USP

Campus de São Carlos

APLICAÇÃO DO VALOR NO RISCO (*VAR*), DO MODELO DE PRECIFICAÇÃO DOS ATIVOS DE CAPITAL (*CAPM*) E DA TEORIA DE PRECIFICAÇÃO POR ARBITRAGEM (*APT*) NA AVALIAÇÃO ECONÔMICA DOS PROJETOS DE INVESTIMENTO EM CONDIÇÕES DE RISCO

José Antonio de Queiroz

Orientadora: Prof[a]. Dr[a]. Daisy Aparecida do Nascimento Rebelatto

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

APLICAÇÃO DO VALOR NO RISCO (*VAR*), DO MODELO DE PRECIFICAÇÃO DOS ATIVOS DE CAPITAL (*CAPM*) E DA TEORIA DE PRECIFICAÇÃO POR ARBITRAGEM (*APT*) NA AVALIAÇÃO ECONÔMICA DOS PROJETOS DE INVESTIMENTO EM CONDIÇÕES DE RISCO

Serviço de Pós-Graduação EESC/USP
EXEMPLAR REVISADO
Data de entrada no Serviço: 25/01/02
Ass.:

José Antonio de Queiroz

EESC-USP
Biblioteca
CAMPUS DE S. CARLOS

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção

ORIENTADORA: Prof[a] Dr[a] Daisy Aparecida do Nascimento Rebelatto

DEDALUS - Acervo - EESC
31100036850

São Carlos

2001

Class. TESE-EESC
Cutt. 4732
Tombo T0032/02

st 122110

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

Q3a

Queiroz, José Antonio de
Aplicação do valor no risco (VAR), do modelo de precificação dos ativos de capital (CAPM) e da teoria de precificação por arbitragem (APT) na avaliação econômica dos projetos de investimento em condições de risco / José Antonio de Queiroz -- São Carlos, 2001.

Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia de São Carlos-Universidade de São Paulo, 2001.
Área: Engenharia de Produção.
Orientador: Profa. Dra. Daisy Aparecida do Nascimento Rebelatto.

1. Projetos de investimento. 2. Avaliação econômica. 3. Risco. 4. VAR. 5. CAPM. 6. APT. I.Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **JOSÉ ANTONIO DE QUEIROZ**

Dissertação defendida e julgada em 19-12-2001 perante a Comissão Julgadora:

APROVADO

Profa. Dra. **DAISY APARECIDA DO NASCIMENTO REBELATTO (Orientadora)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO

Prof. Assoc. **RENATO VAIRO BELHOT**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO

Prof. Dr. **MARCELO SEIDO NAGANO**
(Faculdade de Economia e Administração/USP)

Prof. Doutor **EDMUNDO ESCRIVÃO FILHO**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação
em Engenharia de Produção

JOSÉ CARLOS A. CINTRA
Presidente da Comissão de Pós-Graduação da EESC

À querida Alessandra,

aos meus pais e aos meus irmãos

Agradecimentos

À Deus.

Aos meus pais, meus primeiros e grandes mestres, pelos preciosos ensinamentos de vida, essenciais à minha formação.

À minha esposa Alessandra, pelo incentivo constante e por compreender e aceitar os muitos momentos de ausência na busca desse objetivo.

À professora e amiga Daisy Aparecida do Nascimento Rebelatto, pela excelente orientação fornecida em todas as etapas.

Aos colegas, professores e funcionários do Departamento de Engenharia de Produção da EESC/USP pela colaboração.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS iv

LISTA DE TABELAS v

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS viii

LISTA DE SÍMBOLOS ix

RESUMO xix

ABSTRACT xx

1 INTRODUÇÃO 1

Objetivo 4

Localização do tema no contexto da Engenharia de Produção 5

Estrutura da dissertação 5

2 PROJETO DE INVESTIMENTO 7

2.1 Introdução ao projeto de investimento 7

2.2 Preparação do projeto de investimento 7

2.3 O projeto de investimento e a apreciação da economia 9

2.4 Avaliação econômica dos projetos de investimento 9

2.5 Técnicas utilizadas pelas empresas atualmente para a avaliação econômica dos projetos de investimento em condições de risco 13

2.5.1 Técnica da análise de sensibilidade 13

2.5.2 Técnica da análise de cenários 15

2.5.3 Técnica da matemática financeira avançada pura 30

2.5.4 Técnica da simulação de Monte Carlo 40

2.5.5 Técnica da análise da árvore de decisões 41

2.5.6 Técnica da análise de dados históricos 44

2.5.7 Pontos fortes e pontos fracos das técnicas utilizadas atualmente 49

3 MODELOS DO MERCADO DE CAPITAIS 52

3.1 Introdução aos modelos do mercado de capitais 52

3.2 Natureza dos modelos *VAR*, *CAPM* e *APT* 59

3.2.1 Teoria moderna sobre a carteira (*TMC*) 63

3.2.2 Modelo de fatores 77

3.2.3 Modelo de índice único 77

3.3 Modelagem do *VAR*, *CAPM* e *APT* 81

3.3.1 Modelagem do *VAR* 81

3.3.2 Modelagem do *CAPM* 99

3.3.3 Modelagem da *APT* 110

4 SISTEMÁTICA DE APLICAÇÃO DO *VAR*, *CAPM* E *APT* NA AVALIAÇÃO ECONÔMICA DOS PROJETOS DE INVESTIMENTO 115

4.1 Sistemática de aplicação do *VAR* 115

4.1.1 Análise de cenários 116

4.1.2 Análise de dados históricos 122

4.2 Sistemática de aplicação do *CAPM* 127

4.2.1 Análise de cenários 130

4.2.2 Análise de dados históricos 140

4.3 Sistemática de aplicação da *APT* 148

4.3.1 Análise de cenários 151

4.3.2 Análise de dados históricos 161

4.4 Sistemática de aplicação da diversificação eficiente 170

4.5 Principais contribuições das aplicações do *VAR*, *CAPM* e *APT* à avaliação econômica dos projetos de investimento em condições de risco 175

5 APLICAÇÃO PRÁTICA DO *VAR*, *CAPM* E *APT* NA AVALIAÇÃO ECONÔMICA DOS PROJETOS DE INVESTIMENTO 176

5.1 Descrição dos projetos de investimento 176

5.2 Aplicação prática da técnica da análise de cenários 179

5.3 Aplicação prática do *VAR* 188

5.4 Aplicação prática do *CAPM* 196

5.5 Aplicação prática da *APT* 210

5.6 Aplicação prática da diversificação eficiente 230

6 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS, CONCLUSÕES E PROPOSTA PARA ESTUDOS FUTUROS 238

6.1 Discussão dos resultados 238

6.2 Conclusões 242

6.3 Proposta para estudos futuros 245

Anexo A - TABELA 1: Distribuição normal padronizada 247

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 248

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA 250

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: Fluxo de caixa do projeto de investimento 10

FIGURA 2: Curva normal padrão 19

FIGURA 3: Área sob a curva normal padrão, correspondente à *Z* positivo (*a*) e à *Z* negativo (*b*) 20

FIGURA 4: Localização da taxa mínima de atratividade 27

FIGURA 5: Árvore de decisões 42

FIGURA 6: Linha de alocação de capital 65

FIRURA 7: Curva risco-retorno para uma carteira de risco composta por dois ativos . 71

FIGURA 8: Carteira de risco eficientemente diversificada 72

FIGURA 9: Fronteira eficiente dos investimentos com risco 75

FIGUEA 10: Fronteira eficiente geral dos investimentos 75

FIGURA 11: Linha de regressão 79

FIGURA 12: Linha do mercado de títulos 108

FIGURA 13: Composição do fluxo de caixa do projeto de investimento 1 177

FIGURA 14: Composição do fluxo de caixa do projeto de investimento 2 178

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - Caracterização dos cenários econômicos futuros 15

TABELA 2 - Principais características dos diferentes métodos de mensuração do VAR 97

TABELA 3 - Regiões de confiança para os métodos de mensuração do VAR .. 98

TABELA 4 - Retornos históricos do *BRENT* no período de janeiro a dezembro de 2000 180

TABELA 5 - Preço esperado de venda para cada cenário econômico futuro projetado. 181

TABELA 6 - Lucro esperado de venda para cada cenário econômico futuro projetado. 182

TABELA 7 - *TIR* dos projetos de investimento 1 e 2 para cada cenário econômico futuro projetado 183

TABELA 8 - Distribuição futura da *TIR* dos projetos de investimento 1 e 2 184

TABELA 9 - Retorno esperado dos projetos de investimento 1 e 2 185

TABELA 10 - Risco dos projetos de investimento 1 e 2 186

TABELA 11 - Valor da variável aleatória *Z* da distribuição normal padronizada e valor tabelado correspondente para os projetos de investimento 1 e 2 187

TABELA 12 - Probabilidade da inviabilidade econômica dos projetos de investimento 1 e 2 188

TABELA 13 - *TIR* dos projetos de investimento 1 e 2 para cada cenário econômico futuro projetado 190

TABELA 14 - Distribuição futura da *TIR* dos projetos de investimento 1 e 2 191

TABELA 15 - *TIR* esperada real dos projetos de investimento 1 e 2 192

TABELA 16 - Risco dos projetos de investimento 1 e 2 194

TABELA 17 - *VAR* dos projetos de investimento 1 e 2 195

TABELA 18 - *TIR* dos projetos de investimento 1 e 2 para cada cenário econômico futuro projetado 198

TABELA 19 - Distribuição futura da *TIR* dos projetos de investimento 1 e 2 198

TABELA 20 - Retornos históricos do *IBOVESPA* no período de janeiro a dezembro de 2000 199

TABELA 21 - Distribuição futura do retorno do *IBOVESPA* 201

TABELA 22 - *TIR* esperada real dos projetos de investimento 1 e 2 205

TABELA 23 - Valor esperado do retorno do *IBOVESPA* 206

TABELA 24 - Dados para a estimativa da covariância entre a distribuição futura da *TIR* dos projetos de investimento 1 e 2 e a distribuição futura do retorno do *IBOVESPA*, bem como, para a estimativa da variância da distribuição futura do retorno do *IBOVESPA* 206

TABELA 25 - Estimativa da sensibilidade dos projetos de investimento 1 e 2 às movimentação do *IBOVESPA* 207

TABELA 26 - *TMA* própria dos projetos de investimento 1 e 2 208

TABELA 27 - *TIR* dos projetos de investimento 1 e 2 para cada cenário econômico futuro projetado 212

TABELA 28 - Distribuição futura da *TIR* dos projetos de investimento 1 e 2 213

TABELA 29 - Retornos históricos do *IBOVESPA*, *BRENT* e *SELIC* no período de janeiro a dezembro de 2000 214

TABELA 30 - Distribuição futura do retorno do *IBOVESPA* 216

TABELA 31 - Distribuição futura do retorno do *BRENT* 216

TABELA 32 - Distribuição futura do retorno da *SELIC* 216

TABELA 33 - *TIR* esperada real dos projetos de investimento 1 e 2 221

TABELA 34 - Valor esperado do retorno do *IBOVESPA* 222

TABELA 35 - Valor esperado do retorno do *BRENT* 222

TABELA 36 - Valor esperado do retorno da *SELIC* 222

TABELA 37 - Dados para a estimativa da covariância entre a distribuição futura da *TIR* dos projetos de investimento 1 e 2 e a distribuição futura do retorno do *IBOVESPA*, bem como, para a estimativa da variância da distribuição futura do retorno do *IBOVESPA* 223

TABELA 38 - Dados para a estimativa da covariância entre a distribuição futura da *TIR* dos projetos de investimento 1 e 2 e a distribuição futura do retorno do *BRENT*, bem como, para a estimativa da variância da distribuição futura do retorno do *BRENT* 224

TABELA 39 - Dados para a estimativa da covariância entre a distribuição futura da *TIR* dos projetos de investimento 1 e 2 e a distribuição futura do retorno da *SELIC*, bem como, para a estimativa da variância da distribuição futura do retorno da *SELIC* 224

TABELA 40 - Estimativa da sensibilidade dos projetos de investimento 1 e 2 às movimentações do *IBOVESPA* 225

TABELA 41 - Estimativa da sensibilidade dos projetos de investimento 1 e 2 às movimentações do *BRENT* 225

TABELA 42 - Estimativa da sensibilidade dos projetos de investimento 1 e 2 às movimentações da *SELIC* 225

TABELA 43 - Dados para a estimativa da *TMA* própria dos projetos de investimento 1 e 2 227

TABELA 44 - *TMA* própria dos projetos de investimento 1 e 2 227

TABELA 45 - *TIR* esperada real dos projetos de investimento 1 e 2 232

TABELA 46 - *TIR* esperada real da carteira 232

TABELA 47 - Variância dos projetos de investimento 1 e 2 235

TABELA 48 - Covariância entre a distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento 1 e a distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento 2 237

TABELA 49 - Risco da carteira 237

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

APT	*Arbitrage Pricing Theory*
	(Teoria de Precificação por Arbitragem)
BOVESPA	Bolsa de Valores de São Paulo
CAPM	*Capital Asset Pricing Model*
	(Modelo de Precificação dos Ativos de Capital)
CMPC	Custo Médio Ponderado de Capital
IBOVESPA	Índice da Bolsa de Valores de São Paulo
LAC	Linha de Alocação de Capital
LMT	Linha do Mercado de Títulos
TIR	Taxa Interna de Retorno
TMA	Taxa Mínima de Atratividade
TMC	Teoria Moderna sobre a Carteira
VAR	*Value at Risk*
	(Valor no Risco)
VPL	Valor Presente Líquido

LISTA DE SÍMBOLOS

α	fator da distribuição normal padronizada;
α_i	1. intercepto; componente do retorno em excesso do ativo quando as movimentações do índice representativo do mercado são nulas (do modelo de índice único); 2. alfa do investimento; prêmio do projeto de investimento (da linha do mercado de títulos);
β_C	beta da carteira relativo ao índice representativo da carteira de mercado; sensibilidade da carteira às movimentações do índice representativo da carteira de mercado;
β_i	coeficiente de regressão; beta do investimento relativo ao índice representativo da carteira de mercado; sensibilidade do projeto de investimento às movimentações do índice representativo da carteira de mercado;
β_{ik}	beta do investimento relativo ao k-ésimo índice representativo do mercado; sensibilidade do projeto de investimento às movimentações do k-ésimo índice representativo do mercado;
$\beta_i M$	componente do retorno em excesso do ativo atribuído às movimentações do mercado (M) e à sensibilidade do ativo à tais movimentações (β_i);

$\beta_i R_M$	componente do retorno em excesso do ativo atribuído às movimentações do índice representativo do mercado (R_M) e à sensibilidade do ativo à tais movimentações (β_i);
$\beta_i^2 \sigma_M^2$	componente do risco do ativo atribuído às movimentações do índice representativo do mercado (σ_M) e à sensibilidade do ativo à tais movimentações (β_i);
ΔS_s	incremento de preço da carteira na simulação s;
Δt	incremento de tempo;
$\in$	variável aleatória normal padronizada;
$\Phi(\in)$	distribuição normal padronizada;
μ_{rAi}	média amostral do retorno do ativo; retorno médio real do ativo;
μ_{rC}	média amostral do retorno da carteira; retorno médio real da carteira;
μ_{rC}^*	média amostral mínima do retorno da carteira para o intervalo de tempo considerado e nível de confiança escolhido;
μ_{Ri}	média amostral do retorno em excesso do investimento;
μ_{rk}	média amostral do retorno do k-ésimo índice representativo do mercado;
μ_{RM}	média amostral do retorno em excesso do índice representativo da carteira de mercado;
μ_{rM}	média amostral do retorno do índice representativo da carteira de mercado;
μ_{TIRi}	média amostral da *TIR* do investimento; retorno médio real do investimento;
μ_{Xi}	média amostral da variável aleatória de interesse do projeto de investimento;
$\rho(F_d, F_k)$	correlação entre a distribuição do valor futuro do projeto de investimento na data d e a distribuição do valor futuro do projeto de investimento na data k;

$\rho(X_1, X_2)$	correlação entre a distribuição da variável aleatória de interesse X_1 e a distribuição da variável aleatória de interesse X_2;
Σ	matriz de covariâncias;
σ_{AaAb}	covariância entre a distribuição do retorno do ativo a e a distribuição do retorno do ativo b;
σ_{ri}	desvio-padrão do retorno do investimento; risco do investimento;
$\sigma_{TIR\,i}$	desvio-padrão da *TIR* do projeto de investimento; risco do projeto de investimento;
σ_{Xi}	desvio-padrão da variável aleatória de interesse do projeto de investimento;
$\sigma(C)$	desvio-padrão do valor presente;
$\sigma(F)$	desvio-padrão do valor futuro;
$\sigma(F_d)$	desvio-padrão do valor futuro do projeto de investimento na data d;
$\sigma(F_k)$	desvio-padrão do valor futuro do projeto de investimento na data k;
$\sigma(i)$	desvio-padrão da taxa de capitalização;
$\sigma(r_{A1})$	desvio-padrão do retorno do ativo 1; risco do ativo 1;
$\sigma(r_{A2})$	desvio-padrão do retorno do ativo 2; risco do ativo 2;
$\sigma(r_{Ai})$	desvio-padrão do retorno do ativo; risco do ativo;
$\sigma(r_C)$	desvio-padrão do retorno da carteira; risco da carteira;
$\sigma(R_i)$	desvio-padrão do retorno em excesso do ativo; risco do ativo;
$\sigma(r_i)$	desvio-padrão do retorno do investimento; risco do investimento;
$\sigma(r_P)$	desvio-padrão do retorno da carteira de risco; risco da carteira de risco;
$\sigma(S_C)$	desvio-padrão do preço da carteira;
$\sigma(TIR_C)$	desvio-padrão da *TIR* da carteira; risco da carteira;
$\sigma(TIR_i)$	desvio-padrão da *TIR* do projeto de investimento; risco do projeto de investimento;

$\sigma(VPL_i)$	desvio-padrão do *VPL* do projeto de investimento; risco do projeto de investimento;
$\sigma(X_i)$	desvio-padrão da variável aleatória de interesse do projeto de investimento;
$\sigma(Z)$	desvio-padrão da variável aleatória auxiliar;
σ^2_{Xi}	variância da variável aleatória de interesse do projeto de investimento;
$\sigma^2(e_i)$	componente do risco do ativo atribuído às movimentações específicas;
$\sigma^2(r_{Ai})$	variância da distribuição do retorno do ativo;
$\sigma^2(r_M)$	variância da distribuição do retorno da carteira de mercado;
$\sigma^2(TIR_i)$	variância da distribuição da *TIR* do projeto de investimento;
$\sigma^2(X_i)$	variância da variável aleatória de interesse do projeto de investimento;
ω_{A1}	proporção do capital total da carteira investido no ativo 1;
ω_{A2}	proporção do capital total da carteira investido no ativo 2;
ω_{Aa}	proporção do capital total da carteira investido no ativo *a*;
ω_{Ab}	proporção do capital total da carteira investido no ativo *b*;
ω_{Ai}	proporção do capital total da carteira investido no ativo;
ω_i	proporção do capital total da carteira investido no projeto de investimento;
ω'_{Ai}	vetor transposto dos pesos; vetor transposto da proporção do capital total da carteira investido em cada ativo;
A^*	grau de aversão ao risco do investidor médio;
BV/MV	razão entre valor contábil e valor de mercado do patrimônio líquido da empresa;
C	valor presente;
c	nível de confiança;
C_j	*j*-ésimo cenário econômico futuro;
C_P	capital próprio;

C_T capital de terceiros;

$Cov\ (F_d\ ,\ F_k)$ covariância entre a distribuição do valor futuro do projeto de investimento na data d e a distribuição do valor futuro do projeto de investimento na data k;

$Cov\ (r_{A1}\ ,\ r_{A2})$ covariância entre a distribuição do retorno do ativo 1 e a distribuição do retorno do ativo 2;

$Cov\ (r_{Aa}\ ,\ r_{Ab})$ covariância entre a distribuição do retorno do ativo a e a distribuição do retorno do ativo b;

$Cov\ (R_i\ ,\ R_M)$ covariância entre a distribuição do retorno em excesso do investimento e a distribuição do retorno em excesso do índice representativo da carteira de mercado;

$Cov\ (r_i\ ,\ r_M)$ covariância entre a distribuição do retorno do investimento e a distribuição do retorno do índice representativo da carteira de mercado;

$Cov(TIR_a, TIR_b)$ covariância entre a distribuição da TIR do projeto de investimento a e a distribuição da TIR do projeto de investimento b;

$Cov\ (TIR_i\ ,\ r_k)$ covariância entre a distribuição da TIR do projeto de investimento e a distribuição do retorno do k-ésimo índice representativo do mercado;

$Cov\ (TIR_i\ ,\ r_M)$ covariância entre a distribuição da TIR do projeto de investimento e a distribuição do retorno do índice representativo da carteira de mercado;

$Cov\ (X_1\ ,\ X_2)$ covariância entre a distribuição da variável aleatória de interesse X_1 e a distribuição da variável aleatória de interesse X_2;

d data futura;

$E(i)$ valor esperado da taxa de capitalização;

$E(C)$ valor esperado do valor presente;

$E(F)$ valor esperado do valor futuro;

$E(F_d)$ valor esperado do valor futuro do projeto de investimento na data d;

$E(r_{A1})$ valor esperado do retorno do ativo 1; retorno esperado real do ativo 1;

$E(r_{A2})$ valor esperado do retorno do ativo 2; retorno esperado real do ativo 2;

$E(r_{Aa})$ valor esperado do retorno do ativo a; retorno esperado real do ativo a;

$E(r_{Ab})$ valor esperado do retorno do ativo b; retorno esperado real do ativo b;

$E(r_{Ai})$ valor esperado do retorno do ativo; retorno esperado real do ativo;

$E(r_C)$ valor esperado do retorno da carteira; retorno esperado real da carteira;

$E(r_C^*)$ valor esperado mínimo do retorno da carteira para o intervalo de tempo considerado e nível de confiança escolhido;

$E(r_C) - r_f$ prêmio de risco da carteira;

$E(R_i)$ valor esperado do retorno em excesso do ativo quando as movimentações do mercado são nulas;

$E(r_i)$ valor esperado do retorno do investimento; retorno esperado justo ao risco sistemático incorrido pelo investimento;

$E(R_i / R_M)$ valor esperado do retorno em excesso do ativo (R_i) dado o retorno em excesso do índice representativo do mercado (R_M);

$E(r_i^*)$ valor esperado mínimo do retorno do investimento;

$E(r_i) - r_f$ prêmio de risco do investimento;

$E(r_k)$ valor esperado do retorno do k-ésimo índice representativo do mercado;

$E(r_M)$ valor esperado do retorno do índice representativo da carteira de mercado;

$E(r_M) - r_f$ prêmio de risco da carteira de mercado;

$E(r_P)$ valor esperado do retorno da carteira de risco; retorno esperado real da carteira de risco;

$E(S_C)$ valor esperado do preço da carteira;

$E(TIR_i)$ 1. valor esperado da *TIR* do investimento; retorno esperado real do investimento;

$E(TIR_{L-K})$ valor esperado da *TIR* incremental dos projetos de investimento L e K; retorno incremental esperado dos projetos de investimento L e K;

$E(VPL_i)$	valor esperado do *VPL* do projeto de investimento; *VPL* esperado do projeto de investimento;
$E(X_1)$	valor esperado da variável aleatória de interesse X_1;
$E(X_2)$	valor esperado da variável aleatória de interesse X_2;
$E(X_i)$	valor esperado da variável aleatória de interesse do projeto de investimento;
e_i	componente do retorno em excesso do ativo atribuído às movimentações específicas;
F	1. valor futuro (do fluxo de caixa); 2. carteira livre de risco (da teoria moderna sobre a carteira);
F_d	valor futuro do projeto de investimento na data d;
F_{dj}	valor futuro do projeto de investimento na data d no cenário j;
F_k	valor futuro do projeto de investimento na data k;
F_{Kdj}	valor futuro do projeto de investimento K na data d no cenário j;
F_{Ldj}	valor futuro do projeto de investimento L na data d no cenário j;
$F_{(L-K)dj}$	valor futuro incremental dos projetos de investimento L e K na data d no cenário j;
$F_{n,d}$	valor futuro do projeto de investimento na data n associado à tomada de decisão desfavorável à ocorrência do estágio n;
$F_{n,f}$	valor futuro do projeto de investimento na data n associado à tomada de decisão favorável à ocorrência do estágio n;
f	função matemática;
$f(w)$	distribuição do valor futuro da carteira;
i	1. taxa de capitalização (do fluxo de caixa); 2. taxa de imposto sobre a renda (do custo médio ponderado de capital);
j_P	taxa de juro própria;
j_T	taxa de juro de terceiros;

