**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE TRANSPORTES**

JEFFERSON TEIXEIRA DO BRASIL MORAIS JÚNIOR

**Estudo de comparação dos métodos de transformação de coordenadas geodésicas
para coordenadas topocêntricas para fins de implantação de obras na engenharia civil**

São Carlos

2019

JEFFERSON TEIXEIRA DO BRASIL MORAIS JÚNIOR

**Estudo de comparação dos métodos de transformação de coordenadas geodésicas
para coordenadas topocêntricas para fins de implantação de obras na engenharia civil**

Programa de Pós-graduação em
Engenharia de Transportes da EESC-USP

**Exemplar definitivo (corrigido). O exemplar
original está disponível na CPG da EESC-USP**

São Carlos, 10/02/2020

RESOLUÇÃO CoPGr N.º 6018, DE 13 DE OUTUBRO DE 2011, artigo 5º

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Transportes da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de concentração: Infraestrutura de Transportes - Geomática

Orientador: Prof. Dr. Irineu da Silva

São Carlos

2019

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

M827e Moraes Junior, Jefferson Teixeira do Brasil
Estudo de Comparação dos Métodos de Transformação de Coordenadas Geodésicas para Coordenadas Topocêntricas para fins de Implantação de Obras na Engenharia Civil / Jefferson Teixeira do Brasil Moraes Junior; orientador Irineu Silva. São Carlos, 2019.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Transportes e Área de Concentração em Infraestrutura de Transportes -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2019.

1. Transformação de Coordenadas. 2. GNSS. 3. Estação Total. 4. Sistemas de Coordenadas. 5. Implantação. 6. Sistema de Coordenadas Local. 7. Engenharia Civil. I. Título.

Eduardo Graziosi Silva - CRB - 8/8907

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **JEFFERSON TEIXEIRA BRASIL MORAIS JUNIOR.**

Título da dissertação: "Estudo de comparação dos métodos de transformação de coordenadas geodésicas para coordenadas topocêntricas para fins de implantação de obras na engenharia civil".

Data da defesa: 12/12/2019.

Comissão Julgadora:

Prof. Associado **Irineu da Silva**
(Orientador)
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Prof. Dr. **Silvio Jacks dos Anjos Garnés**
(Universidade Federal de Pernambuco/UFPE)

Prof. Dr. **Gelson Lauro Dal Forno**
(Universidade Federal de Santa Maria/UFSM)

Resultado:

Aprovado

Aprovado

Aprovado

Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Transportes:
Profa. Associada **Ana Paula Camargo Larocca**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Titular **Murilo Araujo Romero**

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais, Mara e Jefferson (*in memoriam*), pelo amor incondicional e pela dedicação de suas vidas à minha formação pessoal e profissional. Amo vocês! À minha namorada, Mariana, pelo carinho e todo amor demonstrado, dando-me suporte nos momentos difíceis.

AGRADECIMENTOS

Ao Meu Deus, pelo dom da vida, pela oportunidade e por Sua presença constante em minha vida!

Ao meu orientador, Professor Dr. Irineu da Silva pela credibilidade depositada em mim para a realização deste trabalho, pela sua orientação e ensinamentos que contribuíram muito para o meu crescimento pessoal e profissional.

Ao Departamento de Engenharia de Transportes da EESC/USP pela oportunidade de realização do curso de mestrado e por toda a infraestrutura e equipamentos disponibilizados.

Aos colegas de orientação, Diego, Guilherme, Maria Lígia e Sérgio, que contribuíram no árduo trabalho de campo e nas discussões.

Ao colega Marco Antonio Carvalho pelo apoio no trabalho de campo e pelos equipamentos colocados à disposição.

Ao meu amigo, Manoel Izidoro Neto, por todo apoio e pelas palavras de força. Valeu Manú!

Aos meus pais, Mara e Jefferson (*in memoriam*), por serem a minha base, servindo-me de exemplo e por todo o cuidado dispensado a mim e às minhas irmãs. Se não fossem vocês o meu incentivo, de nada valeria o meu esforço! Amo vocês!

À minha então namorada e futura esposa, Mariana Tenório, pela compreensão, incentivo e cumplicidade.

Às minhas irmãs, Sinara e Aline, pelo carinho e por sempre estarem presentes.

Aos meus familiares, mesmo que distantes, sempre estão presentes em meu coração.

À CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), pela concessão da bolsa de mestrado.

RESUMO

MORAIS JÚNIOR, Jefferson Teixeira do Brasil. **Estudo de comparação dos métodos de transformação de coordenadas geodésicas para coordenadas topocêntricas para fins de implantação de obras na engenharia civil**. 2019. 172 p. Dissertação de Mestrado - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos-SP, 2019.

Com a informatização dos processos nos projetos de engenharia civil, as coordenadas de quaisquer elementos de uma obra representado no projeto podem ser obtidas facilmente. Para a implantação desses elementos, o engenheiro tem utilizado instrumentos topográficos convencionais, assim como, equipamentos baseados na tecnologia GNSS. Estes por sua vez, vem sendo cada vez mais utilizados devido a sua praticidade, maior facilidade em se trabalhar com informações georreferenciadas e produtividade, quando comparado às técnicas topográficas convencionais. Além disso, os avanços tecnológicos também permitem integrar as observações realizadas com estação total e receptores GNSS, sendo, portanto, necessários que sejam tomados alguns cuidados para que esta integração seja feita de forma adequada, uma vez que os sistemas de referência são distintos. Esta pesquisa apresenta um estudo de comparação dos métodos de transformação de coordenadas vinculadas a tecnologia GNSS para coordenadas obtidas por meio das técnicas topográficas convencionais, com a finalidade de implantação de obras de engenharia. Os métodos de transformação de coordenadas discutidos neste projeto são: SGL, Helmert_2D, Helmert_2D_Comb, SGL_NBR, SGL_NBRGarnes, PBD_Tangente e UTM_Redução - os quais possibilitam a integração do posicionamento por meio da tecnologia GNSS e as técnicas topográficas convencionais. Para o desenvolvimento do tema foram definidas três áreas de estudo com dimensões distintas, somando um total de 12 km de extensão, no perímetro urbano do município de São Carlos. As áreas foram definidas por um conjunto de pontos implantados, sendo as suas coordenadas obtidas por meio de levantamento utilizando a tecnologia GNSS e por meio da técnica convencional de topografia (poligonação), sendo estas adotadas como sendo as coordenadas de referência, para fins de avaliação. Para cada uma das áreas de estudo definidas foram empregados cada um dos métodos de transformação citados, sendo posteriormente, comparados os erros posicionais resultantes, de cada um dos métodos aplicados, em cada uma das áreas de estudo. Os resultados mostraram que, para áreas semelhantes às utilizadas nesta pesquisa, os métodos de transformação de coordenadas planos produzem os melhores resultados em termos de erros posicionais.

Palavras-chave: Transformação de coordenadas; GNSS; Estação total; Sistemas de coordenadas; Implantação; Sistema de coordenadas local, Engenharia civil.

ABSTRACT

MORAIS JÚNIOR, Jefferson Teixeira do Brasil. **Comparison study of the methods of transformation of geodetic coordinates to topocentric coordinates for the implementation of civil engineering works.** 2019. 172 p. Master Thesis - São Carlos School of Engineering, University of São Paulo. São Carlos-SP, 2019.

Due to the computation processing currently used in civil engineering projects, the positioning of any design element can be easily defined through a judicious coordinate system. Then, by their coordinates, any design object of the project can be stake out on the ground by a total station or a GNSS instrument, which have proven to be very practical and highly productive for this type of work. In addition, technological advances have made it possible to integrate observations from both technologies to ensure greater work efficiency. Based on these assumptions, this research presents a comparative study of coordinate transformation methods, allowing the integration of both technologies for staking out of civil engineering projects. The coordinate transformation methods discussed in this project are geocentric coordinate transformation to topocentric coordinates, 2D-Helmert transformation, geodetic coordinate transformation to local coordinates based on NBR equations, geodetic coordinate transformation to local coordinates based on the equations proposed by Prof. Garnes, Low Distortion TM transformation and UTM reductions. For practical comparisons, a 12 km traverse, measured with total station, was established, covering the urban perimeter of the city of São Carlos - Brazil, divided into three study areas. All coordinates of the traverse vertices were computed by means of a traversing adjustment method and GNSS postprocessing. Finally, taking the total station traversing coordinates as a reference, the different coordinate transformation methods were applied for each of the defined study areas and then the position errors resulting from each of the applied methods were computed. The results showed that, for areas similar to those used in this research, the 2D-Helmert Transformation method produces the best results in terms of positional errors.

Keywords: Local Topographic System Coordinate transformation; GNSS; Total station; Coordinate systems; Setting-out, Local coordinate system, Civil engineering.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1- Elementos envolvidos nas medições de distâncias com estação total.	12
Figura 2.2 - Relações geométricas entre as superfícies.	15
Figura 2.3 - Sistema de Coordenadas Geodésicas.	16
Figura 2.4 - Sistema de coordenadas cartesianas geocêntricas - WGS84.	18
Figura 2.5 - Sistema Geodésico Local.	20
Figura 2.6- Sistema Astronômico Local.	21
Figura 2.7 - Projeção UTM - Elementos Angulares.	26
Figura 2.8 - Sistemas de coordenadas cartesianas planos distintos com pontos homólogos....	30
Figura 2.9 - Dimensões do Plano Topográfico Local.	39
Figura 2.10 - Elementos do Sistema Topográfico Local.	40
Figura 2.11 - Redução de distância.	42
Figura 2.12 - Esquematização e extensão de cobertura de uma PBD.	53
Figura 2.13 - Projeção de Baixa Deformação Tangente.	53
Figura 2.14 - Projeção de Baixa Deformação Secante.	54
Figura 2.15 - Estrutura e informações contidas em um <i>Boxplot</i>	61
Figura 3.1 - Área de estudo.	73
Figura 3.2 - Área de estudo (A).	74
Figura 3.3 - Perfil longitudinal da área de estudo (A).	75
Figura 3.4 - Área de estudo (B).	75
Figura 3.5 - Perfil longitudinal da área de estudo (B).	76
Figura 3.6 - Área de estudo (C).	76
Figura 3.7 - Perfil longitudinal da área de estudo (C).	77
Figura 3.8 - Estação Total TCRA 1201+ R400.	78
Figura 3.9 - Vértices das poligonais e estações de referência GNSS - Base (01) e Base (02).	82
Figura 3.10 - Linhas de base ajustadas.	83
Figura 4.1 - Erros posicionais - Área de estudo (A).	85
Figura 4.2 - Valores de média e de desvio padrão dos erros posicionais - Área de estudo (A).	86
Figura 4.3 - Diagramas de caixa - Área de estudo (A).	86
Figura 4.4 - Resumo de Teste de Hipótese - Área de estudo (A).	87
Figura 4.5 - Erros posicionais - Área de estudo (B).	88

Figura 4.6 - Valores de média e de desvio padrão dos erros posicionais - Área de estudo (B).	89
Figura 4.7 - Diagramas de caixa - Área de estudo (B).....	90
Figura 4.8 - Resumo de Teste de Hipótese - Área de estudo (B).....	91
Figura 4.9 - Comparações dos pares de transformações de coordenadas - Área de estudo (B).	92
Figura 4.10 - Erros posicionais - Área de estudo (C).....	93
Figura 4.11 - Valores de média e de desvio padrão dos erros posicionais - Área de estudo (C).	94
Figura 4.12 - Diagramas de caixa - Área de estudo (C).....	94
Figura 4.13 - Resumo de Teste de Hipótese - Área de estudo (C).....	96
Figura 4.14 - Comparações dos pares de transformações de coordenadas - Área de estudo (C).	96
Figura B1 - Equipamentos GNSS utilizados no levantamento.	116
Figura C1 - Histograma - Transformação SGL - Área de estudo (A).....	133
Figura C2 - Plot Q-Q Normal - Transformação SGL - Área de estudo (A).	133
Figura C3 - Histograma - Transformação de Helmert_2D - Área de estudo (A).	134
Figura C4 - Plot Q-Q Normal - Transformação de Helmert_2D - Área de estudo (A).	134
Figura C5 - Histograma - Transformação de Helmert_2D_Comb - Área de estudo (A).....	135
Figura C6 - Plot Q-Q Normal - Transformação de Helmert_2D_Comb - Área de estudo (A).	135
Figura C7 - Histograma - Transformação SGL_NBR - Área de estudo (A).	136
Figura C8 - Plot Q-Q Normal - Transformação SGL_NBR - Área de estudo (A).	136
Figura C9 - Histograma - Transformação SGL_NBRGarnes - Área de estudo (A).	137
Figura C10 - Plot Q-Q Normal -Transformação SGL_NBRGarnes - Área de estudo (A)....	137
Figura C11 - Histograma - Transformação UTM_Redução - Área de estudo (A).	138
Figura C12 - Plot Q-Q Normal -Transformação UTM_Redução - Área de estudo (A).	138
Figura C13 - Histograma - Transformação PBD_Tangente - Área de estudo (A).	139
Figura C14 - Plot Q-Q Normal -Transformação PBD_Tangente - Área de estudo (A).	139
Figura C15 - Dupla análise de variância de Friedman de amostras relacionadas por postos - Área de estudo (A).	140
Figura D1 - Histograma - Transformação SGL - Área de estudo (B).....	144
Figura D2 - Plot Q-Q Normal - Transformação SGL - Área de estudo (B).	144

Figura D3 - Histograma - Transformação de Helmert_2D - Área de estudo (B).....	145
Figura D4 - Plot Q-Q Normal - Transformação de Helmert_2D - Área de estudo (B).....	145
Figura D5 - Histograma - Transformação de Helmert_2D_Comb - Área de estudo (B).	146
Figura D6 - Plot Q-Q Normal - Transformação de Helmert_2D_Comb - Área de estudo (B).	146
Figura D7 - Histograma - Transformação SGL_NBR - Área de estudo (B).....	147
Figura D8 - Plot Q-Q Normal - Transformação SGL_NBR - Área de estudo (B).....	147
Figura D9 - Histograma - Transformação SGL_NBRGarnes - Área de estudo (B).....	148
Figura D10 - Plot Q-Q Normal -Transformação SGL_NBRGarnes - Área de estudo (B). ...	148
Figura D11 - Histograma - Transformação UTM_Redução - Área de estudo (B).....	149
Figura D12 - Plot Q-Q Normal -Transformação UTM_Redução - Área de estudo (B).....	149
Figura D13 - Histograma - Transformação PBD_Tangente - Área de estudo (B).	150
Figura D14 - Plot Q-Q Normal -Transformação PBD_Tangente - Área de estudo (B).....	150
Figura D15 - Dupla análise de variância de Friedman de amostras relacionadas por postos - Área de estudo (B).	151
Figura D16 - Estatísticas do teste de <i>post-hoc</i> para cada um dos pares - Área de estudo (B).	152
Figura E1 - Histograma - Transformação SGL - Área de estudo (C).....	156
Figura E2 - Plot Q-Q Normal - Transformação SGL - Área de estudo (C).	156
Figura E3 - Histograma - Transformação de Helmert_2D - Área de estudo (C).	157
Figura E4 - Plot Q-Q Normal - Transformação de Helmert_2D - Área de estudo (C).	157
Figura E5 - Histograma - Transformação de Helmert_2D_Comb - Área de estudo (C).....	158
Figura E6 - Plot Q-Q Normal - Transformação de Helmert_2D_Comb - Área de estudo (C).	158
Figura E7 - Histograma - Transformação SGL_NBR - Área de estudo (C).	159
Figura E8 - Plot Q-Q Normal - Transformação SGL_NBR - Área de estudo (C).	159
Figura E9 - Histograma - Transformação SGL_NBRGarnes - Área de estudo (C).	160
Figura E10 - Plot Q-Q Normal -Transformação SGL_NBRGarnes - Área de estudo (C).....	160
Figura E11 - Histograma - Transformação UTM_Redução - Área de estudo (C).	161
Figura E12 - Plot Q-Q Normal -Transformação UTM_Redução - Área de estudo (C).	161
Figura E13 - Histograma - Transformação PBD_Tangente - Área de estudo (C).	162
Figura E14 - Plot Q-Q Normal -Transformação PBD_Tangente - Área de estudo (C).	162
Figura E15 - Dupla análise de variância de Friedman de amostras relacionadas por postos - Área de estudo (C).....	163

Figura E16 - Estatísticas do teste de *post-hoc* para cada um dos pares - Área de estudo (C).164

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Características dos sistemas UTM, RTM e LTM.	25
Tabela 2.2 - Erros Tipo (I) e Tipo (II).	59
Tabela 3.1 - Coordenadas Ajustadas do ponto Base (02) - SIRGAS2000/UTM 23S.	81
Tabela 4.1 - Teste de Friedman - Área (A).	87
Tabela 4.2 - Teste de Friedman - Área (B).	91
Tabela 4.3 - Teste de Friedman - Área (C).	95
Tabela A1 - Dados da Poligonal 01.	111
Tabela A2 - Dados da Poligonal 02.	111
Tabela A3 - Dados da Poligonal 03.	111
Tabela A4 - Dados da Poligonal 04.	111
Tabela A5 - Dados da Poligonal 05.	111
Tabela A6 - Dados da Poligonal 06.	112
Tabela A7 - Dados da Poligonal 07.	112
Tabela A8 - Dados da Poligonal 08.	112
Tabela A9 - Coordenadas topográficas ajustadas dos vértices das poligonais.	112
Tabela B1 - Equipamentos GNSS utilizados no levantamento.	116
Tabela B2 - Desempenho dos equipamentos GNSS.	116
Tabela B3 - Resultados do processamento no transporte de coordenadas da Base 02.	117
Tabela B4 - Resultados do processamento dos GNSS dos vértices das poligonais.	118
Tabela B5 - Vértices desconsiderados no ajustamento das observações GNSS.	118
Tabela B6 - Informações gerais do ajustamento das linhas de base da Base (02).	119
Tabela B7 - Informações gerais do ajustamento das linhas de base dos vértices das poligonais.	119
Tabela B8 - Coordenadas ajustadas dos vértices das poligonais - SIRGAS2000/UTM 23S.	120
Tabela B9 - Coordenadas geodésicas ajustadas dos vértices das poligonais.	123
Tabela B10 - Coordenadas cartesianas geocêntricas ajustadas dos vértices das poligonais.	127
Tabela C1 - Estatística Descritiva - Transformação SGL - Área de estudo (A).	130
Tabela C2 - Estatística Descritiva - Transformação de Helmert_2D - Área de estudo (A). ..	130
Tabela C3 - Estatística Descritiva - Transformação de Helmert_2D_Comb - Área de estudo (A).	130
Tabela C4 - Estatística Descritiva - Transformação SGL_NBR - Área de estudo (A).	131

Tabela C5 - Estatística Descritiva - Transformação SGL_NBRGarnes - Área de estudo (A).	131
Tabela C6 - Estatística Descritiva - Transformação UTM_Redução - Área de estudo (A)...	131
Tabela C7 - Estatística Descritiva - Transformação PBD_Tangente - Área de estudo (A)...	132
Tabela C8 - Testes de Normalidade - Área de estudo (A).	132
Tabela D1 - Estatística Descritiva - Transformação SGL - Área de estudo (B).	141
Tabela D2 - Estatística Descritiva - Transformação de Helmert_2D - Área de estudo (B)...	141
Tabela D3 - Estatística Descritiva - Transformação de Helmert_2D_Comb - Área de estudo (B).	141
Tabela D4 - Estatística Descritiva - Transformação SGL_NBR - Área de estudo (B).	142
Tabela D5 - Estatística Descritiva - Transformação SGL_NBRGarnes - Área de estudo (B).	142
Tabela D6- Estatística Descritiva - Transformação UTM_Redução - Área de estudo (B)....	142
Tabela D7 - Estatística Descritiva - Transformação PBD_Tangente - Área de estudo (B)...	143
Tabela D8 - Testes de Normalidade - Área de estudo (B).	143
Tabela E1 - Estatística Descritiva - Transformação SGL - Área de estudo (C).	153
Tabela E2 - Estatística Descritiva - Transformação de Helmert_2D - Área de estudo (C)...	153
Tabela E3 - Estatística Descritiva - Transformação de Helmert_2D_Comb - Área de estudo (C).	153
Tabela E4 - Estatística Descritiva - Transformação SGL_NBR - Área de estudo (C).	154
Tabela E5 - Estatística Descritiva - Transformação SGL_NBRGarnes - Área de estudo (C).	154
Tabela E6 - Estatística Descritiva - Transformação UTM_Redução - Área de estudo (C)...	154
Tabela E7 - Estatística Descritiva - Transformação PBD_Tangente - Área de estudo (C)...	155
Tabela E8 - Testes de Normalidade - Área de estudo (C).	155

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	-	Associação Brasileira de Normas Técnicas
AMR	-	ANOVA de Medidas Repetidas
ANOVA	-	<i>Analysis of Variance</i>
CAD	-	<i>Computer Aided Design</i>
CTRS	-	<i>Conventional Terrestrial Reference System</i>
DSG	-	Diretoria do Serviço Geográfico
EDM	-	<i>Electronic Distance Measurement</i>
EESC	-	Escola de Engenharia de São Carlos
gl	-	Graus de liberdade
GNSS	-	<i>Global Navigation Satellite System</i>
GRS80	-	<i>Geodetic Reference System 1980</i>
HSD	-	<i>Honestly Significant Difference</i>
IBGE	-	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IERS	-	<i>International Earth Rotation and Reference Systems Service</i>
IGS	-	<i>International GNSS Service</i>
IRM	-	<i>IERS Reference Meridian</i>
IRP	-	<i>IERS Reference Pole</i>
LSD	-	<i>Least Significant Difference</i>
LTM	-	Local Transversa de Mercator
MC	-	Meridiano Central
NQ	-	Norte de Quadricula
NG	-	Norte Geodésico
NBR	-	Norma Brasileira
PBD	-	Projeção de Baixa Deformação
PTL	-	Plano Topográfico Local
REGWQ	-	Ryan-Einot-Gabriel-Welsh Q
RBMC	-	Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo
RTK	-	<i>Real Time Kinematic</i>
RTM	-	Regional Transversa de Mercator
SAL	-	Sistema Astronômico Local

SGL	-	Sistema Geodésico Local
SGR	-	Sistema Geodésico de Referência
SIG	-	Sistemas de Informação Geográfica
SIRGAS2000	-	Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas
SPSS	-	<i>Statistical Package for the Social Sciences</i>
STL	-	Sistema Topográfico Local
TM	-	Transversa de Mercator
UTM	-	Universal Transversa de Mercator
WGS84	-	<i>World Geodetic System 1984</i>

SUMÁRIO

DEDICATÓRIA	I
AGRADECIMENTOS	III
RESUMO.....	V
ABSTRACT	VII
LISTA DE ILUSTRAÇÕES.....	IX
LISTA DE TABELAS.....	XIII
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	XV
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Caracterização do problema	1
1.2 Objetivos.....	2
1.3 Justificativas	3
1.4 Contribuições do autor	5
2 REVISÃO DA LITERATURA	7
2.1 Fundamentação Teórica.....	10
2.1.1 Distâncias na Geomática	10
2.1.2 Sistemas de Coordenadas	16
2.1.2.1 Sistema de Coordenadas Geodésicas.....	16
2.1.2.2 Sistema de Coordenadas Cartesianas Espaciais	17
2.1.2.3 Sistema de Coordenadas Topocêntricas	19
2.1.2.3.1 Sistema Geodésico Local - SGL.....	19
2.1.2.3.2 Sistema Astronômico Local - SAL.....	21
2.1.2.4 Sistema de Coordenadas Projetadas	22
2.1.2.4.1 Correções a serem consideradas ao utilizar coordenadas UTM	25
2.1.3 Transformações de Coordenadas.....	27
2.1.3.1 Transformação do Sistema Cartesiano Geocêntrico para o Sistema Geodésico Local aplicando Rotações e Translações - (SGL).....	27
2.1.3.2 Transformação entre Sistemas de Coordenadas Cartesianas Planos - (Helmert_2D e Helmert_2D_Comb)	29
2.1.3.3 Transformação das Coordenadas Geodésicas em Coordenadas Planorretangulares utilizando o Sistema Topográfico Local (NBR 14.166/98)...	38
2.1.3.4 Uso da Projeção de Baixa Deformação - PBD	49

2.1.3.5	Coordenadas Planas (UTM) em Coordenadas Planas Locais aplicando as Reduções de Distâncias e Ângulos	55
2.1.4	Análise Estatística	58
2.1.4.1	<i>Boxplot</i> ou Diagrama de Caixa	60
2.1.4.2	Testes Paramétricos e Não-Paramétricos	62
2.1.4.3	Análise de Variância - ANOVA	63
2.1.4.4	ANOVA de Medidas Repetidas - AMR.....	66
2.1.4.5	Teste de Friedman	70
3	METODOLOGIA	73
3.1	Área de estudo.....	73
3.1.1	Implantação dos pontos.....	77
3.1.2	Determinação das coordenadas dos pontos.....	78
3.1.2.1	Levantamento topográfico	78
3.1.2.2	Levantamento GNSS.....	80
3.1.3	Rotina dos métodos de transformação de coordenadas	84
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	85
4.1	Área (A)	85
4.2	Área (B).....	88
4.3	Área (C).....	92
5	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	99
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	103
	APÊNDICE A - LEVANTAMENTO TOPOGRÁFICO.....	111
	APÊNDICE B - LEVANTAMENTO GNSS.....	116
	APÊNDICE C - ESTATÍSTICAS - ÁREA DE ESTUDO (A)	130
	APÊNDICE D - ESTATÍSTICAS - ÁREA DE ESTUDO (B)	141
	APÊNDICE E - ESTATÍSTICAS - ÁREA DE ESTUDO (C)	153
	ANEXO A - TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS GEODÉSICAS (ϕ, λ, h) EM COORDENADAS CARTESIANAS ESPACIAIS GEOCÊNTRICAS (X, Y, Z).....	165
	ANEXO B - TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS GEODÉSICAS (ϕ, λ) EM COORDENADAS NA PROJEÇÃO DE BAIXA DEFORMAÇÃO (X_{PBD}, Y_{PBD})	167
	ANEXO C - VALOR DE Z TABELADO CORRIGIDO PARA O NÚMERO DE COMPARAÇÕES REALIZADAS ($z_{\alpha/c \times (c-1)}$).....	170

1 INTRODUÇÃO

São descritas as motivações da pesquisa e a caracterização do problema a ser estudado como também os objetivos e as justificativas.

1.1 Caracterização do problema

Posicionar um objeto, em engenharia, nada mais é do que lhe atribuir coordenadas em relação a um referencial, sendo assim, para que a posição do objeto esteja bem definida, tem-se a necessidade de que este referencial seja adequado à finalidade da aplicação.

O fator preponderante na escolha de um referencial é a conveniência, uma vez que escolhido criteriosamente simplifica a obtenção dos dados, os cálculos e a exatidão dos resultados (ANDRADE, 1988). Assim, a necessidade em se definir o referencial mais conveniente e compatibilizar as informações, obtidas por meio de diferentes técnicas e métodos de levantamento, deve ser uma preocupação que os profissionais da área de mensuração devem ter ao realizar os seus trabalhos.

Por muito tempo, as obras desenvolvidas pela Engenharia Civil foram implantadas somente por meio da aplicação de técnicas convencionais de topografia que utilizam instrumentos de medição de ângulos e distância, como por exemplo, a estação total. Estes instrumentos de medição, por sua vez, permitem que sejam materializados os pontos de interesse de obras de engenharia aplicando, por exemplo, o método de poligonação de pontos topográficos¹.

Atualmente, nesse contexto, o uso da tecnologia GNSS para implantação de pontos em obras de engenharia, por meio do método de posicionamento em tempo real, RTK (*Real Time Kinematic*) e suas variações, tem sido acrescentada e vem ganhando espaço. A popularização de seu uso se deve à diversos fatores, como por exemplo, a diminuição dos custos operacionais, a facilidade de operação, o alcance de maior produtividade e a possibilidade de se obter um posicionamento georreferenciado de qualidade em tempo real.

¹ Ponto de coordenadas planimétricas ou planialtimétricas, implantado e materializado no terreno, determinado por poligonal topográfica, apoiada em pontos geodésicos, ou por poligonal secundária de densificação da malha de pontos topográficos, classificadas como II P ou IPRC conforme a NBR 13133 – ABNT NBR 14.166 (1998).

Cada vez mais se tornam comum a exigência e a preocupação com a espacialização dos dados adquiridos, independente da área de atuação. Esse desejo pela informação georreferenciada, proporciona ao gestor um maior domínio do espaço, resultando em uma maior facilidade no processo de planejamento e desenvolvimento de uma região organizada. Esse fato também se faz presente quando se trata de obras de engenharia civil, uma vez, que o uso de informações georreferenciadas colaboram na etapa de implantação e inserção destas obras em uma determinada localidade.

Embora se tenham normas estabelecidas pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) que tratam a respeito da normalização e sistematização de levantamentos topográficos e da implantação de uma rede de referência (NBR 13.133 e NBR 14.166), muitos trabalhos, aplicando as técnicas convencionais de topografia, ainda utilizam pontos com coordenadas iniciais arbitrárias, como sendo pontos de referência, para implantação de obras de engenharia. Como resultado dessa prática, tem-se uma grande incompatibilização espacial, uma vez que não se tem as obras de engenharia referenciadas a um mesmo sistema de coordenadas.

Os avanços tecnológicos nos permitem integrar as observações realizadas com estação total e receptores GNSS, porém, alguns cuidados devem ser tomados para que esta integração seja feita de forma adequada, tendo em vista que os sistemas de referências são diferentes. No caso de levantamentos topográficos realizados com estação total, as coordenadas estão geralmente referenciadas a um sistema local, denominado Sistema Topográfico Local (STL), cuja superfície de referência é o plano topográfico local. Já a tecnologia GNSS têm as suas coordenadas tridimensionais vinculadas ao sistema cartesiano geocêntrico.

Com isso, na implantação de obras de engenharia, torna-se necessário o conhecimento dos sistemas de referência que podem estar envolvidos e suas relações, como também o conhecimento dos diversos métodos de transformações de coordenadas que podem ser utilizados, de modo a compatibilizar os distintos sistemas de referência.

1.2 Objetivos

O objetivo da pesquisa é apresentar aos profissionais da área de Geomática os diferentes resultados que podem ser obtidos aplicando as diversas transformações de coordenadas para um mesmo conjunto de pontos, na implantação de projetos, assim como evidenciar os sistemas de referência envolvidos em cada transformação, quando são integrados dados obtidos de

observações provenientes de levantamentos utilizando a tecnologia GNSS e instrumentos convencionais de topografia.

Por meio da implantação de um conjunto de pontos em uma área teste pretende-se avaliar a qualidade dos resultados obtidos aplicando os diversos métodos de transformação de coordenadas abordados neste estudo.

Pretende-se com isso, apresentar para o profissional a relação existente entre as discrepâncias obtidas, comparando as coordenadas transformadas e de referência, para cada uma das diferentes extensões de áreas, consideradas no estudo, e o método aplicado, como também a facilidade de aplicação de cada método estudado.

1.3 Justificativas

Dentre as muitas atribuições de um engenheiro, a etapa de implantação de uma obra é uma tarefa importante no desenvolvimento de um projeto de engenharia, pois é nesta etapa, que de fato o projeto começa a se concretizar. A partir das informações geométricas do projeto, o engenheiro busca implantar os pontos de interesse da obra de maneira que a sua construção seja realizada sem ambiguidades.

Hoje, devido à informatização, os projetos de engenharia civil são elaborados em ambiente CAD, o que de certa forma facilita a obtenção das coordenadas de qualquer elemento da obra representado no projeto, simplificando desta forma, a etapa de implantação dos pontos de interesse no terreno.

De posse das coordenadas, o engenheiro pode realizar de maneira eficiente a implantação da obra por meio de levantamentos topográficos, utilizando dois tipos de instrumentos que são: instrumentos topográficos convencionais (estação total e níveis) e os equipamentos baseados na tecnologia GNSS (receptores GNSS).

Cada vez mais o uso da tecnologia GNSS tem se tornado mais comum nas áreas que envolvem o posicionamento. Além disso, empresas e profissionais destas áreas utilizam tal tecnologia em suas atividades diárias de trabalho. Isso se deve, por exemplo, ao desenvolvimento das técnicas de posicionamento por meio de satélites artificiais, com destaque para o método de posicionamento RTK, o qual permite a obtenção de coordenadas acuradas em tempo real, possibilitando a implantação de pontos de maneira mais prática e produtiva, quando comparado às técnicas topográficas convencionais.

Se por um lado foi proporcionado melhorias e facilidades operacionais, de um modo geral, por outro, se tem que o seu uso indevido, uma vez que não são atendidas as devidas considerações que o método requer, tem trazido problemas ao compatibilizar as coordenadas obtidas com tecnologia GNSS e às coordenadas obtidas por meio de técnicas topográficas convencionais.

Apesar de ser fato, o crescente uso da tecnologia GNSS e a necessidade de se trabalhar com informações georreferenciadas nas mais diversas áreas, tem-se que, para fins de obras de engenharia, é mais conveniente utilizar sistemas planos topográficos uma vez que estes proporcionam uma maior facilidade de uso e entendimento técnico.

Um fato muito comum a ser considerado, é quando se pretende implantar uma obra de engenharia georreferenciada, por meio de técnicas convencionais de topografia, e nas imediações da área inexistem marcos geodésicos pertencentes uma Rede de Referência Cadastral, como aquela apresentada na norma brasileira 14.166/98, pertencente à Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT). Para isso, torna-se necessário então, utilizar a tecnologia GNSS para a implantação de marcos geodésicos para que seja estabelecida uma poligonal apoiada em vértices com coordenadas pertencentes ao Sistema Geodésico Brasileiro (SGB).

Essa é uma situação crítica para a engenharia, na qual se tem, por exemplo, uma poligonal apoiada em vértices com coordenadas planorretangulares determinadas nas projeções derivadas da Projeção Transversa de Mercator (a projeção UTM, por exemplo), obtidas por meio da tecnologia GNSS e os seus vértices intermediários medidos com uma estação total. Neste caso, a solução seria reduzir as distâncias topográficas para o Sistema Transverso de Mercator e balancear a poligonal no plano de projeção. Outra solução seria transformar as coordenadas planorretangulares, determinadas no Sistema Transverso de Mercator, dos marcos geodésicos para o plano topográfico local e balancear a poligonal nesse plano.

Outra situação que ocorre é quando se deseja implantar os pontos de interesse, com coordenadas no plano local, projetados para a obra de engenharia utilizando receptores GNSS em modo diferencial RTK. Para solucionar esse problema, é necessário que as coordenadas de projeto dos pontos sejam transformadas para coordenadas planorretangulares, determinadas no Sistema Transverso de Mercator, de modo que possam ser implantadas aplicando a tecnologia GNSS.

Embora o emprego dos equipamentos que utilizam a tecnologia GNSS possa ser aplicado na implantação de pontos georreferenciados, deve-se ter o conhecimento de que o

referencial utilizado por eles difere daquele utilizado pelos instrumentos topográficos convencionais.

Com isso, torna-se necessário a compatibilização das coordenadas obtidas com a tecnologia GNSS, as quais se baseiam no Sistema Geocêntrico, com as coordenadas topográficas obtidas pela topografia convencional, as quais se baseiam no Sistema Topocêntrico. Na literatura estão disponíveis diversos métodos de transformação de coordenadas, que permitem realizar a compatibilização entre os diferentes métodos de levantamento topográfico, permitindo assim o uso combinado dos dois instrumentos na implantação de pontos de projeto no terreno. Para esta pesquisa serão considerados os seguintes métodos:

- Transformação do Sistema Cartesiano Geocêntrico para o Sistema Geodésico Local aplicando Rotações e Translações (SGL);
- Transformação entre Sistemas de Coordenadas Cartesianas Planos (Helmert_2D e Helmert_2D_Comb);
- Transformação das Coordenadas Geodésicas em Coordenadas Planorretangulares utilizando o Sistema Topográfico Local (NBR 14.166/98);
- Uso da Projeção de Baixa Deformação - PBD;
- Transformação das Coordenadas Planas (UTM) em Coordenadas Planas Locais aplicando as reduções de distâncias e ângulos.

Nesta pesquisa pretende-se avaliar a aplicação dos métodos de transformação de coordenadas e avaliar a extensão de uso de cada uma e suas interferências com a qualidade dos resultados. Com isso, conhecendo as interferências associadas à extensão das áreas e ao método de transformação aplicado, pretende-se verificar a confiabilidade das observações para fins de implantação das obras de engenharia.

1.4 Contribuições do autor

Esta dissertação aborda diversos métodos que possibilitam a integração do posicionamento utilizando a tecnologia GNSS e as técnicas topográficas convencionais, sendo apresentados no decorrer do texto, diferentes modelos matemáticos disponíveis na literatura.

São apresentados os aspectos envolvidos na compatibilização entre estas duas tecnologias, as características dos métodos utilizados na dissertação, bem como, as suas

aplicações em um conjunto de pontos distribuídos na área de estudo localizada na zona urbana de São Carlos.

Utilizando como referência as coordenadas obtidas por meio de uma poligonal topográfica implantada numa área de estudo, foram analisados os erros posicionais obtidos para cada um dos métodos aplicados, em três áreas com extensões diferentes, de modo a verificar qual dos métodos proporcionaria os melhores resultados para a integração dessas duas tecnologias.

Outro ponto a ser destacado é que por meio dos experimentos realizados, puderam-se evidenciar as dificuldades e os resultados esperados, bem como a relação entre a aplicação dos diferentes métodos abordados e as diferentes extensões de áreas, com a finalidade de compatibilizar as coordenadas advindas de medições topográficas e das determinadas por meio da tecnologia GNSS.

2 REVISÃO DA LITERATURA

A transformação de coordenadas é um tema que já é conhecido na literatura, uma vez que vem sendo trabalhado ao longo dos anos. Wolf et al. (2014) fazem diferenciação entre conversão e transformação de coordenadas. Para o autor, essa diferenciação se deve ao fato de que a transformação de coordenadas corresponde a um processo matemático não exato, uma vez que é baseada em medições e estas contêm erros, enquanto que a conversão de coordenadas consiste em processos matemáticos exatos, que apenas alteram a forma de apresentação dos valores de coordenadas dos pontos, mantendo o seu datum inalterado. Para efeito desta dissertação mantém-se, indistintamente, o termo transformação.

