UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

CÉSAR AUGUSTO GALVÃO DE MORAIS

MODELOS DE SINTETIZAÇÃO PLENA E REDUZIDA DE ERROS EM
MÁQUINAS DE MEDIR POR COORDENADAS

São Carlos
2012

CÉSAR AUGUSTO GALVÃO DE MORAIS

MODELOS DE SINTETIZAÇÃO PLENA E REDUZIDA DE ERROS EM
MÁQUINAS DE MEDIR POR COORDENADAS

Dissertação apresentada ao
Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Mecânica, da
Universidade de São Paulo, como
requisito para obtenção do Título
de Mestre em Engenharia
Mecânica.

Área de Concentração: Projeto
Mecânico.

Orientador: Benedito Di Giacomo

São Carlos

2012

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTES
TRABALHOS, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO,
PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

M827m

Morais, César Augusto Galvão de
Modelos de sintetização plena e reduzida de erros em
máquinas de medir por coordenadas. / César Augusto Galvão
de Moraes ; orientador Benedito Di Giacomo. São Carlos,
2012.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Mecânica e Área de Concentração em Projeto
Mecânico)-- Escola de Engenharia de São Carlos da
Universidade de São Paulo, 2012.

1. Metrologia. 2. Máquinas de medir por coordenadas.
3. Sintetização de erros. 4. *Error budget*. 5. Modelagem
matemática de erros. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **CÉSAR AUGUSTO GALVÃO DE MORAIS**.

Título da dissertação: "Modelos de sintetização plena e reduzida de erros em máquinas de medir por coordenadas".

Data da defesa: 02/03/2012

Comissão Julgadora:

Prof. Titular **Benedito Di Giacomo (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Prof. Dr. **Álvaro José Abackerli**
(Instituto de Pesquisas Tecnológicas/IPT)

Prof.^a Dr.^a **Renata Belluzzo Zironi Mori**
(Acadêmia da Força Aérea/AFA)

Resultado:

APROVADO

APROVADO

APROVADO

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica:
Prof. Associado **Marcelo Areias Trindade**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Associado **Paulo Cesar Lima Segantine**

Aos meus pais Luiz e Suely
Aos meus irmãos Luciane e Luiz Eduardo
À Marília

Dedico.

AGRADECIMENTOS

Ao professor Benedito Di Giacomo pelos conhecimentos transmitidos, pela orientação, que em muitas vezes foi além da elaboração deste trabalho, e pela amizade.

Ao pós-graduando Vagner e ao técnico Luiz pela amizade, auxílio e pelas ricas discussões durante a realização do trabalho.

Ao técnico Cláudio, pela amizade e frequente presença durante as etapas experimentais.

Aos colegas de Pós-Graduação, Larissa e Rodrigo, pelo apoio e pelos bons momentos de convivência.

Ao professor Francisco Antonio Rocco Lahr, pela amizade e apoio.

À Escola de Engenharia de São Carlos e ao Departamento de Engenharia Mecânica pela colaboração e estrutura para realização do trabalho.

À FAPESP, pelo apoio financeiro.

Aos meus amigos de graduação, sempre presentes e responsáveis por momentos de descontração.

Aos meus pais Luiz e Suely e aos meus irmãos Luciane e Luiz Eduardo pelo apoio incondicional, pelo amor e incentivo.

À Marília pelo carinho, apoio e companheirismo em todos os momentos.

A DEUS, por tudo.

Muito Obrigado.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1.....	1
INTRODUÇÃO.....	1
CAPÍTULO 2.....	6
GENERALIDADES SOBRE MM3C, ERROS E SUAS SINTETIZAÇÕES	6
2.1. Surgimento da Máquina de Medir por Coordenadas.....	7
2.2. Classificação, principais configurações e aplicações das MM3Cs.....	9
2.3. Os erros e suas fontes em Máquinas de Medir por Coordenadas.....	15
2.3.1. Erros Geométricos.....	16
2.3.2. Transgressão ao princípio de Abbé	19
2.3.3. Erros Térmicos.....	21
2.3.4. Erros Dinâmicos.....	23
2.4. Sintetização de Erros.....	25
2.4.1. Sintetização Reduzida de Erros	26
2.4.2. Sintetização Plena de Erros	27
2.4.3. Sintetização Experimental de Erros.....	30
CAPÍTULO 3.....	35
ASPECTOS TEÓRICOS E FUNDAMENTAIS PARA AS SINTETIZAÇÕES DE ERROS EXPERIMENTAIS E TEÓRICAS	35
3.1. Teoria das Transformações Homogêneas.....	36
3.2. Regressão linear utilizando o método dos mínimos quadrados.....	44
3.3. Conceitos estatísticos.....	47
3.4. Classificação de erros quanto ao comportamento	48
CAPÍTULO 4.....	52
MODELOS DE SINTETIZAÇÃO PLENA E REDUZIDA DE ERROS EM MÁQUINAS DE MEDIR POR COORDENADAS.....	52
4.1. Sintetização Teórica de Erros	53
4.1.1. Sintetização Teórica e Reduzida de Erros.....	53
4.1.2. Sintetização Teórica e Plena de Erros	54
4.2. Formulação do Erro volumétrico em MM3C.....	56
4.3. Sintetização Experimental e plena de Erros	56
CAPÍTULO 5.....	57
DESCRIÇÃO DE METODOLOGIA PARA SINTETIZAÇÃO DE ERROS EM MÁQUINAS DE MEDIR POR TRÊS COORDENADAS.....	57

5.1. Considerações Utilizadas no Desenvolvimento do Trabalho	57
5.2. Características da MM3C	60
5.3. Sintetização Teórica dos Erros	63
5.3.1. Sintetização Reduzida de Erros	64
5.3.2. Sintetização Plena de Erros	76
5.3.2.1. Modelagem da MM3C aplicando a Análise Geométrica	78
5.3.2.2. Modelagem da MM3C utilizando a teoria das Transformações Homogêneas	89
5.4. Formulação do Erro Volumétrico	98
5.5. Sintetização Experimental e individual dos Erros	98
5.5.1. Condições técnico-ambientais para a calibração	99
5.5.2. Calibração para erros de escala ou de posição propriamente dito	100
5.5.3. Calibração para erros de rotação	106
5.5.4. Calibração para erros de retilidade	118
Correção de desalinhamento para os erros de retilidade	126
5.5.5. Calibração para erros devido à falta de ortogonalidade	127
CAPÍTULO 6	132
RESULTADOS E DISCUSSÕES DA SINTETIZAÇÃO PLENA E EXPERIMENTAL DE ERROS	132
6.1. Resultados de erros de posição	133
6.2. Resultados de erros de rotação	135
6.3. Resultados de erros de retilidade	141
6.4. Resultados de erros devido à falta de ortogonalidade entre os eixos da MMC	144
CAPÍTULO 7	146
CONCLUSÕES E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS	146
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	149
APÊNDICE A	155
EQUAÇÕES DE ERROS OBTIDAS COM O PRODUTO DAS MATRIZES DE TRANSFORMAÇÕES HOMOGÊNEAS	155
APÊNDICE B	157
ALGORITMO DESENVOLVIDO PARA ENCONTRAR AS EQUAÇÕES DE ERROS COM AS TRANSFORMAÇÕES HOMOGÊNEAS	157
APÊNDICE C	160
DADOS OBTIDOS DURANTE A ETAPA EXPERIMENTAL	160

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Primeira MMC fabricada por Ferranti Ltd em 1956.	8
Figura 2: MMC's do tipo ponte móvel.	11
Figura 3: MMC's do tipo ponte fixa.	12
Figura 4: MMC do tipo cantilever.	13
Figura 5: MMC's do tipo braço horizontal.	14
Figura 6: MMC's do tipo pórtico.	15
Figura 7: Rotações e translações de um corpo rígido durante seu deslocamento.	16
Figura 8: Transgressões ao erro de Abbé em paquímetro convencional (a) e em uma MMC (b).	20
Figura 9: Efeito do erro de Abbé em uma ótica de medição.	21
Figura 10: Possíveis erros de deslocamento de um corpo sobre uma guia.	30
Figura 11: Translação de um corpo na direção "X".	38
Figura 12: Rotação em torno de "z".	39
Figura 13: Rotação em torno de "y".	41
Figura 14: Rotação em torno de "z".	41
Figura 15: Corpo rígido sofrendo translações e rotações.	43
Figura 16: Variação luminosa devido ao princípio de Franjas Moiré.	61
Figura 17: Posicionamento de mancal e escala do eixo Y em uma vista frontal.	62
Figura 18: Esquadro de esferas utilizado com as dimensões especificadas em mm.	64
Figura 19: Montagem M1 para sintetização reduzida de erros.	65
Figura 20: Montagem M2 para sintetização reduzida de erros.	65
Figura 21: Montagem M3 para sintetização reduzida de erros.	66
Figura 22: Montagem M4 para sintetização reduzida de erros.	66
Figura 23: Montagem M5 para sintetização reduzida de erros.	67
Figura 24: Diagrama da MM3C para sintetização reduzida dos erros.	68
Figura 25: Relação linear para componente de erro em "X" devido à "pitch de X".	71
Figura 26: Relação linear para componente de erro em "X" devido à "roll de Y".	71
Figura 27: Relação linear para componente de erro em "Y" devido à "pitch de Y".	72
Figura 28: Relação linear para componente de erro em "Y" devido à "yaw de Y".	73
Figura 29: Relação linear para componente de erro em "Y" devido à "roll de X".	73
Figura 30: Relação linear para componente de erro em "Z" devido à "roll de Y".	74
Figura 31: MM3C do tipo ponte móvel (a) e diagrama da MM3C (b)	76
Figura 32: Definição dos planos da MM3C (a); Vista lateral direita do diagrama proposto, plano yz (b); Vista frontal do diagrama, plano xz (c); Vista superior do diagrama, plano xy (d).	77
Figura 33: Ocorrência de erro angular "roll" de "y" em MM3C.	79
Figura 34: Ocorrência de erro angular "pitch" de "x" em MM3C.	79

Figura 35: Ocorrência de erro angular “yaw” de “z” em MM3C.	80
Figura 36: Ocorrência de erro de ortogonalidade “y” em MM3C.	80
Figura 37: Ocorrência de erro angular “yaw” de “y” em MM3C.	82
Figura 38: Ocorrência de erro angular “yaw” de “x” em MM3C.	82
Figura 39: Ocorrência de erro angular “roll” de “z” em MM3C.	83
Figura 40: Ocorrência de erro de ortogonalidade “z” em MM3C.	83
Figura 41: Ocorrência de erro angular “roll” de “x” em MM3C.	85
Figura 42: Ocorrência de erro angular “pitch” de “y” em MM3C.	85
Figura 43: Ocorrência de erro angular “pitch” de “z” em MM3C.	86
Figura 44: Ocorrência de erro de ortogonalidade “x” em MM3C.	86
Figura 45: Diagrama explicativo da nomenclatura adotada, posicionamento dos sistemas de coordenadas e da abordagem vetorial utilizada.	90
Figura 46: Princípio de interferometria para erros de posição adaptado de Hewlett Packard (1988) (a), Medição de erro de posição (b).	101
Figura 47: Imagens da medição de erro de posição em “Y”.	103
Figura 48: Imagens da medição de erro de posição em “X”.	104
Figura 49: Imagens da medição do erro de posição “Z”.	105
Figura 50: Definição positiva ou negativa para erros de rotação.	106
Figura 51: Princípio de interferometria para erros de rotação adaptado de Hewlett Packard (1988) (a), Medição de erro de rotação (b).	108
Figura 52: Funcionamento do nível eletrônico adaptado de TAYLOR - HOBSON(199?) (a), utilização do nível eletrônico (b).	109
Figura 53: Imagens da medição do erro pitch do eixo “Y”.	110
Figura 54: Imagens da medição do erro yaw do eixo “Y”.	111
Figura 55: Imagens da medição do erro pitch do eixo “X”.	112
Figura 56: Imagens da medição do erro yaw do eixo “X”.	113
Figura 57: Imagens da medição do erro pitch do eixo “Z”.	114
Figura 58: Imagens da medição do erro yaw do eixo “Z”.	115
Figura 59: Imagens da medição do erro roll do eixo “Y”.	116
Figura 60: Imagens da medição do erro roll do eixo “X”.	117
Figura 61: Princípio de interferometria para erros de retilineidade adaptado de Hewlett Packard (1988) (a), Medição de erro de retilineidade (b).	118
Figura 62: Imagens da medição do erro de retilineidade “Y” na direção “X”.	120
Figura 63: Imagens da medição do erro de retilineidade “Y” na direção “Z”.	121
Figura 64: Imagens da medição do erro de retilineidade “X” na direção “Y”.	122
Figura 65: Imagens da medição do erro de retilineidade “X” na direção “Z”.	123
Figura 66: Imagens da medição do erro de retilineidade “Z” na direção “Y”.	124

Figura 67: Imagens da medição do erro de retilineidade “Z” na direção “X”	125
Figura 68: Desalinhamento do laser adaptado de Hewlett Packard (1988) (a), perspectiva do desalinhamento (b).	126
Figura 69: Ângulos presentes na medição do erro devido à falta de ortogonalidade	128
Figura 70: Imagens de medição de erro de ortogonalidade entre “Y” e “Z”	129
Figura 71: Imagens de medição de erro de ortogonalidade entre “X” e “Z”	130
Figura 72: Imagens de medição de erro de ortogonalidade entre “X” e “Y”	131

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Tipos de estruturas de MM3C.	10
Tabela 2: Relações obtidas pela rotação em torno de “z”.	40
Tabela 3: Relações obtidas pela rotação em torno de “y” e “x”.	42
Tabela 4: Nomenclatura preliminar para análise de erros.	58
Tabela 5: Simbologia adotada para os erros presentes na MM3C.....	59
Tabela 6: Simbologias diversas.....	59
Tabela 7: Informações Técnicas da MM3C Brown & Sharpe estudada.	63
Tabela 8: Componentes lineares de erros para sintetização reduzida.....	69
Tabela 9: Componentes de erro obtidas através da sintetização plena com a análise geométrica.....	88
Tabela 10: Instrumentação utilizada para calibração da MM3C.	99
Tabela 11: Resultados de erros devido à falta de ortogonalidade entre os eixos da MMC.....	145

LISTA DE EQUAÇÕES

Equação 1: Representação vetorial das coordenadas de um vetor $\vec{v}$.	37
Equação 2: Forma geral da matriz de transformação homogênea.	37
Equação 3: Matriz de transformação homogênea que representa uma translação em "X".	38
Equação 4: Sistema de equações obtido pela rotação em torno de "z".	40
Equação 5: Matriz de transformação homogênea que representa rotação em torno de "x".	40
Equação 6: Sistema de equações obtido pela rotação em torno de "y".	42
Equação 7: Matriz de transformação homogênea que representa rotação em torno de "y".	42
Equação 8: Sistema de equações obtido pela rotação em torno de "x".	42
Equação 9: Matriz de transformação homogênea que representa rotação em torno de "x".	43
Equação 10: Matriz de transformação homogênea dos deslocamentos de um corpo rígido.	44
Equação 11: Equação de reta que representa os dados coletados.	44
Equação 12: Equação geral do método dos mínimos quadrados.	45
Equação 13: Equação geral de mínimos quadrados para aproximação com reta.	45
Equação 14: Resultado da derivada parcial de W em relação a m .	46
Equação 15: Resultado da derivada parcial de W em relação a b .	46
Equação 16: Equação 14 reorganizada algebricamente.	46
Equação 17: Equação 15 reorganizada algebricamente.	46
Equação 18: Coeficiente m da regressão linear pelo método dos mínimos quadrados.	46
Equação 19: Coeficiente b da regressão linear pelo método dos mínimos quadrados.	47
Equação 20: Média aritmética de um conjunto dados.	47
Equação 21: Desvio padrão de um conjunto de dados.	48
Equação 22: Histerese segundo Weck (1984).	50
Equação 23: Erro sistemático segundo Weck (1984).	50
Equação 24: Erro aleatório segundo Weck (1984).	50
Equação 25: Equação não reduzida de sintetização de erros na direção "X".	70
Equação 26: Equação não reduzida de sintetização de erros na direção "Y".	70
Equação 27: Equação não reduzida de sintetização de erros na direção "Z".	70
Equação 28: Equação reduzida de sintetização de erros na direção "X".	75
Equação 29: Equação reduzida de sintetização de erros na direção "Y".	75
Equação 30: Equação reduzida de sintetização de erros na direção "Z".	76
Equação 31: Erro na direção "X" através da análise geométrica.	89
Equação 32: Erro na direção "Y" através da análise geométrica.	89
Equação 33: Erro na direção "Z" através da análise geométrica.	89
Equação 34: Matriz geral para modelagem com transformações homogêneas.	91
Equação 35: Matriz do trajeto sem erro da MM3C.	91

Equação 36: Vetor que representa trajeto sem erro da MM3C.....	92
Equação 37: Transformação de coordenadas do sistema 7 em coordenadas do sistema 0.	92
Equação 38: Abordagem vetorial do erro da MM3C.....	97
Equação 39: Erro na direção “X” através da teoria das Transformações Homogêneas.	97
Equação 40: Erro na direção “Y” através da teoria das Transformações Homogêneas.	97
Equação 41: Erro na direção “Z” através da teoria das Transformações Homogêneas.	97
Equação 42: Equação do erro volumétrico de uma MM3C.....	98
Equação 43: Expressão para erro de posição	100
Equação 44: Erro de Retilidade livre de desalinhamento.....	126
Equação 45: Erro de ortogonalidade entre dois eixos da MM3C.....	128
Equação 46: Equação de erro na direção “X” com termos de segunda ordem.....	155
Equação 47: Equação de erro na direção “Y” com termos de segunda ordem.....	156
Equação 48: Equação de erro na direção “Z” com termos de segunda ordem.....	156

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Apresentação de um erro geométrico em uma calibração de MMC ou MF.	49
Gráfico 2: Erro de posição do eixo "Y".	133
Gráfico 3: Erro de posição do eixo "X".	134
Gráfico 4: Erro de posição do eixo "Z".	134
Gráfico 5: Erro angular Roll do eixo "Y".	135
Gráfico 6: Erro angular Pitch do eixo "Y".	136
Gráfico 7: Erro angular Yaw do eixo "Y".	136
Gráfico 8: Erro angular roll do eixo "X".	137
Gráfico 9: Erro angular pitch do eixo "X".	138
Gráfico 10: Erro angular yaw do eixo "X".	138
Gráfico 11: Erro angular pitch do eixo "Z".	139
Gráfico 12: Erro angular yaw do eixo "Z".	140
Gráfico 13: Erro de retilineidade "Y" na direção "X".	141
Gráfico 14: Erro de retilineidade "Y" na direção "Z".	141
Gráfico 15: Erro de retilineidade "X" na direção "Y".	142
Gráfico 16: Erro de retilineidade "X" na direção "Z".	143
Gráfico 17: Erro de retilineidade "Z" na direção "Y".	143
Gráfico 18: Erro de retilineidade "Z" na direção "X".	144

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

E_x - Equação de erro correspondente a direção "X"

E_y - Equação de erro correspondente a direção "Y"

E_z - Equação de erro correspondente a direção "Z"

f_1 - Frequência 1 do feixe de luz

f_2 - Frequência 2 do feixe de luz

MF - Máquina Ferramenta

MMC - Máquinas de Medir por Coordenadas ou MM3C

MM3C - Máquinas de Medir por três Coordenadas ou MMC

NDE - Expansão Diferencial Nominal

SIP - Socit Genevoise D' Instruments The Physique

x_α - Posio no eixo "X" do esquadro de esferas mais prxima de sua origem

x_ω - Posio no eixo "X" do esquadro de esferas mais distante de sua origem

y_α - Posio no eixo "Y" do esquadro de esferas mais prxima de sua origem

y_ω - Posio no eixo "Y" do esquadro de esferas mais distante de sua origem

z_α - Posio no eixo "Z" do esquadro de esferas mais prxima de sua origem

z_ω - Posio no eixo "Z" do esquadro de esferas mais distante de sua origem

$\delta x(x)$ - Erro de posio do eixo "X"

$\delta y(y)$ - Erro de posio do eixo "Y"

$\delta z(z)$ - Erro de posio do eixo "Z"

$\delta y(x)$ - Erro de retilidade "X" na direo de "Y"

$\delta z(x)$ - Erro de retilidade "X" na direo de "Z"

$\delta x(y)$ - Erro de retilidade "Y" na direo de "X"

$\delta z(y)$ - Erro de retilidade "Y" na direo de "Z"

$\delta x(z)$ - Erro de retilidade "Z" na direo de "X"

$\delta y(z)$ - Erro de retilidade "Z" na direo de "Y"

$\delta\theta x(x)$ - Erro angular roll do eixo "X"

$\delta\theta y(y)$ - Erro angular roll do eixo "Y"

$\delta\theta z(z)$ - Erro angular roll do eixo "Z"

$\delta\theta y(x)$ - Erro angular pitch do eixo "X"

$\delta\theta x(y)$ - Erro angular pitch do eixo "Y"

$\delta\theta_x(z)$ - Erro angular pitch do eixo "Z"

$\delta\theta_z(x)$ - Erro angular yaw do eixo "X"

$\delta\theta_z(y)$ - Erro angular yaw do eixo "Y"

$\delta\theta_y(z)$ - Erro angular yaw d eixo "Z"

$\delta\theta_{x_o}$ - Erro de ortogonalidade entre os eixos "Y" e "Z"

$\delta\theta_{y_o}$ - Erro de ortogonalidade entre os eixos "X" e "Z"

$\delta\theta_{z_o}$ - Erro de ortogonalidade entre os eixos "Y" e "X"

Δx - Componente de erro incidente na direção "X"

Δy - Componente de erro incidente na direção "Y"

Δz - Componente de erro incidente na direção "Z"

Δf_1 - Variação da frequência 1 do feixe de luz

Δf_2 - Variação da frequência 2 do feixe de luz

RESUMO

MORAIS, C. A. G. **Modelos de Sintetização Plena e Reduzida de Erros em Máquinas de Medir por Coordenadas**. 2012. 186 p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.

A atual competitividade da economia mundial exige um controle de qualidade sofisticado em indústrias de manufatura, pois, devido ao grande número de empresas do setor são constantes as exigências de melhorias na produção. Deste modo, sistemas de medição rápidos, precisos e flexíveis como a MMC (Máquina de Medir por Coordenada) são introduzidos junto ao processo produtivo e, no que se refere à inspeção dimensional, eles proporcionam os quesitos pretendidos. Como todas as máquinas, a MMC está suscetível a erros, o que resulta em valores errôneos de sua resposta de leitura. Neste contexto, o objetivo principal do trabalho é descrever uma metodologia para efetuar um levantamento de erros em uma MMC, equacionando e quantificando nas suas direções preferenciais os erros incidentes durante um procedimento de medição. O levantamento de erros foi realizado em uma MMC do tipo ponte móvel sob as formas, teórica e experimental. A metodologia aplicada sob a forma teórica foi elaborada pelo método reduzido de sintetização de erros e pelo método pleno de sintetização de erros. Para estas sintetizações foram desenvolvidos matematicamente modelos da máquina por meio de uma análise de sua estrutura e também utilizando a teoria das transformações homogêneas. O levantamento de erros sob a forma experimental, sintetização experimental de erros, foi realizado de forma plena, obtendo valores dos 21 erros individuais. Para este método, foi utilizado canhão laser de medição, conjunto de óticas de medição por interferometria, apalpador eletrônico, nível eletrônico, esquadro mecânico de granito, além de dispositivos de fixação. Por meio dos valores obtidos na sintetização experimental permitiu-se conhecer a influência dos erros na ponta da sonda de medição. Os resultados mostraram que o eixo “Z” apresentou os menores erros de rotação, com amplitude menor que 1,7 arcoseg, contrariamente aos eixos “X” e “Y”. Constatou-se que as sintetizações de erros apresentadas podem ser empregadas como técnica de *error budget*, pois permitem conhecer os erros da máquina de medir por coordenadas e também rastreá-los em todo o seu volume de trabalho.

Palavras-chave: Metrologia, máquinas de medir por coordenadas, sintetização de erros, *error budget*, modelagem matemática de erros.

ABSTRACT

MORAIS, C. A. G. **Synthesizing Technique and Reduced Synthesizing Technique of Errors in Coordinate Measuring Machines**. 2012. 186 p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.

The current competitiveness of the global economy requires a sophisticated quality control in manufacturing industries, because, due to the large number of companies in this sector are constant the requirements of improvements in production. Thus, fast, accurate and flexible, systems of measurement as the CMM (Coordinate Measuring Machine) are introduced at production process and, with respect to dimensional inspection, this provides the qualities intended. Like all machines, the CMM is susceptible to errors, resulting in erroneous values of their reading response. In this context, the main objective of the study is to describe a methodology of error budget in a CMM, equating and quantifying in their preferred directions the errors incidents during a measurement procedure. The error budget was held in a moving bridge CMM in the forms, theoretical and experimental. The methodology applied in the theoretical form was developed by the method of reduced synthesizing technique of errors and the method of synthesizing technique of errors. For these synths were developed mathematical models of the machine by way of an analysis of its structure and also using the homogeneous transformations. The experimental synthesizing technique of errors was made with obtaining the individual values of 21 errors. For this method, was used a laser measurement, optical set of measurement by interferometry, electronic probe, electronic level, granite square, and fixation devices. Through the values obtained in the experimental synthesizing technique enabled to know the influence of errors on the tip of the probe. The results showed that the "Z" axis had the lowest errors of rotation, with amplitude less than 1.7 arcoseg, contrary to the axis "X" and "Y". It was verified that the methods of synthesizing technique of errors can be used as error budget, because they provide to know the errors of a coordinate measuring machine and also trace them throughout their volume.

Keywords: Metrology, coordinate measuring machines, synthesizing technique of errors, error budget, mathematical modeling of errors.

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

A economia mundial, cada vez mais competitiva, impulsiona e acelera o desenvolvimento tecnológico na busca pela redução dos custos de fabricação e melhoria da qualidade, tendo como consequência a evolução dos processos produtivos. Devido à acentuada concorrência, exigências de melhorias na produção da indústria mecânica, em virtude do grande número de empresas do setor e também da necessidade de altíssima qualidade do mercado sobre produtos manufaturados, destaca-se cada vez mais a necessidade de um controle de qualidade mais sofisticado na produção. Assim, há a necessidade da introdução junto ao processo produtivo de sistemas de controle da qualidade mais rápidos, mais precisos, mais flexíveis e ainda mais confiáveis. Com isso, evidencia-se uma maior utilização da MM3C (Máquina de Medir por Três Coordenadas), também conhecida como MMC (Máquina de Medir por Coordenadas), por atender as atuais necessidades produtivas das indústrias de manufatura.

A inspeção de peças no passado era realizada separadamente, mensurava-se geralmente uma característica para cada montagem e preparação de medição de uma peça, isto tornava a verificação dimensional e geométrica complexa e demorada. Para a inspeção dimensional e geométrica

de peças manufaturadas eram elaboradas montagens específicas para cada característica analisada como: dimensão, tipos de erros analisados e forma da peça verificada. Desta forma, pode-se dizer que o surgimento das Máquinas de Medir por Coordenadas foi considerado um marco para setores de controle dimensional de peças manufaturadas nas indústrias, pois permitiu realizar a quantificação de vários erros e dimensões concomitantemente em uma única montagem e preparação da medição, obtendo ainda, medições rápidas, flexíveis e precisas em peças com geometrias complexas.

As Máquinas de Medir por Coordenadas (MM3Cs), devido a sua flexibilidade e produtividade, oferecem a maioria dos quesitos pretendidos nas indústrias atuais, e em conjunto com a sua eficiência torna possível a avaliação de diversas características geométricas e dimensionais de uma peça em uma única montagem de medição, além de permitir a substituição de um grande número de instrumentos de metrologia convencional. Como meios de inspeção, tem permitido grandes avanços, pois possibilita a automação das atividades de inspeção e a integração entre os vários setores da empresa. São empregadas para a medição dos mais variados tipos de peças, reduzindo o tempo e os erros de medição.

As MM3Cs são sistemas complexos de medição que possuem a capacidade de medir coordenadas cartesianas em um determinado volume de trabalho. Os eixos ideais do sistema cartesiano são simulados através de guias com mancais aeroestáticos e escalas opto-eletrônicas. A determinação das coordenadas dos pontos de medição é feita através de apalpadores e as características geométricas e dimensionais são calculadas através de programas computacionais. A MM3C é capaz de fazer medições confiáveis de forma rápida e flexível, porém, como toda máquina está suscetível a erros geométricos devido a sua dinâmica de ação e também a erros provenientes de fontes externas, que introduzem desta forma valores errôneos em sua resposta de leitura. Os erros em MMC's são caracterizados por deslocamentos indesejáveis que alteram a posição da sonda de medição durante sua operação, ocasionando assim uma medição com dados diferentes dos reais. Podem ser citadas as imperfeições de fabricação de suas guias, que podem introduzir erros de retilineidade, posição e erros angulares. O desempenho

metrológico das MM3C's, a acuracidade esperada das mesmas, são prejudicadas devido à montagens imperfeitas da máquina, ocasionando erros de ortogonalidade. Além destes fatores, podem ser citados fatores de influência externa como os efeitos térmicos, que causam a dilatação nos componentes da máquina, os fatores humanos durante a operação e problemas de acionamento, e dos mancais para o deslocamento dos eixos sobre as guias.

Os erros das MM3C's são responsáveis pela diminuição da acuracidade e repetibilidade da verificação dimensional em peças manufaturadas, sendo indispensável o conhecimento e a sintetização destes erros para um controle dimensional adequado. Desta forma, também é importante o controle sobre a influência de fontes de erros externos, e minimizá-los através de isolamento e climatização do ambiente de operação das Máquinas de Medir por Coordenadas.

Durante muitos anos tem-se dedicado tempo e esforço à modelagem matemática de MM3Cs, visando determinar e melhorar os procedimentos de calibração para uso em sistemas de compensação de erros. Métodos e sistemas de compensação de erros têm sido motivos de pesquisa, pois através do uso dos métodos de compensação, os erros podem ser eliminados ou minimizados, este é seguramente o meio mais efetivo e econômico para se melhorar a qualidade de uma medição.

Diante disto, o objetivo principal do trabalho é descrever metodologias para levantamento de erros, equacionando e quantificando nas direções preferenciais os erros incidentes durante um procedimento de medição da MM3C. Neste trabalho, aplicou-se a teoria das transformações homogêneas e o método geométrico para a sintetização plena e teórica de erros além de um modelo reduzido de sintetização de erros. Para a calibração, utilizou-se um conjunto de ópticas apropriadas, canhão laser, apalpadores eletrônicos, esquadro mecânico de granito e nível eletrônico além de dispositivos de fixação como grampos e parafusos prisioneiros para a fixação da instrumentação utilizada.

O desenvolvimento proposto deste trabalho visa a aplicação em sintetização de erros em MM3C do tipo ponte móvel, porém a metodologia

aplicada pode ser empregada para os mais variados tipos de MM3C. A seguir é oferecida uma descrição dos capítulos que formam o trabalho.

No Capítulo dois, segue uma revisão bibliográfica abordando conceitos de erros contendo suas características e causas, trabalhos realizados aplicando métodos para a sintetização de erros e alguns métodos utilizados para calibrações dos erros presentes em MM3C's.

Os fundamentos teóricos para aplicação da teoria das transformações homogêneas na sintetização dos erros em Máquinas de Medir por Coordenadas, a estatística aplicada aos resultados obtidos, o método dos mínimos quadrados utilizado para a regressão linear aplicada na correção de desalinhamento da etapa experimental e classificações dos erros quanto ao seu comportamento, serão apresentados no capítulo três.

No quarto capítulo é apresentada a proposta do trabalho, o qual é estabelecida ao aplicar métodos teóricos e experimentais para a sintetização de erros, equacionando e quantificando, nas direções preferenciais da Máquina de Medir por Coordenadas. O equacionamento da MM3C utilizando os métodos: pleno e reduzido, para a sintetização de erros foi aplicado com o propósito de equacioná-los teoricamente nas direções preferenciais da MM3C e desta forma, facilitar o conhecimento das suas contribuições no volume de trabalho da Máquina.

O método proposto para a sintetização teórica e experimental dos erros na Máquina de Medir por Coordenadas e os materiais utilizados neste trabalho estão apresentados no capítulo cinco. O equacionamento dos erros da MM3C com os métodos, pleno e reduzido, foi possível ao utilizar ferramentas matemáticas analisando geometricamente a estrutura da máquina. O método pleno foi elaborado aplicando a teoria das transformações homogêneas. A descrição da parte experimental utilizada no trabalho, quantificação individual dos erros da MM3C através da calibração da Máquina, utilizando aparatos de medição como canhão laser, conjunto de óticas apropriadas e nível eletrônico, além de instrumentos de metrologia convencional como apalpador e esquadro mecânico está contida neste capítulo.

Estão presentes no capítulo seis os resultados obtidos da calibração da MM3C. Podem ser citados os erros de posição, retilineidade, erros angulares

(roll, pitch e yaw), presentes em cada eixo analisado. Os resultados da calibração dos erros devido a falta de ortogonalidade entre os eixos da máquina também estão presentes neste capítulo junto com análise e discussões.

No Capítulo sete, são apresentadas conclusões extraídas a partir da elaboração deste trabalho, além de propostas para aprimoramentos em forma de sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

GENERALIDADES SOBRE MM3C, ERROS E SUAS SINTETIZAÇÕES

A competitividade e exigência de elevada qualidade na produção da indústria mecânica em virtude da grande concorrência pelas empresas do setor de manufatura destaca a necessidade de sofisticados sistemas de controles de qualidade na produção. Neste contexto, alia-se a necessidade da introdução junto ao processo produtivo de equipamentos de inspeção dimensional mais rápidos, mais flexíveis, mais confiáveis e também detentores de acuracidade e repetibilidade. Com isso, evidencia-se a utilização da MM3C (Máquina de Medir por Três Coordenadas) por atender as atuais necessidades produtivas das indústrias de manufatura.

As máquinas de medir por três coordenadas são instrumentos capazes de realizar medições de forma flexível, rápida e precisa. Segundo Kunzmann e Wäldele (1988) as MMC's são consideradas um dos mais importantes equipamentos para medição de peças. Os autores afirmam que antes do surgimento das MMC's, as medições, bem como as inspeções em peças manufaturadas eram feitas separadamente para cada dimensão, características de forma, superfície e posição dos elementos geométricos. A utilização de MMC's permite medir todas estas propriedades ao mesmo tempo com o mesmo instrumento e ainda de uma forma totalmente coordenada e

organizada. Assim, as medições separadas podem ser reduzidas a uma descrição completa das propriedades metrológicas de uma peça.

O conhecimento dos erros presentes durante a operação em uma MMC é indispensável. Para Jinwen e Yanling (2010), as Máquinas de Medir por Coordenadas são amplamente utilizadas em indústrias e laboratórios como instrumentos precisos de medição. Hoje em dia as MMC's são integradas em linhas de produção e desta forma, tem-se exigido mais sua eficiência e precisão.

A medição de parâmetros individuais da geometria de uma MM3C, tais como os erros de posição, de retilidade, os erros angulares pitch, yaw, roll e ortogonalidade em cada uma das três direções, e só então pelo princípio da superposição dos efeitos sintetizar todos estes erros para encontrar o erro volumétrico entre quaisquer dois pontos no volume de trabalho da máquina, formam um problema mais interessante para o metrologista (DI GIACOMO, 1986).

Este capítulo apresenta considerações e fatos históricos sobre a Máquina de medir, descreve também os fatores que causam erros durante sua operação e suas características. Também estão apresentados neste capítulo, trabalhos elaborados para a sintetização de erros de forma teórica e experimental utilizando técnicas de calibração de erros.

2.1. Surgimento da Máquina de Medir por Coordenadas

No ano de 1956, surgiu a primeira Máquina de Medir por Coordenadas, o qual foi desenvolvida pela Ferranti Ltd. em Dalkeith, Escócia. A máquina desenvolvida é a primeira classificada como MMC e foi desenvolvida como um complemento para a família crescente de máquinas-ferramenta numericamente controladas. A empresa Ferranti Ltd. não realizava a comercialização de equipamento de medição, porém desenvolveu a MMC devido à necessidade de medição mais rápida e flexível quando as operações de usinagem tornaram-se automatizadas. Na época, os fabricantes de equipamentos de medição

existentes não haviam reconhecido o potencial de mercado da MMC que estava emergindo (BOSCH, 1995).

