UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE TRANSPORTES

GUSTAVO CRUZ DA SILVEIRA

**INFLUÊNCIA DA GEOMETRIA DOS SATÉLITES NA
PRECISÃO DAS COORDENADAS GEODÉSICAS
OBTIDAS COM O SISTEMA GPS**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Transportes.

Orientador: Prof. Associado Paulo César Lima Segantine

São Carlos
2008

GUSTAVO CRUZ DA SILVEIRA

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTES
TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO,
PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

S587i Silveira, Gustavo Cruz da
Influência da geometria dos satélites na precisão das
coordenadas geodésicas obtidas com sistema GPS / Gustavo
Cruz da Silveira ; orientador Paulo César Lima Segantine.
-- São Carlos, 2008.

Dissertação (Mestrado-Programa de Pós-Graduação em
Engenharia de Transportes e Área de Concentração em
Infra-Estrutura de Transportes) -- Escola de Engenharia
de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2008.

1. Sistema de posicionamento global. 2. Geometria
orbital. 3. Diluição da precisão. 4. Posicionamento
relativo. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **GUSTAVO CRUZ DA SILVEIRA**

Dissertação defendida e julgada em 27/08/2008 perante a Comissão Julgadora:

Prof. Associado **PAULO CESAR LIMA SEGANTINE (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP) *Aprovado*

Prof. Dr. **MAURO ISSAMU ISHIKAWA**
(Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"/UNESP/Campus de Presidente Prudente) *Aprovado*

Dr.^a **ANA PAULA CAMARGO LAROCÇA**
(Pós-Doutoranda/CAPES) *Aprovado*

Prof. Associado **PAULO CÉSAR LIMA SEGANTINI**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em
Engenharia de Transportes

Prof. Associado **GERALDO ROBERTO MARTINS DA COSTA**
Presidente da Comissão da Pós-Graduação da EESC

***À memória de meu querido pai
Celso José Barbosa da Silveira***

***Sua passagem foi breve
mas seus ensinamentos se fazem
a cada dia mais importantes***

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador Prof. Paulo César Lima Segantine, por ter me confiado pesquisar o tema; pela ajuda irrestrita e pela paciência.

Ao CNPq pela bolsa de estudos concedida.

Aos professores da área de mensuração Prof. Irineu da Silva e Prof. Ricardo Ernesto Schaal.

À empresa WILD Comercial, em especial aos colegas e amigos Marco Antonio Carvalho, Patrick Pires, William Kim e Fernando Cesar Ribeiro, por me ajudarem a crescer como profissional e como ser humano.

Aos amigos de sala, Mauro Menzori, Adriana Goulart e, mais recentemente, Rochelle Ribeiro, pelos ensinamentos e palavras de apoio.

À Fernanda, à minha mãe e meus familiares por aturarem os momentos difíceis.

Às queridas amigas e companheiras Stella Andrade, Aline Bianco, Thaís Andrade e Camila Modenese. Ter tido a chance de conhecê-las foi o **maior** presente que poderia ter recebido de Deus. Agradeço muito pelos momentos; alguns deles foram os melhores da minha vida. Não poderia deixar de agradecer ao amigo Daniel Matos pelo companheirismo e por toda a força e auxílio para que este trabalho fosse finalizado. Sem vocês nada disto existiria.

Tudo o que eu fizer nessa vida será pelo meu pai.

RESUMO

SILVEIRA, G. C. **Influência da Geometria dos Satélites na Precisão das Coordenadas Geodésicas Obtidas com o Sistema GPS**. 2008. 170 p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.

A precisão que pode ser obtida com levantamentos com uso do Sistema de Posicionamento Global (GPS) depende de uma série de fatores, devido à grande quantidade de fontes de erros. Em geral, estas interferências podem ser modeladas e considerações são feitas de acordo com a contribuição de cada uma destas fontes de erros. Nos primórdios dos sistemas de posicionamento, o planejamento de missões era essencial para encontrar os horários em que haveria satélites suficientes para determinação da posição. Desde que o GPS foi declarado operacional, essa questão perdeu importância. Dessa forma, não há estudos conclusivos sobre a possível influência que suas posições relativas à antena do receptor causam nos resultados dos levantamentos. Esta questão foi investigada usando como ferramenta os indicadores de precisão (DOP) disponíveis. Considerações a respeito da interpretação da figura geométrica (tetraedro), cujo volume é considerado proporcional ao DOP foram estudadas. Foi verificada a confiabilidade e a contribuição da geometria nos resultados. Comparações entre valores de planejamento e levantamento foram realizadas para o posicionamento por ponto e relativo. A influência que o comprimento da linha-base tem na obtenção dos valores de indicação foi analisada assim como a influência na precisão causada por instantes de alto valor de DOP. A questão da expectativa de que horários com bons valores de DOP possam contribuir para a fixação da ambigüidade também foi esclarecida.

Palavras-chave: Sistema de Posicionamento Global; Geometria Orbital; Diluição da Precisão; Posicionamento Relativo.

ABSTRACT

SILVEIRA, G. C. **Influence of Satellite Geometry on the Geodetic Coordinates Precision from GPS Determinations.** 2008. 170 p. Dissertation (Master Thesis) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.

The obtaining precision of GPS (Global Positioning System) surveying depends on of many factors, due the several error fonts. In general, these interferences can be modeled and considerations are made as each one contributes. In the beginning of the positioning systems, the mission planning was essential to find the period of the day that would possible to have satellites enough to position determination. Since the GPS was declared operational this issue lost importance. Hence there is a lack of conclusive researches about the influence of the satellites positioning regarding the receptor antenna position may cause on the results. This issue was investigated using tools like the available precision indicators (DOP – Dilution of Precision). Considerations regarding interpretation of the geometric figure (thetraedron), that its volume is considered proportional to the DOP were analyzed. The reliability and the geometry contribution in the results were verified. Comparisons between planning and surveying values were done to the absolute and relative positioning. The influence of the baseline in indicator values determination was analyzed as the influence in the accuracy by DOP spikes. The issue regarding the expectative that the periods with good DOP values may contribute to the ambiguity fix status was also clarified.

Keywords: Global Positioning System; Satellite Geometry; Dilution of Precision; Relative Positioning.

LISTA DE FIGURAS

Capítulo 2- CONCEITOS FUNDAMENTAIS SOBRE GNSS

Figura 1 – Observáveis GPS	38
----------------------------------	----

Capítulo 3- DILUIÇÃO DA PRECISÃO

Figura 2 – Geometria com baixo grau de incerteza	47
Figura 3 – Geometria com alto grau de incerteza	47
Figura 4 – Variação do DOP ao longo do dia	49
Figura 5 – Esfera unitária e tetraedro	60
Figura 6 – Configuração crítica de DOP.....	61
Figura 7 – Representação equivocada da figura geométrica	61
Figura 8 – Configuração crítica de DOP com satélites alinhados.....	62

Capítulo 4- MÉTODO

Figura 9 – Estações de Referência da RBMC	70
Figura 10 – Estações da RBMC selecionadas	73

Capítulo 5- RESULTADOS

Figura 11 – Comportamento do HDOP com relação aos demais DOPs para a cidade de Munique – Alemanha	78
Figura 12 – Comportamento do HDOP com relação aos demais DOPs para a cidade de Nova Iorque – EUA	79

Figura 13 – Comportamento do HDOP com relação aos demais DOPs para a cidade de Tóquio – Japão.....	80
Figura 14 – Situação Comparação geometria horizontal e vertical	81
Figura 15 – <i>Skyplot</i> e vazio polar.....	82
Figura 16 – Situação com tetraedro de máximo volume possível	83
Figura 17 – Gama de soluções possíveis utilizando-se três fontes emissoras ...	86
Figura 18 – Gama de soluções possíveis utilizando diversas fontes emissoras ...	86
Figura 19 – Gráficos comparativos para a estação ONRJ	88
Figura 20 – Gráficos comparativos para a estação RIOD	89
Figura 21 – Gráficos comparativos para a estação CHPI	90
Figura 22 – Gráficos comparativos para a estação UBAT	91
Figura 23 – Gráficos comparativos para a estação VARG	92
Figura 24 – Gráficos comparativos para a estação MGIN	93
Figura 25 – Gráficos comparativos para a estação POLI	94
Figura 26 – Gráficos comparativos para a estação PPTE	95
Figura 27 – Gráficos comparativos para a estação MSCG	96
Figura 28 – Gráficos comparativos para a estação CUIB	97
Figura 29 – Gráficos comparativos para a estação ROGM	98
Figura 30 – Gráficos comparativos para a estação POVE	99
Figura 31 – Gráficos comparativos para a estação RIOB.....	100
Figura 32 – Gráficos comparativos para a estação CRUZ.....	101

Figura 33 – Gráficos comparativos para a estação POLI com ângulo de corte de 0°	103
Figura 34 – Gráficos comparativos para a estação POLI com ângulo de corte de 5°	104
Figura 35 – Gráficos comparativos para a estação POLI com ângulo de corte de 10°	105
Figura 36 – Gráficos comparativos para a estação POLI com ângulo de corte de 20°.....	106
Figura 37 – Mapa de obstruções.....	107
Figura 38 – Gráficos para o vetor RIOD – ONRJ	109
Figura 39 – Gráficos para o vetor CHPI – ONRJ	110
Figura 40 – Gráficos para o vetor UBAT – ONRJ	111
Figura 41 – Gráficos para o vetor VARG – ONRJ	112
Figura 42 – Gráficos para o vetor MGIN – ONRJ	113
Figura 43 – Gráficos para o vetor POLI – ONRJ	114
Figura 44 – Gráficos para o vetor PPTE – ONRJ	115
Figura 45 – Gráficos para o vetor MSCG – ONRJ	116
Figura 46 – Gráficos para o vetor CUIB – ONRJ	117
Figura 47 – Gráficos para o vetor ROGM – ONRJ	118
Figura 48 – Gráficos para o vetor POVE – ONRJ	119
Figura 49 – Gráficos para o vetor RIOB – ONRJ	120
Figura 50 – Gráficos para o vetor CRUZ – ONRJ	121

Figura 51 – Estudo da geometria orbital	124
Figura 52 – Comparação com a figura no círculo unitário	125
Figura 53 – RDOP <i>Surface</i>	127
Figura 54 – Valores de RDOP obtidos para a linha-base RIOD-ONRJ	130
Figura 55 – Valores de RDOP obtidos para a linha-base CHPI-ONRJ	130
Figura 56 – Valores de RDOP obtidos para a linha-base UBAT-ONRJ	130
Figura 57 – Valores de RDOP obtidos para a linha-base VARG-ONRJ	130
Figura 58 – Valores de RDOP obtidos para a linha-base POLI-ONRJ	131
Figura 59 – Valores de RDOP obtidos para a linha-base PPTE-ONRJ	131
Figura 60 – Valores de RDOP obtidos para a linha-base CUIB-ONRJ	131
Figura 61 – Valores de RDOP obtidos para a linha-base RIOB-ONRJ	131
Figura 62 – Gráfico de DOP para a linha-base CHPI-ONRJ para um período de 24h	134
Figura 63 – Gráfico de DOP para a linha-base CHPI-ONRJ para um período de 1h	135
Figura 64 – Gráfico de disponibilidade - linha-base CHPI-ONRJ (1h)	135
Figura 65 – Gráfico de DOP para a linha-base CHPI-ONRJ com janela (móvel).136	
Figura 66 – Gráfico de disponibilidade - linha-base CHPI-ONRJ com janela (móvel)	136
Figura 67 – Gráfico de DOP para a linha-base CHPI-ONRJ com janela	137
Figura 68 – Gráfico de disponibilidade - linha-base CHPI-ONRJ com janela	137
Figura 69 – Gráfico de DOP - CHPI-ONRJ – horário de pico.....	138

Figura 70 – Gráfico de DOP - CHPI-ONRJ – horário pré-pico	139
Figura 71 – Gráfico de DOP - CHPI-ONRJ – horário pós-pico	139
Figura 72 – Gráfico de DOP - CHPI-ONRJ – horários pré-pico e pico	140
Figura 73 – Gráfico de DOP - CHPI-ONRJ – horários de pico e pós- pico	140
Figura 74 – Gráfico de DOP - CHPI-ONRJ – horários pré, pós e de pico	141
Figura 75 – Gráfico de DOP - PPTE-ONRJ – horário de pico	142
Figura 76 – Gráfico de DOP -PPTE -ONRJ – horário pré-pico	142
Figura 77 – Gráfico de DOP - PPTE-ONRJ – horário pós-pico	143
Figura 78 – Gráfico de DOP - PPTE-ONRJ – horários pré-pico e pico	143
Figura 79 – Gráfico de DOP - PPTE-ONRJ – horários de pico e pós-pico	144
Figura 80 – Gráfico de DOP - PPTE -ONRJ – horários pré, pós e de pico	144
Figura 81 – Gráfico de DOP - POVE-ONRJ – horário de pico	145
Figura 82 – Gráfico de DOP - POVE-ONRJ – horário pré-pico	146
Figura 83 – Gráfico de DOP - POVE-ONRJ – horário pós-pico	146
Figura 84 – Gráfico de DOP - POVE-ONRJ – horários pré-pico e pico	147
Figura 85 – Gráfico de DOP - POVE-ONRJ – horários de pico e pós-pico	147
Figura 86 – Gráfico de DOP - POVE-ONRJ – horários pré, pós e de pico	148

LISTA DE TABELAS

Capítulo 4- **MÉTODO**

Tabela 1 – Estações da RBMC utilizadas na pesquisa (SIRGAS2000)	72
---	----

Capítulo 5- **RESULTADOS**

Tabela 2 – Comparação entre valor de PDOP obtido pelos cálculos analítico e geométrico.....	76
Tabela 3 – Interpretação de Person (2008) para classificar valores DOP	84
Tabela 4 – Distância aproximada entre cada uma das bases com relação à estação ONRJ	108
Tabela 5 – Estações selecionadas para a análise do indicador RDOP	129
Tabela 6 – Linhas-base para análise de picos	133
Tabela 7 – Resultados CHPI-ONRJ	141
Tabela 8 – Resultados PPTE-ONRJ	145
Tabela 9 – Resultados POVE-ONRJ	148

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

C/A	<i>Coarse Aquisition</i>
CHPI	Estação Cachoeira Paulista – MG
CRUZ	Estação Cruzeiro do Sul – AC
CUIB	Estação Cuiabá – MT
DoD	<i>Department of Defense</i> (Departamento de Defesa dos E.U.A.)
DOP	<i>Dilution of Precision</i>
GDOP	<i>Geometric Dilution of Precision</i>
GLONASS	<i>Global'naya Navigatsionnay Sputnikovaya Sistema</i>
GNSS	<i>Global Navigation Satellite Systems</i>
HDOP	<i>Horizontal Dilution of Precision</i>
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IGS	<i>International GNSS Service</i>
INCRA	Instituto Nacional de Colonização e Reforma Agrária
MGIN	Estação Inconfidentes – MG
MSCG	Estação Campo Grande – MS
NAVSTAR-GPS	<i>Navigation Satellite with Timing and Ranging – Global Positioning System</i>
ONRJ	Estação Observatório Nacional - Rio de Janeiro – RJ
POLI	Estação Escola Politécnica da USP – São Paulo – SP

POVE	Estação Porto Velho – RO
PPP	Posicionamento por Ponto Preciso
PPTE	Estação Presidente Prudente – SP
RDOP	<i>Relative Dilution of Precision</i>
RIBAC	Rede INCRA de Bases de Apoio Comunitário
RBMC	Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo
RINEX	<i>Receiver Independent Exchange Format</i>
RIOB	Estação Rio Branco – AC
RIOD	Estação Rio de Janeiro - RJ
RMS	<i>Root Mean Square</i>
ROGM	Estação Guajará-Mirim – RO
SIRGAS	Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas
TDOP	<i>Time Dilution of Precision</i>
TOA	<i>Time-of-Arrival</i>
UBAT	Estação Ubatuba – SP
USNO	<i>United States Naval Observatory</i>
VARG	Estação Varginha – MG
VDOP	<i>Vertical Dilution of Precision</i>
WGS84	<i>World Geodetic System 1984</i>

SUMÁRIO

Capítulo 1- **INTRODUÇÃO**

1.1 Contextualização do problema	27
1.2 Justificativa	29
1.3 Objetivos	32
1.4 Metodologia	32

Capítulo 2- **CONCEITOS FUNDAMENTAIS SOBRE GNSS**

2.1 Breve histórico	33
2.2 Determinação da Posição	34
2.3 Grandezas observáveis	35
2.3.1 Pseudodistância	35
2.3.2 Fase da Onda Portadora	36
2.4 Fontes de erros	38
2.4.1 UERE - <i>User Equivalent Range Error</i>	39
2.4.2 Erro do relógio	39
2.4.3 Erros de órbita	39
2.4.4 Efeito do atraso ionosférico.....	40
2.4.5 Efeitos troposféricos.....	41

2.4.6 Perda de ciclos	41
2.4.7 Multicaminhamento	42
2.5 Efeméride	43

Capítulo 3- DILUIÇÃO DA PRECISÃO

3.1 Origem do conceito	45
3.2 Cálculo da Diluição da Precisão	49
3.2.1 Observáveis	50
3.2.1.1 Pseudodistância do código	50
3.2.2 Posicionamento por ponto utilizando o código	51
3.2.2.1 Modelo da distância com código	51
3.2.3 Linearização dos modelos matemáticos	53
3.2.3.1 Modelo linear para posicionamento pontual com código	56
3.2.4 Cálculo dos indicadores de precisão	59
3.3 Componentes da diluição	65

Capítulo 4- MÉTODO

4.1 Testes.....	67
4.1.1 Etapa 1 – Questões básicas sobre a geometria satélites/antena receptora.....	67
4.1.2 Etapa 2 – Testes práticos, utilizando dados de levantamentos	68
4.1.3 Etapa 3 – Testes específicos	68

4.2 Procedimentos.....	68
4.2.1 Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC).....	70
4.2.2 Programas utilizados	73

Capítulo 5- RESULTADOS

5.1 Resultados obtidos para os testes	75
5.1.1 Etapa 1 – Questões básicas sobre a geometria satélites/antena receptora.....	75
5.1.2 Etapa 2 – Testes práticos, utilizando dados de levantamentos	87
5.1.3 Etapa 3 – Testes específicos.....	123

Capítulo 6- CONSIDERAÇÕES FINAIS

6.1 Conclusões	151
6.2 Sugestões	157

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	159
---	------------

BIBLIOGRAFIA	165
---------------------------	------------

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização do problema

O advento dos sistemas de posicionamento por satélite, o chamado GNSS (***G**lobal **N**avigation **S**atellite **S**ystems*) revolucionou a maneira do homem se posicionar e navegar sobre a superfície terrestre, ou próximo a ela. Embora não tenha sido desenvolvido especificamente para esse fim, as comunidades geodésicas e cartográficas foram grandes beneficiadas com o sistema, e até hoje são as grandes pesquisadoras à procura de métodos para obter resultados mais acurados e precisos. O sistema que mais investimentos recebeu ao longo dos anos, e que tem seu desenvolvimento mais avançado na atualidade, é o Sistema de Posicionamento Global **NAVSTAR-GPS** (*Navigation Satellite with Timing and Ranging – Global Positioning System*), mais conhecido apenas pela sigla GPS. Desenvolvido e mantido pelo governo americano, o GPS atende a milhões de usuários em todos os continentes, sendo hoje o mais difundido, e que possui a maior produção e distribuição de receptores.

