UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

RODRIGO SALLES MATURANA

CÁLCULO DA EFETIVIDADE DE TEMPERATURA E DO FATOR DE
CORREÇÃO LMTD DE TROCADORES DE CALOR DE FLUXO CRUZADO

São Carlos

2019

RODRIGO SALLES MATURANA

CÁLCULO DA EFETIVIDADE DE TEMPERATURA E DO FATOR DE
CORREÇÃO LMTD DE TROCADORES DE CALOR DE FLUXO CRUZADO

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como requisito para a obtenção do Título de Mestre em Ciências do curso de Engenharia Mecânica com concentração na área de Termociências e Mecânica dos Fluidos.

Orientador: Prof. Dr. Luben Cabezas Gómez

ESTE EXEMPLAR TRATA-SE DA VERSÃO CORRIGIDA.
A VERSÃO ORIGINAL ENCONTRA-SE DISPONÍVEL
JUNTO AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA
MECÂNICA DA EESC-USP.

São Carlos

2019

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

M445c Maturana, Rodrigo
CÁLCULO DA EFETIVIDADE DE TEMPERATURA E O FATOR DE CORREÇÃO LMTD DE TROCADORES DE CALOR DE FLUXO CRUZADO / Rodrigo Maturana; orientador Luben Cabezas Gómez. São Carlos, 2019.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e Área de Concentração em Termociências e Mecânica dos Fluidos -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2019.

1. Trocador de Calor. 2. Fluxo Cruzado. 3. LMTD. I. Título.

Eduardo Graziosi Silva - CRB - 8/8907

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **RODRIGO SALLES MATURANA**.

Título da dissertação: "Cálculo da efetividade de temperatura e do fator de correção LMTD de trocadores de calor de fluxo cruzado".

Data da defesa: 02/08/2019

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Associado **Luben Cabezas Gómez (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Aprovado

Prof. Dr. **Anderson Antonio Ubices de Moraes**
(Universidade Federal de São Carlos/UFSCar)

Aprovado

Pr Prof. Dr. **André Luiz Seixlack**
(Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"/UNESP-Ilha Solteira)

Aprovado

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica:
Prof. Associado **Carlos De Marqui Junior**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Titular **Murilo Araujo Romero**

DEDICATÓRIA

*Esse trabalho é para você,
meu querido amigo Allan (Papel), a
quem eu agradeço por feito parte da
minha vida.*

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador Luben por todos os conselhos de vida fornecidos. Agradeço-o também pela paciência e carinho durante todo o mestrado. Sem ele, nada disso seria possível.

Agradeço aos meus amigos Bruno e Fernando pelas risadas e aprendizados durante esse tempo em que moramos juntos.

Agradeço aos meus amigos Natália e Wesley que me acompanharam desde o início e sempre me deram todo o suporte para continuar em frente.

E, por fim, à minha família, a grande responsável pelo meu crescimento pessoal e profissional para que chegasse até aqui.

Importante ressaltar que este trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

RESUMO

MATURANA, R. S. Cálculo da Efetividade de Temperatura e do Fator de Correção LMTD de Trocadores de Calor de Fluxo Cruzado. 2019. 155 f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2019.

O intenso uso de trocadores de calor nas indústrias – como química, automotiva e de refrigeração - criou a necessidade de ferramentas computacionais que possam prever de forma mais precisa seu desempenho térmico. Por esse motivo, essa dissertação tem por intuito descrever e apresentar uma metodologia numérica de simulação térmica de trocadores de calor de fluxo cruzado. A metodologia apresentada no Capítulo 3 tem sido empregada para simular diversas configurações de trocadores de fluxo cruzado, e permite calcular numericamente dados dos parâmetros de desempenho térmico pelo método da efetividade - números de unidades de transferência (ε - NUT) para arranjos de escoamento simples e complexos. A exatidão dos dados simulados tem sido confirmada através da comparação com relações analíticas teóricas da literatura para trocadores de fluxo cruzado com uma a quatro fileiras, e para arranjos paralelo e contracorrente cruzados com um a quatro passes. Baseado no uso do método matricial para o cálculo da efetividade ε , foi permitido a obtenção de relações teóricas da efetividade para trocadores de calor de uso industrial, por exemplo, trocadores de calor com a configuração em formato Z. Finalmente, no capítulo 4, a comparação entre os casos contracorrente e paralelo-cruzado, permitindo a obtenção de relações analíticas para doze configurações gerais diferentes, incluindo arranjos de fluxo cruzado com várias fileiras de tubos (circuitos do fluido interno), e arranjos, paralelo e contracorrente-cruzados, com vários passes do fluido interno e várias fileiras de tubos (circuitos). Em todos os casos, tem-se obtido resultados bastantes precisos numa faixa de valores extensa das variáveis NUT e C^* . Os procedimentos propostos constituem ferramentas de pesquisa muito úteis para estudos teóricos e experimentais sobre o desempenho térmico de trocadores de calor de fluxo cruzado. Os métodos estudados permitem calcular o fator de correção F do método da diferença média logarítmica de temperaturas, assim como parâmetros de desempenho relacionados com a geração de entropia e o novo conceito de eficiência do trocador de calor.

Palavras-Chave: trocadores de calor, fluxo cruzado, efetividade, fator de correção.

ABSTRACT

MATURANA, R. S. Modeling of Effectiveness Temperature and LMTD Correction Factor F applied to Crossflow Heat Exchangers. 2019. 155 f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2019.

Frequent use of crossflow heat exchangers in industries - such as chemical, automotive and refrigeration – has created the need for more complex computational tools so that you can predict even better its thermal performance. Because of that, this work presents different methodologies for calculating effectiveness and other evaluation parameters of thermal performance of crossflow heat exchangers. In Chapter 3 was developed a methodology to simulate twelve configurations of crossflow heat exchangers and to calculate numerically data of thermal performance parameters by the method of effectiveness - number of transfer unit (ε - NTU) for simple and complex flow arrangements. The accuracy of simulated data has been confirmed by comparison with analytical theoretical relations from literature for crossflow heat exchangers with one to four rows, and for parallel and counter-crossflow arrangements with one to four passes on the in-tube fluid. Based on use of matrix method for calculating ε effectiveness, it became possible obtaining theoretical relationships of effectiveness for heat exchangers of industrial use, for example, heat exchangers with Z format configuration. Finally, the methodology studied in Chapter 4 allows to obtain analytical relationships for twelve different general configurations including one-pass cross-flow arrangements with several tube rows (in-tube fluid circuits), and parallel and counter-crossflow arrangements with several passes of internal fluid and several tube rows (in-tube fluid circuits). In all cases, it has obtained quite accurate results in a wide range of values of NTU and C^* variables. The proposed procedures are useful research tools for theoretical and experimental studies on the thermal performance of crossflow heat exchangers. Besides calculation of effectiveness, studied computational procedures make it possible to obtain the correction factor F of mean logarithmic temperature difference method, as well as performance parameters related to entropy generation and a new concept of heat exchanger efficiency.

Keywords: crossflow; heat exchanger, effectiveness, correction factor,

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1-1. Vistas lateral e frontal de esquema de um trocador de fluxo cruzado.	34
Figura 2-1. Variação das temperaturas quente e fria ao longo de um trocador de calor em contracorrente ilustrando condições de NUT pequenos e elevados	40
Figura 2-2. Variação das temperaturas nas direções transversal e longitudinal num trocador de calor de fluxo cruzado de um passe misturado- não misturado.....	44
Figura 2-3. Trocador de calor genérico (ou conjunto deles). (Sekulić et al., 1999).....	60
Figura 2-4. (a) Trocadores de calor associados em série A e B. (b) Trocador de calor equivalente C. (Sekulić et al., 1999).....	61
Figura 3-1. Trocadores de calor com escoamentos cruzados. (a) Aletado com ambos os fluidos não misturados. (b) Não-aletado com um fluido misturado e o outro não misturado. (Incropera et al. (2006)).....	68
Figura 3-2. Configurações estudadas por Pignotti e Cordero (1983a,b) e Magazoni (2016).....	70
Figura 3-3. Superfície de controle para balanço de energia local no fluido interno e externo de acordo com Magazoni et al (2019).....	71
Figura 3-4. Algoritmo de cálculo de P e F para o caso 1A. (Magazoni, 2016).....	74
Figura 3-5. Algoritmo de cálculo de P e F para os casos 1B e 1C. (Magazoni, 2016).....	76
Figura 3-6. Algoritmo de cálculo de P e F para o caso 2A. (Magazoni, 2016).....	77
Figura 3-7. Algoritmo de cálculo de P e F para os casos 2B e 2C. (Magazoni, 2016).....	79
Figura 3-8. Algoritmo de cálculo de P e F para os casos 3A, 3B e 3C. (Magazoni, 2016).....	83
Figura 3-9. Algoritmo de cálculo de P e F para os casos 4A. (Magazoni, 2016).....	87
Figura 3-10. Algoritmo de cálculo de P e F para os casos 4B e 4C. (Magazoni, 2016).....	91
Figura 3-11. Procedimentos de cálculo empregados pelo algoritmo da Figura 3-10. (Magazoni, 2016).	92
Figura 4-1. Variação de P/P_{cc} com NUT para a configuração 4B considerando $Np = 2$, e $Nr = 25$ e ambos os fluidos não misturados.	104
Figura 4-2. Fator de correção F para um trocador de fluxo cruzado puro. ($R = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1,0; 1,5; 2,0; 3,0; 4,0$: curvas de valores de F maiores a menores).....	106
Figura 4-3. Fator de correção F em função de P e R para o arranjo paralelo-cruzado modelado pelo caso 1A com $Np = 2$ e $Nr = 1$	118
Figura 4-4. Fator de correção F em função de P e R para o arranjo paralelo-cruzado modelado pelo caso 1A com $Np = 6$ e $Nr = 1$	119

Figura 4-5. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo paralelo-cruzado para o caso 1A com $Np = 10$ e $Nr = 1$	119
Figura 4-6. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo paralelo-cruzado para o caso 3A com $Np = 2$ e $Nr = 1$	120
Figura 4-7. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo paralelo-cruzado para o caso 3A com $Np = 5$ e $Nr = 1$	120
Figura 4-8. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo paralelo-cruzado para o caso 3A com $Np = 10$ e $Nr = 1$	121
Figura 4-9. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo paralelo-cruzado para os casos 3B (-) e o 1B (-) com $Np = 2$ e $Nr = 2$	123
Figura 4-10. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo paralelo-cruzado para os casos 3B (-) e o 1B (-) com $Np = 5$ e $Nr = 2$	123
Figura 4-11. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo paralelo-cruzado para os casos 3C (-) e o 1C (-) com $Np = 2$ e $Nr = 2$	125
Figura 4-12. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo paralelo-cruzado para os casos 3C (-) e o 1C (-) com $Np = 6$ e $Nr = 2$	126
Figura 4-13. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo contracorrente-cruzado para o caso 2A com $Np = 2$ e $Nr = 1$	128
Figura 4-14. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo contracorrente-cruzado para o caso 2A com $Np = 5$ e $Nr = 1$	128
Figura 4-15. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo contracorrente-cruzado para o caso 2A com $Np = 10$ e $Nr = 1$	129
Figura 4-16. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo contracorrente-cruzado para o caso 4A com $Np = 2$ e $Nr = 1$	129
Figura 4-17. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo contracorrente-cruzado para o caso 4A com $Np = 5$ e $Nr = 1$	130
Figura 4-18. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo contracorrente-cruzado para o caso 4A com $Np = 10$ e $Nr = 1$	130
Figura 4-19. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo contracorrente-cruzado para os casos 4B (-) e o 2B (-) com $Np = 2$ e $Nr = 2$	132
Figura 4-20. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo contracorrente-cruzado para os casos 4B (-) e o 2B (-) com $Np = 5$ e $Nr = 2$	133

Figura 4-21. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo contracorrente-cruzado para os casos 4B (-.) e o 2B (-) com $Np = 10$ e $Nr = 2$	133
Figura 4-22. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo contracorrente-cruzado para os casos 4C (-.) e o 2C (-) com $Np = 2$ e $Nr = 2$.	135
Figura 4-23. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo contracorrente-cruzado para os casos 4C (-.) e o 2C (-) com $Np = 5$ e $Nr = 2$.	136
Figura 4-24. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo contracorrente-cruzado para os casos 4C (-.) e o 2C (-) com $Np = 10$ e $Nr = 2$	136
Figura 4-25. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo paralelo-cruzado para os casos 1A (-.), 1B (-) e 1C (--) com $Np = 2$ e $Nr = 4$.	138
Figura 4-26. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo contracorrente-cruzado para os casos 2A (-.), 2B (-) e 2C (--) com $Np = 2$ e $Nr = 4$	140
Figura 4-27. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo paralelo-cruzado para os casos 3A (-.), 3B (-) e 3C (--) com $Np = 2$ e $Nr = 4$.	141

LISTA DE TABELAS

Tabela 2–1 Relações ε - <i>NUT</i> para configurações de fluxo cruzado com um passe dos fluidos com uma ou mais fileiras de tubos (circuitos). Eqs. (2-32) - (2-36) (Kays e London, 1998; ESDU 86018, 1991; Stevens <i>et al.</i> , 1957); Eq. (2-37) (Stevens <i>et al.</i> , 1957; Baclic e Heggs, 1895); Eq. (2-38) (ESDU 86018, 1991); Eq. (2-39) (Li, 1987).	48
Tabela 2–2. Relações ε - <i>NUT</i> para configurações paralelo-cruzado e contracorrente-cruzado com vários passes do fluido interno e um circuito. Eqs. (2-30 - 3-32) (ESDU 86018, 1991); Eqs. (2-32-2-34) (Taborek, 1983; ESDU 86018, 1991).	49
Tabela 2–3. Relações analíticas diretas para cálculo do <i>NUT</i> . (Shah e Sekulic, 2003).....	50
Tabela 2–4. Relações analíticas explícitas para cálculo do fator de correção <i>F</i> . (Shah e Sekulic, 2003).	59
Tabela 4–1. Relações <i>P-NUT</i> para configurações de fluxo cruzado com um passe dos fluidos e uma até <i>n</i> fileiras de tubos (circuitos). Casos 3(A, B, C) ou 4(A, B, C).	94
Tabela 4–2. Relações <i>P-NUT</i> para configurações paralelo-cruzadas com uma fileira de tubos por passe e um até <i>n</i> passes do fluido interno. Casos 3A, 3B e 3C.	96
Tabela 4–3. Relações <i>P-NUT</i> para configurações contracorrente-cruzadas com uma fileira de tubos por passe e um até <i>n</i> passes do fluido interno. Casos 4A, 4B e 4C.	99
Tabela 4–4. Erro relativo ($\times 10^{-4}$) entre a efetividade calculada por Balic e Heggs (1985) e a calculada pelo algoritmo da Figura 4-2 (caso 1A) para um trocador de calor de fluxo cruzado puro. (Magazoni, 2016).	103
Tabela 4–5. Erro relativo ($\times 10^{-4}$) entre a efetividade calculada por Gvozdenac (1986) e a calculada para o caso 4B para um arranjo contracorrente-cruzado com dois passes do fluido interno e infinitas fileiras em cada passe (fluidos não misturados). (Magazoni, 2016).	103
Tabela 4–6. Erro relativo ($\times 10^{-4}$) entre o fator de correção <i>F</i> calculado por Bowman et al. (1940) e o calculado para o caso 1A para um arranjo cruzado puro (fluidos não misturados). (Magazoni, 2016).	105
Tabela 4–7. Erro relativo entre fator de correção <i>F</i> segundo Roetzel e Spang (2010) e o calculado para o caso 3A para um arranjo de fluxo cruzado de um passe e um tubo (fluido externo não misturado). (Magazoni, 2016).	107
Tabela 4–8. Erro relativo entre fator de correção <i>F</i> segundo Roetzel e Nicole (1975) e o calculado para o caso 3A para um arranjo de fluxo cruzado de um passe e um tubo (fluido externo não misturado). (Magazoni, 2016).	108

Tabela 4–9. Erro relativo entre fator de correção F segundo Roetzel e Spang (2010) e o calculado para o caso 3A para um arranjo de fluxo cruzado de um passe e dez tubos (fluido externo não misturado). (Magazoni, 2016).....	109
Tabela 4–10. Erro relativo entre fator de correção F segundo Roetzel e Spang (2010) e o calculado para o caso 4A para um arranjo contracorrente-cruzado de dois passes do fluido interno e o fluido externo não misturado. (Magazoni, 2016).....	110
Tabela 4–11. Erro relativo entre fator de correção F segundo Roetzel e Nicole (1975) e o calculado para o caso 4A para um arranjo contracorrente-cruzado de dois passes do fluido interno e o fluido externo não misturado. (Magazoni, 2016).....	110
Tabela 4–12. Relações P -NUT para configurações paralelo-cruzadas com uma fileira de tubos por passe e um até dez passes do fluido interno, fluido externo misturado entre as fileiras. Algoritmo da Figura 4-3, casos 1A, 1B, 1C.....	112
Tabela 4–13. Relações P -NUT para configurações contracorrente-cruzadas com uma fileira de tubos por passe e um até dez passes do fluido interno, Fluido externo misturado entre as fileiras. Algoritmos das Figuras 4-4 e 4-5, casos 2A, e 2B e 2C.	114
Tabela 4–14. Comparação de P entre os casos 1A e 3A para três tipos de combinações entre N_p e N_r	122
Tabela 4–15. Comparação de F entre os casos 1A e 3A para três tipos de combinações entre N_p e N_r	122
Tabela 4–16. Comparação de P entre os casos 1B e 3B para três tipos de combinações entre N_p e N_r	124
Tabela 4–17. Comparação de F entre os casos 1B e 3B para três tipos de combinações entre N_p e N_r	124
Tabela 4–18. Comparação de P entre os casos 1C e 3C para três tipos de combinações entre N_p e N_r	127
Tabela 4–19. Comparação de F entre os casos 1C e 3C para três tipos de combinações entre N_p e N_r	127
Tabela 4–20. Comparação de P entre os casos 2A e 4A para três tipos de combinações entre N_p e N_r	131
Tabela 4–21. Comparação de F entre os casos 2A e 4A para três tipos de combinações entre N_p e N_r	131
Tabela 4–22. Comparação de P entre os casos 2B e 4B para três tipos de combinações entre N_p e N_r	134

Tabela 4–23. Comparação de F entre os casos 2B e 4B para três tipos de combinações entre Np e Nr	134
Tabela 4–24. Comparação de P entre os casos 2C e 4C para três tipos de combinações entre Np e Nr	137
Tabela 4–25. Comparação de F entre os casos 2C e 4C para três tipos de combinações entre Np e Nr	137
Tabela 4–26. Comparação dos valores de P para o mesmo valor de F entre os casos 1A, 1B e 1C para $R=0,1$	139
Tabela 4–27. Comparação entre os valores de P para o mesmo valor de F para os casos 2A, 2B e 2C para $R=1,4$	140
Tabela 4–28. Comparação dos valores de P para o mesmo valor de F entre os casos 3A, 3B e 3C para $R=0,1$	142

LISTA DE ABREVIATURA E SIGLAS

<i>CDT</i>	Campo das diferenças de temperaturas
<i>DMAT</i>	Diferença média aritmética de temperaturas
<i>DMLT</i>	Diferença média logarítmica de temperaturas
<i>NRTC</i>	Norma da reversibilidade do trocador de calor

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Area de transferência de calor superficial total	m^2
A	Fluido do lado misturado (fluido do tubo)	---
A, B	Elementos de matrizes	---
A, B, C	Denominação de trocadores de calor	---
a_i	Coefficientes das diversas relações teóricas	---
a_{ij}	Elementos da matriz da Eq. (2-129)	---
a_k, a'_k, a''_k	Coefficientes dos perfis de temperatura de entrada do ar, Eq. (3-24a)	---
B	Fluido do lado não misturado (fluido externo)	---
b_i	Coefficientes das diversas relações teóricas	---
b_k, b'_k, b''_k	Coefficientes dos perfis de temperatura do fluido interno, Eq. (3-24b)	---
C	Capacitância térmica	W/K
C^*	Razão das capacidades térmicas, C_{min}/C_{max}	---
c_p	Calor específico a pressão constante, J/(kgK)	J/(kg.K)
c_k, c'_k, c''_k	Coefficientes dos perfis de temperatura de saída do ar, Eq. (3-24c)	---
D	Diâmetro do tubo empregado para calcular U	m
d	Derivada total ou derivada total	---
F	Fator de correção da $DMLT$	---
G	Designação da configuração do arranjo de escoamento	---
i	Número de elementos em cada tubo	---
I_n	Função modificada de Bessel de primeiro tipo e de ordem inteira n, n = 0,1,2,3,...	---
j	Número de tubos por fileira	---
K	Função do NUT e C^*	---
k	Número de fileiras de tubos	---
L	Comprimento de cada tubo	m
L_1	Comprimento na direção x	m
L_2	Comprimento na direção y	m
ℓ, ℓ^{-1}	Transformadas direta e inversa de Laplace	---
M	Matriz térmica estática de transferência	---
N	Número de pontos de colocação; Número de dados total no cálculo do erro médio; Número total de fileiras de tubos calculado pela Eq. (3-9)	---
$N_a, N_b, N_c,$ $N_\alpha, N_\beta, \text{ e } N_\gamma$	Limites superiores das somatórias da Eq. (3-30), definidos nas Eqs. (3-31) e (3-32).	---
N_c	Número de circuitos do fluido interno	---
N_e	Número de elementos por tubo	---
N_l	Número de linhas de tubos	---

N_p	Número de passes do fluido interno	---
N_r	Número de fileiras no trocador de calor ou por passe do fluido interno	---
N_t	Número de tubos por fileira	---
NUT	Número de unidades de transferência, UA/C_{min}	---
$\dot{m}$	Vazão mássica	kg/s
P	Efetividade de temperatura	---
p	Variável independente da transformação de Laplace	---
q	Taxa de transferência de calor	W
R	Razão de temperaturas ou das capacidades térmicas	---
s	Variável independente da transformação de Laplace	---
t	Temperatura do fluido externo (fluido frio)	K
T	Temperatura, temperatura do fluido interno (fluido quente)	K
$\bar{T}$	Temperatura média aritmética	K
T	Vetores de temperaturas	K
U	Coefficiente global de transferência de calor	W/(m ² .K)
V	Função definida pelas Eqs. (2-113) - (2-116)	---
x	Coordenada axial adimensional	---
x	Coordenada do eixo x	m
y	Coordenada do eixo y	m
y	Variável de integração	---
Y_s	Norma adimensional da reversibilidade do trocador de calor	---

LETRAS GRIEGAS

Λ	Constante, $C_f^e I^e / C_q^e$	---
α_k	Coefficientes dos perfis de temperatura de entrada do ar, Eq. (3-24a)	---
β_k	Coefficientes dos perfis de temperatura do fluido interno, Eq. (3-24b)	---
γ_k	Coefficientes dos perfis de temperatura de saída do ar, Eq. (3-24c)	---
ξ	Coordenada adimensional na direção do eixo x	---
ψ	Coordenada adimensional na direção do eixo y	---
Φ	Denota relações funcionais, Eqs. (2-4), (2-41)	---
Δ	Diferença ou variação	
δ	Diferencial relativo ou derivada relativa	
δ	Erro relativo	%
ω	Ângulo central do tubo	rad
ε	Efetividade convencional dos trocadores de calor, q/q_{max}	---
η	Eficiência do trocador de calor	---

λ	Erro relativo	%
λ	Parâmetro definido pela Eq. (3-9)	---
χ	Função de R e P segundo a Eq. (3-2)	---
Γ	Parâmetro adimensional definido pela Eq. (2-25) (efetividade local)	---
ρ	Parâmetro definido pela Eq. (3-6)	---
ζ	Posição adimensional de cada elemento ao longo do tubo	---
Π	Produto	
τ	Razão entre as temperaturas de entrada no trocador de calor	---
τ	Temperatura adimensional do fluido interno	---
Σ	Somatória	---
θ	Temperatura adimensional do fluido interno e do externo	---
δp	Tolerância relativa estabelecida	---

SUBSCRITOS

∞	Infinito
1	Fluido 1
2	Fluido 2
A	Lado do fluido misturado
ar	Lado do ar
B	Lado do fluido não misturado
c	Cruzado
cc	Contracorrente
e	Condições de entrada; Elemento
F	Final
f	Lado do fluido frio do trocador de calor (fluido externo, lado do ar)
$final$	Valor extremo máximo do NUT calculado iterativamente
fr	Área da face frontal
I	Extremo 1 do trocador de calor
I	Inicial
i,j,k,l,n,m,u,v	Subscritos de somatórias, e/ou contadores (inteiros)
II	Extremo 2 do trocador de calor
$inicial$	Valor extremo menor do NUT calculado iterativamente
l	Número de passes do fluido interno
L	Transformada de Laplace
ln	Logarítmico
LT	Número de linhas de tubos
m	Valor médio; Número de fileiras de tubos por passe do fluido interno; Valor médio aritmético
max	Valor máximo

<i>médio</i>	Valor médio de <i>NUT</i> calculado iterativamente
<i>min</i>	Valor mínimo
<i>n</i>	Número de fileiras do fluido interno
<i>novo</i>	Valor novo
<i>p</i>	Paralelo; Número de fileiras por passe do fluido interno
<i>q</i>	Lado do fluido quente do trocador de calor; Número de passes do fluido interno
<i>r</i>	Fileira
<i>s</i>	Condições de saída
<i>t</i>	Teórico, Tubos

SOBRESCRITOS

$\sim$	Transformada de Laplace
-	Média aritmética
<i>c</i>	Configuração de fluxo cruzado
<i>cc</i>	Configuração em contracorrente
<i>e</i>	Elemento
<i>k</i>	Designa os superscritos <i>c</i> , <i>cc</i> , ou <i>p</i>
<i>p</i>	Configuração em paralelo

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	31
1.1 BREVE REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	31
1.2 OBJETIVOS	35
1.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO.....	35
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	37
2.1 FUNDAMENTOS DO MÉTODO ε -NUT.....	37
2.2 FUNDAMENTOS DO MÉTODO P-NUT	50
2.3 FUNDAMENTOS DO MÉTODO DMLT	54
2.4 BREVE DESCRIÇÃO DO MÉTODO MATRICIAL DE DOMINGOS (1969).....	59
2.5 OUTROS PARÂMETROS DE DESEMPENHO TÉRMICO	63
3 PROCEDIMENTO NUMÉRICO ANALÍTICO PARA CÁLCULO DA EFETIVIDADE DE TROCADORES DE CALOR DE FLUXO CRUZADO DE PASSOS MÚLTIPLOS	67
3.1 METODOLOGIA DO CÁLCULO	68
4 RESULTADO E DISCUSSÃO.....	93
4.1 RELAÇÕES ANALÍTICAS OBTIDAS.....	93
4.2 FATOR DE CORREÇÃO DA LMTD: COMPARAÇÃO DE DIVERSOS ARRANJOS	118
4.2.1 Comparação entre os casos com e sem mistura do fluido externo da configuração paralelo-cruzada	118
4.2.2 Comparação entre os casos com e sem mistura do fluido externo da configuração contracorrente-cruzada.....	127
4.2.3 Comparação entre as diferentes geometrias do caso 1 (com mistura do fluido externo da configuração paralelo-cruzada).....	138
4.2.4 Comparação entre as diferentes geometrias do caso 2 (com mistura do fluido externo da configuração contracorrente-cruzada).	139
4.2.5 Comparação entre as diferentes geometrias do caso 3 (sem mistura do fluido externo da configuração paralelo-cruzada).....	141
5 CONCLUSÃO	143
6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	145

1 INTRODUÇÃO

Trocadores de calor de fluxo cruzado são amplamente empregados em diversas indústrias contemporâneas como as indústrias química, petroquímica, de refrigeração e condicionamento de ar, automobilística, de alimentos e outras. As razões principais são sua ampla faixa de opções de projeto, processos simples de manufatura, menos requerimentos de manutenção, baixo custo e boas características termo-hidráulicas para aquecimento e resfriamento de gases. O extenso uso destes trocadores de calor tem criado a necessidade de ferramentas computacionais que possam predizer de forma mais exata seu desempenho térmico (Bes, 1996).

1.1 BREVE REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

De acordo com Pignotti e Shah (1992), Sekuliç *et al.* (1999) e Cabezas-Gómez *et al.* (2015), o projeto e análise de trocadores de calor de dois fluidos, incluindo os trocadores de fluxo cruzado e de casco e tubos, podem-se efetuar pelos seguintes procedimentos: (i) o método da efetividade-número de unidades de transferência (ε -NUT); (ii) o método da diferença média logarítmica de temperaturas (DMLT); (iii) o método da efetividade de temperatura-número de unidades de transferência (P -NUT); e (iv) uma versão modificada de qualquer um desses métodos tal como as cartas de Mueller e Roetzel. Para uma listagem completa e discussão sobre os diferentes métodos, podem-se consultar as publicações de Taborek (1983), Shah e Mueller (1985), Hewitt *et al.* (1994), Shah e Sekuliç (1998), Kays e London (1998), Kuppan (2000), Shah e Sekuliç (2003) e os reportes da ESDU (*Engineering Sciences Data Unit*) (ESDU, 1991), entre outras.

Diferenças entre os diversos procedimentos e afirmações sobre as vantagens de um método em particular em relação aos outros têm sido notadas na literatura aberta. Kays e London (1998) apresentaram argumentos em favor do método ε -NUT com respeito ao método DMLT. A principal vantagem do primeiro está relacionada com a solução de problemas de desempenho. Nestes problemas, o método ε -NUT permite uma solução direta para a avaliação do desempenho térmico do trocador de calor sem a necessidade de sucessivas aproximações requeridas pelo procedimento da média logarítmica. Como regra geral, as relações ε -NUT, além de serem muito úteis para o dimensionamento e o cálculo do desempenho de trocadores de calor, também são no tratamento de dados experimentais para a determinação dos

coeficientes de transferência de calor externos de trocadores de calor compactos, ver Kays e London (1998); Webb e Kim (2005) para um resumo desses tipos de investigações.

Outro procedimento empregado na literatura e similar ao ε -NUT é o P -NUT, em que P é uma “efetividade” definida para o fluido quente ou para o frio (fluido 1 ou fluido 2) em contraste com a efetividade ε que é definida em termos do fluido com a capacitância térmica mínima, C_{min} . Pignotti e Shah (1992) enfatizaram o fato de que o método P -NUT evita a necessidade de duas expressões da efetividade para trocadores de calor de dois fluidos assimétricos, requeridas pelo método ε -NUT, em função de qual dos dois fluidos, é o que possui a capacitância térmica mínima.

Hewitt *et al.* (1994) argumentaram que os gráficos obtidos pelo método P -NUT apresentam curvas muito comprimidas que dificultam uma interpolação adequada. Como alternativa esses autores optaram pelo procedimento iterativo apresentado em Taborék (1983), o qual é uma combinação do método da $DMLT$ com o fator de correção F e com o método θ -NUT, sendo o parâmetro θ definido como $\theta = P/NUT$. Dos desenvolvimentos teóricos apresentados na literatura, deve-se notar que todos os procedimentos são inter-relacionados e podem ser aplicados conhecendo-se a distribuição do campo de temperaturas no trocador de calor, produzindo os mesmos resultados para o mesmo conjunto de dados de entrada.

Sekulić *et al.* (1999) apresentaram uma revisão abrangente dos métodos de solução empregados na determinação das relações ε -NUT para trocadores de calor de dois fluidos com arranjos de escoamento simples e complexos. Os métodos disponíveis foram separados nas seguintes categorias: métodos analíticos exatos, métodos aproximados (analíticos, ajuste de curvas e analógicos), métodos numéricos, métodos empregando o formalismo matricial, e métodos baseados nas propriedades da configuração do trocador de calor. Apesar de sua detalhada investigação, Sekulić *et al.* (1999) afirmaram que novas relações ε -NUT não reportadas na literatura são requeridas para contribuir com os esforços correntes para projetar sistemas mais eficientes, trocadores mais compactos, e sistemas operando sob condições de operação mais específicas.

Pignotti e Shah (1992), empregando os métodos de formalismo matricial e com base nas configurações dos trocadores de calor, desenvolveram expressões ε -NUT para 18 arranjos novos com configurações complexas, 16 dos quais foram trocadores de calor de fluxo cruzado. Os autores usaram métodos tais como: o tratamento algébrico introduzido por Domingos (1969), também conhecido como as regras de Domingos (*Domingos' rules*); a regra da cadeia; e as regras previamente publicadas por Pignotti (1988) para trocadores com

um fluido misturado. Nesse último artigo, Pignotti introduziu o formalismo matricial usado para a avaliação da efetividade de trocadores de calor com configurações complexas, que podem ser divididos em partes constitutivas simples, juntas entre si por correntes não misturadas.

Shah e Pignotti (1993) trataram com configurações complexas de trocadores de calor relacionando as mesmas a configurações simples para as quais existem soluções analíticas exatas ou podem ser obtidas soluções aproximadas. Usando esse procedimento, forneceram-se relações ε - NUT para sete configurações diferentes de trocadores de fluxo cruzado de tubos aletados construídos empregando o mesmo feixe de tubos com seis fileiras.

Trabalhos anteriores, tais como os de Stevens *et al.* (1957), Taborek (1983), e Baclic (1990), relacionados com a avaliação de efetividade térmica de configurações de múltiplos passes em arranjos paralelo-cruzado ou contracorrente-cruzado, devem ser citados. Stevens *et al.* (1957) determinaram numericamente a distribuição de temperaturas para trocadores de calor com um, dois e três passes paralelo-cruzado e contracorrente-cruzado com o lado do fluido dos tubos misturados e o lado do fluido externo não misturado. No total, foram estudadas 40 configurações, fornecendo em alguns casos expressões fechadas para o cálculo da efetividade, ε , do trocador. O mesmo procedimento foi empregado por Chen *et al.* (1998) para desenvolver uma expressão fechada para a efetividade de um trocador de calor de quatro fileiras de tubos em arranjo contracorrente-cruzado. De acordo com esses autores, o estudo desenvolvido por Stevens *et al.* (1957) é uma contribuição significativa à teoria dos trocadores de calor de fluxo cruzado de múltiplos passes. De fato, Sekuliç *et al.* (1999) afirmaram que os primeiros resultados numéricos detalhados foram obtidos por Karst (1952) e Stevens *et al.* (1957).