MV	valor de mercado do patrimônio líquido da empresa;
N	quantidade de erros;
$N(0, 1)$	distribuição normal padronizada;
n	quantidade de registros históricos;
P	carteira de risco;
p	probabilidade;
p_j	probabilidade de ocorrência do cenário j;
$p_{n,d}$	probabilidade da tomada de decisão desfavorável à ocorrência do estágio n do projeto de investimento;
$p_{n,f}$	probabilidade da tomada de decisão favorável à ocorrência do estágio n do projeto de investimento;
P_t	preço do investimento no período t;
r	taxa de retorno;
r_{Aaj}	retorno do ativo a no cenário j;
r_{Abj}	retorno do ativo b no cenário j;
r_{Aij}	retorno do ativo no cenário j;
r_b	taxa de empréstimo;
r_{Cj}	retorno da carteira no cenário j;
r_{Cs}	retorno da carteira na simulação s;
r_f	taxa do investimento livre de risco;
R_i	retorno em excesso do ativo;
r_{ij}	retorno do investimento no cenário j;
r_{kj}	retorno do k-ésimo índice representativo do mercado no cenário j;
r_{kt}	retorno do k-ésimo índice representativo do mercado no período t;
R_M	retorno em excesso do mercado;
r_{Mj}	retorno do índice representativo da carteira de mercado no cenário j;

r_{Mt}	retorno do índice representativo da carteira de mercado no período t;
S	quociente da recompensa para a variabilidade;
S_s	preço da carteira na simulação s;
T	1. quantidade de anos (da agregação no tempo); 2. tamanho da amostra (da precisão dos métodos de mensuração do VAR);
TIR_{aj}	TIR do projeto de investimento a no cenário j;
TIR_{bj}	TIR do projeto de investimento b no cenário j;
$TIResp_a$	TIR esperada real do projeto de investimento a; retorno esperado real do projeto de investimento a;
$TIResp_b$	TIR esperada real do projeto de investimento b; retorno esperado real do projeto de investimento b;
$TIResp_C$	TIR esperada real da carteira; retorno esperado real da carteira;
$TIResp_i$	TIR esperada real do projeto de investimento; retorno esperado real do projeto de investimento;
TIR_{ij}	TIR do projeto de investimento no cenário j;
TIR_{it}	TIR do projeto de investimento no período t;
$TIRméd_i$	TIR média real do projeto de investimento; retorno médio real do projeto de investimento;
$TIR_{(L\text{-}K)j}$	TIR incremental dos projetos de investimento L e K no cenário j;
$TMApróp_i$	TMA própria do projeto de investimento; retorno esperado justo ao risco sistemático incorrido pelo projeto de investimento;
VAR_C	valor no risco da carteira;
VAR_i	valor no risco do investimento; valor no risco do projeto de investimento;
$VAR\ (r_k)$	variância da distribuição do retorno do k-ésimo índice representativo mercado;

$VAR\ (R_M)$	variância da distribuição do retorno em excesso do índice representativo da carteira de mercado;
$VAR(r_M)$	variância da distribuição do retorno do índice representativo da carteira de mercado;
VPL_{ij}	*VPL* do projeto de investimento no cenário *j*;
W_0	investimento inicial;
W_i	valor resultante do investimento inicial ao final do horizonte de tempo considerado;
W_i^*	valor resultante mínimo do investimento inicial ao final do horizonte de tempo considerado e nível de confiança escolhido;
X	variável aleatória de interesse do projeto de investimento;
x_{1j}	valor da variável aleatória de interesse X_1 no cenário *j*;
x_{2j}	valor da variável aleatória de interesse X_2 no cenário *j*;
x_{ij}	valor da variável aleatória de interesse do projeto de investimento no cenário *j*;
x_{it}	valor da variável aleatória de interesse do projeto de investimento no período *t*;
$X : D$	distribuição da variável aleatória de interesse do projeto de investimento;
y	peso da carteira de risco na composição da carteira completa; proporção do capital total da carteira investido na carteira de risco;
Z	1. variável aleatória da distribuição normal padronizada (da probabilidade da inviabilidade econômica do projeto de investimento); 2. variável aleatória auxiliar (da técnica da matemática financeira avançada pura).

RESUMO

As técnicas utilizadas pelas empresas atualmente para a avaliação econômica dos projetos de investimento em condições de risco, com destaque para a análise de cenários, apresentam três importantes limitações: não fornecem o capital no risco, utilizam uma taxa mínima de atratividade (*TMA*) única para a empresa em seu todo, desprezando as particularidades de cada caso, e tratam o risco isoladamente, fora do contexto amplo da diversificação eficiente. Diante desse contexto, o presente estudo propôs a aplicação de três modelos originários do mercado de capitais: o valor no risco (*VAR*), o modelo de precificação dos ativos de capital (*CAPM*) e a teoria de precificação por arbitragem (*APT*). Os resultados obtidos mostraram que tais modelos são capazes de: fornecer o capital no risco dos projetos de investimento (*VAR*), utilizar uma *TMA* própria, segundo as particularidades de cada projeto de investimento (*CAPM* e *APT*), e tratar o risco em projetos de investimento no contexto amplo da diversificação eficiente (*VAR*, *CAPM* e *APT*).

Palavras-chave: projeto de investimento, avaliação econômica, risco, *VAR*, *CAPM* e *APT*.

ABSTRACT

The techniques used now by the companies for the economic evaluation of the investment projects in risk conditions, with prominence for the analysis of sceneries, present three important limitations: they don't supply the capital in the risk, they use an attractiveness of minimum rate (*TMA*) only for the company in its whole, despising the particularities of each case, and they treat the risk separately, out of the wide context of the efficient diversification. Before of that context, the present study proposed the application of three original models of the market of capitals: the value at risk (*VAR*), the capital asset pricing model (*CAPM*) and the arbitrage pricing theory (*APT*). The obtained results showed that such models are capable of: to supply the capital in the risk of the investment projects (*VAR*), to use an own *TMA*, according to the particularities of each investment project (*CAPM* and *APT*), and to treat the risk in investment projects in the wide context of the efficient diversification (*VAR*, *CAPM* and *APT*).

Key-Words: investment project, economic evaluation, risk, *VAR*, *CAPM* and *APT*.

1 INTRODUÇÃO

Segundo Contador (1997), a escassez de recursos é muito mais uma norma do que uma exceção, qualquer que seja o nível de riqueza, o regime político e o sistema econômico dos países. Na verdade, o desenvolvimento da economia como disciplina científica deve-se exatamente à necessidade de administrar a escassez dos recursos disponíveis para atender às imensas e crescentes necessidades humanas. Nesse contexto, a avaliação econômica dos projetos de investimento desempenha papel importante na alocação eficiente dos recursos.

Clemente et al. (1998) ressaltam, todavia, que o abandono do interesse pela avaliação econômica dos projetos de investimento por quase três décadas fica evidente quando se examinam as publicações nacionais, a maior parte dos anos 60 e 70. Para uma sociedade como a brasileira, com enormes disparidades regionais e pessoais de renda, esse abandono certamente representou grandes perdas decorrentes de aplicações ineficientes dos recursos, tanto do ponto de vista dos empresários, quanto da sociedade.

O descaso com a avaliação econômica dos projetos de investimento ganha proporções mais agravantes pela variabilidade dos eventos futuros. Segundo Bodie, Kane & Marcus (2000), as empresas investem sobre retornos esperados estimados antecipadamente, mas esses raramente podem ser previstos com precisão. Em geral, haverá risco associado aos projetos de investimento, e os retornos reais quase sempre se desviarão dos retornos esperados previstos no início do período de investimento. Melnick (1981) reforça essa idéia ao ressaltar que a avaliação econômica dos projetos de investimento implica em estimativas sobre o futuro, o que inevitavelmente envolve riscos. Nessa mesma linha de

raciocínio, Clemente et al. (1998) consideram que os projetos de investimento diferem entre si não apenas pelo retorno, mas também pelo risco inerente à cada um.

As afirmações de Melnick (1981), Clemente et al. (1998) e Bodie, Kane & Marcus (2000) evidenciam a importância do tratamento do risco pela avaliação econômica dos projetos de investimento, realizado atualmente segundo as seguintes técnicas:

- análise de sensibilidade;
- análise de cenários;
- matemática financeira avançada pura;
- simulação de Monte Carlo;
- análise da árvore de decisões;
- análise de dados históricos.

Todas essas técnicas apresentam etapas de aplicação bastante semelhantes e muito bem sintetizadas pela análise de cenários, apontada por Wan (2001) como a técnica mais utilizada pelas empresas atualmente. Todavia, apresentam três importantes limitações:

a) não fornecem o capital no risco dos projetos de investimento, impossibilitando a avaliação da suportabilidade econômica;
b) utilizam uma taxa mínima de atratividade (*TMA*) única para a empresa em seu todo, desprezando as particularidades de cada projeto de investimento e, consequentemente, prejudicando a avaliação da viabilidade econômica;
c) tratam o risco em projetos de investimento isoladamente, fora do contexto amplo da diversificação eficiente e da contribuição benéfica gerada por ela.

Tais limitações constituem lacunas das técnicas utilizadas atualmente, motivando a busca de novas propostas e caracterizando o problema de pesquisa do presente estudo. No mercado de capitais o tratamento do risco apresenta maior evolução, destacando-se os seguintes modelos como os mais adequados para aplicação em projetos de investimento:

1. valor no risco (*VAR*);
2. modelo de precificação dos ativos de capital (*CAPM*);
3. teoria de precificação por arbitragem (*APT*);

cujas contribuições esperadas à avaliação econômica dos projetos de investimento em condições de risco são resumidas a seguir.

a) Fornecer o capital no risco dos projetos de investimento

Segundo Jorion (1999), o modelo de risco *VAR* é capaz de fornecer o capital no risco dos investimentos. Dessa forma, espera-se que tal modelo também possa fornecer o capital no risco dos projetos de investimento, possibilitando, portanto, a eliminação da primeira limitação apresentada pelas técnicas utilizadas pelas empresas atualmente.

b) Utilizar uma *TMA* própria, segundo as particularidades de cada projeto de investimento

Segundo Bodie, Kane & Marcus (2000, p. 224), os modelos de risco-retorno *CAPM* e *APT* fornecem o retorno esperado justo que compensa o investidor pelo risco sistemático dos investimentos. Dessa forma, espera-se que tais modelos também possam fornecer a taxa mínima justa (ou retorno esperado justo) que compensa a empresa pelo risco sistemático dos projetos de investimento, mais conhecida como *TMA* própria dos projetos

de investimento, extensão das palavras dos autores: "... fornece o retorno que o projeto precisa render para ser aceito ...", possibilitando, portanto, a eliminação da segunda limitação apresentada pelas técnicas utilizadas pelas empresas atualmente.

c) Tratar o risco em projetos de investimento no contexto amplo da diversificação eficiente

Tanto o modelo de risco (*VAR*), quanto os modelos de risco-retorno (*CAPM* e *APT*), são desenvolvidos dentro do contexto amplo da diversificação eficiente da carteira de risco, como demonstra Jorion (1999) para o modelo de risco e Bodie, Kane & Marcus (2000) para os modelos de risco-retorno. Dessa forma, espera-se que ambas as categorias também possam tratar o risco em projetos de investimento no contexto amplo da diversificação eficiente, possibilitando, portanto, a eliminação da terceira limitação apresentada pelas técnicas utilizadas pelas empresas atualmente.

Na seqüência, é apresentada de maneira clara o objetivo do presente estudo com vistas ao problema de pesquisa em questão.

Objetivo

O objetivo do presente estudo é aplicar o valor no risco (*VAR*), o modelo de precificação dos ativos de capital (*CAPM*) e a teoria de precificação por arbitragem (*APT*), originários do mercado de capitais, na avaliação econômica dos projetos de investimento em condições de risco, visto que tais modelos poderão: fornecer o capital no risco dos projetos de investimento (*VAR*), utilizar uma *TMA* própria, segundo as particularidades de cada projeto de investimento (*CAPM* e *APT*), e tratar o risco em projetos de investimento no contexto amplo da diversificação eficiente (*VAR*, *CAPM* e *APT*).

Localização do tema no contexto da Engenharia de Produção

Segundo o documento Engenharia de Produção: Grande Área e Diretrizes Curriculares elaborado durante as reuniões do XVII Encontro Nacional de Engenharia de Produção (1997) e do III Encontro de Coordenadores de Cursos de Engenharia de Produção (1998), o conteúdo curricular profissional dos cursos de Engenharia de Produção deve abranger:

- A GESTÃO ECONÔMICA:

  engenharia econômica;

  custos da produção;

  viabilidade econômica-financeira;

competindo ao engenheiro de produção: "... ser capaz de utilizar indicadores de desempenho, sistemas de custeio, bem como, avaliar a viabilidade econômica e financeira de projetos." (p. 4)

Estrutura da dissertação

Além da **INTRODUÇÃO**, essa dissertação contém os seguintes capítulos:

2 - **PROJETO DE INVESTIMENTO:** este capítulo apresenta uma introdução ao projeto de investimento, sua apreciação com a economia e as técnicas utilizadas pelas empresas atualmente para sua avaliação econômica em condições de risco, com destaque para as limitações apresentadas por tais técnicas;

3 - MODELOS DO MERCADO DE CAPITAIS: este capítulo apresenta os principais modelos do mercado de capitais e a justificativa da escolha do presente estudo pelo *VAR*, *CAPM* e *APT*, bem como, as principais contribuições de tais modelos na eliminação das limitações apresentadas pelas técnicas utilizadas pelas empresas atualmente;

4 - SISTEMÁTICA DE APLICAÇÃO: este capítulo apresenta a sistemática de aplicação do *VAR*, *CAPM* e *APT* na avaliação econômica dos projetos de investimento em condições de risco, destacando as mudanças e interpretações necessárias à cada modelo;

este capítulo também aborda a questão da diversificação eficiente da carteira de risco;

5 - APLICAÇÃO PRÁTICA: este capítulo apresenta a avaliação econômica detalhada e didática de dois projetos de investimento em condições de risco, tanto pela técnica mais utilizada pelas empresas atualmente, a análise de cenários, quanto pelos modelos *VAR*, *CAPM* e *APT*, originários do mercado de capitais;

este capítulo também aborda a questão da diversificação eficiente da carteira de risco;

6 - DISCUSSÃO DOS RESULTADOS, CONCLUSÕES E PROPOSTA PARA ESTUDOS FUTUROS: este capítulo apresenta uma discussão objetiva dos resultados das aplicações práticas do capítulo anterior, bem como, um conjunto de conclusões lógicas fundamentadas no texto e correspondentes aos objetivos de pesquisa do presente estudo, encerrando com a introdução de duas propostas para estudos futuros.

2 PROJETO DE INVESTIMENTO

2.1 Introdução ao projeto de investimento

Melnick (1981) define projeto de investimento como o conjunto de antecedentes que permite avaliar as vantagens e desvantagens econômicas derivadas da decisão de investir recursos na produção de determinados bens ou serviços.

Segundo Clemente et al. (1998), o termo projeto de investimento remete à idéia da execução de algo futuro para atender necessidades ou aproveitar oportunidades. Desse modo, o processo de elaboração, análise e avaliação do projeto de investimento envolve um elenco complexo de fatores socioculturais, econômicos e políticos, que influenciam os decisores na escolha tanto dos objetivos, quanto dos métodos.

Woiler & Mathias (1996) conceituam projeto de investimento como um modelo, que incorporando informações qualitativas e quantitativas, procura simular a decisão de investir e suas possíveis implicações.

2.2 Preparação do projeto de investimento

Segundo Buarque (1991), a preparação do projeto de investimento é um processo contínuo de sucessivas fases:

- identificação da idéia;
- estudo de previabilidade;
- estudo de viabilidade;
- detalhamento da engenharia;
- execução.

Durante a fase de identificação, os projetistas devem caracterizar a concepção da idéia numa forma preliminar, dando subsídios para a verificação da justificativa de estudo. Havendo recomendação para que a idéia seja estudada, a mesma deve ser aprofundada por meio de um estudo de previabilidade sobre um esboço preliminar, com dados não necessariamente definitivos. Somente em seguida, e plenamente justificado pelo estudo de previabilidade, deve ser elaborado o estudo de viabilidade.

Para cada uma das fases de identificação da idéia, estudo de previabilidade e estudo de viabilidade, devem ser realizadas as etapas básicas que compõem o projeto de investimento:

- estudo de mercado;
- estudo de tamanho e localização;
- engenharia;
- análise de custos e receitas;
- avaliação da viabilidade econômica.

Essas etapas são dinâmicas, implicando com freqüência no retorno às etapas já cumpridas ou no avanço sobre as etapas ainda não realizadas, o que caracteriza a necessidade de um trabalho interdisciplinar e de equipe.

No entanto, na preparação do projeto de investimento é necessário decidir até que ponto evoluir, tendo em vista que essa evolução implica em gastos de tempo, esforço

e recursos. Desse modo, é imperioso avaliar o custo adicional de um eventual estudo mais aprofundado sobre as incertezas e os riscos do projeto de investimento.

2.3 O projeto de investimento e a apreciação da economia

Segundo Melnick (1981), o projeto de investimento deve estar sempre relacionado à uma apreciação da economia. A questão é que o mesmo não ocorre no vazio, mas dentro de um certo meio do qual se nutre e para o qual deve contribuir: o meio econômico. Portanto, a investigação sistemática do projeto de investimento deve considerar a apreciação da economia, ao invés de abandoná-la às formas intuitivas da percepção.

2.4 Avaliação econômica dos projetos de investimento

A decisão de investimento é parte de um processo que envolve a geração e a avaliação das diversas alternativas satisfatórias às especificações técnicas. Relacionadas tais alternativas, seleciona-se pela avaliação econômica aquelas viáveis também do ponto de vista econômico.

Segundo Clemente et al. (1998), a avaliação econômica dos projetos de investimento interessa tanto aos órgãos financiadores, quanto às empresas:

- aos órgãos financiadores porque têm interesse em reaver o capital destinado na forma de empréstimo;
- às empresas porque o projeto de investimento representa um desembolso com vistas a um fluxo de benefícios futuros durante um horizonte de planejamento.

Todavia, de acordo com Contador (1997), não existe um critério de avaliação econômica aceito igualmente pelos órgãos financiadores, empresas e meio acadêmico.

Antes de abordar os principais critérios utilizados pelas empresas atualmente, é necessário apresentar três conceitos importantes.

a) Fluxo de caixa

Todo projeto de investimento pode ser representado graficamente através de um fluxo de caixa, tal como esquematizado na figura 1.

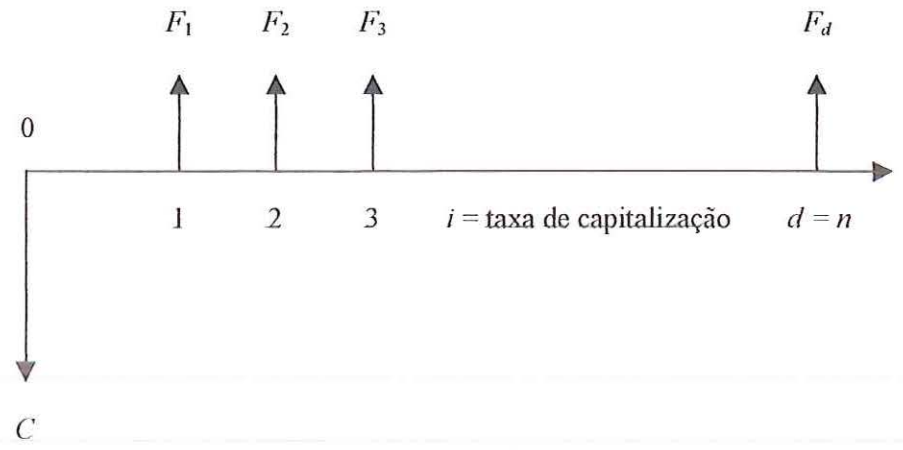


FIGURA 1: Fluxo de caixa do projeto de investimento (Fonte: Clemente et al., 1998)

b) Custo de oportunidade

O custo de oportunidade de capital representa o ganho que a empresa deixa de obter quando aplica capital em um investimento de ganho menor, tendo à sua disposição outro de ganho maior.

c) Taxa mínima de atratividade (*TMA*)

A taxa mínima de atratividade (*TMA*) deve incorporar o custo de oportunidade. Logo:

- para a utilização de capital próprio, a *TMA* deve representar a taxa de juro do melhor investimento disponível;
- para a utilização de capital de terceiros, a *TMA* deve representar a soma entre a menor taxa de empréstimo disponível e ganho projetado sobre o investimento, dada pela expressão do custo médio ponderado do capital ($CMPC$):

$$CMPC = \frac{(1-i)j_P C_P + j_T C_T}{C_P + C_T} \tag{2.1}$$

sendo:

$CMPC$ = custo médio ponderado do capital;

i = taxa de imposto sobre a renda;

j_P = taxa de juro própria;

C_P = capital próprio;

j_T = taxa de juro de terceiros;

C_T = capital de terceiros.

A seguir, serão abordados os dois critérios de avaliação econômica apontados por Contador (1997) como os mais utilizados pelas empresas atualmente.

1. Valor presente líquido (*VPL*)

O valor presente líquido (*VPL*) representa a soma algébrica, na data zero, dos diversos valores do fluxo de caixa do projeto de investimento, atualizados pela *TMA*:

$$VPL = -C + \sum_{d=1}^{d=n} \frac{F_d}{(1+TMA)^d} \tag{2.2}$$

sendo:

VPL = valor presente líquido;

C = investimento inicial;

F_d = valor futuro do projeto de investimento na data d;

TMA = taxa mínima de atratividade.

O projeto de investimento terá viabilidade econômica quando apresentar $VPL > 0$. Na escolha da melhor alternativa econômica, a preferência recairá sobre o projeto de investimento com o maior VPL positivo.

Segundo Contador (1997), o VPL é um critério de avaliação econômica rigoroso e isento de falhas técnicas, considerado padrão tanto para a avaliação econômica do projeto de investimento isolado, quanto para a escolha da melhor alternativa econômica.

2. Taxa interna de retorno (*TIR*)

A taxa interna de retorno (TIR) representa a taxa de juro que iguala a zero o VPL do fluxo de caixa do projeto de investimento:

$$-C + \sum_{d=1}^{d=n} \frac{F_d}{(1 + TIR)^d} = 0 \qquad (2.3)$$

sendo:

C = investimento inicial;

F_d = valor futuro do projeto de investimento na data d;

TIR = taxa interna de retorno.

O projeto de investimento terá viabilidade econômica quando apresentar *TIR* > *TMA*. Todavia, nesse critério a escolha da melhor alternativa econômica é mais complexa, comparada ao *VPL* (vide fluxo de caixa incremental na seção 2.5.2).

Segundo Contador (1997), a *TIR* é um critério de avaliação econômica não tão rigoroso e com algumas falhas técnicas, mas vantajosamente recomendado em certas condições, como na avaliação econômica do projeto de investimento isolado.

2.5 Técnicas utilizadas pelas empresas atualmente para a avaliação econômica dos projetos de investimento em condições de risco

Respaldado por Securato (1993), Bodie, Kane & Marcus (2000) e Wan (2001), acredita-se que as técnicas utilizadas pelas empresas atualmente sejam as seguintes:

1. análise de sensibilidade[1];
2. análise de cenários[2];
3. matemática financeira avançada pura[3];
4. simulação de Monte Carlo[4];
5. análise da árvore de decisões[5];
6. análise de dados históricos[6].

2.5.1 Técnica da análise de sensibilidade

A técnica da análise de sensibilidade é aplicada aos projetos de investimento segundo as seguintes etapas:

---

[1]Wan (2001); [2]Bodie, Kane & Marcus (2000) e Wan (2001); [3]Securato (1993); [4]Wan (2001); [5]Wan (2001); [4]Bodie, Kane & Marcus (2000).

1ª etapa: escolha de um parâmetro de entrada do projeto de investimento;

2ª etapa: determinação do intervalo da variação esperada do parâmetro escolhido;

3ª etapa: seleção aleatória de um valor dentro do intervalo determinado;

4ª etapa: determinação do valor da variável aleatória de interesse do projeto de investimento para o valor selecionado;

5ª etapa: repetição da 3ª e 4ª etapas para os demais valores dentro do intervalo determinado;

6ª etapa: repetição da 2ª, 3ª, 4ª e 5ª etapas para os demais parâmetros de entrada do projeto de investimento (um único por vez).

Segundo Wan (2001), a idéia básica da técnica da análise de sensibilidade é verificar o quão sensível é a variação do resultado do projeto de investimento à variação imposta a cada parâmetro de entrada, isoladamente (um único por vez). Os parâmetros que provocarem maior variação no resultado serão classificados como sensíveis ao projeto de investimento e demandarão investigações adicionais para melhorar a sua estimativa.