Uma das principais inovações tecnológicas na implantação do sistema foi a cobertura global, que buscava garantir que o usuário, a qualquer momento e

em qualquer local da superfície terrestre, pudesse de forma rápida e precisa saber sua posição, horário e sua velocidade, e garantir melhoria da precisão com relação aos sistemas desenvolvidos anteriormente, como o TRANSIT.

Nos sistemas de posicionamento anteriores ao GNSS era essencial a atividade do planejamento das missões ser realizada devido à pequena quantidade de satélites disponíveis. Dessa forma, os usuários estimavam os horários em que haveria o número máximo possível de satélites no horizonte da antena receptora na busca pelo melhor desempenho com uso do sistema, embora muitas vezes o melhor horário para a coleta fosse aquele em que, pelos menos, fosse encontrado o mínimo de satélites necessários para o posicionamento.

Com o lançamento do GPS, a etapa de planejamento foi perdendo importância na medida em que novos satélites eram lançados até a complementação da constelação de satélites. No entanto, a comunidade usuária pôde verificar com o uso do GPS que a disposição geométrica também teria influência nos resultados dos levantamentos, sem evitar, portanto, que o planejamento das missões continuasse a ser uma prática necessária na busca para atingir o máximo desempenho do sistema. Assim, foi desenvolvido um indicador de precisão - uma ferramenta que busca permitir uma análise prévia de quais seriam os horários mais indicados para a realização de um levantamento com base não apenas na quantidade de satélites disponíveis mas, também, a distribuição geométrica entre eles com relação a uma determinada localização da superfície terrestre. Essa ferramenta recebe o nome de DOP, sigla em inglês para *Dilution of Precision*, denominado em português de Diluição da Precisão. Esse indicador comumente é subdividido em componentes, gerando novos

indicadores, com relação à diluição das precisões vertical, horizontal, temporal, geométrica, entre outras.

1.2 Justificativa

Os indicadores de precisão têm a função de apresentar ao usuário uma garantia da boa qualidade de um futuro levantamento, no entanto, a grande maioria dos usuários verifica que nem sempre esta situação pode ser assegurada pelo simples estudo prévio de tais indicadores, conforme pesquisa realizada por profissionais da área apresentada em Menzori (2005).

Têm sido observados certos equívocos com a interpretação destes indicadores, pois em geral os usuários criam a expectativa de que os valores apresentados pelos indicadores sejam capazes de detectar de forma definitiva a possibilidade do levantamento ter bom resultado, sem considerar os propósitos e as limitações destes indicadores.

Menzori (2005) identificou essa situação através de uma pesquisa com diversos profissionais da área de mensuração, usuários da tecnologia GPS e constatou que a maioria acredita que o sistema apresenta desempenho menor que o esperado. Isso pode ser representado pelo excesso de confiança no planejamento das missões utilizando os indicadores de precisão ou pela completa falta de planejamento, sem considerar ainda as condições adequadas de coleta, a influência das atividades solares, das condições ionosféricas e troposféricas e das técnicas de processamento.

Outro fator que reflete essa descrença é o resultado com base na fixação das ambigüidades, tida como indicador de qualidade, dando maior segurança ao resultado do posicionamento. Menzori (2005) alerta que, no entanto, essa é uma

informação puramente estatística baseada na precisão da medida e dissociada da exatidão das coordenadas geradas na solução.

A informação sobre a exatidão das coordenadas de pontos medidos através de um vetor simples é sempre inacessível, independente de a solução ser fixa (*fix*) ou flutuante (*float*). Além disso, existe risco maior em assumir um resultado de solução flutuante, mesmo que ele tenha boa, porém, desconhecida, exatidão. Esta informação pode criar uma necessidade de retorno ao campo para repetir a observação de alguns pontos que no processamento tiveram as suas coordenadas produzidas com qualidade inferior ao desejável, sem alcançar as especificações técnicas estabelecidas para trabalhos de engenharia, contribuindo para elevar o custo dos serviços e diminuir o poder de competição do sistema.

Menzori (2005) ainda complementa que os retornos a campo com o intuito de melhorar a precisão de levantamentos já realizados, não apenas afetam a produtividade como indicam que não há como controlar os resultados baseado apenas nos módulos de planejamento disponíveis atualmente, gerando certa desconfiança por parte dos profissionais usuários do sistema GPS.

Os próprios métodos de obtenção dos valores dos indicadores de precisão são pouco difundidos e muitas vezes não condizem com os apresentados nos programas específicos. Outra diferença é comumente encontrada em campo, pois o valor apresentado em tempo real para o usuário pelo receptor, também pode diferir dos valores determinados em escritório.

Essa diferença (campo/escritório) pode ser melhor compreendida considerando a quantidade de fatores que influenciam o cálculo desse valor, os quais podem ser previamente determinados, como por exemplo, a saúde de um

satélite, o estado da atmosfera e até mesmo a obstrução do sinal por alguma construção ou feição que, inclusive, possa gerar multicaminhamento.

A maior dificuldade na interpretação dos resultados se deve ao fato de que os valores dos indicadores apresentados em ambas as etapas nem sempre condizem com a garantia da qualidade dos levantamentos, pois não garantem a resolução das duplas diferenças de ambigüidade.

Existem muitos artigos a respeito do desenvolvimento dos novos sistemas GALILEO (europeu), Compass (Chinês) e a renovação dos satélites GLONASS (**GLO**bal'naya **NA**vigatsionnay **S**putnikovaya **S**istema - russo), que minimizam a preocupação com o número de satélites disponíveis e sua geometria. No entanto, a aquisição de equipamentos capazes de rastrear dados de mais de um sistema certamente será aliada a custos de aquisição mais elevados, o que deverá manter o uso de receptores limitados ao GPS por algum tempo por grande parte dos usuários. É importante lembrar que o próprio GPS segue com avanços para modernizar o sistema com os novos sinais L2C e L5¹. No entanto, em uma demonstração de que podem ocorrer mudanças de forma relativamente drástica, o *USA Department of Defense* (DoD) apontou com a possibilidade de limitar o uso do código P a partir do ano de 2020, conforme publicado por Gakstatter (2008).

¹ Sinais GPS complementares às ondas portadoras L1 e L2. A modulação em fase das portadoras permite realizar medidas de distância a partir da medida do tempo de propagação da modulação (Leick, 1995).

1.3 Objetivos

Este trabalho tem por proposta realizar um estudo da relação entre os indicadores de precisão, em especial o GDOP, e a precisão das coordenadas geodésicas obtidas por meio de levantamentos com o sistema GPS. O objetivo principal é verificar se existe e qual é a influência que a geometria dos satélites tem nos resultados de levantamentos e dimensionar sua contribuição na degradação das precisões obtidas.

A capacidade dos indicadores de identificar situações em que sejam realizados levantamentos de boa e má qualidade por meio de ferramentas de planejamento de missões também foi testada, assim como a comparação e relação entre alguns deles.

Este estudo busca também desmistificar alguns conceitos que são mal interpretados ou são difundidos de forma errônea.

1.4 Metodologia

As investigações acerca do papel da geometria dos satélites na degradação da precisão dos resultados foram realizadas através de testes com dados de levantamentos envolvendo a análise de resultados obtidos.

O uso de dados oriundos de estações de referências distribuídas ao longo do território nacional permite a geração de linhas-base de diversos comprimentos, o que permitiu analisar o comportamento dos indicadores de precisão no posicionamento relativo.

Capítulo 2

CONCEITOS FUNDAMENTAIS SOBRE GNSS

2.1 Breve histórico

Com o surgimento dos primeiros satélites artificiais, nasceu a idéia de utilizá-los de forma que pudessem fornecer coordenadas auxiliando no posicionamento das mais diversas estruturas militares. Foi assim que surgiu uma série de programas de estudos para o desenvolvimento deste sistema. A união de alguns projetos, juntamente com os resultados de outros, culminou na criação do NAVSTAR-GPS, pelo governo dos Estados Unidos, no início da década de 70.

Desenvolvido pelo DoD (*Department of Defense*), o Departamento de Defesa dos Estados Unidos, teve como intuito inicial a utilização para a navegação voltada para a força militar. No entanto, a descoberta da grande precisão do sistema e os bons resultados obtidos com o seu uso, aliado ao avanço tecnológico no desenvolvimento da eficiência de rastreamento dos receptores, fez com que o governo americano disponibilizasse sua utilização no meio civil, com algumas restrições.

Os primeiros protótipos e satélites de desenvolvimento (Bloco I) foram lançados entre 1978 e 1985, totalizando 11 satélites dispostos em dois planos orbitais com 63° de inclinação em relação ao plano equatorial (SEEBER, 2003). A capacidade operacional inicial foi declarada em 8 de dezembro de 1993, quando 24 satélites (Blocos I, II e IIA) estavam operando com êxito (LEICK, 1995, 2004).

Segundo informações da USNO (*United States Naval Observatory*), verificadas em junho de 2008, o sistema consiste, de 31 satélites ativos, os quais estão distribuídos em 6 planos orbitais. Cada plano possui uma inclinação de 55° em relação ao plano do Equador. Todos os satélites estão a cerca de 20.000 km acima da Terra e completam uma revolução inteira, aproximadamente a cada 11 horas e 58 minutos (horas siderais).

A constelação completa de satélites GPS garante a denominada cobertura global, ou seja, a todo instante, em qualquer lugar da superfície terrestre, pelo menos quatro satélites podem ser observados.

O sistema GPS é hoje (junho de 2008) o maior e mais completo sistema GNSS em atividade, e o presente trabalho baseia-se basicamente nesta tecnologia.

2.2 Determinação da Posição

O princípio básico de navegação pelo GPS consiste na medição de distâncias entre a antena do receptor do usuário e pelo menos quatro satélites. Conhecendo as coordenadas dos satélites num sistema de referência apropriado, é possível calcular as coordenadas da antena do usuário no mesmo sistema de referência utilizado pelos satélites. Do ponto de vista geométrico, apenas três

distâncias, desde que não pertencentes ao mesmo plano, seriam suficientes. Neste caso, o problema se reduziria à solução (navegação) de um sistema de três equações, a três incógnitas. A quarta medida é necessária em razão do não-sincronismo entre os relógios dos satélites e do receptor do usuário, adicionando uma incógnita ao problema.

Uma característica muito importante da tecnologia GPS, em relação aos métodos de levantamento convencionais, é a não necessidade de intervisibilidade entre as estações (posições das antenas). Além disso, o GPS pode ser utilizado sob quaisquer condições climáticas (MONICO, 2000).

2.3 Grandezas observáveis

Os dados observados com GPS são deduzidos a partir da medição do tempo de percurso ou da diferença de fase entre os sinais recebidos dos satélites e os gerados internamente pelos receptores (SEGANTINE, 2005). O GPS utiliza normalmente duas observáveis fundamentais: a pseudodistância e a fase da onda portadora, discutidas previamente a seguir.

2.3.1 Pseudodistância

A pseudodistância (tradução livre do termo em inglês *pseudorange*) é dada pela diferença de tempo necessário para alinhar uma réplica do código gerado no receptor com o código recebido do satélite multiplicado pela velocidade da luz (WELLS et al., 1987), resultando na distância geométrica percorrida pelo sinal, da antena do satélite até a antena receptora, devendo ser acrescido os atrasos de propagação do sinal da ionosfera e na troposfera, dos

erros inerentes ao receptor e do multicaminhamento (LEICK, 2004). De forma ideal, este valor seria resultado da diferença de tempo entre a recepção do sinal (medido no sistema de tempo do receptor) e o instante de emissão (medido no sistema de tempo do satélite). De fato, os dois sistemas de tempo são diferentes, o que introduz um erro na medição. Esse erro de atraso no tempo fez com que fosse adotado o prefixo *pseudo* ao nome da distância (WELLS et al., 1987).

A precisão das medições utilizando a observável pseudodistância é tipicamente 1% do período entre sucessivas épocas do código. Para o código P, sucessivas épocas a cada 0,1 microssegundos implicam uma precisão de 1 nanosegundo. Quando multiplicadas pela velocidade da luz, resultam numa precisão da medição de 30 cm. Para o código C/A, os números são dez vezes menos precisos, portanto, a precisão da medição será de 3 metros (WELLS et al., 1987).

2.3.2 Fase da Onda Portadora

A fase da onda portadora (portadoras L1 e L2) é a diferença entre a fase do sinal do satélite recebida pela antena receptora e a fase do sinal gerado no oscilador interno no receptor, ambas no instante da recepção (LEICK, 1995, 2004).

Devido ao fato do comprimento de onda da portadora ser menor do que o comprimento de onda de ambos os códigos, a precisão das medições utilizando a fase da onda portadora é muito maior do que as medições utilizando a pseudodistância do código. Para os receptores GPS apenas da frequência L1, o comprimento de onda é de aproximadamente 20 cm. Como as medições são

comumente realizadas com precisão de 1% do comprimento de onda, isso implica numa precisão de 2 mm (WELLS et al., 1987).

Segundo WELLS et al. (1987), as duas principais desvantagens do uso da fase da onda portadora nas medições que envolvem o problema do ciclo de ambigüidade são:

- Obter o número inicial de ciclos inteiros da portadora entre o satélite e a antena receptora é muito difícil, para não dizer impossível. Uma saída é lançar mão de medidas que se pode assumir que possuam a mesma (desconhecida) ambigüidade de ciclo inicial;
- Mantendo a contagem de ciclos inteiros conforme a distância satélite-antena receptora muda com o tempo é algo que a maioria dos receptores GPS de qualidade fazem a maior parte do tempo. No entanto, por uma série de razões, como uma interferência no sinal ou uma obstrução à antena, qualquer receptor sofrerá perda de ciclos, ou a perda coerente da contagem de ciclos inteiros. Em alguns casos, um cuidadoso pós-processamento permite a detecção e correção da perda de ciclos. No entanto, a possibilidade de perda de ciclos restringe o uso de medições utilizando a fase da onda portadora para aplicações em tempo real.

A Figura 1 ilustra as observáveis GPS:

Figura 1 – Observáveis GPS. Adaptado de Rocha (2000).

2.4 Fontes de erros

Da teoria dos erros tem-se que todas as medições contêm erros, sejam eles de natureza sistemática, grosseira ou aleatória. As medições obtidas pelo GNSS, que são realizadas a partir de sinais emitidos por satélites artificiais, também estão sujeitas às mais diversas fontes de degradações (MONICO, 2008). Segundo Segantine (2005) várias fontes de erros estão associadas ao posicionamento de um ponto. Fundamentalmente, estes erros são: erros do relógio do satélite, erro do relógio do receptor, erros dos dados das efemérides transmitidas e da propagação de sinais além de erros provenientes dos equipamentos ou por condições de contorno local.

Algumas das principais fontes de erros são apresentadas a seguir (WELLS et al., 1987).

2.4.1 UERE - *User Equivalent Range Error*

Em muitas aplicações, é comum projetar os erros nas distâncias. A soma de todos esses erros projetados é então chamada de UERE (geralmente traduzido como Erro Equivalente na Distância do Usuário), que pode ser dimensionado, dependendo de qual *hardware* e qual informação é usada para obter a distância observada.

2.4.2 Erro do relógio

As medições GPS estão intimamente ligadas à correta estimativa de tempo. Os satélites transmitem o tempo que eles iniciam o envio de suas mensagens de código. O receptor mede o instante exato que cada sinal é recebido e, conseqüentemente, pode calcular a medida de distância a partir do satélite pelo tempo que leva da transmissão do sinal até a recepção pela antena. Assume-se, no entanto, que tanto os relógios dos satélites quanto os relógios dos receptores mantêm-se no mesmo sistema de tempo. Qualquer diferença no tempo multiplicada pela velocidade da luz resulta no UERE. Um microssegundo de dessincronização entre os relógios do satélite e do receptor resultam num erro de distância da ordem de 300 metros.

2.4.3 Erros de órbita

Erros nas efemérides dos satélites são os mais difíceis de se lidar. Relógios podem ser melhorados, alguns efeitos indesejáveis podem ser eliminados ou amplamente reduzidos, por meio da coleta com mais receptores e pelo uso de diferentes observáveis. Erros de efemérides, por outro lado, requerem uma estimativa melhor das órbitas, um processo que pode ser

interferido pelo conhecimento insuficiente das forças que atuam no satélite uma vez que essas forças não podem ser medidas diretamente e adequadamente pelas estações de monitoramento terrestres. Até o presente, usando os dados de órbita fornecidos nas efemérides transmitidas, posições dos satélites podem ser calculadas com uma precisão típica de aproximadamente 20 m, com erros ocasionais atingindo 80 m.

A principal abordagem para resolver o problema criado pela modelagem imperfeita do fenômeno físico responsável por essas forças tem sido geralmente direcionada para a sua fonte, ou seja, através do desenvolvimento de modelos de parâmetros de várias complexidades para os erros de efeméride (isto é, com parâmetros que podem ser ajustados como parte de um processo de estimativa da órbita).

2.4.4 Efeito do atraso ionosférico

A ionosfera é genericamente considerada como sendo a região da atmosfera de aproximadamente entre 50 a 1000 km em altitude na qual a radiação ultravioleta dos raios solares ioniza uma fração de moléculas de gás encontradas nesta camada, liberando, assim, elétrons livres. Sinais GPS, como qualquer outro sinal eletromagnético propagando-se através de um meio ionizado, são afetados com dispersão não-linear típica desse meio. A magnitude desse efeito varia de alguns centímetros a dezenas de metros.

