçados**. 131f. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

LUVIZOTTO JR, E. (1995). **Controle operacional de redes de abastecimento de água auxiliado por computador**. 120f. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 1995.

MACIAS, I.B. (2004). **Detecção de vazamento em tubulações transportando gás**. 134f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Química, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2004.

MACLEOD, I.D. et al. (1991). Acoustic monitoring techniques for structural integrity. **Nuclear Engineering and Design**, Switzerland, v.129, n.2, p.191-200, Aug.

MISIUNAS, D. et al. (2005). Pipeline break detection using pressure transient monitoring. **Journal of Water Resources Planning and Management**, New York, v.131, n.4, p.316-325, July/Aug.

MPESHA, W.; GASSMAN, S.L.; CHAUDHRY, M.H. (2001). Leak detection in pipes by frequency response method. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v.127, n.2, p.134-147, Feb.

NAVES, G.J. (1991). **Técnicas de computação em tempo real, em controle e supervisão de tubulações**. 129f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Química, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1991.

OHMI, M.; KYOMEN, S.; USUI, T. (1985) Numerical analysis of transient turbulent flow in a liquid line. **Bulletin of JSME**, Tokyo, v.28, n.239, p.799-806, May.

PEZZINGA, G. (1999). Quasi-2D models for unsteady flow in pipe networks. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v.125, n.7, p.676-685, July.

PEZZINGA, G. (2000). Evaluation of unsteady flow resistances by quasi-2D or 1D models. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v.126, n.10, p.778-785, Oct.

PUDAR, R.S.; LIGGETT, J.A. (1992). Leaks in pipe networks. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v.118, n.7, p.1031-1046, July.

RAMOS, H. et al. (2004). Surge damping analysis in pipe systems: modelling and experiments. **Journal of Hydraulic Research**, New York, v.42, n.4, p.413-425.

RIGHETTO, A. M. (1994). **Cálculo hidráulico de rede de distribuição de água a partir de condições transitórias: adequação e estudo de casos**. 118p. Tese (Livre Docência) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1994.

ROMA, W.N.L. (2003). **Fenômenos de transporte para engenharia**. São Carlos: RiMa.

SANDBERG, C. et al. (1989). The Application of a continuous leak detection system to pipelines and associated equipment. **IEEE Transactions on Industry Applications**, New York, v.25, n.5, p.906-909, Sept./Oct.

SELEGHIM JR., P. (2009). **Auxílio regular 2007/08555-0**. [S.l.:s.n.]. Relatório FAPESP.

SILVA, R.A. (1996). **Supervisão de tubulações por computador on-line**. 102f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Química, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1996.

SILVA-ARAYA, W.F.; CHAUDHRY, M.H. (1997). Computation of energy dissipation in transient flow. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v.123, n.2, p.108-115, Feb.

SILVA-ARAYA, W.F.; CHAUDHRY, M.H. (2001). Unsteady friction in rough pipes. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v.127, n.7, p.607-618, July.

SIBERTHEROS, I.A.; HOLLEY, E.R.; BRANSKI, J.M. (1991), Spline interpolations for water hammer analysis. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v.117, n.10, p.1332-1351, Oct.

SOARES, A.K. (2007). **Calibração e detecção de vazamentos em modelos de sistemas hidráulicos no escoamento transitório**. 336f. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

SOARES, A.K.; REIS, L.F.R. (2005). Transitórios hidráulicos para detecção de vazamentos em sistemas de condutos forçados. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 16., 2005, João Pessoa. **Anais ...** João Pessoa: ABRH. 1 CD ROM.

SOUZA, A.L. (2002). **Detecção de vazamentos em tubulações através da análise espectral**. 130f. Tese (Doutorado)- Faculdade de Engenharia Química, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.

SOUZA, E.O. (2007). **Detecção de vazamentos em tubulações através do método acústico e da análise de transientes de pressão**. 133f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Química, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2007.

SUZUKI, K.; TAKETOMI, T.; SATO, S. (1991). Improving Zielke's method of simulating frequency-dependent friction in laminar liquid pipe flow. **Journal of Fluids Engineering**, New York, v.113, n.4, p.569-573, Dec.