Para Clemente et al. (1998), a técnica da análise de sensibilidade está restrita ao estudo da incerteza, onde o nível de conhecimento é suficiente para estabelecer os resultados possíveis, mas insuficiente para estabelecer suas probabilidades de ocorrência.

Ainda segundo Wan (2001), a análise de sensibilidade é a técnica mais utilizada pelas empresas para a avaliação econômica dos projetos de investimento em condições de incerteza. Sua principal vantagem é a facilidade de aplicação, e suas principais desvantagens são a incapacidade de tratamento do risco e a utilização de um único parâmetro de entrada por vez.

2.5.2 Técnica da análise de cenários

O primeiro passo na mensuração do risco é a definição da variável aleatória de interesse do projeto de investimento, por enquanto chamada genérica e convenientemente de X.

TABELA 1 - Caracterização dos cenários econômicos futuros

Cenários econômicos futuros C_j	Valor da variável aleatória x_j	Probabilidade de ocorrência p_j
C_1	x_1	p_1
C_2	x_2	p_2
C_3	x_3	P_3
...	...	...
C_n	x_n	p_n

O valor esperado da variável aleatória de interesse do projeto de investimento é estimado pela soma ponderada dos valores da variável em cada cenário:

$$E(X_i) = \sum_{j=1}^{n} p_j x_{ij} \tag{2.4}$$

sendo:

$E(X_i)$ = valor esperado da variável aleatória de interesse do projeto de investimento;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário j;

x_{ij} = valor da variável aleatória de interesse do projeto de investimento no cenário j.

O risco é estimado pela expressão do desvio-padrão da variável aleatória de interesse do projeto de investimento, que mede a dispersão dos valores da variável em torno da medida central. Uma alta dispersão implica em um alto risco, e vice e versa. No entanto, para evitar que as dispersões positivas e negativas da variável compensem umas às outras, torna-se necessário o cálculo prévio da variância da variável aleatória de interesse do projeto de investimento, que mede a dispersão quadrada dos valores da variável em torno da medida central:

$$\sigma^2(X_i) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j [x_{ij} - E(X_i)]^2 \tag{2.5}$$

sendo:

$\sigma^2(X_i)$ = variância da variável aleatória de interesse do projeto de investimento;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário j;

x_{ij} = valor da variável aleatória de interesse do projeto de investimento no cenário j;

$E(X_i)$ = valor esperado da variável aleatória de interesse do projeto de investimento.

Nessa situação, o risco da variável aleatória de interesse do projeto de investimento é estimado simplesmente pela raiz quadrada da variância da variável:

$$\sigma(X_i) = \sqrt{\sum_{j=1}^{j=n} p_j [x_{ij} - E(X_i)]^2} \tag{2.6}$$

sendo:

$\sigma(X_i)$ = desvio-padrão da variável aleatória de interesse do projeto de investimento;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário j;

x_{ij} = valor da variável aleatória de interesse do projeto de investimento no cenário j;

$E(X_i)$ = valor esperado da variável aleatória de interesse do projeto de investimento.

A técnica da análise de cenários é aplicada aos projetos de investimento segundo as seguintes etapas:

1ª etapa: projeção dos cenários econômicos futuros;

2ª etapa: estimativa da probabilidade de ocorrência de cada cenário econômico futuro projetado;

3ª etapa: determinação do valor da variável aleatória de interesse do projeto de investimento para cada cenário econômico futuro projetado;

4ª etapa: especificação da distribuição futura da variável aleatória de interesse do projeto de investimento;

5ª etapa: estimativa do valor esperado da variável aleatória de interesse do projeto de investimento:

$$E(X_i) = \sum_{j=1}^{n} p_j x_{ij} \tag{2.7}$$

sendo:

$E(X_i)$ = valor esperado da variável aleatória de interesse do projeto de investimento;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário j;

x_{ij} = valor da variável aleatória de interesse do projeto de investimento no cenário j;

6ª etapa: estimativa desvio-padrão da variável aleatória de interesse do projeto de investimento:

$$\sigma(X_i) = \sqrt{\sum_{j=1}^{j=n} p_j [x_{ij} - E(X_i)]^2} \tag{2.8}$$

sendo:

$\sigma(X_i)$ = desvio-padrão da variável aleatória de interesse do projeto de investimento;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário j;

x_{ij} = valor da variável aleatória de interesse do projeto de investimento no cenário j;

$E(X_i)$ = valor esperado da variável aleatória de interesse do projeto de investimento;

7ª etapa: avaliação da viabilidade econômica do projeto de investimento, segundo o critério de avaliação econômica utilizado como variável aleatória de interesse do projeto de investimento (vide seção 2.4);

8ª etapa: quando pertinente, escolha da melhor alternativa econômica entre projetos de investimento, segundo o critério de avaliação econômica utilizado como variável aleatória de interesse do projeto de investimento (vide seção 2.4);

9ª etapa: estimativa da probabilidade da inviabilidade econômica do projeto de investimento, segundo o critério de avaliação econômica utilizado como variável aleatória de interesse do projeto de investimento (vide seção 2.4).

Embora as etapas 1 a 8 sejam suficientes para a avaliação econômica dos projetos de investimento, a probabilidade da inviabilidade econômica é uma medida mais facilmente compreendida, comparada ao desvio-padrão. Por isso, de grande auxílio na decisão de investimento.

Segundo Hirschfeld (1992), para a estimativa da probabilidade da inviabilidade econômica dos projetos de investimento, utiliza-se a distribuição normal padronizada, de valor esperado $E(X) = 0$ e desvio-padrão $\sigma(X) = 1$, e cuja representação gráfica recebe o nome de curva normal padrão, simbolicamente representada pela notação $N(0, 1)$.

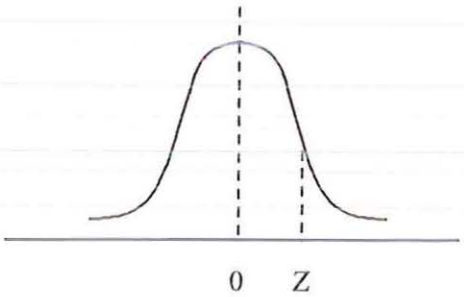


FIGURA 2: Curva normal padrão (Fonte: Hirschfeld, 1992)

Para transformar uma distribuição normal qualquer $N(E(X), \sigma(X) > 0)$ em uma distribuição normal padronizada equivalente $N(0, 1)$, utiliza-se a seguinte expressão:

$$Z = \frac{x - E(X_i)}{\sigma(X_i)} \tag{2.9}$$

sendo:

Z = variável aleatória da distribuição normal padronizada;

x = valor da variável aleatória de interesse do projeto de investimento;

$E(X_i)$ = valor esperado da variável aleatória de interesse do projeto de investimento;

$\sigma(X_i)$ = desvio-padrão da variável aleatória de interesse do projeto de investimento;

onde x representa um valor qualquer da variável aleatória de interesse da distribuição normal de origem, ao qual deseja-se determinar a probabilidade de ocorrência de um valor menor. Em projetos de investimento, o valor utilizado para x corresponde ao menor valor da variável aleatória de interesse que descaracteriza a inviabilidade econômica do projeto de investimento. Nessa condição, a probabilidade da ocorrência de um valor menor que x corresponde à probabilidade da inviabilidade econômica do projeto de investimento.

Determinado Z para o projeto de investimento, entra-se com seu valor absoluto na tabela da distribuição normal padronizada (TABELA 1 - Anexo A). O valor tabelado corresponde à área sob a curva normal padrão, desde o eixo central até a variável aleatória Z considerada.

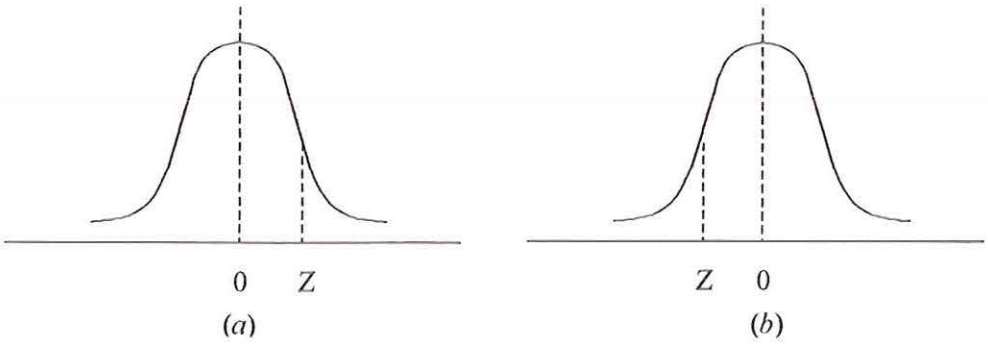


FIGURA 3: Área sob a curva normal padrão, correspondente à Z positivo (*a*) e à Z negativo (*b*) (Fonte: Hirschfeld, 1992)

Como os valores tabelados são referentes a Z absoluto, apenas um ramo da curva normal padrão é analisado, com probabilidade máxima igual a 0,5. Desse modo, para a estimativa da probabilidade da inviabilidade econômica do projeto de investimento, representada graficamente pela área à esquerda de Z, torna-se necessário a seguinte interpretação de sinal:

- Z positivo:

  p(da inviabilidade econômica do projeto de investimento) = 0,5 + (valor tabelado)

- Z negativo:

  p(da inviabilidade econômica do projeto de investimento) = 0,5 – (valor tabelado)

Segundo Wan (2001), a análise de cenários é a técnica mais utilizada pelas empresas atualmente para a avaliação econômica dos projetos de investimento em condições de risco, justificando, portanto, sua escolha pelo presente estudo e seu detalhamento para os critérios de avaliação econômica *VPL* e *TIR*.

1. *VPL* como variável aleatória de interesse do projeto de investimento

1ª etapa: projeção dos cenários econômicos futuros;

2ª etapa: estimativa da probabilidade de ocorrência de cada cenário econômico futuro projetado;

3ª etapa: determinação do *VPL* do projeto de investimento para cada cenário econômico futuro projetado;

4ª etapa: especificação da distribuição futura do *VPL* do projeto de investimento;

5ª etapa: estimativa do *VPL* esperado do projeto de investimento pela expressão do valor esperado do *VPL*:

$$E(VPL_i) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j VPL_{ij} \tag{2.10}$$

sendo:

$E(VPL_i)$ = *VPL* esperado do projeto de investimento; valor esperado do *VPL* do projeto de investimento;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

VPL_{ij} = *VPL* do projeto de investimento no cenário *j*;

6ª etapa: estimativa do risco do projeto de investimento pela expressão do desvio-padrão do *VPL*:

$$\sigma(VPL_i) = \sqrt{\sum_{j=1}^{j=n} p_j [VPL_{ij} - E(VPL_i)]^2} \tag{2.11}$$

sendo:

$\sigma(VPL_i)$ = risco do projeto de investimento; desvio-padrão do *VPL* do projeto de investimento;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

VPL_{ij} = *VPL* do projeto de investimento no cenário *j*;

$E(VPL_i)$ = *VPL* esperado do projeto de investimento; valor esperado do *VPL* do projeto de investimento;

7ª etapa: avaliação da viabilidade econômica do projeto de investimento, segundo o critério do *VPL*:

- $E(VPL_i) > 0 \Rightarrow$ projeto de investimento viável do ponto de vista econômico;
- $E(VPL_i) < 0 \Rightarrow$ projeto de investimento inviável do ponto de vista econômico;

8ª etapa: quando pertinente, escolha da melhor alternativa econômica entre projetos de investimento, segundo o critério do *VPL*:

- entre projetos de investimento de mesmo risco, deve-se sempre escolher aquele que apresentar o maior *VPL*;
- entre projetos de investimento de mesmo *VPL*, deve-se sempre escolher aquele que apresentar o menor risco;
- em síntese, a escolha da melhor alternativa econômica entre projetos de investimento dever ser realizada pela maximização do quociente:

$$S = \frac{E(VPL_i)}{\sigma(VPL_i)} \tag{2.12}$$

sendo:

S = quociente de recompensa para a variabilidade;

$E(VPL_i)$ = *VPL* esperado do projeto de investimento; valor esperado do *VPL* do projeto de investimento;

$\sigma(VPL_i)$ = risco do projeto de investimento; desvio-padrão do *VPL* do projeto de investimento;

9ª etapa: estimativa da probabilidade da inviabilidade econômica do projeto de investimento, segundo o critério do *VPL*:

segundo a 7ª etapa, o projeto de investimento será inviável do ponto de vista econômico quando apresentar $VPL < 0$, o que implica em $x = 0$;

$$Z = \frac{0 - E(VPL_i)}{\sigma(TIR_i)} \tag{2.13}$$

sendo:

Z = variável aleatória da distribuição normal padronizada;

$\sigma(VPL_i)$ = risco do projeto de investimento; desvio-padrão do *VPL* do projeto de investimento;

$E(VPL_i)$ = *VPL* esperado do projeto de investimento; valor esperado do *VPL* do projeto de investimento;

determinado Z para o projeto de investimento, basta entrar com seu valor absoluto na tabela da distribuição normal padronizada (TABELA 1 - Anexo A) e aplicar a mesma interpretação de sinal apresentada anteriormente.

2. *TIR* como variável aleatória de interesse do projeto de investimento

1ª etapa: projeção dos cenários econômicos futuros;

2ª etapa: estimativa da probabilidade de ocorrência de cada cenário econômico futuro projetado;

3ª etapa: determinação da *TIR* do projeto de investimento para cada cenário econômico futuro projetado;

4ª etapa: especificação da distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento;

5ª etapa: estimativa do retorno esperado do projeto de investimento pela expressão do valor esperado da *TIR*:

$$E(TIR_i) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j TIR_{ij} \tag{2.14}$$

sendo:

$E(TIR_i)$ = retorno esperado do projeto de investimento; valor esperado da *TIR* do projeto de investimento;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

TIR_{ij} = *TIR* do projeto de investimento no cenário *j*;

6ª etapa: estimativa do risco do projeto de investimento pela expressão do desvio-padrão da *TIR*:

$$\sigma(TIR_i) = \sqrt{\sum_{j=1}^{j=n} p_j [TIR_{ij} - E(TIR_i)]^2} \tag{2.15}$$

sendo:

$\sigma(TIR_i)$ = risco do projeto de investimento; desvio-padrão da *TIR* do projeto de investimento

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário j;

TIR_{ij} = TIR do projeto de investimento no cenário j;

$E(TIR_i)$ = retorno esperado do projeto de investimento; valor esperado da TIR do projeto de investimento;

7ª etapa: avaliação da viabilidade econômica do projeto de investimento, segundo o critério da TIR:

- $E(TIR_i) > TMA \Rightarrow$ projeto de investimento viável do ponto de vista econômico;
- $E(TIR_i) < TMA \Rightarrow$ projeto de investimento inviável do ponto de vista econômico;

8ª etapa: quando pertinente, escolha da melhor alternativa econômica entre projetos de investimento, segundo o critério do TIR:

todavia, a escolha da melhor alternativa econômica entre projetos de investimento no critério da TIR é mais complexa, comparada ao VPL. Segundo Hirschfeld (1992), isso acontece porque a escolha da melhor alternativa econômica depende fundamentalmente da comparação dos $VPLs$ computados à TMA utilizada, e não da comparação das $TIRs$. Para exemplificar essa questão, admita que um gráfico VPL x i para dois projetos de investimento K e L forneça a seguinte representação:

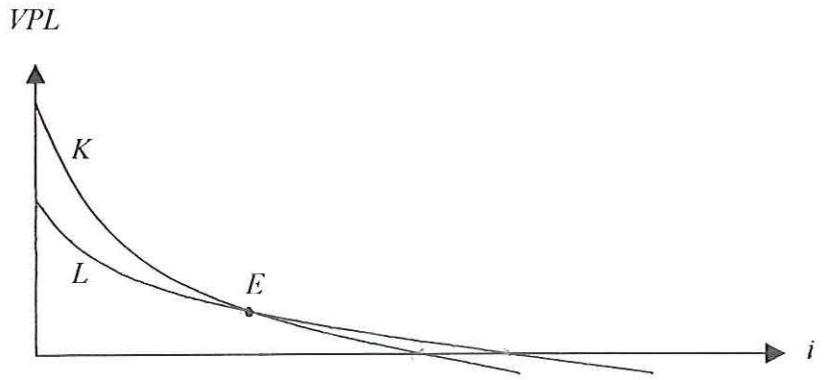


FIGURA 4: Localização da taxa mínima de atratividade (Fonte: Hirschfeld, 1992)

Em virtude da existência do ponto de equilíbrio *E*, que representa a intersecção das curvas representativas dos *VPLs* dos projetos de investimento, a escolha da melhor alternativa econômica dependerá da localização da *TMA* com relação a esse ponto. Para os projetos de investimento em questão, tem-se:

- *TMA* > taxa correspondente ao ponto de equilíbrio *E* ⇒ projeto de investimento *L* apresenta melhor viabilidade econômica;
- *TMA* = taxa correspondente ao ponto de equilíbrio *E* ⇒ projetos de investimento *L* e *K* apresentam a mesma viabilidade econômica;
- *TMA* < taxa correspondente ao ponto de equilíbrio *E* ⇒ projeto de investimento *K* apresenta melhor viabilidade econômica.

Ainda segundo Hirschfeld (1992), uma maneira direta para a escolha da melhor alternativa econômica entre projetos de investimento pelo critério da *TIR* é através da utilização do fluxo de caixa incremental. Para os projetos de investimento em questão, tem-se:

$$F_{(L-K)dj} = [F_{Ldj}] - [F_{Kdj}] \qquad (2.16)$$

sendo:

$F_{(L-K)dj}$ = valor futuro incremental dos projetos de investimento L e K na data d no cenário j;

F_{Ldj} = valor futuro do projeto de investimento L na data d no cenário j;

F_{Kdj} = valor futuro do projeto de investimento K na data d no cenário j;

de onde resulta a *TIR* incremental dos projetos de investimento L e K para cada cenário econômico futuro projetado ($TIR_{(L-K)j}$);

com estimativa do retorno incremental esperado dos projetos de investimento L e K dada pela expressão do valor esperado da *TIR* incremental:

$$E(TIR_{L-K}) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j TIR_{(L-K)_j} \tag{2.17}$$

sendo:

$E(TIR_{L-K})$ = retorno incremental esperado dos projetos de investimento L e K; valor esperado da *TIR* incremental dos projetos de investimento L e K;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário j;

$TIR_{(L-K)j}$ = *TIR* incremental dos projetos de investimento L e K no cenário j;

tal que:

- $E(TIR_{L-K}) > \text{TMA} \Rightarrow$ projeto de investimento L apresenta melhor viabilidade econômica;
- $E(TIR_{L-K}) = \text{TMA} \Rightarrow$ projetos de investimento L e K apresentam a mesma viabilidade econômica;
- $E(TIR_{L-K}) < \text{TMA} \Rightarrow$ projeto de investimento K apresenta melhor viabilidade econômica.

Para a escolha da melhor alternativa econômica entre $n > 2$ projetos de investimento é necessário comparar duas a duas as alternativas, até a determinação da melhor alternativa econômica dentre todas.

Todavia, tanto a análise gráfica, quanto a utilização do fluxo de caixa incremental, são soluções trabalhosas, restringindo a utilização do critério da *TIR*, quase que exclusivamente, à avaliação econômica do projeto de investimento isolado;

9ª etapa: estimativa da probabilidade da inviabilidade econômica do projeto de investimento, segundo o critério da *TIR*:

segundo a 7ª etapa, o projeto de investimento será inviável do ponto de vista econômico quando apresentar $TIR < TMA$, o que implica em $x = TMA$;

$$Z = \frac{TMA - E(TIR_i)}{\sigma(TIR_i)} \tag{2.18}$$

sendo:

Z = variável aleatória da distribuição normal padronizada;

TMA = taxa mínima de atratividade;

$E(TIR_i)$ = retorno esperado do projeto de investimento; valor esperado da *TIR* do projeto de investimento;

$\sigma(TIR_i)$ = risco do projeto de investimento; desvio-padrão da *TIR* do projeto de investimento;

determinado Z para o projeto de investimento, basta entrar com seu valor absoluto na tabela da distribuição normal padronizada (TABELA 1 - Anexo A) e aplicar a mesma interpretação de sinal apresentada anteriormente.

Repetindo: segundo Wan (2001), a análise de cenários é a técnica mais utilizada pelas empresas atualmente para a avaliação econômica dos projetos de investimento em condições de risco. Sua principal vantagem é a facilidade de tratamento do risco. Por outro lado, sua principal desvantagem é a incapacidade prática de focar um grande número de cenários.

2.5.3 Técnica da matemática financeira avançada pura

Considere como valor presente uma quantidade C de capital, que aplicada à uma taxa i por d períodos, resultará como valor futuro uma quantidade F:

$$F = C(1+i)^d \tag{2.19}$$

sendo:

F = valor futuro;

C = valor presente;

i = taxa de capitalização;

d = data futura;

representada pelas seguintes funções:

$$F = f(C, d, i) \tag{2.20}$$

$$C = f(F, d, i) \tag{2.21}$$

$$i = f(F, C, d) \tag{2.22}$$

$$d = f(F, C, i) \tag{2.23}$$

que para a hipótese razoável de d constante, transformam-se nas funções básicas da matemática financeira avançada aplica aos projetos de investimento:

$$F = f(C, i) \tag{2.24}$$

$$C = f(F, i) \tag{2.25}$$

$$i = f(F, C) \tag{2.26}$$

Segundo Securato (1993), para cada uma dessas funções, elege-se uma das variáveis aleatórias localizadas à direita da igualdade para o papel de variável independente com distribuição conhecida, cabendo à outra o papel de constante. Logo, a variável dependente, localizada à esquerda da igualdade, também será uma variável aleatória, da qual, busca-se especificar a distribuição, que para o caso de distribuição normal, resume-se às estimativas do valor esperado e do desvio-padrão. Dentre as possíveis combinações das variáveis aleatórias, para projetos de investimento destacam-se as seguintes:

- caso (a): $F = f(i)$

  sendo:

  C = constante;

  i = variável aleatória independente;

  F = variável aleatória dependente;

- caso (b): $i = f^{-1}(F)$

  sendo:

  C = constante;

  F = variável aleatória independente;

  i = variável aleatória dependente;

- caso (c): $C = f(F)$

  sendo:

  i = constante;

  F = variável aleatória independente;

  C = variável aleatória dependente;

- caso (d): $F = f^{-1}(C)$

  sendo:

  i = constante;

  C = variável aleatória independente;

  F = variável aleatória dependente.

Para cada caso, deve-se especificar a distribuição da variável dependente em função da distribuição da variável independente, admitida como dado do problema:

- caso (*a*): $F = f(i)$

sendo:

C = constante;

i = variável aleatória independente com distribuição $D:(E(i), \sigma(i))$;

F = variável aleatória dependente;

partindo da expressão $F = C\,(1+i)^d$, Securato (1993) demonstra que:

$$E(F) = C\,E(Z) \tag{2.27}$$

sendo:

$E(F)$ = valor esperado do valor futuro;

C = valor presente;

$E(Z)$ = valor esperado da variável aleatória auxiliar Z; $Z = (1+i)^d$;

$$\sigma(F) = C\,\sigma(Z) \tag{2.28}$$

sendo:

$\sigma(F)$ = desvio-padrão do valor futuro;

C = valor presente;

$\sigma(Z)$ = desvio-padrão da variável aleatória auxiliar Z; $Z = (1+i)^d$;

- caso (*b*): $i = f^{-1}(F)$

sendo:

C = constante;

F = variável aleatória independente com distribuição D: ($E(F), \sigma(F)$);

i = variável aleatória dependente;

da extensão do resultado do caso (*a*), Securato (1993) demonstra que:

$$E(i) = E(Z) - 1 \tag{2.29}$$

sendo:

$E(i)$ = valor esperado da taxa de capitalização;

$E(Z)$ = valor esperado da variável aleatória auxiliar Z; $Z = (F/C)^{1/d}$;

$$\sigma(i) = \sigma(Z) \tag{2.30}$$

sendo:

$\sigma(i)$ = desvio-padrão da taxa de capitalização;

$\sigma(Z)$ = desvio-padrão da variável aleatória auxiliar Z; $Z = (F/C)^{1/d}$;

- caso (c): $C = f(F)$

sendo:

i = constante;

F = variável aleatória independente com distribuição D: ($E(F), \sigma(F)$);

C = variável aleatória dependente;

partindo da expressão $C = F / (1 + i)^d$, Securato (1993) demonstra que:

$$E(C) = \frac{E(F)}{(1+i)^d} \tag{2.31}$$

sendo:

$E(C)$ = valor esperado do valor presente;

$E(F)$ = valor esperado do valor futuro;

i = taxa de capitalização;

d = data futura;

$$\sigma(C) = \frac{\sigma(F)}{(1+i)^d} \tag{2.32}$$

sendo:

$\sigma(C)$ = desvio-padrão do valor presente;

$\sigma(F)$ = desvio-padrão do valor futuro;

i = taxa de capitalização;

d = data futura;

- caso (d): $F = f^{-1}(C)$

sendo:

i = constante;

C = variável aleatória independente com distribuição $D:(E(C), \sigma(C))$;

F = variável aleatória dependente;

da extensão do resultado do caso (c), Securato (1993) demonstra que:

$$E(F) = E(C)(1+i)^d \tag{2.33}$$

sendo:

$E(F)$ = valor esperado do valor futuro;

$E(C)$ = valor esperado do valor presente;

i = taxa de capitalização;

d = data futura;

$$\sigma(F) = \sigma(C)(1+i)^d \tag{2.34}$$

sendo:

$\sigma(F)$ = desvio-padrão do valor futuro;

$\sigma(C)$ = desvio-padrão do valor presente;

i = taxa de capitalização;

d = data futura.