Muito tem se falado a respeito dos problemas que podem ocorrer, caso não sejam atendidas as recomendações necessárias para que a integração da tecnologia GNSS e dos métodos convencionais de topografia seja realizada de maneira satisfatória, para fins de posicionamento. Diversos autores tem tratado e desenvolvido trabalhos sobre o assunto e alertado os leitores sobre a necessidade de compatibilização das relações geométricas existentes entre os diversos sistemas de coordenadas envolvidos nos posicionamentos realizados utilizando ambas as tecnologias.

Matsuoka e Azambuja (2007) discorrem sobre a integração entre os levantamentos planimétricos convencionais e as informações obtidas por meio da tecnologia GNSS, de maneira, a orientar os profissionais a não cometerem os erros decorrentes do desconhecimento das particularidades (teóricas e práticas) de cada uma dessas tecnologias envolvidas. Para tanto, uma das maneiras apresentada é a aplicação das fórmulas presentes na norma brasileira 14.166 de 1.998 (NBR 14.166/98), que pode ser utilizada para transformar as coordenadas dos pontos de uma poligonal topográfica, obtidas por meio da tecnologia GNSS, para o Sistema Topográfico Local. Segundo os autores, uma alternativa mais simples e que apresenta resultados similares é aplicar a transformação para o Sistema Geodésico Local (SGL).

Idoeta (2005) aborda os conceitos e as características do Plano Topográfico Local (PTL) como também apresenta as fórmulas que permitem relacionar, de maneira biunívoca, as coordenadas vinculadas a este referencial com as coordenadas vinculadas ao sistema geodésico, como também, propõe uma solução para fins de levantamento e locação de obras de engenharia utilizando o conceito do Plano Topográfico Local. É apresentado o estudo de caso da Rodovia Presidente Dutra, que conecta as cidades de Rio de Janeiro e São Paulo, com extensão

aproximadamente de 405 quilômetros, cujo relevo apresenta mudanças de altitudes superiores a 800 metros.

Nesse estudo de caso, embora o autor não apresente em detalhes a solução adotada, ele propõe o uso de diferentes PTL sequenciais, em um total de 12. Foram aplicadas rotações e translações adequadas havendo um ponto em comum entre os PTL vizinhos, permitindo assim, uma única grade de coordenadas entre os planos. Isto possibilitou obter um sistema de coordenadas sequencial biunívoco com o sistema geodésico adequado para o levantamento e a locação em obras extensas, como no caso de obras lineares de engenharia (estradas, rodovias, ferrovias, entre outras).

Dal'forno et al. (2010) apresentam o método de Rotações e Translações como uma alternativa ao método descrito na NBR 14166/1998, para a obtenção de coordenadas topográficas a partir de coordenadas geodésicas. Neste estudo, os autores utilizaram dezoito marcos geodésicos pertencentes à Rede Municipal de Santa Maria-RS e, aplicando ambos os métodos, compararam, posteriormente, as coordenadas topográficas transformadas.

Pelas comparações realizadas, os autores verificaram que as discrepâncias aumentaram, em valor absoluto, na medida em que as diferenças de nível aumentavam em relação ao ponto definido como sendo a origem do PTL. A maior discrepância ocorreu para o ponto que excedeu o desnível de 150 metros em relação ao PTL. De acordo com os autores, o método das rotações e translações independe dos desníveis do terreno em relação ao PTL, desde que respeitadas as dimensões máximas do PTL.

Simões et al. (2017) avaliaram as grandezas pontuais, lineares e de superfícies nos sistemas Geodésico Local e Topográfico Local, em uma área de aproximadamente 180 hectares localizada no Instituto Federal do Sul de Minas. Neste estudo, eles utilizaram uma estação homologada pelo IBGE e determinaram as coordenadas geodésicas de vinte e oito marcos, por meio da tecnologia GNSS, utilizando os métodos de posicionamento relativos estático e estático rápido. Os autores concluíram que as diferenças lineares e de superfícies obtidas ao comparar ambos os sistemas, não são desprezíveis. As máximas diferenças observadas na área de 180 hectares foram iguais a 3,1 centímetros e 8,7 metros quadrados. Valores estes que não podem ser desconsiderados em trabalhos de alta precisão. Com relação às diferenças pontuais, foi avaliado que o erro planimétrico não é influenciado pela distância do ponto à origem definida para o PTL, apresentando valores da ordem de 14 a 16 centímetros.

Souza e Garnés (2012a) realizaram um experimento para analisar o uso de projeções cartográficas (UTM, RTM e LTM) para grandes escalas. Para fins de comparação de resultados

foi utilizado como referência o sistema topocêntrico e as distâncias sobre o elipsoide de revolução. Para tanto, a partir de uma poligonal contendo quatro vértices, definiu-se uma área de aproximadamente 60 quilômetros quadrados nos limites dos fusos UTM (24 e 25 Sul) com uma altitude de aproximadamente 560 metros, englobando o perímetro urbano da cidade de Caruaru-PE.

Os autores apresentam subsídios de maneira que se verifique a importância da realização de um estudo preliminar do sistema de projeção a ser utilizado nos trabalhos, cuja finalidade é obter resultados coerentes com a realidade. Dentre as projeções analisadas, os autores concluíram que para a região estudada, um caso específico da Projeção Transversa de Mercator foi a que apresentou resultados mais consistentes com a realidade na superfície da Terra. Nesse caso específico, o meridiano central foi definido em um ponto particular, tendo sido a posição do cilindro da projeção estabelecida pela imposição de que o fator de escala, no meridiano central, fosse igual ao fator de elevação.

Khalil (2015) realiza um estudo apresentando um experimento que utiliza três alternativas que permitem integrar as medidas obtidas aplicando o método de posicionamento RTK com medidas obtidas com estação total. Utilizaram como referência as medidas obtidas por meio das técnicas convencionais de levantamento topográfico. As alternativas utilizadas foram: o uso de pontos homólogos obtidos pelas técnicas convencionais de levantamento topográfico e pela tecnologia GNSS; o uso dos fatores de escala e de elevação combinados; e o uso de um caso particular da projeção Transversa de Mercator, similar ao aplicado por Souza e Garnés (2012a).

Nesse estudo, foi implantada uma poligonal contendo 14 vértices, com extensão de aproximadamente 1.400 metros. Com relação à posição relativa ao ponto base, as alternativas testadas apresentaram valores muito próximos entre si, variando entre 2,1 a 2,9 centímetros. Por outro lado, com relação às posições absolutas, os melhores resultados foram obtidos pela aplicação do método que utiliza pontos homólogos, o qual apresentou um erro médio de 3,8 centímetros, enquanto que as demais alternativas apresentaram resultados muito parecidos, cujos erros médios foram de, aproximadamente, 12 centímetros.

2.1 Fundamentação Teórica

Nesta seção será apresentada a fundamentação teórica utilizada para o desenvolvimento da pesquisa. Na seção 2.1.4 serão apresentados conceitos e testes estatísticos envolvidos na análise dos resultados.

2.1.1 Distâncias na Geomática

As principais distâncias utilizadas na Geomática, apresentadas por Silva e Segantine (2015) são: Distância inclinada, distância vertical, distância horizontal, distância elipsoidal (esférica)² e distância plana.

As distâncias medidas sobre a superfície terrestre com uma estação total são obtidas por meio de medições eletrônicas realizadas por um distanciômetro (EDM - *Electronic Distance Measurement*) incorporado na luneta do instrumento de medição topográfico. Por sua vez, a estação total tem a sua orientação relacionada à superfície de gravidade local. Assim, torna-se necessário a aplicação de reduções/correções às observações obtidas em campo, de modo que se possa estabelecer uma relação entre as diferentes distâncias utilizadas na Geomática.

De acordo com Afeni (2011), tais reduções/correções são divididas em três categorias: As correções devido aos erros instrumentais; as correções atmosféricas e as reduções geométricas. A primeira corresponde às correções de erros de origem óptica ou eletrônica (normalmente de pequena magnitude e, quando não determinados pelos fabricantes, por meio do processo de calibração, os seus efeitos não modelados são embutidos na precisão do instrumento), a segunda refere-se às correções na velocidade de propagação da onda eletromagnética (FAGGION, 2001) e a terceira, conforme descrito na sequência deste texto, refere-se às reduções aplicadas nas distâncias medidas pelo instrumento topográfico que possibilitam obter o seu valor nas diferentes superfícies de referências existentes e/ou consideradas nos diversos tipos de usos em Geomática.

Os fabricantes de estação total, geralmente, incluem em seus produtos recursos que possibilitam a seleção de uma configuração preestabelecida, como também, a inserção direta de parâmetros que permitem aplicar as correções indicadas acima nas distâncias medidas em

² Para algumas aplicações, torna-se conveniente assumir que a Terra seja uma esfera em vez de um elipsoide. Para isso, torna-se necessário a adoção de um raio adequado para o uso da esfera como sendo o modelo representativo da Terra (RAPP, 1991).

campo. Dessa forma, os usuários podem inserir no instrumento os valores das condições atmosféricas medidos em campo, como por exemplo, valores de pressão e temperatura, de modo a obter, automaticamente, o valor da distância medida sob as reais condições atmosféricas no momento da observação.

Em relação às reduções geométricas, existem basicamente dois métodos de redução a serem considerados. O primeiro utiliza as altitudes conhecidas ou medidas, enquanto o segundo é baseado nos ângulos zenitais medidos (RUEGER, 1996). De acordo com o autor, embora o primeiro método seja o mais preciso e utilizado nos casos em que são realizadas medições de média e longa distâncias, o segundo, é o método aplicado nas situações em que são medidas distâncias curtas e as altitudes dos alvos da estação não são conhecidas. As reduções geométricas apresentadas a seguir, consideram o segundo método, uma vez que este é o que ocorre ao se trabalhar com as estações totais.

Os trabalhos de engenharia são desenvolvidos sobre a superfície física da Terra, a qual, apresenta irregularidades devido ao relevo. Ocorre que, devido a essas irregularidades, o instrumento de medição topográfico e o alvo encontram-se em altitudes diferentes, não sendo assim, possível obter diretamente a leitura da distância sobre o plano local perpendicular à vertical do instrumento, ou seja, da distância horizontal. Assim, a distância medida entre dois pontos localizados sobre a superfície terrestre dá-se o nome de distância inclinada.

A distância (D_1), apresentada na Figura 2.1, corresponde à distância obtida após a aplicação das correções na velocidade de propagação da onda. Essa distância representa o comprimento efetivo percorrido pela onda, a qual se propaga, aproximadamente, por uma trajetória curva (RUEGER, 1996).

A curva sofrida pelo sinal EDM (refração) baseia-se na relação entre as curvaturas da geometria utilizada para a representação da Terra de raio (R), no ponto em que se encontra o instrumento de medição topográfico e, da circunferência de raio (r) percorrida pelo sinal EDM, do alvo até o instrumento de medição topográfico (GARNÉS, 2018). A situação descrita acima é ilustrada na Figura 2.1:

Figura 2.1- Elementos envolvidos nas medições de distâncias com estação total.

Fonte: Adaptado de Garnés (2018).

Dessa maneira, por meio da Equação (2.1), pode-se obter a distância inclinada (D_2) corrigindo-se a distância (D_1) da curvatura do sinal EDM, ou seja, corrigindo-a do efeito da refração (SCHOFIELD, 2007).

$$D_2 = D_1 - \frac{k^2 \times D_1^3}{24 \times R^2} \quad (2.1)$$

Sendo;

k : coeficiente de refração. Silva e Segantine (2015) consideram esse valor igual a 0,13.

R : raio da esfera de aproximação ao elipsoide³.

A Equação (2.2) permite calcular o raio de uma esfera que possui o mesmo volume do elipsoide de revolução (RAAP, 1991):

$$R = a \times \left(1 - \frac{e^2}{6} - \frac{5 \times e^4}{72} - \frac{55 \times e^6}{1296} \right) \quad (2.2)$$

Sendo;

³ De acordo com RAAP (1991), o fato de considerar o valor de 6.371 km para o raio da Terra, apresenta uma pequena diferença numérica para aquele calculado, por meio da Equação (2.1), quando, nos cálculos são utilizados os parâmetros definidores do GRS80. Dessa forma, essa consideração apresenta-se como sendo uma aproximação aceitável.

a: semieixo maior do elipsoide de revolução de referência;

e: primeira excentricidade do elipsoide de revolução de referência, que pode ser calculada pela Equação (2.3):

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} \quad (2.3)$$

Sendo,

b: semieixo menor do elipsoide de revolução de referência.

O ângulo zenital (z'), é o ângulo zenital efetivamente lido pelo instrumento de medição topográfico. Essa medida corresponde ao ângulo compreendido entre o zênite e o alinhamento que tangencia a trajetória curva percorrida pelo sinal da onda emitido pelo EDM. O ângulo zenital corrigido (z), do efeito angular da refração, é obtido somando o ângulo de refração (δ) ao ângulo zenital efetivamente lido, conforme ilustrado na Figura 2.1. Por meio da Equação (2.4) pode-se obter o ângulo de refração (GARNÉS, 2018).

$$\delta = k \times \frac{D_2 \times \text{senz}'}{2 \times R} \quad (2.4)$$

Schofield (2007) destaca que a distância inclinada (D_2) certamente terá que ser reduzida para a distância topográfica horizontal⁴, uma vez que esta é utilizada nos trabalhos em Geomática. A distância topográfica horizontal corrigida do efeito da refração, no ponto de referência (ponto em que a estação total está instalada), pode ser obtida em função da distância inclinada (D_2) por meio da Equação (2.5)⁵, apresentada a seguir (GARNÉS, 2018):

$$D_{H(A)} = \frac{D_2 \times \text{senz}}{\left(1 + \frac{D_2 \times \cos z}{R}\right)} \quad (2.5)$$

Cabe aqui destacar que, a dedução da Equação (2.5) considera a situação apresentada para aqueles casos em que não se conhece a altitude do ponto, no qual a estação total está instalada. Com isso, tem-se que a altitude (h_A), ilustrada na Figura 2.1, é negligenciada no

⁴ Distância entre dois pontos da superfície terrestre situados sobre o plano horizontal perpendicular à vertical do lugar de um dos pontos considerado - Silva e Segantine (2015).

⁵ A distância ($D_{H(A)}$) corresponde a projeção gnomônica azimutal de (B) com plano origem em (A), que pode ser calculada por: $D_{H(A)} = D_2 \times \text{senz} - D_{H(A1)} = D_2 \times \text{senz} - D_2 \times \cos z \times \tan \theta$ (Garnés, 2018).

processo dedutivo dessa equação. Rueger (1996) destaca que o erro máximo devido a omissão de (h_A) no cálculo de $(D_{H(A)})$ é menor que 0,4 milímetros⁶.

A redução da distância horizontal topográfica ao nível do elipsoide $(D_{H(0)})$ é realizada aplicando-se um fator de escala altimétrico em função da elevação do ponto e do raio da Terra. A elevação a ser considerada deve ser a altitude geométrica, porém, o que se tem na maioria dos casos é altitude ortométrica exigindo, portanto, que se utilize o valor da ondulação geoidal do local. Notar que em muitas regiões do Brasil, o valor da ondulação geoidal é pequeno quando comparado com o raio da Terra e por esta razão, os resultados obtidos independem da altitude considerada.

Assim, a distância ao nível do elipsoide $(D_{H(0)})$, ou seja, tangente ao elipsoide, pode ser obtida aplicando o inverso do fator de elevação, conforme indicado na Equação (2.6).

$$D_{H(0)} = \frac{D_{H(A)}}{c} \quad (2.6)$$

De acordo com a NBR 14.166, 1998, o fator de elevação pode ser calculado aplicando-se a equação (2.7).

$$c = \frac{R + H_t}{R} \quad (2.7)$$

Sendo:

H_t : Altitude do terreno em relação a superfície de referência.

A distância $(D_{H(0)})$, apresentada na Equação (2.6), ainda deve ser corrigida devido ao efeito de curvatura terrestre, uma vez que $(D_{H(0)})$ foi apenas reduzida ao nível do elipsoide. Vale destacar que as estações totais já realizam automaticamente as correções devido a refração e a curvatura terrestre diretamente no cálculo da distância horizontal topográfica.

Considerando a distância horizontal topográfica calculada na Equação (2.5) pode-se obter o valor do ângulo no centro da Terra (θ) aplicando-se a Equação (2.8). Desta maneira, pode-se obter a distância entre $(\widehat{A'B''})$ por meio da Equação (2.9), que corresponde à distância considerada sobre o elipsoide (D_E) (GARNÉS, 2018).

⁶ Válido para distâncias inclinadas (D2) menores que 5.000 metros e ângulos zenitais entre 70° e 110° (RUEGER, 1996).

$$\theta = \arctan\left(\frac{D_{H(A)}}{R}\right) \quad (2.8)$$

$$D_E = R \times (\theta) \quad (2.9)$$

Considerando as correções atmosféricas e geométricas aplicadas na distância (D_1), a sua representação pode ser realizada sobre um plano de projeção cartográfica. Para tanto, deve-se utilizar a medida de distância reduzida sobre o elipsoide (D_E). Desta maneira, para se obter a distância plana projetada (D_{plana}), basta multiplicar o comprimento elipsoidal do alinhamento considerado pelo fator de escala (k) da projeção cartográfica definida para a sua representação, conforme indicado pela Equação (2.10).

$$D_{plana} = D_E \times k \quad (2.10)$$

A Figura 2.2 ilustra a relação geométrica existente entre as distâncias consideradas nas diferentes superfícies.

Figura 2.2 - Relações geométricas entre as superfícies.

Fonte: Adaptado de Garnés (2018).

2.1.2 Sistemas de Coordenadas

A seguir são apresentados os sistemas de coordenadas importantes para os estudos apresentados nesta dissertação e suas principais características.

2.1.2.1 Sistema de Coordenadas Geodésicas

O sistema de coordenadas geodésicas baseia-se no eixo de rotação (b) do elipsoide de referência e no plano perpendicular a ele, denominado de Plano do Equador. Os parâmetros geométricos do elipsoide de revolução são:

- Semieixo maior - a ;
- Achatamento- f .

Assim, um ponto (P) situado na superfície física da Terra é definido pelo terno de coordenadas (φ, λ, h) correspondendo à latitude geodésica, longitude geodésica e altitude geométrica do ponto (P), respectivamente.

Como pode ser visto na Figura 2.3, a reta que passa pelo ponto (P) é denominada de normal. A normal é uma reta perpendicular à superfície de referência e pelo fato de o elipsoide de referência apresentar uma forma achatada, ela não passa pelo seu centro.

Figura 2.3 - Sistema de Coordenadas Geodésicas.

Fonte: Adaptado de Torge (2001).

A latitude geodésica (ϕ) de um ponto corresponde ao valor do ângulo formado entre a normal que passa pelo ponto (P) e o Plano do Equador, variando de 0° a 90° a partir do Plano do Equador, tendo valores positivos para pontos situados no hemisfério Norte e negativos para pontos no Hemisfério Sul. Para efeito de notação, são atribuídas as siglas (N) e (S), respectivamente, para pontos localizados nos Hemisférios Norte e Sul.

A longitude geodésica (λ), desse mesmo ponto (P), é dada pelo valor do ângulo diedro formado entre o plano meridiano que passa pelo ponto (P) e o plano que passa pelo meridiano de origem. Os valores de longitude variam de 0° a 180° a leste ou a oeste, tendo o meridiano de Greenwich como meridiano de referência. Os valores de longitude serão positivos a leste do meridiano de origem, podendo ser representada pela letra (E) precedida de seu valor. Para pontos a oeste de Greenwich, a longitude pode ser representada pelo seu sinal negativo ou também, pelo acréscimo da letra (W) ao seu valor, e para pontos a leste de Greenwich atribui-se a letra (E).

A componente referente à altitude (h) do ponto (P) corresponde à distância considerada ao longo da normal, entre o ponto (P), localizado na superfície terrestre, e sua projeção na superfície de referência.

Um mesmo ponto (P), localizado na superfície terrestre, pode ter diferentes conjuntos de coordenadas geodésicas. Isso dependerá das características (global, local) e dos parâmetros geométricos do elipsoide de referência.

2.1.2.2 Sistema de Coordenadas Cartesianas Espaciais

O Sistema de Coordenadas Cartesianas Espaciais consiste em um sistema tridimensional (X, Y, Z), mutuamente perpendiculares, que permite determinar a posição de pontos no espaço. Em Geodésia, esse sistema de coordenadas é associado a um Sistema Geodésico de Referência (SGR). Um exemplo de SGR que pode ser citado é o WGS84, o qual está associado ao Sistema de Posicionamento Global (GPS) quando se utilizam as efemérides transmitidas (MONICO, 2008).

Nesse caso, a origem (O) e os eixos cartesianos são geocêntricos, sendo definidos conforme às especificações estabelecidas na resolução nº 2 da IUGG, adotada na Assembleia Geral de Viena realizada em 1991 (SEEBER, 2003):

- Origem (O): Centro de massa da Terra (geocêntrico);
- Eixo (Z): Aponta para a direção do polo de referência internacional (IERS *Reference Pole* - IRP);
- Eixo (X): Intercepta o meridiano de referência (IRM - IERS *Reference Meridian*) com o plano que passa pela origem sendo normal ao eixo (Z);
- Eixo (Y): Torna o sistema dextrógiro.

A Figura 2.4 ilustra o sistema de coordenada cartesianas espaciais utilizado em Geodésia, cujas coordenadas estão associadas a um referencial geocêntrico.

Figura 2.4 - Sistema de coordenadas cartesianas geocêntricas - WGS84.

Fonte: Adaptado de Seeber (2003).

Dessa maneira, para os casos em que o modelo geométrico da Terra esteja associado a um referencial geocêntrico (elipsoide global), a origem do elipsoide de referência será coincidente com o centro de massa da Terra e os seus eixos coincidentes aos eixos do CTRS para a época de 1984,0 (MONICO, 2008). Para os casos em que se tenha a figura de um elipsoide local, o seu centro não será coincidente com o centro de massa da Terra, sendo o semieixo menor (b) paralelo ao eixo de rotação da Terra para uma determinada época. Assim, nesses casos, o eixo (Z) do sistema de coordenada cartesianas espaciais será, portanto, paralelo ao IRP, o eixo (X) paralelo ao plano formado pelo IRM com o plano do Equador e o eixo (Y) posicionado de modo a tornar o sistema dextrógiro.

Assumindo um elipsoide de revolução global, cuja origem coincida com a origem do sistema geocêntrico com coordenadas cartesianas espaciais (X, Y, Z), as coordenadas geodésicas (φ, λ, h) de um determinado ponto (P) podem ser expressas nesse sistema tridimensional (HOFMANN-WELLENHOF; LICHTENEGGER; WASLE, 2008). As equações que permitem estabelecer tal relação são apresentadas no Anexo A desta dissertação.

2.1.2.3 Sistema de Coordenadas Topocêntricas

Para Jekeli (2016), um sistema de coordenadas terrestres locais é o sistema local no qual são feitas as medições geodésicas tradicionais de distâncias e ângulos, ou direções, usando os equipamentos de medição de distância, teodolitos, e suas combinações (exemplo: Estação Total).

O sistema de coordenadas topocêntricas pode ser definido tanto em relação ao vetor normal ao elipsoide (Sistema Geodésico Local - SGL) quanto em relação ao vetor de gravidade (Sistema Astronômico Local - SAL), sendo que os desenvolvimentos para ambos são idênticos, tendo como diferença, a especificação em um ponto do tipo de latitude e de longitude, isto é, a direção da vertical, (JEKELI, 2016).

Conforme exposto em Garnés (1998), a aplicação das componentes do desvio da vertical pode ser usada com a finalidade de realizar a transformação entre sistemas de coordenadas terrestres. Dessa maneira, torna-se possível obter coordenadas vinculadas ao SAL a partir de coordenadas vinculadas ao SGL, desde que seja considerado o desvio da vertical. Diversos trabalhos têm sido desenvolvidos com essa temática, os quais apresentam diferentes métodos para a determinação das componentes do desvio da vertical (ANDRADE, 2008; SOUZA, 2012; SOUZA e GARNÉS, 2012b).

2.1.2.3.1 Sistema Geodésico Local - SGL

Segundo Torge (2001), esse sistema de coordenadas é análogo ao sistema astronômico local e representa uma aproximação deste. Como pode ser visto na Figura 2.5, o Sistema de Coordenadas Geodésicas Locais (e_{GL}, n_{GL}, u_{GL}), tem origem no ponto (P), com coordenadas geodésicas (φ, λ, h), cujo ponto conecta-se ao Sistema de Coordenadas Geodésicas, por meio da normal ao elipsoide, da latitude e longitude do ponto (P). Dessa forma, nota-se que o SGL

possui uma relação com o sistema de coordenadas geodésicas, uma vez que o seu eixo (u_{GL}) coincide com a normal que passa pela origem do sistema, como pode visto na Figura 2.5.

Figura 2.5 - Sistema Geodésico Local.

Fonte: Adaptado de TORGE (2001).

No sistema de coordenadas geodésicas locais, o eixo (z), representado pelo vetor (u_{GL}), aponta para o zênite elipsoidal, passando pela origem do sistema sobre a normal, tendo o plano (xy) perpendicular a ele. O eixo (y), representado pelo vetor (n_{GL}) aponta para o norte geodésico (direção do meridiano geodésico) e o eixo (x), representado pelo vetor (e_{GL}), aponta para o leste tornando, assim, o sistema dextrógiro. Assim, nesse sistema, o posicionamento de um ponto (P) qualquer tem sua posição representada pelas coordenadas cartesianas locais (e_{GL}, n_{GL}, u_{GL}).

Pela Figura 2.5, nota-se que o ponto (P_i) é descrito com relação ao ponto (P) a partir do azimuth geodésico (α), do ângulo zenital geodésico (ζ) e pela distância inclinada (s) entre esses dois pontos.

Segundo Monico (2008), o SGL também pode ser utilizado para obter o azimuth e o ângulo vertical, a partir das coordenadas geodésicas cartesianas dadas em uma das realizações do Sistema de Referência Terrestre Convencional (CTRS), ou paralelo a este, facilitando dessa forma, a integração com levantamentos terrestres.

2.1.2.3.2 Sistema Astronômico Local - SAL

As coordenadas cartesianas astronômicas locais (e_{AL} , n_{AL} , u_{AL}) estão vinculadas à direção do fio de prumo (vertical) no ponto de observação, sendo desta forma, um sistema local relacionado ao campo de gravidade (TORGE, 2001).

A localização de um ponto de observação qualquer no SAL é derivada de observações terrestres, como por exemplo, azimuth astronômico, direções horizontais (diferenças de azimutes), distâncias inclinadas (s) e ângulos zenitais (z) (SEEBER, 2003).

Na Astronomia, o azimuth de uma direção corresponde ao ângulo formado entre o meridiano do ponto e o alinhamento da direção, contado a partir do sul ao oeste sobre o horizonte. Garnés (1998) destaca que o Sistema Topográfico Local e o SAL são idênticos, uma vez que se os eixos do SAL forem definidos conforme a topografia praticada no Brasil. Dessa forma, no SAL, o eixo (n_{AL}) seria positivo apontando para o Norte, com direção para meridiano astronômico passante pela origem do sistema topográfico, o eixo (e_{AL}) teria a sua orientação positiva para Leste e o eixo (u_{AL}) coincidente com a direção da vertical que passa pelo ponto origem (P_0), sendo positivo para o zênite.

A Figura 2.6 apresenta as características dos eixos do ponto origem (P_0) no Sistema Astronômico Local.

Figura 2.6- Sistema Astronômico Local.

Fonte: Adaptado de SEEBER (2003).

Como pode ser visto na Figura 2.6, a origem do sistema está no ponto de observação (P_0). O eixo (u_{AL}) coincide com a direção da vertical que passa pelo ponto (P_0) apontando positivamente para o zênite e os eixos (e_{AL}) e (n_{AL}), formam o plano horizontal, o qual é perpendicular à vertical que passa pelo ponto (P_0). O eixo (n_{AL}) coincide com a direção do meridiano astronômico, sendo positivo para o Norte e o eixo (e_{AL}) completa, ortogonalmente juntamente com os demais eixos, o sistema cartesiano cuja a orientação é positiva para o Leste. Assim, têm-se que:

- Azimute Astronômico (AZ_{astro}): é o ângulo medido no plano horizontal (n_{AL} e e_{AL}), no sentido horário, entre o eixo (n_{AL}) e a projeção da linha que une os pontos (P_0) e (P_i).
- Ângulo zenital (z): é o ângulo medido no plano vertical entre a vertical local e a linha que une os pontos (P_0) e (P_i).
- Distância inclinada (s): é o comprimento da linha reta que une os pontos (P_0) e (P_i).

2.1.2.4 Sistema de Coordenadas Projetadas

No plano, os objetos localizados na superfície terrestre são representados por coordenadas planas, as quais estão relacionadas a uma projeção específica utilizada para representação.

Segundo Silva e Segantine (2015), em Geomática, as funções que relacionam as coordenadas geodésicas e planas, são escolhidas de maneira a preservar as características geométricas que são importantes na engenharia, como por exemplo, os ângulos, as superfícies e as distâncias. Assim, para os projetos de Geomática, a projeção conforme é o tipo escolhido, tendo como característica a conservação dos ângulos, ela permite estabelecer uma relação direta entre as medidas angulares, observadas na superfície topográfica e suas representações na superfície plana, (SILVA e SEGANTINE, 2015).

Um exemplo de projeção conforme é a projeção UTM (Universal Transversa de Mercator). No Brasil, ela foi utilizada na produção das representações cartográficas do Sistema Cartográfico Nacional, realizadas pelo IBGE e a Diretoria do Serviço Geográfico (DSG). Esta projeção ainda continua sendo utilizada nos mapeamentos atuais.

A projeção UTM consiste em uma projeção conforme, a qual tem como superfície de projeção um cilindro secante à superfície de referência (elipsoide de referência). Nos pontos de secância, entre o cilindro e a superfície de referência, são geradas duas linhas, sobre as quais as grandezas projetadas correspondem à escala verdadeira, ou seja, o fator de escala ao longo dessas linhas de secância é igual a um ($k = 1$).

A orientação do eixo do cilindro é perpendicular ao eixo de rotação da superfície de referência, ou seja, o cilindro está na posição horizontal, surgindo daí o nome transversal.

Na projeção UTM, o globo terrestre foi subdividido em fusos. Cada fuso corresponde a uma área igual a 6° de longitude, de modo que são necessários 60 destes para a cobertura total do planeta. Cada fuso possui um meridiano localizado no centro do fuso, denominado de meridiano central (MC).

Dentro do fuso existem regiões de redução e de ampliação. A região de redução é a área compreendida entre o MC ($k=0,9996$) e a linha de secância ($k=1$). A região de ampliação ($k>1$) compreende a área localizada entre a linha de secância e as bordas do fuso.

Na literatura são apresentadas diversas formulações que permitem determinar o valor do fator de escala da projeção UTM para o ponto de interesse. Entre elas, destaca-se a Equação (2.11), que permite obter com precisão o valor do fator de escala da projeção UTM (THOMAS, 1952).

$$k_{UTM} = k_0 \times \left[1 + \frac{\Delta\lambda^2}{2} \times \cos^2 \varphi \times (1 + \eta^2) + \Delta\lambda^4 \times \frac{\cos^4 \varphi}{24} \times \right. \\ \times (5 - 4 \times t^2 + 14 \times \eta^2 + 13 \times \eta^4 - 28 \times t^2 \times \eta^2 + 4 \times \eta^6 - 48 \times t^2 \times \eta^4 - 24 \times t^2 \times \eta^6) + \\ \left. + \Delta\lambda^6 \times \frac{\cos^6 \varphi}{720} \times (61 - 148 \times t^2 + 16 \times t^4) + \dots \right] \quad (2.11)$$

sendo,

$$t = \tan \varphi \quad (2.12)$$

$$\eta = \left[\frac{e^2}{1 - e^2} \times \cos^2 \varphi \right]^{1/2} \quad (2.13)$$

e^2 : é a primeira excentricidade do elipsoide.

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \quad (2.14)$$

A Equação (2.15), apresentada a seguir, também pode ser utilizada para se obter o valor do fator de escala da projeção UTM (SILVA E SEGANTINE, 2015).

$$k_{UTM} = k_0 \times (1 + (XVIII) \times q^2 + 0,00003 \times q^4) \quad (2.15)$$

sendo,

$$(XVIII) = \frac{(1 + e'^2 \times \cos^2 \varphi_g) \times 10^{12}}{2 \times N^2 \times k_0^2} \quad (2.16)$$

$$q = 0,000001 \times E' \quad (2.17)$$

φ_g : Latitude geodésica do lugar.

$k_0 = 0,9996$;

e'^2 : é a segunda excentricidade quadrática do elipsoide que é calculada pela Equação (2.18).

$$e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2} \quad (2.18)$$

Para pontos situados a leste do meridiano central aplica-se a Equação (2.19) e a oeste a Equação (2.20).

$$E' = E - 500.000 \quad (2.19)$$

$$E' = 500.000 - E \quad (2.20)$$

São utilizadas coordenadas planas retangulares para a representação da posição dos objetos na projeção UTM, tendo como origem o ponto de interseção entre o meridiano central do fuso e a linha do Equador. Esse sistema possui o eixo das abscissas, denominado de Este (E), coincidente com a linha do Equador e o eixo das ordenadas, denominado de Norte (N), sendo este paralelo ao eixo de rotação da Terra.

O sistema de coordenadas LTM (Local Transverso de Mercator), assim como o RTM (Regional Transverso de Mercator), é um sistema conforme correspondente a uma subdivisão do sistema de coordenadas UTM, apresentando, portanto, as mesmas superfícies de referência e de projeção que a UTM. As características dos sistemas supracitados são apresentadas na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 - Características dos sistemas UTM, RTM e LTM.

Sistema	Amplitude do Fuso	Origem do sistema	Coordenada Norte		Coordenada Este	k_0
			Hemisfério	Hemisfério		
			Norte	Sul		
UTM	6°	MC e Equador	0 km	10.000 km	500 km	0,9996
RTM	2°	MC e Equador	0 km	5.000 km	400 km	0,999995
LTM	1°	MC e Equador	0 km	5.000 km	200 km	0,999995

Fonte: Adaptado de FUENTEALBA (2014).

2.1.2.4.1 Correções a serem consideradas ao utilizar coordenadas UTM

Quando se trata de trabalhos de engenharia, Fuentealba et. al (2014) ressalta que devem ser feitas correções significativas ao compatibilizar as medições realizadas no terreno com as medições geodésicas e projetadas equivalentes. Essas correções correspondem às correções angulares (Convergência Meridiana - γ e Redução à Corda - ψ) e às reduções das distâncias (Fator de escala da projeção e Fator de elevação). Nas bordas do fuso os valores da convergência meridiana chegam a aproximadamente 2° 30' (FUENTEALBA et. al, 2014).

Ao ser utilizado o sistema de coordenadas UTM no transporte de coordenadas, as correções angulares são aplicadas, de modo a obter, a partir do azimuth plano (Az_{UTM}), o azimuth geodésico (Az_{Geod}), o qual é utilizado para o cálculo das projeções (ΔX , ΔY) e, por fim, na determinação das coordenadas planas do ponto considerado no terreno.

Da mesma forma, utilizando o sistema de coordenadas UTM no transporte de coordenadas, a distância a ser considerada nos cálculos das coordenadas topográficas, é a distância horizontal topográfica. Para obter essa distância, torna-se necessário aplicar as reduções cartográficas, sobre os valores de distâncias advindos da projeção UTM, considerando, para tanto, o fator de escala da projeção (k) e o fator de elevação (c).

A Figura 2.7 apresenta as relações geométricas entre os elementos angulares considerados na projeção.

Figura 2.7 - Projeção UTM - Elementos Angulares.

Fonte: Adaptado de Silveira (1990).

Pela Figura 2.7, pode-se definir as relações estabelecidas entre os diferentes elementos angulares presentes quando se trabalha com coordenadas projetadas, no caso em questão, a projeção UTM:

- Azimute plano (Az_{UTM}): corresponde ao ângulo compreendido entre o Norte da quadrícula da projeção UTM e a corda da geodésica⁷ projetada que une os pontos do alinhamento considerado;
- Azimute geodésico projetado (Az_{Geod_Proj}): corresponde ao ângulo compreendido entre o Norte da quadrícula da projeção UTM e a tangente à geodésica projetada do alinhamento considerado;
- Azimute geodésico (Az_{Geod}): corresponde ao ângulo compreendido entre o meridiano que passa pelo ponto inicial e a tangente à geodésica projetada do alinhamento considerado.

⁷ A geodésica é a curva que representa a menor distância entre dois pontos quaisquer sobre uma superfície. A curva geodésica pode ser representada por uma linha reta, se a superfície for um plano, por um círculo máximo, se a superfície for uma esfera e por uma curva reversa quando os pontos estão sobre a superfície do elipsoide (RAAP, 1991).

2.1.3 Transformações de Coordenadas

Foram discutidos, nas seções anteriores, os sistemas de coordenadas importantes para os estudos apresentados nesta dissertação. Nesta seção, serão apresentados diversos métodos de transformação de coordenadas utilizados nesta pesquisa.

O uso dos sistemas de coordenadas geodésicas, cartesianas geocêntricas e projetadas nem sempre são convenientes para o desenvolvimento de projetos de engenharia. Embora, nesses sistemas a distância inclinada seja a mesma, torna-se necessário projetá-la sobre o plano horizontal do observador, com finalidade de se obter a distância horizontal topográfica, a qual é usada nos projetos de engenharia para estabelecer as distâncias entre os objetos de interesse em uma obra.

Ocorre que a superfície topográfica, que é a superfície na qual são executadas as obras de engenharia, nem sempre coincide com o modelo utilizado como superfície de referência para representação da Terra. Com isso, o engenheiro, ao se utilizar dessa superfície para representação de seus projetos, obtém valores de distância horizontal entre os objetos de interesse inconsistentes com aqueles obtidos na superfície topográfica.

Para solucionar esse problema foram desenvolvidos vários métodos de transformação de coordenadas que permitem minimizar essas inconsistências. Discute-se nesta dissertação as principais características geométricas e analíticas dos métodos empregados.