Segundo Bosch (1995), apenas dois anos após Harry Odgen juntar-se à divisão de controle numérico da Ferranti como engenheiro mecânico chefe, ele inventou a denominada máquina de inspeção Ferranti, que é classificada como a primeira máquina de medir por coordenadas. Para Odgen e outros da Ferranti, mesmo com o desenvolvimento da máquina de inspeção ainda eram necessárias melhorias para acompanhar o ritmo de manufatura das indústrias. As peças eram produzidas em poucos minutos em suas novas máquinas-ferramenta controladas por comando numérico, porém levavam horas para serem inspecionadas.

A Máquina de Medir por Coordenadas em 1956, desenvolvida pela Ferranti Ltd. pode ser visualizada na figura 1.

Figura 1: Primeira MMC fabricada por Ferranti Ltd em 1956.
Fonte: Bosch (1995).

De acordo com Bosch (1995), Harry Odgen entendeu que uma máquina de medir movendo livremente sobre seus eixos de medição com um display eletrônico facilitaria a inspeção de componentes fabricados. Este fato reduziria o tempo e a habilidade necessária para a operação, modificando o aspecto econômico do processo de inspeção dimensional.

O desenvolvimento inicial da Ferrant foi uma máquina de inspeção com movimentos em X, Y e Z de 610 mm e 381 mm e 254 mm respectivamente. A

máquina foi projetada para uma inspeção de produção com resolução de 0,012 mm. Inicialmente, a medição com o eixo de direção Z era realizada de forma adaptada e limitada, porém, somente em 1962 foi introduzido o eixo Z onde se poderia medir nesta direção de forma completa (BOSCH, 1995).

Bosch (1995) afirma que algumas empresas como a Bendix Corporation e a Sheffield Corporation, adquirida pela Bendix em 1956, obtiveram direitos para comercialização de MMC's em 1959. O início desta comercialização ocorreu pelo interesse de George Knopf, gerente geral da seção de controle industrial da Bendix Corporation, na amostra internacional de Máquinas-Ferramentas em Paris. A partir disto, a comercialização globalizada da máquina de medir por coordenadas foi instituída.

Hoje em dia inúmeras empresas comercializam MMC's, podem ser citadas as marcas conhecidas mundialmente como: Mytutoyo, COORD3 e as empresas pertencentes ao grupo Hexagon: Brow & Sharpe, DEA, Leitz, Sheffield e Tesa.

2.2. Classificação, principais configurações e aplicações das MM3Cs

Baseadas em trabalhos feitos pela American Society of Mechanical Engineers, a ASME B89.4.1 de 1997, as máquinas de medir por coordenadas foram classificadas de acordo com sua estrutura. Segundo Di Giacomo (1986), este detalhamento é extremamente útil no momento do desenvolvimento de uma formulação matemática para o equacionamento do erro volumétrico, pois as equações dos erros mudam de acordo com a estrutura analisada. No entanto, podem ser consideradas as mesmas equações para todas as máquinas de mesmo tipo de estrutura.

A norma americana classifica as máquinas de medir em 11 tipos. Porém, de acordo com Ni e Wäldele (1995) e Pereira (2011) os tipos mais importantes e comuns disponíveis no mercado são Ponte Móvel, Ponte Fixa, Cantilever, Braço Horizontal e Pórtico. Os autores apresentaram generalizadamente desenhos dos diversos tipos de MM3C contendo suas utilizações. Os desenhos

das MM3C's propostos por Ni e Wäldele (1995) e Pereira (2011) estão representados a seguir na tabela 1. Pereira (2011) atribui algumas características de utilização para alguns tipos de MM3C, de acordo com a tabela 1.

As máquinas de medir por coordenadas são encontradas em diferentes tipos de estruturas no mercado, suas características são responsáveis por definir suas aplicações.

Tabela 1: Tipos de estruturas de MM3C.

Fonte: Pereira (2011).

	PONTE MÓVEL	PONTE FIXA	CANTILEVER	BRAÇO HORIZONTAL	PÓRTICO
ESTRUTURA
APLICAÇÕES GERAIS	X	X	X	X	
ACURACIDADE	X	X			
PEÇAS GRANDES			X	X	X

Na literatura elaborada por Pereira (2011), o autor define os principais tipos de máquinas por coordenadas, bem como suas aplicações, vantagens e desvantagens. A seguir, são descritas algumas características apresentadas pelo autor das máquinas de medir por coordenadas dos tipos: Ponte Móvel, Ponte Fixa, Cantilever, Braço Horizontal e Pórtico.

2.2.1. Ponte Móvel

Segundo Pereira (2011), o modelo Ponte Móvel de máquinas de medir por coordenadas é o mais utilizado pela indústria, este modelo possibilita

medir peças de tamanhos pequenos e médios, com uma incerteza relativamente pequena. Como característica este modelo tem uma mesa fixa onde se apóia a peça a ser medida, além disso possui sobre uma mesa fixa uma ponte móvel, o que permite movimentar os eixos da máquina. Pereira (2011) afirma que a MM3C do tipo Ponte Móvel leva vantagem sobre o efeito de flexão do eixo horizontal em relação à do tipo Cantilever, pois o modelo Ponte Móvel possui duas colunas de apoio. Para o autor, o efeito de erro angular “yaw” encontrado no modelo Ponte Móvel pode ocorrer devido à velocidade das duas colunas serem diferentes durante o movimento. Na figura 2 estão ilustradas máquinas do tipo ponte móvel.

Figura 2: MMC's do tipo ponte móvel.
Fonte: DEA (2011) e Brown & Sharpe (2011)

2.2.2. Ponte Fixa

As máquinas de medir do tipo Ponte Fixa, representadas pela figura 3, tem como característica uma ponte rígida unida à base da máquina, sua mesa onde as peças inspecionadas são apoiadas é móvel, e esta é considerada um eixo de deslocamento da máquina. Esta configuração de máquina de medir por coordenadas é uma das mais precisas comercializadas atualmente, a configuração elimina erro de “yaw” durante o

movimento na direção longitudinal da mesa. A principal vantagem deste modelo de máquina é o fato de sua estrutura ser muito rígida, porém como desvantagem são destacadas a velocidade de operação reduzida, a possível ocorrência de flexões na mesa e também a necessidade de uma extensa guia para locomoção de uma comprida mesa para o apoio de peças na inspeção (PEREIRA, 2011).

Figura 3: MMC's do tipo ponte fixa.
Fonte: Leitz (2011) e Brown & Sharpe (2011)

2.2.3. Cantilever

O modelo Cantilever de máquinas de medir por coordenadas possui como característica uma mesa fixa e um braço que oferece movimento a um carro que carrega o eixo vertical, eixo carrega a sonda de medição. Este modelo cantilever é melhor entendido através da figura 4. Segundo Pereira (2011), como nesta configuração trabalha sem a presença de guias para o deslizamento da mesa, pois a mesma é fixa, podem ser realizadas medições

em peças pesadas sem que se afete a acuracidade de medição devido ao peso.

Figura 4: MMC do tipo cantilever
Fonte: Coord3 (2011)

Este tipo de máquina possui os três lados abertos, frente e laterais, o que permite uma boa acessibilidade à peça, porém, a flexão do eixo “Y” é um fator de desvantagem neste modelo, pois o carro que carrega o eixo vertical se movimenta na direção externa o que pode contribuir ainda mais com este problema. Como esta configuração de máquina possui uma mesa longa, e um curso menor nos outros dois eixos, ela é adequadamente aplicada a medições e peças longas (PEREIRA, 2011).

2.2.4. Braço Horizontal

Segundo Pereira (2011), esta configuração de máquina de medir por coordenadas oferece uma excelente acessibilidade em todos os lados da peça medida, ela aplica ainda altas velocidades de medição além de ter um longo curso de medição em seu eixo de maior deslocamento, podendo atingir 25 metros. As MMC's do tipo Braço Horizontal são ideais para medições em carrocerias de automóveis e outras peças com dimensões e

tolerâncias similares. A figura 5 mostra dois Braços Horizontais medindo uma carroceria automotiva, este sistema de medição com dois Braços Horizontais consiste na utilização de braços idênticos e espelhados, os braços se movem simultaneamente. A desvantagem desta configuração de MMC é essencialmente a sua acuracidade.

Figura 5: MMC's do tipo braço horizontal
Fonte: Brown & Sharpe (2011)

2.2.5. Pórtico

A MMC do tipo Pórtico ilustrada na figura 6, é projetada com uma estrutura de grande rigidez para evitar deformações, sua fundação estrutural também é projetada para evitar que o peso dos componentes medidos ocasionem distorções nas fundações e conseqüentemente causem erros nas medições. Este tipo de configuração da MMC é aplicada para medições em peças grandes que exijam um volume de 10 m³ e tolerâncias pequenas. As vantagens da utilização deste tipo de máquina são o acesso a peça medida, pois o operador tem facilidade em acessar todas partes do volume

da máquina além de possuir um grande volume de trabalho (PEREIRA, 2011).

Figura 6: MMC's do tipo pórtico.
Fonte: Leitz (2011) e DEA (2011)

2.3. Os erros e suas fontes em Máquinas de Medir por Coordenadas

A busca por resultados confiáveis em MM3Cs pode ser frustrada, uma vez que as máquinas de medir estão sujeitas a erros. Quanto ao seu comportamento, os erros podem ser classificados em aleatórios, sistemáticos e de histerese, os quais estão descritos no capítulo 3. Entretanto, os erros também podem ser classificados devido suas fontes e fatores de influência, como erros geométricos, transgressão ao princípio de Abbé, erros térmicos e erros dinâmicos.

A melhoria do desempenho das máquinas de medir passa por análise de erros devido a seus fatores de influência.

2.3.1. Erros Geométricos

Todo movimento indesejável nas direções não preferenciais durante uma translação são causados por imperfeições na geometria dos componentes individuais que formam a estrutura de uma MM3C. Os erros geométricos, dessa forma, estão relacionados à cinemática entre as várias partes que compõem a estrutura de uma máquina.

Na literatura elaborada por Phillips (2011), é possível entender os erros da Máquina de Medir por Coordenadas a partir da hipótese da cinemática de um corpo rígido. Como a posição de um corpo rígido no espaço pode ser definida através de 6 graus de liberdade, conseqüentemente estes, são associados a seis erros geométricos para cada eixo de translação da máquina. Os erros geométricos citados pelo autor em um único eixo de translação estão ilustrados na figura 7.

Figura 7: Rotações e translações de um corpo rígido durante seu deslocamento.

Fonte: Phillips (2011).

Os autores Di Giacomo (1986), Hocken (1995), Kunzmann, Ni e Wäldele (1995), Phillips (2011) e Zhang (2011) afirmam que em uma máquina de medir por coordenadas, o movimento em uma determinada direção de um carro ou eixo sobre uma guia possui seis graus de liberdade, que podem ser entendidos como três movimentos de translações (um de

escala ou posição e dois de retilineidade perpendiculares ao eixo de movimento) e três movimentos de rotações denominadas de “*pitch*”, “*yaw*” e “*roll*”. Os autores afirmam que há ainda erros de ortogonalidade presentes em sua estrutura, e como a máquina possui três eixos de movimentação, estão a ela associados 18 erros geométricos paramétricos e 3 não paramétricos, estes 3 últimos, são derivados da falta de ortogonalidade entre os eixos da máquina. Portanto, totalizam-se desta forma 21 erros geométricos para uma máquina tridimensional de medição por coordenadas.

Para Phillips (2011), a estrutura de uma máquina de medir por coordenadas não é perfeitamente rígida e apesar de ser tratado como um corpo rígido, *rigid-body*, deveria ser chamado de corpo quase rígido, proveniente do termo inglês *quasi-rigid-body*.

Um sistema de medição por coordenadas abrange quatro elementos básicos: a peça, o operador, o instrumento e o ambiente (Ni, 1995). Segundo Cardoza (1995), existem dois tipos de fatores causadores de erros que influenciam a medição a três coordenadas: os dependentes e os independentes da máquina.

Para Cardoza (1995) alguns dos fatores causadores de erros dependentes da máquina são: transgressão do Princípio de Abbè, erros devido ao apalpador de medição, erros devido à forma das guias, o desempenho de referência e erros devido ao peso próprio, além dos relativos à integridade dos programas computacionais. Quanto aos fatores independentes da máquina, pode-se mencionar: o acabamento da peça, estratégia de medição e habilidade do operador. Além disso, existem fatores que podem ser dependentes ou independentes da máquina, de acordo com as circunstâncias, estes são: os erros dinâmicos e os erros devido às variações de temperatura.

Os autores Kunzmann, Ni e Wäldele (1995) dividem os fatores que ocasionam erros em fatores dependentes e independentes da temperatura. Para os autores, os fatores independentes da temperatura podem ser descritos como, falta de planicidade das guias devido a sua fabricação imperfeita, defeitos dos mancais responsáveis pelos movimentos dos eixos da máquina, graduação incorreta ou incorreta calibração dos transdutores

de deslocamento, ajustes incorretos de alguns componentes da máquina em relação a outros e deformações elásticas dos componentes e dos mancais devido ao deslocamento de massa enquanto os eixos se movimentam. Para os autores, os fatores responsáveis pela causa de erros dependentes da temperatura podem ser descritos como, variação uniforme da temperatura nos componentes da máquina, variação não uniforme dos componentes da máquina, transferência de calor devido a correntes de ar, troca de calor por radiação com o ambiente e a transmissão de calor com: peças a serem medidas, com seus componentes de fixação, bem como transmissão de calor com componentes eletrônicos e unidades com calor interno.

Schwenke et al. (2008) considera que a acuracidade volumétrica minimiza o aumento de custo para novos processos produtivos ou processos reformulados em uma máquina ferramenta. A acuracidade volumétrica das máquinas-ferramenta e de máquinas de medição por coordenadas (MMC) tem de ser asseguradas por técnicas metrológicas precisas e rastreáveis. A informação obtida pode ser utilizada para caracterizar a máquina ou para aumentar a acuracidade numérica pela compensação dos erros.

O projeto para a concepção de uma máquina e a sua operação adequada são fatores de grande importância para minimizar a influência de erros em uma MMC. Segundo Weekers e Schellekens (1995) para uma alta precisão da máquina de medir por coordenadas, os erros incidentes devem ser pequenos, o que faz com que se tenha um grande esforço para manter os erros pequenos ou até mesmo eliminá-los. Desta forma, algumas condições para reduzir a influência de erros nas MMC's durante sua concepção em projeto e sua operação devem ser seguidas. Os autores citam como exemplo destas condições: a fabricação da máquina com alta precisão de ajuste, componentes produzidos com materiais de alta rigidez e baixo peso, temperatura de ambiente de operação controlada e mínimas fontes de calor internas, além de isolamento de vibrações e movimentos suaves durante a operação.

Para Dong et al. (2003), a utilização de mancal aerostático nas guias das máquinas de medir por coordenadas e máquinas ferramentas, possui

muitas vantagens em relação a outros mecanismos de translação. Segundo os autores a vantagem de se utilizar este sistema são: baixo atrito, não há contato de metal durante o deslize devido estarem separadas por um colchão de ar, desgaste e ruído baixo, alta precisão, longa durabilidade, ampla faixa de temperatura de trabalho e segurança ambiental, pois o gás utilizado é o mesmo ar da atmosfera o que permite que o mesmo seja liberado ao ambiente sem causar danos.

2.3.2. Transgressão ao princípio de Abbé

O princípio de Abbé denominado em homenagem ao seu autor, o físico alemão Ernst Abbé é conhecido segundo Bryan (1979) como o primeiro princípio de projetos de máquinas-ferramenta e metrologia dimensional. O princípio foi publicado em 1890 no *Journal for Instrumental Information*, volume X e declara que em uma medição de deslocamento, o caminho efetivo do instrumento deve ser colinear ao caminho funcional do mesmo (BRYAN, 1979). A falta desta colinearidade do caminho resulta no que é chamado de erro de Abbé.

Bryan (1979) estudou o princípio de Abbé e o redefiniu em seu trabalho adicionando outras duas outras considerações. Segundo o autor, o princípio relata que um sistema de medição de deslocamento deve estar em linha com o ponto funcional do instrumento, se isto não for possível, as guias de deslocamento do instrumento devem estar livres de movimentos angulares ou os resultados angulares devem ser considerados para calcular as consequências do desvio.

As diferentes estruturas de MM3Cs que podem ser encontradas apresentam em comum a transgressão ao Princípio de Abbè (DI GIACOMO, 1986). Segundo Kunzmann, Pfeifer e Flügge (1993) o princípio de Abbè tem suas raízes numa conferência sobre “Instrumentos de Medição para Físicos”, dada por E. Abbé, em 1890. Ele escreveu seus princípios para os instrumentos então fabricados pela Carl Zeiss Jena.

Na figura 8, as imagens elaboradas por Zhang (1989), exemplificam o princípio de Abbé. A imagem 8(a) representa uma transgressão ao princípio de Abbé em uma medição com um paquímetro convencional, o qual mostra a diferença de posicionamento do ponto real de leitura **A** e do ponto com influencia do erro de Abbé **A'**. Em 8(b), esta ilustrado um diagrama de uma MMC do tipo ponte móvel, que evidencia braços de Abbé através dos pontos 3, 4 e 5 da imagem durante a medição de uma peça. Estes braços transgridem o princípio de Abbé, pois a ponta da sonda de medição, onde se faz a coleta dos dados, não está colinear ao caminho da máquina.

Figura 8: Transgressões ao erro de Abbé em paquímetro convencional (a) e em uma MMC (b).

Fonte: Redesenhado de Zhang (1989)

Para Köning, Flügge e Bosse (2007), o erro de Abbé ocorre quando a parte móvel que translada de um componente mecânico também rotaciona durante o movimento de translação desejado.

A figura 9 indica a presença do erro de Abbé em uma ótica interferométrica durante uma medição. Segundo Leach (2010), o erro de Abbé ocorre quando o ponto de medição de interesse esta deslocado lateralmente em relação à escala. Quando há a presença de erros angulares no sistema de medição, o erro de Abbé fornece valores do deslocamento medido maiores ou menores em relação a real posição. A separação espacial entre a linha de referência e o ponto de medido segundo o autor é

conhecido como “Abbe Offset”, porém este termo é normalmente utilizado como “Braço de Abbé”. O Braço de Abbé, pode ser encontrado na figura 9.

Figura 9: Efeito do erro de Abbé em uma ótica de medição.

Fonte: Leach (2010)

MARQUES (1999) desenvolveu uma formulação matemática, cujo objetivo foi o de expressar os erros angulares em função dos erros de retilidade, além do que permite minimizar o número de calibrações necessárias e, conseqüentemente, o tempo de máquina parada requerido para o levantamento de seu comportamento metrológico.

2.3.3. Erros Térmicos

Dentre os erros de uma MMC é inevitável a influência da temperatura nas medições, deste modo, é de extrema importância o seu controle. Trabalhos sobre efeitos térmicos realizados em Máquinas Ferramentas (MF) e MM3C's fazem referências aos trabalhos de BRYAN (1990), o qual estuda efeitos térmicos em Máquinas Ferramentas. O local de trabalho e o projeto da máquina definem a quantidade das fontes de calor presentes. (ARENCIBIA, 2003).

Segundo Kunzmann, Ni e Wäldele (1995), os erros sistemáticos em MMC podem ser divididos em dependentes e independentes da temperatura.

Para os autores as causas dos erros dependentes da temperatura ocorrem na forma de:

- Variação uniforme da temperatura nos componentes da máquina, causando variações do comprimento das escalas;
- Variação não uniforme dos componentes da máquina, ocasionando um aumento do gradiente de temperatura entre os componentes e como consequência podendo causar deformações nas guias e alterar o alinhamento de alguns componentes em relação a outros;
- Transferência de calor devido a correntes de ar ocasionadas pela presença de sopradores, ventiladores de motores e equipamentos de ar condicionado;
- Troca de calor por radiação com o ambiente; o que pode ser exemplificada como as trocas de calor com paredes, piso, teto, instrumentos vizinhos, iluminação e pessoas;
- Transmissão de calor com: peças a serem medidas, com seus componentes de fixação, além da transmissão de calor com componentes eletrônicos e unidades com calor interno.

Dentre os fatores externos que mais influenciam o efeito dos erros individuais sobre o erro de posicionamento da ponta do apalpador é a temperatura ambiente. A variação de temperatura é resultante de radiações térmicas causadas, dentre outros fatores, pela luz do sol, equipamentos vizinhos e pelo próprio operador (VDI/VDE 2617, 1986).

Bryan e Doiron (2011), afirmaram que se a peça a ser medida em uma inspeção e também a escala forem feitas de aço, os seus erros de expansão devido a temperatura tendem a se anularem. Porém, se a peça medida e a escala forem feitos de materiais diferentes, os erros são diferentes e eles não se anulam, neste caso este erro é conhecido como expansão diferencial. A

expansão diferencial, também pode ocorrer se a peça medida é de aço e a escala é feita com um material com baixa expansão ou então se a escala é um interferômetro laser. Segundo os autores, as correções para a expansão diferencial nominal (NDE) devem ser realizadas pela pessoa responsável por medir ou inspecionar as peças, no entanto, infelizmente essas correções de NDE não são discutidas ao redor de todo mundo.

No passado, em máquinas de medir por coordenadas, as escalas eram fabricadas em “aço”, o que perpetuou os problemas de correção de erros devido a NDE. Algumas máquinas possuíam termômetros para fazer correções na diferença de temperatura, embora isso não fosse aplicado na maioria dos casos. Instrumentos velhos de medições, como medidores de altura, e blocos padrões eram posicionados perto do local de medição e com isso mantinham temperatura semelhantes e com isso não apresentavam problemas de NDE. As novas MMC são construídas com materiais de baixa ou alta condutividade térmica em áreas críticas com o intuito de reduzir a sensibilidade para mudanças de temperatura. Muitas MMCs atualmente possuem sensores de temperatura e computadores capazes de fazer correções para NDE automaticamente (BRYAN e DOIRON, 2011). Os autores afirmam que este desenvolvimento das máquinas de medir por coordenadas estão atrasados, visto que interferômetros laser já possuem esta correção a cerca de 30 anos, desde o início de sua comercialização.

2.3.4. Erros Dinâmicos

Os erros dinâmicos são entendidos como todos aqueles que acontecem ou são amplificados, devido a variações de velocidade e aceleração durante um processo de medição. Pereira e Hocken (2007) realizaram testes em uma máquina de medir por varredura e propuseram um modelo que calcula os erros ocorridos durante o processo de varredura de uma peça circular.

Segundo Jinwen e Yanling (2010), a medição com a sonda em MMC's em algumas maneiras de coleta de dados como, por exemplo, a coleta de dados por varredura pode atingir a velocidade e aceleração até 700 mm/s e

2000 mm/s² respectivamente. Devido aos fatores dinâmicos aplicados, junto aos resultados de medições estão presentes erros, e especialmente os erros dinâmicos que podem influenciar a acuracidade das MMC's. Assim, a eficiência das Maquinas de medir por Coordenadas é prejudicada e o conhecimento de todos os erros torna-se indispensável para eliminar os erros dinâmicos e deter bom desempenho das MMC's em coletas de dados de forma rápida.

De acordo com Castro e Burdekin (2003) os erros dinâmicos prejudicam o desempenho de MMC's, pois, para os autores a medição estática em máquinas ferramentas e em máquinas de medir por coordenadas realiza a leitura do erro quando pára-se o eixo analisado em um determinado "target" específico, para se coletar os dados. Porém, com a aplicação desta técnica não se consideram os erros dinâmicos presentes durante a operação da máquina. Segundo os autores o desempenho do controlador e o sistema de medição em uma máquina dependem do seu deslocamento e de seus efeitos dinâmicos, os quais são intrínsecos a operação da MMC e afetam a sua performance.

Segundo Dong et al. (2003), os mancais aerostáticos são uma das fontes dos erros dinâmicos. Eles estudaram uma modelagem através de elementos finitos de um mancal aerostático e propuseram um menor orifício para saída de ar visando aumentar a rigidez do sistema. Como resultado, os autores perceberam que esta diminuição no diâmetro do orifício na saída de ar diminuiu em 80% os erros de rotação e melhoram os comportamentos dinâmicos da máquina.

Os erros dinâmicos em uma máquina de medir por coordenadas dependem de fatores como velocidade de operação e direção da coleta de dados, distância de aproximação da sonda, configurações de aceleração da máquina e do comprimento de extensão da MMC. Em uma inspeção dimensional de uma peça, a técnica discreta de coleta de pontos, ou seja coleta de dados por alguns pontos distantes entre si, possui menor influência dos erros dinâmicos, pois para uma medição com poucos pontos medidos é necessário menor quantidade de deslocamento dos eixos o que resulta em uma menor influência dos erros dinâmicos. Porém, se o erro de forma em uma peça de trabalho for maior que os erros dinâmicos, a coleta de dados por varredura em uma inspeção tem maior acuracidade, por se ter maior

quantidade de pontos e conseqüentemente informações mais completas sobre as características da peça analisada (PHILLIPS, 2011).

Phillips (2011), afirma que máquinas de medir por coordenadas manuais, muitas vezes tem seu nível de acuracidade limitada, pois a variação dos efeitos dinâmicos como aceleração, velocidade e distancia de aproximação da sonda de medição são fatores inerentes às MMC's manuais e ainda estes fatores podem ser diferentes se comparados entre vários operadores. Desta forma, o autor considera os efeitos dinâmicos em uma MMC manual como sendo as principais razões para falta de acuracidade, se comparada com uma máquina de medir por coordenadas automática.

2.4. Sintetização de Erros

Estudos de sintetização de erros em máquinas ferramentas e máquinas de medir por coordenadas são realizados por muitos pesquisadores visando melhorar métodos existentes e também propor técnicas mais simples e rápidas de análise de erros, além de permitir conhecer a exatidão da máquina. A sintetização de erros permite conhecer os erros inerentes a operação de uma máquina, assim como em uma MM3C. Projetistas de máquinas denominam a aplicação da sintetização teórica juntamente com a sintetização experimental de erros como o termo em inglês *Error Budget* e que pode ser informalmente traduzido como balanço de erros. Utilizando a sintetização de erros é possível o projetista estabelecer a precisão alcançada de uma máquina e também valores admissíveis de erros presentes na mesma.

Segundo Treib (1987), o *error budget* pode ser entendido resumidamente como a estimativa calculada do erro em um projeto, considerando o erro como sendo proveniente de fontes diversas. Slocum (1999) descreve que o objetivo de elaborar um *error budget* em uma máquina é alocar valores admissíveis de erros para cada componente de forma que os erros influentes nestes componentes não ultrapassem o valor admissível alocado. Segundo o autor, a primeira etapa para o orçamento de erros, *error budget*, é elaborar um modelo cinemático da máquina ou sistema analisado.

A sintetização de erros também é útil e muito aplicada em verificações periódicas de conformidade em máquinas, almejando conhecer os seus erros e manter a qualidade de sua operação.

2.4.1. Sintetização Reduzida de Erros

Este método de sintetização de erros permite agrupar teoricamente parcelas dos erros nas direções preferenciais da máquina de medir por coordenadas através de análise geométrica aliada a ferramentas matemáticas, possibilitando assim, conhecer um montante final do erro em cada direção preferencial. A calibração para este método de sintetização também fica reduzida, visto que em poucas montagens para calibração é possível quantificar todos os erros. Desta forma, uma menor quantidade de calibrações é necessária para se conhecer o erro nas direções “X”, “Y” e “Z”, reduzindo assim o tempo de calibração da máquina.

Lim e Burdekin (2002) aplicaram um método de sintetização reduzida, onde utilizaram uma barra de furos como artefato padrão. Os autores posicionaram o artefato padrão em diversas posições, permitindo em algumas montagens conhecer diversos erros da máquina para cada posição da barra de furos. Com o método, os autores conseguiram quantificar os erros geométricos de uma MM3C em número reduzido de montagens do artefato padrão.

Zirondi (2002), elaborou um método para sintetização de erros sob a forma reduzida, a autora realizou a sintetizou os erros de forma teórica e experimental utilizando uma barra de furos. O trabalho permitiu reduzir as equações de sintetização de erros ao reescrever os termos angulares em função de componentes lineares de erros.

Marques, Di Giacomo e Tsunaki (2005) propuseram um método reduzido para a sintetização de erros da máquina de medir do tipo ponte móvel, desta forma os autores conseguiram combinar e quantificar os erros utilizando uma barra de furos e um esquadro mecânico. O método reduzido proposto permitiu quantificar os erros de forma agrupada, não sendo necessário sua quantificação individual.

Di Giacomo (2006), em seu estudo sobre a incerteza nas medições por coordenadas realizou a sintetização reduzida de erros com o auxílio de um esquadro de esferas em uma MMC. Com o trabalho, o autor obteve equações reduzidas de erros, e devido uma quantidade menor de termos nas equações obtidas com o método, o autor mostrou que é possível diminuir a quantidade de calibrações da máquina em uma sintetização experimental.

2.4.2. Sintetização Plena de Erros

A sintetização de plena dos erros é objeto de estudo por muitos autores. Este método objetiva sintetizar os erros individuais de um componente mecânico e no caso de uma MMC, o estudo sintetiza os vinte e um erros encontrados durante os movimentos de translações dos eixos da máquina.

Di Giacomo (1986) utilizou o método geométrico para sintetização dos erros em uma MM3C do tipo cantilever. Este trabalho permitiu o autor conhecer e sintetizar os vinte e um erros geométricos da máquina e com isso, através das calibrações individuais para cada erro o autor equacionou os erros nas direções preferenciais possibilitando conhecer a sua parcela de contribuição e em cada direção.

O conhecimento da influência dos erros em uma MM3C através do método teórico de sintetização de erros pode ser realizada utilizando ferramentas estatísticas. Piratelli Filho (1997) aplicou ferramentas estatísticas para conhecer os erros inerentes a uma MM3C do tipo ponte móvel.

Meng et al (2002) realizaram a compensação de erros em uma MM3C a partir da sintetização teórica dos erros. Os autores adotaram um método vetorial para esta sintetização.

Nos métodos de sintetizações plenas e teóricas dos erros são aplicadas modelos matemáticos como a análise geométrica da estrutura da máquina além de outras. Alguns autores contribuem indiretamente com o

tema através dos seus respectivos estudos, auxiliando principalmente o entendimento dos deslocamentos presentes em corpos rígidos durante seu movimento de translação. A técnica de transformações homogêneas, que é também utilizada para sintetizações de erros por alguns autores, permite identificar as coordenadas cartesianas da posição final de um corpo rígido em função de suas coordenadas iniciais.

Denavit e Hartenberg (1955) aplicaram o modelo matricial de transformações homogêneas em um estudo aplicado à cinemática de corpos rígidos, permitindo conhecer a posição final de um corpo após ser submetido a um deslocamento, através de operações matriciais.

Paul (1981) e Craig (2005) utilizaram o método matricial das transformações homogêneas em corpos rígidos quando aplicaram esta técnica a um sistema robótico. Os autores permitiram conhecer a posição final de um corpo rígido através das multiplicações de matrizes de translações e rotações de seus consecutivos movimentos. Estes estudos facilitam entender o comportamento espacial de componentes mecânicos em movimento e dentre estes os das Máquina de Medir por Três Coordenadas.

A sintetização de erros através da metodologia das transformações homogêneas é aplicada também em projetos de máquinas para sintetizar os seus erros e conseqüentemente poder estimar a precisão da máquina, como uma forma de *error budget*. Reshetov e Portman (1988), Okafor e Ertekin (2000) e Khan e Wuyi (2010) utilizaram esta técnica ao aplicar as coordenadas homogêneas (coordenadas de um vetor de quarta ordem) e matrizes de transformações homogêneas para encontrar os erros influentes nas máquinas e posteriormente fornecer a precisão de máquinas ferramentas.

Segundo Weekers e Schellekens (1995), o modelo cinemático de uma máquina de medir por coordenadas define a relação espacial entre os componentes da máquina e a ponta da sonda. Este modelo pode ser baseado em um simples modelo vetorial ou pelo método de matrizes de transformações homogêneas.

Orrego (1999) e Cardoza (1995) fizeram análise do erro volumétrico em MM3C do tipo ponte móvel aplicando o método matricial das transformações homogêneas e também o método geométrico de análise estrutural da máquina, os autores apresentaram equações de erros nas direções preferenciais da máquina semelhantes em ambos os métodos de análise de erros: geométrico e de transformações homogêneas. Com este resultado, os autores comprovaram a eficiência da aplicação da teoria das transformações homogêneas em sintetização plena de erros para MM3C.

Souza (2000), Barakat, Elbestawi e Spence (2000) e Arencibia (2003) sintetizaram de forma plena e teoricamente os erros de uma Máquina de Medir por Coordenadas utilizando a técnica das transformações homogêneas. A sintetização dos erros permitiu os autores equacionarem os erros individuais da MM3C nas direções preferenciais da máquina. Barakat, Elbestawi e Spence (2000), fizeram ainda a compensação dos erros encontrados durante a calibração da máquina.

Jung, Choi e Lee (2006), utilizaram a metodologia das transformações homogêneas para sintetizar teoricamente os erros de uma máquina ferramenta o qual também era utilizada para realizar inspeção de peças usinadas quando adicionados acessórios adequados.

Estudou-se em 2008 a utilização do método das transformações homogêneas para calibração de um braço articulado de medição no qual foi possível equacionar erros geométricos ocasionados durante a sua operação (SANTOLARIA et al., 2008).

A metodologia proposta para a sintetização plena de erros em uma MMC do tipo ponte móvel por Zhang (2011) e Zhang et al. (1988) utiliza uma técnica vetorial juntamente com as transformações homogêneas.

Zhang (2011) definiu quatro sistemas de coordenadas para este modelo de sintetização, sendo o primeiro presente na mesa de inspeção da máquina e o ultimo localizado na ponta da sonda de medição. Para esta análise, Zhang (2011) e Zhang et al. (1988) fizeram analogia com o estudo de corpos rígidos, onde se considerou o deslocamento de cada eixo com seis graus de liberdade, somados aos erros de ortogonalidade entre eles. Os seis graus de liberdade de um corpo rígido em movimento sobre uma

guia, considerados erros no caso de uma MM3C, propostos por Zhang (2011), podem ser visualizados a seguir na figura 10. Nesta ilustração, os erros acompanhados da letra “ δ ” se referem a erros de posição, enquanto os erros acompanhados da letra “ ϵ ” se referem aos erros de rotação.

Figura 10: Possíveis erros de deslocamento de um corpo sobre uma guia.

Fonte: Zhang (2011)

2.4.3. Sintetização Experimental de Erros

O conhecimento de erros de uma máquina é extremamente importante para garantir a qualidade de sua operação e funcionalidade. A sintetização experimental, também conhecida como calibração, permite a quantificação dos erros e, conseqüentemente, fornecem dados concretos para o operador decidir minimizar seus efeitos, seja pela compensação dos erros ou por alternativas de correções físicas dos seus componentes.

2.4.3.1. Calibração da Máquina de Medir por Coordenadas

A calibração da MM3C é extremamente necessária para conhecimento de seus erros e conseqüentemente garantir a confiabilidade de sua medição. Com a calibração de máquinas de medir por coordenadas, é possível utilizar

técnicas para a compensação de seus erros, ou até mesmo se necessário identificá-los e intervir através de manutenções e ajustes físicos de seus componentes. Técnicas de calibração são normalizadas, utilizando artefatos padrões, onde se comparam os seus valores dimensionais medidos com a MM3C em diversas posições e os valores reais dos artefatos já calibrados por outro instrumento. Inúmeros autores estudam técnicas de calibração em máquinas, incluindo as MM3C.

Segue uma revisão bibliográfica sobre trabalhos elaborados envolvendo calibração de máquinas de medir por coordenadas.

Na literatura elaborada pela Society of Manufacturing Engineers (1967) a calibração faz referência ao controle necessário em um sistema de medição para garantir o funcionamento do mesmo com a acuracidade requerida. Em geral a calibração em sistemas de medição é aplicada a testes de aceitação em novos equipamentos, testes periódicos do sistema utilizado ou quando colocados em uso equipamentos após um período sem utilização.

Segundo Busch, Kunzmann e Wäldele (1985) os erros de máquinas de medição por coordenadas são muito mais complexos do que os erros que surgem nos métodos simples de medição, pois, consistem em diferentes componentes de erro. As MMC's podem ser calibradas, porém, é mais difícil sua calibração devido aos vários tipos de configurações de máquinas (por exemplo, pórtico, ponte, braço, coluna), requerendo assim diversas estratégias de medição.

A calibração de erros pode ser executada por métodos diretos e indiretos. Para Cardoza (1995), o método direto de calibração em máquinas de medir por coordenadas é caracterizado pela medição individual de cada erro, em cada eixo. Enquanto no método indireto, o erro é quantificado através de padrões qualificados, medindo-os com o instrumento ou equipamento que deseja-se calibrar e comparando-se com os valores pré-qualificados dos padrões. O autor afirma que calibrações indiretas são mais rápidas e baratas comparando-se com calibrações diretas, por isso esse método é bem aceito por usuários e fabricantes, porém, este método não permite separar os erros e nem diagnosticar suas fontes. Shwencke et al. (2008) classificou a calibração pelo método direto de uma máquina como o procedimento de medir os erros de

um único eixo da máquina, sem o envolvimento de outros eixos, enquanto, o método indireto requer a movimentação de múltiplos eixos durante a calibração.