SVINGEN, B. (1997). Rayleigh damping as an approximate model for transient hydraulic pipe friction. In: INTERNATIONAL MEETING ON THE BEHAVIOUR OF HYDRAULIC MACHINERY UNDER STEADY OSCILLATORY CONDITIONS, 8., Chatou. **Proceedings...** Madrid: IAHR, Paper F-2.

VARDY, A.E.; BROWN, J.M.B. (1995). Transient, turbulent, smooth pipe friction. **Journal of Hydraulic Research**, New York, v.33, n.4, p.435-456, July.

VARDY, A.E.; BROWN, J.M. (1996) On Turbulent, unsteady, smooth-pipe friction. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON PRESSURE SURGES AND FLUID TRANSIENTS IN PIPELINES AND OPEN CHANNELS, 7.,1996, Harrogate. **Proceedings...** Bedfordshire: BHR Group. p.289-311.

VARDY, A.E.; HWANG, K.L. (1991). A Characteristic model of transient friction in pipes. **Journal of Hydraulic Research**, New York, v.29, n.5, p.669-684, Sept.

VARDY, A.E.; HWANG, K.L.; BROWN, J.M.B. (1993). A Weighting function model of transient turbulent pipe friction. **Journal of Hydraulic Research**, New York, v.31, n.4, p.533-548, July.

VENIZELOS, G.P. et al. (1997). Fast brittle fracture of plastic pipes. Part

2 - gas pressurised. **Plastics and Rubber Processing and Applications**, London, v.26, n.9, p.394-403.

VENNATRO, B. (1996). Unsteady friction in pipelines. In: IAHR SYMPOSIUM ON HYDRAULIC MACHINERY AND CAVITATION, 28., 1996, Valencia. **Proceedings...** Madrid: IAHR. p.819-826.

VÍTKOVSKÝ, J.P.; SIMPSON, A.R.; LAMBERT, M.F. (2000). Leak detection and calibration using transients and genetic algorithms. **Journal of Water Resources Planning and Management**, New York, v.126, n.4, p.262-265, July/Aug.

VÍTKOVSKÝ, J.P. et. al (2000). Advances in unsteady friction modelling in transient pipe flow. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON PRESSURE SURGES: Safe Design and Operation of Industrial Pipe Systems, 8., 2000, The Hague. **Proceedings...** Belfordshire: BHR Group. Publications n.39, v.1, p.471-482.

VÍTKOVSKÝ, J.P, et. al (2006). Systematic evaluation of one-dimensional unsteady friction models in simple pipelines. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v.132, n.7, p.696-708, July.

WIGGERT, D.C.; SUNDQUIST, M.J. (1977). Fixed-grid characteristics for pipeline transients. **Journal of the Hydraulics Division**, New York, v.103, n.HY12, p.1403-1416, Dec.

WANG, X.J. et al (2002). Leak detection in pipelines using the damping of fluid transients. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v.128, n.7, p.697-711, July.

WIKE, A. (1986). Liquid pipelines can use many varieties of SCADA-based leak detection systems. **Pipeline & Gas Journal**, Dallas, v.213, n.6, p.16-20.

WYLIE, E.B.; STREETER, V.L. (1993). **Fluid transients in systems**. New York: Prentice-Hall.

WOOD, D.J.; FUNK, J.E. (1970). A Boundary-layer theory for transient viscous losses in turbulent flow. **Journal of Basic Engineering**, New York, v.92, n.4, p.865-873, Dec.

YANG, J.C.; HSU, E.L. (1991). Time-line interpolation for solution of the dispersion equation. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v.28, n.4, p.503-523.

ZHANG, J. (2001). Statistical pipeline leak detection for all operating conditions. **Pipeline & Gas Journal**, Dallas, v.229, n.2, p.42-45, Feb.

ZHAO, M.; GUIDAOUI, M.S. (2003) Efficient quasi-two-dimensional model for water hammer problems. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v.129, n.12, p.1007-1013, Dec.

ZIELKE, W. (1966). **Frequency-dependent friction in transient pipe flow**. 86p. MSc. (Dissertation)-Department of Civil Engineering, University of Michigan, Michigan, 1966.

Anexo A -Equações diferenciais para o cálculo do golpe de aríete

Equação da quantidade de movimento

Considere-se o elemento de fluido especificado na Figura A.1:

Figura A.1: Volume de Controle Elementar.