A matemática financeira avançada também possibilita a especificação da distribuição do *VPL* do projeto de investimento, demonstrada por Securato (1993) como:

$$E(\ VPL\ ) = -C + \sum_{d=1}^{d=n} \frac{E(F_d)}{(1+i)^d} \tag{2.35}$$

sendo:

$E(VPL)$ = *VPL* esperado do projeto de investimento; valor esperado do *VPL* do projeto de investimento;

C = valor presente do projeto de investimento; investimento inicial;

$E(F_d)$ = valor esperado do valor futuro do projeto de investimento na data d;

i = taxa de capitalização;

d = data futura;

$$\sigma(\ VPL\ ) = \sqrt{\sum_{d=1}^{d=n}\left(\frac{\sigma(F_d)}{(1+i)^d}\right)^2 + 2\sum_{d<k}\frac{1}{(1+i)^{d+k}} Cov\ (F_d, F_k)} \tag{2.36}$$

sendo:

$\sigma(VPL)$ = risco do projeto de investimento; desvio-padrão do *VPL* do projeto de investimento;

$\sigma(F_d)$ = desvio-padrão do valor futuro do projeto de investimento na data d;

i = taxa de capitalização;

d = data futura;

$Cov\ (F_d, F_k)$ = covariância entre a distribuição do valor futuro do projeto de investimento na data d e a distribuição do valor futuro do projeto de investimento na data k;

onde: $F_d = [F_1, F_2, F_3, ..., F_n]$, com distribuição D: ($E(F_d)$, $\sigma(F_d)$);

Ainda de acordo com Securato (1993), para evitar a estimativa das covariâncias, pode-se estabelecer um limite para o desvio-padrão. Para tanto, deve-se recorrer ao conceito da correlação entre os valores futuros do projeto de investimento:

$$\rho(F_d, F_k) = \frac{Cov\ (F_d, F_k)}{\sigma(F_d)\sigma(F_k)} \qquad -1 \leq \rho(F_d, F_k) \geq 1 \qquad (2.37)$$

sendo:

$\rho(F_d, F_k)$ = correlação entre a distribuição do valor futuro do projeto de investimento na data d e a distribuição do valor futuro do projeto de investimento na data k;

$Cov\ (F_d, F_d)$ = covariância entre a distribuição do valor futuro do projeto de investimento na data d e a distribuição do valor futuro do projeto de investimento na data k;

$\sigma(F_d)$ = desvio-padrão do valor futuro do projeto de investimento na data d;

$\sigma(F_k)$ = desvio-padrão do valor futuro do projeto de investimento na data k.

Como o maior valor assumido pela $\rho\ (F_d\ ,\ F_k)$ é 1 $\Rightarrow \sigma(F_d)\ \sigma(F_k) \geq Cov\ (F_d\ ,\ F_k)$, que aplicada à expressão (2.36), resulta:

$$\sigma(\ VPL\ ) \leq \sqrt{\sum_{d=1}^{d=n}\left(\frac{\sigma(F_d)}{(1+i)^d}\right)^2 + 2\sum_{d<k}\frac{\sigma(F_d)}{(1+i)^d}\frac{\sigma(F_k)}{(1+i)^k}} \qquad (2.38)$$

sendo:

$\sigma(VPL)$ = risco do projeto de investimento; desvio-padrão do VPL do projeto de investimento;

i = taxa de capitalização;

d = data futura;

$\sigma(F_d)$ = desvio-padrão do valor futuro do projeto de investimento na data d;

$\sigma(F_k)$ = desvio-padrão do valor futuro do projeto de investimento na data k.

Estimados o VPL esperado (E (VPL)) e o risco (σ (VPL)) do projeto de investimento, os passos seguintes são as aplicações da 7ª, 8ª e 9ª etapas da técnica da análise de cenários para o critério VPL como variável aleatória de interesse do projeto de investimento.

Segundo Securato (1993), a técnica da matemática financeira avançada pura é muito pouco utilizada, comparada à análise de cenários. Sua principal vantagem é a aplicação direta de equações predefinidas, embora ainda impere a necessidade da projeção de cenários econômicos futuros, condição básica para aos cálculos de $F_d : D_d$ ($E(F_d)$, σ (F_d)), com $d = 1, 2, 3, ..., n$. Por outro lado, suas principais desvantagens são a incapacidade prática de focar um grande número de cenários, tal como a técnica da análise de cenários, e, principalmente, de considerar uma quantidade elevada de períodos (d). Essa segunda desvantagem está incorporada ao segundo somatório da estimativa do desvio-padrão do VPL, traduzida pela necessidade da multiplicação dois a dois dos desvios-padrão dos valores futuros (com $d < k$), ou seja, da multiplicação de $\sigma(F_1)$ com $\sigma(F_2)$, $\sigma(F_3)$, $\sigma(F_4)$, ..., $\sigma(F_n)$; de $\sigma(F_2)$ com $\sigma(F_3)$, $\sigma(F_4)$, $\sigma(F_5)$, ..., $\sigma(F_n)$; de $\sigma(F_3)$ com $\sigma(F_4)$, $\sigma(F_5)$, $\sigma(F_6)$, ..., $\sigma(F_n)$; e assim por diante, tornando tal técnica mais tediosa e trabalhosa, comparada à técnica da análise de cenários.

2.5.4 Técnica da simulação de Monte Carlo

A simulação de Monte Carlo é uma técnica simples de simulação de decisões em diferentes cenários, aplicada aos projetos de investimento segundo as seguintes etapas:

1ª etapa: informação para o programa das variáveis chaves do projeto de investimento;

2ª etapa: informação para o programa do intervalo da variação esperada para cada variável chave informada;

3ª etapa: o programa seleciona aleatoriamente valores dentro dos intervalos informados;

4ª etapa: utilizando os valores selecionados para as variáveis chaves e mantendo constantes as demais, o programa computa o valor da variável aleatória de interesse do projeto de investimento;

5ª etapa: o programa repete a 3ª e 4ª etapas pelo menos 1000 vezes;

6ª etapa: o programa plota os valores computados em um gráfico de distribuição da variável aleatória de interesse do projeto de investimento;

7ª etapa: o programa computa o valor esperado e o desvio-padrão da variável aleatória de interesse do projeto de investimento;

8ª etapa: aplicação da 7ª, 8ª e 9ª etapas da técnica da análise de cenários, segundo o critério de avaliação econômica utilizado como variável aleatória de interesse do projeto de investimento (vide seção 2.4).

Segundo Wan (2001), a simulação de Monte Carlo é a técnica mais poderosa para a avaliação econômica dos projetos de investimento em condições de risco. Sua principal vantagem é a capacidade de focar um grande número de cenários, ao contrário das técnicas da análise de cenários e da matemática financeira avançada pura. Por outro lado, sua principal desvantagem é a necessidade da utilização de um software estatístico sofisticado, o que talvez explique a preferência das empresas pela técnica da análise de cenários.

2.5.5 Técnica da análise da árvore de decisões

As técnicas apresentadas até esse momento consideram que todas as decisões são tomadas no início dos projetos de investimento. E de modo definitivo. Todavia, no mundo real muitas decisões são tomadas em estágios. Nessa condição, a análise da árvore de decisões é a técnica mais indicada.

A árvore de decisões apresentada na figura 5 exemplifica o caso mais simples dessa técnica, onde a decisão tomada em cada estágio fica restrita apenas às possibilidades favorável (*f*) ou desfavorável (*d*) ao projeto de investimento.

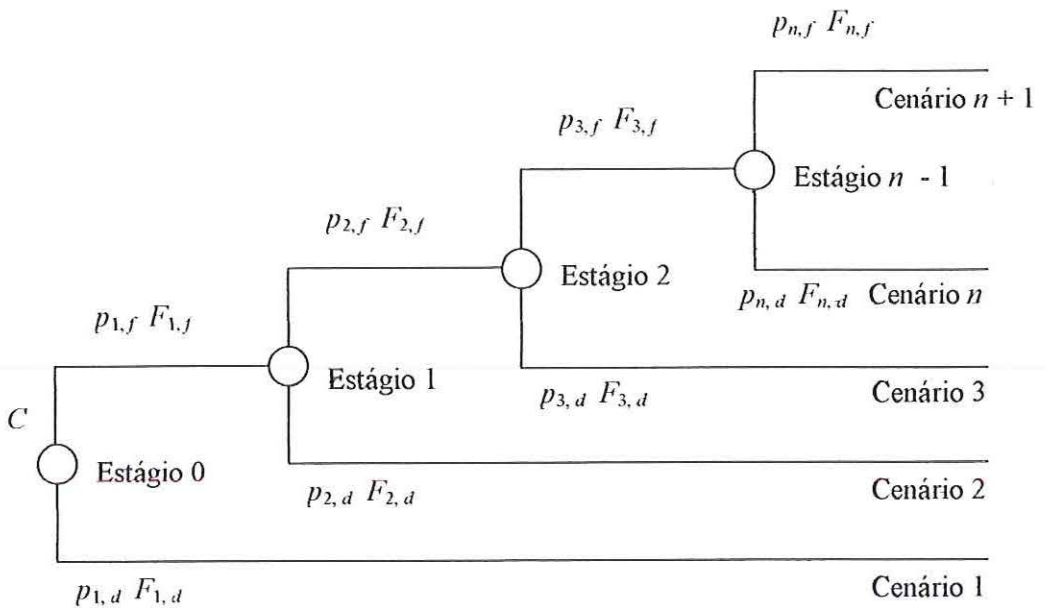


FIGURA 5: Árvore de decisões (Fonte: Wan, 2001)

Por convenção do presente estudo:

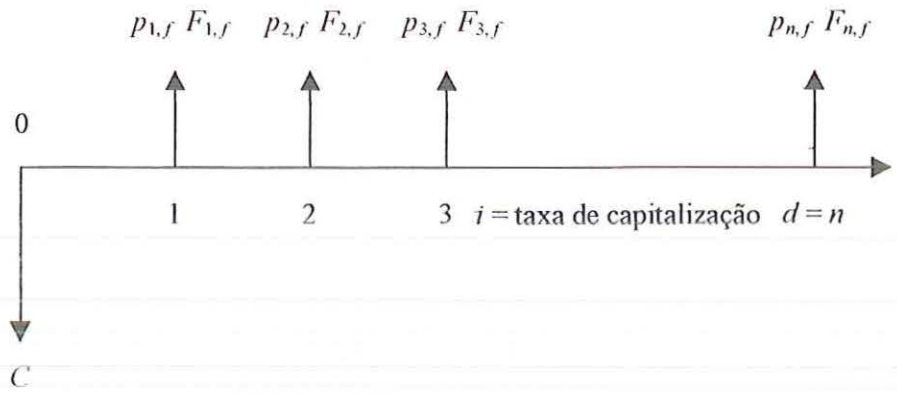
- em cada estágio, o ramo de saída superior expressa a probabilidade de ocorrência de uma decisão favorável ao projeto de investimento e o valor que a mesma determina ao estágio seguinte (para o estágio n - 1 $\Rightarrow$ $p_{n,f}$ e $F_{n,f}$);
- em cada estágio, o ramo de saída inferior expressa a probabilidade de ocorrência de uma decisão desfavorável ao projeto de investimento e o valor que a mesma determina ao estágio seguinte (para o estágio n - 1 $\Rightarrow$ $p_{n,d}$ e $F_{n,d}$).

A árvore de decisões equivale a um fluxo de caixa, onde:

1. cada trajeto determina um cenário econômico futuro e seu fluxo de caixa correspondente;

2. cada estágio do trajeto representa um período do fluxo de caixa do cenário econômico futuro, com valor e probabilidade de ocorrência conhecidos;
3. a probabilidade de ocorrência de cada cenário econômico futuro é dada pela multiplicação da probabilidade de ocorrência dos estágios de seu trajeto.

Tomando como exemplo o cenário $n + 1$ da árvore de decisões representada na figura 5, tem-se:



com probabilidade de ocorrência dada por: $p_{n+1} = (p_{1,f})(p_{2,f})(p_{3,f}) \ldots (p_{n,f})$.

A técnica da análise da árvore de decisões é aplicada aos projetos de investimento segundo as seguintes etapas:

1ª etapa: projeção dos cenários econômicos futuros;

2ª etapa: estimativa da probabilidade de ocorrência de cada cenário econômico futuro projetado;

3ª etapa: determinação do valor da variável aleatória de interesse do projeto de investimento para cada cenário econômico futuro projetado;

4ª etapa: especificação da distribuição futura da variável aleatória de interesse do projeto de investimento;

5ª etapa: aplicação da 5ª , 6ª, 7ª, 8ª e 9ª etapas da técnica da análise de cenários, segundo o critério de avaliação econômica utilizado como variável aleatória de interesse do projeto de investimento (vide seção 2.4).

Segundo Wan (2001), a principal vantagem da técnica da análise da árvore de decisões é possibilitar a avaliação econômica dos projetos de investimento com decisões tomadas em estágios, ao contrário das técnicas da análise de cenários, da matemática financeira avançada pura e da simulação de Monte Carlo. Por outro lado, sua principal desvantagem é a consideração do mesmo horizonte de tempo entre os diversos estágios, algo pouco provável no mundo real.

2.5.6 Técnica da análise de dados históricos

As técnicas apresentadas até esse momento tratam da avaliação econômica futura dos projetos de investimento, utilizando a projeção de cenários econômicos futuros. Todavia, há ocasiões onde a avaliação econômica passada é interessante, como no estabelecimento de uma referência para projetos de investimento futuros. Nessa condição, a análise de dados históricos é a técnica mais indicada.

Em termos práticos, a técnica da análise de dados históricos representa um caso particular da técnica da análise de cenários, com duas particularidades:

1. utiliza registros históricos;
2. trata cada registro histórico como um cenário econômico igualmente provável.

as quais, interferem nas expressões do valor esperado, da variância e do desvio-padrão da variável aleatória de interesse do projeto de investimento.

Novamente, o primeiro passo na mensuração do risco é a definição da variável aleatória de interesse do projeto de investimento, por enquanto chamada genérica e convenientemente de X.

O valor esperado da variável aleatória de interesse do projeto de investimento na técnica da análise de dados históricos é determinado pela média amostral dos valores passados da variável em cada registro histórico t:

$$\mu_{x_i} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{t=n} x_{it} \qquad (2.39)$$

sendo:

μ_{Xi} = média amostral da variável aleatória de interesse do projeto de investimento;

n = quantidade de registros históricos;

x_{it} = valor da variável aleatória de interesse do projeto de investimento no período t.

Consequentemente, na técnica da análise de dados históricos a expressão da variância da variável aleatória de interesse do projeto de investimento é modificada pela substituição do valor esperado pela média amostral da variável. Nesse caso, é necessário corrigi-la para o que os estatísticos denominam de "um grau de liberdade perdido". Essa

correção é bastante simples, e consiste apenas na multiplicação do valor médio dos desvios ao quadrado da variável por n / (n-1):

$$\sigma^2_{X_i} = \frac{n}{n-1} \sum_{t=1}^{t=n} \frac{(x_{it} - \mu_{X_i})^2}{n} \tag{2.40}$$

sendo:

σ^2_{Xi} = variância da variável aleatória de interesse do projeto de investimento;

n = quantidade de registros históricos;

x_{it} = valor da variável aleatória de interesse do projeto de investimento no período t;

μ_{Xi} = média amostral da variável aleatória de interesse do projeto de investimento.

Novamente, o risco da variável aleatória de interesse do projeto de investimento é determinado simplesmente pela raiz quadrada da variância da variável:

$$\sigma_{X_i} = \sqrt{\frac{n}{n-1} \sum_{t=1}^{t=n} \frac{(x_{it} - \mu_{X_i})^2}{n}} \tag{2.41}$$

sendo:

σ_{Xi} = desvio-padrão da variável aleatória de interesse do projeto de investimento;

n = quantidade de registros históricos;

x_{it} = valor da variável aleatória de interesse do projeto de investimento no período t;

μ_{Xi} = média amostral da variável aleatória de interesse do projeto de investimento.

A técnica da análise de dados históricos é aplicada aos projetos de investimento segundo as seguintes etapas:

1ª etapa: escolha do horizonte histórico;

2ª etapa: levantamento dos registros históricos da variável aleatória de interesse do projeto de investimento para o horizonte escolhido;

3ª etapa: atribuição de igual probabilidade de ocorrência para cada registro histórico levantado;

4ª etapa especificação da distribuição histórica da variável aleatória de interesse do projeto de investimento;

5ª etapa: determinação da média amostral da variável aleatória de interesse do projeto de investimento:

$$\mu_{x_i} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{t=n} x_{it} \qquad (2.42)$$

sendo:

μ_{xi} = média amostral da variável aleatória de interesse do projeto de investimento;

n = quantidade de registros históricos;

x_{it} = valor da variável aleatória de interesse do projeto de investimento no período t;

6ª etapa: determinação do desvio-padrão da variável aleatória de interesse do projeto de investimento:

$$\sigma_{X_i} = \sqrt{\frac{n}{n-1}\sum_{t=1}^{t=n}\frac{(x_{it} - \mu_{X_i})^2}{n}} \qquad (2.43)$$

sendo:

σ_{Xi} = desvio-padrão da variável aleatória de interesse do projeto de investimento;

n = quantidade de registros históricos;

x_{it} = valor da variável aleatória de interesse do projeto de investimento no período t;

μ_{Xi} = média amostral da variável aleatória de interesse do projeto de investimento;

7ª etapa: aplicação da 7ª, 8ª e 9ª etapas da técnica da análise de cenários, segundo o critério de avaliação econômica utilizado como variável aleatória de interesse do projeto de investimento (vide seção 2.4) e com as substituições coerentes de $E(X_i)$, $\sigma^2(X_i)$ e $\sigma(X_i)$ por μ_{Xi}, σ^2_{Xi} e σ_{Xi}, respectivamente.

Segundo Bodie, Kane & Marcus (2000), a principal vantagem da técnica da análise de dados históricos é possibilitar a avaliação econômica passada dos projetos de investimento, ao contrário das técnicas da análise de cenários, da matemática financeira avançada pura, da simulação de Monte Carlo e da análise da árvore de decisões. Por outro lado, suas principais desvantagens são estabelecer uma referência para projetos de investimento futuros utilizando registros históricos, como se o comportamento futuro fosse um espelho do comportamento passado, algo nem sempre verdadeiro, e, também, atribuir a

mesma probabilidade de ocorrência para todos os registros históricos, embora os registros recentes sejam geralmente mais fortemente significativos.

2.5.7 Pontos fortes e pontos fracos das técnicas utilizadas atualmente

A principal vantagem das técnicas utilizadas pelas empresas atualmente para a avaliação econômica dos projetos de investimento em condições de risco, ou seja, das técnicas da análise de sensibilidade, da análise de cenários, da matemática financeira avançada pura, da simulação de Monte Carlo, da análise da árvore de decisões e da análise de dados históricos, é a facilidade de entendimento e de utilização, pois tais técnicas são fundamentadas em conceitos básicos de estatística e matemática financeira, facilmente adquiridos através de um estudo da bibliografia atual. Todavia, essas técnicas apresentam três importantes limitações, descritas a seguir.

a) Não fornecem o capital no risco dos projetos de investimento

O capital no risco possibilita às empresas a avaliação precedente da suportabilidade econômica dos projetos de investimento. Se o capital no risco for menor que a capacidade de absorção de perda de capital da empresa, o projeto de investimento será considerado suportável do ponto de vista econômico, justificando, portanto, a avaliação da sua viabilidade. Caso contrário, se o capital no risco for maior que a capacidade de absorção de perda de capital da empresa, o projeto de investimento será considerado não-suportável do ponto de vista econômico, não justificando, portanto, a avaliação da sua viabilidade.

b) Utilizam uma taxa mínima de atratividade (*TMA*) única para a empresa em seu todo, desprezando as particularidades de cada projeto de investimento

Ao utilizar uma *TMA* única para a empresa em seu todo, corre-se o risco de se descartar projetos de investimento bons, que embora apresentem retornos considerados pequenos e menores, comparativamente à *TMA* da empresa, possuem um nível de risco baixo e aceitável. Inversamente, corre-se o risco de se concretizar projetos de investimento ruins, que embora apresentem retornos considerados grandes e maiores, comparativamente à *TMA* da empresa, possuem um nível de risco alto e inaceitável.

Para Hirschfeld (1992), outra conseqüência desvantajosa da utilização de uma *TMA* única para a empresa em seu todo reside no fato da avaliação da viabilidade econômica depender sempre da *TMA* utilizada.

Por fim, segundo Bodie, Kane & Marcus (2000), cada projeto de investimento apresenta um risco próprio. Desse modo, a *TMA* utilizada deve refletir a taxa mínima justa ao risco incorrido pelo projeto de investimento em questão, não ao risco incorrido pela empresa em seu todo.

c) Tratam o risco em projetos de investimento isoladamente, fora do contexto amplo da diversificação eficiente

De acordo com Wan (2001), o risco em projetos de investimento deve ser tratado no contexto amplo da diversificação eficiente da carteira de risco, e sob dois aspectos diferentes:

a) dos gerentes da empresa: a estes interessa a contribuição dos projetos de investimento tanto para o risco, quanto para o retorno da carteira de projetos da empresa;

b) dos acionistas da empresa: a estes interessa a contribuição dos projetos de investimento tanto para o risco, quanto para o retorno da carteira particular de projetos e ativos financeiros do mercado.

A proposta de Wan (2001) encontra respaldo em Bodie, Kane & Marcus (2000). Segundo esses autores, a diversificação eficiente da carteira de risco minimiza a exposição aos riscos específicos de cada organização.

As limitações apresentadas pelas técnicas utilizadas atualmente, ou seja, não fornecer o capital no risco dos projetos de investimento, utilizar uma *TMA* única para a empresa em seu todo, desprezando as particularidades de cada projeto de investimento, e tratar o risco em projetos de investimento isoladamente, fora do contexto amplo da diversificação eficiente, constituem lacunas dessas técnicas, motivando a busca de novas propostas. No mercado de capitais o tratamento do risco apresenta maior evolução, como verificado a partir do próximo capítulo.

3 MODELOS DO MERCADO DE CAPITAIS

3.1 Introdução aos modelos do mercado de capitais

Respaldado por Jorion (1999), Bernstein & Damodaran (2000) e Bodie, Kane & Marcus (2000), acredita-se que os principais modelos do mercado financeiro sejam os seguintes:

1. valor no risco (VAR)[1];
2. modelo de precificação dos ativos de capital ($CAPM$)[2];
3. teoria de precificação por arbitragem (APT)[3];
4. modelo multifatorial[4];
5. teoria fundamentalista[5].

A seguir, será apresentada uma rápida discussão desses modelos. No entanto, para facilitar a compreensão, é necessário a adoção prévia das seguintes classificações:

---

[1]Jorion (1999); [2]Bernstein & Damodaran (2000) e Bodie, Kane & Marcus (2000); [3]Bernstein & Damodaran (2000) e Bodie, Kane & Marcus (2000); [4]Bernstein & Damodaran (2000); [5]Bernstein & Damodaran (2000).

- segundo o tipo de abordagem:

  a) modelos de risco: *VAR*;

  b) modelos de risco-retorno: *CAPM*, *APT*, multifatorial e teoria fundamentalista;

- segundo o tipo da medida do risco sistemático:

  a) modelos estruturados no capital no risco: *VAR*;

  b) modelos estruturados no beta: *CAPM*, *APT* e multifatorial;

  c) modelos estruturados nas características das empresas: teoria fundamentalista.