Os métodos de calibração podem ser realizados com instrumentos específicos para medição individual dos erros ou utilizando artefatos ou padrões pré-qualificados. A técnica de calibração de MM3C utilizando padrões ou artefatos pré-qualificados consiste em comparar suas características dimensionais com as características dimensionais obtidas pela MM3C durante a medição dos próprios padrões ou artefatos (SARTORI, 1995) e (CASTRO e BURDEKIN, 2003).

No trabalho realizado por Souza (2000), o autor realizou a calibração indireta de uma máquina de medir por coordenadas do tipo ponte móvel, adotando a norma ANSI/ASME B 4.1. Para a calibração dos erros da máquina de forma indireta, o autor utilizou uma barra de esferas pré-calibrada em uma máquina de medir universal SIP (Société Genevoise D' Instruments The Physique) com resolução de 0.0001 mm. Os valores medidos da barra de esferas encontrados pela SIP foram comparados com os valores obtidos pela medição com a MM3C, evidenciando desta forma o erro da MM3C. Souza (2000), ainda comparou em seu trabalho o método de calibração indireta com o método de calibração direta dos erros, no qual utilizou para este segundo método a medição dos erros por interferometria utilizando canhão laser.

Cardoza (1995) calibrou erros de posições (escala e retilineidade) e de rotações (pitch e yaw) de uma MM3C do tipo ponte móvel utilizando canhão laser e conjunto de óticas interferométricas adequadas. Para a medição dos erros angulares de “roll” dos eixos “X” e “Y” o autor utilizou um nível eletrônico fixo ao eixo em deslocamento. Cardoza (1995) apresenta também diversos tipos de calibração utilizando padrões, como por exemplo barra de esferas, padrão de esferas, padrão de círculos (placa com furos de características circulares), círculo padrão, padrão passo a passo e padrão tetraédrico. Phillips (2011), também considera a utilização de instrumentos padrões como barra de esferas, placa de esferas, e placa de furos para a quantificação de erros, porém o autor denomina esta técnica como teste interino.

Barakat, Elbestawi e Spence (2000) fizeram a calibração de uma máquina de medir por coordenadas com o intuito de avaliar métodos de compensação de erros. Os autores compararam as compensações dos erros através dos dados obtidos pela calibração da máquina com um anel padrão, uma barra de esferas e com interferometria laser. Os métodos de compensação permitiram eliminar grande parte de erros sistemáticos e os erros aleatórios foram reduzidos pela repetição do ensaio e condições estáveis do ambiente durante a calibração.

A técnica proposta e utilizada por Di Giacomo, Nakazato e Arencibia (2005) e Nakazato (2003) de calibração dos erros de posição utilizando canhão laser e conjunto de óticas adequadas em MMC, diminui a influência dos erros cíclicos. Os autores sugeriram a coleta de dados no modo “on the fly”, ou seja, coleta de dados automática em alguns pontos das regiões adjacentes para cada *target*, ao invés de se coletar somente um valor para o *target*. O valor médio do erro encontrado nas posições adjacentes ao *target* foi considerado como sendo o próprio valor do erro de posição no determinado *target*. Esta técnica de calibração proposta pelos autores permitiu reduzir a influência dos erros cíclicos e diminuiu em 65% os valores de desvio padrão para os dados de erros de posição coletados.

Castro e Burdekin (2003) consideram importante a calibração dinâmica das MMC's por medir os erros dinâmicos presentes durante o processo de operação da máquina. Eles apresentaram um método de calibração dinâmica utilizando canhão laser e consideram que a calibração estática pode ter um custo elevado por ser um processo demorado e de grande trabalho. O custo ainda pode ser elevado principalmente se a calibração for realizada com o intuito de aceitação de uma máquina ou para a compensação de seus erros. Como uma máquina apresenta diversos erros, a avaliação de todos eles utilizando técnica de calibração estática exige muito tempo, o que ocasiona muito tempo de inatividade de operação e conseqüentemente pode tornar inviável a aplicação deste método para o ambiente industrial. Os autores fizeram a coleta de dados para os erros de posição no modo “on the fly” com canhão laser e conjunto de óticas específicas, ou seja, a coleta dos dados de erros é feita simultaneamente ao deslocamento do eixo da MMC. Esta técnica

possibilitou conhecer os erros levando em consideração os erros presentes durante o movimento da máquina, como em um caso real de operação da máquina de verificação dimensional em uma determinada peça.

A calibração no modo “on the fly” utilizando laser é considerada precisa e reduz o tempo de trabalho, esta medição pode aumentar drasticamente o número de pontos coletados (SCHWENKE, 2009).

Capítulo 3

ASPECTOS TEÓRICOS E FUNDAMENTAIS PARA AS SINTETIZAÇÕES DE ERROS EXPERIMENTAIS E TEÓRICAS

São apresentados neste capítulo fundamentos matemáticos teóricos utilizados nas sintetizações de erros e compreensão de seus respectivos comportamentos em Máquinas de Medir por Coordenadas. Assim, são apresentados tópicos da teoria das transformações homogêneas e da regressão linear utilizada com o método dos mínimos quadrados. Estão apresentadas também neste capítulo, as ferramentas estatísticas aplicadas na análise dos resultados, além dos conceitos de erros de acordo com o seu comportamento.

A teoria das transformações homogêneas é utilizada para equacionar os erros de forma plena e teórica nas direções preferenciais da MMC em função de seus erros geométricos. Enquanto o método dos mínimos quadrados é utilizado sob a forma de regressão linear, na correção de desalinhamentos dos dados obtidos em medições de erros de retilineidade e de erros devido à falta de ortogonalidade entre os eixos da MMC.

3.1. Teoria das Transformações Homogêneas

O conhecimento dos erros teóricos de uma MMC pode ser obtido de varias formas, dentre as quais destaca-se a teoria das transformações homogêneas devido à sua flexibilidade de aplicação, pois, com adaptações é possível aplicá-la em qualquer tipo de máquina. Esta teoria é aplicada em máquinas de medir por coordenadas segundo os autores Cardoza (1995), Orrego (1999), Souza (2000), Barakati, Elbestawi e Spence (2000) e Arencibia (2003), em máquinas-ferramenta segundo Reshetov e Portmam (1988), Okafor e Ertekin (2000) e Khan e Wuyi (2010), e também em robôs segundo Paul (1981) e Craig (2005) .

A aplicação da teoria das transformações homogêneas em um corpo rígido permite encontrar suas coordenadas após um determinado deslocamento seja este uma translação ou rotação. Estas novas coordenadas são encontradas em relação a suas coordenadas de origem (DENAVID e HARTENBERG, 1955). Segundo Paul (1981) e Craig (2005), esta teoria também permite estabelecer relações entre as partes móveis de um mecanismo ao posicionar um sistema de coordenada de referência sobre o mesmo. As transformações homogêneas são obtidas mediante a aplicação de matrizes 4x4, que representam deslocamentos, em corpos-rígidos ou componentes de um mecanismo ou máquina. O produto destas matrizes define a posição final dos mesmos no espaço após submetê-los a um determinado deslocamento.

A seguir estão apresentadas considerações sobre a teoria das transformações homogêneas.

3.1.1. Coordenadas Cartesianas e Homogêneas

Em coordenadas cartesianas a posição de um ponto Q em num espaço $\mathcal{R}^n$ pode ser representado pelas coordenadas de um vetor $\vec{v}$ em relação a um sistema de coordenadas de referência, enquanto em coordenadas

homogêneas este mesmo ponto é representado por um vetor com (n+1) coordenadas, onde sua última coordenada é denominada de fator de escala.

É possível conhecer as coordenadas cartesianas e homogêneas do ponto Q de um espaço tridimensional a partir da equação 1, que representa pelo vetor $\vec{v}$.

$$\vec{v} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k} \quad (1)$$

Na equação 1, $\vec{i}$, $\vec{j}$ e $\vec{k}$ são vetores unitários na direção dos eixos “X”, “Y” e “Z”. Assim, em coordenadas cartesianas, o ponto Q pode ser representado pelo vetor $\vec{v} = [a, b, c]^T$, enquanto as coordenadas deste mesmo ponto em coordenadas homogêneas pode ser representada pelo vetor $\vec{v} = [x, y, z, w]^T$, onde $a = \frac{x}{w}$, $b = \frac{y}{w}$, $c = \frac{z}{w}$ e w sendo o fator de escala. Desta forma, em coordenadas homogêneas um vetor pode ser representado como, por exemplo, [2,3,4,1] ou [4,6,8,2] ou ainda [-10,-15,-20,-5], pois com a coordenada de escala w , faz com que todos sejam iguais.

Reshetov e Portman (1988) afirmam que coordenadas de um vetor de quarta ordem são denominadas de coordenadas homogêneas. Vetores de quarta ordem tem sua representação tridimensional dividida em duas classes, sendo a primeira correspondente a autovetores, que possui vetores com origem correspondentes à origem de um sistema de coordenadas representando um ponto no espaço e, portanto, tem sua quarta coordenada homogênea não nula. Já a segunda classe, corresponde a não-autovetores, onde seu fator de escala é nulo.

As transformações homogêneas em um espaço tridimensional são possíveis com a utilização de matrizes quadradas de quarta ordem, e sua forma geral tem a estrutura da matriz representada na equação 2.

$$T = \begin{pmatrix} O_{1x} & O_{2x} & O_{3x} & P_x \\ O_{1y} & O_{2y} & O_{3y} & P_y \\ O_{1z} & O_{2z} & O_{3z} & P_z \\ O_{1w} & O_{2w} & O_{3w} & P_w \end{pmatrix} \quad (2)$$

Nesta matriz, os termos das colunas um, dois e três representam ângulos e direções não preferenciais. Enquanto, a última coluna descreve a posição relativa da origem de um sistema de coordenadas S_i em função das direções preferenciais do sistema de coordenadas inicial S_{i-1} .

3.1.2. Matriz de Transformação Homogênea que representa translações

Num espaço tridimensional, um mecanismo com um sistema de coordenadas pré-estabelecido é submetido a um movimento de translação na direção “X”. A translação descrita esta ilustrada na figura 11 e a equação 3, mostra a matriz que representa a translação deste mecanismo na direção de “X”.

Figura 11: Translação de um corpo na direção “X”.

$$M_{Tr(x)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & r \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

A equação 3 evidência a translação de distância “r” de um corpo na direção “x”. Esta mesma expressão é utilizada para descrever a translação nas

direções de “y” e “z”, porém, nestes casos os valores de translações devem ser posicionados em suas respectivas direções de deslocamento.

3.1.3. Matrizes de Transformações Homogêneas que representam rotações

Para um melhor entendimento para as obtenções das matrizes de rotações, posicionou-se um sistema de coordenadas de referência no centro de um corpo rígido ou mecanismo. A análise de rotação individual é realizada para as rotações em torno das direções “x”, “y” e “z”.

Para a rotação em torno de “z” foi denominado de γ o ângulo formado entre o sistema de coordenada de origem e o sistema de coordenada após a rotação do corpo rígido. Já para as rotações em torno de “y”, denominou-se o ângulo formado entre o sistema de coordenada original e o sistema após a rotação de β . Para as rotações em torno de “x”, o ângulo formado foi denominado de α . As direções preferenciais do novo sistema de coordenada, ou seja, após as rotações, foram chamadas de “x¹”, “y¹” e “z¹”. As figuras 12,13 e 14, exemplificam a rotação do corpo rígido em torno do eixo “z”, “y” e “x” respectivamente.

Figura 12: Rotação em torno de “z”.

A partir de relações trigonométricas elaboradas com a figura 12, pode-se obter relações do lado 1 (lado que contém o ângulo esquerdo formado pela rotação em torno de “z”) e do lado 2 (lado que contém o ângulo direito formado pela rotação em torno de “z”). Estas relações estão representadas através da tabela 2.

Tabela 2: Relações obtidas pela rotação em torno de “z”.

Eixo Rotacionado	Lado 1	Lado 2
Z	$I = -j.\text{sen}\gamma$	$J = i.\text{sen}\gamma$
	$J = j.\cos\gamma$	$I = i.\cos\gamma$

Com as relações obtidas, é possível montar um sistema de equações, exemplificado pela equação 4, em relação as direções originais do sistema de coordenadas e com o sistema de equações encontrado é possível montar a matriz de rotação em torno de “z” do mecanismo, apresentada na equação 5.

$$\begin{aligned}
 I &= i \cos \gamma - j \text{sen} \gamma + 0K \\
 J &= i \text{sen} \gamma + j \cos \gamma + 0K \\
 K &= 0i + 0j + k
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

$$\text{Rot}(Z, \gamma) = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\text{sen} \gamma & 0 & 0 \\ \text{sen} \gamma & \cos \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \tag{5}$$

De maneira análoga, obtêm-se as matrizes de rotação em torno de “y” e “x”. Com análise das figuras 13 e 14, que representam as rotações em torno do eixo “y” e em torno do eixo “x” respectivamente, são obtidas as relações trigonométricas expressas na tabela 3.

Figura 13: Rotação em torno de “y”.

Figura 14: Rotação em torno de “z”.

Tabela 3: Relações obtidas pela rotação em torno de “y” e “x”.

Eixo Rotacionado	Lado 1	Lado 2
Y	$I = k.\text{sen}\beta$	$I = i.\cos\beta$
	$K = k.\cos\beta$	$K = -i.\text{sen}\beta$
X	$J = -k.\text{sen}\alpha$	$J = j.\cos\alpha$
	$K = k.\cos\alpha$	$K = j.\text{sen}\alpha$

Com as relações trigonométricas expressas na tabela 3, obteve-se os sistemas de equações e as matrizes de rotações em torno dos eixos “y” e “x”. As equações 6, 7 e 8, 9 representam os sistemas de equações e matrizes de rotações para o eixo “y” e também para o eixo “x” respectivamente.

$$\begin{aligned}
 I &= i \cos \beta + 0j + k \text{sen}\beta \\
 J &= 0i + j + 0k \\
 K &= -i \text{sen}\beta + 0j + k \cos \beta
 \end{aligned} \tag{6}$$

$$\text{Rot}(Y, \beta) = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \text{sen}\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\text{sen}\beta & 0 & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
 I &= i + 0j + 0k \\
 J &= 0i + j \cos \alpha - k \text{sen}\alpha \\
 K &= 0i + j \text{sen}\alpha + k \cos \alpha
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$Rot(X, \alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

3.1.4. Aplicação das transformações homogêneas em deslocamento de um corpo rígido

São exemplificados na figura 15 os movimentos angulares e movimentos de translações de um corpo rígido, estes deslocamentos estão modelados através da matriz $[T_4^1]$, que representa a transformação homogênea do sistema de coordenadas 4 em coordenadas do sistema 1.

Figura 15: Corpo rígido sofrendo translações e rotações

Desta forma, a aplicação da teoria das transformações homogêneas permite conhecer a posição final do corpo rígido após sofrer diversos deslocamentos. Com o produto das matrizes de translações e rotações conforme exemplificado na equação 10 é possível conhecer sua posição final.

$$T_4^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 500 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 350 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (10)$$

3.2. Regressão linear utilizando o método dos mínimos quadrados

Segundo Dietrich (1991), em muitos casos onde são conhecidas duas variáveis, os pontos plotados em gráficos são conectados por retas. Estas retas podem ser construídas utilizando uma técnica de regressão linear, eliminando assim os resíduos da população amostral. Desta forma são obtidas retas que representam o comportamento linear de um conjunto de dados.

Em um conjunto de dados com um caráter linear são aplicados o método dos mínimos quadrados para encontrar uma reta que representa estatisticamente o comportamento linear dos dados. O método dos mínimos quadrados pode ser então entendido como uma ferramenta matemática para aproximar estatisticamente a dispersão dos dados à uma curva ou reta.

Neste trabalho, o método foi utilizado para obter retas que representem dados de erros de retilineidade e também dos erros devido à falta de ortogonalidade entre os eixos da MMC. A aplicação deste método no trabalho teve o propósito de auxiliar a eliminar o desalinhamento do sistema de medição do erro de retilineidade, além de obter os ângulos influentes ao erro devido à falta de ortogonalidade, através do coeficiente angular da reta que representa os dados medidos. A equação de reta que representa dados medidos com comportamento linear pode ser visualizada através da equação 11.

$$y = mx + b \quad (11)$$

Considerando y'_i correspondente ao valor real, valor mensurado, e y_i o valor ideal, valor presente na equação de reta calculada que representa os dados medidos, pelo método dos mínimos quadrados, pode-se dizer que a soma dos quadrados dos desvios é dada pela equação 12, o que permite com que se minimizem estes desvios, ou seja, permite que este critério seja uma boa aproximação. O valor de “n” corresponde ao número de pontos ou pares ordenados utilizados.

$$W = \sum_{i=1}^{i=n} (y'_i - y_i)^2 \quad (12)$$

Substituindo, a equação 11 em 12 é obtida a equação 13, correspondente a equação geral de mínimos quadrados aplicada a aproximação estatística dos dados à um comportamento linear:

$$\sum_{i=1}^{i=n} (y'_i - mx_i - b)^2 = W \quad (13)$$

Para aplicar o método dos mínimos quadrados é necessário minimizar os desvios, o que é feito ao igualar as derivadas parciais de W , em relação a m e b , à zero.

$$\frac{\partial W}{\partial m} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial W}{\partial b} = 0$$

As derivadas parciais permitiram obter as equações 14 e 15, e, reorganizando-as algebricamente, são representadas pelas equações 16 e 17 respectivamente.

$$\sum x_i (y'_i - mx_i - b) = 0 \quad (14)$$

$$\sum (y'_i - mx_i - b) = 0 \quad (15)$$

$$m \sum x_i^2 + b \sum x_i = \sum x_i y'_i \quad (16)$$

$$m \sum x_i + nb = \sum y'_i \quad (17)$$

Substituindo a equação 16 em 17 em função de b , obtém-se o coeficiente m da equação da reta que representa graficamente os dados mensurados. O coeficiente m pode ser obtido pela equação 18.

$$m = \frac{n \sum x_i y'_i - \sum x_i \sum y'_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (18)$$

O coeficiente b da equação da reta que aproxima os dados medidos a um comportamento linear é obtido pela equação 19, ao substituir a equação 16 em 17 em função de m .

$$b = \frac{\sum x_i^2 \sum y'_i - \sum x_i \sum x_i y'_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (19)$$

As equações 18 e 19 foram aplicadas neste trabalho para a obtenção das retas que definem a falta de alinhamento do sistema de medição dos erros de retilineidade, além de auxiliar a obtenção das retas que correspondem aos dados referentes a erros devido à falta de ortogonalidade entre os eixos da MMC.

3.3. Conceitos estatísticos

Segundo Arencibia (2003), os dados obtidos experimentalmente representam resultados de observações repetidas de um determinado evento. O conjunto destas observações são chamadas de população e cada elemento desta população pode ser denominado de variável. A análise de resultados pode ser difícil devido a quantidade de variáveis presentes nestas populações serem grandes e até mesmo infinitas. Em virtude disso, geralmente são utilizadas quantidades limitadas de observações, e assim são denominadas de amostras.

A tendência central de um conjunto de dados é obtida com a média, cuja sua forma mais usual é a média aritmética. Em uma determinada amostra, a média aritmética é obtida com a equação 20 segundo Dietrich (1991), onde x_i corresponde aos valores observados e n ao numero de observações.

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} \quad (20)$$

Os dados medido, porém, apresentam uma dispersão em torno do seu valor médio, a ferramenta estatística mais usual para calcular essa dispersão é o desvio padrão. Esta ferramenta oferece a informação do agrupamento dos valores individuais com relação à tendência central. O desvio padrão pode ser calculado segundo Dietrich (1991) pela equação 21, onde n corresponde ao numero de observações, x_i corresponde aos valores observados e $\bar{x}$ a média aritmética dos valores observados.

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (21)$$

3.4. Classificação de erros quanto ao comportamento

Os erros em geral podem ser classificados quanto ao seu comportamento. Segundo Slocum (1999), os erros podem ser classificados como erro aleatório, erro sistemático e erro de histerese.

Segundo Di Giacomo, Nakazato e Arencibia (2005) os erros presentes em uma MMC podem ser classificados como aleatórios e sistemáticos. Os erros aleatórios são os erros resultantes de fontes internas e externas, não controladas, porém estes erros não são repetitivos. Já os erros sistemáticos segundo os autores, são aqueles que se repetem se a condição de ensaio for mantida constante. Os erros sistemáticos podem ainda ser subdivididos em três categorias, erros cíclicos, erros progressivos e erros de histerese. Khan e Wuyi (2010) em seu trabalho para modelar os erros geométricos em um volume de trabalho de uma máquina retificadora, também classificaram os erros como sistemáticos e aleatórios.

Aos erros aleatórios são normalmente atribuídas distribuições gaussianas que em geral, diferem a cada leitura, podendo-se ter apenas noção de seus limites uma vez que são resultantes de ações internas ou externas não

controladas. Slocum (1999) afirma que estes erros podem ser somente avaliados estatisticamente.

Os erros sistemáticos ocorrem de maneira previsível por todo o volume de trabalho da máquina, seguindo um comportamento definido, podendo, sempre que possível, serem medidos por procedimentos de calibração e compensados, estes erros apresentam mesmo valor e sinal em uma determinada posição desde que mantidas as mesmas circunstâncias de medição (SLOCUM, 1999).

A histerese pode ser observada para cada posição de medida, para sentidos de movimentação contrários para um determinado eixo da máquina. Segundo Weck (1984) a histerese pode ser entendida como a diferença observada nos resultados obtidos em sentidos diferentes de deslocamento, como por exemplo sentido de ida e sentido de volta.

O gráfico 1 juntamente com as equações 22, 23 e 24, propostos por Weck (1984), exemplificam a classificação dos erros quanto ao comportamento. O autor definiu como U_i como histerese, $\bar{x}$ como erro sistemático e P_{s_i} como erro aleatório.

Gráfico 1: Apresentação de um erro geométrico em uma calibração de MMC ou MF.

Fonte: Adaptado de Weck (1984).

$$U_i = \left| \bar{x}_i \uparrow - \bar{x}_i \downarrow \right| \quad (22)$$

$$\bar{x} = \frac{\bar{x}_i \uparrow + \bar{x}_i \downarrow}{2} \quad (23)$$

$$Ps_i = 6\bar{s}_i \quad \text{onde} \quad \bar{s}_i = \frac{s_i \uparrow + s_i \downarrow}{2} \quad (24)$$

Assim, com análise das equações 22, 23 e 24 é possível perceber que a parcela sistemática segundo Weck (1984) é obtida utilizando a média das trajetórias de “ida” e “volta”, enquanto, a parcela aleatória do erro é o valor igual a ± 3 vezes o desvio padrão dos dados medidos em cada posição de calibração, este valor é determinado em cada um dos sentidos de deslocamento.

3.4.1. Erros Cíclicos

Um tratamento adequado aos erros cíclicos pode ser dado executando uma observação de forma sistemática para que se tenha a exata medida da sua influência na medição por coordenadas (DI GIACOMO, 1986). O autor define o erro cíclico como sendo qualquer componente de erro que se repita pelo menos uma vez ao longo de um eixo da máquina.

Nakazato (2003) fez um estudo dirigido aos erros cíclicos em máquinas de medir por coordenadas. A autora calibrou uma MM3C do tipo ponte móvel

possibilitando o conhecimento dos erros cíclicos e sua influência na máquina de medição por coordenadas.

Segundo Di Giacomo, Nakazato e Arencibia (2005), os erros cíclicos podem alterar os valores apontados como erros de posição durante a calibração da MMC. Os autores utilizaram uma técnica específica para coleta de dados em uma calibração, utilizando canhão laser, para diminuir a influência dos erros cíclicos.

Capítulo 4

MODELOS DE SINTETIZAÇÃO PLENA E REDUZIDA DE ERROS EM MÁQUINAS DE MEDIR POR COORDENADAS

A acuracidade de uma máquina de medir por coordenadas é prejudicada pela influência de fatores relacionados às características da máquina como estrutura, forma de operação e também por fatores externos, como por exemplo, vibrações adjacentes e trocas de calor com fontes internas ou vizinhas. Desta maneira, fica evidenciada a necessidade de se sintetizar os erros característicos da máquina e tentar isolar o ambiente de operação da MM3C, reduzindo de alguma forma a influência de erros oriundos de fontes externas, os quais são difíceis de quantificar o seu grau de influência e também de mantê-las controladas. Para a sintetização dos erros de uma MM3C, ao inibir a ação de agentes externos, que podem desvirtuar este processo, garantem-se que os erros obtidos nesta análise sejam intrínsecos aos fatores relacionados à operação da máquina de medir e também às suas características.

Neste trabalho propõe-se aplicar métodos teóricos e experimentais para levantamento de erros em uma máquina de medir por coordenadas do tipo ponte móvel, para encontrar os erros presentes em cada um de seus eixos móveis e também o seu erro volumétrico, presentes durante sua operação.

A sintetização dos erros consiste no equacionamento das componentes teóricas de erros presentes durante a operação da máquina e também na quantificação de suas influências nas direções preferenciais “X”, “Y” e “Z”, através da calibração. No presente estudo propõe-se a sintetização dos erros da máquina considerando o seu ambiente de operação como ideal, ou seja, considera-se que sua câmara de trabalho possui as condições ambientais idealmente controladas e também possui um isolamento ideal sobre os fatores externos. Assim, foram desconsideradas as possíveis variações dos resultados de análise e também os efeitos, ocasionados por fontes externas.

Para um entendimento geral do desenvolvimento deste trabalho a proposta está dividida em três grandes partes. Na primeira estão descritos os métodos para as sintetizações teóricas dos erros, na segunda sumariza-se o equacionamento do erro volumétrico da MM3C e na última trata-se da sintetização experimental do erro através de procedimentos de calibração.

4.1. Sintetização Teórica de Erros

A sintetização teórica dos erros em máquinas de medir por coordenadas é realizada visando a obtenção teórica das componentes do erro volumétrico, que ocorrem em uma operação de medição. Assim, para este tipo de sintetização, são aplicadas as técnicas algébricas para sintetização reduzida e para a sintetização plena de erros.

4.1.1. Sintetização Teórica e Reduzida de Erros

A partir da metodologia de sintetização teórica de erros obteve-se o modelo de sintetização reduzida de erros. Modelo que recebe este nome por agrupar os erros da máquina, e possibilitar uma menor quantidade de calibrações. Este método reduzido de sintetização de erros foi estabelecido através de uma análise geométrica da estrutura da máquina para agrupamentos dos erros, permitindo assim, conhecer a influência de um

conjunto de erros agrupados no eixo da máquina, porém, não sendo necessário o conhecimento das influências individuais dos erros angulares.

4.1.2. Sintetização Teórica e Plena de Erros

Nesta sintetização teórica dos erros, realiza-se a análise geométrica da estrutura da máquina e também aplicada-se a teoria das transformações homogêneas. Estes dois métodos constituem no que é chamado neste trabalho de sintetização plena dos erros, pois, são sintetizados individualmente os vinte e um erros da MM3C e agrupados de acordo com o eixo em que exercem influência, obtendo-se assim as equações de erros nas direções “X”, “Y” e “Z”.

4.1.2.1. Sintetização de Erros por análise Geométrica

A análise geométrica dos erros consiste em observar estruturalmente a MM3C e seu comportamento de forma a identificar a presença de deslocamentos indesejáveis da máquina. Analisa-se cada um de seus eixos durante a movimentação, o que permite identificar a presença de erros de translações, de rotações e erros correspondentes à falta de ortogonalidade entre os eixos. Nesta análise foram aplicados conhecimentos matemáticos de trigonometria quando verificada a presença de erros de rotação e de falta de ortogonalidade. Considera-se na análise geométrica estrutural que os centros de rotações dos eixos estão localizados nos centros dos conjuntos de mancais aerostáticos que auxiliam o movimento, e desta maneira, pela presença do braço de Abbé é possível encontrar o deslocamento indesejado nas direções preferenciais utilizando uma análise trigonométrica. Finalmente, as componentes de erros encontradas são agrupadas e somadas algebricamente de acordo com o eixo que exercem influência, obtendo-se assim equações de sintetizações plenas dos erros nas direções “X”, “Y” e “Z, que formam as componentes do erro volumétrico da MM3C.

4.1.2.2. Sintetização de Erros por Transformações Homogêneas.

A aplicação de transformações homogêneas para a sintetização de erros é realizada a partir de posicionamentos virtuais de sistemas de coordenadas na estrutura da MM3C. Com isto, é possível montar as matrizes de transformações homogêneas com as componentes das translações puras e com as componentes de erros inerentes a estrutura da máquina durante a movimentação dos seus eixos. As matrizes são montadas através da análise da trajetória virtual que une os sistemas de coordenadas convenientemente posicionados, os quais podem ser trajetos de translações puras (sem erro) e trajetos compostos de translações com erros angulares e de posições. Ao se conhecer a presença de cada componente de erro ou de translações puras, são adicionadas estas componentes nas matrizes em seus respectivos locais conforme a teoria das transformações homogêneas.

A montagem das matrizes é realizada em etapas, sendo definidas como as transformações de coordenadas para cada sistema virtual de coordenadas estabelecido. Após a montagem de todas as matrizes, faz-se o produto das mesmas, começando pela primeira matriz que transforma o segundo sistema de coordenadas em coordenadas do primeiro e terminando pela última matriz que transforma o último sistema de coordenadas em coordenadas do penúltimo. Com o produto de todas estas matrizes, é possível então encontrar a transformação das coordenadas do último sistema de referência em coordenadas escritas no primeiro sistema.

A transformação completa de coordenadas via transformações homogêneas, gera como resultado uma matriz constituída de componentes referentes a translações puras e a movimentos indesejáveis, sendo então necessária a eliminação destas translações puras para se tenha essencialmente as componentes de erros da MM3C. Para esse propósito de manutenção de apenas componentes de erros na matriz de resultado, foi realizada a subtração de uma matriz do trajeto sem erros. Assim, com a aplicação da teoria das transformações homogêneas foi possível encontrar as componentes volumétricas de erros “X”, “Y” e “Z”.

4.2. Formulação do Erro volumétrico em MM3C

O erro volumétrico da máquina de medir por coordenadas está formulado conforme as componentes de erros das direções “X”, “Y” e “Z” obtidas pelas sintetizações plenas e teóricas de erros. Esta formulação do erro volumétrico pode ser compreendida através de uma análise vetorial, pois tratadas as componentes de erros como coordenadas de um vetor, é possível equacionar o erro no volume do trabalho através da raiz quadrada da soma dos quadrados das componentes de erros nas direções preferenciais. Tal formulação pode ser algebricamente definida como, o módulo do vetor erro obtido a partir de suas coordenadas “X”, “Y” e “Z”.

4.3. Sintetização Experimental e plena de Erros

A técnica de sintetizar experimentalmente os erros é realizada após o conhecimento de suas componentes teóricas e de seu equacionamento nas direções preferenciais da máquina. A calibração ou sintetização experimental dos erros possibilita o levantamento dos valores de erros individuais, e através da aplicação dos mesmos às equações encontradas pelo método teórico e pleno é possível calcular o valor do erro presente em cada eixo da máquina.

Os métodos de calibrações por interferometria laser, nível eletrônico e esquadro de granito podem ser utilizados para esta sintetização dos 21 erros individuais. Para tanto é necessário calibrações para os três eixos da máquina e quantificação dos erros de posições, erros de rotação e erros devido à falta de ortogonalidade entre os eixos.

Capítulo 5

DESCRIÇÃO DE METODOLOGIA PARA SINTETIZAÇÃO DE ERROS EM MÁQUINAS DE MEDIR POR TRÊS COORDENADAS

O Desenvolvimento deste trabalho sobre sintetização teórica e experimental de erros em MM3C está dividido em cinco partes para um melhor entendimento. A primeira parte é referente às condições iniciais atribuídas para o desenvolvimento, a segunda às características da Máquina de Medir por Três Coordenadas, a terceira parte se refere às metodologias utilizadas para sintetização teórica de erros, a quarta parte se refere à metodologia aplicada para a formulação do erro volumétrico e a quinta e última parte se refere a técnica empregada de sintetização experimental de erros.

5.1. Considerações Utilizadas no Desenvolvimento do Trabalho

Para a realização deste trabalho, foram feitas considerações pertinentes ao assunto durante o desenvolvimento, assim foi possível entender e analisar de maneira organizada a presença dos erros da Máquina de Medir por Coordenadas. As considerações utilizadas estão descritas nos itens seguintes.

5.1.1. Considerações relacionadas às influências externas

O presente estudo propõe a sintetização dos erros de uma MM3C do tipo ponte móvel considerando o seu ambiente de operação como ideal, ou seja, considera-se que sua câmara de trabalho possui as condições ambientais idealmente controladas e também possui um isolamento ideal sobre os fatores externos. Assim, foram desconsiderados e não quantificados os efeitos e as possíveis variações dos resultados, ocasionados por fontes externas.

5.1.2. Considerações relacionadas às nomenclaturas utilizadas

Estas considerações fazem referência às simbologias e nomenclaturas. Para os erros analisados, seguiram-se as mesmas nomenclaturas e simbologias dos erros empregadas por Di Giacomo (1986), Cardoza (1995). Estas considerações podem ser visualizadas e entendidas nas tabelas 4, 5 e 6. A tabela 4 define uma nomenclatura genérica para os erros da Máquina de Medir por coordenadas, enquanto a tabela 5 foi desenvolvida para definir as simbologias e suas respectivas nomenclaturas dos erros presentes nos três eixos da máquina. Outras simbologias e considerações adotadas estão descritas na tabela 6.

Tabela 4: Nomenclatura preliminar para análise de erros.

Fonte: Adaptado de Di Giacomo (1986)

Simbologia do Erro	Descrição do Erro
$\delta u(v)$	Erro de posição na direção <i>u</i> devido ao movimento na direção <i>v</i>
$\delta \theta u(v)$	Movimento angular em torno da direção <i>u</i> devido ao movimento na direção <i>v</i>
$\delta \theta w_o$	Desvio de ortogonalidade entre os eixos perpendiculares à direção <i>w</i>

Tabela 5: Simbologia adotada para os erros presentes na MM3C

<i>Tipo de Erro</i>	<i>Simbologia Para os Erros</i>		
<i>Direções</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>
Posição	$\delta x(x)$	$\delta y(y)$	$\delta z(z)$
Retilidade	$\delta y(x)$	$\delta x(y)$	$\delta x(z)$
	$\delta z(x)$	$\delta z(y)$	$\delta y(z)$
Pitch	$\delta \theta y(x)$	$\delta \theta x(y)$	$\delta \theta x(z)$
Yaw	$\delta \theta z(x)$	$\delta \theta z(y)$	$\delta \theta y(z)$
Roll	$\delta \theta x(x)$	$\delta \theta y(y)$	$\delta \theta z(z)$
Ortogonalidade	$\delta \theta x_o$	$\delta \theta y_o$	$\delta \theta z_o$

Tabela 6: Simbologias diversas

Fonte: Adaptado de Di Giacomo (1986)

$\odot$ ou $\otimes$	Notação para especificar eixo ortogonal ao plano da folha
$\odot$ ou $\otimes$	Centro de rotação
P	Leitura real (display do Laser)
P'	Leitura nominal (display da máquina)
Erro	P' – P ou nominal – real
sen $\delta \theta = \delta \theta$ cos $\delta \theta = 1$	Considerações devido deslocamentos angulares infinitesimais

5.1.3. Considerações para verificação de erros de rotação durante análise geométrica

Para esta análise considerou-se que os centros de rotações dos erros angulares estão localizados nos centros dos conjuntos de mancais aerostáticos que auxiliam o movimento, permitindo assim, devido à presença do braço de Abbé, encontrar o *abbe - offset* nas direções preferenciais da MM3C.

5.1.4. Considerações para os erros de segunda ordem para as metodologias de sintetizações plenas de erro

Os erros de segunda ordem, ou seja, os erros que possuem componentes infinitesimais multiplicadas entre si são consideradas desprezíveis, de acordo com Di Giacomo (1986). Assim, por serem componentes de erros muito pequenas, foram desconsideradas.

5.2. Características da MM3C

A máquina de medir por coordenadas, utilizada como objeto de estudo neste trabalho está instalada no laboratório de metrologia da Escola de Engenharia de São Carlos. Ela é do tipo ponte Móvel, da marca Brown & Sharpe e modelo “Micro Validator”. A máquina é operada manualmente, possui um computador dedicado e seus eixos se movimentam nas direções X, Y e Z. O eixo “Y” desta máquina carrega o eixo “X”, o qual tem acoplado em seu carro o eixo “Z”.

