ADRIANA GOULART DOS SANTOS

**Método para o georreferenciamento de mapas urbanos
baseado na atribuição de pesos aos pontos de controle**

Tese apresentada à Escola de Engenharia de
São Carlos, da Universidade de São Paulo,
como parte dos requisitos para a obtenção do
título de Doutor em Ciências, Programa de Pós-
Graduação em Engenharia de Transportes –
Área de Infraestrutura de Transportes.

ORIENTADOR: Prof. Associado Paulo César Lima Segantine

COORIENTADOR: Prof. Dr. Irineu da Silva

São Carlos
2009

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

**Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC-USP**

DEDICATÓRIA

**Aos meus pais queridos pais, Noel e Ieda,
Pelo constante incentivo e grande amor dedicado.**

**Ao meu irmão Rogerio e à minha prima Vanessa,
Como estímulo à busca do conhecimento.**

AGRADECIMENTOS

A Deus pela paz, o amor, o conhecimento e a motivação que tem me concedido no decorrer de minha vida.

Aos Professores Paulo César Lima Segantine e Irineu da Silva pela valiosa orientação e contribuições concedidas durante todas as etapas de realização deste trabalho.

Aos meus pais, Noel e Ieda, a quem dedico as minhas alegrias e os bons resultados do meu trabalho pelo carinho e incentivo ao longo de todas as etapas de minha vida.

Aos professores do Departamento de Transportes da Escola de Engenharia de São Carlos pelos conhecimentos transmitidos ao longo desses anos.

Ao professor Oziride Manzoli Neto pelas sugestões para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao professor Mário de Castro Andrade Filho pelas contribuições na etapa de finalização deste trabalho.

Ao funcionário do Departamento de Transportes Paulo Sérgio Batista pela participação dedicada e prestativa durante todas as etapas de coleta de dados para a realização da parte experimental deste trabalho.

Aos colegas e amigos Cláudio Bielenki Júnior, Gustavo da Silveira, Mauro Menzori e Rochele Ribeiro pelo compartilhamento de conhecimentos e experiências.

Aos colegas Anderson Manzoli e Rodrigo Crespo pela grande ajuda dispensada durante o levantamento topográfico para a elaboração do mapa de calibração.

A amiga Nívea Pons pela concessão da imagem de satélite e fotos áreas usadas para a realização da parte metodológica deste trabalho.

Ao Luiz Antônio Pereira pelo empréstimo do receptor GNSS para a coleta de dados referente a parte experimental deste trabalho.

Aos amigos Adalberto Leandro Faxina e Ana Paula Furlan, agradeço a amizade e a experiência compartilhada.

Aos funcionários do Departamento de Transportes, em especial ao Carlos, Heloísa, Elizabeth, Magali, Suely, Alexandre e Vicente.

Ao CNPQ, pela concessão de uma bolsa de estudos.

RESUMO

SANTOS, A. G. Método para o georreferenciamento de mapas urbanos baseado na atribuição de pesos aos pontos de controle. São Carlos, 2009. 206 p. Tese (Doutorado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

Para o georreferenciamento das informações extraídas dos mapas digitais são usados modelos matemáticos de transformação geométrica de coordenadas. O desempenho da transformação de coordenadas está diretamente relacionado à exatidão das coordenadas dos pontos de controle identificados no mapa, uma vez que devido ao uso da tecnologia GNSS, não existe mais a dificuldade de se medir com exatidão coordenadas de pontos no terreno. Por esta razão, é possível obter um georreferenciamento admissível se as coordenadas dos pontos de controle forem posicionadas com exatidão sobre o mapa. Entretanto, como na maioria dos municípios do Brasil, os mapas são antigos, ou seja, desatualizados, existe uma dificuldade de se localizar pontos de controle bem determinados dentre os elementos geográficos representados no mapa. Dependendo da qualidade do mapa e pelo modo como foram identificadas no mesmo, estas coordenadas podem apresentar diferentes graus de confiabilidade, em função de suas exatidões. Tal fato, se não for levado em conta, pode prejudicar o desempenho da transformação de coordenadas, e dependendo da escala do mapa, inviabilizar um projeto ou estudo que dependa de uma boa exatidão de coordenadas de pontos oriundas de um produto cartográfico georreferenciado. Para evitar que o desempenho da transformação de coordenadas comprometa a fidelidade do georreferenciamento gerado, é importante que cada coordenada receba um peso apropriado de acordo com a sua exatidão. Neste contexto, o principal objetivo desta pesquisa foi desenvolver um método, validado através de um estudo de caso, que proporcionasse em função da exatidão das coordenadas dos pontos de controle identificadas no mapa digital, um resultado de georreferenciamento admissível a partir do modelo matemático empregado para transformação de coordenadas. Para isso, foi estudado como atribuir o peso ao ponto de controle em função da sua exatidão. A partir disso, o desempenho da transformação de coordenadas usando pesos foi avaliado tanto num mapa de calibração, de boa qualidade, quanto num mapa cuja qualidade posicional era desconhecida. Em ambos os mapas foram realizadas as mais variadas avaliações. Em todas as avaliações efetuadas o desempenho da transformação de coordenadas foi melhor quando foram atribuídos pesos aos pontos de controle em função da sua exatidão. Esta pesquisa levantou uma questão até então desconsiderada, que é a importância de se atribuir pesos às coordenadas dos pontos de controle em função da sua exatidão no mapa digital. O resultado do georreferenciamento se torna admissível quando esta consideração é levada em conta.

Palavras-chave: transformações de coordenadas, mapa digital, exatidão, peso, ponto de controle.

ABSTRACT

SANTOS, A. G. Method for the georeferencing of urban maps based on the attribution of weights to the control points. São Carlos, 2009. 206 p. Thesis (Doctoral). Engineering School of São Carlos, University of São Paulo. São Carlos, Brazil, 2009.

The mathematical model for the geometric transformation of coordinates is used to georeference information extrated from digital maps. The performance of coordinate transformation models is directly related to accuracy of control points identified in the map, since by means of the utilization of GNSS technology, it is not difficult to measure the coordinates of a point in the ground with accuracy. For this reason, it is possible to obtain a reliable georeferencing if the coordinates of the control points are accurately positioned on a map. However, as most of Brazilian municipal districts maps are old and out-of-date, it is difficult to locate a point accurately out of the geographic elements represented in the map. Depending on both the quality of the digital map and the technique used to locate the points, such coordinates may show distinct levels of reliability as a function of their accuracy. If the different accuracy of the control points is not taking into account, the performance of the coordinate transformation model can be reduced. Depending on map scale, this difference can make impracticable a study that depends on a good accuracy of the coordinates of points obtained from a georeferecend cartographic product. In order to avoid that the performance of the coordinate transformation model reduce the reliability of the georeferencing, it is important that each coordinate receives an appropriate weight according to its accuracy. In this context, the objective of this research was to develop a method, validated through a case study, that could impart reliability to georeferencing, as a function of the accuracy of the coordinates of the control points identified on a map, using a mathematical model to coordinate transformation. The key-point is to attribute a weight to each control point related to its accuracy level. The performance of this procedure was evaluated both for a high quality, standard map, and for a map with unknown quality. Different evaluations were performed and the best results were obtained using the procedure of attributing weights to the control points related its accuracy. As a contribution for the academic and technical areas, this research brought light to a question not considered until now, that is the importance of attributing weights to the coordinates of the control points as a function its accuracy in the digital map. Georeferencing becomes more reliable when this question is taken into account.

Keywords: coordinate transformation, digital map, accuracy, weight, control point.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 –	Representação dos elementos geográficos segundo o modelo de dados vetorial e matricial (Fonte: Ribeiro, 2006).	31
Figura 4.1 –	Efeitos geométricos ocasionados por transformações matemáticas de coordenadas	48
Figura 4.2 –	Parâmetros de transformação de um sistema de coordenadas em duas dimensões (Fonte: Adaptado de Greenfeld, 1997).	49
Figura 4.3 –	Comportamento de cada uma das funções matemáticas quando usadas como extrapoladoras (Fonte: Andrade, 1999.)	71
Figura 5.1 –	Coleta de ponto de controle no cruzamento de duas ruas e seu ponto correspondente na imagem de satélite (Fonte: Dammalage, 2005)	70
Figura 5.2 –	Coleta de ponto de controle no centro de uma quadra desportiva e seu ponto homólogo na imagem de satélite (Fonte: Dammalage, 2005)	71
Figura 5.3 –	Identificação de um ponto de controle localizado no eixo central do cruzamento de duas ruas na imagem de satélite (Fonte: Jakubowicz, Jaszczak e Wolniewicz, 2005)	73
Figura 5.4 –	Identificação de um ponto de controle localizado extremidade do desenho do traçado de um alinhamento de uma rua. (Fonte: Jakubowicz, Jaszczak e Wolniewicz, 2005)	73
Figura 5.5 –	Localização de um ponto de controle identificado como um poste de iluminação pública (Fonte: Jakubowicz, Jaszczak e Wolniewicz, 2005)	74
Figura 6.1 –	Estação total instalada numa esquina a fim de realizar as medições topográficas	87
Figura 6.2 –	Levantamento topográfico do alinhamento de uma calçada	88
Figura 6.3 –	Mapa levantado no terreno	88
Figura 6.4 –	Mapa correspondente ao sistema modificado	89
Figura 7.1 –	Representação da imagem IKONOS da cidade de São Carlos, sem ortorretificação.	113
Figura 7.2 –	Identificação de um ponto perceptível na imagem e que não aparece no mapa digital (centro de um campo de futebol)	114
Figura 7.3 –	Os quatro pontos selecionados de coordenadas homólogas na imagem e no mapa	115
Figura 7.4 –	Representação de uma das esquinas selecionadas na imagem e a sua homóloga no mapa.	115
Figura 7.5 –	Princípio da relação harmônica (Fonte: Wolf, 1983)	117
Figura 7.6 –	Representação de uma retificação gráfica entre uma foto e	119

	um mapa	
Figura 7.7 –	Representação do prolongamento de meio-fio de calçada num mapa digital	120
Figura 7.8 –	Ponto correspondente a um eixo de rua na imagem de satélite que será transferido para o mapa de calibração.	126
Figura 7.9 –	Seleção dos quatro pontos correspondentes a eixos de ruas na imagem de satélite	127
Figura 7.10 –	Seleção dos quatro pontos correspondentes a eixos de ruas no mapa de calibração	127
Figura 7.11 –	Diferença entre a coordenada transformada para o mapa de calibração e a coordenada padrão (eixo da rua)	128
Figura 7.12 –	Foto aérea correspondente a região do mapa de calibração	130
Figura 7.13 –	Quadrilátero formado pelos pontos A', B', C' e D' na foto	131
Figura 7.14 –	Quadrilátero homólogo no mapa de calibração	131
Figura 7.15 –	Localização do ponto P no mapa de calibração	132
Figura 7.16 –	Prolongamento dos meio-fios de calçadas no mapa de calibração	133
Figura 7.17 –	Levantamento de um dos pontos para o traçado da esquina	134
Figura 7.18 –	Determinação do eixo das ruas no mapa de calibração	134
Figura 7.19 –	Ponto de controle referente ao prolongamento dos meios-fios de calçadas	135
Figura 7.20 –	Diferença de um ponto determinado no terreno pelo prolongamento dos meios-fios de calçadas de seu valor esperado no mapa de calibração	136
Figura 7.21 –	Ponto de controle referente à aresta de uma edificação sendo medida no terreno	138
Figura 7.22 –	Ponto de controle homólogo no mapa digital	138
Figura 8.1 –	Mapa urbano da cidade de São Carlos-SP.	142
Figura 8.2 –	Localização dos pontos de controle e de checagem no mapa digital	154
Figura 8.3 –	Representação de um ponto de checagem, referente ao prolongamento dos meios-fios de calçadas, mal desenhado no mapa.	160

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 –	RMS obtido em função da localidade e do número de pontos de controle (Fonte: Dammalage, 2005)	76
Tabela 5.2 –	RMS obtido em função da localidade do ponto de controle (Fonte: Jakubowicz, Jaszczak e Wolniewicz, 2005)	78
Tabela 5.3 –	RMS obtido a partir de várias fontes de coleta de pontos de controle (Fonte: Katiyar, Dikshit e Kumar, 2003)	80
Tabela 5.4 –	Resultado do georreferenciamento para cada uma das combinações avaliadas. (Fonte: Almeida et al, 2005).	82
Tabela 6.1–	Valores das coordenadas em ambos os sistemas e seus respectivos pesos	91
Tabela 6.2 –	Valores dos seis parâmetros de transformação	91
Tabela 6.3 –	Valores das coordenadas transformadas para o sistema de referência e os valores dos erros residuais	92
Tabela 6.4 –	Valores das coordenadas em ambos os sistemas e seus respectivos peso	93
Tabela 6.5 –	Valores dos seis parâmetros de transformação provenientes da transformação usando pontos com pesos diferentes	93
Tabela 6.6 –	Valores das coordenadas transformadas para o sistema de referência e os valores dos erros residuais	94
Tabela 6.7–	Valores de RMS entre a coordenada transformada e a coordenada homóloga de referência	95
Tabela 6.8–	Valores das coordenadas dos pontos de checagem	96
Tabela 6.9 –	Valores de RMS entre a coordenada transformada e a coordenada homóloga de referência	96
Tabela 6.10 –	Valores dos seis parâmetros de transformação provenientes da transformação usando pontos com pesos iguais	97
Tabela 6.11 –	Valores das coordenadas transformadas para o sistema de referência, os valores de erros residuais e de RMS	98
Tabela 6.12–	Valores das coordenadas dos pontos de checagem e os valores de RMS	99
Tabela 6.13	Valores das coordenadas em ambos os sistemas e seus respectivos pesos	101
Tabela 6.14 –	Valores dos parâmetros de transformação calculados a partir de doze pontos de controle com pesos diferentes.	101
Tabela 6.15 –	Valores das coordenadas transformadas para o sistema de referência e os valores de erros residuais e de RMS	102
Tabela 6.16 -	Valores das coordenadas transformadas dos pontos de checagem e os valores de RMS	103

Tabela 6.17 -	Valores dos seis parâmetros de transformação provenientes da transformação usando doze pontos de controle com pesos iguais	104
Tabela 6.18-	Valores das coordenadas transformadas para o sistema de referência	105
Tabela 6.19 -	Valores das coordenadas transformadas dos pontos de checagem	106
Tabela 6.20 -	Valores das coordenadas transformadas dos pontos de checagem e os valores de RMS.	108
Tabela 7.1 -	Coordenadas correspondentes aos quatro pontos selecionados na imagem e no mapa.	128
Tabela 7.2 -	Diferenças entre coordenadas de pontos criados pela imagem de satélite dos seus respectivos valores esperado no mapa de calibração e o quadrado destas diferenças.	129
Tabela 7.3 -	Diferenças entre coordenadas de pontos criados pela foto aérea dos seus respectivos valores esperado no mapa de calibração e o quadrado destas diferenças.	132
Tabela 7.4 -	Diferenças entre coordenadas de pontos criados pelo prolongamento dos meios-fios de calçadas dos seus respectivos valores esperado no mapa de calibração e o quadrado destas diferenças.	136
Tabela 7.5 -	Pesos atribuídos	139
Tabela 8.1 -	Valores das coordenadas dos pontos de controle em ambos os sistemas e seus respectivos pesos	154
Tabela 8.2 -	Valores das coordenadas dos pontos de checagem no sistema de coordenadas homólogo e no sistema de referência	155
Tabela 8.3 -	Valores dos seis parâmetros de transformação	156
Tabela 8.4 -	Valores das coordenadas transformadas e os valores dos erros residuais entre estas coordenadas e as de referência	157
Tabela 8.5 -	Valores das coordenadas transformadas e os valores de RMS entre estas coordenadas e as de referência	159
Tabela 8.6 -	Valores das coordenadas transformadas e os valores de erros residuais entre estas coordenadas e as de referência	161
Tabela 8.7 -	Valores das coordenadas transformadas e os valores de RMS entre estas coordenadas e as de referência	163
Tabela 8.8 -	Discrepância entre as coordenadas x e y de cada ponto de controle em ambos os sistemas de coordenadas.	165
Tabela 8.9 -	Valores das coordenadas dos pontos de controle em ambos os sistemas e seus respectivos pesos	169
Tabela 8.10 -	Valores das coordenadas transformadas e os valores dos erros residuais e de RMS entre estas coordenadas e as de referência	170

Tabela 8.11 -	Valores das coordenadas transformadas e os valores de RMS entre estas coordenadas e as de referência	171
Tabela 8.12 -	Discrepância entre as coordenadas x e y de cada ponto de controle bem definido no mapa digital em ambos os sistemas de coordenadas	172
Tabela 8.13 -	Valores das coordenadas transformadas dos pontos de controle do item 8.3 e os valores de pesos atribuídos em função dos valores de RMS	175
Tabela 8.14 -	Valores das coordenadas em ambos os sistemas e seus respectivos pesos	181
Tabela 8.15 -	Valores de RMS dos pontos de checagem transformados	182
Tabela 8.16 -	Valores de RMS médio dos pontos de controle e de checagem transformados procedentes de cada iteração efetuada	182
Tabela 8.17 -	Valores de RMS dos pontos de checagem transformados	183
Tabela 8.18 -	Valores de RMS médio dos pontos de controle e de checagem transformados procedentes de cada iteração efetuada	183
Tabela 8.19 -	Valores das coordenadas dos pontos de controle em ambos os sistemas e seus respectivos pesos	188

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAD	Computer Aided Design
CCD	Charge Couple Device
CNPQ	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
dpi	dots per inch
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
GNSS	Global National Satellite System
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
MMQ	Método dos Mínimos Quadrados
PEC	Padrão de Exatidão Cartográfica
RGB	Red, Green e Blue
RMS	Resíduo Médio Quadrático
SAD-69	South American Datum of 1969
SIG	Sistema de Informações Geográficas
UTM	Universal Transverso de Mercator
WGS-84	World Geodetic System 1984

LISTA DE SÍMBOLOS

T_x	Translação na direção X
T_y	Translação na direção Y
θ	Ângulo de rotação
K_x	Fator de escala em X
k_y	Fator de escala em Y
ε	Ângulo de não ortogonalidade
V_{x_i}	Erro residual entre coordenada x transformada e sua homóloga
V_{y_i}	Erro residual entre coordenada y transformada e sua homóloga
$\hat{\sigma}^2$	Precisão da transformação
$\hat{\sigma}$	Precisão da transformação
σ_p	Precisão do vetor resultante dos erros em x e y
w	Peso
$E_{transf.}$	Coordenada E transformada
$E_{refer.}$	Coordenada E referência
$N_{transf.}$	Coordenada N transformada
$N_{transf.}$	Coordenada N referência
$Q_{ }$	Matriz co-fator dos pesos das observações
σ_0^2	Variância a priori.
$\Sigma_{ }$	Matriz variância-covariância dos valores observados
σ_i^2	Variância da amostra
$\bar{X}$	Média aritmética das medidas da amostra
n	Tamanho da amostra
X_i	Valor da variável aleatória X de um ponto genérico i .
σ^2	Variabilidade das coordenadas criadas em relação aos respectivos valores esperados
$\bar{x}$	Média da estimativa
σ	Desvio padrão populacional
μ	Média da população
E	Erro máximo permissível
Z	Intervalo de confiança
N	Tamanho da população

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1- Introdução	19
1.1 Considerações iniciais	19
1.2 Objetivos	22
1.3 Justificativa	23
1.4 Descrição do Trabalho	24
1.4.1 Síntese do Método	24
1.4.2 Estrutura do Trabalho	25

CAPÍTULO 2 – Modelo de representação dos elementos geográficos de um mapa em meio digital	29
2.1 Considerações Iniciais	29
2.2 Modelo de dados matricial	31
2.3 Modelo de dados vetorial	34
2.4 Comparação entre os modelos de dados	35
2.5 Considerações finais	36

CAPÍTULO 3 – Produção de bases cartográficas por digitalização	37
3.1 Considerações Iniciais	37
3.2 Digitalização via mesa digitalizadora	38
3.3 Digitalização via scanner	39
3.4 Conversão do modelo de dados matricial para o vetorial	41
3.4.1 Vetorização em tela (<i>heads up</i>)	42
3.4.2 Vetorização semiautomática	43
3.4.3 Vetorização automática	44
3.5 Considerações finais	45

CAPÍTULO 4 – Modelos matemáticos para a transformação de coordenadas	47
4.1 Considerações iniciais	47
4.2 Modelo matemático determinado em função de 4 parâmetros de transformação	50
4.2.1 Transformação de Helmert com excesso de pontos homólogos	54
4.3 Modelo matemático determinado em função de 6 parâmetros de transformação	60

4.3.1	Transformação Afim com excesso de pontos homólogos	62
4.3.2	Transformação Afim com excesso de pontos homólogos com pesos diferentes	65
4.4	Modelo matemático determinado em função de 3 e 5 parâmetros de transformação	69
4.4	Considerações finais	70

CAPÍTULO 5. Desempenho da transformação de coordenadas _____ **73**

5.1	Considerações iniciais	73
5.2	Avaliação da transformação de coordenadas em função da exatidão do ponto de controle	74
5.1	Considerações finais	82

CAPÍTULO 6. Transformação de coordenadas usando peso _____ **85**

6.1	Considerações iniciais	85
6.2	Mapa digital utilizado para a avaliação da transformação de coordenadas usando pesos	86
6.3	Transformação de coordenadas usando pontos com pesos iguais	90
6.4	Transformação de coordenadas usando 6 pontos de controle com pesos diferentes	92
6.4.1	Avaliação da transformação se os 6 pontos de controle receberem pesos iguais	97
6.5	Transformação de coordenadas usando 12 pontos de controle com pesos diferentes	100
6.5.1	Avaliação da transformação se os 12 pontos de controle receberem pesos iguais	104
6.6	Avaliação da transformação usando pontos de checagem de qualidade ruim	107
6.7	Considerações finais	108

CAPÍTULO 7. Atribuição de pesos aos pontos de controle _____ **111**

7.1	Considerações iniciais	111
7.2	Técnicas utilizadas para criar coordenadas de pontos de controle no mapa digital	112
7.2.1	Imagem de satélite	107
7.2.1.1	Coordenadas de pontos de controle criados no mapa digital usando a imagem de satélite	114
7.2.2	Fotos aéreas	116
7.2.2.1	Coordenadas de pontos de controle criados no mapa digital usando a foto aérea – Relação Harmônica	118
7.2.3	Prolongamento dos meios-fios de calçadas	120

7.3	Determinação dos pesos	120
7.3.1	Matriz Peso	121
7.3.2	Variabilidade das coordenadas dos pontos de controle criadas em relação aos valores esperados	124
7.3.2.1	Variabilidade das coordenadas dos pontos de controle criadas pela imagem de satélite em relação aos valores esperados	126
7.3.2.2	Variabilidade das coordenadas dos pontos de controle criadas pela foto aérea em relação aos valores esperados	129
7.3.2.3	Variabilidade das coordenadas dos pontos de controle criadas pelo prolongamento dos meios-fios de calçadas em relação aos valores esperados	133
7.3.3	Definição dos Pesos	137
7.4	Considerações finais	139

CAPÍTULO 8.	Georreferenciamento usando a tabela de pesos	141
8.1	Considerações iniciais	141
8.2	Número de pontos de controle	144
8.2.1	Tipos de amostragem	145
8.2.2	Determinação do tamanho da amostra	148
8.3	Georreferenciamento do mapa usando a tabela de pesos	147
8.3.1	Avaliação do georreferenciamento considerando a matriz peso como identidade	160
8.4	Discrepâncias das coordenadas dos pontos de controle criados no mapa de suas homólogas de referência	164
8.4.1	Georreferenciamento usando coordenadas de pontos bem definidos no mapa	168
8.5	Iterações do georreferenciamento a partir da normalização dos pesos	173
8.5.1	Avaliação do georreferenciamento – 1º iteração	173
8.5.2	Avaliação do georreferenciamento – 2º iteração	176
8.5.3	Avaliação do georreferenciamento – 3º iteração	177
8.6	Iterações do georreferenciamento onde foi considerada a matriz peso como identidade	177
8.6.1	Avaliação do georreferenciamento – 1º iteração	178
8.6.2	Avaliação do georreferenciamento – 2º iteração	178
8.6.3	Avaliação do georreferenciamento – 3º iteração	179
8.7	Iterações do georreferenciamento efetuado no mapa de calibração	180
8.8	Georreferenciamento efetuado por um número menor de pontos de controle	184
8.9	Georreferenciamento efetuado por coordenadas de pontos de controle criadas pela mesma técnica	187
8.10	Considerações finais	189

CAPÍTULO 9- Conclusões	193
9.1 Principais Conclusões	193
9.2 Conclusão geral do trabalho	199
9.3 Recomendações e sugestões	200

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	203
-----------------------------------	------------

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Esta introdução, primeiramente, contextualiza o tema da pesquisa que foi desenvolvida nesta tese de doutorado. Em seguida, é apresentado o seu objetivo principal, bem como os objetivos secundários, os quais foram fundamentais para atingir o objetivo principal. É relatada a justificativa para o desenvolvimento deste trabalho, descrevendo as razões que a motivaram e a sua contribuição para a comunidade a que se dirige. Ao final deste capítulo é apresentada a descrição sucinta do método adotado e a estrutura deste texto.

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Mais do que em qualquer outra época, a informação assumiu nos dias de hoje seu mais importante papel na sociedade. A disseminação da informação vem impulsionando o desenvolvimento do mundo seja na economia, na política, na administração, na produção e no lazer. Vive-se na era da informação e sendo mais particular, na era da geoinformação.

Na era da geoinformação, tecnologias de gerenciamento de dados estão emergindo como meios poderosos no tratamento de grandes volumes de informação cartográfica e embasamento para soluções de problemas que envolvem o meio ambiente e os seres que nele vivem.

Os avanços tecnológicos observados na área de conhecimento da Computação, mais especificamente na computação gráfica, causaram alterações

significativas na área da Cartografia. O antigo mapa impresso numa folha de papel, atualmente pode ser apresentado na forma de um arquivo digital, que contém dados que representam as feições da área mapeada. Um exemplo disto é que o uso do Geoprocessamento não é mais novidade para muitas das principais prefeituras brasileiras, que já sabem como a informação geográfica oferece a base para uma boa gestão municipal. Diversos departamentos das prefeituras estão passando por processos de sistematização de informações. Isto vem ocorrendo devido à necessidade de localizar falhas na administração e proporcionar suporte ao planejamento municipal com ênfase em setores como o de infraestrutura, tributário, saúde, educação, moradia, transportes, etc.

Além da sistematização das informações, existe a necessidade de sua espacialização. Os mapas digitais georreferenciados propiciam suporte tanto para a detecção de problemas de forma localizada, quanto para eliminação destes, facilitando e auxiliando as tomadas de decisões.

Mesmo assim, muitas cidades ainda não têm acesso a dados essenciais que, além de garantirem, por exemplo, a eficácia na arrecadação tributária, poderia melhorar a qualidade de vida dos cidadãos. Isto se deve ao fato que mapas digitais georreferenciados ainda não são facilmente encontrados no Brasil, situação que é contrária a de países mais ricos. Nestes países a utilização de mapas digitais georreferenciados é comum para o desenvolvimento das mais variadas atividades. Já no Brasil, a maioria dos mapas existentes nas prefeituras, além de desatualizados, encontra-se em papel, necessitando de atualização e conversão para o meio digital.

Partindo desta realidade, a maneira usual de promover o georreferenciamento das informações extraídas dos mapas quando em meio digital, é a aplicação de modelos matemáticos de transformação geométrica de coordenadas. As transformações geométricas de coordenadas são aquelas que relacionam as coordenadas entre dois sistemas diferentes. Para isso, é necessário conhecer as coordenadas de alguns pontos homólogos nos dois sistemas, denominados pontos de controle.

De acordo com D'Alge (1997), para o georreferenciamento de um mapa digital utiliza-se funções polinomiais no espaço bidimensional para relacionar coordenadas do mapa às suas coordenadas homólogas de referências, as quais são medidas no terreno. Pontos de controle distribuídos sobre este mapa podem, por exemplo, modelar efeitos como a translação, a rotação, mudança de escala, os quais correspondem a erros de posicionamento.

Desse modo, o desempenho da transformação de coordenadas está diretamente relacionado à exatidão das coordenadas dos pontos de controle identificados no mapa digital, pois, atualmente, pelo uso da tecnologia *Global Navigation Satellite System* (GNSS), não existe mais a dificuldade de se medir coordenadas de pontos, no terreno, com exatidão. Sendo assim, se as coordenadas dos pontos de controle forem posicionadas com exatidão sobre o mapa, é possível a obtenção de um resultado de georreferenciamento admissível.

Entretanto, como na maioria dos municípios do Brasil, os mapas são antigos, ou seja, desatualizados, existe uma dificuldade de se localizar pontos de controle bem determinados dentre os elementos geográficos representados no mapa. Até mesmo, aliado à qualidade do mapa digital e pelo modo como foram identificadas no mesmo, estas coordenadas podem apresentar diferentes graus de confiabilidade, em função de suas exatidões. Tal fato se não for levado em conta, pode comprometer o desempenho da transformação de coordenadas, e dependendo da escala do mapa, inviabilizar um projeto ou estudo que dependa de uma boa exatidão de coordenadas de pontos obtidas a partir de um produto cartográfico georreferenciado. Como exemplo, cita-se a atualização de cartas topográficas, mapeamento de áreas urbanas, levantamento de áreas agropastoris, identificação e localização de deslizamentos de encostas, levantamentos cadastrais a fim de determinar os limites de propriedades imobiliárias, etc.

Neste contexto, com o intuito de que o desempenho da transformação de coordenadas não comprometa a fidelidade do georreferenciamento gerado, é importante que cada coordenada receba um peso apropriado, de modo que as

coordenadas que apresentam maior exatidão, ou seja, de maior confiança, recebam um peso maior que aquelas que apresentam menor exatidão.

Assim, é possível obter um resultado de georreferenciamento admissível, quando comparado com aquele gerado quando é desconsiderada a exatidão dos pontos de controle no mapa.

1.2 OBJETIVOS

O principal objetivo desta pesquisa é desenvolver um método, validado através de um estudo de caso, que proporcione em função da exatidão das coordenadas dos pontos de controle identificados no mapa digital, um resultado de georreferenciamento admissível a partir do modelo matemático empregado para transformação de coordenadas.

Há três objetivos secundários, que são fundamentais para atingir o objetivo principal. São eles:

- Comparar o desempenho da transformação de coordenadas quando são atribuídos pesos iguais a todos os pontos de controle, inclusive para aqueles que apresentam baixa exatidão;
- Propor três técnicas distintas para criar coordenadas de pontos de controle num mapa digital, sendo que cada técnica criará coordenadas de pontos com determinada exatidão;
- Determinar os pesos a serem atribuídos aos pontos de controle de acordo com sua exatidão, como também o peso atribuído a coordenadas de pontos bem definidos no mapa a ser georreferenciado.

1.3 JUSTIFICATIVA

A coleta de informações para a realização das mais diversas atividades da engenharia e outras áreas do conhecimento sempre exerceu um papel importante na sociedade. Até recentemente, no entanto, isto era realizado apenas através de mapas em papéis, o que impedia uma análise que combinasse diversos mapas e dados. Com o desenvolvimento da informática, a partir da segunda metade do século passado, tornou-se possível armazenar e representar tais informações no meio digital, abrindo espaço para o surgimento de atividades de Geoprocessamento.

O termo Geoprocessamento denota a área do conhecimento que utiliza técnicas matemáticas e computacionais para o tratamento de informações geográficas e que vem influenciando de maneira crescente as áreas de Cartografia, Análises de Recursos Naturais, Transportes, Comunicações, Energia e Planejamento Urbano e Regional. As ferramentas computacionais para Geoprocessamento, chamadas de Sistema de Informações Geográficas (SIG), permitem realizar análises complexas ao integrar dados de diversas fontes e ao criar bancos de dados georreferenciados. Tornam ainda possível automatizar a produção de documentos cartográficos.

Um SIG serve para atender às necessidades dos diversos setores de uma administração municipal, como geração e controle das receitas municipais, planejamento urbano, políticas sociais, infraestrutura e serviços urbanos, etc. Elaborado a partir da base cartográfica do município, o SIG incorpora, através de referências geográficas, diversas bases de dados disponíveis em uma prefeitura, como o cadastro imobiliário, os equipamentos públicos de saúde e educação e os imóveis inadimplentes com o IPTU, por exemplo. O processamento destas bases de dados georreferenciadas, combinadas de acordo com o interesse dos usuários, permite a imediata produção de novas informações que, relacionadas espacialmente, proporcionam uma compreensão da realidade de uma forma muito mais ampla e eficiente.

Desse modo, é cada vez maior o interesse e a necessidade não somente dos administradores municipais, como também dos profissionais ligados as universidades e setores privados, exercerem domínio sobre os aspectos ambientais, físicos, econômicos e sociais de seu território. Portanto, é de significativa relevância a necessidade dos usuários de cartografia extraírem dos mapas georreferenciados informações concisas, que reflitam a realidade do espaço geográfico, a fim de desenvolverem suas atividades de forma plena nas mais variadas áreas.

1.4. DESCRIÇÃO DO TRABALHO

1.4.1 Síntese do método

Abbagnano (1970) apud Pitombo (2007) define método científico como sendo “um procedimento de investigação ordenado, repetível e auto-corrigível, que garanta resultados válidos”. Desse modo, é adotada uma série de procedimentos com o objetivo de verificar a hipótese principal, a qual é enunciada da seguinte maneira:

- *É possível obter um resultado de georreferenciamento de mapas urbanos admissível se forem atribuídos pesos adequados aos pontos de controle em função da sua exatidão.*

Este item apresenta apenas uma síntese do método proposto, cujas principais etapas serão descritas a seguir:

1. O primeiro procedimento relevante é o estudo dos modelos matemáticos de transformações geométricas de coordenadas entre dois sistemas de coordenadas distintos. Dentre os modelos estudados é escolhido aquele que será usado com o intuito de atingir os objetivos da pesquisa;

2. O próximo passo é a revisão da literatura para verificar a importância de se considerar a exatidão de pontos de controle com o intuito de obter um melhor desempenho da transformação de coordenadas a partir do modelo matemático empregado para o georreferenciamento de um mapa digital;
3. A seguir, trata-se de verificar qual é a melhoria do desempenho da transformação de coordenadas quando são atribuídos pesos aos pontos de controle de acordo com a sua confiabilidade, isto é, de acordo com sua exatidão no mapa;
4. Tendo em vista a importância de se considerar os valores de pesos atribuídos aos pontos de controle, a próxima etapa trata do assunto como atribuir o peso ao ponto de controle em função da sua exatidão propriamente dita, isto é, através da sua localização no mapa digital. Na referida etapa são apresentadas três técnicas distintas para criar coordenadas de pontos de controle num mapa digital, sendo que cada técnica cria coordenadas de pontos com determinada exatidão. A partir disso, são determinados os pesos a serem atribuídos a estes pontos, como também o peso atribuído a coordenadas de pontos bem definidos no mapa que será georreferenciado;
5. Enfim, é realizado o georreferenciamento de um mapa urbano da cidade de São Carlos-SP objetivando-se aplicar as considerações oriundas da etapa anterior. Nesta etapa é desenvolvido um método para georreferenciar mapas digitais que é baseado na normalização de pesos a partir de suas iterações.

1.4.2 Estrutura do Trabalho

O presente texto é constituído, além dessa introdução, de mais oito capítulos, os quais serão apresentados a seguir:

- **Capítulo 2:** Apresenta dois modelos de representação dos elementos geográficos de um mapa no meio digital, são eles: o modelo de dados matricial e o vetorial.
- **Capítulo 3:** Apresenta uma breve exposição das técnicas de digitalização clássicas que propiciam a conversão de um mapa em papel para o meio digital.
- **Capítulo 4:** Apresenta alguns modelos matemáticos usuais para a transformação de coordenadas entre dois sistemas de coordenadas distintos.
- **Capítulo 5:** Neste capítulo é ressaltada, através de alguns exemplos encontrados na literatura, a importância de se considerar a exatidão de pontos de controle a fim de obter um melhor desempenho da transformação de coordenadas a partir do modelo matemático empregado para o georreferenciamento de um mapa.
- **Capítulo 6:** Neste capítulo foi avaliado desempenho da transformação de coordenadas usando pesos. Para isso, os pontos que apresentaram boa exatidão receberam um peso maior que aqueles que apresentaram exatidão menor. Foi comparado o desempenho da transformação frente a esta situação quando são atribuídos pesos iguais a todos os pontos de controle, inclusive para aqueles que apresentam baixa exatidão.