Em relação ao estudo dos trocadores de calor de fluxo cruzado de apenas um passe com ambos os fluidos misturados, denominados de fluxo cruzado puro, as investigações realizadas por Nusselt (1911, 1930) e Mason (1995) devem ser citadas. Forneceram-se soluções analíticas para esse tipo de trocador de calor até hoje empregadas. De acordo com Sekuliç *et al.* (1999), no seu artigo de 1911, Nusselt usou o método de integração de Riemann para resolver uma equação diferencial de segunda ordem e obter a distribuição de temperatura no trocador de calor. Depois disso, na sua segunda tentativa em 1930, Nusselt resolveu o mesmo problema transformando o modelo analítico numa equação integral de Volterra. Esta equação foi resolvida assumindo uma solução teste na forma de series de potência, da qual ele obteve uma expressão explícita complicada para o cálculo da efetividade.

Mason (1955) usou a transformada de Laplace para o mesmo problema e obteve uma solução comumente empregada por outros autores (Stevens *et al.*, 1957, Kays e London, 1998). A solução analítica do problema endereçado inicialmente por Nusselt motivou a procura por outros procedimentos de solução, em conjunto com ajustes da expressão complexa obtida por Nusselt para sua simplificação. O artigo de Baclic e Hegss (1985) apresenta uma explanação muito detalhada dos diversos métodos empregados e de sua equivalência. Alguns dos trabalhos citados por estes autores são Binnie e Poole (1937), Smith (1934), Baclic (1978), Hansen (1983), e outros. Após a publicação de Baclic e Hegss (1985), Li (1987) apresentou uma solução simplificada, obtida pela modificação da solução das series duplas de Nusselt (1930). Esta solução é recomendada em Shah e Sekulic (1999).

Recentemente Triboix (2009) apresentou uma nova solução exata do mesmo problema que pode ser resolvida de forma mais eficiente usando a integração da função de Bessel. O autor apresentou relações aproximadas tanto para o cálculo da efetividade, quanto para o cálculo direto do *NUT* que merecem ser destacadas. Porém, deve-se enfatizar que o estudo de Nusselt em 1911 foi o primeiro do gênero em trocadores de calor de fluxo cruzado e se considera uma das contribuições importantes desse cientista na área de transferência de calor.

Figura 1-1. Vistas lateral e frontal de esquema de um trocador de fluxo cruzado.

Em configurações de arranjos combinados, tais como arranjos, paralelo-cruzado e contracorrente-cruzado – observar a Figura 1-1 para visualizar um trocador de fluxo cruzado

para melhor compreensão - foi empregado o método das células. Este método consiste na divisão do trocador de calor em células que correspondem à uma seção que cobre todo o comprimento de um passe do fluido misturado por dentro dos tubos e a porção correspondente do fluido externo não misturado. Dessa forma para cada célula se obtém um par de equações algébricas para o cálculo da distribuição da temperatura adimensional de cada fluido. Assim, o trocador de calor se simula através de um sistema global de equações algébricas, cuja solução permite a avaliação da efetividade global do trocador.

1.2 OBJETIVOS

O objetivo principal da presente dissertação é apresentar e usar um método desenvolvido na literatura para o cálculo da efetividade da temperatura P e do fator de correção F da DMLT de trocadores de calor de fluxo cruzado.

Com o intuito de atingir o objetivo central da dissertação, propõem-se os seguintes objetivos específicos:

- 1) Detalhar o procedimento de cálculo formulado e empregado por Pignotti e Cordero (1983a) e desenvolvido por Magazoni (2016).
- 2) Apresentar resultados obtidos com a metodologia proposta, incluindo comparações do fator de correção F para diferentes arranjos de trocadores de fluxo cruzado. Neste caso se avaliam a influência do arranjo e das condições de mistura de ambos os fluidos.
- 3) Apresentação de dados e gráficos do fator de correção F da DMLT para trocadores de calor de fluxo cruzado e de relações analíticas no formato P - NUT .

1.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Na Introdução, apresentou-se uma breve revisão dos trabalhos da literatura que versam sobre os diferentes métodos de cálculo da efetividade de trocadores de calor, com foco nos trocadores de fluxo cruzado. Também fora mostrado um pequeno resumo dos desenvolvimentos realizados pelo autor, enfatizando-se os trabalhos relacionados com o código programado e suas aplicações.

Na presente dissertação também são empregados os métodos ε - NUT e P - NUT , isto devido à sua ampla aplicação em trocadores de calor, assim como ao seu extenso uso em

programas computacionais. Shah e Sekulić (2003) fornecem um suporte para essa escolha com base nas vantagens computacionais desses dois métodos em relação aos outros.

A fundamentação teórica dos diferentes métodos teóricos de projeto e análise se apresenta no Capítulo 2. Desenvolvem-se as equações fundamentais que descrevem os métodos *P-NUT*, e *DMLT*. Diversas relações empregadas para o cálculo das efetividades ε e P , e do fator de correção F da *DMLT* também são apresentadas. Inclui-se uma explicação sucinta do método matricial, inicialmente formulado em Domingos (1969), assim como uma breve descrição da geração adimensional de entropia e do conceito de eficiência de trocadores de calor.

No Capítulo 3, mostra-se uma detalhada descrição do método de cálculo da efetividade de temperatura introduzido por Pignotti e Cordero (1983a). Esse é empregado para a modelagem de doze configurações gerais diferentes de arranjos de fluxo cruzado, considerando várias hipóteses de mistura de ambos os fluidos. A metodologia numérica se explica em detalhes na seção 3.1.

No Capítulo 4, encontram-se as relações obtidas a partir do Maple 18 e a comparação entre os casos de arranjo contracorrente e os de paralelo cruzado. Emprega-se o procedimento desenvolvido por Magazoni (2016). Consideram-se três configurações básicas: cruzada, paralelo-cruzada e contracorrente cruzada, sempre considerando o fluido externo não misturado em todo o trocador de calor.

As conclusões gerais da dissertação e as recomendações para trabalhos futuros se apresentam no Capítulo 5, enquanto as referências bibliográficas são apresentadas na sequência. Finalmente, inclui-se uma versão do código de simulação explicado na dissertação no Apêndice I.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, apresentam-se os fundamentos teóricos dos diferentes métodos de cálculo e projeto de trocadores de calor. Dá-se ênfase ao desenvolvimento das principais relações empregadas para caracterização do desempenho térmico de trocadores de calor de fluxo cruzado.

2.1 FUNDAMENTOS DO MÉTODO ε -NUT

O método ε -NUT foi formalmente introduzido em 1942 em um artigo não publicado por London e Seban, somente publicado em 1980 (London e Seban, 1980). Posteriormente, Kays e London em 1952 usaram extensivamente esse procedimento e publicaram os resultados no seu conhecido livro “*Compact Heat Exchangers*”, ver Kays e London (1998). Nesse livro dados experimentais dos coeficientes de atrito e de transferência de calor para diferentes geometrias e configurações podem ser achados. Também se apresentam diversas relações teóricas da efetividade, ε , para muitos dos arranjos dos trocadores de calor mais comuns encontrados na prática. A partir desse momento, a aplicação do método ε -NUT tem aumentado, e, atualmente, esse método pode ser considerado o procedimento mais aceito para projeto e análise de trocadores de calor.

No método ε -NUT, a efetividade do trocador de calor, ε , desempenha um papel central, embora o seu conceito seja relativamente simples. A ideia da efetividade do trocador de calor tem a ver com a conservação de energia, já que é definida como a razão entre a taxa de transferência de calor real e a taxa máxima de transferência de calor que pode acontecer para as temperaturas de entrada dadas das correntes quente e fria. É definida como:

$$\varepsilon = \frac{q}{q_{\max}} = \frac{C_q (T_{q,e} - T_{q,s})}{C_{\min} (T_{q,e} - T_{f,e})} = \frac{C_f (T_{f,s} - T_{f,e})}{C_{\min} (T_{q,e} - T_{f,e})} \quad (2-1)$$

A taxa de transferência de calor entre a corrente quente e a fria com base no balanço de energia é calculada pelos numeradores da Eq. (2-1):

$$q = C_q (T_{q,e} - T_{q,s}) = C_f (T_{f,s} - T_{f,e}) \quad (2-2)$$

Os subscritos “*q*” e “*f*” representam os fluidos quente e frio, enquanto os subscritos “*e*” e “*s*” se referem às seções de entrada e saída como indicado com melhor observância na Figura 2-1. Note que a taxa de transferência de calor máxima, q_{max} , é aquela que pode ser obtida num trocador de calor em contracorrente com as mesmas temperaturas de entrada dos fluidos quente e frio quando o fluido com a capacitância térmica mínima, C_{min} , atinge a mesma temperatura de entrada do fluido com a maior capacitância térmica sendo este o fluido quente ou frio.

A taxa de transferência de calor real, q , pode ser escrita como:

$$q = \varepsilon \cdot q_{max} = \varepsilon \cdot C_{min} (T_{q,e} - T_{f,e}) \quad (2-3)$$

É interessante notar que quando uma das correntes está mudando de fase à pressão constante, a capacitância térmica tende ao infinito. Portanto, a outra corrente é a que possui o C_{min} . Em geral, é possível expressar a efetividade do trocador de calor como função do número de unidades de transferência NUT , a razão das capacitâncias térmicas, C^* , e o tipo de arranjo de escoamento do trocador de calor:

$$\varepsilon = \Phi(NUT, C^*, \text{arranjo}) \quad (2-4)$$

Os parâmetros adimensionais NUT e C^* são definidos como:

$$NUT = \frac{UA}{C_{min}} \quad (2-5)$$

e

$$C^* = \frac{C_{min}}{C_{max}} \quad (2-6)$$

U e A representam o coeficiente de transferência de calor global e a área superficial total de transferência de calor, respectivamente. De acordo com esta definição, Eq. (2-6), a razão das capacitâncias térmicas é um número menor ou igual à unidade. Segundo Shah e Sekulić (2003), a taxa de transferência de calor pode ser escrita em termos da diferença média de temperaturas das correntes quente e fria conforme expressa na equação 2-7:

$$q = UA\Delta T_m \quad (2-7)$$

Assim, combinando as Eq. (2-3) e Eq. (2-7), uma expressão alternativa para a efetividade térmica do trocador pode ser obtida.

$$\varepsilon = \left(\frac{UA}{C_{\min}} \right) \left(\frac{\Delta T_m}{\Delta T_{\max}} \right) = NUT \left(\frac{\Delta T_m}{\Delta T_{\max}} \right) \quad (2-8)$$

Note que ΔT_m é a diferença média de temperaturas efetiva também conhecida como o potencial motriz médio da temperatura “*mean temperature driving potential*”, Shah e Sekulić (2003). Note também que ΔT_m está relacionado com a diferença média logarítmica de temperaturas, *DMLT*, pela seguinte expressão:

$$\Delta T_m = F(DMLT) \quad (2-9)$$

em que F é o conhecido fator de correção do procedimento da *DMLT*, apresentado em detalhes na seção 2.3.

De acordo com Shah e Sekulić (2003), o *NUT* se pode considerar como o tamanho adimensional ou, em outras palavras, o tamanho “térmico” do trocador de calor. Assim, é um parâmetro de projeto. Outro ponto de vista em relação ao sentido físico deste parâmetro adimensional pode ser concebido em termos da razão das diferenças de temperaturas. De fato, a seguinte expressão resulta da introdução das Eqs. (2-3) e (2-7) na Eq. (2-5), ou usando a Eq. (2-8):

$$NUT = \frac{q/\Delta T_m}{q/\Delta T_{\max}} = \frac{\Delta T_{\max} \varepsilon}{\Delta T_m} \quad (2-10)$$

Note que *NUT* pode ser considerado como uma razão entre as temperaturas:

$$NUT = \begin{cases} \frac{\Delta T_f}{\Delta T_m} = \frac{T_{f,s} - T_{f,e}}{\Delta T_m} \rightarrow C_{\min} = C_f \\ \frac{\Delta T_q}{\Delta T_m} = \frac{T_{q,e} - T_{q,s}}{\Delta T_m} \rightarrow C_{\min} = C_q \end{cases} \quad (2-11)$$

Desta forma, NUT pode ser considerado como a razão entre a diferença máxima e a diferença média de temperaturas entre as correntes, quente e fria, no trocador de calor. Valores elevados de NUT corresponderão, por exemplo, a uma diferença de temperaturas pequena entre ambas as correntes. Na Figura 2-1, ilustram-se as condições operacionais correspondentes a valores elevados e pequenos de NUT . Note que no primeiro caso o valor da diferença média de temperaturas é relativamente elevado, correspondendo a um pequeno NUT , enquanto no segundo é pequeno, i.e., NUT elevado.

Figura 2-1. Variação das temperaturas quente e fria ao longo de um trocador de calor em contracorrente ilustrando condições de NUT pequenos e elevados

A relação funcional expressa pela Eq. (2-4) se pode obter pela análise dimensional, usando o teorema π de Buckingham. Este procedimento apenas prova que a efetividade pode ser expressa em função de NUT , C^* , e o tipo de configuração ou arranjo particular do trocador de calor. Entretanto, a função que relaciona estes parâmetros adimensionais teria que ser ainda determinada. Isto é realizado para o trocador de calor em contracorrente da Figura 2-1 assumindo que a capacitância térmica do fluido quente é menor que a do fluido frio, correspondendo ao gráfico da direita. Considerando inicialmente a expressão para a diferença média logarítmica de temperaturas, $DMLT$, sendo $F = 1$ (Shah e Sekulić, 2003):

$$DMLT = \frac{(T_{q,e} - T_{f,s}) - (T_{q,s} - T_{f,e})}{\ln\left(\frac{T_{q,e} - T_{f,s}}{T_{q,s} - T_{f,e}}\right)} \quad (2-12)$$

e as equações de conservação da energia para os fluidos quente e frio, Eq (2-2), os lados esquerdo e direito da Eq. (2-7) se podem transformar nas seguintes expressões:

$$\frac{q}{UA} = \frac{(T_{q,e} - T_{q,s}) - (T_{f,s} - T_{f,e})}{\ln\left(\frac{T_{q,e} - T_{f,s}}{T_{q,s} - T_{f,e}}\right)} = \frac{\frac{q}{C_q} - \frac{q}{C_f}}{\ln\left(\frac{T_{q,e} - T_{f,s}}{T_{q,s} - T_{f,e}}\right)} \quad (2-13)$$

Combinando os lados, esquerdo e direito, dessa relação, e cancelando q , resulta:

$$\frac{\frac{UA}{C_q} \left(1 - \frac{C_q}{C_f}\right)}{\ln\left(\frac{T_{q,e} - T_{f,s}}{T_{q,s} - T_{f,e}}\right)} = 1 \Rightarrow \frac{T_{q,s} - T_{q,e}}{T_{f,e} - T_{f,s}} = \exp\left[-\frac{UA}{C_q} \left(1 - \frac{C_q}{C_f}\right)\right] \quad (2-14)$$

Somando e subtraindo $T_{q,e}$ no numerador e $T_{f,e}$ no denominador do lado direito da equação anterior e introduzindo ainda a equação da definição da efetividade, Eq. (2-1), para $C_{min} = C_q$, resulta em:

$$\frac{-\varepsilon + 1}{1 - \varepsilon C^*} = e^{-NUT(1-C^*)} \quad (2-15)$$

Finalmente,

$$\varepsilon = \frac{1 - e^{-NUT(1-C^*)}}{1 - C^* e^{-NUT(1-C^*)}} \quad (2-16)$$

A Eq. (2-16) foi obtida para a configuração correspondente ao trocador de calor em contracorrente da Figura 2-1. Para a configuração de um trocador de calor em paralelo se aplica o mesmo procedimento, porém considerando a relação correta para a *DMLT*, sendo:

$$DMLT = \frac{(T_{q,e} - T_{f,e}) - (T_{q,s} - T_{f,s})}{\ln\left(\frac{T_{q,e} - T_{f,e}}{T_{q,s} - T_{f,s}}\right)} \quad (2-17)$$

Considerando as mesmas relações para a conservação de energia os lados, esquerdo e direito, da Eq. (2-7) se expressam:

$$\frac{q}{UA} = \frac{(T_{q,e} - T_{q,s}) + (T_{f,s} - T_{f,e})}{\ln\left(\frac{T_{q,e} - T_{f,e}}{T_{q,s} - T_{f,s}}\right)} = \frac{\frac{q}{C_q} + \frac{q}{C_f}}{\ln\left(\frac{T_{q,e} - T_{f,e}}{T_{q,s} - T_{f,s}}\right)} \quad (2-18)$$

Rearranjando os lados, esquerdo e direito, dessa relação, e cancelando q , resulta:

$$\frac{\frac{UA}{C_q} \left(1 + \frac{C_q}{C_f}\right)}{\ln\left(\frac{T_{q,e} - T_{f,e}}{T_{q,s} - T_{f,s}}\right)} = 1 \Rightarrow \frac{T_{q,s} - T_{f,s}}{T_{q,e} - T_{f,e}} = \exp\left[-\frac{UA}{C_q} \left(1 + \frac{C_q}{C_f}\right)\right] \quad (2-19)$$

Somando e subtraindo $T_{q,e}$ e $T_{f,e}$ no numerador do lado direito da Eq. (2-19) e introduzindo ainda a equação da definição da efetividade, Eq. (2-1), para $C_{min} = C_q$, resulta em:

$$1 - \varepsilon - \varepsilon C^* = e^{-NUT(1+C^*)} \quad (2-20)$$

Concluindo:

$$\varepsilon = \frac{1 - e^{-NUT(1+C^*)}}{1 + C^*} \quad (2-21)$$

As expressões obtidas para os arranjos contracorrente (Eq. 2-16) e paralelo (Eq. 2-21) também são válidas para $C_{min} = C_f$, pois essas duas configurações são simétricas (Pignotti, 1989; Shah e Sekulić, 2003). Expressões para estes e outros arranjos simples podem ser encontradas nos livros de transferência de calor e na literatura geral. Nos mesmos (Shah e Sekulić, 2003; Nellis e Klein, 2009; Incropera *et al.*, 2008) se apresentam em detalhes a derivação das mesmas através do uso das equações de conservação de energia para ambos os fluidos e das definições da efetividade, Eq. (2-1). Entretanto, antes de apresentar um resumo delas, mostra-se a obtenção da relação para a efetividade de um trocador de calor de fluxo cruzado misturado – não misturado com apenas um passe de cada fluido.

Na Figura 2-2, mostra-se esquematicamente um trocador de calor de fluxo cruzado misturado - não misturado com apenas um passe de cada fluido. Isso equivale a considerar apenas uma fileira de tubos com um tubo, ou seja, com apenas um circuito do fluido que escoar pelo interior dos tubos. Na Figura 2-2, ilustra-se a distribuição de temperaturas de ambos os fluidos ao longo das direções transversal e longitudinal com respeito ao fluido interno. Ao longo da tira diferencial de comprimento “ dx ” mostrada na Figura 2-2, a vazão mássica do fluido externo (denotado fluido frio) é pequena. Devido a taxa de transferência de calor ser pequena, pode-se esperar que a temperatura do fluido interno (denotado fluido quente) se mantenha constante, como sugerido na figura. Um balanço de energia no comprimento da tira diferencial para os fluidos, quente e frio, se escreve segundo as relações (Kays e London, 1998):

$$\delta q = -C_q dT_q \quad (2-22)$$

e

$$\delta q = (dC_f)(\Delta T_f) \quad (2-23)$$

Note que ΔT_f é a variação da temperatura do fluido frio no elemento diferencial, ou seja, $\Delta T_f = T_{f,s} - T_{f,e}$ em que os subscritos representam as temperaturas de entrada e saída do fluido externo (fluido frio) na faixa diferencial.

Figura 2-2. Variação das temperaturas nas direções transversal e longitudinal num trocador de calor de fluxo cruzado de um passe misturado- não misturado.

Dado o fato de que a vazão mássica do fluido frio no elemento diferencial é pequena, pode-se concluir que a razão das capacitâncias térmicas para o trocador de calor diferencial é dada pela expressão:

$$dC^* = \frac{dC_f}{C_q} \rightarrow 0 \quad (2-24)$$

Esta é a razão das capacitâncias térmicas diferencial, a qual tende a zero devido à que a vazão mássica do fluido frio também tende a zero. Fisicamente esse resultado é equivalente à considerar o trocador de calor diferencial como um condensador, já que a temperatura do fluido quente permanece essencialmente constante, como mostrado na Figura 2-2. Dessa forma a “efetividade térmica local” do trocador diferencial, Γ , pode ser determinada da Eqs. (2-16) que assume a seguinte expressão quando a razão das capacitâncias térmicas tende a zero (efetividade de um trocador com mudança de fase):

$$\Gamma = \frac{\Delta T_f}{T_q - T_{f,e}} = 1 - \exp \left[- \frac{UdA}{dC_f} \right] \quad (2-25)$$

Assumindo que a área frontal pelo lado do fluido frio, A_{fr} , e a área da superfície de transferência de calor, A , são uniformes em toda a largura do trocador de calor, podem ser escritas as seguintes expressões:

$$\frac{dC_f}{dA_{fr}} = \frac{C_f}{A_{fr}} = \text{const} \quad (2-26)$$

$$\frac{dC_f}{dA} = \frac{C_f}{A} = \text{const} \quad (2-27)$$

Assim, introduzindo a Eq. (2-27) na Eq. (2-25), a seguinte expressão para a efetividade térmica local resulta, sendo válida em toda a largura L do trocador de calor:

$$\Gamma = 1 - e^{-\frac{UA}{C_f}} = \text{const} \quad (2-28)$$

A combinação das Eqs. (2-22), (2-23), e (2-25) em conjunto com a Eq. (2-26), fornecem a seguinte equação geral:

$$\frac{dT_q}{T_q - T_{f,e}} = -\Gamma dC^* = -\Gamma \left(\frac{C_f}{C_q} \right) \left(\frac{dA_{fr}}{A_{fr}} \right) \quad (2-29)$$

Note que os valores dos parâmetros físicos C_f , C_q e A_{fr} são características físicas e geométricas do trocador de calor e como tal são consideradas constantes. Integrando ambos os lados da Eq. (2-29) se obtêm a expressão:

$$\frac{T_{q,s} - T_{f,e}}{T_{q,e} - T_{f,e}} = \exp \left[-\Gamma \frac{C_f}{C_q} \right] \quad (2-30)$$

Somando e subtraindo $T_{q,e}$ no numerador do lado direito da equação anterior e introduzindo ainda a equação da definição da efetividade, Eq. (2-1), para $C_{min} = C_f$, resulta em:

$$1 - \varepsilon C^* = e^{-C^* (1 - e^{-NUT})} \quad (2-31)$$

Concluindo:

$$\varepsilon = \frac{1}{C^*} \left[1 - e^{-C^* (1 - e^{-NUT})} \right] \quad (2-32)$$

A Eq. (2-32) é a expressão da efetividade de um trocador de fluxo cruzado misturado - não misturado de um passe para $C_{min} = C_f$ em que C_f é o fluido não misturado neste caso. Quando o fluido misturado é o que possui o menor C ($C_{min} = C_q$; neste caso) se obtém de forma similar a relação:

$$\varepsilon = 1 - e^{-(1 - e^{-NUT \cdot C^*})/C^*} \quad (2-33)$$

Trocadores de calor de fluxo cruzado para aplicações de engenharia são comumente caracterizados por arranjos de escoamentos mais complexos com vários circuitos, fileiras e linhas de tubos. Para muitos desses arranjos o conjunto de equações prévio, Eqs. (2-22 – 2-29), não possui uma solução analítica já que as condições sob as quais a Eq. (2-29) tem sido obtida não são mais válidas devido à: (i) aplicação das Eqs. (2-27) e (2-28) é questionável nesses casos; (ii) a temperatura de entrada do fluido frio em cada fileira de tubos não é uniforme como mostrado na Figura 2-2. Por outro lado, muitas configurações complexas também têm sido modeladas através dos diversos métodos resumidos por Sekulić *et al.* (1999).

As relações da efetividade até aqui obtidas e as apresentadas em toda a dissertação, foram obtidas levando em conta as considerações básicas, comumente empregadas na literatura, Kays e London (1998), Shah e Sekulić, (2003), e Cabezas-Gómez *et al.* (2015): (i) o trocador de calor opera em condições estacionárias; (ii) as perdas de calor para o meio externo são desprezadas, ou seja, o trocador de calor é modelado como adiabático em relação ao meio externo; (iii) não há fontes ou sumidouros de energia térmica nas paredes do trocador de calor e/ou nos fluidos; (iv) o fluido que escoar por dentro dos tubos está perfeitamente misturado em toda a sua seção transversal, acontecendo uma variação linear de sua temperatura ao longo do eixo axial dos tubos; (v) os coeficientes de transferência de calor e as propriedades de transporte dos fluidos e das paredes do trocador de calor são constantes; (vi) se desprezam os efeitos da transferência de calor axial nas paredes sólidas e nos fluidos; (vii) não há mudança de fase em ambas as correntes ou fluidos;

Na Tabela 2-1, apresenta-se um resumo das correlações para trocadores de calor de fluxo cruzado para configurações de um passe de ambos os fluidos com uma ou várias fileiras de tubos. As relações foram tomadas de Kays e London (1998), ESDU 86018 (1991), Stevens *et al.* (1957), e Baclic e Heggs (1985). Os detalhes da derivação destas relações podem ser consultados nesses trabalhos e nos presentes citados. No Capítulo 3, apresenta-se o procedimento de Pignotti e Cordero (1983a) que permite a derivação de algumas dessas relações. Elas se apresentam na Tabela 4-1. As relações para a configuração com ambos os fluidos não misturados merecem alguns comentários. A Eq. (2-37) (Tabela 2.1), proposta por Mason (1955), válida para um número infinito de fileiras de tubos (i.e., circuitos de fluido), foi a empregada como referência por Navarro e Cabezas-Gómez (2005). Em adição, esta relação é uma das sugeridas por Baclic e Heggs (1985) para calcular a efetividade deste tipo de arranjo de escoamento. A Eq. (2-38), também válida para um número infinito de fileiras de tubos, foi obtida através de um ajuste de curva de dados da efetividade. Segundo DiGiovanni e Webb (1989) sua origem é incerta, embora aparece numa nota de rodapé na página 483 do livro de Eckert (1959). Navarro e Cabezas-Gómez (2005) afirmaram que a aplicação desta correlação pode resultar em erros relativos da ordem de 4% para certos valores de NUT e C^* e a Eq. (2-37). Shah e Sekulic (2003) sugerem o uso da Eq. (2-39) para a mesma configuração. Essa relação foi obtida por Li (1987).

Na Tabela 2-2, apresentam-se relações para diferentes arranjos considerando configurações amplamente empregadas de múltiplos passes, paralelo-cruzado e contracorrente-cruzado (Taborek, 1983; ESDU 86018 1991; e Cabezas-Gómez *et al.*, 2007). No Capítulo 4, apresenta-se o procedimento de Pignotti e Cordero (1983a) que permite a derivação de todas essas relações. Elas se apresentam nas Tabelas 4-2 e 4-3. As relações apresentadas nas Tabelas 4-1, 4-2, e 4-3 foram obtidas na plataforma Maple 18 com os códigos desenvolvidos por Magazoni (2016).

Tabela 2–1 Relações ε - NUT para configurações de fluxo cruzado com um passe dos fluidos com uma ou mais fileiras de tubos (circuitos). Eqs. (2-32) - (2-36) (Kays e London, 1998; ESDU 86018, 1991; Stevens *et al.*, 1957); Eq. (2-37) (Stevens *et al.*, 1957; Baclıç e Heggs, 1895); Eq. (2-38) (ESDU 86018, 1991); Eq. (2-39) (Li, 1987).

N_r	C_{min}	Relação	Eq.
1	A	$\varepsilon_A = 1 - e^{-(1 - e^{-NUT_A \cdot C_A^*}) / C_A^*}$	(2-33)
	B	$\varepsilon_B = \frac{1}{C_B^*} \left[1 - e^{-C_B^* (1 - e^{-NUT_B})} \right]$	(2-32)
2	A	$\varepsilon_A = 1 - e^{-2K / C_A^*} \left(1 + \frac{K^2}{C_A^*} \right), K = 1 - e^{-NUT_A \cdot C_A^* / 2}$	(2-34a)
	B	$\varepsilon_B = \frac{1}{C_B^*} \left[1 - e^{-2KC_B^*} (1 + K^2 C_B^*) \right], K = 1 - e^{-NUT_B / 2}$	(2-34b)
3	A	$\varepsilon_A = 1 - e^{-3K / C_A^*} \left(1 + \frac{K^2(3-K)}{C_A^*} + \frac{3K^4}{2(C_A^*)^2} \right), K = 1 - e^{-NUT_A \cdot C_A^* / 3}$	(2-35a)
	B	$\varepsilon_B = \frac{1}{C_B^*} \left[1 - e^{-3KC_B^*} \left(1 + K^2(3-K) \cdot C_B^* + \frac{3K^4(C_B^*)^2}{2} \right) \right],$ $K = 1 - e^{-NUT_B / 3}$	(2-35b)
4	A	$\varepsilon_A = 1 - e^{-4K / C_A^*} \left(1 + \frac{K^2(6-4K+K^2)}{C_A^*} + \frac{4K^4(2-K)}{(C_A^*)^2} + \frac{8K^6}{3(C_A^*)^3} \right),$ $K = 1 - e^{-NUT_A \cdot C_A^* / 4}$	(2-36a)
	B	$\varepsilon_B = \frac{1}{C_B^*} \left[1 - e^{-4KC_B^*} \left(1 + K^2(6-4K+K^2)C_B^* + 4K^4(2-K)(C_B^*)^2 + \frac{8K^6(C_B^*)^3}{3} \right) \right]$ $, K = 1 - e^{-NUT_B / 4}$	(2-36b)
∞	ambos não misturados	$\varepsilon = \frac{1}{C^* NUT} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \left[1 - e^{-NUT} \sum_{m=0}^n \frac{(NUT)^m}{m!} \right] \left[1 - e^{-C^* NUT} \sum_{m=0}^n \frac{(C^* NUT)^m}{m!} \right] \right\}$	(2-37)
∞	ambos não misturados	$\varepsilon = 1 - e^{\left[NUT^{0.22} \left(e^{-C^* NUT^{0.78}} - 1 \right) / C^* \right]}$	(2-38)
∞	ambos não misturados	$\varepsilon = 1 - e^{-NUT} - e^{[-(1+C^*)NUT]} \sum_{n=1}^{\infty} C^{*n} P_n(NUT),$ $P_n(y) = \frac{1}{(n+1)!} \sum_{j=1}^n \frac{(n+1-j)}{j!} y^{n+j}$	(2-39)

Fluido A misturado, Fluido B não misturado, $C_A^* = 1/C_B^*$, $\varepsilon_B = \varepsilon_A C_A^*$, $NUT_B = NUT_A C_A^*$, $C_A^* = C_A/C_B$

Tabela 2–2. Relações ε -NUT para configurações paralelo-cruzado e contracorrente-cruzado com vários passes do fluido interno e um circuito. Eqs. (2-30 - 3-32) (ESDU 86018, 1991); Eqs. (2-32-2-34) (Taborek, 1983; ESDU 86018, 1991).