1. Valor no risco (*VAR*)

Segundo Jorion (1999), o *VAR* é um modelo de mensuração de risco que utiliza técnicas estatísticas padrões para medir a pior ou maior perda esperada de capital ao longo de determinado intervalo de tempo e nível de confiança, mantidas normais as condições de mercado.

Para a estimativa do *VAR*, define-se, inicialmente, W_0 como o investimento inicial, $R : D\ (E(r_i)\ ,\ \sigma(r_i))$ como a distribuição do retorno e W_i como o valor resultante do investimento inicial ao final do horizonte de tempo considerado, tal que: $W_i = W_0\,[1 + E(r_i)]$. Em seguida, define-se $E(r_i^*)$ como o valor esperado mínimo do retorno e W_i^* como o valor resultante mínimo do investimento inicial ao final do horizonte de tempo considerado e para o nível de confiança escolhido, tal que: $W_i^* = W_0\,[1 + E(r_i^*)]$.

Por conseguinte, apoiado na definição do *VAR* apresentada por Jorion (1999), "... a pior ou maior perda esperada de capital ao longo de determinado intervalo de tempo e nível de confiança...", conclui-se que:

- relativo à média:

$$VAR_i = W_0[E(r_i) - E(r_i^*)] \tag{3.1}$$

sendo:

VAR_i = valor no risco do investimento;

W_0 = investimento inicial;

$E(r_i)$ = valor esperado do retorno do investimento;

$E(r_i^*)$ = valor esperado mínimo do retorno do investimento;

- absoluto:

$$VAR_i = -W_0 E(r_i^*) \tag{3.2}$$

sendo:

VAR_i = valor no risco do investimento;

W_0 = investimento inicial;

$E(r_i^*)$ = valor esperado mínimo do retorno do investimento.

Ainda segundo Jorion (1999), o *VAR* não apresenta informação alguma sobre o retorno esperado justo que compensa o investidor pelo risco sistemático do investimento, restringindo-se tão somente ao fornecimento do valor no rico e à avaliação da suportabilidade econômica, coisas impossíveis aos modelos de risco-retorno. Além disso, constitui-se no modelo de tratamento do risco mais utilizado pelo mercado de capitais atualmente.

2. Modelo de precificação dos ativos de capital (*CAPM*)

O *CAPM* considera a existência de apenas uma única fonte causadora do risco sistemático, refletida nas movimentações da carteira de mercado, definida como o agregado de todos os ativos de risco da economia e representada no Brasil pelo índice da Bolsa de Valores de São Paulo (*IBOVESPA*).

Segundo Bodie, Kane & Marcus (2000), a expressão fundamental do *CAPM* fornece o retorno esperado justo que compensa o investidor pelo risco sistemático do investimento:

$$E(r_i) = r_f + \beta_i [E(r_M) - r_f] \tag{3.3}$$

sendo:

$E(r_i)$ = retorno esperado justo ao risco sistemático incorrido pelo investimento;

r_f = taxa do investimento livre de risco;

β_i = beta do investimento relativo ao índice representativo da carteira de mercado;

$E(r_M)$ = valor esperado do retorno do índice representativo da carteira de mercado.

Segundo Bernstein & Damodaran (2000), o *CAPM* é um modelo bastante simples de risco-retorno que, embora seja utilizado há mais tempo, comparado aos demais modelos, ainda permanece como o padrão na vasta maioria das análises reais.

3. Teoria de precificação por arbitragem (*APT*)

Diferentemente do *CAPM*, a *APT* não se baseia na utilização irrestrita da carteira de mercado, considerando a existência plausível de várias fontes causadoras do risco

sistemático, refletidas nas movimentações dos vários índices representativos do mercado, tais como: flutuações do preço internacional do petróleo, da taxa de juro, do produto interno bruto, da taxa de inflação, e daí por diante.

Segundo Bodie, Kane & Marcus (2000), a expressão fundamental de índices múltiplos da *APT* também fornece o retorno esperado justo que compensa o investidor pelo risco sistemático do investimento:

$$E(r_i) = r_f + \beta_{i_1}[E(r_1) - r_f] + \beta_{i_2}[E(r_2) - r_f] + \ldots + \beta_{i_k}[E(r_k) - r_f] \qquad (3.4)$$

sendo:

$E(r_i)$ = retorno esperado justo ao risco sistemático incorrido pelo investimento;

r_f = taxa do investimento livre de risco;

β_{ik} = beta do investimento relativo ao k-ésimo índice representativo do mercado;

$E(r_k)$ = valor esperado do retorno do k-ésimo índice representativo do mercado.

Ainda segundo Bodie, Kane & Marcus (2000), quando os investimentos são afetados de modo significativo por outros índices além da carteira de mercado, algo bastante comum, principalmente em países de economia altamente volátil, como o Brasil, recomenda-se a utilização de um modelo de índices múltiplos. Dentre esses modelos, Bernstein & Damodaran (2000) apontam a *APT* como o mais difundido, tanto na bibliografia, quanto no mercado.

4. Modelo multifatorial

Segundo Bernstein & Damodaran (2000), as séries temporais dos fatores da *APT* podem ser comparadas às das variáveis macroeconômicas de uma empresa ou segmento,

para descobrir se alguma dessas variáveis está correlacionada no tempo com os fatores identificados pela *APT*.

Chen, Roll & Ross (1986) apud Bernstein & Damodaran (2000), sugerem as seguintes variáveis macroeconômicas: produção industrial, mudanças no prêmio de inadimplência, mudanças na estrutura de vencimento, inflação não prevista e mudanças na taxa real de retorno. Essas variáveis podem, então, ser correlacionadas com os retornos vindos de um modelo de retornos esperados, enquanto os betas específicos da empresa podem ser calculados para cada variável. Em suma, o modelo multifatorial busca relacionar os fatores da *APT* às variáveis macroeconômicas, para que, utilizando tais variáveis, possa-se avaliar o risco sistemático do projeto de investimento pela movimentação multifatorial relevante à empresa ou ao segmento.

Ainda segundo Bernstein & Damodaran (2000), a *APT* e o modelo multifatorial guardam uma similaridade muito grande entre si, o que conduz à coerente utilização de um ou outro modelo apenas, com a desvantagem do modelo multifatorial necessitar de uma associação prévia com os fatores da *APT*, justificando sua pouca expressividade, tanto na bibliografia, quanto no mercado.

5. Teoria fundamentalista

Segundo Bernstein & Damodaran (2000), a teoria fundamentalista tenta explicar as diferenças nos retornos por longos períodos de tempo pesquisando as características das empresas.

A teoria fundamentalista baseia-se essencialmente em modelos de regressão, e as características da empresa que melhor explicam as diferenças nos retornos podem ser vistas como representantes eficazes do risco sistemático. Portanto, a teoria fundamentalista trabalha às avessas, partindo do retorno para chegar ao risco, e, consequentemente, à um modelo de risco-retorno.

Fama & French apud Bernstein & Damodaran (2000), analisando as ações negociadas na Bolsa de Valores de Nova Iorque entre 1963 e 1990, elaboraram a seguinte regressão para os retornos mensais:

$$E(r_i) = 1{,}77\% - 0{,}11\ ln(MV) + 0{,}35\ ln(BV/MV) \qquad (3.5)$$

sendo:

$E(r_i)$ = retorno esperado justo ao risco sistemático incorrido pela ação;

MV = valor de mercado do patrimônio líquido da empresa;

BV/MV = razão entre valor contábil e valor de mercado do patrimônio líquido da empresa.

No entanto, Costa Jr. & Neves (2000), após analisar 117 ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo (*BOVESPA*) entre janeiro de 1986 e fevereiro de 1996, concluíram que, embora as variáveis fundamentalistas tenham influência na explicação das variações nos retornos médios dos ativos, o beta estimado em função do *IBOVESPA* ainda permanece como a principal variável na explicação da relação risco-retorno, justificando a maior difusão, tanto na bibliografia, quanto no mercado, dos modelos que utilizam o beta como medida do risco sistemático, principalmente o *CAPM* e a *APT*, permanecendo o multifatorial ofuscado pela *APT*.

A discussão dos principais modelos do mercado de capitais, mesmo que rápida, permite concluir que os mais adequados aos objetivos do presente estudo são os seguintes:

- modelo do valor no risco (*VAR*);
- modelo de precificação dos ativos de capital (*CAPM*);
- modelo da teoria de precificação por arbitragem (*APT*).

3.2 Natureza dos modelos *VAR*, *CAPM* e *APT*

O *VAR*, *CAPM* e *APT* são modelos desenvolvidos originalmente para o mercado de capitais, cuja natureza e estrutura teórica encontram-se reunidas nos seguintes tópicos:

- teoria moderna sobre a carteira (*TMC*);
- modelo de fatores;
- modelo de índice único.

No entanto, para facilitar a compreensão desses tópicos, é necessário a definição prévia de três conceitos básicos de estatística e matemática, apresentados a seguir.

1. Taxa de retorno do investimento

Segundo Jorion (1999), os métodos utilizados para a mensuração da taxa de retorno do investimento são os seguintes:

- método da taxa de retorno aritmética ou discreta:

$$r_t = \frac{(P_t - P_{t-1})}{P_{t-1}} \tag{3.6}$$

sendo:

r_t = taxa de retorno aritmética ou discreta do investimento no período t;

P_t = preço do investimento no período t;

P_{t-1} = preço investimento no período $t - 1$;

- método da taxa de retorno geométrica ou relativa:

$$r_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} \tag{3.7}$$

sendo:

r_t = taxa de retorno geométrica ou relativa do investimento no período t;

P_t = preço do investimento no período t;

P_{t-1} = preço do investimento no período $t - 1$.

Ainda segundo Jorion (1999), a taxa de retorno geométrica é mais significativa economicamente. Explicando: a distribuição normal dos retornos geométricos nunca levará à um preço negativo, pois em sua cauda esquerda, $\ln (p_t / p_{t-1}) \rightarrow -\infty$ quando $(p_t / p_{t-1}) \rightarrow 0$, ou seja, quando $p_t \rightarrow 0$; por outro lado, a distribuição normal de retornos aritméticos levará à um preço negativo, pois em sua cauda esquerda, $(p_t + p_{t-1}) / p_{t-1} \rightarrow -\infty$ quando $(p_t / p_{t-1}) - 1 < -1$, ou seja, quando $p_t < 0$, o que é inconsistente do ponto de vista econômico.

2. Covariância e correlação entre investimentos

Bernstein & Damodaran (2000) definem a covariância como a medida do grau de movimentação conjunta de um par de variáveis aleatórias:

$$Cov\ (X_1, X_2) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j [x_{1_j} - E(X_1)][x_{2_j} - E(X_2)] \tag{3.8}$$

sendo:

$Cov(X_1, X_2)$ = covariância entre a distribuição futura da variável aleatória de interesse X_1 e a distribuição futura da variável aleatória de interesse X_2;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário j;

x_{1j} = valor da variável aleatória de interesse X_1 no cenário j;

$E(X_1)$ = valor esperado da variável aleatória de interesse X_1;

x_{2j} = valor da variável aleatória de interesse X_2 no cenário j;

$E(X_2)$ = valor esperado da variável aleatória de interesse X_2.

Para a análise de dados históricos são válidas as mesmas observações para a perda de um grau de liberdade apresentadas na seção 2.5.6.

Segundo Bodie, Kane & Marcus (2000), a covariância assume qualquer valor, dificultando bastante sua interpretação. Uma alternativa interessante é utilizar a correlação:

$$\rho(X_1, X_2) = \frac{Cov(X_1, X_2)}{\sigma(X_1)\sigma(X_2)} \tag{3.9}$$

sendo:

$\rho(X_1, X_2)$ = correlação entre a distribuição futura da variável aleatória de interesse X_1 e a distribuição futura da variável aleatória de interesse X_2;

$Cov(X_1, X_2)$ = covariância entre a distribuição futura da variável aleatória de interesse X_1 e a distribuição futura da variável aleatória de interesse X_2;

$\sigma(X_1)$ = desvio-padrão da variável aleatória de interesse X_1;

$\sigma(X_2)$ = desvio-padrão da variável aleatória de interesse X_2.

Novamente, para a análise de dados históricos são válidas as mesmas observações para a perda de um grau de liberdade apresentadas na seção 2.5.6.

Ainda segundo Bodie, Kane & Marcus (2000), a correlação assume apenas valores entre -1 e +1, sendo válida a seguinte interpretação:

- $\rho\ (X_1\ ,\ X_2)\ =\ -1$: indica uma correlação negativa perfeita entre as variáveis aleatórias de interesse X_1 e X_2, ou seja, indica a tendência mais forte possível para que tais variáveis variem inversamente;
- $\rho\ (X_1\ ,\ X_2)\ =\ 0$: indica a ausência de correlação entre as variáveis aleatórias de interesse X_1 e X_2, ou seja, indica a independência estatística entre tais variáveis;
- $\rho\ (X_1\ ,\ X_2)\ =\ +1$: indica uma correlação positiva perfeita entre as variáveis aleatórias de interesse X_1 e X_2, ou seja, indica a tendência mais forte possível para que tais variáveis variem diretamente.

3. Propriedades do valor esperado, da variância e do desvio-padrão

Jorion (1999) demonstra duas propriedades importantes do valor esperado, da variância e do desvio-padrão:

1. dada uma nova variável aleatória de interesse Y, tal que, $Y\ =a\ +\ bX$, onde a e b são parâmetros fixos e X é a variável de origem, Jorion (1999) demonstra que:

$$E(a + bX) = a + bE(X) \tag{3.10}$$

$$\sigma^2(a + bX) = b^2\sigma^2(X) \tag{3.11}$$

$$\sigma(a + bX) = b\sqrt{\sigma^2(X)} \tag{3.12}$$

2. dada uma nova variável aleatória de interesse Y, tal que, $Y = X_1 + X_2$, onde X_1 e X_2 são as variáveis de origem, Jorion (1999) demonstra que:

$$E(X_1 + X_2) = E(X_1) + E(X_2) \tag{3.13}$$

$$\sigma^2(X_1 + X_2) = \sigma^2(X_1) + \sigma^2(X_2) + 2Cov(X_1, X_2) \tag{3.14}$$

$$\sigma(X_1 + X_2) = \sqrt{\sigma^2(X_1) + \sigma^2(X_2) + 2Cov(X_1, X_2)} \tag{3.15}$$

Mais uma vez, para a análise de dados históricos são válidas as mesmas observações para a perda de um grau de liberdade apresentadas na seção 2.5.6.

3.2.1 Teoria Moderna sobre a Carteira (*TMC*)

A teoria moderna sobre a carteira (*TMC*) trata da substituição risco-retorno, ou seja, de como atingir a melhor substituição entre o risco e o retorno esperado da carteira completa.

Segundo Tobin apud Bodie, Kane & Marcus (2000), a formação da carteira completa do investidor envolve duas tarefas independentes:

- uma tarefa pessoal - a alocação de capital: que trata da escolha da porção da carteira completa investida em ativos praticamente livres de risco e da porção equivalente investida em ativos de risco;
- uma tarefa técnica - a diversificação eficiente da carteira de risco: que trata da determinação da melhor composição da carteira de ativos de risco.

3.2.1.1 Alocação de capital

O primeiro passo na alocação de capital é a correta caracterização do ativo livre de risco. Segundo Bodie, Kane & Marcus (2000), o ativo livre de risco geralmente é caracterizado pelas obrigações livres de inadimplência. No entanto, apenas a garantia livre de inadimplência não satisfaz, uma vez que a inflação afeta o poder de compra dos lucros do investimento. O único ativo livre de risco em termos reais é uma obrigação perfeitamente indexada aos preços. Mesmo assim, uma obrigação perfeitamente indexada e livre de risco só proporciona uma taxa real se seu vencimento for idêntico ao horizonte de planejamento desejado pelo investidor. Nessas qualificações, não obstante, é comum ver as letras do Tesouro como o ativo livre de risco. Por serem investimentos de curto prazo, as letras do Tesouro são relativamente imunes às flutuações da taxa de juro. Nesse caso, o investidor pode fechar um retorno nominal de curto prazo ao comprar uma letra e mantê-la até o vencimento. Todas as incertezas inflacionárias durante o período de algumas semanas, ou mesmo de alguns meses, são insignificantes, comparadas aos riscos do mercado acionário. Contudo, na prática a maioria dos investidores utiliza uma amplitude maior de instrumentos como o ativo livre de risco. De um modo geral, o ativo livre de risco mais facilmente acessível à grande maioria dos investidores são os fundos do mercado monetário, formados, na sua maioria, por letras do Tesouro, certificados de depósitos bancários e papéis comerciais.

Apresentada a correta caracterização do ativo livre de risco, o próximo passo é a discussão formal da alocação de capital.

Quando se desloca riqueza da carteira de risco P para o ativo livre de risco, as proporções relativas dos vários ativos dentro deste tipo de carteira permanece inalterada. Em vez disso, reduz-se o peso relativo da carteira de risco como um todo para favorecer o ativo livre de risco. Esse procedimento evidencia que os vários ativos que compõem a carteira de risco devem ser vistos como um único ativo de risco, sendo esse um pacote.

Denotando por y o peso da carteira de risco P e, consequentemente, por $1 - y$ o peso do ativo livre de risco, relativos à carteira completa, pode-se partir para a redução do risco através da mistura de ativos livres de risco e ativos de risco, ou, matematicamente, por meio da redução de y.

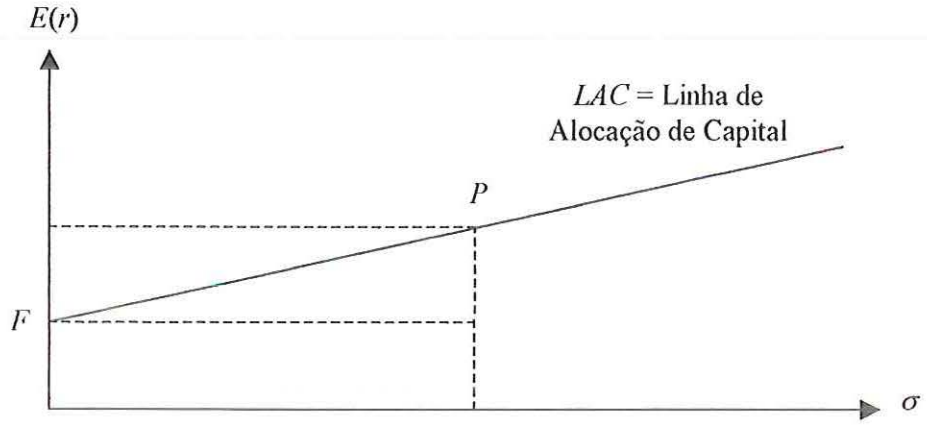


FIGURA 6: Linha de alocação de capital (Fonte: Bodie, Kane & Marcus, 2000)

A linha traçada na figura 6 representa as combinações risco-retorno disponíveis através da variação da alocação de capital, ou seja, por meio da escolha de diferentes valores de y. Por esse motivo, essa linha recebe o nome de linha de alocação de capitais (LAC).

Para $y = 0$, tem-se a situação onde todo o orçamento é investido no ativo livre de risco. Nessa condição, o retorno esperado da carteira completa é dado pelo retorno do ativo livre de risco.

Para $y = 1$, tem-se a situação onde todo o orçamento é investido na carteira de risco. Nessa condição, o retorno esperado da carteira completa é dado pelo retorno esperado da carteira de risco.

No caso geral, o prêmio de risco da carteira completa é igual ao prêmio de risco da carteira de risco vezes seu peso na composição da carteira completa:

$$E(r_c) - r_f = y[E(r_P) - r_f] \tag{3.16}$$

sendo:

$E(r_C)$ = valor esperado do retorno da carteira completa; retorno esperado real da carteira completa;

r_f = retorno do ativo livre de risco;

y = peso da carteira de risco na composição da carteira;

$E(r_P)$ = valor esperado do retorno da carteira de risco; retorno esperado real da carteira de risco.

Da mesma forma, o risco da carteira completa é igual ao risco da carteira de risco vezes seu peso na composição da carteira completa:

$$\sigma(r_C) = y\sigma(r_P) \tag{3.17}$$

sendo:

$\sigma(r_C)$ = desvio-padrão do retorno da carteira completa; risco da carteira completa;

y = peso da carteira de risco na composição da carteira completa;

$\sigma(r_P)$ = desvio-padrão do retorno da carteira de risco; risco da carteira de risco.

Observe no gráfico da figura 6 que a inclinação da *LAC* representa o aumento no retorno esperado por unidade de risco adicional. Em outras palavras, ela mostra um retorno extra para um risco extra, motivo pelo qual recebe o nome de quociente da recompensa para a variabilidade:

$$S = \frac{E(r_P) - r_f}{\sigma(r_P)} \tag{3.18}$$

sendo:

S = quociente da recompensa para a variabilidade;

r_f = retorno do ativo livre de risco;

$\sigma(r_P)$ = desvio-padrão do retorno da carteira de risco; risco da carteira de risco.

O quociente da recompensa para a variabilidade é o mesmo para a carteira de risco P e para todas as demais carteiras completas localizadas sobre a LAC.

Contudo, na teoria também é possível aos investidores tomar empréstimo pela taxa do ativo livre de risco e utilizá-lo para construir carteiras completas localizadas à direita da carteira de risco P na LAC, onde os valores de y são maiores que um. No entanto, na prática os investidores não-governamentais não podem tomar empréstimos à taxa do ativo livre de risco. Nessa condição, para $y > 1$ deve-se considerar o emprego da taxa do empréstimo contraído pelos investidores:

$$S = \frac{E(r_P) - r_b}{\sigma_P} \tag{3.19}$$

sendo:

S = quociente da recompensa para a variabilidade para $y > 1$;

r_b = taxa de empréstimo;

$\sigma(r_P)$ = desvio-padrão do retorno da carteira de risco; risco da carteira de risco.

Com isso, a taxa de tomar empréstimo (r_b)substitui a taxa de dar empréstimo (r_f), reduzindo o quociente da recompensa para variabilidade e inflacionando a LAC no ponto P.

Em outras palavras, à esquerda do ponto P (onde $y < 1$) o investidor está dando emprestado à taxa do ativo livre de risco (r_f), enquanto que à direita do ponto P (onde $y > 1$) ele está tomando emprestado à taxa de empréstimo (r_b) para financiar investimentos alavancados na carteira de risco P.

Desenvolvida a LAC, os investidores com maior aversão ao risco escolherão manter menos da carteira de risco e mais do ativo livre de risco, escolhendo, portanto, carteiras completas localizadas próximo ao ponto F. Por outro lado, os investidores com menor aversão ao risco escolherão manter mais da carteira de risco e menos do ativo livre de risco, escolhendo, portanto, carteiras completas localizadas próximo ao ponto P, ou ainda, à direita desse.

A alocação de capital (e a escolha da carteira completa) também depende do quociente da recompensa para a variabilidade: se esse aumenta, os investidores decidem tomar posições de maior risco. Por exemplo, um investidor que reavalie a carteira de risco e perceba um aumento no seu retorno esperado, sem que tenha ocorrido, em contrapartida, um conseqüente aumento no seu risco, acabará por aumentar o peso dessa carteira na composição da carteira completa.

3.2.1.2 Diversificação eficiente da carteira de risco

As técnicas da diversificação eficiente da carteira de risco foram desenvolvidas por Harry Markowitz, um jovem estudante de doutorado em pesquisa operacional e ganhador do Prêmio Nobel de Economia.

Segundo Bodie, Kane & Marcus (2000), existem duas importantes e amplas fontes de risco:

- as conjunturas organizacionais e setoriais: afetam apenas a organização ou um setor;

- as conjunturas econômicas, políticas e sociais: afetam o mercado em seu todo, ou seja, todas as organizações e setores.

A diversificação eficiente da carteira de risco minimiza a exposição aos riscos específicos da organização, e pode ser entendida da seguinte maneira: partindo de uma carteira de risco composta por um único ativo, considere uma estratégia ingênua de diversificação, acrescentando à carteira um outro ativo independente estatisticamente. Dessa forma, dada uma oscilação, para cima ou para baixo, no retorno do primeiro ativo, o segundo, pela sua independência estatística em relação ao primeiro, produzirá um efeito compensador, que estabilizará o retorno da carteira. A compensação será mais provável, quanto maior for a quantidade de ativos independentes estatisticamente compondo a carteira de risco. Em outras palavras, a compensação será maior, quanto maior for a diversificação eficiente da carteira de risco. Todavia, mesmo a diversificação extensiva não é capaz de eliminar o componente do risco que afeta o mercado em seu todo, pois neste caso, há a perda da independência estatística relativa às causas do risco entre os diversos ativos que compõem a carteira de risco, provocando, também, a perda do efeito compensador que poderia ser gerado pela diversificação.