- **Capítulo 7:** É definido, neste capítulo, como deve ser atribuído peso a coordenada de um ponto de controle em função da sua exatidão no mapa, ou seja, de sua localização.
- **Capítulo 8:** Trata do georreferenciamento de um mapa urbano usando pontos de controle com pesos distintos a fim de validar o método proposto.
- **Capítulo 9:** Traz as principais conclusões pertinentes a todas as etapas cumpridas a fim de atingir o objetivo principal, bem como a conclusão geral do trabalho. Também são apresentadas as recomendações para trabalhos futuros, bem como sugestões.

CAPÍTULO 2

MODELO DE REPRESENTAÇÃO DOS ELEMENTOS GEOGRÁFICOS DE UM MAPA EM MEIO DIGITAL

Este capítulo tem como objetivo apresentar dois modelos de representação dos elementos geográficos de um mapa no meio digital, são eles: o modelo de dados matricial e o vetorial. O capítulo está estruturado em três partes principais. Na primeira parte apresenta-se o modelo de dados matricial, na segunda parte, o modelo de dados vetorial. Na última parte faz-se uma comparação entre os modelos de dados, apontando vantagens e desvantagens que devem ser levadas em consideração na escolha de um deles para atingir o fim a que se destinam.

2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

De acordo com Wise (2002), em meio digital, os elementos geográficos presentes em um mapa podem ser representados por dois modelos de dados distintos: o matricial e o vetorial. Optar pela utilização de um destes modelos é uma decisão importante no projeto de um SIG, por exemplo. Por isso, os usuários devem conhecer as diferenças existentes entre eles, pois, a escolha de um determinado modelo pode afetar o volume de dados armazenados e a eficiência dos processamentos envolvidos.

O emprego de um modelo de dados ou outro apresenta vantagens e desvantagens, sendo que o fundamental é determinar dentre eles qual é o mais adequado para resolver o problema em questão, tendo em conta programas e equipamentos disponíveis, e considerando também a qualificação do corpo técnico envolvido no processo, custo e tempo.

Tanto no modelo de dados matricial como no vetorial existem três tipos básicos de elementos geográficos para serem representados, os quais são definidos por pontos, linhas, polígonos ou áreas. Tais elementos têm a função essencial de representar os objetos existentes no terreno. Desse modo, pontos em um mapa podem representar escolas, igrejas, pontos cotados, etc; linhas podem corresponder a rodovias, ferrovias, rios, entre outros. Quando consideradas regiões limitadas, tais como os limites de subdivisões ou as margens de um lago, por exemplo, tem-se a atenção focalizada nas linhas de limítrofes, e a região circundada é denominada de polígono. A Figura 2.1 ilustra a representação de tais elementos segundo o modelo de dados vetorial e matricial.

Vale ressaltar que, na área de Cartografia é muito frequente o uso do termo estrutura de dados matricial e vetorial ao invés de modelo de dados matricial e vetorial, porém, nesta tese optou-se por usar o termo modelo de dados para descrever a forma como os elementos geográficos podem ser representados em meio digital.

Apresentam-se, a seguir, alguns conceitos básicos, bem como as características principais concernentes aos modelos de dados em questão.

Figura 2.1 – Representação dos elementos geográficos segundo o modelo de dados vetorial e matricial (Fonte: Ribeiro, 2006).

2.2 MODELO DE DADOS MATRICIAL

O modelo de dados matricial é aquele formado por uma malha quadriculada sobre a qual se constrói célula a célula o elemento gráfico que será representado, sendo que cada célula é denominada de *pixel*. Tem-se assim um modelo de dados em que a representação gráfica pode ser comparada a uma imagem digital. Neste caso, porém, com muito menos elementos representativos do terreno.

No modelo de representação matricial, como numa imagem digital, cada *pixel* é integrado nesta malha através de suas coordenadas, isto é, se imaginarmos a malha representada por uma matriz composta de m linhas por n colunas, cada *pixel* possui uma posição (m,n) referente à linha e à coluna em que ele se encontra. Em conjunto com a sua localização, cada *pixel* possui ainda um ou mais valores de atributos associados, que definem além do tipo de elemento gráfico, outras características importantes do elemento. Deste modo, neste modelo de representação, os pontos são representados por um único *pixel*, as linhas são representadas por uma série de *pixel* adjacentes e enfileirados, e os polígonos são representados por aglomerados de *pixel* adjacentes. A maior desvantagem em

utilizar o modelo de dados matricial está associada à dimensão do *pixel*. Em uma malha cujo *pixel* represente, por exemplo, uma dimensão de 10 x 10 m do terreno, haverá perda de todos os detalhes geométricos inferiores a esta dimensão.

Assim, uma definição importante quanto a este modelo de representação diz respeito à resolução espacial da imagem que ele representa. A resolução espacial corresponde à dimensão linear do *pixel* que está sendo considerado. Quanto menor a dimensão do *pixel*, maior resolução da área representada e, conseqüentemente, maior deverá ser a capacidade de armazenamento dos dados.

Os modelos de dados matriciais podem ser classificados de acordo com a resolução radiométrica de representação do *pixel*. Tem-se assim:

- representação binária: imagem em preto e branco formada por pixels com valores 0 e 1. Este tipo de representação radiométrica resulta em um tamanho de arquivo menor quando comparado aos demais tipos de representação. O tamanho do arquivo é calculado considerando 1 *bit/pixel*;
- representação em tons de cinza: cada pixel possui valores radiométricos que correspondem a tons de cinza variando do branco até o preto, resultando num arquivo maior, de 8 *bit/pixel*;
- representação colorida: têm-se neste caso uma matriz para cada faixa do espectro eletromagnético abrangido, formando então, uma imagem em bloco com n camadas. Nos casos mais simples, uma imagem colorida possui três matrizes, uma para a cor vermelha, outra para a cor azul e outra para a cor verde (sistema RGB). Tem-se neste caso, imagens de 24 *bits/pixel*.

Conforme Rosalen (1997), os principais formatos de arquivos de dados matriciais encontrados no mercado são:

- BMP (*Bitmapped Image Format*): é um formato de arquivo muito utilizado pelo sistema operacional Windows, sendo muito usado em editoração

gráfica, apresentando a vantagem de não ocupar muito espaço na armazenagem. Em termos de Cartografia não é muito usado pelo fato de diminuir muito a resolução da imagem;

- GIF (*Graphics Interchange Format*): formato gráfico desenvolvido pela CompuServe, com o intuito de ser um padrão para a exportação de imagem, independente da aplicação. As imagens não podem ser comprimidas, fornecendo acesso e transmissão através de redes, de maneira eficiente e rápida. Diferente de outros formatos, as informações nele contidas não estão vinculadas com posições dentro do arquivo, mas baseadas em blocos descritores, que precedem as imagens. Este formato de arquivo é amplamente utilizado na web por causa do seu tamanho compacto. No entanto, ele possui uma paleta limitada de cores (256 no máximo), impedindo o seu uso prático na compactação de fotografias;
- TIFF (*Tagged Image File Format*): é um formato de arquivo que praticamente todos os programas de imagem aceitam. Foi desenvolvido pela Aldus e pela Microsoft numa tentativa de criar um padrão para imagens geradas por equipamentos digitais. O TIFF, também é conhecido e usado para importar/exportar imagens e fotos entre programas e plataformas (MACS e PCS) diferentes. Caracteriza-se por gerar arquivos compactos sem perder qualidade da imagem. É muito usado em editoração eletrônica e mídia impressa em geral. O formato TIFF é compatível com a maioria dos sistemas operacionais e é suportado por muitos programas gráficos;
- JPEG (*Joint Photographic Experts Group*): é um formato de arquivo para armazenamento de imagens que pode operar com esquema de cores em 24 *bits*. Isso significa que este formato aceita 16,8 milhões de cores. O JPEG é um dos formatos de imagens mais populares e isso se deve à capacidade de formar imagens fiéis à original;

- PSD (*Photoshop Document*): é o formato padrão de edição para web, e corresponde ao arquivo nativo do programa Photoshop, podendo ser convertido para outros formatos, tais como GIF e JPEG;
- PICT/PICT2 (*Apple Macintosh Picture Format*): correspondem aos formatos desenvolvidos pela Apple Computer Inc para os programas MacPaint, sendo utilizado nos computadores Macintosh. Possuem uma estrutura com dimensões fixas de 576 x 720 *pixel*. A imagem armazenada é monocromática, sendo que o formato PICT é utilizado para dados vetoriais pelo programa QuicDraw, que é parte integrante do sistema operacional dos computadores da marca Macintosh.

2.3 MODELO DE DADOS VETORIAL

O modelo de dados vetorial é aquele em que os elementos geográficos são representados por meio de coordenadas. De acordo com Eastman (1995) apud Fontes (2001), seus objetos são definidos graficamente através de pontos ligados por segmentos de reta. Estes pontos possuem coordenadas (x, y) correspondentes, por exemplo, ao sistema de coordenadas do mapa original (latitude/longitude ou UTM).

Segundo Pezzoti et al (1995), os três elementos geográficos básicos são representados na forma vetorial da seguinte forma:

- Ponto: objetos existentes no terreno que podem ser posicionados por um único par de coordenadas (x, y);
- Linha: objetos do terreno de extensão linear que para serem representados necessitam de pelo menos dois pontos de coordenadas (x, y);

- Polígono: objetos do terreno que são representados por um conjunto de coordenadas de pontos, distribuídos de maneira a delimitarem uma região. O polígono é formado por uma cadeia fechada de segmentos de linha, podendo ou não, ter outros polígonos embutidos em seu interior.

2.4 COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE DADOS

Existem diferenças entre os modelos de dados matricial e vetorial que devem ser levadas em conta na hora de se optar pelo uso de um deles, isto é, um determinado modelo de representação deve ser empregado de acordo com o tipo de aplicação a que se destina. Entre essas diferenças pode-se citar: volume de dados, eficiência de armazenamento ou no processamento de dados, a recuperação, a exatidão e a precisão dos dados, bem como a sua visualização. Algumas destas diferenças, no entanto, são menos significativas nas aplicações modernas de SIG.

A principal vantagem do modelo de representação matricial está na sua simplicidade, não exigindo programas muito complexos para a manipulação dos dados. O problema no uso deste modelo refere-se à exatidão dos mapas digitais obtidos, uma vez que a exatidão está diretamente ligada ao tamanho do *pixel*, acarretando às vezes dificuldade na representação de pequenas áreas ou objetos lineares como rios e estradas. A solução nestes casos é o refinamento da malha, que exige meios de armazenamento maiores.

Outra limitação do modelo de representação matricial quando comparada ao modelo de representação vetorial refere-se à qualidade visual de apresentação dos produtos finais, reproduzidos por impressoras ou *plotters*. O modelo de dados vetorial produz uma representação mais realista dos objetos representados, não só do ponto de vista estético, mas também pelo fato de que o produto final se assemelha mais ao formato em papel, no caso dos mapas.

Os SIG possibilitam acessar, armazenar, manusear, recuperar e visualizar dados em ambos modelos , assim como, possibilitam a conversão de dados de um modelo para o outro. Normalmente, as aplicações onde as operações de análise espacial necessitam de informações topológicas, são desenvolvidas utilizando-se o modelo de dados vetorial, enquanto que as aplicações que necessitam realizar operações de sobreposição (*overlay*) a partir de dois ou mais temas, utilizam o modelo de dados matricial.

2.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente capítulo apresentou de forma sucinta dois modelos de representação dos elementos geográficos presentes em um mapa quando este se encontra no meio digital. Foram apresentadas as vantagens e desvantagens de optar pelo uso de um modelo ou outro.

Nesta pesquisa, foram utilizados mapas cujos elementos geográficos são representados, no meio digital, pelo modelo de dados vetorial. Optou-se por utilizar mapas neste modelo de representação, pois, assim, seria possível, realizar operações de aproximação máxima, através do comando *zoom*, do programa AutoCAD, sem perder a definição dos pontos/linhas. Esta vantagem propiciou a aquisição de coordenadas com maior exatidão, sendo de grande relevância para atingir os propósitos desta pesquisa.

CAPÍTULO 3

PRODUÇÃO DE BASES CARTOGRÁFICAS POR DIGITALIZAÇÃO

Como a presente pesquisa trata do georrefenciamento de mapas, este capítulo faz uma breve exposição das técnicas de digitalização clássicas que propiciam a conversão de um mapa em papel para o meio digital. O capítulo está estruturado em três partes principais. Na primeira parte é descrita a técnica de digitalização através da mesa digitalizadora, na segunda parte, a técnica de digitalização através do scanner. Na terceira parte são apresentados os processos de vetorização usuais utilizados com o intuito de fazer a conversão entre os modelos de dados, de matricial para vetorial.

3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O processo de digitalização corresponde a conversão de pontos e linhas de um mapa em papel para um formato compatível com a utilização em meio digital.

Existem diversas técnicas para a conversão de um documento em papel para o meio digital, sendo que as vantagens e desvantagens variam conforme a técnica empregada, as quais apresentam limitações, muitas vezes restritivas quanto ao custo, demanda de tempo e exatidão obtida. Estas técnicas abrangem desde o uso de mesa digitalizadora, scanners com posterior aplicação dos processos de conversão do modelo de dados matricial para o vetorial, o qual pode ser realizado em tela (*heads up*), de maneira automática ou semiautomática. Vale salientar que, para

qualquer técnica de digitalização empregada poderá ser necessária a realização de um procedimento posterior de edição para corrigir possíveis erros.

A seguir, são descritas as técnicas de digitalização mais usuais, bem como as dificuldades e limitações de cada uma delas.

3.2 DIGITALIZAÇÃO VIA MESA DIGITALIZADORA

A digitalização através da mesa digitalizadora corresponde ao processo manual de converter um documento cartográfico em papel para o meio digital, de modo a representar os elementos geográficos do mesmo no modelo de dados vetorial. A mesa digitalizadora é um periférico eletrônico que consiste de uma superfície plana na qual se fixa o documento a ser digitalizado, de um dispositivo que mede as coordenadas e de um cursor para indicação da coordenada a ser medida.

Segundo Burrough (1989) apud Fontes (2001), o dispositivo mais utilizado para medir as coordenadas é constituído por uma fina malha metálica ligada a um gerador de corrente elétrica, embutida na mesa, e por um cursor dotado de uma bobina no seu centro geométrico. Quando ativado o centro geométrico da bobina, o quadriculado formado pela malha de fios fornece o par de coordenadas (x, y) mais próximo ao cursor. Este dispositivo é mais difundido por fornecer níveis adequados de precisão e resolução, sendo que a resolução é função da menor distância que pode ser medida ao longo dos eixos vertical e horizontal da mesa, que depende do espaçamento entre os fios da malha, em torno de 0.0025 a 0.025mm e a precisão é o erro máximo decorrente de uma série de medidas sobre um mesmo ponto, que pode ser +/- 0.025mm e +/- 0.25mm, dependendo do equipamento.

A digitalização manual pode ser realizada de duas maneiras:

- Contínua: o documento cartográfico é reproduzido através da leitura contínua de coordenadas na medida em que a feição é percorrida pelo

cursor. Esta leitura é feita a uma taxa contínua no espaço ou no tempo, a qual é monitorada pelo programa. O operador apenas acompanha a feição, administrando apenas a celeridade do percurso, que varia de acordo com a complexidade do mesmo. A desvantagem desse modo de digitalização está na grande dependência da habilidade do operador e a inclusão excessiva de nós na entidade gráfica, o que resulta num arquivo final, geralmente, muito grande.

- Descontínua: as coordenadas são lidas e enviadas ao computador cada vez que o cursor é acionado, ou seja, o operador precisa pressionar o botão do cursor a cada ponto considerado significativo na feição digitalizada. Tal modo de digitalização tem a vantagem de exigir uma menor habilidade e firmeza do operador, porém acaba provocando uma perda na qualidade do desenho gerado em função da omissão de nós.

A técnica de digitalização através da mesa digitalizadora demanda uma grande carga horária de trabalho, o que gera um custo maior com profissionais e, além disso, este meio de digitalização desgasta bastante o profissional, o que acaba por comprometer a fidelidade do trabalho. Por isso, é o que vem sendo menos utilizado no mercado mundial, também em função do aprimoramento dos programas de CAD, SIG e o crescente avanço no desenvolvimento de programas voltados para o processo de conversão entre os modelos de dados matricial/vetorial. É importante salientar que esse tipo de digitalização praticamente encontra-se em desuso. Ele foi substituído por outros métodos mais rápidos e mais precisos.

3.3 DIGITALIZAÇÃO VIA *SCANNER*

A digitalização por meio de um *scanner* corresponde ao processo de conversão do documento em papel para um arquivo de computador na forma de um modelo matricial. Diz-se nesse caso que foi realizada a digitalização da imagem. O *scanner* é um dispositivo óticoeletrônico composto por um feixe de luz e um sensor ótico

(fotocélula), em geral, o CCD (*Charge Couple Device*). O princípio de funcionamento é baseado na emissão de um feixe de luz, refletida pela superfície do mapa e registrado pelo sensor. O tamanho do arquivo gerado está relacionado ao tamanho do *pixel*, que por sua vez é definido em função da resolução radiométrica e espacial desejada.

No caso das imagens coloridas, a resolução radiométrica refere-se ao potencial que o sistema sensor tem em distinguir diferentes cores de um mapa, sendo geralmente composto por um sistema de três sensores RGB (*Red, Green e Blue* – Vermelho, Verde e Azul), cada um sensível numa faixa de espectro, ou seja, para diferentes comprimentos de onda. Quanto melhor a resolução radiométrica, mais fiel será a imagem digitalizada em relação à imagem original no tocante a sua coloração, pois terá uma qualidade pictórica melhor. A resolução espacial foi definida no item 2.2 do Capítulo 2 e é normalmente medida em pontos por polegada (*dpi - dots per inch*). Os *scanners* podem também gerar imagens com representação binária. Esse tipo de representação, entretanto, somente é aplicado quando a imagem original em papel também está representada em preto e branco.

A qualidade deste tipo de digitalização está diretamente relacionada ao tipo de *scanner* utilizado. A seguir serão apresentados alguns dos tipos existentes no mercado que são usados em aplicações cartográficas.

- *Scanner* de mesa: o documento é fixado em uma superfície plana, sobre a qual se move um sensor nas direções X e Y. Um feixe de luz é emitido, refletido e registrado pelo sensor. O tamanho e a cor de cada *pixel* são funções da resolução espacial e radiométrica de cada equipamento. O *scanner* de mesa mais comum é o de tamanho A4 ou A3.
- *Scanner* de tambor: neste tipo de *scanner* o mapa é fixado na superfície de um cilindro que ao girar, produz o movimento em y. Um sensor e uma fonte de luz movem-se em conjunto, ao longo da geratriz do cilindro. A cada volta completa do cilindro, o sensor é movimentado um passo, o que corresponde ao tamanho do *pixel*. O diâmetro do cilindro define o comprimento limite do

documento cartográfico. Este tipo de digitalização não é indicado para documentos de papel quebradiço e requer um alto nível de habilidade por parte do operador.

- Scanner de rolo: um feixe de luz emitido por uma fonte é refletido pela superfície do documento e, em seguida, focado por um sistema de lentes de alta resolução, sobre um conjunto de câmaras. Os documentos devem ser fixados no rolo giratório. O conjunto da câmara é fixo e alinhado transversalmente no sentido de movimento do rolo, cobrindo toda a largura do *scanner*. Dessa forma, uma linha de imagem é formada a cada incremento do movimento do rolo. Ao contrário do *scanner* de tambor, o comprimento do papel é limitado somente pela capacidade de armazenamento do computador, por isso é o mais utilizado para a digitalização de mapas. Este tipo de *scanner* apresenta um custo menor, no entanto, pode provocar um deslocamento lateral do documento durante o processo de digitalização, o que pode gerar consideráveis erros de exatidão.

3.4 CONVERSÃO DO MODELO DE DADOS MATRICIAL PARA O VETORIAL

A mesa digitalizadora tem sido considerada obsoleta para a geração do documento cartográfico no modelo de dados vetorial. Desse modo, é muito comum o usuário digitalizá-lo através do *scanner* e, posteriormente, executar o processo de vetorização com o objetivo de conversão entre os modelos de dados. Esta prática torna-se necessária, por exemplo, porque muitas das operações realizadas em SIG exigem que sejam feitas transformações entre modelos dos dados armazenados de forma a permitir sua análise posterior, adequando-o de forma a melhor aproveitar a capacidade do sistema. Alguns sistemas de informações possuem capacidade de operar dados matriciais e vetoriais, entretanto alguns programas apresentam melhor desempenho para um determinado modelo de dados específico. Um exemplo disso é que a imagem matricial apresenta restrições de operações, principalmente se houver

necessidade de associar feições ao banco de dados alfanuméricos. Outras restrições são os volumes dos arquivos, dificuldade de edição e construção da topologia, o que resulta na necessidade de proceder a vetorização da imagem matricial. (Dalmolin, Machado e Souza, 1998).

A partir disso, nos próximos itens serão descritas as características operacionais e particularidades de três processos usuais de vetorização, sendo indicadas também as vantagens e desvantagens do emprego de cada um deles.

3.4.1 Vetorização em tela (*heads up*)

A vetorização em tela, popularmente chamada de *heads up*, é um processo manual de vetorização. Basicamente, o que se faz é o desenho dos vetores (com *mouse*) sobre a imagem do mapa, que é mostrada em tela. Não é necessária uma etapa prévia de edição e cria-se ao final um mapa cujos elementos geográficos são representados pelo modelo de dados vetorial. Segundo Nero (2000), quando comparado com a digitalização via mesa apresenta a grande vantagem de permitir a visualização da sobreposição do vetor com a imagem, ou seja, é como se ao realizar a digitalização em mesa, o operador fosse capaz de ver se o vetor está sobre a feição cartográfica ou não. Permite ainda, uma visão detalhada dos pixels, através do comando *zoom*. Além disso, alguns programas têm o recurso de ir realizando a eliminação das feições matriciais que vão sendo convertidas, diminuindo o problema da poluição visual, o que poderia atrapalhar o processo como um todo. É considerado também o método mais indicado quando a qualidade do arquivo de dados matricial é muito baixa, não permitindo o emprego de outra técnica.

3.4.2 Vetorização semiautomática

Neste processo, conjuga-se o processo automático com o processo manual, de maneira interativa com o usuário. O operador identifica manualmente o ponto inicial de uma determinada linha matricial a ser vetorizada e, em seguida, esta vai sendo rastreada e vetorizada automaticamente pelo sistema, utilizando-se técnicas de processamento digital de imagens. Quando um obstáculo é encontrado, como por exemplo, um cruzamento de linha ou texto sobre a linha, o processo é automaticamente interrompido, sendo neste caso necessária novamente a interferência do operador para o novo posicionamento do cursor.

O processo pode ser utilizado para a vetorização de mapas topográficos planialtimétricos com alta densidade de linhas, porém é mais ágil e proporciona melhores resultados para a vetorização de mapas com poucas densidades de linhas (livres de curvas de nível, textos e símbolos) ou mapas temáticos.

O conceito básico da vetorização semiautomática prevê que a linha a ser criada corresponda àquela formada pelos pontos médios da espessura da linha em formato matricial, sendo que quanto mais uniforme a espessura da linha matricial, mais preciso e melhor será o traçado, e daí a importância de se ter uma imagem com boa qualidade e até mesmo a aplicação de um processo prévio de edição matricial.

Como etapa subsequente, o operador deve configurar os parâmetros de vetorização, tais como: cor e espessura das linhas a serem criadas, espaçamento entre os pontos para as linhas a serem vetorizadas, espessura padrão da linha matricial e, para linhas tracejadas, especificar os espaços vazios de acordo com o padrão. Esses parâmetros podem variar de imagem para imagem devido à variação de espessura das linhas matriciais.

Pode ser necessário um procedimento de edição posterior para principalmente, eliminar o excesso de vértices que foram criados, segundo uma

determinada configuração de parâmetros de vetorização. Sua grande vantagem está no tempo gasto, que é menor que o tempo gasto para a digitalização manual do mesmo documento cartográfico.

3.4.3 Vetorização automática

Este tipo de vetorização pode ser considerado o mais produtivo de todos já mencionados anteriormente no que diz respeito à etapa de vetorização propriamente dita. É também uma dos processos menos interativo, pois toda a vetorização é realizada pelo programa, onde o operador fornece todos os parâmetros de vetorização de uma única vez por meio da seleção de um conjunto apresentado pelo próprio programa, sendo que para facilitar podem-se criar novos conjuntos a partir de existentes ou modificar aqueles já definidos.

A vetorização automática utiliza técnicas de processamento digital de imagens para rastrear pixel de uma imagem matricial binária e convertê-los para a estrutura vetorial. É recomendado para a vetorização de linhas que não se cruzam (curvas de nível) ou polígonos temáticos livres de textos e símbolos.

A grande desvantagem em termos de produção neste tipo de vetorização diz respeito ao processo de edição, que sempre será uma etapa exigida após o processamento. Depois disso, como nos casos anteriores, deve ser gerada a topologia do arquivo vetorial e, posteriormente, lançados os atributos. Semelhante à vetorização semiautomática, a grande vantagem refere-se ao tempo gasto para a vetorização, pois, vetoriza, por exemplo, uma carta altimétrica de grande densidade de curvas de nível em tamanho A1 em apenas alguns minutos. Todavia este processo produz erros que comprometem em tempo o processo de edição. Por isso, deve-se analisar muito bem o material antes de aplicar este tipo de vetorização, sendo ideal para situações em que o documento original é pouco carregado de feições e que haja o mínimo de cruzamentos entre eles.

3.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo apresentou as técnicas de digitalização usadas com o intuito de converter um mapa em papel para o meio digital. Devido aos avanços tecnológicos a mesa digitalizadora tornou-se obsoleta para gerar o documento cartográfico no modelo de dados vetorial. Assim, é comum o usuário digitalizar o mapa através de um *scanner* e, posteriormente, realizar um procedimento de vetorização a fim de realizar a conversão entre os modelos de dados, se isso for necessário para atingir o fim a se destina o seu trabalho. Para isso, foram apresentados também três processos usuais de vetorização, são eles: vetorização em tela, semiautomática e automática.

Para esta pesquisa, não foi necessário realizar nenhum procedimento de digitalização, pois, os mapas utilizados para o seu desenvolvimento já estavam no modelo de dados desejado, que é o vetorial.

CAPÍTULO 4

MODELOS MATEMÁTICOS PARA A TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS

Este capítulo apresenta alguns modelos matemáticos usuais para a transformação de coordenadas entre sistemas de coordenadas distintos. Estes modelos são determinados em função do número de parâmetros de transformação, de modo que entre os modelos citados serão apresentados aqueles determinados em função de 4 parâmetros de transformação, comumente conhecido como Transformação de Helmert, e o modelo a partir de 6 parâmetros, conhecido por Transformação Afim. Para ambos os modelos matemáticos apresenta-se a rotina de cálculo usada para a determinação de seus parâmetros em função do número de pontos de controle. No desfecho do capítulo é apresentado o modelo escolhido para o desenvolvimento da parte metodológica desta pesquisa, mencionando as razões que motivaram esta escolha.

4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

As transformações geométricas de coordenadas são as que relacionam as coordenadas entre dois sistemas de coordenadas diferentes. Para tal, é primordial conhecer os modelos matemáticos que podem ser utilizados para a transformação entre os sistemas, e as coordenadas de alguns pontos homólogos nos dois sistemas, denominados pontos de controle. De posse destes elementos, aplica-se o modelo de transformação e se determinam os parâmetros de transformação entre os dois

sistemas. Uma vez determinados os parâmetros de transformação, eles podem ser usados para converter qualquer coordenada do sistema de origem para o sistema destino.

Existem vários modelos matemáticos para realizar a transformação de coordenadas entre sistemas diferentes. Como é amplamente conhecido, existem os modelos que realizam apenas translações, os que realizam translações e mudanças de escala e os que realizam translações, mudanças de escala e rotações nos eixos cartesianos do sistema de referência original para transformá-lo no sistema de destino.

De acordo com Lugnani (1987), conhecer o que se pretende modelar é fundamental para a escolha adequada de uma transformação geométrica, sendo que a escolha do modelo matemático mais apropriado deve levar em conta as características físicas do objeto para estabelecer um modelo teórico. Assim, é importante que se entendam quais os efeitos geométricos que são modelados por cada transformação. A Figura 4.1 exemplifica o que acontece num quadrado quando submetido a cada um dos seguintes efeitos: rotação, mudança de escala e quebra de paralelismo.

Figura 4.1 – Efeitos geométricos ocasionados por transformações matemáticas de coordenadas

Na prática, são seis os parâmetros que caracterizam a transformação de um sistema de coordenadas para outro, em duas dimensões. A Figura 4.2 representa tais parâmetros, os quais são designados por:

- 1) T_x = translação na origem na direção X;
- 2) T_y = translação na origem na direção Y;
- 3) θ = rotação do eixo de um sistema de coordenadas em relação ao outro;
- 4) K_x = mudança de escala em X;
- 5) k_y = mudança de escala em Y;
- 6) ε = ângulo de não ortogonalidade entre os eixos dos dois sistemas de coordenadas.

Nos próximos itens serão apresentados alguns modelos matemáticos usuais para a transformação de coordenadas que são determinados em função do número destes parâmetros.

Figura 4.2 – Parâmetros de transformação de um sistema de coordenadas em duas dimensões (Fonte: Adaptado de Greenfeld, 1987).

4.2 MODELO MATEMÁTICO DETERMINADO EM FUNÇÃO DE 4 PARÂMETROS DE TRANSFORMAÇÃO

No caso da transformação de coordenadas entre dois sistemas de coordenadas cartesianas plano (x,y) e (X,Y) realizado a partir da determinação de 4 parâmetros existem três passos a serem considerados:

- a) rotação dos eixos (x,y) para torná-los paralelos aos eixos (X,Y)
- b) mudança da escala para adequar as dimensões do sistema (x,y) ao sistema (X,Y)
- c) translação da origem do sistema (x,y) para coincidir com a origem do sistema (X,Y) .

Esse tipo de transformação é conhecido pelo nome de Transformação de Helmert 2D ou Transformação Ortogonal.

- ***Rotação***

Da Figura 4.2 denota-se que a relação matemática entre as coordenadas (x,y) e (X,Y) devido a uma rotação θ é dado pela equação (4.1).

$$X = x \cdot \cos \theta - y \cdot \sin \theta \quad (4.1)$$

$$Y = x \cdot \sin \theta + y \cdot \cos \theta$$

A equação (4.1) pode ser representada na forma de matriz pela equação a seguir:

$$X = R \cdot x \quad (4.2)$$

Onde:

$$X = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

- ***Escala***

Aplicando-se em seguida o fator de escala k ao sistema de coordenadas (x,y) , tem-se a equação (4.3).

$$X = k \cdot R \cdot x \quad (4.3)$$

- ***Translação***

Ainda de acordo com a Figura 4.2, denota-se que se forem aplicadas as translações T_x e T_y ao sistema de coordenadas (x,y) , obtém-se a formulação final indicada pela equação (4.4).

$$X = k \cdot R \cdot x + T \quad (4.4)$$

Onde:

$$T = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix}$$

A equação (4.4) pode ser reescrita no formato dado pela equação (4.5).

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = k \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta & -\operatorname{sen} \theta \\ \operatorname{sen} \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Uma transformação deste tipo é dita **transformação linear ortogonal** ou de **similaridade**. A condição de ortogonalidade ocorre pelo fato da matriz de rotação R ser uma matriz ortogonal, ou seja, $R^T = R^{-1}$. Isso significa que ambos os eixos nos dois sistemas de coordenadas são ortogonais entre si e se mantêm ortogonais após a transformação.

Por se tratar de uma transformação de coordenadas com 4 parâmetros de transformação, é necessário que se tenha pelo menos 2 pontos homólogos nos dois sistemas de coordenadas. Cada ponto permitirá escrever duas equações de transformação. Nos casos em que se têm mais de dois pontos homólogos, a transformação poderá ser efetuada a partir da aplicação do método de ajustamento através dos mínimos quadrados ou a partir da rotina de cálculo apresentada no item 4.2.1.

O desenvolvimento do sistema de equações (4.5) produz a formulação algébrica indicada pela equação (4.6).

$$\begin{aligned} X &= k \cdot (x \cdot \cos \theta - y \cdot \operatorname{sen} \theta) + T_x \\ Y &= k \cdot (x \cdot \operatorname{sen} \theta + y \cdot \cos \theta) + T_y \end{aligned} \quad (4.6)$$

Considerando-se que:

$$a = k \cdot \cos \theta$$

$$b = k \cdot \operatorname{sen} \theta$$

$$T_x = c = \text{translação em } x$$

$T_y = d$ = translação em y

A partir daí, têm-se de forma simplificada o sistema de equações (4.7).

$$X = ax - by + c \quad (4.7)$$

$$Y = bx + ay + d$$

Para a solução do sistema de equações (4.7), considera-se a existência de 2 pontos homólogos nos dois sistemas de coordenadas: (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (X_1, Y_1) e (X_2, Y_2) . Os 4 parâmetros a serem determinados são o fator de escala k , o ângulo de rotação θ e as duas translações T_x e T_y , que são descritos pelos elementos a , b , c e d do sistema de equações (4.7). É válido ressaltar que, as equações apresentadas a seguir foram transcritas de Silva (em fase de elaboração)¹.

Inicialmente, calculam-se as diferenças de coordenadas nos dois sistemas, de acordo com as equações (4.8).

$$\begin{aligned} \Delta_x &= x_2 - x_1 & \Delta_X &= X_2 - X_1 \\ \Delta_y &= y_2 - y_1 & \Delta_Y &= Y_2 - Y_1 \end{aligned} \quad \text{e} \quad (4.8)$$

Nestas condições, é estabelecido que os elementos a , b , c , d e os parâmetros k e θ , são calculados pela formulação dada, respectivamente, pelas equações (4.9) a (4.14).

$$a = \frac{\Delta_x \Delta_X + \Delta_y \Delta_Y}{\Delta_x^2 + \Delta_y^2} \quad (4.9)$$

$$b = \frac{\Delta_x \Delta_Y + \Delta_y \Delta_X}{\Delta_x^2 + \Delta_y^2} \quad (4.10)$$

¹ SILVA, I. Transformações de Coordenadas. Editora a ser definida, 2009.

$$c = X_1 - ax_1 + by_1 \quad (4.11)$$

$$d = Y_1 - bx_1 - ay_1 \quad (4.12)$$

$$k = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (4.13)$$

$$\theta = \arctg \frac{b}{a} \quad (4.14)$$

É importante notar que a transformação ortogonal possui duas características importantes:

- Os comprimentos dos mesmos elementos nos dois sistemas de coordenadas (original e transformado) diferem de um fator igual a k .
- A transformação não deforma os ângulos, ou seja, ela é uma transformação conforme.

4.2.1 Transformação de Helmert com excesso de pontos homólogos

No caso de haver mais de dois pontos homólogos é necessário lançar mão de um processo de ajustamento. A solução do problema, neste caso, pode ser obtida diretamente a partir da solução do Sistema de Equações Normais do Método de Ajustamento Paramétrico ou ainda a partir das equações indicadas a seguir, as quais, em suma, não são nada mais do que um rearranjo do Sistema de Equações Normais do Método de Ajustamento Paramétrico.

Desse modo, sejam considerados novamente dois sistemas de coordenadas (x, y) e (X, Y) e que existam $n > 2$ pontos homólogos entre os dois sistemas. Inicialmente, são calculadas as coordenadas dos centros de gravidade dos n pontos

homólogos em cada sistema, que são dados pelas equações (4.15) e (4.16). Deve-se notar, neste caso, o uso da notação matricial.