N_r	C_{min}	Relação	Eq.
Paralelo-cruzado de vários passes			
2	A	$\varepsilon_A = \left(1 - \frac{K}{2}\right) \left(1 - e^{-2K/C_A^*}\right), K = 1 - e^{-NUT_A \cdot C_A^*/2}$	(2-40a)
	B	$\varepsilon_B = \frac{1}{C_B^*} \left(1 - \frac{K}{2}\right) \left(1 - e^{-2KC_B^*}\right), K = 1 - e^{-NUT_B/2}$	(2-40b)
3	A	$\varepsilon_A = 1 - \left(1 - \frac{K}{2}\right)^2 e^{-3K/C_A^*} - K \left(1 - \frac{K}{4} + \frac{K}{C_A^*} \left(1 - \frac{K}{2}\right)\right) e^{-K/C_A^*}, K = 1 - e^{-NUT_A \cdot C_A^*/3}$	(2-41a)
	B	$\varepsilon_B = \frac{1}{C_B^*} \left[1 - \left(1 - \frac{K}{2}\right)^2 e^{-3KC_B^*} - K \left(1 - \frac{K}{4} + KC_B^* \left(1 - \frac{K}{2}\right)\right) e^{-KC_B^*}\right],$ $K = 1 - e^{-NUT_B/3}$	(2-41b)
4	A	$\varepsilon_A = 1 - \frac{K}{2} \left(1 - \frac{K}{2} + \frac{K^2}{4}\right) - K \left(1 - \frac{K}{2}\right) \left(1 + 2 \frac{K}{C_A^*} \left(1 - \frac{K}{2}\right)\right) e^{-2K/C_A^*} - \left(1 - \frac{K}{2}\right)^3 e^{-4K/C_A^*},$ $K = 1 - e^{-NUT_A \cdot C_A^*/4}$	(2-42a)
	B	$\varepsilon_B = \frac{1}{C_B^*} \left[1 - \frac{K}{2} \left(1 - \frac{K}{2} + \frac{K^2}{4}\right) - K \left(1 - \frac{K}{2}\right) \left(1 + 2KC_B^* \left(1 - \frac{K}{2}\right)\right) e^{-2KC_B^*} - \left(1 - \frac{K}{2}\right)^3 e^{-4KC_B^*}\right],$ $K = 1 - e^{-NUT_B/4}$	(2-42b)
Contracorrente-cruzado de vários passes			
2	A	$\varepsilon_A = 1 - \left(\frac{K}{2} + \left(1 - \frac{K}{2}\right) e^{2K/C_A^*}\right)^{-1}, K = 1 - e^{-NUT_A \cdot C_A^*/2}$	(2-43a)
	B	$\varepsilon_B = \frac{1}{C_B^*} \left[1 - \left(\frac{K}{2} + \left(1 - \frac{K}{2}\right) e^{2KC_B^*}\right)^{-1}\right], K = 1 - e^{-NUT_B/2}$	(2-43b)
3	A	$\varepsilon_A = 1 - \left[\left(1 - \frac{K}{2}\right)^2 e^{3K/C_A^*} + \left(K \left(1 - \frac{K}{4}\right) - \left(1 - \frac{K}{2}\right) \frac{K^2}{C_A^*}\right) e^{K/C_A^*}\right]^{-1},$ $K = 1 - e^{-NUT_A \cdot C_A^*/3}$	(2-44a)
	B	$\varepsilon_B = \frac{1}{C_B^*} \left[1 - \left[\left(1 - \frac{K}{2}\right)^2 e^{3KC_B^*} + \left(K \left(1 - \frac{K}{4}\right) - \left(1 - \frac{K}{2}\right) K^2 C_B^*\right) e^{KC_B^*}\right]^{-1}\right],$ $K = 1 - e^{-NUT_B/3}$	(2-44b)
4	A	$\varepsilon_A = 1 - \left[\frac{K}{2} \left(1 - \frac{K}{2} + \frac{K^2}{4}\right) + K \left(1 - \frac{K}{2}\right) \left(1 - 2 \frac{K}{C_A^*} \left(1 - \frac{K}{2}\right)\right) e^{2K/C_A^*} + \left(1 - \frac{K}{2}\right)^3 e^{4K/C_A^*}\right]^{-1},$ $K = 1 - e^{-NUT_A \cdot C_A^*/4}$	(2-45a)
	B	$\varepsilon_B = \frac{1}{C_B^*} \left[1 - \left[\frac{K}{2} \left(1 - \frac{K}{2} + \frac{K^2}{4}\right) + K \left(1 - \frac{K}{2}\right) \left(1 - 2KC_B^* \left(1 - \frac{K}{2}\right)\right) e^{2KC_B^*} + \left(1 - \frac{K}{2}\right)^3 e^{4KC_B^*}\right]^{-1}\right],$ $K = 1 - e^{-NUT_B/4}$	(2-45b)

Fluido A misturado, Fluido B não misturado, $C_A^* = I/C_B^*$, $\varepsilon_B = \varepsilon_A C_A^*$, $NUT_B = NUT_A C_A^*$, $C_A^* = C_A/C_B$

A relação funcional, Eq. (2-4), é aplicada para cálculos de desempenho de um trocador de calor determinando a efetividade térmica para uma dada configuração. No projeto, as relações ε - NUT são empregadas no dimensionamento de um trocador de calor conhecendo as temperaturas de entrada e saída das correntes de fluido. Nesse caso relações explícitas de NUT são necessárias em termos de ε e C^* para uma determinada configuração. Entretanto, o número de NUT pode ser calculado através de relações analíticas diretas para poucos arranjos. Estas relações se mostram na Tabela 2-3, excetuando a relação para o trocador de casco e tubos com um passe no caso e dois nos tubos. NUT é uma função implícita de ε e C^* para o restante das configurações existentes, e pode ser calculado iterativamente ou resolvendo a equação $f(NUT) = 0$.

Tabela 2-3. Relações analíticas diretas para cálculo do NUT . (Shah e Sekuliç, 2003)

Arranjo	Relações teóricas	Eq
Contracorrente	$NUT = \frac{1}{1-C^*} \ln \frac{1-C^* \varepsilon}{1-\varepsilon} \quad (C^* < 1)$	(2-46a)
	$NUT = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \quad (C^* = 1)$	(2-46b)
Paralelo	$NUT = -\frac{\ln[1-\varepsilon(1+C^*)]}{1+C^*}$	(2-47)
Cruzado (um passe)		
C_{max} (misturado), C_{min} (não misturado)	$NUT = -\ln \left[1 + \frac{1}{C^*} \ln(1-C^* \varepsilon) \right]$	(2-48a)
C_{min} (misturado), C_{max} (não misturado)	$NUT = -\frac{1}{C^*} \ln[1+C^* \ln(1-\varepsilon)]$	(2-48b)
Todos os trocadores com $C^* = 0$	$NUT = -\ln(1-\varepsilon)$	(2-49)

2.2 FUNDAMENTOS DO MÉTODO P - NUT

Historicamente o método P - NUT tem sido usado para o projeto de trocadores de calor de casco e tubos, mesmo antes do método ε - NUT na década dos 40. O método se baseia no conceito da efetividade da temperatura, P , para cada fluido, quente ou frio, definida por:

$$q = P_1 C_1 (\Delta T_{\max}) = P_2 C_2 (\Delta T_{\max}) \quad (2-50)$$

Em que $\Delta T_{max} = T_{q,e} - T_{f,e} = |T_{2,e} - T_{1,e}|$ é a diferença de temperaturas máxima no trocador de calor.

A efetividade da temperatura, P , de forma similar à efetividade ε , é adimensional e depende de três parâmetros: do número de unidades de transferência, NUT , da razão das taxas das capacitâncias, R , e do arranjo de escoamento. Essa dependência se expressa pelas seguintes relações funcionais:

$$P_1 = \Phi_1(NUT_1, R_1, arranjo) \text{ e } P_2 = \Phi_2(NUT_2, R_2, arranjo) \quad (2-51)$$

Comumente na literatura (Shah e Sekulić, 2003) o fluido 1 designa o fluido que escoar pelo lado do casco em trocadores de calor de casco e tubos, independente do mesmo ser quente ou frio. Em outros tipos de trocadores de calor um dos fluidos se define como o fluido 1 para poder aplicar corretamente as relações expressadas pela Eq. (2-51). No caso do uso do método P - NUT , uma vez escolhido o fluido para o qual se calcula a efetividade P , R varia de zero até o infinito ($0 \leq R \leq \infty$), não sendo necessário o uso de duas relações para calcular P , como se faz necessário no método ε - NUT para trocadores de calor assimétricos, por exemplo, um trocador de fluxo cruzado misturado – não misturado com apenas um passe dos fluidos.

Assim, nas Eqs. (2-50 e 2-51) P representa a efetividade de temperatura para o fluido 1 ou 2, dependendo do subscrito 1 ou 2. O mesmo se aplica para a capacitância C e para o número de unidades de transferência NUT . Os fluidos individuais 1 e 2 podem ser quentes ou frios, ou os fluidos com C_{min} ou C_{max} , respectivamente. Dessa forma a efetividade da temperatura P é definida como a razão entre a variação da temperatura do fluido 1 ou 2 (quente ou frio) no trocador de calor e a diferença entre as temperaturas de entrada de ambos os fluidos, ou seja, o ΔT_{max} :

$$P_1 = \frac{T_{1,s} - T_{1,e}}{T_{2,e} - T_{1,e}} \quad (2-52a)$$

e

$$P_2 = \frac{T_{2,e} - T_{2,s}}{T_{2,e} - T_{1,e}} \quad (2-52b)$$

Empregando a Eq. (2-50), pode-se mostrar que:

$$P_1 = P_2 R_2 \quad P_2 = P_1 R_1 \quad (2-53)$$

Sendo R_1 e R_2 definidas como a razão entre as capacidades de cada fluido segundo:

$$R_1 = \frac{C_1}{C_2} = \frac{T_{2,e} - T_{2,s}}{T_{1,s} - T_{1,e}} \quad (2-54a)$$

$$R_2 = \frac{C_2}{C_1} = \frac{T_{1,s} - T_{1,e}}{T_{2,e} - T_{2,s}} \quad (2-54b)$$

e, portanto:

$$R_1 = \frac{1}{R_2} \quad (2-55)$$

Comparando a Eq. (2-1) com a Eq. (2-52a) se verifica que a relação entre a efetividade P_1 e a efetividade ε se expressa:

$$P_1 = \frac{C_{\min}}{C_1} \varepsilon = \begin{cases} \varepsilon & \text{para } C_1 = C_{\min} \\ \varepsilon C^* & \text{para } C_1 = C_{\max} \end{cases} \quad (2-56a)$$

De forma similar:

$$P_2 = \frac{C_{\min}}{C_2} \varepsilon = \begin{cases} \varepsilon & \text{para } C_2 = C_{\min} \\ \varepsilon C^* & \text{para } C_2 = C_{\max} \end{cases} \quad (2-56b)$$

Assim, os valores de P_1 e de P_2 sempre são menores ou iguais à ε .

Da mesma forma comparando a Eq. (2-56) com a Eq. (2-6) resulta:

$$R_1 = \frac{C_1}{C_2} = \begin{cases} C^* & \text{para } C_1 = C_{\min} \\ 1/C^* & \text{para } C_1 = C_{\max} \end{cases} \quad (2-57a)$$

e

$$R_2 = \frac{C_2}{C_1} = \begin{cases} C^* & \text{para } C_2 = C_{\min} \\ 1/C^* & \text{para } C_2 = C_{\max} \end{cases} \quad (2-57b)$$

Assim, os valores de R_1 e de R_2 sempre são maiores ou iguais a C^* . Individualmente os valores de R_1 e R_2 assumem valores de 0 até ∞ , zero indicando condensação de um vapor puro, e infinito indicando vaporização de um líquido puro (Shah e Sekulić, 2003).

De forma semelhante os números de unidade de transferência NUT_1 e NUT_2 se definem por:

$$NUT_1 = \frac{UA}{C_1} \quad NUT_2 = \frac{UA}{C_2} \quad (2-58)$$

Resultando:

$$NUT_1 = NUT_2 R_2 \quad NUT_2 = NUT_1 R_1 \quad (2-59)$$

Os NUT definidos pela Eq. (2-58) se relacionam com o NUT definido pela Eq. (2-5) com base em $C_{\min}$ por:

$$NUT_1 = NUT \frac{C_{\min}}{C_1} = \begin{cases} NUT & \text{para } C_1 = C_{\min} \\ NUT C^* & \text{para } C_1 = C_{\max} \end{cases} \quad (2-60a)$$

e

$$NUT_2 = NUT \frac{C_{\min}}{C_2} = \begin{cases} NUT & \text{para } C_2 = C_{\min} \\ NUT C^* & \text{para } C_2 = C_{\max} \end{cases} \quad (2-60b)$$

Assim, NUT_1 e NUT_2 sempre são menores ou iguais à NUT .

Diversas relações analíticas para o cálculo da efetividade da temperatura P se mostram na Tabela 3-6 de Shah e Sekulić (2003). As Eqs. (2-56a), (2-57a) e (2-60a), podem-se empregar para obter relações analíticas para P através daquelas mostradas nas Tabelas 2-1 e 2-2 para a efetividade ε . No Capítulo 4, mostram-se diversas relações analíticas para o cálculo da efetividade de temperatura P obtidas pelo procedimento de Pignotti e Cordero (1983a) através dos códigos computacionais desenvolvidos. No mesmo capítulo, mostra-se a obtenção

da expressão para o cálculo de P para um arranjo de fluxo cruzado de um passe misturado – não misturado.

2.3 FUNDAMENTOS DO MÉTODO DMLT

Uma expressão para a diferença média logarítmica de temperaturas $DMLT$ foi empregada na seção 2.1. A $DMLT$ é definida genericamente por:

$$DMLT = \Delta T_{\ln} = \frac{\Delta T_I - \Delta T_{II}}{\ln\left(\frac{\Delta T_I}{\Delta T_{II}}\right)} \quad (2-61)$$

Na Eq. (2-61) ΔT_I e ΔT_{II} representam as diferenças de temperaturas entre os dois fluidos em cada extremo do trocador de calor. Para um trocador de calor em contracorrente:

$$\Delta T_I = (T_{q,e} - T_{f,s}) \quad \Delta T_{II} = (T_{q,s} - T_{f,e}) \quad (2-62)$$

e para um trocador em paralelo:

$$\Delta T_I = (T_{q,e} - T_{f,e}) \quad \Delta T_{II} = (T_{q,s} - T_{f,s}) \quad (2-63)$$

Para todos os outros arranjos de escoamento se assume hipoteticamente que o trocador de calor é uma unidade em contracorrente operando com os mesmos valores de R (ou C^*) a as mesmas temperaturas nos terminais (ou a mesma efetividade). Dessa forma a $DMLT$ para todas as outras configurações, determina-se da Eq. (2-61) usando os ΔT_I e ΔT_{II} da Eq. (2-62). Ela representa o potencial máximo de temperatura para a transferência de calor que pode ser obtido apenas numa configuração em contracorrente.

A $DMLT$ normalizada em relação à diferença de temperatura de entrada, ΔT_{max} se pode expressar em termos das efetividades P e ε como:

$$\frac{\Delta T_{\ln}}{\Delta T_{\max} = T_{q,e} - T_{f,e}} = \frac{P_1 - P_2}{\ln[(1 - P_2)/(1 - P_1)]} = \frac{(1 - C^*)\varepsilon}{\ln[(1 - C^*\varepsilon)/(1 - \varepsilon)]} \quad (2-64)$$

As relações apresentadas na Eq. (2-64) são válidas para todos os arranjos de escoamento. Duas formas limite dessas expressões acima são:

$$\frac{\Delta T_{\ln}}{T_{q,e} - T_{f,e}} = \begin{cases} \frac{\Delta T_{\ln}}{\Delta T_{\max}} = 1 - \varepsilon & \text{para } C^* \rightarrow 1 \\ \frac{\Delta T_{\ln}}{\Delta T_{\max}} \rightarrow 0 & \text{para } \varepsilon \rightarrow 1 \end{cases} \quad (2-65)$$

As relações apresentadas na Eq. (2-65) mostram que $\Delta T_{\max} \rightarrow 0$, quando $\varepsilon \rightarrow 1$. Assim um decréscimo da *DMLT* significa um aumento da efetividade do trocador de calor para uma unidade dada. Uma forma alternativa de interpretar é que a *DMLT* decresce com o aumento de *NUT* e portanto da área de transferência de calor, A .

O método da *DMLT* se baseia no uso de fator de correção da *DMLT*, denotado por F . A razão principal para o uso desse fator se baseia no fato de que a *DMLT*, ou $\Delta T_{\ln}$, não varia em função da configuração, sendo sempre calculada pela Eq. (2-61). Já a diferença média de temperaturas, ΔT_m , assume valores diferentes para as várias configurações possíveis. Como a taxa de transferência de calor depende da diferença média de temperaturas, ΔT_m , ver Eq. (2-7), e a mesma varia em função da configuração modelada, então é necessário introduzir o fator F para empregar a *DMLT* no projeto das diversas configurações de trocadores de calor utilizados nas inúmeras aplicações industriais, comerciais e de pesquisa.

O fator de correção F se define costumeiramente como a razão entre a diferença de temperaturas real e a diferença média logarítmica, sendo adimensional:

$$F = \frac{\Delta T_m}{\Delta T_{\ln}} = \frac{q}{UA\Delta T_{\ln}} \quad (2-66)$$

Na obtenção da relação da Eq. (2-66) se empregada a Eq. (2-7). De forma geral F se denomina como “fator de correção da diferença média logarítmica de temperaturas”, ou “fator de correção da diferença de temperaturas média”, ou como “fator de correção da configuração do trocador de calor”.

O fator de correção F pode ser expressado genericamente de forma similar as efetividades ε e P , em função do tipo de arranjo, da efetividade de temperatura P e da razão entre as capacidades R :

$$F = \Phi_1(P_1, R_1, \text{arranjo}) \text{ e } F = \Phi_2(P_2, R_2, \text{arranjo}) \quad (2-67)$$

Aplicam-se as relações expressas pela Eq. (2-67) para trocadores de calor simétricos, quanto e os assimétricos.

Empregando as equações de balanço de energia num volume de controle elementar e a Eq. (2-7) se obtém as relações funcionais de F para diversas configurações de trocadores de calor. Para os casos das configurações em contracorrente e paralelo, o fator de correção F assume um valor unitário, $F = 1$. A derivação desse resultado é bem conhecida na literatura, consultar Shah e Sekulić (2003), e Nellis e Klein (2009), entre outros.

A relação funcional geral expressa pela Eq. (2-67) (lado direito) pode ser derivada de forma explícita em função de NUT_I como grupo adimensional adicional. Para tanto se emprega a Eq. (2-66) e as Eqs. (2-8) e (2-10) para ΔT_m com algumas considerações. Considerando essas duas equações e a definição de P_I pelas Eqs. (2-52a) e (2-56a) resulta:

$$\Delta T_m = \frac{\Delta T_{\max} \varepsilon}{NUT} = \frac{\Delta T_{\max} P_1}{NUT_1} \quad (2-68)$$

Utilizando a relação anterior (Eq. 2-68) e a definição do fator F pela Eq. (2-66), obtém-se:

$$F = \frac{\Delta T_m}{\Delta T_{\ln}} = \frac{\Delta T_m}{(\Delta T_m)_{cc}} = \frac{\Delta T_{\max} P_1}{NUT_1} \left(\frac{NUT_1}{\Delta T_{\max} P_1} \right)_{cc} \quad (2-69)$$

em que o subscrito “cc” representa o arranjo contracorrente.

Para avaliar F , compara-se o trocador de calor real com qualquer configuração de interesse com um trocador de calor contracorrente de referência que possui as mesmas

capacitâncias e temperaturas nos seus terminais, e, portanto, os mesmos valores de P_1 , ΔT_{max} , e R_1 . Consequentemente devido a que $P_1 = P_{1,cc}$ e $\Delta T_{max} = \Delta T_{max,cc}$, a Eq. (2-69) se reduz à:

$$F = \frac{NUT_{1,cc}}{NUT_1} \quad (2-70)$$

sendo NUT_1 o número de transferência de unidades real para o trocador de calor dado, e $NUT_{1,cc}$ o número de transferência de unidades para um trocador de calor operando em contracorrente. $NUT_{1,cc}$ se expressa por (Shah e Sekulić, 2003):

$$NUT_{1,cc} = \begin{cases} \frac{\ln[(1 - R_1 P_1)/(1 - P_1)]}{(1 - R_1)} & \text{para } R_1 \neq 1 \\ \frac{P_1}{(1 - P_1)} & \text{para } R_1 = 1 \end{cases} \quad (2-71)$$

Com ajuda da relação anterior, o fator F resulta em:

$$F = \begin{cases} \frac{\ln[(1 - R_1 P_1)/(1 - P_1)]}{NUT_1(1 - R_1)} & \text{para } R_1 \neq 1 \\ \frac{P_1}{NUT_1(1 - P_1)} & \text{para } R_1 = 1 \end{cases} \quad (2-72)$$

A Eq. (2-72) é válida para todos os arranjos, com exceção do paralelo. Da Eq. (2-68) também pode-se obter uma relação geral de F e da efetividade ε . Usando as relações denotadas pelas Eqs. (2-56a), (2-57a) e (2-60a) o fator F se formula em função de NUT , ε , e C^* como:

$$F = \begin{cases} \frac{\ln[(1 - C^* \varepsilon)/(1 - \varepsilon)]}{NUT(1 - C^*)} & \text{para } C^* \neq 1 \\ \frac{\varepsilon}{NUT(1 - \varepsilon)} & \text{para } C^* = 1 \end{cases} \quad (2-73)$$

A Eq. (2-70) significa fisicamente que para atingir a mesma efetividade de um trocador de calor em contracorrente, o produto $F.NUT_1$ deve ser igual a $NUT_{1,cc}$, assim valores menores do fator F implicam valores maiores do NUT_1 . Também se observa que a $DMLT$ será

maior que a $DMLT$ para um trocador de calor em contracorrente para os mesmos valores de NUT_I e R_I . Quando o fator de correção F para uma determinada configuração é menor que o de outra configuração, significa que a efetividade da temperatura P_I também será menor, considerando que NUT_I , R_I e ΔT_{max} assumem os mesmos valores. Isso significa que uma redução no valor de F também implica numa redução de P_I ou ε , e vice-versa.

Embora F seja uma função dos três grupos adimensionais P_I , R_I , e NUT_I segundo a Eq. (2-72), se sabe que NUT_I também é função de P_I e R_I . Assim o fator de correção F se expressa como uma relação de dois parâmetros adimensionais independentes (P_I e R_I) como sugerido na Eq. (2-67), ou P_I e NUT_I , ou NUT_I e R_I , para uma dada configuração.

Relações analíticas explícitas do tipo $P_I(NUT_I, R_I)$ existem para muitas configurações, entretanto relações analíticas do tipo $NUT_I(P_I, R_I)$ estão disponíveis apenas para poucos arranjos, como se mostra na Tabela 2-3 para o método ε - NUT . Por essa razão existem relações analíticas explícitas para o fator F em função de P_I e R_I , ou de ε e C^* , apenas para poucas configurações. Para todas as outras configurações, é necessário calcular o NUT_I e consequentemente o fator F de forma iterativa com os valores conhecidos de P_I e R_I , ou de ε e C^* , e o uso das Eqs. (2-70) ou (2-72).

A outra metodologia de cálculo do fator de correção F baseada no procedimento mostrado em Pignotti e Cordero (1983a) é apresentada no Capítulo 3. A mesma pode ser utilizada para calcular F iterativamente em função de R e P , e de forma direta em função de R e NUT . Porém está programada apenas da forma direta.

Na Tabela 2.4, apresentam-se as relações analíticas explícitas disponíveis para o cálculo do fator de correção F , com exceção daquelas usadas para um trocador de calor casco e tubos com um passe no caso e dois nos tubos.

Tabela 2–4. Relações analíticas explícitas para cálculo do fator de correção F. (Shah e Sekulić, 2003).

Arranjo	Relações teóricas	Eq.
Contracorrente	$F = 1$	(2-74)
Paralelo	$F = 1$	(2-75)
Cruzado (um passe)		
<i>Fluido 1</i> (não misturado), <i>Fluido 2</i> (misturado)	$F = \frac{\ln[(1 - R_1 P_1)/(1 - P_1)]}{(R_1 - 1) \ln[1 - (1/R_1) \ln(1 - R_1 P_1)]}$	(2-76a)
<i>Fluido 1</i> (misturado), <i>Fluido 2</i> (não misturado)	$F = \frac{\ln[(1 - R_1 P_1)/(1 - P_1)]}{(1 - 1/R_1) \ln[1 + R_1 \ln(1 - P_1)]}$	(2-76b)
Todos os arranjos com $R_1 = 0$ ou ∞	$F = 1$	(2-77)

2.4 BREVE DESCRIÇÃO DO MÉTODO MATRICIAL DE DOMINGOS (1969)

Domingos publicou em 1969 um método matricial para o cálculo da efetividade total e das temperaturas intermediárias de conjuntos de trocadores de calor. Esses conjuntos podem ser associações de trocadores de calor de qualquer tipo. O método emprega transformações que relacionam as temperaturas de entrada e saída das correntes de fluidos e permite a derivação de expressões analíticas para o cálculo da efetividade de um determinado conjunto. As transformações são obtidas por meio de matrizes de transferência obtidas através do uso da conservação de energia para ambas as correntes e do conceito da efetividade ε para um trocador de calor dado. A matriz de transferência se denomina de matriz térmica. O método de Domingos (1969) tem sido empregado extensivamente por Pignotti e colaboradores (Pignotti, 1984a, 1984b, 1988, 1989, 1990; Pignotti e Tamborenea, 1988; Pignotti e Shah, 1992) para a dedução de soluções analíticas para muitas configurações específicas. A seguir, apresentam-se sucintamente algumas relações obtidas por Domingos (1969), e também apresentadas por Sekulić *et al.* (1999) e no Capítulo 3 de Shah e Sekulić (2003).

A ideia da análise matricial consiste na procura de uma relação entre as temperaturas de entrada e saída de uma determinada unidade conhecendo sua efetividade. Considerando um trocador de calor genérico (ou um conjunto deles) mostrado na Figura 2-3, pode-se escrever:

$$\left. \begin{aligned} T_{1,s} &= (1 - P_1)T_{1,e} + P_1 T_{2,e} \\ T_{1,s} &= (1 - P_1)T_{1,e} + P_1 T_{2,e} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \mathbf{T}_s = \mathbf{M}\mathbf{T}_e \quad (2-78)$$

em que $\mathbf{T}_s$ e $\mathbf{T}_e$ representam os vetores de temperaturas de saída e entrada, respectivamente:

$$\mathbf{T}_s = \begin{bmatrix} T_{1,s} \\ T_{2,s} \end{bmatrix} \quad \mathbf{T}_e = \begin{bmatrix} T_{1,e} \\ T_{2,e} \end{bmatrix} \quad (2-79)$$

e $\mathbf{M}$ é a matriz térmica (matriz estática de transferência) correspondente dada por:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 - P_1 & P_1 \\ P_1 R_1 & 1 - P_1 R_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \quad (2-80)$$

sendo $P_2 = P_1 R_1$, emprega-se para relacionar P_1 e P_2 . No caso particular da Eq. (2-78) foi escrito uma relação entre $\mathbf{T}_s$ e $\mathbf{T}_e$, mas a relação matricial pode ser arbitrária. Por exemplo se pode escrever a seguinte relação (Sekulić *et al.*, 1999):

$$\begin{bmatrix} T_{1,e} \\ T_{2,s} \end{bmatrix} = \frac{1}{1 - P_1} \begin{bmatrix} 1 & -P_1 \\ P_1 R_1 & 1 - P_1(1 + R_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{1,s} \\ T_{2,e} \end{bmatrix} \quad (2-81)$$

Figura 2-3. Trocador de calor genérico (ou conjunto deles). (Sekulić *et al.*, 1999).

O método se pode ilustrar considerando dois trocadores de calor combinados em série em um arranjo global em contracorrente como mostrado na Figura 2-4. Na Figura 2-4, observam-se dois trocadores de calor, A e B, cada um de configuração arbitrária, combinados em série em uma configuração global em contracorrente formando a unidade C. As temperaturas do terminal situado à esquerda do trocador equivalente C ($T_{1,e}$ e $T_{2,s}$) se podem expressar em termos das outras duas temperaturas do terminal à direita conforme a Eq. (2-81). De forma similar, podem-se escrever as seguintes relações considerando os trocadores A e B:

Figura 2-4. (a) Trocadores de calor associados em série A e B. (b) Trocador de calor equivalente C. (Sekulić et al., 1999).

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} T_{1,e} \\ T_{2,s} \end{bmatrix} &= \mathbf{M}_A \begin{bmatrix} T_{1,A,s} \\ T_{2,A,e} \end{bmatrix} = \mathbf{M}_A \mathbf{M}_B \begin{bmatrix} T_{1,s} \\ T_{2,e} \end{bmatrix} \\
 &= \frac{1}{1-P_{1A}} \begin{bmatrix} 1 & -P_{1A} \\ P_{1A}R_1 & 1-P_{1A}(1+R_1) \end{bmatrix} \times \frac{1}{1-P_{1B}} \begin{bmatrix} 1 & -P_{1B} \\ P_{1B}R_1 & 1-P_{1B}(1+R_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{1,s} \\ T_{2,e} \end{bmatrix} \quad (2-82)
 \end{aligned}$$

Combinando as Eqs. (2-81) e (2-82) se obtém:

$$\frac{1}{1-P_1} \begin{bmatrix} 1 & -P_1 \\ P_1R_1 & 1-P_1(1+R_1) \end{bmatrix} = \prod_{i=A,B} \frac{1}{1-P_{1i}} \begin{bmatrix} 1 & -P_{1i} \\ P_{1i}R_1 & 1-P_{1i}(1+R_1) \end{bmatrix} \quad (2-83)$$

Rearranjando os termos da Eq. (2-83) se obtém:

$$P_1 = \frac{P_{1A} + P_{1B} - (1-R_1)P_{1A}P_{1B}}{1-R_1P_{1A}P_{1B}} \quad (2-84)$$

A relação anterior fornece a efetividade de temperatura do conjunto C em função da efetividade de temperatura de cada trocador individual, A e B e da razão entre as capacitâncias. A e B podem ser trocadores bem diferentes, por exemplo, um trocador compacto e um de casco e tubos, conectados em série, e com as correntes de fluidos dispostas em contracorrente. A Eq. (2-84) pode-se generalizar para n trocadores em serie como segue:

$$P_1 = \frac{\prod_{i=1}^n (1 - R_1 P_{1i}) - \prod_{i=1}^n (1 - P_{1i})}{\prod_{i=1}^n (1 - R_1 P_{1i}) - R_1 \prod_{i=1}^n (1 - P_{1i})} \quad (2-85)$$

Neste caso:

$$R_1 = R_{1A} = R_{1B} = \dots = R_{1i} \quad NUT_1 = \sum_{i=1}^n NUT_{1i} \quad (2-86)$$

Utilizando o mesmo procedimento, obtêm-se as relações da efetividade de para um acoplamento em série com um arranjo global em paralelo e para um acoplamento de n trocadores em paralelo. No caso do primeiro tipo de acoplamento a efetividade da temperatura se expressa (Shah e Sekulić, 2003; Domingos, 1969):

$$P_1 = \frac{1}{(1 + R_1)} \left\{ 1 - \prod_{i=1}^n [1 - (1 + R_1) P_{1i}] \right\} \quad (2-87)$$

Para um arranjo de n trocadores de calor em paralelo se obtêm:

$$P_1 = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_{1i}) \quad (2-88)$$

em que:

$$\frac{1}{R_1} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_{1i}}, \quad NUT_1 = \sum_{i=1}^n NUT_{1i} \quad (2-89)$$

Maiores detalhes se apresentam no trabalho original de Domingos (1969) e nas aplicações do método (Pignotti e Shah, 1992).

2.5 OUTROS PARÂMETROS DE DESEMPENHO TÉRMICO

A efetividade do trocador de calor, tanto ε quanto P , é um parâmetro muito empregado para descrever o desempenho térmico de trocadores de calor, como se pode notar dos desenvolvimentos expostos neste capítulo. Porém existem outros parâmetros que também são empregados para descrever o desempenho térmico de trocadores de calor. Esses parâmetros fornecem informações adicionais não contidas no balanço de energia, de onde provém a definição da efetividade, segundo afirmado no Capítulo 11 de Shah e Sekulić (2003), ou da própria definição da efetividade. Guo *et al.* (2002) examinaram as implicações e aplicabilidade do denominado princípio da uniformidade do campo das diferenças de temperaturas (CDT) em conexão com a efetividade ε . Eles estudaram diversos arranjos de escoamento e demonstraram teórica e experimentalmente que a efetividade é maior quando o CDT apresenta uma distribuição mais uniforme. Segundo esses autores, a efetividade aumenta através de um CDT mais uniforme. Isso se pode atingir redistribuindo a área de transferência de calor ou mudando a configuração do trocador de calor. O segundo aspecto foi realizado nos arranjos propostos e estudados em Cabezas-Gómez *et al.* (2008), Cabezas-Gómez *et al.* (2009), e Cabezas-Gómez *et al.* (2012). Os arranjos propostos nesses três trabalhos mostraram que um CDT mais uniforme configurou um aumento da efetividade ε , da eficiência do trocador de calor, η , e diminuiu a geração de entropia para um amplo intervalo de valores de NUT .

Também tem se mostrado que a ideia de um CDT mais uniforme está bastante relacionada com outras normas de caracterização do desempenho térmico com base na segunda lei da Termodinâmica. Uma dessas normas é denominada de norma de reversibilidade do trocador de calor (NRTC), Y_s , (HERN em inglês, *Heat Exchanger Reversibility Norm*), desenvolvida por Sekulić (1990) para um trocador de calor contracorrente puro gás-gás empregando a expressão de Bejan (1977) para a geração de entropia. Yilmaz *et al.* (2001) analisaram criticamente diversos outros critérios de avaliação do desempenho com base na segunda lei da Termodinâmica, e incluindo a NRTC. Baseando-se na avaliação tanto da geração de entropia, quanto da exergia do escoamento, os critérios analisados estão inter-relacionados. Segundo Yilmaz *et al.* (2001) a seleção de um determinado critério se deve basear nas suas características e limitações. London (1982) posicionou-se a favor da medida da entropia em vez da medida da exergia.

Segundo Sekulić (1990) o número de geração de entropia definido por Bejan (1977), dividido pelo número de geração da máxima entropia, possui o sentido de norma das irreversibilidades. A geração de entropia adimensional resultante, $1-Y_s$, é dada por:

$$1-Y_s = \frac{C^* \ln[1-\varepsilon(1-\tau^{-1})] + \ln[1-C^*\varepsilon(1-\tau)]}{C^* \ln \frac{C^*\tau+1}{(C^*+1)\tau} + \ln \frac{C^*\tau+1}{C^*+1}} \quad (2-90)$$

Na Eq. (2-90), τ representa a razão entre as temperaturas de entrada. Esta relação apenas considera as irreversibilidades devido à transferência de calor com uma diferença de temperaturas finita. Segundo a Eq. (2-90), a qualidade da transferência de calor num trocador de calor depende de três parâmetros: τ , C^* , e ε . Considerando a relação funcional da Eq. (2-4), a qualidade da transformação de energia, NRTC, expressa-se pela seguinte relação funcional geral (Sekulić, 1990):

$$NRTC = Y_s \sim f(\tau, C^*, NUT, \text{arranjo}) \quad (2-91)$$

O conceito da eficiência do trocador de calor, η , foi recentemente introduzido por Fakheri (2003, 2007), seguindo os passos do conceito da eficiência de uma aleta. Este conceito é baseado na comparação da transferência de calor real no trocador de calor com a ótima, que acontece apenas num trocador de calor contracorrente balanceado. A eficiência do trocador de calor é uma figura de mérito relacionada com a geração de entropia. Segundo Fakheri (2003) para um determinado trocador de calor e suas condições operacionais existe um trocador de calor ideal, que transfere uma quantidade de calor máxima e gera uma quantidade mínima de entropia. A eficiência de um trocador de calor tem-se considerado um parâmetro de avaliação já que ela fornece uma forma efetiva de analisar e projetar trocadores de calor e suas redes (Fakheri, 2007 e 2008). η se define como:

$$\eta = \frac{q}{q_{opt}} = \frac{q}{UA(\bar{T}_q - \bar{T}_f)} \quad (2-92)$$

A taxa de transferência de calor ótima, q_{opt} , é definida como o produto de UA pela diferença média aritmética de temperaturas, $DMAT$, que é a diferença entre as temperaturas

médias dos fluidos quente e frio, respectivamente, $\bar{T}_q$ e $\bar{T}_f$. Fakheri (2003) introduziu a eficiência do trocador de calor baseado no fato de q sempre ser menor que q_{opt} , que acontece apenas num trocador em contracorrente ideal balanceado. Assim, η , se pode calcular pela Eq. (2-92) para qualquer arranjo de um trocador de calor de fluxo cruzado. Fakheri (2006) desenvolveu a seguinte expressão que relaciona η e ε :

$$\eta = \frac{1}{NTU} \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon} - \frac{(1+C^*)}{2}} \quad (2-93)$$

A Eq. (2-93) se emprega no cálculo de η usando o valor da efetividade ε .