Nas frequências do GPS, o efeito da ionosfera pode variar de mais de 150 m (em períodos de alta atividade solar, ao meio-dia, satélite próximo ao horizonte) até menos de 5 m (mínima atividade solar, durante a noite, satélite no zênite).

A correção pela dupla frequência de fase remove a maioria dos efeitos ionosféricos nas medições com o código e com a fase. O efeito residual, no entanto, pode ainda ser significativo para algumas aplicações, em particular para observações realizadas em torno das 12h (horário local), e mais durante um ciclo máximo de atividade solar.

2.4.5 Efeitos troposféricos

A refração na atmosfera neutra - a qual incluía troposfera e outras regiões até 80 km de altitude - é essencialmente independente da frequência sobre todo o espectro de rádio. Diferentemente da ionosfera, a troposfera não é dispersiva para frequências abaixo dos 30 GHz, então este grupo e o atraso da fase são os mesmos. A refração na atmosfera neutra pode ser convenientemente separada em componentes seca e úmida. A componente seca contém aproximadamente 90% do erro total da distância quando medida no zênite, e pode ser estimada a partir de dados de pressão da superfície com precisão por volta de 0,2%. A componente úmida, por outro lado, depende das condições atmosféricas por todo o caminho percorrido pelo sinal. Essas condições não são necessariamente bem correlacionadas com as condições da superfície. Existem vários modelos disponíveis para modelar essa componente levando em conta tais fatores como o conteúdo de vapor de água, temperatura, altitude, e ângulo de elevação do caminho percorrido pelo sinal.

2.4.6 Perda de ciclos

Quando o sinal do satélite é obstruído à antena, obviamente, ele não pode ser rastreado. Quando o sinal é retomado, a parte fracionária da fase

medida deveria continuar a ser a mesma daquela que seria se o rastreo àquele satélite tivesse sido mantido. O número inteiro de ciclos, no entanto, exibe uma descontinuidade (um salto) ou uma perda de ciclos. Suas ocorrências podem ser bastante constantes, principalmente nas portadoras L2 dos receptores de dupla-frequência.

Segundo Segantine (2005), a perda de ciclo pode ser interpretada como sendo a variação instantânea da ambigüidade N (ciclos). Quando não ocorre a perda de ciclo, a ambigüidade mantém-se constante por todo o período de observação. As perdas de ciclos podem ocorrer para um ou para vários satélites ao mesmo tempo da observação. Obviamente, quanto maior o número de satélites envolvidos, maior será o problema.

Segundo Monico (2008), as causas das perdas de ciclo não são restritas somente ao bloqueio do sinal (causado por construções, árvores, pontes, montanhas), mas também pela aceleração da antena, variações bruscas na atmosfera, interferências de outras fontes de rádio e problemas com o receptor e o *software* de processamento de dados.

2.4.7 Multicaminhamento

É o fenômeno onde um sinal atinge a antena do receptor via dois ou mais diferentes caminhos. A diferença no comprimento desses caminhos causados aos sinais interfere no receptor. Multicaminhamento é geralmente notado quando se opera próximo a amplos obstáculos refletivos, como grandes construções. Segundo Segantine (2005), no caso do uso da portadora para o posicionamento relativo, em distâncias curtas, em locais de boa geometria dos

satélites e para um período razoável de observação (mais de 30 minutos), o erro deve ser em geral inferior a 1 cm.

2.5 Efeméride

A obtenção da posição com o uso de receptores GPS durante o levantamento é possível com o recebimento das informações referentes às posições dos satélites. Esses dados são calculados a partir dos parâmetros que definem as órbitas dos satélites, e são transmitidos na mensagem de navegação, permitindo seu uso imediato. Esta informação constitui a efeméride transmitida.

Estes dados podem ser coletados e corrigidos das perturbações ocorridas nas órbitas constituindo as efemérides precisas. Este procedimento é realizado pelo IGS (*International GNSS Service*) e o produto é disponibilizado via *internet*.

Segundo Fonseca Jr. (1996) o uso de efemérides precisas é justificado apenas para linhas-base maiores de 2.000 km. Menzori (2005) afirma que caso não tenham ocorrido grandes perturbações físicas, como atividades solares ou alguma alteração devido à força de maré, as efemérides transmitidas são suficientes para o posicionamento preciso do ponto.

Capítulo 3

DILUIÇÃO DA PRECISÃO

3.1 Origem do conceito

O GPS utiliza um conceito denominado *Time-of-Arrival* (TOA) para determinar a posição de uma antena receptora (KAPLAN, 1996). Esse conceito envolve a medida de tempo que um sinal transmitido por um emissor (de localização conhecida) leva para alcançar a antena do receptor do usuário. Esse intervalo de tempo, referenciado a um tempo de propagação do sinal, é multiplicado então pela velocidade do sinal, obtendo-se, assim, a distância geométrica entre o emissor e a antena do receptor. Medindo-se o tempo de propagação dos sinais emitidos pelos diversos emissores, a antena do receptor pode ter sua posição determinada. Para compreender como esse processo de medição é afetado pela disposição geométrica dos satélites emissores e da antena receptora envolvidos, Langley (1999) apresenta o seguinte exemplo²:

Supondo a existência de um sistema de posicionamento que utiliza ondas de rádio, onde seja possível medir distâncias de uma antena receptora a dois

² Exemplos similares podem ser encontrados em Kaplan (1996), MacNicol e Raquet (2002).

emissores terrestres para determinar suas coordenadas horizontais. Considerando que o usuário tem um relógio sincronizado com os emissores e conhece a localização dos emissores e o tempo de propagação das ondas emitidas por eles. O usuário mede o tempo de chegada de cada sinal emitido e calcula o tempo de propagação, o qual determina a distância do usuário a cada emissor. O usuário determina sua posição pela interseção dos anéis de distância determinados pela medida TOA.

No entanto, existe uma margem de incerteza na localização da antena do receptor, e assim, o posicionamento das distâncias circulares poderá ser inexato resultando num erro na posição calculada. Este erro depende da disposição geométrica dos satélites emissores em relação à antena do receptor no momento das medições.

Duas geometrias são comparadas. Na Figura 2, nota-se que os emissores (1 e 2) estão relativamente distantes, fornecendo uma região relativamente pequena de incerteza na qual a antena do receptor pode ser localizada. O emissor 1 se posiciona na direção ortogonal ao emissor 2, então as coordenadas X e Y da antena do receptor são determinadas com igual precisão.

Figura 2 – Geometria com baixo grau de incerteza. Adaptado de Langley (1999)

Na Figura 3 os emissores estão mais próximos, e o ângulo entre eles, como pode ser visto, é muito menor, resultando numa região de incerteza consideravelmente maior, com a confiança na coordenada Y sendo menor do que a coordenada X.

Figura 3 – Geometria com alto grau de incerteza. Adaptado de Langley (1999)

A gama de arcos ilustrada na cor correspondente ao emissor representa a variação na posição do anel de distância resultando em erros nas medições. A gama de erros é a mesma em ambos os casos. As regiões destacadas representam, portanto, uma série de localizações que podem ser obtidas se um usuário utilizar as distâncias medidas com os erros representados. A precisão da posição calculada é bem diferente para os dois casos.

Com a mesma variação dos erros medidos, a geometria da Figura 3 fornece consideravelmente mais erros no cálculo da localização do ponto de interesse do usuário do que a representada na Figura 2, como fica evidente comparando as regiões destacadas. A degradação em cada componente é representada pelas linhas vermelhas em cada eixo. Diz-se então que a precisão no caso da Figura 3 é degradada em relação ao caso da Figura 2. A geometria da Figura 3 é dita como tendo a mais ampla diluição da precisão que a geometria da Figura 2.

Desta forma, o conceito de *Dilution of Precision* (DOP) representa a idéia de que o erro na posição depende (além de outros fatores) da geometria envolvida entre a antena do receptor e os satélites. Lembrando que este conceito refere-se à solução de navegação (absoluta ou instantânea).

Apesar de ser fictício, esse exemplo não está distante do caso do sistema de radio-navegação chamado Loran-C (*Long Range Navigation*), embora as medidas sejam realizadas com hipérboles e não círculos. De fato, o conceito de diluição da precisão originou-se com os usuários do Loran-C.

É importante ressaltar que o exemplo é bastante simplificado e apresenta uma leitura facilitada para compreensão do problema, afinal, é notório

que a precisão não se comporta da forma apresentada. O correto seria apresentá-la por meio de elipses de erros.

Hofmann-Wellenhof et al. (2001) afirmam que há dois propósitos para o DOP. Primeiramente, os valores são amplamente utilizados na etapa de planejamento das missões de levantamento. Outra utilidade está relacionada ao auxílio na interpretação das linhas de base processadas. A Figura 4 apresenta um gráfico obtido no *software* de processamento de dados GPS *Leica Geo Office versão 5.0*, informando os valores calculados do DOP ao longo do dia e a quantidade de satélites disponíveis.

Figura 4 – Variação do DOP ao longo do dia. Fonte: Programa LEICA Geo Office v. 5.0

3.2 Cálculo da Diluição da Precisão

O desenvolvimento a seguir é apresentado conforme exposto por Hofmann-Wellenhof et al. (1997; 2001).

3.2.1 Observáveis

As observáveis GPS são distâncias as quais são deduzidas a partir da medição de tempo ou diferença de fase baseada na comparação entre os sinais recebidos e os sinais gerados internamente nos receptores. Diferente da medição eletrônica de distância terrestre, o GPS adota o conceito “sentido único”, onde dois relógios são usados: um no satélite e um dentro do receptor. Assim, as distâncias são prejudicadas pelos erros dos relógios do satélite e do receptor, consequentemente sendo chamadas de pseudodistâncias.

3.2.1.1 Pseudodistância do código

Consideremos t^S a leitura do relógio do satélite no tempo de emissão e t_R a leitura do relógio do receptor no tempo de recepção. Analogamente, os atrasos dos relógios com respeito ao sistema de tempo do GPS são δ^S e δ_R . Vale a pena lembrar que a leitura do relógio do satélite t^S é transmitida pelo código PRN. A diferença entre as leituras dos relógios é equivalente ao Δt o qual alinha o satélite e o sinal de referência durante o procedimento de correlação do código no receptor. Assim,

$$\Delta t = t_R - t^S = [t_R(GPS) + \delta_R] - [t^S(GPS) + \delta^S] = \Delta t(GPS) + \Delta\delta \quad (1)$$

onde $\Delta t(GPS) = t_R(GPS) - t^S(GPS)$ e $\Delta\delta = \delta_R - \delta^S$. O atraso do relógio do satélite δ^S pode ser modelado por um polinômio com os coeficientes sendo transmitidos na mensagem de navegação. Assumindo que a correção δ^S é aplicada, $\Delta\delta$ é igual ao atraso do relógio. O intervalo de tempo Δt multiplicado pela velocidade da luz no vácuo, c , resulta na pseudodistância R e assim:

$$R = c\Delta t = c\Delta t(GPS) + c\Delta\delta = \rho + c\Delta\delta \quad (2)$$

Uma vez que os satélites estão a uma distância de aproximadamente 20.000 km da Terra, a pseudodistância obtida pelo código C/A é ambígua. No entanto, essa ambigüidade pode ser facilmente resolvida durante a aquisição inicial dos satélites pela introdução de uma coordenada aproximada da localização do receptor (dentro de até algumas centenas de metros) (LACHAPELLE, 1991³ *apud* HOFMANN-WELLENHOF et al. (2001)).

A distância ρ é calculada a partir do tempo de deslocamento real do sinal. Em outras palavras, ρ corresponde à distância entre a posição do satélite na época $t^s(GPS)$ e a posição da antena do receptor na época $t_R(GPS)$.

3.2.2 Posicionamento por ponto utilizando o código

3.2.2.1 Modelo da distância com código

A pseudodistância obtida a partir do código em uma época t pode ser modelada por (de acordo com a equação 2):

$$R_i^j(t) = \rho_i^j(t) + c\Delta\delta_j^i(t) \quad (3)$$

onde $R_i^j(t)$ é a pseudodistância medida com o código entre o local de observação i e o satélite j , $\rho_i^j(t)$ é a distância geométrica entre o satélite e o ponto de observação, e c é a velocidade da luz. O último item a ser identificado é $\Delta\delta_j^i(t)$. Esse erro do relógio representa a diferença entre o relógio do satélite e o do receptor no tempo GPS, de acordo com a equação 1.

³ LACHAPELLE, G. (1991). **Capabilities of GPS for airborne remote sensing**. Canadian Journal of Remote Sensing, 17 (4): p. 305 – 312.

Examinando a equação 3, as coordenadas do ponto desejado a serem determinadas estão implícitas na distância $\rho_i^j(t)$, a qual pode explicitamente ser escrita como:

$$\rho_i^j(t) = \sqrt{(X^j(t) - X_i)^2 + (Y^j(t) - Y_i)^2 + (Z^j(t) - Z_i)^2} \quad (4)$$

onde $X^j(t)$, $Y^j(t)$ e $Z^j(t)$ são componentes do vetor posição geocêntrico do satélite na época t , e X_i , Y_i e Z_i , são as três coordenadas cartesianas desconhecidas do local de observação. Agora, o erro do relógio $\Delta\delta_j^i(t)$ deve ser investigado em maiores detalhes. Para o momento, considere-se uma única época; uma única posição i é automaticamente implicada. Cada satélite contribui com um erro desconhecido do relógio, o qual pode ser reconhecido pelo sobrescrito j no termo do relógio. Negligenciando, por ora, o erro do relógio do receptor i , a equação da pseudodistância deveria ter quatro incógnitas. São elas as três coordenadas a serem determinadas e o erro do relógio do satélite. Cada satélite adicional acrescenta uma equação com as mesmas coordenadas do receptor, mas com um novo erro do relógio do satélite. Assim, teríamos sempre mais incógnitas que medições. Mesmo quando se consideram épocas adicionais, novos erros do relógio dos satélites devem ser modelados. Felizmente, a informação do relógio do satélite é conhecida e é enviada na mensagem de navegação transmitida (broadcast) na forma de três coeficientes polinomiais a_0 , a_1 e a_2 , com um tempo de referência t_c . Assim, tem-se a seguinte equação:

$$\delta^j(t) = a_0 + a_1(t - t_c) + a_2(t - t_c)^2 \quad (5)$$

A equação (5) permite o cálculo do erro do relógio do satélite para a época t . Deve-se notar que o polinômio desta equação remove grande parte do erro do relógio do satélite, mas uma pequena parte de erros permanece.

O termo dos erros combinados $\Delta\delta_j^i(t)$ é dividido em duas partes:

$$\Delta\delta_j^i(t) = \delta_i(t) - \delta^j(t) \quad (6)$$

onde a parte relacionada ao satélite é conhecida pela equação (5) e o termo relacionado ao receptor $\delta_i(t)$ permanece desconhecido. Substituindo a equação (6) em (3) e colocando o erro do relógio do satélite para o lado esquerdo da equação tem-se:

$$R_i^j(t) + \delta^j(t) = \rho_i^j(t) + c\delta_i(t) \quad (7)$$

Note que o lado esquerdo da igualdade contém quantidades observadas ou conhecidas, enquanto os termos do lado direito são incógnitos.

3.2.3 Linearização dos modelos matemáticos

Quando os modelos do item anterior são considerados, o único termo incluindo as incógnitas na forma não-linear é ρ . Esta seção explica em detalhes como ρ é linearizado. A fórmula básica da equação (4) é:

$$\begin{aligned} \rho_i^j(t) &= \sqrt{(X^j(t) - X_i)^2 + (Y^j(t) - Y_i)^2 + (Z^j(t) - Z_i)^2} \\ &\equiv f(X_i, Y_i, Z_i) \end{aligned} \quad (8)$$

e mostra as coordenadas incógnitas, X_i , Y_i e Z_i , na forma não-linear.

Assumindo valores aproximados X_{i0} , Y_{i0} e Z_{i0} para as incógnitas, uma distância

aproximada $\rho_{i0}^j(t)$ pode ser calculada por:

$$\begin{aligned}\rho_{i0}^j(t) &= \sqrt{(X^j(t) - X_{i0})^2 + (Y^j(t) - Y_{i0})^2 + (Z^j(t) - Z_{i0})^2} \\ &\equiv f(X_{i0}, Y_{i0}, Z_{i0})\end{aligned}\tag{9}$$

Usando valores aproximados, as incógnitas X_i , Y_i e Z_i , podem ser decompostas em:

$$\begin{aligned}X_i &= X_{i0} + \Delta X_i \\ Y_i &= Y_{i0} + \Delta Y_i \\ Z_i &= Z_{i0} + \Delta Z_i\end{aligned}\tag{10}$$

onde agora ΔX_i , ΔY_i e ΔZ_i são novas incógnitas. Isto significa que as incógnitas originais foram divididas em uma parte conhecida (representada pelos valores aproximados de X_{i0} , Y_{i0} e Z_{i0}) e uma parte desconhecida (representada por ΔX_i , ΔY_i e ΔZ_i).

A vantagem desse processo de separação é que a função $f(X_i, Y_i, Z_i)$ é reescrita por uma função equivalente $f(X_{i0} + \Delta X_i, Y_{i0} + \Delta Y_i, Z_{i0} + \Delta Z_i)$ os quais podem agora ser expandidos em uma série de Taylor com respeito ao ponto aproximado. Isso conduz a:

$$\begin{aligned}
f(X_i, Y_i, Z_i) &\equiv f(X_{i0} + \Delta X_i, Y_{i0} + \Delta Y_i, Z_{i0} + \Delta Z_i) \\
&\equiv f(X_{i0}, Y_{i0}, Z_{i0}) \frac{\partial f(X_{i0}, Y_{i0}, Z_{i0})}{\partial X_{i0}} \Delta X_i + \\
&+ \frac{\partial f(X_{i0}, Y_{i0}, Z_{i0})}{\partial Y_{i0}} \Delta Y_i + \frac{\partial f(X_{i0}, Y_{i0}, Z_{i0})}{\partial Z_{i0}} \Delta Z_i \dots
\end{aligned} \tag{11}$$

onde a expansão é truncada após o termo linear; por outro lado, as incógnitas ΔX_i , ΔY_i e ΔZ_i deveriam aparecer na forma não-linear. As derivadas parciais são obtidas da equação (10) por:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f(X_{i0}, Y_{i0}, Z_{i0})}{\partial X_{i0}} &= -\frac{X^j(t) - X_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \\
\frac{\partial f(X_{i0}, Y_{i0}, Z_{i0})}{\partial Y_{i0}} &= -\frac{Y^j(t) - Y_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \\
\frac{\partial f(X_{i0}, Y_{i0}, Z_{i0})}{\partial Z_{i0}} &= -\frac{Z^j(t) - Z_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)}
\end{aligned} \tag{12}$$

e são componentes do vetor unitário apontando para o satélite a partir de um local aproximado. A substituição das equações (9) e (12) na equação (11) fornecem:

$$\rho_i^j(t) = \rho_{i0}^j(t) - \frac{X^j(t) - X_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \Delta X_i - \frac{Y^j(t) - Y_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \Delta Y_i - \frac{Z^j(t) - Z_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \Delta Z_i \tag{13}$$

onde a equivalência de $f(X_i, Y_i, Z_i)$ com $\rho_i^j(t)$ foi usada. Essa equação é agora linear com respeito às incógnitas ΔX_i , ΔY_i e ΔZ_i .