- Centro de gravidade dos n pontos no sistema de coordenadas (x, y) :

$$x_0 = \frac{e^T \cdot x}{e^T \cdot e} \quad e \quad y_0 = \frac{e^T \cdot y}{e^T \cdot e} \quad (4.15)$$

- Centro de gravidade dos n pontos no sistema de coordenadas (X, Y) :

$$X_0 = \frac{e^T \cdot X}{e^T \cdot e} \quad e \quad Y_0 = \frac{e^T \cdot Y}{e^T \cdot e} \quad (4.16)$$

De modo que, os vetores de coordenadas x, y, X, Y e e^T são dados por:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \text{vetor das coordenadas } x; \quad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \text{vetor das coordenadas } y$$

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} = \text{vetor das coordenadas } X; \quad Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \text{vetor das coordenadas } Y;$$

$$e^T = [1 \quad 1 \quad 1 \quad \dots \quad 1]$$

É importante ressaltar que: $\frac{e^T \cdot X}{e^T \cdot e} = \frac{\sum x}{n}$

As coordenadas de um ponto genérico i , presente em ambos os sistemas (x,y) e (X, Y) , em relação aos seus centros de gravidade, são dados, respectivamente, pelas equações (4.17) e (4.18).

$$xg_i = x_i - x_0 \text{ com } e^T \cdot xg \quad (4.17)$$

$$yg_i = y_i - y_0 \text{ com } e^T \cdot yg$$

$$Xg_i = X_i - X_0 \text{ com } e^T \cdot Xg \quad (4.18)$$

$$Yg_i = Y_i - Y_0 \text{ com } e^T \cdot Yg$$

Onde:

(xg_i, yg_i) = coordenadas de um ponto genérico i em relação ao centro de gravidade do sistema (x, y) ;

(Xg_i, Yg_i) = coordenadas de um ponto genérico i em relação ao centro de gravidade do sistema (X, Y) .

Ressalta-se que os vetores de xg , yg , Xg e Yg são os dados por:

$$xg = \begin{bmatrix} xg_1 \\ xg_2 \\ xg_3 \\ \vdots \\ xg_n \end{bmatrix}, \quad yg = \begin{bmatrix} yg_1 \\ yg_2 \\ yg_3 \\ \vdots \\ yg_n \end{bmatrix}, \quad Xg = \begin{bmatrix} Xg_1 \\ Xg_2 \\ Xg_3 \\ \vdots \\ Xg_n \end{bmatrix} \text{ e } Yg = \begin{bmatrix} Yg_1 \\ Yg_2 \\ Yg_3 \\ \vdots \\ Yg_n \end{bmatrix}$$

Nestas condições, mostra-se que os elementos a , b , c , d e os parâmetros k e θ , podem ser calculados, respectivamente, pelas equações (4.19) a (4.23)

$$a = \frac{xg^T \cdot Xg + yg^T \cdot Yg}{xg^T \cdot xg + yg^T \cdot yg} \quad (4.19)$$

$$b = \frac{xg^T \cdot Yg - yg^T \cdot Xg}{xg^T \cdot xg + yg^T \cdot yg} \quad (4.20)$$

$$c = X_0 - ax_0 + by_0 \quad d = Y_0 - bx_0 - ay_0 \quad (4.21)$$

$$k = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (4.22)$$

$$\theta = \arctg \frac{b}{a} \quad (4.23)$$

Neste caso, as coordenadas transformadas são denominadas de $(\bar{x}, \bar{y})$ e podem ser calculadas de acordo com as equações (4.7). Se forem aplicados os parâmetros determinados pelas equações (4.19) a (4.23) ter-se-á a equação (4.24) ou ainda a equação (4.25).

$$\begin{aligned} \bar{x}_i &= ax_i - by_i + c \\ \bar{y}_i &= bx_i + ay_i + d \end{aligned} \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} \bar{x}_i &= axg_i - byg_i + x_0 \\ \bar{y}_i &= bxg_i + ayg_i + y_0 \end{aligned} \quad (4.25)$$

Pode-se verificar que usando as equações (4.25) não é necessário calcular as translações c e d para a obtenção das coordenadas transformadas. Outra dedução que pode ser constatada através da equação (4.25) é demonstrada pela equação (4.26).

$$\begin{aligned} \bar{x}_0 &= axg_0 - byg_0 + x_0 \\ \bar{y}_0 &= bxg_0 + ayg_0 + y_0 \end{aligned} \quad (4.26)$$

Como evidentemente $xg_0=0$ e $yg_0 = 0$, as equações (4.26) conduzem a $\bar{x}_0 = x_0$ e $\bar{y}_0 = y_0$. Este resultado mostra que o centro de gravidade $g(x,y)$

transforma-se no centro de gravidade $G(X,Y)$, ou seja, a Transformação de Helmert coloca em coincidência os centros de gravidade dos n pontos homólogos dos dois sistemas de coordenadas g e G .

Como etapa subsequente, considerando que existem mais coordenadas do que as estritamente necessárias para uma solução unívoca, haverá uma diferença entre as coordenadas transformadas $(\bar{x}, \bar{y})$ e as coordenadas (x, y) para cada ponto homólogo. A essa diferença de coordenadas dá-se o nome de erro residual, o qual pode ser definido pela equação (4.27).

$$\begin{aligned} V_{x_i} &= \bar{x}_i - x_i \\ V_{y_i} &= \bar{y}_i - y_i \end{aligned} \quad (4.27)$$

Onde:

V_{x_i} = erro residual entre coordenada x transformada e sua homóloga;

V_{y_i} = erro residual entre coordenada y transformada e sua homóloga.

Substituindo-se as equações (4.24) em (4.27), tem-se a equação (4.28).

$$\begin{aligned} V_{x_i} &= ax_i - by_i + c - x_i \\ V_{y_i} &= bx_i + ay_i + d - y_i \end{aligned} \quad (4.28)$$

Com estas equações é possível calcular os vetores dos erros residuais V_x , V_y e $V_t = V_x + V_y$, dados por:

$$V_x = \begin{bmatrix} V_{x1} \\ V_{x2} \\ V_{x3} \\ \vdots \\ V_{xn} \end{bmatrix}, \quad V_y = \begin{bmatrix} V_{y1} \\ V_{y2} \\ V_{y3} \\ \vdots \\ V_{yn} \end{bmatrix}, \quad V_t = \begin{bmatrix} V_{x1} + V_{y1} \\ V_{x2} + V_{y2} \\ V_{x3} + V_{y3} \\ \vdots \\ V_{xn} + V_{yn} \end{bmatrix}$$

Pela Teoria dos Erros, mostra-se que a precisão da transformação é calculada pela equação (4.29)

$$\hat{\sigma}^2 = \pm \frac{V_t^T \cdot V_t}{2n - 4} \quad (4.29)$$

Onde:

$\hat{\sigma}^2$ = precisão da transformação;

n = igual ao número de pontos homólogos usados no cálculo da transformação.

É notório que neste caso foi admitido que todas as coordenadas possuem a mesma exatidão. No caso de haver exatidões diferentes é necessário considerar os pesos respectivos para o cálculo da precisão da transformação.

Como a expressão (4.29) representa a precisão de qualquer coordenada, podemos então considerar que: $\hat{\sigma}^2 = \hat{\sigma}_x^2 = \hat{\sigma}_y^2$.

A precisão do vetor resultante dos erros em x e em y é dada pela equação (4.30).

$$\sigma_p = \pm \hat{\sigma}^2 \cdot \sqrt{2} \quad (4.30)$$

Onde:

σ_p = precisão do vetor resultante dos erros em x e y .

4.3 MODELO MATEMÁTICO DETERMINADO EM FUNÇÃO DE 6 PARÂMETROS DE TRANSFORMAÇÃO

Este modelo é conhecido como Transformação Afim de Coordenadas e para sua determinação é necessário definir 6 parâmetros de transformação entre ambos os sistemas de coordenadas (x, y) e (X, Y) , sendo eles:

- a) 1 rotação (θ) dos eixos (x, y) para torná-los paralelos aos eixos (X, Y)
- b) 2 fatores de escala (k_x e k_y) para adequar as dimensões do sistema (x, y) ao sistema (X, Y) ;
- c) 2 translações (T_x e T_y) da origem do sistema (x, y) para coincidir com a origem do sistema (X, Y) ;
- d) 1 fator de não-ortogonalidade (ε) entre os eixos do sistema.

A transformação de coordenadas Afim é também uma transformação de coordenadas linear. Neste caso, porém, a matriz de rotação não satisfaz a condição de ortogonalidade, ou seja, a Transformação Afim não conserva os ângulos e, portanto, tampouco as superfícies.

A Transformação Afim nada mais é que um polinômio de 1º grau e o tratamento matemático para a determinação é semelhante ao da Transformação de Helmert. Desse modo, considerando a Figura 4.2 ter-se-á a formulação geral para a Transformação Afim dada pela equação (4.31).

$$\begin{aligned} X &= k_x \cdot x \cdot \cos \theta - k_y \cdot y \cdot (\sin \theta + \sin \varepsilon \cdot \cos \theta) + c \\ Y &= k_x \cdot x \cdot \sin \theta + k_y \cdot y \cdot (\cos \theta - \sin \varepsilon \cdot \sin \theta) + f \end{aligned} \quad (4.31)$$

Onde:

k_x = fator de escala no eixo x;

k_y = fator de escala no eixo y;

θ = ângulo de rotação;

ε = ângulo de não ortogonalidade;

c = translação em x;

f = translação em y.

Em seguida, adota-se que:

$$a = k_x \cdot \cos \theta;$$

$$b = -k_y \cdot (\sin \theta + \sin \varepsilon \cdot \cos \theta);$$

$$d = k_x \cdot \sin \theta;$$

$$e = k_y \cdot (\cos \theta - \sin \varepsilon \cdot \sin \theta).$$

Desse modo, obtêm-se a equação (4.32).

$$X = ax + by + c \quad (4.32)$$

$$Y = dx + ey + f$$

A forma matricial da equação (4.32) pode ser representada pela formulação (4.33) ou ainda pela formulação (4.34).

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ d & e \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ f \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x & y & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

Por se tratar de uma transformação de coordenadas com 6 parâmetros, é necessário que se tenha pelo menos 3 pontos homólogos nos dois sistemas de coordenadas. Cada ponto permitirá escrever duas equações de transformação. Nas situações em que se têm mais de três pontos homólogos a transformação poderá ser efetuada a partir da aplicação de um método de ajustamento adequado, ou analogamente ao caso anterior, a partir das equações apresentadas a seguir.

4.3.1 Transformação Afim com excesso de pontos homólogos

Sejam então considerados dois sistemas de coordenadas (x_i, y_i) e (X_i, Y_i) de acordo com a Figura 4.2. Considerar-se-á também que existam $n > 3$ pontos homólogos entre os dois sistemas e, assim, calculam-se as coordenadas dos centros de gravidade dos n pontos homólogos em cada sistema conforme já descrito no item 4.2.1 para a Transformação de Helmert. Nestas condições, as equações (4.15) a (4.18) são exatamente as mesmas e, por esse motivo, não serão repetidas nesta seção.

Assim, mostra-se que os elementos a , b , d , e e , podem ser calculados, respectivamente, pelas equações (4.35) a (4.38)

$$a = \frac{Yg^T \cdot Yg \cdot Xg^T \cdot Xg - Xg^T \cdot Yg \cdot Yg^T \cdot Xg}{Xg^T \cdot Xg \cdot Yg^T \cdot Yg - (Xg^T \cdot Yg)^2} \quad (4.35)$$

$$b = \frac{Xg^T \cdot Xg \cdot Yg^T \cdot Xg' - Xg^T \cdot Yg \cdot Xg^T \cdot Xg'}{Xg^T \cdot Xg \cdot Yg^T \cdot Yg - (Xg^T \cdot Yg)^2} \quad (4.36)$$

$$d = \frac{Yg^T \cdot Yg \cdot Xg^T \cdot Yg - Xg^T \cdot Yg \cdot Xg^T \cdot Yg}{Xg^T \cdot Xg \cdot Yg^T \cdot Yg - (Xg^T \cdot Yg)^2} \quad (4.37)$$

$$e = \frac{Xg^T \cdot Xg \cdot Yg^T \cdot Yg - Xg^T \cdot Yg \cdot Xg^T \cdot Yg}{Xg^T \cdot Xg \cdot Yg^T \cdot Yg - (Xg^T \cdot Yg)^2} \quad (4.38)$$

De posse dos elementos a , b , d e e determinados, pode-se determinar os parâmetros c , f , k_x , k_y , θ e ε , respectivamente pelas equações (4.39) a (4.44).

$$c = x_0 - ax_0 - by_0 \quad (4.39)$$

$$f = y_0 - dx_0 - ey_0 \quad (4.40)$$

$$k_x = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (4.41)$$

$$k_y = \sqrt{d^2 + e^2} \quad (4.42)$$

$$\theta = \arctg \frac{d}{e} + \varepsilon \quad (4.43)$$

$$\varepsilon = \arctg \frac{b}{a} \quad (4.44)$$

Analogamente ao caso da Transformação de Helmert; têm-se as equações (4.45) e (4.46).

$$\begin{aligned}\bar{x}_i &= ax_i + by_i + c \\ \bar{y}_i &= dx_i + ey_i + f\end{aligned}\tag{4.45}$$

$$\begin{aligned}\bar{x}_0 &= axg_0 + byg_0 + x_0 \\ \bar{y}_0 &= bxx_0 + ayy_0 + y_0\end{aligned}\tag{4.46}$$

Considerando os erros residuais de acordo com as equações (4.27), calcula-se a precisão da transformação, dada pela equação (4.47).

$$\hat{\sigma}^2 = \pm \frac{V_t^T V_t}{2n-6} = \hat{\sigma}_x^2 = \hat{\sigma}_y^2\tag{4.47}$$

Onde:

n = igual ao número de pontos homólogos usados no cálculo da transformação.

Para a determinação da precisão através da equação (4.47) foi admitido que todas as coordenadas possuem a mesma exatidão. No caso de haver exatidões diferentes é necessário considerar os respectivos pesos para o cálculo da precisão da transformação.

A precisão do vetor resultante dos erros em x e em y é dada pela equação (4.48).

$$\sigma_p = \pm \hat{\sigma}^2 \cdot \sqrt{2}\tag{4.48}$$

4.3.2 Transformação Afim com excesso de pontos homólogos com pesos diferentes

Neste item será apresentada a mesma rotina de cálculo do item anterior, porém, adaptada de modo a levar em conta a atribuição de peso ao ponto de controle. Vale ressaltar que esta foi a rotina de cálculo adotada nesta pesquisa para efetuar a determinação de tais parâmetros de transformação, devido à simplicidade dos cálculos, podendo ser facilmente executados através de planilhas eletrônicas do programa Excel.

A seguir, será descrita a rotina de cálculos em questão, a qual foi transcrita do trabalho de Greenfeld (1997), onde este autor a utilizou com o objetivo de fazer a transformação de coordenadas entre *data* diferentes. Neste caso, não será utilizada a notação matricial.

- 1) Determinação do centro de gravidade dos n pontos no sistema de coordenadas (x, y) e (X, Y) . Deve ser considerado o peso referente de cada coordenada de ponto de controle para o cálculo das coordenadas referentes ao centro de gravidade de ambos os sistemas, como mostram as equações (4.49) e (4.50).

$$x_0 = \frac{\sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad \text{e} \quad y_0 = \frac{\sum_{i=1}^n w_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (4.49)$$

$$X_0 = \frac{\sum_{i=1}^n w_i \cdot X_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad \text{e} \quad Y_0 = \frac{\sum_{i=1}^n w_i \cdot Y_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (4.50)$$

Onde:

X_0, Y_0 = coordenada referente ao centro de gravidade do sistema de referência;

x_0, y_0 = coordenada referente ao centro de gravidade do sistema a ser transformado;

w_i = peso do ponto genérico i ;

X_i, Y_i = coordenada do ponto genérico i no sistema de referência;

x_i, y_i = coordenada do ponto genérico i no sistema a ser transformado.

2) Cálculos das coordenadas relativas ao centro de gravidade, de acordo com as equações (4.51), (4.52), (4.53) e (4.54).

$$x_{g_i} = x_i - x_0 \quad (4.51)$$

$$y_{g_i} = y_i - y_0 \quad (4.52)$$

$$X_{g_i} = X_i - X_0 \quad (4.53)$$

$$Y_{g_i} = Y_i - Y_0 \quad (4.54)$$

Onde:

X_{g_i}, Y_{g_i} = coordenada relativa ao centro de gravidade do sistema de referência;

x_{g_i}, y_{g_i} = coordenada relativa ao centro de gravidade do sistema a ser transformado;

3) Determinação das constantes I a VIII, respectivamente, pelas equações (4.55) a (4.62), e dos parâmetros de transformação a , b , d e e , sucessivamente, pelas equações (4.63) a (4.66).

$$I = \sum_{i=1}^n w_i \cdot X_{g_i} \cdot x_{g_i} \quad (4.55)$$

$$II = \sum_{i=1}^n w_i \cdot Y_{g_i} \cdot y_{g_i} \quad (4.56)$$

$$III = \sum_{i=1}^n w_i \cdot Y_{gi} \cdot x_{gi} \quad (4.57)$$

$$IV = \sum_{i=1}^n w_i \cdot X_{gi} \cdot y_{gi} \quad (4.58)$$

$$V = \sum_{i=1}^n w_i \cdot x_{gi}^2 \quad (4.59)$$

$$VI = \sum_{i=1}^n w_i \cdot y_{gi}^2 \quad (4.60)$$

$$VII = \sum_{i=1}^n w_i \cdot x_{gi} \cdot y_{gi} \quad (4.61)$$

$$VIII = V \cdot IV - (VII)^2 \quad (4.62)$$

$$a = \frac{VI \cdot I - VII \cdot IV}{VIII} \quad (4.63)$$

$$b = \frac{V \cdot IV - VII \cdot I}{VIII} \quad (4.64)$$

$$d = \frac{VI \cdot III - VII \cdot II}{VIII} \quad (4.65)$$

$$e = \frac{V \cdot II - VII \cdot III}{VIII} \quad (4.66)$$

4) Definição dos parâmetros de transformação c e f através das equações (4.67) e (4.68).

$$c = X_0 - a.x_0 - b.y_0 \quad (4.67)$$

$$f = Y_0 - d.x_0 - e.y_0 \quad (4.68)$$

- 5) Determinação da precisão da transformação pelo cálculo dos resíduos entre a coordenada transformada e a coordenada homóloga de referência, conforme as equações (4.69).

$$\begin{aligned} V_{x_i} &= X_i - x_i \\ V_{y_i} &= Y_i - y_i \end{aligned} \quad (4.69)$$

Onde:

V_{x_i} = erro residual entre coordenada x transformada e sua homóloga de referência;

V_{y_i} = erro residual entre coordenada y transformada e sua homóloga de referência;

- 6) O cálculo da precisão da transformação levando em conta os pesos dos pontos de controle é dado pela equação (4.70) ou pela equação (4.71), no caso de extrair a raiz quadrada.

$$\hat{\sigma}^2 = \pm \frac{V_t^T \cdot P \cdot V_t}{2n - 6} \quad (4.70)$$

$$\hat{\sigma} = \pm \sqrt{\frac{V_t^T \cdot P \cdot V_t}{2n - 6}} \quad (4.71)$$

4.4 MODELOS MATEMÁTICOS DETERMINADOS EM FUNÇÃO DE 3 E 5 PARÂMETROS DE TRANSFORMAÇÃO

O modelo matemático determinado em função de três parâmetros de transformação foi denominado de corpo rígido por Greenfeld (1997), pois apresenta os dois sistemas de coordenadas (x, y) e (X, Y) com exatamente a mesma escala, diferindo somente quanto a duas translações (T_x e T_y) e uma rotação (θ). A equação (4.72) representa este modelo matemático.

$$\begin{aligned} X &= T_x + x \cdot \cos \theta - y \cdot \sin \theta \\ Y &= T_y + x \cdot \sin \theta + y \cdot \cos \theta \end{aligned} \quad (4.72)$$

Já o modelo matemático determinado a partir de cinco parâmetros de transformação tem como característica principal que ambos os sistemas de coordenadas apresentam diferentes escalas em x e y , além de duas translações e uma rotação. A equação (4.73) representa este modelo matemático.

$$\begin{aligned} X &= T_x + k_x \cdot x \cdot \cos \theta - k_y \cdot y \cdot \sin \theta \\ Y &= T_y + k_x \cdot x \cdot \sin \theta + k_y \cdot y \cdot \cos \theta \end{aligned} \quad (4.73)$$

Como foi visto as equações correspondentes a quatro e seis parâmetros de transformação podem ser reescritas na forma linear. Assim, os cálculos para a determinação dos parâmetros através de um ajuste pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) tornam-se bastante simples. Já para as equações correspondentes a três e cinco parâmetros a solução pelo sistema de equações normais do Método de Ajustamento Paramétrico, por exemplo, defronta-se com um problema não linear e para resolver este tipo de situação é necessário realizar uma série de iterações até que a solução convirja para o resultado final, o que pode prejudicar a acurácia do

resultado. Por isso, de acordo com Greenfeld (1997), é recomendado usar transformações de coordenadas referentes a quatro e seis parâmetros.

4.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo apresentou alguns modelos matemáticos determinados em função de quatro, seis, três e cinco parâmetros de transformação. Mostrou-se que é mais adequado usar os modelos referentes a quatro e seis parâmetros, pois, as suas equações correspondentes podem ser reescritas na forma linear, o que facilita os cálculos pelo sistema de equações normais do Método de Ajustamento Paramétrico.

Outra informação relevante quanto à escolha do modelo matemático de transformação é que a maioria dos programas de SIG disponibiliza além do polinômio de 1º grau, polinômios de 2º e de 3º grau para o georreferenciamento de mapas.

Na prática uma transformação geométrica simples poderá subestimar os erros, enquanto uma transformação mais complexa tenderá a modelar alguns erros, introduzindo correlações que não se justificam. De acordo com Prado (2006), quanto maior a ordem do polinômio obviamente mais próxima a curva de ajuste deve passar pelos pontos a serem ajustados. No entanto, a utilização de polinômios de grau elevado pode provocar algumas distorções no produto gerado e, por isso, algumas vezes, o ajuste linear é uma adaptação moderadamente aceitável.

A Figura 4.3 mostra um conjunto de pontos de dados em um gráfico, no qual curvas de primeira (linear), segunda (quadrática) ou terceira ordem estão representadas. Entretanto, supondo que os dados continuem para valores mais elevados de x , com quase a mesma tendência dos pontos já plotados, então, o ajuste linear é o que melhor se adapta como extrapolador. Em contraste, a curva de 3º ordem pode desviar-se visivelmente da tendência dos pontos quando usada como

extrapoladora. Por isso, transformações mais complexas só fazem sentido se houverem mais efeitos geométricos a serem modelados.

Diante das circunstâncias retratadas nesta seção, dentre os modelos matemáticos expostos, foi escolhido a Transformação Afim de coordenadas com o intuito de atingir os objetivos desta pesquisa.

Figura 4.3 – Comportamento de cada uma das funções matemáticas quando usadas como extrapoladoras (Fonte: Andrade, 1999.)

CAPÍTULO 5

DESEMPENHO DA TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS

Neste capítulo é ressaltada, através de alguns exemplos encontrados na literatura, a importância de se considerar a exatidão de pontos de controle a fim de obter um melhor desempenho da transformação de coordenadas a partir de um modelo matemático para o georreferenciamento de um mapa em meio digital.

5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

No capítulo anterior foram apresentados alguns modelos matemáticos usuais para a transformação de coordenadas entre diferentes sistemas. Neste capítulo será destacada, através de alguns exemplos encontrados na bibliografia, a importância de se considerar a exatidão dos pontos de controle com o intuito de obter um melhor desempenho da transformação de coordenadas a partir do modelo matemático empregado para o georreferenciamento de um mapa em meio digital ou de uma imagem de satélite. Com isto se almeja obter uma maior fidelidade do resultado do georreferenciamento gerado. É válido salientar que, não foram encontrados na revisão bibliográfica desta pesquisa, trabalhos que abordassem este assunto para mapas, sendo encontrados somente para imagens de satélite.

5.2 AVALIAÇÃO DA TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS EM FUNÇÃO DA EXATIDÃO DO PONTO DE CONTROLE

Dammalage (2005) avaliou o efeito da exatidão dos valores de coordenadas dos pontos de controle no resultado do georreferenciamento de uma imagem de satélite QuickBird, de 0,61 metros de resolução, da cidade de Bangkok, Tailândia, realizando a coleta destes pontos, em campo, em diferentes localidades.

O critério para seleção dos pontos, em campo, foi a facilidade de identificação dos mesmos na imagem de satélite. Assim, foram coletados pontos de controle nos cruzamentos de ruas, arestas e centros de quadras desportivas e arestas de piscinas. Para isso, foi utilizado um receptor GNSS de dupla frequência, com tempo de coleta de 20 minutos e uma taxa de observação de 5 segundos. As Figuras 5.1 e 5.2 mostram, respectivamente, alguns exemplos de localização dos pontos, em campo, e seus homólogos na imagem de satélite.

Figura 5.1 – Coleta de ponto de controle no cruzamento de duas ruas e seu ponto correspondente na imagem de satélite (Fonte: Dammalage, 2005)

Figura 5.2 – Coleta de ponto de controle no centro de uma quadra desportiva e seu ponto homólogo na imagem de satélite (Fonte: Dammalage, 2005)

A Figura 5.1 mostra a localização de um ponto de controle no cruzamento de duas ruas e a Figura 5.2 um ponto coletado no centro de uma quadra esportiva. De posse das coordenadas dos pontos coletados foi realizado o georreferenciamento da imagem, variando o número de pontos de controle. Neste estudo foi utilizado um polinômio de 1º grau para o georreferenciamento. A avaliação do erro total cometido na transformação foi realizada através do Resíduo Médio Quadrático (RMS), que é estimado pela equação (5.1).

$$RMS = \sqrt{(E_{transf.} - E_{refer.})^2 + (N_{transf.} - N_{refer.})^2} \quad (5.1)$$

Onde:

RMS = resíduo médio quadrático;

$E_{transf.}$ = coordenada E transformada;

$E_{refer.}$ = coordenada E referência;

$N_{transf.}$ = coordenada N transformada;

$N_{refer.}$ = coordenada N referência.

A Tabela 5.1 apresenta os resultados finais do georreferenciamento gerado para cada uma das circunstâncias avaliadas.

Tabela 5.1 – RMS obtido em função da localidade e do número de pontos de controle (Fonte: Dammalage, 2005)

Localidade do Ponto	Nº de pontos	RMS médio (m)
Aresta de Piscina	5	0,103
Cruzamento de Ruas	5	0,317
Centro de Quadra Desportiva	9	0,607
Cruzamento de Ruas	9	1,263

De acordo com os resultados do RMS médio descritos na Tabela 5.1, pode-se constatar que a localização dos pontos de controle influenciou o resultado do georreferenciamento da imagem. Apesar das intersecções de ruas serem mais acessíveis para coleta dos pontos de controle e de serem mais disponíveis na imagem, apresentaram um resultado de georreferenciamento pior quando comparado com o georreferenciamento gerado por meio de pontos de controle que possuem sua posição melhor definida na imagem, tais como: centro de quadra desportiva, aresta de piscina. Tal fato corrobora que quanto maior é a exatidão das coordenadas de pontos de controle melhor é o desempenho da transformação de coordenadas.

Jakubowicz, Jaszczak e Wolniewicz (2004), estudaram o efeito da exatidão de pontos de controle na ortorretificação de uma imagem de satélite Quickbird, a qual apresenta 0,61 m de resolução espacial, da cidade de Warsaw, Polônia. A fim de realizar este estudo os autores selecionaram 75 pontos de controle de acordo com o tipo de sua localização no terreno e seu homólogo na imagem, de modo que estes pontos foram subdivididos em três grupos, sendo que cada grupo continha 25 pontos caracterizados pelo mesmo tipo de localização. Posteriormente, estes pontos foram medidos, no terreno, através de um receptor GNSS de dupla frequência. A seguir apresenta-se o tipo de localização do ponto de controle dentro do grupo a que pertence.

- Grupo 1: Pontos localizados no eixo central do cruzamento de duas ruas, conforme ilustra a Figura 5.3

Figura 5.3 – Identificação de um ponto de controle localizado no eixo central do cruzamento de duas ruas na imagem de satélite (Fonte: Jakubowicz, Jaszczak e Wolniewicz, 2004)

- Grupo 2: Pontos localizados na extremidade de um alinhamento, como por exemplo, o desenho do traçado do eixo de uma rua, conforme mostra a Figura 5.4.

Figura 5.4 – Identificação de um ponto de controle localizado extremidade do desenho do traçado de um alinhamento de uma rua. (Fonte: Jakubowicz, Jaszczak e Wolniewicz, 2004)

- Grupo 3: Pontos bem representados na imagem, como por exemplo, postes de iluminação pública, de acordo com a Figura 5.5.

Figura 5.5 – Localização de um ponto de controle identificado como um poste de iluminação pública (Fonte: Jakubowicz, Jaszczak e Wolniewicz, 2004)

Dos 25 pontos medidos para cada grupo, 13 foram usados como pontos de controle para gerar os parâmetros de transformação a partir do modelo matemático usado para a ortorretificação da imagem e 12 pontos foram usados como de checagem a fim de avaliar a exatidão da ortorretificação gerada através do grupo em questão. A Tabela 5.2 mostra os resultados, através do RMS médio da ortorretificação da imagem gerada a partir das três situações distintas.

Tabela 5.2 – RMS obtido em função da localidade do ponto de controle (Fonte: Jakubowicz, Jaszczak e Wolniewicz, 2004)

Localidade do Ponto	RMS médio (m)
Grupo 1	2,02
Grupo 2	1,45
Grupo 3	1,70

A partir dos valores de RMS médios oriundos da Tabela 5.2 constata-se que o Grupo 1 foi o que obteve o pior desempenho. Isto se deve a dificuldade de se adquirir com exatidão as coordenadas de pontos de controle perante este tipo de localização tanto na imagem quanto no terreno. O Grupo 2 foi o que apresentou o melhor resultado quando comparado aos outros dois grupos, exibindo pontos de controle que podem ser bem identificados na imagem e no terreno a fim de sua

medição. O Grupo 3 também possibilita a obtenção de pontos de controle com boa exatidão, porém apresentou um desempenho mais baixo que o Grupo 2 devido ao fato, por exemplo, que pode haver uma sombra do próprio ponto na imagem que prejudique a extração exata da sua coordenada ou devido alguma dificuldade encontrada no terreno que prejudique a medição de sua coordenada.

Para Katiyar, Dikshit e Kumar (2003), num processo de georreferenciamento de uma imagem, a exatidão dos pontos de controle usados para o cálculo dos parâmetros de transformação do modelo matemático utilizado exercem um papel fundamental. Os pontos de controle usados para o georreferenciamento devem apresentar a maior exatidão possível.

Com esta preocupação Katiyar, Dikshit e Kumar (2003), realizaram um estudo comparativo a fim de avaliar a influência da exatidão dos pontos de controle no resultado do georreferenciamento de uma imagem de satélite. Para isso, foram utilizados pontos derivados de mapas topográficos e através da tecnologia GNSS. Esta investigação foi executada usando imagens de satélite IRS PAN, resolução espacial de 5,8m, de três cidades da Índia: Bhopal, Kanpur e Lucknow. Utilizou-se mapas topográficos destas regiões, nas escalas 1:25.000 e 1:50.000, para a coleta das coordenadas dos pontos de controle, bem como dois tipos de receptores GNSS para a medição de coordenadas em campo, sendo um deles o receptor utilizado em operações de navegação e, o outro, um receptor geodésico de dupla frequência.

Foram selecionados pontos de controle identificáveis na imagem de satélite, nos mapas topográficos e no terreno. Os pontos escolhidos estavam localizados em cruzamentos de estradas e de linhas férreas.

Pela Tabela 5.3 verifica-se que os valores de RMS das imagens das três cidades georreferenciadas com pontos de controles derivados do receptor GNSS usado para navegação são bem próximos dos valores oriundos do receptor GNSS geodésico de dupla frequência, que é o método de coleta que proporcionam coordenadas com maior exatidão. Isto pode ser explicado pela incorreta identificação

destes pontos na imagem. Somente a exatidão na aquisição das coordenadas dos pontos de controle não é garantia para um bom georreferenciamento. Além disso, é necessário que os pontos homólogos sejam bem identificados na imagem, principalmente quando se tratar de uma imagem de alta resolução espacial.

Tabela 5.3 – RMS obtido a partir de várias fontes de coleta de pontos de controle (Fonte: Katiyar, Dikshit e Kumar, 2003)

Fonte de coleta do ponto de controle	RMS médio (pixels)		
	Imagem Bhopal	Imagem Kanpur	Imagem Lucknow
Mapa na escala 1:50.000	3,37	5,91	4,41
Mapa na escala 1:25.000	2,39	2,87	NA
Receptor GPS (geodésico)	1,14	0,55	0,44
Receptor GPS (navegação)	1,07	0,75	0,54

Já os pontos de controle derivados dos mapas topográficos geraram valores bem mais elevados de RMS médio para as imagens georreferenciadas. Esta ocorrência deve-se ao fato que quanto menor a escala do mapa, maior é a dificuldade para a extração dos pontos, acarretando uma perda de exatidão e prejudicando a fidelidade do resultado final.

Outro estudo que buscou avaliar o georreferenciamento de uma imagem de satélite foi o de Almeida et al. (2005). Neste trabalho, testaram-se dois tipos de modelos de transformações de coordenadas, diferentes critérios para seleção dos pontos de controle e variou-se o número de pontos para georreferenciar uma imagem de satélite CBERS-1 com resolução espacial de 20 metros, da cidade de Porto Alegre-RS, e, assim, verificar para qual combinação se obteria o melhor desempenho.

Com este propósito, foram coletados, em campo, 44 pontos de controle com um receptor GNSS de dupla frequência, dando preferência para intersecções de estradas e pontes. Para analisar os diferentes tipos de combinações foram geradas

12 imagens georreferenciadas no programa ENVI 3.5, cada uma baseada em modelos com as seguintes variáveis:

- Número de pontos de controle (15 ou 30);
- Grau do polinômio (1 ou 2);
- Critério de escolha dos pontos de controle (melhor distribuição geométrica ou menor erro médio quadrático entre a coordenada medida em campo e sua medida homóloga na imagem de satélite após o georreferenciamento).

A verificação dos resultados em cada modelo foi realizada por meio de 14 pontos de checagem, que não foram usados no georreferenciamento. Foram levadas em consideração as discrepâncias de coordenadas planimétricas da imagem georreferenciada e as coletadas em campo.

Estas discrepâncias foram calculadas através do cálculo matricial $V^T P V$, sendo V a matriz contendo os resíduos e P a matriz dos pesos, obtido pelo Método de Ajustamento Paramétrico. Neste caso, a matriz peso é uma matriz identidade, pois, como o usual, foi considerado que todos os pontos de controle apresentavam o mesmo grau de confiabilidade.

A Tabela 5.4 mostra um resumo dos resultados obtidos nos testes de georreferenciamento realizados. Verificou-se que a transformação geométrica que apresentou melhor desempenho foi a polinomial de primeiro grau, com 30 pontos de controle uniformemente distribuídos pela imagem. Através deste resultado foi mais uma vez demonstrado que, pontos de controle selecionados de maneiras diferentes geram uma transformação de coordenadas com um determinado desempenho, afetando o resultado do georreferenciamento gerado. Nesta situação, o melhor desempenho da transformação foi obtido a partir do critério de seleção de pontos de controle pela sua distribuição espacial na imagem, fato que exemplifica também a importância de se considerar para o georreferenciamento a distribuição espacial destes pontos.

Outra constatação relevante quanto a este resultado é com relação ao modelo matemático usado. Entre os dois modelos citados, o que apresentou o melhor desempenho foi o polinômio de 1°. Isto evidencia o que foi relatado no Capítulo 4, que o uso de transformações de ordem elevada só faz sentido se houver mais efeitos geométricos a serem modelados.

Tabela 5.4 – Resultado do georreferenciamento para cada uma das combinações avaliadas. (Fonte: Almeida et al, 2005).

N° de pontos de controle	Modelo Matemático	Critério para a escolha dos pontos	V ^T PV (m)
30	Polinômio 1° Grau	Distribuição Espacial	18,52
30	Polinômio 1° Grau		42,37
30	Polinômio 1° Grau		39,24
30	Polinômio 2° Grau		25,40
30	Polinômio 2° Grau		41,07
30	Polinômio 2° Grau		38,61
30	Polinômio 1° Grau	Menor RMS	50,06
30	Polinômio 2° Grau		65,54
15	Polinômio 1° Grau	Distribuição Espacial	31,48
15	Polinômio 2° Grau		45,36
15	Polinômio 1° Grau	Menor RMS	37,56
15	Polinômio 2° Grau		36,26

5.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Pelos exemplos mencionados neste capítulo conclui-se que, quanto maior a exatidão dos pontos controle usados para a definição dos parâmetros de transformação, melhor é o resultado do georreferenciamento proporcionado através modelo matemático empregado para tal finalidade. No caso desta pesquisa, não há preocupação a respeito da aquisição das coordenadas de pontos de controle no

terreno, pois, é possível, através do uso da tecnologia GNSS, medir coordenadas de pontos com exatidão.