3 PROCEDIMENTO NUMÉRICO ANALÍTICO PARA CÁLCULO DA EFETIVIDADE DE TROCADORES DE CALOR DE FLUXO CRUZADO DE PASSOS MÚLTIPLOS

Neste capítulo, apresenta-se um procedimento computacional para calcular a efetividade de temperatura P e o fator de correção da $DMLT$, F , para arranjos de fluxo cruzado de passos múltiplos considerando diversas hipóteses de mistura dos fluidos interno e externo. Consideram-se configurações de fluxo cruzado, contracorrente-cruzado e paralelo-cruzado com um número arbitrário de passes do fluido interno e de fileiras de tubos por passe com base no procedimento descrito por Pignotti e Cordero (1983a) e na Figura 3-1. A gama de configurações que podem ser modeladas inclui inclusive os trocadores de fluxo cruzado misturado - não misturado, através da consideração de um número elevado de fileiras de tubos. O procedimento computacional abordado permite obter relações analíticas exatas que podem ser de grande aplicação no projeto de trocadores de calor de fluxo cruzado.

O procedimento adotado nesta seção permite obter resultados para condições de mistura dos fluidos interno e externo. Esta é a consideração de mistura total do fluido externo após cada fileira de tubos, e a consideração de mistura de várias correntes de fluido interno que escoam por vários tubos após um passe do mesmo pelo trocador de calor. Como o procedimento abordado é complexo foram desenvolvidos dois códigos computacionais para seu uso, um na plataforma Matlab 2015 e o outro na plataforma Maple 18. O uso deste último é justificado pelo fato da dificuldade de obter as relações analíticas para arranjos complexos ou de muitas fileiras de tubos. A seguir, apresenta-se a metodologia empregada, expondo as equações de balanço essenciais e os algoritmos desenvolvidos. Entretanto, devido à complexidade envolvida na derivação de todas as relações, recomenda-se consultar os trabalhos de Pignotti e Cordero (1983a, b) para analisar detalhadamente o procedimento aqui exposto. A novidade do trabalho desenvolvido nesta seção está relacionada com o fato de fornecer os códigos computacionais operacionais, o que não é uma tarefa trivial, e que ainda permite o uso da metodologia para modelagem de muitos arranjos de trocadores de calor de fluxo cruzado de interesse industrial. Uma explicação detalhada deste procedimento é apresentada em Magazoni (2016).

Figura 3-1. Trocadores de calor com escoamentos cruzados. (a) Aletado com ambos os fluidos não misturados. (b) Não-aletado com um fluido misturado e o outro não misturado. (Incropera *et al.* (2006)).

3.1 METODOLOGIA DO CÁLCULO

Como apresentado na seção 2.3, o fator de correção F da $DMLT$ é calculado em função de NUT , R e P pela Eq. (2-72). Considerando essa equação o fator F , pode-se calcular pela seguinte função:

$$F = \chi(R, P) / NUT \quad (3-1)$$

em que

$$\chi(R, P) = \begin{cases} \frac{1}{R-1} \ln \left(\frac{1-P}{1-RP} \right) & \text{para } R \neq 1 \\ \frac{P}{(1-P)} & \text{para } R = 1 \end{cases} \quad (3-2)$$

Nas relações anteriores, P representa a efetividade de temperatura para o fluido externo (fluido 1). Dessa forma, NUT e R também são referenciados ao lado externo.

Por conveniência, assume-se que o fluido externo é o frio e o fluido interno é o quente. Para fins de obtenção das relações empregadas no procedimento, a simbologia de Pignotti e

Cordero (1983a), adota-se na medida da necessidade. Nesse caso, a temperatura do fluido quente (interno) se denota por T e a do fluido frio (externo) por t , respectivamente. Também se empregam os subíndices I e F para denotar os valores iniciais e finais da temperatura de ambos os fluidos, tanto numa fileira, quanto no trocador todo. Os subíndices p e q são empregados para denotar o passe ou a fileira referida. Estes valores podem variar de 1 até N_p , e de 1 até N_r , respectivamente, na direção do escoamento do fluido externo (assume-se ar). Dessa forma:

$$R = \frac{C_f}{C_q} = \frac{T_I - T_F}{t_F - t_I} \quad (3-3)$$

Conforme Pignotti e Cordero (1983a) os tubos são organizados em N_p passes conectados em série, cada qual consistindo de N_r fileiras conectadas em paralelo, como mostrado na Figura 3-2. O fluido no tubo assume-se completamente misturado em cada seção transversal e sua temperatura varia continuamente ao longo da coordenada adimensional x de cada fileira, $T_{(p,q)}(x)$, sendo uma função discreta dos índices do passe e da fileira, p e q . Enquanto que x varia de 0 a 1 na direção de escoamento do fluido interno. Os casos extremos de mistura do fluido interno, completamente misturado e não misturado dentro de cada passe se determinam pelas soluções para N_r igual a 1 e a infinito, respectivamente. Entre cada passe se assumem três condições de mistura: completamente misturado, não misturado com uma ordem idêntica das fileiras e não misturado com uma ordem invertida das fileiras (casos A , B , e C da Figura 3-2, respectivamente).

Figura 3-2. Configurações estudadas por Pignotti e Cordero (1983a,b) e Magazoni (2016).

Em relação à mistura do ar, consideram-se duas alternativas nas quais se considera que o ar não se mistura quando passa pela fileira de tubos. A primeira consiste na mistura total do ar entre duas fileiras consecutivas (casos 1 e 2), e a segunda onde o ar não se mistura (casos 3 e 4). Além disso, quando há mais de um passe dos tubos se tratam dois tipos de arranjos, o arranjo contracorrente-cruzado (casos 2 e 4) e o paralelo-cruzado (casos 1 e 3). Desta forma podem-se gerar um total de 12 configurações diferentes em função dos valores de N_p e N_r . Na Figura 3-2 $N_p = 2$ e $N_r = 2$ em todos os casos. Na obtenção de todas as equações se consideram as mesmas hipóteses consideradas na seção 2.1. Ainda é considerada uma distribuição uniforme do fluxo de ar na face de entrada do trocador de calor.

Após um balanço de energia local no fluido quente através de um ângulo $d\omega$ conforme indicado na Figura 3-3, temos que a variação da temperatura do ar em cada fileira simples é obtida da seguinte equação de transferência de calor (Pignotti e Cordero, 1983a):

Figura 3-3. Superfície de controle para balanço de energia local no fluido interno e externo de acordo com Magazoni *et al* (2019)

$$\frac{C_f}{LN_t} \frac{\partial t(x, \omega)}{\partial \omega} = UD[T(x) - t(x, \omega)], \quad 0 \leq \omega \leq \pi \quad (3-4)$$

em que L é o comprimento de cada tubo, N_t é o número de tubos por fileira, ω é o ângulo central do tubo, e D é o diâmetro do tubo.

Integrando a Eq (3-4) em ω para um valor fixo de x , resulta:

$$t_F(x) = \rho t_I(x) + (1 - \rho)T(x) \quad (3-5)$$

onde

$$t_F(x) = t(x, \pi); \quad t_I(x) = t(x, 0); \quad \rho = e^{-NUT/N}; \quad N = N_r N_p \quad (3-6)$$

A variação da temperatura do fluido interno se obtém da seguinte relação (Pignotti e Cordero, 1983a):

$$-(C_q/N_r)dT = C_f[t_F(x) - t_I(x)]dx = (1 - \rho)[T(x) - t_I(x)]C_f dx \quad (3-7)$$

que resulta em:

$$\frac{dT}{dx} = -\lambda [T(x) - t_I(x)] \quad (3-8)$$

em que o parâmetro λ é calculado por:

$$\lambda = RN_r(1 - \rho) = R_r(1 - \rho) \quad (3-9)$$

sendo $R_r = R \cdot N_r$. Considerando um perfil de entrada do ar na fileira, t_I , e um valor inicial da temperatura do fluido interno, $T(0)$, obtém-se uma solução particular da Eq. (3-8):

$$T(x) = e^{-\lambda x} \left[T(0) + \lambda \int_0^x e^{\lambda y} t_I(y) dy \right] \quad (3-10)$$

As Eqs. (3-5) e (3-10) definem completamente as variações da temperatura do ar e do fluido interno numa fileira. Segundo Pignotti e Cordero (1983a) a aplicações dessas equações em fileiras sucessivas permite a solução para qualquer arranjo de escoamento. Esse método tem sido aplicado em vários trabalhos (Nicole, 1972; Schedwill, 1968; e Braun, 1975). De fato, integrando a Eq. (3-10) para o caso de um trocador de calor com apenas uma fileira ($p = 1$ e $q = 1$), obtém-se:

$$T_{(p,q)}(x) = T_{(1,1)}(x) = (T_{(1,1)}(0) - t_{I(1,1)})e^{-\lambda x} + t_{I(1,1)} \quad (3-11)$$

Neste caso o ar é misturado após a passagem pelo tubo. Usando as Eqs. (3-5) e (3-11) resulta a temperatura média do ar na saída:

$$t_{F(1,1)} = \int_0^1 t_{F(1,1)}(x) dx = t_{I(1,1)} + \frac{1 - e^{-\lambda}}{R_r} (T_{I(1,1)} - t_{I(1,1)}) \quad (3-12)$$

Empregando a definição de P , se obtém:

$$P = (t_{F(1,1)} - t_{I(1,1)}) / (T_{I(1,1)} - t_{I(1,1)}) = \frac{1 - e^{-\lambda}}{R_r} = \frac{1}{R} \left[1 - e^{-R(1 - e^{-NUT})} \right] \quad (3-13)$$

Note que a Eq. (3-13) é igual à Eq. (2-32).

A Eq. (3-13) é válida para qualquer fileira no caso do ar ser completamente misturado entre elas, assim $P_r = P$ e, também, para um trocador de calor em fluxo cruzado com apenas uma fileira de tubos. Em alguns casos especiais como o descrito pela Eq. (3-13) o fator F é calculado diretamente de R e P , porém na maioria dos casos o fator P se calcula inicialmente em função de R e NUT , e F , pode-se calcular posteriormente pela Eq. (3-1).

Para um arranjo de um passe do fluido interno e N_r fileiras em paralelo, com o ar completamente misturado entre elas são válidas as seguintes relações (Pignotti e Cordero, 1983a):

$$\prod_{q=1}^{N_r} \frac{T_{I(p)} - t_{F(p,q)}}{T_{I(p)} - t_{I(p,q)}} = (1 - P_r)^{N_r} = \frac{T_{I(p)} - t_{F(p,N_r)}}{T_{I(p)} - t_{I(p,1)}} = 1 - P_p \quad (3-14)$$

de onde

$$P_p = 1 - (1 - P_r)^{N_r} \quad (3-15)$$

Estas relações são generalizadas, sendo descritas em termos das efetividades de temperatura de um passe e uma fileira, respectivamente. Para um passe $P = P_p$. O valor de P_r se obtém da Eq. (3-13). Esta solução é apresentada em Domingos (1969). De fato, a Eq. (3-15) é a solução obtida para um trocador de calor com uma das correntes escoando em paralelo (fileiras de tubos) (Eqs. (25) e (26) de Domingos, 1969). Note que neste caso o valor de entrada da temperatura do fluido interno é o mesmo em cada fileira ($T_{(p,q)}(0) = T_{I(p)}$), e o valor da temperatura do ar na saída de uma fileira é igual ao da entrada da próxima fileira ($t_{I(p,q+1)} = t_{F(p,q)}$).

A solução para o caso de um passe pode-se generalizar para N_p do fluido interno considerando o ar completamente misturado após cada fileira de tubos e o fluido dos tubos completamente misturado após cada passe no trocador de calor. O fluido interno escoa em paralelo em relação ao fluido externo quando vai de um passe para o outro, formando uma

configuração paralelo-cruzada. Este é o caso 1A de Pignotti e Cordero (1983a), mostrado na Figura 3-2(a), em que se ilustra o arranjo paralelo-cruzado com dois passes do fluido interno e dois circuitos por passe ($N_p = 2$, $N_r = 2$). O fluido interno mistura completamente após o primeiro passe e o fluido externo após cada fileira de tubos.

Neste caso o arranjo é modelado como uma sequência de trocadores de calor conectados em paralelo, cada um contendo N_r fileiras:

$$P = \left\{ 1 - \left[1 - P_p (1 + R) \right]^{N_p} \right\} / (1 + R) \quad (3-16)$$

As Eqs. (3-13) e (3-15) devem ser usadas para calcular P_r e P_p , respectivamente, enquanto a Eq. (3-16) se usa para calcular P . F se calcula da Eq. (3-1). Neste caso $t_{I(p+1)} = t_{F(p)}$, e $T_{I(p+1)} = T_{F(p)}$. O algoritmo de cálculo empregado para este caso, mostra-se na Figura 3-4. Como se pode notar os cálculos se efetuam sem nenhum tipo de laço condicional, nem de iteração.

Figura 3-4. Algoritmo de cálculo de P e F para o caso 1A. (Magazoni, 2016).

Para os casos 1B e 1C de Pignotti e Cordero (1983a), mostrados nas Figuras 3-2(b) e (c), empregam-se as Eqs. (3-11) e (3-12) na sua forma adimensional (Eqs. 3-17 e 3-18) com o

intuito de calcular os valores das temperaturas adimensionais de ambos os fluidos em cada passe, $\theta_{F(p,q)}$ e $\tau_{F(p,q)}$:

$$\tau_{F(p,q)} = P_r R_r \theta_{I(p,q)} + (1 - P_r R_r) \tau_{I(p,q)} \quad (3-17)$$

e

$$\theta_{F(p,q)} = (1 - P_r) \theta_{I(p,q)} + P_r \tau_{I(p,q)} \quad (3-18)$$

considerando as seguintes definições das variáveis adimensionais:

$$\theta_{I(p,q)} = \frac{t_{I(p,q)} - t_I}{T_I - t_I}, \quad \theta_{F(p,q)} = \frac{t_{F(p,q)} - t_I}{T_I - t_I} \quad (3-19)$$

e

$$\tau_{I(p,q)} = \frac{T_{I(p,q)} - t_I}{T_I - t_I}, \quad \tau_{F(p,q)} = \frac{T_{F(p,q)} - t_I}{T_I - t_I} \quad (3-20)$$

As expressões que relacionam os valores das temperaturas adimensionais do ar e do fluido entre passes e seus valores iniciais são, respectivamente:

$$\theta_{I(p,q+1)} = \theta_{F(p,q)}, \quad \theta_{I(p+1,q)} = \theta_{F(p,N_r)} \quad (3-21a)$$

$$\tau_{I(p+1,q)} = \begin{cases} \tau_{F(p,q)}, & \text{caso 1B} \\ \tau_{F(p,N_r+1-q)}, & \text{caso 1C} \end{cases} \quad (3-21b)$$

e

$$\tau_{I(1,1)} = 1, \theta_{I(p,q)} = 0 \quad (3-21c)$$

Na Figura 3-5, apresenta-se o algoritmo de cálculo para os dois casos (1B e 1C). No início do algoritmo a Eq. (3-13) se emprega para calcular P_r , calculando-se também os demais parâmetros iniciais, R_r , ρ e λ . O fator de correção se calcula pela Eq. (3-1) determinando primeiramente a efetividade de temperatura P pela Eq. (3-22):

$$P = \theta_{F(N_p, N_r)} \quad (3-22)$$

Para determinar P é necessário calcular θ_F na saída do trocador através da lógica de cálculo mostrada na Figura 3-5 considerando as Eqs. (3-17) - (3-21). No algoritmo da Figura 3-5, mostra-se a necessidade de empregar três laços condicionais, dois na variável q relacionada com o número de fileiras em cada passe, N_r , e um com a variável p relacionada com o número de passes, N_p .

Figura 3-5. Algoritmo de cálculo de P e F para os casos 1B e 1C. (Magazoni, 2016).

Soluções similares são obtidas para as configurações contracorrente-cruzadas, casos 2A, 2B e 2C de Pignotti e Cordero (1983a), respectivamente. Em todos esses casos o ar está completamente misturado após cada fileira de tubos, ver Figura 3-2.

O arranjo do caso 2A é mostrado na Figura 3-2(d). Neste caso o fluido interno realiza N_p passes e se mistura completamente após cada passe, escoando em contracorrente-cruzado em relação ao fluido externo. Assim, o arranjo modela-se como uma sequência de trocadores de calor conectados em contracorrente, cada um contendo N_r fileiras:

$$P = \begin{cases} \frac{1 - \left[(1 - P_p) / (1 - RP_p) \right]^{N_p}}{1 - R \left[(1 - P_p) / (1 - RP_p) \right]^{N_p}}, & R \neq 1 \\ P / [P + N_p(1 - P)], & R = 1 \end{cases} \quad (3-23)$$

Esta solução para um arranjo contracorrente-cruzado também foi obtida por Domingos (1969) (ver Eqs. 17 e 19) e Kays e London (1998). Novamente, as Eqs. (3-13) e (3-15) devem ser usadas para calcular P_r e P_p , respectivamente. F é calculado da Eq. (3-1) fazendo uso da Eq. (3-23). Neste caso $t_{I(p+1)} = t_{F(p)}$, e $T_{F(p+1)} = T_{I(p)}$. O algoritmo de cálculo empregado para este caso 2A é mostrado na Figura 3-6. No caso 2A não se necessita nenhum tipo de laço condicional, nem iteração.

Figura 3-6. Algoritmo de cálculo de P e F para o caso 2A. (Magazoni, 2016).

Para os casos 2B e 2C, cujos arranjos se mostram nas Figuras 3-2(e) e (f) se empregam as Eqs. (3-11) e (3-12) na sua forma adimensional através das Eqs. (3-24) e (3-25) com o intuito de calcular os valores das temperaturas adimensionais de ambos os fluidos em cada passe, $\theta_{I(p,q)}$ e $\tau_{F(p,q)}$:

$$\tau_{F(p,q)} = P_r R_r \theta_{I(p,q)} + (1 - P_r R_r) \tau_{I(p,q)} \quad (3-24)$$

e

$$\theta_{I(p,q)} = \frac{\theta_{F(p,q)}}{(1 - P_r)} - \frac{\tau_{I(p,q)} P_r}{(1 - P_r)} \quad (3-25)$$

Note que a Eq. (3-24) é igual a Eq. (3-17). As variáveis adimensionais empregadas nas Eqs. (3-24) e (3-25) se definem por:

$$\theta_{I(p,q)} = \frac{t_{I(p,q)} - t_F}{T_I - t_F}, \quad \theta_{F(p,q)} = \frac{t_{F(p,q)} - t_F}{T_I - t_F} \quad (3-26)$$

e

$$\tau_{I(p,q)} = \frac{T_{I(p,q)} - t_F}{T_I - t_F}, \quad \tau_{F(p,q)} = \frac{T_{F(p,q)} - t_F}{T_I - t_F} \quad (3-27)$$

Já as expressões que relacionam os valores das temperaturas adimensionais do ar e do fluido entre passes e seus valores iniciais expressam-se como:

$$\theta_{F(p,q-1)} = \theta_{I(p,q)}, \quad \theta_{F(p-1,N_r)} = \theta_{I(p,1)} \quad (3-28a)$$

$$\tau_{I(p-1,q)} = \begin{cases} \tau_{F(p,q)}, & \text{caso 2B} \\ \tau_{F(p,N_r+1-q)}, & \text{caso 2C} \end{cases} \quad (3-28b)$$

e

$$\tau_{I(N_p,q)} = 1, \quad \theta_{F(N_p,N_r)} = 0 \quad (3-28c)$$

Na Figura 3-7, apresenta-se o algoritmo de cálculo para esses dois casos (2B e 2C). No início do algoritmo a Eq. (3-13) é empregada para calcular P_r , calculando-se também os demais parâmetros iniciais, R_r , ρ e λ . Utilizando as Eqs. (3-24) e (3-25) e as Eqs (3-28a, b e c), calcula-se a efetividade de temperatura P pela Eq. (3-29), e conseqüentemente o fator de correção F pela Eq. (3-1):

$$P = \theta_{I(1,1)} / (\theta_{I(1,1)} - 1) \quad (3-29)$$

Figura 3-7. Algoritmo de cálculo de P e F para os casos 2B e 2C. (Magazoni, 2016).

No algoritmo mostrado na Figura 3-7, também é necessário empregar três laços condicionais, dois na variável q relacionada com o número de fileiras em cada passe, N_r , e um com a variável p relacionada com o número de passes, N_p .

A consideração do ar não misturado entre as fileiras aumenta a complexidade o procedimento de cálculo. De forma geral, aplicam-se novamente as Eqs. (3-5) e (3-10), derivadas para uma fileira simples, para calcular os perfis de temperatura em termos das temperaturas adimensionais. Pignotti e Cordero (1983a) apresentam esses perfis de temperatura como produtos de polinômios em x e exponenciais $\exp(\pm\lambda x)$ considerando os perfis da temperatura de entrada e de saída do ar (fluido externo) da fileira e do perfil da temperatura do fluido interno:

$$\theta_{I(p,q)}(x) = e^{-\lambda x} \sum_{k=0}^{N_a} a_{k(p,q)} x^k + e^{\lambda x} \sum_{k=0}^{N_a} \alpha_{k(p,q)} x^k \quad (3-30a)$$

$$\tau_{(p,q)}(x) = e^{-\lambda x} \sum_{k=0}^{N_b} b_{k(p,q)} x^k + e^{\lambda x} \sum_{k=0}^{N_b} \beta_{k(p,q)} x^k \quad (3-30b)$$

$$\theta_{F(p,q)}(x) = e^{-\lambda x} \sum_{k=0}^{N_c} c_{k(p,q)} x^k + e^{\lambda x} \sum_{k=0}^{N_\gamma} \gamma_{k(p,q)} x^k \quad (3-30c)$$

Na Eq. (3-30) N_a , N_b , N_c , N_α , N_β , e N_γ representam os limites superiores das somatórias definidos em Pignotti e Cordero (1983a) para números ímpar e par de passes, respectivamente.

Para um número ímpar de passes:

$$i = (N_p + 1)/2 \quad (3-31a)$$

$$N_a + 1 = N_b = N_c = (i - 1)N_r - 1 + q \quad (3-31b)$$

$$N_\alpha = N_\beta = N_\gamma = (i - 1)N_r - 1 \quad (3-31c)$$

Para um número par de passes:

$$i = N_p / 2 \quad (3-32a)$$

$$N_a + 1 = N_b = N_c = (i - 1)N_r - 1 + q \quad (3-32b)$$

$$N_\alpha = N_\beta = N_\gamma = iN_r - 1 \quad (3-32c)$$

Nas Eqs. (3-31) e (3-32) um valor negativo dos limites superiores indica que a somatória se reduz a zero. Já a_k , b_k , c_k , α_k , β_k , e γ_k , representam os coeficientes nos diversos perfis de temperatura da Eq. (3-30). Estes coeficientes são determinados por diversas equações de recorrência apresentadas em Pignotti e Cordero (1983a). Para um mesmo passe, obtêm-se as seguintes relações. Primeiramente:

$$\theta_{I(p,q+1)}(x) = \theta_{F(p,q)}(x) \quad (3-33)$$

Substituindo a relação anterior nas Eqs. (3-30a) e (3-30b) resulta:

$$a_{k(p,q+1)} = c_{k(p,q)} \quad (3-34a)$$

e

$$\alpha_{k(p,q+1)} = \gamma_{k(p,q)} \quad (3-34b)$$

Das Eqs. (3-5) e (3-10) na forma adimensional, e (3-30a) - (3-30c) se obtém:

$$\beta_{k(p,q)} = \frac{1}{2k!} \sum_{j=k}^{N_\beta} \alpha_{j(p,q)} j! \left(-\frac{1}{2\lambda} \right)^{j-k} \quad (3-35a)$$

$$\gamma_{k(p,q)} = \rho \alpha_{k(p,q)} + (1 - \rho) \beta_{k(p,q)} \quad (3-35b)$$

$$b_{0(p,q)} = \tau_{(p,q)}(0) - \beta_{0(p,q)} \quad (3-35c)$$

$$b_{k(p,q)} = \lambda a_{k-1(p,q)} / k, \quad k \geq 1 \quad (3-35d)$$

$$c_{k(p,q)} = \rho \alpha_{k(p,q)} + (1 - \rho) b_{k(p,q)} \quad (3-35e)$$

Quando se efetua a mudança para o próximo passe se obtém:

$$\theta_{I(p+1,1)}(x) = \theta_{F(p,N_r)}(1-x) \quad (3-36)$$

resultando:

$$a_{k(p+1,1)} = (-1)^k \frac{e^\lambda}{k!} \sum_{j=k}^{N_a} \gamma_{j(p,N_r)} j! / (j-k)! \quad (3-37a)$$

$$\alpha_{k(p+1,1)} = (-1)^k \frac{e^{-\lambda}}{k!} \sum_{j=k}^{N_a} c_{j(p,N_r)} j! / (j-k)! \quad (3-37b)$$

As variáveis adimensionais são definidas de forma que $\theta_{I(1,1)} = 0$, resultando nas seguintes variáveis de entrada para ambos os fluidos.

Fluido externo:

$$a_{k(1,1)} = \alpha_{k(1,1)} = 0 \quad (3-38)$$

Fluido interno, primeiro passe:

$$\tau_{I(l,q)}(0)=1 \quad (3-39)$$

Fluido interno, passes subsequentes:

$$\tau_{(p+1,q)}(0)=\begin{cases} \tau_{F(p)}, & \text{caso 3A} \\ \tau_{(p,q)}(1), & \text{caso 3B} \\ \tau_{(p,N_r+1-q)}(1), & \text{caso 3C} \end{cases} \quad (3-40)$$

Para o ar não misturado também se consideram duas configurações globais, a paralelo-cruzada (Casos 3A, 3B e 3C) e a contracorrente-cruzada (Casos 4A, 4B e 4C). As expressões descritas nas Eqs. (3-30) - (3-40) são utilizadas para ambos os casos 3 e 4 de Pignotti e Cordero (1983a). As três variantes do caso 3, mostradas nas Figuras 3-2(g), (h), e (i) foram implementadas num mesmo algoritmo, que se apresenta na Figura 3-8. Em todas as variantes do caso 3 se definem as seguintes temperaturas adimensionais:

$$\begin{aligned} \tau_{(p,q)}(x) &= \frac{T_{(p,q)}(x) - t_I}{T_I - t_I}, \quad \theta_{I(p,q)}(x) = \frac{t_{I(p,q)}(x) - t_I}{T_I - t_I}, \\ \theta_{F(p,q)}(x) &= \frac{t_{F(p,q)}(x) - t_I}{T_I - t_I} \end{aligned} \quad (3-41)$$

Figura 3-8. Algoritmo de cálculo de P e F para os casos 3A, 3B e 3C. (Magazoni, 2016).

Dessa forma para o caso 3, em geral, a efetividade de temperatura P se calcula pela Eq. (3-42) em função da temperatura adimensional média do fluido interno no último passe, obtida da Eq. (3-30b) e expressa na Eq. (3-43):

$$P = 1 - \tau_{F(N_p)} / R \quad (3-42)$$

e

$$\tau_{F(p=N_p)} = \frac{1}{N_r} \sum_{q=1}^{N_r} \tau_{(p,q)}(1) = \frac{1}{N_r} \sum_{q=1}^{N_r} \left[e^{-\lambda x} \sum_{k=0}^{N_b} b_{k(p,q)} x^k + e^{\lambda x} \sum_{k=0}^{N_\beta} \beta_{k(p,q)} x^k \right] \quad (3-43)$$

Após o cálculo de P pela Eq. (3-42), o fator de correção F se calcula pela Eq. (3-1). Para calcular P os parâmetros do modelo são calculados na seguinte ordem: todos os coeficientes de cada passe são calculados empregando as Eqs. (3-34) - (3-35) a partir da condição de entrada. As Eqs. (3-38) e (3-39) fornecem as condições de entrada para o primeiro passe, enquanto as Eqs. (3-37) e (3-40) são usadas como condições de entrada nos demais passes. A única diferença entre os casos 3A, 3B e 3C reside no cálculo das condições de entrada de cada passe dada pela Eq. (3-40).

No algoritmo mostrado na Figura 3-8, é necessário empregar seis laços condicionais, um na variável q relacionada com o número de fileiras em cada passe, N_r , um com a variável p relacionada com o número de passes, N_p , e quatro com a variável k relacionada com o número de fileiras ou passes para calcular os coeficientes a_k , b_k , c_k , α_k , β_k , e γ_k . O cálculo desses coeficientes define o cálculo das condições de entrada nas respectivas fileiras e passes, assim como os perfis de temperatura desejados.

O cálculo das relações e obtenção das soluções para os casos 4 (A, B e C) são mais complexos. As três variantes foram codificadas em MATLAB em dois programas separados, um para o caso 4A, e outro para os casos 4B e 4C.

Um esquema dos arranjos tratados no caso 4A de Pignotti e Cordero (1983a) se apresenta na Figura 3-2(j). As temperaturas adimensionais deste caso se definem por:

$$\begin{aligned} \theta_{I(p,q)}(x) &= \frac{t_{I(p,q)}(x) - t_I}{T_F - t_I}, & \theta_{F(p,q)}(x) &= \frac{t_{F(p,q)}(x) - t_I}{T_F - t_I}, \\ \tau_{(p,q)}(x) &= \frac{T_{(p,q)}(x) - t_I}{T_F - t_I} \end{aligned} \quad (3-44)$$

Devido a esta distribuição da temperatura adimensional do fluido interno, a sua relação na Eq. (3-44) assume o valor unitário na saída do trocador de calor $\tau_F = 1$:

$$\tau_F = \tau_{F(1)} = \frac{1}{N_r} \sum_{q=1}^{N_r} \tau_{(1,q)}(1) = 1 \quad (3-45)$$

Já que os valores da temperatura adimensional de entrada do fluido interno não são conhecidos (arranjo em contracorrente), o cálculo dos coeficientes a , b , e c se efetua separadamente (Pignotti e Cordeiro, 1983) como segue:

$$a_{k(p,q)} = a'_{k(p,q)} \tau_p(0) - a''_{k(p,q)} \quad (3-46a)$$

$$b_{k(p,q)} = b'_{k(p,q)} \tau_p(0) - b''_{k(p,q)} \quad (3-46b)$$

$$c_{k(p,q)} = c'_{k(p,q)} \tau_p(0) - c''_{k(p,q)} \quad (3-46c)$$

Os coeficientes a' , a'' , b' , b'' , c' , e c'' satisfazem as Eqs. (3-34a), (3-35d), e (3-35e), enquanto a Eq. (3-35c) se substitui por:

$$b'_{0(p,q)} = 1 \quad (3-47a)$$

e

$$b''_{0(p,q)} = -\beta_{0(p,q)} \quad (3-47b)$$

Os valores de entrada para cada passe se formulam por:

$$a'_{k(p,1)} = 0 \quad (3-48a)$$

e

$$a''_{k(p,1)} = a_{k(p,1)} \quad (3-48b)$$

Utilizando as Eqs. (3-47a) e (3-48a) e as equações de recorrência (3-34a), (3-35d) e (3-35e), pode-se notar que os coeficientes $a'_{k(p,q)}, b'_{k(p,q)}, e c'_{k(p,q)}$ são os mesmos em cada passe. Logo, estes podem ser definidos sem o índice referente ao passe, $a'_{k(p,q)} = a'_{k(q)}, b'_{k(p,q)} = b'_{k(q)}, e c'_{k(p,q)} = c'_{k(q)}$.

A condição relacionada com a mistura completa do fluido interno entre os passes, implica em:

$$\tau_{F(p)} = \frac{1}{N_r} \sum_{q=1}^{N_r} \tau_{(p,q)} \quad (1) \quad (3-49a)$$

e

$$\tau_{F(p)} = f \tau_p(0) + g_p \quad (3-49b)$$

onde os parâmetros f e g são definidos como segue:

$$f = \frac{e^{-\lambda}}{N_r} \sum_{q=1}^{N_r} \left\{ \sum_{k=0}^{q-1} b'_{k(q)} \right\} \quad (3-50a)$$

e

$$g = \frac{1}{N_r} \sum_{q=1}^{N_r} \left[e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{N_b} b''_{k(p,q)} + e^{\lambda} \sum_{k=0}^{N_\beta} \beta_{k(p,q)} \right] \quad (3-50b)$$

Note que os parâmetros f e g são funções de R e NUT . Como os coeficientes β e b'' são nulos dentro do primeiro passe do fluido interno, $g_{(1)}$ é zero (Pignotti e Cordero, 1983a). A efetividade de temperatura é calculada pela Eq. (3-51) em função da temperatura adimensional média do fluido interno no último passe na sua entrada, saída do ar:

$$P = (\tau_{(N_p)}(0) - 1) / (R \tau_{(N_p)}(0)) \quad (3-51)$$

Após o cálculo de P pela Eq. (3-51), o fator de correção F se calcula pela Eq. (3-1).