3.2.3.1 Modelo linear para posicionamento pontual com código

O modelo é dado apenas na sua forma elementar e, assim, separadamente da geometria, apenas os relógios são modelados. A ionosfera, troposfera, e outros efeitos menores são negligenciados. De acordo com a equação (7), o modelo para posicionamento por ponto com o código é dado por:

$$R_i^j(t) + \delta^j(t) = \rho_i^j(t) + c\delta_i(t) \quad (14)$$

O qual pode ser linearizado substituindo-se a equação (13):

$$\begin{aligned} R_i^j(t) = & \rho_{i0}^j(t) - \frac{X^j(t) - X_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \Delta X_i - \frac{Y^j(t) - Y_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \Delta Y_i - \\ & - \frac{Z^j(t) - Z_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \Delta Z_i + c\delta_i(t) - c\delta^j(t) \end{aligned} \quad (15)$$

Deixando os termos que contém incógnitas do lado direito, a equação acima é reescrita como:

$$\begin{aligned} R_i^j(t) - \rho_{i0}^j(t) + c\delta^j(t) = & - \frac{X^j(t) - X_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \Delta X_i - \frac{Y^j(t) - Y_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \Delta Y_i - \\ & - \frac{Z^j(t) - Z_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \Delta Z_i + c\delta_i(t) \end{aligned} \quad (16)$$

onde o erro do relógio do satélite é dado como conhecido. Essa suposição faz sentido porque a correção do relógio do satélite pode ser recebida na mensagem de navegação. O modelo da equação (16) inclui (para a época t) quatro incógnitas, ΔX_i , ΔY_i , ΔZ_i , $\delta_i(t)$. Conseqüentemente, quatro satélites são necessários para resolver o problema. As seguintes notações:

$$\begin{aligned}
\ell^j &= R_i^j(t) - \rho_{i0}^j(t) + c\delta_i^j(t) \\
a_{X_i}^j &= -\frac{X^j(t) - X_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \\
a_{Y_i}^j &= -\frac{Y^j(t) - Y_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \\
a_{Z_i}^j &= -\frac{Z^j(t) - Z_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)}
\end{aligned} \tag{17}$$

ajudam a simplificar a representação do sistema de equações. Assumindo agora quatro satélites numerados de 1 a 4, temos:

$$\begin{aligned}
\ell^1 &= a_{X_i}^1 \Delta X_i + a_{Y_i}^1 \Delta Y_i + a_{Z_i}^1 \Delta Z_i + c\delta_i(t) \\
\ell^2 &= a_{X_i}^2 \Delta X_i + a_{Y_i}^2 \Delta Y_i + a_{Z_i}^2 \Delta Z_i + c\delta_i(t) \\
\ell^3 &= a_{X_i}^3 \Delta X_i + a_{Y_i}^3 \Delta Y_i + a_{Z_i}^3 \Delta Z_i + c\delta_i(t) \\
\ell^4 &= a_{X_i}^4 \Delta X_i + a_{Y_i}^4 \Delta Y_i + a_{Z_i}^4 \Delta Z_i + c\delta_i(t)
\end{aligned} \tag{18}$$

é o sistema de equações apropriado. Note que os sobrescritos são números relativos aos satélites, e não expoentes. Introduzindo:

$$A = \begin{bmatrix} a_{X_i}^1 & a_{Y_i}^1 & a_{Z_i}^1 & c \\ a_{X_i}^2 & a_{Y_i}^2 & a_{Z_i}^2 & c \\ a_{X_i}^3 & a_{Y_i}^3 & a_{Z_i}^3 & c \\ a_{X_i}^4 & a_{Y_i}^4 & a_{Z_i}^4 & c \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} \Delta X_i \\ \Delta Y_i \\ \Delta Z_i \\ \delta_i(t) \end{bmatrix} \quad \ell = \begin{bmatrix} \ell^1 \\ \ell^2 \\ \ell^3 \\ \ell^4 \end{bmatrix} \tag{19}$$

o conjunto de equações lineares pode ser escrito na forma matricial

$$\ell = Ax \tag{20}$$

Para este primeiro exemplo de um modelo GPS linearizado, a re-substituição do vetor ℓ e da matriz A usando a equação (17) é dada explicitamente para a uma época t :

$$\ell = \begin{bmatrix} R_i^1(t) - \rho_{i0}^1(t) + c\delta^1(t) \\ R_i^2(t) - \rho_{i0}^2(t) + c\delta^2(t) \\ R_i^3(t) - \rho_{i0}^3(t) + c\delta^3(t) \\ R_i^4(t) - \rho_{i0}^4(t) + c\delta^4(t) \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{X^1(t) - X_{i0}}{\rho_{i0}^1(t)} & -\frac{Y^1(t) - Y_{i0}}{\rho_{i0}^1(t)} & -\frac{Z^1(t) - Z_{i0}}{\rho_{i0}^1(t)} & c \\ -\frac{X^2(t) - X_{i0}}{\rho_{i0}^2(t)} & -\frac{Y^2(t) - Y_{i0}}{\rho_{i0}^2(t)} & -\frac{Z^2(t) - Z_{i0}}{\rho_{i0}^2(t)} & c \\ -\frac{X^3(t) - X_{i0}}{\rho_{i0}^3(t)} & -\frac{Y^3(t) - Y_{i0}}{\rho_{i0}^3(t)} & -\frac{Z^3(t) - Z_{i0}}{\rho_{i0}^3(t)} & c \\ -\frac{X^4(t) - X_{i0}}{\rho_{i0}^4(t)} & -\frac{Y^4(t) - Y_{i0}}{\rho_{i0}^4(t)} & -\frac{Z^4(t) - Z_{i0}}{\rho_{i0}^4(t)} & c \end{bmatrix} \quad (21)$$

Do sistema linear (equação 20), resultam as diferenças de coordenadas ΔX_i , ΔY_i , ΔZ_i , e o erro do relógio do receptor $\delta_i(t)$ para a época t . As coordenadas desejadas do ponto são finalmente obtidas pela equação (10).

É importante relembrar que a seleção de valores aproximados para as coordenadas foi completamente arbitrária; eles podem até mesmo serem atribuídos como zero (no entanto, isso pode requerer algumas iterações).

O posicionamento por ponto com código é aplicável para cada época separadamente. Dessa forma, este modelo pode também ser usado em aplicações cinemáticas.

3.2.4 Cálculo dos indicadores de precisão

A geometria dos satélites visíveis é um fator importante para atingir resultados de alta qualidade especialmente no posicionamento por ponto e no levantamento cinemático. A geometria muda ao longo do tempo devido à relativa movimentação dos satélites em seus planos orbitais. Uma medida da geometria é o indicador da Diluição da Precisão (DOP).

Primeiramente, o caso específico de quatro satélites é considerado. As equações de observação linearizadas para o modelo do posicionamento por ponto com o código são dadas pela equação (20), e a solução para as (quatro) incógnitas segue a relação inversa $x = A^{-1}\ell$. A matriz “*design*” A é dada pela equação (21):

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{X^1(t) - X_{i0}}{\rho_{i0}^1(t)} & -\frac{Y^1(t) - Y_{i0}}{\rho_{i0}^1(t)} & -\frac{Z^1(t) - Z_{i0}}{\rho_{i0}^1(t)} & c \\ -\frac{X^2(t) - X_{i0}}{\rho_{i0}^2(t)} & -\frac{Y^2(t) - Y_{i0}}{\rho_{i0}^2(t)} & -\frac{Z^2(t) - Z_{i0}}{\rho_{i0}^2(t)} & c \\ -\frac{X^3(t) - X_{i0}}{\rho_{i0}^3(t)} & -\frac{Y^3(t) - Y_{i0}}{\rho_{i0}^3(t)} & -\frac{Z^3(t) - Z_{i0}}{\rho_{i0}^3(t)} & c \\ -\frac{X^4(t) - X_{i0}}{\rho_{i0}^4(t)} & -\frac{Y^4(t) - Y_{i0}}{\rho_{i0}^4(t)} & -\frac{Z^4(t) - Z_{i0}}{\rho_{i0}^4(t)} & c \end{bmatrix} \quad (22)$$

onde os três primeiros elementos de cada linha são componentes dos vetores unitários ρ_j^i , $j=1,2,3,4$ apontando dos quatro satélites para o local de observação i . A solução falha se a matriz *design* for singular ou, da mesma forma, seu determinante for igual à zero. O determinante é igual ao produto escalar triplo apresentado abaixo.

$$((\ell_i^4 - \ell_i^1), (\ell_i^3 - \ell_i^1), (\ell_i^2 - \ell_i^1)) \quad (23)$$

o qual pode ser geometricamente interpretado como o volume de um corpo. Este corpo é formado pela intersecção dos pontos dos vetores antena receptora-satélite com a esfera unitária centrada no local de observação. Em linhas gerais, o valor correspondente do volume do corpo geométrico é diretamente proporcional ao DOP, pois quanto maior for o volume desse corpo, melhor será a geometria dos satélites, assim como uma boa geometria apresenta um valor pequeno para o DOP.

Uma representação do tetraedro formado por 4 satélites é apresentado na figura 5. O Ponto R, em verde, representa o ponto da antena do receptor, circundado pela esfera unitária. A intersecção entre as linhas que ligam o ponto R aos satélites S1, S2, S3 e S4 e a esfera unitária formam os vértices do tetraedro, que são os pontos P1, P2, P3 e P4, em vermelho. Os vetores unitários, que são definidos pelos elementos da matriz A, são representados pelos segmentos que ligam o ponto R a cada um dos vértices.

Figura 5 – Esfera unitária e tetraedro.

A configuração crítica é dada quando o corpo se degenera em um plano. Este é o caso quando os vetores unitários ρ_j^i formam um cone com o local de observação sendo o ápice. (WUNDERLICH, 1992⁴ *apud* HOFMANN-WELLENHOF et al, 1997; 2001), conforme figura a seguir:

Figura 6 – Configuração crítica de DOP.

Desta forma seria impossível calcular o volume do tetraedro. Esta afirmação que, possivelmente mal-interpretada, criou o conceito errôneo sobre a figura geométrica, conforme figura a seguir:

Figura 7 – Representação equivocada da figura geométrica. Fonte: Javad (1998)

⁴ WUNDERLICH, T. (1992). **Die gefährlichen Örtter der Pseudostreckenortung.** Habilitation thesis, Technical University Hannover.

Outra situação crítica ocorre quando os satélites estão alinhados, o que também impossibilita o cálculo do volume do tetraedro, conforme sugere a figura a seguir:

Figura 8 – Configuração crítica de DOP com satélites alinhados. Fonte: Langley (1999)

Na figura 8 é apresentada uma representação bi-dimensional do problema. Os satélites correspondem aos pontos em vermelho centralizados no local da antena do receptor e os círculos correspondem ao ângulo de elevação..

Mais genericamente, o DOP pode ser calculado pela inversa da matriz das equações normais da solução. A matriz cofatora Q_{XX} segue de

$$Q_{XX} = (A^T A)^{-1} \quad (24)$$

Nesse caso, a matriz peso deve ser assumida como uma matriz unitária. A matriz cofatora Q_{XX} é uma matriz 4x4 onde três componentes são contribuídos pela posição do local X , Y e Z e um componente pelo relógio do receptor. Denotando os elementos da matriz cofatora como

$$Q_{XX} = \begin{bmatrix} q_{XX} & q_{XY} & q_{XZ} & q_{Xt} \\ q_{XY} & q_{YY} & q_{YZ} & q_{Yt} \\ q_{XZ} & q_{YZ} & q_{ZZ} & q_{Zt} \\ q_{Xt} & q_{Yt} & q_{Zt} & q_{tt} \end{bmatrix} \quad (25)$$

os elementos da diagonal da matriz da equação (25) são usados como as seguintes definições de DOP:

$$\begin{aligned} GDOP &= \sqrt{q_{XX} + q_{YY} + q_{ZZ} + q_{tt}} && \text{DOP Geométrico} \\ PDOP &= \sqrt{q_{XX} + q_{YY} + q_{ZZ}} && \text{DOP da Posição} \\ TDOP &= \sqrt{q_{tt}} && \text{DOP do Tempo} \end{aligned} \quad (26)$$

Deve ser notado que a explanação prévia do DOP usando o corpo geométrico refere-se ao GDOP.

Essas definições merecem uma breve explanação com o intuito de evitar confusão. Frequentemente os elementos sob a raiz quadrada são apresentados como termos quadráticos. Isto depende da designação dos elementos da matriz cofatora. Aqui, os elementos da diagonal são denotados como q_{XX} , q_{YY} , q_{ZZ} e q_{tt} , assim não aparecerão sobrescritos nas definições de DOP. Se os elementos da diagonal são denotados como, por exemplo, q_X^2 , q_Y^2 , q_Z^2 e q_t^2 , então é claro que os sobrescritos também aparecerão nas definições de DOP. A regra geral usada aqui é a seguinte: no cálculo dos valores DOP, os elementos da matriz cofatora não são elevados ao quadrado (por exemplo, para o GDOP a raiz quadrada do traço deve ser calculada).

Os DOPs na equação (26) são expressos no sistema equatorial. Quando o sistema de coordenadas local topocêntrico com seus eixos sendo o norte local,

o leste, e a vertical do lugar, é usada a matriz cofatora local Q_{xx} deve ser transformada na matriz cofatora local Q_{xx} pela Lei de Propagação de Covariância. Denotando como Q_{xx} a parte da matriz cofatora que contém os componentes geométricos (desconsiderando os componentes relacionados ao tempo), a transformação fica:

$$Q_{xx} = R Q_{xx} R^T = \begin{bmatrix} q_{xx} & q_{xy} & q_{zh} \\ q_{xy} & q_{yy} & q_{yh} \\ q_{xh} & q_{yh} & q_{hh} \end{bmatrix} \quad (27)$$

onde a matriz de rotação $R = [n \ e \ u]^T$ contém os eixos do sistema de coordenadas locais.

Devido à invariância do traço da matriz com respeito à rotação, o valor do PDOP no sistema local é idêntico ao valor do sistema global. Em adição ao PDOP duas definições seguintes são dadas: HDOP, a diluição da precisão na posição horizontal, e o VDOP, denotando o correspondente valor para a componente vertical, a altitude:

$$HDOP = \sqrt{q_{xx} + q_{yy}} \quad (28)$$

$$VDOP = \sqrt{q_{hh}} \quad (29)$$

A discussão, no entanto, envolve apenas uma época no posicionamento por ponto. Quando no levantamento é uma ajuda conhecer o DOP para toda a sessão de observação. O procedimento é calcular os valores DOP a cada época baseado no período desejado. O incremento de tempo entre épocas pode ser definido de acordo com os propósitos específicos do planejamento. Não é necessário o uso de dados de medições para calcular os valores DOP, a posição dos satélites pode ser calculada pelos dados de um almanaque ou de um arquivo

de órbita apropriado. Note que o cálculo do DOP não é restrito ao posicionamento por ponto, mas também pode ser aplicado para o posicionamento relativo. Iniciando com a matriz *design* para uma determinação de um vetor linha-base, a matriz cofatora pode ser calculada. Esses valores DOP podem ser considerados como valores DOP relativos.

O DOP tem dois propósitos. Primeiramente, ele é útil no planejamento de um levantamento, e segundo, ele pode ajudar na interpretação dos vetores linhas-base processadas. Por exemplo, dados com DOP pobre poderiam possivelmente ser omitidos.

3.3 Componentes da diluição

Finalmente, a correlação do DOP com a precisão do posicionamento é considerada. Denotando a precisão do posicionamento por σ (ou seja, o desvio-padrão), a precisão do posicionamento segue o produto do DOP e a precisão das medições. Aplicado as definições específicas do DOP,

$GDOP\sigma$ Precisão geométrica na posição 3D e no tempo

$PDOP\sigma$ Precisão na posição 3D

$TDOP\sigma$ Precisão no tempo

$HDOP\sigma$ Precisão na posição horizontal

$VDOP\sigma$ Precisão na direção vertical

é obtida (WELLS et al, 1987). A lista de definições do DOP não é restrita aos aqui apresentados. O significado das outras definições DOP podem ser derivadas a partir de um acrônimo associado.

Seeber (1993) e Leick (1995) ainda apresentam um indicador de precisão desenvolvido por Goad (1988) que se baseia no posicionamento relativo, o RDOP (*Relative Dilution of Precision*):

$$RDOP = \sqrt{\text{tr}(A^T \Sigma^{-1} A)^{-1} / \sigma_{\Phi}^2} \quad (28)$$

onde $\text{tr}(A^T \Sigma^{-1} A)^{-1}$ é a matriz covariância e σ_{Φ}^2 é a incerteza da medição da dupla diferença. No entanto, as novas edições de Seeber (2003) e Leick (2004) não citam o cálculo desse indicador. Seeber (2008) informa que, de fato, o aumento do número de satélites disponíveis reduziu os estudos sobre o tema fazendo com que novas versões apresentem apenas os conceitos básicos de DOP (informação verbal)⁶.

⁵ Segundo Coelho e Lourenço (2005), o traço de uma matriz é a soma dos elementos de sua diagonal principal, desde que seja uma matriz quadrada.

⁶ Informação fornecida por Seeber no II Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação - Recife - PE em 2008.