O deslizamento dos eixos ocorre através de mancais aerostáticos, que são acionados por válvulas independentes para cada eixo e alimentados por uma linha pneumática. Estes mancais formam um colchão de ar entre o carro e a guia, diminuindo assim o atrito no deslizamento.

O sistema de medição da translação dos eixos da máquina segue o princípio das Franjas Moiré, que consiste em um sistema opto eletrônico empregado em cada eixo da MMC. Este sistema é composto por um emissor de luz, retículo ou escala móvel, escala óptica de vidro indexada também denominada de escala fixa, na qual possui traços igualmente espaçados, e também um receptor. As escalas, fixa e móvel, estão defasadas por um pequeno grau de inclinação, o que faz com que a partir da emissão de luz sobre as escalas e com o movimento entre elas proporcione uma variação de intensidade de luz no receptor, efeito que é interpretado como deslocamento. A variação da intensidade de luz provocada pelo efeito Moiré pode ser visualizada na figura 16.

Figura 16: Variação luminosa devido ao princípio de Franjas Moiré.

Todos os eixos da máquina possuem os mesmos princípios básicos de funcionamento para o sistema de medição e também para o sistema de deslocamento, porém, o eixo “Z” não possui um carro que fornece o deslocamento, pois o próprio eixo, o qual é considerado a guia por analogia aos outros eixos, é quem se desloca. Neste caso, a escala fixa presa ao eixo “Z” se movimenta e a escala móvel permanece estática. Em relação ao sistema de deslocamento do eixo “Z”, os mancais aerostáticos permanecem estáticos e quem se movimenta é o próprio eixo, diferentemente dos outros eixos em que os mancais aerostáticos são fixos em seus respectivos carros que se deslizam

sobre uma guia fixa. Os eixos, “X” e “Y” possuem sistemas de amortecimentos no final do curso com o intuito de evitar possíveis choques durante a operação. Já o eixo “Z” possui um sistema de ajuste pneumático de balanceamento, que pode deixá-lo mais livre ou rígido, dependendo do peso da sonda ou outro dispositivo que ele venha carregar. Os mancais aerostáticos e as escalas, fixa e móvel, pertencentes ao eixo “Y” estão representadas através da figura 17.

Figura 17: Posicionamento de mancal e escala do eixo Y em uma vista frontal.

Para esta máquina de medir por coordenadas, a mesa de trabalho ou desempenho é feita de granito, onde estão presentes buchas metálicas para fixação de componentes que transmitam uma fixação adequada das peças e acessórios durante a operação. A estrutura da máquina é feita de alumínio fundido, o que permite uma alta condutividade térmica, fazendo desta forma com que se diminua o gradiente térmico em relação as suas partes.

O computador dedicado que opera junto a MM3C, trata-se de um modelo PC e possui a função de armazenar ocasionalmente dados e executar softwares que auxiliem a operação da máquina.

As especificações técnicas da máquina de medir por coordenadas utilizada neste trabalho para o levantamento de erros estão apresentadas na tabela 7.

Tabela 7: Informações Técnicas da MM3C Brown & Sharpe estudada.

Fonte: Adaptado de Brown & Sharpe (1988)

Dados técnicos			
Tipo:	Ponte Móvel (Moving Bridge)		
Número de Série:	098066		
Ano de Fabricação:	1988		
País de Origem:	U.S.A.		
Desempenho 20 ± 1°C (68±2°F)			
Incerteza linear (B89)	± 0,003mm		
Repetibilidade (B89)	± 0,002 mm		
Resolução	0,002 mm		
Faixa do mostrator	± 0000.000		
Dimensões			
	X	Y	Z
Faixa de Operação	356 mm	406 mm	305 mm
Tamanho máximo de peça	457 mm	610 mm	381mm
Dimensões Totais da MM3C	743 mm	730 mm	1340 mm
Pesos			
Somente a máquina			149 kg
Sistema completo			168 kg
Embalada			220 kg
Máximo peso da peça a ser medida			68 kg
Níveis operacionais exigidos			
Faixa de temperatura de operação			10 a 40 °C
Pressão mínima de ar			4,8 bar
Consumo de ar			357 m³/h
Conjunto regulador de pressão			3,8 bar
Tensão de alimentação			110/220V AC, 50/60 Hz
Potência consumida			60 Watt
Monitor			25 Watt

5.3. Sintetização Teórica dos Erros

A sintetização teórica dos erros foi realizada aplicando conceitos matemáticos e analisando estruturalmente a MM3C para verificar a presença de possíveis erros incidentes sobre seus componentes. Este tipo de sintetização foi realizada na forma reduzida e plena.

5.3.1. Sintetização Reduzida de Erros

A sintetização teórica e reduzida de erros foi elaborada ao realizar a modelagem matemática dos erros presentes na MM3C. Aplicou-se durante a modelagem, a análise geométrica e utilizou-se um esquadro de esferas para a aplicação do modelo reduzido de sintetização dos erros. Para esta modelagem fez-se a superposição dos efeitos dos erros, fato que permite quantificar a influência dos erros nas direções preferenciais da MM3C. As equações de erros foram reduzidas ao sintetizar os erros de forma agrupada, apresentando os erros angulares em função de erros de posições e retilindades, sem ser necessário conhecer todos os erros individuais durante a etapa experimental. O esquadro de esferas utilizado para a sintetização teórica e reduzida de erros está ilustrado na figura 18.

Figura 18: Esquadro de esferas utilizado com as dimensões especificadas em mm.

Os erros foram sintetizados teoricamente utilizando cinco montagens do esquadro de esferas sobre a mesa de inspeção da MM3C. As quais podem ser visualizadas na figura 19, 20, 21, 22 e 23.

Figura 19: Montagem M1 para sintetização reduzida de erros.

Figura 20: Montagem M2 para sintetização reduzida de erros.

Figura 21: Montagem M3 para sintetização reduzida de erros.

Figura 22: Montagem M4 para sintetização reduzida de erros.

Figura 23: Montagem M5 para sintetização reduzida de erros.

Na montagem M1 o esquadro é posicionado sobre suportes no desempenho, de forma que seus lados mensuráveis componham o plano XY. Nesta montagem o lado maior do esquadro foi posicionado próximo à escala de medição, no mínimo braço de Abbé na direção X, ou seja, quando $x = x_{\alpha}$.

Para a montagem M2, coloca-se o esquadro de forma espelhada a montagem M1, sobre apoios no desempenho fazendo com que o esquadro componha o plano XY, porém com um máximo valor de braço de Abbé para o lado maior do esquadro na direção “X”, ou seja $x = x_{\omega}$. A nomenclatura α e ω é sugerida para denominar as posições mais recuadas e avançadas do esquadro na direção analisada em relação ao sistema de referência.

A montagem M3 é feita ao suspender o esquadro da montagem M1 com suportes apropriados, com isto, a posição em X do lado maior do esquadro corresponde a $x = x_{\alpha}$ e em Z equivale a $z = z_{\omega}$, ou seja, quando o eixo Z está recuado. Esta montagem é caracterizada por o plano formado pelo esquadro estar paralelo ao plano XY e ter o mínimo de braço de Abbé possível para as direções X e Z.

Na montagem M4, o esquadro tem seu plano coincidente a YZ em $x = x_\alpha$, seu lado maior é posicionado próximo a escala de medição Y da MM3C e o seu lado menor coincide com a direção Z.

A montagem sugerida M5, é caracterizada por coincidir o plano do esquadro com o plano XZ em $y = y_\alpha$ e o lado maior estar posicionado em $z = z_\alpha$, ou seja, no maior braço de Abbé ocorrente na direção de Z.

As aplicações das montagens sugeridas M1, M2, M3, M4 e M5 são necessárias para o agrupamento de erros na redução das equações de sintetização, pois assim é possível realizar a superposição dos efeitos dos erros. Estabelecidas as montagens para a sintetização reduzida, faz-se necessário conhecer as componentes lineares de erros e suas direções de influência, atividade que será descrita no item a seguir 5.3.1.1.

5.3.1.1. Componentes lineares de erros e suas direções de influência.

As componentes lineares de erros e suas direções de influência foram obtidas através de uma análise geométrica e estrutural da MM3C, o qual é apresentada detalhadamente no item 5.3.2.1, durante a sintetização plena dos erros. Para análise geométrica empregada nesta sintetização reduzida de erros foi elaborado um diagrama da MM3C de referência, o qual pode ser visualizado na figura 24. Este diagrama foi elaborado desprezando o *offset* do eixo "z" da máquina, contribuindo ainda mais com o método reduzido no que se refere à quantidade de componentes de erros nas equações de sintetização.

Figura 24: Diagrama da MM3C para sintetização reduzida dos erros.

Analisando o diagrama proposto e realizando uma análise geométrica sobre o mesmo foi possível encontrar componentes lineares de erros nas direções preferenciais da MM3C, expressas na tabela 8. Desconsiderou-se os erros de segunda ordem.

Tabela 8: Componentes lineares de erros para sintetização reduzida

Direção “x”	Direção “y”	Direção “z”
$\Delta x = \delta x(x_\alpha, y, z_\alpha)$	$\Delta y = \delta y(x_\alpha, y, z_\alpha)$	$\Delta z = \delta z(x_\alpha, y, z_\alpha)$
$\Delta x = \delta \theta y(x_\alpha, y, z_\alpha) \times z$	$\Delta y = \delta \theta x(x_\alpha, y, z_\alpha) \times z$	$\Delta z = \delta \theta y(x_\alpha, y, z_\alpha) \times x$
$\Delta x = \delta x(x_\alpha, y_\alpha, z)$	$\Delta y = \delta \theta z(x_\alpha, y, z_\alpha) \times x$	$\Delta z = \delta z(x_\alpha, y_\alpha, z)$
$\Delta x = \delta \theta y(x_\alpha, y_\alpha, z) \times z$	$\Delta y = \delta y(x_\alpha, y_\alpha, z)$	$\Delta z = \delta z(x, y_\alpha, z_\alpha)$
$\Delta x = \delta x(x, y_\alpha, z_\alpha)$	$\Delta y = \delta \theta x(x_\alpha, y_\alpha, z) \times z$	-
$\Delta x = \delta \theta y(x, y_\alpha, z_\alpha) \times z$	$\Delta y = \delta y(x, y_\alpha, z_\alpha)$	-
$\Delta x = \delta \theta y_0 \times z$	$\Delta y = \delta \theta x(x, y_\alpha, z_\alpha) \times z$	-
-	$\Delta y = \delta \theta x_0 \times z$	-
-	$\Delta y = \delta \theta z_0 \times x$	-

Nas componentes obtidas, os indicadores acompanhados de α representam as direções perpendiculares à direção de deslocamento, enquanto os indicadores multiplicadores presentes nas componentes de erros oriundas de erros induzidos de rotação representam os braços de Abbé atuantes.

A soma algébrica das componentes de erros de acordo com suas direções de influência resulta nas equações de sintetização, as quais devem ser analisadas geometricamente utilizando as montagens com esquadro de esferas e reescritas para se obter as equações reduzidas de sintetizações de erros. As equações de sintetização obtidas através da análise geométrica estão apresentadas nas equações 25, 26 e 27, e representam os erros nas direções

"X", "Y" e "Z" respectivamente. Estas equações de erros ainda não estão reduzidas.

$$Ex = \delta x(x, y_\alpha, z_\alpha) + \delta x(x_\alpha, y, z_\alpha) + \delta x(x_\alpha, y_\alpha, z) + \delta \theta y(x_\alpha, y, z_\alpha) \times z + \delta \theta y(x_\alpha, y_\alpha, z) \times z + \delta \theta y(x, y_\alpha, z_\alpha) \times z + \delta \theta y_0 \times z \quad (25)$$

$$Ey = \delta y(x_\alpha, y, z_\alpha) + \delta y(x, y_\alpha, z_\alpha) + \delta y(x_\alpha, y_\alpha, z) + \delta \theta x(x_\alpha, y, z_\alpha) \times z + \delta \theta z(x_\alpha, y, z_\alpha) \times x + \delta \theta x(x_\alpha, y_\alpha, z) \times z + \delta \theta x(x, y_\alpha, z_\alpha) \times z + \delta \theta x_0 \times z + \delta \theta z_0 \times x \quad (26)$$

$$Ez = \delta z(x_\alpha, y_\alpha, z) + \delta z(x, y_\alpha, z_\alpha) + \delta z(x_\alpha, y, z_\alpha) + \delta \theta y(x_\alpha, y, z_\alpha) \times x \quad (27)$$

O modelo matemático para a sintetização reduzida de erros é elaborado a partir das equações de sintetização acima, obtidas com análise geométrica. Assim, as equações 25, 26 e 27 precisam ser reescritas, eliminando ou reescrevendo as componentes de erros angulares em função de erros de posição ou retilidade, pois, as componentes angulares estão contidas em componentes de erros mensurados com esquadro ou então podem ser substituídas por relações lineares.

5.3.1.2. Componentes angulares da direção "X" reescritas em função de erros de posição e retilidade.

A componente $\delta \theta y_0 \times z$ que corresponde ao erro de ortogonalidade entre os eixos X e Z está contida no termo $\delta x(x_\alpha, y_\alpha, z)$, erro de retilidade de Z na direção X, que pode ser mensurada com a montagem M5. Também esta contida nesta componente $\delta x(x_\alpha, y_\alpha, z)$ a contribuição do erro angular Yaw de Z, $\delta \theta y(x_\alpha, y_\alpha, z) \times z$.

As componentes geradas na direção X devido às rotações “pitch de X” e “roll de Y”, $\delta\theta_y(x, y_\alpha, z_\alpha) \times z$ e $\delta\theta_y(x_\alpha, y, z_\alpha) \times z$ respectivamente, são substituídas por relações lineares elaboradas através das montagens M1 e M3 do esquadro de esferas, conforme pode ser visto nas figuras 25 e 26.

Figura 25: Relação linear para componente de erro em “X” devido à “pitch de X”.

Figura 26: Relação linear para componente de erro em “X” devido à “roll de Y”.

As componentes $\delta x(x, y_\alpha, z_\alpha)$ e $\delta x(x_\alpha, y, z_\alpha)$ que correspondem respectivamente a erro posição de X e retilineidade Y na direção de X, são obtidas através das M5 e M1.

5.3.1.3. Componentes angulares da direção "Y" reescritas em função de erros de posição e retilineidade.

As contribuições influentes ao eixo "Y" das rotações provocadas por "pitch de Y", $\delta \theta_x(x_\alpha, y, z_\alpha) \times z$, são obtidas através da análise das montagens M1 e M3, conforme figura 27.

Figura 27: Relação linear para componente de erro em "Y" devido à "pitch de Y".

As componentes de erro, $\delta \theta_z(x_\alpha, y, z_\alpha) \times x$ gerada por "yaw de Y", rotação em torno de "Z" devido ao movimento na direção "Y" e $\delta \theta_x(x, y_\alpha, z_\alpha) \times z$ gerada por "roll de X", rotação em torno de "X" devido ao movimento na direção de "X" são substituídas por relações lineares no modelo reduzido. Como pode ser visualizado nas figuras 28 e 29, as montagens M1 e M2 são utilizadas para se obter estas relações.

Figura 28: Relação linear para componente de erro em “Y” devido à “yaw de Y”.

Figura 29: Relação linear para componente de erro em “Y” devido à “roll de X”.

As contribuições provenientes dos erros devido à falta de ortogonalidade entre os eixos “Y” e “Z”, $\delta\theta_{zo} \times x$, e entre “X” e “Y”, $\delta\theta_{xo} \times z$, estão

presentes respectivamente nos erros de retilineidade $\delta y(x_\alpha, y_\alpha, z)$ do eixo “Z” na direção “Y” (montagem M4) e $\delta y(x, y_\alpha, z_\alpha)$ do eixo “X” na direção “Y” (montagem M1). O erro de retilineidade $\delta y(x_\alpha, y_\alpha, z)$ contém ainda a contribuição da componente de erro $\delta \theta x(x_\alpha, y_\alpha, z) \times z$ gerada por “pitch de Z”. O erro de posição do eixo “Y” $\delta y(x_\alpha, y, z_\alpha)$ pode ser encontrado nas montagens M1, M2 e M4.

5.3.1.4. Componentes angulares da direção "Z" reescritas em função de erros de posição e retilineidade.

A contribuição do termo $\delta \theta y(x_\alpha, y, z_\alpha) \times x$ proveniente de “roll de Y” pode ser obtida através de relações lineares em termos de erros de retilineidade de “Y” na direção “Z”, $\delta z(x_\alpha, y, z_\alpha)$ nas montagens M1 e M2, como pode ser observado na figura 30.

Figura 30: Relação linear para componente de erro em “Z” devido à “roll de Y”.

A componente de erro de retilidade "X" na direção "Z", $\delta z(x, y_\alpha, z_\alpha)$, pode ser obtida na montagem M5 e a componente de erro de posição $\delta z(x_\alpha, y_\alpha, z)$ do eixo "Z" nas montagens M4 e M5.

5.3.1.5. Equações reduzidas de sintetização de erros da MM3C

Com a realização da análise das montagens executadas utilizando um esquadro de esferas foi possível encontrar as equações reduzidas de erros nas direções preferenciais da MM3C. Esta sintetização possibilita obter os erros em qualquer posição do volume de trabalho da MM3C, ao ter valores de erros mensurados em algumas posições definidas. As equações 28, 29 e 30 são as equações reduzidas de sintetização de erros para as direções "X", "Y" e "Z" respectivamente.

$$\begin{aligned}
 Ex = & \delta x(x, y_\alpha, z_\alpha) + \delta x(x_\alpha, y, z_\alpha) + \delta x(x_\alpha, y_\alpha, z) + \\
 & \left[\frac{\delta x(x, y_\alpha, z_\omega) - \delta x(x, y_\alpha, z_\alpha)}{(z_\omega - z_\alpha)} \right] \times (z - z_\alpha) + \\
 & \left[\frac{\delta x(x_\alpha, y, z_\omega) - \delta x(x_\alpha, y, z_\alpha)}{(z_\omega - z_\alpha)} \right] \times (z - z_\alpha)
 \end{aligned} \tag{28}$$

$$\begin{aligned}
 Ey = & \delta y(x_\alpha, y, z_\alpha) + \delta y(x, y_\alpha, z_\alpha) + \delta y(x_\alpha, y_\alpha, z) + \\
 & \left[\frac{\delta y(x_\alpha, y, z_\omega) - \delta y(x_\alpha, y, z_\alpha)}{(z_\omega - z_\alpha)} \right] \times (z - z_\alpha) + \\
 & \left[\frac{\delta y(x_\omega, y, z_\alpha) - \delta y(x_\alpha, y, z_\alpha)}{(x_\omega - x_\alpha)} \right] \times (x - x_\alpha) + \\
 & \left[\frac{\delta y(x, y_\alpha, z_\omega) - \delta y(x, y_\alpha, z_\alpha)}{(z_\omega - z_\alpha)} \right] \times (z - z_\alpha)
 \end{aligned} \tag{29}$$

$$Ez = \delta z(x_\alpha, y_\alpha, z) + \delta z(x, y_\alpha, z_\alpha) + \delta z(x_\alpha, y, z_\alpha) + \left[\frac{\delta z(x_\omega, y, z_\alpha) - \delta z(x_\alpha, y, z_\alpha)}{(x_\omega - x_\alpha)} \right] \times (x - x_\alpha) \quad (30)$$

5.3.2. Sintetização Plena de Erros

Esta sintetização plena e teórica de erros foi realizada através da modelagem matemática dos erros da MM3C, onde foi aplicada a análise geométrica da estrutura da máquina e também a teoria das transformações homogêneas. Estes métodos sintetizaram individualmente os vinte e um erros da MM3C possibilitando agrupá-los de acordo com o eixo que exercem influência, obtendo assim equações de erros nas direções “X”, “Y” e “Z”.

Para um melhor entendimento, adotou-se o sistema de coordenadas da própria máquina como referência, definindo assim os deslocamentos positivos e negativos durante a análise de erros. Um diagrama da máquina foi elaborado, ele representa a estrutura da máquina, os carros e eixos móveis, que deslizam nas direções x, y, e z. O diagrama que representará a máquina durante a verificação de erros nas análises geométricas e de transformações homogêneas pode ser visualizado na figura 31.

Figura 31: MM3C do tipo ponte móvel (a) e diagrama da MM3C (b)

Os planos para o diagrama apresentado definem nomenclaturas de algumas regiões da MM3C. Estes planos e as nomenclaturas de algumas regiões pertinentes durante as análises de sintetização teórica e plena de erros, estão representados pela figura 32.

Figura 32: Definição dos planos da MM3C (a); Vista lateral direita do diagrama proposto, plano yz (b); Vista frontal do diagrama, plano xz (c); Vista superior do diagrama, plano xy (d).

Seguem nos próximos itens, as modelagens matemáticas através da análise geométrica e através da teoria das transformações homogêneas, que permitiram a sintetização plena e teórica dos erros da MM3C.

5.3.2.1. Modelagem da MM3C aplicando a Análise Geométrica

Observando estruturalmente a MM3C e seu comportamento foi possível identificar a presença de deslocamentos indesejáveis da máquina. Foram analisados todos os três eixos da máquina durante a sua movimentação e assim foi possível identificar a presença de erros de translações, de rotações e erros correspondentes à falta de ortogonalidade entre os eixos. Para esta modelagem, aplicando a análise geométrica da estrutura da máquina, foram utilizados conhecimentos matemáticos de trigonometria ao verificar a presença de erros de rotação e de falta de ortogonalidade. Nesta análise, de acordo com a consideração do item 5.1.3, relacionada aos centros de rotações coincidentes ao centro do conjunto de mancais, foi possível encontrar as componentes de erros nas direções preferenciais devido aos erros de rotação e à presença de braços de Abbé. Para obtenção destas componentes foram utilizadas ferramentas trigonométricas. Os erros nas direções preferenciais foram obtidos somando algebricamente as componentes de erros de acordo com o eixo que exercem influência. Obtiveram-se assim equações de sintetizações plenas dos erros nas direções “X”, “Y” e “Z, que formam as componentes do erro volumétrico da MM3C.

A seguir está apresentada a modelagem da máquina utilizando análise geométrica, as componentes de erros nas direções preferenciais da MM3C e as equações de erros obtidas através deste método. São apresentadas nesta análise as componentes de erros obtidas nas direções preferenciais oriundas essencialmente por erros angulares, roll pitch e yaw e erros devido à falta de ortogonalidade entre os eixos da máquina. A apresentação da análise geométrica da estrutura da MM3C está dividida para cada erro, individualmente. Utilizou-se durante esta análise a consideração referente a deslocamentos angulares infinitesimais, expressa na tabela 6 no item 5.1.2.

Plano “xz”

A seguir através das figuras 33, 34, 35 e 36, segue a análise geométrica para a sintetização dos erros no plano “xz”.

Figura 33: Ocorrência de erro angular “roll” de “y” em MM3C.

Figura 34: Ocorrência de erro angular “pitch” de “x” em MM3C.

Figura 35: Ocorrência de erro angular “yaw” de “z” em MM3C.

Figura 36: Ocorrência de erro de ortogonalidade “y” em MM3C.

Com a análise geométrica efetuada, é possível encontrar alguns componentes dos erros nas direções preferenciais da maquina de medir. Para o plano “xz”, obtivemos as seguintes componentes de erro:

Roll de “y”:

$$\delta\theta_y(y) = \frac{-\Delta z}{(x + x_{fixo})} \therefore$$

$$\Delta z = -\delta\theta_y(y) \times (x + x_{fixo})$$

$$\delta\theta_y(y) = \frac{\Delta x}{(z_{ponte} - z - z_{fixo})} \therefore$$

$$\Delta x = \delta\theta_y(y) \times (z_{ponte} - z - z_{fixo})$$

Pitch de “x”:

$$\delta\theta_y(x) = \frac{-\Delta x}{(z + z_{fixo})} \therefore$$

$$\Delta x = -\delta\theta_y(x) \times (z + z_{fixo})$$

$$\frac{\delta\theta_y(x)}{2} = \frac{\Delta z}{-\Delta x} \therefore$$

$$\Delta z = \frac{\delta\theta_y(x) \times \delta\theta_y(x) \times (z + z_{fixo})}{2}$$

Yaw de “z”:

$$\delta\theta_y(z) = \frac{-\Delta x}{(z + z_{fixo})} \therefore$$

$$\Delta x = -\delta\theta_y(z) \times (z + z_{fixo})$$

$$\frac{\delta\theta_y(z)}{2} = \frac{\Delta z}{-\Delta x} \therefore$$

$$\Delta z = \frac{\delta\theta_y(z) \times \delta\theta_y(z) \times (z + z_{fixo})}{2}$$

Ortogonalidade “y”:

$$\delta\theta_{yo} = \frac{-\Delta x}{(z + z_{fixo})} \therefore$$

$$\Delta x = -\delta\theta_{yo} \times (z + z_{fixo})$$

$$\frac{\delta\theta_{yo}}{2} = \frac{\Delta z}{-\Delta x} \therefore$$

$$\Delta z = \frac{\delta\theta_{yo} \times \delta\theta_{yo} \times (z + z_{fixo})}{2}$$

Plano “xy”

A seguir através das figuras 37, 38, 39 e 40, segue a análise geométrica para a sintetização dos erros no plano “xy”.

Figura 37: Ocorrência de erro angular “yaw” de “y” em MM3C.

Figura 38: Ocorrência de erro angular “yaw” de “x” em MM3C.

Figura 39: Ocorrência de erro angular "roll" de "z" em MM3C.

Figura 40: Ocorrência de erro de ortogonalidade "z" em MM3C.

Através da análise geométrica no plano "xy" da MM3C é possível encontrar as componentes de erro presentes neste plano. Para o plano "xy", obtivemos as componentes descritas a seguir:

Yaw de “y”:

$$\delta\theta_z(y) = \frac{\Delta y}{(x + x_{fixo})} \therefore$$

$$\Delta y = \delta\theta_z(y) \times (x + x_{fixo})$$

$$\delta\theta_z(y) = \frac{\Delta x}{(y_{fixo})} \therefore$$

$$\Delta x = \delta\theta_z(y) \times (y_{fixo})$$

Yaw de “x”:

$$\delta\theta_z(x) = \frac{\Delta x}{y_{fixo}} \therefore$$

$$\Delta x = \delta\theta_z(x) \times y_{fixo}$$

$$\frac{\delta\theta_z(x)}{2} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \therefore$$

$$\Delta y = \frac{\delta\theta_z(x) \times \delta\theta_z(x) \times y_{fixo}}{2}$$

Roll de “z”:

O erro angular roll de “z”, $\delta\theta_z(z)$, não gera componentes lineares de erro. Pois não há influência de braços de Abbé.

Ortogonalidade “z”:

$$\delta\theta_{zo} = \frac{\Delta y}{(x + x_{fixo})} \therefore$$

$$\Delta y = \delta\theta_{zo} \times (x + x_{fixo})$$

$$\delta\theta_{zo} = \frac{\Delta x}{(y_{fixo})} \therefore$$

$$\Delta x = \delta\theta_{zo} \times (y_{fixo})$$

Plano “yz”

A seguir através das figuras 41, 42, 43 e 44, segue a análise geométrica para a sintetização dos erros no plano “yz”

Figura 41: Ocorrência de erro angular “roll” de “x” em MM3C.

Figura 42: Ocorrência de erro angular “pitch” de “y” em MM3C.

Figura 43: Ocorrência de erro angular “pitch” de “z” em MM3C.

Figura 44: Ocorrência de erro de ortogonalidade “x” em MM3C.

Analisando geometricamente os erros da MM3C no plano “yz”, conseguimos equacionar parcelas dos erros neste plano. Estas parcelas estão descritas a seguir:

Roll de “x”

$$\delta\theta_x(x) = \frac{\Delta y}{(z + z_{fixo})} \therefore$$

$$\delta\theta_x(x) = \frac{-\Delta z}{y_{fixo}} \therefore$$

$$\Delta y = \delta\theta_x(x) \times (z + z_{fixo})$$

$$\Delta z = -\delta\theta_x(x) \times y_{fixo}$$

Pitch de “y”

$$\delta\theta_x(y) = \frac{-\Delta y}{(z_{ponte} - z - z_{fixo})} \therefore$$

$$\delta\theta_x(y) = \frac{-\Delta z}{y_{fixo}} \therefore$$

$$\Delta y = -\delta\theta_x(y) \times (z_{ponte} - z - z_{fixo})$$

$$\Delta z = -\delta\theta_x(y) \times y_{fixo}$$

Pitch de “z”

$$\delta\theta_x(z) = \frac{\Delta y}{(z + z_{fixo})} \therefore$$

$$\frac{\delta\theta_x(z)}{2} = \frac{\Delta z}{\Delta y} \therefore$$

$$\Delta y = \delta\theta_x(z) \times (z + z_{fixo})$$

$$\Delta z = \frac{\delta\theta_x(z) \times \delta\theta_x(z) \times (z + z_{fixo})}{2}$$

Ortogonalidade “x”

$$\delta\theta_{xo} = \frac{\Delta y}{(z + z_{fixo})} \therefore$$

$$\frac{\delta\theta_{xo}}{2} = \frac{\Delta z}{\Delta y} \therefore$$

$$\Delta y = \delta\theta_{xo} \times (z + z_{fixo})$$

$$\Delta z = \frac{\delta\theta_{xo} \times \delta\theta_{xo} \times (z + z_{fixo})}{2}$$

A sintetização de erros através da análise geométrica da MM3C permitiu encontrar as parcelas de erros expressas na tabela 9. As contribuições de erro de segunda ordem foram desconsideradas segundo Di Giacomo (1986), conforme o item 5.1.4.

Tabela 9: Componentes de erro obtidas através da sintetização plena com a análise geométrica.

Direção “x”	Direção “y”	Direção “z”
$\Delta x = \delta\theta y(y) \times (z_{ponte} - z - z_{fixo})$	$\Delta y = \delta\theta z(y) \times (x + x_{fixo})$	$\Delta z = -\delta\theta y(y) \times (x + x_{fixo})$
$\Delta x = -\delta\theta y(x) \times (z + z_{fixo})$	$\Delta y = \delta\theta z_o \times (x + x_{fixo})$	$\Delta z = -\delta\theta x(x) \times y_{fixo}$
$\Delta x = -\delta\theta y(z) \times (z + z_{fixo})$	$\Delta y = \delta\theta x(x) \times (z + z_{fixo})$	$\Delta z = -\delta\theta x(y) \times y_{fixo}$
$\Delta x = -\delta\theta y_o \times (z + z_{fixo})$	$\Delta y = -\delta\theta x(y) \times (z_{ponte} - z - z_{fixo})$	-
$\Delta x = \delta\theta z(y) \times (y_{fixo})$	$\Delta y = \delta\theta x(z) \times (z + z_{fixo})$	-
$\Delta x = \delta\theta z(x) \times y_{fixo}$	$\Delta y = \delta\theta x_o \times (z + z_{fixo})$	-
$\Delta x = \delta\theta z_o \times (y_{fixo})$	-	-

Equações de sintetizações de erros pela modelagem com Análise Geométrica

Essas parcelas de erro podem ser expressas através de equações que definem os erros presentes nas direções preferenciais da Máquina, então,

somando-se algebricamente os termos encontrados de forma ordenada com os erros de posição e retilineidade para a mesma direção, encontramos as equações de erro nas direções de “x”, “y” e “z” representadas através das equações 31, 32 e 33 respectivamente.

$$\begin{aligned}
 Ex = & \delta\theta_y(y) \times (z_{ponte} - z - z_{fixo}) - \delta\theta_y(x) \times (z + z_{fixo}) - \delta\theta_y(z) \times (z + z_{fixo}) + \\
 & - \delta\theta_{y0} \times (z + z_{fixo}) + \delta\theta_z(y) \times (y_{fixo}) + \delta\theta_z(x) \times (y_{fixo}) + \delta\theta_{z0} \times (y_{fixo}) + \\
 & + \delta x(x) + \delta x(y) + \delta x(z)
 \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned}
 Ey = & \delta\theta_z(y) \times (x + x_{fixo}) + \delta\theta_{z0} \times (x + x_{fixo}) + \delta\theta_x(x) \times (z + z_{fixo}) + \\
 & - \delta\theta_x(y) \times (z_{ponte} - z - z_{fixo}) + \delta\theta_x(z) \times (z + z_{fixo}) + \\
 & + \delta\theta_{x0} \times (z + z_{fixo}) + \delta y(x) + \delta y(y) + \delta y(z)
 \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned}
 Ez = & -\delta\theta_y(y) \times (x + x_{fixo}) - \delta\theta_x(x) \times (y_{fixo}) - \delta\theta_x(y) \times (y_{fixo}) + \\
 & + \delta z(x) + \delta z(y) + \delta z(z)
 \end{aligned} \quad (33)$$

5.3.2.2. Modelagem da MM3C utilizando a teoria das Transformações Homogêneas

A modelagem da MM3C utilizando a teoria das transformações homogêneas requer uma abordagem vetorial e para isto foram posicionados virtualmente sistemas de coordenadas na estrutura da MM3C. Os sistemas de coordenadas e a nomenclatura utilizada para análise de erros com transformações homogêneas estão ilustrados na figura 45.

Figura 45: Diagrama explicativo da nomenclatura adotada, posicionamento dos sistemas de coordenadas e da abordagem vetorial utilizada.

O posicionamento dos sistemas de coordenadas permitiu montar as matrizes de transformações homogêneas considerando as componentes das translações puras (sem erro) e as componentes de erros inerentes a estrutura da máquina, durante a movimentação dos seus eixos. Foram montadas as matrizes ao analisar os trajetos virtuais que unem os sistemas de coordenadas posicionados, sendo estes trajetos correspondentes a translações puras e a translações com erros, angulares e de posições. Ao se conhecer a presença de cada componente de erro ou de translações puras, foram adicionadas estas componentes nas matrizes em seus respectivos locais conforme a teoria das transformações homogêneas.

Realizou-se em etapas a caracterização das matrizes, estas etapas estão relacionadas à presença de erro e ao seu tipo. A montagem das matrizes de transformações homogêneas é definida com as transformações de coordenadas para cada sistema virtualmente estabelecido. Para a montagem das matrizes, fez-se uso de uma matriz genérica expressa pela equação 34.

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -\delta\theta_z(v) & \delta\theta_y(v) & \delta x(v) \\ \delta\theta_z(v) & 1 & -\delta\theta_z(v) & \delta y(v) \\ -\delta\theta_y(v) & \delta\theta_x(v) & 1 & \delta z(v) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (34)$$

Após a montagem de todas as matrizes, foram multiplicadas as mesmas por ordem numérica, começando pela primeira e terminando pela última matriz. O produto obtido de todas as matrizes gerou a transformação do último sistema de coordenadas em coordenadas do primeiro. Porém, nesta matriz não há somente erros e para encontrá-los foi realizada a subtração de uma matriz do trajeto sem erros ao produto de matrizes obtido.

Assim, a seguir está apresentada a modelagem da MM3C utilizando a teoria das transformações homogêneas e as equações de erros nas direções “X”, “Y” e “Z” obtidas através deste método.

Matriz que representa trajeto sem erro da MM3C

O caminho sem erro da máquina foi analisado e equacionado através do preenchimento da matriz genérica, expressa pela equação 34 e pela figura 45, que traz uma abordagem vetorial do erro da Máquina de Medir por Coordenadas. Desta forma o caminho sem erro da máquina pode ser escrito de forma matricial conforme a equação 35 e também pela forma vetorial conforme equação 36.

$$Maq1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x + xfixo \\ 0 & 1 & 0 & y - yfixo \\ 0 & 0 & 1 & zponte - z - zfixo \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (35)$$

$$\overrightarrow{Maq} = \begin{pmatrix} x + x_{fixo} \\ y - y_{fixo} \\ z_{ponte} - z - z_{fixo} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (36)$$

Matriz que representa trajeto com erro da MM3C

Para encontrarmos a matriz que representa o caminho com erro, caminho que une o sistema de coordenadas de origem (sistema de coordenada 0) até a ponta da sonda (sistema de coordenada 7), deve-se fazer o uso da técnica de transformações homogêneas considerando as translações puras e também os erros presentes em cada seção analisada. Assim, a matriz que representa o caminho com erro, foi encontrada fazendo a transformação do sistema de coordenada 7 em 0, conforme a equação 37.

$${}^0T_7 = {}^0T_1 \times {}^1T_2 \times {}^2T_3 \times {}^3T_4 \times {}^4T_5 \times {}^5T_6 \times {}^6T_7 \quad (37)$$

Sob a análise da figura 45 foi possível montar as matrizes de transformações parciais considerando os erros e também as translações puras. As montagens das matrizes foram feitas a partir dos trajetos que unem os sistemas de coordenadas estabelecidos. Apesar dos erros ocorrerem simultaneamente com a translação de um corpo rígido, para uma representação algébrica faz-se necessário uma disposição correta das matrizes durante a multiplicação, pois, este tipo de operação com matrizes não possui propriedade comutativa.