Já que o valor da temperatura média do fluido interno na entrada do último passe não se conhece, é necessário realizar um processo de cálculo complexo mostrado na Figura 3-9.

Figura 3-9. Algoritmo de cálculo de P e F para os casos 4A. (Magazoni, 2016).

De forma geral, usa-se o seguinte procedimento, calculam-se todos os coeficientes necessários em cada passe pelas Eqs. (3-34a,b), (3-35a,b), (3-35c,d), (3-47a) e (3-47b) e as condições de entrada pelas Eqs. (3-48a,b) e as Eqs. (3-37a,b) e (3-38) para cada passe do fluido interno; posteriormente a Eq. (3-49b) é aplicada sucessivamente em cada passe até poder calcular $\tau_{(Np)}(0)$ e o valor de P da Eq. (3-51).

No algoritmo mostrado na Figura 3-9, é necessário empregar sete laços condicionais. Seis são similares aos apresentados na Figura 3-8; um na variável q relacionada com o número de fileiras em cada passe, N_r ; um com a variável p relacionada com o número de passes, N_p ; e quatro com a variável k relacionada com o número de fileiras ou passes do fluido interno para calcular os coeficientes $a_k, a'_k, a''_k, b_k, b'_k, b''_k, c_k, c'_k, c''_k, \alpha_k, \beta_k, e \gamma_k$. O sétimo laço está relacionado com o cálculo de l para atualização de alguns parâmetros no início do algoritmo. Este laço condicional é de extrema importância para o cálculo correto da efetividade e do fator de correção e não se apresenta no artigo de Pignotti e Cordero (1983a). O que foi posteriormente implementado por Magazoni (2016).

Nas Figuras 3-2(k) e 3-2(l), apresentam-se esquematicamente os arranjos típicos dos casos 4B e 4C, respectivamente. Nestes dois casos, as temperaturas adimensionais são as mesmas definidas para o caso 4A, Eq. (3-44). O valor da efetividade de temperatura P para os casos 4B e 4C são determinados pela seguinte relação em função da temperatura média adimensional de saída do fluido interno, τ_F expressa pela Eq. (3-53):

$$P = (1 - \tau_F) / R \quad (3-52)$$

e

$$\tau_F = \frac{1}{N_r} \sum_{q=1}^{N_r} \tau_{(1,q)}(1) = \frac{1}{N_r} \sum_{q=1}^{N_r} \left[e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{q-1} b_{k(1,q)} \right] \quad (3-53)$$

O cálculo de τ_F requer da solução de um sistema de equações decorrente do desconhecimento da temperatura de entrada do fluido interno dos tubos em cada fileira de tubos. Após o cálculo de P pela Eq. (3-33) se calcula o fator de correção F através da Eq. (3-1). O sistema de equações lineares se define como segue:

$$\sum_{l=1}^{N_r} [C'_{i,j} \tau_{l,j}(0)] = 1 \quad (3-54)$$

Para o cálculo de $C'_{i,j}$, emprega-se o procedimento a seguir apresentado.

1. Definindo as seguintes variáveis:

$$\begin{aligned} \tau_{(1,j)}(0) &= 1, \text{ para } q = j \\ \tau_{(1,j)}(0) &= 0, \text{ para } q \neq j \end{aligned} \quad (3-55)$$

Calculam-se os coeficientes para o primeiro passe pelas Eqs. (3-34) e (3-35), e as condições de entrada segundo a Eq. (3-38).

2. Os valores de entrada para os próximos passes são calculados pelas Eqs. (3-37a,b) e a condição:

$$\tau_{(p+1,q)}(1) = \begin{cases} \tau_{(p,q)}(0), & \text{caso 4B} \\ \tau_{(p,N_r+1-q)}(0), & \text{caso 4C} \end{cases} \quad (3-56)$$

O que permite calcular $\tau_{(p+1,q)}(0)$ segundo:

$$\tau_{(p+1,q)}(0) = e^{\lambda} \tau_{(p,q)}(0) - e^{2\lambda} \sum_{k=0}^{N_\beta} \beta_{k(p+1,q)} + \beta_{0(p+1,q)} - \sum_{q=1}^{N_b} b_{k(p+1,q)} \quad (3-57)$$

3. Utilizam-se novamente as Eqs. (3-34) e (3-35) para determinar os coeficientes necessários para o cálculo de $\theta_I(x)$, $\tau(x)$, e $\theta_F(x)$.

4. Quando se chega ao último passe, como $\tau_{(N_p,q)}(0) = 1$, se simplifica a Eq. (3-57) e a seguinte expressão é obtida para $i = 1, \dots, N_r$:

$$C'_{i,j} = e^{\lambda} \tau_{(N_p-1,i)}(0) - e^{2\lambda} \sum_{k=0}^{N_\beta} \beta_{k(N_p,i)} + \beta_{0(N_p,i)} - \sum_{q=1}^{N_b} b_{k(N_p,i)} \quad (3-58)$$

5. Os passos 1 a 4 são repetidos para todos os valores de j entre 1 e N_r .

6. O sistema de equações representado pela Eq. (3-54) fornece os valores de $\tau_{(1,q)}(0)$, que permitem calcular os coeficientes para o primeiro passe:

$$\tau_{(1,j)}(0) = (C'_{i,j})^{-1} B_{i,1} \quad (3-59)$$

O uso da Eq. (3-59) permite calcular finalmente o valor da temperatura média de saída do fluido interno pela Eq. (3-53), e consequentemente de P pela Eq. (3-52).

O algoritmo de cálculo empregado para o cálculo de F para os casos 4B e 4C, se mostra na Figura 3-10, enquanto na Figura 3-11, apresentam-se dois procedimentos numéricos chamados pelo algoritmo principal.

Esses procedimentos são empregados para calcular o sistema de equações antes comentado. Os casos 4B e 4C são os mais complexos computacionalmente. De fato, no algoritmo principal (Figura 3-10), empregam-se onze laços computacionais, enquanto se utilizam seis laços computacionais adicionais nos procedimentos numéricos mostrados na Figura 3-11. O significado das variáveis empregadas nos laços, q , p , k , e l , é o mesmo dos algoritmos anteriores.

Todas as relações e o procedimento computacional envolvidos na solução do sistema de equações e no cálculo da efetividade de temperatura P se mostram detalhadamente em Pignotti e Cordero (1983a) e Magazoni (2016). Este último autor introduziu pequenas mudanças não apresentadas totalmente em Pignotti e Cordero (1983a) na preparação do código numérico correspondente ao algoritmo da Figura 3-10. Para uma melhor compreensão do mesmo consultar Magazoni (2016).

Figura 3-10. Algoritmo de cálculo de P e F para os casos 4B e 4C. (Magazoni, 2016).

Figura 3-11. Procedimentos de cálculo empregados pelo algoritmo da Figura 3-10. (Magazoni, 2016).

4 RESULTADO E DISCUSSÃO

Nesse capítulo, o foco principal é a abordagem das relações analíticas para os casos 3A, 3B, 3C e dos 4A, 4B e 4C e de comparações gráficas entre as geometrias em que não há mistura do fluido externo e nos que existe essa mistura.

4.1 RELAÇÕES ANALÍTICAS OBTIDAS

Nas Tabela 4–1, Tabela 4–2 e Tabela 4–3, apresentam-se relações analíticas obtidas com os algoritmos programados no Maple 18. Foram consideradas três configurações básicas: cruzada, paralelo-cruzada e contracorrente cruzada, sempre considerando o fluido externo não misturado em todo o trocador de calor. Os principais propósitos da obtenção dessas relações e de sua apresentação nas tabelas citadas é a corroboração do procedimento de cálculo pela comparação simples com as relações explicitadas nas Tabelas 2-1 e 2-2, e a apresentação de relações teóricas que não tinham sido publicadas anteriormente na literatura aberta. Como se pode notar o procedimento empregado é bastante útil.

Na Tabela 4–1, apresentam-se relações teóricas para trocadores com uma configuração de fluxo cruzado com um passe do fluido interno e uma até dez fileiras de tubos (circuitos de fluido interno) e o fluido externo não misturado em todo o trocador. Esta configuração pode ser modelada pelos algoritmos correspondentes a qualquer dos casos 3 ou 4 para $N_p = 1$. As relações da Tabela 4–1 devem ser comparadas com as relações apresentadas na Eq. (2-32) e na Tabela 2-1 (Eqs. 2-34b, 2-35b, e 2-36b) considerando de uma a quatro fileiras de tubos (de um a quatro circuitos do fluido interno). Note que neste caso a efetividade de temperatura P corresponde à efetividade ε para o fluido externo não misturado (fluido B da Tabela 2-1). As relações denotadas pelas Eqs. (4-1) - (4-4) são idênticas às mostradas na Tabela 2-1 para o mesmo N_r . De forma geral na literatura, empregam-se as Eqs. (2-37 - 2-39) para trocadores com cinco ou mais fileiras. Essas relações representam a solução para um trocador de calor cruzado puro com ambos os fluidos não misturados. Com a disponibilidade das relações da Tabela 4–1, elimina-se a necessidade do uso de relações aproximadas. Note-se que não se apresentam relações teóricas para mais de dez fileiras por questão de espaço e pela disponibilidade dos códigos computacionais mencionados.

Tabela 4–1. Relações P - NUT para configurações de fluxo cruzado com um passe dos fluidos e uma até n fileiras de tubos (circuitos). Casos 3(A, B, C) ou 4(A, B, C).

$N_p - N_r$	Relação	Eq.
1-1	$P = \frac{1}{R} [1 - e^{-RK}], K = 1 - e^{-NUT}$	(4-1)
1-2	$P = \frac{1}{R} \left[1 - e^{-2RK} \sum_{i=0}^1 (\alpha_i R^i) \right], K = 1 - e^{-NUT/2}$ $\alpha_0 = 1$ $\alpha_1 = K^2$	(4-2)
1-3	$P = \frac{1}{R} \left[1 - e^{-3RK} \sum_{i=0}^2 (\alpha_i R^i) \right], K = 1 - e^{-NUT/3}$ $\alpha_0 = 1$ $\alpha_1 = K^2(3 - K)$ $\alpha_2 = 1,5K^4$	(4-3)
1-4	$P = \frac{1}{R} \left[1 - e^{-4RK} \sum_{i=0}^3 (\alpha_i R^i) \right], K = 1 - e^{-NUT/4}$ $\alpha_0 = 1$ $\alpha_1 = K^2(K^2 - 4K + 6)$ $\alpha_2 = 4K^4(2 - K)$ $\alpha_4 = (8/3)K^6$	(4-4)
1-5	$P = \frac{1}{R} \left[1 - e^{-5RK} \sum_{i=0}^4 (\alpha_i R^i) \right], K = 1 - e^{-NUT/5}$ $\alpha_0 = 1$ $\alpha_1 = K^2(-K^3 + 5K^2 - 10K + 10)$ $\alpha_2 = 2,5K^4(3K^2 - 10K + 10)$ $\alpha_3 = (25/6)K^6(5 - 3K); \alpha_4 = (125/24)K^8$	(4-5)
1-6	$P = \frac{1}{R} \left[1 - e^{-6RK} \sum_{i=0}^5 (\alpha_i R^i) \right], K = 1 - e^{-NUT/6}$ $\alpha_0 = 1$ $\alpha_1 = K^2(K^4 - 6K^3 + 15K^2 - 20K + 15)$ $\alpha_2 = 6K^4(2 - K)(2K^2 - 5K + 5)$ $\alpha_3 = 18K^6(2K^2 - 6K + 5)$ $\alpha_4 = 18K^8(3 - 2K)$ $\alpha_5 = 10,8K^{10}$	(4-6)

Tabela 4-1. Continuação.

$N_p - N_r$	Relação	Eq.
1-7	$P = \frac{1}{R} \left[1 - e^{-7RK} \sum_{i=0}^6 (\alpha_i R^i) \right], \quad K = 1 - e^{-NUT/7}$	
	$\alpha_0 = 1$	
	$\alpha_1 = -K^2 (K^5 - 7K^4 + 21K^3 - 35K^2 + 35K - 21)$	(4-7)
	$\alpha_2 = 3,5K^4 (5K^4 - 28K^3 + 63K^2 - 70K + 35)$	
	$\alpha_3 = -(49/6) K^6 (10K^3 - 42K^2 + 63K - 35)$	
	$\alpha_4 = -(343/24) K^8 (10K^2 - 28K + 21)$	
	$\alpha_5 = (2401/120) K^{10} (7 - 5K); \quad \alpha_6 = (16807/720) K^{12}$	
1-8	$P = \frac{1}{R} \left[1 - e^{-8RK} \sum_{i=0}^7 (\alpha_i R^i) \right], \quad K = 1 - e^{-NUT/8}$	
	$\alpha_0 = 1$	
	$\alpha_1 = K^2 (K^6 - 8K^5 + 28K^4 - 56K^3 + 70K^2 - 56K + 28)$	(4-8)
	$\alpha_2 = 8K^4 (2 - K) (3K^4 - 14K^3 + 28K^2 - 28K + 14)$	
	$\alpha_3 = (32/3) K^6 (15K^4 - 80K^3 + 168K^2 - 168K + 70)$	
	$\alpha_4 = -(256/3) K^8 (5K^3 - 20K^2 + 28K - 14)$	
	$\alpha_5 = (512/15) K^{10} (15K^2 - 40K + 28)$	
	$\alpha_6 = (4096/45) K^{12} (4 - 3K); \quad \alpha_7 = (16384/315) K^{14}$	
1-9	$P = \frac{1}{R} \left[1 - e^{-9RK} \sum_{i=0}^8 (\alpha_i R^i) \right], \quad K = 1 - e^{-NUT/9}$	
	$\alpha_0 = 1$	
	$\alpha_1 = -K^2 (K^7 - 9K^6 + 36K^5 - 84K^4 + 126K^3 - 126K^2 + 84K - 36)$	(4-9)
	$\alpha_2 = 4,5K^4 (7K^6 - 54K^5 + 180K^4 - 336K^3 + 378K^2 - 252K + 84)$	
	$\alpha_3 = -40,5 K^6 (7K^5 - 45K^4 + 120K^3 - 168K^2 + 126K - 42)$	
	$\alpha_4 = (243/8) K^8 (35K^4 - 180K^3 + 360K^2 - 336K + 126)$	
	$\alpha_5 = -(2187/40) K^{10} (35K^3 - 135K^2 + 180K - 84)$	
	$\alpha_6 = (19683/80) K^{12} (7K^2 - 18K + 12)$	
	$\alpha_7 = (59049/560) K^{14} (9 - 7K); \quad \alpha_8 = (531441/4480) K^{16}$	
1-10	$P = \frac{1}{R} \left[1 - e^{-10RK} \sum_{i=0}^9 (\alpha_i R^i) \right], \quad K = 1 - e^{-NUT/10}$	
	$\alpha_0 = 1$	
	$\alpha_1 = K^2 (K^8 - 10K^7 + 45K^6 - 120K^5 + 210K^4 - 252K^3 + 210K^2 - 120K + 45)$	(4-10)
	$\alpha_2 = 10K^4 (2 - K) (4K^6 - 27K^5 + 81K^4 - 138K^3 + 144K^2 - 90K + 30)$	
	$\alpha_3 = (50/3) K^6 (28K^6 - 210K^5 + 675K^4 - 1200K^3 + 1260K^2 - 756K + 210)$	
	$\alpha_4 = -(250/3) K^8 (28K^5 - 175K^4 + 450K^3 - 600K^2 + 420K + 42)$	
	$\alpha_5 = (1250/3) K^{10} (14K^4 - 70K^3 + 135K^2 - 120K + 42)$	
	$\alpha_6 = (2500/9) K^{12} (28K^3 - 105K^2 + 135K - 60)$	
	$\alpha_7 = (12500/63) K^{14} (28K^2 - 70K + 45)$	
	$\alpha_8 = (31250/63) K^{16} (5 - 4K); \quad \alpha_9 = (156250/567) K^{18}$	

O mesmo tipo de comparação pode ser realizado entre as relações mostradas nas Tabela 4-2 e Tabela 4-3 com àquelas apresentadas na Tabela 2-2 para duas, três e quatro passes do fluido interno, ou seja, dois, três e quatro fileiras de tubos com um tubo cada. Após algumas transformações as Eqs. (4-11) a (4-13) e (4-20) a (4-22) são idênticas as Eqs. (2-40b) - (2-42b) e (2-43b) - (2-45b), respectivamente, válidas para o fluido externo B não misturado (ver Tabela 2-2).

Tabela 4-2. Relações P - NUT para configurações paralelo-cruzadas com uma fileira de tubos por passe e um até n passes do fluido interno. Casos 3A, 3B e 3C.

$N_p - N_r$	Relação	Eq.
2-1	$P = \frac{1}{R} [b_0 + a_0 e^{-2RK}] \quad K = 1 - e^{-NUT/2}$ $a_0 = b_1$ $b_0 = 1 - 0,5K$ $b_1 = -b_0$	(4-11)
3-1	$P = \frac{1}{R} \left[b_0 + \sum_{i=1}^2 a_{i-1} e^{[(1-2i)RK]} \right], \quad K = 1 - e^{-NUT/3}$ $a_0 = b_1 + b_2 R$ $a_1 = b_3$ $b_0 = 1; \quad b_1 = 0,25K(K-4)$ $b_2 = 0,5K^2(K-2); \quad b_3 = -0,25(K-2)^2$	(4-12)
4-1	$P = \frac{1}{R} \left[b_0 + \sum_{i=1}^2 a_{i-1} e^{[-2iRK]} \right], \quad K = 1 - e^{-NUT/4}$ $a_0 = b_1 + b_2 R$ $a_1 = b_3$ $b_0 = -(1/8)(K-2)(K^2+4); \quad b_1 = 0,5K(K-2)$ $b_2 = -0,5K^2(K-2)^2; \quad b_3 = 0,125(K-2)^3$	(4-13)
5-1	$P = \frac{1}{R} \left[b_0 + \sum_{i=1}^3 a_{i-1} e^{[(1-2i)RK]} \right], \quad K = 1 - e^{-NUT/5}$ $a_0 = b_1 + b_2 R + b_3 R^2$ $a_1 = b_4 + b_5 R$ $a_2 = b_6$ $b_0 = 1$ $b_1 = 0,125K(K^3 - 4K^2 + 6K - 8)$ $b_2 = 0,25K^2(K-2)(K^2 - K + 2)$ $b_3 = -0,125K^4(K-2)^2; \quad b_4 = (1/16)K(K+4)(K-2)^2$ $b_5 = 0,375K^2(K-2)^3; \quad b_6 = -(1/16)(K-2)^4$	(4-14)

Tabela 4–2. Continuação.

$N_p - N_r$	Relação	Eq.
4-1	$P = \frac{1}{R} \left[b_0 + \sum_{i=1}^3 a_{i-1} e^{(-2iRK)} \right], \quad K = 1 - e^{-NUT/6}$	(4-15)
	$a_0 = b_1 + b_2 R + b_3 R^2$	
	$a_1 = b_4 + b_5 R$	
	$a_2 = b_6$	
	$b_0 = -(1/16)(K-2)(K^4 - 2K^3 + 4K^2 + 8)$	
	$b_1 = -(1/32)K(K-2)(K^3 - 8K^2 + 8K - 16)$	
	$b_2 = -0,125K^2(K-2)^2(3K^2 - 2K + 4)$	
	$b_3 = 0,25K^4(K-2)^3$	
	$b_4 = (1/16)K(K+2)(K-2)^3$	
	$b_5 = -0,25K^2(K-2)^4; \quad b_6 = (1/32)(K-2)^5$	
7-1	$P = \frac{1}{R} \left[b_0 + \sum_{i=1}^4 a_{i-1} e^{[(1-2i)RK]} \right], \quad K = 1 - e^{-NUT/7}$	(4-16)
	$a_0 = b_1 + b_2 R + b_3 R^2 + b_4 R^3$	
	$a_1 = b_5 + b_6 R + b_7 R^2$	
	$a_2 = b_8 + b_9 R$	
	$a_3 = b_{10}$	
	$b_0 = 1$	
	$b_1 = (1/64)K(5K^5 - 28K^4 + 68K^3 - 96K^2 + 80K - 64)$	
	$b_2 = (1/32)K^2(K-2)(5K^4 - 14K^3 + 24K^2 - 16K + 16)$	
	$b_3 = -(1/32)K^4(5K^2 - 8K + 8)(K-2)^2$	
	$b_4 = (1/48)K^6(K-2)^3$	
8-1	$P = \frac{1}{R} \left[b_0 + \sum_{i=1}^4 a_{i-1} e^{[-2iRK]} \right], \quad K = 1 - e^{-NUT/8}$	(4-17)
	$a_0 = b_1 + b_2 R + b_3 R^2 + b_4 R^3$	
	$a_1 = b_5 + b_6 R + b_7 R^2$	
	$a_2 = b_8 + b_9 R; \quad a_3 = b_{10}$	
	$b_0 = -(1/128)(K-2)(5K^6 - 20K^5 + 44K^4 - 48K^3 + 48K^2 + 64)$	
	$b_1 = -(1/32)K(K-2)(K^5 - 7K^4 + 16K^3 - 24K^2 + 16K - 16)$	
	$b_2 = -(1/32)K^2(K-2)^2(9K^4 - 20K^3 + 32K^2 - 16K + 16)$	
	$b_3 = 0,125K^4(3K^2 - 4K + 4)(K-2)^3$	
	$b_4 = -(1/12)K^6(K-2)^4; \quad b_5 = (1/32)K(K^3 + 2K^2 + 4)(K-2)^3$	
	$b_6 = -(1/16)K^2(5K^2 - 2K + 4)(K-2)^4; \quad b_7 = 0,25K^4(K-2)^5$	
	$b_8 = -(3/32)K^2(K-2)^6; \quad b_9 = -(3/32)K^2(K-2)^6; \quad b_{10} = (1/128)(K-2)^7$	

Tabela 4-2. Continuação.

$N_p - N_r$	Relação	Eq.
9-1	$P = \frac{1}{R} \left[b_0 + \sum_{i=1}^5 a_{i-1} e^{[(1-2i)RK]} \right], \quad K = 1 - e^{-NUT/9}$	(4-18)
	$a_0 = b_1 + b_2 R + b_3 R^2 + b_4 R^3 + b_5 R^4$	
	$a_1 = b_6 + b_7 R + b_8 R^2 + b_9 R^3$	
	$a_2 = b_{10} + b_{11} R + b_{12} R^2$	
	$a_3 = b_{13} + b_{14} R; \quad a_4 = b_{15}; \quad b_0 = 1$	
	$b_1 = (1/128)K(7K^7 - 52K^6 + 174K^5 - 344K^4 + 440K^3 - 384K^2 + 244K - 128)$	
	$b_2 = (1/64)K^2(K-2)(7K^6 - 33K^5 + 78K^4 - 104K^3 + 96K^2 - 48K + 32)$	
	$b_3 = -(3/128)K^4(7K^4 - 24K^3 + 40K^2 - 32K + 16)(K-2)^2$	
	$b_4 = (1/96)K^6(4K^2 - 7K + 6)(K-2)^3; \quad b_5 = -(1/384)K^8(K-2)^4$	
	$b_6 = -(1/64)K(6K^4 - 13K^3 + 24K^2 - 12K + 16)(K-2)^2$	
	$b_7 = (3/64)K^2(7K^4 - 13K^3 + 20K^2 - 8K + 8)(K-2)^3$	
	$b_8 = -(9/128)K^4(7K^2 - 8K + 8)(K-2)^4; \quad b_9 = (9/64)K^6(K-2)^5$	
	$b_{10} = -(1/64)K(2K^3 + 2K^2 + K + 4)(K-2)^4$	
	$b_{11} = (5/64)K^2(3K^2 - K + 2)(K-2)^5; \quad b_{12} = -(25/128)K^4(K-2)^6$	
	$b_{13} = -(1/256)K(5K + 4)(K-2)^6; \quad b_{14} = (7/128)K^2(K-2)^7$	
	$b_{15} = -(1/256)(K-2)^8$	
10-1	$P = \frac{1}{R} \left[b_0 + \sum_{i=1}^5 a_{i-1} e^{[-2iRK]} \right], \quad K = 1 - e^{-NUT/10}$	(4-19)
	$a_0 = b_1 + b_2 R + b_3 R^2 + b_4 R^3 + b_5 R^4$	
	$a_1 = b_6 + b_7 R + b_8 R^2 + b_9 R^3$	
	$a_2 = b_{10} + b_{11} R + b_{12} R^2$	
	$a_3 = b_{13} + b_{14} R; \quad a_4 = b_{15}$	
	$b_0 = -(1/256)(K-2) \left(\begin{array}{l} 7K^8 - 42K^7 + 124K^6 - 216K^5 + 256K^4 - 192K^3 \\ + 128K^2 + 128 \end{array} \right)$	
	$b_1 = -(1/256)K(K-2) \left(\begin{array}{l} 7K^7 - 56K^6 + 184K^5 - 360K^4 + 440K^3 - 384K^2 \\ + 192K - 128 \end{array} \right)$	
	$b_2 = -(1/32)K^2(K-2)^2(7K^6 - 28K^5 + 60K^4 - 70K^3 + 60K^2 - 24K + 12)$	
	$b_3 = (1/16)K^4(7K^4 - 21K^3 + 33K^2 - 24K + 12)(K-2)^3$	
	$b_4 = -(1/48)K^6(9K^2 - 14K + 12)(K-2)^4; \quad b_5 = (1/48)K^8(K-2)^5$	
	$b_6 = (1/64)K(K^5 + 2K^4 - 4K^3 + 12K^2 - 4K + 8)(K-2)^3$	
	$b_7 = -(1/16)K^2(5K^4 - 8K^3 + 12K^2 - 4K + 4)(K-2)^4$	
	$b_8 = 0,5K^4(K^2 - K + 1)(K-2)^5; \quad b_9 = -(1/6)K^6(K-2)^6$	
	$b_{10} = (1/512)K(13K^3 + 8K^2 + 8K + 4)(K-2)^6$	
	$b_{11} = -(3/128)K^2(7K^2 - 2K + 4)(K-2)^6; \quad b_{12} = (9/64)K^4(K-2)^7$	
	$b_{13} = (1/256)K(3K + 2)(K-2)^7; \quad b_{14} = -(1/32)K^2(K-2)^8$	
	$b_{15} = (1/512)(K-2)^9$	

Tabela 4–3. Relações P - NUT para configurações contracorrente-cruzadas com uma fileira de tubos por passe e um até n passes do fluido interno. Casos 4A, 4B e 4C.

$N_p - N_r$	Relação	Eq.
2-1	$P = \frac{1}{R} \left\{ \frac{b_0 + a_0 e^{(-2RK)}}{b_0 + a_1 e^{(-2RK)}} \right\}, \quad K = 1 - e^{-NUT/2}$ $a_0 = b_1$ $a_1 = b_2$ $b_0 = -(K - 2)$ $b_1 = (K - 2)$ $b_2 = K$	(4-20)
3-1	$P = \frac{1}{R} \left\{ \frac{b_0 + a_1 e^{(-3RK)} + a_0 e^{(-2RK)}}{b_0 + a_0 e^{(-2RK)}} \right\}, \quad K = 1 - e^{-NUT/3}$ $a_0 = b_1 + b_2 R$ $a_1 = b_3$ $b_0 = (K - 2)^2$ $b_1 = -K(K - 4)$ $b_2 = 2K^2(K - 2)$ $b_3 = -4$	(4-21)
4-1	$P = \frac{1}{R} \left\{ \frac{b_0 + \sum_{i=1}^2 [a_{i-1} e^{(-2iRK)}]}{b_0 + a_2 e^{(-4RK)} + a_0 e^{(-2RK)}} \right\}, \quad K = 1 - e^{-NUT/4}$ $a_0 = b_1 + b_2 R$ $a_1 = b_3; \quad a_2 = b_4$ $b_0 = (K - 2)^3; \quad b_1 = 4K(K - 2)$ $b_2 = 4K^2(K - 2)^2$ $b_3 = -(K - 2)(K^2 + 4)$ $b_4 = -K(K^2 - 2K + 4)$	(4-22)
5-1	$P = \frac{1}{R} \left\{ \frac{b_0 + a_2 e^{(-5RK)} + \sum_{i=1}^2 [a_{i-1} e^{(-2iRK)}]}{b_0 + \sum_{i=1}^2 [a_{i-1} e^{(-2iRK)}]} \right\}, \quad K = 1 - e^{-NUT/5}$ $a_0 = b_1 + b_2 R$ $a_1 = b_3 + b_4 R + b_5 R^2; \quad a_2 = b_6$ $b_0 = (K - 2)^4; \quad b_1 = K(K + 4)(K - 2)^2$ $b_2 = 6K^2(K - 2)^3$ $b_3 = -2K(K^3 - 4K^2 + 6K - 8)$ $b_4 = 4K^2(K - 2)(K^2 - K + 2)$ $b_5 = 2K^4(K - 2)^2; \quad b_6 = -16$	(4-23)

Tabela 4-3. Continuação.

$N_p - N_r$	Relação	Eq.
6-1	$P = \frac{1}{R} \left\{ \frac{b_0 + \sum_{i=1}^3 [a_{i-1} e^{(-2iRK)}]}{b_0 + a_3 e^{(-6RK)} + \sum_{i=1}^2 [a_{i-1} e^{(-2iRK)}]} \right\}, \quad K = 1 - e^{-NUT/6}$ $a_0 = b_1 + b_2 R; \quad a_1 = b_3 + b_4 R + b_5 R^2$ $a_2 = b_6; \quad a_3 = b_7; \quad b_0 = (K-2)^5$ $b_1 = 2K(K+2)(K-2)^3; \quad b_2 = 8K^2(K-2)^4$ $b_3 = -K(K-2)(K^3 - 8K^2 + 8K - 16)$ $b_4 = 4K^2(K-2)^2(3K^2 - 2K + 4)$ $b_5 = 8K^4(K-2)^3; \quad b_6 = -2(K-2)(K^4 - 2K^3 + 4K^2 + 8)$ $b_7 = -2K(K^4 - 4K^3 + 8K^2 - 8K + 8)$	(4-24)
7-1	$P = \frac{1}{R} \left\{ \frac{b_0 + a_3 e^{(-7RK)} + \sum_{i=1}^3 [a_{i-1} e^{(-2iRK)}]}{b_0 + \sum_{i=1}^3 [a_{i-1} e^{(-2iRK)}]} \right\}, \quad K = 1 - e^{-NUT/7}$ $a_0 = b_1 + b_2 R; \quad a_1 = b_3 + b_4 R + b_5 R^2$ $a_2 = b_6 + b_7 R + b_8 R^2 + b_9 R^3; \quad a_3 = b_{10}$ $b_0 = 3(K-2)^6; \quad b_1 = 3K(3K+4)(K-2)^4$ $b_2 = 30K^2(K-2)^5; \quad b_3 = 3K(K^3 + 8K^2 - 4K + 16)(K-2)^2$ $b_4 = 36K^2(K-2)^3(2K^2 - K + 2); \quad b_5 = 54K^4(K-2)^4$ $b_6 = -3K(5K^5 - 28K^4 + 68K^3 - 96K^2 + 80K - 64)$ $b_7 = 6K^2(K-2)(5K^4 - 14K^3 + 24K^2 - 16K + 16)$ $b_8 = 6K^4(K-2)^2(5K^2 - 8K + 8); \quad b_9 = 4K^6(K-2)^3; \quad b_{10} = -192$	(4-25)
8-1	$P = \frac{1}{R} \left\{ \frac{b_0 + \sum_{i=1}^4 [a_{i-1} e^{(-2iRK)}]}{b_0 + a_4 e^{(-8RK)} + \sum_{i=1}^3 [a_{i-1} e^{(-2iRK)}]} \right\}, \quad K = 1 - e^{-NUT/8}$ $a_0 = b_1 + b_2 R; \quad a_1 = b_3 + b_4 R + b_5 R^2$ $a_2 = b_6 + b_7 R + b_8 R^2 + b_9 R^3; \quad a_3 = b_{10}; \quad a_4 = b_{11}$ $b_0 = 3(K-2)^7; \quad b_1 = 12K(K+1)(K-2)^5; \quad b_2 = 36K^2(K-2)^6$ $b_3 = 12K(K-2)^3(K^3 + 2K^2 + 4)$ $b_4 = 24K^2(K-2)^4(5K^2 - 2K + 4); \quad b_5 = 96K^4(K-2)^5$ $b_6 = -12K(K-2)(K^5 - 7K^4 + 16K^3 - 24K^2 + 16K - 16)$ $b_7 = 12K^2(K-2)^2(9K^4 - 20K^3 + 32K^2 - 16K + 16)$ $b_8 = 48K^4(K-2)^3(3K^2 - 4K + 4); \quad b_9 = 32K^6(K-2)^4$ $b_{10} = -3(K-2)(5K^6 - 20K^5 + 44K^4 - 48K^3 + 48K^2 + 64)$ $b_{11} = -3K(5K^6 - 30K^5 + 84K^4 - 136K^3 + 144K^2 - 96K + 64)$	(4-26)

Tabela 4–3. Continuação.