Capítulo 4

MÉTODO

4.1 Testes

O presente capítulo descreve o método a ser utilizado para atingir os objetivos desta pesquisa. Sendo utilizados os conceitos de Diluição da Precisão como ferramenta de análise quanto à influência da geometria no resultados de levantamentos GPS. Será dividido em três partes:

- ➡ Etapa 1 – Questões básicas sobre a geometria satélites/antena receptora;
- ➡ Etapa 2 – Testes práticos, utilizando dados de levantamentos;
- ➡ Etapa 3 – Testes específicos.

4.1.1 Etapa 1 – Questões básicas sobre a geometria satélites/antena receptora

Nesta primeira etapa são investigadas questões relativas à geometria que envolve o problema. A intenção é verificar a veracidade de alguns conceitos:

- a. Comparar os valores obtidos para os indicadores utilizando o cálculo analítico e o cálculo geométrico, para verificar a veracidade da informação que pondera que o valor do PDOP corresponde ao inverso do volume do tetraedro formado por 4 satélites;*
- b. Verificar se existe limite para os valores de GDOP. Qual é o valor mínimo que se pode atingir. Buscar explicação para o valor máximo de 6 para considerar o horário adequado para o trabalho;*
- c. Se a situação ideal de GDOP foi constituída a partir de 4 satélites, verificar se diferentes combinações ao invés de adotar todos possíveis é a melhor alternativa.*

4.1.2 Etapa 2 – Testes práticos, utilizando dados de levantamentos

Nesta etapa foram usados dados reais de levantamentos para estudo e análise de simulação de situações reais encontradas em levantamento de campo, baseado nas informações de usuários.

- a. Comparar os valores de DOP estimados no planejamento da missão e os reais obtidos no levantamento e ainda com DOP de processamento com efemérides precisas;*
- b. Analisar como o GDOP se comporta aumentando-se a linha-base e considerando que o GDOP resultante considera apenas os satélites usados no processamento.*

4.1.3 Etapa 3 – Testes específicos

Esta última etapa teve por objetivo verificar as formas que podem levar à melhores ferramentas ou melhores usos dos indicadores.

- a. Realizar o estudo proposto por Menzori (2005) sobre a geometria orbital;*
- b. Verificar a eficácia do indicador RDOP (Relative Dilution of Precision);*
- c. Análise de picos (considerado quando o valor calculado do GDOP apresenta um resultado acima de 4) e sua influência nos resultados.*

O intuito de obter essas informações foi verificar se o cálculo do indicador GDOP e a realização do levantamento baseado nesta informação garante uma boa solução.

4.2 Procedimentos

Considerando o montante de dados necessário para a pesquisa e a praticidade oferecida, foi definido o uso de estações da RBMC (Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo). A recente disponibilidade de novas estações instaladas nos últimos anos permitiu que os comprimentos de linha-base necessários para o estudo fossem adequados. Mais detalhes a seguir.

4.2.1 Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC)

Para se realizar o posicionamento relativo dentro do território nacional, o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) teve a iniciativa de criar a Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo a qual é gerenciada pelo próprio IBGE. Esta rede está constituída por 55 estações GNSS (em junho de 2008) distribuídas no território brasileiro, as quais rastreiam e coletam dados continuamente 24 horas por dia.

As estações estão localizadas conforme figura a seguir:

Figura 9 – Estações de Referência da RBMC. Fonte: IBGE (2008)⁷

⁷ Estações **MTSF** (São Félix do Araguaia/MT), **PBCG** (Campina Grande/PB), **RJCG** (Campos dos Goytacazes/RJ), **ROJI** (Ji-Paraná/RO), **SCLA** (Lajes/SC), **TOGU** (Gurupi/TO): dados disponíveis para *download* a partir de 25/04/2008. Fonte: IBGE (2008). Estação da RBMC **SCAR** (São Carlos) em estudo pela Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo.

O conjunto de estações da RBMC proporciona um arcabouço a ser utilizado como referencial para rastreamentos diferenciais e geração de redes secundárias mais densificadas em todo território nacional. Redes municipais também serão incentivadas, com vistas ao estabelecimento de um procedimento que ajude na onerosa tarefa de atualização de bases cadastrais.

Os dados gerados pelos receptores da rede são automaticamente transformados do formato proprietário desenvolvido pelos seus respectivos fabricantes para o formato RINEX (*Receiver Independent Exchange Format*), podendo, desta forma, serem importados para qualquer programa de processamento de dados GNSS. O padrão adotado pelo IBGE é a geração de arquivos com duração de 24h com taxa de coleta de 15s.

As estações utilizadas nesta pesquisa seguiram os critérios definidos para os testes de forma a atendê-los. A localização baseou-se na distância a partir de uma estação selecionada para figurar como móvel. Devido à maior concentração de bases na região que compreende a divisa entre os estados de São Paulo, Minas Gerais e Rio de Janeiro, a origem foi adotada nesta região. Devido à grande proximidade de duas estações, principalmente por se tratar de duas bases da mesma instituição, e na tentativa de formar a maior linha-base possível a partir de uma delas, optou-se por utilizar dados das seguintes estações, na ordem em que foram utilizadas:

Tabela 1 – Estações da RBMC utilizadas na pesquisa (SIRGAS2000)

Estação	Descrição	Latitude	Longitude	Alt. Elips.	Alt. Orto.	Início atividades
ONRJ	Observatório Nacional - Rio de Janeiro – RJ	22°53'44,5220"	43°13'27,5937"	35,64	41,70	31/03/2007
RIOD	Rio de Janeiro - RJ	22°49'04,2399"	43°18'22,5958"	8,63	14,68	21/07/2001
CHPI	Cachoeira Paulista – MG	22°41'13,7266"	44°59'06,5699"	617,41	620,77	23/03/2005
UBAT	Ubatuba – SP	23°30'00,6375"	45°07'08,0467"	6,07	10,13	21/08/1999
VARG	Varginha – MG	21°32'33,6645"	45°26'05,5518"	958,65	962,52	08/04/2001
MGIN	Inconfidentes – MG	22°19'06,8233"	46°19'40,8866"	883,72	886,94	10/10/2007
POLI	Escola Politécnica da USP – São Paulo – SP	23°33'20,3323"	46°43'49,1232"	730,62	733,66	12/12/2006
PPTE	Presidente Prudente – SP	22°07'11,6571"	51°24'30,7225"	431,05	436,53	11/12/2005
MSCG	Campo Grande – MS	20°26'27,2426"	54°32'26,5293"	676,51	675,04	29/10/2007
CUIB	Cuiabá – MT	15°33'18,9468"	56°04'11,5196"	237,44	236,32	18/06/2007
ROGM	Guajará-Mirim – RO	10°47'03,2755"	65°19'50,1872"	157,78	136,35	19/10/2007
POVE	Porto Velho – RO	08°42'33,6117"	63°53'46,7512"	119,59	108,62	27/03/2007
RIOB	Rio Branco – AC	09°57'55,6526"	67°48'10,1219"	172,62	148,82	21/03/2007
CRUZ	Cruzeiro do Sul – AC	07°36'40,1856"	72°40'19,5966"	236,03	213,50	22/03/2007

Fonte: IBGE (2008)

A Figura 10 apresenta a distribuição das estações selecionadas:

Figura 10 – Estações da RBMC selecionadas. Adaptado de IBGE (2008)

Algumas destas estações foram recentemente instaladas, portanto a disponibilidade de dados para testes também era reduzida, até porque algumas estações demoram certo tempo para que o conjunto de ações esteja estabilizado e totalmente operacional, com maior garantia de que haverá dados disponíveis para aquela estação e que eles estejam completos, durando o dia todo.

4.2.2 Programas utilizados

Para o processamento e análise dos dados foi utilizado o programa Leica Geo Office versão 5.0. Dentro do programa existe um aplicativo chamado *Satellite Availability* usado para planejamento de missões, que é gratuito. Para extrair a informação do RDOP foi utilizado o programa *Occupation Planning*, também usado no planejamento de missões, disponível para *download* gratuito pela *internet* no *website* do fabricante Javad (www.javad.com). Um terceiro

programa de planejamento de missões foi utilizado para conferência. Também gratuito, o programa Planejamento da Trimble apresentou o mesmo resultado do programa da Leica Geosystems. No entanto, o programa da Javad apresentou resultados distintos dos demais, mesmo tentando com diferentes formatos de almanaque suportados. Em contato com o suporte técnico do fabricante, seu uso foi desaconselhado por ser um programa antigo, sendo, portanto, abandonada a utilização desse *software*.

Capítulo 5

RESULTADOS

5.1 Resultados obtidos para os testes

Os processamentos e análises sugeridos no capítulo anterior apresentaram os resultados a seguir. Para a maioria dos casos, como os valores apresentados são similares, optou-se por apresentar apenas os resultados para GDOP e PDOP, deixando mais limpa a visualização.

5.1.1 Etapa 1 – Questões básicas sobre a geometria satélites/antena receptora

- 1.a. *Comparar os valores obtidos para os indicadores utilizando o cálculo analítico e o cálculo geométrico, para verificar a veracidade da informação que pondera que o valor do PDOP corresponde ao inverso do volume do tetraedro formado por 4 satélites.*

Primeiramente é necessário afirmar que a condição geométrica só pode ser relacionada ao GDOP, segundo Hofmann-Wellenhof et al. (2001). Realmente, o conceito de DOP geométrico nasceu interpretação das componentes da matriz *design* A (equação 22) utilizada no cálculo do GDOP, apresentada no item 3.2.4. Portanto, a obtenção do valor de DOP geométrico consiste no cálculo do volume do tetraedro apresentado na figura 5.

Krauter (1999) realizou esse teste comparando os valores de PDOP obtidos pelo cálculo analítico e pelo geométrico, considerando um satélite no zênite e outros três espaçados em azimute a cada 120° e em diferentes ângulos de elevação α . O resultado pode ser visto na tabela a seguir:

Tabela 2 – Comparação entre valor de PDOP obtido pelos cálculos analítico e geométrico.

Ângulo de elevação (α)	PDOP geométrico	PDOP analítico
0	0,3849	1,5275
5	0,4249	1,5236
10	0,4803	1,5139
15	0,5566	1,5039
20	0,6625	1,5001
25	0,8116	1,5081
30	1,0264	1,5327
35	1,3452	1,5781
40	1,8362	1,6488
45	2,6283	1,7512
60	11,4920	2,3751
75	168,6300	4,4908

Fonte: Krauter (1999)

A afirmação de que o valor de PDOP é igual ao inverso do volume do tetraedro, de fato, não é verdadeira. A idéia nasceu do fato de que o valor do PDOP será melhor quanto mais distribuído estiverem os satélites. Realmente, nesses casos, o volume da figura geométrica deverá aumentar, mas não significa que o valor do volume terá similaridade com o valor do PDOP ou GDOP. Milliken e Zoller (1978) sugerem que o valor do GDOP seria altamente correlacionado como o volume do tetraedro. Assim, a forma correta de representação da igualdade seria:

$$GDOP \propto 1/V^8$$

Krauter (1999) realiza os cálculos considerando o PDOP, quando na verdade a comparação deveria ser válida para o cálculo do GDOP, conforme sugerido por Milliken e Zoller (1978). Outra informação importante refere-se ao valor mínimo obtido para o PDOP, que ocorreu quando os satélites encontravam-se em ângulo de elevação de 20°, o que não corresponde necessariamente à situação de volume máximo.

Hsu (1994) realizou um estudo para verificar a real relação entre os diversos DOPs e o tetraedro. Em seu trabalho, apresenta a conclusão de que não é possível estabelecer uma relação direta com o inverso do volume, em especial para o HDOP, e que este se distingue dos demais DOPs. Não é difícil perceber esta situação analisando-se gráficos de DOP gerados por programas de planejamento de missões, como os apresentados nas figuras a seguir:

⁸ O símbolo $\propto$ significa proporcionalidade.

(a) Gráfico de DOP 24h

(b) Vista aproximada do gráfico

(c) Vista aproximada do gráfico

Figura 11 – Comportamento do HDOP com relação aos demais DOPs para a cidade de Munique – Alemanha

Fonte: Programa Planeamento (Trimble)

(a) Gráfico de DOP 24h

(b) Vista aproximada do gráfico

(c) Vista aproximada do gráfico

Figura 12 – Comportamento do HDOP com relação aos demais DOPs para a cidade de Nova Iorque – EUA

Fonte: Programa Planejamento (Trimble)

(a) Gráfico de DOP 24h

(b) Vista aproximada do gráfico

(c) Vista aproximada do gráfico

Figura 13 – Comportamento do HDOP com relação aos demais DOPs para a cidade de Tóquio – Japão

Fonte: Programa Planeamento (Trimble)

Nas figuras 11, 12 e 13, em (a) são vistos gráficos de DOP com duração de 24h para três locais distintos. Nos detalhes (b) e (c) fica mais clara a visualização da informação sugerida por Hsu (1994) de que o HDOP difere-se dos demais DOPs.

Partindo-se da comparação entre HDOP e VDOP, percebe-se pelos gráficos que existe uma tendência de que a degradação vertical seja maior, pois, como sugeriu Krauter (1999), nesse caso ter-se-ia uma situação “não simétrica”. Esta situação acontece, pois na análise horizontal, é possível encontrar satélites de todos os lados. Já na análise vertical, apenas os satélites acima do horizonte podem ser rastreados, tornando a situação mais pobre geometricamente e fazendo com que a determinação da altura seja menos precisa. No cálculo final do PDOP e do GDOP, é de se esperar que sigam uma tendência do gráfico do VDOP, pois a contribuição do HDOP seria menor.

Figura 14 – Comparação geometria horizontal e vertical.

Se os sinais emitidos pelos satélites pudessem atravessar a superfície terrestre, poder-se-ia obter coordenadas verticais com a mesma precisão das coordenadas horizontais.

A disparidade entre HDOP e VDOP aumenta conforme latitude cresce, pois a disponibilidade diminui devido à inclinação das órbitas dos satélites, chegando até as regiões chamadas de vazios polares (SANTERRE, 1991). Esta situação pode ser claramente vista com a utilização de recursos disponíveis em programas de planejamento como o *Skyplot*, que é uma representação 2D do deslocamento dos satélites com relação à localização aproximada da antena do receptor baseada em valores de ângulo de elevação e azimuth.

A figura a seguir apresenta um exemplo de *skyplot* para uma latitude de aproximadamente -45° , deixando clara a existência do vazio polar.

Figura 15 – *Skyplot* e vazio polar.
Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

1.b. Verificar se existe limite para os valores de GDOP. Qual é o valor mínimo que se pode atingir. Buscar explicação para o valor máximo de 6 para considerar o horário adequado para o trabalho.

Yalargadda et al. (1997) demonstra matematicamente que para quatro satélites, sempre $GDOP \geq \sqrt{2}$ e informa que para uma quantidade maior de satélites, esse valor deva cair. Já Langley (1999) considera o caso geométrico e afirma que o tetraedro com máximo volume é aquele em que um satélite está no zênite e os demais três estão abaixo do horizonte, com um ângulo de elevação de $-19,47^\circ$, igualmente espaçados em azimuth, conforme figura a seguir:

Figura 16 – Situação com tetraedro de máximo volume possível. Fonte: Langley (1999)

Para esse caso, o GDOP atingiria o valor de 1,581. No entanto, afirma que, obviamente, não seria possível rastrear os satélites abaixo do horizonte. Considerando, então, os três satélites exatamente no horizonte, o valor do GDOP seria 1,732.

Considerando a questão geométrica, sabe-se que o volume do tetraedro é $\frac{1}{6}$ do volume do paralelepípedo formado por suas arestas. Se o máximo volume do paralelepípedo é atingido quando ele forma um cubo, uma vez que as arestas são formadas pela esfera unitária, seu volume então seria base x altura x profundidade, resultando num valor igual a 1. O volume do tetraedro nesse caso então seria $\frac{1}{6}$. Baseado na consideração que o PDOP é o inverso do volume, o PDOP dessa situação seria exatamente 6. Isso é apenas uma suposição para esse valor cabalístico. Sabe-se que o PDOP não é exatamente o inverso do valor do volume e é óbvio que o valor de 6 não pode ser considerado melhor do que 1.

Com a experiência observada em campo e o contato com diversos profissionais da área, nota-se que a comunidade usuária tem considerado adequado um GDOP com valor inferior a 4 devido à grande quantidade de satélites disponíveis.

Person (2008), sugere a seguinte tabela para classificar valores de PDOP:

Tabela 3 – Interpretação de Person (2008) para classificar valores DOP.

DOP	Categoria	Descrição
1	Ideal	Este é o maior nível possível de confiança a ser usado para aplicações que demandam sempre a maior precisão possível.
2-3	Excelente	Neste nível, as medições de posição são consideradas suficientemente precisas
4-6	Bom	Representa um nível mínimo adequado. Medições de posição podem ser usadas para fazer rotas de navegação confiáveis.
7-8	Moderado	Medições de posição podem ser usadas para cálculos, mas a qualidade fixa pode ainda ser melhorada. Uma visão mais aberta do céu é recomendada.
9-20	Restrito	Representa um nível de confiança baixo. Medições devem ser descartadas ou utilizadas apenas para estimar posição.
21-50	Pobre	Neste nível, medição são imprecisas por pelo menos mais de um campo de futebol e devem ser descartadas.

1.c. Se a situação ideal de GDOP foi constituída a partir de 4 satélites, verificar se diferentes combinações ao invés de adotar todos possíveis é a melhor alternativa.

Yalargadda et al. (1997) chama essa situação de “busca exaustiva”, pois nenhum programa de processamento de dados considera essa situação, que deve ser feita manualmente. O autor apresenta uma comparação entre um programa desenvolvido para esse fim com os resultados da busca manual. O programa ainda desempenha a busca por um GDOP ótimo, ou seja, o menor possível, e a busca resulta em um conjunto de 5 satélites.

É importante ressaltar que a busca por um GDOP ótimo encontra uma situação de degradação mínima em função da geometria, e não o caso onde haverá a melhor precisão, pois se a precisão não for boa, degradá-la pouco ainda pode oferecer um resultado pior do que um resultado de altíssima precisão, com alguma degradação geométrica.

Outro autor que desenvolveu uma técnica para busca de otimização de DOP, encontra-se no trabalho de Maki (1994), mas também não apresentou a relação entre esses melhores valores de DOP com melhores resultados de precisão.

Embora se possa encontrar melhores valores de DOP com 4 ou 5 satélites, imagina-se que quanto mais satélites disponíveis, menor o número de resultados possíveis. Voltando ao exemplo do capítulo 3, pode-se analogamente mostrar as figuras a seguir:

Figura 17 – Gama de soluções possíveis utilizando-se três fontes emissoras.