O seu enfoque principal está na exatidão de coordenadas de pontos de controle identificadas no mapa digital, que são as coordenadas homólogas aos pontos medidos no terreno. Dependendo da qualidade geométrica do mapa ou até mesmo pelo modo como foram identificadas no mesmo, estas coordenadas podem apresentar diferentes graus de confiabilidade, em função de suas exatidões. Sendo assim, a fim de que o desempenho da transformação de coordenadas não comprometa a fidelidade do georreferenciamento, é importante que cada coordenada receba um peso apropriado, de modo que as coordenadas que apresentam maior exatidão, ou seja, de maior confiança, recebam um peso maior do que aquelas que apresentam menor exatidão. Assim, o próximo capítulo verificará qual é a melhoria do desempenho da transformação de coordenadas quando são atribuídos pesos aos pontos de controle de acordo com a sua confiabilidade.

CAPÍTULO 6

TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS USANDO PESOS

Neste capítulo avalia-se a transformação de coordenadas usando pesos. Para isso, realiza-se a transformação de coordenadas variando o número de pontos de controle para o cálculo os parâmetros de transformação, de modo que os pontos que apresentam boa exatidão recebam um peso maior que aqueles que apresentam exatidão menor. Compara-se o desempenho da transformação frente a esta situação quando são atribuídos pesos iguais a todos os pontos de controle, inclusive para aqueles que apresentam baixa exatidão. Também se avalia a transformação de coordenadas através de pontos que não foram usados no cálculo dos parâmetros de transformação, pontos estes chamados de checagem. Este tipo de avaliação indicará o quanto os parâmetros obtidos são adequados para a finalidade a qual se destina a transformação, por isso devem possuir uma boa exatidão a fim de não comprometer os resultados.

6.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

No Capítulo 5 foi demonstrado que se forem usados pontos de controle de boa exatidão é possível se obter, a partir do modelo matemático empregado, resultados de georreferenciamento admissíveis. Entretanto, muitas vezes não é comum que todos os pontos usados para tal prática apresentem boa exatidão, entre estes pontos

podem existir aqueles que apresentam menor exatidão, quando identificados no mapa digital, do que outros. Assim sendo, o presente capítulo trata da avaliação do desempenho das transformações de coordenadas a partir da atribuição dos pesos aos pontos de controle.

Este capítulo está estruturado em cinco seções principais. Na seção 6.2 é apresentado o mapa que foi levantado no terreno a fim de ser usado para efetuar a avaliação da transformação de coordenadas, de modo a propiciar que não existissem empecilhos que pudessem comprometer a fidelidade dos resultados por não se conhecer a qualidade do mapa empregado para tal finalidade. Na seção 6.3 foi avaliada a transformação de coordenadas através do uso de seis pontos de controle com pesos iguais. Na seção 6.4 do capítulo foi avaliada a transformação através de seis pontos de controle, porém, atribuindo pesos aos pontos de controle de acordo com a sua exatidão. Ainda na seção 6.4 foi realizada uma nova transformação de coordenadas, atribuindo pesos iguais aos mesmos pontos de controle com o objetivo de comparar o desempenho da transformação frente a esta situação. Circunstâncias semelhantes são simuladas na seção 6.5 do capítulo, porém, com um número maior de pontos de controle, a fim de verificar qual é a melhoria do desempenho da transformação. Na seção 6.6 foi testado o que acontece na avaliação do desempenho da transformação quando são usados pontos de checagem que não possuem uma boa exatidão no mapa.

6.2 MAPA DIGITAL UTILIZADO PARA A AVALIAÇÃO DA TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS USANDO PESOS

Para a avaliação do desempenho da transformação de coordenadas usando pesos foi utilizado um mapa de boa qualidade, isto é, um mapa cuja representação dos elementos geográficos fosse fiel aquela no terreno. A utilização de um mapa sem esta garantia poderia comprometer a veracidade de tal avaliação.

Para isso, foi levantado, no terreno, um mapa, denominado de mapa de calibração, o qual retratasse com a maior exatidão o alinhamento dos eixos de ruas e calçadas do trecho escolhido para o levantamento.

O mapa de calibração foi elaborado por meio de um levantamento topográfico planimétrico, a partir do qual foram medidos os dados necessários à reprodução geométrica de uma malha retangular de 8 x 9 quarteirões de uma região central da cidade de São Carlos-SP. O levantamento topográfico foi realizado a partir do estabelecimento de uma poligonal fechada, percorrendo esquina por esquina da malha a ser gerada. De posse dos elementos levantados no terreno com a estação total TCR 403 da Leica Geosystems, foi realizado, no escritório, o trabalho de unir todos os pontos medidos desenhando assim o mapa, que resultou num arquivo de dados vetorial na escala 1:2.000, na extensão dwg. O mapa foi georreferenciado através da sua amarração a dois pontos materializados no terreno e de coordenadas conhecidas. A Figura 6.1 apresenta a estação total instalada numa esquina para realizar as medições topográficas e a Figura 6.2 mostra o levantamento topográfico do alinhamento de uma esquina. A Figura 6.3 representa o mapa levantado no terreno.

Figura 6.1 – Estação total instalada numa esquina a fim de realizar as medições topográficas

Figura 6.2 – Levantamento topográfico do alinhamento de uma calçada

Figura 6.3 – Mapa levantado no terreno

De posse do mapa representado pela Figura 6.3 realizou-se no mesmo uma translação e uma mudança de escala nos eixos x e y e uma rotação, todas de maneira aleatória, usando para isso o programa AUTOCAD 2005. Tal procedimento foi realizado para que fosse modificado o sistema de coordenada do mapa, porém, tomando o devido cuidado para preservar a sua geometria. A Figura 6.4 mostra o mapa depois de efetuada a referida alteração. Diante desta situação, têm-se agora o mesmo mapa em dois sistemas de coordenadas distintos. Um deles é o sistema de coordenadas representado pelo mapa da Figura 6.3, chamado de sistema de referência, e o outro representado pelo mapa da Figura 6.4, chamado de sistema modificado.

Figura 6.4– Mapa correspondente ao sistema modificado

6.3 TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS USANDO PONTOS COM PESOS IGUAIS

Usando o mapa de calibração em ambos os sistemas de coordenadas, o de referência (X, Y) e o modificado (x, y), foi realizada a transformação de coordenadas pela rotina de cálculos apresentada no item 4.3.2 do Capítulo 4. A Tabela 6.1 mostra os valores de coordenadas de seis pontos de controle distribuídos de maneira uniforme no mapa correspondente ao sistema de referência e seus homólogos no mapa referente ao sistema modificado, bem como os pesos concernentes a cada ponto. Neste caso, como a geometria do mapa conservou-se inalterada, os pesos conferidos a todos os pontos são iguais, com valores iguais a 100,00. Poderia ter sido atribuído qualquer outro valor de peso, desde que fossem iguais para todos os pontos.

Cabe salientar que, optou-se trabalhar com os pontos referentes a eixos de ruas. Como o mapa é representado por uma malha de oito por nove quarteirões, definiu-se como terminologia para o ponto correspondente ao eixo de rua da primeira linha e primeira coluna da malha de 1-1, de 2-5 o ponto, por exemplo, situado no eixo de rua referente a segunda linha e quinta coluna da malha e, assim por diante, para todos os pontos. O último ponto do eixo de rua da malha situa-se na décima linha e nona coluna e é designado de 10-9, conforme mostram as Figuras 6.3 e 6.4. Para a efetuação da referida transformação de coordenadas, foram escolhidos, no mapa, os pontos 2-3, 2-7, 4-5, 7-3, 9-3 e 9-8, os quais estão localizados de acordo com esta terminologia.

Tabela 6.1 – Valores das coordenadas em ambos os sistemas e seus respectivos pesos

Ponto	Sistema modificado		Sistema de referência		Pesos
	x (m)	y (m)	X (m)	Y (m)	
2-3	203.480,218	7.562.075,35	201.477,08	7.563.127,44	100,00
2-7	203.818,552	7.562.463,784	201.888,874	7.563.143,265	100,00
4-5	203.844,235	7.562.104,359	201.693,544	7.562.931,257	100,00
7-3	203.961,733	7.561.659,987	201.499,056	7.562.619,185	100,00
9-3	204.152,676	7.561.491,721	201.505,698	7.562.415,691	100,00
9-8	204.577,464	7.561.976,892	202.021,250	7.562.434,179	100,00

A Tabela 6.2 apresenta os valores dos parâmetros a , b , c , d , e , e f , que foram calculados, respectivamente, pelas equações (4.63), (4.64), (4.67) e (4.65), (4.66) e (4.68) do Capítulo 4.

Tabela 6.2 – Valores dos seis parâmetros de transformação

Parâmetro	
a	0,548
b	0,583
c	-4315941,919
d	-0,583
e	0,548
f	3535992,622

De posse dos parâmetros da transformação são calculados os valores das coordenadas transformadas para o sistema de coordenadas inicial, que é o do sistema de coordenadas do mapa de referência. A Tabela 6.3 mostra os valores das coordenadas transformadas para o sistema de coordenadas do mapa de referência e os valores dos erros residuais calculados de acordo com as equações (4.69) do Capítulo 4.

Tabela 6.3 – Valores das coordenadas transformadas para o sistema de referência e os valores dos erros residuais

Ponto	$X = a.x + b.y + c$	$Y = d.x + e.y + f$	V_{x_i}	V_{y_i}
2-3	201.477,080	7.563.127,440	0,000	0,000
2-7	201.888,874	7.563.143,265	0,000	0,000
4-5	201.693,544	7.562.931,257	0,000	0,000
7-3	201.499,056	7.562.619,186	0,000	0,000
9-3	201.505,698	7.562.415,691	0,000	0,000
9-8	202.021,250	7.562.434,179	0,000	0,000

Como era esperado, os valores dos resíduos são nulos, pois o mapa apresenta a mesma geometria em ambos os sistemas de coordenadas, acarretando uma precisão da transformação igual a zero.

6.4 TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS USANDO 6 PONTOS DE CONTROLE COM PESOS DIFERENTES

O item 6.3 simulou a transformação de coordenadas usando pontos de controle com pesos iguais, ou seja, um ponto de controle localizado no mapa de origem tem a mesma posição no mapa referente ao sistema modificado. Já nesta seção, será realizada a transformação de coordenadas usando pontos com pesos diferentes, para que seja verificado o desempenho da transformação frente a esta situação.

Para isso, foram usados os mesmos seis pontos de controle do item 6.3, porém, foram escolhidos dois deles para adulterar suas respectivas posições no mapa pertinente ao sistema modificado, de modo que sejam atribuídos a estes pontos pesos menores do que para aqueles que permaneceram com sua posição inalterada neste sistema. Os pontos selecionados para tal adulteração foram os identificados por 4-5 e 7-3. Cada um destes pontos teve a sua posição acrescida de 1,5m tanto na coordenada x quanto na y. A Tabela 6.4 mostra os valores de

coordenadas usadas para efetuar a nova transformação. Foi atribuído o valor de peso igual a 100,00 para pontos que mantiveram suas posições inalteradas e o valor de 1,00 para os que sofreram adulteração de posição.

Tabela 6.4 – Valores das coordenadas em ambos os sistemas e seus respectivos pesos

Ponto	Sistema modificado		Sistema de referência		Pesos
	x(m)	y (m)	X (m)	Y (m)	
2-3	203.480,218	7.562.075,35	201.477,08	7.563.127,44	100,00
2-7	203.818,552	7.562.463,784	201.888,874	7.563.143,265	100,00
4-5	203.845,735	7.562.105,859	201.693,544	7.562.931,257	1,00
7-3	203.963,233	7.561.661,487	201.499,056	7.562.619,185	1,00
9-3	204.152,676	7.561.491,721	201.505,698	7.562.415,691	100,00
9-8	204.577,464	7.561.976,892	202.021,250	7.562.434,179	100,00

Efetuando os cálculos para a determinação dos parâmetros de transformação teve-se os parâmetros apresentados na Tabela 6.5.

Tabela 6.5 – Valores dos seis parâmetros de transformação provenientes da transformação usando pontos com pesos diferentes

Parâmetro	
a	0,548
b	0,583
c	-4316040,300
d	-0,583
e	0,548
f	3536000,542

A partir dos parâmetros da transformação obtidos foram calculados os valores das coordenadas transformadas para o sistema de coordenadas referentes ao do mapa de referência. A Tabela 6.6 mostra os valores das coordenadas transformadas para o sistema de coordenadas do mapa de referência e os valores dos erros residuais entre estas coordenadas e as homólogas de referência. De posse destes

valores foi calculada a precisão da transformação, pela equação (4.71) do Capítulo 4, cujo valor foi de 0,988m.

Tabela 6.6 – Valores das coordenadas transformadas para o sistema de referência e os valores dos erros residuais

Ponto	$X = a.x + b.y + c$	$Y = d.x + e.y + f$	V_{x_i}	V_{y_i}
2-3	201.477,067	7.563.127,440	-0,013	0,000
2-7	201.888,870	7.563.143,265	-0,004	0,000
4-5	201.695,231	7.562.931,206	1,687	-0,051
7-3	201.500,738	7.562.619,135	1,682	-0,050
9-3	201.505,685	7.562.415,691	-0,013	0,000
9-8	202.021,246	7.562.434,179	-0,004	0,000

A avaliação do erro total cometido na transformação foi efetuada através do Resíduo Médio Quadrático (RMS), calculado pela equação (6.1).

$$RMS_{\text{médio}} = \frac{\sum_i^n \sqrt{(V_{x_i})^2 + (V_{y_i})^2}}{n} \quad (6.1)$$

Onde:

$RMS_{\text{médio}}$ = resíduo médio quadrático;

V_{x_i} = erro residual da coordenada x de um ponto genérico i ;

V_{y_i} = erro residual da coordenada y de um ponto genérico i .

A Tabela 6.7 mostra os valores RMS entre a coordenada transformada e a coordenada homóloga de referência. Como eram esperados, os pontos com maiores resíduos são aqueles que possuem os menores pesos, o que pode ser verificado pela análise dos valores apresentados nas Tabelas 6.4 e 6.6.

Tabela 6.7 – Valores de RMS entre a coordenada transformada e a coordenada homóloga de referência

Ponto	RMS (m)
2-3	0,013
2-7	0,004
4-5	1,688
7-3	1,683
9-3	0,013
9-8	0,004
RMS (médio)	0,567

É de grande importância avaliar a transformação através de pontos de checagem, os quais não foram usados no cálculo dos parâmetros de transformação. Este tipo de avaliação indicará o quanto os parâmetros obtidos são adequados para a finalidade a qual se destina a transformação. Para esta apreciação, foram escolhidos no mapa da Figura 6.3, seis pontos identificados por 1-2, 1-8, 2-5, 3-4, 7-5 e 8-5 e que nele estão localizados seguindo a terminologia citada no item 6.3. A Tabela 6.8 mostra os valores destas coordenadas extraídas do mapa referente ao sistema modificado (Figura 6.4), as mesmas transformadas para o sistema de referência a partir dos parâmetros de transformação provenientes da Tabela 6.5, bem como as coordenadas homólogas de referência, que foram extraídas do mapa representado pela Figura 6.3.

Tabela 6.8 – Valores das coordenadas dos pontos de checagem

Ponto	Coordenadas no sistema modificado		Coordenadas transformadas		Coordenadas de referência	
	x (m)	y (m)	X (m)	Y (m)	X (m)	Y (m)
1-2	203.303,513	7.562.064,776	201.374,031	7.563.224,596	201.374,045	7.563.224,595
1-8	203.808,657	7.562.649,885	201.991,875	7.563.251,055	201.991,877	7.563.251,055
2-5	203.650,75	7.562.271,437	201.684,806	7.563.135,583	201.684,815	7.563.135,583
3-4	203.662,33	7.562.091,712	201.586,440	7.563.030,307	201.586,451	7.563.030,307
7-5	204.132,613	7.561.854,878	201.706,275	7.562.626,471	201.706,285	7.562.626,47
8-5	204.229,67	7.561.771,121	201.710,685	7.562.524,005	201.710,694	7.562.524,005

A Tabela 6.9 mostra os valores RMS entre a coordenada transformada e a coordenada homóloga de referência.

Tabela 6.9 – Valores de RMS entre a coordenada transformada e a coordenada homóloga de referência

Ponto	RMS (m)
1-2	0,014
1-8	0,002
2-5	0,009
3-4	0,011
7-5	0,010
8-5	0,009
RMS médio (m)	0,009

Pela análise dos valores apresentados na Tabela 6.9, verifica-se que os valores de RMS são baixos justamente pelos pontos de controle terem recebido um peso de acordo com sua exatidão, como também pelo fato dos pontos de checagem apresentarem uma boa exatidão no mapa.

6.4.1 Avaliação da transformação se os 6 pontos de controle receberem pesos iguais

É interessante examinar o que aconteceria no resultado desta transformação se as coordenadas apresentadas na Tabela 6.4 recebessem pesos iguais, ou seja, se a todos os pontos fossem atribuídos peso igual a 100,00. Para esta situação, foi realizada uma nova transformação de coordenadas. A Tabela 6.10 apresenta os novos parâmetros de transformação obtidos.

Tabela 6.10 – Valores dos seis parâmetros de transformação provenientes da transformação usando pontos com pesos iguais

Parâmetro	
a	0,549
b	0,583
c	-4321029,118
d	-0,583
e	0,548
f	3536147,423

Através dos parâmetros da transformação apresentados na Tabela 6.10 foram calculados os valores das coordenadas transformadas para o sistema de coordenadas referentes ao do mapa de referência. A Tabela 6.11 mostra estes valores de coordenadas, bem como os valores dos erros residuais e os valores de RMS entre as coordenadas transformadas e as coordenadas homólogas de referência.

Tabela 6.11 – Valores das coordenadas transformadas para o sistema de referência, os valores de erros residuais e de RMS

Ponto	$X = a.x + b.y + c$	$Y = d.x + e.y + f$	V_{x_i}	V_{y_i}	RMS (m)
2-3	201.476,314	7.563.127,463	-0,766	0,023	0,766
2-7	201.888,552	7.563.143,275	-0,322	0,010	0,322
4-5	201.694,698	7.562.931,222	1,154	-0,035	1,154
7-3	201.499,983	7.562.619,158	0,927	-0,027	0,927
9-3	201.504,924	7.562.415,714	-0,774	0,023	0,775
9-8	202.021,031	7.562.434,186	-0,219	0,007	0,219
RMS médio = 0,694m					

A partir dos valores dos erros residuais foi estimada a precisão da transformação, que foi de 2,760m. Este valor é 179,35% superior quando comparado com aquele obtido quando a transformação é calculada a partir de pontos com pesos apropriados. Esta constatação evidencia que, a atribuição de peso em função da exatidão do ponto de controle é um fator importante no tocante a precisão da transformação.

Nota-se que os valores de RMS apresentados na Tabela 6.11 são superiores aos valores mostrados na Tabela 6.7. Mesmo os pontos que permaneceram com suas posições inalteradas apresentaram valores elevados de erros residuais.

A próxima etapa foi avaliar a transformação aplicando os parâmetros da Tabela 6.10 aos seis pontos de checagem identificados por 1-2, 1-8, 2-5, 3-4, 7-5, 8-5. A Tabela 6.12 apresenta estas coordenadas transformadas para o sistema de referência, as suas coordenadas homólogas de referência, bem como os valores de RMS calculados entre elas.

Tabela 6.12 – Valores das coordenadas dos pontos de checagem e os valores de RMS

Ponto	Coordenadas transformadas		Coordenadas de referência		RMS (m)
	X (m)	Y (m)	X (m)	Y (m)	
1-2	201.373,174	7.563.224,622	201.374,045	7.563.224,595	0,871
1-8	201.991,672	7.563.251,061	201.991,877	7.563.251,055	0,205
2-5	201.684,273	7.563.135,599	201.684,815	7.563.135,583	0,542
3-4	201.585,797	7.563.030,326	201.586,451	7.563.030,307	0,654
7-5	201.705,737	7.562.626,487	201.706,285	7.562.626,47	0,548
8-5	201.710,146	7.562.524,021	201.710,694	7.562.524,005	0,548
RMS (Médio)					0,561

O Gráfico 6.1 representa os valores de RMS obtidos a partir das duas análises. Uma delas efetuada usando coordenadas de pontos de checagem calculadas a partir de pontos de controle com pesos apropriados, valores provenientes da Tabela 6.9. A outra análise realizada através de pontos de checagem calculados por meio de pontos de controle com pesos iguais, que são representados pelos valores da Tabela 6.12.

Gráfico 6.1 – Valores de RMS obtidos a partir de análises diferentes

Pelo Gráfico 6.1 fica evidente que, os valores de RMS dos pontos de checagem calculados com pesos iguais são bem superiores àqueles calculados com pesos apropriados. Isto aconteceu porque os pontos 4-5 e 7-3 da Tabela 6.4, que são os

pontos que tiveram suas posições adulteradas no mapa da Figura 6.4, receberam o mesmo peso que os outros pontos de controle nesta última apreciação. Tal fato permite afirmar que, o uso de pontos de controle com graus de confiança diferentes e sem receberem a correta atribuição de peso traz como consequência um resultado de transformação de coordenadas bem menos acurado. Outro fato que deve ser dado destaque é a importância de aplicar os parâmetros de transformação a pontos de checagem, pois, é através deles que será avaliada o quanto é aceitável a transformação gerada. Somente comparando os valores de RMS médios provenientes dos pontos de controle transformados não se verificaria a existência de uma grande diferença entre os valores dos RMS médios dos pontos de checagem transformados oriundos das duas análises distintas.

6.5 TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS USANDO 12 PONTOS DE CONTROLE COM PESOS DIFERENTES

Nesta seção, foi efetuada uma nova transformação de coordenadas com o objetivo de verificar qual é a melhoria do seu desempenho quando é usado um número maior de pontos de controle para o cálculo dos parâmetros de transformação. Para isso, foi efetuado um novo cálculo usando doze pontos de controle, os quais foram selecionados no mapa da Figura 6.3 e que são identificados por 1-8, 2-3, 2-7, 4-5, 4-7, 5-1, 5-9, 7-3, 7-7, 9-5, 9-8 e 10-5. Cabe ressaltar que, estes pontos estão dispostos, no mapa, seguindo a mesma terminologia citada no item 6.4.

Do mesmo modo que no item 6.4, permaneceram adulteradas as posições dos pontos 4-5 e 7-3, que receberam peso igual a 1,00. Os demais pontos permaneceram com suas posições inalteradas no mapa referente ao sistema modificado e receberam peso igual a 100,00. A Tabela 6.13 mostra os valores de coordenadas usadas para efetuar a nova transformação. Os parâmetros de

transformação obtidos a partir desta nova circunstância são apresentados na Tabela 6.14.

Tabela 6.13 – Valores das coordenadas em ambos os sistemas e seus respectivos pesos

Ponto	Sistema modificado		Sistema de referência		Pesos
	x(m)	y (m)	X (m)	Y (m)	
1-5	203.555,048	7.562.355,484	201.681,317	7.563.237,418	100,00
2-3	203.480,218	7.562.075,35	201.477,08	7.563.127,44	100,00
2-7	203.818,552	7.562.463,784	201.888,874	7.563.143,265	100,00
4-5	203.845,735	7.562.105,859	201.693,544	7.562.931,257	1,00
4-7	204.014,039	7.562.296,107	201.898,351	7.562.937,445	100,00
5-1	203.598,842	7.561.636,521	201.286,439	7.562.817,751	100,00
5-9	204.279,181	7.562.404,117	202.106,638	7.562.842,18	100,00
7-3	203.963,233	7.561.661,487	201.499,056	7.562.619,185	1,00
7-7	204.301,016	7.562.047,151	201.910,63	7.562.633,763	100,00
9-5	204.326,189	7.561.688,296	201.715,52	7.562.422,363	100,00
9-8	204.577,464	7.561.976,892	202.021,25	7.562.434,179	100,00
10-5	204.423,059	7.561.604,591	201.719,689	7.562.320,036	100,00

A Tabela 6.15 apresenta os valores das coordenadas transformadas a partir dos parâmetros da Tabela 6.14, os valores dos erros residuais e os valores de RMS entre estas coordenadas e suas homólogas de referência.

Tabela 6.14 – Valores dos parâmetros de transformação calculados a partir de doze pontos de controle com pesos diferentes.

Parâmetro	
a	0,548
b	0,583
c	-43215633,401
d	-0,583
e	0,548
f	3535991,743

Tabela 6.15 – Valores das coordenadas transformadas para o sistema de referência e os valores de erros residuais e de RMS

Ponto	$X = a.x + b.y + c$	$Y = d.x + e.y + f$	V_{x_i}	V_{y_i}	RMS (m)
1-5	201.681,3055	7.563.237,421	-0,016	0,000	0,014
2-3	201.477,080	7.563.127,4441	-0,004	0,000	0,002
2-7	201.888,864	7.563.143,268	-0,013	0,001	0,013
4-5	201.693,499	7.562.929,564	1,700	-0,051	1,702
4-7	201.898,354	7.562.937,448	0,000	0,001	0,001
5-1	201.286,462	7.562.817,755	0,019	0,000	0,022
5-9	202.106,642	7.562.842,182	0,002	0,000	0,002
7-3	202.021,282	7.562.434,179	1,724	-0,051	1,727
7-7	201.910,651	7.562.633,764	0,020	-0,001	0,021
9-5	201.715,391	7.562.422,365	-0,131	0,001	0,129
9-8	202.021,282	7.562.434,179	0,031	0,000	0,032
10-5	201.719,734	7.562.320,037	0,044	0,000	0,046
			RMS (médio) =0,309m		

Pela Tabela 6.15 nota-se que os valores dos erros residuais são próximos de zero para aqueles pontos que receberam maiores pesos, justamente por apresentarem as maiores exatidões no mapa. Já os pontos que receberam menores pesos apresentam os maiores resíduos. Para esta avaliação, a precisão da transformação foi de 1,074m.

O valor de RMS médio usando seis pontos de controle é de 0,567m (Tabela 6.7) e o valor do RMS médio usando doze pontos de controle é de 0,309m (Tabela 6.15). A comparação entre estes valores evidencia que quanto maior o número de pontos de controle e com a correta atribuição de pesos melhor é o desempenho da transformação proporcionada, porém somente esta análise não é suficiente para validar se a transformação é satisfatória ou não para o fim a que se destina. Como já

foi enunciado, é necessário avaliar a transformação através dos pontos de checagem.

Diante disto, a próxima fase foi estimar a transformação aplicando os parâmetros da Tabela 6.14 aos mesmos seis pontos de checagem do item 6.4. A Tabela 6.16 apresenta estas coordenadas transformadas para o sistema de referência, as suas coordenadas homólogas de referência, bem como os valores de RMS calculados entre elas.

Tabela 6.16 – Valores das coordenadas transformadas dos pontos de checagem e os valores de RMS

Ponto	Coordenadas transformadas		Coordenadas de referência		RMS (m)
	X (m)	Y (m)	X (m)	Y (m)	
1-2	201.374,039	7.563.224,596	201.374,045	7.563.224,595	0,006
1-8	201.991,876	7.563.251,055	201.991,877	7.563.251,055	0,000
2-5	201.684,807	7.563.135,583	201.684,815	7.563.135,583	0,008
3-4	201.586,452	7.563.030,307	201.586,451	7.563.030,307	0,001
7-5	201.706,310	7.562.626,47	201.706,285	7.562.626,47	0,025
8-5	201.710,698	7.562.524,005	201.710,694	7.562..524,005	0,004
RMS (Médio)					0,007

O valor médio do RMS dos pontos de checagem calculados a partir dos parâmetros de transformação determinados por seis pontos de controle (Tabela 6.9) é maior do que aquele obtido quando os parâmetros são calculados por doze pontos de controle (Tabela 6.16). Tal ocorrência pode ser explicada pelo fato que, quanto maior o número de pontos de controle usado e com a correta atribuição de peso, melhor é o desempenho da transformação de coordenadas.

6.5.1 Avaliação da transformação se os 12 pontos de controle receberem pesos iguais

Do mesmo modo que no item 6.4.1, será agora analisado o que aconteceria no resultado da transformação realizada no item 6.5 se os doze pontos de controle receberem pesos iguais a 100,00, inclusive aqueles pontos que tiveram suas posições adulteradas. A Tabela 6.17 apresenta os novos parâmetros de transformação obtidos frente esta nova situação.

Tabela 6.17 – Valores dos seis parâmetros de transformação provenientes da transformação usando doze pontos de controle com pesos iguais

Parâmetro	
a	0,549
b	0,583
c	-4319734,572
d	-0,583
e	0,548
f	3536112,763

A Tabela 6.18 apresenta os valores das coordenadas transformadas a partir dos parâmetros da Tabela 6.17, os valores dos erros residuais e os valores RMS entre a coordenada transformada e a coordenada homóloga de referência. Para esta situação a precisão da transformação é de 2,949m, que é um valor 174,58% superior daquele obtido quando foram usados os doze pontos de controle com pesos apropriados.

Tabela 6.18 – Valores das coordenadas transformadas para o sistema de referência

Ponto	$X = a.x + b.y + c$	$Y = d.x + e.y + f$	V_{x_i}	V_{y_i}	RMS (m)
1-5	201.681,031	7.563.237,426	-0,286	0,008	0,286
2-3	201.476,627	7.563.127,453	-0,453	0,013	0,453
2-7	201.888,744	7.563.143,269	-0,130	0,004	0,130
4-5	201.694,944	7.562.931,215	1,400	-0,042	1,401
4-7	201.898,215	7.562.937,450	-0,136	0,005	0,136
5-1	201.285,817	7.562.817,770	-0,622	0,019	0,623
5-9	202.106,657	7.562.842,180	0,020	0,000	0,019
7-3	201.500,284	7.562.619,149	1,228	-0,036	1,228
7-7	201.910,483	7.562.633,767	-0,147	0,004	0,147
9-5	201.715,038	7.562.422,374	-0,482	0,011	0,482
9-8	202.021,176	7.562.434,182	-0,074	0,003	0,074
10-5	201.719,372	7.562.320,047	-0,317	0,020	0,307
RMS médio = 0,441m					

Os valores de RMS apresentados na Tabela 6.18 são maiores do que os valores mostrados na Tabela 6.15, situação semelhante a mostrada no item 6.4.1.

Aplicando os parâmetros da Tabela 6.17 aos corriqueiros seis pontos de checagem usados para avaliar a transformação, obtêm-se os valores das coordenadas transformadas apresentadas na Tabela 6.19, que mostra também os valores de RMS calculados entre estas coordenadas e as coordenadas homólogas de referência.

Tabela 6.19 – Valores das coordenadas transformadas dos pontos de checagem

Ponto	Coordenadas transformadas		Coordenadas de referência		RMS (m)
	E (m)	N (m)	E (m)	N (m)	
1-2	201.373,5191	7.563.224,612	201.374,045	7.563.224,595	0,526
1-8	201.991,834	7.563.251,056	201.991,877	7.563.251,055	0,043
2-5	201.684,525	7.563.135,591	201.684,815	7.563.135,583	0,290
3-4	201.586,077	7.563.030,318	201.586,451	7.563.030,307	0,374
7-5	201.705,977	7.562.626,48	201.706,285	7.562.626,47	0,308
8-5	201.505,220	7.562.415,707	201.710,694	7.562.524,005	0,478
RMS (Médio)					0,337

Já é notório que, os valores de RMS dos pontos de checagem calculados com pesos iguais são bem superiores aqueles calculados a partir de pontos com pesos apropriados, o que pode ser novamente comprovado pela análise do Gráfico 2.

Gráfico 2 – Valores de RMS determinados a partir de duas análises distintas

6.6 AVALIAÇÃO DA TRANSFORMAÇÃO USANDO PONTOS DE CHECAGEM DE QUALIDADE RUIM

Até agora foi avaliado o desempenho da transformação de coordenadas através de pontos de checagem de boa qualidade, ou seja, um ponto de checagem localizado no mapa de origem tem a mesma posição no mapa referente ao sistema modificado, fato que ajuda na obtenção de bons resultados. Pretende-se nesta seção, analisar o que aconteceria na avaliação da transformação simulando uma situação em que o ponto de checagem não tivesse uma posição com boa exatidão no mapa. Para isso, foram escolhidos dois dos seis pontos de checagem usados nos itens anteriores para adulterar suas posições no mapa da Figura 6.4. Um deles é o ponto 2-5, que teve sua posição adulterada de 0,5m em relação a sua localização de origem no mapa, o outro é o ponto 3-4 que teve sua posição alterada de 1,00m. Ambos os pontos tiveram suas posições adulteradas tanto a coordenada x quanto a y de acordo com os valores mencionados.

A próxima etapa foi aplicar os parâmetros de transformação referente a seis pontos de controle com pesos apropriados, valores estes provenientes da Tabela 6.2 do item 6.3, aos seis pontos de checagem conforme a situação retratada no parágrafo anterior.

A Tabela 6.20 apresenta as coordenadas transformadas para o sistema de referência a partir da aplicação dos parâmetros de transformação, as suas coordenadas homólogas de referência, bem como os valores de RMS calculados entre elas.

Tabela 6.20 – Valores das coordenadas transformadas dos pontos de checagem e os valores de RMS.

Ponto		Coordenadas transformadas		Coordenadas de referência		RMS (m)
		E (m)	N (m)	E (m)	N (m)	
1	1-2	201.374,0314	7.563.224,596	201.374,045	7.563.224,595	0,014
2	1-8	201.991,875	7.563.251,055	201.991,877	7.563.251,055	0,002
3	2-5	201.685,372	7.563.135,565	201.684,815	7.563.135,583	0,557
4	3-4	201.587,571	7.563.030,273	201.586,451	7.563.030,307	1,120
5	7-5	201.706,275	7.562.626,471	201.706,285	7.562.626,47	0,010
6	8-5	201.710,685	7.562.524,005	201.710,694	7.562.524,005	0,009
RMS (Médio)						0,285

Pelos valores de RMS apresentados na Tabela 6.20 constata-se que a posição do ponto é de extrema relevância na estimativa da transformação, quanto mais próximo o ponto estiver da sua posição real, menor é o valor do RMS. Neste caso, o ponto 2-5 que teve sua posição alterada de 0,5m em relação a sua posição real apresentou um valor de RMS de 0,557m, já o ponto 3-4, que teve sua posição alterada de 1,00m, apresentou um valor de RMS de 1,120m. Estes são valores bem superiores quando comparados aos valores de RMS obtidos por pontos que apresentam uma boa exatidão.

6.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente capítulo teve como principal objetivo demonstrar a importância da atribuição de pesos aos pontos de controle usados para a determinação dos parâmetros de transformação de um modelo matemático. É possível obter um resultado de transformação de coordenadas admissível se os pontos de controle receberem pesos apropriados, de acordo com a sua exatidão.

Foi realizada a avaliação da transformação de coordenadas usando um mapa levantado no terreno, denominado de mapa de calibração, cuja representação

retratou com fidelidade os alinhamentos de calçadas e eixos de ruas do trecho escolhido para o levantamento. A utilização de um mapa sem esta garantia poderia comprometer a veracidade de tal avaliação.

Através das avaliações realizadas foi constatado que, quanto maior o número de pontos de controle e com a correta atribuição de pesos aos mesmos, melhor é o desempenho da transformação de coordenadas. Como era esperado, o valor de RMS médio da transformação oriundo de doze pontos de controle é menor do que a de seis pontos de controle. Se forem atribuídos pesos iguais a todos os pontos de controle, inclusive para aqueles que apresentam baixa exatidão, os valores de RMS são bem superiores, acarretando valores de precisão da transformação que comprometem a fidelidade dos resultados.

É importante avaliar a transformação através de pontos que não foram usados no cálculo dos parâmetros de transformação, os pontos de checagem. Os valores de RMS dos pontos de checagem transformados são menores quando determinados por um número maior de pontos de controle. O valor de RMS médio dos pontos de checagem quando determinados por doze pontos de controle é menor quando comparado ao determinado por seis pontos de controle. Quando os pontos de checagem são calculados a partir de seis e doze pontos de controle, e em ambas as situações admitindo todos os pontos com pesos iguais, os valores de RMS também são mais baixos quando usados doze pontos de controle para o cálculo dos parâmetros de transformação, porém superiores aos determinados a partir de pontos de controle com pesos apropriados, tanto se forem usados seis ou doze pontos de controle.