O risco que pode ser eliminado pela diversificação eficiente da carteira de risco é chamado de diversificável, específico, não-sistemático, ou único. Por outro lado, o risco que não pode ser eliminado pela diversificação eficiente da carteira de risco, ainda que extensiva, é chamado de não-diversificável, conjuntural, sistemático, ou de mercado.

3.2.1.2.1 Diversificação eficiente de uma carteira de risco composta por dois ativos

Considere uma carteira de risco composta pelos ativos A_1 e A_2, nas proporções ω_1 e ω_2, respectivamente.

As propriedades da carteira são determinadas de acordo com os conceitos básicos de matemática e estatística apresentados na seção 3.2.

O retorno esperado da carteira é estimado pela soma ponderada dos retornos esperados individuais dos ativos, com seus pesos determinados pela proporção do capital total da carteira investido em cada ativo:

$$E(r_C) = \omega_{A_1} E(r_{A_1}) + \omega_{A_2} E(r_{A_2}) \tag{3.20}$$

sendo:

$E(r_C)$ = valor esperado do retorno da carteira; retorno esperado real da carteira;

ω_{A1} = proporção do capital total da carteira investido no ativo 1;

$E(r_{A1})$ = valor esperado do retorno do ativo 1; retorno esperado real do ativo 1;

ω_{A2} = proporção do capital total da carteira investido no ativo 2;

$E(r_{A2})$ = valor esperado do retorno do ativo 2; retorno esperado real do ativo 2.

O risco da carteira é estimado pela soma ponderada dos riscos individuais dos ativos, mais um termo que envolve a covariância entre as distribuições dos retornos dos ativos, com seus pesos determinados pela proporção do capital total da carteira investido em cada ativo:

$$\sigma(r_C) = \sqrt{\omega_{A_1}^2 \sigma^2(r_{A_1}) + \omega_{A_2}^2 \sigma^2(r_{A_2}) + 2\omega_{A_1}\omega_{A_2} Cov(r_{A_1}, r_{A_2})} \tag{3.21}$$

sendo:

$\sigma(r_C)$ = desvio-padrão do retorno da carteira; risco da carteira;

ω_{A1} = proporção do capital total da carteira investido no ativo 1;

$\sigma(r_{A1})$ = desvio-padrão do retorno do ativo 1; risco do ativo 1;

ω_{A2} = proporção do capital total da carteira investido no ativo 2;

$\sigma(r_{A2})$ = desvio-padrão do retorno do ativo 2; risco do ativo 2;

$Cov(r_{A1},r_{A2})$ = covariância entre a distribuição do retorno do ativo 1 e a distribuição do retorno do ativo 2.

A curva representativa da substituição risco-retorno de uma carteira de risco composta por dois ativos é dada por uma hipérbole:

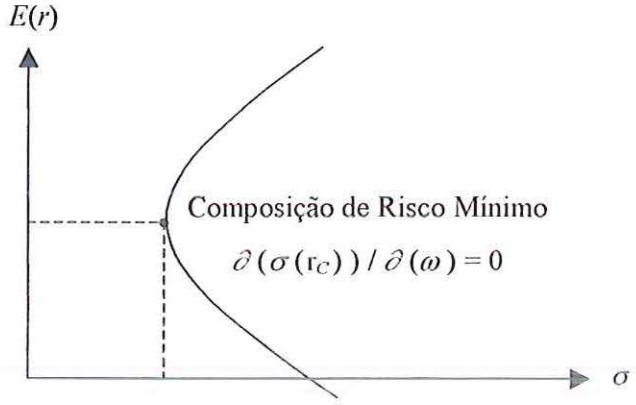


FIGURA 7: Curva risco-retorno para uma carteira de risco composta por dois ativos

(Fonte: Securato, 1993)

Agora, considere em um mesmo gráfico, a hipérbole da substituição risco-retorno de uma carteira de risco composta por dois ativos e as linhas de alocação de capital (*LACs*) à disposição do investidor racional, tal que:

- entre alternativas com o mesmo risco, a escolha do investidor racional recairá sobre o investimento com o maior retorno esperado;
- entre alternativas com o mesmo retorno esperado, a escolha do investidor racional recairá sobre o investimento com o menor risco.

Em outras palavras, a escolha do investidor racional recairá sobre as alternativas de investimento que apresentam o máximo quociente da recompensa para a variabilidade. Matematicamente, a maximização desse quociente ocorrerá para a *LAC* tangente à hipérbole.

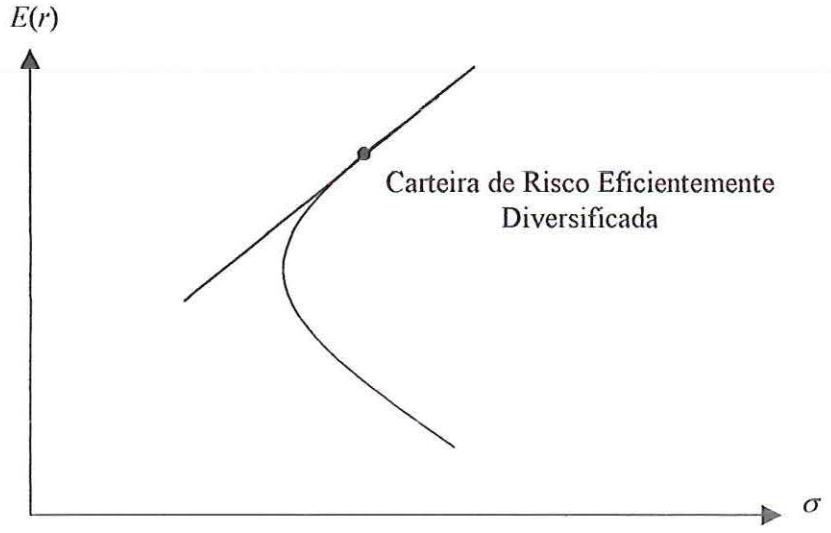


FIGURA 8: Carteira de risco eficientemente diversificada (Fonte: Securato, 1993)

À carteira correspondente ao ponto de tangência, atribui-se o nome de carteira de risco eficientemente diversificada, caracterizada como a melhor composição entre dois ativos de risco para ser combinada com o ativo livre de risco, formando a carteira completa do investidor.

3.2.1.2.2 Diversificação eficiente de uma carteira de risco composta por mais de dois ativos

Considere uma carteira de risco composta pelos ativos A_1, A_2, A_3, ..., A_n, nas proporções ω_1, ω_2, ω_3, ..., ω_n, respectivamente.

Novamente, as propriedades da carteira são determinadas de acordo com os conceitos básicos de matemática e estatística apresentados na seção 3.2.

O retorno esperado da carteira é estimado pela soma ponderada dos retornos esperados individuais dos ativos, com seus pesos determinados pela proporção do capital total da carteira investido em cada ativo:

$$E(r_C) = \sum_{i=1}^{i=n} \omega_{A_i} E(r_{A_i}) \tag{3.22}$$

sendo:

$E(r_C)$ = valor esperado do retorno da carteira; retorno esperado real da carteira;

ω_{Ai} = proporção do capital total da carteira investido no ativo;

$E(r_{Ai})$ = valor esperado do retorno do ativo; retorno esperado real do ativo;

O risco da carteira é estimado pela soma ponderada dos riscos individuais dos ativos, mais um termo que envolve o somatório das covariâncias entre as distribuições dos retornos de cada par de ativos, com seus pesos determinados pela proporção do capital total da carteira investido em cada ativo:

$$\sigma(r_C) = \sqrt{\sum_{i=1}^{i=n} \omega_{A_i}^2 \sigma^2(r_{A_i}) + 2\sum_{a<b} \omega_{A_a} \omega_{A_b} Cov(r_{A_a}, r_{A_b})} \tag{3.23}$$

sendo:

$\sigma(r_C)$ = desvio-padrão do retorno da carteira; risco da carteira;

ω_{Ai} = proporção do capital total da carteira investido no ativo;

$\sigma(r_{Ai})$ = desvio-padrão do retorno do ativo; risco do ativo;

ω_{Aa} = proporção do capital total da carteira investido no ativo a;

ω_{Ab} = proporção do capital total da carteira investido no ativo b;

$Cov(r_{Aa}, r_{Ab})$ = covariância entre a distribuição do retorno do ativo a e a distribuição do retorno do ativo b.

A representação gráfica da substituição risco-retorno de uma carteira de risco composta por mais de dois ativos é dada por uma família de hipérboles, traçadas com o auxílio dos conceitos desenvolvidos anteriormente para o caso simples de dois ativos. Primeiramente, considere a formação de uma subcarteira de risco A composta pelos ativos $A_1, A_2, A_3, A_4, ..., A_{n-1}$. Dessa consideração, resulta a primeira carteira de risco composta por apenas dois ativos, A e A_n, de onde se origina a primeira hipérbole da família. No entanto, como A é uma subcarteira, pode-se alterá-la infinitamente por meio de diferentes composições de seus ativos. Dessas alterações, resulta uma família de carteiras de risco compostas por apenas dois ativos, de onde se origina uma família de hipérboles.

Agora, considere em um mesmo gráfico, a família de hipérboles da substituição risco-retorno de uma carteira de risco composta por n ativos e as *LACs* à disposição do investidor racional. Traçando-se as *LACs* para cada hipérbole, obtém-se nos pontos de tangência uma família de carteiras de risco eficientemente diversificadas, que interligadas por uma curva, dão origem à fronteira eficiente dos investimentos com risco.

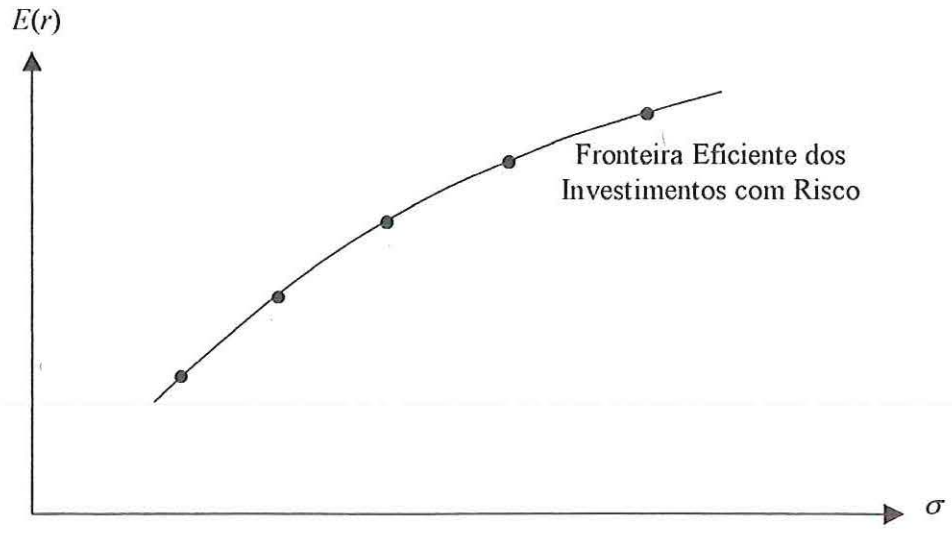


FIGURA 9: Fronteira eficiente dos investimentos com risco (Fonte: Securato, 1993)

Agora, considere em um mesmo gráfico, a fronteira eficiente dos investimentos com risco e, novamente, as *LACs* à disposição do investidor racional.

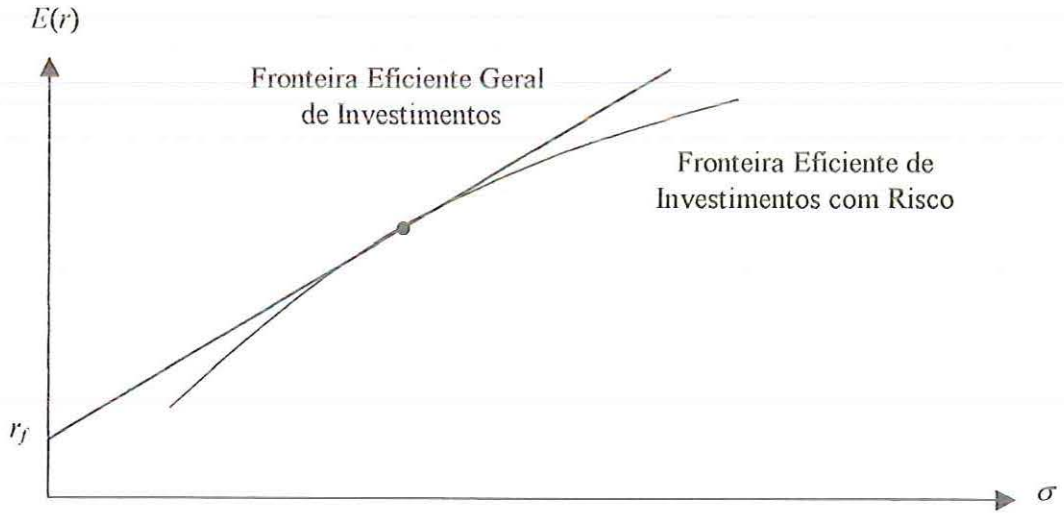


FIGURA 10: Fronteira eficiente geral dos investimentos (Fonte: Securato, 1993)

À *LAC* tangente à fronteira eficiente dos investimentos com risco, atribui-se o nome de fronteira geral dos investimentos.

E por fim, à carteira correspondente ao ponto de tangência, atribui-se o nome de carteira de risco ótima, única para todos os investidores e caracterizada como a melhor composição entre n ativos de risco para ser combinada com o ativo livre de risco, formando a carteira completa do investidor,

3.2.1.2.3 Propriedade de separação: escolha da carteira completa do investidor

Nesse momento, cabe ao investidor escolher a combinação apropriada entre a carteira de risco ótima e o ativo livre de risco.

Um gestor de carteira oferecerá a mesma carteira de risco ótima para todos os seus clientes, não importando os níveis de aversão ao risco de cada um. Essa aversão surge apenas quando os clientes selecionam seus pontos desejados na *LAC*. Os clientes com maior aversão ao risco investirão mais no ativo livre de risco e menos na carteira de risco ótima. Por outro lado, os clientes com menor aversão ao risco investirão mais na carteira de risco ótima e menos no ativo livre de risco.

Esse resultado é chamado de propriedade de separação, introduzida por James Tobin em 1958 e já apresentada na seção 3.2.1. Segundo essa propriedade, a formação da carteira completa do investidor envolve duas tarefas independentes:

- uma tarefa pessoal - a alocação de capital: que trata da escolha da porção da carteira completa investida em ativos praticamente livres de risco e da porção equivalente investida em ativos de risco;
- uma tarefa técnica - a diversificação eficiente da carteira de risco: que trata da determinação da melhor composição da carteira de ativos de risco.

A propriedade de separação e a formação da carteira completa do investidor encerram as discussões sobre a *TMC*.

3.2.2 Modelo de fatores

O modelo de fatores é utilizado para estimar os dois componentes do retorno do ativo: o componente de mercado (ou sistemático) e o componente específico (ou próprio):

$$R_i = E(R_i) + \beta_i M + e_i \tag{3.24}$$

sendo:

R_i = retorno em excesso do ativo, tal que, $R_i = r_i - r_f$;

$E(R_i)$ = valor esperado do retorno em excesso do ativo quando as movimentações do mercado são nulas (situação de mercado neutro);

$\beta_i M$ = componente do retorno em excesso do ativo atribuído às movimentações do mercado (M) e à sensibilidade do ativo à tais movimentações (β_i);

e_i = componente do retorno em excesso do ativo atribuído às movimentações específicas.

Tanto M quanto e_i possuem valores esperados iguais a zero, pois representam impactos de eventos não antecipados.

3.2.3 Modelo de índice único

Para a aplicação do modelo de fatores é necessário especificar uma maneira de medir as movimentações do mercado (ou movimentações sistemáticas). Segundo Bodie, Kane & Marcus (2000), uma abordagem razoável é usar a taxa de retorno de um amplo índice de ativos como representativo do mercado. No Brasil, o índice geralmente utilizado é o *IBOVESPA*.

Nessa condição, é possível estimar os dois componentes do retorno do ativo através da utilização do retorno do índice representativo do mercado em um modelo de índice único:

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_M + e_i \tag{3.25}$$

sendo:

R_i = retorno em excesso do ativo, tal que, $R_i = r_i - r_f$;

α_i = retorno em excesso do ativo quando as movimentações do índice representativo do mercado são nulas (situação de mercado neutro);

$\beta_i R_M$ = componente do retorno em excesso do ativo atribuído às movimentações do índice representativo do mercado (R_M) e à sensibilidade do ativo à tais movimentações (β_i);

e_i = componente do retorno em excesso do ativo atribuído às movimentações específicas.

Uma vez que os componentes $\beta_i R_M$ e e_i são estatisticamente independentes, tem-se:

$$\sigma(R_i) = \sqrt{\beta_i^2 \sigma_M^2 + \sigma^2(e_i)} \tag{3.26}$$

sendo:

$\sigma(R_i)$ = desvio-padrão do retorno em excesso do ativo; risco do ativo;

$\beta_i^2 \sigma_M^2$ = componente do risco do ativo atribuído às movimentações do índice representativo do mercado (σ_M) e à sensibilidade do ativo à tais movimentações (β_i);

$\sigma^2(e_i)$ = componente do risco do ativo atribuído às movimentações específicas.

Matematicamente, a expressão do modelo de índice único representa a regressão dos retornos em excesso do ativo (R_i) sobre os retornos em excesso do mercado (R_M), cuja representação gráfica é dada pela linha de regressão:

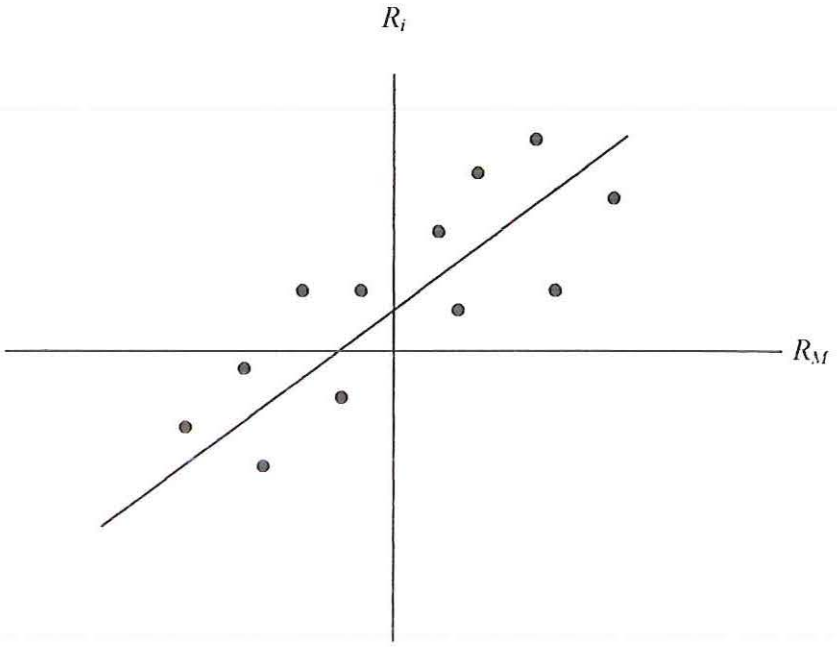


FIGURA 11: Linha de regressão (Fonte: Bodie, Kane & Marcus, 2000)

A principal contribuição da análise de regressão é possibilitar a estimativa através de registros históricos (reais) do relacionamento futuro (esperado) entre a variável dependente e a variável independente de um modelo, aqui representadas por R_i e R_M, respectivamente.

No entanto, embora utilize registros reais para a determinação de sua inclinação, a linha de regressão não representa os retornos reais do ativo. Em outras palavras, os pontos no diagrama de dispersão quase nunca estão situados sobre a linha de regressão. De fato, a linha de regressão representa tão somente as tendências médias, mostrando o efeito do retorno do índice representativo do mercado sobre o retorno do ativo. Nesse contexto,

a representação algébrica da linha de regressão num diagrama de dispersão é dada pela seguinte expressão:

$$E\left(\frac{R_i}{R_M}\right) = \alpha_i + \beta_i R_M \tag{3.27}$$

sendo:

$E(R_i / R_M)$ = valor esperado do retorno em excesso do ativo (R_i) dado o retorno em excesso do índice representativo do mercado (R_M);

α_i = intercepto: ponto de interseção da linha de regressão com o eixo vertical, onde o retorno em excesso do índice representativo do mercado (R_M) é nulo (situação de mercado neutro);

β_i = coeficiente de regressão: inclinação da linha de regressão, cujo valor representa a medida natural do risco sistemático do ativo, uma vez que essa inclinação mede a resposta típica do retorno em excesso do ativo às movimentações do índice representativo do mercado.

Bodie, Kane & Marcus (2000) interpretam a equação da regressão dos retornos em excesso do ativo (R_i) sobre os retornos em excesso do mercado (R_M) da seguinte maneira: o valor esperado do retorno em excesso do ativo, dado o retorno em excesso do índice representativo do mercado ($E(R_i / R_M)$), é igual ao intercepto (α_i) mais um termo que envolve a multiplicação da sensibilidade do ativo às movimentações do índice representativo do mercado (β_i) pelo retorno em excesso do índice representativo do mercado (R_M).

Finalmente, uma vez que a linha de regressão representa somente expectativas, a distância vertical entre cada ponto do diagrama de dispersão e a linha de regressão acaba por representar a surpresa específica e_i contida em cada retorno real, sendo, portanto,

a dispersão dos retornos reais sobre a linha de regressão estimada pela variância residual dos eventos específicos ($\sigma^2(e_i)$).

Apresentada a natureza e a estrutura teórica dos modelos *VAR*, *CAPM* e *APT*, reunida na *TMC*, modelo de fatores e modelo de índice único, pode-se passar à etapa de modelagem.

3.3 Modelagem do *VAR*, *CAPM* e *APT*

3.3.1 Modelagem do *VAR*

3.3.1.1 Apresentação do *VAR*

Segundo Jorion (1999), o valor no risco, mais conhecido como *VAR*, iniciais em inglês de *Value at Risk*, é um modelo de mensuração de risco que utiliza técnicas estatísticas padrões para medir a pior ou maior perda esperada de capital ao longo de determinado intervalo de tempo e nível de confiança, mantidas normais as condições de mercado.

O primeiro passo na mensuração do *VAR* é a escolha dos fatores quantitativos "nível de confiança" e "horizonte de tempo". De certa forma, ambos são arbitrários. O Acordo da Basiléia de 1988, firmado pelos bancos centrais do G-10 - Alemanha, Bélgica, Canadá, França, Holanda, Itália, Japão, Reino Unido, Suécia, e Estados Unidos - além de Luxemburgo e Suíça, em sua revisão de 1995, voltada ao risco de mercado, recomenda um nível de confiança de 99% para um horizonte de tempo de 10 dias.

No entanto, há na prática, poucas diretrizes disponíveis para a escolha do nível de confiança. Esse não deve ser demasiadamente baixo, pois proporcionaria uma medida de perda que freqüentemente seria excedida. Por outro lado, também não deve ser demasiadamente elevado, pois proporcionaria uma medida de perda que raramente seria excedida. Por exemplo, para um nível de confiança de 95%, a expectativa é de que haja,

a cada 20 dias, uma perda que supera o *VAR*. Por outro lado, para um nível de confiança de 99%, a expectativa é de que haja, somente a cada 100 dias, uma perda que supera o *VAR*. Segundo Jorion (1999), dentre os níveis de confiança utilizados por algumas instituições importantes e respeitadas no mercado, destacam-se: Bankers Trust, 99%, Chase, 97,5%, Citibank, 95,4% e J.P. Morgan, 95%.

Quanto ao horizonte de tempo, esse pode ser determinado pela natureza da carteira, devendo refletir o tempo mínimo para que a sua liquidez seja feita de maneira ordenada. Desse modo, os bancos comerciais reportam o *VAR* de suas operações sobre um horizonte diário, devido ao giro rápido das atividades de suas carteiras. Por outro lado, os fundos de investimento reportam o *VAR* de suas operações sobre um horizonte mensal, devido ao giro lento das atividades de suas carteiras.

No entanto, como ainda há a possibilidade de ocorrer perdas desastrosas que excedam o *VAR*, ainda que essas sejam improváveis, visto que, pela recomendação do Acordo da Basiléia, a probabilidade de tal fato ocorrer é de 1 em 100 para um horizonte de tempo de 10 dias, foi estabelecido que o *VAR* deve ser multiplicado por 3, para determinar uma quantidade mínima de capital que a instituição deve manter para cobrir tais perdas, caso essas venham a ocorrer.

Ainda segundo Jorion (1999), o *VAR* é o modelo de risco mais utilizado pelo mercado de capitais atualmente, cuja maior vantagem talvez esteja no fato de resumir, em um único número de fácil compreensão, a exposição total ao risco de mercado de uma instituição.