Na modelagem utilizando a teoria das transformações homogêneas foram definidas as disposições das matrizes para representar algebricamente e de forma correta a suas multiplicações. Desta forma, foi definido que primeiro aplica-se a matriz para a translação pura e depois para o erro. Aplica-se então

a seguinte ordem: “translada e depois erra”. Já para as transformações relacionadas ao eixo "Z", é necessário a disposição da matriz de erros seguida da matriz de translação, considerou-se então que este eixo “erra e depois translada”. Essa diferença da disposição algébrica das matrizes durante o produto, para os eixos "X" e "Y" com "Z", ocorre devido o diferente funcionamento do deslocamento do eixo "Z", onde o próprio desliza sobre os mancais.

A seguir é apresentado a montagem das matrizes para encontrar a matriz que representa o caminho com erro, matriz correspondente à transformação de coordenadas do sistema 7 em coordenadas do sistema 0, ou seja, a matriz 0T_7 . Porém, esta transformação será elaborada em etapas, iniciando com a obtenção da matriz 0T_1 .

Na análise do trajeto que une o sistema de coordenadas 0 e o sistema de coordenadas 1, percebe-se a presença de uma translação pura chamada de $[Mov\ y_1^0]$ e também da presença de erros de posição, além de erros de angulares localizados na matriz $[Erro\ y_1^0]$.

$${}^0T_1 = [Mov\ y_1^0] \times [Erro\ y_1^0]$$

$${}^0T_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & -\delta\theta_z(y) & \delta\theta_y(y) & \delta x(y) \\ \delta\theta_z(y) & 1 & -\delta\theta_x(y) & \delta y(y) \\ -\delta\theta_y(y) & \delta\theta_x(y) & 1 & \delta z(y) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

O trajeto que une o sistema de coordenadas 1 e o sistema de coordenadas 2 é caracterizado pela presença de apenas uma matriz de translação pura $[Mov\ z_2^1]$.

$${}^1T_2 = [Tr\ z_2^1]$$

$${}^1T_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z_{ponte} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Para a transformação de coordenadas do sistema 3 em coordenadas dos sistema 2, foi feito o produto entre a matriz que representa o erro devido a falta de ortogonalizadade entre os eixos "X" e "Y" com a matriz de translação pura. A matriz que representa a falta de ortogonalidade na representação algébrica deve ser o primeiro fator deste produto, pois antes da análise deste trajeto entre os sistemas de coordenadas 2 e 3 existe um erro devido à falta de ortogonalidade entre os eixos "X" e "Y".

$$[{}^2T_3] = [Ort z] \times [Tr x_3^2]$$

$$[{}^2T_3] = \begin{pmatrix} 1 & -\delta\theta_{zo} & 0 & 0 \\ \delta\theta_{zo} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x \text{ fixo} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

A matriz $[{}^3T_4]$ é obtida de forma similar a matriz $[{}^0T_1]$, porém com análise do trajeto que une o sistema de coordenadas 3 ao sistema de coordenadas 4.

$$[{}^3T_4] = [Mov x_4^3] \times [Erro x_4^3]$$

$$[{}^3T_4] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & -\delta\theta_z(x) & \delta\theta_y(x) & \delta x(x) \\ \delta\theta_z(x) & 1 & -\delta\theta_x(x) & \delta y(x) \\ -\delta\theta_y(x) & \delta\theta_x(x) & 1 & \delta z(x) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

A matriz $[{}^4T_5]$ é obtida como uma translação pura, representada pela região denominada na figura 45 como "– yfixo".

$$[{}^4T_5] = [Tr y_5^4]$$

$$[{}^4T_5] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -y \text{ fixo} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

A peculiaridade da transformação do sistema de coordenadas 6 em coordenadas do sistema 5 é definida pela antecedência da matriz erro em relação à matriz de translação pura na representação algébrica. Este fato ocorre devido ao eixo “Z” ser diferente em relação aos outros eixos, pois o mesmo é quem desloca e os mancais permanecem estáticos funcionando como uma guia. Deve-se adicionar também anteriormente às matrizes de erro e de movimento a matriz que representa a falta de ortogonalidade entre os eixos “X” e “Z” e também entre os eixo “Y” e “Z”, $[Ort y/x]$.

$$[{}^5T_6] = [Ort y/x] \times [Erro z_6^5] \times [Mov z_6^5]$$

$$[{}^5T_6] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \delta\theta_{yo} & 0 \\ 0 & 1 & -\delta\theta_{xo} & 0 \\ -\delta\theta_{yo} & \delta\theta_{xo} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & -\delta\theta_z(z) & \delta\theta_y(z) & \delta x(z) \\ \delta\theta_z(z) & 1 & -\delta\theta_x(z) & \delta y(z) \\ -\delta\theta_y(z) & \delta\theta_x(z) & 1 & \delta z(z) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

A última matriz de que faz a transformação do sistema 7 em coordenadas do sistema 6, é representada por uma matriz de translação pura, o qual não possui algum item de movimento, somente a região chamada - *zfixo* o qual representa a sonda de medição.

$$[{}^6T_7] = [Tr z_7^6]$$

$$[{}^6T_7] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -z_{fixo} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Após montar todas as matrizes de transformações homogêneas para a modelagem dos erros da máquina, foi realizado o seu produto com o software matlab versão R2010a, onde assim obteve-se uma matriz 4x4 que representa o trajeto com erro desta análise. Esta matriz foi multiplicada por uma matriz coluna $[0001]^T$, onde foi possível reduzir assim a matriz 4x4 em uma matriz coluna 4x1, contendo apenas erros e translações puras nas direções preferenciais da MMC, o qual através da abordagem vetorial proposta na figura 45 também pode ser chamada de vetor $\overrightarrow{VetMaq}$.

$$\overrightarrow{VetMaq} = [{}^0T_7] \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{VetMaq} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{14} \\ a_{24} \\ a_{34} \\ a_{44} \end{pmatrix}$$

Equações de erro pela modelagem com Transformações Homogêneas

A abordagem vetorial adotada neste trabalho possibilitou entender que o vetor erro $\overrightarrow{Ev}$ pode ser encontrado subtraindo o trajeto sem erro da análise, $\overrightarrow{Maq}$, do caminho com erro, $\overrightarrow{VetMaq}$. A equação 38 exemplifica algebricamente esta operação.

$$\overrightarrow{Ev} = \overrightarrow{VetMaq} - \overrightarrow{Maq}$$

$$\overrightarrow{Ev} = \begin{pmatrix} a_{14} \\ a_{24} \\ a_{34} \\ a_{44} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x + x_{fixo} \\ y + y_{fixo} \\ z_{ponte} - z - z_{fixo} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Ex \\ Ey \\ Ez \\ 0 \end{pmatrix} \quad (38)$$

Com esta operação vetorial, e após desconsiderar os erros de segunda ordem de acordo com o item 5.1.4 obtivemos como resultados uma matriz coluna, onde suas componentes correspondem às equações de erros 39, 40 e 41 para os eixos “X”, “Y” e “Z” respectivamente:

$$\begin{aligned} Ex = & -\delta\theta_y(x) \times (z + z_{fixo}) + \delta\theta_z(x) \times y_{fixo} + \delta\theta_y(y) \times (z_{ponte} - z - z_{fixo}) \\ & - \delta\theta_y(z) \times (z + z_{fixo}) + \delta\theta_z(y) \times (y_{fixo}) - \delta\theta_{y0} \times (z + z_{fixo}) + \delta\theta_{z0} \times (y_{fixo}) \\ & + \delta x(x) + \delta x(y) + \delta x(z) \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} Ey = & \delta\theta_x(x) \times (z + z_{fixo}) - \delta\theta_x(y) \times (z_{ponte} - z - z_{fixo}) \\ & + \delta\theta_z(y) \times (x + x_{fixo}) + \delta\theta_x(z) \times (z + z_{fixo}) + \delta\theta_{z0} \times (x + x_{fixo}) \\ & + \delta\theta_{x0} \times (z + z_{fixo}) + \delta y(x) + \delta y(y) + \delta y(z) \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} Ez = & -\delta\theta_x(x) \times y_{fixo} - \delta\theta_x(y) \times y_{fixo} - \delta\theta_y(y) \times (x + x_{fixo}) \\ & + \delta z(x) + \delta z(y) + \delta z(z) \end{aligned} \quad (41)$$

5.4. Formulação do Erro Volumétrico

O equacionamento do erro volumétrico da MM3C foi possível utilizando as componentes do vetor erro $\vec{E_v}$ encontrado, que são necessariamente as próprias equações de sintetizações de erros nas direções “X”, “Y” e “Z”. As equações de erros foram obtidas através do método de sintetização teórica e plena de erros.

A formulação do erro volumétrico foi elaborada através de uma análise vetorial, que permitem determinar o erro no volume de trabalho da MM3C através da raiz quadrada da soma dos quadrados das componentes de erros nas suas direções preferenciais. Tal formulação pode ser algebricamente definida como, o módulo do vetor erro $\vec{E_v}$ a partir de suas coordenadas “X” ou E_x , “Y” ou E_y e “Z” ou E_z . Portanto, a formulação algébrica que representa o erro volumétrico da MM3C, pode ser visualizada na equação 42.

$$Ev = \sqrt{(Ex^2) + (Ey^2) + (Ez^2)} \quad (42)$$

5.5. Sintetização Experimental e individual dos Erros

De posse das equações de erros encontradas através da sintetização teórica faz-se necessário a sintetização experimental dos erros da MM3C. Esta sintetização, também conhecida como calibração, foi realizada de forma plena, ou seja, obtendo os valores dos vinte e um erros individuais da máquina. Para esta calibração utilizou-se um conjunto de óticas interferométricas e canhão laser para medição, sendo ambos da marca HP, utilizou-se também um nível eletrônico da marca Taylor-Hobson e apalpador eletrônico da marca TESA com seus respectivos equipamentos com display para visualização os dados. Também foram utilizados dispositivos de fixação como parafusos prisoneiros, porcas e chapas metálicas para a montagem adequada das óticas, um

esquadro calibrado de granito e apoios mecânicos com altura ajustável para suspensão do esquadro.

A tabela 10 apresenta os sistemas de medição utilizados para a calibração dos erros individuais da MM3C.

Tabela 10: Instrumentação utilizada para calibração da MM3C.

<i>Tipo de erro</i>	<i>X</i>	<i>Y</i>	<i>Z</i>
<i>Escala ou Posição</i>	Laser	Laser	Laser
<i>Retilidade “X”</i>	-	Laser	Laser
<i>Retilidade “Y”</i>	Laser	-	Laser
<i>Retilidade “Z”</i>	Laser	Laser	-
<i>Roll</i>	Nível Eletrônico	Nível Eletrônico	*
<i>Pitch</i>	Laser	Laser	Laser
<i>Yaw</i>	Laser	Laser	Laser
<i>Ortogonalidade</i>	Apalpador Eletrônico e Esquadro de Granito	Apalpador Eletrônico e Esquadro de Granito	Apalpador Eletrônico e Esquadro de Granito

* A ponta única da sonda foi considerada como um ponto material e como não há presença de braço de Abbé na análise deste erro, roll do eixo “Z” foi considerado desprezível, portanto não foi mensurado.

Nos itens seguintes, têm-se descritas observações sobre o planejamento e as montagens necessárias para calibração da máquina de medir por coordenadas.

5.5.1. Condições técnico-ambientais para a calibração

O ambiente de operação da MM3C, durante a calibração da máquina foi climatizado a uma temperatura constante e controlada de $20 \pm 0,5$ °C por cerca

de 12 horas para ocasionar o equilíbrio térmico dos componentes da máquina e instrumentação utilizada para a calibração. Manteve-se também controlada a umidade relativa do ambiente em $40 \pm 1\%$. Para a calibração efetuada com laser, utilizou-se como valor de pressão atmosférica para a compensação dos erros no software utilizado para medição, a pressão atmosférica média da cidade de São Carlos com o valor de 690,7 mmHg. O alinhamento do canhão laser com as óticas durante a medição foi realizado. Na etapa experimental, obteve-se um valor mínimo para este alinhamento correspondente a 85%.

5.5.2. Calibração para erros de escala ou de posição propriamente dito

A leitura de erro para as medições utilizando laser foi feita com auxílio de uma placa de aquisição, que recebe dados de deslocamento da própria MM3C e também os dados coletados com o laser, obtendo-se desta forma valores diferentes para o deslocamento da sonda da máquina. Esta diferença entre os valores é o próprio valor do erro. Assim, o erro de posição em um determinado *target* pode ser entendido como: valor apontado pelo display do software da MM3C subtraído do valor apontado pelo display do software do laser. Algebricamente este erro é representado pela equação 43 e o seu resultado positivo significa que o refletor está posicionado a frente da posição real.

$$\delta u(u) = P' - P \quad (43)$$

A coleta dos valores dos erros de posição foi feita no modo “on the fly”, coletou-se os valores nos *targets* distanciados entre si em 20 mm. Cada *target* foi definido em uma faixa de valores variando de -1mm a +1mm do valor do próprio *target*. Esta faixa, que foi denominada de *window target*, foi ainda subdividida em intervalos de 0,25mm. Desta maneira, a média dos valores de erro obtidos em cada *window target* foi considerado o próprio valor de erro do *target*. Assim, com a subdivisão em pontos de coleta de dados a 0,25mm, em

cada *window target* foram coletados 9 valores de erros. Esta aplicação de *window target* foi realizada com o intuito de reduzir os erros cíclicos presentes nas medições dos erros.

As montagens para medições dos erros de posição para os eixos “X”, “Y” e “Z”, foram realizadas de modo que se minimizassem os efeitos dos braços de Abbé. Os manuais do laser de medição Hewlett Packard (1988) e Hewlett Packard (1993) foram utilizados para auxiliar na medição e montagem dos dispositivos utilizados para a medição com o princípio de interferometria conforme a figura 46.

Figura 46: Princípio de interferometria para erros de posição adaptado de Hewlett Packard (1988) (a), Medição de erro de posição (b).

Na figura 46, pode-se entender o princípio de interferometria empregado na medição dos erros de posição. Neste princípio, o canhão laser emite um feixe de luz com duas frequências " f_1 " e " f_2 ". O feixe de luz ao atingir o interferômetro tem suas frequências separadas, a frequência f_2 é refletida e retorna ao canhão laser, enquanto a frequência f_1 segue sua trajetória até atingir o espelho e ser refletida em direção ao canhão. No interferômetro, as frequências são recombinadas e atingem uma fotocélula dentro do próprio instrumento emissor de luz. A diferença entre as frequências no retorno de " f_1 " e " f_2 " são compreendidas como deslocamentos entre o interferômetro e o refletor.

Para a quantificação destes erros moveu-se individualmente os eixos da máquina na direção de cada erro de posição analisado. Procurou-se realizar montagens que permitissem movimentos no curso total de cada eixo nas suas direções positivas e negativas, ou seja, nos sentidos de ida e também de volta. Os eixos foram deslocados a velocidades similares às de operação da máquina. As medições dos erros foram feitas com o posicionamento do refletor fixo no lugar da sonda próximo às escalas diminuindo assim a influencia do braço de Abbé nos resultados. Para o deslocamento de um eixo da máquina, manteve-se os outros dois desligados, diminuindo desta forma a interferência dos deslocamentos dos outros eixos na quantificação dos erros. Os erros foram levantados em cinco ciclos de medições, coletando dados nas cinco idas e cinco voltas.

A seguir, têm-se detalhes das montagens executadas para quantificação dos erros de posição nas direções preferenciais da máquina de medir por coordenadas.

Erro de posição do eixo Y

Para a quantificação do erro de posição do eixo “Y” foi atribuída a montagem ilustrada na figura 47. O laser foi previamente alinhado com as óticas utilizadas, o espelho refletor ficou fixo no lugar da sonda de medição e foi deslocado na direção “Y”. Coletou-se dados de erros em um curso de 380 mm e o software do laser forneceu resultados de erro de posição para o eixo “Y”.

Figura 47: Imagens da medição de erro de posição em “Y”.

Erro de posição do eixo X

Para a quantificação do erro na direção “X”, após alinhar o feixe e luz com as óticas e fixar o refletor no lugar da sonda, transladou-se eixo medido. Utilizou-se um curso em “X” de 340 mm para a coleta de dados de erros nesta direção, a montagem utilizada para a medição do erro de posição em “X” da MM3C pode ser visualizada através da figura 48.

Figura 48: Imagens da medição de erro de posição em “X”.

Erro de posição do eixo Z

O erro de posição do eixo “Z” foi mensurado utilizando a montagem apresentada na figura 49. Para a medição do erro, realizou-se um prévio alinhamento do feixe de luz emitido pelo canhão laser com o conjunto de óticas utilizadas, e então, deslocou-se o eixo na direção de incidência do erro para a sua quantificação. Aproveitou-se um trajeto de 200 mm para a medição deste erro devido à dimensão e posicionamento dos acessórios empregados neste método de calibração.

Figura 49: Imagens da medição do erro de posição “Z”.

5.5.3. Calibração para erros de rotação

Calibrou-se a máquina mensurando também os seus erros de rotação, os quais foram medidos aplicando o princípio de interferometria utilizando laser de medição para os erros de pitch e yaw, enquanto os erros de roll foram medidos utilizando nível eletrônico.

Admitiu-se neste trabalho que o sinal positivo ou negativo destes erros seguem o princípio da “regra da mão direita” sobre o eixo de rotação dos componentes de análise, o qual para isto, o polegar deve sempre estar na mesma direção e sentido que o sentido positivo do eixo de rotação. A aplicação deste princípio é melhor entendida visualizando a figura 50, logo abaixo.

Figura 50: Definição positiva ou negativa para erros de rotação.

Os erros de rotação pitch e yaw para os “X”, “Y” e “Z” foram medidos de forma similar aos erros de posição, fez-se a medição utilizando canhão laser, porém com um conjunto de óticas específicas para medição de erros de rotação. A coleta dos dados para estes erros foi feita no modo “on the

fly” e os *targets* foram distanciados a 20 mm. Assim, como para as medições dos erros de posições, também foi aplicado a metodologia de *window target* nas medições dos erros de rotações, sob as mesmas subdivisões e limites. A média dos valores para cada *window target* foi considerado o próprio *target*.

O erro de roll para os eixos “X” e “Y” foram medidos utilizando um nível eletrônico da marca Taylor Hobson e modelo Talyvel 3, o qual foi fixo no lugar da sonda de medição. Não foi mensurado o erro roll do eixo “Z” por considerar a ponta da sonda unidirecional em “Z” como um ponto material e assim não há braços de Abbé presentes que gerem componentes lineares de erros nas direções preferenciais da MM3C. Porém, este erro roll do eixo “Z” pode ser medido com a montagem de uma fotocélula no lugar da sonda medição e um feixe de luz, como um laser de medição, incidente a ela pela direção “Z”.

Mediu-se os erros de roll de “X” e “Y” em *targets* distanciados entre si a 20 mm controlados através do software de operação da MM3C e a coleta de dados foi feita de forma convencional, “pára e mede”. O nível eletrônico utilizado para a quantificação destes erros possui uma resolução de 0,1 arco segundo.

Posicionou-se durante as medições o espelho refletor ou o nível eletrônico próximo as escalas dos eixos, visando assim reduzir a influência dos braços de Abbé. A quantificação dos erros foi realizada através da coleta dos dados de erros em cinco ciclos e foi composta de medições durante o deslocamento no sentido positivo e negativo, ou seja com movimentos de ida e de volta. Durante a quantificação dos erros em um determinado eixo, permaneceu bloqueado o movimento nos outros dois e procurou-se manter a velocidade de movimentação da máquina durante a medição similar à sua velocidade de operação.

O princípio interferométrico aplicado nas medições de erros de rotação pitch e yaw está exposto na figura 51, este princípio determina que as diferenças entre os feixes, de ida e volta, são convertidos em valores angulares para os erros de rotação. Os manuais de operação do laser

Hewlett Packard (1988) e Hewlett Packard (1993) foram utilizados para auxiliar na quantificação dos erros e na montagem experimental.

Figura 51: Princípio de interferometria para erros de rotação adaptado de Hewlett Packard (1988) (a), Medição de erro de rotação (b).

Para a medição dos erros de rotação de roll, utilizou-se um nível eletrônico o qual é capaz de quantificar erros angulares com a sua inclinação. Para esta quantificação de erro, seguiu-se também a mesma convenção de sinais para erros de rotação adotada, já exemplificada na figura 50. A utilização do nível iniciou-se tomando como referência o valor na posição inicial. Assim, com o seu devido deslocamento sobre o eixo analisado, foi possível encontrar

o valor do erro em cada *target*. O nível eletrônico conforme a figura 52(a) é composto basicamente por um pêndulo, o qual detecta um sinal proporcional a inclinação submetida, este sinal é compilado e apresentado em um display em formato angular correspondente a arcos-segundo. O nível eletrônico e seu funcionamento estão ilustrados na figura 52.

Figura 52: Funcionamento do nível eletrônico adaptado de TAYLOR - HOBSON(199?) (a), utilização do nível eletrônico (b).

A seguir estão expressos detalhes das montagens utilizadas para quantificação dos erros de rotação, utilizando o princípio interferométrico para os erros pitch e yaw dos eixos “X”, “Y” e “Z” e também utilizando nível eletrônico para os erros de roll dos eixos “X” e “Y”.

Erro de Pitch do eixo “Y”

A quantificação do erro pitch do eixo “Y” foi possível com a montagem ilustrada na figura 53. O laser foi previamente alinhado com as óticas utilizadas, fixou-se o espelho refletor no lugar da sonda de medição e o mesmo foi deslocado na direção “Y”. Foram coletados os dados de erros em um curso de 380 mm e o software do laser forneceu resultados para os erros de pitch do eixo “Y”.

Figura 53: Imagens da medição do erro pitch do eixo “Y”.

Erro de Yaw do eixo “Y”

Para o erro yaw do eixo “Y” efetuou-se uma montagem similar ao erro pitch de “Y”, porém, as óticas foram posicionadas longitudinalmente em relação ao eixo “X”. Utilizou-se um curso de 380 mm para medição destes erros, o espelho refletor foi deslocado em movimentos nos sentidos positivos e negativos do eixo “Y”. A montagem executada para este tipo de erro está representada na figura 54.

Figura 54: Imagens da medição do erro yaw do eixo “Y”.

Erro de Pitch do eixo “X”

O erro de pitch do eixo “X” foi medido em um curso de 340 mm deslocando o espelho refletor do feixe de luz na direção “X”. Para a quantificação deste erro, o canhão laser foi posicionado lateralmente a MM3C, a figura 55 ilustra a montagem dos dispositivos de fixação e acessórios utilizados na medição.

Figura 55: Imagens da medição do erro pitch do eixo “X”.

Erro de Yaw do eixo “X”

Para a quantificação deste erro, executou-se a montagem expressa na figura 56, o qual evidencia que o refletor para erros de rotação é deslocado na direção “X”. Este ensaio foi realizado com a translação do refletor a uma distância de 340 mm e para a montagem estabelecida, posicionou-se o canhão laser em frente a MM3C.

Figura 56: Imagens da medição do erro yaw do eixo “X”.

Erro de Pitch do eixo “Z”

A medição do erro de Pitch para o eixo “Z” foi possível ao se fixar o refletor utilizado para erros de rotação no local da sonda de medição e o interferômetro posicionado sobre o desempenho. Durante a quantificação dos erros, fez-se uso de um curso de 200 mm do eixo “Z” e movimentou-se o espelho refletor na direção do eixo em análise. A montagem empregada para a quantificação deste erro pode ser visualizada na figura 57.

Figura 57: Imagens da medição do erro pitch do eixo “Z”.

Erro de Yaw do eixo “Z”

A quantificação deste erro foi realizada de forma similar ao erro pitch do eixo “Z”, porém, posicionou-se o refletor e o interferômetro longitudinalmente ao eixo “X” e utilizou-se também um espelho para refletir o feixe de luz em 90°, junto ao interferômetro. A medição deste erro ocorreu ao transladar o refletor em um curso de 200 mm do eixo “Z”. A figura 58 ilustra a montagem e os acessórios utilizados nesta etapa experimental.

Figura 58: Imagens da medição do erro yaw do eixo “Z”.

Erro de Roll do eixo “Y”

O erro roll de “Y” foi quantificado através de um nível eletrônico que foi fixo no lugar da sonda e medição, ele foi posicionado de forma que se possibilitasse quantificar a variação angular no plano “XZ”. Na medição deste erro, o nível foi deslocado na direção “Y” e utilizou-se na análise um curso de deslocamento de 380 mm. A montagem aplicada para quantificação deste erro está ilustrada na figura 59.

Figura 59: Imagens da medição do erro roll do eixo “Y”.

Erro de Roll do eixo “X”

O erro roll de “X” foi medido de forma similar ao erro roll de “Y”, porém, posicionou-se o nível eletrônico de modo a medir a variação angular no plano “YZ”. Deslocou-se o nível eletrônico, fixo no lugar da sonda de medição, na direção “X” em um percurso de 340 mm. A montagem utilizada para mensurar este erro está ilustrada na figura 60.

Figura 60: Imagens da medição do erro roll do eixo “X”.

5.5.4. Calibração para erros de retilidade

A calibração da MM3C para os erros de retilidade foi realizada utilizando o canhão laser e um conjunto de óticas apropriadas. Para este tipo de erro é necessário configurar o canhão laser para a medição, pois para a quantificação o feixe de luz deve voltar na mesma posição de sua emissão. A figura 61 exemplifica o princípio interferométrico empregado para calibração dos erros de retilidade e a medição dos erros utilizando canhão laser.

Figura 61: Princípio de interferometria para erros de retilidade adaptado de Hewlett Packard (1988) (a), Medição de erro de retilidade (b).

O princípio interferométrico apresentado na figura 61 mostra que o feixe de luz atinge o interferômetro específico para medição de erros de retilidade, denominado Wollaston, e assim, tem suas frequências divididas e atingem o espelho refletor. As diferenças entre o feixe emitido e o feixe de retorno são interpretadas como deslocamentos transversais à direção de deslocamento do eixo, ou seja, como erro de retilidade. Na quantificação destes erros, o próprio interferômetro fixo no lugar da sonda é quem é deslocado nas direções preferenciais da MM3C e o resultado positivo do erro de retilidade durante a calibração significa que o sentido do erro analisado coincide com o sentido positivo do eixo em que o erro incide.

Utilizou-se também para a quantificação destes erros a metodologia *window target* e coletou-se dados de erros em cinco ciclos, sendo coletados seus valores nas cinco idas e nas cinco voltas. Por características do software, coletaram-se três dados de erros para cada *window target* e seus limites foram definidos como -1 mm o valor do *target* e +1 mm o valor *target*. Assim, em cada *window target* foram coletados os valores de erros nos pontos -1 mm do valor do *target*, no próprio *target* e no ponto correspondente a +1 mm do valor do *target*. Os erros foram mensurados no modo “on the fly” e os targets foram distanciados entre si em 20 mm.

Procurou-se posicionar o refletor durante as montagens próximo as escalas da MM3C com o intuito de diminuir o efeito de erros de Abbé e manteve-se ligado somente o eixo de direção do deslocamento do refletor. Em relação à velocidade de translação do refletor, buscou-se mantê-la constante e similar a velocidade de operação da MM3C.

A seguir, têm-se uma descrição das seis montagens executadas para a quantificação dos erros de retilidade nas direções preferenciais da MM3C, os manuais do laser Hewlett Packard (1988) e Hewlett Packard (1993) foram utilizados para auxiliar nos ensaios.

Erro de Retilidade “Y” na direção “X”

O erro de retilidade “Y” na direção “X”, $\delta x(y)$, foi realizada aplicando a montagem ilustrada na figura 62. Acoplou-se o interferômetro no lugar da sonda de medição e deslocou-se o mesmo na direção “Y” enquanto o refletor permaneceu fixo ao desempenho da MM3C. Na medição deste erro transladou-se o interferômetro em um curso de 380 mm.

Figura 62: Imagens da medição do erro de retilidade “Y” na direção “X”.

Erro de Retilidade “Y” na direção “Z”

Para a quantificação do erro de retilidade “Y” na direção “Z”, $\delta z(y)$, realizou-se a montagem ilustrada na figura 63. O interferômetro “Wollaston” fixo no lugar da sonda de medição foi deslocado na direção “Y” em um curso de 380 mm. A montagem para este erro é semelhante à montagem utilizada para o erro de retilidade “Y” na direção “X”, porém, o refletor é posicionado longitudinalmente na direção “Z”.

Figura 63: Imagens da medição do erro de retilidade “Y” na direção “Z”.

Erro de Retilidade “X” na direção “Y”

O erro de retilidade “X” na direção “Y”, $\delta y(x)$, foi quantificado através da montagem ilustrada na figura 64. Movimentou-se o interferômetro fixo no lugar da sonda na direção “X” e os dados de erro foram coletados em um curso de deslocamento de 340 mm.

Figura 64: Imagens da medição do erro de retilidade “X” na direção “Y”.

Erro de Retilidade “X” na direção “Z”

A quantificação do erro de retilidade “X” na direção “Z”, $\delta_Z(x)$, foi realizada com uma montagem similar para o erro de retilidade “X” na direção “Y”, porém, o refletor e o feixe de luz foram rotacionados para medir erros incidentes na direção “Z”. O interferômetro foi deslocado na direção “X” e os dados foram coletados em um curso de 340 mm. A montagem utilizada para a quantificação deste erro está ilustrada na figura 65.

Figura 65: Imagens da medição do erro de retilidade “X” na direção “Z”.

Erro de Retilidade “Z” na direção “Y”

A quantificação deste erro $\delta y(z)$ foi realizada com a aplicação da montagem especificada na figura 66. Utilizou-se para este experimento dois acessórios para mudar a direção do feixe de luz, além do interferômetro e refletor já conhecidos anteriormente. O refletor foi posicionado sobre o desempenho e o interferômetro no lugar da sonda de medição junto a um outro espelho refletor, o erro nesta etapa experimental foi medido através do deslocamento do interferômetro na direção “Z” em um curso de 160 mm.

Figura 66: Imagens da medição do erro de retilidade “Z” na direção “Y”.

Erro de Retilidade “Z” na direção “X”

O erro de retilidade “Z” na direção “X”, $\delta x(z)$, foi quantificado de forma similar ao erro de retilidade “Z” na direção “Y”, porém, as óticas foram rotacionadas para a coleta de erros incidentes na direção “X”. Neste experimento, aproveitou-se um curso de 160 mm do eixo “Z”. A figura 67 ilustra a montagem utilizada para a medição deste erro.

Figura 67: Imagens da medição do erro de retilidade “Z” na direção “X”.

Correção de desalinhamento para os erros de retilineidade

Devido à impossibilidade de alinhamento perfeito do feixe de luz com as óticas na etapa experimental de medição dos erros de retilineidade, os valores indicados pelo software não são valores reais de erros de retilineidade, pois, intrinsicamente a estes valores estão presentes valores correspondentes a falta de alinhamento, que deve ser corrigida antes mesmo da interpretação dos resultados. O desalinhamento é melhor entendido na figura 68.

Figura 68: Desalinhamento do laser adaptado de Hewlett Packard (1988) (a), perspectiva do desalinhamento (b).

A correção do desalinhamento presente durante a medição foi realizada através da equação de desalinhamento, obtida com regressão linear elaborada pelo método dos mínimos quadrados apresentado no capítulo 3. O erro de retilineidade é finalmente encontrado através da equação 44.

Equação 44: Erro de Retilineidade livre de desalinhamento

$$\left(\begin{array}{c} \text{Erro de} \\ \text{retilineidade} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Valor encontrado} \\ \text{com o laser} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{Valor encontrado através da} \\ \text{equação de desalinhamento} \end{array} \right)$$

5.5.5. Calibração para erros devido à falta de ortogonalidade

Os erros devido à falta de ortogonalidade entre os eixos da MM3C foram quantificados utilizando um esquadro de granito de forma “L”, um apalpador linear, um instrumento indicador com display, dispositivos de fixação e dispositivos de movimentação vertical com ajuste fino.

Para mensurar os erros devido à falta de ortogonalidade coletaram-se dados correspondentes ao desvio linear entre o lado do esquadro mecânico e a direção de deslocamento do eixo da MM3C, este desvio foi obtido ao deslocar o apalpador sobre *targets* posicionados nas laterais do esquadro, distanciados entre si a 20 mm. O esquadro foi ligeiramente alinhado com os eixos da máquina e a distância de deslocamento a cada *target* foi controlada com o auxílio do software de operação da MM3C. Os valores do desvio entre o lado esquadro e a direção de deslocamento do eixo da MM3C foram coletados em cinco “idas” e cinco “voltas” de forma convencional, “para e visualiza o valor indicado”, e a partir da análise dos dados destes desvios coletados, utilizando o método dos mínimos quadrados como regressão linear, foi possível encontrar o erro devido à falta de ortogonalidade entre os eixos analisados. Durante a quantificação dos desvios, manteve-se destravado somente o eixo de mesma direção do deslocamento, inibindo desta forma a influência dos erros provenientes de outros eixos.

Na quantificação do ângulo que representa o erro de perpendicularismo mensurado, devido a falta de ortogonalidade entre os eixos da MMC, levou-se em consideração erros de falta de alinhamento do esquadro com o eixo de movimentação da máquina e também o erro presente no próprio instrumento padrão, o esquadro de granito. A figura 69 exemplifica o erro de desalinhamento do esquadro de granito com o eixo de referencia através do ângulo α , o erro devido à falta de perpendicularismo do próprio esquadro através do ângulo β e o ângulo obtido através dos dados de desvio linear entre lado do esquadro e a direção de deslocamento do eixo da MM3C através de φ .

Figura 69: Ângulos presentes na medição do erro devido à falta de ortogonalidade

O erro devido à falta de ortogonalidade entre os eixos da MM3C corresponde desta forma, ao ângulo φ encontrado com os dados da medição durante o deslocamento na direção “j”, subtraído do ângulo devido à falta de alinhamento α e do ângulo correspondente ao erro do esquadro β , como exemplificado na equação 45.

Equação 45: Erro de ortogonalidade entre dois eixos da MM3C

$$\delta\theta_{w_o} = (\varphi - \beta)_j - \alpha_i$$

O ângulo β que evidencia a falta de perpendicularismo da peça padrão, o esquadro de granito, foi obtido pela certificação de calibração expressa no próprio esquadro fornecida pelo fabricante, enquanto o ângulo α correspondente a falta de alinhamento ocasionada durante a montagem foi obtido experimentalmente ao medir desvios presentes durante deslocamento na direção “i”.

As montagens executadas para a quantificação dos erros devido à falta de ortogonalidade entre os eixos da MM3C estão representadas a seguir.

Erro devido à falta de ortogonalidade entre os eixos “Y” e “Z”

O erro devido à falta de ortogonalidade entre os eixos “Y” e “Z” foi quantificado ao encontrar os ângulos φ e α incidentes na montagem utilizada, ilustrada na figura 70. Fixou-se o apalpador linear no lugar da sonda de medição e posicionou-se o esquadro de granito sobre a mesa de medição da MM3C.

O ângulo φ foi obtido ao mensurar os desvios lineares entre a direção “Z” e a região central do lado maior do esquadro, enquanto o ângulo α foi quantificado, ao mensurar os desvios lineares presentes entre a direção “Y” e o desempenho, especificamente na região central da área de apoio do lado menor do esquadro.

Figura 70: Imagens de medição de erro de ortogonalidade entre “Y” e “Z”.

Erro devido à falta de ortogonalidade entre os eixos “X” e “Z”

O erro $\delta\theta_{y_o}$, correspondente a falta de ortogonalidade entre os eixos “X” e “Z”, foi quantificado ao obter os ângulos φ e α . Quantificou-se os desvios lineares entre a direção “Z” e a região central da lateral maior do esquadro de granito para obter-se o ângulo φ , enquanto para obter o ângulo α , realizou-se a medição dos desvios entre a direção de deslocamento “X” e a mesa de inspeção da MM3C, especificamente na região central de apoio do lado menor do esquadro.

Para a medição dos desvios, fixou-se o apalpador linear no lugar da sonda de medição e posicionou-se o esquadro de granito sobre a mesa de inspeção da MM3C. A montagem realizada para as medições dos desvios está ilustrada na figura 71.

Figura 71: Imagens de medição de erro de ortogonalidade entre “X” e “Z”.