Outra constatação relevante é que a posição do ponto de checagem é de extrema importância na estimativa da transformação, quanto mais próximo o ponto estiver da sua posição real, isto é, quanto mais aproximado estiver o ponto em ambos os sistemas de coordenadas, menor é o valor do RMS.

Tendo em vista a importância de se considerar os valores de pesos atribuídos aos pontos de controle, o próximo capítulo trata de como atribuir o peso ao ponto de controle em função da sua exatidão propriamente dita, isto é, através da sua localização no mapa digital, já que este capítulo simulou esta atribuição através da adulteração da posição do ponto no mapa, de modo a conferir um peso arbitrário para o mesmo.

CAPÍTULO 7

ATRIBUIÇÃO DE PESOS AOS PONTOS DE CONTROLE

Verificada a importância de se atribuir pesos aos pontos de controle com o objetivo de obter resultados de transformação de coordenadas admissíveis, é definido agora como deve ser atribuído peso à coordenada de um ponto de controle em função da sua exatidão no mapa digital, ou seja, de sua localização. O escopo deste capítulo é apresentar três técnicas distintas para criar coordenadas de pontos de controle num mapa digital, sendo que cada técnica cria coordenadas de pontos com determinada exatidão. A partir disto, são determinados os pesos a serem atribuídos a estes pontos, como também o peso atribuído a coordenadas de pontos bem definidos no mapa que será georreferenciado. Estes são um dos objetivos secundários desta tese.

7.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

No capítulo 6 foi feita a atribuição de pesos aos pontos de controle de maneira aleatória, ou seja, a partir da adulteração da posição do ponto no mapa digital, foi conferido ao mesmo um peso arbitrário, simplesmente tendo a cautela que fosse menor que aqueles que permaneceram com suas posições inalteradas. Já neste capítulo é tratado o assunto de como conferir um peso ao ponto de controle em função da sua localização no mapa a ser georreferenciado. Para isso, foram utilizadas algumas técnicas que serviram para criar pontos de controle no mapa digital utilizado

no capítulo anterior. Vale ressaltar que, o uso destas técnicas tem serventia para mapas desatualizados ou que não possuem pontos de controle bem visíveis e determinados dentre os elementos geográficos presentes no mapa. Tais técnicas servem também para mensurar o grau de confiança do ponto de controle, pois cada uma delas cria coordenada de pontos com determinada exatidão, as quais posteriormente receberão um peso.

O capítulo está estruturado em duas partes principais. Na primeira parte são descritas as técnicas usadas para criar coordenadas de pontos de controle no mapa digital, sendo que uma delas foi através da utilização de uma imagem de satélite da área urbana da cidade de São Carlos-SP, a outra utilizando fotos aéreas da mesma região e a última foi por meio do prolongamento dos meio-fios de calçadas de esquinas existentes no mapa digital. Na segunda parte, é descrito como foram atribuídos os pesos às coordenadas de pontos de controle criados por cada uma das técnicas citadas. Ressalta-se também como deve ser atribuído peso a pontos bem definidos no mapa que se pretende georreferenciar.

7.2 TÉCNICAS UTILIZADAS PARA CRIAR COORDENADAS DE PONTOS DE CONTROLE NO MAPA DIGITAL

7.2.1 Imagem de satélite

Nesta pesquisa foi utilizada uma imagem Ikonos Carterra Geo da região urbana da cidade de São Carlos-SP, ano 2004, com todas as bandas multiespectrais (R, G, B e IR). Esta imagem foi adquirida com Pons (2006). A imagem possui resolução de 1m e precisão de localização de aproximadamente 15m. A imagem foi adquirida no formato GeoTIFF – 11 *bits*, georreferenciada, porém, não mosaicada e não ortorretificada.

De acordo com Pons (2006), como imagem orbital ou de satélite, considera-se a aquisição de dados de sensoriamento remoto através de equipamentos sensores coletores a bordo de satélites artificiais. Estas imagens, uma vez corrigidas geometricamente dos efeitos de rotação e esfericidade da Terra, variações de altitude, latitude e velocidade do satélite, constituem-se em valiosos instrumentos para a Cartografia, na representação das regiões onde o relevo do terreno é muito variado e as condições climáticas adversas não permitem fotografar por métodos convencionais.

Dentre os satélites de observação terrestres que são utilizados nos mais variados estudos pode-se citar: LANDSAT 7, SPOT 5, IKONOS, SATÉLITE TERRA, MODIS, ASTER, QUICKBIRD, ENVISAT, SATÉLITES NACIONAIS (SCD1, SCD2, CBERS1). A Figura 7.1 representa uma parte da imagem IKONOS da região urbana da cidade de São Carlos, sem ortorretificação.

Figura 7.1 – Representação da imagem IKONOS da cidade de São Carlos, sem ortorretificação.

7.2.1.1 Coordenadas de pontos de controle criados no mapa digital usando a imagem de satélite

A imagem de satélite pode ser usada para identificar pontos que não existem no mapa digital, com o objetivo de transferí-lo para o mesmo. A seguir será demonstrado, através de um exemplo, como é realizado este procedimento.

A) São escolhidos pontos bem identificados na imagem e que não aparecem no mapa. A Figura 7.2 mostra, por exemplo, um ponto no centro de um campo de futebol visível na imagem, porém que não aparece no mapa digital.

B) Para transferir um ponto da imagem para o mapa são selecionados quatro pontos de coordenadas conhecidas tanto na imagem quanto no mapa, estando localizados os mais próximos possíveis do ponto a ser transferido. Neste exemplo, estes pontos correspondem às esquinas bem visíveis em ambas. Na Figura 7.3 é mostrada a localização dos pontos homólogos na imagem (esquerda) e no mapa (direita).

Figura 7.2 – Identificação de um ponto perceptível na imagem e que não aparece no mapa digital (centro de um campo de futebol)

Figura 7.3 – Os quatro pontos selecionados de coordenadas homólogas na imagem e no mapa

A Figura 7.4 ilustra uma das esquinas visível na imagem e a esquina homóloga no mapa.

Figura 7.4 – Representação de uma das esquinas selecionadas na imagem e a sua homóloga no mapa.

C) A partir disso, são extraídos os valores de coordenadas de cada ponto tanto na imagem quanto no mapa com o intuito de realizar uma transformação de coordenadas. Cabe enfatizar que, deve ser dispensada atenção ao sistema de referência da imagem de satélite, que neste caso é o WGS-84. Nesta pesquisa, trabalhou-se com a imagem aberta no programa ENVI 4.1 e o mapa no AutoCAD 2005, o que propiciou a aquisição destas coordenadas.

D) As coordenadas dos pontos oriundas do mapa digital são consideradas as coordenadas referentes ao sistema de referência e as coordenadas obtidas da imagem as do sistema homólogo. Dessa maneira, torna-se possível transformar, através de uma Transformação Afim, a coordenada do centro do campo de futebol da imagem para o sistema de coordenadas de referência, que no caso é o do mapa. Posteriormente, o ponto é localizado no mapa a partir do valor desta coordenada.

É válido salientar que, foram testados dois tipos de transformação de coordenadas, a Transformação de Helmert e a Transformação Afim, variando de quatro, seis e oito o número de pontos selecionados, bem como localização dos mesmos. O melhor desempenho obtido, em termos de exatidão de coordenadas criadas, foi o da Transformação Afim, com quatro pontos em ambos os sistemas. As exatidões de coordenadas criadas quando usados seis e oito pontos foram muito próximas daquela obtida por meio de quatro pontos, sendo por este motivo o número de pontos adotado.

7.2.2 Fotos Aéreas

Foram utilizadas fotos aéreas do núcleo urbano do município de São Carlos, do ano de 1998, com escala de vôo 1:8.000. Estas fotos foram compradas para a pesquisa de Pons (2006) e, assim como a imagem de satélite, foram cedidas para o uso nesta pesquisa. Pons (2006) transformou as fotos adquiridas em papel para imagens digitais através de um *scanner* ScanMarker 9800 XL, com resolução espacial de 1600x3200 dpi e *pixel* de 16x8 μm .

Nesta pesquisa, aplicou-se nas fotos aéreas digitais uma técnica de fotogrametria geométrica chamada de retificação gráfica. A retificação gráfica é uma modalidade de transformação que permite transferir, graficamente, pormenores de uma foto inclinada em projeção central, para uma base cartográfica em projeção ortogonal. É uma técnica aplicável a atualização planimétrica de cartas. O

procedimento de retificação gráfica está baseado nas razões de proporções denominada aqui de relação harmônica, a qual será detalhada a seguir.

• RELAÇÃO HARMÔNICA

A Relação Harmônica é uma técnica usada para retificação de imagens aéreas. Usando esse princípio é possível também transferir pontos de uma imagem para um mapa. A Figura 7.5 ilustra o princípio da relação harmônica. As linhas saindo do plano 1 a partir dos pontos A, B, C e D se interceptam em L, ou seja, no centro da perspectiva. Estas mesmas linhas passam pelo plano 2 através dos pontos a, b, c e d. Pela definição, a relação harmônica R para esta projeção perspectiva é dada pela equação (7.1).

$$R = \frac{AC}{BC} \times \frac{BD}{AD} = \frac{ac}{bc} \times \frac{bd}{ad} \quad (7.1)$$

Figura 7.5 – Princípio da relação harmônica (Fonte: Adaptado de Wolf, 1983)

Pela equação (7.1) vê-se que as relações de distâncias de um plano da projeção perspectiva são exatamente as mesmas que as relações de distâncias correspondentes em outro plano da projeção. Isto pode ser comprovado aplicando-se as leis dos senos, como demonstra as equações (7.2).

$$\begin{aligned}
 AC &= CL \frac{\text{sen}\alpha}{\text{sen}\theta} & \text{e} & & ac &= cL \frac{\text{sen}\alpha}{\text{sen}\psi} \\
 AD &= DL \frac{\text{sen}\beta}{\text{sen}\theta} & \text{e} & & ad &= dL \frac{\text{sen}\beta}{\text{sen}\psi} \\
 BD &= DL \frac{\text{sen}\gamma}{\text{sen}\theta} & \text{e} & & bd &= dL \frac{\text{sen}\gamma}{\text{sen}\xi} \\
 BC &= CL \frac{\text{sen}\delta}{\text{sen}\theta} & \text{e} & & bc &= cL \frac{\text{sen}\delta}{\text{sen}\xi}
 \end{aligned} \tag{7.2}$$

Substituindo as equações (7.2) na equação (7.1), temos a equação (7.3).

$$R = \frac{\text{sen}\alpha \times \text{sen}\gamma}{\text{sen}\delta \times \text{sen}\beta} = \frac{\text{sen}\alpha \times \text{sen}\gamma}{\text{sen}\delta \times \text{sen}\beta} \tag{7.3}$$

De acordo com Tavares e Fagundes (1992), a equação (7.3) não somente comprovou que a relação expressa pela equação (7.1) é verdadeira, como também leva a concluir que a relação harmônica permanece invariável para qualquer reta que intercepte o feixe projetivo. A compreensão deste princípio é fundamental para o entendimento do processo de retificação gráfica que foi usado nesta pesquisa e que será detalhado no item seguinte.

7.2.2.1 Coordenadas de pontos de controle criados no mapa digital usando a foto aérea - Retificação Gráfica

Sejam os pontos A', B', C' e D', na foto inclinada, e seus homólogos A, B, C e D, no mapa, como mostra a Figura 7.6. Baseando-se na relação harmônica existente

entre as duas figuras projetivas, pode-se transferir um ponto de uma foto para um mapa desatualizado, através do seguinte procedimento:

Figura 7.6 – Representação de uma retificação gráfica entre uma foto e um mapa

- 1) O propósito é encontrar o homólogo do ponto P' no mapa, conforme ilustra a Figura 7.6;
- 2) A Figura 7.6 mostra o eixo 1, na foto, interceptando os segmentos de retas $A'D'$, $A'C'$, $A'B'$ e $A'P'$. Este eixo, transferido para o mapa, tem uma única posição compatível com as direções AD , AC e AB . Encontrada essa posição, ter-se-á a direção AP .
- 3) O mesmo ocorrerá com o eixo 2 passando pelos segmentos de reta $B'C'$, $B'D'$, $B'A'$ e $B'P'$ e transferido para o mapa, resultando na direção BP ;
- 4) Cruzadas as direções AP e BP tem-se o ponto P , no mapa digital, transformado de P' .

Por esta técnica, pode-se verificar que, identificados dois quadriláteros homólogos, na foto e no mapa, é possível transferir pontos da imagem para o mapa. Se uma seqüência de pontos representando algum elemento geométrico da imagem puder ser transferida, torna-se possível representar no mapa alguns elementos geométricos que não estavam representados, tais como: quarteirões, ruas, cercas, estradas, etc.

É importante ressaltar que, para o desenvolvimento desta pesquisa, a técnica da foto aérea foi realizada, em meio digital, através do *AutoCAD 2005*.

7.2.3 Prolongamento dos meios-fios de calçadas

A terceira técnica consistiu no prolongamento do meio-fio de calçadas de esquinas desenhadas no mapa digital. O encontro destes prolongamentos, como mostra a Figura 7.7, representa a coordenada do ponto a ser determinado.

Figura 7.7 – Representação do prolongamento de meio-fio de calçada num mapa digital

7.3 DETERMINAÇÃO DOS PESOS

Uma questão de grande importância, nesta etapa da pesquisa, é a correta determinação dos pesos atribuídos as coordenadas de pontos de controle criados por cada uma das técnicas. Por isso, tornou-se necessário quantificar qual a relevância de cada técnica citada, em termos de exatidão de coordenadas criadas. Com o intuito de atingir este propósito, foi usado o mapa de calibração mencionado no item 6.3 do Capítulo 6, pelo fato de apresentar uma boa qualidade posicional, já que não

seria aconselhável empregar para tal finalidade um mapa cuja qualidade fosse desconhecida, pois inviabilizaria uma correta estimativa dos pesos.

De acordo com Wolf e Ghilani (1997), os pesos são usados para controlar o tamanho da correção aplicada às medidas num processo de ajustamento, sendo que o peso de uma observação é uma estimativa das precisões relativas das observações. Uma medida precisa apresenta pequenos valores de desvio padrão e, desta forma, pode-se dizer que a observação é de boa qualidade e a ela deve-se atribuir um valor de peso maior do que as outras de menor precisão. Desse modo, conhecendo-se a variância de uma observação adota-se o peso desta observação. Para isso, é atribuído a cada observação um peso tanto maior quanto menor for a variância da observação.

Esta afirmativa pode ser confirmada através da maneira como é determinada a matriz peso das observações, que é utilizada para a solução do Sistema de Equações Normais do Método de Ajustamento Paramétrico, no caso de existirem pontos de controle com precisões diferentes. No próximo item será pormenorizado como se dá a determinação da matriz peso.

7.3.1 Matriz peso

A matriz peso depende da matriz das covariâncias das medidas realizadas, motivo pelo qual a determinação da matriz variância-covariância é um pré-requisito para a determinação da matriz peso.

Sendo Σ_{ll} a matriz simétrica variância-covariância (estimada) do vetor observação, e σ_0^2 , um fator de escala, que é um valor adimensional numericamente igual à variância da observação e que se atribuiu peso unitário (variância a priori), dividindo-se Σ_{ll} por σ_0^2 , obtém-se uma nova matriz simétrica, denominada matriz

dos coeficientes dos pesos ou matriz dos co-fatores das observações, dada pela equação (7.4).

$$Q_{//} = \frac{1}{\sigma_0^2} \cdot \Sigma_{//} \quad (7.4)$$

Onde:

$Q_{//}$ = matriz co-fator dos pesos das observações;

σ_0^2 = variância a priori.

A estrutura da matriz $\Sigma_{//}$, bem como os elementos individuais que a compõem é demonstrada pela expressão (7.5).

$$\Sigma_{//} = \begin{bmatrix} \sigma_{x_1}^2 & \sigma_{x_1 x_2} & \cdots & \sigma_{x_1 x_n} \\ \sigma_{x_2 x_1} & \sigma_{x_2}^2 & \cdots & \sigma_{x_2 x_n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \sigma_{x_n x_1} & \sigma_{x_n x_2} & \cdots & \sigma_{x_n}^2 \end{bmatrix} \quad (7.5)$$

A matriz dos pesos é obtida pela inversão da matriz $Q_{//}$, conforme demonstra a equação (7.6).

$$Q_{//}^{-1} = \sigma_0^2 \cdot \Sigma_{//}^{-1} = P \quad (7.6)$$

Onde:

$\Sigma_{//}$ = matriz variância-covariância dos valores observados.

Para medições não correlacionadas, as covariâncias são iguais a zero, isto é, todos os elementos $\sigma_{x_i x_j}$ são iguais a zero, de modo que a matriz variância-covariância é diagonal. Assim, $Q_{//}$ é também uma matriz diagonal com elementos iguais a $\sigma_{x_i}^2 / \sigma_0^2$. O inverso da matriz $Q_{//}$ é também uma matriz diagonal, com os

elementos recíprocos da diagonal original, o que faz a expressão (7.6) torna-se a expressão (7.7).

$$W = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{x1}^2} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{x2}^2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{x3}^2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{xn}^2} \end{bmatrix} = \sigma_0^2 \Sigma_{//}^{-1} \quad (7.7)$$

A partir da expressão (7.7), qualquer medição independente com variância igual a σ_i^2 recebe um peso definido pela equação (7.8).

$$w_i = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_i^2} \quad (7.8)$$

Se uma determinada observação recebe peso igual a 1, então $\sigma_0^2 = \sigma_i^2$ ou $\sigma_0^2 = 1$. Assim, σ_0^2 é frequentemente chamado de variância da unidade peso de uma observação ou, simplesmente, variância da unidade peso, de modo que a sua raiz quadrada é chamada de desvio padrão da unidade peso. Se σ_0^2 é igual a 1, então a equação (7.8) é expressa pela equação (7.9).

$$w_i = \frac{1}{\sigma_i^2} \quad (7.9)$$

A equação (7.9) demonstra o que foi antes afirmado, que o peso atribuído a uma observação é o inversamente proporcional à sua variância. Vale ressaltar que,

quando as observações são independentes e de igual precisão, tanto a matriz peso como a matriz co-fatora são matrizes identidade.

7.3.2 Variabilidade das coordenadas de pontos de controle criadas em relação aos valores esperados

A variância de uma série de medições é uma medida da sua dispersão estatística, indicando quão longe, em geral, os seus valores se afastam do valor esperado. De acordo com Levine et al. (2000), a variância da amostra é, aproximadamente, a média das diferenças ao quadrado entre cada uma das medidas de um conjunto de dados e a média aritmética do conjunto. Assim sendo, para uma amostra contendo n medidas $X_1, X_2, \dots, X_n$, a variância da amostra, dado pelo símbolo σ_i^2 , pode ser escrita através da equação (7.10).

$$\sigma_i^2 = \frac{(X_1 - \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + \dots + (X_n - \bar{X})^2}{n-1} \quad (7.10)$$

Onde:

$\bar{X}$ = média aritmética das medições da amostra;

n = tamanho da amostra;

X_i = valor da variável aleatória X de um ponto genérico i .

O denominador $n-1$ da equação (7.10) pode ser substituído por n . Para esta situação a média das diferenças ao quadrado é obtida. Este fato não altera muito o valor da variância, pois, à medida que cresce o tamanho da amostra, a diferença na divisão por n ou $n-1$ vai se tornando cada vez menor.

No caso desta pesquisa, não foi determinada a variância propriamente dita das medidas relativas a cada uma das técnicas apresentadas. Foi determinada a variabilidade das coordenadas criadas por cada uma destas técnicas em relação aos

respectivos valores esperados, pois, se considera que o peso deve ser atribuído em função da exatidão e não da precisão destas medidas.

Para isso, foram criados 25 diferentes pontos no mapa de calibração, por cada uma das três técnicas, e verificado o quanto a coordenada de cada um destes pontos se afastou do valor esperado, que neste caso é a sua coordenada equivalente no mapa, definida aqui de coordenada padrão. Para uma maior confiabilidade nos valores gerados optou-se trabalhar com pontos referentes a eixos de ruas tanto para a coordenada de pontos criados pela imagem de satélite quanto pela foto aérea. O cálculo da variabilidade das coordenadas criadas por cada uma das técnicas em relação aos respectivos valores esperados foi determinado pela equação (7.11).

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - X_{i_e})^2}{n} \quad (7.11)$$

Onde:

σ^2 = variabilidade das coordenadas criadas em relação aos respectivos valores esperados;

$(X_i - X_{i_e})^2$ = diferença quadrática do valor da variável aleatória x de um ponto genérico i em relação ao seu valor esperado.

n = número de medições.

Nos itens seguintes, será detalhado como foi realizado este procedimento para cada uma das técnicas, sendo relatado também como foi determinada a variabilidade de coordenadas criadas pela técnica do prolongamento de esquina em relação aos valores esperados. Cabe enfatizar que, foi definido o número de 25 pontos para a determinação da medida de variabilidade em relação aos valores esperados porque, segundo a estatística tradicional, este número é suficiente para garantir a normalidade.

7.3.2.1 Variabilidade de coordenadas de pontos criados pela imagem de satélite em relação aos valores esperados

Foram escolhidos, na imagem de satélite, 25 pares de coordenadas de diferentes pontos correspondentes a eixos de ruas com o intuito de transferí-las para o mapa de calibração. Para isso, a imagem foi importada para o programa ENVI 4.1, onde foram escolhidos os 25 pontos bem visíveis na imagem. A Figura 7.8 mostra um dos pontos correspondente a um eixo de rua selecionado na imagem com a sua respectiva coordenada no elipsóide WGS-84, na projeção cartográfica UTM. A seguir, será descrito como foi realizada a transferência da coordenada deste ponto para o mapa:

A) Conforme os procedimentos descritos no item 7.2.1.1., foram selecionados quatro pontos também correspondentes a eixos de ruas na imagem de satélite e seus homólogos no mapa de calibração, como mostram, respectivamente, as Figuras 7.9 e 7.10. De posse dos valores de suas coordenadas foi realizada a transformação de coordenadas para transferir o referido ponto para o sistema de coordenadas do mapa de calibração.

Figura 7.8 – Ponto correspondente a um eixo de rua na imagem de satélite que será transferido para o mapa de calibração.

Figura 7.9 – Seleção dos quatro pontos correspondentes a eixos de ruas na imagem de satélite

B) A Tabela 7.1 apresenta como um exemplo, os valores de coordenadas dos quatros pontos selecionados na imagem de satélite, bem como as coordenadas homólogas extraídas do mapa de calibração. A Tabela 7.1 também apresenta a coordenada do ponto a ser transferido para o mapa.

Figura 7.10 – Seleção dos quatro pontos correspondentes a eixos de ruas no mapa de calibração

Tabela 7.1 – Coordenadas correspondentes aos quatro pontos selecionados na imagem e no mapa.

	Coordenadas extraídas do mapa de simulação (m)		Coordenadas homólogas extraídas da imagem (m)	
1	201.374,087	7.563.224,608	201.388,038	7.563.224,285
2	201.578,036	7.563.232,461	201.592,038	7.563.231,285
3	201.586,485	7.563.030,114	201.601,037	7.563.029,286
4	201.381,323	7.563.023,603	201.394,038	7.563.023,286
Coordenada a ser transferida da imagem para o mapa: 201.492,038; 7.563.084,48				

C) A partir daí, é realizada a Transformação Afim que irá gerar a coordenada transformada para o sistema de coordenadas do mapa de calibração, que neste exemplo apresenta o valor de: 201.748,241m; 7.563.127,941m.

D) Em seguida, esta coordenada é lançada no mapa de calibração como intuito de verificar a diferença que se encontra do ponto localizado no eixo central da rua, que neste caso é considerada a coordenada padrão (valor esperado). No exemplo, a diferença entre esta coordenada e a coordenada obtida pela Transformação Afim é de 1,26m. A Figura 7.11 representa a diferença entre a coordenada transformada para o mapa de calibração e a coordenada padrão, que corresponde ao ponto localizado no eixo da rua.

Figura 7.11 – Diferença entre a coordenada transformada para o mapa de calibração e a coordenada padrão (eixo da rua)

D) Este procedimento foi repetido para 25 diferentes pares de coordenadas de pontos. A Tabela 7.2 apresenta a diferença de cada coordenada de pontos criados no mapa e seus homólogos, equivalentes às coordenadas de pontos localizados no eixo de ruas, bem como o quadrado destas diferenças.

Pela equação (7.11), o cálculo da variabilidade das coordenadas de pontos criados por esta técnica em relação aos valores esperados foi efetuado pelo somatório das diferenças ao quadrado entre cada uma das medidas, cujo valor foi de $50,295\text{m}^2$. Este valor dividido pelo número de medições resulta na variabilidade de $2,012\text{m}^2$.

Tabela 7.2 – Diferenças entre coordenadas de pontos criados pela imagem de satélite dos seus respectivos valores esperado no mapa de calibração e o quadrado destas diferenças.

	Diferenças (D) em m	(D) ²		Diferenças (D) em m	(D) ²
1	2,412	5,818	14	1,051	1,105
2	2,016	4,064	15	0,297	0,088
3	0,840	0,706	16	0,478	0,228
4	0,859	0,927	17	1,192	1,421
5	1,735	3,010	18	1,051	1,105
6	1,726	2,979	19	0,950	0,903
7	1,546	2,390	20	3,244	10,523
8	0,892	0,796	21	1,224	1,498
9	1,276	1,628	22	0,392	0,154
10	0,539	0,290	23	0,506	0,256
11	1,990	3,960	24	1,264	1,598
12	1,467	2,152	25	1,645	2,706
13	0,423	0,179			

7.3.2.2 Variabilidade de coordenadas de pontos criados pela foto aérea em relação aos valores esperados

De maneira igual à imagem de satélite, foram escolhidos, na foto aérea digital, 25 diferentes coordenadas de pontos correlatos a eixos de ruas com o propósito de transferi-los para o mapa de calibração. Para isso, a foto foi importada para o AutoCAD 2005, onde foram selecionados os 25 pontos bem nítidos. A Figura 7.12 mostra a foto aérea correspondente à área, no terreno, do mapa de calibração.

Figura 7.12 – Foto aérea correspondente a região do mapa de calibração

A Figura 7.13 ilustra como exemplo, o ponto P' correspondente a um eixo de rua na foto. A seguir, será descrito como foi realizada a transferência deste ponto para o mapa.

A) Determinam-se os pontos A' , B' , C' e D' na foto inclinada, e seus homólogos A , B , C e D no mapa, como demonstram, respectivamente, as Figuras 7.13 e 7.14.

B) Baseando-se na relação harmônica existente entre as duas figuras projetivas, se transfere o ponto correspondente ao eixo central da rua da foto para o mapa de calibração, através do procedimento descrito no item 7.2.2.1.

A Figura 7.15 mostra a localização do ponto P no mapa de calibração transformado de P' . Neste exemplo, a diferença entre a coordenada padrão (valor

esperado), correspondente ao ponto localizado no eixo da rua do mapa, e a coordenada obtida pela retificação gráfica é de 1,020m.

Figura 7.13 – Quadrilátero formado pelos pontos A', B', C' e D' na foto

Figura 7.14 – Quadrilátero homólogo no mapa de calibração

Figura 7.15 – Localização do ponto P no mapa de calibração

A Tabela 7.3 apresenta a diferença entre cada uma das 25 coordenadas de pontos criados no mapa de calibração e de seus valores correspondentes, equivalentes as coordenadas do eixo das ruas, bem como o quadrado destas diferenças.

Tabela 7.3 – Diferenças entre coordenadas de pontos criados pela foto aérea dos seus respectivos valores esperado no mapa de calibração e o quadrado destas diferenças.

	Diferenças (D) em m	(D) ²		Diferenças (D) em m	(D) ²
1	0,615	0.378	14	1,162	1,350
2	2,071	4.289	15	1,227	1,506
3	1,602	2.566	16	0,962	0,925
4	2,147	4.610	17	1,490	2,220
5	0,657	0.432	18	0,423	0,179
6	0,796	0.634	19	0,664	0,441
7	0,563	0.317	20	1,518	2,304
8	1,485	2.205	21	0,736	0,542
9	1,210	1.464	22	1,737	3,017
10	1,597	2.550	23	1,242	1,542
11	0,897	0.805	24	0,970	0,941
12	0,765	0.585	25	1,058	1,119
13	1,193	1.423			

O valor da variabilidade das coordenadas de pontos criados pela técnica da foto aérea em relação aos valores esperados foi calculado pela equação (7.11). Para a referida técnica, a soma do quadrado das diferenças das medidas é de 38,345m², que dividido pelo número de medições resulta numa variabilidade (σ^2) de 1,534m².

7.3.2.3 Variabilidade de coordenadas de pontos criados pelo prolongamento dos meios-fios de calçadas em relação aos valores esperados

É esperado que a técnica de prolongamento de esquina apresente medidas mais exatas quando comparada às outras técnicas avaliadas, justamente porque o mapa de calibração foi confeccionado, no terreno, por meio do prolongamento dos meios-fios das calçadas. A Figura 7.16 mostra os pontos obtidos através do levantamento topográfico, os quais estão representados em azul. As ligações destes pontos correspondem ao prolongamento dos meios-fios das calçadas. A seta indica a coordenada de um ponto que foi criado no mapa de calibração. A Figura 7.17 apresenta um dos pontos, em azul, sendo medido no terreno através do levantamento topográfico, para posterior confecção do mapa de calibração.

É válido salientar que, no mapa de calibração, o eixo da rua foi traçado através da ligação entre as esquinas diagonais, onde as duas linhas se interceptam é considerado o ponto correspondente ao eixo da rua. As junções dos vários pontos formam o alinhamento central da via, representado pela linha vermelha na Figura 7.18.

Figura 7.16 – Prolongamento dos meio-fios de calçadas no mapa de calibração

Figura 7.17 – Levantamento de um dos pontos para o traçado da esquina

Figura 7.18 – Determinação do eixo das ruas no mapa de calibração

A fim de determinar a variabilidade de coordenadas de pontos criados por esta técnica em relação aos valores esperados, foram realizadas medições no terreno com um receptor GNSS de dupla frequência, de 25 diferentes pontos levantados pelo prolongamento dos meios-fios de calçadas. A Figura 7.18 apresenta um ponto medido no terreno, que é homólogo a um ponto determinado, no mapa de

calibração, através do prolongamento dos meios-fios de calçadas. A materialização deste ponto, no terreno, foi realizada através do prolongamento dos meios-fios da calçada com fio de *nylon*. O encontro destes prolongamentos representou o ponto a ser determinado.

A partir disto, as coordenadas medidas, no terreno, foram lançadas no mapa de calibração, o que gerou os valores de diferenças apresentadas na Tabela 7.4. Como se pressupôs, as diferenças entre estas coordenadas e seus respectivos valores esperados foram da ordem do centímetro. A Figura 7.20 mostra a diferença da coordenada de um ponto determinado, no terreno, pelo prolongamento dos meios-fios de calçadas no terreno de seu valor esperado no mapa de calibração.

Figura 7.19 – Ponto de controle referente ao prolongamento dos meios-fios de calçadas

Figura 7.20 – Diferença de um ponto determinado no terreno pelo prolongamento dos meios-fios de calçadas de seu valor esperado no mapa de calibração

Tabela 7.4 – Diferenças entre coordenadas de pontos criados pelo prolongamento dos meios-fios de calçadas dos seus respectivos valores esperado no mapa de calibração e o quadrado destas diferenças.

	Diferenças (D) em m	(D) ²		Diferenças (D) em m	(D) ²
1	0,619	0,383	14	0,626	0,392
2	0,529	0,280	15	0,625	0,391
3	0,610	0,372	16	0,628	0,394
4	0,634	0,402	17	0,613	0,376
5	0,535	0,286	18	0,597	0,356
6	0,574	0,329	19	0,627	0,393
7	0,524	0,275	20	0,609	0,371
8	0,596	0,355	21	0,630	0,397
9	0,614	0,377	22	0,689	0,475
10	0,656	0,430	23	0,643	0,413
11	0,614	0,377	24	0,529	0,280
12	0,531	0,282	25	0,611	0,373
13	0,558	0,311			

Conforme a equação (7.11), o cálculo da variabilidade referente a esta técnica foi realizado pelo somatório das diferenças apresentadas na Tabela 7.4, que dividido pelo número de medições, gerou um valor de σ^2 igual a 0,364m².

7.3.3 Definição dos Pesos

De posse dos valores de variabilidade das três técnicas avaliadas foi calculado o peso atribuído as coordenadas de pontos de controle criados por cada uma delas. Neste caso, foi adotado que a variabilidade da unidade peso é igual ao maior valor delas, ou seja, a variabilidade referente à técnica da imagem de satélite, cujo valor é $2,012\text{m}^2$.

Deve ser dado destaque ao fato que, o avaliador poderá optar por usar coordenadas de pontos de controle bem determinados dentre os elementos geográficos representados no mapa digital que pretende georreferenciar, como por exemplo, aresta de um campo de futebol, aresta de edificações desenhadas no mapa, etc. Neste caso, poderá considerar que a exatidão destas coordenadas em relação aos valores esperados é de 15cm, ou seja, que a variabilidade das coordenadas destes pontos em relação aos respectivos valores esperados é de $0,022\text{m}^2$. Foi determinado este valor por se considerar que pode existir, no terreno, algum empecilho que possa prejudicar a exata instalação do equipamento topográfico no referido ponto a fim de medir a sua coordenada. A Figura 7.21 mostra a coordenada um ponto de controle sendo medida no terreno que é homóloga a aresta de uma edificação desenhada no mapa digital (Figura 7.22).

Assim, considerando a equação (7.8) foram calculados os pesos atribuídos a coordenadas de pontos criados por cada uma das técnicas apresentadas, bem como o peso atribuído a coordenadas de pontos bem definidos no mapa digital que se pretende georreferenciar, os quais estão apresentados na Tabela 7.5.

Figura 7.21 – Ponto de controle referente à aresta de uma edificação sendo medido no terreno

Figura 7.22 – Ponto de controle homólogo no mapa digital

Tabela 7.5 – Pesos atribuídos

Técnica	σ^2 (m ²)	Peso
Imagem de satélite	2,012	1,00
Foto aérea	1,534	1,31
Prolongamento de esquinas	0,364	5,53
Pontos bem definidos no mapa	0,022	91,50

Pela Tabela 7.5 se verifica que os valores de pesos atribuídos a coordenada de pontos criados pelas técnicas referentes à foto área e imagem de satélite são muito semelhantes, o que pode ser explicado pelo fato de criarem coordenadas de pontos com quase a mesma exatidão. Já o valor de peso atribuído a coordenadas de pontos criados pela técnica do prolongamento dos meios-fios de calçadas é um pouco maior. Se forem usados pontos de controle desenhados, isto é, bem definidos no mapa digital poderá ser atribuído um valor de peso bastante superior as demais, por se considerar que são pontos que apresentam uma localização bem definida no mapa.

7.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo teve como principal objetivo apresentar uma maneira de atribuir pesos apropriados as coordenadas de pontos de controle em função de suas exatidões no mapa digital. Para isso, foram utilizadas três técnicas distintas que serviram para criar coordenadas de pontos de controle no mapa, sendo deste modo possível mensurar o grau de confiança do ponto de controle, pois cada uma delas criou coordenada com uma determinada exatidão.

A partir disto, foram determinados os pesos atribuídos as coordenadas de pontos de controle criados por cada técnica citada. Dentre estas técnicas, a que criou coordenada de pontos com maior exatidão foi a do prolongamento dos meios-fios de

calçadas. As técnicas referentes à imagem de satélite e foto aérea criaram coordenadas de pontos com quase a mesma exatidão, acarretando que os pesos atribuídos a cada uma delas apresentam valores próximos. Se o avaliador usar coordenadas de pontos de controle bem definidos no mapa digital que pretende georreferenciar o valor de peso atribuído a estas coordenadas deve apresentar um valor bastante superior as demais.

Por fim, através das considerações expostas neste capítulo, o avaliador tem condições de criar coordenadas de pontos de controle no mapa digital e/ou usar coordenadas de pontos bem definidos no mesmo e, por conseguinte, usar a tabela de pesos determinada no item 7.3.3.