2.1.3.1 Transformação do Sistema Cartesiano Geocêntrico para o Sistema Geodésico Local aplicando Rotações e Translações - (SGL)

A solução descrita a seguir permite transformar as coordenadas cartesianas geocêntricas para um sistema de coordenadas cartesiano topocêntrico, denominado nesta dissertação de Sistema Geodésico Local (SGL).

As coordenadas cartesianas geocêntricas e as cartesianas topocêntricas pertencem a um sistema de coordenadas cartesianas tridimensional. A transformação entre elas envolve rotações e translações. Considerando o ponto (P_0), de coordenadas geodésicas (φ_0, λ_0), como sendo a origem do Sistema Geodésico Local, a transformação é realizada em três etapas: a) Translação da origem do Sistema Cartesiano Geocêntrico para a origem do Sistema Geodésico Local; b)

Rotação de $(90^\circ + \lambda_0)$ no eixo (Z); c) Rotação de $(90^\circ - \phi_0)$ no eixo (X). Wolf et. al (2014) destaca, a seguir, cada uma dessas etapas.

Na primeira etapa, considerando que os eixos do novo sistema (X', Y', Z') são paralelos aos eixos do sistema Cartesiano Geocêntrico, aplica-se uma translação com os valores (X_0, Y_0, Z_0) . Assim, as coordenadas do ponto (P) no novo sistema (X', Y', Z') são expressas pelo conjunto de Equações (2.21).

$$\begin{bmatrix} X'_P \\ Y'_P \\ Z'_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_P - X_0 \\ Y_P - Y_0 \\ Z_P - Z_0 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Sendo,

X_P, Y_P, Z_P : coordenadas cartesianas geocêntricas do ponto (P);

X_0, Y_0, Z_0 : coordenadas cartesianas geocêntricas do ponto de origem do Sistema Geodésico Local.

Em seguida é aplicada uma rotação de $(90^\circ + \lambda_0)$ em torno do eixo (Z') , de maneira que o novo sistema (X'', Y'', Z'') criado tenha o seu eixo (Y'') apontando para o polo no meridiano do ponto de origem (P). Com isso, o eixo (Y'') corresponde ao eixo cuja direção indica o norte local. As coordenadas do ponto (P), no sistema (X'', Y'', Z'') é apresentado pelo conjunto de Equações (2.22).

$$\begin{bmatrix} X''_P \\ Y''_P \\ Z''_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\lambda_0 & \cos\lambda_0 & 0 \\ -\cos\lambda_0 & -\sin\lambda_0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X'_P \\ Y'_P \\ Z'_P \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Finalmente, na terceira etapa, aplica-se uma rotação de $(90^\circ - \phi_0)$ em torno do eixo (X'') , com o objetivo de alinhar o eixo (Z'') com o eixo (Z). Dessa maneira tem-se o eixo (Z') coincidente com a normal no ponto (P), sendo então, obtido o novo sistema de coordenadas (Sistema Geodésico Local - SGL), cujas coordenadas podem ser expressas pelo conjunto de Equações (2.23).

$$\begin{bmatrix} X_L \\ Y_L \\ Z_L \end{bmatrix}_{SGL} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin\varphi_0 & \cos\varphi_0 \\ 0 & -\cos\varphi_0 & \sin\varphi_0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_P'' \\ Y_P'' \\ Z_P'' \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

A seguir, as equações (2.24), (2.25) e (2.26) apresentam, de maneira mais conveniente, a relação matemática que permite transformar as coordenadas cartesianas geocêntricas de um ponto (P) para as coordenadas cartesianas no Sistema Geodésico Local.

$$X_L = -\Delta X \times \sin\lambda_0 + \Delta Y \times \cos\lambda_0 \quad (2.24)$$

$$Y_L = -\Delta X \times \sin\varphi_0 \times \cos\lambda_0 - \Delta Y \times \sin\varphi_0 \times \sin\lambda_0 + \Delta Z \times \cos\varphi_0 \quad (2.25)$$

$$Z_L = \Delta X \times \cos\varphi_0 \times \cos\lambda_0 + \Delta Y \times \cos\varphi_0 \times \sin\lambda_0 + \Delta Z \times \sin\varphi_0 \quad (2.26)$$

sendo:

X_L, Y_L, Z_L : coordenadas cartesianas do ponto (P) no Sistema Geodésico Local;

φ_0, λ_0 : coordenadas geodésicas do ponto de origem do Sistema Geodésico Local.

2.1.3.2 Transformação entre Sistemas de Coordenadas Cartesianas Planos - (Helmert_2D e Helmert_2D_Comb)

Na literatura pode-se encontrar diversos modelos matemáticos que permitem relacionar as coordenadas de um conjunto de pontos, vinculado a um sistema de referência, em outro. Segundo Silva e Segantine (2015), a transformação de Helmert 2D é um método que pode ser aplicado quando se tem o interesse em relacionar dois diferentes sistemas de coordenadas cartesianas planos.

A transformação de Helmert 2D consiste, basicamente, em três etapas. A primeira etapa corresponde a rotação dos eixos, cujo objetivo é tornar os eixos do sistema (B), representado pelo par de coordenadas (E, N), paralelos aos eixos do sistema (A), representado por (X, Y), por meio da aplicação de um ângulo de rotação (θ). Na sequência, é necessário que seja aplicado um fator de escala às coordenadas do sistema rotacionado anteriormente, de maneira que se mantenham equivalentes as dimensões entre ambos os sistemas. Por fim, são aplicadas translações (T_E, T_N) nos eixos (E) e (N), cuja finalidade é de deslocar a origem do sistema (E, N) para aquela definida no sistema (X, Y). Dessa forma, realizadas as etapas descritas acima,

pode-se então relacionar as coordenadas de um mesmo conjunto de pontos em sistemas de coordenadas diferentes.

Conforme discutido nas etapas, o modelo matemático de Helmert 2D baseia-se na determinação de quatro parâmetros de transformação, que são:

- Um ângulo de rotação (θ);
- Um fator de escala (k);
- Duas translações (T_E, T_N).

Para cada par de pontos com coordenadas conhecidas nos dois sistemas de coordenadas planos tem-se um par de equações. A sua representação matemática é dada, na forma matricial, pela Equação (2.27):

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = k \times \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E \\ N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_E \\ T_N \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

A Figura 2.8 apresenta a situação existente entre dois sistemas de coordenadas cartesianas planos distintos com os pontos homólogos em ambos os sistemas.

Figura 2.8 - Sistemas de coordenadas cartesianas planos distintos com pontos homólogos.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para solucionar o conjunto de Equações (2.27) é necessário que sejam conhecidas as coordenadas de no mínimo dois pontos homólogos em ambos os sistemas de coordenadas envolvidos no problema. Dessa forma, tem-se a possibilidade de que sejam determinados os

quatro parâmetros da transformação, tornando assim, possível realizar a transformação de coordenadas entre o sistema (A) e o sistema (B), pelo método de Helmert 2D.

Para os casos em que haja mais de dois pontos homólogos com coordenadas conhecidas nos dois sistemas de coordenadas, o sistema de equações torna-se redundante. Com isso, a solução é obtida aplicando-se o processo de ajustamento de observações pelo método dos mínimos quadrados.

Dessa forma, o conjunto de Equações (2.27) pode ser reescrito em função dos parâmetros a serem determinados no processo de ajustamento, conforme é apresentado pelas Equações (2.28) e (2.29).

$$X = a \times E - b \times N + c \quad (2.28)$$

$$Y = b \times E + a \times N + d \quad (2.29)$$

sendo,

$$a = k \times \cos \theta;$$

$$b = k \times \sin \theta;$$

$$c = T_E;$$

$$d = T_N.$$

A seguir, são descritos os modelos matemáticos dos métodos de ajustamento paramétrico e combinado para a solução do problema da transformação entre sistemas de coordenadas cartesianas planos.

a. Método Paramétrico (Helmert_2D)

No método paramétrico, as equações de observação são escritas em função dos parâmetros incógnitos (a, b, c e d), sendo o modelo matemático representado por $L_a = F(X_a)$. Neste método, a quantidade de parâmetros e de equações de observação são representadas pelas letras (u) e (n), respectivamente.

A solução do sistema, com observações redundantes, é dada pela matriz das incógnitas, apresentada na Equação (2.30).

$${}_u X_1 = -(A^t \times P \times A)^{-1} \times A^t \times P \times L \quad (2.30)$$

No método paramétrico, para as funções lineares, tem-se que ($L = -L_b$), pois ($L_0 \rightarrow 0$). O vetor de observações é apresentado na Equação (2.31).

$${}_1L_n^t = [X \ Y] \quad (2.31)$$

Na sequência são descritas as matrizes aplicadas para solucionar o problema. As matrizes são obtidas a partir do modelo matemático apresentado nas Equações (2.28) e (2.29) e dos valores das precisões das coordenadas dos pontos vinculados ao sistema (A).

Matriz das derivadas parciais das equações de observação em relação aos parâmetros:

$${}_nA_u = \begin{bmatrix} \frac{\partial X}{\partial a} & \frac{\partial X}{\partial b} & \frac{\partial X}{\partial c} & \frac{\partial X}{\partial d} \\ \frac{\partial Y}{\partial a} & \frac{\partial Y}{\partial b} & \frac{\partial Y}{\partial c} & \frac{\partial Y}{\partial d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Matriz de variância e covariância das observações:

$${}_n\sum Lb_n = \begin{bmatrix} \sigma_X^2 & \sigma_{XY} \\ \sigma_{YX} & \sigma_Y^2 \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

sendo,

σ_X^2 , σ_Y^2 : as variâncias das coordenadas do sistema de coordenadas (X, Y);

σ_{XY} , σ_{YX} : as covariâncias das coordenadas do sistema de coordenadas (X, Y).

Matriz Peso:

$${}_nP_n = \sigma_0^2 \times \sum Lb^{-1} \quad (2.34)$$

sendo, (σ_0^2) a variância de unidade de peso a priori.

A Equação (2.30) é reescrita, apresentando os parâmetros a serem obtidos no processo de ajustamento, como mostra a Equação (2.35).

$${}_uX_1^t = \begin{bmatrix} a & b & c & d \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Assim, a matriz (X) apresenta o resultado obtido no ajustamento das observações, a qual é composta pelos valores mais prováveis dos parâmetros desconhecidos da transformação entre os sistemas de coordenadas planos para o caso de Helmert 2D.

Com os valores apresentados na Equação (2.35) pode-se calcular, respectivamente, os valores do fator de escala e do ângulo de rotação entre os sistemas (A) e (B), aplicando as Equações (2.36) e (2.37).

$$k = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (2.36)$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{b}{a}\right) \quad (2.37)$$

Os resíduos do ajustamento podem ser avaliados por meio da Equação (2.38):

$$V_n = A \times X + L \quad (2.38)$$

As Equações (2.39) a (2.40) permitem obter os valores referentes à precisão do ajustamento, ou seja, os valores da variância a posteriori e da precisão do ajustamento, respectivamente.

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^t \times P \times V}{n - u} \quad (2.39)$$

$$\hat{\sigma}_0 = \sqrt{\hat{\sigma}_0^2} \quad (2.40)$$

b. Método Combinado (Helmert_Comb)

No método combinado, as equações de observação relacionam-se com os parâmetros no modelo funcional. Neste método, as precisões das coordenadas nos dois sistemas são consideradas no modelo matemático para a solução dos parâmetros desconhecidos.

Os modelos funcionais, no método combinado, são formados por equações do tipo $F(X_a, L_a) = 0$. Dessa forma, o modelo matemático linearizado do método combinado de ajustamento de observações é apresentado na Equação (2.41), assim como, as respectivas dimensões das matrizes que compõe o modelo.

$$B_r^t \times v_n + A_u \times x_1 + w_1 = 0 \quad (2.41)$$

sendo,

u: o número de parâmetros;

n: o número de observações;

r: o número de equações;

S: os graus de liberdade.

Os graus de liberdade são obtidos pela Equação (2.42).

$$S = r - u \quad (2.42)$$

Para o método combinado, as equações (2.28) e (2.29) são reescritas e apresentadas nas equações (2.43) e (2.44):

$$X - a_0 \times E + b_0 \times N - c_0 = 0 \quad (2.43)$$

$$Y - b_0 \times E - a_0 \times N - d_0 = 0 \quad (2.44)$$

A partir das Equações (2.43) e (2.44), são descritos nas Equações (2.45) a (2.59) as matrizes e os vetores utilizados para solucionar o problema por meio do método combinado, apresentado na Equação (2.41).

Vetor das observações:

$${}_1\text{Lb}_n^t = [X \ Y \ \dots \ E \ N] \quad (2.45)$$

Matriz das derivadas parciais das equações de observação em relação às observações:

$${}_r\text{B}_n^t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -a_0 & b_0 \\ 0 & 1 & -b_0 & -a_0 \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Matriz das derivadas parciais das equações de observação em relação aos parâmetros:

$${}_r\text{A}_u = \begin{bmatrix} -E & N & -1 & 0 \\ -N & -E & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Matriz de variância e covariância das observações:

$${}_n\sum \text{Lb}_n = \begin{bmatrix} \sigma_X^2 & \sigma_{XY} & \dots & 0 & 0 \\ \sigma_{YX} & \sigma_Y^2 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_E^2 & \sigma_{EN} \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{NE} & \sigma_N^2 \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

sendo,

σ_X^2, σ_Y^2 : as variâncias das coordenadas do sistema de coordenadas (X, Y);

σ_E^2, σ_N^2 : as variâncias das coordenadas do sistema de coordenadas (E, N);

$\sigma_{XY}, \sigma_{YX}, \sigma_{EN}, \sigma_{NE}$: as covariâncias das coordenadas do sistema de coordenadas (X, Y) e do sistema de coordenadas (E, N), respectivamente.

Matriz Cofator:

$${}_n Q_n^{-1} = \sigma_0^2 \times \sum L b^{-1} = P \quad (2.49)$$

sendo, (σ_0^2) a variância de unidade de peso a priori.

Vetor dos parâmetros aproximados

$${}_1 x_0^t = \begin{bmatrix} a_0 & b_0 & c_0 & d_0 \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Vetor dos erros de fechamento

$${}_r w_1 = \begin{bmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

sendo,

X, Y: coordenadas conhecidas do ponto;

X_0, Y_0 : coordenadas calculadas em função dos parâmetros aproximados;

Vetor dos parâmetros

$${}_u x_1 = - \left(A^t \times N^{-1} \times A \right)^{-1} \times A^t \times N^{-1} \times w \quad (2.52)$$

$${}_1 x_u^t = \begin{bmatrix} a & b & c & d \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

Dessa forma, obtidos os parâmetros desconhecidos, pode-se então calcular por meio das Equações (2.36) e (2.37), respectivamente, os valores do fator de escala e do ângulo de rotação entre os sistemas (A) e (B).

Os resíduos do ajustamento podem ser avaliados por meio da Equação (2.54):

$${}_n V_1 = Q \times B \times k \quad (2.54)$$

$${}_1V_n^t = [V_X \quad V_Y \quad \dots \quad V_E \quad V_N] \quad (2.55)$$

sendo,

$${}_r k_1 = \left[N^{-1} \times A \times \left(A^t \times N^{-1} \times A \right)^{-1} \times A^t \times N^{-1} - N^{-1} \right] \times w \quad (2.56)$$

$${}_r N_r = B^t \times Q \times B \quad (2.57)$$

Vetor das observações ajustadas

$${}_n La_1 = Lb + V \quad (2.58)$$

Vetor dos parâmetros ajustados

$${}_u Xa_1 = x_0 + x \quad (2.59)$$

As Equações (2.60) a (2.61) permitem obter os valores referentes à precisão do ajustamento, ou seja, os valores da variância a posteriori e da precisão do ajustamento, respectivamente:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^t \times P \times V}{S} \quad (2.60)$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\hat{\sigma}_0^2} \quad (2.61)$$

Uma vez realizado o ajustamento das observações, seja pelo método paramétrico ou pelo método combinado, pode-se aplicar um teste de hipótese, cuja finalidade é de verificar a qualidade do ajustamento. Para isso, é utilizado o teste de hipótese que segue a distribuição Qui-quadrado (χ^2).

O teste de hipótese consiste em verificar estatisticamente se a variância adotada a priori é igual a variância a posteriori:

$$\text{Hipótese nula: } H_0 = \sigma_0^2 = \hat{\sigma}_0^2$$

$$\text{Hipótese alternativa: } H_0 = \sigma_0^2 > \hat{\sigma}_0^2$$

A estatística Qui-quadrado é obtida em função do nível de significância adotado e dos graus de liberdade. Esse valor teórico da distribuição é obtido da tabela de Qui-quadrado com

(gl) graus de liberdade e com $1-\alpha$ de nível de significância. O valor da estatística Qui-quadrado amostral pode ser obtido por meio da Equação (2.62):

$$\chi^2_{\text{amostral}} = \frac{V^t \times P \times V}{\sigma_0^2} \quad (2.62)$$

Assim, para que a hipótese nula seja confirmada, a Equação (2.63) deve ser atendida.

$$P(\chi^2_{\text{amostral}} < \chi^2_{\text{gl}, 1-\alpha}) = 1 - \alpha \quad (2.63)$$

Caso, o Qui-quadrado amostral seja maior que o Qui-quadrado teórico ($\chi^2_{\text{gl}, 1-\alpha}$) tem-se a indicação de que podem existir erros grosseiros ou sistemáticos nos dados ou algum problema com o modelo adotado nas equações de observação.

Moraes (1997) apresenta o método de Baarda, também chamado de *Data Snooping*, como sendo uma das técnicas que podem ser utilizadas para a detecção de erros grosseiros e *outliers* (resíduo não esperado) nas observações.

A técnica consiste na análise dos resíduos padronizados (w_i) resultantes do processo de ajustamento por mínimo quadrados, uma vez que os resíduos são obtidos em função das observações. O teste estatístico consiste na definição da hipótese nula (não existe nenhum erro nas observações) e na estatística (w_i), que é dada pela Equação (2.64).

$$w_i = \frac{v_{(i,i)}}{\sqrt{Q_{vv(ii)}}} \quad (2.64)$$

sendo,

(v_{ii}): o valor do resíduo da observação;

(Q_{vv}): a precisão do resíduo da observação.

Assumindo que os resíduos padronizados tem distribuição normal, a hipótese nula (H_0) será rejeitada se a seguinte expressão for verdadeira:

$$|w_i| > k_{\alpha}^{1/2} \quad (2.65)$$

sendo,

$$k_{\alpha}^{1/2} = \sqrt{\chi_{\alpha, gl}^2} \quad (2.66)$$

Dessa forma, sendo a hipótese nula rejeitada, há indícios de que existe um *outlier* na observação analisada. O teste é realizado para cada uma das observações e corrigidas uma por vez, iniciando por aquela que apresenta o maior valor para a estatística (w_i) (MONICO, 2008).

2.1.3.3 Transformação das Coordenadas Geodésicas em Coordenadas Planorretangulares utilizando o Sistema Topográfico Local (NBR 14.166/98)

Esta solução, proposta pela norma brasileira (NBR) 14.166/98, permite vincular as coordenadas geodésicas de um conjunto de pontos, obtidas por meio da tecnologia GNSS, a um Sistema Topográfico Local. Assim, as coordenadas topográficas locais dos pontos podem ser obtidas aplicando as formulações apresentadas na NBR 14.166 de 1.998. Nesta norma são estabelecidas as definições do Sistema Topográfico Local e do Plano Topográfico Local, como também, os procedimentos a serem utilizados.

Inicialmente, o Sistema Topográfico Local (STL) é definido pela NBR 14.166/98 (Rede de Referência Cadastral Municipal - Procedimento) como:

“Sistema de representação, em planta, das posições relativas de pontos de um levantamento topográfico com origem em um ponto de coordenadas geodésicas conhecidas, onde todos os ângulos e distâncias de sua determinação são representados, em verdadeira grandeza, sobre o plano tangente à superfície de referência (elipsoide de referência) do sistema geodésico adotado, na origem do sistema, no pressuposto de que haja, na área de abrangência do sistema, a coincidência da superfície de referência com a do plano tangente, sem que os erros, decorrentes da abstração da curvatura terrestre ultrapassem os erros inerentes às operações topográficas de determinação dos pontos do levantamento”.

Os pontos localizados nesse sistema são representados por coordenadas planorretangulares (X, Y), sendo a origem do sistema coincidente com o Sistema Topográfico Local. A origem do STL (O) deve ser posicionada de tal modo que nenhuma coordenada plano-retangular tenha valor superior a 50 km, isentando as constantes adicionais dos termos.

Como pode ser visto na Figura 2.9, uma vez a origem posicionada no centro do plano topográfico e atendendo ao que foi exposto no parágrafo anterior, a área máxima que o STL abrangerá será de 10.000 km².

Figura 2.9 - Dimensões do Plano Topográfico Local.

Fonte: ABNT NBR 14.166 (1998).

O plano topográfico é a superfície tangente ao elipsoide de referência no ponto origem do Sistema Topográfico, sendo sua dimensão máxima de aproximadamente 70 quilômetros, considerada a partir do ponto origem (NBR 14.166, 1998).

O plano topográfico local (PTL) é caracterizado pela elevação do plano topográfico ao nível médio do terreno, o qual é objeto do levantamento topográfico. Essa elevação é imposta pelo fator de elevação (c) aplicado às coordenadas planorretangulares de todos os pontos levantados. O valor do fator de elevação (c) pode ser calculado pela Equação (2.67).

$$c = \frac{R_0 + H_{PTL}}{R_0} \quad (2.67)$$

sendo:

H_{PTL} : altitude ortométrica média do terreno (altitude do plano topográfico local).

As observações obtidas no STL têm como orientação o norte da quadrícula. Por esta razão, elas estão rotacionadas em relação ao norte geodésico de acordo com a convergência meridiana do local. No STL, a convergência meridiana somente será nula para aqueles pontos situados ao longo do meridiano da origem do sistema, quando o norte de quadrícula e o norte geodésico são coincidentes.

Na Figura 2.10 podem ser vistos os elementos do Sistema Topográfico Local.

Figura 2.10 - Elementos do Sistema Topográfico Local.

Fonte: ABNT NBR 14.166 (1998).

Cabe aqui ressaltar um conflito teórico que a NBR 14.166/98 apresenta ao tratar sobre a definição do plano topográfico local e a apresentação dos elementos presentes no STL. A NBR 14.166/98, define o PTL como sendo a superfície que tangencia o elipsoide de referência no ponto de origem (O) do Sistema Topográfico Local. Em seguida, a NBR 414.166/98 realiza sua representação esquemática, por meio da Figura 2.10, considerando, por sua vez, o vetor passante pelo ponto de origem (O) como sendo o vetor gravidade.

O conflito decorrente dessas suposições deve-se ao fato dessa norma associar o vetor, passante pelo ponto de origem (O), à vertical do lugar (vetor gravidade) e não à normal, uma vez que a superfície que tangencia o PTL no ponto de origem (O) é o elipsoide. Dessa forma, a orientação adotada para o eixo (Z), segue, por sua vez, a direção da normal passando pelo ponto de origem (O), embora, pela Figura 2.10 tem-se a representação do eixo (Z) segundo a direção da vertical (vetor gravidade) no ponto de origem (O). Garnés (1998) propõe a solução para este problema aplicando-se o desvio da vertical para relacionar as duas grandezas.

Vale destacar que os resultados obtidos no Sistema Topográfico Local sem a aplicação do desvio da vertical estarão, portanto, vinculados ao Sistema Geodésico Local (SGL). Ressalta-se que nesta dissertação essa correção não é aplicada.

Uma vez realizadas as considerações acima, um ponto (P) com coordenadas geodésicas (φ_p , λ_p) conhecidas pode ser representado no STL, por meio de coordenadas planorretangulares (X_p , Y_p). Para isso, considera-se a origem do PTL como sendo o ponto (O) com coordenadas geodésicas (φ_0 , λ_0) e planorretangulares (150.000, 250.000). A representação do ponto (P) no PTL é dada pelas Equações (2.68) e (2.69):

$$X_p = 150.000 + x_p \quad (2.68)$$

$$Y_p = 250.000 + y_p \quad (2.69)$$

O plano topográfico local é aplicado, geralmente, em implantações de obras de engenharia, uma vez que grande parte delas ocupam extensões de área limitadas. Nesses casos, a curvatura da Terra é desconsiderada e os pontos levantados sobre a superfície física são projetados ortogonalmente sobre o plano topográfico local, o qual é tangente ao elipsoide em seu ponto de origem.

Convém destacar que, ao contrário do sistema UTM, o qual possui o elipsoide como sendo a superfície de referência, quando se utiliza o sistema topográfico local tem-se como superfície de referência a superfície topográfica. Com isso, as medidas calculadas no STL não precisam sofrer correções devido a um fator de escala. A NBR 14.166/98 ressalta, em seu item 5.7.2, que em áreas que apresentam o relevo muito acidentado, ou seja, desníveis acima de 150 metros, em relação ao PTL adotado, a área do STL deverá ser subdividida em sistemas parciais.

Nos casos de implantação de obras viárias em áreas que apresentem grandes desníveis, Fuentealba et al (2014) destaca a aplicação de uma correção (ΔS) na distância horizontal média (S_H) obtida no terreno, cuja finalidade é a de compatibilizá-la com a distância projetada no PTL (S_p). Assim sendo, nas fases de levantamento e de locação ele propõe que seja adotada a correção (ΔS) que pode ser calculada aplicando-se a Equação (2.70).

$$\Delta S = \frac{C_M \times S_H}{R_0 + H_{PTL} + C_M} \cong \frac{C_M \times S_H}{R_0 + H_{PTL}} \quad (2.70)$$

sendo,

ΔS = correção da distância;

C_M = cota média;

S_H = distância horizontal projetada sobre o plano médio;

R_0 = raio médio de curvatura;

H_{PTL} = altitude do PTL.

Na Figura 2.11 são representados os elementos descritos anteriormente e suas relações. Fuentealba et al. (2014) observa que, na Figura 2.11, a distância horizontal média (S_H) entre os pontos (A) e (B) do terreno é projetada no PTL como (S_p) e a altitude do PTL representada por (H_{PTL}). A correção da distância (ΔS), representada no PTL, é calculada em função da altura média em relação ao PTL (C_M), da distância horizontal entre os pontos considerados e da altitude do PTL (H_{PTL}).

Fonte: Fuentealba (2014).

A distância reduzida ao PTL pode ser calculada por meio da Equação (2.71) apresentada a seguir:

$$S_p = S_H - \Delta S \quad (2.71)$$

As coordenadas geodésicas (φ, λ) referenciadas ao elipsoide podem ser relacionadas às coordenadas planorretangulares no STL (X_L, Y_L), conforme a formulação apresentada no Anexo (A) da NBR 14.166/98.

Para o cálculo dos elementos geodésicos e dos coeficientes presentes na formulação, adota-se o raio médio gaussiano, uma vez que nessas aplicações é conveniente considerar a Terra como sendo esférica ao invés de elipsoidal (RAAP, 1991). Dessa maneira, na latitude do ponto (P_0), ou seja, na origem do plano topográfico, a curvatura gaussiana (R_0) apresenta o mesmo raio do elipsoide.

A seguir são apresentadas as etapas de cálculos a serem executadas para, a partir das coordenadas geodésicas, obter as coordenadas planorretangulares no Sistema Topográfico Local, segundo a formulação apresentada na NBR 14.166/98.

Cálculo dos elementos geodésicos

Os elementos geodésicos são obtidos por meio das Equações (2.72) a (2.76).

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} \quad (2.72)$$

$$M_0 = \frac{a \times (1 - e^2)}{\sqrt[3]{(1 - e^2 \times \sin^2 \varphi_0)}} \quad (2.73)$$

$$N_0 = \frac{a}{\sqrt{(1 - e^2 \times \sin^2 \varphi_0)}} \quad (2.74)$$

$$R_0 = \sqrt{M_0 \times N_0} \quad (2.75)$$

$$N_p = \frac{a}{\sqrt{(1 - e^2 \times \sin^2 \varphi_p)}} \quad (2.76)$$

Sendo:

a : semieixo maior do elipsoide de referência;

b : semieixo menor do elipsoide de referência;

e : primeira excentricidade do elipsoide de referência;

M_0 : raio de curvatura da seção meridiana do elipsoide de referência na origem do sistema (P_0);

N_0 : raio de curvatura da seção normal ao plano meridiano do elipsoide de referência em (P_0) ;

R_0 : raio médio local de curvatura terrestre tangente ao elipsoide de referência em (P_0) ;

N_p : raio de curvatura da seção normal ao plano meridiano do elipsoide de referência em (P) .

Cálculo dos coeficientes B, C, D, E

Os coeficientes B, C, D e E são obtidos por meio das Equações (2.77) a (2.80).

$$B = \frac{1}{M_0 \times \text{arcl}''} \quad (2.77)$$

$$C = \frac{\tan \varphi_0}{2 \times M_0 \times N_0 \times \text{arcl}''} \quad (2.78)$$

$$D = \frac{3 \times e^2 \times \text{sen} \varphi_0 \times \cos \varphi_0 \times \text{arcl}''}{2 \times \left(1 - e^2 \text{sen}^2 \varphi_0\right)} \quad (2.79)$$

$$E = \frac{1 + 3 \times \tan \varphi_0}{6 \times N_0^2} \quad (2.80)$$

sendo,

φ_0 : latitude geodésica do ponto (P_0) ;

λ_0 : longitude geodésica do ponto (P_0) .

Na aplicação das fórmulas, devem-se considerar os sinais negativos para latitudes no hemisfério sul e para longitudes a oeste do Meridiano de Greenwich.

Cálculo das Coordenadas Planorretangulares Locais (X_L , Y_L)

Realizados os cálculos apresentados anteriormente, as coordenadas planorretangulares locais podem ser obtidas por meio da sequência de cálculos apresentada pelas Equações (2.81) a (2.88).

$$\Delta\lambda'' = \lambda_p - \lambda_0 \quad (2.81)$$

$$\Delta\varphi'' = \varphi_p - \varphi_0 \quad (2.82)$$

$$\Delta\lambda_1 = \Delta\lambda'' \left[1 - 3,9173 \times 10^{-12} \times (\Delta\lambda'')^2 \right] \quad (2.83)$$

$$\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi'' \left[1 - 3,9173 \times 10^{-12} \times (\Delta\varphi'')^2 \right] \quad (2.84)$$

$$x_p = -\Delta\lambda \times \cos \varphi_p \times N_p \times \text{arcl}'' \times c \quad (2.85)$$

$$y_p = \frac{1}{B} \times \left[\Delta\varphi_1 + C \times x_p^2 + D \times (\Delta\varphi_1)^2 + E \times (\Delta\varphi_1) \times x_p^2 + E \times C \times x_p^4 \right] \times c \quad (2.86)$$

$$X_L = 150.000 + x_p \quad (2.87)$$

$$Y_L = 250.000 + y_p \quad (2.88)$$

Cálculo da Convergência Meridiana (γ_p)

A NBR 14.166/98 apresenta, nos anexos B e C, as fórmulas para o cálculo da convergência meridiana.

De acordo com o anexo B da NBR 14.166/98, o cálculo da convergência meridiana é dado em função das coordenadas geodésicas do ponto origem do STL e do ponto geodésico considerado (P), sendo calculada pela Equação (2.89).

$$\gamma_p = - \left[\Delta\lambda'' \times \sin \varphi_m \times \sec \frac{\Delta\varphi}{2} + F \times (\Delta\lambda'')^3 \right] \quad (2.89)$$

sendo,

$$\Delta\lambda'' = \left(\lambda_p - \lambda_0 \right) \times 3.600 \quad (2.90)$$

$$\Delta\varphi = \varphi_p - \varphi_0 \quad (2.91)$$

$$F = \frac{\sin\varphi_m \times \cos\varphi_m \times \sin^2 1''}{12} \quad (2.92)$$

e φ_m correspondente a latitude média entre o ponto geodésico considerado e a origem do sistema topográfico local.

Por outro lado, o cálculo aproximado da convergência meridiana é dado em função da latitude da origem do sistema, da abscissa e da ordenada do ponto considerado (x , y) desconsiderando os termos das constantes, do fator de elevação (c) e da altitude do PTL (H_{PTL}), aplicando a Equação (2.93), apresentada no anexo C da NBR 14.166/98

$$\gamma_p = \frac{x}{c} \times 3,2380 \times 10^{-2} \times \tan\left(\varphi_0\right) + \frac{y}{c} \times 8,9946 \times 10^{-6} \quad (2.93)$$

sendo,

$$x = X - 150.000 \text{ m} \quad (2.94)$$

$$y = Y - 250.000 \text{ m} \quad (2.95)$$

$$c = 1 + 1,57 \times 10^{-7} \times H_{PTL} \quad (2.96)$$

Com a finalidade de obter as formulações simplificadas apresentadas no Anexo A da NBR 14.166/98, Garnés et. al (2005) partem de um conceito mais amplo, utilizando de analogias dos senos da trigonometria esférica e das fórmulas de Puissant, e prosseguem aplicando simplificações no desenvolvimento do processo de dedução das fórmulas.

Como resultado desse processo, Garnés et. al (2005), apresentam alternativas para o cálculo dos termos (x_p , y_p), presentes no ANEXO A da NBR 14.166/98, de modo a obter as coordenadas no STL, a partir de coordenadas geodésicas, e recomendam o uso das Equações (2.97) e (2.98).

$$x_p = \text{sen}(\Delta\lambda) \times N_p \times \cos \varphi_p + \text{sen}(\Delta\lambda) \times H_p \times \cos \varphi_p \quad (2.97)$$

$$y_p = -\cos \Delta\lambda \times \text{sen} \varphi_0 \times \cos \varphi_p \times (N_p + H_p) + \cos \varphi_0 \times \text{sen} \varphi_p \times \\ \times [N_p \times (1 - e^2) + H_p] + e^2 \times N_0 \times \text{sen} \varphi_0 \times \cos \varphi_0 \quad (2.98)$$

Dessa maneira, usando as equações dos termos (x_p, y_p) apresentadas, acima, por Garnés et. al (2005), as coordenadas (X_L, Y_L) podem ser obtidas aplicando as Equações (2.87) e (2.88).

O desenvolvimento da transformação de coordenadas utilizada pela NBR 14.166/98 permite também o cálculo inverso, ou seja, pode-se obter as coordenadas geodésicas a partir das coordenadas planorretangulares no STL. Para isso, é necessário que sejam realizadas manipulações algébricas nas Equações (2.81) a (2.88) e a substituição conveniente dos termos envolvidos, considerando as Equações (2.77) a (2.80).

Assim, uma vez calculados os elementos geodésicos, os coeficientes (B, C, D, E), o fator de elevação (c) e as coordenadas geodésicas do ponto de origem (P_0) do STL, pode-se obter as coordenadas geodésicas a partir das coordenadas planorretangulares no STL, aplicando a sequência de cálculos a seguir:

Cálculo das projeções do ponto

As projeções do ponto são obtidas por meio das Equações (2.99) e (2.100).

$$\Delta X = X_{\text{ponto}} - X_0 \quad (2.99)$$

$$\Delta Y = Y_{\text{ponto}} - Y_0 \quad (2.100)$$

Sendo,

X_0 e Y_0 : Coordenadas planorretangulares do ponto origem do STL.

X_{ponto} e Y_{ponto} : Coordenadas planorretangulares do ponto de interesse.

Cálculo da Latitude do ponto

Para se obter a latitude do ponto são aplicadas as Equações (2.101) a (2.106).

$$\omega = \frac{c}{B} \quad (2.101)$$

$$\varepsilon = \Delta Y - \left(\omega \times C \times \Delta X^2 \right) - \left(\omega \times E \times C \times \Delta X^4 \right) \quad (2.102)$$

$$\tau = \omega + (D \times \varepsilon) + \left(\omega \times \Delta X^2 \times E \right) \quad (2.103)$$

$$\Delta \varphi''_1 = \frac{\varepsilon}{\tau} \quad (2.104)$$

$$\Delta \varphi'' = \frac{\Delta \varphi''_1}{\left(1 - 3,9173 \times 10^{-12} \times \Delta \varphi''^2 \right)} \quad (2.105)$$

$$\varphi_{\text{ponto}} = \varphi_0 + \frac{\Delta \varphi''}{3.600} \quad (2.106)$$

Cálculo da Longitude do ponto

A longitude do ponto pode ser obtida por meio das Equações (2.107) a (2.110).

$$N_{\text{ponto}} = \frac{a}{\sqrt{\left(1 - e^2 \times \text{sen}^2 \varphi_{\text{ponto}} \right)}} \quad (2.107)$$

$$\Delta \lambda''_1 = \frac{\Delta X}{\cos \varphi \times N_{\text{ponto}} \times \text{sen} l'' \times c} \quad (2.108)$$

$$\Delta \lambda'' = \frac{\Delta \lambda''_1}{\left(1 - 3,9173 \times 10^{-12} \times \Delta \lambda''^2 \right)} \quad (2.109)$$

$$\lambda_{\text{ponto}} = \lambda_0 + \frac{\Delta\lambda''}{3.600} \quad (2.110)$$

Dessa forma, pode-se calcular as coordenadas geodésicas ($\varphi_{\text{ponto}}, \lambda_{\text{ponto}}$) de um determinado ponto a partir de suas coordenadas planorretangulares no STL ($X_{\text{ponto}}, Y_{\text{ponto}}$). Em Idoeta (2005), o leitor poderá encontrar outras equações como solução, as quais se baseiam no problema inverso da Geodésia.

2.1.3.4 Uso da Projeção de Baixa Deformação - PBD

Outro tipo de solução que pode ser utilizada é a Projeção de Baixa Deformação, a qual baseia-se em projeções conformes modificadas para atender regiões específicas da superfície terrestre. De acordo com Burkholder (2012), os parâmetros desta projeção são definidos de maneira que as coordenadas geodésicas de cada ponto possam ser expressas em coordenadas planas, as quais, podem representar com maior fidelidade a distância horizontal real (distância no solo - *ground distance*) entre os pontos na superfície terrestre.

A deformação é um fator inerente ao processo de representação de uma superfície curva em uma superfície plana, em outras palavras, quando se trabalha com qualquer um dos diversos tipos de projeção, a deformação não pode ser eliminada totalmente. Segundo Santos (1985), as deformações podem ser de natureza angular, linear ou superficial e refletem, respectivamente, sobre os ângulos, os comprimentos e as áreas.