Erro devido à falta de ortogonalidade entre os eixos “X” e “Y”

A falta de ortogonalidade entre os eixos “X” e “Y” foi quantificada através da medição dos desvios que determinam os ângulos φ e α . Utilizou-se na medição deste erro, dispositivos de movimentação vertical, além do esquadro de granito, apalpador linear e um dispositivo para sua fixação. O ângulo φ foi quantificado ao medir desvios lineares entre a direção “Y” e a região central do lado maior do esquadro, enquanto o ângulo α foi quantificado ao mensurar os desvios entre a direção de deslocamento “X” e a região central do lado de referência do esquadro, o lado menor.

A montagem utilizada que permitiu a quantificação deste erro está ilustrada na figura 72.

Figura 72: Imagens de medição de erro de ortogonalidade entre “X” e “Y”.

Capítulo 6

RESULTADOS E DISCUSSÕES DA SINTETIZAÇÃO PLENA E EXPERIMENTAL DE ERROS

Após apresentar os aspectos teóricos e os métodos aplicados para a sintetização de erros, cabe apresentar e discutir os resultados obtidos neste trabalho. Assim, neste capítulo estão apresentados os resultados e discussões do trabalho em quatro itens. O primeiro item mostra os resultados de erros de posição propriamente dita. No segundo item estão apresentados e discutidos os resultados de erros provocados por rotações indevidas (roll, pitch e yaw). O terceiro item é composto por resultados e discussões dos erros de retilidade. Os erros devidos à falta de ortogonalidade entre os eixos da MMC são apresentados e discutidos no quarto item.

Os gráficos que apresentam os erros de posição, os erros de rotação e os erros de retilidade são compostos por quatro curvas contínuas, sendo estas correspondentes ao erro medido durante a translação no sentido de ida, no sentido de volta, além de duas curvas correspondentes ao valor de três vezes o desvio padrão no sentido de ida. Estes erros estão expressos graficamente em função dos *targets* mensurados.

A apresentação dos resultados foi ordenada por tipo de erro (posição, rotação, retilidade e ortogonalidade) e subdividida por eixo de incidência.

6.1. Resultados de erros de posição

Estão apresentados a seguir os gráficos 2, 3 e 4 contendo curvas que ilustram o comportamento dos erros de posição da MMC nas direções “Y”, “X” e “Z” respectivamente. Com a análise dos gráficos pode ser observado que devido às limitações estruturais da MMC e também às limitações ocasionadas pelas montagens empregadas na etapa experimental atribuiu-se quantidades diferentes de *targets* para a medição em cada eixo.

Gráfico 2: Erro de posição do eixo “Y”.

No gráfico 2 pode-se observar que para a medição do erro de posição do eixo “Y” utilizou-se cerca de 94% do seu curso de operação, especificado no manual técnico da MMC, pois, mediu-se erros até o *target* correspondente a 380 mm. A medição deste erro apresentou valores pequenos como pode ser visto no gráfico 2, obteve-se como resultado uma histerese quase constante de cerca de 2 µm e uma amplitude de erro ao analisar todo percurso em “Y” de aproximadamente 4 µm. O desvio padrão obtido foi baixo em todos os *targets* tendo seu valor maior próximo de 1 µm nos *targets* finais da medição, permanecendo sempre abaixo da resolução de medição da MMC de aproximadamente 2 µm, fornecida pelo fabricante.

Gráfico 3: Erro de posição do eixo “X”.

Gráfico 4: Erro de posição do eixo “Z”.

Nos resultados de medição dos erros de posição para os eixos “X” e “Z” apresentados nos gráficos 3 e 4, observa-se que foi utilizado cerca de 96% e 66% de seus respectivos cursos totais de operação, especificados no manual técnico da MMC. Pois mediu-se erros até o *target* correspondente a 340 mm do eixo “X” e a 200 mm do eixos ”Z”.

Os resultados de erros de posição para eixo “X”, gráfico 3, forneceram uma histerese máxima de aproximadamente 24 µm e mínima de aproximadamente 15 µm. O erro de posição para este eixo tem uma tendência crescente até o *target* 220 mm ao atingir o valor máximo aproximado de 10µm.

O desvio padrão obtido variou entre os *targets* de 0,8 μm a 1,6 μm , valores abaixo da resolução da MMC.

O gráfico 4, correspondente aos resultados da medição de erros de posição do eixo “Z”, ilustra uma tendência crescente deste erro em relação aos *targets* mensurados e uma histerese quase constante aproximada de 5 μm . O desvio padrão permaneceu quase constante em 1 μm com exceção do desvio padrão correspondente ao *target* de 200 mm que foi de aproximadamente de 2 μm .

6.2. Resultados de erros de rotação

Os erros de rotação mensurados estão representados nos gráficos 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12. Os gráficos 5, 6 e 7 correspondem aos erros mensurados para o eixo “Y”, os gráficos 8, 9 e 10 correspondem aos erros de rotação presentes no eixo “X” e os gráficos 11 e 12 correspondentes aos erros de rotação presentes no eixo “Z”.

Estão apresentados a seguir os erros de roll, pitch e yaw para o eixo “Y” nos gráficos 5, 6 e 7 respectivamente.

Gráfico 5: Erro angular Roll do eixo “Y”.

No gráfico 5, percebe-se uma histerese pequena nos resultados obtidos para o erro roll do eixo “Y”, sendo o seu valor máximo de 2,8 arcoseg no *target* correspondente a 100 mm. O desvio padrão ilustrado no gráfico teve seu maior valor nos *targets* iniciais de medição atingindo seu valor máximo de 1,4 arcoseg no *target* correspondente a 20 mm.

Gráfico 6: Erro angular Pitch do eixo “Y”.

O gráfico 6, correspondente ao erro pitch do eixo “Y”, ilustra uma histerese quase constante com valor médio de aproximadamente 9 arcoseg. Os valores de desvio padrão foram elevados a partir do *target* 220 mm atingindo seu valor máximo a 4,8 arcoseg no *target* 360 mm.

Gráfico 7: Erro angular Yaw do eixo “Y”.

Os resultados de erro angular yaw do eixo “Y”, expressos pelo gráfico 7, evidenciam uma histerese quase constante em torno de 3 arcoseg e desvios padrões com uma ligeira tendência crescente. O aumento do desvio padrão é nitidamente visível a partir do *target* 320 mm e teve seu valor máximo correspondente a 2,2 arcoseg no *target* 380 mm.

Através da análise gráfica dos erros ocasionados por rotações indevidas do eixo “Y”, roll de “Y”, pitch de “Y” e yaw de “Y”, observa-se uma tendência crescente dos erros ao longo dos *targets* aplicados na medição. No caso do comportamento positivo e crescente do erro roll do eixo “Y” e pitch de “Y”, gráfico 5 e 6 respectivamente, mostra que ao transladar a sonda de medição em “Y”, a mesma se aproxima da posição zero de “Z” e para o erro yaw de “Y”, gráfico 7, a sonda se distancia da posição zero de “Y” e se aproxima da posição zero de “X” .

Os gráficos 5, 6 e 7 se comparados à descrição técnica relativa à faixa de operação do eixo “Y” da MMC fornecida pelo fabricante, evidenciam que para as medições dos erros de rotação presentes no eixo “Y” aproveitou-se cerca de 94% do seu curso total de operação.

Os erros angulares provocados por rotações indesejáveis incidentes ao eixo “X”, roll do eixo “X”, pitch do eixo “X” e yaw do eixo “X” estão apresentados nos gráficos 8, 9 e 10 respectivamente.

Gráfico 8: Erro angular roll do eixo “X”.

O erro roll do eixo “X”, gráfico 8, manteve-se praticamente estável durante a translação em todo eixo, apresentando valor máximo de 1,8 arcoseg no *target* 100 mm e mínimo de -0,1 arcoseg no *target* 300 mm. O desvio padrão durante a medição permaneceu pequeno em todo o trajeto e teve seu valor máximo no *target* 260 mm, atingindo 0,4 arcoseg.

Gráfico 9: Erro angular pitch do eixo “X”.

O gráfico 9 evidencia uma tendência crescente do erro pitch do eixo “X”, o que indica uma aproximação da sonda de medição à posição zero deste eixo. Neste erro, nota-se uma histerese inferior a 1 arcoseg como resultado e desvio padrão máximo de 2,8 arcoseg no *target* correspondente a 300 mm.

Gráfico 10: Erro angular yaw do eixo “X”.

O erro angular yaw do eixo “X”, apresentado no gráfico 10, tem uma característica decrescente, o que permite entender que há uma aproximação da sonda de medição durante a operação da MMC ao ponto zero do eixo “X”. Esta aproximação é motivada devido a presença do braço “*yfixo*” presente na estrutura da máquina, ilustrado no capítulo 5. A histerese deste erro permaneceu inferior a 1 arcoseg e teve um valor máximo de 0,6 arcoseg no *target* 340 mm. O desvio padrão máximo de 2 arcoseg foi obtido com os dados de erros no target 320 mm.

A análise gráfica dos resultados de erros de rotação do eixo “X”, comparada às descrições técnicas da faixa de operação da MMC fornecida pelo fabricante, mostra um aproveitamento de aproximadamente 96% do curso do eixo “X” durante a medição dos erros em relação a sua faixa total de operação.

As rotações indesejáveis incidentes ao eixo “Z”, pitch do eixo “Z” e yaw do eixo “Z” estão apresentados nos gráficos 11 e 12 respectivamente.

Observa-se com a análise gráfica dos resultados comparada às descrições técnicas da MMC fornecida pelo fabricante, um aproveitamento de cerca de 66% do curso total de operação do eixo “Z” nas medições de erros angulares presentes neste eixo.

Gráfico 11: Erro angular pitch do eixo “Z”.

O erro de rotação pitch do eixo “Z”, ilustrado no gráfico 11, apresentou um valor máximo de erro aproximado de 0,4 arcoseg e mínimo de -1,2 arcoseg. Pode-se observar uma tendência decrescente deste erro em relação aos *targets*, o que indica que ao extender o eixo “Z” em uma operação da MMC, a ponta da sonda se aproxima da posição zero do eixo “Y”. Na medição deste erro obteve-se como resultado uma histerese máxima de aproximadamente 1 arcoseg no *target* 180 mm e um desvio padrão máximo de 1,1 arcoseg no *target* correspondente a 40 mm.

Gráfico 12: Erro angular yaw do eixo “Z”.

Como pode se observar no gráfico 12, a medição do erro yaw do eixo “Z” forneceu um valor máximo de erro inferior a 1 arcoseg, correspondente a 0,7 arcoseg no *target* 200 mm. Obteve-se uma histerese quase constante neste erro, atingindo um valor máximo de 0,7 arcoseg no *target* 60 mm e um desvio padrão máximo de 0,9 arcoseg obtido no *target* inicial, 0 mm.

Com a análise dos resultados de erros de rotação é possível perceber que os menores erros são as rotações indevidas do eixo “Z”, sendo a amplitude destes valores menor que 1,7 arcoseg. Este fato pode ser compreendido como consequência deste eixo não carregar nenhum outro, diferentemente do eixo “Y” e do eixo “X”, que podem sofrer influência de outros erros e do peso dos eixos que carregam.

6.3. Resultados de erros de retilidade

Após corrigir os dados de erros devido à falta de alinhamento do canhão laser em relação às óticas de medição com o método dos mínimos quadrados, foram elaborados os gráficos 13, 14, 15, 16, 17 e 18. Eles correspondem aos erros de retilidade mensurados durante o movimento do eixo “Y”, durante o movimento do eixo “X” e durante o movimento do eixo “Z”.

Os erros de retilidade na direção “X” e na direção “Z” durante a translação em “Y” estão apresentados nos gráficos 13 e 14 respectivamente.

Gráfico 13: Erro de retilidade “Y” na direção “X”.

Gráfico 14: Erro de retilidade “Y” na direção “Z”.

O gráfico 13 exprime resultados de erros de retilidade na direção “X” devido o movimento em “Y” e fornece valores negativos dos erros mensurados, o que indica que a ponta da sonda de medição ao se movimentar na direção “Y” se desloca na direção do eixo “X” no sentido de seu valor zero. A amplitude dos dados de erros de retilidade medidos foi de aproximadamente 1,7 μm , sua histerese foi máxima no *target* correspondente a 340 mm com 0,8 μm . O máximo desvio padrão encontrado foi de 1,3 μm no *target* 300 mm.

O erro de retilidade na direção “Z” devido a translação em “Y”, expresso no gráfico 14, permaneceu quase constante ao longo dos *targets* analisados, seus valores em módulo foram menores que 1 μm , porém o último *target* exprimiu um valor máximo de erro correspondente a 1,1 μm . O desvio padrão permaneceu baixo em todos os *targets* e não foi superior a 0,5 μm .

A montagem utilizada para a medição dos erros de retilidade presentes na MMC durante o movimento em “Y”, também possibilitou utilizar aproximadamente 94% da faixa total de operação deste eixo, cuja é especificada pelo fabricante no manual técnico da MMC.

Nos respectivos gráficos 15 e 16 a estão apresentados os resultados de erro de retilidade na direção “Y” devido o movimento na direção “X” e os resultados de erro de retilidade na direção “Z” devido o movimento na direção “X”.

Gráfico 15: Erro de retilidade “X” na direção “Y”.

Os resultados da medição de erro de retilidade “X” na direção “Y”, expressos no gráfico 15, fornecem um valor máximo de erro correspondente a 3,5 μm no *target* localizado a 100 mm. Enquanto o gráfico 16 apresenta como valor máximo o erro 3,6 μm localizado no *target* 180 mm.

Gráfico 16: Erro de retilidade “X” na direção “Z”.

Utilizou-se para medição destes erros de retilidade presentes na translação na direção “X” aproximadamente 96% da faixa total de operação.

Os gráficos 17 e 18 a seguir estão representando respectivamente os resultados de erros de retilidade na direção “Y” devido a translação em “Z” e erro de retilidade na direção “X” devido a translação em “Z”.

Gráfico 17: Erro de retilidade “Z” na direção “Y”.

Gráfico 18: Erro de retilidade “Z” na direção “X”.

Os gráficos 17 e 18 apresentaram valores de erro máximos nos *targets* 100 mm correspondentes a 0,8 µm e 1,3 µm respectivamente. Ambos os gráficos apresentaram valores de erros positivos, ou seja, a sonda de medição em uma operação de inspeção dimensional é deslocada nas direções positivas de “X” e “Y” durante a translação do eixo “Z”.

Percebe-se ao comparar os gráficos 17 e 18 com a faixa de operação especificada pelo fabricante da MMC, que por utilizar uma montagem com um conjunto de óticas peculiar para medição destes tipos de erros de retilidade durante a translação na direção “Z”, foi utilizado aproximadamente 52% da faixa total de operação deste eixo.

6.4. Resultados de erros devido à falta de ortogonalidade entre os eixos da MMC

Os erros devido à falta de ortogonalidade entre os eixos da MMC estão apresentados na tabela 11. Estes erros foram obtidos após mensurar os desvios presentes da MMC em relação o esquadro, após calcular e considerar a falta de alinhamento do esquadro com a referência de medição e após considerar a falta de perpendicularismo entre os lados do próprio esquadro, conforme já explicado no capítulo 5. Ao utilizar o método dos mínimos

quadrados nos dados de desvios obtidos durante as medições, foi possível encontrar os ângulos influentes à falta de ortogonalidade entre os eixos da MMC.

Tabela 11: Resultados de erros devido à falta de ortogonalidade entre os eixos da MMC

Valores em arcos-segundo			
	Ortogonalidade “X” $\delta\theta_{xo}$	Ortogonalidade “Y” $\delta\theta_{yo}$	Ortogonalidade “Z” $\delta\theta_{zo}$
φ	0,5425	0,3633	0,0433
α	0,0153	0,0107	-0,0009
β	9,0000	9,0000	9,0000
Erro	-8,4728	-8,6474	-8,9558

Assim, com os dados apresentados na tabela 11, é possível observar que o maior erro devido a falta de ortogonalidade da MMC é ocorrente entre os eixos “X” e “Y”, com cerca de 8,9558 arcoseg negativos, enquanto o menor erro é ocorrente entre os eixos “Y” e “Z” com 8,4728 arcoseg negativos. Isso significa que os eixos “Y” e “Z” formam um ângulo entre eles de 89,9976°, enquanto os eixos “X” e “Z” formam um ângulo entre eles de 89,9976° e os eixos “X” e “Y” formam um ângulo entre eles de 89,9975°.

Capítulo 7

CONCLUSÕES E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

O presente trabalho apresentou a sintetização teórica e experimental de erros em uma Máquina de Medir por Coordenadas do tipo ponte móvel, a sintetização teórica foi realizada de maneira reduzida e plena, enquanto a sintetização experimental foi elaborada pelo método pleno. Para as sintetizações teóricas foram desenvolvidos matematicamente modelos geométricos da máquina através de uma análise estrutural e também utilizando a teoria das transformações homogêneas, no caso da sintetização plena e teórica de erros.

A sintetização teórica de erros foi possível com o levantamento e equacionamento dos erros nas direções preferenciais da máquina presentes durante sua operação, para isto foi elaborada uma modelagem matemática dos erros da MMC. Enquanto a sintetização experimental e plena dos erros foi possível ao fazer a calibração da Máquina de Medir por Coordenadas quantificando os seus vinte e um tipos de erros.

Após a avaliação e discussão dos resultados as seguintes conclusões podem ser feitas:

As sintetizações teóricas de erros, reduzida e plena, com análise estrutural da máquina e com a teoria das transformações homogêneas se

mostraram capazes de equacionar e quantificar os erros da Máquina de Medir por Coordenadas. Estas metodologias apresentadas permitem ainda avaliar a influencia dos erros nos três eixos da MMC e também em todo o volume de trabalho da máquina.

A sintetização plena e teórica de erros, com os seus métodos de equacionamento, análise geométrica estrutural e teoria das transformações homogêneas, permitem através da quantificação dos erros via calibração, conhecer a contribuição individual de erro em cada direção analisada. Este fato, devido à possibilidade de identificação dos erros, facilita elaborar um plano para compensação de erros e também para ajustes mecânicos se necessários. Assim, a aplicação da teoria das transformações homogêneas em sintetização de erros se destaca por se mostrar uma forma conveniente e prática para equacionamento dos erros nas direções preferenciais da MMC.

A sintetização teórica e reduzida também se mostra eficaz para o levantamento dos erros e se destaca por ter suas equações de erros reduzidas, com menor quantidade de componentes de erros em relação ao método pleno. O fato de este método ser reduzido é relevante ao se considerar as calibrações que podem ser efetuadas, pois, neste método, há necessidade de quantidades menores de montagens e instrumentos utilizados, o que pode trazer como benefício menor tempo e custo de calibração da MMC se comparados ao método pleno.

A sintetização experimental dos erros nos eixos “X” e “Y” empregando o canhão laser permitiu analisar quase que totalmente suas dimensões de trabalho, sendo superior a 90% o aproveitamento de seus respectivos cursos de translações, especificados pelo fabricante.

Na etapa experimental, durante a calibração dos erros verificou-se que o eixo “Z” foi o eixo que apresentou os menores erros de rotação, o que pode ser entendido pelo motivo de não possuir braços de Abbè durante a translação. O fato deste eixo não carregar outros, também contribui para o resultado, pois, o eixo “Z” não sofre influência do peso de outros eixos, diferentemente dos eixos “X” e “Y”.

Apesar das calibrações da máquina de medir por coordenadas utilizando canhão laser e os respectivos conjuntos de óticas, nas verificações de erros de

posição e erros de rotação, apresentarem acuracidade e repetibilidade em sua utilização, este método de sintetização experimental plena pode omitir ou superestimar efeitos de erros na coleta de dados, pois o espelho refletor do tipo cubo de canto é montado na posição da sonda de medição e como possui características diferentes da mesma, o eixo pode não deslizar como uma situação normal de operação.

As sintetizações teóricas e experimentais de erros apresentadas, podem ser empregadas como técnica de *error budget*, pois permitem conhecer os erros da máquina de medir por coordenadas e também rastreá-los em todo volume de trabalho da MMC.

Com base nesses argumentos da conclusão são sugeridos para estudos futuros:

- Melhorar montagens para medições do eixo “Z” para garantir maior aproveitamento do curso de translação deste eixo na coleta de dados de erro e conseqüentemente mais *targets* de medição de erros;

Estender as metodologias utilizadas neste trabalho em outros tipos de máquinas de medir por coordenadas;

- Elaborar um sistema de compensação de erros nas MMC do tipo ponte móvel utilizando as equações de sintetização obtidas nos métodos teóricos, pleno e reduzido;
- Avaliar e comparar os resultados obtidos de erros com as sintetizações experimentais na forma plena e reduzida de erros, e ainda avaliar a incerteza aplicada nas medições de cada um destes métodos;
- Avaliar a influência de efeitos térmicos e de vibrações sobre os resultados obtidos com os métodos, pleno e reduzido, de sintetização experimental de erros.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS. (1997). **ANSI/ASME B 89.4.1: Methods For Performance Evaluation Of Coordinate Measuring Machines.**

ARENCIBIA, R. V. (2003). **Modelo de Sintetização de Erros Termicamente Induzidos em Máquinas de Medir a Três Coordenadas.** 191p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

BARAKAT, N. A.; ELBESTAWI, M. A.; SPENCE, A. D. (2000). Kinematic and Geometric Error Compensation of a Coordinate Measuring Machine. **International Journal of a Coordinate Measuring Machine.** v.40, p. 833-850.

BOSCH, J. A. (1995). **Coordinate Measuring Machines.**, BOSCH, J. A. **Coordinate Measuring and Systems.** New York: Marcel Dekker, Inc.

BROWN & SHARPE (1988). **Manual do Usuário: Sistema de medição por coordenadas.** Panambra.

_____. (2011).

Disponível em: <<http://www.brownandsharpe.com/products/coordinate-measuring-machines/vertical-cmms/global-performance>>. Acesso em: 30 out. 2011.

_____. (2011).

Disponível em: <<http://www.brownandsharpe.com/products/gear-inspection>>. Acesso em: 30 out. 2011.

_____. (2011).

Disponível em: <<http://www.brownandsharpe.com/products/coordinate-measuring-machines/horizontal-cmms/prima-ri>>. Acesso em: 30 out. 2011.

BRYAN, J. (1979). The Abbé Principle Revisited: An Updated Interpretation. **Precision Engineering.** p.129-132.

_____. (1990). International Status of Thermal Error Research. **Annals of the CIRP.** v.39, n. 2, p. 645-656.

BRYAN, J. B.; DOIRON, T. (2011). Temperature Fundamentals. Hocken, R. J.; Pereira, P. H. **Coordinate Measuring Machines and Systems.** Cidade: Boca Raton. CRC Press. p. 273-303.

BUSCH, K.; KUNZMANN, H.; WÄLDELE F. (1985). Calibration Coordinates Measuring Machines. **Precision Engineering,** v.7, n.3, p.139-144.

CARDOZA, J. A. S. (1995). **Máquinas virtuais de medir a três coordenadas**. 209p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP. 1995.

CASTRO, H. F. F.; BURDEKIN, M. (2003). Dynamic calibration of the positioning accuracy of machine tools and coordinate measuring machines using a laser interferometer. **International Journal of Machine Tools & Manufacture**. v.43, p. 947-954.

COORD3 – COORDINATE MEASUREMENT MACHINES. (2011). Disponível em: <<http://www.cisimpex.ro/products.html>>. Acesso em: 30 out.2011.

CRAIG, J. J. (2005). **Introduction to robotics: mechanics and control**. 3 ed. Upper Saddle River: Pearson Education.

DEA - Serving Metrology Worldwide. (2011). Disponível em: <http://www.dea.it/dea-global-extra_549.htm>. Acesso em: 30 out. 2011.

_____. (2011). Disponível em: <http://www.dea.it/dea-delta-slant_547.htm>. Acesso em 30 out. 2011.

DENAVIT, J.; HARTENBERG, R. S. (1955). A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices. **Journal of Applied Mechanics**, p. 215-221, Jun.

DI GIACOMO, B. (1986). **Computer aided calibration and hybrid compensation of geometric errors in coordinate measuring machines**. 418p. Tese (Doutorado) - Institute of Science and Technology, University of Manchester, Manchester, 1986.

DI GIACOMO, B. (2006) **A expressão da Incerteza de Medição por Coordenadas**. 192p. Tese (Livre – Docência) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, 2006.

DI GIACOMO, B.; NAKAZATO, M. K.; ARENCIBIA, R. V. (2005). Estudo inicial dos erros cíclicos nas Máquinas de Medir a Três Coordenadas. **Revista Iberoamericana de Ingeniería Mecánica**. v.9, n.3, p.103-109.

DIETRICH, C. F. (1991). Uncertainty, calibration, and probability: The statistics of scientific and industrial measurement. **Adam Hilger**.

DONG, C. et al. (2003). Reducing the Dynamic Errors of Coordinate Measuring Machines. **Journal of Mechanical Design**. v.125, p.831-839.

HEWLETT PACKARD (1988). **Laser Measurement System model 5528A: user's guide**. Santa Clara, California: Hewlett Packard Company.

_____. (1993). **HP 5529A Dynamic Calibrator getting started guide**. Santa Clara, California: Hewlett Packard Company. 1.ed.

TAYLOR HOBSON (199?). **Talyvel 3 Operator's Instructions**. Leicester, England : Rank Taylor Hobson Limited.

HOCKEN, R. J. (1995). **Principles active in the design of precision machines**. Course Notes. 27p. August.

JINWEN W.; YANLING C. (2010). The geometric dynamic errors of CMMs in fast scanning-probin. **Measurement**, p. 511-517, Nov.

JUNG, J. H.; CHOI, J. P.; LEE, S. J. (2006). Machining accuracy enhancement by compensating for volumetric errors of a machine tool and on-machine measurement. **Journal of Materials Processing Technology**. v.174, p.56-66.

KUNZMANN, H.; PFEIFER, T.; FLÜGGE, J. (1993). Scales vs Laser Interferometers Performance and Comparison of Two Measuring Systems. **Annals of the CIRP**. v. 42, n. 2, p.753-767.

KUNZMANN, H.; WÄLDELE, F. (1988). Performance of CMM. **Annals of CIRP**. v.37, n.2, p.633-640.

KUNZMANN, H.; NI, J.; WÄLDELE, F. (1995). Accuracy Enhancement. Bosch, J. A. **Coordinate Measuring and Systems**. New York: Marcel Dekker, Inc.

KHAN, A. W.; WUYI, C. (2010). Systematic Geometric Error Modeling for Workspace Volumetric Calibration of a 5-axis Turbine Blade Grinding Machine. **Chinese Journal of Aeronautics**. v.23, p.604-615.

KÖNING, R.; FLÜGGE, J.; BOSSE, H. (2007). A method for the in situ determination of Abbe errors and their correction. **Measurement Science and Technology**. v. 18, p. 476-481.

LEACH, R. K. (2010). **Fundamental Principles of Engineering Nanometrology**. Elsevier.

LEITZ - Precision CMMs and Gear Inspection Centres. (2011). Disponível em: <http://www.leitz-metrology.com/leitz-infinity_541.htm>. Acesso em: 30 out 2011.

_____. (2011). Disponível em: <http://www.leitz-metrology.com/leitz-pmm-g_695.htm>. Acesso em: 30 out 2011. Pórtico A

LIM, C. K.; BURDEKIN M. (2002). Rapid volumetric calibration of coordinate measuring machines using a hole bar artifact. **Journal of Engineering Manufacture**, v.216, Part B, p.1083-1093.

MARQUES, A. (1999). **A correlação entre os erros de retilidade e angulares nas máquinas de medir a três coordenadas**. 131p. Dissertação

(Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.

MARQUES, A.; DI GIACOMO, B.; TSUNAKI, R. H. (2005). Um modelo reduzido de sintetização de erros para uma MM3C. **Revista Minerva**, v. 2, n. 2, p. 185-194.

MENG, Z. et al. (2002). The direct-error-compensation method of measuring the error of a six-freedom-degree parallel mechanism CMM. **Journal of Materials Processing Technology**, v. 129, p. 574-578.

NAKAZATO, M. K. (2003). **Estudo dos Erros Cíclicos nas Máquinas de Medir a Três Coordenadas**. 163p. Dissertação (Mestrado) - Departamento de Engenharia Mecânica, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

NI, J. (1995). Accessory Elements. Bosch, J. A. **Coordinate Measuring and Systems**. New York: Marcel Dekker, Inc.

NI, J.; WÄLDELE, F. (1995). Coordinate Measuring Machines. Bosch, J. A. **Coordinate Measuring and Systems**. New York: Marcel Dekker, Inc.

OKAFOR, A. C.; ERTEKIN, Y. M. (2000). Derivation of machine tool error models and error compensation procedure for three axes vertical machining center using rigid body kinematics. **International Journal of Machine Tools & Manufacture**, v. 40, p. 1199-1213.

ORREGO R. M. M. (1999). **Método de calibração direta para máquinas de medir a três coordenadas**. 175p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.

PAUL, R. P. (1981). **Robot manipulators: mathematics, programming, and control**. Massachusetts: THE MIT Press, p. 9-40.

PEREIRA, P. H.. (2011). Cartesian Coordinate Measuring Machines. Hocken, R. J.; Pereira, P. H. **Coordinate Measuring Machines and Systems**. Boca Raton: CRC Press.

PEREIRA, P. H.; HOCKEN, R. J. (2007). Characterization and compensation of dynamic errors of a scanning coordinate measuring machine. **Precision Engineering**. V. 31, p. 22-27.

PHILLIPS, S. D. (2011). Performance Evaluation. Hocken, R. J.; Pereira, P. H. **Coordinate Measuring Machines and Systems**. Boca Raton: CRC Press.

PIRATELLI FILHO, A. (1997). **Método para avaliação do desempenho de máquinas de medir a três coordenadas através do planejamento de experimentos**. 225p. Tese (Doutorado) - Departamento de Engenharia

Mecânica - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1997.

RESHETOV, D. N.; PORTMAN, V. (1988). T..**Accuracy of Machine Tools**. New York: ASME PRESS.

SANTOLARIA, J. et al. (2008). Kinematic parameter estimation technique for calibration and repeatability improvement of articulated arm coordinate measuring machines. **Precision Engineering**, v.32, p.251–268.

SARTORI, S.; ZHANG, G. X. (1995). Geometric Error Measurement and Compensation of Machines. **Annals of the CIRP**, v.44, n.2, p.599 – 609.

SCHWENKE, H. et al. (2008). Geometric error measurement and compensation of machines - An update. **CIRP Annals - Manufacturing Technology**, v.57, p.660-675.

SCHWENKE, H. et al. (2009). On the fly Calibration of linear and rotary axes of machine tools and CMMs using a tracking interferometer. **CIRP Annals – Manufacturing Technology**, v.58, p. 477-480.

SLOCUM, A. (1999). Precision Machine Desing. Kreith, F. **Mechanical Engineering Handbook**. Boca Raton: Crc Press, Cap. 11.

SOCIETY OF MANUFACTURING ENGINEERS (1967). **Handbook of Industrial Metrology**. Englewood Cliffs: American Society Of Tool And Manufaturing Engineers.

SOUZA, V. A. (2000). **Calibração Indireta de Máquinas de Medir a Três Coordenadas**. 141p. Dissertação (Mestrado) - Departamento de Engenharia Mecânica - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2000.

TREIB, T. (1987) Error Budgeting – Applied to the Calculation and Optimization fo the Volumetric Error Field of Multiaxis Systems. **Annals of CIRP**. v.36, n.1, p.365-368.

VDI / VDE 2617 (1986). “Accuracy of Coordinate Measuring Machines, Part 1: Characteristics and their checking”. Verein Deutscher Ingenieure / Verband Deutscher Elektro – Techniker.

WECK, M. (1984). **Handbook of machine tools – v.4**. Metrological analysis and performance tests. London: John Wiley and Sons.

WEEKERS, W. G.; SCHELLEKENS, P. H. J. (1995). Assessment of Dynamic Errors of CMMs for Fast Probing. **Annals of the CIRP**, v.44, n.1, p.469-474.

ZHANG, G. (2011). Error Compensation of Coordinate Machines. Hocken, R. J.; Pereira, P. H. **Coordinate Measuring Machines and Systems**. Boca Raton: CRC Press.

ZHANG, G. et al. (1988). A Displacement Method for Machine Geometry Calibration. **Annals Of The CIRP**, v. 37, n. 1, p. 515-518.

ZHANG, G. X. (1989). A Study on the Abbe Principle and Abbe Error. **Annals of the CIRP**. v. 38, n. 1, p. 525-528.

ZIRONDI. R. B. (2002). **Modelo Reduzido de Sintetização de Erros Para Máquinas de Medir a Três Coordenadas**. 162p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.

APÊNDICE A

EQUAÇÕES DE ERROS OBTIDAS COM O PRODUTO DAS MATRIZES DE TRANSFORMAÇÕES HOMOGÊNEAS

As equações E_x , E_y e E_z obtidas com o produto das matrizes de transformações homogêneas na sintetização teórica e plena de erros, descritas no capítulo 5, estão apresentadas nas equações 46, 47 e 48 respectivamente. Estas equações representam os erros influentes nas direções preferenciais da MMC do tipo ponte móvel e nelas estão contidas as componentes de erros de segunda ordem, que são consideradas desprezíveis conforme Di Giacomo (1986).