3.3.1.2 Mensuração do VAR

Para a estimativa do *VAR*, define-se, inicialmente, W_0 como o investimento inicial, $R : D\ (E(r_i)\ ,\ \sigma(r_i))$ como a distribuição do retorno e W_i como o valor resultante do investimento inicial ao final do horizonte de tempo considerado, tal que: $W_i = W_0\ [1 + E(r_i)]$.

Em seguida, define-se $E(r_i^*)$ como o valor esperado mínimo do retorno e W_i^* como o valor resultante mínimo do investimento inicial ao final do horizonte de tempo considerado e para o nível de confiança escolhido, tal que: $W_i^* = W_0\,[1 + E(r_i^*)]$.

Por conseguinte, apoiado na definição do *VAR* apresentada por Jorion (1999), "... a pior ou maior perda esperada de capital ao longo de determinado intervalo de tempo e nível de confiança...", conclui-se que:

- relativo à média:

$$VAR_i = W_0[E(r_i) - E(r_i^*)] \tag{3.28}$$

sendo:

VAR_i = valor no risco do investimento;

W_0 = investimento inicial;

$E(r_i)$ = valor esperado do retorno do investimento;

$E(r_i^*)$ = valor esperado mínimo do retorno do investimento;

- absoluto:

$$VAR_i = -W_0 E(r_i^*) \tag{3.29}$$

sendo:

VAR_i = valor no risco do investimento;

W_0 = investimento inicial;

$E(r_i^*)$ = valor esperado mínimo do retorno do investimento.

Portanto, em ambos os casos, descobrir o *VAR* para distribuições gerais corresponde à identificar o valor esperado mínimo do retorno do investimento ($E(r_i^*)$), ou, ainda, o valor resultante mínimo do investimento inicial ao final do horizonte de tempo considerado e para o nível de confiança escolhido (W_i^*), sendo os parâmetros $E(r_i)$ e $\sigma(r_i)$ determinados sobre o mesmo horizonte de tempo do *VAR*.

Porém, na sua forma mais genérica o *VAR* pode ser estimado a partir da distribuição do valor futuro da carteira, $f(w)$, tal que, a probabilidade de $f(w)$ exceder W_i^*, dado um nível de confiança (c) qualquer, seja:

$$c = \int_{W_i^*}^{\infty} f(w)\,dw \tag{3.30}$$

ou ainda, que a probabilidade de $f(w)$ não exceder W_i^* seja:

$$1 - c = \int_{-\infty}^{W_i^*} f(w)\,dw \tag{3.31}$$

sendo a área compreendida entre $-\infty$ e W_i^* igual a $1 - c$, com W_i^* representando o quartil da distribuição.

Observe que até esse momento não foi necessário a utilização do desvio-padrão da distribuição do retorno ($\sigma(r_i)$) para a estimativa do *VAR*, sendo, portanto, essa especificação válida para qualquer tipo de distribuição, seja ela discreta ou contínua, de cauda grossa ou fina, paramétrica ou não.

Todavia, a estimativa do *VAR* pode ser simplificada de forma considerável quando a distribuição é do tipo normal. Quando esse for o caso, o *VAR* poderá ser derivado diretamente do desvio-padrão do retorno, necessitando-se para tal, apenas de um fator multiplicativo, determinado em função do nível de confiança. À essa abordagem, atribui-se

o nome de "paramétrica", por envolver a estimativa de um parâmetro, o desvio-padrão, e não simplesmente a leitura de um quantil.

Basicamente, a estimativa do VAR para distribuições paramétricas normais obedece os seguintes passos:

1. transformação da distribuição do valor futuro da carteira ($f(w)$) em uma distribuição normal padronizada equivalente, $\Phi(\in)$:

$$\Phi(\in) : D\,(E(r_i) = 0\,,\ \sigma(r_i) = 1) \tag{3.32}$$

2. associação do valor resultante mínimo do investimento inicial ao final do horizonte de tempo considerado e para o nível de confiança escolhido (W_i^*) com o valor esperado mínimo do retorno do investimento ($E(r_i^*)$):

$$W_i^* = W_0\,[1 + E(r_i^*)] \tag{3.33}$$

3. associação do valor esperado mínimo do retorno do investimento ($E(r_i^*)$) com um fator $\alpha > 0$ proveniente da distribuição normal padronizada:

$$-\alpha = \frac{-\left|E(r_i^*)\right| - E(r_i)}{\sigma(r_i)} \tag{3.34}$$

de onde resulta:

$$E(r_i^*) = -\alpha\sigma(r_i) + E(r_i) \tag{3.35}$$

4. substituição do valor esperado mínimo do retorno do investimento ($E(r_i^*)$) nas expressões (3.28) e (3.29):

- relativo à média:

$$VAR_i = \alpha\sigma(r_i)W_0 \tag{3.36}$$

sendo:

VAR_i = valor no risco do investimento;

α = fator da distribuição normal padronizada;

$\sigma(r_i)$ = risco do investimento;

W_0 = investimento inicial;

- absoluto:

$$VAR_i = W_0[\alpha\sigma(r_i) - E(r_i)] \tag{3.37}$$

sendo:

VAR_i = valor no risco do investimento;

W_0 = investimento inicial;

α = fator da distribuição normal padronizada;

$\sigma(r_i)$ = risco do investimento;

$E(r_i)$ = valor esperado do retorno do investimento.

Portanto, em ambos os casos, descobrir o *VAR* para distribuições normais corresponde à identificar o fator α da distribuição normal padronizada cuja área à sua esquerda seja igual a $1 - c$, sendo os parâmetros $E(r_i)$ e $\sigma(r_i)$ determinados sobre o mesmo horizonte de tempo do *VAR* e o fator α determinado através da tabela da distribuição normal padronizada (TABELA 1 - Anexo A). Por exemplo, para o nível de confiança de 95%, o valor de α vale 1,65.

3.3.1.3 Métodos para a mensuração do *VAR*

Segundo Jorion (1999), os métodos para a mensuração do *VAR* são os seguintes:

- método delta-normal;
- método da simulação histórica;
- método dos testes de *stress*;
- método de Monte Carlo estruturado.

3.3.1.3.1 Método delta-normal

O método delta-normal incorpora de maneira simples os conceitos da diversificação eficiente.

Segundo a expressão (3.22), o valor esperado do retorno da carteira é estimado pela soma ponderada dos valores esperados dos retornos individuais dos ativos, com seus pesos determinados pela proporção do capital total da carteira investido em cada ativo:

$$E(r_C) = \sum_{i=1}^{i=n} \omega_{A_i} E(r_{A_i}) \tag{3.38}$$

sendo:

$E(r_C)$ = valor esperado do retorno da carteira;

ω_{Ai} = proporção do capital total da carteira investido no ativo;

$E(r_{Ai})$ = valor esperado do retorno do ativo;

de onde resulta a seguinte notação matricial:

$$E(r_C) = [\omega_{A_1} \quad \dots \quad \omega_{A_n}] \begin{bmatrix} E(r_{A_1}) \\ \\ E(r_{A_n}) \end{bmatrix} = \omega'_{A_i} E(r_{A_i}) \qquad (3.39)$$

sendo ω'_{Ai} o vetor transposto dos pesos e $E(r_{Ai})$ o vetor vertical dos retornos individuais dos ativos.

De modo semelhante, segundo a expressão (3.23), o risco da carteira é estimado pela soma ponderada dos riscos individuais dos ativos, mais um termo que envolve o somatório das covariâncias entre as distribuições dos retornos de cada par de ativos, com seus pesos determinados pela proporção do capital total da carteira investido em cada ativo:

$$\sigma(r_C) = \sqrt{\sum_{i=1}^{i=n} \omega_{A_i}^2 \sigma^2(r_{A_i}) + 2\sum_{a<b} \omega_{A_a} \omega_{A_b} Cov(r_{A_a}, r_{A_b})} \qquad (3.40)$$

sendo:

$\sigma(r_C)$ = risco da carteira;

ω_{Ai} = proporção do capital total da carteira investido no ativo;

$\sigma(r_{Ai})$ = risco do ativo;

ω_{Aa} = proporção do capital total da carteira investido no ativo a;

ω_{Ab} = proporção do capital total da carteira investido no ativo b;

$Cov(r_{Aa}, r_{Ab})$ = covariância entre a distribuição do retorno do ativo a e a distribuição do retorno do ativo b;

de onde resulta a seguinte notação matricial:

$$\sigma(r_C) = \sqrt{[\omega_{A_1} \quad \dots \quad \omega_{A_n}] \begin{bmatrix} \sigma^2(A_1) & \sigma_{A_1A_2} & \cdots & \sigma_{A_1A_n} \\ \vdots & & & \vdots \\ \sigma_{A_nA_1} & \sigma_{A_nA_2} & \cdots & \sigma^2(A_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{A_1} \\ \vdots \\ \omega_{A_n} \end{bmatrix}} \tag{3.41}$$

que numa forma ainda mais compacta é resumida a:

$$\sigma(r_C) = \sqrt{\omega'_{A_i} \sum \omega_{A_i}} \tag{3.42}$$

sendo σ_{AaAb} na expressão (3.41) a $Cov\ (r_{Aa}, r_{Ab})$ e $\sum$ na expressão (3.42) a matriz de covariâncias.

Finalmente, substituindo o resultado da expressão (3.42) na expressão (3.36), obtém-se a expressão fundamental do VAR delta-normal para carteiras, em notação matricial:

$$VAR_C = \alpha \sqrt{\omega'_{A_i} \sum \omega_{A_i}}\ W_0 \tag{3.43}$$

sendo:

VAR_C = valor no risco da carteira;

α = fator da distribuição normal padronizada;

ω'_{Ai} = vetor transposto dos pesos; vetor transposto da proporção do capital total da carteira investido em cada ativo;

Σ = matriz de covariâncias;

ω_{Ai} = vetor dos pesos; vetor da proporção do capital total da carteira investido em cada ativo;

W_0 = investimento inicial.

Observe que as expressões (3.36) e (3.43) são equivalentes. Ambas representam a expressão fundamental do *VAR* delta-normal. Contudo, no presente estudo será utilizada apenas a expressão (3.36). Ou seja:

$$VAR_i = \alpha\sigma(r_i)W_0 \tag{3.44}$$

sendo:

VAR_i = valor no risco do investimento;

α = fator da distribuição normal padronizada;

$\sigma(r_i)$ = risco do investimento;

W_0 = investimento inicial;

que aplicada às carteiras, torna-se:

$$VAR_C = \alpha\sigma(r_C)W_0 \tag{3.45}$$

sendo:

VAR_C = valor no risco da carteira;

α = fator da distribuição normal padronizada;

$\sigma(r_C)$ = risco da carteira;

W_0 = investimento inicial.

Segundo Jorion (1999), as principais vantagens do método delta-normal são a facilidade de aplicação e o modo simples de incorporar a diversificação eficiente, justificando, portanto, a opção do presente estudo por tal método. Por outro lado, a principal desvantagem é tratar apenas investimentos ou carteiras com retornos normalmente distribuídos, algo freqüentemente alcançado no mercado de capitais.

3.3.1.3.2 Método da simulação histórica

O método da simulação histórica recua no tempo e aplica os pesos atuais a uma série temporal de retornos históricos:

$$\mu_{r_C} = \sum_{i=1}^{i=n} \omega_{A_i} \mu_{r_{A_i}} \tag{3.46}$$

sendo:

μ_{rC} = média amostral do retorno da carteira;

ω_{Ai} = proporção do capital total da carteira investido no ativo;

μ_{rAi} = média amostral do retorno do ativo.

A expressão (3.46) determina a média amostral da carteira sobre um horizonte histórico preestabelecido. Desse modo, para que o nível de confiança seja inserido na determinação do *VAR*, é necessário aplicá-la sobre vários horizontes históricos, segundo a sistemática da janela móvel de tamanho constante. Nessa sistemática, a cada período avançado, a janela é deslocada também de um período, de tal forma que o período presente

substitua o período mais antigo considerado anteriormente. Em seguida, determina-se a média amostral mínima do retorno da carteira para o intervalo de tempo considerado e nível de confiança escolhido (μ_{rC}^*), segundo o próprio nível de confiança. Por exemplo, para 100 janelas móveis e nível de confiança de 95%, μ_{rC}^* corresponderá ao sexto menor valor da μ_{rC}. Finalmente, para estimar o *VAR*, basta substituir μ_{rC} e μ_{rC}^* na expressão (3.28), com as substituições coerentes de $E(r_C)$ e $E(r_C^*)$ por μ_{rC} e μ_{rC}^*, respectivamente.

Segundo Jorion (1999), a principal vantagem do método da simulação histórica é incorporar não-linearidades e distribuições não-normais, pois utiliza dados reais (registros históricos). Por outro lado, as principais desvantagens são desconsiderar registros que já estejam fora do período compreendido pela janela, mesmo que esses continuem relevantes à análise, e, também, atribuir o mesmo peso para todos os dados durante a determinação da média amostral do retorno de cada ativo, sejam eles recentes ou antigos, embora os dados recentes sejam geralmente mais fortemente significativos.

3.3.1.3.3 Método dos testes de *stress*

O método dos testes de *stress* examina o efeito de oscilações hipotéticas das principais variáveis financeiras sobre a carteira. Segundo o *Derivatives Policy Group* apud Jorion (1999), os cenários econômicos futuros mais comuns de estudo no método dos testes de *stress* são:

- deslocamento paralelo da curva de juros em ± 100 pontos-base;
- torção da curva de juros em ± 25 pontos-base;
- valores de índices de ações mudando em ± 10%;
- moedas flutuando em ± 6%;
- volatilidades oscilando em ± 20% a partir dos valores correntes.

Para o método dos testes de *stress* o retorno da carteira para cada cenário j é estimado pela seguinte expressão:

$$r_{C_j} = \sum_{i=1}^{i=n} \omega_{A_i} r_{A_{i_j}} \tag{3.47}$$

sendo:

r_{Cj} = retorno da carteira no cenário j;

ω_{Ai} = proporção do capital total da carteira investido no ativo;

r_{Aij} = retorno do ativo no cenário j;

com a estimativa do valor esperado do retorno da carteira dada pela expressão:

$$E(r_C) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j r_{C_j} \tag{3.48}$$

sendo:

$E(r_C)$ = valor esperado do retorno da carteira;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário j;

r_{Cj} = retorno da carteira no cenário j;

e estimativa do valor esperado mínimo do retorno da carteira para o intervalo de tempo considerado e nível de confiança escolhido ($E(r_C^*)$) dado pelo próprio nível de confiança. Por exemplo, para 100 cenários econômicos futuros e nível de confiança de 95%, $E(r_C^*)$ corresponderá ao sexto menor valor do $E(r_C)$. Finalmente, para estimar o *VAR*, basta substituir $E(r_C)$ e $E(r_C^*)$ na expressão (3.28).

Segundo Jorion (1999), a principal vantagem do método dos testes de *stress* é poder abordar situações extremas, que normalmente não estão presentes nos dados históricos. Por outro lado, as principais desvantagens são a subjetividade, onde cenários econômicos futuros mal construídos resultarão, possivelmente, em medidas errôneas do *VAR*, e, também, examinar apenas os efeitos provocados por um grande movimento em uma ou poucas variáveis financeiras por vez, o que o torna inadequado para carteiras grandes e complexas.

3.3.1.3.4 Método de Monte Carlo estruturado

O conceito básico do método de Monte Carlo estruturado é simular, repetidamente, um processo estocástico para a variável financeira de interesse, cobrindo uma grande quantidade de situações possíveis. O resultado é a recriação da distribuição de probabilidades inteira do valor da carteira.

Desse modo, a primeira e mais importante etapa da simulação de Monte Carlo estruturado é a escolha do modelo estocástico que regerá o comportamento da variável financeira de interesse. Um modelo habitualmente utilizado é o movimento browniano geométrico para a trajetória de preços, que serve de base para grande parte da teoria de precificação dos ativos. Segundo tal modelo, as inovações no preço da carteira são dadas pela expressão:

$$\Delta S_s = S_{s-1}[E(S_C)\Delta t + \sigma(S_C) \in \sqrt{\Delta t}) \qquad (3.49)$$

sendo:

ΔS_s = incremento de preço da carteira na simulação s;

S_{s-1} = preço da carteira na simulação $s - 1$;

$E(S_C)$ = valor esperado do preço da carteira;

Δt = incremento de tempo, tal que, Δt = (período futuro – período atual) / (quantidade de subdivisões);

$\sigma(S_C)$ = desvio-padrão do preço da carteira;

$\in$ = variável aleatória normal padronizada.

Para a simulação da trajetória de preços, inicia-se com S_s e gera-se uma seqüência de epsílones ($\in$ = 1, 2, 3, 4, ..., n), sendo $S_{s+1} = S_s + \Delta S_s$, e assim por diante para S_{s+2}, S_{s+3}, S_{s+4}, ..., S_{s+n}. Em seguida, de posse da seqüência de preços, estima-se o retorno da carteira pela expressão (3.7):

$$r_{C_{s+1}} = \ln \frac{S_{s+1}}{S_s} \tag{3.50}$$

sendo:

r_{Cs+1} = retorno da carteira na simulação $s + 1$;

S_{s+1} = preço da carteira na simulação $s + 1$;

S_s = preço da carteira na simulação s;

com a estimativa do valor esperado do retorno da carteira dada pela expressão:

$$E(r_C) = \sum_{j=1}^{j=n} \frac{1}{n} r_{C_s} \tag{3.51}$$

sendo:

$E(r_C)$ = valor esperado do retorno da carteira;

n = quantidade de simulações;

r_{Cs} = retorno da carteira na simulação s;

e estimativa do valor esperado mínimo do retorno da carteira para o intervalo de tempo considerado e nível de confiança escolhido ($E(r_C^*)$) dado pelo próprio nível de confiança. Por exemplo, para 100 simulações e nível de confiança de 95%, $E(r_C^*)$ corresponderá ao sexto menor valor do $E(r_C)$. Finalmente, para estimar o *VAR*, basta substituir $E(r_C)$ e $E(r_C^*)$ na expressão (3.28).

Segundo Jorion (1999), o Monte Carlo estruturado é o método mais potente atualmente para a mensuração do *VAR*. Suas principais vantagens são cobrir uma grande quantidade de variáveis financeiras por vez e, também, capturar uma grande variedade de riscos, tais como, os de não-linearidade, os de volatilidade e os de modelo, além de incorporar a variação temporal da volatilidade, as caudas grossas e os cenários econômicos extremos. Por outro lado, sua principal desvantagem é a necessidade da utilização de um software estatístico avançado, o que talvez explique a maior preferência pelos outros métodos.

3.3.1.3.5 Comparação entre os métodos de mensuração do *VAR*

Jorion (1999) resume na tabela 2 as principais características dos diferentes métodos de mensuração do *VAR*.

TABELA 2 - Principais características dos diferentes métodos de mensuração do *VAR*

	Delta-normal	Simulação histórica	Testes de *stress*	Monte Carlo
Ativos não-lineares	Não	Sim	Sim	Sim
Distribuição histórica	Normal	Real	Subjetiva	Plena
Variação de tempo	Sim	Não	Subjetiva	Sim
Avaliação implícita	Possível	Não	Possível	Sim
Distribuição não-normal	Não	Sim	Sim	Sim
Mensuração eventos extremos	Precário	Precário	Sim	Possível
Uso de correlações	Sim	Sim	Não	Sim
Evita risco de modelo	Precário	Sim	Não	Não
Facilidade de computação	Sim	Precário	Precário	Não
Comunicabilidade	Fácil	Fácil	Boa	Difícil
Principais Armadilhas	Não-linearidades	Variação do tempo	Suposições errôneas	Risco de modelo

A tabela 2 pode ser utilizada como ponto de partida e referência rápida para a escolha do método de mensuração do *VAR* mais adequado para cada caso. No entanto, é importante que a escolha final seja feita somente após a leitura detalhada da modelagem de cada método.

3.3.1.3.6 Precisão dos métodos de mensuração do *VAR*

Os parâmetros essenciais para a mensuração do *VAR* são obtidos a partir de estimativas de médias, desvios-padrão e quantis de dados reais. Contudo, tais estimativas não podem ser consideradas totalmente confiáveis, pois são afetadas pelo erro de estimativa, também chamado de variabilidade natural inerente à amostra.

A técnica mais simples de se verificar a precisão dos métodos de mensuração do *VAR* é registrar a taxa de erro, que demonstra a proporção de vezes que o *VAR* é excedido em determinada amostra.

Segundo Jorion (1999), Kupiec, em 1995, desenvolveu regiões de confiança para o teste da taxa de erro, dadas pela expressão:

$$l = -2 \ln[(1 - p)^{T-N} p^{N}] + 2 \ln[(1 - (N / T))^{T-N} (N / T)] \qquad (3.52)$$

sendo N a quantidade de erros que poderia ser observada numa amostra de tamanho T, sem rejeitar a hipótese nula de que p seja a probabilidade correta.

A tabela 3 mostra algumas regiões de confiança determinadas em função de diferentes níveis de confiança e intervalos de tempo.

TABELA 3 - Regiões de confiança para os métodos de mensuração do *VAR*

Nível de confiança	T = 255 dias (1 ano)	T = 510 dias	T = 1000 dias
99,00	$N < 7$	$1 < N < 11$	$4 < N < 17$
97,50	$2 < N < 12$	$6 < N < 21$	$15 < N < 36$
95,00	$6 < N < 21$	$16 < N < 36$	$37 < N < 65$
92,50	$11 < N < 28$	$27 < N < 51$	$59 < N < 92$
90,00	$16 < N < 36$	$38 < N < 65$	$81 < N < 120$

Por exemplo, para um nível de confiança (c) de 95% e um horizonte de tempo (T) de 1 ano, espera-se observar:

$$N = pT = (1 - c)\, T = (1 - 0{,}95)\, 255 = 0{,}05 \text{ x } 255 = 13 \text{ violações}$$

Todavia, as hipóteses nulas não podem ser rejeitadas enquanto N estiver no intervalo $6 < N < 21$. Valores de N maiores ou iguais a 21 indicam que o método de *VAR* "subrepresenta" a probabilidade de grandes perdas, enquanto que valores de N menores ou iguais a 6 indicam que o método de *VAR* "sobrerepresenta" a probabilidade de grandes perdas.

3.3.2 Modelagem do *CAPM*

3.3.2.1 Apresentação do *CAPM*

O modelo de precificação dos ativos de capital, mais conhecido como *CAPM*, iniciais em inglês de *Capital Asset Pricing Model*, foi proposto originalmente por William Sharpe.

Um número de suposições simplistas conduzem à versão básica do *CAPM*. A idéia fundamental é que os investidores são parecidos, com exceções observadas sobre a sua riqueza inicial e a sua aversão ao risco. A seguir, tem-se uma lista de suposições que descreve as adequações necessárias aos investidores:

1. os investidores não conseguem afetar os preços com suas negociações individuais;
2. todos os investidores planejam sobre um período de manutenção do investimento idêntico;
3. os investidores compõem carteiras de um universo de ativos financeiros publicamente negociados e têm acesso às oportunidades ilimitadas de tomar e dar empréstimos livres de risco;
4. os investidores não pagam impostos sobre os retornos e nem custos de transação sobre as negociações dos ativos;

5. todos os investidores buscam construir carteiras com fronteiras eficientes, ou seja, são otimizadores racionais de média e variância;
6. todos os investidores analisam os ativos da mesma maneira, ou seja, dado um conjunto de preços de ativos e a taxa do investimento livre de risco, todos utilizam os mesmos retornos esperados, os mesmos desvios-padrão e as mesmas covariâncias para gerar a fronteira eficiente e a carteira de risco ótima.