A deformação linear pode ser definida como sendo a diferença entre a distância real (solo) e a distância obtida pelas coordenadas projetadas (mapa), entre dois pontos, podendo ora ser positiva (distância no mapa maior que a distância no solo) e, ora negativa (distância no mapa menor que a distância no solo). A deformação linear total é composta pela combinação das distorções devido aos efeitos da curvatura da Terra e da altitude do ponto acima da superfície de referência (elipsoide). Tal combinação tem como resultante a deformação linear total.

Para as projeções conformes, como é o caso da PBD, a deformação angular é igual à convergência meridiana (γ_p), a qual corresponde à diferença entre o norte do mapa e o norte geodésico. A influência dessa deformação não é tão preocupante quanto à da deformação linear.

Segundo Armstrong (2017), o termo em inglês “*low distortion*”, que dá o nome a esta projeção, refere-se à minimização da deformação linear de dois efeitos: a) da representação de uma superfície curva em um plano e, b) da elevação topográfica a partir da superfície de projeção devido à variação de altitude da área de interesse. Ao utilizar a PBD, incorpora-se uma elevação média do terreno (solo) de maneira que, no cálculo da distância entre dois pontos, seja obtido o valor da distância no mapa (calculada) como sendo a mais próxima da distância real (BURKHOLDER, 2012). Embora o termo fator de elevação possa sugerir uma altitude ortométrica, tal fator é baseado na altitude elipsoidal.

Guilani (2014a) acrescenta que ao criar uma PBD, podem-se trazer as observações GNSS para a superfície terrestre, com isso, as observações de distâncias obtidas na superfície terrestre não precisam ser reduzidas, sendo estas, muito próximas àquelas fornecidas pelo software GNSS, desde que sejam observados os limites de extensão e as diferenças de elevação na área do projeto não sejam muito grandes.

O processo de desenvolvimento de uma PBD procura minimizar as deformações provenientes da projeção, por meio de um ajuste personalizado de uma projeção específica para a área de interesse. Segundo Dennis (2016), minimizar a deformação linear proveniente de uma projeção só faz sentido ao utilizar as projeções conformes, uma vez que em projeções com estas características, a deformação linear em um ponto é única, ou seja, permanece a mesma independente da direção considerada, o que não ocorre com as demais, onde a deformação linear varia com a direção.

Como tipos de projeção conforme para o desenvolvimento da PBD, Billings (2013a) apresenta a Projeção Transversa de Mercator (TM) como sendo a favorita, por ser a mais comumente usada para esta aplicação, seguida pela Projeção de Lambert com um paralelo padrão e depois, um pouco mais complicada, a Projeção Oblíqua de Mercator.

Para aquelas áreas de interesse que, a partir do ponto origem, se estendem na direção Norte-Sul, a Projeção Transversa de Mercator minimiza a magnitude das distorções de escala, a de Lambert minimiza a magnitude das deformações de escala no sentido Este-Oeste, enquanto que a Projeção Oblíqua de Mercator é um caso específico, onde a minimização das deformações de escala se dá ao longo de um azimuth definido para a projeção, como por exemplo, no caso de um sistema de coordenadas já existente baseado no norte magnético ou em uma orientação pré-determinada que difira do norte geodésico (BILLINGS, 2013a). Dennis (2016) acrescenta ainda a Projeção Estereográfica Azimutal, incluindo os seus aspectos polar e oblíquo, porém, para grandes áreas seu desempenho é quase sempre inferior ao das apresentadas anteriormente,

uma vez que esta possui como superfície de projeção um plano, apresentando assim um único ponto de escala mínima, ponto este localizado em sua origem.

O planejamento de uma PBD se dá inicialmente verificando se a extensão da área de interesse ocorre no sentido Norte-Sul, Leste-Oeste ou se obedece à uma orientação específica, definindo, a partir daí, o tipo de projeção conforme que melhor atende a característica da área. Em seguida define-se o meridiano e a latitude de origem. Este ponto de origem pode ser o centro aproximado da área de interesse, um local físico específico, um ponto pertencente à Rede de Controle Geodésica já existente, uma interseção de rodovias, entre outros.

A altitude geométrica a ser adotada para o ponto de origem é um fator que merece certa atenção. Para defini-la deve-se observar as características do relevo da área, como por exemplo, localizar onde se encontram as maiores e menores elevações e verificar a existência de áreas elevadas isoladas, pois, se for adotada descriteriosamente a altitude elipsoidal média da área, outras áreas podem apresentar inconsistências. Deve-se selecionar uma elevação que funcione na maior parte da área de interesse da projeção (BILLINGS, 2013b).

Deve-se atribuir coordenadas planas ao ponto de origem, de maneira que ao longo de toda a extensão da área, não se trabalhe com números negativos, sendo, portanto, interessante definir valores que permitam distinguir as componentes Este e Norte. Também é necessário definir as unidades de medidas que serão utilizadas no trabalho.

Dennis (2017) apresenta o procedimento para planejar uma Projeção de Baixa Deformação. O autor explica que o objetivo é minimizar a deformação linear na maior área possível e acrescenta que o planejamento de uma PBD consiste em um problema de otimização. Tal procedimento consiste basicamente em seis passos, os quais são apresentados a seguir:

- a. Definir inicialmente a área de interesse do projeto e escolher a altitude elipsoidal (h_0) representativa da área;
- b. Escolher o tipo de projeção conforme que melhor se adequa às características da área e definir a longitude a ser adotada para estabelecer o meridiano central. O meridiano central, neste caso, deve se aproximar o máximo possível ao centroide da área de interesse do projeto;
- c. Calcular o fator de escala do meridiano central da PBD (k_0) utilizando a altitude elipsoidal representativa da área dada pela Equação (2.111);

$$k_0 = 1 + \frac{h_0}{R} \quad (2.111)$$

- d. Verificar a deformação (δ_i) em um conjunto de pontos distribuídos por toda a área de interesse, por meio da Equação (2.112);

$$\delta_i = k_i + \left(\frac{R_i}{R_i + h_i} \right) \quad (2.112)$$

ou por meio da Equação (2.113);

$$\delta_i = \left(\frac{\sqrt{\Delta N^2 + \Delta E^2}}{D_{hor}} \right) - 1 \quad (2.113)$$

Onde, (k_i) corresponde ao fator de escala da projeção utilizada no ponto (i), e (D_{hor}) a distância horizontal medida no terreno entre o ponto origem no meridiano central e o ponto (i). A deformação pode ser obtida em partes por milhão (ppm) multiplicando o valor obtido por 1.000.000.

- e. Para que a solução seja claramente definida, recomenda-se considerar as seguintes orientações:
- Não utilizar mais que seis casas decimais para o fator de escala do meridiano central da projeção;
 - Adotar o meridiano central e a latitude do ponto de origem no local com o minuto de arco inteiro mais próximo do centroide calculado.
 - Definir a origem da grade de coordenadas usando valores inteiros com poucas casas decimais (exemplo: três casas decimais).
- f. Definir o Sistema Geodésico de Referência utilizado.

Pelo fato do processo de definição de uma PBD ser um problema de otimização, o processo exigirá a realização de avaliações repetidas. Assim, o valor do fator de escala final é obtido repetindo-se o processo a partir do passo (d) até que se obtenha a deformação dentro dos limites estabelecidos. Se desejado, pode-se também reposicionar o eixo de projeção até que os parâmetros definidos para a área sejam satisfatórios (DENNIS, 2015).

Como apresentado anteriormente, o processo de desenvolvimento de uma PBD envolve o ajuste personalizado para a área de interesse. Para tanto, é criada uma situação em que a superfície de projeção seja tangente, não a superfície do elipsoide, e sim à altitude elipsoidal (h_0) representativa da área de interesse do projeto, de modo que a distância elipsoidal seja dimensionada pelo fator de escala no meridiano central (k_0).

Para que sejam obtidas as coordenadas dos pontos na PBD (X_{PBD}, Y_{PBD}) é necessário que se adote o valor de (k_0) calculado pela Equação (2.111), em substituição ao valor do fator de escala da projeção sobre o meridiano central, nas equações que relacionam as coordenadas geodésicas (φ, λ) com aquelas coordenadas projetadas derivadas da projeção Transversa de Mercator. As equações que permitem essa relação são apresentadas no ANEXO B desta dissertação.

As Figuras 2.12 e 2.13 apresentam a esquematização da criação de uma PBD e sua extensão de cobertura.

Figura 2.12 - Esquematização e extensão de cobertura de uma PBD.

Fonte: Adaptado de DENNIS (2015).

Figura 2.13 - Projeção de Baixa Deformação Tangente.

Fonte: Adaptado de KHALIL (2015).

A superfície de projeção tangente (à altitude elipsoidal “média” da área de interesse do projeto - h_0) pode ser abaixada levemente de maneira a tornar-se secante. Esse rebaixamento pode ser realizado aplicando um fator adicional (k_r), aumentando assim, a extensão da zona utilizável (KHALIL, 2015). O resultado da aplicação deste fator é representado na Figura 2.14.

Figura 2.14 - Projeção de Baixa Deformação Secante.

Fonte: Adaptado de KHALIL (2015).

O fator adicional (k_r) pode ser calculado aplicando-se a Equação (2.114).

$$k_r = \cos \left\{ \sin^{-1} \left(\frac{1}{2 \times R} \right) \right\} \quad (2.114)$$

O fator de escala para a projeção secante é dado pela Equação (2.115).

$$k_s = k_0 \times k_r \quad (2.115)$$

sendo,

k_r : fator de redução de escala;

l : extensão de cobertura do projeto em metros;

k_s : fator de escala para a projeção secante.

Billings (2013b) refere-se à PBD como uma solução digital para o mundo digital, uma vez que os seus parâmetros definidores podem ser inseridos, por exemplo, em um coletor de dados GNSS, em um software de pós-processamento de dados GNSS e mesmo em um software CAD, permitindo a interrelação entre os sistemas de coordenadas envolvidos.

Guilani (2014a) aponta vantagens na criação e utilização de uma PBD destacando que esse sistema garante pequenas diferenças entre as distâncias horizontais calculadas com o uso

da tecnologia GNSS e as medidas com equipamentos convencionais. Em alguns casos, elas podem inclusive serem negligenciadas devido a sua insignificância.

A PBD aproxima a grade de projeção à superfície terrestre, tornando possível que o engenheiro elabore seus projetos e realize a sua implantação em campo sem se preocupar com fatores de escala. Além disso, ele pode mesclar medições GNSS e medições com estações totais sem se preocupar com a aplicação de um fator de escala combinado para cada ponto (BILLINGS, 2013b).

Guilani (2014b) destaca que é necessário documentar e manter os parâmetros definidores da PBD como metadados do projeto, pois apesar das vantagens apresentadas, ela somente poderá se relacionar como outros sistemas por meio de suas coordenadas geodésicas.

Para finalizar, Dennis (2015) acrescenta que o uso da PBD satisfaz as necessidades das comunidades de Sistemas de Informação Geográfica (SIG) e de levantamentos que utilizam tanto as tecnologias GNSS quanto os métodos convencionais, além de apresentar-se como um método padronizado para minimizar as deformações geométricas na área do projeto.

2.1.3.5 Coordenadas Planas (UTM) em Coordenadas Planas Locais aplicando as Reduções de Distâncias e Ângulos

Trata-se de uma transformação de coordenadas que se baseia na aplicação de um fator de escala total e de uma rotação em função da convergência meridiana (SILVA e SEGANTINE, 2015).

Esta solução permite relacionar as coordenadas planas UTM, obtidas pela tecnologia GNSS, com as coordenadas planas locais (X_L , Y_L) para um conjunto de pontos. Para isso, é necessário que sejam realizadas reduções lineares e angulares sobre as observações obtidas em campo (distâncias e ângulos).

Para a aplicação do método, inicialmente, deve-se definir um ponto como sendo o ponto de origem (P_0), tomado como referência, com coordenadas vinculadas ao Sistema Topográfico Local⁸. Nesta dissertação, para o cálculo do fator de escala total, aplicou-se as Equações (2.116) e (2.117) que consideram o fator de escala médio calculado em função dos fatores de escala do ponto tomado como referência e do ponto de interesse (i).

⁸ Cabe aqui ressaltar que os resultados obtidos no Sistema Topográfico Local sem a consideração do desvio da vertical resultam no Sistema Geodésico Local.

$$k_{alt(P_0 P_i)} = \frac{k_{alt(P_0)} + k_{alt(P_i)}}{2} \quad (2.116)$$

$$k_{UTM(P_0 P_i)} = \frac{k_{UTM(P_0)} + k_{UTM(P_i)}}{2} \quad (2.117)$$

A seguir, é apresentada a sequência de cálculos, na qual são aplicadas as Equações (2.118) a (2.132) com a finalidade de se obter as coordenadas planas locais:

a. Cálculo dos elementos de rotação

Convergência Meridiana

$$\gamma_p = (XII) \times p + (XIII) \times p^3 + (C_5) \times p^5 \quad (2.118)$$

sendo:

$$(XII) = \sin \varphi_g \times 10^4 \quad (2.119)$$

$$(XIII) = \frac{\left(\frac{1}{\rho''}\right)^2 \times \sin \varphi_g \times \cos^2 \varphi_g}{3} \times \left(1 + 3 \times e'^2 \times \cos^2 \varphi_g + 2 \times e'^4 \times \cos^4 \varphi_g\right) \times 10^{12} \quad (2.120)$$

$$C_5 = \frac{\left(\frac{1}{\rho''}\right)^4 \times \sin \varphi_g \times \cos^4 \varphi_g}{15} \times \left(2 - \tan^2 \varphi_g\right) \times 10^{20} \quad (2.121)$$

Redução à Corda ou Redução Azimutal (ψ)

$$\psi = \left(\frac{2 \times E'_A + E'_B}{6 \times R_0^2}\right) \times (N_B - N_A) \times \rho'' \quad (2.122)$$

sendo:

$E' = E - 500.000$ para pontos situados a leste do MC;

$E' = 500.000 - E$ para pontos situados a oeste do MC;

R_0 : Raio médio local da Terra;

$\rho'' = 206.264,8062''$: Fator de conversão de radiano para segundo de arco.

b. Cálculo do Fator de Escala Total

$$k_{\text{Total}(P_0 P_i)} = k_{\text{alt}(P_0 P_i)} \times k_{\text{UTM}(P_0 P_i)} \quad (2.123)$$

c. Cálculo das distâncias

Distância plana UTM

$$d_{\text{UTM}(P_0 P_i)} = \sqrt{\left(N_{P_0} - N_{P_i}\right)^2 + \left(E_{P_0} - E_{P_i}\right)^2} \quad (2.124)$$

Distância elipsoidal

$$d_{0(P_0 P_i)} = \frac{d_{\text{UTM}(P_0 P_i)}}{k_{\text{UTM}(P_0 P_i)}} \quad (2.125)$$

Distância topográfica

$$d_{(P_0 P_i)} = \frac{d_{0(P_0 P_i)}}{k_{\text{alt}(P_0 P_i)}} = \frac{d_{\text{UTM}(P_0 P_i)}}{k_{\text{Total}(P_0 P_i)}} \quad (2.126)$$

d. Cálculo dos azimutes

Azimute Plano

$$Az_{\text{UTM}(P_0 P_i)} = \arctan\left(\frac{E_{P_i} - E_{P_0}}{N_{P_i} - N_{P_0}}\right) \quad (2.127)$$

Azimute Geodésico

$$Az_{\text{Geod}(P_0 P_i)} = Az_{\text{UTM}(P_0 P_i)} \pm \gamma \pm \delta \quad (2.128)$$

e. Cálculo das projeções em X e Y

$$\Delta X_{P_0 P_i} = d_{P_0 P_i} \times \text{sen} Az_{\text{Geod}(P_0 P_i)} \quad (2.129)$$

$$\Delta Y_{P_0 P_i} = d_{P_0 P_i} \times \text{cos} Az_{\text{Geod}(P_0 P_i)} \quad (2.130)$$

f. Cálculo das coordenadas planas locais

$$X_L = X_{L(P_0)} + \Delta X_{P_0 P_i} \quad (2.131)$$

$$Y_L = Y_{L(P_0)} + \Delta Y_{P_0 P_i} \quad (2.132)$$

Conforme apresentado acima, pode-se obter as coordenadas planas locais (X_L , Y_L) a partir das coordenadas planas na projeção UTM.

2.1.4 Análise Estatística

Magalhães e Lima (2015) afirmam que, de modo geral, a Estatística pode ser dividida em três áreas, sendo elas: a) Estatística Descritiva - a qual é utilizada inicialmente em uma análise com o objetivo de descrever e resumir os dados de maneira que permita extrair conclusões a respeito de características de interesse; b) Probabilidade - considerada como a teoria matemática utilizada como a base teórica para o desenvolvimento de técnicas estatísticas; c) Inferência Estatística - que corresponde a um conjunto de técnicas que permite extrapolar para a população as informações e conclusões obtidas por meio de evidências fornecidas pela amostra.

A análise descritiva pode ser realizada por meio de medidas de posição central, como por exemplo, a média, a mediana e a moda, como também, por meio de medidas que expressam a variabilidade dos dados, como por exemplo, a amplitude, o desvio padrão e a variância. Em termos de análise descritiva, Drumond et al. (1996) afirma que a escolha das medidas e gráficos mais adequados dependem do aspecto do processo que se pretende analisar, citando como os gráficos mais utilizados, o diagrama de pontos (para amostras pequenas - $n \leq 50$), o histograma (para amostras grandes - $n \geq 50$) e o *boxplot* ou diagrama de caixa (para quando o interesse principal consiste em comparar duas ou mais situações - qualquer tamanho amostral).

Para obter conclusões mais acertadas é necessário que seja dado um segundo passo na análise dos dados, o qual consiste em abordar técnicas estatísticas como as fornecidas pela Inferência Estatística, por meio de Intervalos de Confiança ou Testes de Hipóteses, as quais possibilitam uma caracterização apropriada dos processos (DRUMOND et al., 1996).

De acordo com Siegel (1975), o emprego de provas estatísticas na pesquisa segue um procedimento, o qual envolve diversos passos a serem seguidos. Tais passos são apresentados, a seguir, em ordem de execução:

- a. Definição da hipótese nula (H_0);
- b. Escolha de uma prova estatística para provar (H_0);
- c. Especificação de um nível de significância (α) e o tamanho da amostra;
- d. Determinação ou suposição da distribuição amostral da prova estatística sob (H_0);
- e. Definição da região de rejeição;
- f. Cálculo do valor da prova estatística utilizando os dados obtidos da amostra.

Larson e Farber (2010) destacam que sempre haverá a possibilidade de se tomar uma decisão errada, uma vez que esta tem por base uma amostra ao invés de uma população inteira. São dois os tipos de erros que podem ser cometidos, ao ser formulada a decisão sobre (H_0). Estes erros são apresentados na Tabela 2.2.

Tabela 2.2 - Erros Tipo (I) e Tipo (II).

Decisão	Hipótese Nula (H_0)	
	Verdadeira	Falsa
Não Rejeitar H_0	Decisão correta ($1 - \alpha$)	Erro Tipo II (β)
Rejeitar H_0	Erro Tipo I (α)	Decisão correta ($1 - \beta$)

Fonte: Elaborado pelo autor.

Como pode ser visto na tabela acima, o Erro Tipo (I) é aquele em que a Hipótese Nula é rejeitada quando esta é correta, sendo representada pela letra grega α . Assim, quanto maior for o nível de significância (α), maior será a probabilidade de um Erro Tipo (I), ou seja, mais provável será rejeitar (H_0). O Erro Tipo (II) ocorre quando se aceita a Hipótese Nula quando esta, de fato, é falsa. A probabilidade de se cometer um Erro Tipo (II) é representado por (β).

2.1.4.1 *Boxplot* ou Diagrama de Caixa

O *Boxplot* ou, simplesmente, Diagrama de Caixa é uma representação gráfica para a visualização dos dados que permite identificar, de maneira rápida, possíveis diferenças entre categorias. Field (2011) descreve o diagrama de caixa como sendo uma representação gráfica de algumas características importantes de um conjunto de observações, composta pelo valor da mediana (centro do diagrama) rodeada por um retângulo, onde as arestas superior e inferior representam os limites dentro dos quais se encontram 50% das observações (Intervalo interquartílico). O autor ainda conclui dizendo que a partir dos extremos dos retângulos existem duas linhas, chamadas de bigodes (hastes), que se estendem até os valores extremos do conjunto.

Bussab e Morettin (2010) apontam que o diagrama de caixa dá ideia da posição, dispersão, assimetria, caudas e dados discrepantes (valores atípicos), também chamados de *outliers*. Esta representação gráfica pode ser construída facilmente, por meio de cinco medidas: limite inferior, limite superior, primeiro quartil (Q1), mediana (Q2) e terceiro quartil (Q3).

O primeiro quartil representa 25% dos menores valores do conjunto de dados, ou seja, é a porção do diagrama de caixa que contém um quarto dos menores valores. O segundo quartil corresponde a 50% dos dados. Essa medida equivale à mediana, dividindo a amostra em duas partes: metade superior e metade inferior. O terceiro quartil corresponde a 75% dos valores maiores. Os limites inferior e superior correspondem, respectivamente, aos valores mínimo e máximo do conjunto de dados. O intervalo interquartílico (IIQ) é outro termo que está relacionado ao diagrama de caixa. Ele é obtido pela diferença entre o terceiro e o primeiro quartil ($Q3 - Q1$), representando os 50% dos dados mais próximos da mediana.

Valladares Neto et al. (2017) acrescenta que o diagrama de caixa exhibe uma tendência central não-paramétrica (mediana), dispersão (Q1 e Q3), forma de distribuição ou simetria da amostra (valores mínimo e máximo), valores atípicos (*outliers*) e extremos. A mediana indica a posição central, a dispersão dos dados é dada pelo intervalo interquartílico (IIQ) e os valores dos quartis (Q1), (Q2) e (Q3) dão evidências a respeito da assimetria da distribuição dos dados (BUSSAB E MORETTIN, 2010).

Segundo Valladares Neto et al. (2017) são considerados valores atípicos, segundo o Método de *Tukey*, os valores que ultrapassam os limites inferior e superior, de acordo com as seguintes expressões:

$$\text{Outlier Inferior} < [Q1 - 1,5 \times (Q3 - Q1)]$$

$$\text{Outlier Superior} > [Q3 + 1,5 \times (Q3 - Q1)]$$

A construção do diagrama de caixa consiste basicamente no seguinte procedimento:

- Determinar as medidas de limite inferior, limite superior, (Q1), (Q2) e (Q3);
- Determinar o eixo de escala (na horizontal ou na vertical), contendo o limite inferior e o limite superior;
- Construir um retângulo que se estenda de (Q1) até ao (Q3) e identificar com uma linha o valor de (Q2) no retângulo;
- Construir as hastes ligando os valores dos limites inferior e superior, localizado nas extremidades do gráfico;
- Identificar os valores atípicos como pontos individuais, como por exemplo, usando asteriscos.

Na Figura 2.15 é apresentada a esquematização de um *boxplot* e são descritos os seus elementos.

Figura 2.15 - Estrutura e informações contidas em um *Boxplot*.

Fonte: Adaptado de VALLADARES NETO et al. (2017).

O diagrama de caixa, assim como outros métodos estatísticos, compõe um recurso específico para detectar tendências e, quando bem indicado, contribui para melhorar a interpretação dos dados, detectar *outliers* e comparar grupos amostrais (VALLADARES NETO et al., 2017).

2.1.4.2 Testes Paramétricos e Não-Paramétricos

Os testes de hipóteses são classificados em paramétricos e não paramétricos. Os testes paramétricos são baseados na distribuição normal e utilizam os parâmetros desta distribuição para obter a sua estatística. Estes testes são os mais utilizados, mais rigorosos e para serem validados possuem algumas pressuposições. As condições do modelo estatístico de uma prova são frequentemente chamadas de suposições da prova (SIEGEL, 1975). É muito comum, em análises estatísticas considerar que a amostra aleatória possua distribuição normal, porém, é importante verificar, antes de qualquer análise, se qualquer uma das suposições estabelecidas em um teste não está sendo violada (AHAD et al., 2011).

Os testes paramétricos requerem condições que precisam ser encontradas para que o teste seja preciso, sendo estas em geral, não comprovadas no decorrer da análise estatística, e por diversas vezes, aceitas como pressupostos (SIEGEL, 1975). Como condições podem-se citadas: a independência das observações, ou seja, que a escolha de um determinado elemento não deve influenciar na escolha da inclusão de outros na amostra; a normalidade, ou seja, as observações serem extraídas de uma população com distribuição normal; e a homocedasticidade, ou seja, a igualdade das variâncias.

Field (2011) cita que, se por um lado, a independência das observações é testada pelo senso comum, a homogeneidade da variância (homocedasticidade) pode ser testada de forma diferente por meio de diversos procedimentos, restando apenas à hipótese de normalidade ser checada, sendo esta, em muitos aspectos a hipótese mais importante.

Testes como *Anderson-Darling*, *Cramer-Von Mises*, *Kolmogorov-Smirnov*, e *Shapiro-Wilk*, são usados para verificar a aderência de um conjunto de dados à distribuição normal, assim como outros recursos gráficos, como histograma e normal *plot* (Leotti et al., 2005). Os testes de *Kolmogorov-Smirnov* (*K-S*), e *Shapiro-Wilk* (*S-W*) estão presentes em softwares estatísticos, como por exemplo, no *SPSS* (*Statistical Package for the Social Sciences*), e possuem como hipótese nula a afirmação de que os dados em questão apresentam distribuição normal.

Ao aplicar os testes (*K-S*) e (*S-W*), é fornecido como resultado o parâmetro valor de prova (*p-valor*). Considera-se que o teste é significativo quando o *p-valor* (*p*) for menor que (α). Dessa forma, conclui-se que os dados são não normais, ou seja, estes diferem significativamente de uma distribuição normal. Caso contrário ($p \geq \alpha$), o teste informa que não existe diferença significativa sendo, portanto, os dados pertencentes a uma distribuição normal.

Os testes não paramétricos, por sua vez, baseiam-se em distribuições livres e sua estatística se dá aos postos atribuídos aos dados ordenados, não sendo, em geral, realizadas suposições sobre a distribuição populacional. Como vantagens em relação aos testes paramétricos, podem ser apresentadas a não necessidade de se trabalhar com dados quantitativos, podendo ser utilizados dados categóricos ou dados de classificação (postos), como também a facilidade e rapidez dos procedimentos a serem executados (MONTGOMERY E RUNGER, 2003).

2.1.4.3 Análise de Variância - ANOVA

A ideia fundamental da estatística experimental, a partição da variabilidade, é a ideia básica da ANOVA a qual, ao contrário do que seu nome indica, se preocupa em analisar a variação de médias e não em analisar as variações (CASELLA E BERGER, 2002).

Dentre os conceitos básicos da ANOVA apresentados por Drumond et al. (1996) estão: a Variável Resposta - que é a característica da qualidade de interesse; o Fator - que é a variável que pode estar influenciando a característica da qualidade de interesse; e o Nível - que é cada um dos diferentes modos de presença de um fator.

A ANOVA é um método estatístico paramétrico, equivalente ao teste (T) (compara dois grupos), que permite realizar a comparação entre diversos grupos de interesse. Ela tem como finalidade testar a igualdade de (k) médias populacionais, sendo ($k \geq 3$), baseando-se na análise das variâncias amostrais. A análise de variância permite concluir com grau de confiança conhecido a existência ou não de diferenças entre as médias de mais de duas populações (DRUMOND et al., 1996).

De acordo com Field (2011), uma ANOVA produz uma estatística (F) que compara a variância sistemática nos dados com a variância não sistemática, ou seja, a estatística (F) informa apenas a existência ou não de diferenças entre os grupos de interesse e não entre quais grupos existem as diferenças. O valor da estatística (F) é obtido pela razão entre a variância entre os grupos e a variância dentro dos grupos.

Na ANOVA, o teste de hipótese para (k) níveis de um fator, é realizado da seguinte maneira:

- a.** Define-se das hipóteses Nula e Alternativa;

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 \dots = \mu_k;$$

H_a : ao menos um μ difere dos demais.

- b.** Define-se o nível de significância (α);

- c.** Calcula-se a média para cada um dos grupos (k) por meio da Equação (2.133);

$$\bar{X}_k = \frac{1}{n_k} \times \sum_{i=1}^{n_k} x_{k_i} \quad (2.133)$$

sendo (n_i) o tamanho da amostra de cada um dos grupos.

- d.** Calcula-se a média geral por meio da Equação (2.134):

$$\bar{X}_{\text{geral}} = \frac{1}{N} \times \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_k} x_{k_j} \quad (2.134)$$

Sendo, (N) o número total de observações dado por meio da Equação (2.135);

$$N = \sum_{i=1}^k n_i \quad (2.135)$$

- e.** Calcula-se a variância dentro do grupo (soma dos quadrados) - variação total de cada participante em relação à média do grupo (para cada grupo separadamente), por meio das Equação (2.136);

$$MS_R = \frac{SS_R}{k \times (n-1)} \quad (2.136)$$

sendo,

$$SS_R = \sum_{i=1}^k s_i^2 \times (n_i - 1) \quad (2.137)$$

- f.** Calcula-se a variância entre os grupos - variação da média de cada grupo em relação à média geral, por meio da Equação (2.138);

$$MS_M = \frac{SS_M}{k-1} \quad (2.138)$$

sendo,

$$SS_M = \sum_{i=1}^k n_k \times \left(\bar{X}_i - \bar{X}_{\text{geral}} \right)^2 \quad (2.139)$$

A distribuição (F) conduzirá a decisão de aceitar ou não a (H_0) comparando o (F_0) calculado por meio da Equação (2.140):

$$F_0 = \frac{\text{variância entre grupos}}{\text{variância dentro dos grupos}} = \frac{MS_M}{MS_R} \quad (2.140)$$

Assim, conclui-se que, ao nível de significância α , existem diferenças entre as médias de (k) populações, se ($F_0 > F_{(1-\alpha; k-1; k \times (n-1))}$).

Como o teste (F) apenas informa se existe ou não uma diferença estatisticamente significativa entre as médias, torna-se então necessário, que seja realizada uma análise adicional que indicará quais os grupos diferem entre si. O teste responsável por isto é o teste de *post-hoc* para a ANOVA.

Field (2011) afirma que ao realizar os testes de *post-hoc* para a ANOVA é necessário considerar três aspectos sobre o teste: 1) se o teste controla o Erro Tipo (I); 2) se o teste controla a taxa de Erro Tipo (II) e; 3) se o teste é confiável quando as suposições da ANOVA são violadas. Os softwares estatísticos, presentes hoje no mercado como, por exemplo, o SPSS apresenta ferramentas que permitem executar os testes de *post-hoc* abordando esses aspectos. Dentre as opções de ferramentas presentes neste software estão: o LSD (*Least Significant Difference*), Bonferroni, Sidak, Scheffe, Tukey entre outros. Em Field (2011) pode-se obter informações mais detalhadas sobre essas ferramentas e em quais situações utilizá-las.

O SPSS permite aplicar diversas opções de *post-hoc* dependendo do tipo de amostra. Field (2011) cita os seguintes casos: para amostras de mesmo tamanho e variâncias homogêneas deve-se utilizar a opção REGWQ ou o HSD de Tukey; para amostras que não diferem muito se deve utilizar o procedimento Gabriel, e; para amostras diferentes, deve-se utilizar a opção GT2 de Hochberg.

Com relação à análise de variâncias, esta é estruturada sob as mesmas suposições adotadas pelos testes paramétricos. No caso da suposição da homogeneidade da variância

(igualdade das variâncias), os softwares estatísticos fornecem ferramentas (testes) que corrigem esta violação.

O Teste de *Levene*, disponível no software estatístico *SPSS*, testa a hipótese de igualdade das variâncias de cada grupo do experimento. Farias e Demarqui (2017) afirmam que este teste é o mais robusto contra a falta de normalidade dos dados e que sua estatística segue uma distribuição (F) sob (H_0). Assim tem-se que:

$$H_0 : \sigma_a^2 = \sigma_b^2$$

$$H_a : \sigma_a^2 \neq \sigma_b^2$$

O Teste de *Levene* apresentará significância caso o *p-valor* obtido seja menor que α . Assim verifica-se que a homogeneidade das variâncias foi violada, ou seja, a hipótese nula (H_0) rejeitada, com isso, devendo esta ser corrigida. Assim, utilizando-se o software *SPSS*, deve-se verificar a tabela “Testes Robustos de Igualdade de Médias”, caso contrário deve-se verificar a tabela “ANOVA”.

Independentemente, se houve ou não a violação da homogeneidade, deve-se analisar a coluna do *p-valor*. Sendo este valor menor que 0,05, conclui-se que as médias dos grupos analisados são significativamente diferentes. Da mesma forma deve-se proceder para o teste de *post-hoc*.

Como resultado do teste, são apresentadas as diferenças ou não existentes entre os pares analisados, indicando-se o *post-hoc* utilizado e, as informações do teste (F) corrigido, indicando-se os graus de liberdade entre os grupos (gl entre) e dentro dos grupos (gl dentro), bem como o valor de (p), conforme apresentado a seguir:

$$F (\text{gl entre, gl dentro}) = F \text{ obtido; } p < \text{ ou } \geq p\text{-valor obtido.}$$

2.1.4.4 ANOVA de Medidas Repetidas - AMR

A ANOVA trabalha com situações em que indivíduos diferentes contribuem para médias diferentes, ou seja, indivíduos diferentes participam de condições experimentais diferentes (FIELD, 2011). Já, no caso da AMR tem-se que os mesmos indivíduos são participantes de todas as condições do experimento proposto.

Assim como a ANOVA, apresentada anteriormente, a AMR também é um teste paramétrico, e como tal, apresenta os mesmos pressupostos, sendo-lhe acrescentada a esfericidade. Field (2011) refere-se à esfericidade como sendo a igualdade das variâncias das diferenças entre níveis de tratamentos.

Na AMR, o teste de hipótese para (k) níveis de um fator, é realizado de maneira similar a ANOVA. A exceção é que para obter a variância entre os grupos, o interesse aqui, é verificar a variabilidade dos escores de um mesmo indivíduo (Field, 2011). Dessa maneira, o teste de hipótese para k níveis na AMR, é realizado da seguinte maneira:

- a.** Define-se das hipóteses Nula e Alternativa;

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 \dots = \mu_k;$$

$$H_a : \text{ao menos um } \mu \text{ difere dos demais}$$

- b.** Define-se o nível de significância (α);

- c.** Calcula-se a média para cada um dos grupos (k) por meio da Equação (2.141);

$$\bar{X}_k = \frac{1}{n_k} \times \sum_{j=1}^{n_k} x_{k_j} \quad (2.141)$$

sendo, (n_i) o tamanho da amostra de cada um dos grupos.

- d.** Calcula-se a média geral por meio da Equação (2.142);

$$\bar{X}_{\text{geral}} = \frac{1}{N} \times \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_k} x_{k_j} \quad (2.142)$$

Sendo, N o número total de observações dado por meio da Equação (2.143):

$$N = \sum_{i=1}^k n_i \quad (2.143)$$

- e.** Calcula-se a variância dentro do grupo (soma dos quadrados) - variação total de cada participante em relação à média do grupo (para cada grupo separadamente), por meio da Equação (2.144);

$$MS_R = \frac{SS_R}{gl_R} \quad (2.144)$$

sendo,

$$SS_R = SS_W - SS_M \quad (2.145)$$

$$SS_W = \sum_{i=1}^k s_i^2 \times (n_i - 1) \quad (2.146)$$

Na Equação (2.146), os (s_i^2) representam as variâncias dos indivíduos nas condições experimentais e (gl_R) sendo dado pela Equação (2.147):

$$gl_R = gl_W - gl_M \quad (2.147)$$

sendo,

$$gl_M = k - 1 \quad (2.148)$$

$$gl_R = n \times (k - 1) \quad (2.149)$$

- f.** Calcula-se a variância entre os grupos - variação da média de cada grupo em relação à média geral, por meio da Equação (2.150);

$$MS_M = \frac{SS_M}{k - 1} \quad (2.150)$$

sendo,

$$SS_M = \sum_{i=1}^k n_k \times \left(\bar{X}_i - \bar{X}_{\text{geral}} \right)^2 \quad (2.151)$$

A distribuição (F) conduzirá a decisão de aceitar ou não a (H_0) comparando o valor de (F_0) calculado pela Equação (2.152):

$$F_0 = \frac{\text{variância entre grupos}}{\text{variância dentro dos grupos}} = \frac{MS_M}{MS_R} \quad (2.152)$$

Assim, conclui-se que, ao nível de significância α , existem diferenças entre as médias de k populações, se $(F_0 > F_{(1-\alpha; k-1; n \times (k-1) - (k-1))})$.

Para aplicar o teste de *post-hoc* é necessário realizar algumas considerações. Com relação à violação do pressuposto da esfericidade é realizado o Teste de *Mauchly*. Este teste considera as seguintes hipóteses:

H_0 : existe esfericidade; quando o *p-valor* é maior ou igual a (α) ;

H_a : Não existe esfericidade; quando o *p-valor* é menor que (α) .

Segundo Field (2011) a violação da esfericidade torna o teste (F) impreciso. Os softwares estatísticos oferecem opções que contornam o problema de não esfericidade, corrigindo os valores do teste (F). O *SPSS* apresenta como opções, as correções de *Greenhouse-Geiser*, *Huynh-Feldt* e *Lower-bound*, todos estes presentes na tabela “Testes de Efeitos entre Assuntos”.

De acordo com Field (2011), a correção *Greenhouse-Geiser* é uma das mais populares e mais rígidas, ou seja, mais conservadoras. Sendo assim, a chance de ocorrência do Erro Tipo (I) é menor.

Uma vez realizadas as considerações acima, o teste de *post-hoc* para a AMR é obtido na tabela “Comparações de Pares”, gerada no *SPSS*, onde são apresentadas as relações existentes entre as condições dos experimentos analisados. As diferenças são obtidas a partir dos valores de (p) ou $(p\text{-valor})$, sendo:

$p\text{-valor} \geq \alpha$, não existe diferença significativa entre os pares;

$p\text{-valor} < \alpha$, existe diferença significativa entre os pares.