Equação 46: Equação de erro na direção “X” com termos de segunda ordem.

$$\begin{aligned} E_x = & \delta x(y) - x - (\delta x(x) + x) * (\delta \theta_{zo} * \delta \theta_z(y) - 1) + \delta \theta_y(y) * \delta z(x) + \delta \theta_y(y) * z_{ponte} + \\ & y_{fixo} * (\delta \theta_{zo} + \delta \theta_z(y) - \delta \theta_x(x) * \delta \theta_y(y) - \delta \theta_z(x) * (\delta \theta_{zo} * \delta \theta_z(y) - 1)) + \\ & z_{fixo} * ((\delta \theta_{xo} * \delta \theta_x(z) + \delta \theta_{yo} * \delta \theta_y(z) - 1) * (\delta \theta_y(y) - \delta \theta_y(x) * (\delta \theta_{zo} * \delta \theta_z(y) - 1) + \\ & \delta \theta_x(x) * (\delta \theta_{zo} + \delta \theta_z(y))) - (\delta \theta_{xo} + \delta \theta_x(z)) * (\delta \theta_{zo} + \delta \theta_z(y) - \delta \theta_x(x) * \delta \theta_y(y) - \\ & \delta \theta_z(x) * (\delta \theta_{zo} * \delta \theta_z(y) - 1)) + (\delta \theta_{yo} + \delta \theta_y(z)) * (\delta \theta_y(x) * \delta \theta_y(y) + \delta \theta_{zo} * \delta \theta_z(y) + \\ & \delta \theta_z(x) * (\delta \theta_{zo} + \delta \theta_z(y)) - 1)) - (\delta x(z) - z * (\delta \theta_{yo} + \delta \theta_y(z)) + \\ & \delta \theta_{yo} * \delta z(z)) * (\delta \theta_y(x) * \delta \theta_y(y) + \delta \theta_{zo} * \delta \theta_z(y) + \delta \theta_z(x) * (\delta \theta_{zo} + \delta \theta_z(y)) - 1) - (\delta y(z) + \end{aligned}$$

$$z^*(\delta\theta_{xo} + \delta\theta_x(z)) - \delta\theta_{xo}*\delta z(z))*(\delta\theta_{zo} + \delta\theta_z(y) - \delta\theta_x(x)*\delta\theta_y(y) - \delta\theta_z(x)*(\delta\theta_{zo}*\delta\theta_z(y) - 1)) - \delta y(x)*(\delta\theta_{zo} + \delta\theta_z(y)) + (\delta\theta_y(y) - \delta\theta_y(x)*(\delta\theta_{zo}*\delta\theta_z(y) - 1) + \delta\theta_x(x)*(\delta\theta_{zo} + \delta\theta_z(y)))*(\delta z(z) - \delta\theta_{yo}*\delta x(z) + \delta\theta_{xo}*\delta y(z) + z^*(\delta\theta_{xo}*\delta\theta_x(z) + \delta\theta_{yo}*\delta\theta_y(z) - 1)) - \delta\theta_{zo}*\delta\theta_z(y)*x_{fixo}$$

Equação 47: Equação de erro na direção “Y” com termos de segunda ordem.

$$E_y = \delta y(y) + y_{fixo} - \delta\theta_x(y)*\delta z(x) + \delta\theta_{zo}*x_{fixo} + \delta\theta_z(y)*x_{fixo} - \delta\theta_x(y)*z_{ponte} - \delta y(x)*(\delta\theta_{zo}*\delta\theta_z(y) - 1) + (\delta\theta_x(x)*(\delta\theta_{zo}*\delta\theta_z(y) - 1) - \delta\theta_x(y) + \delta\theta_y(x)*(\delta\theta_{zo} + \delta\theta_z(y)))*(\delta z(z) - \delta\theta_{yo}*\delta x(z) + \delta\theta_{xo}*\delta y(z) + z^*(\delta\theta_{xo}*\delta\theta_x(z) + \delta\theta_{yo}*\delta\theta_y(z) - 1)) + y_{fixo}*(\delta\theta_x(x)*\delta\theta_x(y) + \delta\theta_{zo}*\delta\theta_z(y) + \delta\theta_z(x)*(\delta\theta_{zo} + \delta\theta_z(y)) - 1) + (\delta\theta_{zo} + \delta\theta_z(y))*(\delta x(x) + x) - z_{fixo}*((\delta\theta_{xo} + \delta\theta_x(z))*(\delta\theta_x(x)*\delta\theta_x(y) + \delta\theta_{zo}*\delta\theta_z(y) + \delta\theta_z(x)*(\delta\theta_{zo} + \delta\theta_z(y)) - 1) + (\delta\theta_{yo} + \delta\theta_y(z))*(\delta\theta_{zo} + \delta\theta_z(y) + \delta\theta_x(y)*\delta\theta_y(x) - \delta\theta_z(x)*(\delta\theta_{zo}*\delta\theta_z(y) - 1)) - (\delta\theta_x(x)*(\delta\theta_{zo}*\delta\theta_z(y) - 1) - \delta\theta_x(y) + \delta\theta_y(x)*(\delta\theta_{zo} + \delta\theta_z(y)))*(\delta\theta_{xo}*\delta\theta_x(z) + \delta\theta_{yo}*\delta\theta_y(z) - 1)) + (\delta x(z) - z^*(\delta\theta_{yo} + \delta\theta_y(z)) + \delta\theta_{yo}*\delta z(z))*(\delta\theta_{zo} + \delta\theta_z(y) + \delta\theta_x(y)*\delta\theta_y(x) - \delta\theta_z(x)*(\delta\theta_{zo}*\delta\theta_z(y) - 1)) - (\delta y(z) + z^*(\delta\theta_{xo} + \delta\theta_x(z)) - \delta\theta_{xo}*\delta z(z))*(\delta\theta_x(x)*\delta\theta_x(y) + \delta\theta_{zo}*\delta\theta_z(y) + \delta\theta_z(x)*(\delta\theta_{zo} + \delta\theta_z(y)) - 1)$$

Equação 48: Equação de erro na direção “Z” com termos de segunda ordem.

$$E_z = \delta z(x) + \delta z(y) + z + z_{fixo} + z_{fixo}*((\delta\theta_{xo} + \delta\theta_x(z))*(\delta\theta_x(x) + \delta\theta_x(y) + \delta\theta_y(y)*\delta\theta_{zo} + \delta\theta_z(x)*(\delta\theta_y(y) - \delta\theta_x(y)*\delta\theta_{zo})) + (\delta\theta_{yo} + \delta\theta_y(z))*(\delta\theta_y(x) + \delta\theta_y(y) - \delta\theta_x(y)*\delta\theta_{zo} - \delta\theta_z(x)*(\delta\theta_x(y) + \delta\theta_y(y)*\delta\theta_{zo})) - (\delta\theta_{xo}*\delta\theta_x(z) + \delta\theta_{yo}*\delta\theta_y(z) - 1)*(\delta\theta_x(x)*(\delta\theta_x(y) + \delta\theta_y(y)*\delta\theta_{zo}) + \delta\theta_y(x)*(\delta\theta_y(y) - \delta\theta_x(y)*\delta\theta_{zo}) - 1)) - \delta\theta_y(y)*x_{fixo} - (\delta x(z) - z^*(\delta\theta_{yo} + \delta\theta_y(z)) + \delta\theta_{yo}*\delta z(z))*(\delta\theta_y(x) + \delta\theta_y(y) - \delta\theta_x(y)*\delta\theta_{zo} - \delta\theta_z(x)*(\delta\theta_x(y) + \delta\theta_y(y)*\delta\theta_{zo})) + (\delta y(z) + z^*(\delta\theta_{xo} + \delta\theta_x(z)) - \delta\theta_{xo}*\delta z(z))*(\delta\theta_x(x) + \delta\theta_x(y) + \delta\theta_y(y)*\delta\theta_{zo} + \delta\theta_z(x)*(\delta\theta_y(y) - \delta\theta_x(y)*\delta\theta_{zo})) - (\delta x(x) + x)*(\delta\theta_y(y) - \delta\theta_x(y)*\delta\theta_{zo}) + \delta y(x)*(\delta\theta_x(y) + \delta\theta_y(y)*\delta\theta_{zo}) - (\delta\theta_x(x)*(\delta\theta_x(y) + \delta\theta_y(y)*\delta\theta_{zo}) + \delta\theta_y(x)*(\delta\theta_y(y) - \delta\theta_x(y)*\delta\theta_{zo}) - 1)*(\delta z(z) - \delta\theta_{yo}*\delta x(z) + \delta\theta_{xo}*\delta y(z) + z^*(\delta\theta_{xo}*\delta\theta_x(z) + \delta\theta_{yo}*\delta\theta_y(z) - 1)) - y_{fixo}*(\delta\theta_x(x) + \delta\theta_x(y) + \delta\theta_y(y)*\delta\theta_{zo} + \delta\theta_z(x)*(\delta\theta_y(y) - \delta\theta_x(y)*\delta\theta_{zo})) + \delta\theta_x(y)*\delta\theta_{zo}*x_{fixo}$$

APÊNDICE B

ALGORITMO DESENVOLVIDO PARA ENCONTRAR AS EQUAÇÕES DE ERROS COM AS TRANSFORMAÇÕES HOMOGÊNEAS

O algoritmo utilizado neste trabalho para obter as equações de erros nas direções preferenciais X, Y e Z foram elaborados em um ambiente Matlab, versão R2010a. A seguir está apresentada a programação executada.

```
=====
%%%%%%%%%%%%%%
%SINTETIZAÇÃO TEÓRICA DE ERROS UTILIZANDO TRANSFORMAÇÕES HOMOGÊNEAS

syms VetMq % matriz que representa o caminho da máquina real, ou seja, com erro
syms T07 % matriz transformação de coordenadas do sistema 7 em 0
syms T01 % matriz transformação de coordenadas do sistema 1 em 0
syms T12 % matriz transformação de coordenadas do sistema 2 em 1
syms T23 % matriz transformação de coordenadas do sistema 3 em 2
syms T34 % matriz transformação de coordenadas do sistema 4 em 3
syms T45 % matriz transformação de coordenadas do sistema 5 em 4
syms T56 % matriz transformação de coordenadas do sistema 6 em 5
syms T67 % matriz transformação de coordenadas do sistema 7 em 6
syms Maq % matriz que representa o caminho sem erro da máquina
syms Ev % Matriz que representa o erro volumétrico da máquina
syms Movy01 % matriz de movimento em y do sistema coordenada 0 para sistema de
coordenada 1
syms Erroy01 % matriz erro do movimento na direção y do sistema de coordenada 0 para o
sistema de coordenada 1
```



```

syms Trz12 % matriz de movimento em z do sistema coordenada 1 para sistema de
coordenada 2
syms Trx23 % matriz de translação pura na direção x do sistema de coordenada 2 para o
sistema de coordenada 3
syms Ortz % matriz do erro de ortogonalidade entre os eixos x e y
syms Movx34 % matriz de movimento em x do sistema de coordenada 3 para o sistema de
coordenada 4
syms Errox34 % matriz erro do movimento na direção x do sistema de coordenada 3 para o
sistema de coordenada 4
syms Try45 % matriz de translação pura na direção y do sistema de coordenada 4 para o
sistema de coordenada 5
syms Orty_x % matriz erro de ortogonalidade entre os eixos x e z e também entre os eixos y e z
syms Movz56 % matriz de movimento em z do sistema coordenada 5 para sistema de
coordenada 6
syms Erroz56 % matriz erro do movimento na direção z do sistema de coordenada 5 para o
sistema de coordenada 6
syms Trz67 % matriz de translação pura na direção z do sistema de coordenada 6 para o
sistema de coordenada 7
syms x % deslocamento na direção x
syms y % deslocamento na direção y
syms z % deslocamento na direção z
syms xfixo % translação pura na direção de x
syms yfixo % translação pura na direção de y
syms zfixo % translação pura na direção de z
syms zponte % translação pura na direção de z
syms dOx_y % erro angular de rotação em x provocado devido ao movimento em y
syms dOy_y % erro angular de rotação em y provocado devido ao movimento em y
syms dOz_y % erro angular de rotação em z provocado devido ao movimento em y
syms dOx_x % erro angular de rotação em x provocado devido ao movimento em x
syms dOy_x % erro angular de rotação em y provocado devido ao movimento em x
syms dOz_x % erro angular de rotação em z provocado devido ao movimento em x
syms dOx_z % erro angular de rotação em x provocado devido ao movimento em z
syms dOy_z % erro angular de rotação em y provocado devido ao movimento em z
syms dOz_z % erro angular de rotação em z provocado devido ao movimento em z
syms dx_x % erro de posição na direção x devido ao movimento em x (erro de posição
propriamente dito)
syms dy_x % erro de posição na direção y devido ao movimento em x (erro de retilineidade y)
syms dz_x % erro de posição na direção z devido ao movimento em x (erro de retilineidade z)
syms dx_y % erro de posição na direção x devido ao movimento em y (erro de retilineidade x)
syms dy_y % erro de posição na direção y devido ao movimento em y (erro de posição
propriamente dito)
syms dz_y % erro de posição na direção z devido ao movimento em y (erro de retilineidade z)
syms dx_z % erro de posição na direção x devido ao movimento em z (erro de retilineidade x)
syms dy_z % erro de posição na direção y devido ao movimento em z (erro de retilineidade y)
syms dz_z % erro de posição na direção z devido ao movimento em z (erro de posição
propriamente dito)
syms dOxo % erro de ortogonalidade entre os eixos y e z
syms dOyo % erro de ortogonalidade entre os eixos x e z
syms dOzo % erro de ortogonalidade entre os eixos x e y

```

```

Movy01=[1 0 0 0;0 1 0 y;0 0 1 0;0 0 0 1]
Erroy01=[1 -dOz_y dOy_y dx_y;dOz_y 1 -dOx_y dy_y;-dOy_y dOx_y 1 dz_y;0 0 0 1]
Trz12=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 zponte;0 0 0 1]
Ortz=[1 -dOzo 0 0;dOzo 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1]
Trx23=[1 0 0 xfixo;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1]
Movx34=[1 0 0 x;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1]
Errox34=[1 -dOz_x dOy_x dx_x;dOz_x 1 -dOx_x dy_x;-dOy_x dOx_x 1 dz_x;0 0 0 1]
Try45=[1 0 0 0;0 1 0 -yfixo;0 0 1 0;0 0 0 1]
Orty_x=[1 0 dOyo 0;0 1 -dOxo 0;-dOyo dOxo 1 0;0 0 0 1]

```

```

Erroz56= [1 -dOz_z dOy_z dx_z;dOz_z 1 -dOx_z dy_z;-dOy_z dOx_z 1 dz_z;0 0 0 1]
Movz56=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 -z;0 0 0 1]
Trz67= [1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 -zfixo;0 0 0 1]

```

```

T01= Movy01*Erroy01
T12= Trz12
T23= Ortz*Trx23
T34= Movx34*Errox34
T45= Try45
T56= Orty_x*Erroz56*Movz56
T67= Trz67
T07= T01*T12*T23*T34*T45*T56*T67

```

```

syms A
A= [0;0;0;1]
VetMaq=T07*A
syms Maq1
Maq1=[1 0 0 x+xfixo;0 1 0 y-yfixo;0 0 1 zponte-zfixo-z;0 0 0 1]
Maq=Maq1*A

```

```

Ev= VetMaq-Maq

```

```

=====

```

APÊNDICE C

DADOS OBTIDOS DURANTE A ETAPA EXPERIMENTAL

Estão apresentados a seguir os dados utilizados para análise dos resultados, obtidos com a etapa experimental após tratamento dos dados brutos. A primeira parte refere-se aos erros de posição, a segunda parte aos erros de rotação, a terceira parte se refere aos erros de retilineidade e a quarta e última parte apresenta os dados de erros devido à falta de ortogonalidade entre os eixos da MM3C.

Erro de Posição do Eixo Y

target	IDA				VOLTA			
	média	desv padrão	ida +3 desv	ida -3 desv	Média	desv padrão	volta +3 desv	volta -3 desv
0	0,00000000	0,51145860	1,53437581	-1,53437581	1,99848478	0,79420407	4,38109699	-0,38412743
20	0,81105541	0,49830256	2,30596309	-0,68385227	2,82294400	0,73489746	5,02763638	0,61825162
40	1,35293611	0,55170098	3,00803904	-0,30216682	3,52215456	0,76192786	5,80793813	1,23637098
60	1,51291834	0,48171389	2,95806002	0,06777666	3,74928452	0,66232925	5,73627227	1,76229676
80	1,76804560	0,51725316	3,31980507	0,21628614	3,91507091	0,66001296	5,89510978	1,93503203
100	1,65467819	0,63718686	3,56623879	-0,25688240	4,08955556	0,70611649	6,20790503	1,97120609
120	0,90254274	0,63503175	2,80763800	-1,00255252	3,39938526	0,73099188	5,59236089	1,20640962
140	0,95177883	0,73403651	3,15388837	-1,25033070	3,14802459	0,71804171	5,30214971	0,99389947
160	1,09659936	0,81180605	3,53201752	-1,33881880	3,29130702	0,72643751	5,47061955	1,11199449
180	0,27195157	0,84071952	2,79411012	-2,25020699	2,70463160	0,72831752	4,88958415	0,51967905
200	-0,52852545	0,85275743	2,02974684	-3,08679774	2,18915018	0,69996385	4,28904174	0,08925862
220	-0,71044999	0,94078283	2,11189850	-3,53279849	2,08017745	0,71726744	4,23197977	-0,07162488
240	-1,96006424	0,95792257	0,91370346	-4,83383194	0,82419092	0,75131128	3,07812477	-1,42974293
260	-1,42279795	0,96582477	1,47467634	-4,32027225	0,84639966	0,79809600	3,24068767	-1,54788835
280	-1,40806018	1,00845822	1,61731449	-4,43343485	1,09141912	0,83084097	3,58394204	-1,40110380
300	-1,31553643	1,01613744	1,73287591	-4,36394876	1,11121077	0,78402186	3,46327634	-1,24085480
320	-1,33222067	1,01770975	1,72090857	-4,38534990	1,25031826	0,83040618	3,74153681	-1,24090029
340	-1,30803433	1,05280064	1,85036760	-4,46643626	1,35251033	0,92727504	4,13433545	-1,42931479
360	-1,04675451	1,09302614	2,23232391	-4,32583292	1,80913408	1,02074821	4,87137871	-1,25311055
380	-1,08738981	1,05155501	2,06727523	-4,24205486	1,61314652	1,14740235	5,05535358	-1,82906054

Erro de Posição do Eixo X

target	IDA				VOLTA			
	média	desvio padrão	ida +3 desv	ida -3 desv	média	desvio padrão	volta +3 desv	volta -3 desv
0	0,00000000	0,84182623	2,52547868	-2,52547868	-16,76441985	0,77282716	-14,44593837	-19,08290133
20	2,36585922	0,79686639	4,75645839	-0,02473996	-16,34962673	0,80422512	-13,93695138	-18,76230208
40	3,31482675	0,82234124	5,78185046	0,84780304	-16,12362949	0,91016924	-13,39312178	-18,85413720
60	3,80257165	0,90709961	6,52387048	1,08127283	-15,86176504	1,00488438	-12,84711191	-18,87641817
80	4,44619618	1,01054361	7,47782702	1,41456534	-15,48897862	1,07150925	-12,27445086	-18,70350639
100	5,52423575	1,06262861	8,71212159	2,33634990	-15,07982385	1,16209644	-11,59353452	-18,56611318
120	6,04327082	1,35316906	10,10277800	1,98376363	-15,33794559	1,30110786	-11,43462201	-19,24126918
140	7,03086766	1,31368254	10,97191528	3,08982005	-15,21241087	1,24477194	-11,47809506	-18,94672668
160	7,92714292	1,20822111	11,55180624	4,30247961	-15,40346952	1,22274531	-11,73523359	-19,07170545
180	8,70893654	1,16739148	12,21111099	5,20676208	-15,36376310	1,30549544	-11,44727679	-19,28024942
200	9,88981178	1,18835506	13,45487697	6,32474659	-13,29832492	1,40430059	-9,08542314	-17,51122670
220	10,55404737	1,28506897	14,40925427	6,69884048	-12,00230884	1,42845080	-7,71695644	-16,28766123
240	10,02723442	1,33940317	14,04544392	6,00902493	-11,66793854	1,39192610	-7,49216024	-15,84371683
260	8,94343862	1,36706207	13,04462484	4,84225240	-11,73673701	1,36291784	-7,64798350	-15,82549052
280	7,84637085	1,38725684	12,00814137	3,68460034	-11,72181666	1,35394745	-7,65997432	-15,78365900
300	7,18938717	1,42270535	11,45750322	2,92127113	-11,20787934	1,32186644	-7,24228001	-15,17347866
320	6,01154496	1,39575037	10,19879606	1,82429386	-11,03936462	1,62334800	-6,16932062	-15,90940861
340	5,18940891	1,59495254	9,97426654	0,40455127	-9,57683376	1,59682931	-4,78634582	-14,36732169

Erro de Posição do Eixo Z

target	IDA				VOLTA			
	média	desv padrão	ida +3 desv	ida -3 desv	média	desv padrão	volta +3 desv	volta -3 desv
0	0,00000000	0,98219641	2,94658923	-2,94658923	4,70975921	1,67849368	9,74524024	-0,32572182
20	-0,31661417	0,98854504	2,64902096	-3,28224929	4,92862430	1,27502133	8,75368830	1,10356030
40	-0,04295585	0,94971706	2,80619534	-2,89210704	4,57673880	1,94375060	10,40799060	-1,25451300
60	-0,34665099	0,93454422	2,45698168	-3,15028366	4,19195235	1,91787906	9,94558952	-1,56168482
80	0,14746698	0,84491977	2,68222630	-2,38729234	4,60292205	1,88384414	10,25445449	-1,04861038
100	0,81166789	0,86699794	3,41266170	-1,78932592	5,25522125	1,82989017	10,74489177	-0,23444927
120	1,04310181	0,83787415	3,55672427	-1,47052065	5,85670594	1,59850027	10,65220675	1,06120513
140	2,13321879	1,14224767	5,55996180	-1,29352422	7,05559483	2,12360086	13,42639741	0,68479224
160	3,15691739	1,13573071	6,56410953	-0,25027475	7,86985969	2,31131369	14,80380077	0,93591860
180	4,23627014	1,17774916	7,76951763	0,70302265	8,57841619	2,23833300	15,29341519	1,86341719
200	5,71529188	2,12058015	12,07703233	-0,64644857	10,87947987	1,66864885	15,88542642	5,87353333

Erro de Roll do Eixo Y

target	IDA				VOLTA			
	média	desv padrão	ida +3 desv	ida -3 desv	média	desv padrão	volta +3 desv	volta -3 desv
0	0,00000000	0,94973681	2,84921042	-2,84921042	0,66000000	1,28957357	4,52872072	-3,20872072
20	0,40000000	1,39713994	4,59141981	-3,79141981	1,30000000	1,58335088	6,05005263	-3,45005263
40	0,50000000	1,16704756	4,00114267	-3,00114267	2,12000000	1,47817455	6,55452365	-2,31452365
60	0,82000000	1,02956301	3,90868904	-2,26868904	2,78000000	1,31072499	6,71217497	-1,15217497
80	1,22000000	0,94339811	4,05019434	-1,61019434	3,48000000	1,36857590	7,58572771	-0,62572771
100	1,66000000	0,99899950	4,65699850	-1,33699850	4,50000000	1,33678719	8,51036158	0,48963842
120	2,40000000	0,71203932	4,53611797	0,26388203	5,16000000	1,44152697	9,48458090	0,83541910
140	2,84000000	0,72249567	5,00748702	0,67251298	5,04000000	1,20291313	8,64873939	1,43126061
160	3,26000000	0,68774995	5,32324986	1,19675014	5,32000000	1,06770783	8,52312348	2,11687652
180	3,74000000	0,71203932	5,87611797	1,60388203	5,64000000	1,08027774	8,88083323	2,39916677
200	4,24000000	0,79812280	6,63436839	1,84563161	5,98000000	0,86486993	8,57460980	3,38539020
220	4,80000000	0,70851958	6,92555875	2,67444125	6,26000000	0,93701654	9,07104963	3,44895037
240	5,54000000	0,70142712	7,64428135	3,43571865	6,86000000	0,82945765	9,34837296	4,37162704
260	6,24000000	0,80746517	8,66239551	3,81760449	7,38000000	0,85029407	9,93088220	4,82911780
280	7,12000000	0,84261498	9,64784493	4,59215507	7,88000000	0,93968080	10,69904239	5,06095761
300	8,26000000	0,82945765	10,74837296	5,77162704	8,54000000	0,89833179	11,23499536	5,84500464
320	9,04000000	0,91760558	11,79281674	6,28718326	8,90000000	0,69426220	10,98278659	6,81721341
340	9,18000000	0,76026311	11,46078934	6,89921066	9,18000000	0,79246451	11,55739353	6,80260647
360	9,60000000	0,66858059	11,60574176	7,59425824	9,58000000	0,71274119	11,71822356	7,44177644
380	9,88000000	0,82036577	12,34109732	7,41890268	9,76000000	0,75696763	12,03090290	7,48909710

Erro de Pitch do Eixo Y

target	IDA				VOLTA			
	média	desv padrão	ida +3 desv	ida -3 desv	média	desv padrão	volta +3 desv	volta -3 desv
0	0,00000000	1,39984812	4,19954437	-4,19954437	-7,66315067	1,60832126	-2,83818689	-12,48811444
20	0,11347033	1,82630783	5,59239384	-5,36545317	-7,77870698	1,04937392	-4,63058522	-10,92682874
40	0,23111256	1,82938560	5,71926935	-5,25704424	-8,30309071	1,48455873	-3,84941453	-12,75676689
60	0,19537491	1,11296106	3,53425810	-3,14350828	-8,61110184	1,28352365	-4,76053089	-12,46167279
80	0,09386340	1,74190783	5,31958690	-5,13186010	-7,77648204	1,82409150	-2,30420756	-13,24875653
100	0,42217673	1,44436527	4,75527254	-3,91091908	-8,41809082	1,18077525	-4,87576508	-11,96041657
120	0,85520011	1,38760747	5,01802252	-3,30762230	-7,68526080	1,44711218	-3,34392425	-12,02659735
140	1,00381024	1,87452439	6,62738341	-4,61976292	-7,23207406	1,19502475	-3,64699980	-10,81714832
160	2,33879869	2,14603439	8,77690185	-4,09930448	-7,19883942	0,73851918	-4,98328188	-9,41439696
180	2,42041124	2,04861007	8,56624146	-3,72541898	-7,12708609	0,54235120	-5,50003248	-8,75413970
200	3,16339267	1,36512714	7,25877409	-0,93198876	-6,56084611	0,91440493	-3,81763132	-9,30406090
220	2,91571827	2,22962604	9,60459639	-3,77315986	-6,36992093	0,62688761	-4,48925810	-8,25058377
240	2,90558100	2,77608383	11,23383248	-5,42267048	-6,25742389	0,58710211	-4,49611755	-8,01873022
260	3,23738476	3,26945298	13,04574368	-6,57097417	-5,14886186	0,65098910	-3,19589458	-7,10182915
280	4,51225920	3,36275102	14,60051225	-5,57599385	-4,12429670	0,43974047	-2,80507528	-5,44351813
300	6,52865402	3,18052655	16,07023368	-3,01292563	-4,00816800	0,41720220	-2,75656141	-5,25977458
320	8,27221936	2,81698144	16,72316368	-0,17872497	-2,55739649	0,69831079	-0,46246412	-4,65232886
340	9,44986491	2,86078676	18,03222520	0,86750462	-1,99212991	0,73268486	0,20592467	-4,19018450
360	6,83054624	4,78265366	21,17850724	-7,51741475	-1,16376776	0,88053310	1,47783155	-3,80536706
380	7,67406580	3,51457298	18,21778473	-2,86965313	0,18202544	1,44488793	4,51668924	-4,15263835

Erro de Yaw do Eixo Y

target	IDA				VOLTA			
	média	desv padrão	ida +3 desv	ida -3 desv	média	desv padrão	volta +3 desv	volta -3 desv
0	0,00000000	0,46816282	1,40448845	-1,40448845	3,36861579	0,64564311	5,30554513	1,43168645
20	-0,33947681	0,56957448	1,36924663	-2,04820025	2,83324661	0,89439169	5,51642169	0,15007153
40	-0,19791005	0,57227649	1,51891941	-1,91473951	3,63560519	0,68875786	5,70187877	1,56933161
60	0,26529157	0,48873006	1,73148174	-1,20089861	3,76242508	0,95837370	6,63754617	0,88730399
80	0,56618125	0,60278916	2,37454872	-1,24218622	4,13064799	0,90566022	6,84762864	1,41366734
100	0,53221162	0,56229345	2,21909198	-1,15466874	4,06264915	1,49116992	8,53615891	-0,41086062
120	0,66838812	0,57362492	2,38926287	-1,05248663	4,20462639	0,77857864	6,54036230	1,86889048
140	0,95726160	0,55697532	2,62818758	-0,71366437	4,34521297	1,49761776	8,83806624	-0,14764030
160	1,07045010	0,66127027	3,05426090	-0,91336070	4,63764966	1,59513824	9,42306438	-0,14776507
180	1,60447617	0,65405188	3,56663181	-0,35767947	4,68437275	1,74103907	9,90748995	-0,53874446
200	2,19247218	0,73252205	4,39003833	-0,00509398	5,88652001	1,37340181	10,00672545	1,76631458
220	1,99139582	0,71008394	4,12164763	-0,13885600	5,71909546	1,51184924	10,25464317	1,18354775
240	2,72798052	0,71375107	4,86923374	0,58672731	5,63746910	2,15441040	12,10070031	-0,82576211
260	2,60143861	0,74983373	4,85093981	0,35193741	5,90473648	1,72450081	11,07823892	0,73123404
280	2,52509646	0,90858159	5,25084122	-0,20064830	5,94186468	2,12480167	12,31626969	-0,43254033
300	2,65066482	0,94930493	5,49857962	-0,19724998	6,41896917	1,72179267	11,58434717	1,25359117
320	3,00873641	0,80046341	5,41012664	0,60734619	7,48525799	0,39540322	8,67146766	6,29904832
340	3,39336790	1,19517700	6,97889889	-0,19216309	7,48465995	1,90714435	13,20609300	1,76322689
360	4,53127106	1,73806521	9,74546669	-0,68292457	7,63460486	2,74181057	15,86003656	-0,59082684
380	5,68377503	2,22197138	12,34968917	-0,98213910	8,05386170	2,90637678	16,77299204	-0,66526863

Erro de Roll do Eixo X

target	IDA				VOLTA			
	média	desv padrão	ida +3 desv	ida -3 desv	média	desv padrão	volta +3 desv	volta -3 desv
0	0,00000000	0,19235384	0,57706152	-0,57706152	-0,32000000	0,07071068	-0,10786797	-0,53213203
20	0,64000000	0,23021729	1,33065187	-0,05065187	-0,28000000	0,11401754	0,06205263	-0,62205263
40	1,14000000	0,08944272	1,40832816	0,87167184	0,20000000	0,23874673	0,91624018	-0,51624018
60	1,28000000	0,14142136	1,70426407	0,85573593	0,26000000	0,21679483	0,91038450	-0,39038450
80	1,46000000	0,17888544	1,99665631	0,92334369	0,40000000	0,23874673	1,11624018	-0,31624018
100	1,78000000	0,21213203	2,41639610	1,14360390	0,76000000	0,21679483	1,41038450	0,10961550
120	1,68000000	0,24494897	2,41484692	0,94515308	0,76000000	0,28635642	1,61906926	-0,09906926
140	1,44000000	0,26076810	2,22230429	0,65769571	0,58000000	0,33166248	1,57498744	-0,41498744
160	1,52000000	0,16733201	2,02199602	1,01800398	0,72000000	0,26076810	1,50230429	-0,06230429
180	1,24000000	0,18165902	1,78497706	0,69502294	0,62000000	0,16733201	1,12199602	0,11800398
200	1,02000000	0,16733201	1,52199602	0,51800398	0,44000000	0,19493589	1,02480766	-0,14480766
220	1,04000000	0,13416408	1,44249224	0,63750776	0,68000000	0,24494897	1,41484692	-0,05484692
240	0,72000000	0,18165902	1,26497706	0,17502294	0,52000000	0,20736441	1,14209324	-0,10209324
260	0,28000000	0,39370039	1,46110118	-0,90110118	0,20000000	0,24899799	0,94699398	-0,54699398
280	0,12000000	0,23021729	0,81065187	-0,57065187	0,28000000	0,24494897	1,01484692	-0,45484692
300	-0,14000000	0,20493902	0,47481705	-0,75481705	-0,06000000	0,25099801	0,69299402	-0,81299402
320	0,18000000	0,28284271	1,02852814	-0,66852814	0,12000000	0,23021729	0,81065187	-0,57065187
340	0,30000000	0,24899799	1,04699398	-0,44699398	0,34000000	0,23021729	1,03065187	-0,35065187

Erro de Pitch do Eixo X

target	IDA				VOLTA			
	média	desv padrão	ida +3 desv	ida -3 desv	média	desv padrão	volta +3 desv	volta -3 desv
0	0,00000000	1,10283544	3,30850632	-3,30850632	-0,21853993	0,98979043	2,75083136	-3,18791122
20	0,23721229	0,99861863	3,23306818	-2,75864360	0,53567665	1,04496991	3,67058638	-2,59923309
40	0,74318619	0,79641782	3,13243966	-1,64606727	0,95520103	0,77859059	3,29097281	-1,38057075
60	1,15007776	0,84967076	3,69909005	-1,39893453	1,23280872	0,90676665	3,95310867	-1,48749123
80	1,72694794	1,13531327	5,13288775	-1,67899187	1,77422609	0,83197888	4,27016274	-0,72171056
100	2,31856834	1,08319962	5,56816720	-0,93103052	2,41412123	1,09414960	5,69657005	-0,86832758
120	2,58306340	1,01078751	5,61542592	-0,44929911	2,80177025	1,20786364	6,42536117	-0,82182066
140	2,85150688	1,18947688	6,41993752	-0,71692376	3,40438364	1,21059515	7,03616908	-0,22740181
160	3,36234217	1,40391755	7,57409483	-0,84941049	3,45372533	1,36240627	7,54094414	-0,63349349
180	3,90921177	1,56740726	8,61143355	-0,79301000	4,11227162	1,47024827	8,52301641	-0,29847318
200	4,27942502	1,72182493	9,44489982	-0,88604979	5,08658317	1,54663291	9,72648190	0,44668444
220	5,10388247	1,50543735	9,62019452	0,58757043	5,16326566	1,84736236	10,70535274	-0,37882142
240	5,65604335	1,72667978	10,83608270	0,47600399	5,87950242	2,18448821	12,43296706	-0,67396223
260	6,32655939	1,93279386	12,12494099	0,52817780	6,37272508	2,18995937	12,94260320	-0,19715304
280	6,85136110	2,22531554	13,52730773	0,17541447	6,90827697	1,85888095	12,48491982	1,33163413
300	6,41791750	2,80721323	14,83955721	-2,00372220	6,93416002	2,63487068	14,83877206	-0,97045202
320	8,05610675	2,79225896	16,43288363	-0,32067013	8,34133322	1,97575805	14,26860738	2,41405905
340	9,06285328	2,26873816	15,86906777	2,25663879	8,82048353	3,16122668	18,30416356	-0,66319650

Erro de Yaw do Eixo X

target	IDA				VOLTA			
	média	desv padrão	ida +3 desv	ida -3 desv	média	desv padrão	volta +3 desv	volta -3 desv
0	0,00000000	0,40710046	1,22130138	-1,22130138	0,06361125	0,60778466	1,88696525	-1,75974274
20	-0,62415180	0,41924647	0,63358761	-1,88189120	-0,46436564	0,45171701	0,89078537	-1,81951666
40	-1,13894062	0,49472788	0,34524302	-2,62312426	-1,34015601	0,53361419	0,26068655	-2,94099857
60	-1,73062797	0,61486042	0,11395329	-3,57520923	-1,55291317	0,72951859	0,63564259	-3,74146893
80	-2,27295010	0,76987406	0,03667209	-4,58257229	-2,04781687	0,61877226	-0,19150009	-3,90413364
100	-3,11716479	0,88876053	-0,45088319	-5,78344639	-2,80094926	0,87087650	-0,18831976	-5,41357876
120	-3,41766692	0,83734567	-0,90562992	-5,92970393	-3,28236443	0,82283507	-0,81385921	-5,75086966
140	-3,78783655	1,19656122	-0,19815287	-7,37752022	-3,49192337	1,23472044	0,21223795	-7,19608469
160	-3,92731070	1,36337390	0,16281101	-8,01743241	-4,17107757	1,32262488	-0,20320292	-8,13895221
180	-4,07818743	1,73370451	1,12292611	-9,27930097	-4,30526750	1,49568570	0,18178960	-8,79232461
200	-4,79975397	1,79857885	0,59598258	-10,19549052	-4,86427626	1,52441479	-0,29103189	-9,43752062
220	-5,48766857	1,71873188	-0,33147292	-10,64386421	-4,95758352	1,99077041	1,01472772	-10,92989477
240	-5,83628448	1,84738168	-0,29413943	-11,37842952	-5,99480926	1,18230335	-2,44789919	-9,54171932
260	-6,04972295	1,93194787	-0,25387934	-11,84556655	-6,21896917	1,74207460	-0,99274537	-11,44519297
280	-7,26036681	1,05660424	-4,09055411	-10,43017952	-6,80092266	1,65396646	-1,83902329	-11,76282202
300	-7,52902481	1,10273901	-4,22080779	-10,83724184	-7,07594939	1,83209919	-1,57965183	-12,57224695
320	-7,64175817	2,01795038	-1,58790704	-13,69560930	-7,53720130	1,60314187	-2,72777570	-12,34662690
340	-8,31678237	1,65145939	-3,36240420	-13,27116053	-7,65818077	2,24162794	-0,93329696	-14,38306458

Erro de Pitch do Eixo Z

target	IDA				VOLTA			
	média	desv padrão	ida +3 desv	ida -3 desv	média	desv padrão	volta +3 desv	volta -3 desv
0	0,00000000	1,06209315	3,18627944	-3,18627944	0,64681396	1,23589743	4,35450626	-3,06087834
20	0,42348509	0,92100907	3,18651229	-2,33954211	0,02828861	1,00475550	3,04255512	-2,98597790
40	0,14996350	1,09931525	3,44790924	-3,14798225	-0,00938632	0,94137057	2,81472539	-2,83349803
60	-0,07071992	0,90849873	2,65477628	-2,79621612	0,13438905	0,89012287	2,80475766	-2,53597955
80	-0,01023019	0,98564455	2,94670345	-2,96716384	0,33741224	0,73276740	2,53571442	-1,86088995
100	-0,24873811	0,75314681	2,01070233	-2,50817855	0,33563291	0,77938815	2,67379735	-2,00253153
120	-0,35653884	0,61315106	1,48291434	-2,19599202	0,48581440	0,59897346	2,28273478	-1,31110597
140	-0,46879792	0,73157676	1,72593236	-2,66352821	0,10097436	0,75607242	2,36919163	-2,16724290
160	-0,29736287	0,63170014	1,59773755	-2,19246328	0,06925986	0,71034967	2,20030886	-2,06178914
180	-1,02382264	0,64620171	0,91478248	-2,96242776	-0,01679814	0,68281240	2,03163906	-2,06523534
200	-1,16817320	0,52443023	0,40511750	-2,74146390	-0,58892199	0,61971616	1,27022649	-2,44807048

Erro de Yaw do Eixo Z

target	IDA				VOLTA			
	média	desv padrão	ida +3 desv	ida -3 desv	média	desv padrão	volta +3 desv	volta -3 desv
0	0,00000000	0,92760802	2,78282406	-2,78282406	0,43761227	0,72855725	2,62328402	-1,74805948
20	0,02659776	0,83081776	2,51905106	-2,46585553	0,50310799	0,74108539	2,72636415	-1,72014818
40	0,12542932	0,85603466	2,69353330	-2,44267466	0,86048440	0,86632336	3,45945448	-1,73848568
60	0,11305329	0,72390910	2,28478058	-2,05867400	0,85965009	0,90562995	3,57653993	-1,85723975
80	-0,02308349	0,79568412	2,36396885	-2,41013584	0,69222548	0,84255493	3,21989026	-1,83543931
100	0,11764215	0,73087481	2,31026658	-2,07498227	0,84713489	0,82687964	3,32777380	-1,63350401
120	0,25433513	0,78639823	2,61352982	-2,10485956	0,73380355	0,92982362	3,52327440	-2,05566731
140	0,20761207	0,75884702	2,48415315	-2,06892900	0,61087713	0,66334338	2,60090726	-1,37915300
160	0,11625163	0,72872632	2,30243059	-2,06992733	0,64383363	0,67566374	2,67082485	-1,38315758
180	0,51478884	0,66622091	2,51345159	-1,48387390	0,85561741	0,72626846	3,03442279	-1,32318797
200	0,68068366	0,77848611	3,01614198	-1,65477465	1,23760689	0,68661360	3,29744770	-0,82223391