Nesta Figura tem-se como variáveis dependentes, a pressão P e a velocidade V , e como variáveis independentes, a distância x e o tempo t . A equação do movimento baseia-se no somatório das forças que atuam no elemento de fluido. Assim, tem-se:

- Força resultante da diferença de pressão entre as seções,

$$pA - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) A = -A \frac{\partial p}{\partial x} dx. \quad (\text{A-1})$$

- Força resultante da componente do próprio peso,

$$\rho g A dx \sin \theta = -\rho g A \frac{\partial Z}{\partial x} dx, \quad (\text{A-2})$$

uma vez que $\sin \theta = \frac{\partial Z}{\partial x}$ e ρ é a massa específica do fluido.

- Força resultante da resistência devida ao atrito com o conduto,

$$\tau_0 \pi D dx = \pm \rho A \frac{f V^2}{2D} dx = \rho A \frac{f V |V|}{2D} dx, \quad (\text{A-3})$$

com

$$\tau_0 = \rho f V^2 / 8, \quad (\text{A-4})$$

onde f é o fator de atrito de Darcy-Weisbach. A equação (A-4) é derivada da equação de Darcy-Weisbach, dada por

$$\Delta p = \frac{\rho f L V^2}{D 2}, \quad (\text{A-5})$$

e do balanço de forças no tubo quando em escoamento permanente dado por

$$\Delta p \frac{\pi D^2}{4} = \tau_0 \pi D L, \quad (\text{A-6})$$

pela eliminação de Δp . Usa-se $V^2 = V|V|$ para levar em conta o sinal adequado quando da inversão do fluxo transitório. De acordo com a segunda lei de Newton, a soma destas forças deve ser igual ao produto da massa $\rho A dx$ do elemento de fluido pela componente tangencial da aceleração dV/dt . Assim, a equação será:

$$-A \frac{\partial p}{\partial x} dx - \rho g A \frac{\partial Z}{\partial x} dx - \rho A \frac{f V |V|}{2D} dx = \rho A dx \frac{DV}{Dt}. \quad (\text{A-7})$$

Dividindo a equação (A-7) por $\rho A dx$, obtém-se,

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g \frac{\partial Z}{\partial x} + \frac{fV|V|}{2D} = 0. \quad (\text{A-8})$$

Com a expansão do termo da aceleração, dado por:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t}. \quad (\text{A-9})$$

Nas aplicações do golpe de aríete, o termo convectivo $V \partial V / \partial x$ geralmente é muito menor do que $\partial V / \partial t$, pois a velocidade de propagação da onda é muito maior que a velocidade de escoamento; por isso ele é omitido, ficando:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g \frac{\partial Z}{\partial x} + \frac{fV|V|}{2D} = 0. \quad (\text{A-10})$$

A pressão p pode ser substituída pela carga hidráulica H , cuja relação é dada por:

$$p = \rho g(H - Z), \quad (\text{A-11})$$

logo

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho g \left(\frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial Z}{\partial x} \right) \quad (\text{A-12})$$

Na equação diferencial parcial (A-12), a massa específica é considerada substancialmente constante quando comparada com a variação de H ou Z . Substituindo a equação (A-12) em (A-10), temos:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fV|V|}{2D} = 0. \quad (\text{A-13})$$

Equação da continuidade

A equação da continuidade para regime não permanente quando aplicada

Figura A.2: Volume de controle para a dedução da equação da continuidade.

ao volume de controle da Figura A.2, é dada por:

$$-\frac{\partial}{\partial x}(\rho AV)\delta x = \frac{\partial}{\partial t}(\rho A\delta x) \quad (A-14)$$

em que δx não é função de t . Após o desenvolvimento da equação e a divisão de todos os termos pela massa $\rho A\delta x$, obtemos:

$$\frac{V}{A} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{V}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (A-15)$$

Os dois primeiros termos são a derivada total $(1/A)dA/dt$ e os dois seguintes são a derivada total $(1/\rho)d\rho/dt$, resultando em:

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (A-16)$$

O primeiro termo refere-se à elasticidade da parede do tubo e à sua taxa de deformação com a pressão; o segundo termo leva em consideração a compressibilidade do líquido. Quanto a elasticidade da parede do tubo, a velocidade de alteração da força de tração por unidade de comprimento (Figura 6) é $(D/2)dp/dt$; quando dividida pela espessura da parede e , obtém-se a velocidade de alteração da tensão $(D/2e)dp/dt$; quando esta agora é dividida pelo módulo de elasticidade