CAPÍTULO 8

GEORREFERENCIAMENTO USANDO A TABELA DE PESOS

O presente capítulo trata do georreferenciamento de um mapa urbano da cidade de São Carlos-SP. Foram criados, neste mapa, coordenadas de pontos de controle pelas técnicas apresentadas no Capítulo 7, com também foram usadas coordenadas de pontos bem definidos no mesmo. Desse modo, foi atribuído às coordenadas destes pontos um peso de acordo com a tabela apresentada no referido capítulo. A partir disto, foi realizado o georreferenciamento simulando as mais variadas situações. O escopo deste capítulo é apresentar um método para georreferenciar mapas em meio digital baseado na normalização de pesos a partir de suas iterações. Com isto se almeja proporcionar resultados de georreferenciamento admissível, que é o objetivo principal desta tese.

8.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste capítulo foi realizado o georreferenciamento de um mapa urbano da cidade de São Carlos-SP, cujos elementos geográficos são representados, no meio digital, pelo modelo de dados vetorial. Para isso, foram inseridas, neste mapa, coordenadas de pontos de controle a partir do emprego das técnicas apresentadas no referido capítulo. Além disso, foram utilizadas também coordenadas de pontos de controle pertencentes a elementos geográficos representados no mapa e que puderam ser facilmente identificados no terreno. Desse modo, foram atribuídos

pesos às coordenadas destes pontos conforme indicado na Tabela 7.5 apresentada no item 7.3.3.

O mapa foi elaborado a partir de levantamento aerofotogramétrico realizado em junho de 1998, com escala de vôo 1:8.000 e com escala da restituição 1:2.000. O material foi cedido pela Prefeitura Municipal de São Carlos, por meio da Secretaria Municipal de Habitação e Desenvolvimento Urbano. A Figura 8.1 apresenta uma vista geral do mapa em questão.

Figura 8.1 – Mapa urbano da cidade de São Carlos-SP.

A cidade de São Carlos-SP está localizada na região central do estado de São Paulo, entre as coordenadas 47°30' e 48°30' Longitude Oeste e 21°30' e 22°30' Latitude Sul, sendo circundada pelos seguintes municípios: Ibaté, Itirapina, Dourado e Luis Antônio. A área total ocupada pelo município é de 1.141 km², dos quais 67,25 km² são de área urbana. A cidade de São Carlos pode ser considerada uma típica

cidade média brasileira, com cerca de 218.080 habitantes (IBGE/2008), com a economia fundamentada em atividades industriais e na agropecuária. Apresenta ainda um forte caráter tecnológico, com duas universidades públicas.

Este capítulo está dividido em sete seções principais. Na seção 8.2 foi definido o número de pontos de controle adequados para georreferenciar o mapa em questão. Na seção 8.3 foi realizado o georreferenciamento do mapa usando a tabela de pesos. Nesta seção foi realizado também o georreferenciamento considerando a matriz peso como identidade a fim de comparar os resultados. Na seção 8.4 foi analisada a discrepância das coordenadas dos pontos de controle criados no mapa em função das técnicas apresentadas e de suas coordenadas de referência, com o intuito de verificar se as exatidões eram condizentes com o esperado. Na referida seção também foi efetuado o georreferenciamento do mapa usando coordenadas de pontos de elementos geográficos do mapa e identificados no terreno a fim de avaliar o seu resultado perante esta situação. Na seção 8.5 foi apresentado um método no qual são realizadas iterações do georreferenciamento a partir da normalização dos pesos das coordenadas de pontos de controle provenientes de cada técnica citada, com o objetivo de se obter um resultado de georreferenciamento admissível. Na seção 8.6 foi demonstrado o que sucederia ao resultado do georreferenciamento se as iterações fossem realizadas a partir do georreferenciamento realizado no item 8.3.1 da seção 8.3. Na seção 8.7 foi validado o desempenho deste método através de sua aplicação no mapa de calibração, que foi apresentado no Capítulo 6. Na seção 8.8 foi avaliado o desempenho do georreferenciamento quando são excluídos aqueles pontos de controle que apresentam valores elevados de RMS depois de transformados. Na seção 8.9 foi verificado o desempenho do georreferenciamento quando todas as coordenadas dos pontos de controle foram inseridas no mapa utilizando-se uma única técnica.

8.2 NÚMERO DE PONTOS DE CONTROLE

A quantidade de pontos de controle utilizados para o georreferenciamento de um mapa digital é um fator importante para a determinação da qualidade do mesmo. Considera-se, neste caso, que a quantidade adequada é aquela que maximiza a qualidade do georreferenciamento e minimiza a quantidade de pontos de controle. Com base nisto, foram efetuados alguns estudos com o objetivo de definir a quantidade mínima de pontos a serem amostrados de modo a maximizar a qualidade do georreferenciamento. Dentre estes estudos podem ser citados: Nero (2005), Nogueira Júnior (2003), Patrocínio (2004), Pereira (1979) e Rocha (2002).

Na definição da quantidade de pontos de controle para o georreferenciamento de mapas digitais, é recomendado, pelos autores citados, determinar um valor através do cálculo do tamanho de amostras. Para isto, torna-se necessário estabelecer um tipo e um processo de amostragem que melhor modele a população em evidência, que consiste nas informações geográficas registradas no mapa.

Segundo Rocha (2002), o número de informações geográficas cartografadas varia em função do tamanho da região urbana e da taxa de ocupação urbana a ser mapeada. Um exemplo disto é que as regiões urbanas poderão apresentar centenas, milhares, dezenas de milhares de feições registradas, as quais são constituídas por lotes, construções, quadras, ruas, postes, árvores, etc. Neste caso, devido à inviabilidade de se considerar todo o mapa para a realização do seu georreferenciamento, parte-se para o recurso de definir uma quantidade de pontos que melhor represente toda a população, dentro de um intervalo previamente definido e com um erro amostral tolerável.

A seguir, serão descritos alguns fundamentos básicos de estatística relacionados à questão da amostragem, bem como os tipos de amostragens probabilísticas e especificação do tamanho da amostra para o georreferenciamento de mapas digitais.

8.2.1 Tipos de amostragem

Segundo Nogueira Júnior (2003), o sucesso de uma análise estatística envolve aspectos importantes sobre as formas de amostragem, daí a necessidade de garantir que a amostra a ser utilizada seja obtida por processos adequados. Um cuidado especial deve ser tomado quanto aos critérios usados na seleção da amostra, pois caso se cometa algum erro grosseiro na seleção dos elementos da mesma, e não seja possível fazer uma filtragem deste erro, o trabalho todo poderá ficar comprometido, gerando resultados finais incorretos.

Uma amostra deve ser representativa da população, ou seja, com exceção de discrepâncias inerentes à aleatoriedade sempre presente no processo de amostragem, a amostra deve possuir as mesmas características básicas da população no que diz respeito à variável pesquisada. Existem dois tipos de amostragem: a probabilística e a não probabilística. A amostragem será probabilística se todos os elementos da população tiverem probabilidade conhecida e diferente de zero de pertencer à amostra. Caso contrário, a amostragem será não probabilística.

A amostragem probabilística implica em um sorteio com regras definidas, cuja realização só será possível se a população for finita e totalmente acessível, e é utilizada no sentido de garantir a representatividade da amostra. Alguns dos principais tipos de amostragem probabilística são: sistemática, por meio de aglomerados, estratificada, múltipla e casual simples, as quais serão descritas a seguir.

A) Amostragem sistemática

De acordo com Nogueira Júnior (2003), neste tipo de amostragem dispõem-se dos elementos da população ordenados, efetuando-se a retirada dos elementos da amostra periodicamente. Assim, no caso de uma linha de produção pode-se, por exemplo, a cada dez itens produzidos, retirar um para pertencer a uma amostra da

produção diária. Um risco que se corre em adotá-la é a possibilidade da existência de ciclos de variação da variável de interesse, especialmente se o período destes ciclos coincidir com o período de retirada de elementos da amostra.

A amostra sistemática apresenta características semelhantes com a amostra aleatória simples, porém por um processo mais rápido e mais simples. Por exemplo, se for retirada uma amostra de 1.000 fichas de uma população de 5.000 fichas, pode-se retirar sistematicamente, uma ficha a cada cinco fichas $(5.000/1.000)=5$.

B) Amostragem por meio de conglomerados

Consiste em sortear um número suficiente de conglomerados, que são subdivididos em pequenos grupos da população, cujos elementos constituirão a amostra. Desta forma, as unidades de amostragem, sobre as quais é feito o sorteio, passam a ser conglomerados e não mais os elementos individuais da população, como na situação anterior. Esse tipo de amostragem é às vezes adotado por motivos de ordem prática e econômica.

C) Amostragem estratificada

Quando a população for heterogênea, não se deve usar a amostra aleatória simples, devido à baixa precisão das estimativas obtidas. Nesta situação, deve-se dividir a população em subpopulações de forma que dentro delas haja homogeneidade. Este processo se chama estratificação da população, sendo cada subpopulação um estrato. Neste caso, a amostra obtida chama-se amostra aleatória estratificada. Na prática, a população pode já se apresentar estratificada naturalmente, ou então depender da estratificação a ser realizada, utilizando-se critérios baseados nos conhecimentos que o pesquisador tem sobre a população.

As principais dificuldades em se utilizar este tipo de amostragem estão relacionadas com a análise de dados, visto que muitas vezes não se pode avaliar de antemão o desvio-padrão da variável nos diversos estratos.

Pode ser citado, como exemplo de uma amostragem estratificada, a estratificação de cidades em bairros, quando se deseja investigar alguma variável relacionada à renda familiar; estratificação de uma população humana em homens e mulheres, ou por faixas etárias, etc.

D) Amostragem múltipla

Numa amostragem múltipla, a amostra é retirada em diversas etapas sucessivas. Dependendo dos resultados observados, etapas suplementares podem ser dispensadas. Esse tipo de amostragem é, muitas vezes, empregado na inspeção por amostragem, sendo particularmente importante a amostragem dupla. Sua finalidade é diminuir o número médio de itens inspecionados em longo prazo, baixando o custo da inspeção.

E) Amostragem casual simples

A amostragem casual simples é também conhecida como simples ao acaso, aleatória, casual, simples, elementar, randômica. Este é o tipo de amostragem utilizada para este estudo, pois todos os elementos da população devem possuir igual probabilidade de pertencer à amostra. Considerando-se N como sendo o número de elementos de uma população e n o número de elementos da amostra, cada elemento da população tem probabilidade n/N de pertencer à amostra. Sendo a amostragem feita sem reposição, a suposição a ser feita, em geral, é que existem n possíveis amostras todas igualmente prováveis.

Na prática, a amostragem simples ao acaso pode ser realizada numerando-se a população de 1 a N , sorteando-se, a seguir, por meio de uma ordem aleatória qualquer, n números dessa seqüência, os quais corresponderão aos elementos sorteados para a amostra. Este sorteio pode ser realizado através de uma tabela de números aleatórios, que representam os dígitos de 0 a 9 distribuídos aleatoriamente. O que se percebe, geralmente, em produtos cartográficos, é que a sua população é muito grande, tornando-se a execução do sorteio por meio da tábua de números

inviável. Desse modo, sugere-se a utilização computadores, que são capazes de executarem este tipo de tarefa de forma mais rápida e eficiente.

8.2.2 Determinação do tamanho da amostra

Segundo Rocha (2002), o tamanho de uma amostra diz respeito à quantidade de unidades do universo que são pesquisadas ou analisadas. Sabe-se que a seleção das amostras deve ser feita mediante um processo aleatório, a fim de que seja evitada uma possível tendenciosidade. Algumas das razões que justificam a determinação do tamanho da amostra são:

- redução de custo: em geral, torna-se mais econômico o levantamento de somente uma parte da população;
- tempo disponível: numa pesquisa eleitoral, há três dias de uma eleição presidencial, não haveria tempo suficiente para pesquisar toda a população de eleitores do país, mesmo que houvesse recursos financeiros em abundância;
- confiabilidade dos dados e nas respostas: quando se pesquisa um número reduzido de elementos, pode-se dar mais atenção aos casos individuais, evitando erros nas respostas;

Para Pereira (1979) apud Nogueira Júnior (2003) são dois os fatores que interferem no dimensionamento da amostra:

- a) Estabelecimento do erro máximo permissível (E);
- b) O valor do intervalo de confiança $1 - \alpha$ (probabilidade de acerto).

Assim, a probabilidade P de que a diferença entre a média amostral ($\bar{x}$) e a média populacional (μ) seja menor que o erro máximo permissível (E) corresponde

ao valor do intervalo de confiança $(1-\alpha)$, ou seja, em 100 repetições desse experimento, pode-se garantir que em $P(1-\alpha)\%$ deles a diferença $(\bar{x} - \mu)$ é menor que o erro máximo permissível.

Considerando a equação (8.1) se $\bar{x}$ tem distribuição normal, com média $\mu=0$ e variância $\sigma_i^2 = 1$, tem-se a normal padrão ou reduzida, e a variável aleatória Z terá uma distribuição $N(0,1)$. O Teorema do Limite Central, de acordo com Nogueira Júnior (2003), afirma que $\bar{x}$ aproxima-se de uma normal quando n (tamanho da amostra) tende para o infinito. A rapidez desta convergência normal depende da distribuição da população da qual a amostra é retirada.

$$\bar{X} - \mu = E \quad (8.1)$$

Onde:

$\bar{x}$ = média da estimativa, com distribuição normal (μ, σ_i^2) , de modo que $\sigma_i^2 = \sigma / \sqrt{n}$;

σ = desvio padrão populacional;

n = tamanho da amostra;

μ = média da população;

E = erro máximo permissível.

Dessa forma, o valor de Z pode ser determinado através da equação (8.2).

$$Z = \frac{(\bar{x} - \mu)}{\sigma_i} \cong N(0,1) \quad (8.2)$$

Onde:

Z = obtida a partir da tabela de distribuição normal em função do intervalo de confiança.

Como $\bar{x} - \mu = E$, substituindo em (8.2) temos a equação (8.3).

$$E = Z \cdot \sigma_i^2 \quad (8.3)$$

A partir da equação (8.4) podemos determinar o valor de n , dado pela equação (3.4).

$$n = \frac{\sigma^2 \cdot Z^2}{E^2} \quad (8.4)$$

A expressão (8.4), segundo Pereira (1979) apud Nogueira Júnior (2003), é válida para uma população N infinita. No caso de se tratar de uma população finita, de interesse para este estudo, é necessário introduzir um fator de correção, conforme a equação (8.5).

$$E = Z \cdot \sigma_i^2 \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \quad (8.5)$$

Ainda de acordo com o mesmo autor, o tamanho da amostra pode ser calculado pela expressão (8.6), que indica que o tamanho mínimo que deve ter a amostra para uma população finita ao se fazer a estimação da média da população (μ) com um erro máximo permissível (E), a um nível de confiança ($1-\alpha$) desejado.

$$n = \frac{Z^2 \cdot \sigma^2 \cdot N}{(N-1) \cdot E^2 + Z^2 \cdot \sigma^2} \quad (8.6)$$

Onde:

n = tamanho da amostra;

Z = intervalo de confiança;

N = tamanho da população;

σ = desvio padrão amostral;

μ = média amostral;

E = erro máximo permissível.

Assim, através da equação (8.6) foi verificado que para determinar o tamanho da amostra é necessário definir o intervalo de confiança (Z), o valor do erro máximo permissível (E), o desvio padrão (σ) e o tamanho da população.

O desvio padrão empregado foi o valor estipulado pelo PEC para que um documento cartográfico seja enquadrado na classe A, ou seja, igual a 0.3mm x denominador da escala da carta.

Salienta-se que, antes de se executar os cálculos para a determinação do tamanho da amostra para o georreferenciamento do mapa digital, os valores do intervalo de confiança e o erro máximo permissível devem ser definidos a priori em função da precisão da estimativa, finalidade da pesquisa, custo econômico e tempo disponível para a execução dos testes. Exemplos desses valores, definidos a priori, e adotados para a avaliação de produtos cartográficos podem ser encontrados em Rocha (2002). Este estudo apresentou alguns valores de erro máximo permissível e intervalo de confiança de forma a garantir que o custo envolvido na medição dos pontos testes não fossem superiores a 5% do valor médio do mapeamento e que apresentasse um nível de confiança que garantisse uma elevada qualidade na estimativa. Com base nesses valores, foi adotado, para esta pesquisa, um intervalo de confiança de 89,90% ($Z=1,64$) e erro máximo permissível de 20cm, ou seja, considerando-se $E = 1/3 * \sigma$.

Para a determinação o tamanho da população foi utilizado o programa chamado DXF2XYZ, disponível gratuitamente na Internet (www.guthcad.com.au) e acessado em agosto de 2007. Este software fornece o total de coordenadas (população) existentes em todos os níveis que compõem uma base cartográfica digital, sendo que a mesma deve estar no formato DXF.

Com o auxílio deste programa, foi realizado um processamento para a verificação da população do arquivo referente à carta na escala 1:2.000. Para isto, eliminaram-se do arquivo todos os níveis de informação que não representavam sua

população, como níveis contendo textos, símbolos. O resultado encontrado foi de 131.559 pontos. Aplicando-se os valores anteriormente especificados na equação (8.6) foi determinado que o tamanho da amostra representativa para a realização do georreferenciamento do mapa em questão foi de 24 pontos.

8.3 GEORREFERENCIAMENTO DO MAPA USANDO A TABELA DE PESOS

Definido o número de pontos de controle foi realizado o georreferenciamento do mapa apresentado no item 8.1. Para isso, foi utilizada a Transformação de Coordenadas Afim, que conforme mencionado no Capítulo 4 é o modelo matemático adotado para desempenhar tal tarefa.

Para a execução do georreferenciamento foram determinados 24 pontos de controle distribuídos uniformemente pela área do mapa, visto que não fossem concentrados pontos em uma única região, o que afetaria a fidelidade do resultado obtido. Cada ponto de controle foi determinado, no mapa, através de uma das técnicas apresentadas no Capítulo 7. Dentre os 24 pontos foram determinados 8 pontos por meio de cada uma das técnicas: prolongamento do meios-fios de calçadas, imagem de satélite e foto área. O critério de determinação destes pontos em função da técnica utilizada foi a qualidade da imagem do referido ponto na foto ou na imagem de satélite, isto é, se um ponto foi determinado através da foto aérea é porque, por exemplo, não era nítido na imagem de satélite devido a nuvens que cobriam a região de sua localização. Já se um ponto foi determinado através do prolongamento de esquinas foi pelo fato que na região de sua localização não havia pontos que pudessem ser determinados pela foto área ou pela imagem de satélite. Além destes pontos, foram determinados mais 12 pontos para avaliar a fidelidade do georreferenciamento obtido, que são os pontos de checagem. Estes pontos de checagem foram determinados, tanto no mapa quanto no terreno, por meio do prolongamento dos meios-fios de calçadas, por ser esta a técnica que cria coordenada de pontos com maior exatidão.

Posteriormente, os 36 pontos foram medidos, no terreno, através do método de posicionamento GNSS no modo relativo estático, que é a técnica onde duas ou mais antenas envolvidas na missão, permanecem fixas nas estações durante toda a sessão de observação. As medições foram realizadas com receptores GNSS de dupla frequência da série GPS1200 da Leica Geosystem. O tempo de coleta dos dados foi de 30 minutos, com uma taxa de observação de 5 segundos.

A Tabela 8.1 mostra os valores de coordenadas no sistema geodésico de referência SAD-69, na projeção UTM, dos 24 pontos de controle tanto no sistema de coordenadas referente ao mapa, denominado de sistema homólogo, quanto no sistema de coordenadas referente ao terreno, denominado de sistema de referência, bem como os pesos concernentes as coordenadas de cada ponto. Notar que os valores de pesos são condizentes com aqueles apresentados na tabela de pesos do item 7.3.3 do Capítulo 7. Vale também ressaltar que, os pontos designados pelas abreviaturas **PR**, **FO** e **IM** foram criados, respectivamente, por meio da técnica do prolongamento dos meios-fios de calçadas, foto aérea e imagem de satélite.

O mapa da Figura 8.2 mostra a localização dos pontos de controle, que estão representados pelos triângulos em vermelho, e a localização dos pontos de checagem, representado pelos triângulos em azul.

Figura 8.2 – Localização dos pontos de controle e de checagem no mapa digital

Tabela 8.1 – Valores das coordenadas dos pontos de controle em ambos os sistemas e seus respectivos pesos

Ponto	Abreviatura	Sistema homólogo		Sistema referência		Peso
		x(m)	y (m)	X (m)	Y (m)	
1	PR	196.909,333	7.566.594,666	196.909,179	7.566.595,051	5,50
2	PR	198.229,762	7.565.060,023	198.229,788	7.565.060,068	5,50
3	FO	199.123,587	7.564.214,199	199.125,335	7.564.214,175	1,30
4	PR	200.863,381	7.566.393,464	200.864,015	7.566.393,472	5,50
5	PR	200.776,608	7.564.611,668	200.776,880	7.564.611,058	5,50
6	IM	202.546,885	7.564.693,745	202.544,175	7.564.695,021	1,00
7	IM	200.137,777	7.564.391,611	200.137,066	7.564.387,858	1,00
8	FO	200.534,137	7.563.403,632	200.536,305	7.563.403,655	1,30
9	PR	202.089,006	7.563.448,672	202.089,628	7.563.448,787	5,50
10	IM	203.637,072	7.563.666,573	203.638,028	7.563.663,926	1,00
11	FO	204.802,444	7.564.796,933	204.802,729	7.564.798,204	1,30
12	IM	201.286,036	7.562.923,919	201.285,891	7.562.923,202	1,00

Continuação na próxima página

13	PR	199.113,296	7.562.097,120	199.113,118	7.562.097,344	5,50
14	IM	201.620,952	7.562.424,726	201.616,524	7.562.423,739	1,00
15	PR	203.429,348	7.562.590,097	203.429,871	7.562.589,785	5,50
16	PR	205.120,225	7.563.207,904	205.120,220	7.563.208,511	5,50
17	IM	199.631,216	7.561.433,869	199.630,959	7.561.432,783	1,00
18	FO	199.919,331	7.560.368,405	199.914,303	7.560.369,763	1,30
19	FO	200.660,571	7.561.128,758	200.661,883	7.561.134,035	1,30
20	FO	201.521,295	7.561.795,555	201.524,652	7.561.801,831	1,30
21	IM	203.104,125	7.561.189,516	203.106,453	7.561.191,891	1,00
22	FO	201.679,670	7.560.954,926	201.680,977	7.560.956,622	1,30
23	IM	204.288,140	7.560.515,458	204.288,581	7.560.516,603	1,00
24	FO	201.302,596	7.560.729,706	201.301,528	7.560.730,032	1,30

A Tabela 8.2 mostra os valores das coordenadas no sistema de referência SAD-69, na projeção UTM, dos 12 pontos de checagem, tanto no sistema de coordenadas homólogo quanto no sistema de referência.

Tabela 8.2 – Valores das coordenadas dos pontos de checagem no sistema de coordenadas homólogo e no sistema de referência

Ponto	Sistema homólogo		Sistema referência	
	x(m)	y (m)	X (m)	Y (m)
1	200.491,227	7.561.007,655	200.491,523	7.561.007,499
2	200.748,55	7.565.166,147	200.748,515	7.565.166,930
3	200.727,492	7.561.961,315	200.727,607	7.561.961,494
4	201.421,0397	7.559.928,931	201.421,674	7.559.929,110
5	203.431,577	7.559.682,047	203.429,162	7.559.681,715
6	200.452,739	7.562.994,463	200.452,855	7.562.994,584
7	201.183,490	7.564.322,370	201.184,072	7.564.322,558
8	201.457,442	7.563.532,304	201.458,924	7.563.532,535
<i>Continuação na próxima página</i>				

9	201.896,412	7.562.841,271	201.897,752	7.562.841,101
10	201.953,980	7.564.134,365	201.955,160	7.564.134,790
11	205.717,475	7.562.595,770	205.718,158	7.562.596,839
12	202.863,500	7.560.530,88	202.861,044	7.560.529,155

A Tabela 8.3 apresenta os valores dos parâmetros a , b , c , d , e , e f , que foram calculados, respectivamente, pelas equações (4.63), (4.64), (4.67) e (4.65), (4.66) e (4.68) do Capítulo 4.

TABELA 8.3 – Valores dos seis parâmetros de transformação

Parâmetro	
a	1,0000657
b	-0,0000019
c	1,2556697
d	0,0000451
e	0,9999988
f	0,0019034

Por meio dos parâmetros de transformação foram transformadas as coordenadas dos pontos de controle, referentes ao sistema homólogo, para o sistema de coordenadas de referência. A Tabela 8.4 apresenta os valores das coordenadas transformadas, os valores dos erros residuais entre estas coordenadas e as coordenadas de referência (Tabela 8.1), bem como os valores de RMS entre as mesmas.

Tabela 8.4 – Valores das coordenadas transformadas e os valores dos erros residuais entre estas coordenadas e as de referência

Ponto	Técnica	$X = a.x + b.y + c$	$Y = d.x + e.y + f$	V_{x_i}	V_{y_i}	RMS (m)
1	PR	196.909,222	7.566.594,784	0,043	-0,267	0,270
2	PR	198.229,741	7.565.060,203	-0,047	0,135	0,143
3	FO	199.123,626	7.564.214,420	-1,709	0,245	1,726
4	PR	200.863,530	7.566.393,761	-0,485	0,289	0,564
5	PR	200.776,755	7.564.611,963	-0,125	0,905	0,914
6	IM	202.547,148	7.564.694,120	2,973	-0,901	3,107
7	IM	200.137,883	7.564.391,878	0,817	4,020	4,102
8	FO	200.534,270	7.563.403,918	-2,035	0,263	2,051
9	PR	202.089,242	7.563.449,028	-0,386	0,241	0,455
10	IM	203.637,409	7.563.666,998	-0,619	3,072	3,134
11	FO	204.802,855	7.564.797,410	0,126	-0,794	0,804
12	IM	201.286,220	7.562.924,239	0,329	1,037	1,088
13	PR	199.113,339	7.562.097,343	0,221	-0,001	0,221
14	IM	201.621,159	7.562.425,062	4,635	1,323	4,820
15	PR	203.429,673	7.562.590,514	-0,198	0,729	0,755
16	PR	205.120,660	7.563.208,397	0,440	-0,114	0,455
17	IM	199.631,294	7.561.434,116	0,335	1,333	1,375
18	FO	199.919,430	7.560.368,666	5,127	-1,097	5,243
19	FO	200.660,717	7.561.129,052	-1,166	-4,983	5,118
20	FO	201.521,496	7.561.795,887	-3,156	-5,944	6,730
21	IM	203.104,432	7.561.189,920	-2,021	-1,971	2,823
22	FO	201.679,883	7.560.955,266	-1,094	-1,356	1,742
23	IM	204.288,526	7.560.515,916	-0,055	-0,687	0,689
24	FO	201.302,785	7.560.730,029	1,257	-0,003	1,257
				RMS (médio) = 2,066m		

De acordo com a Teoria dos Erros, a partir dos erros residuais e da matriz dos pesos é calculada a precisão da transformação. A precisão da transformação foi calculada pela equação 4.70 do Capítulo 4, e apresentou o valor de $5,447\text{m}^2$. Este valor informa a variabilidade da unidade peso a posteriori e deve ser próximo do valor da variabilidade da unidade peso a priori, cujo valor foi definido no item 7.3.3 do Capítulo 7.

Pela Tabela 8.4, analisando os valores de RMS das coordenadas de cada ponto de controle transformado foi constatado que, os pontos que apresentaram menores valores foram os pontos determinados, no mapa, através da técnica do prolongamento dos meios-fios de calçadas. Dentre as coordenadas dos 8 pontos criados por esta técnica, o ponto 2 foi o que apresentou o menor valor de RMS, que foi de $0,143\text{m}$. Já o ponto 5 foi o que apresentou o maior valor de RMS, igual a $0,914\text{m}$, que é um valor superior àquele esperado em função da exatidão proporcionada pela técnica que o criou. Dentre as coordenadas dos pontos criados pela técnica da foto aérea o valor do RMS variou do mínimo de $0,804\text{m}$ ao máximo de $6,730\text{m}$. Já para as coordenadas de pontos criados pela técnica da imagem de satélite o valor de RMS variou de $0,689\text{m}$ a $4,820\text{m}$. Como os pesos atribuídos às coordenadas dos pontos de controle criados por ambas as técnicas apresentam valores próximos, era esperado que os valores de RMS destes pontos fossem mais aproximados do que os apresentados na referida tabela. Esta circunstância levanta a seguinte indagação: será que as exatidões das coordenadas dos pontos de controle, no mapa, estão condizentes com aquela esperada em função das considerações exibidas no Capítulo 7? Talvez seja por este motivo que o valor da variabilidade da unidade peso a posteriori não tenha sido próximo do valor da variabilidade da unidade peso a priori, que é de $2,012\text{m}^2$.

Diante disso, a próxima etapa foi verificar o desempenho da transformação aplicando os parâmetros da Tabela 8.3 às 12 coordenadas dos pontos de checagem referentes ao sistema homólogo, as quais foram apresentadas na Tabela 8.2. A Tabela 8.5 apresenta estas coordenadas transformadas para o sistema de referência, e os valores de RMS calculados a partir dos erros residuais entre estas coordenadas

e as coordenadas homólogas de referência, as quais também foram apresentadas na Tabelas 8.2.

Tabela 8.5 – Valores das coordenadas transformadas e os valores de RMS entre estas coordenadas e as de referência

Ponto	$X = a.x + b.y + c$	$Y = d.x + e.y + f$	RMS (m)
1	200.491,362	7.561.007,941	0,471
2	200.748,694	7.565.166,44	0,522
3	200.727,641	7.561.961,611	0,122
4	201.421,238	7.559.929,261	0,461
5	203.431,798	7.559.683,26	3,055
6	200.452,868	7.562.994,745	0,162
7	201183,722	7564322,465	0,362
8	201457,691	7563532,401	1,241
9	201896,687	7562841,37	1,098
10	201954,256	7564134,465	0,960
11	205717,971	7562595,89	0,967
12	202863,835	7560530,985	3,337
RMS total (m) = 1,063m			

Analisando os valores de RMS obtidos pelos pontos de checagem transformados, foi verificado que os pontos 5 e 12 apresentaram valores muito superiores quando comparados aos outros pontos. Isto se deveu ao fato de que, a esquina correspondente ao ponto 5 não era pavimentada, no terreno, quando o mapa foi elaborado, apresentando, atualmente, uma outra configuração daquela representada no mapa. Situação semelhante ocorreu com o ponto 12, além de ter sido mal desenhado no mapa, como pode ser visto na Figura 8.3. Como as coordenadas dos pontos de checagem devem possuir uma boa exatidão a fim de não comprometerem os resultados, os pontos 5 e 12 foram excluídos da avaliação. Assim, o RMS médio foi recalculado e apresentou um valor de 0,623m.

Figura 8.3 – Representação de um ponto de checagem, referente ao prolongamento dos meios-fios de calçadas, mal desenhado no mapa.

Ainda pela Tabela 8.5, foi verificado que os valores de RMS variam do mínimo de 0,122m ao máximo de 1,292m. Era esperado que todos os pontos de checagem apresentassem valores de RMS condizentes com a exatidão de coordenadas de pontos criados pela técnica do prolongamento dos meios-fios de calçadas. Como isto não ocorreu, é notório que existem diferenças significativas de exatidões das coordenadas destes pontos no mapa, fato que confirma a indagação levantada anteriormente.

8.3.1 Avaliação do georreferenciamento considerando a matriz peso como identidade

É pertinente examinar o que aconteceria no resultado do georreferenciamento se todas as coordenadas apresentadas na Tabela 8.1 recebessem pesos iguais a 1,00, ou seja, se fosse considerado que todos os pontos de controle possuem a mesma exatidão. Como foi demonstrado no Capítulo 6 é esperado que o desempenho da transformação de coordenadas seja bem inferior nesta situação. Desse modo, se os parâmetros da transformação forem calculados pelo Sistema de Equações Normais do Método de Ajustamento Paramétrico, a matriz peso é igual à identidade. Se estes parâmetros forem calculados pelo rearranjo do Sistema de Equações Normais do Método de Ajustamento Paramétrico, cujas equações foram

19	FO	200.660,567	7.561.129,203	-1,316	-4,832	5,008
20	FO	201.521,368	7.561.796,088	-3,284	-5,743	6,616
21	IM	203.104,345	7.561.190,216	-2,108	-1,675	2,692
22	FO	201.679,760	7.560.955,478	-1,217	-1,144	1,670
23	IM	204.288,471	7.560.516,284	-0,110	-0,319	0,338
24	FO	201.302,652	7.560.730,219	1,124	0,187	1,139
				RMS (médio) = 2,084m		

De posse dos erros residuais foi calculada a precisão da transformação pela equação 4.47 do Capítulo 4. O valor obtido foi de $4,358\text{m}^2$. Neste caso, a variabilidade da unidade peso é igual a $1,00\text{m}^2$, pois, todos os pontos de controle receberam pesos iguais a 1,00. Pelo fato do valor da variabilidade da unidade peso a posteriori ser quatro vezes maior que o valor da variância da unidade peso a priori fica evidente que, a precisão da transformação foi pior nesta situação do que na retratada no item anterior.

Pela Tabela 8.6, o valor do RMS médio das coordenadas dos pontos de controle transformados é de 2,084m. Este valor foi próximo do RMS médio obtido quando foram atribuídos pesos as coordenadas dos pontos de controle em função da sua exatidão no mapa, cujo valor foi de 2,066m. Esta ocorrência foi bastante contrária ao esperado. Como foi demonstrada no Capítulo 6, a diferença entre os valores de RMS médio dos pontos de controle transformados, oriundos das duas situações distintas, deveria ser mais significativa.

Pode ser constatado, a partir da Tabela 8.6, que as coordenadas dos pontos criados pela técnica do prolongamento dos meios-fios de calçadas apresentaram o valor de RMS variando do mínimo de 0,063m ao máximo de 1,092m. Neste caso, o valor mínimo foi inferior daquele obtido na situação anterior, cujo valor foi de 0,143m (Tabela 8.4). Para as coordenadas dos pontos criados pela técnica da foto aérea os valores de RMS variaram do mínimo de 0,412m ao máximo de 6,616m. Estes valores são inferiores quando comparados aos valores mínimo e máximo do RMS

correspondentes as coordenadas dos pontos referentes à mesma técnica e que foram apresentados na Tabela 8.4. Caso semelhante ocorreu com o valor mínimo e máximo do RMS das coordenadas dos pontos criados pela imagem de satélite, que foi de 0,338m a 4,761m. Estes valores também foram inferiores quando comparados com aqueles procedentes da situação anterior. Estas constatações evidenciam que, quando foram atribuídos pesos iguais a todas as coordenadas dos pontos de controle, aquelas que possuíam maior exatidão, no mapa, tiveram suas exatidões comprometidas depois de efetuada a nova transformação de coordenadas. A maioria das coordenadas dos pontos que possuíam baixa exatidão apresentou uma melhoria. Tais verificações não deixam de comprovar que, as corretas atribuições de pesos às coordenadas dos pontos de controle contribuem no tocante a veracidade da transformação obtida a partir dos erros residuais entre estas coordenadas depois de transformados e suas homólogas de referência.

A etapa seguinte foi avaliar a transformação através dos pontos de checagem. A Tabela 8.7 apresenta as coordenadas transformadas para o sistema de referência, assim como os valores de RMS calculados entre estas coordenadas e as coordenadas homólogas de referência, as quais foram apresentadas na Tabela 8.2.

Tabela 8.7 – Valores das coordenadas transformadas e os valores de RMS entre estas coordenadas e as de referência

Ponto	$X = a.x + b.y + c$	$Y = d.x + e.y + f$	RMS (m)
1	200.491,207	7.561.008,082	0,633
2	200.748,543	7.565.166,59	0,341
3	200.727,492	7.561.961,764	0,294
4	201.421,108	7.559.929,459	0,664
6	200.452,711	7.562.994,881	0,330
7	201.183,526	7.564.322.861	0,625
8	201.457.505	7.563.532.825	1,449
<i>Continuação na próxima página</i>			

9	201.896.517	7.562.841.84	1,439
10	201.954.087	7.564.134.937	1,083
11	205.717.932	7.562.596.739	0,247
RMS total (m) = 0,714m			

A avaliação da transformação foi realizada com 10 pontos de checagem, já que os pontos 5 e 12 foram excluídos. O valor de RMS médio das coordenadas dos pontos de checagem transformados foi de 0,714m. Este é um valor 14,61% superior daquele obtido na situação anterior. Comparando os valores de RMS dos pontos de checagem transformados oriundos das Tabelas 8.5 e 8.7, foi verificado que a maioria dos pontos de checagem apresentou um valor de RMS maior na situação em que os pontos de controle receberam pesos iguais a 1,00. Esta ocorrência foi condizente com aquela esperada perante a situação retratada.