$N_p - N_r$	Relação	Eq.
9-1	$P = \frac{1}{R} \left\{ \frac{b_0 + a_4 e^{(-9RK)} + \sum_{i=1}^4 [a_{i-1} e^{(-2iRK)}]}{b_0 + \sum_{i=1}^4 [a_{i-1} e^{(-2iRK)}]} \right\}, \quad K = 1 - e^{-NUT/9}$	(4-27)
	$a_0 = b_1 + b_2 R; \quad a_1 = b_3 + b_4 R + b_5 R^2$	
	$a_2 = b_6 + b_7 R + b_8 R^2 + b_9 R^3$	
	$a_3 = b_{10} + b_{11} R + b_{12} R^2 + b_{13} R^3 + b_{14} R^4; \quad a_4 = b_{15}$	
	$b_0 = 3(K-2)^8; \quad b_1 = 3K(5K+4)(K-2)^6; \quad b_2 = 42K^2(K-2)^7$	
	$b_3 = 12K(K-2)^4(2K^3 + 2K^2 + K + 4); \quad b_4 = 60K^2(K-2)^5(3K^2 - K + 2)$	
	$b_5 = 150K^4(K-2)^6; \quad b_6 = 12K(K-2)^2(6K^4 - 13K^3 + 24K^2 - 12K + 16)$	
	$b_7 = 6K^2(K-2)^3(7K^4 - 13K^3 + 20K^2 - 8K + 8)$	
	$b_8 = 54K^4(K-2)^4(7K^2 - 8K + 8); \quad b_9 = 108K^6(K-2)^5$	
	$b_{10} = -6K(7K^7 - 52K^6 + 174K^5 - 344K^4 + 440K^3 - 384K^2 + 244K - 128)$	
	$b_{11} = 12K^2(K-2)(7K^6 - 33K^5 + 78K^4 - 104K^3 + 96K^2 - 48K + 32)$	
	$b_{12} = 18K^4(K-2)^2(7K^4 - 24K^3 + 40K^2 - 32K + 16)$	
	$b_{13} = 8K^6(K-2)^3(4K^2 - 7K + 6); \quad b_{14} = 2K^8(K-2)^4; \quad b_{15} = -768$	
10-1	$P = \frac{1}{R} \left\{ \frac{b_0 + \sum_{i=1}^5 [a_{i-1} e^{(-2iRK)}]}{b_0 + a_5 e^{(-10RK)} + \sum_{i=1}^4 [a_{i-1} e^{(-2iRK)}]} \right\}, \quad K = 1 - e^{-NUT/10}$	(4-28)
	$a_0 = b_1 + b_2 R; \quad a_1 = b_3 + b_4 R + b_5 R^2; \quad a_2 = b_6 + b_7 R + b_8 R^2 + b_9 R^3$	
	$a_3 = b_{10} + b_{11} R + b_{12} R^2 + b_{13} R^3 + b_{14} R^4; \quad a_4 = b_{15}; \quad a_5 = b_{16}$	
	$b_0 = 3(K-2)^9; \quad b_1 = 6K(3K+2)(K-2)^7; \quad b_2 = 48K^2(K-2)^8$	
	$b_3 = 3K(K-2)^5(13K^3 + 8K^2 + 8K + 16); \quad b_4 = 36K^2(K-2)^6(7K^2 - 2K + 4)$	
	$b_5 = 216K^4(K-2)^7; \quad b_6 = 24K(K-2)^3(K^5 + 2K^4 - 4K^3 + 12K^2 - 4K + 8)$	
	$b_7 = 96K^2(K-2)^4(5K^4 - 8K^3 + 12K^2 - 4K + 4)$	
	$b_8 = 768K^4(K-2)^5(K^2 - K + 1); \quad b_9 = 256K^6(K-2)^6$	
	$b_{10} = -6K(K-2)(7K^7 - 56K^6 + 184K^5 - 360K^4 + 440K^3 - 384K^2 + 192K - 128)$	
	$b_{11} = 48K^2(K-2)^2(7K^6 - 28K^5 + 60K^4 - 70K^3 + 60K^2 - 24K + 16)$	
	$b_{12} = 96K^4(K-2)^3(7K^4 - 21K^3 + 33K^2 - 24K + 12)$	
	$b_{13} = 32K^6(K-2)^4(9K^2 - 14K + 12); \quad b_{14} = 32K^8(K-2)^5$	
	$b_{15} = -6(K-2)(7K^8 - 42K^7 + 124K^6 - 216K^5 + 256K^4 - 192K^3 + 128K^2 + 128)$	
	$b_{16} = -6K(7K^8 - 56K^7 + 208K^6 - 464K^5 + 688K^4 - 704K^3 + 512K^2 - 256K + 128)$	

Nota-se que, dentro da literatura revisada, não foram as relações válidas para mais de quatro passes no caso dos arranjos paralelo-cruzados, e para mais de seis passes no caso dos arranjos contracorrente-cruzados. Assim, a disponibilidade das relações (Tabela 4-2 e Tabela 4-3), elimina a necessidade do uso de relações aproximadas. As relações apresentadas na Tabela 4-2 são obtidas pelo algoritmo da Figura 3-9, considerando qualquer caso (3A, 3B, ou 3C) já que $N_r = 1$. Pela mesma razão as relações apresentadas na Tabela 4-3 podem ser obtidas por qualquer um dos algoritmos utilizados para simular o caso 4 (casos 4A, 4B ou 4C), mostrados nas Figuras 3-10 e 3-11.

Outra comparação é realizada considerando os resultados simulados da efetividade de temperatura P pelo algoritmo da Figura 4-2 assumindo o caso 1A para um arranjo cruzado puro com ambos os fluidos não misturados e os resultados publicados por Baclic e Heggs (1985). Nesse caso se considera $N_p = 1$ e $N_r = \infty$. Para modelar infinitas fileiras de tubos se emprega $N_r = 200$. Como se trata de um arranjo simétrico, os valores de P se igualam aos valores de ε . Na Tabela 4-4, apresentam-se os valores dos erros relativos considerando os valores da efetividade publicados em Baclic e Heggs (1985) como referência. A comparação se realiza para vários valores de NUT e R . O valor máximo do erro relativo mostrado na tabela é de -0,002 %, sendo o erro relativo médio igual a -0,00039 %. Dos resultados apresentados na Tabela 4-4, pode-se concluir que o procedimento computacional utilizado nesse trabalho produz resultados coerentes.

Na Tabela 4-5, mostram-se os valores do erro relativo considerando os valores da efetividade calculados e tabelados por Gvozdenac (1986) como referência. O arranjo simulado é um contracorrente-cruzado de dois passos do fluido interno ($N_p = 2$) com infinitas fileiras de tubos em cada passo ($N_r = \infty$) e com ambos os fluidos não misturados. Para modelar a condição de infinitas fileiras, empregam-se 25 fileiras de tubos nas simulações com o algoritmo mostrado na Figura 3-10, considerando o caso 4B. A solução analítica desenvolvida por Gvozdenac (1986) é complexa e é baseada na solução de uma equação integral de Fredholm de segunda ordem, utilizando o método da colocação que resolve a equação integral por meio de séries de potência. Como se pode observar na Tabela 4-5 o erro relativo oscila bastante sendo o seu valor médio igual a 0,01161 % e seu valor máximo de 0,1524 % para $NUT = 2,5$ e $R = 0,3$, respectivamente. Devido à dificuldade de aplicação das soluções de Gvozdenac (1986) e aos pequenos erros obtidos, se conclui que o procedimento computacional produz resultados corretos.

Tabela 4–4. Erro relativo ($\times 10^{-4}$) entre a efetividade calculada por Balic e Heggs (1985) e a calculada pelo algoritmo da Figura 4-2 (caso 1A) para um trocador de calor de fluxo cruzado puro. (Magazoni, 2016).

<i>NUT</i>	Efetividade de temperatura <i>P</i>					
	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0
0,1	-4,3	1,4	-1,2	-3,3	4,6	3,6
0,2	-2,4	0,6	0,9	-1,8	-1,2	-2,4
0,4	0,5	0,6	-0,6	-1,7	-1,2	1,3
0,6	-0,7	0,4	0,7	-1,1	0,0	0,0
0,8	0,4	-1,1	-1,0	0,8	-0,7	-1,4
1,0	-0,7	-0,3	-0,6	-1,3	-0,4	0,4
1,2	-0,6	-1,0	-0,2	-1,0	0,0	-1,4
1,4	-0,8	0,0	0,2	-0,3	-0,9	-0,7
1,6	-0,9	-1,1	-1,3	-0,5	-1,3	-1,9
1,8	0,2	-0,8	-0,7	-1,9	-1,5	-2,1
2,0	-0,8	-0,9	-0,7	-1,7	-1,6	-1,2
2,5	0,1	-1,6	-1,6	-2,2	-2,0	-2,5
3,0	-0,2	-1,9	-1,7	-3,2	-3,4	-3,0
3,5	-0,8	-1,7	-2,6	-3,7	-3,8	-4,1
4,0	-0,5	-2,2	-3,6	-4,6	-4,3	-5,5
4,5	-0,4	-1,6	-4,1	-4,5	-5,2	-6,8
5,0	-0,5	-2,1	-4,5	-5,7	-7,4	-7,2
5,5	-0,3	-2,9	-5,3	-6,9	-8,3	-8,2
6,0	-0,3	-3,0	-5,7	-7,8	-9,6	-8,9
6,5	-0,2	-3,0	-5,7	-7,9	-10,5	-11,0
7,0	-0,7	-2,3	-6,0	-9,5	-12,0	-11,9
7,5	-0,7	-3,1	-6,8	-10,6	-12,3	-13,0
8,0	-0,5	-3,0	-6,9	-11,8	-14,0	-14,4
8,5	0,0	-2,5	-7,2	-12,1	-15,9	-16,4
9,0	-0,6	-3,1	-8,2	-13,2	-16,9	-17,6
9,5	-0,4	-3,1	-8,4	-13,5	-17,8	-18,7
10,0	0,0	-2,8	-8,5	-14,5	-19,3	-20,0

Tabela 4–5. Erro relativo ($\times 10^{-4}$) entre a efetividade calculada por Gvozdenac (1986) e a calculada para o caso 4B para um arranjo contracorrente-cruzado com dois passes do fluido interno e infinitas fileiras em cada passe (fluidos não misturados). (Magazoni, 2016).

<i>NUT</i>	Efetividade de temperatura <i>P</i>					
	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0
0,1	5,1	-0,1	7,1	4,0	0,1	-5,3
0,2	3,5	14,3	14,2	14,0	7,6	-0,8
0,4	38,3	84,1	93,2	71,6	26,8	-2,0
0,6	105,4	220,8	238,2	178,0	67,8	-2,4
0,8	198,5	409,2	427,2	311,8	115,1	-4,6
1,0	310,7	624,7	634,1	450,4	159,4	-5,4
1,2	430,6	844,2	835,2	577,1	196,1	-10,3
1,4	546,0	1048,3	1012,7	679,1	223,0	-13,1
1,6	649,9	1223,8	1153,3	750,4	236,5	-16,8
1,8	737,8	1362,1	1252,4	789,5	236,3	-21,7
2,0	805,9	1459,8	1308,2	798,1	226,3	-26,1
2,5	884,2	1523,5	1275,1	705,1	166,0	-38,2
3,0	848,9	1383,3	1058,2	506,1	75,7	-50,8
3,5	740,1	1120,4	749,1	265,4	-18,7	-65,6
4,0	598,3	810,8	417,4	30,9	-104,5	-79,0
4,5	760,2	508,0	109,0	-174,2	-175,4	-94,4
5,0	324,0	243,5	-151,0	-336,8	-228,8	-109,3
5,5	217,9	29,4	-354,7	-455,3	-268,0	-124,7
6,0	135,0	-131,9	-501,9	-535,7	-292,6	-141,3
6,5	75,2	-246,3	-600,8	-582,0	-307,4	-158,1
7,0	33,9	-319,4	-659,4	-600,6	-314,7	-174,7
7,5	5,7	-361,5	-683,8	-599,5	-317,1	-191,8
8,0	-10,1	-378,0	-684,2	-582,4	-314,5	-208,7
8,5	-19,8	-378,0	-666,5	-553,9	-310,3	-225,8
9,0	-23,9	-365,2	-636,4	-519,7	-304,5	-244,0
9,5	-25,3	-344,2	-598,2	-480,2	-298,7	-262,7
10,0	-24,4	-319,8	-554,8	-439,5	-293,4	-281,6

De fato, Gvozdenac (1986) apenas comentou que os seus resultados concordaram bem com os obtidos por Stevens *et al.* (1957), mas não apresentou uma comparação formal. Já Stevens *et al.* (1957) apresentaram suas soluções numéricas apenas graficamente. Os mesmos discretizaram o trocador de calor em cada passe considerando apenas 20 células computacionais, produzindo resultados razoáveis no sentido da simulação da condição de na mistura de cada fluido. A solução obtida pelo algoritmo da Figura 3-10 se apresenta graficamente na Figura 4-1. **Erro! Fonte de referência não encontrada.** a modo de comparação. Como se pode notar os resultados apresentam um comportamento similar aos mostrados por Stevens *et al.* (1957), corroborando a exatidão do método computacional implementado. Note que, na Figura 4-1, é mostrada variação da razão P/P_{cc} em função de NUT . O mesmo parâmetro foi empregado por Stevens *et al.* (1957).

Figura 4-1. Variação de P/P_{cc} com NUT para a configuração 4B considerando $Np = 2$, e $Nr = 25$ e ambos os fluidos não misturados.

Algumas relações apresentadas em Bowman *et al.* (1940) também foram empregadas com o fim de avaliar os resultados de simulação produzidos pelo procedimento de Pignotti e Cordero (1983a). Dois arranjos foram considerados para comparar os valores obtidos do fator de correção F . O primeiro arranjo corresponde ao da Figura 4-1(a) de um trocador de fluxo

cruzado misturado (fluido interno) - não misturado (fluido externo). Este arranjo representa-se por um trocador com um tubo com apenas um passe de ambos os fluidos ($N_r = 1$ e $N_p = 1$). Para este arranjo o erro relativo médio obtido é igual a $-2,0 \times 10^{-6} \%$. Na comparação se empregou a Eq. (11) de Bowman *et al.* (1940) e o algoritmo para o caso 3A, Figura 4-2.

O segundo arranjo considerado nas comparações é o cruzado puro não misturado para ambos os fluidos. Esse arranjo é modelado como um trocador com um número infinito de fileiras de tubos ($N_r = \infty$ e $N_p = 1$). A condição de infinitas fileiras foi modelada considerando $N_r = 200$. Nas comparações, empregam-se o algoritmo para o caso 3A e a Eq. (10) de Bowman *et al.* (1940).

Tabela 4–6. Erro relativo ($\times 10^{-4}$) entre o fator de correção F calculado por Bowman *et al.* (1940) e o calculado para o caso 1A para um arranjo cruzado puro (fluidos não misturados). (Magazoni, 2016).

NUT	Efetividade de temperatura P					
	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0
0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,3
0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,3
0,4	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,1	-0,8
0,6	0,0	-0,1	-0,1	-0,2	-0,2	-0,8
0,8	-0,1	-0,2	-0,3	-0,3	-0,4	0,1
1,0	-0,1	-0,3	-0,5	-0,7	-0,8	-0,6
1,2	-0,2	-0,5	-0,8	-1,1	-1,4	-2,3
1,4	-0,3	-0,8	-1,2	-1,7	-2,0	-3,0
1,6	-0,4	-1,1	-1,8	-2,4	-2,9	-3,4
1,8	-0,6	-1,6	-2,4	-3,2	-3,9	-4,4
2,0	-0,8	-2,1	-3,2	-4,2	-5,1	-5,3
2,5	-1,5	-3,8	-5,7	-7,3	-8,7	-8,7
3,0	-2,5	-6,1	-9,0	-11,3	-13,4	-13,6
3,5	-3,8	-9,0	-12,9	-16,2	-19,0	-20,3
4,0	-5,4	-12,5	-17,7	-21,9	-25,6	-27,3
4,5	-7,3	-16,5	-23,1	-28,5	-33,2	-35,6
5,0	-9,6	-21,2	-29,3	-36,0	-41,8	-45,0
5,5	-12,3	-26,4	-36,3	-44,4	-51,4	-54,6
6,0	-15,2	-32,1	-44,0	-53,6	-62,0	-65,6
6,5	-18,5	-38,5	-52,4	-63,7	-73,6	-77,8
7,0	-22,2	-45,4	-61,6	-74,7	-86,3	-91,4
7,5	-26,1	-52,9	-71,5	-86,6	-100,8	-109,4
8,0	-28,9	-60,9	-82,1	-99,5	-121,1	-146,0
8,5	-18,0	-69,6	-93,5	-114,2	-168,7	-377,2
9,0	45,5	-78,8	-105,6	-134,2	-381,6	-1394,3
9,5	148,1	-88,5	-118,8	-183,2	-1340,1	-8059,8

Os erros obtidos se apresentam na Tabela 4-6. O erro médio relativo obtido é igual a $-0,02567 \%$. Para números elevados de NUT e R é recomendado empregar cuidadosamente a relação teórica em series mostrada em Bowman *et al.* (1940) e obtida por Nusselt (1930), devido à pobre convergência da solução teórica. Por exemplo, para $NUT = 10$ e $R = 1,0$ se obtém um erro relativo de cerca de $-2,02066 \%$. Nesta região o fator de correção atinge valores menores que 0,65 que não são interessantes para o projeto de trocadores de calor.

Porém, os problemas de convergência dessa solução teórica são comentados na literatura (Baclic e Heggs, 1985; Li, 1987).

Segundo esse gráfico, amplamente utilizado em livros de texto da área, por exemplo, em Incropera *et al.* (2006), apresentam-se imprecisões devido à consideração de poucos termos na solução da série dupla por Nusselt (1930), reproduzidos por Bowman *et al.* (1940). Na Figura 4-2, mostra-se esse gráfico segundo o procedimento numérico para o caso 3A, utilizado nas comparações mostradas na Tabela 4-6. Realizando uma comparação visual, comprova-se que os resultados apresentados na Figura 4-2 coincidem com os resultados novos apresentados em Tucker (1996).

Figura 4-2. Fator de correção F para um trocador de fluxo cruzado puro. ($R = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1,0; 1,5; 2,0; 3,0; \text{ e } 4,0$: curvas de valores de F maiores a menores).

Nas Tabelas 4-7 e 4-8, apresentam-se os erros relativos provenientes da comparação dos resultados calculados para o fator de correção F entre as relações aproximadas de Roetzel e Spang (2010) e Roetzel e Nicole (1975) com os produzidos pelo algoritmo para o caso 3A para um trocador de calor de fluxo cruzado de um passe e um tubo ($N_r = 1$ e $N_p = 1$), respectivamente. O erro médio relativo entre as relações teóricas de Pignotti e Cordero (1983) e a relação desenvolvida por Roetzel e Spang (2010) é de -0,708 %, e o erro médio relativo em relação às relações aproximadas desenvolvidas por Roetzel e Nicole (1975) é igual a

0,00605 %. Entretanto, as expressões aproximadas apresentam incertezas no seu cálculo para valores elevados de NUT , que não permitem um cálculo correto do fator de correção nessas faixas de NUT .

As expressões fornecidas em Roetzel e Spang (2010) são válidas para valores de F maiores que 0,25. Por outro lado, as relações apresentadas por Roetzel e Nicole (1975) são válidas para valores de F maiores que 0,50 e para razões entre a efetividade do trocador e a diferença média de temperatura P/DMT entre 0,25 e 2,50. Por essas razões alguns espaços das tabelas 4-7 e 4-8 estão vazios.

Tabela 4-7. Erro relativo entre fator de correção F segundo Roetzel e Spang (2010) e o calculado para o caso 3A para um arranjo de fluxo cruzado de um passe e um tubo (fluido externo não misturado). (Magazoni, 2016).

NUT	Efetividade de temperatura R					
	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0
0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0
0,4	0,3	0,3	0,3	0,2	0,0	0,0
0,6	0,6	0,7	0,5	0,3	0,1	-0,1
0,8	1,0	1,1	0,8	0,5	0,1	-0,1
1,0	1,5	1,5	1,1	0,6	0,2	0,0
1,2	2,0	1,9	1,3	0,7	0,2	0,0
1,4	2,5	2,2	1,5	0,8	0,3	0,0
1,6	3,0	2,5	1,7	0,9	0,3	0,1
1,8	3,4	2,8	1,7	0,9	0,3	0,1
2,0	3,9	2,9	1,7	0,9	0,3	0,1
2,5	4,6	2,8	1,4	0,6	0,2	0,1
3,0	4,6	2,2	0,8	0,2	0,0	0,0
3,5	4,0	1,2	0,0	-0,3	-0,3	-0,1
4,0	2,8	0,0	-0,8	-0,8	-0,5	-0,3
4,5	1,2	-1,2	-1,5	-1,2	-0,7	-0,3
5,0	-0,7	-2,3	-2,1	-1,5	-0,7	-0,3
5,5	-2,5	-3,2	-2,6	-1,7	-0,7	-0,2
6,0	-4,3	-3,9	-2,9	-1,8	-0,6	0,0
6,5	-5,9	-4,5	-3,1	-1,7	-0,4	0,2
7,0	-7,3	-5,0	-3,2	-1,6	-0,2	-
7,5	-8,6	-5,3	-3,1	-1,4	-	-
8,0	-9,6	-5,4	-3,0	-	-	-
8,5	-10,4	-5,5	-2,9	-	-	-
9,0	-11,1	-5,5	-	-	-	-
9,5	-11,7	-5,5	-	-	-	-
10,0	-12,1	-5,3	-	-	-	-

O erro relativo entre o fator de correção teórico pelo procedimento de Pignotti e Cordero (1983) e o fator de correção aproximado estimado por Roetzel e Spang (2010) para um trocador de fluxo cruzado de um passe e dez fileiras de tubos ($N_r = 10$ e $N_p = 1$) sem mistura do fluido externo é apresentado na Tabela 4-9. O erro médio relativo neste caso é de 2,019 %. Novamente a correlação aproximada apresenta um comportamento similar às anteriores para valores elevados de NUT , para os quais o erro relativo é maior. Essa região está marcada na Tabela 4-9, assim como nas Tabelas 4-7 e 4-8, respectivamente. Note que os erros relativos máximos apresentados na Tabela 4-7 e 4-9 são iguais a -12,1 % e 12,2 %,

respectivamente. Nesses casos é recomendado o emprego do procedimento apresentado neste capítulo. Entretanto, a decisão sobre o uso de um ou outro tipo de solução deve ser baseada em comparações dos procedimentos na faixa operacional de projeto de um determinado trocador e na disponibilidade do procedimento de cálculo.

Tabela 4–8. Erro relativo entre fator de correção F segundo Roetzel e Nicole (1975) e o calculado para o caso 3A para um arranjo de fluxo cruzado de um passe e um tubo (fluido externo não misturado). (Magazoni, 2016).

NUT	Efetividade de temperatura R					
	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0
0,1	-	-	-	-	-	-
0,2	-	-	-	-	-	-
0,4	-0,2	0,0	0,4	0,5	0,4	0,4
0,6	0,1	0,3	0,2	-0,2	-0,5	-0,6
0,8	0,0	0,0	-0,5	-0,9	-1,1	-1,1
1,0	-0,2	-0,5	-0,9	-1,1	-1,0	-1,0
1,2	-0,5	-0,8	-0,9	-0,7	-0,4	-0,3
1,4	-0,6	-0,8	-0,5	0,0	0,4	0,5
1,6	-0,6	-0,6	0,1	0,8	1,2	1,2
1,8	-0,5	-0,3	0,7	1,5	1,7	1,6
2,0	-0,4	0,1	1,2	1,9	1,8	1,6
2,5	-0,1	-	-	-	-	-0,4
3,0	-	-	-	-	-	-
3,5	-	-	-	-	-	-
4,0	-	-	-	-	-	-
4,5	-	-	-	-	-	-
5,0	-	-	-	-	-	-
5,5	-	-	-	-	-	-
6,0	-	-	-	-	-	-
6,5	-	-	-	-	-	-
7,0	-	-	-	-	-	-
7,5	-	-	-	-	-	-
8,0	-	-	-	-	-	-
8,5	-	-	-	-	-	-
9,0	-	-	-	-	-	-
9,5	-	-	-	-	-	-

Para finalizar a análise comparativa, nas Tabelas 4-1 e 4-2, apresenta-se o erro relativo para um arranjo contracorrente-cruzado de dois passes e um circuito do fluido interno e o fluido externo não misturado ($N_r = 1$ e $N_p = 2$). Novamente, comparam-se os resultados produzidos pelo procedimento de cálculo de Pignotti e Cordero (1983a) e as relações aproximadas desenvolvidas por Roetzel e Spang (2010) e Roetzel e Nicole (1975). Observam-se as mesmas tendências comentadas nas Tabelas 4-7 e 4-8, respectivamente. Porém os erros relativos máximos são menores em ambos os casos. Esse fenômeno está associado com a qualidade do polinômio de ajuste desenvolvido, que pode ser influenciada pelo tipo de arranjo modelado.

Tabela 4–9. Erro relativo entre fator de correção F segundo Roetzel e Spang (2010) e o calculado para o caso 3A para um arranjo de fluxo cruzado de um passe e dez tubos (fluido externo não misturado). (Magazoni, 2016).

<i>NUT</i>	Efetividade de temperatura <i>P</i>					
	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0
0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2
0,2	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4
0,4	0,3	0,5	0,6	0,6	0,6	0,6
0,6	0,5	0,7	0,7	0,7	0,6	0,5
0,8	0,7	0,9	0,8	0,6	0,5	0,4
1,0	0,9	1,0	0,8	0,5	0,3	0,2
1,2	1,1	1,1	0,7	0,4	0,1	0,0
1,4	1,3	1,1	0,7	0,2	-0,1	-0,2
1,6	1,5	1,2	0,6	0,1	-0,2	-0,4
1,8	1,7	1,3	0,6	0,0	-0,3	-0,5
2,0	1,9	1,3	0,6	0,0	-0,4	-0,5
2,5	2,4	1,5	0,6	-0,1	-0,4	-0,5
3,0	2,9	1,9	0,8	0,1	-0,3	-0,3
3,5	3,5	2,2	1,0	0,3	-0,1	-0,1
4,0	4,1	2,7	1,3	0,5	0,2	0,2
4,5	4,8	3,2	1,7	0,8	0,5	0,5
5,0	5,5	3,7	2,1	1,1	0,7	0,7
5,5	6,1	4,2	2,4	1,4	1,0	1,0
6,0	6,8	4,8	2,8	1,6	1,2	1,2
6,5	7,5	5,3	3,2	1,9	1,4	1,3
7,0	8,2	5,8	3,5	2,1	1,5	1,4
7,5	8,9	6,3	3,8	2,2	1,6	1,5
8,0	9,6	6,8	4,1	2,4	1,7	1,6
8,5	10,3	7,2	4,3	2,5	1,7	1,6
9,0	10,9	7,6	4,5	2,6	1,7	1,6
9,5	11,6	8,0	4,7	2,6	1,7	1,5
10,0	12,2	8,4	4,9	2,6	1,6	1,4

O procedimento apresentado neste capítulo é utilizado para obter relações analíticas para qualquer tipo de arranjo que coincida com as 12 configurações gerais inicialmente previstas. Por exemplo, para um arranjo paralelo-cruzado de dois passes do fluido interno com duas fileiras de tubos cada e com o fluido interno misturado entre os passes e o externo não misturado (caso 3A, $N_p=2$ e $N_r=2$), obtém-se:

$$P = \frac{1}{R} \left[b_0 + a_0 e^{-4RK} \right] \quad K = 1 - e^{-NUT/4}$$

$$a_0 = -b_0 + b_1 R + b_2 R^2 \quad (4-29)$$

$$b_0 = -0,125(K-2)(K^2 - 2K + 4)$$

$$b_1 = -0,5K^2(K-2)^2; \quad b_2 = K^4(K-1)$$

Tabela 4–10. Erro relativo entre fator de correção F segundo Roetzel e Spang (2010) e o calculado para o caso 4A para um arranjo contracorrente-cruzado de dois passes do fluido interno e o fluido externo não misturado. (Magazoni, 2016)

NUT	Efetividade de temperatura P					
	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0
0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0,4	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0
0,6	0,1	0,2	0,2	0,1	0,0	0,0
0,8	0,2	0,3	0,3	0,2	0,1	0,0
1,0	0,4	0,5	0,4	0,2	0,1	0,0
1,2	0,5	0,6	0,5	0,3	0,1	0,0
1,4	0,7	0,8	0,7	0,4	0,1	0,0
1,6	0,9	1,0	0,8	0,5	0,1	0,0
1,8	1,1	1,2	0,9	0,5	0,1	0,0
2,0	1,3	1,4	1,1	0,6	0,2	0,0
2,5	1,9	1,9	1,3	0,7	0,2	0,0
3,0	2,5	2,2	1,4	0,7	0,2	0,0
3,5	3,0	2,4	1,4	0,6	0,2	0,0
4,0	3,4	2,5	1,3	0,5	0,1	0,0
4,5	3,7	2,3	1,0	0,3	0,0	0,0
5,0	3,9	2,0	0,6	0,0	-0,2	-0,1
5,5	3,8	1,5	0,2	-0,3	-0,3	-0,2
6,0	3,5	0,9	-0,3	-0,6	-0,5	-0,3
6,5	3,0	0,2	-0,8	-0,9	-0,6	-0,4
7,0	2,4	-0,5	-1,3	-1,2	-0,8	-0,5
7,5	1,6	-1,2	-1,7	-1,5	-1,0	-0,6
8,0	0,6	-1,9	-2,2	-1,8	-1,1	-0,7
8,5	-0,4	-2,6	-2,6	-2,1	-1,2	-0,7
9,0	-1,5	-3,2	-3,0	-2,3	-1,3	-0,8
9,5	-2,6	-3,8	-3,4	-2,5	-1,4	-0,8
10,0	-3,7	-4,4	-3,7	-2,7	-1,5	-0,9

Tabela 4–11. Erro relativo entre fator de correção F segundo Roetzel e Nicole (1975) e o calculado para o caso 4A para um arranjo contracorrente-cruzado de dois passes do fluido interno e o fluido externo não misturado. (Magazoni, 2016)

NUT	Efetividade de temperatura P					
	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0
0,1	-	-	-	-	-	-
0,2	-	-	-	-	-	-
0,4	-0,2	-0,2	0,0	0,3	0,4	0,4
0,6	0,0	0,2	0,3	0,2	0,0	0,0
0,8	0,1	0,2	0,1	-0,2	-0,4	-0,5
1,0	0,1	0,1	-0,2	-0,5	-0,6	-0,7
1,2	0,0	-0,2	-0,4	-0,6	-0,6	-0,5
1,4	-0,1	-0,4	-0,5	-0,5	-0,4	-0,2
1,6	-0,2	-0,4	-0,5	-0,3	0,0	0,2
1,8	-0,2	-0,4	-0,3	0,0	0,4	0,6
2,0	-0,2	-0,3	-0,1	0,3	0,7	0,8
2,5	0,0	-	-	-	-	-
3,0	-	-	-	-	-	-
3,5	-	-	-	-	-	-
4,0	-	-	-	-	-	-
4,5	-	-	-	-	-	-
5,0	-	-	-	-	-	-
5,5	-	-	-	-	-	-
6,0	-	-	-	-	-	-
6,5	-	-	-	-	-	-
7,0	-	-	-	-	-	-
7,5	-	-	-	-	-	-
8,0	-	-	-	-	-	-
8,5	-	-	-	-	-	-
9,0	-	-	-	-	-	-
9,5	-	-	-	-	-	-

Isto mostra a versatilidade do procedimento desenvolvido. Por exemplo, um arranjo contracorrente-cruzado com dois passes do fluido interno e duas fileiras de tubos por passe, considerando o fluido interno misturado entre os passes e o fluido externo não misturado (caso 4A, $N_p=2$ e $N_r=2$), e um outro arranjo similar mas considerando três fileiras de tubos por passe (caso 4A, $N_p=2$ e $N_r=3$). No primeiro destes dois casos resulta:

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{1}{R} \left\{ \frac{b_0 + a_0 e^{-4RK}}{b_0 + a_1 e^{-4RK}} \right\}, \quad K = 1 - e^{-NUT/4} \\
 a_0 &= b_0 + b_1 R + b_2 R^2 \\
 a_1 &= b_3 + b_4 R + b_5 R^2 \\
 b_0 &= -(K-2)(K^2 - 2K + 4) \\
 b_1 &= -4K^2(K-2)^2; \quad b_2 = 8K^4(K-1) \\
 b_3 &= K(K^2 - 4K + 8) \\
 b_4 &= -4K^3(K-4); \quad b_5 = 8K^5
 \end{aligned} \tag{4-30}$$

O outro caso produz um resultado similar dividindo o NUT por seis (seis fileiras) e com mais coeficientes dos apresentados na relação anterior. O mesmo pode ser modelado pelos algoritmos descritos e apresentados nas Figuras 4-8 e 4-9. As relações obtidas para ambos os casos coincidem com as Eqs. (68) e (69) apresentadas no Capítulo 2 de Kuppan (2000). Essas relações foram desenvolvidas no mestrado de Nicole em 1972. Roetzel e Nicole (1975) desenvolveram um polinômio para calcular o fator de correção F para o arranjo do caso 4A considerando $N_p=2$ e $N_r=2$. Os resultados não se comparam por apresentar comportamento similar ao descrito nas comparações anteriores entre o procedimento desenvolvido com base em Pignotti e Cordero (1983a) e os polinômios desenvolvidos por Roetzel e Nicole (1975) e os apresentados em Roetzel e Spang (2010).

Nas Tabelas 4-12 e 4-13, apresentam-se as relações $P-NUT$ para as configurações paralelo-cruzadas e contracorrente-cruzadas com uma fileira de tubos por passe e um até dez passes do fluido interno. Se considera o fluido externo misturado entre as fileiras, essas relações são obtidas através da aplicação dos algoritmos válidos para os casos 1 e 2, respectivamente.

Tabela 4–12. Relações P-NUT para configurações paralelo-cruzadas com uma fileira de tubos por passe e um até dez passes do fluido interno, fluido externo misturado entre as fileiras. Algoritmo da Figura 4-3, casos 1A, 1B, 1C.