E_0 , ou de Young, do material da parede, obtém-se a velocidade de aumento da elongação $(D/2eE_0)dp/dt$. A multiplicação pelo raio $D/2$ fornece a velocidade da deformação radial; finalmente, multiplicando-se pelo perímetro πD , a velocidade de aumento da área é obtida:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{D}{2eE_0} \frac{dp}{dt} \frac{D}{2} \pi D, \quad (\text{A-17})$$

e, conseqüentemente,

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = \frac{D}{eE_0} \frac{dp}{dt}. \quad (\text{A-18})$$

Figura A.3: Força de tração na parede do tubo (FT).

Pela definição do módulo de elasticidade volumétrica do fluido, dada por:

$$K_2 = -\frac{dp}{dVol/Vol} = \frac{dp}{d\rho/\rho} \quad (\text{A-19})$$

e a divisão da velocidade de alteração da massa específica, pela massa específica, dada por:

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{K_2} \frac{dp}{dt}. \quad (\text{A-20})$$

Considerando as equações (A-18) e (A-20), a equação (A-16) fica:

$$\frac{1}{K_2} \frac{dp}{dt} \left(1 + \frac{K_2 D}{E_0 e} \right) + \frac{\partial V}{\partial x} = 0. \quad (\text{A-21})$$

É conveniente que as constantes dessa equação sejam expressas sob a seguinte forma:

$$a^2 = \frac{K_2/\rho}{1 + (K_2/E_0)(D/e)}. \quad (\text{A-22})$$

A equação (A-21) torna-se agora:

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dt} + a^2 \frac{\partial V}{\partial x} = 0. \quad (\text{A-23})$$

Desenvolvendo dp/dt , temos:

$$\frac{dp}{dt} = V \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (\text{A-24})$$

Novamente, para as aplicações do golpe de aríete, o termo $V \partial p / \partial x$ é muito menor do que $\partial p / \partial t$ e é desprezado, e a pressão p pode ser substituída pela carga hidráulica H , cuja relação é dada por:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \rho g \frac{\partial H}{\partial t}. \quad (\text{A-25})$$

A equação (A-23) torna-se:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0, \quad (\text{A-26})$$

que é a equação da continuidade para um líquido compressível no interior de um conduto elástico.

Anexo B - Solução da equação característica positiva

Para a solução da equação:

$$\frac{dx}{dt} = \lambda g = \frac{1}{\lambda(1+k_3)} \left(\frac{a^2}{g} - \lambda k_3 a \right), \quad (\text{B-1})$$

reescrevemos da seguinte maneira,

$$\lambda^2 g(1+k_3) = \frac{a^2}{g} - \lambda k_3 a \quad \left(x \quad \frac{1}{g(1+k_3)} \right),$$

resultando em

$$\lambda^2 + \frac{k_3 a}{g(1+k_3)} \lambda - \frac{a^2}{g^2(1+k_3)} = 0, \quad (\text{B-2})$$

que é uma equação de segundo grau e possui duas raízes reais determinadas pela Fórmula de Báskara:

$$2\lambda = -\frac{k_3 a}{g(1+k_3)} \pm \sqrt{\left[\frac{k_3 a}{g(1+k_3)} \right]^2 - 4.1. \left[-\frac{a^2}{g^2(1+k_3)} \right]}$$

$$2\lambda = -\frac{k_3 a}{g(1+k_3)} \pm \sqrt{\left[\frac{k_3 a}{g(1+k_3)} \right]^2 + \frac{4a^2}{g^2(1+k_3)}}$$