Adaptado de Person (2008)

Figura 18 – Gama de soluções possíveis utilizando diversas fontes emissoras.

Adaptado de Person (2008)

É notório que o número de soluções possíveis no segundo caso é muito menor, conseqüentemente a precisão tende a ser menos degradada. Portanto, o uso de quatro satélites pode oferecer um valor de GDOP ótimo mas não necessariamente corresponderá a um resultado melhor precisão.

5.1.2 Etapa 2 – Testes práticos, utilizando dados de levantamentos

2.a. Comparar os valores de DOP estimados no planejamento da missão e os reais obtidos no levantamento e ainda com DOP de processamento com efemérides precisas.

Como descrito anteriormente, um dos fatores que influenciam na não adoção do GDOP como ferramenta de planejamento refere-se ao fato das substanciais diferenças encontradas entre os valores obtidos na etapa de planejamento e os valores reais obtidos em campo. Sabe-se que os programas de planejamento não realizam uma análise conjunta que considerem a localização dos pontos base e móvel para o cálculo do GDOP e, obviamente, nos resultado final o cálculo é feito apenas com os satélites coincidentes entre base e móvel utilizados no processamento. No entanto, mesmo comparando-se apenas os gráficos do planejamento com os gráficos dos valores de campo (antes de qualquer processamento) existe uma diferença considerável.

Os gráficos a seguir apresentam uma análise visual comparando esses três gráficos gerados nas diferentes etapas: planejamento e levantamento (posicionamento absoluto), e ainda compara com gráficos gerados utilizando-se efemérides precisas.

É importante alertar que, para uma melhor visualização das mudanças que ocorrem com os valores de DOP ao longo do tempo, os gráficos são apresentados com diferentes escalas.

Nos gráficos de todos os testes a seguir, o GDOP será representado pela linha vermelha e o PDOP pela linha azul.

Os dados são do dia 13/03/2008.

Figura 19 – Gráficos comparativos para a estação ONRJ

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 20 – Gráficos comparativos para a estação RIOD

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 21 – Gráficos comparativos para a estação CHPI

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 22 – Gráficos comparativos para a estação UBAT

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 23 – Gráficos comparativos para a estação VARG

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 24 – Gráficos comparativos para a estação MGIN

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 25 – Gráficos comparativos para a estação POLI

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 26 – Gráficos comparativos para a estação PPTE

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 27 – Gráficos comparativos para a estação MSCG

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 28 – Gráficos comparativos para a estação CUIB

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 29 – Gráficos comparativos para a estação ROGM

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 30 – Gráficos comparativos para a estação POVE

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 31 – Gráficos comparativos para a estação RIOB

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 32 – Gráficos comparativos para a estação CRUZ

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Por meio de uma análise visual é possível verificar que os gráficos apresentados na comparação entre os valores de GDOP estimados e os oriundos do levantamento apresentaram uma diferença substancial. No entanto é necessário considerar ainda que, com um ângulo de corte de 0° o programa de planejamento construa os gráficos considerando uma situação ideal. Porém, sabe-se que, apesar de serem bases de monitoramento contínuo, algumas obstruções podem existir e, além disso, numa situação real, mesmo se o receptor já estiver “vendo” o satélite que acabou de entrar no horizonte da antena, pode levar certo tempo para o rastreamento começar a ser devidamente realizado.

Dessa forma, novos gráficos foram gerados com ângulos de corte de 0° , 5° , 10° e 20° . Todas as estações apresentaram resultados similares, portanto serão apresentados aqui apenas os gráficos da uma estação, no caso, a POLI.

Figura 33 – Gráficos comparativos para a estação POLI com ângulo de corte de 0°

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 34 – Gráficos comparativos para a estação POLI com ângulo de corte de 5°

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 35 – Gráficos comparativos para a estação POLI com ângulo de corte de 10°

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 36 – Gráficos comparativos para a estação POLI com ângulo de corte de 20°

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Com a análise visual desses gráficos é possível notar que, exceto o caso com ângulo de corte de 0°, a coincidência entre os gráficos é bastante grande, ou seja, é possível confiar nos dados de planejamento quando corretamente interpretados. Nos locais onde houve diferença, ocorreu uma situação em que o sinal de determinado satélite não foi usado, pois podem ter havido fatores que causaram obstrução do sinal.

Uma forma de evitar este tipo de diferença nos levantamentos de campo é a geração de mapas de obstrução, disponíveis nos programas de planejamento. Maiores detalhes podem ser encontrados em Bueno (2006).

A figura a seguir apresenta um exemplo de mapa de obstruções:

Figura 37 – Mapa de obstruções.
Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

2.b. Analisar como o GDOP se comporta aumentando-se a linha-base considerando que o GDOP resultante considera apenas os satélites usados no processamento.

Tomando a estação ONRJ como objeto de estudo, outras estações podem ser usadas para formar linhas-base e verificar as diferenças da geometria entre as estações à medida que são escolhidos pontos que se afastam dela.

Para que a análise fizesse sentido, a estação ONRJ foi definida como se fosse um ponto a ser determinado, ou seja, seus dados no processamento foram adotados como um receptor móvel, embora se trate de uma estação de monitoramento contínuo. As demais bases foram consideradas referência a cada uma das linhas-base geradas.

As estações utilizadas e as respectivas distâncias com relação à base ONRJ são apresentadas a seguir:

Tabela 4 – Distância aproximada entre cada uma das bases com relação à estação ONRJ

Estação	linha-base (km)
RIOD	12
CHPI	182
UBAT	205
VARG	272
MGIN	325
POLI	366
PPTE	846
MSCG	1200
CUIB	1570
ROGM	2684
POVE	2687
RIOB	2954
CRUZ	3528

A análise visual dos gráficos apresenta a variação do GDOP por um período de 24h para as estações comparando os valores reais (informações

tiradas do levantamento) antes e depois dos processamentos. As diferenças encontradas representam um recálculo do GDOP utilizando apenas os satélites simultaneamente rastreados entre as bases e utilizados no processamento.

Figura 38 – Gráficos para o vetor RIOD - ONRJ

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Vetor CHPI – ONRJ (182 km)

(a) DOP Base pré-processamento

(b) DOP Móvel pré-processamento

(c) DOP Base pós-processamento

(d) DOP Móvel pós-processamento

Figura 39 – Gráficos para o vetor CHPI - ONRJ

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 40 – Gráficos para o vetor UBAT - ONRJ

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Vetor VARG – ONRJ (272 km)

Figura 41 – Gráficos para o vetor VARG - ONRJ

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 42 – Gráficos para o vetor MGIN - ONRJ

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Vetor POLI – ONRJ (366 km)

Figura 43 – Gráficos para o vetor POLI - ONRJ

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 44 – Gráficos para o vetor PPTE - ONRJ

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 45 – Gráficos para o vetor MSCG - ONRJ

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 46 – Gráficos para o vetor CUIB - ONRJ

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 47 – Gráficos para o vetor ROGM - ONRJ

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 48 – Gráficos para o vetor POVE - ONRJ

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 49 – Gráficos para o vetor RIOB - ONRJ

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 50 – Gráficos para o vetor CRUZ - ONRJ

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

A primeira constatação que pode ser feita, por meio de uma análise visual, é a relação que existe entre os gráficos gerados após o processamento. Mesmo para as estações mais distantes o resultado é bastante similar.

Outra tendência que ocorre em alguns casos é aquela em que o pior valor de DOP para uma das bases é o que permanece no final para ambas. Apenas em um caso, na Figura 38, para a linha-base RIOD-ONRJ, aparece uma situação em que um pico (aproximadamente 6) não aparece no resultado final.

O mais importante é salientar aqui um dos motivos pelo qual as técnicas atuais de planejamento de missões são mal interpretadas. Por não considerar o posicionamento relativo, o gráfico com valores estimados acaba sendo diferente do resultado real. E mostra que, mesmo com a constelação completa, no posicionamento relativo não são raras as ocasiões em que os valores de DOP atingem picos. Basta verificar a escala dos gráficos, que para o caso pós-processado, em geral chega ao valor 10.

5.1.3 Etapa 3 – Testes específicos

3.a. Realizar o estudo proposto por Menzori (2005) sobre a geometria orbital.

O trabalho desenvolvido por Menzori (2005) apresenta uma questão que reflete a influência da geometria nos resultados das determinações, e a

conseqüente dificuldade em se atribuir a qualidade do levantamento com os indicadores DOP. No trabalho citado, é apresentada a diferença de resultados do processamento de um mesmo ponto, porém em horários diferentes. A partir do mesmo conjunto de dados, mesmos parâmetros de configuração de programa, modelos troposférico e ionosférico também iguais, leva a crer que a geometria orbital teve participação importante na diferença encontrada para as soluções obtidas. Interpretando-se os resultados, verifica-se que o GDOP não é uma condição determinante para um bom posicionamento. Dessa forma, Menzori (2005) conclui que se assume um risco em iniciar o trabalho de campo para fazer observações e coletar dados, com base exclusivamente no módulo de planejamento de missão, pois dessa forma, não se pode garantir o sucesso da medição.

Como o cálculo apresentado pelo GDOP tem como princípio sua correspondência com o volume de uma figura geométrica, o tetraedro formado pelos vetores unitários partindo do ponto de medição (antena do receptor) para cada um dos satélites, Menzori (2005) sugere outra forma de obter uma indicação geometricamente. Como duas etapas seguidas de levantamento podem gerar um resultado fixo e outro não para valores similares de DOP, Menzori (2005) supõe que possivelmente com as movimentações ocorridas na constelação, a figura geométrica não tenha sofrido alterações suficientes para detectar problemas. A sugestão seria usar apenas uma imagem com a localização dos satélites sobre a área de trabalho, sem considerar o local da antenna do receptor como parte da figura, mas apenas como ponto de referência. A Figura 51 ilustra a idéia.

Figura 51 – Estudo da geometria orbital. Fonte: Menzori (2005)

A proposta sugerida por Menzori (2005) é de fato interessante, no entanto ela destaca que seu diferencial pode estar no fato de que, com uma figura plana, considera apenas os satélites e não a antena receptora, e que a área da figura formada com vértices nos satélites provavelmente tenha mudado muito mais do que a figura usual, o tetraedro. No entanto essa idéia nasce do conceito errôneo de que a antena receptora é um vértice do tetraedro, quando na verdade os vértices seriam apenas resultantes da coincidência entre os vetores formados pelas antenas receptoras e os satélites com a esfera unitária, conforme descrito no item 3.2.4. Realmente, se a figura do tetraedro fosse uma pirâmide invertida com vértices na antena do receptor e nos satélites, o volume deveria ser grande demais para sofrer alguma alteração substancial com a movimentação dos satélites no período de 1 hora. Na Figura 51 é possível notar claramente a alteração sofrida pela figura geométrica sugerida.

Outro problema está relacionado ao uso da figura plana, afinal, a situação apresentada seria similar apenas ao HDOP, por não considerar a componente vertical e conseqüentemente o VDOP. Foi mostrado no item 5.1.1

que existe uma tendência para que o VDOP tenha maior contribuição no valor final de GDOP e PDOP, portanto, estaria sendo ignorada a informação mais representativa da degradação. No caso bi-dimensional, Parkinson e Spilker (1996) sugerem analisar o azimuth dos satélites, pois a figura com maior valor de área, e consequentemente menor valor de DOP, seria exatamente aquela em que os satélites estivessem igualmente espaçados em azimuth. Analogamente à análise do tetraedro que é gerado no lugar geométrico de uma esfera unitária, esta figura deveria ser gerada em um círculo unitário.

A Figura 52 apresenta uma comparação com os gráficos da Figura 51, sobrepostos pelas figuras que seriam geradas caso fossem considerados os vértices no círculo unitário, obviamente, fora de escala. O intuito é apenas comparar a variação entre as figuras para cada horário, onde é perceptível a alteração na figura sugerida é maior que na figura do círculo unitário.

Figura 52 – Comparação com a figura no círculo unitário. Adaptado de Menzori (2005)

Nota-se que Menzori (2005) não define um padrão para seleção da ordem em que os vértices seriam selecionados, apresentando diferença nos satélites SV24 e SV17 no gráfico da solução *float*.

Este estudo busca uma relação dos padrões atuais de indicação da precisão com o resultado da solução da ambigüidade, e este não é o propósito dos diversos DOPs. Como foi mostrado no item 3.2, os indicadores DOP são baseados na observação da pseudodistância pelo código, não tendo qualquer vínculo com a observação da fase da portadora.

3.b. Verificação da eficácia do indicador RDOP (Relative Dilution of Precision);

Conforme apresentado no capítulo 3, o RDOP foi desenvolvido por Goad (1988,1989) para ser uma grandeza similar aos já difundidos DOPs. Foi criado para tentar suprir a falta de um indicador de precisão para o posicionamento relativo e conseqüentemente tentar detectar os melhores horários não apenas referentes para a precisão, mas também para a solução das ambigüidades. No trabalho de Goad (1988) foi realizado um teste para verificar os valores aceitáveis de RDOP, ou seja, os limites para adoção de um bom horário de levantamento. É sugerido que valores menores que 0,1 m/ciclo são adequados para obter resultados com qualidade, ou seja, solução fixa. É informado que os menores valores são atingidos quando se encontram disponíveis 5 satélites. Vale ressaltar que nessa época, a constelação GPS era composta apenas de 9 satélites (USNO, 2008), e o planejamento de missões, em geral, não buscava encontrar os melhores horários para o levantamento, mas era a única alternativa para se encontrar janelas de quatro satélites. Bons resultados com 4 satélites foram

atingidos com pelo menos o valor de 0,4 m/ciclo. Outra comparação feita foi com relação à duração da sessão, e conclui que dados com bons valores de RDOP obtiveram resultado fixo com no máximo 5 minutos de coleta.

Com relação ao tempo de coleta ideal, outro trabalho interessante que aborda o assunto é apresentado em Yang e Brock (2000). Para representar o RDOP com relação ao período do dia e considerando a duração da sessão foi desenvolvido um programa que gera um gráfico tridimensional como se fosse uma superfície. Por esse motivo foi batizado de *RDOP Surface*. Lembrando que o PDOP não considera a duração da sessão por ser um valor correspondente a uma situação instantânea. Um exemplo é apresentado na figura a seguir.

Figura 53 – RDOP Surface. Fonte: Yang e Brock (2000)

A geração desta superfície envolve uma série de modelos complexos, desenvolvidos de forma a minimizar o esforço computacional nesta geração.

Na literatura é possível encontrar uma série de artigos que tentam desenvolver um indicador mais adequado devido à verificação da limitação do indicador GDOP para o posicionamento relativo. Realmente, o conceito do GDOP é “emprestado” do princípio de navegação e reflete apenas a geometria orbital para um determinado ponto em uma determinada época. Dessa forma, o GDOP não reflete a precisão que se pode atingir em um posicionamento relativo o qual é determinado pela geometria entre os satélites e a antena receptora e pelo tempo e duração da coleta. Essas afirmações foram apresentadas por alguns trabalhos como Hatch e Avery (1989), Norton (1987)⁹ *apud* Yang e Brock (2000) e Merminod e Rizos (1992). Devido à ausência de um indicador mais adequado, convencionou-se usar o GDOP também para o método relativo, acreditando-se que este fosse capaz de detectar situações que garantissem a solução da ambigüidade.

Em geral, recomenda-se que o levantamento seja realizado nos horários que devam gerar os menores valores de GDOP. O que fica claro é que existe uma série de contradições e confusões nos diversos estudos realizados até hoje, sobre o uso de um indicador adequado. A precisão do posicionamento relativo é determinada pela contínua mudança da geometria dos satélites e dos horários de início e término da sessão. Uma vez que o GDOP não leva em conta a duração do levantamento como variável, não pode ser considerado ideal para este tipo de levantamento (YANG; BROCK, 2000). Segundo o FGCC (1988),

Estudos estão sendo realizados para investigar a relação entre os valores de GDOP e o valor da precisão de linhas-base [...] Parece que o melhor resultado pode ser atingido quando os valores de GDOP vão mudando durante a sessão de observação.

⁹ Norton, T., (1987). Monitoring the precision of Relative GPS Positioning, **Proceedings Centenary GPS Conference**, Department of Land Information, Royal Melbourne Institute of Technology, Aug. 24-26, 1987, Melbourne, Austrália.

Buscando verificar a eficácia do indicador PDOP, Arana, Ishikawa e Monico (1997) realizaram um experimento, onde se percebe a dificuldade em relacionar a solução da ambigüidade com o intervalo do tempo de rastreo, comprimento da base e PDOP. Nesse caso, o autor indica que o RDOP mostrou ser o melhor indicativo da resolução da ambigüidade no posicionamento relativo.

Com estas informações, foi realizada também uma tentativa de associar os valores obtidos de RDOP e a resolução das ambigüidades utilizando o mesmo conjunto de dados dos testes do grupo 1, descritos anteriormente, sempre com os dados da estação ONRJ atribuídos como de um receptor móvel, da mesma forma dos itens anteriores. A análise foi realizada com algumas linhas-base selecionadas, apresentadas a seguir:

Tabela 5 – Estações selecionadas para a análise do indicador RDOP

Estação	linha-base (km)
RIOD	12
CHPI	182
UBAT	205
VARG	272
POLI	366
PPTE	846
CUIB	1570
RIOB	2954

Os gráficos gerados com o processamento dos dados são apresentados a seguir. São ilustradas também as situações que obtiveram solução fixa e *float*. O valor do RDOP foi obtido para intervalos de coleta de 1 hora.

Figura 54 – Valores de RDOP obtidos para a linha-base RIOD-ONRJ

Figura 55 – Valores de RDOP obtidos para a linha-base CHPI-ONRJ

Figura 56 – Valores de RDOP obtidos para a linha-base UBAT-ONRJ

Figura 57 – Valores de RDOP obtidos para a linha-base VARG-ONRJ

Figura 58 – Valores de RDOP obtidos para a linha-base POLI-ONRJ

Figura 59 – Valores de RDOP obtidos para a linha-base PPTE-ONRJ

Figura 60 – Valores de RDOP obtidos para a linha-base CUIB-ONRJ

Figura 61 – Valores de RDOP obtidos para a linha-base RIOB-ONRJ

Ao contrário do que foi apresentado nos trabalhos supracitados, nesta rodada de testes não foi encontrada uma relação que indicasse um valor ideal de RDOP que se relacionasse com a fixação da ambigüidade. Houve casos com solução fixa e alto RDOP, como o caso da linha-base UBAT-ONRJ, que no período entre as 4h e 5h apresentou um valor de 1,4. Por outro lado, horários com valor baixo de RDOP não resultaram numa solução fixa, como na linha-base CHPI-ONRJ, das 22h às 23h, com valor de RDOP de 0,2. Pode-se verificar a similaridade entre os gráficos para as linhas-base que a estação ONRJ forma com as estações POLI e VARG, provavelmente por conta de uma possível contribuição maior da estação ONRJ. Fica claro também que o resultado tende a ser *float* à medida que o comprimento da linha base aumenta.