O *SPSS* também apresenta graficamente estas diferenças, facilitando assim a visualização e a comparação dos pares. Como resultado do teste são apresentadas as diferenças ou não existentes entre os pares analisados e, as informações do teste (F) corrigido, indicando os graus de liberdade da fonte (gl fonte) e do erro (gl erro), bem como o valor de (p) , conforme apresentado a seguir:

$F(\text{gl fonte, gl erro}) = F \text{ obtido; } p < \text{ ou } \geq p\text{-valor obtido.}$

2.1.4.5 Teste de Friedman

O Teste de Friedman, também conhecido como a ANOVA de Friedman, é um teste não paramétrico utilizado para verificar se dois ou mais grupos diferem. Embora a ANOVA seja robusta a violações de pressupostos, caso ocorra que os dados em questão apresentem uma distribuição não normal ou caso outra suposição seja violada, o Teste de Friedman apresenta-se como sendo uma alternativa para o caso de medidas repetidas, ou seja, é a versão não paramétrica da ANOVA de Medidas repetidas (FIELD, 2011).

A utilização do Teste de Friedman se dá quando as (k) amostras estão em correspondência e uma maneira que esta pode ser estabelecida é estudando-se o mesmo grupo de indivíduos sob cada uma das (k) condições (SIEGEL, 1975). Para aplicá-lo, os dados são expostos em uma tabela de dupla entrada composta por (N) linhas e (k) colunas, onde as linhas são representantes dos vários indivíduos que compõem a amostra e as colunas das diversas condições que se deseja analisar.

A teoria da Anova de Friedman baseia-se na atribuição de postos aos escores de cada linha dos dados. Sendo assim, em um conjunto de dados, inicialmente são atribuídos postos aos escores de cada linha, recebendo o posto (1) o escore mais baixo de cada linha, o posto (2) o escore posterior, assim por diante, até o posto (k) receber o maior escore. Existindo no estudo (k) condições, os postos, independente da linha, receberão valores variando de (1) a (k).

O Teste de Friedman determina se os totais de postos (R_j) diferem significativamente, ou seja, se há diferença significativa entre as condições estudadas. Para tanto, por meio da Equação (2.153), é calculado o valor da estatística de Friedman denotada por (χ_r^2) (SIEGEL, 1975).

$$\chi_r^2 = \frac{12}{N \times k \times (k+1)} \times \sum_{j=1}^k \left(R_j \right)^2 - 3 \times N \times (k+1) \quad (2.153)$$

sendo,

N = número de linhas (tamanho da amostra);

k = número de colunas (quantidade de condições testadas);

R_j = soma dos postos na coluna (j);

$\sum_{j=1}^k \left(R_j \right)^2$ = indica o somatório dos quadrados dos postos sobre todas as (k) condições.

Assim, para um dado nível de significância *p-valor* e um determinado valor de grau de liberdade ($gl = k - 1$) podem-se verificar a Hipótese Nula e Alternativa definidas previamente. Uma vez obtendo $(\chi^2_{r,gl})$ calculado maior que o valor de $(\chi^2_{r,gl})$ fornecido pela tabelado tem-se a rejeição da Hipótese Nula com a probabilidade de ocorrência igual ao *p-valor*.

Para que sejam verificadas, par a par, quais condições estudadas diferenciam entre si é necessário que seja aplicado um teste complementar, ou seja, o teste de *post-hoc* para a ANOVA de Friedman, o qual realizará comparações múltiplas.

Existem diversos testes de *post-hoc* de Friedman que podem ser aplicados para apontar quais tratamentos ou grupos diferem uns dos outros (Pereira e Afonso, 2015). O teste de Bonferroni-Dunn consiste em calcular as diferenças entre os postos médios ($\bar{R}$) dos diferentes grupos e comparar essas diferenças com um valor crítico, baseado no valor (z), corrigido para o número de comparações a serem realizadas, e uma constante com base no total da amostra (N) (Field, 2011). O cálculo é obtido por meio da Equação (2.154):

$$| \bar{R}_u - \bar{R}_v | \geq z_{\alpha/c \times (c-1)} \times \sqrt{\frac{c \times (c+1)}{6 \times N}} \quad (2.154)$$

sendo,

$| \bar{R}_u - \bar{R}_v |$: representa o módulo da diferença entre as médias dos postos dos grupos u e v que estão sendo comparados;

α : é a taxa de Erro Tipo (I) por comparação;

c : o número de comparações a serem realizadas;

$z_{\alpha/c \times (c-1)}$: (z) corrigido para o número de comparações a serem realizadas;

N : número total da amostra.

O número de comparações a serem realizadas, representado por (c) é obtido aplicando a Equação (2.155):

$$c = k \times (k - 1) / 2 \quad (2.155)$$

sendo,

k : o número de grupos ou condições analisadas.

Dessa maneira, caso a parcela da esquerda da Equação (2.154) seja maior ou igual que a diferença crítica (parcela a direita) conclui-se que existe diferença significativa, ou seja, os grupos (u) e (v) analisados diferem significativamente entre si.

A seguir é apresentado o procedimento passo a passo para a aplicação do Teste de Friedman:

- a. Definição das hipóteses Nula e Alternativa;

H_0 : Não existe diferença entre as amostras;

H_a : Existe diferença entre as amostras;

- b. Definição do nível de significância (α);
- c. Organização dos escores em uma tabela de (N) linhas (indivíduos) e (k) colunas (condições);
- d. Atribuição dos postos de (1) a (k) aos escores em cada uma das linhas;
- e. Cálculo da soma dos postos em cada uma das colunas (R_j);
- f. Cálculo do valor de ($\chi^2_{r,gl}$);
- g. Verificação se ($\chi^2_{r,gl}$) calculado $\geq$ ($\chi^2_{r,gl}$) tabelado. Caso isso ocorra, rejeita-se (H_0) com a probabilidade igual ao *p-valor*, e então, prossegue-se para a análise de *post-hoc* da ANOVA de Friedman.

Lembrando que, na tabela de saída, deve ser observado o valor do p-ajustado ao invés do *p-valor*, uma vez que este leva em consideração o número de comparações realizadas.

Como resultado do teste são apresentadas as diferenças ou não existentes entre os pares analisados e, as informações do teste (χ^2_r), indicando os graus de liberdade (gl), bem como o valor de (p), conforme apresentado a seguir:

$$\chi^2(gl) = \chi^2 \text{ obtido; } p < \text{ ou } \geq p\text{-valor obtido}$$

3 METODOLOGIA

Será apresentada a seguir a metodologia utilizada no levantamento e tratamento dos dados, a aplicação das transformações de coordenadas, bem como as áreas de estudo.

3.1 Área de estudo

Para desenvolvimento desta pesquisa escolheu-se, por motivos práticos, a área urbana de São Carlos. A cidade de São Carlos apresenta uma topografia com relevo bastante ondulado, chegando, em determinados pontos, a apresentar valores de altimetria acima de 900 metros, conforme apresentado na Figura 3.1.

Figura 3.1 - Área de estudo.

Fonte: Elaborado pelo autor.

A área definida para a realização da pesquisa está localizada em uma região de borda de fuso. Em se tratando da projeção UTM, em regiões de borda de fuso, ocorre que o fator de

escala da projeção (k) apresenta-se na faixa de ampliação, ou seja, ($k > 1$). Sendo assim, ao utilizar a projeção UTM, para fins de posicionamento, nesse cenário sem aplicar os devidos cuidados, as medidas lineares sofrerão um acréscimo significativo mesmo para aquelas observações que compreendem curtas distâncias.

Tendo como ideia a aplicação e verificação do comportamento dos diferentes tipos de transformações de coordenadas abordados neste trabalho, foram definidas três áreas de estudos - Áreas (A), (B) e (C), no perímetro urbano da cidade de São Carlos. Cada uma delas possui dimensões distintas, contados a partir do vértice (E034) (ponto de origem). A seguir, são apresentadas cada uma das áreas definidas na pesquisa, bem como os respectivos perfis do relevo.

A Área de estudo (A), apresentada na Figura 3.2, é delimitada pelas poligonais 01 e 02 e compreende a extensão longitudinal de, aproximadamente, três quilômetros.

Figura 3.2 - Área de estudo (A).

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 3.3 retrata o perfil da poligonal percorrida no levantamento topográfico da poligonal executado na Área (A).

Figura 3.3 - Perfil longitudinal da área de estudo (A).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na sequência é apresentada na Figura 3.4 a Área (B), delimitada pelas poligonais 01, 02, 03, 04 e 05, cuja extensão longitudinal é de, aproximadamente, sete quilômetros.

Figura 3.4 - Área de estudo (B).

Fonte: Elaborado pelo autor.

O perfil que compreende o caminhar da poligonal topográfica executada na Área (B) é apresentado na Figura 3.5.

Figura 3.5 - Perfil longitudinal da área de estudo (B).

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Área de estudo (C) abrange as áreas (A) e (B) recobrando, dessa maneira, toda a área de estudo, perfazendo no total a extensão longitudinal de, aproximadamente, doze quilômetros. A espacialização das oito poligonais que compõe a Área de estudo (C) é apresentada na Figura 3.6.

Figura 3.6 - Área de estudo (C).

Fonte: Elaborado pelo autor.

De maneira similar às áreas apresentadas anteriormente, o relevo da Área (C), percorrido no levantamento topográfico da poligonal, possui as características da área urbana de São Carlos, o qual pode ser observado na Figura 3.7.

Figura 3.7 - Perfil longitudinal da área de estudo (C).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os perfis de relevo apresentam apenas os contornos das áreas de estudo iniciando e finalizando no ponto de origem (E034).

3.1.1 Implantação dos pontos

Uma vez definida a área urbana de São Carlos como sendo o local para desenvolver a pesquisa, foram estabelecidos pontos de maneira a materializar no solo as áreas de estudos predefinidas. Para a materialização de tais pontos foram utilizados principalmente pinos de aço. Em algumas situações onde não era possível a fixação de pinos de aço optou-se por cravar os pinos de aço em piquetes e implantá-los no solo.

De modo a materializar as três áreas de estudo foram desenvolvidas oito poligonais fechadas. Inicialmente fez-se todo planejamento das poligonais utilizando o Google Earth como ferramenta para visualização e obtenção das coordenadas aproximadas de cada ponto de estação das poligonais. Como próxima etapa, no processo de implantação dos pontos, foi realizado o reconhecimento das poligonais em campo. Essa etapa consistiu em materializar e sinalizar no solo os pontos de estação das poligonais. Para isso, utilizou-se um receptor GNSS de navegação, no qual foram carregados os pontos com suas respectivas coordenadas obtidas na etapa de planejamento. Como parte dessa etapa, foram também utilizados bastões, prismas e uma estação total LEICA do modelo TC-407 com a finalidade de verificar a possibilidade ou

não de realizar as visadas entre os pontos de estação definidos no planejamento. Dessa forma, pôde-se então definir e sinalizar todas as poligonais, deixando-as materializadas e sinalizadas para a etapa seguinte - a etapa de determinação das coordenadas dos pontos.

3.1.2 Determinação das coordenadas dos pontos

Para efeito da pesquisa, tornou-se necessário que para cada ponto implantado fossem determinadas as coordenadas obtidas tanto por levantamento topográfico quanto por levantamento utilizando receptores GNSS.

3.1.2.1 Levantamento topográfico

No levantamento topográfico foi utilizada uma Estação Total Robótica da marca Leica Geosystems, da série TPS1200+ modelo TCRA 1201+ R400, com precisão linear de 2 mm + 2 ppm (0 a 500 m) e de 4 mm + 2 ppm (> 500 m); e com precisão angular horizontal e vertical de 1" (um segundo de arco) com resolução de 0.1" (LEICA, 2009). Vide Figura 3.8:

Figura 3.8 - Estação Total TCRA 1201+ R400.

Fonte: Elaborado pelo autor.

O levantamento realizado baseou-se na Norma do IBGE para levantamentos geodésicos, Resolução PR nº 22 de 21/07/1983, para nortear a coleta dos dados considerando as especificações para fins topográficos, as quais são apontadas a seguir:

Medição Angular: Método das Direções

- Instrumento com leitura direta menor ou igual a 0,2";

- Número de séries igual a 1;
- Número de posições por série: 4 na posição direta (PD) e 4 na posição inversa (PI);
- Limite de rejeição para uma posição em relação à média da série: 5,0”.

Medição linear

- Número mínimo de séries de leituras recíprocas igual a 1;
- Diferença máxima aceitável entre leituras recíprocas quando se observa uma única série: 20 milímetros.

Fechamento em Coordenadas

- $0,8 \times \sqrt{L}$ metros, sendo (L) o comprimento da poligonal em quilômetros.

Fechamento angular

- $20'' \times \sqrt{N}$, sendo (N) igual ao número de estações.

O levantamento topográfico consistiu na aplicação do método de poligonação, sendo as operações de campo realizadas com o emprego de centragem forçada, garantindo assim, a estabilidade da posição e minimizando os erros de medição de ângulos nos vértices das poligonais (NBR 13.133/1994). Dessa maneira, o procedimento de centragem forçada foi formado pelo conjunto de bases nivelantes, prismas, tripés de madeira e a estação total. Uma vez realizada a calagem do instrumento sobre o tripé, o instrumento foi substituído pelo prisma e vice-versa.

Na aquisição das observações de distâncias e ângulos, foi realizada uma série de leitura conjugada. Na coleta de dados foram, portanto, realizadas 10 leituras conjugadas (PD e PI) sendo inseridas no equipamento, antes do início da série, as informações de temperatura e pressão coletadas em cada ponto de estação, de modo a evitar e/ou minimizar os erros inerentes às suas influências.

A TCRA 1201+ R400, disponibilizada pelo Laboratório de Mensuração do Departamento de Engenharia de Transportes da EESC, possui o aplicativo Poligonal, o qual foi utilizado na execução de cada poligonal. Tal aplicativo permite a medição de poligonais com um número ilimitado de vértices, possibilitando a medição de pontos, a ré e a vante, a partir do ponto estacionado, bem como a utilização de pontos com coordenadas conhecidas ao longo da poligonal, permitindo a verificação da qualidade da coleta dos dados. Ao final do levantamento realizado, o aplicativo oferece a opção de realizar o cálculo de fechamento da poligonal, permitindo ao operador a verificação da qualidade da coleta dos dados ainda em campo.

Todas as poligonais foram conectadas entre si por meio de vértices comuns. As Poligonais (01) e (08), quanto à natureza geométrica, são classificadas como sendo poligonais fechadas, ou seja, geometricamente fechadas. As poligonais (02), (03), (04), (05) e (06) são geometricamente abertas, ou seja, foram levantadas considerando pares distintos de vértices calculados previamente pertencentes à rede de poligonais estabelecida.

O início do levantamento topográfico deu-se pelo desenvolvimento da Poligonal (04), localizada mais ao centro da área de estudo. Na sequência foram levantadas as demais poligonais localizadas ao norte e ao sul da Poligonal (04).

O cálculo das poligonais foi iniciado a partir da poligonal mais ao sul da área de estudo (Poligonal 01). Após o cálculo e ajustamento da Poligonal 01, as suas coordenadas ajustadas dos vértices, comuns à poligonal 02, foram utilizadas como ponto de apoio para o cálculo e ajustamento desta poligonal. De forma análoga seguiu-se o cálculo e ajustamento das demais poligonais adjacentes.

Observando as orientações da Norma do IBGE, a verificação das discrepâncias angulares e lineares da série de observações, foi realizada por meio do uso de planilhas eletrônicas (Excel).

O processamento foi realizado no programa DataGeosis Office, onde foram executados os cálculos das poligonais utilizando a opção do ajustamento pelo Método dos Mínimos Quadrados, obtendo ao final do processo as coordenadas dos vértices das poligonais no Sistema Topográfico Local.

Ressalta-se que não foram considerados os componentes do desvio da vertical no processamento das poligonais e na obtenção das coordenadas topográficas referenciadas no Sistema Topográfico Local - STL.

As coordenadas topográficas ajustadas dos vértices das poligonais e os dados de cada uma das poligonais são apresentadas no Apêndice A.

3.1.2.2 Levantamento GNSS

As coordenadas obtidas, aplicando a tecnologia GNSS, foram referenciadas ao Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas (SIRGAS2000), conforme estabelecido pela Resolução da Presidenta do IBGE nº 01/2015 de 24/02/2015, a qual adota o seu uso exclusivo em atividades de posicionamento no território nacional e estabelecido pelo Sistema Geodésico

Brasileiro (SGB), sendo a sua caracterização disponibilizada na Resolução do Presidente do IBGE nº 01/2005 de 25/02/2005.

O levantamento de dados utilizando a tecnologia GNSS, consistiu em duas etapas: a) Transporte de coordenadas para a Base 02; b) obtenção das coordenadas dos pontos nas áreas de estudo. Nestas etapas, foi utilizado um par de receptores GNSS de dupla frequência, do fabricante Leica e modelo GPS1200+. As informações referentes aos instrumentos utilizados, pertencentes ao Laboratório de Mensuração do Departamento de Engenharia de Transportes da EESC-USP, são apresentadas no Apêndice B.

As sessões de observação de dados GNSS foram realizadas por meio do método de posicionamento relativo. Neste método são utilizados no mínimo dois receptores, os quais, rastreiam, simultaneamente, os satélites visíveis por um determinado período. A duração de cada sessão de medição, neste método, deve ser no mínimo igual a vinte minutos.

Para o transporte de coordenadas para a Base 02 foram utilizadas as três estações pertencentes à Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC) mais próximas e disponíveis da área de estudo: EESC (São Carlos), SPBO (Botucatu) e SPPI (Piracicaba). Foram realizadas seis campanhas, cujas sessões GNSS tiveram duração média de aproximadamente 9 horas, com taxa de coleta de 15 segundos.

O pós-processamento dos dados obtidos por meio da tecnologia GNSS e o ajustamento das observações GNSS foram realizados com o auxílio do *software LEICA Geo Office Combined* (versão 7.0). Na etapa de pós-processamento dos dados utilizou-se os arquivos de efemérides precisas (.sp3), referentes a data de realização da sessão GNSS, disponibilizados pelo IGS (*International GNSS Service*) em sua página oficial. Para cada uma das campanhas, foi realizado o pós-processamento das linhas de base formadas entre as estações de referência da RBMC e a estação Base (02), sendo selecionadas dentre elas as quatro campanhas que apresentaram os melhores resultados. Em seguida, os vetores obtidos dessas linhas de base processadas, foram importados em um único projeto e, assim, após o ajustamento das observações foram obtidas as coordenadas ajustadas da Base (02). A Tabela 3.1 apresenta as coordenadas ajustadas da Base (02).

Tabela 3.1 - Coordenadas Ajustadas do ponto Base (02) - SIRGAS2000/UTM 23S.

E(m)	$\sigma E(m)$	N(m)	$\sigma N(m)$	h(m)	$\sigma h(m)$
203.797,4678	0,0011	7.562.087,5891	0,0011	860,0634	0,0041

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para obter as coordenadas vinculadas ao GNSS, dos pontos implantados nas áreas de estudo (vértices das poligonais), aplicou-se o método de posicionamento relativo estático. Foram utilizadas, como estações de referência, a estação EESC, pertencente à RBMC, denominada Base (01) e um ponto instalado adequadamente no terreno, denominado Base (02). Dessa forma, houve-se a possibilidade de realizar o ajustamento das observações e obter as coordenadas ajustadas dos pontos, a partir das estações de referência. A taxa de coleta utilizada foi de 15 segundos, obtidas por meio de sessões de, aproximadamente, 20 a 30 minutos de duração.

A Figura 3.9 apresenta a localização das estações de referência GNSS utilizadas e os pontos de vértice das poligonais.

Figura 3.9 - Vértices das poligonais e estações de referência GNSS - Base (01) e Base (02).

Fonte: Google Earth (2019).

No pós-processamento dos dados obtidos por meio da tecnologia GNSS dos pontos implantados nas áreas de estudo (vértices das poligonais), utilizou-se os arquivos de efemérides precisas (.sp3), referentes a data de realização da sessão GNSS, disponibilizados pelo IGS (*International GNSS Service*) em sua página oficial. O pós-processamento dos dados GNSS foi realizado de maneira individualizada, ou seja, foi gerado no software um projeto para cada uma

das campanhas realizadas. Assim, uma vez finalizada a fase de pós-processamento dos dados, o ajustamento das observações foi realizado de maneira análoga a apresentada na obtenção das coordenadas ajustadas da Base (02).

Desta forma, para realizar o ajustamento das observações, foram importadas todas as linhas de base processadas para um único arquivo, sendo obtidas, no final do processo, as coordenadas ajustadas de todos os pontos (vértices das poligonais), vinculadas ao GNSS.

As linhas de base ajustadas, utilizando o *software LEICA Geo Office Combined* (versão 7.0), são apresentadas na Figura 3.10.

Figura 3.10 - Linhas de base ajustadas.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os detalhes dos parâmetros de processamento e ajustamento dos dados obtidos com GNSS, assim como as coordenadas ajustadas dos vértices das poligonais, obtidas por meio dos receptores GNSS, são apresentados no Apêndice B.

3.1.3 Rotina dos métodos de transformação de coordenadas

Para cada um dos métodos de transformação de coordenadas abordados nesta pesquisa, foi inicialmente desenvolvida a rotina dos cálculos, sendo esta, posteriormente implementada no software livre GNU Octave. O Octave é uma linguagem de alto nível direcionada para cálculo numérico que fornece uma interface de linha de comando conveniente para resolver problemas numéricos lineares e não lineares (TEIXEIRA, 2010).

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A seguir são apresentados os resultados e as discussões referentes às aplicações das transformações de coordenadas utilizadas em cada uma das áreas de estudo. As análises foram realizadas utilizando como coordenadas de referência as coordenadas dos vértices das poligonais ajustadas. Estas coordenadas de referência foram comparadas com aquelas obtidas pela aplicação das transformações estudadas.

4.1 Área (A)

Na Figura 4.1 é possível visualizar os valores mínimo, máximo e médio obtidos para os erros posicionais calculados para cada uma das transformações aplicadas na Área (A).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os valores dos erros posicionais médios obtidos pela aplicação de cada uma das transformações de coordenadas e os seus respectivos valores de desvio padrão foram calculados e são apresentados na Figura 4.2.

Figura 4.2 - Valores de média e de desvio padrão dos erros posicionais - Área de estudo (A).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Foram também gerados os diagramas de caixa para os erros posicionais, calculados com relação às coordenadas de referência para cada uma das transformações aplicadas. Os diagramas de caixa são apresentados na Figura 4.3.

Figura 4.3 - Diagramas de caixa - Área de estudo (A).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Observa-se que as transformações SGL_NBR, SGL_NBRGarnes, SGL, UTM_Redução e PBD_Tangente apresentaram características bastante semelhantes. Como pode ser visto, seus erros posicionais apresentaram maiores dispersões que a transformação de Helmert_2D. As medidas de tendência central (mediana) obtidas na aplicação dessas transformações foram,

respectivamente, em centímetros: 2,1, 2,2, 2,2, 2,2 e 2,1. Analisando os diagramas de caixa das transformações, nota-se que 50% dos pontos apresentaram erro posicional variando entre 1,2 cm (PBD_Tangente) e 3,6 cm (SGL_NBRGarnes).

Dentre as transformações consideradas para os casos de sistemas de coordenadas planos, a transformação de Helmert_2D apresentou uma variação posicional entre 0,8 e 2,5 centímetros. Já para o modelo de Helmert_2D_Comb nota-se que 50% dos pontos analisados apresentaram valores de erros posicionais variando entre 0,9 e 2,7 centímetros. Esta maior variação, embora muito pequena, pode ser explicada devido a este modelo relacionar as observações e as incógnitas, considerando os seus respectivos valores de desvio padrão para a obtenção dos parâmetros da transformação.

Com a finalidade de verificar e atestar estatisticamente a existência de diferenças significativas entre os erros posicionais obtidos na aplicação das transformações, ou seja, entre uma transformação (A) e uma transformação (B) qualquer, aplicou-se o teste estatístico de Friedman. Trata-se de um teste estatístico não paramétrico, uma vez que as amostras utilizadas não apresentaram sinais característicos de uma distribuição normal (APÊNDICE C).

O teste de Friedman apontou que os erros posicionais não diferem entre as transformações de coordenadas aplicadas na Área (A) [$\chi^2(6) = 12,096$; $p > 0,05$]. O resultado do teste é apresentado na Tabela 4.1 a seguir.

Tabela 4.1 - Teste de Friedman - Área (A).

Número de amostras (N)	χ^2	Graus de liberdade (gl)	<i>p</i> -valor
30	12,096	6	0,060

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 4.4 mostra que, após a aplicação do teste, a hipótese nula não é rejeitada, ou seja, as distribuições das transformações de coordenadas aplicadas na área de estudo A apresentam distribuições iguais.

Figura 4.4 - Resumo de Teste de Hipótese - Área de estudo (A).

	Hipótese nula	Teste	Sig.	Decisão
1	As distribuições de SGL, Helmert_2D, Helmert_2D_Comb, SGL_NBR, SGL_NBRGarnes, UTM_Redução and PBD_Tangente são a mesma.	Dupla Análise de Variância de Friedman de Amostras Relacionadas por Postos	,060	Reter a hipótese nula.

São exibidas significâncias assintóticas. O nível de significância é ,05.

Fonte: Elaborado pelo autor.

O teste de comparações múltiplas (*post-hoc*) não foi realizado pois o teste de Friedman manteve a hipótese nula. Desta forma, para a Área de estudo (A) verificou-se que as transformações de coordenadas aplicadas se comportaram de maneira semelhantes, não apresentando diferenças entre si. Por meio dos postos médios obtidos pelo teste de Friedman, pode-se inferir o ordenamento das transformações de coordenadas, considerando como fator de desempenho os erros posicionais calculados. A seguir é apresentado o ordenamento das transformações de coordenadas para a Área (A) em ordem crescente de qualidade: SGL_NBR, PBD_Tangente, SGL_NBRGarnes, SGL, UTM_Redução, Helmert_2D_Comb, Helmert_2D.

Os postos médios obtidos pelo teste de Friedman são apresentados no Apêndice C.

4.2 Área (B)

Na Figura 4.5 é possível visualizar os valores mínimo, máximo e médio obtidos para os erros posicionais calculados para cada uma das transformações aplicadas na Área (B).

Figura 4.5 - Erros posicionais - Área de estudo (B).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os valores dos erros posicionais médios obtidos pela aplicação de cada uma das transformações de coordenadas e os seus respectivos valores de desvio padrão foram calculados e são apresentados na Figura 4.6.

Figura 4.6 - Valores de média e de desvio padrão dos erros posicionais - Área de estudo (B).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Foram também gerados os diagramas de caixa para os erros posicionais, calculados com relação às coordenadas de referência para cada uma das transformações aplicadas. Os diagramas de caixa são apresentados na Figura 4.7.

Figura 4.7 - Diagramas de caixa - Área de estudo (B).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Observa-se que, assim como ocorrido na Área (A), as transformações SGL_NBR, SGL_NBRGarnes, SGL, UTM_Redução e PBD_Tangente também apresentaram características bastante semelhantes. Como podem ser vistos, seus erros posicionais apresentaram maiores dispersões que as demais transformações aplicadas. Na Área (B), as medidas de tendência central (mediana), em centímetros, obtidas na aplicação dessas transformações foram respectivamente, de: 6,3, 6,5, 6,5, 6,5 e 7,5.

A partir dos diagramas de caixa das transformações citadas acima, nota-se que ao analisar a faixa referente aos 50% dos pontos (1º e 3º quartis), a PBD_Tangente apresentou a maior variação do erro posicional (2,9 a 9,8 centímetros), enquanto que a SGL_NBR, SGL_NBRGarnes, SGL e UTM_Redução tiveram os erros posicionais variando entre 2,9 e 9,1 centímetros.

A transformação de coordenadas para os casos de sistemas de coordenadas planos apresentou os menores valores para os erros posicionais. Para o caso da aplicação da transformação de coordenadas Helmert_2D_Comb, os valores variaram entre 1,2 e 4,2 centímetros em 50% dos pontos analisados na Área (B).

Para essa área de estudo, ocorreu que os erros posicionais obtidos para as diferentes transformações aplicadas não se comportaram de maneira semelhante. Nota-se, pelo diagrama de caixa, que há uma melhor adequação da transformação plana de Helmert_2D (1,2 e 4,1 centímetros).

A aplicação do teste estatístico de Friedman⁹, para a amostra da Área (B), apresentado a seguir na Tabela 4.2, apontou que existe uma diferença significativa, a um nível de significância de 5%, entre os erros posicionais de, no mínimo, dois métodos de transformação de coordenadas [$\chi^2(6) = 175,526$; $p < 0,05$].

Tabela 4.2 - Teste de Friedman - Área (B).

Número de amostras (N)	χ^2	Graus de liberdade (gl)	<i>p</i> -valor
82	175,526	6	0,000

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 4.8 mostra que, após a aplicação do teste, a hipótese nula é rejeitada, ou seja, as distribuições das transformações de coordenadas aplicadas na área de estudo (B) apresentam distribuições diferentes.

Figura 4.8 - Resumo de Teste de Hipótese - Área de estudo (B).

	Hipótese nula	Teste	Sig.	Decisão
1	As distribuições de SGL, Helmert_2D, Helmert_2D_Comb, SGL_NBR, SGL_NBRGates, UTM_Redução and PBD_Tangente são a mesma.	Dupla Análise de Variância de Friedman de Amostras Relacionadas por Postos	,000	Rejeitar a hipótese nula.

São exibidas significâncias assintóticas. O nível de significância é ,05.

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 4.9 mostra os valores dos postos médios para cada uma das transformações de coordenadas e destaca, por meio das linhas amarelas, os pares dos métodos de transformação significativamente diferentes.

⁹ Trata-se de um teste estatístico não paramétrico, uma vez que as amostras utilizadas não apresentaram sinais característicos de uma distribuição normal (APÊNDICE D).

Figura 4.9 - Comparações dos pares de transformações de coordenadas - Área de estudo (B).

Fonte: Elaborado pelo autor.

No Apêndice D, em forma de tabela, são apresentados a estatística do teste, o *p-valor* e o *p-valor* ajustado para cada um dos pares de transformação de coordenadas analisados.

A partir dos postos médios obtidos pelo Teste de Friedman, pode-se inferir para a Área de estudo (B) o ordenamento das transformações de coordenadas que apresentaram os menores valores dos erros posicionais. Este ordenamento é dado a seguir em ordem crescente: PBD_Tangente, SGL_NBR, UTM_Redução, SGL_NBRGarnes, SGL, Helmert_2D_Comb, Helmert_2D.

4.3 Área (C)

Na Figura 4.10 é possível visualizar os valores mínimo, máximo e médio obtidos para os erros posicionais calculados para cada uma das transformações aplicadas na Área (C).

Figura 4.10 - Erros posicionais - Área de estudo (C).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os valores dos erros posicionais médios obtidos pela aplicação de cada uma das transformações de coordenadas e os seus respectivos valores de desvio padrão foram calculados e são apresentados na Figura 4.11.

Figura 4.11 - Valores de média e de desvio padrão dos erros posicionais - Área de estudo (C).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Foram também gerados os diagramas de caixa para os erros posicionais, calculados com relação às coordenadas de referência para cada uma das transformações aplicadas. Os diagramas de caixa são apresentados na Figura 4.12.

Figura 4.12 - Diagramas de caixa - Área de estudo (C).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Observa-se que, assim como ocorrido nas áreas de estudo apresentadas anteriormente, as transformações de coordenadas SGL_NBR, SGL_NBRGarnes, SGL, UTM_Redução e PBD_Tangente apresentaram características bastante semelhantes. Os seus erros posicionais calculados apresentaram maiores dispersões que as demais transformações de coordenadas aplicadas. Os valores das medidas de tendência central (mediana) obtidas na aplicação dessas transformações na Área (C) foram de, respectivamente, em centímetros: 8,7, 9,1, 9,0, 9,3 e 10,0,

Analisando o diagrama de caixa percebe-se que a PBD_Tangente apresentou a maior variação do erro posicional, variando entre 5,4 e 14,4 centímetros em 50% dos pontos amostrados (1º e 3º quartil). Já as transformações de coordenadas SGL_NBR, SGL_NBRGarnes, SGL e UTM_Redução apresentaram os erros posicionais variando entre 4,8 e 12,9 centímetros.

As transformações de coordenadas para os casos de sistemas de coordenadas planos apresentaram valores de mediana dos erros posicionais muito semelhantes. Para as transformações de coordenadas de Helmert_2D e Helmert_2D_Comb estes valores foram, respectivamente, de 5,4 e 5,5 centímetros.

Ainda considerando as transformações para os casos de sistemas planos, nota-se pelo diagrama de caixa que os erros posicionais variaram entre 0,2 cm a 10,4 cm. A transformação Helmert_2D apresentou a menor variabilidade dos erros posicionais, sendo que 50% destes encontram-se uma variação de 4,1 e 6,3 centímetros. Mais uma vez, as transformações para os casos de sistemas planos apresentaram um melhor comportamento do que os demais tipos de transformações de coordenadas aplicados.

A aplicação do teste estatístico de Friedman¹⁰, para a amostra da Área (C), apresentado a seguir na Tabela 4.3, apontou que existe uma diferença significativa, a um nível de significância de 5%, entre os erros posicionais de, no mínimo, dois métodos de transformação [$\chi^2(6) = 173,952$; $p < 0,05$].

Tabela 4.3 - Teste de Friedman - Área (C).

Número de amostras (N)	χ^2	Graus de liberdade (gl)	<i>p-valor</i>
119	173,952	6	0,000

Fonte: Elaborado pelo autor.

¹⁰ Uma vez que as amostras utilizadas não apresentaram sinais característicos de uma distribuição normal (APÊNDICE E), aplicou-se o teste estatístico não paramétrico de Friedman.

A Figura 4.13 mostra que, após a aplicação do teste, a hipótese nula é rejeitada, ou seja, as distribuições das transformações de coordenadas aplicadas na área de estudo (C) apresentam distribuições diferentes.

Figura 4.13 - Resumo de Teste de Hipótese - Área de estudo (C).

	Hipótese nula	Teste	Sig.	Decisão
1	As distribuições de SGL, Helmert_2D, Helmert_2D_Comb, SGL_NBR, SGL_NBRGarnes, UTM_Redução and PBD_Tangente são a mesma.	Dupla Análise de Variância de Friedman de Amostras Relacionadas por Postos	,000	Rejeitar a hipótese nula.

São exibidas significâncias assintóticas. O nível de significância é ,05.

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 4.14 apresenta os valores dos postos médios para cada uma das transformações de coordenadas e destaca, por meio das linhas amarelas, aquelas que apresentaram diferenças significativas, quando comparadas par a par.

Figura 4.14 - Comparações dos pares de transformações de coordenadas - Área de estudo (C).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Por meio dos postos médios obtidos pelo teste de Friedman, considerando a Área de estudo (C), pode-se inferir o seguinte ordenamento das transformações de coordenadas, em ordem crescente: PBD_Tangente, UTM_Redução, SGL_NBR, SGL, SGL_NBRGarnes, Helmert_2D_Comb, Helmert_2D.

No Apêndice E, em forma de tabela, são apresentados os postos médios, o *p-valor* e o *p-valor* ajustado para cada um dos pares dos métodos analisados.

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Nesta pesquisa foram abordados diversos métodos de compatibilização das coordenadas obtidas com a tecnologia GNSS com aquelas obtidas por meio de técnicas convencionais de topografia.

Cada um dos métodos utilizados nesta dissertação apresenta maneiras diferentes de se abordar o problema. Inicialmente, considerando a área de estudo denominada Área (A), verificou-se que, independentemente, do método de transformação de coordenadas utilizado, os erros posicionais obtidos não apresentaram diferenças significativas entre eles. Desta forma, conclui-se que os métodos aplicados se comportaram de maneira similar para uma área com extensão de até 3 quilômetros, que é o caso da Área (A). É conveniente destacar que os métodos de transformação que envolvem os sistemas de coordenadas planos (Helmert_2D e Helmert_2D_Comb) apresentaram, ligeiramente, melhores resultados quando comparados aos demais, uma vez que os erros posicionais obtidos apresentaram menores discrepâncias.

Com relação à área de estudo denominada de Área (B), cuja extensão é de aproximadamente 6 quilômetros, os testes estatísticos apontaram uma provável diferença significativa entre os métodos aplicados. Tais diferenças foram verificadas entre os métodos de transformação de coordenadas planos (Helmert_2D e Helmert_2D_Comb) e os demais. Vale aqui destacar que, novamente, os métodos de transformação de coordenadas planos apresentaram os melhores resultados.

Para a área de estudo mais extensa, a Área (C) com extensão de aproximadamente 12 quilômetros, mais uma vez foi apontada a ocorrência de uma provável diferença significativa entre os métodos aplicados, sendo que, novamente, os métodos de transformação de coordenadas planos, apresentaram os melhores resultados.

Pelo fato desta pesquisa tratar sobre a compatibilização de diferentes tecnologias na obtenção de dados posicionais, é conveniente destacar a aplicabilidade dos métodos utilizados com as tecnologias aplicadas para a obtenção dos dados posicionais. Com isso, ao realizar-se um projeto de implantação de obra de engenharia civil, utilizando as tecnologias convencionais e GNSS, verificou-se que os modelos de transformações de coordenadas planos apresentaram menores valores de erros posicionais e consequentemente os melhores resultados quando comparados aos demais métodos analisados.

Do ponto de vista operacional, o uso destas transformações de coordenadas planas para realizar a compatibilização e integração das tecnologias convencionais e GNSS apresentam maior facilidade de uso, uma vez que para a determinação dos parâmetros envolvidos é requerido a informação de coordenadas de um número reduzido de pontos homólogos em ambos os sistemas.

Deve-se destacar que a escolha desses pontos homólogos, nas transformações de coordenadas planas, deve ser de tal maneira que se tenha uma distribuição representativa na área de interesse, ou seja, os pontos devem ser bem distribuídos. Outro fator a ser destacado é a qualidade dos levantamentos, uma vez que o modelo matemático envolvido nesses métodos se utiliza desta informação no processo de ajustamento.

A PBD_Tangente, nos casos das Áreas (B) e (C), foi a que proporcionou os resultados menos satisfatórios. Este método de transformação requer maiores cuidados ao ser aplicado, uma vez que se deve definir o ponto de origem do sistema de coordenadas de maneira que os fatores de escala e altimétrico sejam minimizados. Não foi possível, nesta pesquisa, extrair o melhor cenário para a aplicação da PBD_Tangente em cada uma das áreas de estudo, visto que, para isso seria necessário definir diferentes pontos de origem, sendo necessário criar um cenário específico para cada uma das áreas, inviabilizando assim, a comparação das coordenadas em cada uma das áreas de estudo. Pode-se destacar como ponto positivo da PBD_Tangente, o fato de que o usuário ao optar por este método de transformação de coordenadas pode antes mesmo de aplicá-lo, estipular qual seria a máxima deformação aceitável para a área de interesse, e a partir daí definir o sistema de coordenadas.