$$\begin{aligned}
2\lambda &= -\frac{k_3 a}{g(1+k_3)} \pm \sqrt{\left[\frac{k_3 a}{g(1+k_3)}\right]^2 \left\{1 + \frac{\frac{4a^2}{g^2(1+k_3)}}{\left[\frac{k_3 a}{g(1+k_3)}\right]^2}\right\}} \\
2\lambda &= -\frac{k_3 a}{g(1+k_3)} \pm \frac{k_3 a}{g(1+k_3)} \sqrt{1 + \frac{4(1+k_3)}{k_3^2}} \\
2\lambda &= -\frac{k_3 a}{g(1+k_3)} \pm \frac{k_3 a}{g(1+k_3)} \sqrt{\frac{k_3^2 + 4k_3 + 4}{k_3^2}} \\
2\lambda &= -\frac{k_3 a}{g(1+k_3)} \pm \frac{k_3 a}{g(1+k_3)} \sqrt{\frac{(2+k_3)^2}{k_3^2}} \\
2\lambda &= -\frac{k_3 a}{g(1+k_3)} \pm \frac{k_3 a}{g(1+k_3)} \frac{(2+k_3)}{k_3} \\
2\lambda &= \frac{k_3 a}{g(1+k_3)} \left[-1 \pm \frac{(2+k_3)}{k_3} \right]. \tag{B-3}
\end{aligned}$$

As raízes da equação B-3 são:

1ª solução (positiva):

$$2\lambda = \frac{k_3 a}{g(1+k_3)} \left[-1 + \frac{(2+k_3)}{k_3} \right] = \frac{k_3 a}{g(1+k_3)} \frac{(-k_3 + 2 + k_3)}{k_3}$$

assim

$$\lambda = \frac{a}{g(1+k_3)} \tag{B-4}$$

2ª solução (negativa):

$$2\lambda = \frac{k_3 a}{g(1+k_3)} \left[-1 - \frac{(2+k_3)}{k_3} \right] = \frac{k_3 a}{g(1+k_3)} \frac{(-k_3 - 2 - k_3)}{k_3} = \frac{a}{g(1+k_3)} (-2)(1+k_3)$$

assim

$$\lambda = \frac{a}{g} \tag{B-5}$$

Anexo C - Sistema de Controle e Aquisição de Dados

O sistema de controle e aquisição de dados é gerenciado por um Controlador de Automação Programável (do inglês *Programmable Automation Controller* - (PAC)), que é um *hardware* eletrônico da *National Instruments®*(NI), denominado *CompactRIO*, sendo este, um sistema de baixo custo, alta performance e confiabilidade. Aplicações para *CompactRIO* utilizam três processadores separados: um computador do tipo PC com sistema operacional Windows, um controlador com sistema operacional em tempo real (do inglês *Real Time Operational System* - RTOS) e um arranjo de portas programável em campo (do inglês *Field Programmable Gate Array* - FPGA), tal como exemplificado na Figura C.4

Figura C.4: Arquitetura da Aplicação do *CompactRIO*.

O *CompactRIO* é constituído por módulos de entradas e saídas (do inglês *In-*

put and Output Module (I/O)), um chassi de FPGA e um controlador de tempo real. Os módulos de entrada e saída realizam a comunicação com equipamentos externos - tais como sensores e atuadores - e comunicam diretamente com o chassi de FPGA (Figura C.5), podendo ser integrados diversos módulos entradas analógicas e digitais. O chassi de FPGA permite a implementação de lógicas de controle customizadas em *hardware*, sendo que no chassi há um duto de transferência de dados para passar os dados dos módulos I/O para o controlador de tempo real para análises, pós processamento, armazenamento do sinal ou comunicação com o computador através da rede Ethernet. O controlador de tempo real possui processador de ponto flutuante, comunicação Ethernet, com a aplicação em computador do tipo PC, porta serial de comunicação e relógio em tempo real, para base de tempo em análises e pós processamento do sinal. Ainda, o controlador de tempo real possui interface para dispositivos de armazenamento de dados de alta capacidade do tipo *PenDrive*.

Figura C.5: Topologia de Conexão do Sistema *CompactRIO*.

Aquisição de Dados Experimentais

Para aquisição e armazenamento dos dados experimentais foram utilizados 3 programas em *software* LabVIEW. O primeiro executa em um computador do tipo PC (Figura C.6), para interface com o usuário, onde é configurado os parâmetros dos ensaios. O segundo (Figura C.7) executa no controlador de tempo

real (NI cRIO 9014), realizando o filtro dos dados do tipo *Butterworth* passa baixa e armazenamento dos dados em dispositivos de alta capacidade do tipo *PenDrive*. Por fim, o terceiro (Figura C.8) executa no FPGA (NI 9114), realizando a aquisição e controle dos dados a uma taxa de 100 Hz.