3.c. Análise de picos (considerado quando o valor calculado do GDOP apresenta um resultado acima de 4) e sua influência nos resultados.

Nessa etapa o intuito é verificar, a partir da informação do GDOP de pontos processados, qual a real influência dos chamados picos de GDOP, comumente chamados de horários em que o GDOP “estoura”. Para tanto, os arquivos foram divididos em sessões de 1 h para que fossem processadas diferentes combinações com esses períodos que incluem picos. Basicamente foi feito o processamento com dados do horário com pico, e combinado com dados da hora anterior, da hora posterior e com ambos. Também foram levados em consideração diferentes comprimentos de linha-base, com limites de 200, 1.000 e 3.000 km, para tentar abranger a área estudada de forma regularmente segmentada. Foram considerados picos os valores de GDOP maiores do que 4 (quatro). As estações selecionadas são apresentadas na tabela a seguir:

Tabela 6 – Linhas-base para análise de picos

Limite	Referência	Medido	Dimensão aproximada
200 km	CHPI	ONRJ	182 km
1000 km	PPTe	ONRJ	846 km
3000 km	POVE	ONRJ	2687 km

A análise da influência dos picos de DOP tem a intenção de verificar se instantes em que os valores de GDOP disparam o resultado é deteriorado. Foi usado como parâmetro de qualidade o RMS¹⁰ da solução. Em geral essa situação acontece, pois algum satélite deixa de ser rastreado, por sofrer alguma obstrução, ou mesmo por sair do horizonte da antena receptora.

Embora a retirada de um satélite (ou a rejeição do uso das observações pelo programa de processamento) em geral represente um aumento dos valores de DOP, situação diferente foi encontrada aqui, pelo seguinte motivo: nos processamentos utilizando-se dados de 24h, foram identificadas situações onde ocorrem saltos de DOP. O resultado, no entanto, que é fruto do processamento de dados de um dia inteiro de observações, parece não ser afetado por esse pico. A idéia, portanto, seria processar apenas o período onde o pico foi identificado. Como nesse trecho, alguns satélites são coletados por um período curto de tempo, com poucas observações, e combinando com a sua possível baixa elevação (por estar prestes a sair do horizonte da antena), acaba sendo rejeitado pelo programa de processamento. Surpreendentemente, os valores de DOP neste caso acabaram diminuindo e a situação de pico não foi mais

¹⁰ Segundo Gemael (1994), pode-se indicar precisão de medições pela variância, desvio-padrão ou RMS (*Root Mean Square* – Erro Médio Quadrático). RMS é definido pela raiz quadrada da média dos quadrados dos erros verdadeiros, que não são conhecidos. Então se utilizam os resíduos da média.

encontrada como anteriormente. É provável que o programa analise o DOP de forma iterativa para excluir determinada informação que esteja causando esse pico.

Como o *software* não esclarece os motivos pelo qual ele ignora determinado conjunto de observações, não foi possível, da mesma forma, alterar as configurações para que esses dados fossem utilizados, mesmo de forma forçada, mantendo o pico original.

Os gráficos a seguir ilustram esta situação:

Primeiramente, é apresentado o gráfico de DOP para o processamento da linha-base com duração de 24h:

Figura 62 – Gráfico de DOP para a linha-base CHPI-ONRJ para um período de 24h

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

A ocorrência do pico neste período ocorre por volta das 14h45.

A figura 63 apresenta o gráfico de DOP para o intervalo onde ocorre o pico (ainda com dados de 24h):

Figura 63 – Gráfico de DOP para a linha-base CHPI-ONRJ para um período de 1h

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

A visibilidade de satélites para este trecho, com dados de 24h é a seguinte:

Figura 64 – Gráfico de disponibilidade - linha-base CHPI-ONRJ (1h)

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Quando é gerada uma janela para a estação móvel ONRJ, para o intervalo entre 14 e 15h, ou seja, com todo o restante das observações excluídas, obteve-se os seguintes gráficos de DOP e visibilidade (mas mantendo os dados da base para o período de 24h disponíveis, sem janela de observação):

Figura 65 – Gráfico de DOP para a linha-base CHPI-ONRJ com janela (móvel)

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 66 – Gráfico de disponibilidade - linha-base CHPI-ONRJ com janela (móvel)

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Ainda numa terceira situação a janela é criada para ambas as estações, e o gráfico de DOP resultante é o seguinte:

Figura 67 – Gráfico de DOP para a linha-base CHPI-ONRJ com janela

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Ligeiramente diferente do gráfico anterior, assim como o gráfico de visibilidade:

Figura 68 – Gráfico de disponibilidade - linha-base CHPI-ONRJ com janela

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Do primeiro para o segundo caso, percebe-se que um trecho das observações do satélite 28 foi rejeitado e inverteu-se o uso entre os satélites 12 e 9. Já no último gráfico percebe-se que as observações do satélite 12 foram novamente usadas (apenas algumas observações, por volta de 2 min, foram retiradas no início) assim como do início do satélite 28.

Desta forma foi necessário fazer uma mudança na estratégia, já que a retirada de um satélite pode não melhorar ou piorar os valores de GDOP, mas a substituição também tende a criar este efeito.

Por fim, embora haja uma redução substancial do valor de DOP para as janelas selecionadas, o teste foi realizado, pois ainda assim esses instantes mantiveram valores de DOP acima de 4. Portanto foram adotados locais onde originalmente, no processamento com dados de 24h, o pico maior ocorreu. Os gráficos e resultados são apresentados a seguir.

➡ - **Linha-base CHPI-ONRJ** (pico: entre 14 e 15h)

Figura 69 – Gráfico de DOP - CHPI-ONRJ – horário de pico

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 70 – Gráfico de DOP - CHPI-ONRJ – horário pré-pico

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 71 – Gráfico de DOP - CHPI-ONRJ – horário pós-pico

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 72 – Gráfico de DOP - CHPI-ONRJ – horários pré-pico e pico

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 73 – Gráfico de DOP - CHPI-ONRJ – horários de pico e pós-pico

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 74 – Gráfico de DOP - CHPI-ONRJ – horários pré, pós e de pico

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Tabela 7 – Resultados CHPI-ONRJ

Início	Término	GDOP			PDOP			RMS (m)
		Médio	Mín	Máx	Médio	Mín	Máx	
14h	15h	3,345	2,523	4,629	2,923	2,222	3,991	0,0045
13h	14h	3,793	3,004	4,562	3,250	2,619	3,900	0,0025
15h	16h	3,622	2,634	5,478	3,113	2,339	4,639	0,0023
13h	15h	2,921	1,864	4,629	2,560	1,674	3,991	0,0022
14h	16h	2,961	1,727	5,142	2,607	1,561	4,466	0,0023
13h	16h	2,881	1,864	4,065	2,525	1,674	3,504	0,0027

➡ - **Linha-base PPTE-ONRJ** (pico: entre 14 e 15h)

Figura 75 – Gráfico de DOP - PPTE-ONRJ – horário de pico

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 76 – Gráfico de DOP - PPTE -ONRJ – horário pré-pico

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 77 – Gráfico de DOP - PPTE-ONRJ – horário pós-pico

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 78 – Gráfico de DOP - PPTE-ONRJ – horários pré-pico e pico

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 79 – Gráfico de DOP - PPTE-ONRJ – horários de pico e pós- pico

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 80 – Gráfico de DOP - PPTE -ONRJ – horários pré, pós e de pico

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Tabela 8 – Resultados PPTE-ONRJ

Início	Término	GDOP			PDOP			RMS (m)
		Médio	Mín	Máx	Médio	Mín	Máx	
14h	15h	2,896	1,908	5,142	2,567	1,731	4,466	0,0177
13h	14h	2,217	1,776	3,197	1,971	1,604	2,776	0,0044
15h	16h	2,574	2,070	3,481	2,262	1,845	3,002	0,0041
13h	15h	2,557	1,776	5,142	2,269	1,604	4,466	0,0028
14h	16h	2,735	1,908	5,142	2,414	1,731	4,466	0,0050
13h	16h	2,562	1,776	5,142	2,267	1,604	4,466	0,0012

➡ - **Linha-base POVE-ONRJ** (pico: entre 14 e 15h)

Figura 81 – Gráfico de DOP - POVE-ONRJ – horário de pico

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 82 – Gráfico de DOP - POVE-ONRJ – horário pré-pico

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 83 – Gráfico de DOP - POVE-ONRJ – horário pós-pico

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 84 – Gráfico de DOP - POVE-ONRJ – horários pré-pico e pico

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 85 – Gráfico de DOP - POVE-ONRJ – horários de pico e pós- pico

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Figura 86 – Gráfico de DOP - POVE-ONRJ – horários pré, pós e de pico

Fonte: Programa Leica Geo Office v5.0

Tabela 9 – Resultados POVE-ONRJ

Início	Término	GDOP			PDOP			RMS (m)
		Médio	Mín	Máx	Médio	Mín	Máx	
14h	15h	3,782	2,330	5,142	3,298	2,082	4,466	0,1274
13h	14h	2,264	1,864	3,197	2,015	1,674	2,763	0,0857
15h	16h	2,834	1,837	3,990	2,475	1,659	3,432	0,0071
13h	15h	3,023	1,864	5,142	2,656	1,674	4,466	0,0240
14h	16h	3,308	1,837	5,142	2,886	1,659	4,466	0,0682
13h	16h	2,960	1,837	5,142	2,256	1,659	4,466	0,0119

Os resultados apresentados indicam que a presença de picos não interfere de forma significativa no resultado. Embora se tenha verificado que no instante onde ocorreria o pico, a precisão é um pouco pior, essa variação é ainda muito pequena. De qualquer forma, esta situação corresponde ao exposto por Menzori (2005) que indica que se o levantamento foi realizado nas mesmas

condições, muito provavelmente cabe à mudança da geometria a responsabilidade pelas mudanças de precisão dos resultados.

Pôde-se verificar que o horário de pico foi o mesmo para as três linhas-base, inclusive os valores de GDOP e PDOP máximo foram similares. Isso demonstra a contribuição da geometria na estação ONRJ no cálculo final.

Capítulo 6

CONSIDERAÇÕES FINAIS

6.1 Conclusões

Os usuários da tecnologia GNSS costumam considerar uma série de fatores comumente relacionados à influência da geometria dos satélites na qualidade do posicionamento. Este trabalho teve como objetivo investigar a veracidade dessas considerações ao descrever o conceito da Diluição da Precisão e examinar o importante papel que a geometria que envolve a antena receptora e os satélites tem na determinação precisa da posição GPS.

Foi possível concluir que esta geometria sempre terá um ponto decisivo no posicionamento GPS, embora se acredite que uma série de melhorias no desenvolvimento de receptores e o uso de sinais adicionais GLONASS, GALILEO e Compass poderão ajudar a minimizar esse impacto. De qualquer forma, estes sinais poderão permitir o uso dos equipamentos em situações nas quais não eram possíveis, como em ambientes de alta obstrução - em *canyons* urbanos, por exemplo, mas não darão fim ao problema.

O que tem sido verificado, no entanto, é que os padrões atuais de indicação das condições geométricas não garantem com segurança a precisão das determinações, como no caso do GDOP. Segundo Menzori (2005), não há dúvida de que existe a necessidade de se considerarem outros fatores, relevantes ao processo de medição com o GPS, entender as suas influências e as incertezas que eles se originam, para gerar um planejamento mais amplo e que produza um resultado final controlado. De fato, creditar apenas ao DOP os resultados de um levantamento não é correto, pois se trata apenas um dos fatores que influenciam na precisão dos resultados. Na verdade o DOP é um indicador da degradação que a disposição geométrica dos satélites causará nos resultados e não necessariamente um indicador da precisão resultante, conforme esclarecido no item 5.1.1.c. Afinal a degradação de um levantamento de boa precisão pode ter sido maior do que um levantamento já pouco preciso independente da condição geométrica. Essa interpretação errônea gera uma expectativa grande aos usuários que realizam o planejamento baseado neste critério. Porém, ao verificar que os indicadores DOP não detectaram parte das situações onde pode ter havido algum problema, o efeito é inverso – ocorre uma descrença com relação ao uso dos fatores DOP e consequentemente à etapa de planejamento. O contato com diversos profissionais da área deixa clara esta situação. É preciso entender as limitações e propósitos dos indicadores DOP para que não se crie expectativas além de sua capacidade.

Os fatores DOP degradam a precisão, e não tem exatamente a função de prever resultados, tanto que ele é um multiplicador. Por este motivo todo valor de DOP sempre deve maior que 1. Se o DOP expressa a diluição da precisão e trata-se de um multiplicador, então é esperado de qualquer forma que seja sempre maior que 1.

No item 5.1.2.b é apresentado um teste que apresenta outro ponto que esclarece parte das diferenças encontradas entre a etapa de planejamento e o levantamento que é o fato de o DOP ser recalculado utilizando apenas os satélites rastreados pelos receptores base e móvel no posicionamento relativo, inclusive os novos gráficos gerados para ambos receptores se torna similar, mesmo com linhas-base da ordem de 3.000 km. No item 5.1.1.a fica claro que no posicionamento absoluto, os valores estimados correspondem ao encontrado em campo, desde que não haja obstruções ou que estas tenham sido consideradas obtidos na etapa de planejamento.

No item 5.1.3.c foi realizada uma análise da influência dos picos de GDOP na precisão dos resultados. Neste teste encontrou-se outra situação interessante, a utilização de um conjunto diferente de satélites – na verdade apenas trocando-se um deles – alterou o valor do GDOP, e não necessariamente a adição de um satélite. Esta situação pode ser vista em outros casos conforme testes realizados para a pesquisa. Isto pode de certa forma indicar que o uso de satélites adicionais não deva necessariamente melhorar a condição geométrica dos levantamentos, mas aumentar a disponibilidade para áreas de difícil recepção de sinais. Sobre esta questão, Souza (2004) afirma que o conceito dos DOPs, indica que, quanto maior for o número de satélites visíveis maior será a probabilidade do GDOP ser menor e, portanto, mais adequado para a execução de medições, embora, nem sempre a adição de um ou mais satélites represente uma diminuição do GDOP. Quando o número de satélites visíveis é grande (acima de 6), a retirada de um satélite por obstrução causada pelo ambiente circundante ou mesmo devido a ocorrência de problemas com o satélite pode, muitas vezes, não alterar significativamente o GDOP. Se o número de satélites é baixo (5 ou mesmo 6), o GDOP torna-se significativamente sensível à retirada de

satélites por um dos motivos citados. Também foi mostrado neste teste que existe uma degradação na precisão no momento que ocorre o pico, mesmo que pequena neste caso, considerando o período estudado e o valor máximo de DOP para o instante.

Outro importante tema abordado foi a questão da interpretação geométrica. No caso de quatro satélites, o valor de PDOP é inversamente proporcional ao volume de um tetraedro formado pela antena do receptor e os satélites. Segundo Hsu (1994), analisando-se matematicamente as expressões fracionadas dos DOPs, mostra-se que essa afirmação não é verdadeira, principalmente no que diz respeito ao HDOP. Além de ter sido apresentada a versão correta da figura do tetraedro, diferente da figura amplamente difundida.

Além disso, segundo Krauter (1999), o PDOP calculado geometricamente tem uma série de desvantagens:

- Não pode ser usado com mais de quatro satélites;
- Seus componentes (HDOP e VDOP) quase não podem ser interpretados geometricamente;
- Em alguns casos o valor matemático do PDOP não tende a diminuir quando o volume do tetraedro aumenta;
- O volume do tetraedro se torna zero (e PDOP geométrico se torna infinitamente alto) quando os quatro satélites estão alinhados. O PDOP matemático só fica infinitamente alto se o ponto de observação também estiver alinhado neste plano.

A sugestão feita por Menzori (2005) de analisar a condição geométrica numa figura bi-dimensional é interessante e pode ser mais explorada, no entanto tentar relacionar com a forma ou área de uma figura geométrica seria recair no

mesmo problema dos padrões atuais de DOP. Como esta análise praticamente se equivale ao HDOP, a análise poderia ser realizada considerando os ângulos de elevação dos satélites e os respectivos azimutes, até porque a contribuição vertical é maior na degradação final. De qualquer forma, como o conceito de DOP é baseado na observável pseudodistância, não é recomendável utilizá-lo para tentar prever situações de solução fixa.

Santerre (1991) sugere que o desenvolvimento de um programa de simulação pode ser usado como uma ferramenta de planejamento generalizada, fornecendo não apenas informações de covariâncias, mas também a influência de importantes erros sistemáticos nos resultados do posicionamento. O desenvolvido método poderia ser usado no lugar do critério GDOP para caracterizar a eficácia da distribuição dos satélites. As razões para rejeitar o uso do critério baseado no valor GDOP com propósitos de análise do posicionamento estático se devem ao fato de que o parâmetro GDOP ser unicamente baseado em uma época de observações não sendo um bom indicador da distribuição dos satélites para uma sessão completa. Além disso, esse parâmetro apenas fornece (parcial) informação apenas da matriz $(A^T A)^{-1}$. Em outras palavras este não fornece todas as indicações sobre o modo como os erros se propagam nas coordenadas da estação.

Uma das maiores limitações dos indicadores atuais refere-se ao fato de serem indicadores pontuais, calculado a cada época, enquanto o conceito de precisão envolve a repetição de medições. Supondo que no planejamento fosse considerada a duração da sessão de levantamento, o gráfico gerado deveria ser algo próximo de uma curva tendendo a zero.