Vale ressaltar que alguns autores indicam que no método, denominado nesta pesquisa, UTM_Redução, deve-se considerar o valor da altitude média da área local como sendo o valor a ser adotado no cálculo do fator de escala total. Com isso, o uso deste método é indicado para aqueles casos em que não se necessita de uma precisão elevada. Por outro lado, nesta pesquisa, para o cálculo do fator de escala total, considerou-se o fator de escala médio, o qual foi calculado em função dos fatores de escala do ponto tomado como referência e do ponto (i) de interesse. Com isso, os resultados apresentaram um comportamento similar àqueles obtidos por meio da aplicação dos métodos de transformação de coordenadas SGL, SGL_NBR e SGL_NBRGarnes. Vale destacar que essa similaridade ocorreu em todas as áreas de estudos analisadas na pesquisa.

As transformações SGL, SGL_NBR e SGL_NBRGarnes necessitam da definição a priori de um ponto de origem. Com isso, tem-se que para defini-lo deve-se considerar as particularidades de cada área de interesse.

Como resultado geral da pesquisa, considera-se que para áreas de levantamento semelhantes à utilizada nesta pesquisa, os métodos de transformação de coordenadas planos devido à sua praticidade e à sua aplicabilidade, independentemente das extensões das áreas individuais testadas no estudo, produzem os melhores resultados em relação aos erros posicionais.

Os resultados indicam também que as diferenças máximas encontradas para os demais métodos, da ordem de 21 ppm, podem não ser adequadas para diversos tipos de aplicações na engenharia civil. Por outro lado, se forem considerados os resultados médios, pode-se considerar que todos os métodos produziram resultados adequados.

Embora não tenha sido feita uma avaliação criteriosa dos erros posicionais encontrados nos métodos que produziram valores mais elevados, uma análise geral do projeto sugere que esses pontos estão localizados em situações desfavoráveis, como por exemplo, em locais com diferença de altitude acentuada em relação aos demais. Sugere-se, neste caso, a realização de estudos mais aprofundados para a verificação de possíveis melhorias.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AFENI, T.B. **An Approach to Eradicate the Effects of Atmospheric Variations on Total Station Distance Measurement in a Surface Mine Environment. The impact of taking measurement through a glass medium.** (PhD Thesis). University of the Witwatersrand, Johannesburg. 2011. Disponível em: <
<http://wiredspace.wits.ac.za/handle/10539/11704?show=full> > Acesso em: 18/12/2019.

MORAES, C. V. **Aplicação do ajustamento às poligonais.** (Dissertação). Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1997.

AHAD, N. A.; Yin, T. S.; OTHMAN, A. R.; YAACOB, C. R. **Sensitivity of normality tests to non-normal data** (kepekaan ujian kenormalan terhadap data tidak normal), Sains Malaysiana 40 (2011), 637–641.

ANDRADE, J. B. **Fotogrametria.** Curitiba: SBEE, 1998. 258p.

ANDRADE, R. J. O. **Determinação do desvio da vertical empregando observáveis da topografia clássica e do posicionamento por satélites.** 2008. 92 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2008.

ARMSTRONG, M., L.; **Oregon Coordinate Reference System.** Handbook and Map Set v. 3.01, Oregon Department of Transportation, 2017, p. 129. Disponível em: <
ftp://ftp.odot.state.or.us/ORGN/Documents/ocrs_handbook_user_guide.pdf > Acesso em: 23/10/2018.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 13.133 - **Execução de Levantamento Topográfico.** Rio de Janeiro, 1994. 35p.

_____. NBR 14.166 - **Rede de Referência Cadastral Municipal - Procedimentos.** Rio de Janeiro, 1998. 23p.

AZAMBUJA, J. L. F.; MATSUOKA, M. T. **Topografia e GPS - Conquistas e desafios**. In: II Seminário Anual de Pesquisas em Geodésia na UFRGS, p.16-21, 2007, Porto Alegre-RS. **Anais...** Porto Alegre-RS: UFRGS, 2007.

BILLINGS, S. Low Distortion Projections: Part 1: Ground versus Grid. **The American Surveyor**, v. 10, n. 9, 2013. Disponível em: < http://archive.amerisurv.com/PDF/TheAmericanSurveyor_Billings-GroundVersusGrid-LDPpart1_Vol10No9.pdf>. Acesso em: 20/08/2018a.

BILLINGS, S. Low Distortion Projections: Part 2: Ground versus Grid. **The American Surveyor**, v. 10, n. 10, 2013. Disponível em: < http://archive.amerisurv.com/PDF/TheAmericanSurveyor_Billings-GroundVersusGrid-LDPpart2_Vol10No10.pdf>. Acesso em: 20/08/2018b.

BURKHOLDER, E. F. **Contrasting a Low Distortion Projection (LDP) With the Global Spatial Data Model (GSDM)**. New Mexico State University. New Mexico, USA, 2012. 9p. Disponível em: < <http://www.globalcogo.com/LDPvsGSDM.pdf>>. Acesso em: 21/09/2018.

BUSSAB, W. O.; MORETTIN, P. A. **Estatística Básica**. 6ª Ed. São Paulo: Saraiva, 2010. 540p.

CASELLA, G.; BERGER, R.L. **Statistical Inference**. 2nd ed. Duxbury, 2002. 660p.

DAL'FORNO, G. L.; AGUIRRE, A. J.; HILLEBRAND, F. L.; GREGÓRIO, F. V. **Transformação de coordenadas geodésicas em coordenadas no plano topográfico local pelos métodos da norma NBR 14166:1998 e o de rotações e translações**. III Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, Recife, 27-30 de Julho de 2010.

DENNIS, M., L. Ground Truth: Design and Documentation of Low Distortion Projections for Surveying and GIS. **Proceedings of Professional Land Surveyors of Oregon Annual Conference**. v. 22, p.28, 2015. Disponível em:

<https://www.plso.org/resources/documents/dennis%20ground_truth_handout_v22_plso_2015.pdf>. Acesso em: 23/10/2018.

DENNIS, M., L. Ground Truth: Low Distortion Map Projections for Engineering, Surveying, and GIS. **Proceedings of the Pipelines 2016 Conference: Out of Sight, Out of Mind, Not Out of Risk**, Utility Engineering and Surveying Institute of the American Society of Civil Engineers, Kansas, USA, p. 857-869, 2016. Disponível em: <<https://ascelibrary.org/doi/10.1061/9780784479957.079>>. Acesso em: 23/10/2018.

DENNIS, M., L. Ground truth: Optimized Design of Low Distortion Projections. **Conference: Montana Association of Registered Land Surveyors**, USA, p. 35, 2017. Disponível em: <http://marls.com/wp-content/uploads/2016/11/Ground_Truth_handout_MARLS_2017.pdf>. Acesso em: 21/10/2018.

DENNIS, M.L., MILLER, N., and BROWN, G. (2014). Iowa Regional Coordinate System, Handbook and User Guide, v2.10, Iowa Department of Transportation, www.iowadot.gov/rtn/pdfs/IaRCS_Handbook.pdf>. Acesso em: 21/10/2018.

DENNIS, M., L. GPS, Geodesy, and the Ghost in the Machine. **A Workshop for Surveyors and GIS Professionals**, v. 8, Arizona, USA, p. 82, 2010. Disponível em: <https://geodeticanalysis.com/resourcedocs/presentations/ghost/Ghost_AZ_v8_Mar2010.zip>. Acesso em: 19/10/2018.

DRUMOND, F. B.; WERKEMA, M. C. C.; AGUIAR, S. **Análise de variância: comparação de várias situações**. 1ª ed. Belo Horizonte: Editora UFMG, 1996. 302p.

FAGGION, P. L. **Obtenção dos elementos de calibração e certificação de medidores eletrônicos de distância e campo e laboratório**. (Dissertação). Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2001.

FARIAS, A. M. L.; DEMARQUI, F. N. **Análise de Variância**. Notas de aula. Instituto de Matemática e Estatística. Universidade Federal Fluminense. Departamento de Estatística. 2017.

Disponível em: <http://www.professores.uff.br/anafarias/wp-content/uploads/sites/32/2017/12/get00182_IV-00.pdf>. Acesso em: 25/05/2018.

FIELD, A. **Descobrimdo a estatística utilizando o SPSS**. 2nd ed. Porto Alegre: Artmed; 2011.

FRONCZEK, C. J. **Use of calibration baselines**. NOAA Technical Memorandum NOS NGS-10, 38 p. National Geodetic Information Center, Rockville, MD. Reprinted 1980. Disponível em: <<https://www.ngs.noaa.gov/CBLINES/pubs/TMNOSNGS10.pdf>>. Acesso em: 16/05/2017.

FUENTEALBA, O. C.; LANGE, H.; ZEPEDA, R.G. **Manual de Carreteras**. Procedimientos de Estudios Viales, vol. 2. Santiago, Gobierno de Chile, Ministério de Obras Públicas, Dirección de Vialidad, 2014. 630 p.

GARNÉS, S. J. A. **Sistema de projeção e orientação das plantas topográficas**. Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico Multifinalitário (COBRAC 98). UFSC, Florianópolis-SC, p. 1-17, 1998.

GARNÉS, S. J. A. **O conceito e a dedução das equações da distância horizontal e da diferença de nível das estações totais**. In: VII SIMPÓSIO BRASILEIRO DE CIÊNCIAS GEODÉSICAS E TECNOLOGIAS DA GEOINFORMAÇÃO, 2018, Recife. **Anais...** Recife: UFPE, 2018.

GARNÉS, S. J. A.; SIQUEIRA, V. P.; CACHO, J., P. **Definição para implantação do sistema topográfico local de Campo Grande - MS e análise das fórmulas da NBR 14.166**. In: IV COLÓQUIO BRASILEIRO DE CIÊNCIAS GEODÉSICAS, 2005, Curitiba. **Anais...** Curitiba: UFPR, 2005.

GEMAEL, C.; MACHADO, A. M. L.; WANDRESEN, R. **Introdução ao ajustamento de observações - Aplicações Geodésicas**. 2ª ed. Curitiba, Ed. UFPR, 2015, 430 p.

GUILANI, C., D. **Transformation of Observations - part 2**. Magazine xyHt, 2014a. Disponível em: <<https://www.xyht.com/surveying/transformation-observations-2/>> Acesso em: 22/11/2018.

GUILANI, C., D. **Transformation of Observations - part 3**. Magazine xyHt, 2014b. Disponível em: <<https://www.xyht.com/surveying/transformation-of-observations-part-3/>> Acesso em: 22/11/2018.

HOFMANN-WELLENHOF, B.; LIICHTENEGGER, H.; WASLE, E. **GNSS - Global Navigation Satellite Systems: GPS, GLONASS, Galileo and More**. Austria: SpringerWienNewYork, 2008. 516p.

IDOETA, I. V. **Uso del plano topográfico local em obras lineales de ingeniería: Caso autopista Presidente Dutra**. UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, Escola Politécnica da USP. Departamento de Ingeniería de Transportes BASE Aerofotogrametria e Projetos S.A. In: 6ª SEMANA GEOMÁTICA, 2005, Barcelona, Espanha. Disponível em: <https://www.isprs.org/PROCEEDINGS/2005/semana_geomatica05/front/abstracts/Dimarts8/G03.pdf> Acesso em: 15/11/2016.

JEKELI, C. **Geometric reference systems in geodesy**, Division of Geodesy and Geospatial Science. School of Earth Sciences. Ohio State University, 2016. 214p.

KHALIL, R. Alternative Solutions for RTK-GPS Applications in Building and Road Constructions. **Open Journal of Civil Engineering**, v. 5, n. 3, p. 312-321, 2015. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.4236/ojce.2015.53031>> Acesso em: 20/10/2018.

LARSON, R.; FARBER, B. **Estatística aplicada**. 6ª Ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2004. 656p.

LEICA. **Technical data**. Leica Geosystems AG. Heerbrugg, Suíça, 2009.

LEOTTI, V. B; BIRCK, A. R.; RIBOLDI J. Comparação dos Testes de Aderência à Normalidade Kolmogorov-smirnov, AndersonDarling, Cramer–Von Mises e Shapiro-Wilk por

Simulação. 11º Simpósio de Estatística Aplicada à Experimentação Agronômica e a 50ª Reunião Anual da Região Brasileira da Sociedade Internacional de Biometria (RBRAS). Anais. Londrina, PR, Brasil, 2005.

LOPES, M. M.; CASTELO BRANCO, V. T. F.; SOARES, J. B. Utilização dos testes estatísticos de Kolmogorov-Smirnov e Shapiro-Wilk para a verificação da normalidade para materiais de pavimentação. **Revista Transportes**, v. 27, n. 1, 2019. Disponível em: <<https://www.revistatransportes.org.br/anpet/article/viewFile/566/467>>. Acesso em: 17/05/2019.

MAGALHÃES, M. N.; LIMA, A. C. P. **Noções de Probabilidade e Estatística**. São Paulo: 1ª ed. Editora da Universidade de São Paulo, 2015. 408p.

MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo GNSS: descrição, fundamentos e aplicações**. 2ª Ed. São Paulo: Editora UNESP, 2008. 480 p.

MONTGOMERY, D., RUNGER, G. C. **Applied statistics and probability for engineers**. 3rd ed. John Wiley & Sons, Inc., New York, 2003. 977p.

MORAES, C. V. **Aplicação do ajustamento às poligonais**. (Dissertação). Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1997.

PEREIRA, D. G.Ç AFONSO, A.; MEDEIROS, F. M. **Overview of Friedman's Test and Post-hoc Analysis**. Communications in Statistics - Simulation and Computation **44** (2015), 2636–2653. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/289506762_Overview_of_Friedman's_Test_and_Post-hoc_Analysis>. Acesso em: 25/05/2018.

RAPP, R. H. **Geometric geodesy: part I**, notas de aula, Department of Geodetic Science and Surveying, Ohio State University, USA, 1991. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/1811/24333>>. Acesso em: 30/01/2017.

SANTOS, A. A. **Representações cartográficas**. Recife: Ed. Universitária UFPE, 1985. 201 p.

SCHOFIELD, W; BREACH, M. **Engineering surveying**. 6th ed. United Kingdom: Elsevier, 2007. 622p.

SEEBER, G. **Satellite geodesy: foundations, methods, and applications**. 2nd. ed. Berlin, New York: Walter de Gruyter, 2003. 589 p.

SIEGEL, S. **Estatística não-paramétrica para as ciências do comportamento**. São Paulo: Editora McGraw-Hill do Brasil, 1975. 350p.

SILVA, I.; SEGANTINE, P.C.L. **Topografia para engenharia: teoria e prática de geomática**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2015. 412p.

SILVA, I. Transformações de coordenadas. Notas de aula, EESC/USP, Departamento de Engenharia de Transportes, São Carlos.

SILVEIRA, L. C. **Cálculos geodésicos no sistema UTM aplicados a topografia**. 1ª ed. Editora e Livraria Luana Ltda, 1990. 166p.

SIMÕES, D. P.; ALBARICI, F. L.; BORGES, P. A. F. **Análise comparative das coordenadas no Sistema Geodésico Local e no Sistema Topográfico Local**. Revista Brasileira de Geomática, Curitiba, v. 5, n. 1, p. 062-081, jan/mar, 2017.

SOUZA, W. O. **Aplicação de métodos para determinação do desvio da vertical na integração de posicionamento GNSS com levantamentos topográficos**. 2012. 198 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação) - Centro de Tecnologia e Geociências, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2012.

SOUZA, W. O.; GARNÉS, S. J. A. **Análise de projeções cartográficas para grandes escalas**. In: IV SIMPÓSIO BRASILEIRO DE CIÊNCIAS GEODÉSICAS E TECNOLOGIAS DA GEOINFORMAÇÃO, 2012a, Recife. **Anais...** Recife: UFPE, 2012a.

SOUZA, W. O.; GARNÉS, S. J. A. **Determinação dos componentes do desvio da vertical pelo método de Helmert: Relacionamento entre nivelamento de precisão com altitude elipsoidal e MAPGEO2010.** In: IV SIMPÓSIO BRASILEIRO DE CIÊNCIAS GEODÉSICAS E TECNOLOGIAS DA GEOINFORMAÇÃO, 2012b, Recife. **Anais...** Recife: UFPE, 2012b.

TEIXEIRA, S.; R. **Primeiros contatos com o ambiente de programação numérica - Octave.** Material didático, UEL, XXVI Semana da Matemática, Londrina, 2010. Disponível em: <<http://www.rodrigofernandez.com.br/ecompare/ref/octave-final.pdf>>. Acesso em: 18/03/2018.

THOMAS, P. D. **Conformal Projections in Geodesy and Cartography.** U.S. Department of Commerce. Coast and Geodetic Survey. Special Publication, n.º 251. Washington: United States Government Printing Office, 1952. 142p.

TORGE, W. **Geodesy.** 3th ed. New York: de Gruyter, 2001. 416p.

VALLADARES NETO, J.; SANTOS, C. B.; TORRES, E. M.; ESTRELA C. *Boxplot: Um recurso gráfico para a análise e interpretação de dados quantitativos.* **Revista Odontológica do Brasil-Central**, Goiás, v. 26, n. 76, 2017. Disponível em: <<http://www.robrac.org.br/seer/index.php/ROBRAC/article/view/1132/897>>. Acesso em: 20/10/2018.

WOLF, P. R.; Bon A. D., Benjamin, E. W. **Elements of photogrammetry with applications in GIS**, 4th ed. New York: McGraw-Hill Education, 2014. 676p. Disponível em: <<https://www.accessengineeringlibrary.com/browse/elements-of-photogrammetry-with-applications-in-gis-fourth-edition#apxF>>. Acesso em: 30/01/2017.

APÊNDICE A - LEVANTAMENTO TOPOGRÁFICO

Tabela A1 - Dados da Poligonal 01.

Nº de vértices	13	Poligonal geometricamente fechada	
Erro angular	0°00'06"	Tolerância angular	0°01'12"
Erro linear (m)	0,033	Tolerância Linear (m)	1,579
Delta E (m)	0,032	Precisão relativa linear	1:118.796
Delta N (m)	0,006	Perímetro (m)	3.897,010

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela A2 - Dados da Poligonal 02.

Nº de vértices	24	Poligonal geometricamente aberta	
Erro angular	0°00'05"	Tolerância angular	0°01'38"
Erro linear (m)	0,111	Tolerância Linear (m)	2,136
Delta E (m)	-0,111	Precisão relativa linear	1:64.133
Delta N (m)	0,001	Perímetro (m)	7.129,595

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela A3 - Dados da Poligonal 03.

Nº de vértices	14	Poligonal geometricamente aberta	
Erro angular	0°00'04"	Tolerância angular	0°01'14"
Erro linear (m)	0,029	Tolerância Linear (m)	1,609
Delta E (m)	0,029	Precisão relativa linear	1:138.661
Delta N (m)	0,001	Perímetro (m)	4.044,797

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela A4 - Dados da Poligonal 04.

Nº de vértices	19	Poligonal geometricamente aberta	
Erro angular	0°00'05"	Tolerância angular	0°01'27"
Erro linear (m)	0,055	Tolerância Linear (m)	1,660
Delta E (m)	-0,015	Precisão relativa linear	1:78.602
Delta N (m)	0,053	Perímetro (m)	4.304,345

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela A5 - Dados da Poligonal 05.

Nº de vértices	29	Poligonal geometricamente aberta	
Erro angular	0°00'14"	Tolerância angular	0°01'48"
Erro linear (m)	0,096	Tolerância Linear (m)	1,997
Delta E (m)	0,071	Precisão relativa linear	1:64.828
Delta N (m)	-0,064	Perímetro (m)	6.234,171

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela A6 - Dados da Poligonal 06.

Nº de vértices	23	Poligonal geometricamente aberta	
Erro angular	0°00'01"	Tolerância angular	0°01'36"
Erro linear (m)	0,047	Tolerância Linear (m)	1,736
Delta E (m)	-0,007	Precisão relativa linear	1:99.467
Delta N (m)	0,047	Perímetro (m)	4.710,217

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela A7 - Dados da Poligonal 07.

Nº de vértices	18	Poligonal geometricamente aberta	
Erro angular	0°00'15"	Tolerância angular	0°01'25"
Erro linear (m)	0,041	Tolerância Linear (m)	1,716
Delta E (m)	0,041	Precisão relativa linear	1:110.986
Delta N (m)	0,003	Perímetro (m)	4.601,338

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela A8 - Dados da Poligonal 08.

Nº de vértices	16	Poligonal geometricamente fechada	
Erro angular	0°00'04"	Tolerância angular	0°01'20"
Erro linear (m)	0,031	Tolerância Linear (m)	1,885
Delta E (m)	-0,031	Precisão relativa linear	1:179.441
Delta N (m)	0,000	Perímetro (m)	5.551,315

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela A9 - Coordenadas topográficas ajustadas dos vértices das poligonais.

Vértices	X (m)	σ_x (m)	Y (m)	σ_y (m)
E001	150.506,387	0,004	254.287,177	0,007
E002	150.772,731	0,004	254.133,752	0,005
E003	151.007,503	0,003	253.997,352	0,003
E004	151.170,293	0,002	253.890,137	0,002
E005	151.512,601	0,002	253.710,403	0,001
E006	151.687,248	0,003	253.673,962	0,003
E007	151.889,914	0,003	253.644,162	0,003
E008	152.271,198	0,003	253.599,324	0,003
E009	152.560,896	0,003	253.484,565	0,003
E010	152.596,092	0,003	254.100,825	0,003
E011	152.411,259	0,004	254.128,698	0,003
E012	152.206,189	0,004	254.162,873	0,003
E013	151.992,585	0,004	254.198,784	0,004
E014	151.418,112	0,004	254.036,466	0,005
E015	151.223,362	0,004	254.190,003	0,005
E016	151.129,513	0,005	254.276,101	0,005
continua				

Vértices	X (m)	σ_x (m)	Y (m)	σ_y (m)
E017	150.849,944	0,005	254.355,352	0,006
E018	150.667,291	0,005	254.401,922	0,007
E019	150.505,584	0,005	254.410,640	0,008
E020	152.433,164	0,003	253.124,324	0,003
E021	152.450,539	0,003	252.952,038	0,003
E022	152.402,302	0,002	252.441,650	0,002
E023	152.022,698	0,001	251.946,160	0,001
E024	151.901,350	0,017	252.226,872	0,005
E025	151.219,483	0,017	252.752,108	0,006
E026	151.136,837	0,016	252.843,017	0,006
E027	150.954,558	0,016	252.954,462	0,005
E028	150.810,936	0,017	253.070,088	0,005
E029	150.973,236	0,001	253.230,577	0,001
E030	151.123,772	0,002	253.349,102	0,002
E031	151.302,759	0,002	253.488,076	0,002
E032	151.366,580	0,003	253.628,186	0,002
E033	150.051,323	0,000	249.631,668	0,002
E034	150.000,000	0,001	250.000,000	0,001
E035	149.957,245	0,001	250.190,210	0,001
E036	149.926,207	0,002	250.514,531	0,002
E037	150.191,156	0,003	250.582,404	0,002
E038	150.480,125	0,004	250.656,908	0,003
E039	150.595,835	0,003	250.374,175	0,003
E040	150.761,592	0,003	250.154,144	0,004
E041	150.759,695	0,002	249.713,011	0,004
E042	150.752,308	0,003	249.332,241	0,004
E043	150.460,300	0,002	249.321,394	0,003
E044	150.275,642	0,002	249.307,594	0,002
E045	150.066,511	0,002	249.289,791	0,002
E046	150.500,978	0,000	254.534,739	0,001
E048	150.484,556	0,004	255.436,484	0,003
E049	150.482,731	0,005	255.611,691	0,003
E050	150.467,113	0,006	255.813,158	0,003
E051	150.475,933	0,006	256.001,647	0,003
E052	150.953,416	0,006	256.010,212	0,003
E053	151.287,044	0,006	256.136,871	0,004
E054	151.362,191	0,007	256.280,257	0,004
E055	151.436,546	0,007	256.345,665	0,004
E056	151.552,681	0,007	256.412,741	0,004
E057	151.681,373	0,007	256.422,636	0,004
E058	151.896,909	0,007	256.400,529	0,004
E059	152.013,841	0,007	256.333,173	0,004

continuação

Vértices	X (m)	σ_x (m)	Y (m)	σ_y (m)
E060	152.180,077	0,007	256.265,280	0,004
E061	152.425,047	0,007	256.127,709	0,003
E062	152.730,173	0,006	255.955,761	0,003
E063	152.868,037	0,006	255.814,515	0,003
E064	152.855,169	0,006	255.667,636	0,003
E065	152.754,534	0,003	254.950,515	0,002
E066	152.706,331	0,002	254.719,858	0,002
E067	152.657,644	0,001	254.457,383	0,002
E068	152.623,309	0,001	254.256,414	0,001
E069	149.610,986	0,001	258.492,835	0,001
E070	149.853,866	0,007	258.546,954	0,004
E071	149.761,025	0,001	258.871,919	0,001
E072	149.835,558	0,001	259.096,689	0,001
E073	149.790,299	0,003	259.679,993	0,001
E074	149.662,489	0,004	260.201,512	0,002
E075	149.628,586	0,005	260.378,270	0,002
E076	149.549,593	0,006	260.846,512	0,002
E077	149.415,975	0,007	260.878,341	0,002
E078	149.406,824	0,005	260.440,723	0,002
E079	149.195,058	0,005	260.260,265	0,002
E080	149.412,172	0,003	259.813,432	0,002
E081	149.394,649	0,002	259.479,107	0,001
E082	149.251,354	0,002	259.213,935	0,001
E083	149.121,658	0,001	259.011,676	0,001
E084	149.204,595	0,001	258.843,400	0,001
E085	150.102,958	0,007	258.490,375	0,003
E086	150.457,803	0,006	258.325,456	0,004
E087	150.630,533	0,005	258.163,403	0,004
E088	150.847,024	0,004	257.974,706	0,004
E089	150.818,681	0,003	257.746,641	0,004
E090	150.732,637	0,002	257.528,637	0,003
E091	150.671,133	0,002	257.352,598	0,003
E092	150.332,818	0,001	257.365,745	0,001
E093	150.152,487	0,001	257.386,366	0,000
E094	149.948,303	0,005	257.387,587	0,004
E095	149.932,867	0,001	257.584,554	0,001
E096	149.679,510	0,002	257.549,369	0,002
E097	149.432,864	0,002	257.441,071	0,004
E098	149.422,964	0,003	257.712,144	0,004
E099	149.419,345	0,004	257.936,796	0,004
E100	149.516,231	0,005	258.215,656	0,004
E101	150.119,469	0,013	252.504,348	0,006

continuação

Vértices	X (m)	σ_x (m)	Y (m)	σ_y (m)
E102	150.232,430	0,010	252.168,434	0,005
E103	150.326,486	0,008	251.939,936	0,004
E104	150.393,218	0,007	251.696,143	0,004
E105	150.447,522	0,005	251.525,899	0,003
E106	150.548,587	0,003	251.204,452	0,002
E107	150.659,988	0,0002	250.871,833	0,002
E108	150.721,886	0,001	250.382,039	0,001
E109	151.026,575	0,002	250.473,631	0,003
E110	151.085,422	0,003	250.579,818	0,003
E111	151.312,220	0,001	256.429,909	0,001
E112	151.177,874	0,001	256.543,257	0,001
E113	150.992,207	0,002	256.680,442	0,002
E114	150.893,350	0,002	256.776,460	0,002
E115	150.551,550	0,003	256.998,072	0,003
E116	150.598,507	0,004	257.130,064	0,003
E117	150.639,716	0,004	257.223,192	0,003
E118	149.937,080	0,004	257.271,309	0,004
E119	149.950,967	0,004	257.120,189	0,003
E120	149.829,347	0,004	256.945,761	0,003
E121	149.857,616	0,003	256.750,782	0,003
E122	149.852,231	0,003	256.524,373	0,003
E123	149.865,639	0,002	256.311,587	0,003
E124	149.868,555	0,002	256.136,423	0,003
E125	149.870,507	0,002	256.003,810	0,002
E126	150.033,306	0,002	256.006,296	0,002
E127	150.282,318	0,001	256.008,902	0,001
E128	151.148,203	0,003	250.663,030	0,004
E129	151.249,838	0,004	250.843,344	0,004
E130	151.259,930	0,004	250.947,159	0,005
E131	151.458,897	0,006	251.150,811	0,006
E132	151.629,220	0,007	251.379,114	0,007
E133	151.793,978	0,008	251.582,005	0,008
E134	150.489,766	0,001	254.616,358	0,001
E135	150.487,022	0,001	254.731,163	0,002
E136	150.494,655	0,002	254.923,700	0,002
E137	150.489,782	0,003	255.125,657	0,002
E138	150.487,237	0,004	255.279,495	0,003
				conclusão.

Fonte: Elaborado pelo autor.

APÊNDICE B - LEVANTAMENTO GNSS

Tabela B1 - Equipamentos GNSS utilizados no levantamento.

Fabricante/Série	Receptor	Tipo	Canais GPS / GLONASS	Antena
Leica/GPS1200	GX1230GG	L1/L2	14 L1 + 14 L2 / 12 L1 + 12 L2	LEIAX1202GG

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B2 - Desempenho dos equipamentos GNSS.

Componentes	Precisão	Pós-processado
Horizontal	10 mm + 1 ppm	Cinemático
Vertical	20 mm + 1 ppm	Cinemático
Horizontal	5 mm + 0,5 ppm	Estático
Vertical	10 mm + 0,5 ppm	Estático
Horizontal*	3 mm + 0,5 ppm*	Estático*
Vertical*	6 mm + 0,5 ppm*	Estático*

* Linhas de base longas com longas observações.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura B1 - Equipamentos GNSS utilizados no levantamento.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Relatório de processamento dos dados GNSS

No transporte de coordenadas da Base 02 e dos vértices das poligonais utilizou-se no processamento dos dados GNSS as efemérides precisas e configurou-se a máscara de elevação com o valor de ângulo igual a 15°.

Para o tratamento do atraso na propagação das ondas magnéticas sofrida devido ao efeito causado pela troposfera, escolheu-se o modelo de Hopfield. Para modelar a ionosfera selecionou-se a opção Automática, a qual é oferecida por padrão pelo software de processamento. Dessa maneira, o próprio software seleciona o modelo ionosférico a ser utilizado de acordo com a duração das sessões GNSS, de modo que o usuário não precise interferir e decidir sobre o modelo a ser aplicado.

De acordo com o módulo de ajuda do LGO 7.0, para as sessões GNSS com duração acima de 45 minutos, o software calcula o próprio modelo a ser aplicado com base nos dados GNSS rastreados, gerando um modelo ionosférico de acordo com as condições prevaletentes no momento e posição da observação. Por outro lado, em sessões cuja duração não exceda 45 minutos, o software utiliza o modelo de Klobuchar, o qual, é indicado pelo fabricante do software quando são utilizados os dados de observação dos receptores Leica no processamento. Estes dados contém os arquivos de almanaque necessários para fins de redução do impacto ionosférico.

Na Tabela B3 são apresentados os resultados do processamento dos dados GNSS obtidos no transporte de coordenadas da Base 02.

Tabela B3 - Resultados do processamento no transporte de coordenadas da Base 02.

Linha de base (LB)	EESC - Base 02	SPBO - Base 02	SPPI - Base 02
Solução	Fixa	Fixa	Fixa
Tipo GNSS	GPS-GLONASS	GPS-GLONASS	GPS
Frequência Processada	L1 e L2	IonoFree (L3)	IonoFree (L3)
Comprimento da LB (m)	3.564,0568	108.834,6137	79.677,3204
Nº satélites GPS-GLONASS	19-16	17-14	18-15

Fonte: Elaborado pelo autor.

No processamento dos dados GNSS dos vértices das poligonais foram solucionadas as ambiguidades para cada uma das linhas de base formadas entre os vértices das poligonais e as estações de referências (Base01 e Base 02) sendo, portanto, obtidos os resultados apresentados na Tabela B4.

Tabela B4 - Resultados do processamento dos GNSS dos vértices das poligonais.

Solução	Tipo GNSS	Frequência Processada
Fixa	GPS/GLONASS	L1 e L2

Fonte: Elaborado pelo autor.

Do total de 137 vértices utilizados para estabelecer as 8 poligonais apenas 11 destes não participaram do ajustamento das observações. Dentre eles, 6 vértices apresentaram solução *float* no processamento das linhas de base e 5 vértices foram sinalizados pelo *software* de processamento indicando a ocorrência de discrepância acima da tolerância estabelecida entre as soluções obtidas pelas diferentes linhas de base formadas com as estações de referência (Base 01 e Base 02). A Tabela B5 apresenta a relação destes vértices e os motivos pelos quais as suas coordenadas, obtidas por meio da tecnologia GNSS, não foram consideradas na pesquisa.

Tabela B5 - Vértices desconsiderados no ajustamento das observações GNSS.

Vértices	Motivo
E025	Sinalizado
E062	Sinalizado
E089	Sinalizado
E103	Float
E107	Sinalizado
E115	Float
E120	Float
E122	Float
E124	Sinalizado
E126	Float
E130	Float

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B6 - Informações gerais do ajustamento das linhas de base da Base (02).

Stations	
Number of (partly) known stations	3
Number of unknown stations	1
Total	4
Observations	
GPS coordinate differences	36 (12 baselines)
Known coordinates	9
Total	45
Unknowns	
Coordinates	12
Total	12
Degrees of freedom	33
Testing	
Alfa (multi dimensional)	0,4974
Alfa 0 (one dimensional)	5,0 %
Beta	80,0 %
Sigma a-priori (GPS)	10,0
Input data	
Critical value W-test	1,96
Critical value T-test (2-dimensional)	2,42
Critical value T-test (3-dimensional)	1,89
Critical value F-test	0,98
F-test	0,08 (accepted)

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B7 - Informações gerais do ajustamento das linhas de base dos vértices das poligonais.

Stations	
Number of (partly) known stations	2
Number of unknown stations	127
Total	129
Observations	
GPS coordinate differences	768 (256 baselines)
Known coordinates	6
Total	774
Unknowns	
Coordinates	387
Total	387
Degrees of freedom	387
Testing	
Alfa (multi dimensional)	0,7148
Alfa 0 (one dimensional)	5,0 %
Beta	80,0 %
Sigma a-priori (GPS)	20,0
Input data	
Critical value W-test	1,96
Critical value T-test (2-dimensional)	2,42
Critical value T-test (3-dimensional)	1,89
Critical value F-test	0,96
F-test	0,94 (accepted)

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B8 - Coordenadas ajustadas dos vértices das poligonais - SIRGAS2000/UTM 23S.