Contudo, pela proximidade dos valores de RMS médios dos pontos de controle e de checagem transformados oriundos das avaliações efetuadas neste item e no item anterior, ficou evidente que a indagação levantada anteriormente é real. As exatidões das coordenadas dos pontos de controle criados, no mapa, pelas técnicas citadas não foram condizentes com o almejado. Este fato motivou investigar qual foi a discrepância, isto é, qual foi a diferença de valores entre estas coordenadas de suas coordenadas de referência, as quais foram medidas no terreno. Esta investigação foi efetuada na seção seguinte.

8.4 DISCREPÂNCIAS DAS COORDENADAS DE PONTOS DE CONTROLE CRIADOS NO MAPA DE SUAS HOMÓLOGAS DE REFERÊNCIA

Para poder mensurar a discrepância entre cada coordenada de ponto de controle criado no mapa e sua coordenada de referência, nesse caso específico, contou-se com uma vantagem, que foi o fato do mapa digital em questão estar no mesmo sistema de coordenadas que as coordenadas medidas no terreno. Isto pode ser averiguado pelos valores das coordenadas referentes ao sistema homólogo nas

tabelas apresentadas. Desse modo, com as coordenadas criadas, no mapa, neste sistema, foi possível mensurar tais discrepâncias.

Vale ressaltar que, optou-se trabalhar, neste capítulo, com o mapa digital no referido sistema, porque não é de importância o sistema de coordenadas que o mesmo se encontra. Tal fato, não prejudicaria a validade dos resultados.

A Tabela 8.1 apresenta as coordenadas dos pontos de controle no sistema de coordenadas homólogo e no sistema de referência. A partir destas coordenadas foi calculada a discrepância de valores entre as coordenadas x , denominada de dx , e entre as coordenadas y , denominada de dy , de cada ponto de controle. Os valores destas discrepâncias são apresentados na Tabela 8.8.

Tabela 8.8 – Discrepância entre as coordenadas x e y de cada ponto de controle em ambos os sistemas de coordenadas.

Ponto	Técnica	$dx(m)$	$dy (m)$
1	PR	0,154	0,385
2	PR	-0,026	0,045
3	FO	-1,748	-0,024
4	PR	-0,634	0,008
5	PR	-0,272	-0,610
6	IM	2,71	1,276
7	IM	0,711	-3,753
8	FO	-2,168	0,023
9	PR	-0,622	0,115
10	IM	-0,956	-2,647
11	FO	-0,285	1,271
12	IM	0,145	-0,717
13	PR	0,178	0,224
14	IM	4,428	-0,987
15	PR	-0,523	-0,312
<i>Continuação na próxima página</i>			

16	PR	0,005	0,607
17	IM	0,257	-1,086
18	FO	5,028	1,358
19	FO	-1,312	5,277
20	FO	-3,357	6,276
21	IM	-2,328	2,375
22	FO	-1,307	1,696
23	IM	-0,441	1,145
24	FO	1,068	0,326

Analisando os valores de dx e dy apresentados na Tabela 8.8, foi verificado que, dentre os pontos determinados pela técnica do prolongamento dos meios-fios de calçadas, existem aqueles que apresentaram valores muito baixos de dx e dy , como por exemplo, o ponto 2. Este ponto apresentou um valor de -0,026m para o dx e 0,045m para o dy , seguido do ponto 13, que apresentou um valor de 0,178m para o dx e 0,224m para o dy . Já os outros pontos apresentaram valores de dx e dy condizentes com o esperado, como por exemplo, o ponto 6, que apresentou um valor de dx igual a -0,272m e de dy igual a 0,610m.

Fazendo a mesma análise para as coordenadas dos pontos criados pela técnica da foto aérea, foi verificado que existem pontos com valores de dx e dy condizentes com o esperado em função da exatidão proporcionada pela referida técnica. Entre estes pontos, pode ser citado o ponto 11, que apresentou um valor de dx igual a -0,285m e de dy igual a 1,271m, seguido do ponto 24 que apresentou um valor de dx igual a 1,068m e de dy igual a 0,326m. Porém, existem pontos que apresentam valores muito além do esperado, como por exemplo, o ponto 20. Este ponto apresentou um valor de dx igual a -3,357m e de dy igual a 6,276m, seguido do ponto 19, que apresentou um valor de dx igual a 1,312m e de dy igual a 5,277m. Mais uma vez foi constatado que, dentre as coordenadas dos pontos criados pela mesma técnica, existe uma minoria que apresentaram uma exatidão coerente com a esperada.

As coordenadas dos pontos criados pela técnica da imagem de satélite apresentaram, de modo geral, valores de dx e de dy inferiores daqueles pontos determinados pela técnica da foto aérea. Era esperado que estes valores fossem aproximados, pois, como foi verificado no Capítulo 7, as duas técnicas criaram valores de coordenadas de pontos com variabilidade semelhantes. Dentre as coordenadas dos 8 pontos criados por esta técnica, existem pontos que apresentaram valores de dx e dy mais aproximados daqueles oriundos das coordenadas de pontos criados pela técnica do prolongamento dos meios-fios de calçadas. Entre estes pontos pode ser citado o ponto 12, que apresentou um valor de dx igual a 0,145m e dy igual a -0,717m, ou o ponto 17, que apresentou um valor de dx igual a 0,257m e de dy igual a -1,086m. O ponto 14 foi o que apresentou os maiores valores de dx e dy , que são, respectivamente, 4,428m e 0,987m.

A partir destas análises ficou evidente que, dentre as coordenadas dos 24 pontos de controle, poucas apresentaram exatidões, no mapa, condizentes com aquela proporcionada pela técnica que a criou. As discrepâncias dx e dy de coordenadas de pontos determinadas pela mesma técnica apresentaram, de modo geral, uma elevada alternância de valores. Isto pode ter ocorrido pelo fato da qualidade posicional do mapa não ser boa ou por haver regiões mal desenhadas, como foi retratado no item 8.3 deste Capítulo. Tais ocorrências podem ter dificultado a correta determinação destas coordenadas no mapa, o que prejudicou a obtenção do resultado de transformação de coordenadas mais plausível, isto é, mais concordante com o esperado no caso de se atribuir pesos as coordenadas dos pontos de controle. Diante destas constatações, foi verificada se a fidelidade do georreferenciamento gerado no item 8.3 sofreria uma melhoria se fossem usadas, dentre as coordenadas dos 24 pontos de controle, algumas coordenadas de pontos bem definidos no mapa. Tal avaliação foi efetuada na seção a seguir.

8.4.1 Georreferenciamento usando coordenadas de pontos bem definidos no mapa

A partir da Tabela 8.1, algumas das coordenadas dos 24 pontos de controle usadas para georreferenciar o mapa digital foram substituídas por coordenadas de pontos bem definidos no mesmo, tais como: aresta de campo de futebol, arestas de edificações bem desenhadas no mapa. Para isso, foi tomado o cuidado de que não fosse alterada a distribuição espacial destes pontos no mapa, permanecendo a mesma distribuição apresentada na Figura 8.2.

Foram encontradas algumas dificuldades para determinar as coordenadas destes pontos no terreno, pois, como o mapa foi elaborado no ano de 1998, algumas edificações sofreram transformações, não apresentando a mesma configuração representada no mapa. Diante disto, dos 7 pares de coordenadas de pontos medidos no terreno, através da tecnologia GNSS, somente 5 puderam ser usadas para efetuar o novo georreferenciamento. A Tabela 8.9 apresenta as coordenadas dos pontos de controle, no sistema geodésico de referência SAD-69, na projeção UTM, usadas para efetuar o novo georreferenciamento, bem como o peso atribuído a cada uma delas. Cabe enfatizar que, os pontos designados pela abreviatura **PD** são aqueles bem definidos no mapa.

Tabela 8.9 – Valores das coordenadas dos pontos de controle em ambos os sistemas e seus respectivos pesos

Ponto	Abreviatura	Sistema homólogo		Sistema referência		Peso
		x(m)	y (m)	X (m)	Y (m)	
1	PR	196.909,333	7.566.594,666	196.909,179	7.566.595,051	5,50
2	PR	198.229,762	7.565.060,023	198.229,788	7.565.060,068	5,50
3	FO	199.123,587	7.564.214,199	199.125,335	7.564.214,175	1,30
4	PR	200.863,381	7.566.393,464	200.864,015	7.566.393,472	5,50
5	PD	200.756,060	7.563.632,280	200.755,822	7.563.631,871	91,50
6	IM	202.546,885	7.564.693,745	202.544,175	7.564.695,021	1,00
7	IM	200.137,777	7.564.391,611	200.137,066	7.564.387,858	1,00
8	PD	200.551,060	7.563.009,480	200.552,271	7.563.009,108	91,50
9	PR	202.089,006	7.563.448,672	202.089,628	7.563.448,787	5,50
10	IM	203.637,072	7.563.666,573	203.638,028	7.563.663,926	1,00
11	FO	204.802,444	7.564.796,933	204.802,729	7.564.798,204	1,30
12	PD	201.627,119	7.562.853,805	201.627,872	7.562.853,117	91,50
13	PR	199.113,296	7.562.097,120	199.113,118	7.562.097,344	5,50
14	PD	201.618,022	7.562.425,748	201.617,486	7.562.425,267	91,50
15	PR	203.429,348	7.562.590,097	203.429,871	7.562.589,785	5,50
16	PR	205.120,225	7.563.207,904	205.120,220	7.563.208,511	5,50
17	IM	199.631,216	7.561.433,869	199.630,959	7.561.432,783	1,00
18	FO	199.919,331	7.560.368,405	199.914,303	7.560.369,763	1,30
19	PD	200.661,679	7.561.134,323	200.662,499	7.561.134,181	91,50
20	FO	201.521,295	7.561.795,555	201.524,652	7.561.801,831	1,30
21	IM	203.104,125	7.561.189,516	203.106,453	7.561.191,891	1,00
22	FO	201.679,670	7.560.954,926	201.680,977	7.560.956,622	1,30
23	IM	204.288,140	7.560.515,458	204.288,581	7.560.516,603	1,00
24	FO	201.302,596	7.560.729,706	201.301,528	7.560.730,032	1,30

A partir dos parâmetros de transformação obtidos a partir desta nova transformação de coordenadas foram calculadas as coordenadas dos pontos de controle transformados. A Tabela 8.10 apresenta as coordenadas transformadas, bem como os valores de erros residuais entre estas coordenadas e as coordenadas homólogas de referência e os respectivos valores de RMS.

Tabela 8.10 – Valores das coordenadas transformadas e os valores dos erros residuais e de RMS entre estas coordenadas e as de referência

Ponto	Técnica	$X = a.x + b.y + c$	$Y = d.x + e.y + f$	V_{x_i}	V_{y_i}	RMS (m)
1	PR	196.910,009	7.566.594,438	0,830	-0,613	1,032
2	PR	198.230,338	7.565.059,759	0,550	-0,309	0,631
3	FO	199.124,095	7.564.213,91	-1,240	-0,265	1,267
4	PR	200.863,765	7.566.393,130	-0,250	-0,342	0,423
5	PD	200.756,527	7.563.631,947	0,705	0,076	0,709
6	IM	202.547,142	7.564.693,365	2,967	-1,656	3,398
7	IM	200.138,211	7.564.391,295	1,145	3,437	3,623
8	PD	200.551,461	7.563.009,152	-0,810	0,044	0,811
9	PR	202.089,294	7.563.448,303	-0,334	-0,484	0,588
10	IM	203.637,246	7.563.666,163	-0,782	2,237	2,370
11	FO	204.802,534	7.564.796,493	-0,195	-1,711	1,722
12	PD	201.627,440	7.562.853,448	-0,432	0,331	0,544
13	PR	199.113,801	7.562.096,83	0,683	-0,514	0,855
14	PD	201.618,343	7.562.425,391	0,857	0,124	0,866
15	PR	203.429,536	7.562.589,692	-0,335	-0,093	0,348
16	PR	205.120,289	7.563.207,454	0,069	-1,057	1,059
17	IM	199.631,682	7.561.433,564	0,723	0,781	1,065
18	FO	199.919,774	7.560.368,092	5,471	-1,671	5,720
19	PD	200.662,068	7.561.133,991	-0,431	-0,190	0,471
20	FO	201.521,622	7.561.795,2	-3,030	-6,631	7,290
21	IM	203.104,334	7.561.189,118	-2,119	-2,773	3,490
22	FO	201.679,984	7.560.954,566	-0,993	-2,056	2,283
23	IM	204.288,260	7.560.515,028	-0,321	-1,575	1,607
24	FO	201.302,937	7.560.729,356	1,409	-0,676	1,563
				RMS (médio) = 1,822m		

A partir dos erros residuais e da matriz dos pesos foi calculada a precisão da transformação, que apresentou o valor de $9,946\text{m}^2$. Este valor é muito superior ao

da variabilidade da unidade peso a priori. Isto indica que deve haver problemas quanto às exatidões das coordenadas de pontos bem definidos no mapa. Avaliando a transformação a partir do valor de RMS médio das coordenadas dos pontos de controle transformados foi verificado que este valor sofreu um decréscimo de 11,81% quando comparado com aquele obtido no item 8.3, cujo valor foi de 2,066m.

A próxima etapa foi avaliar a transformação através dos pontos de checagem. A Tabela 8.11 apresenta as coordenadas dos pontos de checagem transformados, bem como os valores de RMS entre estas coordenadas e as coordenadas homólogas de referência.

Tabela 8.11 – Valores das coordenadas transformadas e os valores de RMS entre estas coordenadas e as de referência

Ponto	$X = a.x + b.y + c$	$Y = d.x + e.y + f$	RMS (m)
1	200.491,629	7.561.007,327	0,202
2	200.748,940	7.565.165,815	1,193
3	200.727,878	7.561.960,982	0,580
4	201.421,371	7.559.928,577	0,613
6	200.453,147	7.562.994,138	0,533
7	201.183,847	7.564.322,026	0,578
8	201.457,777	7.563.531,952	1,287
9	201.896,713	7.562.840,907	1,057
10	201.954,279	7.564.134,000	1,183
11	205.717,494	7.562.595,304	1,673
RMS médio = 0,890m			

Pela Tabela 8.11 foi verificado que, o valor do RMS médio dos pontos de checagem transformados é de 0,890m. Este valor é 42,86% superior daquele obtido no item 8.3, cujo valor foi de 0,623m. Esta verificação confirma que as exatidões das coordenadas dos pontos bem definidos no mapa não devem estar condizentes com aquela esperada. Este fato levou a investigação da discrepância destas coordenadas de suas coordenadas de referência. A Tabela 8.12 apresenta a discrepância das

coordenadas dos 5 pontos de controle bem definidos no mapa de suas coordenadas homólogas de referência.

Tabela 8.12 – Discrepância entre as coordenadas x e y de cada ponto de controle bem definido no mapa digital em ambos os sistemas de coordenadas.

Ponto	Técnica	dx (m)	dy (m)
5	PR	0,318	-0,409
8	PR	-1,211	-0,372
12	FO	-0,753	-0,688
14	PR	0,536	-0,481
19	PR	-0,820	-0,142

Pela Tabela 8.12 foi constatado que, as discrepâncias das coordenadas dos pontos de controle bem definidos no mapa foram superiores aos valores esperados. Na referida tabela há pontos que apresentaram discrepâncias muito além das esperadas. Como exemplo pode ser citado o ponto 8, que corresponde a aresta de uma edificação bem desenhada no mapa. A coordenada deste ponto apresentou um valor de dx igual a -1,211m e de dy -0,372m. Pode ser percebido que, as discrepâncias das coordenadas destes pontos, no mapa, foram semelhantes aquelas obtidas quando as coordenadas dos pontos de controle foram criadas pelas técnicas apresentadas no Capítulo 7. Tal fato evidencia que a qualidade posicional do mapa em questão não é boa.

Perante estas averiguações, foi procurada uma solução que atenuasse o problema, a fim de proporcionar ao avaliador uma maneira de obter um resultado de georreferenciamento admissível. A solução encontrada está exposta na seção subsequente.

8.5 ITERAÇÕES DO GEORREFERENCIAMENTO A PARTIR DA NORMALIZAÇÃO DOS PESOS

Como num caso normal de aplicação deste método o avaliador não teria conhecimento das discrepâncias entre as coordenadas de pontos de controle criados no mapa de suas coordenadas de referência, foi verificada uma maneira de atenuar o problema a partir de iterações do georreferenciamento realizado no item 8.3. Em cada uma das referidas iterações foi realizada uma etapa de normalização dos pesos das coordenadas dos pontos de controle procedentes de uma mesma técnica. Com este procedimento foi almejado obter um resultado de georreferenciamento admissível do que aquele obtido no item 8.3. Neste caso, não foi usado o georreferenciamento gerado no item anterior pelo fato do uso das coordenadas dos pontos bem definidos no mapa terem prejudicado a fidelidade do seu resultado.

No item seguinte, será detalhado como foi realizado o procedimento de normalização dos pesos das coordenadas dos pontos de controle em todas as iterações efetuadas.

8.5.1 Avaliação do georreferenciamento – 1º iteração

A partir dos valores de RMS das coordenadas dos pontos de controle transformados da Tabela 8.4 foi realizada a etapa de normalização dos pesos de pontos de controle procedentes da mesma técnica. A normalização foi realizada da seguinte maneira: dentre os valores de RMS dos n pontos determinados pela mesma técnica, foi selecionado o maior valor de RMS dentre estes pontos. Este valor foi dividido pelo valor de RMS de um ponto individual, em seguida o valor oriundo desta divisão foi multiplicado pelo peso da técnica em questão, cujos valores são provenientes da Tabela 7.5 do item 7.3.3 do Capítulo 7. Esta prática foi realizada para cada um dos pontos determinados pela mesma técnica. As equações 8.7, 8.8 e 8.9 mostram, respectivamente, como é calculada a normalização dos pesos para

pontos determinados pelas técnicas: prolongamento dos meios-fios de calçadas, foto aérea e imagem de satélite.

$$Peso_{(i)} = \frac{RMS_{máximo}}{RMS_{ponto(i)}} \times 5,50 \quad (8.7)$$

$$Peso_{(i)} = \frac{RMS_{máximo}}{RMS_{ponto(i)}} \times 1,30 \quad (8.8)$$

$$Peso_{(i)} = \frac{RMS_{máximo}}{RMS_{ponto(i)}} \times 1,00 \quad (8.9)$$

Onde:

$Peso_{(i)}$ = peso correspondente ao ponto genérico i ;

$RMS_{máximo}$ = RMS máximo dentre os pontos determinados pela técnica em questão.

$RMS_{ponto(i)}$ = RMS do ponto genérico i dentre aqueles determinados pela mesma técnica.

A Tabela 8.13 apresenta os valores das coordenadas dos pontos de controle transformados referentes à transformação de coordenadas realizada no item 8.3 e que são oriundas da Tabela 8.4. A tabela citada também apresenta os valores dos pesos normalizados, conforme os procedimentos de cálculos descritos nesta seção. A partir destas coordenadas e dos respectivos pesos foi realizada uma nova transformação de coordenadas.

Pela TABELA 8.13, comparando os valores dos pesos com os valores de RMS que os geraram é notório que: dentre as coordenadas dos pontos de controle criadas pela mesma técnica, aquela que apresentou o maior valor de RMS foi a que recebeu o menor valor de peso. Este valor é igual ao peso atribuído à técnica que a criou. Já a coordenada do ponto que apresentou o menor valor de RMS foi a que recebeu o

maior peso. Isto torna evidente que, existe uma proporcionalidade entre os valores de RMS e os respectivos valores de peso. Foi por meio desta proporcionalidade, em cada uma das iterações realizadas, que se almejou a obtenção de um resultado de georreferenciamento admissível.

Tabela 8.13 – Valores das coordenadas dos pontos de controle em ambos os sistemas e seus respectivos pesos

	Técnica	$X = a.x + b.y + c$	$Y = d.x + e.y + f$	RMS (m)	Peso
1	PR	196.909,222	7.566.594,784	0,270	18,61
2	PR	198.229,741	7.565.060,203	0,143	35,15
3	FO	199.123,626	7.564.214,420	1,726	5,07
4	PR	200.863,530	7.566.393,761	0,564	8,91
5	PR	200.776,755	7.564.611,963	0,914	5,50
6	IM	202.547,148	7.564.694,120	3,107	1,55
7	IM	200.137,883	7.564.391,878	4,102	1,17
8	FO	200.534,270	7.563.403,918	2,051	4,26
9	PR	202.089,242	7.563.449,028	0,455	11,05
10	IM	203.637,409	7.563.666,998	3,134	1,54
11	FO	204.802,855	7.564.797,410	0,804	10,88
12	IM	201.286,220	7.562.924,239	1,088	4,43
13	PR	199.113,339	7.562.097,343	0,221	22,75
14	IM	201.621,159	7.562.425,062	4,820	1,00
15	PR	203.429,673	7.562.590,514	0,755	6,66
16	PR	205.120,660	7.563.208,397	0,455	11,05
17	IM	199.631,294	7.561.434,116	1,375	3,51
18	FO	199.919,430	7.560.368,666	5,243	1,67
19	FO	200.660,717	7.561.129,052	5,118	1,71
20	FO	201.521,496	7.561.795,887	6,730	1,30
21	IM	203.104,432	7.561.189,920	2,823	1,71
22	FO	201.679,883	7.560.955,266	1,742	5,02
23	IM	204.288,526	7.560.515,916	0,689	6,99
24	FO	201.302,785	7.560.730,029	1,257	6,96

Realizada a transformação de coordenadas, o valor obtido do RMS médio dos pontos de controle transformados foi de 2,062m. Este valor foi inferior daquele obtido na transformação realizada no item 8.3, que apresentou o valor de RMS médio igual a 2,066m.

O valor do RMS médio dos pontos de checagem transformados apresentou um valor de 0,613m, que é um valor inferior quando comparado com aquele obtido no item 8.3. Esta constatação está de acordo com o previsto, isto é, que o valor de RMS médio das coordenadas dos pontos de checagem transformados tende a diminuir nas primeiras iterações até o momento que ocorra a estabilização ou que este valor retorne a aumentar.

8.5.2 Avaliação do georreferenciamento – 2º iteração

A partir dos valores de RMS dos pontos de controle transformados foi realizada novamente a normalização dos pesos, de acordo com o procedimento descrito no item anterior. Desse modo, a partir das coordenadas dos pontos de controle transformados e de seus respectivos pesos normalizados foi realizada a transformação de coordenadas.

O valor de RMS médio dos pontos de controle provenientes desta nova transformação é de 2,176m. Este valor foi superior ao da transformação realizada no item 8.5.1, cujo valor de RMS médio igual a 2,062m. A próxima etapa foi avaliar a transformação aplicando os parâmetros de transformação aos valores de coordenadas dos pontos de checagem oriundas da 1º iteração do georreferenciamento, a fim de verificar se os valores de RMS procedentes desta transformação aumentariam ou não.

Foi verificado que na 2º iteração do georreferenciamento o valor do RMS médio das coordenadas dos pontos de checagem transformados foi de 0,559m, que

é um valor 10,27% inferior daquele obtido no item 8.3. Esta verificação permanece de acordo com a explanação mencionada anteriormente, isto é, que o referido valor tende a diminuir nas primeiras iterações do georreferenciamento. A fim de examinar se esta tendência continuaria a suceder foi realizada, no próximo item, a 3ª iteração do georreferenciamento.

8.5.3 Avaliação do georreferenciamento – 3ª iteração

O valor de RMS médio dos pontos de controle transformados nesta iteração é de 2,172m. Este valor é inferior ao obtido na transformação realizada no item 8.5.2, cujo valor de RMS médio foi igual a 2,176m.

Na 3ª iteração do georreferenciamento o valor do RMS médio dos pontos de checagem transformados foi de 0,562m, que é um valor superior quando comparado com aquele obtido na 2ª iteração do georreferenciamento. Tal ocorrência evidencia que, as iterações devem ser interrompidas nesta etapa, o que leva a constatação que o georreferenciamento gerado na 2ª iteração é o admissível.

8.6 ITERAÇÕES DO GEORREFERENCIAMENTO ONDE FOI CONSIDERADA A MATRIZ PESO COMO IDENTIDADE

Esta seção tem o objetivo de demonstrar o que sucederia ao resultado do georreferenciamento se as iterações fossem realizadas a partir do georreferenciamento realizado no item 8.3.1, onde foram atribuídos pesos iguais a 1,00 a todos os pontos de controle. Neste caso, a normalização dos pesos foi feita da mesma maneira que no item 8.5.

8.6.1 Avaliação do georreferenciamento – 1ª iteração

A Tabela 8.6 apresentou os valores das coordenadas transformadas no georreferenciamento realizado no item 8.3.1, os valores dos erros residuais entre estas coordenadas e as coordenadas de referência, bem como os valores de RMS entre as mesmas. A partir dos valores de RMS foi realizada a normalização dos pesos. Por meio destas coordenadas e de seus respectivos pesos normalizados, foi realizada a transformação de coordenadas.

Neste caso, o valor de RMS médio dos pontos de controle transformados foi de 2,073m. Este valor é inferior ao da transformação realizada no item 8.3.1, que apresentou o valor de 2,084m.

O valor de RMS médio dos pontos de checagem transformados foi de 0,682m. Este valor é 4,48% inferior daquele obtido no georreferenciamento do item 8.3.1, cujo valor foi 0,714m. Nesta situação o valor do RMS médio sofreu um decréscimo presumível. Este fato ocorreu não somente pela tendência deste valor diminuir nas primeiras iterações do georreferenciamento, como também pelo fato de terem sido atribuídos pesos aos pontos de controle. Com o objetivo de verificar se tal tendência continuaria a suceder foi realizada, no próximo item, a 2ª iteração do georreferenciamento.

8.6.2 Avaliação do georreferenciamento – 2ª iteração

Na 2ª iteração do georreferenciamento, o valor do RMS médio oriundo da transformação pelos pontos de controle foi 2,064m, que é um valor próximo, porém, inferior daquele obtido na 1ª iteração.

O valor do RMS médio dos oriundos dos pontos de checagem transformados foi de 0,646m. Este valor sofreu um decréscimo de 9,52% quando comparado com aquele obtido no item 8.3.1.

8.6.3 Avaliação do georreferenciamento – 3º iteração

Na 3º iteração do georreferenciamento, o valor do RMS médio oriundo da transformação pelos pontos de controle foi 2,063m, que é um valor próximo, porém, superior daquele obtido na 2º iteração.

O valor do RMS médio oriundos dos pontos de checagem transformados foi de 0,649m. Este valor sofreu um acréscimo quando comparado com aquele obtido na 2º iteração do georreferenciamento. Esta ocorrência significa que as iterações devem ser interrompidas nesta etapa, o que implica afirmar que o resultado de georreferenciamento admissível é o obtido na 2º iteração.

De modo geral, se forem comparados os valores de RMS médios dos pontos de checagem transformados, oriundos das iterações do georreferenciamento procedentes dos itens 8.5.2 e 8.6.2, pode ser verificado que o resultado admissível foi aquele obtido a partir da atribuição de pesos aos pontos de controle desde antes de se efetuar as iterações. Tal verificação evidencia a importância da atribuição de pesos aos pontos de controle a fim de proporcionar um resultado de georreferenciamento admissível.

Até o momento foram realizadas iterações a partir do georreferenciamento do mapa digital apresentado neste Capítulo. Como foi constatado, o desempenho da transformação de coordenadas foi bastante próximo em ambas as situações retratadas, isto é, naquela onde foram atribuídos pesos aos pontos de controle em função da sua exatidão como naquela onde foram atribuídos pesos iguais a 1,00 a todos eles. Tal proximidade se deve pela qualidade do mapa em questão não ser

boa. Diante disso, com o intuito de avaliar a fidelidade resultado do georreferenciamento quando realizado num mapa digital de qualidade melhor, foi efetuada, na próxima seção, iterações de um georreferenciamento efetuado no mapa de calibração apresentado no Capítulo 6.

8.7 ITERAÇÕES DO GEORREFERENCIAMENTO EFETUADO NO MAPA DE CALIBRAÇÃO

Para efetuar o georreferenciamento do mapa de calibração foram adulterados os valores das coordenadas dos 12 pontos de controle apresentadas na Tabela 6.13 do item 6.6 do Capítulo 6. Estas adulterações foram condizentes com as exatidões apresentadas pelas coordenadas dos pontos de controle quando criados por cada uma das técnicas citadas no Capítulo 7. A fim de demonstrar como se deu esta adulteração tomou-se, como exemplo, o ponto 1-5 da Tabela 8.14. Este ponto teve sua posição adulterada de 0,55m na coordenada x e 0,045m na coordenada y no sistema de coordenada modificado. Este é um valor de exatidão proporcionada por coordenadas de pontos quando criadas pela técnica do prolongamento dos meios-fios de calçadas. Este ponto recebeu o peso igual a 5,50. Outro exemplo é o ponto 7-3, que teve sua posição adulterada de 0,956m na coordenada x e 1,647m na coordenada y no sistema de coordenada modificado. Este é um valor de exatidão proporcionada por coordenadas de pontos quando criadas pela técnica da imagem de satélite. Este ponto recebeu um peso igual a 1,00. Desse modo, cada um dos pontos apresentados na Tabela 8.14 recebeu um peso de acordo com a adulteração conferida.

Tabela 8.14 – Valores das coordenadas em ambos os sistemas e seus respectivos pesos

Ponto	Sistema modificado		Sistema de referência		Pesos
	x(m)	y (m)	X (m)	Y (m)	
1-5	203.554,498	7.562.355,339	201.681,317	7.563.237,418	5,50
2-3	203.478,861	7.562.073,074	201.477,08	7.563.127,44	1,00
2-7	203.817,918	7.562.463,776	201.888,874	7.563.143,265	5,50
4-5	203.843,963	7.562.104,969	201.693,544	7.562.931,257	5,50
4-7	204.013,598	7.562.294,962	201.898,351	7.562.937,445	1,30
5-1	203.597,535	7.561.634,825	201.286,439	7.562.817,751	1,30
5-9	204.280,209	7.562.402,759	202.106,638	7.562.842,18	1,00
7-3	203.960,777	7.561.661,634	201.499,056	7.562.619,185	1,00
7-7	204.300,731	7.562.045,88	201.910,63	7.562.633,763	1,30
9-5	204.326,334	7.561.690,013	201.715,52	7.562.422,363	1,30
9-8	204.576,941	7.561.977,204	202.021,25	7.562.434,179	5,50
10-5	204.423,316	7.561.605,677	201.719,689	7.562.320,036	1,30

Realizada a transformação de coordenadas, o valor do RMS médio proveniente dos pontos de controle transformados foi de 0,954m. A precisão da transformação foi de 1,045m², que é um valor próximo da variabilidade da unidade peso a priori, definida no item 7.3.3 do Capítulo 7.

Como o usual o desempenho da transformação foi avaliado através dos pontos de checagem. A Tabela 8.15 apresenta as coordenadas dos pontos de checagem no sistema de coordenadas de referência, as quais foram selecionadas no mapa de calibração da Figura 6.3 do Capítulo 6 e cujas disposições estão de acordo com a terminologia citada no referido capítulo. Porém, vale ressaltar que, os valores destas coordenadas também foram adulterados no sistema de coordenadas modificado, a fim de simular o problema retratado neste capítulo, que foi a dificuldade de se obter valores de coordenadas com boa exatidão. As posições destes pontos, no mapa de calibração da Figura 6.4 do Capítulo 6, foram adulteradas de acordo com os valores de exatidões proporcionadas por coordenadas de pontos quando criadas pela técnica do prolongamento dos meios-fios de calçadas. A referida

tabela também apresenta os valores das coordenadas transformadas destes pontos, bem como os valores de RMS entre estas coordenadas e as homólogas de referência.

Tabela 8.15– Valores de RMS dos pontos de checagem transformados

Ponto	Coordenadas transformadas		Coordenadas de referência		RMS (m)
	X (m)	Y (m)	X (m)	Y (m)	
1-2	203.303,548	7.562.065,559	201.374,045	7.563.224,595	1,086
1-8	203.808,692	7.562.650,468	201.991,877	7.563.251,055	0,903
2-5	203.651,365	7.562.271,616	201.684,815	7.563.135,583	1,031
5-5	203.941,207	7.562.021,657	201.698,015	7.562.829,492	0,866
6-8	204.290,743	7.562.227,442	202.009,557	7.562.738,517	0,596
9-3	204.153,175	7.561.492,321	201.505,698	7.562.415,691	0,901
RMS (Médio)					0,897

A partir desta etapa, foram realizadas as iterações do georreferenciamento conforme os procedimentos usuais. A Tabela 8.16 apresenta dos valores dos RMS médios dos pontos de controle e de checagem transformados em cada uma das iterações efetuadas.

Tabela 8.16 – Valores de RMS médio dos pontos de controle e de checagem transformados procedentes de cada iteração efetuadas

Iterações	RMS médio (m)	RMS médio (m)
	Pontos de Controle	Pontos de checagem
1°	0,942	0,859
2°	0,936	0,848
3°	0,931	0,855

Para comparar o desempenho da transformação quando atribuídos pesos iguais a 1,00 a todos os pontos de controle da Tabela 8.14, foi realizada uma nova transformação de coordenadas. O valor do RMS médio dos pontos de controle transformados, neste caso, foi de 0,954m.

A Tabela 8.17 mostra os valores de RMS entre cada dos pontos de checagem transformado de seu homólogo de referência. O valor do RMS médio destes pontos foi de 1,290m. Este valor é 43,81% superior ao obtido na situação contrária, isto é, quando foram atribuídos pesos as coordenadas dos pontos de controle.

Tabela 8.17 – Valores de RMS dos pontos de checagem transformados

Ponto	Coordenadas transformadas		Coordenadas de referência		RMS (m)
	X (m)	Y (m)	X (m)	Y (m)	
1-2	203.303,548	7.562.065,559	201.374,045	7.563.224,595	1,818
1-8	203.808,692	7.562.650,468	201.991,877	7.563.251,055	1,757
2-5	203.651,365	7.562.271,616	201.684,815	7.563.135,583	1,457
5-5	203.941,207	7.562.021,657	201.698,015	7.562.829,492	1,017
6-8	204.290,743	7.562.227,442	202.009,557	7.562.738,517	0,748
9-3	204.153,175	7.561.492,321	201.505,698	7.562.415,691	0,942
RMS (Médio) em m					1,290

A partir disto, foram realizadas as iterações. A Tabela 8.18 apresenta os valores de RMS médio dos pontos de controle e de checagem transformados a partir de cada uma das iterações realizadas para esta situação.

Tabela 8.18 – Valores de RMS médio dos pontos de controle e de checagem transformados procedentes de cada iteração efetuada

Iterações	RMS médio (m)	RMS médio (m)
	Pontos de Controle	Pontos de checagem
1°	0,938	1,058
2°	0,933	1,146

Pelas Tabelas 8.15 e 8.17, foram analisados os valores de RMS de cada ponto de checagem. Nesta análise, foi verificado que quando foram atribuídos pesos iguais a todas as coordenadas dos pontos de controle, os referidos valores tiveram um acréscimo considerável. Esta ocorrência foi condizente com a esperada no caso de se desconsiderar a exatidão das coordenadas dos pontos de controle a fim da

determinação dos parâmetros de transformação para o cálculo do georreferenciamento.

Pelos valores de RMS médio dos pontos de checagem obtidos a partir das iterações em ambas as situações retratadas, o melhor desempenho da transformação foi o da 2ª iteração da Tabela 8.16, cujo valor foi de 0,848m. Este valor teve 5,46% de melhoria quando comparado com o valor de RMS médio dos pontos de checagem transformados apresentado na Tabela 8.15. Tal ocorrência ressalta a importância de se realizar as iterações a partir da normalização dos pesos.

Se forem observados os valores de RMS médios dos pontos de checagem transformados apresentados na Tabela 8.17, é notório que na 1ª iteração o referido valor apresentou 17,98% de decréscimo quando comparado com aquele obtido na Tabela 8.13. Esta evidência foi devida ao fato que, na referida iteração, os pontos de controle receberam pesos em função da sua exatidão no mapa, fato que antes era desconsiderado. Assim sendo, mais uma vez foi comprovada a importância da atribuição de pesos aos pontos de controle.