Erro de retilidade Y na direção X – Dados e correção de desalinhamento (IDA)

target	X	Ymedid(média)	X ²	XYmedid	Ycalc	Ymedid - Ycalc	correção início	ida + 3 desvio	ida - 3 desvio
0	0	0.237333333	0	0.00000000	-0.930523810	1.167857143	0.000000000	2.603031749	-2.603031749
20	20000	18.671333333	400000000	373426.66666667	18.213033083	0.458300251	-0.709556892	1.733052368	-3.152166153
40	40000	37.459333333	1600000000	1498373.33333333	37.356589975	0.102743358	-1.065113784	1.857967271	-3.988194840
60	60000	56.108666667	3600000000	3366520.00000000	56.500146867	-0.391480201	-1.559337343	0.924325850	-4.043000537
80	80000	75.253333333	6400000000	6020266.66666667	75.643703759	-0.390370426	-1.558227569	0.933957359	-4.050412497
100	100000	94.302000000	10000000000	9430200.00000000	94.787260652	-0.485260652	-1.653117794	2.077274372	-5.383509961
120	120000	113.518666667	14400000000	13622240.00000000	113.930817544	-0.412150877	-1.580008020	1.664549621	-4.824565661
140	140000	132.758000000	19600000000	18586120.00000000	133.074374436	-0.316374436	-1.484231579	2.002028800	-4.970491958
160	160000	151.690000000	25600000000	24270400.00000000	152.217931328	-0.527931328	-1.695788471	1.072839348	-4.464416290
180	180000	171.024000000	32400000000	30784320.00000000	171.361488221	-0.337488221	-1.505345363	2.035068656	-5.045759383
200	200000	190.430000000	40000000000	38086000.00000000	190.505045113	-0.075045113	-1.242902256	1.528208919	-4.014013430
220	220000	209.598000000	48400000000	46111560.00000000	209.648602005	-0.050602005	-1.218459148	1.911706982	-4.348625278
240	240000	228.814666667	57600000000	54915520.00000000	228.792158897	0.022507769	-1.145349373	2.010357022	-4.301055769
260	260000	248.053333333	67600000000	64493866.66666670	247.935715789	0.117617544	-1.050239599	1.865623420	-3.966102618
280	280000	267.388000000	78400000000	74868640.00000000	267.079272682	0.308727318	-0.859129825	2.257307702	-3.975567351
300	300000	286.747333333	90000000000	86024200.00000000	286.222829574	0.524503759	-0.643353383	3.117968952	-4.404675719
320	320000	305.678000000	102400000000	97816960.00000000	305.366386466	0.311613534	-0.856243609	2.223194651	-3.935681869
340	340000	324.871333333	115600000000	110456253.33333300	324.509943358	0.361389975	-0.806467168	2.380537247	-3.993471583
360	360000	343.635333333	129600000000	123708720.00000000	343.653500251	-0.018166917	-1.186024060	1.514091810	-3.886139931
380	380000	362.426666667	144400000000	137722133.33333300	362.797057143	-0.370390476	-1.538247619	1.058731395	-4.135226633
Σ 3800000 3618.66533333 98800000000 942155720.00000000								cálculo m	cálculo b
								0.000957178	-0.93052381

Erro de retilidade Y na direção X – Dados e correção de desalinhamento (VOLTA)

target	X	Ymedid(média)	X²	XYmedid	Ycalc	Ymedid - Ycalc	correção inicio	volta + 3 desvio	volta - 3 desvio
0	0	0.47266667	0	0.00000000	-0.408390476	0.881057143	-0.286800000	2.586685191	-3.160285191
20	20000	18.79133333	400000000	375826.66666667	18.710787469	0.080545865	-1.087311278	1.578516923	-3.753139480
40	40000	37.50733333	1600000000	1500293.33333333	37.829965414	-0.322632080	-1.490489223	1.730396192	-4.711374638
60	60000	56.25000000	3600000000	3375000.00000000	56.949143358	-0.699143358	-1.867000501	1.861009309	-5.595010311
80	80000	75.67800000	6400000000	6054240.00000000	76.068321303	-0.390321303	-1.558178446	0.808569775	-3.924926667
100	100000	94.89533333	10000000000	9489533.33333333	95.187499248	-0.292165915	-1.460023058	1.360953977	-4.281000092
120	120000	114.18333333	14400000000	13702000.00000000	114.306677193	-0.123343860	-1.291201003	1.759176023	-4.341578028
140	140000	133.42133333	19600000000	18678986.66666670	133.425855138	-0.004521805	-1.172378947	1.617525813	-3.962283708
160	160000	152.14066667	25600000000	24342506.66666670	152.545033083	-0.404366416	-1.572223559	1.906528680	-5.050975798
180	180000	171.71066667	32400000000	30907920.00000000	171.664211028	0.046455639	-1.121401504	1.548368952	-3.791171959
200	200000	190.88066667	40000000000	38176133.33333330	190.783388972	0.097277694	-1.070579449	2.409484590	-4.550643487
220	220000	210.21400000	48400000000	46247080.00000000	209.902566917	0.311433083	-0.856424060	2.388152073	-4.101000194
240	240000	229.55066667	57600000000	55092160.00000000	229.021744862	0.528921805	-0.638935338	2.030208987	-3.308079664
260	260000	248.90800000	67600000000	64716080.00000000	248.140922807	0.767077193	-0.400779950	2.103795292	-2.905355192
280	280000	268.02866667	78400000000	75048026.66666670	267.260100752	0.768565915	-0.399291228	2.449464891	-3.248047348
300	300000	286.50933333	90000000000	85952800.00000000	286.379278697	0.130054637	-1.037802506	2.560580464	-4.636185476
320	320000	305.29933333	102400000000	97695786.66666670	305.498456642	-0.199123308	-1.366980451	2.053310263	-4.787271166
340	340000	324.08933333	115600000000	110190373.33333300	324.617634586	-0.528301253	-1.696158396	1.502857524	-4.895174316
360	360000	343.42333333	129600000000	123632400.00000000	343.736812531	-0.313479198	-1.481336341	1.265534606	-4.228207288
380	380000	362.52200000	144400000000	137758360.00000000	362.855990476	-0.333990476	-1.501847619	1.514227882	-4.517923120
Σ	3800000	3624.47600000	988000000000	942935506.66666700				cálculo m 0.000955959	cálculo b -0.408390476

Erro de retilidade Y na direção Z – Dados e correção de desalinhamento (IDA)

target	X	Ymedid(média)	X ²	XYmedid	Ycalc	Ymedid-Ycalc	correção inicio	ida + 3 desvio	ida - 3 desvio
0	0	-0.331718184	0	0.000000000	-0.272482764	-0.059235420	0.000000000	1.478886329	-1.478886329
20	20000	-2.274639020	400000000	-45492.780400000	-2.619326605	0.344687585	0.403923005	1.529440130	-0.721594120
40	40000	-4.478195567	1600000000	-179127.822666667	-4.966170446	0.487974879	0.547210300	1.742700954	-0.648280355
60	60000	-6.705446300	3600000000	-402326.778000000	-7.313014287	0.607567987	0.666803407	2.112368879	-0.778762064
80	80000	-9.406580353	6400000000	-752526.428266667	-9.659858128	0.253277775	0.312513195	1.368546991	-0.743520601
100	100000	-11.989242600	10000000000	-1198924.260000000	-12.006701969	0.017459369	0.076694790	0.709631349	-0.556241769
120	120000	-14.571906000	14400000000	-1748628.720000000	-14.353545810	-0.218360190	-0.159124769	0.538890542	-0.857140080
140	140000	-16.822851133	19600000000	-2355199.158666670	-16.700389652	-0.122461482	-0.063226061	1.189750802	-1.316202924
160	160000	-19.405514333	25600000000	-3104882.293333330	-19.047233493	-0.358280841	-0.299045420	0.486545708	-1.084636548
180	180000	-22.082953933	32400000000	-3974931.708000000	-21.394077334	-0.688876599	-0.629641179	0.259396579	-1.518678937
200	200000	-24.096956667	40000000000	-4819391.333333330	-23.740921175	-0.356035492	-0.296800071	0.706661802	-1.300261944
220	220000	-26.418984267	48400000000	-5812176.538666670	-26.087765016	-0.331219250	-0.271983830	0.598594481	-1.142562141
240	240000	-28.764706400	57600000000	-6903529.536000000	-28.434608857	-0.330097543	-0.270862122	0.479481954	-1.021206198
260	260000	-30.873485533	67600000000	-8027106.238666670	-30.781452699	-0.092032835	-0.032797414	0.856240840	-0.921835669
280	280000	-33.479843200	78400000000	-9374356.096000000	-33.128296540	-0.351546660	-0.292311240	0.149151163	-0.733773643
300	300000	-36.015118200	90000000000	-10804535.460000000	-35.475140381	-0.539977819	-0.480742399	0.389833900	-1.351318697
320	320000	-37.958036800	102400000000	-12146571.776000000	-37.821984222	-0.136052578	-0.076817157	0.364645245	-0.518279560
340	340000	-39.948347733	115600000000	-13582438.229333300	-40.168828063	0.220480330	0.279715750	0.954062065	-0.394630564
360	360000	-41.914963600	129600000000	-15089386.896000000	-42.515671904	0.600708304	0.659943725	1.511664862	-0.191777412
380	380000	-43.810495267	144400000000	-16647988.201333300	-44.862515746	1.052020479	1.111255899	1.599310949	0.623200850
Σ	3800000	-451.349985091	988000000000	-116969520.254667000				cálculo m -0.000117342	cálculo b -0.272482764

Erro de retilidade Y na direção Z – Dados e correção de desalinhamento (VOLTA)

target	X	Ymedid(média)	X ²	XYmedid	Ycalc	Ymedid - Ycalc	correção inicio	volta + 3 desvio	volta - 3 desvio
0	0	0.426494804	0	0.000000000	0.133702795	0.292792009	0.352027429	1.700722414	-0.996667556
20	20000	-1.871838340	400000000	-37436.766800000	-2.218360902	0.346522562	0.405757982	1.430571845	-0.619055880
40	40000	-4.288642220	1600000000	-171545.688800000	-4.570424599	0.281782379	0.341017800	1.580965448	-0.898929849
60	60000	-6.421116413	3600000000	-385266.984800000	-6.922488296	0.501371883	0.560607303	1.585421444	-0.464206837
80	80000	-8.980085527	6400000000	-718406.842133333	-9.274551993	0.294466467	0.353701887	1.526332397	-0.818928623
100	100000	-11.657524600	10000000000	-1165752.460000000	-11.626615691	-0.030908909	0.028326511	1.182340964	-1.125687942
120	120000	-14.216494000	14400000000	-1705979.280000000	-13.978679388	-0.237814612	-0.178579192	0.391347923	-0.748506307
140	140000	-16.680685933	19600000000	-2335296.030666670	-16.330743085	-0.349942848	-0.290707428	0.561012457	-1.142427312
160	160000	-19.144878467	25600000000	-3063180.554666670	-18.682806782	-0.462071684	-0.402836264	0.279492468	-1.085164995
180	180000	-21.561682867	32400000000	-3881102.916000000	-21.034870480	-0.526812387	-0.467576967	0.491753954	-1.426907887
200	200000	-23.907403467	40000000000	-4781480.693333330	-23.386934177	-0.520469290	-0.461233869	0.390485801	-1.312953540
220	220000	-25.968795867	48400000000	-5713135.090666670	-25.738997874	-0.229797993	-0.170562572	0.771686348	-1.112811492
240	240000	-28.148658333	57600000000	-6755678.000000000	-28.091061571	-0.057596762	0.001638658	0.599383718	-0.596106401
260	260000	-30.707626400	67600000000	-7983982.864000000	-30.443125268	-0.264501132	-0.205265711	0.677662200	-1.088193622
280	280000	-33.408760667	78400000000	-9354452.986666670	-32.795188966	-0.613571701	-0.554336281	0.841694015	-1.950366576
300	300000	-35.351681600	90000000000	-10605504.480000000	-35.147252663	-0.204428937	-0.145193517	0.537137849	-0.827524882
320	320000	-37.507849533	102400000000	-12002511.850666700	-37.499316360	-0.008533173	0.050702247	0.601302601	-0.499898106
340	340000	-39.403383067	115600000000	-13397150.242666700	-39.851380057	0.447996991	0.507232411	1.057837080	-0.043372258
360	360000	-41.630632867	129600000000	-14987027.832000000	-42.203443754	0.572810888	0.632046308	1.182651448	0.081441169
380	380000	-43.786801200	144400000000	-16638984.456000000	-44.555507452	0.768706252	0.827941672	1.548846757	0.107036587
Σ 380000		-444.218046563	988000000000	-115683876.019867000				cálculo m -0.000117603	cálculo b 0.133702795

Erro de retilidade X na direção Y – Dados e correção de desalinhamento (IDA)

target	X	Ymedid(média)	X ²	XYmedid	Ycalc	Ymedid – Ycalc	correção inicio	ida + 3 desvio	ida - 3 desvio
0	0	1.089931180	0	0.000000000	3.294457652	-2.204526472	0.000000000	1.731805080	-1.731805080
20	20000	4.738831273	400000000	94776.625466667	6.248060198	-1.509228924	0.695297547	2.736985990	-1.346390895
40	40000	9.145944527	1600000000	365837.781066667	9.201662743	-0.055718217	2.148808255	5.011714272	-0.714097762
60	60000	12.131408133	3600000000	727884.488000000	12.155265289	-0.023857156	2.180669316	4.065169847	0.296168785
80	80000	15.164260133	6400000000	1213140.810666670	15.108867835	0.055392298	2.259918770	4.135780624	0.384056916
100	100000	19.334431600	10000000000	1933443.160000000	18.062470381	1.271961219	3.476487691	5.358111373	1.594864009
120	120000	22.225119067	14400000000	2667014.288000000	21.016072927	1.209046140	3.413572612	5.925999095	0.901146128
140	140000	24.807781800	19600000000	3473089.452000000	23.969675473	0.838106327	3.042632799	5.433614988	0.651650611
160	160000	28.101269600	25600000000	4496203.136000000	26.923278019	1.177991581	3.382518053	6.643248919	0.121787188
180	180000	30.944569067	32400000000	5570022.432000000	29.876880564	1.067688502	3.272214974	7.677035802	-1.132605854
200	200000	33.385066667	40000000000	6677013.333333340	32.830483110	0.554583556	2.759110028	6.236756847	-0.718536791
220	220000	36.654859400	48400000000	8064069.068000000	35.784085656	0.870773744	3.075300216	6.916853134	-0.766252703
240	240000	39.379687400	57600000000	9451124.976000000	38.737688202	0.641999198	2.846525670	6.500292932	-0.807241592
260	260000	41.464773800	67600000000	10780841.188000000	41.691290748	-0.226516948	1.978009524	5.483566299	-1.527547251
280	280000	44.118519867	78400000000	12353185.562666700	44.644893294	-0.526373427	1.678153045	6.427171467	-3.070865378
300	300000	46.345770133	90000000000	13903731.040000000	47.598495839	-1.252725706	0.951800766	4.706409300	-2.802807769
320	320000	49.212763200	102400000000	15748084.224000000	50.552098385	-1.339335185	0.865191286	6.055393676	-4.325011103
340	340000	52.956440400	115600000000	18005189.736000000	53.505700931	-0.549260531	1.655265941	6.406560925	-3.096029044
Σ	3060000	511.201427247	714000000000	115524651.301200000				cálculo m 0.000147680	cálculo b 3.294457652

Erro de retilidade X na direção Y – Dados e correção de desalinhamento (VOLTA)

target	X	Ymedid(média)	X ²	XYmedid	Ycalc	Ymedid - Ycalc	correção inicio	volta + 3 desvio	volta - 3 desvio
0	0	-0.165859091	0	0.000000000	2.181802242	-2.347661332	-0.143134861	2.022090283	-2.308360004
20	20000	3.435652673	400000000	68713.053466667	5.087747500	-1.652094826	0.552431645	2.147550299	-1.042687009
40	40000	7.866459840	1600000000	314658.393600000	7.993692758	-0.127232918	2.077293554	4.004402212	0.150184896
60	60000	11.278418467	3600000000	676705.108000000	10.899638016	0.378780451	2.583306923	4.116119240	1.050494606
80	80000	14.856236067	6400000000	1188498.885333330	13.805583274	1.050652793	3.255179265	6.138809494	0.371549036
100	100000	17.770617400	10000000000	1777061.740000000	16.711528532	1.059088868	3.263615340	5.747872983	0.779357697
120	120000	20.803469400	14400000000	2496416.328000000	19.617473790	1.185995610	3.390522082	5.966780080	0.814264084
140	140000	23.243967467	19600000000	3254155.445333330	22.523419048	0.720548419	2.925074891	6.339887027	-0.489737245
160	160000	26.324208200	25600000000	4211873.312000000	25.429364306	0.894843894	3.099370366	6.309906772	-0.111166040
180	180000	28.906870800	32400000000	5203236.744000000	28.335309564	0.571561236	2.776087708	6.462305169	-0.910129753
200	200000	31.560617067	40000000000	6312123.413333330	31.241254822	0.319362245	2.523888717	5.263101884	-0.215324450
220	220000	34.688245267	48400000000	7631413.958666670	34.147200080	0.541045187	2.745571659	5.531813187	-0.040669869
240	240000	37.270907667	57600000000	8945017.840000000	37.053145338	0.217762329	2.422288801	4.966830776	-0.122253174
260	260000	39.972042200	67600000000	10392730.972000000	39.959090596	0.012951604	2.217478076	5.727666164	-1.292710012
280	280000	42.839035333	78400000000	11994929.893333330	42.865035854	-0.026000520	2.178525952	6.305421676	-1.948369773
300	300000	45.042591400	90000000000	13512777.420000000	45.770981111	-0.728389711	1.476136760	5.351364630	-2.399091109
320	320000	47.293536200	102400000000	15133931.584000000	48.676926369	-1.383390169	0.821136302	6.818479290	-5.176206686
340	340000	50.895048467	115600000000	17304316.478666700	51.582871627	-0.687823161	1.516703311	7.275512471	-4.242105849
Σ	3060000	483.882064823	714000000000	110418560.569733000				cálculo m	cálculo b
								0.000145297	2.181802242

Erro de retilidade X na direção Z – Dados e correção de desalinhamento (IDA)

target	X	Ymedid(média)	X ²	XYmedid	Ycalc	Ymedid - Ycalc	correção inicio	ida + 3 desvio	ida - 3 desvio
0	0	0,236941564	0	0,000000000	2,354867037	-2,117925473	0,000000000	2,569946159	-2,569946159
20	20000	20,400668800	400000000	408013,376000000	21,987419354	-1,586750554	0,531174919	3,487116570	-2,424766733
40	40000	40,801336467	1600000000	1632053,458666670	41,619971672	-0,818635205	1,299290268	4,154622995	-1,556042460
60	60000	60,728122533	3600000000	3643687,352000000	61,252523989	-0,524401456	1,593524017	4,605707094	-1,418659060
80	80000	81,270955400	6400000000	6501676,432000000	80,885076306	0,385879094	2,503804566	5,009759994	-0,002150862
100	100000	100,889717800	10000000000	10088971,780000000	100,517628624	0,372089176	2,490014649	5,364248447	-0,384219149
120	120000	121,432548667	14400000000	14571905,840000000	120,150180941	1,282367725	3,400293198	6,063344932	0,737241464
140	140000	141,169785333	19600000000	19763769,946666700	139,782733259	1,387052074	3,504977547	6,122920208	0,887034886
160	160000	160,504214667	25600000000	25680674,346666700	159,415285576	1,088929090	3,206854563	5,993096288	0,420612838
180	180000	180,573164000	32400000000	32503169,520000000	179,047837894	1,525326106	3,643251579	6,238360354	1,048142804
200	200000	200,168230667	40000000000	40033646,133333300	198,680390211	1,487840455	3,605765928	6,344977410	0,866554446
220	220000	219,478972000	48400000000	48285373,840000000	218,312942529	1,166029471	3,283954944	6,186302014	0,381607874
240	240000	238,884484000	57600000000	57332276,160000000	237,945494846	0,938989154	3,056914627	5,695448682	0,418380571
260	260000	258,361078000	67600000000	67173880,280000000	257,578047164	0,783030836	2,900956309	5,496054696	0,305857923
280	280000	277,055771333	78400000000	77575615,973333300	277,210599481	-0,154828148	1,963097325	4,539367166	-0,613172516
300	300000	296,034789333	90000000000	88810436,800000000	296,843151798	-0,808362465	1,309563008	3,841300665	-1,222174650
320	320000	314,871640000	102400000000	100758924,800000000	316,475704116	-1,604064116	0,513861357	2,947480759	-1,919758046
340	340000	333,305690667	115600000000	113323934,826667000	336,108256433	-2,802565767	-0,684640294	1,602197064	-2,971477653
Σ	3060000	3046,168111231	714000000000	708088010,865333000				cálculo m	cálculo b
								0,000981628	2,354867037

Erro de retilidade X na direção Z – Dados e correção de desalinhamento (VOLTA)

target	X	Ymedid(média)	X²	XYmedid	Ycalc	Ymedid - Ycalc	correção inicio	volta + 3 desvio	volta - 3 desvio
0	0	-0,118470787	0	0,000000000	2,186374727	-2,304845513	-0,186920041	3,003317628	-3,377157710
20	20000	20,258503867	400000000	405170,077333333	21,825896086	-1,567392219	0,550533254	3,193178646	-2,092112139
40	40000	40,659171800	1600000000	1626366,872000000	41,465417445	-0,806245645	1,311679828	4,184026397	-1,560666741
60	60000	60,941370133	3600000000	3656482,208000000	61,104938804	-0,163568670	1,954356802	4,653754073	-0,745040469
80	80000	80,678601467	6400000000	6454288,117333330	80,744460163	-0,065858696	2,052066776	4,295874007	-0,191740454
100	100000	101,150353200	10000000000	10115035,320000000	100,383981522	0,766371678	2,884297151	5,426714302	0,341880000
120	120000	121,029748667	14400000000	14523569,840000000	120,023502881	1,006245786	3,124171258	5,941324325	0,307018192
140	140000	141,169785333	19600000000	19763769,946666700	139,663024240	1,506761093	3,624686566	6,751498403	0,497874729
160	160000	160,527908667	25600000000	25684465,386666700	159,302545599	1,225363068	3,343288540	6,096313546	0,590263534
180	180000	180,359917333	32400000000	32464785,120000000	178,942066958	1,417850375	3,535775848	5,774757822	1,296793874
200	200000	200,168231333	40000000000	40033646,266666700	198,581588317	1,586643016	3,704568489	6,353346840	1,055790138
220	220000	219,502666000	48400000000	48290586,520000000	218,221109676	1,281556324	3,399481797	6,035981698	0,762981895
240	240000	238,766014667	57600000000	57303843,520000000	237,860631035	0,905383632	3,023309104	5,448004433	0,598613775
260	260000	258,053058000	67600000000	67093795,080000000	257,500152394	0,552905606	2,670831079	5,417940785	-0,076278628
280	280000	276,960997333	78400000000	77549079,253333400	277,139673753	-0,178676420	1,939249053	4,656639174	-0,778141069
300	300000	295,940016000	90000000000	88782004,800000000	296,779195112	-0,839179112	1,278746360	3,816898542	-1,259405821
320	320000	314,895337333	102400000000	100766507,946667000	316,418716471	-1,523379138	0,594546335	3,267734962	-2,078642292
340	340000	333,258302667	115600000000	113307822,906667000	336,058237830	-2,799935164	-0,682009691	1,981050623	-3,345070005
Σ 3060000 3044,201513013 714000000000 707821219,181333000								cálculo m	cálculo b
								0,000981976	2,186374727

Erro de retilidade Z na direção Y – Dados e correção de desalinhamento (IDA)

target	X	Ymedid(média)	X ²	XYmedid	Ycalc	Ymedid - Ycalc	correção inicio	ida + 3 desvio	ida - 3 desvio
0	0	1,469037688	0	0,000000000	1,855514599	-0,386476911	0,000000000	8,613893032	-8,613893032
20	20000	53,477711067	400000000	1069554,221333330	53,554979822	-0,077268756	0,309208156	5,905927065	-5,287510753
40	40000	105,415300667	1600000000	4216612,026666670	105,254445045	0,160855621	0,547332533	8,297095171	-7,202430106
60	60000	156,879009333	3600000000	9412740,560000000	156,953910268	-0,074900935	0,311575976	6,272716076	-5,649564123
80	80000	209,006156667	6400000000	16720492,533333300	208,653375491	0,352781175	0,739258087	8,076361218	-6,597845044
100	100000	260,801579333	10000000000	26080157,933333300	260,352840714	0,448738619	0,835215530	7,852506860	-6,182075799
120	120000	312,312678667	14400000000	37477521,440000000	312,052305937	0,260372729	0,646849641	7,849922156	-6,556222875
140	140000	363,515752667	19600000000	50892205,373333300	363,751771160	-0,236018494	0,150458418	6,762600253	-6,461683418
160	160000	415,003153333	25600000000	66400504,533333300	415,451236383	-0,448083050	-0,061606139	6,891364587	-7,014576865
Σ 720000		1877,880379421	81600000000	212269788,621333000				cálculo m	cálculo b
								0,002584973	1,855514599

Erro de retilidade Z na direção Y – Dados e correção de desalinhamento (VOLTA)

target	X	Ymedid(média)	X ²	XYmedid	Ycalc	Ymedid - Ycalc	correção inicio	volta + 3 desvio	volta - 3 desvio
0	0	2,014003303	0	0,000000000	2,120362214	-0,106358911	0,280118000	8,957878894	-8,397642893
20	20000	53,572488200	400000000	1071449,764000000	53,677267572	-0,104779372	0,281697539	6,183500976	-5,620105899
40	40000	105,083583333	1600000000	4203343,333333330	105,234172931	-0,150589598	0,235887313	7,782498448	-7,310723821
60	60000	156,665762000	3600000000	9399945,720000000	156,791078290	-0,125316290	0,261160621	6,648416325	-6,126095082
80	80000	208,745518000	6400000000	16699641,440000000	208,347983648	0,397534352	0,784011263	8,067800564	-6,499778038
100	100000	260,280304000	10000000000	26028030,400000000	259,904889007	0,375414993	0,761891904	6,882547644	-5,358763836
120	120000	311,696630667	14400000000	37403595,680000000	311,461794366	0,234836301	0,621313212	7,908823062	-6,666196638
140	140000	362,947090667	19600000000	50812592,693333330	363,018699725	-0,071609058	0,314867853	6,689411237	-6,059675530
160	160000	414,126472667	25600000000	66260235,626666700	414,575605083	-0,449132417	-0,062655505	6,790709283	-6,916020294
Σ	720000	1875,131852836	81600000000	211878834,657333000				cálculo m 0,002577845	cálculo b 2,120362214

Erro de retilidade Z na direção X – Dados e correção de desalinhamento (IDA)

target	X	Ymedid(média)	X ²	XYmedid	Ycalc	Ymedid - Ycalc	correção inicio	ida + 3 desvio	ida - 3 desvio
0	0	-2,3694156880	0	0,000000000	0,000000000	-0,779274846	0,000000000	5,326105495	-5,326105495
20	20000	32,8401012667	400000000	656802,025333334	32,873010033	-0,032908766	0,746366080	6,611362057	-5,118629897
40	40000	67,6231234667	1600000000	2704924,938666670	67,336160907	0,286962559	1,066237405	6,202969866	-4,070495056
60	60000	102,2165928667	3600000000	6132995,572000000	101,799311782	0,417281085	1,196555930	6,062683971	-3,669572110
80	80000	136,6205080000	6400000000	10929640,640000000	136,262462657	0,358045343	1,137320189	6,263504063	-3,988863685
100	100000	171,2850586667	10000000000	17128505,866666700	170,725613532	0,559445135	1,338719981	6,615805007	-3,938365045
120	120000	205,0492313333	14400000000	24605907,760000000	205,188764406	-0,139533073	0,639741773	5,153815168	-3,874331622
140	140000	239,4768440000	19600000000	33526758,160000000	239,651915281	-0,175071281	0,604203565	4,891928488	-3,683521358
160	160000	273,6201200000	25600000000	43779219,200000000	274,115066156	-0,494946156	0,284328690	4,640944635	-4,072287256
Σ	720000	1226,3621639120	81600000000	139464754,162667000				cálculo m 0,001723158	cálculo b -1,590140842

Erro de retilidade Z na direção X – Dados e correção de desalinhamento (VOLTA)

target	X	Ymedid(média)	X ²	XYmedid	Ycalc	Ymedid - Ycalc	correção inicio	volta + 3 desvio	volta - 3 desvio
0	0	-2,203556565	0	0,000000000	-1,956084350	-0,247472215	0,531802630	5,536143993	-4,472538732
20	20000	32,058194200	400000000	641163,884000000	32,386621548	-0,328427348	0,450847498	5,994109382	-5,092414386
40	40000	66,770134267	1600000000	2670805,370666670	66,729327446	0,040806821	0,820081667	5,703976354	-4,063813020
60	60000	101,529463933	3600000000	6091767,836000000	101,072033343	0,457430590	1,236705436	5,807990914	-3,334580042
80	80000	135,601660667	6400000000	10848132,853333330	135,414739241	0,186921426	0,966196272	5,378390919	-3,445998376
100	100000	170,195128000	10000000000	17019512,800000000	169,757445139	0,437682861	1,216957707	5,965970199	-3,532054785
120	120000	204,006686667	14400000000	24480802,400000000	204,100151036	-0,093464370	0,685810476	5,026243229	-3,654622276
140	140000	238,315826667	19600000000	33364215,733333330	238,442856934	-0,127030267	0,652244579	5,314980372	-4,010491215
160	160000	272,459115333	25600000000	43593458,453333330	272,785562832	-0,326447498	0,452827348	5,657612616	-4,751957921
Σ	720000	1218,732653168	81600000000	138709859,330667000				cálculo m 0,001717135	cálculo b -1,956084350

Erro devido à falta de ortogonalidade entre o eixos Y e Z – Dados

target	Lado maior esquad.					Lado menor esquad.				
	X	Ymedid(média)	X ²	XYmedid	Ycalc	X	Ymedid(média)	X ²	XYmedid	Ycalc
0	0	-0,0010	0	0,000000000	-0,000742857	0	-0,0006	0	0,000000000	-0,000254545
20	20000	0,0514	400000000	1028,000000000	0,051860440	20000	0,0014	400000000	28,000000000	0,001224242
40	40000	0,1046	1600000000	4184,000000000	0,104463736	40000	0,0030	1600000000	120,000000000	0,002703030
60	60000	0,1570	3600000000	9420,000000000	0,157067033	60000	0,0046	3600000000	276,000000000	0,004181818
80	80000	0,2100	6400000000	16800,000000000	0,209670330	80000	0,0060	6400000000	480,000000000	0,005660606
100	100000	0,2618	10000000000	26180,000000000	0,262273626	100000	0,0064	10000000000	640,000000000	0,007139394
120	120000	0,3160	14400000000	37920,000000000	0,314876923	120000	0,0088	14400000000	1056,000000000	0,008618182
140	140000	0,3674	19600000000	51436,000000000	0,367480220	140000	0,0092	19600000000	1288,000000000	0,010096970
160	160000	0,4200	25600000000	67200,000000000	0,420083516	160000	0,0112	25600000000	1792,000000000	0,011575758
180	180000	0,4732	32400000000	85176,000000000	0,472686813	180000	0,0140	32400000000	2520,000000000	0,013054545
200	200000	0,5252	40000000000	105040,000000000	0,525290110	-	-	-	-	-
220	220000	0,5786	48400000000	127292,000000000	0,577893407	-	-	-	-	-
240	240000	0,6292	57600000000	151008,000000000	0,630496703	-	-	-	-	-
Σ	1560000	4,0934	260000000000	682684,000000000		900000	0,0640	114000000000	8200,000000000	
				cálculo m	cálculo b				cálculo m	cálculo b
				0,0000026302	-0,0007428571				0,000000074	-0,000254545

Erro devido à falta de ortogonalidade entre o eixos X e Z – Dados

target	lado maior esquad.					lado menor esquad.				
	X	Ymedid(média)	X ²	XYmedid	Ycalc	X	Ymedid(média)	X ²	XYmedid	Ycalc
0	0	0,0008	0	0,000000000	0,001254945	0	0,0002	0	0,000000000	-0,000312727
20	20000	0,0364	400000000	728,000000000	0,036479121	20000	0,0010	400000000	20,000000000	0,000721212
40	40000	0,0704	1600000000	2816,000000000	0,071703297	40000	0,0018	1600000000	72,000000000	0,001755152
60	60000	0,1064	3600000000	6384,000000000	0,106927473	60000	0,0028	3600000000	168,000000000	0,002789091
80	80000	0,1422	6400000000	11376,000000000	0,142151648	80000	0,0034	6400000000	272,000000000	0,003823030
100	100000	0,1778	10000000000	17780,000000000	0,177375824	100000	0,0044	10000000000	440,000000000	0,004856970
120	120000	0,2134	14400000000	25608,000000000	0,212600000	120000	0,0056	14400000000	672,000000000	0,005890909
140	140000	0,2492	19600000000	34888,000000000	0,247824176	140000	0,0056	19600000000	784,000000000	0,006924848
160	160000	0,2840	25600000000	45440,000000000	0,283048352	160000	0,0082	25600000000	1312,000000000	0,007958788
180	180000	0,3204	32400000000	57672,000000000	0,318272527	180000	0,0104	32400000000	1872,000000000	0,008992727
200	200000	0,3532	40000000000	70640,000000000	0,353496703	-	-	-	-	-
220	220000	0,3882	48400000000	85404,000000000	0,388720879	-	-	-	-	-
240	240000	0,4214	57600000000	101136,000000000	0,423945055	-	-	-	-	-
Σ	1560000	2,7638	260000000000	459872,000000000		900000	0,0434	114000000000	5612,000000000	
				cálculo m	cálculo b				cálculo m	cálculo b
				0,000001761	0,001254945				0,000000052	-0,000312727

Erro devido à falta de ortogonalidade entre o eixos X e Y – Dados

target	lado maior esquad.					lado menor esquad.				
	X	Ymedid(média)	X ²	XYmedid	Ycalc	X	Ymedid(média)	X ²	XYmedid	Ycalc
0	0	0,0000	0	0,000000000	0,000536264	0	-0,0002	0	0,000000000	0,001163636
20	20000	0,0044	400000000	88,000000000	0,004734066	20000	0,0012	400000000	24,000000000	0,001073939
40	40000	0,0084	1600000000	336,000000000	0,008931868	40000	0,0014	1600000000	56,000000000	0,000984242
60	60000	0,0130	3600000000	780,000000000	0,013129670	60000	0,0020	3600000000	120,000000000	0,000894545
80	80000	0,0178	6400000000	1424,000000000	0,017327473	80000	0,0014	6400000000	112,000000000	0,000804848
100	100000	0,0216	10000000000	2160,000000000	0,021525275	100000	0,0002	10000000000	20,000000000	0,000715152
120	120000	0,0264	14400000000	3168,000000000	0,025723077	120000	0,0008	14400000000	96,000000000	0,000625455
140	140000	0,0306	19600000000	4284,000000000	0,029920879	140000	0,0010	19600000000	140,000000000	0,000535758
160	160000	0,0350	25600000000	5600,000000000	0,034118681	160000	-0,0002	25600000000	-32,000000000	0,000446061
180	180000	0,0386	32400000000	6948,000000000	0,038316484	180000	0,0000	32400000000	0,000000000	0,000356364
200	200000	0,0430	40000000000	8600,000000000	0,042514286	-	-	-	-	-
220	220000	0,0462	48400000000	10164,000000000	0,046712088	-	-	-	-	-
240	240000	0,0494	57600000000	11856,000000000	0,050909890	-	-	-	-	-
Σ	1560000	0,3344	260000000000	55408,000000000		900000	0,0076	114000000000	536,000000000	
				cálculo m	cálculo b				cálculo m	cálculo b
				0,000000210	0,000536264				-0,000000004	0,001163636