Vértices	Este (m)	Norte (m)	h (m)	σ_E (m)	σ_N (m)	σ_h (m)
E001	202.635,003	7.561.094,040	857,782	0,003	0,003	0,012
E002	202.904,351	7.560.945,603	863,391	0,003	0,003	0,011
E003	203.141,777	7.560.813,569	869,588	0,006	0,010	0,021
E004	203.306,669	7.560.709,403	865,220	0,005	0,005	0,014
E005	203.652,490	7.560.536,087	870,525	0,006	0,006	0,018
E006	203.827,894	7.560.502,939	870,592	0,003	0,003	0,010
E007	204.031,217	7.560.476,949	867,029	0,004	0,004	0,011
E008	204.413,472	7.560.439,304	867,145	0,003	0,003	0,010
E009	204.705,450	7.560.329,975	869,790	0,002	0,002	0,007
E010	204.729,018	7.560.947,115	866,868	0,011	0,009	0,031
E011	204.543,592	7.560.971,516	867,018	0,004	0,004	0,009
E012	204.337,804	7.561.001,837	864,455	0,003	0,003	0,009
E013	204.123,426	7.561.033,715	853,753	0,002	0,002	0,009
E014	203.551,822	7.560.860,472	856,791	0,002	0,002	0,006
E015	203.354,088	7.561.010,381	855,125	0,003	0,004	0,008
E016	203.258,586	7.561.094,749	853,109	0,003	0,003	0,009
E017	202.977,393	7.561.168,755	852,037	0,007	0,006	0,043
E018	202.793,804	7.561.211,867	852,103	0,003	0,003	0,012
E019	202.631,868	7.561.217,526	853,015	0,003	0,003	0,007
E020	204.584,482	7.559.967,184	877,881	0,002	0,002	0,006
E021	204.605,110	7.559.795,154	867,032	0,003	0,003	0,007
E022	204.566,497	7.559.283,689	845,600	0,008	0,007	0,024
E023	204.196,140	7.558.780,854	825,609	0,009	0,008	0,029
E024	204.069,437	7.559.059,392	839,876	0,013	0,014	0,031
E026	203.292,985	7.559.661,273	870,002	0,012	0,013	0,028
E027	203.108,529	7.559.769,302	862,577	0,011	0,011	0,041
E028	202.962,676	7.559.882,272	856,851	0,007	0,006	0,030
E029	203.121,999	7.560.045,878	864,057	0,002	0,002	0,008
E030	203.270,362	7.560.167,276	867,478	0,002	0,002	0,007
E031	203.446,781	7.560.309,704	867,787	0,003	0,003	0,008
E032	203.507,979	7.560.451,069	867,828	0,003	0,003	0,011
E033	202.267,834	7.556.428,161	811,068	0,003	0,003	0,011
E034	202.209,512	7.556.795,666	806,872	0,003	0,003	0,010
E035	202.163,144	7.556.985,143	804,482	0,003	0,003	0,010
E036	202.125,934	7.557.309,004	801,433	0,004	0,004	0,009
E037	202.389,724	7.557.381,948	813,662	0,006	0,007	0,016
E038	202.677,371	7.557.461,918	825,711	0,004	0,004	0,011
E039	202.798,500	7.557.181,262	817,988	0,002	0,002	0,007
E040	202.968,482	7.556.964,282	817,048	0,002	0,002	0,009
E041	202.974,931	7.556.522,948	823,443	0,003	0,003	0,008
E042	202.974,751	7.556.141,877	828,692	0,004	0,006	0,011
E043	202.682,855	7.556.125,509	836,225	0,004	0,007	0,011

Vértices	Este (m)	Norte (m)	h (m)	σ_E (m)	σ_N (m)	σ_h (m)
E044	202.498,378	7.556.108,208	834,979	0,004	0,004	0,010
E045	202.289,514	7.556.086,434	828,926	0,003	0,003	0,012
E046	202.624,908	7.561.341,585	846,185	0,003	0,004	0,009
E047	202.612,340	7.561.450,326	838,829	0,003	0,004	0,009
E048	202.591,438	7.562.243,382	839,653	0,005	0,005	0,015
E049	202.586,323	7.562.418,618	850,511	0,003	0,004	0,011
E050	202.566,901	7.562.619,844	859,475	0,003	0,004	0,008
E051	202.572,153	7.562.808,603	867,742	0,004	0,004	0,009
E052	203.049,660	7.562.826,145	875,177	0,004	0,006	0,012
E053	203.381,034	7.562.959,164	884,427	0,004	0,004	0,010
E054	203.453,499	7.563.104,034	885,412	0,003	0,003	0,007
E055	203.526,636	7.563.170,863	886,890	0,003	0,002	0,008
E056	203.641,543	7.563.240,147	894,730	0,006	0,007	0,021
E057	203.770,102	7.563.252,486	899,178	0,006	0,011	0,028
E058	203.986,134	7.563.234,447	897,602	0,013	0,017	0,036
E059	204.104,378	7.563.169,266	896,082	0,006	0,006	0,013
E060	204.271,950	7.563.104,491	891,247	0,010	0,013	0,027
E061	204.519,600	7.562.971,481	891,205	0,009	0,008	0,035
E063	204.968,680	7.562.666,558	907,236	0,006	0,007	0,022
E064	204.958,586	7.562.519,379	906,105	0,007	0,009	0,024
E065	204.871,472	7.561.800,105	895,478	0,007	0,010	0,021
E066	204.827,606	7.561.568,453	889,876	0,005	0,006	0,012
E067	204.783,854	7.561.304,974	884,629	0,006	0,007	0,016
E068	204.753,306	7.561.103,282	878,273	0,007	0,007	0,018
E069	201.659,865	7.565.284,393	821,803	0,003	0,002	0,008
E070	201.901,826	7.565.343,110	828,570	0,002	0,002	0,006
E071	201.802,816	7.565.666,456	814,263	0,002	0,002	0,007
E072	201.873,144	7.565.892,723	810,258	0,002	0,002	0,007
E073	201.816,883	7.566.475,406	825,011	0,002	0,002	0,007
E074	201.679,196	7.566.994,701	839,480	0,002	0,003	0,007
E075	201.641,948	7.567.170,894	845,022	0,002	0,003	0,007
E076	201.554,121	7.567.637,837	848,862	0,002	0,003	0,008
E077	201.419,846	7.567.667,161	850,813	0,003	0,003	0,011
E078	201.418,937	7.567.229,194	853,090	0,002	0,002	0,007
E079	201.210,474	7.567.044,685	861,527	0,003	0,002	0,007
E080	201.436,107	7.566.601,773	849,655	0,003	0,003	0,008
E081	201.424,854	7.566.266,956	846,959	0,003	0,003	0,008
E082	201.286,503	7.565.998,977	842,106	0,004	0,004	0,012
E083	201.160,583	7.565.794,219	833,815	0,004	0,003	0,018
E084	201.246,714	7.565.627,442	824,972	0,005	0,005	0,016
E085	202.152,093	7.565.291,201	840,870	0,004	0,004	0,009
E086	202.510,171	7.565.132,920	851,350	0,003	0,004	0,008
E087	202.686,024	7.564.974,053	853,426	0,004	0,003	0,013

continuação

Vértices	Este (m)	Norte (m)	h (m)	σ_E (m)	σ_N (m)	σ_h (m)
E088	202.906,156	7.564.789,370	850,884	0,004	0,003	0,012
E090	202.800,112	7.564.340,978	863,742	0,004	0,005	0,010
E091	202.741,928	7.564.163,710	861,011	0,004	0,004	0,011
E092	202.403,230	7.564.170,483	851,887	0,004	0,004	0,011
E093	202.222,433	7.564.187,702	848,747	0,006	0,006	0,017
E094	202.018,157	7.564.185,082	846,904	0,004	0,003	0,011
E095	201.998,993	7.564.381,839	853,769	0,003	0,003	0,009
E096	201.746,193	7.564.341,867	848,086	0,006	0,005	0,013
E097	201.501,508	7.564.228,863	836,890	0,003	0,003	0,010
E098	201.486,501	7.564.499,865	838,211	0,003	0,003	0,009
E099	201.478,641	7.564.724,529	834,025	0,006	0,003	0,009
E100	201.570,319	7.565.005,315	829,456	0,006	0,005	0,015
E101	202.281,641	7.559.303,215	844,951	0,004	0,003	0,009
E102	202.400,999	7.558.969,347	847,720	0,008	0,005	0,025
E104	202.570,763	7.558.499,904	844,258	0,006	0,005	0,014
E105	202.628,337	7.558.330,667	840,766	0,005	0,004	0,012
E106	202.735,509	7.558.010,957	832,510	0,003	0,003	0,011
E108	202.924,418	7.557.191,525	817,583	0,016	0,020	0,042
E109	203.227,506	7.557.288,913	818,793	0,003	0,003	0,009
E110	203.284,358	7.557.396,244	823,910	0,003	0,004	0,009
E111	203.400,671	7.563.252,793	878,116	0,002	0,002	0,007
E112	203.264,148	7.563.363,579	873,190	0,005	0,005	0,016
E113	203.075,794	7.563.497,361	865,078	0,003	0,005	0,009
E114	202.975,112	7.563.591,563	857,520	0,003	0,005	0,009
E116	202.673,481	7.563.939,716	855,433	0,003	0,003	0,014
E117	202.712,941	7.564.033,670	858,090	0,003	0,003	0,009
E118	202.009,140	7.564.068,555	839,723	0,006	0,004	0,014
E119	202.025,874	7.563.917,642	825,693	0,003	0,003	0,009
E121	201.939,453	7.563.546,310	835,987	0,005	0,004	0,014
E123	201.955,774	7.563.107,123	857,668	0,006	0,005	0,022
E125	201.966,453	7.562.799,313	856,021	0,005	0,005	0,012
E127	202.378,336	7.562.812,174	863,838	0,006	0,005	0,014
E128	203.345,572	7.557.480,689	824,532	0,003	0,004	0,009
E129	203.443,860	7.557.662,969	821,505	0,016	0,013	0,071
E131	203.647,184	7.557.974,550	825,299	0,003	0,003	0,012
E132	203.813,239	7.558.206,137	836,611	0,002	0,002	0,007
E133	203.974,232	7.558.412,217	834,958	0,006	0,005	0,012
E134	202.612,144	7.561.423,025	841,103	0,003	0,003	0,009
E135	202.607,307	7.561.537,854	831,215	0,006	0,008	0,017
E136	202.611,109	7.561.730,721	814,434	0,007	0,006	0,021
E137	202.602,557	7.561.932,515	822,186	0,007	0,006	0,019
E138	202.597,094	7.562.086,368	830,684	0,005	0,002	0,012

conclusão.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B9 - Coordenadas geodésicas ajustadas dos vértices das poligonais.

Vértices	Latitude			$\sigma_{\text{Lat(m)}}$	Longitude			$\sigma_{\text{Long(m)}}$	h (m)	$\sigma_{\text{h(m)}}$
	G.	Min.	Seg.		G.	Min.	Seg.			
E001	-22	1	46,470978	0,003	-47	52	50,093063	0,004	857,782	0,012
E002	-22	1	51,457729	0,003	-47	52	40,806591	0,003	863,391	0,011
E003	-22	1	55,891991	0,010	-47	52	32,621364	0,006	869,588	0,021
E004	-22	1	59,376535	0,005	-47	52	26,944802	0,005	865,220	0,014
E005	-22	2	5,217875	0,006	-47	52	15,009722	0,007	870,525	0,018
E006	-22	2	6,401780	0,003	-47	52	8,920160	0,003	870,592	0,010
E007	-22	2	7,370156	0,004	-47	52	1,853121	0,004	867,029	0,011
E008	-22	2	8,826177	0,003	-47	51	48,559397	0,003	867,145	0,010
E009	-22	2	12,555487	0,002	-47	51	38,457819	0,002	869,790	0,007
E010	-22	1	52,522903	0,009	-47	51	37,233608	0,011	866,868	0,031
E011	-22	1	51,617350	0,004	-47	51	43,677995	0,004	867,018	0,009
E012	-22	1	50,507019	0,003	-47	51	50,827948	0,003	864,455	0,009
E013	-22	1	49,340773	0,002	-47	51	58,276082	0,002	853,753	0,009
E014	-22	1	54,619239	0,002	-47	52	18,304451	0,002	856,791	0,006
E015	-22	1	49,628822	0,004	-47	52	25,095229	0,003	855,125	0,008
E016	-22	1	46,829863	0,003	-47	52	28,367143	0,003	853,109	0,009
E017	-22	1	44,253776	0,006	-47	52	38,115256	0,007	852,037	0,043
E018	-22	1	42,740936	0,003	-47	52	44,483080	0,003	852,103	0,012
E019	-22	1	42,457843	0,003	-47	52	50,121117	0,003	853,015	0,007
E020	-22	2	24,266529	0,002	-47	51	42,909674	0,002	877,881	0,006
E021	-22	2	29,867244	0,003	-47	51	42,303381	0,003	867,032	0,007
E022	-22	2	46,457861	0,007	-47	51	43,983189	0,008	845,600	0,024
E023	-22	3	2,565732	0,008	-47	51	57,217234	0,009	825,609	0,029
E024	-22	2	53,440521	0,014	-47	52	1,449780	0,013	839,876	0,031
E026	-22	2	33,414762	0,013	-47	52	28,109563	0,012	870,002	0,028
E027	-22	2	29,792682	0,011	-47	52	34,465596	0,011	862,577	0,041
E028	-22	2	26,033730	0,006	-47	52	39,473243	0,007	856,851	0,030
E029	-22	2	20,816881	0,002	-47	52	33,814558	0,002	864,057	0,008
E030	-22	2	16,964336	0,002	-47	52	28,565603	0,002	867,478	0,007
E031	-22	2	12,445734	0,003	-47	52	22,325384	0,003	867,787	0,009
E032	-22	2	7,891187	0,003	-47	52	20,100420	0,003	867,828	0,011
E033	-22	4	17,806679	0,003	-47	53	5,960640	0,003	811,068	0,011
E034	-22	4	5,833227	0,003	-47	53	7,750581	0,003	806,872	0,010
E035	-22	3	59,649977	0,003	-47	53	9,241386	0,003	804,482	0,010
E036	-22	3	49,107202	0,004	-47	53	10,324351	0,004	801,433	0,009
E037	-22	3	46,899987	0,007	-47	53	1,083746	0,006	813,662	0,016
E038	-22	3	44,479023	0,004	-47	52	51,007229	0,004	825,711	0,011
E039	-22	3	53,669926	0,002	-47	52	46,970942	0,002	817,988	0,007
E040	-22	4	0,822373	0,002	-47	52	41,190198	0,002	817,048	0,009
E041	-22	4	15,162145	0,003	-47	52	41,255975	0,003	823,443	0,008
E042	-22	4	27,540361	0,006	-47	52	41,513132	0,004	828,692	0,011

continua

Vértices	Latitude			$\sigma_{\text{Lat(m)}}$	Longitude			$\sigma_{\text{Long(m)}}$	h (m)	$\sigma_{\text{h(m)}}$
	G.	Min.	Seg.		G.	Min.	Seg.			
E043	-22	4	27,892786	0,007	-47	52	51,696680	0,004	836,225	0,012
E044	-22	4	28,341419	0,004	-47	52	58,137217	0,004	834,979	0,010
E045	-22	4	28,920242	0,003	-47	53	5,430614	0,003	828,926	0,012
E046	-22	1	38,423785	0,004	-47	52	50,282021	0,003	846,185	0,009
E047	-22	1	34,883829	0,004	-47	52	50,648359	0,003	838,829	0,009
E048	-22	1	9,110152	0,005	-47	52	50,855223	0,005	839,653	0,015
E049	-22	1	3,414795	0,004	-47	52	50,918260	0,003	850,511	0,012
E050	-22	0	56,866461	0,004	-47	52	51,462595	0,003	859,476	0,008
E051	-22	0	50,738202	0,004	-47	52	51,155574	0,004	867,742	0,009
E052	-22	0	50,460750	0,006	-47	52	34,509691	0,004	875,177	0,012
E053	-22	0	46,342438	0,004	-47	52	22,878784	0,004	884,428	0,010
E054	-22	0	41,680874	0,003	-47	52	20,259517	0,003	885,412	0,007
E055	-22	0	39,554699	0,002	-47	52	17,667964	0,003	886,890	0,008
E056	-22	0	37,374266	0,007	-47	52	13,619795	0,006	894,730	0,021
E057	-22	0	37,051930	0,011	-47	52	9,133325	0,007	899,178	0,028
E058	-22	0	37,769668	0,017	-47	52	1,619597	0,013	897,602	0,036
E059	-22	0	39,959059	0,006	-47	51	57,543108	0,006	896,082	0,013
E060	-22	0	42,165262	0,013	-47	51	51,747951	0,010	891,247	0,027
E061	-22	0	46,636729	0,008	-47	51	43,207695	0,009	891,205	0,035
E063	-22	0	56,814900	0,007	-47	51	27,762228	0,006	907,236	0,022
E064	-22	1	1,589676	0,009	-47	51	28,209817	0,007	906,105	0,024
E065	-22	1	24,901391	0,010	-47	51	31,713802	0,007	895,478	0,021
E066	-22	1	32,399595	0,006	-47	51	33,393196	0,005	889,876	0,012
E067	-22	1	40,931741	0,008	-47	51	35,089443	0,006	884,630	0,016
E068	-22	1	47,464822	0,008	-47	51	36,285415	0,007	878,273	0,018
E069	-21	59	29,757603	0,003	-47	53	21,304955	0,003	821,803	0,008
E070	-21	59	27,998762	0,002	-47	53	12,838810	0,002	828,570	0,006
E071	-21	59	17,434797	0,002	-47	53	16,074608	0,002	814,263	0,007
E072	-21	59	10,128089	0,002	-47	53	13,476320	0,002	810,258	0,007
E073	-21	58	51,166287	0,002	-47	53	15,052649	0,002	825,011	0,007
E074	-21	58	34,213588	0,003	-47	53	19,506379	0,002	839,480	0,007
E075	-21	58	28,467440	0,003	-47	53	20,687699	0,002	845,022	0,008
E076	-21	58	13,245854	0,003	-47	53	23,439200	0,002	848,862	0,008
E077	-21	58	12,210951	0,003	-47	53	28,096002	0,003	850,813	0,011
E078	-21	58	26,436838	0,002	-47	53	28,415876	0,002	853,090	0,007
E079	-21	58	32,302196	0,002	-47	53	35,797261	0,003	861,527	0,007
E080	-21	58	46,827846	0,003	-47	53	28,230895	0,003	849,655	0,008
E081	-21	58	57,696781	0,004	-47	53	28,843249	0,003	846,959	0,008
E082	-21	59	6,316505	0,004	-47	53	33,838254	0,004	842,106	0,012
E083	-21	59	12,890248	0,003	-47	53	38,358806	0,004	833,815	0,018
E084	-21	59	18,360584	0,005	-47	53	35,468901	0,005	824,972	0,016
E085	-21	59	29,838389	0,004	-47	53	4,156101	0,004	840,870	0,009

continuação

Vértices	Latitude			$\sigma_{\text{Lat(m)}}$	Longitude			$\sigma_{\text{Long(m)}}$	h (m)	$\sigma_{\text{h(m)}}$
	G.	Min.	Seg.		G.	Min.	Seg.			
E086	-21	59	35,199192	0,004	-47	52	51,788056	0,003	851,350	0,008
E087	-21	59	40,467331	0,003	-47	52	45,767204	0,004	853,426	0,013
E088	-21	59	46,601082	0,003	-47	52	38,220827	0,004	850,884	0,013
E090	-22	0	1,101441	0,005	-47	52	42,208660	0,004	863,742	0,010
E091	-22	0	6,824045	0,004	-47	52	44,351709	0,004	861,011	0,011
E092	-22	0	6,396655	0,004	-47	52	56,145041	0,004	851,887	0,011
E093	-22	0	5,726503	0,006	-47	53	2,431396	0,006	848,747	0,017
E094	-22	0	5,686356	0,004	-47	53	9,548599	0,004	846,904	0,011
E095	-21	59	59,283347	0,003	-47	53	10,086677	0,003	853,769	0,009
E096	-22	0	0,426599	0,005	-47	53	18,918545	0,006	848,086	0,013
E097	-22	0	3,946995	0,003	-47	53	27,515906	0,003	836,890	0,010
E098	-21	59	55,134838	0,003	-47	53	27,860065	0,003	838,211	0,009
E099	-21	59	47,832279	0,003	-47	53	27,985803	0,006	834,025	0,009
E100	-21	59	38,767860	0,005	-47	53	24,607638	0,006	829,456	0,015
E101	-22	2	44,425383	0,003	-47	53	3,583560	0,004	844,951	0,009
E102	-22	2	55,343684	0,005	-47	52	59,644631	0,008	847,720	0,025
E104	-22	3	10,696795	0,005	-47	52	54,038464	0,006	844,258	0,015
E105	-22	3	16,229444	0,004	-47	52	52,143724	0,005	840,766	0,012
E106	-22	3	26,680328	0,003	-47	52	48,619731	0,003	832,510	0,011
E108	-22	3	53,413804	0,020	-47	52	42,576161	0,016	817,583	0,042
E109	-22	3	50,436241	0,003	-47	52	31,950025	0,003	818,793	0,009
E110	-22	3	46,984617	0,004	-47	52	29,898263	0,003	823,910	0,009
E111	-22	0	36,816401	0,002	-47	52	22,002314	0,002	878,116	0,007
E112	-22	0	33,134287	0,006	-47	52	26,685493	0,005	873,190	0,016
E113	-22	0	28,673474	0,005	-47	52	33,159055	0,003	865,078	0,009
E114	-22	0	25,551894	0,005	-47	52	36,604448	0,003	857,520	0,009
E116	-22	0	14,058198	0,003	-47	52	46,882962	0,003	855,433	0,014
E117	-22	0	11,030422	0,003	-47	52	45,446750	0,003	858,090	0,009
E118	-22	0	9,465967	0,004	-47	53	9,939327	0,006	839,723	0,014
E119	-22	0	14,378334	0,003	-47	53	9,455714	0,003	825,693	0,009
E121	-22	0	26,387251	0,004	-47	53	12,710464	0,005	835,988	0,014
E123	-22	0	40,663354	0,005	-47	53	12,431061	0,006	857,668	0,022
E125	-22	0	50,668480	0,005	-47	53	12,261710	0,005	856,021	0,012
E127	-22	0	50,503430	0,005	-47	52	57,904996	0,006	863,838	0,014
E128	-22	3	44,279103	0,004	-47	52	27,709581	0,003	824,532	0,009
E129	-22	3	38,418288	0,013	-47	52	24,164709	0,016	821,505	0,071
E131	-22	3	28,421599	0,003	-47	52	16,874827	0,003	825,299	0,012
E132	-22	3	21,000482	0,002	-47	52	10,936425	0,002	836,611	0,007
E133	-22	3	14,404738	0,006	-47	52	5,191308	0,006	834,958	0,012
E134	-22	1	35,770514	0,003	-47	52	50,673155	0,003	841,103	0,009
E135	-22	1	32,037563	0,008	-47	52	50,766163	0,006	831,215	0,017
E136	-22	1	25,774994	0,007	-47	52	50,506906	0,007	814,434	0,021

continuação

Vértices	Latitude			$\sigma_{\text{Lat(m)}}$	Longitude			$\sigma_{\text{Long(m)}}$	h (m)	$\sigma_{\text{h(m)}}$
	G.	Min.	Seg.		G.	Min.	Seg.			
E137	-22	1	19,214877	0,006	-47	52	50,672196	0,007	822,186	0,019
E138	-22	1	14,213890	0,002	-47	52	50,761399	0,005	830,684	0,012

conclusão

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela B10 - Coordenadas cartesianas geocêntricas ajustadas dos vértices das poligonais.

Vértices	X (m)	Y (m)	Z (m)	σ_x (m)	σ_y (m)	σ_z (m)
E001	3.967.766,836	4.388.223,845	2.377.770,739	0,008	0,009	0,005
E002	3.967.929,292	4.388.006,380	2.377.915,048	0,006	0,008	0,005
E003	3.968.072,949	4.387.815,225	2.378.043,822	0,011	0,015	0,016
E004	3.968.164,016	4.387.673,192	2.378.141,549	0,010	0,010	0,008
E005	3.968.375,970	4.387.397,225	2.378.310,110	0,012	0,014	0,009
E006	3.968.496,372	4.387.269,977	2.378.343,895	0,006	0,007	0,005
E007	3.968.636,973	4.387.123,269	2.378.370,172	0,007	0,007	0,007
E008	3.968.908,512	4.386.855,100	2.378.411,735	0,007	0,008	0,004
E009	3.969.096,114	4.386.630,622	2.378.519,070	0,004	0,005	0,003
E010	3.969.275,449	4.386.776,490	2.377.946,728	0,019	0,024	0,015
E011	3.969.145,494	4.386.908,353	2.377.920,961	0,005	0,007	0,006
E012	3.969.000,425	4.387.053,675	2.377.888,336	0,006	0,007	0,005
E013	3.968.844,381	4.387.199,614	2.377.851,065	0,005	0,006	0,004
E014	3.968.379,395	4.387.541,884	2.378.002,727	0,004	0,004	0,003
E015	3.968.272,535	4.387.714,096	2.377.859,794	0,005	0,006	0,005
E016	3.968.223,343	4.387.799,611	2.377.779,221	0,006	0,007	0,004
E017	3.968.035,240	4.388.008,454	2.377.705,357	0,026	0,033	0,015
E018	3.967.911,520	4.388.143,946	2.377.662,240	0,007	0,009	0,006
E019	3.967.794,331	4.388.255,453	2.377.654,509	0,005	0,006	0,004
E020	3.968.915,771	4.386.621,608	2.378.856,047	0,004	0,004	0,003
E021	3.968.878,539	4.386.554,540	2.379.011,677	0,005	0,005	0,004
E022	3.968.700,972	4.386.430,089	2.379.476,696	0,016	0,018	0,009
E023	3.968.282,307	4.386.533,030	2.379.928,473	0,018	0,023	0,013
E024	3.968.271,862	4.386.702,415	2.379.673,645	0,018	0,024	0,020
E026	3.967.878,674	4.387.407,485	2.379.113,947	0,019	0,022	0,017
E027	3.967.766,906	4.387.555,664	2.379.007,880	0,025	0,030	0,019
E028	3.967.685,930	4.387.680,240	2.378.898,546	0,018	0,022	0,012
E029	3.967.851,174	4.387.621,009	2.378.752,494	0,005	0,006	0,003
E030	3.967.994,784	4.387.555,370	2.378.643,922	0,005	0,005	0,003
E031	3.968.162,698	4.387.474,217	2.378.515,189	0,005	0,006	0,004
E032	3.968.245,312	4.387.470,428	2.378.385,330	0,007	0,008	0,005
E033	3.966.228,107	4.387.200,438	2.382.068,152	0,007	0,008	0,005
E034	3.966.280,239	4.387.334,637	2.381.725,230	0,007	0,008	0,004
E035	3.966.294,967	4.387.414,671	2.381.548,054	0,006	0,008	0,005
E036	3.966.351,740	4.387.523,779	2.381.246,340	0,006	0,007	0,006
E037	3.966.573,001	4.387.373,409	2.381.188,006	0,007	0,013	0,011
E038	3.966.813,581	4.387.208,661	2.381.123,511	0,008	0,008	0,005
E039	3.966.823,399	4.387.046,949	2.381.382,640	0,005	0,005	0,003
E040	3.966.890,324	4.386.873,819	2.381.586,199	0,006	0,006	0,004
E041	3.966.781,736	4.386.756,546	2.381.997,411	0,005	0,006	0,005
E042	3.966.683,556	4.386.658,964	2.382.352,262	0,007	0,007	0,008
E043	3.966.468,925	4.386.856,955	2.382.365,139	0,009	0,009	0,007

continua

Vértices	X (m)	Y (m)	Z (m)	σ_X (m)	σ_Y (m)	σ_Z (m)
E044	3.966.327,693	4.386.976,101	2.382.377,461	0,007	0,008	0,005
E045	3.966.164,320	4.387.107,219	2.382.391,687	0,007	0,009	0,005
E046	3.967.817,877	4.388.288,376	2.377.536,909	0,005	0,007	0,006
E047	3.967.832,901	4.388.320,659	2.377.433,200	0,006	0,006	0,006
E048	3.968.028,407	4.388.545,731	2.376.698,496	0,010	0,010	0,009
E049	3.968.077,870	4.388.603,132	2.376.540,142	0,007	0,009	0,006
E050	3.968.122,509	4.388.675,783	2.376.356,749	0,005	0,005	0,005
E051	3.968.181,576	4.388.727,979	2.376.185,072	0,006	0,007	0,005
E052	3.968.542,509	4.388.415,211	2.376.179,946	0,009	0,007	0,009
E053	3.968.827,564	4.388.233,005	2.376.065,959	0,007	0,007	0,006
E054	3.968.919,953	4.388.223,145	2.375.933,379	0,005	0,005	0,003
E055	3.968.992,450	4.388.192,475	2.375.873,293	0,006	0,005	0,003
E056	3.969.100,312	4.388.138,613	2.375.814,045	0,015	0,016	0,008
E057	3.969.201,016	4.388.058,094	2.375.806,518	0,020	0,021	0,011
E058	3.969.354,329	4.387.906,283	2.375.826,398	0,025	0,026	0,020
E059	3.969.423,169	4.387.808,070	2.375.888,271	0,010	0,010	0,008
E060	3.969.526,373	4.387.674,358	2.375.949,381	0,019	0,020	0,017
E061	3.969.673,422	4.387.471,739	2.376.076,893	0,022	0,026	0,015
E063	3.969.933,175	4.387.098,466	2.376.373,182	0,014	0,015	0,012
E064	3.969.886,006	4.387.065,475	2.376.508,933	0,015	0,016	0,014
E065	3.969.624,461	4.386.926,236	2.377.169,768	0,013	0,015	0,014
E066	3.969.527,220	4.386.890,565	2.377.381,500	0,008	0,009	0,007
E067	3.969.421,834	4.386.846,610	2.377.622,847	0,011	0,012	0,009
E068	3.969.341,868	4.386.809,361	2.377.806,766	0,012	0,014	0,010
E069	3.968.137,334	4.389.968,742	2.373.858,137	0,005	0,006	0,003
E070	3.968.335,311	4.389.825,550	2.373.810,502	0,004	0,005	0,002
E071	3.968.339,147	4.389.968,230	2.373.503,814	0,005	0,005	0,002
E072	3.968.448,389	4.389.977,913	2.373.293,891	0,004	0,005	0,003
E073	3.968.570,440	4.390.180,373	2.372.758,516	0,005	0,005	0,004
E074	3.968.615,524	4.390.420,808	2.372.280,327	0,005	0,005	0,004
E075	3.968.638,181	4.390.496,420	2.372.118,479	0,005	0,005	0,005
E076	3.968.699,484	4.390.681,977	2.371.685,675	0,005	0,005	0,004
E077	3.968.609,556	4.390.781,755	2.371.656,881	0,007	0,008	0,005
E078	3.968.494,369	4.390.668,002	2.372.063,569	0,005	0,005	0,003
E079	3.968.297,217	4.390.765,729	2.372.234,051	0,005	0,005	0,003
E080	3.968.338,763	4.390.487,928	2.372.643,981	0,006	0,005	0,004
E081	3.968.240,134	4.390.405,009	2.372.953,021	0,005	0,006	0,005
E082	3.968.064,238	4.390.424,123	2.373.197,088	0,008	0,009	0,006
E083	3.967.912,098	4.390.449,215	2.373.381,502	0,010	0,013	0,007
E084	3.967.925,866	4.390.340,795	2.373.534,231	0,010	0,012	0,007
E085	3.968.513,534	4.389.651,240	2.373.867,582	0,006	0,007	0,005
E086	3.968.741,838	4.389.374,672	2.374.024,418	0,005	0,006	0,005
E087	3.968.830,546	4.389.215,233	2.374.175,463	0,009	0,010	0,005

continuação

Vértices	X (m)	Y (m)	Z (m)	σ_x (m)	σ_y (m)	σ_z (m)
E088	3.968.942,146	4.389.015,861	2.374.349,466	0,008	0,009	0,006
E090	3.968.753,219	4.388.977,504	2.374.767,875	0,006	0,008	0,007
E091	3.968.661,688	4.388.967,943	2.374.930,074	0,007	0,009	0,005
E092	3.968.408,369	4.389.192,226	2.374.914,465	0,008	0,009	0,005
E093	3.968.277,824	4.389.316,739	2.374.894,175	0,011	0,013	0,008
E094	3.968.125,532	4.389.452,738	2.374.892,340	0,007	0,009	0,005
E095	3.968.167,834	4.389.522,550	2.374.712,282	0,006	0,006	0,005
E096	3.967.967,511	4.389.678,772	2.374.742,762	0,009	0,009	0,008
E097	3.967.750,376	4.389.806,359	2.374.838,977	0,006	0,008	0,004
E098	3.967.811,966	4.389.889,225	2.374.588,128	0,005	0,007	0,004
E099	3.967.863,110	4.389.951,189	2.374.378,269	0,007	0,007	0,004
E100	3.968.002,196	4.389.960,537	2.374.118,010	0,011	0,009	0,008
E101	3.967.023,229	4.387.978,300	2.379.418,499	0,005	0,007	0,005
E102	3.967.024,192	4.387.810,926	2.379.730,854	0,017	0,018	0,009
E104	3.967.022,377	4.387.569,196	2.380.167,309	0,010	0,011	0,007
E105	3.967.017,650	4.387.482,951	2.380.323,744	0,009	0,010	0,005
E106	3.967.006,508	4.387.319,951	2.380.618,613	0,007	0,008	0,004
E108	3.966.918,604	4.386.964,346	2.381.375,186	0,029	0,029	0,028
E109	3.967.168,434	4.386.786,329	2.381.290,752	0,006	0,007	0,005
E110	3.967.242,004	4.386.779,966	2.381.194,269	0,006	0,007	0,005
E111	3.968.915,958	4.388.293,258	2.375.791,907	0,005	0,005	0,003
E112	3.968.841,733	4.388.411,467	2.375.685,045	0,010	0,011	0,009
E113	3.968.733,450	4.388.568,589	2.375.554,778	0,006	0,006	0,006
E114	3.968.679,580	4.388.656,373	2.375.462,915	0,006	0,007	0,006
E116	3.968.548,438	4.388.950,966	2.375.134,316	0,009	0,010	0,006
E117	3.968.604,056	4.388.951,046	2.375.048,954	0,006	0,006	0,004
E118	3.968.083,540	4.389.423,002	2.374.997,451	0,012	0,008	0,007
E119	3.968.047,141	4.389.362,050	2.375.132,304	0,006	0,007	0,005
E121	3.967.891,453	4.389.329,059	2.375.478,672	0,009	0,011	0,005
E123	3.967.800,510	4.389.216,505	2.375.893,961	0,012	0,017	0,010
E125	3.967.725,729	4.389.126,537	2.376.178,690	0,007	0,009	0,007
E127	3.968.037,354	4.388.857,147	2.376.176,913	0,009	0,011	0,007
E128	3.967.309,908	4.386.761,483	2.381.117,368	0,005	0,006	0,006
E129	3.967.428,840	4.386.741,444	2.380.949,138	0,041	0,054	0,029
E131	3.967.663,709	4.386.689,488	2.380.665,551	0,008	0,008	0,005
E132	3.967.854,543	4.386.646,611	2.380.458,214	0,005	0,005	0,003
E133	3.968.026,806	4.386.591,457	2.380.269,538	0,009	0,009	0,007
E134	3.967.826,927	4.388.315,112	2.377.459,339	0,005	0,007	0,004
E135	3.967.847,684	4.388.342,046	2.377.349,177	0,012	0,013	0,009
E136	3.967.891,220	4.388.379,108	2.377.164,291	0,011	0,018	0,011
E137	3.967.943,275	4.388.443,749	2.376.980,117	0,010	0,017	0,008
E138	3.967.985,347	4.388.494,095	2.376.840,685	0,006	0,010	0,005

conclusão

Fonte: Elaborado pelo autor.

APÊNDICE C - ESTATÍSTICAS - ÁREA DE ESTUDO (A)

Tabela C1 - Estatística Descritiva - Transformação SGL - Área de estudo (A).

	Estatística	Erro padrão
Média	2,334	0,242
Intervalo de confiança de 95% para média	Limite inferior Limite superior	1,839 2,829
5% da média cortada	2,292	
Mediana	2,189	
Variação	1,759	
Desvio padrão	1,326	
Mínimo	0,263	
Máximo	5,241	
Range	4,978	
Intervalo interquartil	2,275	
Assimetria	0,453	0,427
Kurtosis	-0,755	0,833

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela C2 - Estatística Descritiva - Transformação de Helmert_2D - Área de estudo (A).

	Estatística	Erro padrão
Média	1,715	0,192
Intervalo de confiança de 95% para média	Limite inferior Limite superior	1,323 2,108
5% da média cortada	1,664	
Mediana	1,550	
Variação	1,105	
Desvio padrão	1,051	
Mínimo	0,147	
Máximo	4,355	
Range	4,208	
Intervalo interquartil	1,715	
Assimetria	0,717	0,427
Kurtosis	-0,031	0,833

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela C3 - Estatística Descritiva - Transformação de Helmert_2D_Comb - Área de estudo (A).

	Estatística	Erro padrão
Média	1,873	0,232
Intervalo de confiança de 95% para média	Limite inferior Limite superior	1,398 2,348
5% da média cortada	1,798	
Mediana	1,603	
Variação	1,618	
Desvio padrão	1,272	
Mínimo	0,370	
Máximo	4,851	
Range	4,481	
Intervalo interquartil	1,814	
Assimetria	0,859	0,427
Kurtosis	-0,189	0,833

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela C4 - Estatística Descritiva - Transformação SGL_NBR - Área de estudo (A).

	Estatística	Erro padrão
Média	2,349	0,242
Intervalo de confiança de 95% para média	Limite inferior Limite superior	1,854 2,845
5% da média cortada	2,311	
Mediana	2,054	
Variação	1,761	
Desvio padrão	1,327	
Mínimo	0,395	
Máximo	5,080	
Range	4,685	
Intervalo interquartil	2,366	
Assimetria	0,477	0,427
Kurtosis	-0,884	0,833

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela C5 - Estatística Descritiva - Transformação SGL_NBRGarnes - Área de estudo (A).

	Estatística	Erro padrão
Média	2,354	0,244
Intervalo de confiança de 95% para média	Limite inferior Limite superior	1,854 2,854
5% da média cortada	2,306	
Mediana	2,160	
Variação	1,790	
Desvio padrão	1,338	
Mínimo	0,302	
Máximo	5,383	
Range	5,081	
Intervalo interquartil	2,353	
Assimetria	0,495	0,427
Kurtosis	-0,656	0,833

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela C6 - Estatística Descritiva - Transformação UTM_Redução - Área de estudo (A).

	Estatística	Erro padrão
Média	2,320	0,240
Intervalo de confiança de 95% para média	Limite inferior Limite superior	1,829 2,811
5% da média cortada	2,288	
Mediana	2,153	
Variação	1,729	
Desvio padrão	1,315	
Mínimo	0,276	
Máximo	4,938	
Range	4,662	
Intervalo interquartil	2,215	
Assimetria	0,435	0,427
Kurtosis	-0,936	0,833

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela C7 - Estatística Descritiva - Transformação PBD_Tangente - Área de estudo (A).

		Estatística	Erro padrão
Média		2,407	0,261
Intervalo de confiança de 95% para média	Limite inferior	1,872	
	Limite superior	2,942	
5% da média cortada		2,370	
Mediana		2,146	
Variacão		2,051	
Desvio padrão		1,432	
Mínimo		0,228	
Máximo		5,105	
Range		4,877	
Intervalo interquartil		2,296	
Assimetria		0,515	0,427
Kurtosis		-0,912	0,833

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela C8 - Testes de Normalidade - Área de estudo (A).

Transformações	Kolmogorov-Smirnov^a			Shapiro-Wilk		
	Estatística	gl	Sig.	Estatística	gl	Sig.
SGL	,144	30	,116	,953	30	,207
Helmert_2D	,102	30	,200*	,951	30	,184
Helmert_2D_Comb	,161	30	,046	,909	30	,014
SGL_NBR	,143	30	,118	,943	30	,107
SGL_NBRGarnes	,152	30	,075	,950	30	,167
UTM_Redução	,137	30	,158	,947	30	,141
PBD_Tangente	,177	30	,018	,926	30	,039

* Este é um limite inferior da significância verdadeira.

a. Lilliefors Significance Correction.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura C1 - Histograma - Transformação SGL - Área de estudo (A).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura C2 - Plot Q-Q Normal - Transformação SGL - Área de estudo (A).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura C3 - Histograma - Transformação de Helmert_2D - Área de estudo (A).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura C4 - Plot Q-Q Normal - Transformação de Helmert_2D - Área de estudo (A).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura C5 - Histograma - Transformação de Helmert_2D_Comb - Área de estudo (A).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura C6 - Plot Q-Q Normal - Transformação de Helmert_2D_Comb - Área de estudo (A).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura C7 - Histograma - Transformação SGL_NBR - Área de estudo (A).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura C8 - Plot Q-Q Normal - Transformação SGL_NBR - Área de estudo (A).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura C9 - Histograma - Transformação SGL_NBRGarnes - Área de estudo (A).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura C10 - Plot Q-Q Normal -Transformação SGL_NBRGarnes - Área de estudo (A).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura C11 - Histograma - Transformação UTM_Redução - Área de estudo (A).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura C12 - Plot Q-Q Normal -Transformação UTM_Redução - Área de estudo (A).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura C13 - Histograma - Transformação PBD_Tangente - Área de estudo (A).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura C14 - Plot Q-Q Normal -Transformação PBD_Tangente - Área de estudo (A).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura C15 - Dupla análise de variância de Friedman de amostras relacionadas por postos - Área de estudo (A).