É importante ressaltar que, na prática, a utilização do DOP planejado envolve a utilização de coordenadas aproximadas da região de trabalhos e, na

maioria dos casos, engloba a coleta de vários pontos. No entanto, devido à proximidade destes pontos, adota-se um local aproximado da região correspondente à área de levantamento. As análises dos gráficos de DOP para as estações ONRJ e RIOD, por exemplo, nas figuras 19 e 20, apresentaram resultados similares e as estações estão separadas por aproximadamente 12 km. Nos gráficos seguintes é possível notar visualmente que o traçado se mantém em alguns trechos e vão apresentando mudanças conforme se afastam da estação ONRJ. Uma discussão interessante sobre este assunto pode ser encontrada em Milbert (2008). Por este mesmo motivo o uso de efemérides precisas não apresentou mudanças nos resultados, pois as correções nas órbitas dos satélites não foram suficientes para causar mudanças nos cálculos finais de DOP. E também não houve alterações entre o DOP planejado e o DOP real, exceto nos caso onde poderia haver certa obstrução do sinal, como apresentado no item 5.1.2.a.

Uma observação importante refere-se ao fato de o GDOP analisado no pós-processamento ser recalculado utilizando apenas os satélites comuns às estações base e móvel no posicionamento relativo, utilizados para a determinação da posição do ponto móvel. Este fato deve ser considerado ao analisar as diferenças com relação aos gráficos de planejamento, como apresentado no item 5.1.2.c.

Infelizmente muitas pesquisas sobre o tema foram abandonadas nos últimos anos devido ao grande número de satélites disponíveis dessa forma conceitos errôneos foram mantidos e a questão não fora totalmente esclarecida, embora o conceito de DOP continue a ser bastante difundido, por sua facilidade de interpretação. Este trabalho tem a intenção de preencher esta lacuna e alertar a comunidade usuária a atenção necessária para este assunto.

6.2 Sugestões

Algumas questões merecem uma investigação mais aprofundada. O ideal seria desenvolver um estudo conjunto com outros fatores, considerando demais fontes de erros, que talvez possam ser estimados na etapa de planejamento e assim aumentar a assertividade pela busca de resultados mais precisos e de solução fixa.

Com relação à questão da geometria, a busca pela indicação de um resultado fixo seria interessante realizar testes com diferentes comprimentos de linha-base e com um conjunto de dados maior, que explore diferentes épocas do ano e, se possível, em diferentes anos. O mesmo vale para o estudo do impacto dos picos de DOP.

O desenvolvimento de um novo método indicador de precisão considerando as questões apresentadas neste trabalho seria de grande valia para a comunidade de mensuração.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARANA, J. M.; ISHIKAWA M. I. e MONICO J. F. G. (1997). A influência do Tempo de Rastreo e PDOP na Coleta de Dados GPS, In: **Anais do Seminário Impacto das Novas Tecnologias na Eng. Cartográfica**, p. 109 - 114, Presidente Prudente, SP.

BUENO, R. (2006) Construindo um gráfico de obstruções no planejamento de observações GPS. Revista InfoGNSS - Ano 3 nº 14 pag. 46-47.

COELHO, F. U.; LOURENÇO, M. L. (2005). **Um curso de álgebra linear**. 2ª ed. EDUSP. São Paulo – SP. 264 p.

FGCC, (1988). **Geometric Geodetic Accuracy Standards and Specification for Using GPS Relative Positioning Techniques**, Federal Geodetic Control Committee, Rockville – U.S.A. 54 p.

FONSECA JR, E. S., (1996). **Estudo e avaliação metodológica da Rede GPS do Estado de São Paulo**. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo - SP.

GAKSTATTER, E. (2008). **Is Dual-Frequency GPS — As We Know It — Becoming Obsolete?** GPS World Web Site. Disponível em www.gpsworld.com. Acesso em 22/06/2008

GEMAEL, C. (1994). **Introdução ao Ajustamento de Observações - Aplicações Geodésicas**. Editora UFPR. Curitiba - PR. 319 p.

GOAD, C. C. (1988). Investigation of an alternate method of processing global positioning survey data collected in kinematic mode. **International GPS Workshop**, 10-13 April, Technische Hochschule, Darmstadt, F.R.G., 14 pp.

GOAD, C. C. (1989). Kinematic survey of Clinton Lake dam. **Journal of Surveying Engineering**, February, Vol.115, No. 1, pp. 67-77.

HATCH, R. R.; Avery, E. V. (1989). A Strategic Planning Tool for GPS Surveys. **Journal of Surveying Engineering**, Vol. 115, Nº 1.

HOFMANN-WELLENHOF, B.; LICHTHEGGER, H. e COLLINS, J. (1997). **GPS Theory and Practice**. Fourth Edition. Wien: Springer-Verlag, 389 p.

HOFMANN-WELLENHOF, B.; LICHTHEGGER, H. e COLLINS, J. (2001). **GPS Theory and Practice**. Fifth Edition. Wien: Springer-Verlag, 382 p.

HSU, D. Y. (1994). **Relations Between Dilutions of Precision and Volume of the Tetrahedron Formed by Four Satellite**. Litton Guidance and Control Systems. Woodland Hills, CA.

JAVAD (1998). **A GPS Tutorial**. Disponível em: www.javad.com/jns/gpstutorial/. Acesso em: 5 de março de 2008.

KAPLAN, E. D. (1996). **Understanding GPS: Principles and Applications**. Artech House Publishers. Boston, London. 554 p.

KRAUTER, A. (1999). Role of the Geometry in GPS Positioning, **Per. Pol. Civil Eng.** p. 43-53.

LANGLEY, R. B. (1999). Dilution Of Precision. **GPS WORLD Magazine**. May, 1999 pg. 52-59.

LEICK, A. (1995). **GPS Satellite Surveying**. Second Edition. John Wiley & Sons, Inc. Hoboken, New Jersey. 560 p.

LEICK, A. (2004). **GPS Satellite Surveying**. Third Edition. John Wiley & Sons, Inc. Hoboken, New Jersey. 435 p.

MAKI, S. C. (1994). **All DOP GPS optimization**. US Patent Number 5323163.

MENG, X.; ROBERTS, G. W.; DODSON, A. H.; COSSER, E.; BARNES, J. e RIZOS C. 2004. Impact of GPS satellite and pseudolite geometry on structural deformation monitoring: analytical and empirical studies. **Journal of Geodesy** (2004) 77:809–822.

MENZORI, M. (2005). **Classificação da Exatidão de coordenadas obtidas com a fase da portadora L1 do GPS**. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

MERMINOD, B.; RIZOS, C. (1992). **How long should GPS observation sessions be? Another look at precision indicators**. Draft. 22 p.

MILBERT, D. (2008). Dilution of Precision Revisited. **Navigation: Journal of The Institute of Navigation**. Vol. 55, Nº 1. p. 67 – 81.

MILLIKEN, R. J.; ZOLLER, C. J. (1978). Principle of Operation of NAVSTAR and System Characteristics. **Navigation: Journal of the Institute of Navigation**. Vol. 25, Nº 2. p. 95 - 106.

MISRA, P.; BURKE, B. P. e PRATT, M. M. (1999). GPS performance in navigation. **IEEE Proceedings**, Vol. 87, No. 1.

MONICO, J. F. G. (2000). **Posicionamento pelo NAVSTAR-GPS: Descrição, fundamentos e aplicações**. Editora UNESP - São Paulo. 287 p.

MONICO, J. F. G. (2008). **Posicionamento pelo NAVSTAR-GPS: Descrição, fundamentos e aplicações**. 2ª Edição. Editora UNESP - São Paulo. 476 p.

PARKINSON, B. W.; SPILKER JR., J. J. (1996). **Global Positioning System: Theory and Applications**. Vol. 1. American Institute of Aeronautics and Astronautics. 793 p.

PERSON, J. (2008). **Mastering GPS Programming**. Disponível em: www.geoframeworks.com. Acesso em 22/06/2008.

ROCHA, C. H. B. (2000). **Geoprocessamento, tecnologia transdisciplinar**. Juiz de Fora, MG. 220p.

SANTERRE, R. (1991). Impact of GPS satellite sky distribution. in: **Manuscripta Geodaetica**. Vol. 16, 1911, pp. 28-53.

SEEBER, G. (2003). **Satellite Geodesy**. Second Edition. Walter de Gruyter GmbH & Co. KG, Berlin. 589 p.

SEGANTINE, P. C. L. (2005). **GPS: Sistema de Posicionamento Global**. Editora do Departamento de Transportes da Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo. São Carlos. 364 p.

SOUZA, G. C. (2004). **Redes de apoio ao Cadastro: Um modelo que considera a operacionalidade**. Tese (Doutorado em Engenharia de Transportes) Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo. São Carlos. 120 p.

USNO. (2008). **GPS Constellation Status**. United States Naval Observatory (USNO). Disponível em: <http://tycho.usno.navy.mil/ftp-gps/gpstd.txt>. Acesso em 23/06/2008.

WEELS, D. E.; BECK, N.; DELIKARAOGLU, D.; KLEUSBERG, A.; KRAKIWSKY, E. J.; LACHAPPELLE, G.; LANGLEY, R. B.; NAKIBOGLU, M.; SCHWARZ, K. P.;

TRANQUILLA, J. M.; VANICEK, P. (1987). **Guide to GPS Positioning**; Canadian GPS Associates, Fredericton, New Brunswick, Canada.

YANG, X.; BROCK, R.; (1996). **Comparison Between RDOP and PDOP**. ASPRS/ACSM Annual Convention & Exposition Technical Papers. Bethesda: ASPRS/ACSM, 1996. 2:162-171.

YANG, X.; BROCK, R.; (1995). **Modeling GPS Satellite Geometry with RDOP**. GIS/LIS '95 Proceedings. Bethesda: ACSM/ASPRS, AAG, URISA, AM/FM, 1995. 2:1056-1065.

YANG, X.; BROCK, R. (2000). **RDOP Surface for GPS relative positioning**. State University of New York, Albany, N.Y. Patent Number 6057800.

YARLAGADDA, R.; ALI, I.; AL-DHAHIR, N. e HERSHEY. J. (1997). Geometric Dilution of Precision (GDOP): Bounds and Properties. **Technical Information Series**. GE Corporate Research and Development.

BIBLIOGRAFIA

BARKER, M. P. (1984). **Dilution of Precision Computation Procedure When Measuring Receiver Position in Geodetic Coordinates**. Final report. Naval Surface Weapons Center, Dahlgren - VA. 53 p.

BELTUKOV, A.; CHOI, J.; HOFFNUNG, L.; NIGAM, N.; STERLING, D.; TUPPER, P. (1998). Problems in ultra-high precision GPS position estimation. **Proceedings of IMA Mathematical Modeling in Industry Workshop**, July 22-31.

BLEWITT, G.; TAYLOR, G. (2002). **Mapping Dilution of Precision (MDOP) and map-matched GPS**. Int. J. Geographical Information Science, vol. 16, no. 1, p. 55-67.

BISNATH, S. (2004). **Precise Orbit Determination of Low Earth Orbiters with a Single GPS Receiver-Based, Geometric Strategy**. Ph.D. dissertation, Department of Geodesy and Geomatics Engineering Technical Report No. 220, University of New Brunswick, Fredericton, New Brunswick, Canada, 143 pp.

BROUGHTON, R. (2003). **Evaluation of a new satellite navigation integrity monitoring algorithm**. Thesis (MSc. Dissertation). Cranfield University. 258 p.

BRUGGEMANN, T. S.; GREER, D. G.; WALKER, R. (2006). Chip Scale Atomic Clocks: Benefits to Airborne GNSS Navigation Performance. **Proceedings**

International Global Navigation Satellite Systems Society Symposium 2006, Australia. 17 p.

CHAFFEE, J.; ABEL, J. (1994). GDOP and the Cramer-Rao bound. **Position Location and Navigation Symposium, 1994., IEEE**. p. 663-668.

DAGHAY, S.; MOINS, M.; BRUYNINX, C.; ROLAIN, Y.; ROOSBEEK, F. (2005). Impact of the Combined GPS+Galileo Satellite Geometry on Positioning Precision. **Proceedings of EUREF Symposium**, Vienna.

DEMPSTER, A.G. (2006). Dilution of precision in angle-of-arrival positioning systems. **Electronics Letters**. Volume 42, Issue 5, 2 March 2006 Page(s): 291 – 292.

ERICKSON, C. (1992). Investigations of C/A Code and Carrier Measurements and Techniques for Rapid Static GPS Surveys. M.Sc. thesis, University of Calgary, Alberta.

FERGUSON, M. G. (2000). **Global Positioning System (GPS) error source prediction**. M.Sc. Thesis, Air Force Institute of Technology, Ohio.

FONSECA JR, E. S. (2002). **O sistema GPS como ferramenta para a avaliação da refração ionosférica no Brasil**. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica - Universidade de São Paulo, São Paulo - SP.

GARCÍA, I. Q.; VALERO, J. L. B.; FERRE, J. A. P.; PUCHADES, M. P. (2007). **Estudio y análisis de la aplicación de correcciones diferenciales a los receptores GPS-navegadores**. 7ª Setmana Geomàtica, Barcelona.

KIM, D.; LANGLEY, R. B. (1999). An optimized least-squares technique for improving ambiguity resolution and computational efficiency. **ION GPS-99, Proceedings of 12th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation**, Nashville, Tenn., 14-17 September, The Institute of Navigation, Washington, D.C., pp. 1579-1588.

LU, G.; LACHAPELLE, G.; TOWNSEND, B.; JOHNSON, J. (1990). ANARDOP: A Program for the Preamalysis of Accuracy and Reliability of GPS Surveys. **Proceedings of 2nd Intern. Symp. on Precise Positioning with the Global Positioning System**. Canadian Institute of Surveying and Mapping, Ottawa, p. 920-934.

MACNICOL, J. H.; RAQUET, J. F. (2002). A study of satellite navigation, dilution of precision, and positioning techniques for use on and around the moon **Proceedings of the ION 58th Annual Meeting/CIGTF 21st Guidance Test Symposium**, p. 506, Albuquerque, NM, USA, June 2002.

MASSAT, P.; RUDNICK, K. (1991). Geometric Formulas for Dilution of Precision Calculations. **Navigation: Journal of The Institute of Navigation**. Vol. 37, Nº 4. p. 379 – 391.

MERTIKAS, S. P. (1983). **Differential Global Positioning System Navigation: A Geometrical Analysis**. Technical Report. Department of Surveying Engineering. University of New Brunswick, Canada. 139 p.

PHILLIPS, A. H. (1985). Geometric Determination of PDOP. **Navigation: Journal of The Institute of Navigation**. Vol. 31, Nº 4. p. 329 – 337.

ROSE, C. (2001). **Method for Reducing Geometrical Dilution of Precision in Geolocation of Emitters Using Phase Circles**. US Patent Number 6285319.

SANDS, O. S.; CONNLY, J. W.; WELCH, B. W.; CARPENTER, J. R.; ELY, T. A.; BERRY, K. (2006). **Dilution of precision-based lunar navigation assessment for dynamic position fixing**. Jet Propulsion Laboratory, National Aeronautics and Space Administration, Pasadena, CA. 16 p.

SANTERRE, R. (1988). The impact of the sky distribution of GPS satellites on precise positioning. **American Geophysical Union Chapman Conference on GPS Measurements for Geodynamics**, Fort Lauderdale, U.S.A., 19-22 September.

SANTERRE, R.; BEUTLER G.; GEIGER, A. (1990). GPS error analysis and modeling. Invited Paper, **Proceedings of the Second International Symposium on Precise Positioning with the Global Positioning System**, Ottawa, Canada, 3-7 September, pp. 356-372. Sponsored by International Association of Geodesy, Energy, Mines and Resources Canada.

SANTERRE, R.; BOULIANNE, M. (1995). New tools for urban GPS surveyors. **GPS World**, Vol.6, No.2, pp.49-54.

SILVA, I. (2004). **História dos Pesos e Medidas**. EdUFSCar, São Carlos – SP. 190p.

SMITH, M. J.; WEGNER, T. I. (2001). Quantifying GDOP Degradations Caused by Removing Satellites from a GPS Constellation. **ION GPS 2001 Proceedings**. Salt Lake City, Utah. p. 2594 - 2599.

STONE, J. M.; POWELL, J.D. (1998). Precise Positioning with GPS near Obstructions by Augmentation with Pseudolites. **Proceedings of IEEE PLANS 1998**, Palm Springs, CA, pp. 562-569.

SWANSON, E. R. (1979). Geometric Dilution of Precision. **Navigation: Journal of the Institute of Navigation**, Vol. 25, N 4. p. 425 - 429.

TAVARES, A.; GOMES, V. M.; KUGA, H. K.; PRADO, A. F. B. A.; CHIARADIA, A. P. M.; MORAES, R. V. M. (2003). Soluções de navegação via GPS. Série Arquimedes, Volume 2, **Anais do 2º Congresso Temático de Aplicações de Dinâmica e Controle da Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional (SBMAC)**. São José dos Campos - SP, Brasil. p. 798-810.

TEUNISSEN, P. J. G.(1998). A proof of Nielsen's conjecture on the GPS dilution of precision. **IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems**, Volume 34, Issue 2, Apr 1998 p. 693 - 695.

TSAI, Y. H.; LIN, J. S.; CHANG, F. R.; WANG, L. S. (2002) The Analysis of the Ratio Between VDOP and HDOP. **National Technical Meeting Proceedings**. San Diego, California. p. 205 - 211.

WAENY, J. (1992) **Controle Total da Qualidade em Metrologia**. Makron Books Editora Ltda - São Paulo. 152 p.

WELCH, B. W.; CONOLLY, J. W.; SANDS, O. S. (2007a). **Dilution of precision-based lunar surface navigation system analysis utilizing earth-based assets**, National Aeronautics and Space Administration, Washington, DC, USA. 168 p.

WELCH, B. W.; CONOLLY, J. W.; SANDS, O. S. (2007b). **Dilution of precision-based lunar surface navigation system analysis utilizing lunar orbiters**, National Aeronautics and Space Administration, Washington, DC, USA. 188 p.

YALARGADDA, R.; ALI, I.; AL-DHAHIR, N.; HERSHEY, J. (2000). GPS GDOP metric. **Radar, Sonar and Navigation, IEE Proceedings** - Vol. 147, Issue 5. p. 259 - 264.

ZHODZISHSKY, M.; ZAGNETOV, P.; ZINOVIEV, A. e ASHJAE, J. (1999). On Reducing the Impact of GDOP Discontinuities on Receiver Positioning Accuracy. **ION GPS-99. 12th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation**, Nashville, Tennessee. p. 1629..

ZHONG, E.; HUANG, T. (2006). Geometric Dilution of Precision in Navigation Computation. **Proceedings of the Fifth International Conference on Machine Learning and Cybernetics - IEEE**, Dalian. p. 4166 - 4119.