$N_p - N_r$	Relação	Eq,
2-1	$P = \frac{1}{R} \left[\sum_{i=0}^2 a_i e^{(-iRK)} \right], \quad K = 1 - e^{-NUT/2}$ $a_0 = 1 - R^{-1}; \quad a_1 = 2R^{-1}; \quad a_2 = -(1 + R^{-1})$	(4-31)
3-1	$P = \frac{1}{R} \left[\sum_{i=0}^3 a_i e^{(-iRK)} \right], \quad K = 1 - e^{-NUT/3}$ $a_0 = 1 - R^{-1} + R^{-2}; \quad a_1 = 3R^{-2}$ $a_2 = 3R^{-1} + 3R^{-2}; \quad a_3 = -(1 + 2R^{-1} + R^{-2})$	(4-32)
4-1	$P = \frac{1}{R} \left[\sum_{i=0}^4 a_i e^{(-iRK)} \right], \quad K = 1 - e^{-NUT/4}$ $a_0 = 1 - R^{-1} + R^{-2} - R^{-3}; \quad a_1 = 4R^{-3}$ $a_2 = -6(R^{-2} + R^{-3}); \quad a_3 = 4R^{-1} + 8R^{-2} + 4R^{-3}$ $a_4 = -(1 + 3R^{-1} + 3R^{-2} + R^{-3})$	(4-33)
5-1	$P = \frac{1}{R} \left[\sum_{i=0}^5 a_i e^{(-iRK)} \right], \quad K = 1 - e^{-NUT/5}$ $a_0 = 1 - R^{-1} + R^{-2} - R^{-3} + R^{-4}; \quad a_1 = -5R^{-4}$ $a_2 = 10(R^{-3} + R^{-4}); \quad a_3 = -(10R^{-2} + 20R^{-3} + 10R^{-4})$ $a_4 = (5R^{-1} + 15R^{-2} + 15R^{-3} + 5R^{-4})$ $a_5 = -(1 + 4R^{-1} + 6R^{-2} + 4R^{-3} + R^{-4})$	(4-34)
6-1	$P = \frac{1}{R} \left[\sum_{i=0}^6 a_i e^{(-iRK)} \right], \quad K = 1 - e^{-NUT/6}$ $a_0 = 1 - R^{-1} + R^{-2} - R^{-3} + R^{-4} - R^{-5}; \quad a_1 = 6R^{-5}$ $a_2 = -15(R^{-4} + R^{-5}); \quad a_3 = (20R^{-3} + 40R^{-4} + 20R^{-5})$ $a_4 = -(15R^{-2} + 45R^{-3} + 45R^{-4} + 15R^{-5})$ $a_5 = (6R^{-1} + 24R^{-2} + 36R^{-3} + 24R^{-4} + 6R^{-5})$ $a_6 = -(1 + 5R^{-1} + 10R^{-2} + 10R^{-3} + 5R^{-4} + R^{-5})$	(4-35)

Tabela 4–12. Continuação

$N_p - N_r$	Relação	Eq.
7-1	$P = \frac{1}{R} \left[\sum_{i=0}^7 a_i e^{(-iRK)} \right], \quad K = 1 - e^{-NUT/7}$ $a_0 = 1 - R^{-1} + R^{-2} - R^{-3} + R^{-4} - R^{-5} + R^{-6}$ $a_1 = -7R^{-6}; \quad a_2 = 21(R^{-5} + R^{-6}); \quad a_3 = -(35R^{-4} + 70R^{-5} + 35R^{-6})$ $a_4 = (35R^{-3} + 105R^{-4} + 105R^{-5} + 35R^{-6})$ $a_5 = -(21R^{-2} + 84R^{-3} + 126R^{-4} + 84R^{-5} + 21R^{-6})$ $a_6 = (7R^{-1} + 35R^{-2} + 70R^{-3} + 70R^{-4} + 35R^{-5} + 7R^{-6})$ $a_7 = -(1 + 6R^{-1} + 15R^{-2} + 20R^{-3} + 15R^{-4} + 6R^{-5} + R^{-6})$	(4-36)
8-1	$P = \frac{1}{R} \left[\sum_{i=0}^8 a_i e^{(-iRK)} \right], \quad K = 1 - e^{-NUT/8}$ $a_0 = 1 - R^{-1} + R^{-2} - R^{-3} + R^{-4} - R^{-5} + R^{-6} - R^{-7}$ $a_1 = 8R^{-7}; \quad a_2 = -28(R^{-6} + R^{-7})$ $a_3 = (56R^{-5} + 112R^{-6} + 56R^{-7})$ $a_4 = -(70R^{-4} + 210R^{-5} + 210R^{-6} + 70R^{-7})$ $a_5 = (56R^{-3} + 224R^{-4} + 336R^{-5} + 224R^{-6} + 56R^{-7})$ $a_6 = -(28R^{-2} + 140R^{-3} + 280R^{-4} + 280R^{-5} + 140R^{-6} + 28R^{-7})$ $a_7 = (8R^{-1} + 48R^{-2} + 120R^{-3} + 160R^{-4} + 120R^{-5} + 48R^{-6} + 8R^{-7})$ $a_8 = -(1 + 7R^{-1} + 21R^{-2} + 35R^{-3} + 35R^{-4} + 21R^{-5} + 7R^{-6} + R^{-7})$	(4-37)
9-1	$P = \frac{1}{R} \left[\sum_{i=0}^9 a_i e^{(-iRK)} \right], \quad K = 1 - e^{-NUT/9}$ $a_0 = 1 - R^{-1} + R^{-2} - R^{-3} + R^{-4} - R^{-5} + R^{-6} - R^{-7} + R^{-8}$ $a_1 = -9R^{-8}; \quad a_2 = 36(R^{-7} + R^{-8})$ $a_3 = -(84R^{-6} + 168R^{-7} + 84R^{-8})$ $a_4 = (126R^{-5} + 378R^{-6} + 378R^{-7} + 126R^{-8})$ $a_5 = -(126R^{-4} + 504R^{-5} + 756R^{-6} + 504R^{-7} + 126R^{-8})$ $a_6 = (84R^{-3} + 420R^{-4} + 840R^{-5} + 840R^{-6} + 420R^{-7} + 84R^{-8})$ $a_7 = -(36R^{-2} + 216R^{-3} + 540R^{-4} + 720R^{-5} + 540R^{-6} + 216R^{-7} + 36R^{-8})$ $a_8 = (9R^{-1} + 63R^{-2} + 189R^{-3} + 315R^{-4} + 315R^{-5} + 189R^{-6} + 63R^{-7} + 9R^{-8})$ $a_9 = -(1 + 8R^{-1} + 28R^{-2} + 56R^{-3} + 70R^{-4} + 56R^{-5} + 28R^{-6} + 8R^{-7} + R^{-8})$	(4-38)

Tabela 4-12. Continuação

$N_p - N_r$	Relação	Eq.
10-1	$P = \frac{1}{R} \left[\sum_{i=0}^{10} a_i e^{(-iRK)} \right], \quad K = 1 - e^{-NUT/10}$ $a_0 = 1 - R^{-1} + R^{-2} - R^{-3} + R^{-4} - R^{-5} + R^{-6} - R^{-7} + R^{-8} - R^{-9}$ $a_1 = 10R^{-9}; \quad a_2 = -45(R^{-8} + R^{-9}); \quad a_3 = (120R^{-7} + 240R^{-8} + 120R^{-9})$ $a_4 = -(210R^{-6} + 630R^{-7} + 630R^{-8} + 210R^{-9})$ $a_5 = (252R^{-5} + 1008R^{-6} + 1512R^{-7} + 1008R^{-8} + 252R^{-9})$ $a_6 = -(210R^{-4} + 1050R^{-5} + 2100R^{-6} + 2100R^{-7} + 1050R^{-8} + 210R^{-9})$ $a_7 = (120R^{-3} + 720R^{-4} + 1800R^{-5} + 2400R^{-6} + 1800R^{-7} + 720R^{-8} + 120R^{-9})$ $a_8 = - \left(\begin{array}{l} 45R^{-2} + 315R^{-3} + 945R^{-4} + 1575R^{-5} + 1575R^{-6} + 945R^{-7} + 315R^{-8} \\ + 45R^{-9} \end{array} \right)$ $a_9 = \left(\begin{array}{l} 10R^{-1} + 80R^{-2} + 280R^{-3} + 560R^{-4} + 700R^{-5} + 560R^{-6} + 280R^{-7} \\ + 80R^{-8} + 10R^{-9} \end{array} \right)$ $a_{10} = - \left(\begin{array}{l} 1 + 9R^{-1} + 36R^{-2} + 84R^{-3} + 126R^{-4} + 126R^{-5} + 84R^{-6} + 36R^{-7} \\ + 9R^{-8} + R^{-9} \end{array} \right)$	(4-39)

Tabela 4-13. Relações P-NUT para configurações contracorrente-cruzadas com uma fileira de tubos por passe e um até dez passes do fluido interno, Fluido externo misturado entre as fileiras. Algoritmos das Figuras 4-4 e 4-5, casos 2A, e 2B e 2C.

$N_p - N_r$	Relação	Eq.
2-1	$P = \frac{1}{R} \left[\frac{\sum_{i=0}^2 a_i e^{(-iRK)}}{\sum_{i=0}^2 b_i e^{(-iRK)}} \right], \quad K = 1 - e^{-NUT/2}$ $a_0 = b_0 = R - 1; \quad a_1 = b_1 = 2; \quad a_2 = -(R + 1); \quad b_2 = -1$	(4-40)
3-1	$P = \frac{1}{R} \left[\frac{\sum_{i=0}^3 a_i e^{(-iRK)}}{\sum_{i=0}^3 b_i e^{(-iRK)}} \right], \quad K = 1 - e^{-NUT/3}$ $a_0 = b_0 = R^2 - 2R + 1; \quad a_1 = b_1 = 3(R - 1); \quad a_2 = b_2 = 3$ $a_3 = -(R^2 + R + 1); \quad b_3 = -(R + 1)$	(4-41)
4-1	$P = \frac{1}{R} \left[\frac{\sum_{i=0}^4 a_i e^{(-iRK)}}{\sum_{i=0}^4 b_i e^{(-iRK)}} \right], \quad K = 1 - e^{-NUT/4}$ $a_0 = b_0 = R^3 - 3R^2 + 3R - 1; \quad a_1 = b_1 = 4R^2 - 8R + 4$ $a_2 = b_2 = 6(R - 1); \quad a_3 = b_3 = 4$ $a_4 = -(R^3 + R^2 + R + 1); \quad b_4 = -(R^2 + R + 1)$	(4-42)

Tabela 4–13. Continuação

$N_p - N_r$	Relação	Eq,
5-1	$P = \frac{1}{R} \left[\frac{\sum_{i=0}^5 a_i e^{(-iRK)} }{\sum_{i=0}^5 b_i e^{(-iRK)} } \right], \quad K = 1 - e^{-NUT/5}$ $a_0 = b_0 = -R^4 + 4R^3 - 6R^2 + 4R - 1$ $a_1 = b_1 = 5(-R^3 + 3R^2 - 3R + 1)$ $a_2 = b_2 = -10(R - 1); \quad a_3 = b_3 = 10(-R^2 + 2R - 1)$ $a_4 = b_4 = -5; \quad a_5 = b_5 + R^4; \quad b_5 = R^3 + R^2 + R + 1$	(4-43)
6-1	$P = \frac{1}{R} \left[\frac{\sum_{i=0}^6 a_i e^{(-iRK)} }{\sum_{i=0}^6 b_i e^{(-iRK)} } \right], \quad K = 1 - e^{-NUT/6}$ $a_0 = b_0 = -R^5 + 5R^4 - 10R^3 + 10R^2 - 5R + 1$ $a_1 = b_1 = -6(R^4 - 4R^3 + 6R^2 - 4R + 1)$ $a_2 = b_2 = -15(R^3 - 3R^2 + 3R - 3)$ $a_3 = b_3 = -20(R^2 - 2R + 1); \quad a_4 = b_4 = 15(1 - R)$ $a_5 = b_5 = -6; \quad a_6 = b_6 + R^5; \quad b_6 = R^4 + R^3 + R^2 + R + 1$	(4-44)
7-1	$P = \frac{1}{R} \left[\frac{\sum_{i=0}^7 a_i e^{(-iRK)} }{\sum_{i=0}^7 b_i e^{(-iRK)} } \right], \quad K = 1 - e^{-NUT/7}$ $a_0 = b_0 = -(R^6 - 6R^5 + 15R^4 - 20R^3 + 15R^2 - 6R + 1)$ $a_1 = b_1 = -7(R^5 - 5R^4 + 10R^3 - 10R^2 + 5R - 1)$ $a_2 = b_2 = -21(R^4 - 4R^3 + 6R^2 - 4R + 1)$ $a_3 = b_3 = -35(R^3 - 3R^2 + 3R - 1)$ $a_4 = b_4 = -35(R^2 - 2R + 1); \quad a_5 = b_5 = 21(1 - R)$ $a_6 = b_6 = -7; \quad a_7 = b_7 + R^6$ $b_7 = R^5 + R^4 + R^3 + R^2 + R + 1$	(4-45)
8-1	$P = \frac{1}{R} \left[\frac{\sum_{i=0}^8 a_i e^{(-iRK)} }{\sum_{i=0}^8 b_i e^{(-iRK)} } \right], \quad K = 1 - e^{-NUT/8}$ $a_0 = b_0 = -(R^7 - 7R^6 + 21R^5 - 35R^4 + 35R^3 - 21R^2 + 7R - 1)$ $a_1 = b_1 = -8(R^6 - 6R^5 + 15R^4 - 20R^3 - 15R^2 + 6R - 1)$ $a_2 = b_2 - 28(R^5 - 5R^4 + 10R^3 - 10R^2 + 5R - 1)$ $a_3 = b_3 = -56(R^4 - 4R^3 + 6R^2 - 4R + 1)$ $a_4 = b_4 = -70(R^3 - 3R^2 + 3R - 1)$ $a_5 = b_5 = -56(R^2 - 2R + 1); \quad a_6 = b_6 = 28(1 - R)$ $a_7 = b_7 = -8; \quad a_8 = b_8 + R^7$ $b_8 = R^6 + R^5 + R^4 + R^3 + R^2 + R + 1$	(4-46)

Tabela 4–13. Continuação

$N_p - N_r$	Relação	Eq,
9-1	$P = \frac{1}{R} \left[\frac{\sum_{i=0}^9 a_i e^{(-iRK)} \right]}{\sum_{i=0}^9 b_i e^{(-iRK)}}, \quad K = 1 - e^{-NUT/9}$ $a_0 = b_0 = R^8 - 8R^7 + 28R^6 - 56R^5 + 70R^4 - 56R^3 + 28R^2 - 8R + 1$ $a_1 = b_1 = 9(R^7 - 7R^6 + 21R^5 - 35R^4 + 35R^3 - 21R^2 + 7R - 1)$ $a_2 = b_2 = 36(R^6 - 6R^5 + 15R^4 - 20R^3 + 15R^2 - 6R + 1)$ $a_3 = b_3 = 84(R^5 - 5R^4 + 10R^3 - 10R^2 + 5R - 1)$ $a_4 = b_4 = 126(R^4 - 4R^3 + 6R^2 - 4R + 1)$ $a_5 = b_5 = 126(R^3 - 3R^2 + 3R - 1)$ $a_6 = b_6 = 84(R^2 - 2R + 1); \quad a_7 = b_7 = 36(R - 1)$ $a_8 = b_8 = 9; \quad a_9 = b_9 - R^8$ $b_9 = -(R^7 + R^6 + R^5 + R^4 + R^3 + R^2 + R + 1)$	(4-47)
10-1	$P = \frac{1}{R} \left[\frac{\sum_{i=0}^{10} a_i e^{(-iRK)} \right]}{\sum_{i=0}^{10} b_i e^{(-iRK)}}, \quad K = 1 - e^{-NUT/10}$ $a_0 = b_0 = R^9 - 9R^8 + 36R^7 - 84R^6 + 126R^5 - 126R^4 + 84R^3 - 36R^2 + 9R - 1$ $a_1 = b_1 = 10(R^8 - 8R^7 + 28R^6 - 56R^5 + 70R^4 - 56R^3 + 28R^2 - 8R + 1)$ $a_2 = b_2 = 45(R^7 - 7R^6 + 21R^5 - 35R^4 + 35R^3 - 21R^2 + 7R - 1)$ $a_3 = b_3 = 120(R^6 - 6R^5 + 15R^4 - 20R^3 + 15R^2 - 6R + 1)$ $a_4 = b_4 = 210(R^5 - 5R^4 + 10R^3 - 10R^2 + 5R - 1)$ $a_5 = b_5 = 252(R^4 - 4R^3 + 6R^2 - 4R + 1)$ $a_6 = b_6 = 210(R^3 - 3R^2 + 3R - 1)$ $a_7 = b_7 = 120(R^2 - 2R + 1)$ $a_8 = b_8 = 45(R - 1); \quad a_9 = b_9 = 10; \quad a_{10} = b_{10} - R^9$ $b_{10} = -(R^8 + R^7 + R^6 + R^5 + R^4 + R^3 + R^2 + R + 1)$	(4-48)

As relações das Tabelas 4-12 e 4-13 podem ser empregadas junto com as relações apresentadas nas Tabelas 4-2 e Tabela 4–3 para modelar a mistura que pode acontecer em aletas ventiladas, por exemplo. Dados da efetividade podem ser determinados experimentalmente e depois comparados com uma média ponderada das relações válidas para o fluido externo misturado (Tabelas 4-12 e 4-13) e o fluido externo não misturado (Tabelas 4-2 e Tabela 4–3). Nesse caso, pode-se modelar o grau de ponderação das respectivas relações para a efetividade em função do tipo de aleta empregado. Aletas com menos ventilação deveriam ser modeladas com um grau de ponderação maior das relações válidas para o fluido

externo não misturado e vice-versa no caso de aletas mais ventiladas. Para tanto, é necessário o uso de uma bancada de teste de superfícies de trocadores de calor. O desenvolvimento deste tipo de pesquisa pode ser útil na caracterização de superfícies de transferência de calor em trocadores de calor compactos, possibilitando um cálculo do coeficiente de convecção de calor externo com melhor precisão.

A principal novidade do procedimento computacional apresentado e discutido neste capítulo provém do fato dele ter sido desenvolvido e estar disponível nas plataformas MATLAB 2015 e MAPLE 18 para a análise de diversos arranjos de trocadores de calor de fluxo cruzado. Este também possibilita a obtenção de relações teóricas que podem ser empregadas em programas computacionais e que podem compor uma biblioteca para cálculo da efetividade e demais parâmetros de todos os arranjos passíveis de serem modelados.

Estima-se que os códigos desenvolvidos possam ser uma ótima ferramenta didática para o estudo de diversos trocadores de calor em cursos de Engenharia e podem ser empregados no projeto e análise de trocadores de calor industriais.

4.2 FATOR DE CORREÇÃO DA LMTD: COMPARAÇÃO DE DIVERSOS ARRANJOS

A seguir, descrevem-se as comparações realizadas, tomando como base os casos definidos na Figura 3.2.

4.2.1 Comparação entre os casos com e sem mistura do fluido externo da configuração paralelo-cruzada

Inicialmente serão mostrados os gráficos para o caso 1A – com mistura do fluido externo - e do caso 3A – sem mistura do fluido externo - em que há variação apenas do número de passes, N_p , do fluido interno considerando um tubo por passe $N_r = 1$. Nas Figuras 4-3 a 4-8, se mostram os valores de F para N_p igual a 2, 6 e 10, respectivamente. Note-se que R assume os seguintes valores da direita para a esquerda ($R = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0; 1,2; 1,4; 1,6; 1,8; 2,0; 2,5; 3,0; 4,0; 6; 8; 10; 15; 20$).

Figura 4-3. Fator de correção F em função de P e R para o arranjo paralelo-cruzado modelado pelo caso 1A com $N_p = 2$ e $N_r = 1$.

Figura 4-4. Fator de correção F em função de P e R para o arranjo paralelo-cruzado modelado pelo caso 1A com $N_p = 6$ e $N_r = 1$.

Figura 4-5. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo paralelo-cruzado para o caso 1A com $N_p = 10$ e $N_r = 1$.

Figura 4-6. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo paralelo-cruzado para o caso 3A com $N_p = 2$ e $N_r = 1$.

Figura 4-7. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo paralelo-cruzado para o caso 3A com $N_p = 5$ e $N_r = 1$.

Figura 4-8. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo paralelo-cruzado para o caso 3A com $N_p = 10$ e $N_r = 1$.

Da análise dos seis gráficos, percebe-se que há uma queda da efetividade P à medida que o número de passes do fluido interno é aumentado. Esse motivo ocorre porque quando N_r aumenta o comportamento do arranjo se assemelha ao comportamento do arranjo paralelo puro.

Note-se que em ambos os casos (1A e 3A) o fluido interno está totalmente misturado, porque se considera apenas um circuito. Novamente se observa o mesmo comportamento anterior, o fator de correção F diminui com o aumento de N_p , como esperado.

Analisando as Figuras 4-3 a 4-8, nota-se, mesmo que as diferenças entre os valores de F sejam mínimas, que para o caso em que há mistura do fluido externo (1A), o valor de F é superior. Isso ocorre devido ao fato de que as diferenças de temperatura entre os dois fluidos se distribuírem de forma mais uniforme. N_p e N_r .

Após a análise dos gráficos das Figuras 4-3 a 4-8 e tomando, como base, o programa feito no software MATLAB como indicado no Apêndice I, torna-se imprescindível a comparação de ambos os casos com base nos valores de P e F. Assim, nas Tabelas 4-14 e 4-15, apresentam-se os desvios relativos entre os dois casos, sendo o caso 1A a referência.

Tabela 4–14. Comparação de P entre os casos 1A e 3A para três tipos de combinações entre N_p e N_r

	P (Efetividade da Temperatura)		
$N_p - N_r$	Caso 1A	Caso 3A	Diferença Relativa (%)
Para 2-1	0,907147673	0,906394778	0,082995853
Para 6-1	0,909090907	0,909090889	0,000002041
Para 10-1	0,909090880	0,909090878	0,000000199

Tabela 4–15. Comparação de F entre os casos 1A e 3A para três tipos de combinações entre N_p e N_r

	F (fator de correção)		
$N_p - N_r$	Caso 1A	Caso 3A	Diferença Relativa (%)
Para 2-1	0,169180168	0,168587499	0,350318000
Para 6-1	0,170732578	0,170732563	0,000008775
Para 10-1	0,170732556	0,170732555	0,000000857

Das tabelas 4-14 e 4-15, percebe-se que o percentual do desvio diminuí conforme o número de passes por tubo aumenta. Outra possível conclusão é a de que o caso 1A é mais eficiente no que diz respeito a efetividade da temperatura e ao fator de correção, porém, para valores de N_p superior a 6 passes por tubo, a diferença torna-se irrelevante. A tendência é a de que quanto maior o N_p , mais próximos os casos se tornam.

A seguir, serão mostrados os gráficos de comparação entre os casos 1B e 3B em que há variação apenas do número de passes, N_p , do fluido interno considerando dois tubos por passe $N_r = 2$. Nas figuras 4-9 e 4-10, mostram-se os valores de F para N_p igual a 2 e 5, respectivamente. Para $N_p = 10$, os resultados não apresentaram variações em relação ao de cinco passes. Note-se que R assume os seguintes valores da direita para a esquerda ($R = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0; 1,2; 1,4; 1,6; 1,8; 2,0; 2,5; 3,0; 4,0; 6; 8; 10; 15; 20$).

Figura 4-9. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo paralelo-cruzado para os casos 3B (-) e o 1B (-) com $N_p = 2$ e $N_r = 2$.

Figura 4-10. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo paralelo-cruzado para os casos 3B (-) e o 1B (-) com $N_p = 5$ e $N_r = 2$.

Da análise dos dois gráficos, percebe-se que há uma pequena queda do fator de correção F à medida que o número de passes do fluido interno é aumentado, como esperado. Esse motivo ocorre porque quando N_r aumenta, o comportamento do arranjo se assemelha ao comportamento do arranjo paralelo puro.

Analisando as Figuras 4-9 e 4-10, nota-se que, mesmo que as diferenças entre os valores de F sejam mínimas, para o caso em que há mistura do fluido externo (1B), o valor de F é superior. Isso ocorre devido ao fato de que as diferenças de temperatura entre os dois fluidos se distribuem de forma mais uniforme.

Assim, nas Tabelas 4-16 e 4-17, apresentam-se os desvios relativos entre os casos 1B e 3B, sendo o caso 1B a referência.

Tabela 4–16. Comparação de P entre os casos 1B e 3B para três tipos de combinações entre N_p e N_r

	P (Efetividade da Temperatura)		
$N_p - N_r$	Caso 1B	Caso 3B	Diferença Relativa (%)
Para 2-2	0,964268627	0,963390322	0,091085028
Para 5-2	0,921335610	0,921220485	0,012495430
Para 10-2	0,912217765	0,912207218	0,001156121

Tabela 4–17. Comparação de F entre os casos 1B e 3B para três tipos de combinações entre N_p e N_r

	F (fator de correção)		
$N_p - N_r$	Caso 1B	Caso 3B	Diferença Relativa (%)
Para 2-2	0,239523059	0,237729687	0,748726350
Para 5-2	0,181359621	0,181252125	0,059272220
Para 10-2	0,173302323	0,173293501	0,005090373

Das Tabelas 4-16 e 4-17, percebe-se que o percentual do desvio diminuí conforme o número de passes por tubo aumenta. Outra conclusão é a de que o caso 1B é mais eficiente no que diz respeito a efetividade da temperatura e ao fator de correção, porém, para valores de N_p superiores a 5 passes por tubo, a diferença torna-se irrelevante. A tendência é a de que quanto maior o N_p , mais similar é o comportamento dos arranjos.

A seguir, serão mostrados os gráficos de comparação entre os casos 1C e 3C em que há variação apenas do número de passes, N_p , do fluido interno considerando dois tubos por passe $N_r = 2$. Nas Figuras 4-11 e 4-12, mostram-se os valores de F para N_p igual a 2 e 6, respectivamente. Para o caso $N_p = 10$, obtêm-se os mesmos resultados que para seis passes. Note-se que R assume os seguintes valores da direita para a esquerda ($R = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0; 1,2; 1,4; 1,6; 1,8; 2,0; 2,5; 3,0; 4,0; 6; 8; 10; 15; 20$).

Figura 4-11. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo paralelo-cruzado para os casos 3C (-) e o 1C (-) com $N_p = 2$ e $N_r = 2$.

Figura 4-12. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo paralelo-cruzado para os casos 3C (-) e o 1C (-) com $N_p = 6$ e $N_r = 2$.

Da análise das Figuras 4-11 e 4-12, percebe-se que há uma queda do fator F à medida que o número de passes do fluido interno é aumentado, conforme acontece para os casos 1B e 3B. Esse motivo ocorre porque quando N_r aumenta o comportamento do arranjo se assemelha ao comportamento do arranjo paralelo puro.

Analisando essas Figuras, nota-se que, mesmo que as diferenças entre os valores de F sejam mínimas, para o caso em que há mistura do fluido externo (1C), o valor de F é superior. Isso ocorre devido ao fato de que as diferenças de temperatura entre os dois fluidos se distribuem de forma mais uniforme para o primeiro caso (1C).

Assim, nas Tabelas 4-18 e 4-19, apresentam-se os desvios relativos entre os resultados para os casos 1C e 3C, sendo o caso 1C a referência.

Tabela 4–18. Comparação de P entre os casos 1C e 3C para três tipos de combinações entre N_p e N_r

	P (Efetividade da Temperatura)		
$N_p - N_r$	Caso 1C	Caso 3C	Diferença Relativa (%)
Para 2-2	0,840482328	0,840388021	0,011220591
Para 6-2	0,899826383	0,899787002	0,004376571
Para 10-2	0,907509006	0,907504722	0,000472072

Tabela 4–19. Comparação de F entre os casos 1C e 3C para três tipos de combinações entre N_p e N_r

	F (fator de correção)		
$N_p - N_r$	Caso 1C	Caso 3C	Diferença Relativa (%)
Para 2-2	0,129596921	0,129553861	0,033226214
Para 6-2	0,163612404	0,163583580	0,017616937
Para 10-2	0,169466330	0,169462931	0,002005980

Das Tabelas 4-18 e 4-19, percebe-se que o percentual do desvio diminui conforme o número de passes por tubo aumenta. Outra possível conclusão é a de que o caso 1C é mais eficiente no que diz respeito a efetividade da temperatura e ao fator de correção, porém, para valores de N_p superior a 6 passes por tubo, a diferença torna-se irrelevante. A tendência é a de que quanto maior o N_p , mais próximos os casos se tornam.

Uma observação importante para os casos de arranjo paralelo-cruzado é a oscilação entre N_p (número de passes) pares e ímpares. Por esse motivo, utilizou-se $N_p = 6$ para as comparações 1A-3A e 1C-3C.

4.2.2 Comparação entre os casos com e sem mistura do fluido externo da configuração contracorrente-cruzada

A seguir, serão mostrados os gráficos de comparação entre os casos 2A – com mistura do fluido externo – e 4A – sem mistura do fluido externo - em que há variação apenas do número de passes do fluido interno para um valor unitário do N_r (apenas um circuito). Nas figuras 4-13 a 4-18, mostram-se os valores de F versus P e R para N_p igual a 2, 5 e 10, respectivamente. Note-se que R varia da direita para a esquerda para todos os casos ($R = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0; 1,2; 1,4; 1,6; 1,8; 2,0; 2,5; 3,0; 4,0; 6; 8; 10; 15; 20$).

Figura 4-13. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo contracorrente-cruzado para o caso 2A com $N_p = 2$ e $N_r = 1$.

Figura 4-14. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo contracorrente-cruzado para o caso 2A com $N_p = 5$ e $N_r = 1$.

Figura 4-15. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo contracorrente-cruzado para o caso 2A com $N_p = 10$ e $N_r = 1$.

Figura 4-16. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo contracorrente-cruzado para o caso 4A com $N_p = 2$ e $N_r = 1$.

Figura 4-17. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo contracorrente-cruzado para o caso 4A com $N_p = 5$ e $N_r = 1$.

Figura 4-18. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo contracorrente-cruzado para o caso 4A com $N_p = 10$ e $N_r = 1$.

Dos resultados mostrados nos seis gráficos (Figuras 4-13 a 4-18), percebe-se que há um aumento da efetividade P e do fator F à medida que o número de passes é aumentado. Isso ocorre pelo simples fato de que as configurações com mais número de passes tendem a configuração contracorrente pura, que é a que apresenta os maiores valores de P e F , respectivamente.

Das Figuras 4-13 a 4-18, nota-se que para o caso em que há mistura do fluido externo (2A), o valor de F é superior. Neste caso as diferenças entre os arranjos 2A e 4A são um pouco mais perceptíveis. Isso novamente ocorre devido ao fato de que as diferenças de temperatura entre os dois fluidos para o caso 2A distribuem-se de forma mais uniforme.

Nas Tabelas 4-20 e 4-21, apresentam-se os desvios relativos entre os resultados para os casos 2A e 4A, sendo o caso 2A a referência.

Tabela 4-20. Comparação de P entre os casos 2A e 4A para três tipos de combinações entre N_p e N_r

	P (Efetividade da Temperatura)		
$N_p - N_r$	Caso 2A	Caso 4A	Diferença Relativa (%)
Para 2-1	0,997373279	0,996627999	0,074724254
Para 5-1	0,999989563	0,999987550	0,000201259
Para 10-1	0,999997910	0,999997866	0,000004369

Tabela 4-21. Comparação de F entre os casos 2A e 4A para três tipos de combinações entre N_p e N_r .

	F (fator de correção)		
$N_p - N_r$	Caso 2A	Caso 4A	Diferença Relativa (%)
Para 2-1	0,432799460	0,414285600	4,277699372
Para 5-1	0,842676881	0,829602803	1,551493606
Para 10-1	0,961929090	0,960394924	0,159488444

Das Tabelas 4-20 e 4-21, percebe-se que o desvio relativo diminuiu conforme o número de passes aumenta. Outra conclusão é que o caso 2A é mais eficiente no que diz respeito à efetividade de temperatura e ao fator de correção F , porém, para valores de N_p superior a 5 passes, as diferenças tornam-se irrelevantes. A tendência é a de que quanto maior o N_p , mais próximos os casos se tornam. Ou seja, à medida que se aumenta o número de passes, o trocador aproxima-se da configuração contracorrente pura, para a qual P e F tendem ao valor unitário.

Serão mostrados os gráficos (Figuras 4-19 a 4-21) para os casos 2B e 4B em que há variação apenas do número de passes do fluido interno para um valor fixo de $N_r = 2$. Nas figuras 4-19, 4-20 e 4-21, mostram-se os valores de F versus P e R para N_p igual a 2, 5 e 10, respectivamente. Note-se que R varia da direita para a esquerda para todos os casos. ($R = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0; 1,2; 1,4; 1,6; 1,8; 2,0; 2,5; 3,0; 4,0; 6; 8; 10; 15; 20$)

Figura 4-19. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo contracorrente-cruzado para os casos 4B (-.) e o 2B (-) com $N_p = 2$ e $N_r = 2$.

Figura 4-20. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo contracorrente-cruzado para os casos 4B (-.) e o 2B (-) com $N_p = 5$ e $N_r = 2$.

Figura 4-21. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo contracorrente-cruzado para os casos 4B (-.) e o 2B (-) com $N_p = 10$ e $N_r = 2$.

Das Figuras 4-19 a 4-21, nota-se que para o caso em que há mistura do fluido externo (2B), o valor de F é superior. Neste caso as diferenças entre os arranjos 2B e 4B são um pouco mais perceptíveis. Isso novamente ocorre devido ao fato de que as diferenças de temperatura entre os dois fluidos para o caso 2B distribuem-se de forma mais uniforme.