Fonte: Elaborado pelo autor.

APÊNDICE D - ESTATÍSTICAS - ÁREA DE ESTUDO (B)

Tabela D1 - Estatística Descritiva - Transformação SGL - Área de estudo (B).

	Estatística	Erro padrão
Média	6,177	0,395
Intervalo de confiança de 95% para média	Limite inferior Limite superior	5,391 6,962
5% da média cortada	6,147	
Mediana	6,450	
Variação	12,773	
Desvio padrão	3,574	
Mínimo	0,302	
Máximo	13,475	
Range	13,173	
Intervalo interquartil	6,110	
Assimetria	0,104	0,266
Kurtosis	-1,099	0,526

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela D2 - Estatística Descritiva - Transformação de Helmert_2D - Área de estudo (B).

	Estatística	Erro padrão
Média	2,769	0,207
Intervalo de confiança de 95% para média	Limite inferior Limite superior	2,357 3,181
5% da média cortada	2,697	
Mediana	2,239	
Variação	3,517	
Desvio padrão	1,875	
Mínimo	0,132	
Máximo	7,522	
Range	7,390	
Intervalo interquartil	2,842	
Assimetria	0,619	0,266
Kurtosis	-0,697	0,526

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela D3 - Estatística Descritiva - Transformação de Helmert_2D_Comb - Área de estudo (B).

	Estatística	Erro padrão
Média	2,851	0,225
Intervalo de confiança de 95% para média	Limite inferior Limite superior	2,404 3,298
5% da média cortada	2,763	
Mediana	2,131	
Variação	4,143	
Desvio padrão	2,035	
Mínimo	0,122	
Máximo	7,755	
Range	7,633	
Intervalo interquartil	3,022	
Assimetria	0,699	0,266
Kurtosis	-0,642	0,526

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela D4 - Estatística Descritiva - Transformação SGL_NBR - Área de estudo (B).

	Estatística	Erro padrão
Média	6,230	0,397
Intervalo de confiança de 95% para média	Limite inferior	
	Limite superior	
	5,439	
5% da média cortada	6,181	
Mediana	6,347	
Variação	12,950	
Desvio padrão	3,599	
Mínimo	0,520	
Máximo	13,612	
Range	13,092	
Intervalo interquartil	5,483	
Assimetria	0,147	0,266
Kurtosis	-1,025	0,526

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela D5 - Estatística Descritiva - Transformação SGL_NBRGarnes - Área de estudo (B).

	Estatística	Erro padrão
Média	6,177	0,395
Intervalo de confiança de 95% para média	Limite inferior	
	Limite superior	
	5,391	
	6,962	
5% da média cortada	6,147	
Mediana	6,450	
Variação	12,773	
Desvio padrão	3,574	
Mínimo	0,302	
Máximo	13,475	
Range	13,173	
Intervalo interquartil	6,110	
Assimetria	0,104	0,266
Kurtosis	-1,099	0,526

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela D6- Estatística Descritiva - Transformação UTM_Redução - Área de estudo (B).

	Estatística	Erro padrão
Média	6,226	0,396
Intervalo de confiança de 95% para média	Limite inferior	
	Limite superior	
	5,437	
	7,014	
5% da média cortada	6,201	
Mediana	6,522	
Variação	12,885	
Desvio padrão	3,590	
Mínimo	0,276	
Máximo	13,436	
Range	13,160	
Intervalo interquartil	6,065	
Assimetria	0,050	0,266
Kurtosis	-1,141	0,526

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela D7 - Estatística Descritiva - Transformação PBD_Tangente - Área de estudo (B).

		Estatística	Erro padrão
Média		6,955	0,460
Intervalo de confiança de 95% para média	Limite inferior	6,041	
	Limite superior	7,870	
5% da média cortada		6,925	
Mediana		7,481	
Variação		17,316	
Desvio padrão		4,161	
Mínimo		0,228	
Máximo		14,022	
Range		13,794	
Intervalo interquartil		6,887	
Assimetria		0,086	0,266
Kurtosis		-1,123	0,526

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela D8 - Testes de Normalidade - Área de estudo (B).

Transformações	Kolmogorov-Smirnov^a			Shapiro-Wilk		
	Estatística	gl	Sig.	Estatística	gl	Sig.
SGL	,084	82	,200*	,954	82	,005
Helmert_2D	,124	82	,003	,927	82	,000
Helmert_2D_Comb	,150	82	,000	,913	82	,000
SGL_NBR	,087	82	,185	,956	82	,007
SGL_NBRGarnes	,084	82	,200*	,954	82	,005
UTM_Redução	,087	82	,185	,952	82	,004
PBD_Tangente	,094	82	,069	,941	82	,001

* Este é um limite inferior da significância verdadeira.

a. Lilliefors Significance Correction.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura D1 - Histograma - Transformação SGL - Área de estudo (B).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura D2 - Plot Q-Q Normal - Transformação SGL - Área de estudo (B).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura D3 - Histograma - Transformação de Helmert_2D - Área de estudo (B).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura D4 - Plot Q-Q Normal - Transformação de Helmert_2D - Área de estudo (B).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura D5 - Histograma - Transformação de Helmert_2D_Comb - Área de estudo (B).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura D6 - Plot Q-Q Normal - Transformação de Helmert_2D_Comb - Área de estudo (B).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura D7 - Histograma - Transformação SGL_NBR - Área de estudo (B).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura D8 - Plot Q-Q Normal - Transformação SGL_NBR - Área de estudo (B).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura D9 - Histograma - Transformação SGL_NBRGarnes - Área de estudo (B).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura D10 - Plot Q-Q Normal -Transformação SGL_NBRGarnes - Área de estudo (B).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura D11 - Histograma - Transformação UTM_Redução - Área de estudo (B).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura D12 - Plot Q-Q Normal -Transformação UTM_Redução - Área de estudo (B).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura D13 - Histograma - Transformação PBD_Tangente - Área de estudo (B).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura D14 - Plot Q-Q Normal -Transformação PBD_Tangente - Área de estudo (B).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura D15 - Dupla análise de variância de Friedman de amostras relacionadas por postos - Área de estudo (B).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura D16 - Estatísticas do teste de *post-hoc* para cada um dos pares - Área de estudo (B).

Amostra1-Amostra2	Estatística de Teste	Erro Padrão	Estatística de Teste Padrão	Sig.	Sig. Aj.
Helmert_2D-Helmert_2D_Comb	-,110	,337	-,325	,745	1,000
Helmert_2D-SGL	1,939	,337	5,747	,000	,000
Helmert_2D-SGL_NBRGarnes	-1,939	,337	-5,747	,000	,000
Helmert_2D-UTM_Redução	-1,982	,337	-5,874	,000	,000
Helmert_2D-SGL_NBR	-2,274	,337	-6,741	,000	,000
Helmert_2D-PBD_Tangente	-3,665	,337	-10,862	,000	,000
Helmert_2D_Comb-SGL	1,829	,337	5,422	,000	,000
Helmert_2D_Comb-SGL_NBRGarnes	-1,829	,337	-5,422	,000	,000
Helmert_2D_Comb-UTM_Redução	-1,872	,337	-5,549	,000	,000
Helmert_2D_Comb-SGL_NBR	-2,165	,337	-6,416	,000	,000
Helmert_2D_Comb-PBD_Tangente	-3,555	,337	-10,537	,000	,000
SGL-SGL_NBRGarnes	,000	,337	,000	1,000	1,000
SGL-UTM_Redução	-,043	,337	-,127	,899	1,000
SGL-SGL_NBR	-,335	,337	-,994	,320	1,000
SGL-PBD_Tangente	-1,726	,337	-5,115	,000	,000
SGL_NBRGarnes-UTM_Redução	-,043	,337	-,127	,899	1,000
SGL_NBRGarnes-SGL_NBR	,335	,337	,994	,320	1,000
SGL_NBRGarnes-PBD_Tangente	-1,726	,337	-5,115	,000	,000
UTM_Redução-SGL_NBR	,293	,337	,868	,386	1,000
UTM_Redução-PBD_Tangente	-1,683	,337	-4,988	,000	,000
SGL_NBR-PBD_Tangente	-1,390	,337	-4,121	,000	,001

Cada fileira testa a hipótese nula de que as distribuições de Amostra 1 e Amostra 2 são a mesma. Significâncias assintóticas (testes de 2 lados) são exibidas. O nível de significância é ,05.

Fonte: Elaborado pelo autor.

APÊNDICE E - ESTATÍSTICAS - ÁREA DE ESTUDO (C)

Tabela E1 - Estatística Descritiva - Transformação SGL - Área de estudo (C).

		Estatística	Erro padrão
Média		9,040	0,512
Intervalo de confiança de 95% para média	Limite inferior	8,027	
	Limite superior	10,053	
5% da média cortada		8,823	
Mediana		8,701	
Variação		31,153	
Desvio padrão		5,582	
Mínimo		0,263	
Máximo		22,741	
Range		22,478	
Intervalo interquartil		7,493	
Assimetria		0,422	0,222
Kurtosis		-0,524	0,440

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela E2 - Estatística Descritiva - Transformação de Helmert_2D - Área de estudo (C).

		Estatística	Erro padrão
Média		5,123	0,179
Intervalo de confiança de 95% para média	Limite inferior	4,770	
	Limite superior	5,477	
5% da média cortada		5,144	
Mediana		5,445	
Variação		3,794	
Desvio padrão		1,948	
Mínimo		0,230	
Máximo		9,727	
Range		9,497	
Intervalo interquartil		2,126	
Assimetria		-0,323	0,222
Kurtosis		-0,070	0,440

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela E3 - Estatística Descritiva - Transformação de Helmert_2D_Comb - Área de estudo (C).

		Estatística	Erro padrão
Média		5,376	0,194
Intervalo de confiança de 95% para média	Limite inferior	4,993	
	Limite superior	5,760	
5% da média cortada		5,358	
Mediana		5,459	
Variação		4,460	
Desvio padrão		2,112	
Mínimo		0,833	
Máximo		10,933	
Range		10,100	
Intervalo interquartil		2,734	
Assimetria		-0,040	0,222
Kurtosis		0,022	0,440

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela E4 - Estatística Descritiva - Transformação SGL_NBR - Área de estudo (C).

		Estatística	Erro padrão
Média		8,977	0,495
Intervalo de confiança de 95% para média	Limite inferior	7,996	
	Limite superior	9,957	
5% da média cortada		8,766	
Mediana		8,616	
Variação		29,171	
Desvio padrão		5,401	
Mínimo		0,520	
Máximo		22,671	
Range		22,151	
Intervalo interquartil		7,193	
Assimetria		0,377	0,222
Kurtosis		-0,503	0,440

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela E5 - Estatística Descritiva - Transformação SGL_NBRGarnes - Área de estudo (C).

		Estatística	Erro padrão
Média		8,993	0,505
Intervalo de confiança de 95% para média	Limite inferior	7,994	
	Limite superior	9,993	
5% da média cortada		8,778	
Mediana		8,830	
Variação		30,289	
Desvio padrão		5,504	
Mínimo		0,302	
Máximo		22,637	
Range		22,335	
Intervalo interquartil		7,211	
Assimetria		0,409	0,222
Kurtosis		-0,506	0,440

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela E6 - Estatística Descritiva - Transformação UTM_Redução - Área de estudo (C).

		Estatística	Erro padrão
Média		9,544	0,548
Intervalo de confiança de 95% para média	Limite inferior	8,459	
	Limite superior	10,630	
5% da média cortada		9,302	
Mediana		9,345	
Variação		35,783	
Desvio padrão		5,982	
Mínimo		0,276	
Máximo		24,536	
Range		24,260	
Intervalo interquartil		7,964	
Assimetria		0,444	0,222
Kurtosis		-0,469	0,440

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela E7 - Estatística Descritiva - Transformação PBD_Tangente - Área de estudo (C).

		Estatística	Erro padrão
Média		10,599	0,600
Intervalo de confiança de 95% para média	Limite inferior	9,412	
	Limite superior	11,787	
5% da média cortada		10,379	
Mediana		10,347	
Variação		42,801	
Desvio padrão		6,542	
Mínimo		0,228	
Máximo		26,147	
Range		25,919	
Intervalo interquartil		9,386	
Assimetria		0,288	0,222
Kurtosis		-0,684	0,440

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela E8 - Testes de Normalidade - Área de estudo (C).

Transformações	Kolmogorov-Smirnov^a			Shapiro-Wilk		
	Estatística	gl	Sig.	Estatística	gl	Sig.
SGL	,069	119	,200*	,963	119	,002
Helmert_2D	,091	119	,016	,978	119	,051
Helmert_2D_Comb	,074	119	,160	,985	119	,224
SGL_NBR	,067	119	,200*	,966	119	,004
SGL_NBRGarnes	,074	119	,153	,964	119	,003
UTM_Redução	,077	119	,082	,963	119	,002
PBD_Tangente	,074	119	,158	,965	119	,003

* Este é um limite inferior da significância verdadeira.

a. Lilliefors Significance Correction.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura E1 - Histograma - Transformação SGL - Área de estudo (C).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura E2 - Plot Q-Q Normal - Transformação SGL - Área de estudo (C).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura E3 - Histograma - Transformação de Helmert_2D - Área de estudo (C).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura E4 - Plot Q-Q Normal - Transformação de Helmert_2D - Área de estudo (C).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura E5 - Histograma - Transformação de Helmert_2D_Comb - Área de estudo (C).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura E6 - Plot Q-Q Normal - Transformação de Helmert_2D_Comb - Área de estudo (C).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura E7 - Histograma - Transformação SGL_NBR - Área de estudo (C).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura E8 - Plot Q-Q Normal - Transformação SGL_NBR - Área de estudo (C).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura E9 - Histograma - Transformação SGL_NBRGarnes - Área de estudo (C).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura E10 - Plot Q-Q Normal -Transformação SGL_NBRGarnes - Área de estudo (C).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura E11 - Histograma - Transformação UTM_Redução - Área de estudo (C).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura E12 - Plot Q-Q Normal -Transformação UTM_Redução - Área de estudo (C).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura E13 - Histograma - Transformação PBD_Tangente - Área de estudo (C).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura E14 - Plot Q-Q Normal -Transformação PBD_Tangente - Área de estudo (C).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura E15 - Dupla análise de variância de Friedman de amostras relacionadas por postos - Área de estudo (C).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura E16 - Estatísticas do teste de *post-hoc* para cada um dos pares - Área de estudo (C).

Amostra1-Amostra2	Estatística de Teste	Erro Padrão	Estatística de Teste Padrão	Sig.	Sig. Aj.
Helmert_2D-Helmert_2D_Comb	-,454	,280	-1,620	,105	1,000
Helmert_2D-SGL_NBRGarnes	-1,328	,280	-4,741	,000	,000
Helmert_2D-SGL	1,349	,280	4,816	,000	,000
Helmert_2D-SGL_NBR	-1,525	,280	-5,446	,000	,000
Helmert_2D-UTM_Redução	-1,756	,280	-6,271	,000	,000
Helmert_2D-PBD_Tangente	-3,353	,280	-11,972	,000	,000
Helmert_2D_Comb-SGL_NBRGarnes	-,874	,280	-3,121	,002	,038
Helmert_2D_Comb-SGL	,895	,280	3,196	,001	,029
Helmert_2D_Comb-SGL_NBR	-1,071	,280	-3,826	,000	,003
Helmert_2D_Comb-UTM_Redução	-1,303	,280	-4,651	,000	,000
Helmert_2D_Comb-PBD_Tangente	-2,899	,280	-10,352	,000	,000
SGL_NBRGarnes-SGL	,021	,280	,075	,940	1,000
SGL_NBRGarnes-SGL_NBR	,197	,280	,705	,481	1,000
SGL_NBRGarnes-UTM_Redução	-,429	,280	-1,530	,126	1,000
SGL_NBRGarnes-PBD_Tangente	-2,025	,280	-7,231	,000	,000
SGL-SGL_NBR	-,176	,280	-,630	,529	1,000
SGL-UTM_Redução	-,408	,280	-1,455	,146	1,000
SGL-PBD_Tangente	-2,004	,280	-7,156	,000	,000
SGL_NBR-UTM_Redução	-,231	,280	-,825	,409	1,000
SGL_NBR-PBD_Tangente	-1,828	,280	-6,526	,000	,000
UTM_Redução-PBD_Tangente	-1,597	,280	-5,701	,000	,000

Cada fileira testa a hipótese nula de que as distribuições de Amostra 1 e Amostra 2 são a mesma. Significâncias assintóticas (testes de 2 lados) são exibidas. O nível de significância é ,05.

Fonte: Elaborado pelo autor.

ANEXO A - Transformação de coordenadas geodésicas (φ, λ, h) em coordenadas cartesianas espaciais geocêntricas (X, Y, Z)

As coordenadas geodésicas (φ, λ, h) do ponto (P) podem ser expressas pelo terno (X, Y, Z) aplicando o conjunto de Equações (A1) (HOFMANN-WELLENHOF; LICHTENEGGER; WASLE, 2008):

$$\begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N + h) \times \cos \varphi \times \cos \lambda \\ (N + h) \times \cos \varphi \times \sin \lambda \\ [(1 - e^2) \times N + h] \times \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (\text{A1})$$

sendo;

N_p : o raio da curvatura da seção normal ao plano meridiano do elipsoide em (P);

e : primeira excentricidade.

O processo inverso é obtido aplicando as equações e a sequência de etapas de cálculo do método iterativo (HOFMANN-WELLENHOF; LICHTENEGGER; WASLE, 2008), apresentadas a seguir:

1. Cálculo de p

$$p = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (\text{A2})$$

2. Cálculo aproximado de $\varphi_{(0)}$

$$\tan \varphi_{(0)} = \frac{Z}{p} \times (1 - e^2)^{-1} \quad (\text{A3})$$

3. Cálculo aproximado de $N_{(0)}$

$$N_{(0)} = \frac{a}{\sqrt{(1 - e^2 \times \sin^2 \varphi_{(0)})}} \quad (\text{A4})$$

4. Cálculo da altitude geométrica

$$h = \frac{p}{\cos \varphi_{(0)}} - N_{(0)} \quad (\text{A5})$$

5. Cálculo para latitude do ponto

$$\tan \varphi = \frac{Z}{p} \times \left(1 - e^2 \times \frac{N_{(0)}}{N_{(0)} + h} \right)^{-1} \quad (\text{A6})$$

Por fim, verifica-se a necessidade de realizar uma nova iteração. Se $\varphi_{(0)} = \varphi$, o processo iterativo é finalizado. Caso contrário, deve-se substituir $\varphi_{(0)}$ por φ e, então, retornar à etapa (3).

Para obter a longitude do ponto aplica-se a Equação (A7):

$$\tan \lambda = \frac{Y}{X} \quad (\text{A7})$$

ANEXO B - Transformação de coordenadas geodésicas (φ, λ) em coordenadas na Projeção de Baixa Deformação (X_{PBD}, Y_{PBD})

A seguir, são apresentadas as equações baseadas na publicação de Krakiwsky (1973), para o problema direto, ou seja, as equações para a transformação de coordenadas geodésicas (φ, λ) em coordenadas na projeção Transversa de Mercator (X_{TM}, Y_{TM})¹¹.

$$\begin{aligned}
 X_{TM} = & S_{\varphi} + \frac{N \times \Delta\lambda^2}{2} \times \sin\varphi \times \cos\varphi + \frac{N \times \Delta\lambda^4}{24} \times \\
 & \times \sin\varphi \times \cos^3\varphi \times (5 - t^2 + 9 \times \eta^2 + 4 \times \eta^4) + \frac{N \times \Delta\lambda^6}{720} \times \sin\varphi \times \cos^5\varphi \times \\
 & \times (61 - 58 \times t^2 + t^4 + 270 \times \eta^2 - 330 \times \eta^2 \times t^2 + 445 \times \eta^4 + 324 \times \eta^6 - \\
 & - 680 \times \eta^4 \times t^2 + 88 \times \eta^8 - 600 \times \eta^6 \times t^2 - 192 \times \eta^8 \times t^2) + \\
 & + \frac{N \times \Delta\lambda^8}{40320} \times \sin\varphi \times \cos^7\varphi \times (1385 - 311 \times t^2 + 543 \times t^4 - t^6)
 \end{aligned} \tag{B1}$$

$$\begin{aligned}
 Y_{TM} = & N \times \Delta\lambda \times \cos\varphi + \frac{N \times \Delta\lambda^3}{6} \times \cos^3\varphi \times (1 - t^2 + \eta^2) + \\
 & + \frac{N \times \Delta\lambda^5}{120} \times \cos^5\varphi \times (5 - 18 \times t^2 + t^4 + 14 \times \eta^2 - \\
 & - 58 \times \eta^2 \times t^2 + 13 \times \eta^4 + 4 \times \eta^6 - 64 \times \eta^4 \times t^2 - 24 \times \eta^6 \times t^2) + \\
 & + \frac{N \times \Delta\lambda^7}{5040} \times \cos^7\varphi \times (61 - 479 \times t^2 + 179 \times t^4 - t^6)
 \end{aligned} \tag{B2}$$

Sendo,

$$t = \tan\varphi \tag{B3}$$

¹¹ As equações acima produzem valores de (X_{TM}) e (Y_{TM}) com acurácia milimétrica (1mm) para pontos com afastamento de até 3° do meridiano central (KRAKIWSKY, 1973).

$$\eta^2 = e'^2 \times \cos^2 \varphi \quad (\text{B4})$$

$$N = \frac{a}{\sqrt{(1 - e^2 \times \sin^2 \varphi)}} \quad (\text{B5})$$

a: semieixo maior do elipsoide;

b: semieixo menor do elipsoide;

$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$: em radianos;

e^2 : a primeira excentricidade ao quadrado, dada pela Equação (B6):

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \quad (\text{B6})$$

e'^2 : a segunda excentricidade ao quadrado, dada pela Equação (B7):

$$e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2} \quad (\text{B7})$$

O comprimento de arco do meridiano (S_φ), contado a partir do Equador até o ponto de latitude φ , é calculado pela Equação (B8), apresentada a seguir:

$$S_\varphi = a \times \left[A_0 \times \varphi - A_2 \times \sin(2 \times \varphi) + A_4 \times \sin(4 \times \varphi) - A_6 \times \sin(6 \times \varphi) + A_8 \times \sin(8 \times \varphi) \right] \quad (\text{B8})$$

Sendo,

$$A_0 = 1 - \frac{1}{4} \times e^2 - \frac{3}{64} \times e^4 - \frac{5}{256} \times e^6 - \frac{175}{16384} \times e^8 \quad (\text{B9})$$

$$A_2 = \frac{3}{8} \times \left(e^2 + \frac{1}{4} \times e^4 + \frac{15}{128} \times e^6 - \frac{455}{4096} \times e^8 \right) \quad (\text{B10})$$

$$A_4 = \frac{15}{256} \times \left(e^4 + \frac{3}{4} \times e^6 - \frac{77}{128} \times e^8 \right) \quad (\text{B11})$$

$$A_6 = \frac{35}{3072} \times \left(e^6 - \frac{41}{32} \times e^8 \right) \quad (\text{B12})$$

$$A_8 = -\frac{315}{131072} \times e^8 \quad (B13)$$

φ : em radianos;

e^2 : a primeira excentricidade ao quadrado do elipsoide, dada pela Equação (B6) apresentada acima.

Assim, uma vez obtidas as coordenadas na projeção Transversa de Mercator (X_{TM} , Y_{TM}) pode-se obter as coordenadas dos pontos na Projeção de Baixa Deformação por meio das Equações (B14) e (B15) apresentadas a seguir:

$$X_{PBD} = Y_{TM} \times k_0 + \text{constante} \quad (B14)$$

$$Y_{PBD} = X_{TM} \times k_0 + \text{constante} \quad (B15)$$

ANEXO C - Valor de z tabelado corrigido para o número de comparações realizadas ($z_{\alpha/c \times (c-1)}$)

z	Larger Portion	Smaller Portion	y	z	Larger Portion	Smaller Portion	y
0.00	0.50000	0.50000	0.3989	0.19	0.57535	0.42465	0.3918
0.01	0.50399	0.49601	0.3989	0.20	0.57926	0.42074	0.3910
0.02	0.50798	0.49202	0.3989	0.21	0.58317	0.41683	0.3902
0.03	0.51197	0.48803	0.3988	0.22	0.58706	0.41294	0.3894
0.04	0.51595	0.48405	0.3986	0.23	0.59095	0.40905	0.3885
0.05	0.51994	0.48006	0.3984	0.24	0.59483	0.40517	0.3876
0.06	0.52392	0.47608	0.3982	0.25	0.59871	0.40129	0.3867
0.07	0.52790	0.47210	0.3980	0.26	0.60257	0.39743	0.3857
0.08	0.53188	0.46812	0.3977	0.27	0.60642	0.39358	0.3847
0.09	0.53586	0.46414	0.3973	0.28	0.61026	0.38974	0.3836
0.10	0.53983	0.46017	0.3970	0.29	0.61409	0.38591	0.3825
0.11	0.54380	0.45620	0.3965	0.30	0.61791	0.38209	0.3814
0.12	0.54776	0.45224	0.3961	0.31	0.62172	0.37828	0.3802
0.13	0.55172	0.44828	0.3956	0.32	0.62552	0.37448	0.3790
0.14	0.55567	0.44433	0.3951	0.33	0.62930	0.37070	0.3778
0.15	0.55962	0.44038	0.3945	0.34	0.63307	0.36693	0.3765
0.16	0.56356	0.43644	0.3939	0.35	0.63683	0.36317	0.3752
0.17	0.56749	0.43251	0.3932	0.36	0.64058	0.35942	0.3739
0.18	0.57142	0.42858	0.3925	0.37	0.64431	0.35569	0.3725
0.38	0.64803	0.35197	0.3712	0.98	0.83646	0.16354	0.2468
0.39	0.65173	0.34827	0.3697	0.99	0.83891	0.16109	0.2444
0.40	0.65542	0.34458	0.3683	1.00	0.84134	0.15866	0.2420
0.41	0.65910	0.34090	0.3668	1.01	0.84375	0.15625	0.2396
0.42	0.66276	0.33724	0.3653	1.02	0.84614	0.15386	0.2371
0.43	0.66640	0.33360	0.3637	1.03	0.84849	0.15151	0.2347
0.44	0.67003	0.32997	0.3621	1.04	0.85083	0.14917	0.2323
0.45	0.67364	0.32636	0.3605	1.05	0.85314	0.14686	0.2299
0.46	0.67724	0.32276	0.3589	1.06	0.85543	0.14457	0.2275
0.47	0.68082	0.31918	0.3572	1.07	0.85769	0.14231	0.2251
0.48	0.68439	0.31561	0.3555	1.08	0.85993	0.14007	0.2227
0.49	0.68793	0.31207	0.3538	1.09	0.86214	0.13786	0.2203
0.50	0.69146	0.30854	0.3521	1.10	0.86433	0.13567	0.2179
0.51	0.69497	0.30503	0.3503	1.11	0.86650	0.13350	0.2155
0.52	0.69847	0.30153	0.3485	1.12	0.86864	0.13136	0.2131
0.53	0.70194	0.29806	0.3467	1.13	0.87076	0.12924	0.2107
0.54	0.70540	0.29460	0.3448	1.14	0.87286	0.12714	0.2083
0.55	0.70884	0.29116	0.3429	1.15	0.87493	0.12507	0.2059
0.56	0.71226	0.28774	0.3410	1.16	0.87698	0.12302	0.2036
0.57	0.71566	0.28434	0.3391	1.17	0.87900	0.12100	0.2012
0.58	0.71904	0.28096	0.3372	1.18	0.88100	0.11900	0.1989
0.59	0.72240	0.27760	0.3352	1.19	0.88298	0.11702	0.1965
0.60	0.72575	0.27425	0.3332	1.20	0.88493	0.11507	0.1942
0.61	0.72907	0.27093	0.3312	1.21	0.88686	0.11314	0.1919
0.62	0.73237	0.26763	0.3292	1.22	0.88877	0.11123	0.1895
0.63	0.73565	0.26435	0.3271	1.23	0.89065	0.10935	0.1872
0.64	0.73891	0.26109	0.3251	1.24	0.89251	0.10749	0.1849
0.65	0.74215	0.25785	0.3230	1.25	0.89435	0.10565	0.1826

continua

z	Larger Portion	Smaller Portion	y	z	Larger Portion	Smaller Portion	y
0.66	0.74537	0.25463	0.3209	1.26	0.89617	0.10383	0.1804
0.67	0.74857	0.25143	0.3187	1.27	0.89796	0.10204	0.1781
0.68	0.75175	0.24825	0.3166	1.28	0.89973	0.10027	0.1758
0.69	0.75490	0.24510	0.3144	1.29	0.90147	0.09853	0.1736
0.70	0.75804	0.24196	0.3123	1.30	0.90320	0.09680	0.1714
0.71	0.76115	0.23885	0.3101	1.31	0.90490	0.09510	0.1691
0.72	0.76424	0.23576	0.3079	1.32	0.90658	0.09342	0.1669
0.73	0.76730	0.23270	0.3056	1.33	0.90824	0.09176	0.1647
0.74	0.77035	0.22965	0.3034	1.34	0.90988	0.09012	0.1626
0.75	0.77337	0.22663	0.3011	1.35	0.91149	0.08851	0.1604
0.76	0.77637	0.22363	0.2989	1.36	0.91309	0.08691	0.1582
0.77	0.77935	0.22065	0.2966	1.37	0.91466	0.08534	0.1561
0.78	0.78230	0.21770	0.2943	1.38	0.91621	0.08379	0.1539
0.79	0.78524	0.21476	0.2920	1.39	0.91774	0.08226	0.1518
0.80	0.78814	0.21186	0.2897	1.40	0.91924	0.08076	0.1497
0.81	0.79103	0.20897	0.2874	1.41	0.92073	0.07927	0.1476
0.82	0.79389	0.20611	0.2850	1.42	0.92220	0.07780	0.1456
0.83	0.79673	0.20327	0.2827	1.43	0.92364	0.07636	0.1435
0.84	0.79955	0.20045	0.2803	1.44	0.92507	0.07493	0.1415
0.85	0.80234	0.19766	0.2780	1.45	0.92647	0.07353	0.1394
0.86	0.80511	0.19489	0.2756	1.46	0.92785	0.07215	0.1374
0.87	0.80785	0.19215	0.2732	1.47	0.92922	0.07078	0.1354
0.88	0.81057	0.18943	0.2709	1.48	0.93056	0.06944	0.1334
0.89	0.81327	0.18673	0.2685	1.49	0.93189	0.06811	0.1315
0.90	0.81594	0.18406	0.2661	1.50	0.93319	0.06681	0.1295
0.91	0.81859	0.18141	0.2637	1.51	0.93448	0.06552	0.1276
0.92	0.82121	0.17879	0.2613	1.52	0.93574	0.06426	0.1257
0.93	0.82381	0.17619	0.2589	1.53	0.93699	0.06301	0.1238
0.94	0.82639	0.17361	0.2565	1.54	0.93822	0.06178	0.1219
0.95	0.82894	0.17106	0.2541	1.55	0.93943	0.06057	0.1200
0.96	0.83147	0.16853	0.2516	1.56	0.94062	0.05938	0.1182
0.97	0.83398	0.16602	0.2492	1.57	0.94179	0.05821	0.1163
1.58	0.94295	0.05705	0.1145	2.18	0.98537	0.01463	0.0371
1.59	0.94408	0.05592	0.1127	2.19	0.98574	0.01426	0.0363
1.60	0.94520	0.05480	0.1109	2.20	0.98610	0.01390	0.0355
1.61	0.94630	0.05370	0.1092	2.21	0.98645	0.01355	0.0347
1.62	0.94738	0.05262	0.1074	2.22	0.98679	0.01321	0.0339
1.63	0.94845	0.05155	0.1057	2.23	0.98713	0.01287	0.0332
1.64	0.94950	0.05050	0.1040	2.24	0.98745	0.01255	0.0325
1.65	0.95053	0.04947	0.1023	2.25	0.98778	0.01222	0.0317
1.66	0.95154	0.04846	0.1006	2.26	0.98809	0.01191	0.0310
1.67	0.95254	0.04746	0.0989	2.27	0.98840	0.01160	0.0303
1.68	0.95352	0.04648	0.0973	2.28	0.98870	0.01130	0.0297
1.69	0.95449	0.04551	0.0957	2.29	0.98899	0.01101	0.0290
1.70	0.95543	0.04457	0.0940	2.30	0.98928	0.01072	0.0283
1.71	0.95637	0.04363	0.0925	2.31	0.98956	0.01044	0.0277
1.72	0.95728	0.04272	0.0909	2.32	0.98983	0.01017	0.0270
1.73	0.95818	0.04182	0.0893	2.33	0.99010	0.00990	0.0264
1.74	0.95907	0.04093	0.0878	2.34	0.99036	0.00964	0.0258
1.75	0.95994	0.04006	0.0863	2.35	0.99061	0.00939	0.0252
1.76	0.96080	0.03920	0.0848	2.36	0.99086	0.00914	0.0246
1.77	0.96164	0.03836	0.0833	2.37	0.99111	0.00889	0.0241
1.78	0.96246	0.03754	0.0818	2.38	0.99134	0.00866	0.0235
1.79	0.96327	0.03673	0.0804	2.39	0.99158	0.00842	0.0229
1.80	0.96407	0.03593	0.0790	2.40	0.99180	0.00820	0.0224
1.81	0.96485	0.03515	0.0775	2.41	0.99202	0.00798	0.0219
1.82	0.96562	0.03438	0.0761	2.42	0.99224	0.00776	0.0213
1.83	0.96638	0.03362	0.0748	2.43	0.99245	0.00755	0.0208
1.84	0.96712	0.03288	0.0734	2.44	0.99266	0.00734	0.0203
1.85	0.96784	0.03216	0.0721	2.45	0.99286	0.00714	0.0198
1.86	0.96856	0.03144	0.0707	2.46	0.99305	0.00695	0.0194
1.87	0.96926	0.03074	0.0694	2.47	0.99324	0.00676	0.0189
1.88	0.96995	0.03005	0.0681	2.48	0.99343	0.00657	0.0184
1.89	0.97062	0.02938	0.0669	2.49	0.99361	0.00639	0.0180
1.90	0.97128	0.02872	0.0656	2.50	0.99379	0.00621	0.0175
1.91	0.97193	0.02807	0.0644	2.51	0.99396	0.00604	0.0171
1.92	0.97257	0.02743	0.0632	2.52	0.99413	0.00587	0.0167
1.93	0.97320	0.02680	0.0620	2.53	0.99430	0.00570	0.0163
1.94	0.97381	0.02619	0.0608	2.54	0.99446	0.00554	0.0158
1.95	0.97441	0.02559	0.0596	2.55	0.99461	0.00539	0.0154

continuação

z	Larger Portion	Smaller Portion	y	z	Larger Portion	Smaller Portion	y
1.96	0.97500	0.02500	0.0584	2.56	0.99477	0.00523	0.0151
1.97	0.97558	0.02442	0.0573	2.57	0.99492	0.00508	0.0147
1.98	0.97615	0.02385	0.0562	2.58	0.99506	0.00494	0.0143
1.99	0.97670	0.02330	0.0551	2.59	0.99520	0.00480	0.0139
2.00	0.97725	0.02275	0.0540	2.60	0.99534	0.00466	0.0136
2.01	0.97778	0.02222	0.0529	2.61	0.99547	0.00453	0.0132
2.02	0.97831	0.02169	0.0519	2.62	0.99560	0.00440	0.0129
2.03	0.97882	0.02118	0.0508	2.63	0.99573	0.00427	0.0126
2.04	0.97932	0.02068	0.0498	2.64	0.99585	0.00415	0.0122
2.05	0.97982	0.02018	0.0488	2.65	0.99598	0.00402	0.0119
2.06	0.98030	0.01970	0.0478	2.66	0.99609	0.00391	0.0116
2.07	0.98077	0.01923	0.0468	2.67	0.99621	0.00379	0.0113
2.08	0.98124	0.01876	0.0459	2.68	0.99632	0.00368	0.0110
2.09	0.98169	0.01831	0.0449	2.69	0.99643	0.00357	0.0107
2.10	0.98214	0.01786	0.0440	2.70	0.99653	0.00347	0.0104
2.11	0.98257	0.01743	0.0431	2.71	0.99664	0.00336	0.0101
2.12	0.98300	0.01700	0.0422	2.72	0.99674	0.00326	0.0099
2.13	0.98341	0.01659	0.0413	2.73	0.99683	0.00317	0.0096
2.14	0.98382	0.01618	0.0404	2.74	0.99693	0.00307	0.0093
2.15	0.98422	0.01578	0.0396	2.75	0.99702	0.00298	0.0091
2.16	0.98461	0.01539	0.0387	2.76	0.99711	0.00289	0.0088
2.17	0.98500	0.01500	0.0379	2.77	0.99720	0.00280	0.0086
2.78	0.99728	0.00272	0.0084	2.93	0.99831	0.00169	0.0055
2.79	0.99736	0.00264	0.0081	2.94	0.99836	0.00164	0.0053
2.80	0.99744	0.00256	0.0079	2.95	0.99841	0.00159	0.0051
2.81	0.99752	0.00248	0.0077	2.96	0.99846	0.00154	0.0050
2.82	0.99760	0.00240	0.0075	2.97	0.99851	0.00149	0.0048
2.83	0.99767	0.00233	0.0073	2.98	0.99856	0.00144	0.0047
2.84	0.99774	0.00226	0.0071	2.99	0.99861	0.00139	0.0046
2.85	0.99781	0.00219	0.0069	3.00	0.99865	0.00135	0.0044
2.86	0.99788	0.00212	0.0067	⋮	⋮	⋮	⋮
2.87	0.99795	0.00205	0.0065	3.25	0.99942	0.00058	0.0020
2.88	0.99801	0.00199	0.0063	⋮	⋮	⋮	⋮
2.89	0.99807	0.00193	0.0061	3.50	0.99977	0.00023	0.0009
2.90	0.99813	0.00187	0.0060	⋮	⋮	⋮	⋮
2.91	0.99819	0.00181	0.0058	4.00	0.99997	0.00003	0.0001
2.92	0.99825	0.00175	0.0056				

Conclusão.

Fonte: FIELD (2011).