8.8 GEORREFERENCIAMENTO EFETUADO POR UM NÚMERO MENOR DE PONTOS DE CONTROLE

No Capítulo 6 foi verificado que, quanto maior o número de pontos de controle e com a atribuição de pesos aos mesmos em função da sua exatidão no mapa, melhor é o desempenho de transformação de coordenadas.

Entretanto, em muitos trabalhos pesquisados sobre a prática do georreferenciamento, foi observado que o avaliador não leva tal consideração em conta. O avaliador simplesmente avalia se a transformação é satisfatória ou não para o fim a que se destina por meio do valor de RMS médio dos pontos de controle transformados. Geralmente, é especificado um limiar para este valor em função da

escala do mapeamento e da classificação do mapa segundo o Padrão de Exatidão Cartográfica (PEC). Se um ponto de controle exceder este limiar, o mesmo é rejeitado, e os parâmetros de transformação são calculados novamente, proporcionando novos valores de RMS. O procedimento continua até que o RMS médio dos pontos de controle transformados seja inferior ao especificado.

Diante disto, neste item, foi verificado qual seria o desempenho da transformação de coordenadas quando são excluídos aqueles pontos de controle que apresentaram elevados valores de RMS depois de transformados. Para esta avaliação foi usado o resultado do georreferenciamento obtido a partir da transformação de coordenadas efetuada no item 8.3. Neste caso, não foi possível indicar um limiar para o RMS médio, pois, a classificação do mapa em questão não é conhecida. Situação que é bastante corriqueira na prática do georreferenciamento.

Assim sendo, foram excluídos da Tabela 8.4, do item 8.3, seis pontos com elevados valores de RMS depois de transformados, são eles: 7, 14, 18, 19, 20, 21. Posteriormente, foi realizada a 1ª iteração do georreferenciamento, conforme os procedimentos usuais.

Nesta iteração, o valor do RMS médio dos 18 pontos de controle transformados foi de 1,140m, que é um valor bastante inferior daquele obtido no item 8.3, cujo valor foi de 2.066m. Tal ocorrência corrobora que se forem excluídos os pontos com elevados valores de RMS, ou seja, que apresentam as menores exatidões no mapa, o valor de RMS médio dos pontos de controle transformados sofre uma considerável melhoria.

O valor do RMS médio dos pontos de checagem transformados foi de 0,601m. Este valor é bastante próximo daquele obtido na 1ª iteração onde foram considerados os 24 pontos de controle (item 8.5.1), cujo valor foi de 0,613m. Isto evidencia que, o número de pontos de controle influencia na fidelidade do georreferenciamento. Estes valores seriam mais discrepantes caso o número de pontos de controle não influenciasse diretamente nos valores das coordenadas dos

pontos de controle transformados. Como foi demonstrado no Capítulo 6, quanto maior o número de pontos de controle para determinação dos parâmetros de transformação e com a correta atribuição de pesos a estes pontos, melhor é o desempenho da transformação.

A fim de verificar se o desempenho da transformação sofreria uma melhoria foi realizada a 2º iteração. Para a realização desta iteração foram excluídos mais 2 pontos que apresentaram elevados valores de RMS na 1º iteração, que foram os pontos 6 e 10.

Na 2º iteração do georreferenciamento, o valor do RMS médio oriundo dos 16 pontos de controle transformados foi de 0,889m que é, obviamente, um valor inferior daquele obtido na 1º iteração, justamente por terem sido excluídos outros pontos com elevados valores de RMS. Já o valor do RMS médio dos pontos de checagem transformados procedentes desta iteração foi de 0,593m, que é um valor superior quando comparado com aquele obtido na 2º iteração do georreferenciamento realizada no item 8.5.2.

Os valores de RMS médios dos pontos de controle transformados apresentados, neste item, tornam evidente a importância de se considerar um número adequado de pontos de controle e com a correta atribuição de pesos aos mesmos para a determinação dos parâmetros de transformação, e assim obter um resultado admissível para o georreferenciamento gerado.

Não é recomendado avaliar o resultado do georreferenciamento somente pelo valor do RMS médio oriundo dos pontos de controle transformados, este valor pode ser baixo depois de eliminados os pontos com maiores valores de RMS, porém não quer dizer que o desempenho da transformação seja melhor.

Até o momento foram efetuadas várias avaliações do georreferenciamento, simulando as mais variadas situações. Entretanto, uma avaliação que ainda não foi feita é se todas as coordenadas dos pontos de controle forem criadas pela mesma

técnica. O avaliador poderá optar por realizar o georreferenciamento usando todos os pontos de controle determinados pela mesma técnica. Assim sendo, a próxima seção tratou desta abordagem.

8.9 GEORREFERENCIAMENTO EFETUADO POR COORDENADAS DE PONTOS DE CONTROLE CRIADAS PELA MESMA TÉCNICA

Nesta seção, foi avaliado o resultado do georreferenciamento usando 24 pares de coordenadas de pontos de controle criadas pela técnica do prolongamento dos meios-fios de calçadas. A disposição destes pontos no mapa é a mesma apresentada na Figura 8.1 do item 8.1. A Tabela 8.19 apresenta as coordenadas, no sistema geodésico de referência SAD-69, na projeção UTM, dos 24 pontos tanto no sistema homólogo quanto no sistema de referência, bem como seus respectivos valores de pesos, que é o valor de peso referente à técnica em questão. A partir destes valores foi realizada a transformação de coordenadas.

O valor do RMS médio dos pontos de controle transformados foi de 0,572m. Nesta avaliação, foi verificada uma elevada alternância entre os valores de RMS provenientes de cada um dos pontos, este valor variou do mínimo de 0,046m ao máximo de 1,367m. Como estas coordenadas foram transformadas a partir de pontos de controle criados pela técnica proporciona valores de exatidão em torno de 0,60m, era esperado que os valores de RMS fossem próximos deste valor. Tal fato confirma a ocorrência exposta no item 8.4, que as exatidões das coordenadas dos pontos de controle criados, no mapa, pelas técnicas citadas não estão coerentes com o almejado. Isto leva a necessidade de se efetuar as iterações do referido georreferenciamento a partir da normalização dos pesos, a fim de se obter um resultado admissível.

Tabela 8.19 – Valores das coordenadas dos pontos de controle em ambos os sistemas e seus respectivos pesos

Ponto	Abreviatura	Sistema homólogo		Sistema referência		Peso
		x(m)	y (m)	X (m)	Y (m)	
1	PR	196.909,333	7.566.594,666	196.909,179	7.566.595,051	5,50
2	PR	198.229,762	7.565.060,023	198.229,788	7.565.060,068	5,50
3	PR	199.124,522	7.564.214,203	199.125,335	7.564.214,175	5,50
4	PR	200.863,381	7.566.393,464	200.864,015	7.566.393,472	5,50
5	PR	200.776,608	7.564.611,668	200.776,880	7.564.611,058	5,50
6	PR	202.544,078	7.564.696,009	202.544,175	7.564.695,021	5,50
7	IM	200.136,751	7.564.387,039	200.137,066	7.564.387,858	5,50
8	PR	200.536,466	7.563.403,56	200.536,305	7.563.403,655	5,50
9	PR	202.089,006	7.563.448,672	202.089,628	7.563.448,787	5,50
10	PR	203.637,613	7.563.663,591	203.638,028	7.563.663,926	5,50
11	PR	204.802,302	7.564.796,935	204.802,729	7.564.798,204	5,50
12	PR	201.286,535	7.562.923,994	201.285,891	7.562.923,202	5,50
13	PR	199.113,296	7.562.097,12	199.113,118	7.562.097,344	5,50
14	PR	201.615,133	7.562.423,001	201.616,524	7.562.423,739	5,50
15	PR	203.429,348	7.562.590,097	203.429,871	7.562.589,785	5,50
16	PR	205.120,225	7.563.207,904	205.120,220	7.563.208,511	5,50
17	PR	199.630,572	7.561.432,715	199.630,959	7.561.432,783	5,50
18	PR	199.913,718	7.560.369,404	199.914,303	7.560.369,763	5,50
19	PR	200.661,679	7.561.134,323	200.661,883	7.561.134,035	5,50
20	PR	201.524,596	7.561.801,146	201.524,652	7.561.801,831	5,50
21	PR	203.106,310	7.561.191,489	203.106,453	7.561.191,891	5,50
22	PR	201.680,265	7.560.956,661	201.680,977	7.560.956,622	5,50
23	PR	204.288,298	7.560.515,42	204.288,581	7.560.516,603	5,50
24	PR	201.300,851	7.560.729,695	201.301,528	7.560.730,032	5,50

A fim de elucidação, nesta verificação o valor do RMS médio dos pontos de checagem transformados foi de 0,584m. Como era almejado, este valor é inferior daquele obtido quando foram usados 24 coordenadas de pontos de controle criadas pelas três diferentes técnicas, cujo valor foi de 0,623m (item 8.3). Isto ocorreu justamente pelas coordenadas dos pontos terem sido criadas pela técnica que

proporciona maior exatidão. Esta diferença poderia ter sido maior se o mapa tivesse uma qualidade posicional melhor.

Foi examinado o desempenho da transformação de coordenadas a partir das iterações. Na 1ª iteração o valor do RMS médio dos pontos de controle transformados foi de 0,570m e o valor do RMS médio dos pontos de checagem transformados foi de 0,579m. Nesta avaliação o desempenho da transformação sofreu uma pequena melhoria.

Na 2ª iteração o valor do RMS médio dos pontos de controle transformados foi de 0,571m e o valor do RMS médio dos pontos de checagem transformados foi de 0,580m. Como o valor do RMS médio dos pontos de checagem sofreu um acréscimo as iterações devem ser cessadas nesta etapa, o que leva a afirmar que o resultado do georreferenciamento admissível é o obtido na 1ª iteração.

8.10 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo foi determinado o tamanho da amostra representativo para a realização do georreferenciamento do mapa apresentado. De posse do número de pontos de controle adequado para realizar esta tarefa, as coordenadas dos mesmos foram criados, no mapa, por meio das técnicas apresentadas no Capítulo 7. Cada coordenada de ponto de controle criado recebeu um peso de acordo com a Tabela 7.5 do item 7.3.3.

Foi verificado que o desempenho da transformação de coordenadas não foi condizente com o esperado quando se comparou os valores de RMS médios provenientes de duas situações distintas, isto é, naquela onde foram atribuídos pesos aos pontos de controle em função de suas exatidões no mapa como naquela onde foi atribuído peso igual a 1,00 a todos os pontos. Isto ocorreu porque as exatidões das coordenadas dos pontos de controle criados, no mapa, pelas técnicas citadas não

foram condizentes com o almejado. Este fato motivou investigar qual era a discrepância destas coordenadas de suas coordenadas de referência, que foram levantadas no terreno.

A partir das análises das discrepâncias ficou evidente que, dentre as 24 coordenadas dos pontos de controle poucas apresentaram exatidões, no mapa, condizentes com aquela esperada em função da técnica que a criou. As discrepâncias dx e dy de pontos determinados pela mesma técnica apresentaram, de modo geral, uma elevada alternância de valores. Isto pode ter ocorrido pela qualidade posicional do mapa não ser satisfatória e pelo fato de haver regiões mal desenhadas no mesmo. Tais ocorrências podem ter prejudicado a correta determinação dos pontos no mapa, o que prejudicou a obtenção do resultado de transformação de coordenadas mais razoável, isto é, mais concordante com o esperado no caso de se atribuir pesos aos pontos de controle.

Diante destas constatações, foi verificada se a fidelidade do georreferenciamento gerado no item 8.3 sofreria uma melhoria se fossem usadas, dentre as coordenadas dos 24 pontos de controle, algumas coordenadas de pontos bem definidos no mapa. Nesta avaliação, o valor do RMS médio dos pontos de checagem transformados é de 0,890m. Este valor é 42,86% superior daquele obtido no item 8.3, cujo valor foi de 0,623m. Esta verificação confirma que as exatidões das coordenadas dos pontos bem definidos no mapa não foram condizentes com aquela esperada. As discrepâncias das coordenadas dos pontos de controle bem definidos no mapa foram superiores aos valores esperados. Foi percebido que, as discrepâncias das coordenadas destes pontos, no mapa, foram semelhantes aquelas obtidas quando as coordenadas dos pontos de controle foram criadas pelas técnicas apresentadas no Capítulo 7. Tal fato evidenciou que a qualidade posicional do mapa em questão não é boa.

Com isso, foi procurada uma solução que atenuasse o problema, a fim de proporcionar ao avaliador uma maneira de obter um resultado de georreferenciamento admissível.

Desse modo, foi apresentada uma maneira de atenuar o problema a partir de iterações do georreferenciamento. Em cada uma das iterações foi realizada uma etapa de normalização dos pesos dos pontos de controle procedentes de uma mesma técnica. A partir deste método percebeu-se que os valores de RMS médio dos pontos de checagem transformados diminuíram nas primeiras iterações até o momento que ocorreu a estabilização ou que este valor retornou a aumentar. De modo geral, quando este fato acontecer é sinal que as iterações devem ser interrompidas, o que leva a adotar como resultado de georreferenciamento admissível é aquele procedente da iteração anterior.

Foram realizadas iterações de um georreferenciamento efetuado no mapa de calibração apresentado no Capítulo 6, a fim de avaliar a fidelidade do resultado obtido quando esta prática é realizada num mapa digital cuja qualidade é melhor.

Nesta avaliação, comparando os valores de RMS médios dos pontos de checagem transformados, nota-se a acentuada diferença entre os valores apresentados. Quando foram atribuídos pesos iguais a 1,00 a todos os pontos de controle o valor citado aumentou 43,81%. Analisando os valores de RMS de cada ponto de checagem transformado foi verificado que estes valores aumentaram bastante quando comparados com aqueles oriundos da situação contrária. Este fato corrobora o que foi afirmado no Capítulo 6, isto é, a importância de se atribuir pesos aos pontos de controle a fim de obter um melhor desempenho da transformação de coordenadas.

Ainda na mesma avaliação, pelos valores de RMS dos pontos de checagem obtidos a partir das iterações em ambas as situações, o melhor desempenho da transformação foi o da 2ª iteração proveniente da situação onde foram atribuídos pesos aos pontos de controle em função da sua exatidão. Este valor teve 5,46% de melhoria quando comparado com o valor de RMS médio dos pontos de controle oriundos da transformação de coordenadas que originou as iterações. Esta evidencia resalta a importância de se realizar as iterações a partir da normalização dos pesos.

Em outra avaliação foi verificado qual era o desempenho da transformação de coordenadas quando foram excluídos aqueles pontos de controle que apresentaram elevados valores de RMS depois de transformados. Nesta avaliação foi constatado que, se forem excluídos os pontos com elevados valores de RMS, ou seja, que apresentam as menores exatidões no mapa, o valor de RMS médio sofre uma considerável melhoria. Entretanto, não é recomendado avaliar o resultado do georreferenciamento somente pelo valor do RMS médio oriundo dos pontos de controle transformados. Este valor pode ser baixo depois de eliminados os pontos com maiores valores de RMS, porém, não quer dizer que o desempenho da transformação seja melhor.

Outra avaliação efetuada foi aquela em que todas as coordenadas dos pontos de controle foram criadas pela mesma técnica. Nesta avaliação, foi verificada uma elevada alternância entre os valores de RMS provenientes de cada um dos pontos. Como estas coordenadas foram transformadas a partir de coordenadas de pontos de controle criadas pela técnica que proporciona maior exatidão, era esperado que os valores de RMS fossem mais aproximados do referido valor de exatidão. Tal fato confirma a ocorrência exposta no item 8.4, que as exatidões dos pontos de controle criados, no mapa, pelas técnicas citadas não são coerentes com o almejado. Esta evidência leva a necessidade de se efetuar a normalização dos pesos a partir da efetuação das iterações do referido georreferenciamento, a fim de se obter um resultado de georreferenciamento admissível.

Por fim, pelas considerações expostas neste Capítulo, concluí-se que o método desenvolvido a partir da normalização dos pesos nas iterações realizadas proporciona um resultado de georreferenciamento admissível, sendo indicado para usar no georreferenciamento de mapas das mais variadas qualidades.

CAPÍTULO 9

CONCLUSÕES

Este último capítulo está dividido em três partes distintas. Na primeira parte são apresentadas as suas principais conclusões pertinentes a todas as etapas cumpridas a fim de atingir o objetivo principal. Na terceira parte é apresentada a conclusão geral do trabalho, dando ênfase as suas principais limitações e contribuições. Na última parte são feitas algumas recomendações para trabalhos futuros, bem como sugestões.

9.1 PRINCIPAIS CONCLUSÕES

O presente trabalho teve como principal objetivo desenvolver um método, validado através de um estudo de caso, que proporcionasse em função da exatidão das coordenadas dos pontos de controle identificados no mapa digital, um resultado de georreferenciamento admissível a partir do modelo matemático empregado para transformação de coordenadas. Desse modo, foi cumprida uma série de etapas a fim de atingir o objetivo principal.

A primeira etapa cumprida a fim de atingir o objetivo principal foi a escolha do modelo matemático de transformação de coordenadas. Dentre os modelos matemáticos estudados averiguou-se que é mais adequado usar os modelos referentes a quatro e seis parâmetros de transformação, pois, as suas equações correspondentes podem ser reescritas na forma linear, o que facilita os cálculos pelo sistema de equações normais do Método de Ajustamento Paramétrico.

Outra informação relevante contatada quanto à escolha do modelo matemático de transformação, é que a maioria dos softwares de SIG disponibiliza além do polinômio de 1º grau, polinômios de 2º e de 3º grau para o georreferenciamento de mapas digitais. Na prática, porém, uma transformação geométrica simples poderá subestimar os erros, enquanto uma transformação mais complexa tenderá a modelar alguns erros, introduzindo correlações que não se justificam. Quanto maior a ordem do polinômio obviamente mais próxima a curva de ajuste deve passar pelos pontos a serem ajustados. No entanto, a utilização de polinômios de grau elevado pode provocar algumas distorções no produto gerado e, por isso, na maioria das vezes, o ajuste linear é uma adaptação moderadamente aceitável.

Diante destas circunstâncias, dentre os modelos matemáticos estudados, foi escolhido a Transformação Afim de coordenadas com o intuito de atingir os objetivos da pesquisa.

A próxima etapa foi verificar, através da revisão da literatura, qual é o desempenho da transformação de coordenadas quanto à exatidão das coordenadas dos pontos de controle. Nos trabalhos pesquisados foi constatado que, quanto maior a exatidão dos pontos controle usados para a definição dos parâmetros de transformação, melhor é o resultado do georreferenciamento proporcionado através modelo matemático empregado para tal finalidade. Porém, foi notado que nenhum dos trabalhos considerou a atribuição de pesos aos pontos de controle de acordo com a sua exatidão no mapa. Sendo assim, a próxima etapa do trabalho foi verificar o desempenho da transformação de coordenadas quando são atribuídos pesos às coordenadas dos pontos de controle de acordo com a sua exatidão. Teve-se a cautela de garantir que esta verificação fosse realizada utilizando um mapa de boa qualidade. Para isso, foi levantado, no terreno, um mapa, denominado de mapa de calibração, que retratasse com a maior fidelidade o alinhamento dos eixos de ruas e calçadas do trecho escolhido para o levantamento.

Através das avaliações feitas foi constatado que, quanto maior o número de pontos de controle e com a correta atribuição de pesos aos mesmos, melhor é o desempenho da transformação de coordenadas. Como era esperado, o valor de RMS médio da transformação oriunda de doze pontos de controle é menor do que a de seis pontos de controle. Se forem atribuídos pesos iguais a todos os pontos de controle, inclusive para aqueles que apresentam baixa exatidão, os valores de RMS são bem superiores, acarretando valores de precisão da transformação que comprometem a fidelidade dos resultados.

Os valores de RMS dos pontos de checagem transformados são menores quando determinados por um número maior de pontos de controle. O valor de RMS médio dos pontos de checagem quando determinados por doze pontos de controle é menor quando comparado ao determinado por seis pontos de controle. Quando os pontos de checagem são calculados a partir de seis e doze pontos de controle, e em ambas as situações admitindo todos os pontos com pesos iguais, os valores de RMS também são mais baixos quando usados doze pontos de controle para o cálculo dos parâmetros de transformação, porém, superiores aos determinados a partir de pontos de controle com pesos apropriados, tanto se forem usados seis ou doze pontos de controle.

Outra constatação relevante é que a posição do ponto de checagem é de extrema importância na estimativa da transformação, quanto mais próximo o ponto estiver da sua posição real, isto é, quanto mais aproximado estiver o ponto em ambos os sistemas de coordenadas, menor é o valor do RMS.

Tendo em vista a importância de se considerar os valores de pesos atribuídos aos pontos de controle, a próxima etapa tratou de como atribuir o peso ao ponto de controle em função da sua exatidão propriamente dita, isto é, através da sua localização no mapa digital, já que na etapa anterior foi simulada esta atribuição através da adulteração da posição do ponto no mapa, de modo a conferir um peso arbitrário para o mesmo.

Para isso, foram utilizadas algumas técnicas que serviram para criar pontos de controle no mapa de calibração. Vale ressaltar que, o uso destas técnicas tem serventia para mapas desatualizados ou que não possuem pontos de controle bem visíveis e determinados nos elementos geográficos presentes no mapa. Tais técnicas serviram também para mensurar o grau de confiança do ponto de controle, pois cada uma delas cria coordenada de pontos com determinada exatidão, as quais posteriormente receberam um peso.

Dentre as técnicas usadas, a que criou coordenadas de pontos com maior exatidão foi a do prolongamento dos meios-fios de calçadas. As técnicas referentes à imagem de satélite e foto aérea criaram coordenadas de pontos com quase a mesma exatidão, acarretando que os pesos atribuídos a cada uma delas apresentaram valores próximos. Se o avaliador usar coordenadas de pontos de controle bem definidos no mapa digital que pretende georreferenciar o valor de peso atribuído a estas coordenadas deve apresentar um valor bastante superior as demais.

A partir destas considerações, o avaliador poderá criar coordenadas de pontos de controle no mapa digital que pretende georreferenciar e/ou usar coordenadas de pontos bem definidos no mesmo e, desse modo, usar a tabela de pesos determinada no item 7.3.3 do Capítulo 7. Com o intuito de validar as referidas considerações, foi realizado, na próxima etapa, um estudo de caso, que consistiu no georreferenciamento de um mapa da cidade de São Carlos-SP no meio digital.

Desse modo, foi determinado o tamanho da amostra representativo para a realização do georreferenciamento do mapa em questão. De posse do número de pontos de controle adequado para realizar esta tarefa, as coordenadas dos mesmos foram criados, no mapa, por meio das técnicas apresentadas na etapa precedente. Cada coordenada de ponto de controle criado recebeu um peso de acordo com a tabela citada no parágrafo anterior.

Foi verificado que, o desempenho da transformação de coordenadas não foi condizente com o esperado quando se comparou os valores de RMS médios

provenientes de duas situações distintas, isto é, naquela onde foram atribuídos pesos aos pontos de controle em função de suas exatidões no mapa, como naquela onde foi atribuído peso igual a 1,00 a todos os pontos. Isto ocorreu porque as exatidões das coordenadas dos pontos de controle criados, no mapa, pelas técnicas citadas não foram condizentes com o almejado. Este fato motivou investigar qual foi a discrepância destas coordenadas de suas coordenadas de referência, que foram levantadas no terreno. A partir das análises das discrepâncias ficou evidente que, dentre as 24 coordenadas dos pontos de controle poucas apresentaram exatidões, no mapa, condizentes com aquela esperada em função da técnica que a criou. Isto pode ter ocorrido pela qualidade posicional do mapa não ser satisfatória e pelo fato de haver regiões mal desenhadas no mesmo.

Diante destas constatações, foi verificada se a fidelidade do georreferenciamento gerado sofreria uma melhoria se fossem usadas, dentre as coordenadas dos 24 pontos de controle, algumas coordenadas de pontos bem definidas no mapa. Nesta avaliação, o valor do RMS médio dos pontos de checagem transformados foi 42,86% superior daquele obtido na situação anterior. Esta verificação confirmou que as exatidões das coordenadas dos pontos bem definidos no mapa não foram condizentes com aquela esperada. As discrepâncias destas coordenadas, no mapa, foram superiores aos valores esperados. Foi percebido que, as discrepâncias das coordenadas destes pontos foram semelhantes aquelas obtidas quando as coordenadas dos pontos de controle foram criadas pelas técnicas apresentadas no Capítulo 7. Tal fato evidenciou que a qualidade posicional do mapa em questão não é boa.

Com isso, foi procurada uma solução que atenuasse o problema, a fim de proporcionar ao avaliador uma maneira de obter um resultado de georreferenciamento admissível.

Desse modo, foi apresentada uma maneira de atenuar o problema a partir de iterações do georreferenciamento gerado no item 8.3 do Capítulo 8. Em cada uma das iterações foi realizada uma etapa de normalização dos pesos dos pontos de

controle procedentes de uma mesma técnica. Quando foi aplicado este método percebeu-se que os valores de RMS médio dos pontos de checagem transformados diminuiram nas primeiras iterações até o momento que ocorreu a estabilização ou que este valor retornou a aumentar.

A fim de validar este método, foram realizadas iterações de um georreferenciamento efetuado no mapa de calibração apresentado no Capítulo 6. Tal verificação teve como finalidade avaliar a fidelidade do resultado obtido quando esta prática é realizada num mapa digital de qualidade melhor.

Nesta avaliação, comparando os valores de RMS médios dos pontos de checagem transformados, notou-se a acentuada diferença entre os valores apresentados. Quando foram atribuídos pesos iguais a 1,00 a todos os pontos de controle o valor citado aumentou 43,81 %. Analisando os valores de RMS de cada ponto de checagem transformado foi verificado que estes valores aumentaram bastante quando comparados com aqueles oriundos da situação contrária.

Ainda na mesma avaliação, pelos valores de RMS dos pontos de checagem obtidos a partir das iterações em ambas as situações, o melhor desempenho da transformação foi o da 2ª iteração proveniente da situação onde foram atribuídos pesos aos pontos de controle em função da sua exatidão. Este valor teve 5,46% de melhoria quando comparado com o valor de RMS médio dos pontos de controle oriundos da transformação de coordenadas que originou as iterações. Esta evidência ressalta a importância de se realizar as iterações a partir da normalização dos pesos.

Em outra avaliação foi verificado qual foi o desempenho da transformação de coordenadas quando foram excluídos aqueles pontos de controle que apresentaram elevados valores de RMS depois de transformados. Nesta avaliação foi constatado que, se forem excluídos os pontos com elevados valores de RMS, ou seja, que apresentam as menores exatidões no mapa, o valor de RMS médio sofre uma considerável melhoria. Entretanto, não é recomendado avaliar o resultado do georreferenciamento somente pelo valor do RMS médio oriundo dos pontos de

controle transformados, este valor pode ser baixo depois de eliminados os pontos com maiores valores de RMS, porém não quer dizer que o desempenho da transformação seja melhor.

Outra avaliação efetuada foi aquela em que todas as coordenadas dos pontos de controle foram criadas pela mesma técnica. Nesta avaliação, foi verificada uma elevada alternância entre os valores de RMS provenientes de cada um dos pontos. Como estas coordenadas foram transformadas a partir de coordenadas de pontos de controle criadas pela técnica que proporciona maior exatidão, era esperado que os valores de RMS fossem mais aproximados do referido valor de exatidão. Tal fato confirma a ocorrência retratada em outras situações, isto é, que as exatidões dos pontos de controle criados, no mapa, pelas técnicas citadas não foram coerentes com o almejado. Esta evidência leva a necessidade de se efetuar a normalização dos pesos a partir da efetuação das iterações do referido georreferenciamento, a fim de se obter um resultado de georreferenciamento admissível.

Por fim, concluí-se que o método proposto a partir da normalização dos pesos nas iterações realizadas, produz um resultado de georreferenciamento admissível, sendo indicado para usar no georreferenciamento de mapas das mais variadas qualidades posicionais.

9.2 CONCLUSÃO GERAL DA PESQUISA

A pesquisa apresenta como conclusão geral que é possível, através da atribuição de pesos aos pontos de controle em função da sua exatidão, se obter um resultado de georreferenciamento admissível a partir do modelo matemático empregado para a transformação de coordenadas.

A parte experimental atendeu todos os requisitos a fim de atingir o objetivo principal da pesquisa. Com isso, o desempenho da transformação de coordenadas

usando pesos foi avaliado tanto num mapa de calibração, de boa qualidade, quanto num mapa cuja qualidade posicional era desconhecida. Em ambos os mapas foram realizadas as mais variadas avaliações. Em todas as avaliações efetuadas o desempenho da transformação de coordenadas foi melhor quando foram atribuídos pesos aos pontos de controle em função da sua exatidão.

A principal limitação do método proposto é que o avaliador poderá ter que criar um mapa de calibração da sua cidade a fim de determinar os pesos às coordenadas dos pontos de controle criados pelas técnicas apresentadas nesta pesquisa. Entretanto, considera-se que a tabela de pesos apresentada possa ser usada para mapas procedentes de outras localidades, das mais variadas qualidades posicionais.

De modo geral, esta pesquisa levantou uma questão até então desconsiderada, que é a importância de se atribuir pesos as coordenadas aos pontos de controle em função da sua exatidão no mapa digital. O resultado do georreferenciamento se torna admissível quando esta consideração é levada em conta.

Finalmente, espera-se que o resultado deste trabalho não contribua somente ao meio acadêmico, mas sim que suas considerações sejam usufruídas por todos os profissionais que almejam extrair informações concisas dos mapas digitais georreferenciados.

9.3 RECOMENDAÇÕES E SUGESTÕES

As recomendações e sugestões podem ser resumidas em quatro itens principais:

- Testar o método proposto em mapas de outras localidades. Comparar o resultado do georreferenciamento obtido quando é usada a tabela de pesos daquele resultado obtido quando se desconsidera a atribuição de pesos aos pontos de controle. Se a partir desta comparação o resultado do georreferenciamento usando a tabela de pesos mostrar um pior desempenho é porque o avaliador terá que confeccionar um mapa de calibração a fim de conferir pesos apropriados as coordenadas dos pontos de controle de acordo com a sua situação retratada;
- É recomendado que sejam levadas em conta informações importantes quanto ao mapa digital que será georreferenciado, tais como: sua qualidade posicional e escala. Se estas informações forem conhecidas, devem ser consideradas a fim de que o avaliador conheça a restrição quanto à fidelidade do resultado a ser obtido.
- Ampliação do estudo sobre as técnicas que poderão ser usadas para criar coordenadas de pontos de controle no mapa digital e, posteriormente, receberem um peso apropriado conforme os procedimentos apresentados no Capítulo 7.
- Propor que os softwares de SIG levem em conta a atribuição de pesos aos pontos de controle a fim de proporcionarem resultados de georreferenciamento admissíveis.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS²

ALMEIDA, C. A. M; ZANARDI, R. P.; BIELENKI JR., C.; ROLIM, S. B. A. Análise de Processamento e Georreferenciamento em Imagens de Satélite CBERS-1. **In: XII SIMPÓSIO BRASILEIRO DE SENSORIAMENTO REMOTO**, 2005, Goiânia. **Anais...Goiânia**, 2005. p. 1149-1156.

ANDRADE, N. S. O. **Qualidade geométrica de imagens JERS-1 (SAR) e RADARSAT (Modos S2 e S3) em ambiente de floresta tropical (Rondônia)**. 1999. 203 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, INPE, São José dos Campos, 1999.

D´ALGE, J. C. L., (1997). **Atualização cartográfica por imagem de satélite: considerações teóricas e possibilidades de implementação**. São José dos Campos: INPE. Disponível em: <<http://www.dpi.inpe.br/~julio/consult1.pdf>>. Acesso em: abril 2006.

DALMOLIN, Q.; MACHADO, R. V.; SOUZA, C. H. G. Análise qualitativa na conversão analógica/digital de bases cartográficas para serem utilizadas em SIG's. **Boletim de Ciências Geodésicas**, Curitiba, v.3, p. 82-84, 1998.

DALMOLIN, Q. **Ajustamento por mínimos quadrados**. 2º ed. Curitiba: Imprensa Universitária – UFPR, 2004.

DAMMALAGE, T. L., SAMARAKOON, L., SUSAKI, J. Geometric correction of high resolution satellite data effect of the distribution, accuracy and number of GCP. In: **26th Asian Conference on Remote Sensing (ACRS 2005)**, 2005, Hanoi, Vietnam. **Anais eletrônico...Hanoi**. Disponível em: <<http://www.aars-acrs.org/acrs/proceedings2005.php>> Acesso em: mar. 2008

²De acordo com:

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6023: informação e documentação: referencias: elaboração. Rio de Janeiro, 2002.

FONTES, A. T. Sistemas de Informações Geográficas: DIGITALIZAÇÕES. São Carlos: EESC-USP, 2001.

GREENFELD, J. S. Least squares weighted coordinate transformation formulas and their applications. **Journal of Surveying Engineering**, v.123, p. 147-161, 1997.

JAKUBOWICZ, D., JASZCZAK, P., WOLNIEWICZ W. GCP accuracy requirements for Quickbird orthorectification, In: 6 SEMANA GEOMÁTICA, 2005, Barcelona. **Anais eletrônicos**...Barcelona. Disponível em: <<http://www.isprs.org/publications/related/semana%5Fgeomatica05/front/en/index.htm>>. Acesso em: 17 out. 2008.

KATIYAR, S. K.; DIKSHIT, O.; KUMAR. K. Ground control for the geometric correction of PAN imagery from Indian Remote Sensing (IRS) satellites. **International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)**, v. 6, p. 4041-4043, 2003.

LEVINE, D., M.; BERENSON, M. L.; STEPHAN, D. **Estatística: Teoria e Aplicações**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2000.

LUGNANI, J. B. **Introdução à fototriangulação**. Curitiba: Editora UFPR, 1987.

NERO, M. A. **Proposta para o controle de qualidade de bases cartográficas com ênfase em qualidade posicional**. 2005. 291 f. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.

_____. **Estudo comparativo de metodologias de digitalização de mapas e seu controle de qualidade geométrica**. 2000. 233 f. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

NOGUEIRA JÚNIOR, J. B. **Controle de qualidade de produtos cartográficos: uma proposta metodológica**. 2003. 159 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2003.

PATROCÍNIO, R. B. **Análise quantitativa de pontos de controle para a correção geométrica de imagens orbitais**. 2004. 79 f. Dissertação (Mestrado) –

Instituto de Geociências, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2004.

PEREIRA, R. **A estatística e suas aplicações**. Porto Alegre: Grafosul, 1979.

PEZZOTI, A. A. et al. **Proposta metodológica para a elaboração de uma base cartográfica digital para utilização em sistemas de informações geográficas**. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA, 1995, Salvador. Anais.... Rio de Janeiro: SBC, v. 4, 1995, p. 1042-51.

PITOMBO, C. S. **Estudo de relações entre variáveis socioeconômicas, de uso do solo, participação em atividades e padrões de viagens encadeadas urbanas**. 2007. 268 f. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

PONS, N. A. D. **Levantamento e diagnóstico geológico-geotécnico de áreas degradadas da cidade de São Carlos-SP, com auxílio de geoprocessamento**. v. 1. 2006. 210 f. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.

PRADO, F. A.; MENEGUETTE, A. A. C. (2004). Georreferenciamento de imagens CBERS-2/CCD utilizando pontos de controle extraídos de cartas topográficas. In: **7º CONGRESSO DE CADASTRO TÉCNICO MULTIFINALITÁRIO E GESTÃO TERRITORIAL**, 2004, Florianópolis. Anais... CD-Room.

RIBEIRO, R. A. **Forma urbana e tipo de uso do solo como fatores determinantes para a geração de áreas urbanas impermeáveis**. 2006. 184 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Arquitetura e Urbanismo, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

ROCHA, R. S., (2002). **Exatidão Cartográfica para as cartas digitais urbanas**. 2002. 128 f. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002.

ROSALEN, D. L. **Estudo de processo de captação de imagens aplicado a fotogrametria digital**. 1997. 184 f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1997.

TAVARES, P. E. M.; FAGUNDES, P. M. **Fotogrametria**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Cartografia, 1992.

WISE, S. **GIS Basics**. New York: Taylor & Francis Inc, 2002.

WOLF, P., R. **Elements of Photogrammetry**. 2 nd. São Paulo: MacGraw-Hill, 1983.

WOLF, P., R., GHILANI, C. D. **Adjustment Computations**: statistics and least squares in surveying and GIS. 3 nd. New York: John Wiley & Sons, 1987.