Figura C.6: Tela do *software* em Labview que é executado em um computador do tipo PC.

Figura C.7: Tela do *software* em Labview que é executado no controlador de tempo real.

Figura C.8: Tela do *software* em Labview que é executado em FPGA.

Apêndice A - Solução da equação (3.158)

A solução da equação:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \gamma \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (\text{A-1})$$

em que $\gamma = fS_a$, pode ser resolvida procurando por soluções do tipo

$$p(x, t) = f(x)g(t) \quad (\text{A-2})$$

A substituição da equação (A-1) implica que,

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = f''(x)g(t), \quad (\text{A-3})$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = f(x)g''(t), \quad (\text{A-4})$$

e

$$\frac{\partial p}{\partial t} = f(x)g'(t), \quad (\text{A-5})$$

Fazendo $p(x, t) = f(x)g(t)$ em (A-1) e separando as variáveis, tem-se

$$f''(x)g(t) = f(x)g''(t) + \gamma f(x)g'(t), \quad (\text{A-6})$$

$$\frac{f''(x)}{f(x)} = \frac{(g''(t) + \gamma g'(t))}{g(t)}, \quad (\text{A-7})$$

Igualando cada membro à constante $-r^2$, obtem-se

$$f'' + r^2 f = 0, \quad (\text{A-8})$$

$$g'' + \gamma g' + r^2 g = 0. \quad (\text{A-9})$$

A solução da equação (A-8) pode ser construída a partir da série de Fourier de $p(x, 0)$:

$$p(x, 0) = p_0(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(2n\pi x) + b_n \sin(2n\pi x)] = 0, \quad (\text{A-10})$$

sendo,

$$a_n = 2 \int_0^1 p_0(x) \cos(2n\pi x) dx, \quad (\text{A-11})$$

$$b_n = 2 \int_0^1 p_0(x) \sin(2n\pi x) dx. \quad (\text{A-12})$$

Assim, as equações (A-8) e (A-10) implicam em:

$$f_n(x) = a_n \cos(r_n x) + b_n \sin(r_n x), \quad (\text{A-13})$$

em que $r_n = 2n\pi$, com a restrição decorrente da equação: (A-14)

$$p(x, t) = \sum f_n(x) g_n(t), \quad (\text{A-14})$$

tem-se,

$$g_n(0) = 1. \quad (\text{A-15})$$

Por sua vez, a solução da equação (A-9) pode ser obtida aplicando-se a transformada de Laplace, ou seja

$$\mathfrak{L}(g'' + \gamma g' + r^2 g) = \mathfrak{L}(g'') + \mathfrak{L}(\gamma g') + \mathfrak{L}(r^2 g), \quad (\text{A-16})$$

e

$$\mathfrak{S}(g'') = s^2 \tilde{g}_n(s) - s g_n(0) - g_n'(0), \quad (\text{A-17})$$

$$\mathfrak{S}(\gamma g') = \gamma \mathfrak{S}(g') = \gamma (s \tilde{g}_n(s) - g_n(0)), \quad (\text{A-18})$$

$$\mathfrak{S}(r^2 g) = r^2 \mathfrak{S}(g) = r^2 \tilde{g}_n(s). \quad (\text{A-19})$$

Assim

$$(s^2 \tilde{g}_n(s) - s g_n(0) - g_n'(0)) + \gamma (s \tilde{g}_n(s) - g_n(0)) + r_n^2 \tilde{g}_n(s) = 0, \quad (\text{A-20})$$

cuja solução, considerando a equação (A-9) e a hipótese de escoamento permanente para $t < 0$, isto é, $g_n^1(0) = 0$ pode ser escrita como:

$$\tilde{g}_n(s) = \frac{s + \gamma}{s^2 + \gamma s + r_n^2} \quad (\text{A-21})$$

ou seja

$$g_n(t) = \mathfrak{S}^{-1} \left[\frac{s + \gamma}{s^2 + \gamma s + r_n^2} \right]. \quad (\text{A-22})$$

As raízes (λ) do denominador do termo a direita da equação (A-22) determinam a natureza da solução:

$$\lambda_1 = -\frac{\gamma}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2r_n}{\gamma} \right)^2} \right),$$

e

$$\lambda_2 = -\frac{\gamma}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2r_n}{\gamma} \right)^2} \right). \quad (\text{A-23})$$