Nas Tabelas 4-22 e 4-23, apresentam-se os desvios relativos entre os casos 2B e 4B, sendo o caso 2B a referência.

Tabela 4–22. Comparação de P entre os casos 2B e 4B para três tipos de combinações entre N_p e N_r .

	P (Efetividade da Temperatura)		
$N_p - N_r$	Caso 2B	Caso 4B	Diferença Relativa (%)
Para 2-2	0,999830781	0,999838859	-0,000807917
Para 5-2	0,999996066	0,999995883	0,000018278
Para 10-2	0,999998292	0,999998278	0,000001378

Tabela 4–23. Comparação de F entre os casos 2B e 4B para três tipos de combinações entre N_p e N_r .

	F (Efetividade da Temperatura)		
$N_p - N_r$	Caso 2B	Caso 4B	Diferença Relativa (%)
Para 2-2	0,636115637	0,639742361	-0,570135987
Para 5-2	0,915030276	0,911662683	0,368030775
Para 10-2	0,976874620	0,976278885	0,060983718

Das Tabelas 4-22 e 4-23, percebe-se que o desvio relativo diminuiu conforme o número de passes aumenta. Outra conclusão é que o caso 2B é mais eficiente no que diz respeito à efetividade de temperatura e ao fator de correção F, porém, para valores de N_p superior a 5 passes, as diferenças tornam-se irrelevantes. A tendência é a de que quanto maior o N_p , mais próximos os casos se tornam. Ou seja, à medida que se aumenta o número de passes, o trocador aproxima-se da configuração contracorrente cruzado pura, para a qual P e F tendem ao valor unitário.

Serão mostrados os gráficos para os casos 2C e 4C (Figuras 4-22 a 4-24) em que há variação apenas do número de passes do fluido interno para um valor fixo de $N_r = 2$. Nas figuras 4-22, 4-23 e 4-24, mostram-se os valores de F versus P e R para N_p igual a 2, 5 e 10, respectivamente. Note-se que R varia da direita para a esquerda para todos os casos ($R = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0; 1,2; 1,4; 1,6; 1,8; 2,0; 2,5; 3,0; 4,0; 6; 8; 10; 15; 20$).

Figura 4-22. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo contracorrente-cruzado para os casos 4C (-) e o 2C (-) com $N_p = 2$ e $N_r = 2$.

Figura 4-23. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo contracorrente-cruzado para os casos 4C (-) e o 2C (-) com $N_p = 5$ e $N_r = 2$.

Figura 4-24. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo contracorrente-cruzado para os casos 4C (-) e o 2C (-) com $N_p = 10$ e $N_r = 2$.

Das Figuras 4-22 a 4-24, nota-se que para o caso em que não há mistura do fluido externo (4C), o valor de F é superior. Neste caso se inverte a influência da mistura do fluido externo. Assim quando o fluido externo não se mistura (4C) se obtém uma distribuição mais uniforme das diferenças de temperatura entre os dois fluidos. Nas Tabelas 4-24 e 4-25, apresentam-se os desvios relativos entre o casos 2C e 4C, sendo o caso 2C utilizado como referência.

Tabela 4–24. Comparação de P entre os casos 2C e 4C para três tipos de combinações entre N_p e N_r .

	P (Efetividade da Temperatura)		
$N_p - N_r$	Caso 2C	Caso 4C	Diferença Relativa (%)
Para 2-2	0,999805863	0,999838859	-0,003300199
Para 5-2	0,999995031	0,999995883	-0,000085274
Para 10-2	0,999998067	0,999998278	-0,000021123

Tabela 4–25. Comparação de F entre os casos 2C e 4C para três tipos de combinações entre N_p e N_r .

	F (fator de correção)		
$N_p - N_r$	Caso 2C	Caso 4C	Diferença Relativa (%)
Para 2-2	0,625930171	0,639742361	-2,206666302
Para 5-2	0,897703400	0,911662683	-1,554999426
Para 10-2	0,967700076	0,976278885	-0,886515342

Das Tabelas 4-24 e 4-25, percebe-se que o desvio relativo diminuiu conforme o número de passes aumenta. Outra conclusão é que o caso 4C é mais eficiente no que diz respeito à efetividade de temperatura e ao fator de correção F, porém, para valores de N_p superior a 5 passes, as diferenças tornam-se irrelevantes, mais considerando a efetividade P. A tendência é a de que quanto maior o N_p , mais próximos os casos se tornam. Ou seja, à medida que se aumenta o número de passes, o trocador de calor aproxima-se da configuração contracorrente pura, para a qual P e F tendem ao valor unitário.

4.2.3 Comparação entre as diferentes geometrias do caso 1 (com mistura do fluido externo da configuração paralelo-cruzada).

Será mostrado o gráfico de comparação (Figura 4-25) entre os casos 1A, 1B e 1C para o número de passes do fluido interno ($N_p = 2$) e o número de tubo por passes ($N_r = 4$). Na figura 4-25, mostram-se os valores de F versus P,R. Note-se que R varia da direita para a esquerda para todos os casos. ($R = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0; 1,2; 1,4; 1,6; 1,8; 2,0; 2,5; 3,0; 4,0; 6; 8; 10; 15; 20$).

Figura 4-25. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo paralelo-cruzado para os casos 1A (-), 1B (-) e 1C (--) com $N_p = 2$ e $N_r = 4$.

Na Tabela 4-26, apresentam-se as diferenças relativas para P entre os três casos, (1A, 1B, 1C), sendo o caso 1B a referência.

Tabela 4–26. Comparação dos valores de P para o mesmo valor de F entre os casos 1A, 1B e 1C para $R=0,1$.

Casos	P	F	Diferença Relativa (%)
1A	0,8835	0,7501	1,8442
1B	0,9001		0,0000
1C	0,8698		3,3663

As condições de mistura do fluido quente depois de cada passe, caracterizadas por três tipos de configuração: (i) totalmente misturado (caso 1A); (ii) não misturado mantendo uma ordem idêntica dos tubos (caso 1B); e (iii) não misturado com ordem inversa dos tubos (caso 1C), são analisadas na Tabela 4-26 para trocadores de calor de fluxo cruzado em escoamento paralelo com dois passes e quatro tubos por passe (2-4) para $R = 0,1$. O comportamento da efetividade de temperatura em função do fator de correção e da razão de temperatura está apresentado na Figura 4-25. O valor do fator de correção é maior para o trocador de calor com a condição de fluido quente não misturado com uma ordem idêntica das fileiras (caso 1B) e menor para a condição de fluido quente não misturado com uma ordem inversa das fileiras (caso 1C). Por exemplo, para um trocador de calor com dois passes e quatro tubos por passes, o a efetividade de temperatura é 0,9001 para $F = 0,7501$ e $R = 0,1$, considerando o caso 1B. Já para o caso 1C, a efetividade de temperatura é 0,8698, uma diferença de aproximadamente 3,36 %. Isto é por causa que o caso B tem uma diferença de temperatura uniformemente mais distribuída entre os fluidos quente e frio, provocando assim uma efetividade de temperatura mais alta.

4.2.4 Comparação entre as diferentes geometrias do caso 2 (com mistura do fluido externo da configuração contracorrente-cruzada).

Será mostrado o gráfico de comparação (Figura 4-26) entre os casos 2A, 2B e 2C para o número de passes do fluido interno ($N_p = 2$) e o número de tubo por passes ($N_r = 4$). Na figura 4-26, mostram-se os valores de F versus P,R. Note-se que R varia de da direita para a esquerda para todos os casos ($R = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0; 1,2; 1,4; 1,6; 1,8; 2,0; 2,5; 3,0; 4,0; 6; 8; 10; 15; 20$).

Figura 4-26. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo contracorrente-cruzado para os casos 2A (-.), 2B (-) e 2C (--) com $N_p = 2$ e $N_r = 4$.

Na Tabela 4-27, apresentam-se as diferenças relativas para P entre os três casos (2A, 2B, 2C), sendo o caso 2B a referência.

Tabela 4-27. Comparação entre os valores de P para o mesmo valor de F para os casos 2A, 2B e 2C para $R=1,4$.

Casos	P	F	Diferença Relativa (%)
2A	0,5915	0,7501	2,2637
2B	0,6052		0,0000
2C	0,5791		4,3126

As condições de mistura do fluido quente depois de cada passe, caracterizadas por três tipos de configuração: (i) totalmente misturado (caso 2A); (ii) não misturado mantendo uma ordem idêntica dos tubos (caso 2B); e (iii) não misturado com ordem inversa dos tubos (caso 2C), são analisadas na Tabela 4-27 para trocadores de calor de fluxo cruzado em escoamento paralelo com dois passes e quatro tubos por passe (2-4) para $R = 1,4$. O comportamento da efetividade de temperatura em função do fator de correção e da razão de temperatura está apresentado na Figura 4-26. O valor do fator de correção é maior para o trocador de calor com a condição de fluido quente não misturado com uma ordem idêntica das fileiras (caso 2B) e menor para a condição de fluido quente não misturado com uma ordem inversa das fileiras

(caso 2C). Por exemplo, para um trocador de calor com dois passes e quatro tubos por passes, o a efetividade de temperatura é 0,6052 para $F = 0,7501$ e $R = 1,4$, considerando o caso 2B. Já para o caso 2C, a efetividade de temperatura é 0,5791, uma diferença de aproximadamente 4,31%. Isto é por causa que o caso B tem uma diferença de temperatura uniformemente mais distribuída entre os fluidos quente e frio, provocando assim uma efetividade de temperatura mais alta.

4.2.5 Comparação entre as diferentes geometrias do caso 3 (sem mistura do fluido externo da configuração paralelo-cruzada).

Será mostrado o gráfico de comparação (Figura 4-27) entre os casos 3A, 3B e 3C para o número de passes do fluido interno ($N_p = 2$) e o número de tubo por passes ($N_r = 4$). Na figura 4-27, mostram-se os valores de F versus P, R . Note-se que R varia da direita para a esquerda para todos os casos ($R = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0; 1,2; 1,4; 1,6; 1,8; 2,0; 2,5; 3,0; 4,0; 6; 8; 10; 15; 20$).

Figura 4-27. Fator de correção F pela efetividade da temperatura P para um trocador de calor com arranjo paralelo-cruzado para os casos 3A (-.), 3B (-) e 3C (--) com $N_p = 2$ e $N_r = 4$.

Na Tabela 4-28 apresentam-se as diferenças relativas para P entre os três casos (3A, 3B, 3C), sendo o caso 3B a referência.

Tabela 4–28. Comparação dos valores de P para o mesmo valor de F entre os casos 3A, 3B e 3C para $R=0,1$.

Casos	P	F	Diferença Relativa (%)
3A	0,8833	0,7501	1,8010
3B	0,8995		0,0000
3C	0,8697		3,3130

As condições de mistura do fluido quente depois de cada passe, caracterizadas por três tipos de configuração: (i) totalmente misturado (caso 3A); (ii) não misturado mantendo uma ordem idêntica dos tubos (caso 3B); e (iii) não misturado com ordem inversa dos tubos (caso 3C), são analisadas na Tabela 4-28 para trocadores de calor de fluxo cruzado em escoamento paralelo com dois passes e quatro tubos por passe (2-4) para $R = 0,1$. O comportamento da efetividade de temperatura em função do fator de correção e da razão de temperatura está apresentado na Figura 4-27. O valor do fator de correção é maior para o trocador de calor com a condição de fluido quente não misturado com uma ordem idêntica das fileiras (caso 3B) e menor para a condição de fluido quente não misturado com uma ordem inversa das fileiras (caso 3C). Por exemplo, para um trocador de calor com dois passes e quatro tubos por passes, o a efetividade de temperatura é 0,8995 para $F = 0,7501$ e $R = 0,1$, considerando o caso 3B. Já para o caso 3C, a efetividade de temperatura é 0,8697, uma diferença de aproximadamente 3,31 %. Isto é por causa que o caso B tem uma diferença de temperatura uniformemente mais distribuída entre os fluidos quente e frio, provocando assim uma efetividade de temperatura mais alta.

5 CONCLUSÃO

A seguir, apresentam-se as conclusões principais que podem ser destacadas resumidamente:

1) As ferramentas computacionais desenvolvidas podem ser empregadas para o estudo teórico de diversos arranjos de trocadores de calor de fluxo cruzado. Embora diversas simplificações e considerações foram assumidas durante o desenvolvimento dessas ferramentas (seção 2.1), essas fornecem resultados que podem ser aplicadas no estudo de trocadores de calor de interesse industrial (Capítulo 3). Isto inclui o projeto termo-hidráulico dos mesmos e o estudo deles em bancadas experimentais para caracterização do coeficiente convectivo externo de transferência de calor de novas superfícies, sobretudo para trocadores de calor compactos.

2) Apresentam-se dados da efetividade de temperatura, P , e do fator de correção da DMLT, F , para arranjos estudados na bibliografia. Isto inclui a proposta de novas relações teóricas inéditas para diversos arranjos de amplo uso em laboratórios de pesquisa e aplicações industriais (Capítulos 3 e 4).

3) Mostra-se a importância que a análise das diferentes hipóteses de mistura de ambos os fluidos possui na descrição correta do desempenho térmico de trocadores de calor de fluxo cruzados. De fato, as ferramentas computacionais apresentadas podem ser empregadas para elucidar a influência que a mistura do fluido externo em superfícies intensificadoras de calor, como por exemplo, aletas ventiladas, exerce sobre o desempenho de trocadores de calor compactos.

Considerando os diversos usos que as ferramentas computacionais possuem e que ainda não foram explorados, recomendam-se os seguintes trabalhos de continuidade:

i) Simular trocadores de calor de casco e tubos com os códigos em MATLAB desenvolvidos em Magazoni (2016) e apresentados parcialmente no Apêndice I. Esta proposta já foi desenvolvida parcialmente em Guimarães (2014) e foi desenvolvida por Magazoni (2016). A ideia principal é modelar trocadores de calor do tipo E (norma TEMA da ASME) com um e dois passes no casco com um número finito e reduzido de chicanas. Objetiva-se propor correlações para cálculo do fator de correção F e da efetividade de temperatura P em função do número de chicanas; e apresentar dados novos das efetividades deles.

ii) Estender as ferramentas computacionais desenvolvidas para possibilitar o projeto de trocadores de calor de fluxo cruzado considerando o cálculo dos coeficientes convectivos e das diversas resistências térmicas presentes nesses equipamentos.

iii) Utilizar essas ferramentas computacionais para o estudo experimental em bancada (túnel de vento) de superfícies de transferência de calor existentes ou novas. Neste contexto, também se propõe realizar estudos relacionados com a modelagem da mistura do fluido externo em diversos tipos de aletas.

iv) Empregar as técnicas matriciais descritas em Pignotti (1988) e outros trabalhos desse autor e co-autores para sofisticar as ferramentas desenvolvidas, e obter soluções numéricas considerando perfis uniformes das temperaturas de entrada e diversos tipos de hipóteses de mistura dos fluidos. Por exemplo, isto permitiria a simulação de trocadores de calor de casco e tubos do tipo J (norma TEMA), além de diversos trocadores de calor de fluxo cruzado (Pignotti e Shah, 1992).

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Baclic, B.S. (1978). A simplified formula for cross-flow heat exchanger effectiveness, **ASME J. Heat Transfer**, v. 100, p. 744-747.
- Baclic, B.S. (1990), ϵ -NTU analysis of complicated flow arrangements, in: Shah, R.K., Kraus, A.D., Metzger, D. (Eds.), *Compact Heat Exchangers – A Festschrift for AL London*, Hemisphere Publishing, New York, p. 31-90.
- Baclic, B.S., Heggs, P.J. (1985). On the search for new solutions of the single-pass crossflow heat exchanger problem, **Int. J. Heat Mass Transfer**, v. 28(10), p. 1965-1975.
- Bejan, A. (1977). The concept of irreversibility in heat exchanger design: Counterflow heat exchangers for gas-to-gas applications, **ASME J. Heat Transfer**, v. 99, p. 374-380.
- Bes, Th. (1996). Thermal performance of codirected cross-flow heat exchangers, **Heat Mass Transfer**, v. 31, p. 215-222.
- Binnie, A.M., Poole, E.G.C. (1937). The theory of single-pass cross-flow heat exchanger, **Proc. Cambr. Phyl. Soc.**, v. 33, p. 404-411.
- Bowman, R.A., Mueller, A.C., Nagel, W.M. (1940). Mean temperature difference in design, **Trans. ASME**, v. 62, p. 283-294.
- Braun, B. (1975). Wärmeübergang und temperaturverlauf in quetstrom-rohrbündeln bei beliebiger schaltung der rohrreihen, **Forsch. Ing.**, v. 41 (6), p. 181-191.
- Cabezas-Gómez, L., Navarro, H.A., Godoy, S.M., Campo, A., Saiz-Jabardo, J.M. (2009). Thermal characterization of a cross-flow heat exchanger with a new flow arrangement, **Int. J. Thermal Sciences**, v. 48, p. 2165–2170.
- Cabezas-Gómez, L., Navarro, H.A., Godoy, S.M., Saiz-Jabardo, J.M. (2008). A new cross-flow thermally efficient heat exchanger flow arrangement, *Proceedings 5th European Thermal Sciences Conference*, 18-22 May, Eindhoven, The Netherlands.
- Cabezas-Gómez, L., Navarro, H.A., Saiz-Jabardo, J.M. (2007). Thermal performance of multi-pass parallel and counter cross-flow heat exchangers, **ASME J. Heat Transfer**, v. 129, p. 282-290.
- Cabezas-Gómez, L., Navarro, H.A., Saiz-Jabardo, J.M. (2015). *Thermal Performance Modeling of Cross-Flow Heat Exchangers*, 1st ed., Springer, Cham Heidelberg.

- Cabezas-Gómez, L., Navarro, H.A., Saiz-Jabardo, J.M., Hanriot, S.M., Maia, C.B. (2012). Analysis of new cross flow heat exchanger flow arrangement - Extension to several rows, **Int. J. Thermal Sciences**, v. 55, p. 122–132.
- Chen, T.D., Conklin, J.C., Baxter, V.D. (1998). Comparison of Analytical and Experimental Effectiveness of Four-Row Plate-Fin-Tube Heat Exchangers with Water, R-22 and R-410A, **ASME Winter Annual Meeting**, Anaheim, California.
- DiGiovanni, M.A., Webb, R.L. (1989). Uncertainty in effectiveness-NTU calculations for crossflow heat exchangers, **Heat Transfer Engng.**, v. 10 (3), p. 61-70.
- Domingos, J.D. (1969). Analysis of complex assemblies of heat exchangers, **Int. J. Heat Mass Transfer**, v. 12, p. 537-548.
- Eckert, E.R.G. (1959). *Heat Transfer*, 2nd ed., McGraw-Hill, New York.
- ESDU 86018. (1991). Effectiveness-NTU relations for the design and performance evaluation of two-stream heat exchangers, **Engineering Science Data Unit 86018 with amendment**, London ESDU International plc, p. 92-107.
- Fakheri, A. (2003). Arithmetic mean temperature difference and the concept of heat exchanger efficiency, *Proceedings of the ASME Summer Heat Transfer Conference*, Las Vegas, Nevada, July 21-23, Paper No. HT2003-47360.
- Fakheri, A. (2006). Thermal efficiency of the cross-flow heat exchangers, *Proceedings of the ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, Chicago, Illinois, November 5-10, Paper No. IMECE 2004-13575.
- Fakheri, A. (2007). Heat exchanger efficiency, **ASME J. Heat Transfer**, v. 129, p. 1268-1276.
- Fakheri, A. (2008). Efficiency and effectiveness of heat exchanger series, **ASME J. Heat Transfer**, v. 130 (8).
- Guimarães, L.G.M. (2014). *Determinação numérica do fator de correção f para trocadores de calor casco e tubos*, Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gérias, PUC Minas, Belo Horizonte, 139 p.
- Guo, Z-Y., Zhou, S-Q., Li, Z-X., Chen, L-G. (2002). Theoretical analysis and experimental confirmation of the uniformity principle of temperature difference field in heat exchanger, **Int. J. Heat Mass Transfer**, v. 45, p. 2119-2127.

- Gvozdenac, D.D. (1986). Two-pass countercrossflow heat exchangers with both fluids unmixed throughout, **Wärme- und Stoffübertragung**, v. 20, p. 151-161.
- Hewitt, G., Shires, G., Bott, T. (1994). **Process Heat Transfer**, CRC Press, Florida.
- Incropera, F.P., DeWitt, D.P., Bergman, T.L., Lavine, A.S. (2008). **Fundamentals of Heat and Mass Transfer**, 6th ed., John Wiley, Hoboken, New York.
- Karst, H.H. (1952). Mean temperature difference in multi-pass crossflow heat exchangers, **Proc. of 1st US National Congress of Applied Mechanics**, ASME, p. 949-955.
- Kays, W.M., London, A.L. (1998). **Compact Heat Exchangers**, 3rd ed., McGraw Hill, New York.
- Kuppan, T. (2000). **Heat Exchanger Design Handbook**, Marcel Dekker, Inc., New York.
- Li, C.H.A. (1987). New simplified formula for crossflow heat exchanger effectiveness, **ASME J. Heat Transfer**, v. 109, p. 521-522.
- London, A.L. (1982). Economics and the second law: an engineering view and methodology, **Int. J. Heat Mass Transfer**, v. 25, p. 743-751.
- London, A.L., Seban, R.A. (1980). A generalization of the methods of heat exchangers analysis, TR No. NTU-1, Mech. Engng. Dept., Stanford University, Stanford, California, (1942): reprinted in **Int. J. Heat Mass Transfer**, v. 23, p. 5-16.
- Magazoni, F. C. (2016). **Modelagem computacional do desempenho térmico de trocadores de calor de fluxo cruzado e casco e tubos**, Tese de Doutorado, EESC-USP, São Carlos.
- Magazoni, F. C.; Cabezas-Gómez, L.; Alvarinho, P. F.; Sáiz-Jabardo, J. M. Closed form relationships of temperature effectiveness of cross-flow heat exchangers. **Thermal Science and Engineering Progress**, 9, p. 110-120, 2019.
- Mason, J.L. (1955). Heat transfer in cross flow, **Proc. 2nd US National Congress of Applied Mechanics**, New York, p. 801-803.
- Navarro, H.A., Cabezas-Gomez, L. (2005). A new approach for thermal performance calculation of cross-flow heat exchangers, **Int. J. Heat Mass Transfer**, v. 48, p. 3880-3888.
- Nellis, G., Klein. S. (2009). **Heat Transfer**, Cambridge University Press, New York.
- Nicole, F. J. L. **Mean Temperature Difference in Cross-Flow Heat Exchanger, Applied to Multipass Air-Cooled Fin-Tube Units with a Finite Number of Rows**. Dissertação (CSIR Special Report CHEM 223) — University of Pretoria, 1972
- Nusselt, W. (1911). Der wärmeübertragung in kreuztrom, **VDI-Zeitschr**, v. 55, p. 2021-2024.

- Nusselt, W. (1930). Eine neue formel für den wärme-durchgang in kreuztrom, **Tech Mech Thermodyn**, Berl, v. 1, p. 417-422.
- Pignotti, A. (1984a). Matrix formalism for complex heat exchangers, **ASME J. Heat Transfer**, v. 106, p. 352-360.
- Pignotti, A. (1984b). Flow reversibility of heat exchangers, **ASME J. Heat Transfer**, v. 106, p. 361-368.
- Pignotti, A. (1988). Linear matrix operator formalism for basic heat exchanger thermal design, **ASME J. Heat Transfer**, v. 110, p. 297-303.
- Pignotti, A. (1989). Relation between the thermal effectiveness of overall parallel and counterflow heat exchanger geometries, **ASME J. Heat Transfer**, v. 111, p. 294-299.
- Pignotti, A. (1990), Coupling rules for basic analysis of complex heat exchangers, in: Shah, R.K., Kraus, A.D., Metzger, D. (Eds.), **Compact Heat Exchangers – A Festschrift for AL London**, Hemisphere Publishing, New York, p. 13-30.
- Pignotti, A., Cordero, G. (1983a). Mean temperature difference in multipass crossflow, **ASME J. Heat Transfer**, v. 105, p. 584-591.
- Pignotti, A., Cordero, G.O. (1983b). Mean temperature difference charts for air coolers, **ASME J. Heat Transfer**, v. 105, p. 592-597.
- Pignotti, A., Shah, R.K. (1992). Effectiveness-number of transfer units relationships for heat exchanger complex flow arrangements, **Int. J. Heat Mass Transfer**, v. 35, p. 1275-1291.
- Pignotti, A., Tamborenea, P.I. (1988). Thermal effectiveness of multiple shell and tube pass TEMA E heat exchangers, **ASME J. Heat Transfer**, v. 110, p. 54-59.
- Roetzel, W., Nicole, F.J.L. (1975). Mean temperature difference for heat exchanger design – A general approximate explicit equation, **ASME J. Heat Transfer**, v. 97, p. 5-8.
- Roetzel, W., Spang, B. (2010). Fundamentals of heat exchanger design - Thermal design of heat exchangers - Chapter C1, In: VDI-GVC (Ed.), **VDI Heat Atlas**, 2nd ed., Düsseldorf, Germany: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, p. 33-66.
- Schedwill, H. (1968). Thermische auslegung von kreuzstromwarmeaustauschern, **Fortschritt-Ber VDI-Z**, Reihe 6, n. 19.
- Sekulić, D,P, (1990), The second law quality of energy transformation in a heat exchanger, **ASME J. Heat Transfer**, v. 112, p. 295-300.

- Sekulic, D.P., Shah, R.K., Pignotti, A. (1999). A review of solution methods for determining effectiveness-NTU relationships for heat exchangers with complex flow arrangements, **Applied Mechanical Reviews**, v. 52 (3), p. 97-117.
- Shah, R.K., Mueller, A.C. (1985). Heat exchanger basic thermal design methods, Rohsenow, W.M., Hartnett, J.P., Ganić E.N. (Eds.), **Handbook of Heat Transfer**, 2nd ed., McGraw Hill, New York, (Chapter 4, part 1).
- Shah, R.K., Pignotti, A. (1993). Thermal analysis of complex cross-flow exchangers in terms of standard configurations, **ASME J. Heat Transfer**, v. 115, p. 353-359.
- Shah, R.K., Sekulić, D.P. (1998). Heat Exchangers, Rohsenow, W.M., Hartnett, J.P., Cho, Y.I. (Eds.), **Handbook of Heat Transfer**, 3rd ed., McGraw Hill, New York, (Chapter 17).
- Shah, R.K., Sekulić, D.P. (2003). **Fundamentals of Heat Exchanger Design**, John Wiley & Sons, New York.
- Smith, D.M. (1934). Mean temperature difference in cross flow, **Engineering**, v. 38, p. 479-481, 604-607.
- Stevens, R.A., Fernandez, J., Woolf, J.R. (1957). Mean-temperature difference in one, two, and three-pass crossflow heat exchangers, **Trans. ASME**, v. 79, p. 287-297.
- Taborek, J. (1983). Charts for mean temperature difference in industrial heat exchanger configuration, in: Schlünder E.W. (Ed.), **Heat Exchanger Design Handbook**, Hemisphere Publishing, New York, Chapter 1,5.
- Triboix, A. (2009). Exact and approximate formulas for cross flow heat exchangers with unmixed fluids, **Int. Comm. Heat Mass Transfer**, v. 36, p. 121-124.
- Tucker, A.S. (1996). The LMTD correction factor for single-pass crossflow heat exchangers with both fluids unmixed, **Trans. ASME**, v. 118, p. 488-490.
- Webb, R.L., Kim, N.H. (2005). **Principles of Enhanced Heat Transfer**, 2nd ed., Taylor & Francis Group LLC., London.
- Yilmaz, M. Sara, O.N., Karsli, S. (2001). Performance evaluation criteria for heat exchangers based on second law analysis, **Exergy Int. J.**, v. 1(4), p. 278-294.

Apêndice I. Código computacional em MATLAB para os casos 3A, 3B, e 3C

```

clear all
close all
clc

caso='3A';
N_p=1;
N_r=100;

nN=1000;
NTU(1)=0.01;
NTU(nN)=15;
R=[4, 3, 2, 1.5, 1, 0.8, 0.6, 0.4, 0.2];

sR=size(R);
dNTU=(NTU(nN)-NTU(1))/nN;

for i=1:sR(2)
    for j=1:nN
        switch caso
            case '3A'
                y=pignotti_3abc(caso, R(i), NTU(j), N_p, N_r);
            case '3B'
                y=pignotti_3abc(caso, R(i), NTU(j), N_p, N_r);
            case '3C'
                y=pignotti_3abc(caso, R(i), NTU(j), N_p, N_r);
            case '4A'
                y=pignotti_4a(caso, R(i), NTU(j), N_p, N_r);
            case '4B'
                y=pignotti_4bc(caso, R(i), NTU(j), N_p, N_r);
            case '4C'
                y=pignotti_4bc(caso, R(i), NTU(j), N_p, N_r);
            otherwise
                y=pignotti_3abc(caso, R(i), NTU(j), N_p, N_r);
        end
        P(i,j)=y(1);
        F(i,j)=y(2);
        NTU(j+1)=NTU(j)+dNTU;
        a=[i,j,R(i),NTU(j),P(i,j),F(i,j)]
    end
end

```

152

```
    end
end

for i=1:sR(2)
    plot(P(i,:),F(i,:));
    hold on
end
xlabel('P [-]')
ylabel('F [-]')
axis([0,1,0.5,1])
grid on

function y = pignotti_3abc(caso, R, NTU, N_p, N_r)

N=N_p*N_r;
rho=exp(-NTU/N);
lambda=R*N_r*(1-rho);

for k=0:N
    a(k+1,1,1)=0;
    alpha(k+1,1,1)=0;
end

for p=1:N_p
    s_r=0;
    for q=1:N_r
        if (mod(N_p,2) == 0)
            i=N_p/2;
            N_b(q)=(i-1)*N_r-1+q;
            N_c(q)=N_b(q);
            N_a(q)=N_c(q)-1;
            N_alpha=i*N_r-1;
            N_beta=N_alpha;
            N_gamma=N_beta;
        else
            i=(N_p+1)/2;
            N_b(q)=(i-1)*N_r-1+q;
            N_c(q)=N_b(q);
            N_a(q)=N_c(q)-1;
```



```

N_alpha=(i-1)*N_r-1;
N_beta=N_alpha;
N_gamma=N_beta;
end
if (N_a(q) < 0)
    N_a(q)=0;
end
if (N_b(q) < 0)
    N_b(q)=0;
    N_c(q)=0;
end
if (N_alpha < 0)
    N_alpha=0;
    N_beta=0;
    N_gamma=0;
end

if (p==1)
    tau(1,q,1)=1;
end

s_beta(p,q)=0;
for k=0:N_beta
    s_beta1=0;
    for j=k:N_beta
        s_beta1=s_beta1+(alpha(j+1,p,q))*(factorial(j)*(-1/(2*lambda))^(j-k));
    end
    beta(k+1,p,q)=(1/(2*factorial(k)))*s_beta1;
    s_beta(p,q)=s_beta(p,q)+beta(k+1,p,q);
    gamma(k+1,p,q)=rho*alpha(k+1,p,q)+(1-rho)*beta(k+1,p,q);
    if (q~=N_r)
        alpha(k+1,p,q+1)=gamma(k+1,p,q);
    end
end

for k=0:N_a(q)
    s_beta1=0;
    for j=k:N_beta
        s_beta1=s_beta1+(alpha(j+1,p,q))*(factorial(j)*(-1/(2*lambda))^(j-k));
    end

```

```

    beta(k+1,p,q)=(1/(2*factorial(k)))*s_beta1;
    gamma(k+1,p,q)=rho*alpha(k+1,p,q)+(1-rho)*beta(k+1,p,q);
    if (q~=N_r)
        alpha(k+1,p,q+1)=gamma(k+1,p,q);
    end
end

s_b(p,q)=0;
for k=0:N_b(q)
    if (k >= 1)
        b(k+1,p,q)=(lambda*a(k,p,q))/k;
    else
        b(1,p,q)=tau(p,q,1)-beta(1,p,q);
    end
    s_b(p,q)=s_b(p,q)+b(k+1,p,q);
    c(k+1,p,q)=rho*a(k+1,p,q)+(1-rho)*b(k+1,p,q);
    if (q~=N_r)
        a(k+1,p,q+1)=c(k+1,p,q);
    end
end

tau(p,q,2)=exp(-lambda)*s_b(p,q)+exp(lambda)*s_beta(p,q);
s_r=s_r+tau(p,q,2);
end
tau_F(p)=(1/N_r)*s_r;
for q=1:N_r
    if (p~=N_p)
        switch caso
            case '3A'
                tau(p+1,q,1)=tau_F(p);
            case '3B'
                tau(p+1,q,1)=tau(p,q,2);
            case '3C'
                tau(p+1,q,1)=tau(p,N_r+1-q,2);
            otherwise
                tau(p+1,q,1)=tau_F(p);
        end
    end
end
end

```

```

if (p~=N_p)
    for k=0:N_alpha
        s_alpha=0;
        for j=k:N_alpha
            s_alpha=s_alpha+(c(j+1,p,N_r)*(factorial(j)/factorial(j-k)));
        end
        alpha(k+1,p+1,1)=((-1)^k)*((exp(-lambda))/factorial(k))*s_alpha;
    end
    for k=0:N_a(q)
        s_a=0;
        for j=k:N_a(q)
            s_a=s_a+(gamma(j+1,p,N_r)*(factorial(j)/factorial(j-k)));
        end
        a(k+1,p+1,1)=((-1)^k)*((exp(lambda))/factorial(k))*s_a;
    end
end
end

P=(1-tau_F(N_p))/R;
if (R == 1)
    chi=P/(1-P);
else
    chi=(1/(R-1))*log((1-P)/(1-R*P));
end
F=chi/NTU;

y=[P, F];

```