Para $r_n = 0$ a solução é trivial e corresponde à componente constante da pressão dada pela equação (A-11) para $n = 0$. Nestas condições, a equação (A-

22) pode ser simplificada, tornando-se

$$g_n(t) = \mathfrak{S}^{-1}[1/s] = \begin{cases} 0 & \text{se } s < 0 \\ 1 & \text{se } s \geq 0 \end{cases} \quad (\text{A-24})$$

Quando $n \neq 0$, os três casos possíveis são os seguintes:

1) raízes reais e distintas

$$\gamma > 2r_n \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} n < \gamma/(4\pi) \\ \lambda_1 < 0 \\ \lambda_2 < 0 \end{cases} \quad (\text{A-25})$$

e $g_n(t)$ tem a forma

$$g_n(t) = h_1 e^{\lambda_1 t} + h_2 e^{\lambda_2 t}, \quad (\text{A-26})$$

com os parâmetros h_1 e h_2 dados por:

$$h_1 = + \frac{\lambda_1 + 1}{\sqrt{\gamma^2 - 4r_n^2}}, \quad (\text{A-27})$$

$$h_2 = - \frac{\lambda_2 + 1}{\sqrt{\gamma^2 - 4r_n^2}}. \quad (\text{A-28})$$

2) raízes reais e iguais ($\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$)

$$\gamma = 2r_n \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} n = \gamma/(4\pi) \\ \lambda < 0 \\ \lambda < -\gamma/2 \end{cases} \quad (\text{A-29})$$

e $g_n(t)$ tem a forma

$$g_n(t) = h_1 e^{\lambda t} + h_2 t e^{\lambda t} \quad (\text{A-30})$$

com os parâmetros h_1 e h_2 dados por:

$$h_1 = 1, \quad (\text{A-31})$$

$$h_2 = \lambda + 1. \quad (\text{A-32})$$

O primeiro e o segundo casos de raízes correspondem a uma solução não oscilatória com decaimento exponencial proporcional a $-\gamma/2$ muito pouco provável de acontecer. A título de ilustração, considere uma tubulação de $1m$ de diâmetro transportando água a $1m/s$ com velocidade de propagação acústica de $1500m/s$. Nesta condições, para que ao menos uma das componentes incorresse neste caso, a tubulação deveria se estender por mais de $1700km$ de distância.

3)raízes complexas (e conjugadas)

$$\gamma < 2r_n \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} n > \gamma/(4\pi) \\ \lambda_1 = \lambda = \sigma + i\omega \\ \lambda_2 = \bar{\lambda} = \sigma - i\omega \end{cases} \quad (\text{A-33})$$

e $g_n(t)$ tem a forma

$$g_n(t) = A_n \exp(-\sigma t) \cos(\omega_n t + \phi_n), \quad (\text{A-34})$$

com os parâmetros A_n e σ, ω e ϕ dados por:

$$A_n = \sqrt{1 + \left(\frac{\gamma}{4\omega_n}\right)^2}, \quad (\text{A-35})$$

$$\sigma = \frac{\gamma}{2}, \quad (\text{A-36})$$

$$\omega_n = \frac{1}{2} \sqrt{4r_n^2 - \gamma^2}, \quad (\text{A-37})$$

$$\phi_n = \tan^{-1} \left(\frac{-\gamma}{\sqrt{4r_n^2 - \gamma^2}} \right). \quad (\text{A-38})$$

Apêndice B - Resultados Experimentais e Numéricos

Figura B.9: Resultados experimentais para a tubulação com vazamento na válvula 2.

Figura B.10: Resultados numéricos para a tubulação com vazamento na válvula 2, considerando coeficiente $k_3 = 0.10$.

Figura B.11: Comparação dos resultados experimental e numérico após a filtragem para tubulação com vazamento na válvula 2, considerando diferentes valores para o coeficiente k_3 do termo de cisalhamento.

Figura B.12: Resultados experimentais para a tubulação com vazamento na válvula 3.

Figura B.13: Resultados numéricos para a tubulação com vazamento na válvula 3, considerando coeficiente $k_3 = 0.10$.

Figura B.14: Comparação dos resultados experimental e numérico após a filtragem para tubulação com vazamento na válvula 3, considerando diferentes valores para o coeficiente termo de cisalhamento.