Segundo Bodie, Kane & Marcus (2000), essas suposições ignoram muitas complexidades importantes do mundo real, no entanto, conduzem a discernimentos poderosos sobre a natureza do equilíbrio nos mercados de ativos. Ainda segundo os autores, dadas essas suposições, o equilíbrio que prevalecerá neste mundo hipotético de ativos e investidores pode ser resumido por:

a. todos os investidores escolherão manter a carteira de mercado (M) como a carteira de risco;

   a carteira de mercado é definida como o agregado de todos os ativos de risco da economia, nas mesmas proporções em capital existentes de cada um no mercado;

b. a carteira de mercado ficará na fronteira eficiente e será uma carteira de risco ótima;

   a carteira de risco ótima está localizada no ponto de tangência da linha de alocação de capital (LAC) com a fronteira eficiente;

EESC-USP Biblioteca CAMPUS DE S. CARLOS

c. o prêmio de risco da carteira de mercado será proporcional à variância do retorno da carteira de mercado e ao típico grau de aversão ao risco do investidor médio:

$$E(r_M) - r_f = A^* \sigma^2(r_M) \tag{3.53}$$

sendo:

$E(r_M) - r_f$ = prêmio de risco da carteira de mercado, ou seja, a diferença entre o valor esperado do retorno da carteira de mercado ($E(r_M)$) e a taxa do investimento livre de risco (r_f);

A^* = grau de aversão ao risco do investidor médio;

$\sigma^2(r_M)$ = variância da distribuição do retorno da carteira de mercado;

d. o prêmio de risco dos ativos individuais (investimentos individuais) será proporcional ao prêmio de risco da carteira de mercado e ao coeficiente beta do ativo relativo à carteira de mercado:

$$E(r_i) - r_f = \beta_i [E(r_M) - r_f] \tag{3.54}$$

sendo:

$E(r_i) - r_f$ = prêmio de risco do investimento, ou seja, a diferença entre o valor esperado do retorno do investimento ($E(r_i)$) e a taxa do investimento livre de risco (r_f);

β_i = beta do investimento relativo à carteira de mercado;

$E(r_M) - r_f$ = prêmio de risco da carteira de mercado, ou seja, a diferença entre o valor esperado do retorno da carteira de mercado ($E(r_M)$) e a taxa do investimento livre de risco (r_f).

3.3.2.2 Adoção da carteira de mercado como a carteira de risco ótima

Dadas as suposições apresentadas na seção anterior, é fácil ver por que todos os investidores possuem a carteira de mercado como a carteira de risco ótima. Se todos os investidores são otimizadores racionais de média e variância, suposição 5, sobre o mesmo universo de ativos, suposição 3, para um período de manutenção do investimento idêntico, suposição 2, através da mesma análise de ativos, suposição 6, e, ainda, experimentam conseqüências tributárias idênticas, suposição 4, então, todos devem obter fronteiras eficientes idênticas e chegar à determinação da mesma carteira de risco ótima. Nessa condição, os ativos serão representados no agregado de carteiras na mesma proporção que se encontram na carteira de risco ótima de cada investidor. Esse agregado representa, de fato, a carteira de mercado, uma vez que o mercado nada mais é do que o agregado de todas as carteiras individuais.

3.3.2.3 Retornos esperados em ativos individuais

Segundo a teoria moderna sobre a carteira (*TMC*), o risco específico do ativo (ou investimento) pode ser reduzido para um nível arbitrariamente baixo através da diversificação eficiente da carteira de risco. Por outro lado, o mesmo não acontece com o risco sistemático do ativo, o qual não pode ser reduzido nem mesmo pela mais extensiva diversificação eficiente da carteira de risco. Aos investidores, cabe prêmio de risco apenas pelo risco sistemático do ativo, e tão somente na proporção em que o mesmo contribui para o risco sistemático da carteira toda, cuja medida é caracterizada pelo coeficiente beta do ativo (β_i). Tais afirmações, são coerentes com a descrição de equilíbrio *d* do mundo hipotético do *CAPM*, estabelecida por Bodie, Kane & Marcus (2000) e equacionada pela expressão (3.54), segundo a qual:

$$E(r_i) - r_f = \beta_i[E(r_M) - r_f] \tag{3.55}$$

sendo:

$E(r_i) - r_f$ = prêmio de risco do investimento;

β_i = beta do investimento relativo à carteira de mercado;

$E(r_M) - r_f$ = prêmio de risco da carteira de mercado;

de onde resulta a expressão fundamental do *CAPM*:

$$E(r_i) = r_f + \beta_i[E(r_M) - r_f] \tag{3.56}$$

sendo:

$E(r_i)$ = valor esperado do retorno do investimento;

r_f = taxa do investimento livre de risco;

β_i = beta do investimento relativo à carteira de mercado;

$E(r_M)$ = valor esperado do retorno da carteira de mercado.

3.3.2.4 O *CAPM* e o modelo de índice único

Segundo Bodie, Kane & Marcus (2000), o *CAPM* tem duas limitações práticas importantes, mas contornáveis:

1. depende da carteira de mercado, o que inclui todos os ativos de risco existentes no mercado;
2. lida com retornos esperados, o que exclui a utilização de retornos reais passados.

Para contornar essas limitações, utiliza-se o *CAPM* na forma de um modelo de índice único, tal como apresentado na seção 3.2.3.

O primeiro passo para ir de um modelo erigido em retornos esperados para um modelo erigido em retornos realizados é a determinação da expressão de regressão dos retornos em excesso realizados do ativo (ou investimento) (R_i) sobre os retornos em excesso realizados do índice representativo do mercado (R_M):

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_M + e_i \tag{3.57}$$

sendo:

R_i = retorno em excesso do investimento, tal que, $R_i = r_i - r_f$;

α_i = retorno em excesso do investimento quando as movimentações do índice representativo da carteira de mercado são nulas (situação de mercado neutro);

$\beta_i R_M$ = componente do retorno em excesso do investimento atribuído às movimentações do índice representativo da carteira de mercado (R_M) e à sensibilidade do investimento à tais movimentações (β_i);

e_i = componente do retorno em excesso do investimento atribuído às movimentações específicas.

O passo seguinte é a adoção de duas considerações plausíveis ao *CAPM*:

a. sendo o *CAPM* uma afirmação sobre as expectativas futuras dos retornos dos ativos, espera-se que o retorno em excesso atribuído às surpresas específicas seja igual a zero ($e_i = 0$);
b. dado que os investidores devem receber prêmios de risco apenas pelo risco sistemático do ativo, espera-se que o retorno em excesso para o mercado neutro também seja igual a zero ($\alpha_i = 0$).

Aplicando os resultados dessas considerações na expressão de regressão, resulta:

$$E(r_i) = r_f + \beta_i [E(r_M) - r_f] \tag{3.58}$$

Portanto, com essas considerações plausíveis, é possível estabelecer a equivalência entre a equação fundamental do *CAPM*, erigida em retornos esperados de uma difícil carteira de mercado, e a expressão de regressão do modelo de índice único, erigida em retornos realizados de um amplo índice de ativos como representativo da carteira de mercado (no Brasil, o amplo índice de ativos geralmente utilizado como representativo da carteira de mercado é o *IBOVESPA*).

3.3.2.5 Cálculo do intercepto

O intercepto da regressão dos retornos em excesso realizados do ativo (ou investimento) (R_i) sobre os retornos em excesso realizados do índice representativo do mercado (R_M) é dado pela seguinte expressão:

$$\alpha_i = \mu_{R_i} - \beta_i \mu_{R_M} \tag{3.59}$$

sendo:

α_i = intercepto; retorno em excesso do investimento quando as movimentações do índice representativo da carteira de mercado são nulas (situação de mercado neutro);

μ_{Ri} = média amostral do retorno em excesso do investimento;

β_i = beta do investimento relativo ao índice representativo da carteira de mercado;

μ_{RM} = média amostral do retorno em excesso do índice representativo da carteira de mercado.

3.3.2.6 Cálculo do coeficiente beta

O coeficiente da regressão dos retornos em excesso realizados do ativo (ou investimento) (R_i) sobre os retornos em excesso realizados do índice representativo do mercado (R_M) é dado pela seguinte expressão:

$$\beta_i = \frac{Cov\,(R_i\,,R_M)}{\sigma^2\,(R_M)} \tag{3.60}$$

sendo:

β_i = beta do investimento relativo ao índice representativo da carteira de mercado;

$Cov(R_i\,,R_M)$ = covariância entre a distribuição do retorno em excesso do investimento e a distribuição do retorno em excesso do índice representativo da carteira de mercado;

$\sigma^2\,(R_M)$ = variância da distribuição do retorno em excesso do índice representativo da carteira de mercado.

É importante ressaltar que a utilização tanto dos retornos em excesso (R_i e R_M), quanto dos retornos comuns (r_i e r_M), produzem o mesmo resultado.

Calculado o coeficiente beta do ativo (β_i), pode-se compará-lo com o coeficiente beta do índice representativo da carteira de mercado (β_M):

- $\beta_i = \beta_M = 1 \Rightarrow$ ativos do tipo médio: se o mercado sobe, o ativo sobe no mesmo percentual; se o mercado cai, o ativo cai no mesmo percentual;

- $\beta_i > \beta_M = 1 \Rightarrow$ ativos do tipo agressivo: se o mercado sobe em determinado percentual, o ativo sobe mais que o mercado; se o mercado cai em determinado percentual, o ativo cai mais que o mercado;

- $\beta_i < \beta_M = 1 \Rightarrow$ ativos do tipo defensivo:

  $\beta_i > 0$: se o mercado sobe em determinado percentual, o ativo sobe menos que o mercado; se o mercado cai em determinado percentual, o ativo cai menos que o mercado;

  $-1 < \beta_i < 0$: se o mercado sobe em determinado percentual, o ativo cai num percentual menor; se o mercado cai em determinado percentual, o ativo sobe num percentual menor;

  $\beta_i = -1$: se o mercado sobe em determinado percentual, o ativo cai no mesmo percentual; se o mercado cai em determinado percentual, o ativo sobe no mesmo percentual;

  $\beta_i < -1$: se o mercado sobe em determinado percentual, o ativo cai num percentual maior; se o mercado cai em determinado percentual, o ativo sobe num percentual maior;

- $\beta_i = 0 < \beta_M = 1 \Rightarrow$ os ativos são indiferentes às flutuações do mercado.

Essa mesma comparação pode ser estendida para a carteira, sendo o beta da carteira calculado pela soma ponderada dos betas individuais dos ativos, com seus pesos determinados pela proporção do capital total da carteira investido em cada ativo:

$$\beta_C = \sum_{i=1}^{i=n} \omega_i \beta_i \tag{3.61}$$

sendo:

β_C = beta da carteira;

ω_i = proporção do capital total da carteira investido no investimento;

β_i = beta do investimento.

3.3.2.7 Linha do mercado de títulos (*LMT*)

Graficamente, a expressão fundamental do *CAPM* é representada pela linha do mercado de títulos (*LMT*).

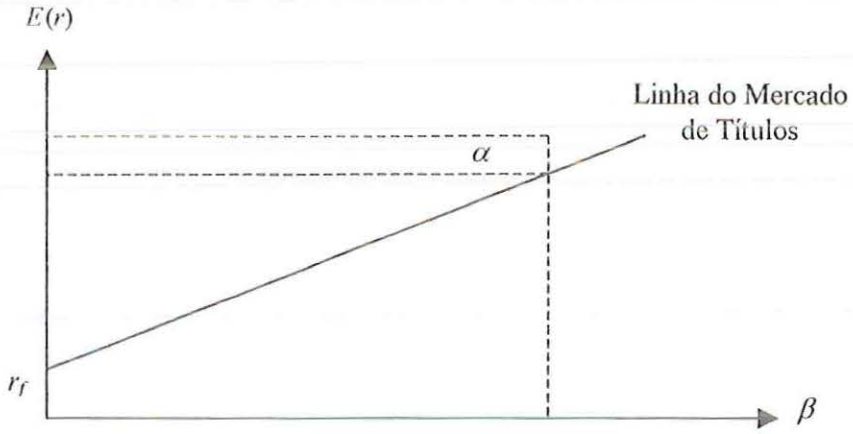


FIGURA 12: Linha do mercado de títulos (Fonte: Bodie, Kane & Marcus, 2000)

Segundo Bodie, Kane & Marcus (2000), os pontos localizados sobre a *LMT* representam o retorno esperado justo que compensa o investidor pelo risco sistemático

do ativo (ou investimento). A diferença entre o retorno esperado real e o retorno esperado justo é chamada de alfa:

$$\alpha_i = E(TIR_i) - E(r_i) \tag{3.62}$$

sendo:

α_i = alfa do investimento;

$E(TIR_i)$ = retorno esperado real do investimento;

$E(r_i)$ = retorno esperado justo ao risco sistemático incorrido pelo investimento.

O ativo terá viabilidade econômica quando seu retorno esperado real exceder seu retorno esperado justo ao risco sistemático incorrido, ou seja, quando $E(TIR_i) > E(r_i) \Rightarrow \alpha_i > 0$. Na escolha da melhor alternativa econômica, a preferência recairá sobre o ativo (ou investimento) com o maior α (alfa) positivo.

Ainda segundo Bodie, Kane & Marcus (2000), a localização do retorno esperado real com relação à *LMT* caracteriza a precificação do ativo:

- ativos justamente precificados: localizam-se exatamente sobre a *LMT*, indicando que os retornos esperados reais desses ativos são comensurados com o risco sistemático incorrido;
- ativos subprecificados: localizam-se acima da *LMT*, indicando que os retornos esperados reais desses ativos são maiores que os retornos esperados considerados justos ao risco sistemático incorrido;
- ativos sobreprecificados: localizam-se abaixo da *LMT*, indicando que os retornos esperados reais desses ativos são menores que os retornos esperados considerados justos ao risco sistemático incorrido.

Quando o *CAPM* se mantém, todos os ativos estão localizados sobre a *LMT*, ou seja, todos os ativos estão justamente precificados.

3.3.3 Modelagem da *APT*

3.3.3.1 Apresentação da *APT*

Nos anos 70, à medida que os pesquisadores estavam trabalhando em metodologias de teste para as variantes do *CAPM*, Stephen Ross abalou o mundo financeiro com a teoria de precificação por arbitragem, mais conhecida como *APT*, iniciais em inglês de *Arbitrage Pricing Theory*, afastando-se da construção de carteiras eficientes de risco-retorno.

O termo arbitragem é definido como a exploração da relativa má precificação entre dois ou mais ativos, visando a obtenção de lucros econômicos livres de risco. Uma oportunidade de arbitragem surge quando o investidor consegue construir uma carteira com zero de investimento que irá render um lucro seguro. Zero de investimento significa que o investidor não precisa usar dinheiro próprio. Para construir uma carteira com zero de investimento, o investidor tem que ser capaz de vender a descoberto pelo menos um ativo e utilizar os rendimentos para comprar um ou mais ativos. Até mesmo um pequeno investidor, usando dinheiro emprestado dessa maneira, pode tomar uma grande posição em tal carteira.

Um caso óbvio de oportunidade de arbitragem surge da violação da lei de preço único: quando um ativo está sendo negociado por preços diferentes em dois mercados, de forma que a diferença exceda os custos de transação, uma negociação simultânea nos dois mercados produzirá um lucro seguro, sem que qualquer investimento próprio tenha sido feito. O investidor simplesmente vende o ativo no mercado a descoberto por um preço alto e, em seguida, faz a sua compra por um preço baixo no mercado "comum".

Saindo do caso simples da violação da lei de preço único, pode-se imaginar uma situação de arbitragem menos óbvia, mas ainda assim bastante lucrativa. Imagine um investidor que tenha à sua disposição para investimento quatro ativos: A, B, C e D. De acordo com os analistas, quatro possíveis cenários econômicos futuros podem ocorrer, cada um associado à uma probabilidade. Esse investidor, analisando as possíveis carteiras que pode formar, verifica que formando uma carteira composta pelos ativos A, B e C, obtém para cada um dos cenários um retorno esperado sempre maior nesta carteira do que no ativo D. E ainda, um risco menor, conseqüência das características de cada um dos ativos e da diversificação eficiente da carteira. Dessa forma, esse investidor, independente do seu nível de aversão ao risco, pode tirar vantagem ao adotar uma posição a descoberto no ativo D e utilizar os rendimentos para incrementar os investimentos na carteira composta pelos ativos A, B e C.

Segundo Bodie, Kane & Marcus (2000), há uma distinção importante entre os argumentos da *APT* e os argumentos do *CAPM*. No *CAPM*, quando o equilíbrio no relacionamento de preço é violado, muitos investidores realizam mudanças em suas carteiras. No entanto, cada investidor individual realiza uma mudança limitada, dependendo da sua riqueza e do seu nível de aversão ao risco. Dessa forma, é necessário a agregação dessas mudanças limitadas dentre os muitos investidores para gerar um volume maior de compra e venda, o qual restaurará o equilíbrio dos preços. Por outro lado, quando existe a oportunidade de arbitragem, cada investidor individual busca adotar as maiores posições possíveis. Nesse caso, não são necessários muitos investidores para gerar um volume maior de compra e venda, o qual restaurará o equilíbrio dos preços.

3.3.3.2 Diversificação da carteira de risco na *APT*

Ao mostrar que carteiras com má precificação aumentam as chances de arbitragem, a *APT* chega à mesma expressão do *CAPM*.

Da mesma maneira que o *CAPM*, a *APT* também pressupõe um modelo de índice único, tal como apresentado na seção 3.2.3.

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_M + e_i \tag{3.63}$$

sendo:

R_i = retorno em excesso do investimento, tal que, $R_i = r_i - r_f$;

α_i = retorno em excesso do investimento quando as movimentações do índice representativo do mercado são nulas (situação de mercado neutro);

$\beta_i R_M$ = componente do retorno em excesso do investimento atribuído às movimentações do índice representativo do mercado (R_M) e à sensibilidade do investimento à tais movimentações (β_i);

e_i = componente do retorno em excesso do investimento atribuído às movimentações específicas.

Contudo, sendo a *APT* uma afirmação sobre as expectativas futuras dos retornos dos ativos (ou investimentos), espera-se que o retorno em excesso atribuído às surpresas específicas seja igual a zero ($e_i = 0$), de onde resulta, para carteiras:

$$R_c = \alpha_c + \beta_c R_M \tag{3.64}$$

De acordo com essa expressão, para $\beta_C = 0$, tem-se que $R_C = \alpha_C$. Portanto, para uma carteira com beta igual a zero, tem-se um retorno extra à taxa do investimento livre de risco em α_C. Todavia, isso implica em $\alpha_C = 0$, pois caso contrário, uma oportunidade de arbitragem surgirá imediatamente, uma vez que caso α_C seja maior que zero, pode-se tomar emprestado à taxa do investimento livre de risco e utilizar os rendimentos para comprar a carteira bem diversificada com beta igual a zero. Ou seja, pode-se tomar emprestado

sem risco à taxa r_f e investir também sem risco à taxa $r_f + \alpha_C$, obtendo, desse modo, uma carteira com zero de investimento que renderá um lucro seguro. Portanto, o único valor que elimina a oportunidade de arbitragem é de $\alpha_C = 0$, tal que:

$$E(r_C) - r_f = \beta_C [E(r_M) - r_f] \tag{3.65}$$

sendo:

$E(r_C) - r_f$ = prêmio de risco da carteira;

β_C = beta da carteira relativo ao índice representativo do mercado;

$E(r_M) - r_f$ = prêmio de risco do índice representativo do mercado;

de onde resulta a mesma expressão fundamental obtida para o *CAPM*:

$$E(r_C) = r_f + \beta_C [E(r_M) - r_f] \tag{3.66}$$

sendo:

$E(r_C)$ = valor esperado do retorno da carteira;

r_f = taxa do investimento livre de risco;

β_i = beta da carteira relativo ao índice representativo do mercado;

$E(r_M)$ = valor esperado do retorno do índice representativo do mercado.

3.3.3.3 Generalização da *APT* para um modelo de índices múltiplos

Diferentemente do *CAPM*, a *APT* não se baseia na utilização irrestrita da carteira de mercado, podendo, portanto, considerar a existência plausível de várias fontes causadoras

do risco sistemático, refletidas nas movimentações dos vários índices representativos do mercado, tais como: flutuações do preço internacional do petróleo, da taxa de juro, do produto interno bruto, da taxa de inflação, e daí por diante. Segundo Bodie, Kane & Marcus (2000), a expressão fundamental de índices múltiplos da *APT* é dada por:

$$E(r_i) = r_f + \beta_{i_1}[E(r_1) - r_f] + \beta_{i_2}[E(r_2) - r_f] + \ldots + \beta_{i_k}[E(r_k) - r_f] \qquad (3.67)$$

sendo:

$E(r_i)$ = valor esperado do retorno do investimento;

r_f = taxa do investimento livre de risco;

β_{ik} = beta do investimento relativo ao k-ésimo índice representativo do mercado;

$E(r_k)$ = valor esperado do retorno do k-ésimo índice representativo do mercado.

Do mesmo modo que a expressão fundamental do *CAPM*, a expressão fundamental de índices múltiplos da *APT* também fornece o retorno esperado justo que compensa o investidor pelo risco sistemático do investimento:

Ainda segundo Bodie, Kane & Marcus (2000), quando os investimentos são afetados de modo significativo por outros índices além da carteira de mercado, algo bastante comum, principalmente em países de economia altamente volátil, como o Brasil, recomenda-se a utilização de um modelo de índices múltiplos.

4 SISTEMÁTICA DE APLICAÇÃO DO *VAR*, *CAPM* E *APT* NA AVALIAÇÃO ECONÔMICA DOS PROJETOS DE INVESTIMENTO

4.1 Sistemática de aplicação do *VAR*

Segundo Jorion (1999), a expressão fundamental do *VAR* delta-normal fornece o valor no risco do investimento. Naturalmente, aplicada à avaliação econômica dos projetos de investimento, tal expressão fornece o valor no risco do projeto de investimento:

$$VAR_i = \alpha \ \sigma(r_i) \ W_0 \tag{4.1}$$

sendo:

VAR_i = valor no risco do investimento;

α = fator da distribuição normal padronizada;

$\sigma(r_i)$ = risco do investimento;

W_0 = investimento inicial;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$VAR_i = \alpha \ \sigma(TIR_i) \ W_0 \tag{4.2}$$

sendo:

VAR_i = valor no risco do projeto de investimento;

α = fator da distribuição normal padronizada;

$\sigma(TIR_i)$ = risco do projeto de investimento;

W_0 = investimento inicial.

O investimento terá suportabilidade econômica quando o valor no risco do investimento não exceder a capacidade de absorção de perda de capital da empresa. Naturalmente, aplicada aos projetos de investimento, tem-se que o projeto de investimento terá suportabilidade econômica quando o valor no risco do projeto de investimento não exceder a capacidade de absorção de perda de capital da empresa.

Apresentadas as mudanças e interpretações necessárias à aplicação do *VAR* na avaliação econômica dos projetos de investimento, o passo seguinte é a apresentação das etapas orientadas à aplicação prática, tanto para a análise de cenários, quanto para a análise de dados históricos.

4.1.1 Análise de cenários

A situação da análise de cenários é aplicada para a avaliação econômica futura do projeto de investimento, segundo as seguintes etapas:

1ª etapa: determinação do investimento inicial:

corresponde ao capital desembolsado no início do horizonte de planejamento do projeto de investimento;

2ª etapa: escolha do intervalo de tempo:

não há recomendações específicas, apenas que reflita o tempo mínimo para que a liquidez do projeto de investimento seja realizada de maneira ordenada;

3ª etapa: escolha do nível de confiança;

não deve ser demasiadamente baixo, a ponto de proporcionar uma medida de perda freqüentemente excedida pelo projeto de investimento, nem demasiadamente alta, a ponto de proporcionar uma medida de perda raramente excedida pelo mesmo;

4ª etapa: determinação do fator da distribuição normal padronizada:

tabelado em função do nível de confiança para o projeto de investimento escolhido na 3ª etapa;

5ª etapa: estimativa do risco do projeto de investimento, segundo os seguintes passos:

1. projeção dos cenários econômicos futuros;

   descrição da expectativa do comportamento futuro da conjuntura econômica na qual encontra-se inserido o projeto de investimento; geralmente, realizada por analistas econômicos e disponível nas revistas e sites especializados, tais como, revista Conjuntura Econômica e site www.patagon.com.br, entre outros; dentre os cenários econômicos futuros mais utilizados, destacam-se os de expansão, estabilidade e retração;

2. estimativa da probabilidade de ocorrência de cada cenário econômico futuro projetado:

respeitadas as diretrizes do passo 1, tal estimativa corresponde:

a) de modo direto, à probabilidade de ocorrência atribuída pelos especialistas econômicos para cada cenário econômico futuro projetado;
b) de modo indireto, ao percentual de especialistas econômicos que acreditam na ocorrência de cada cenário econômico futuro projetado;

3. determinação da *TIR* do projeto de investimento para cada cenário econômico futuro projetado:

$$-C + \sum_{d=1}^{d=n} \frac{F_{dj}}{(1 + TIR_{ij})^{d}} = 0 \qquad (4.3)$$

sendo:

C = investimento inicial;

F_{dj} = valor futuro do projeto de investimento na data d no cenário j;

TIR_{ij} = taxa interna de retorno do projeto de investimento no cenário j;

4. especificação da distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento:

especificação dos pares p_j e TIR_{ij} do projeto de investimento para cada cenário econômico futuro projetado, estimados e determinados nos passos 2 e 3, respectivamente;

5. estimativa da *TIR* esperada real do projeto de investimento pela expressão do valor esperado da *TIR* do investimento:

$$E(TIR_i) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j TIR_{ij} \tag{4.4}$$

sendo:

$E(TIR_i)$ = valor esperado da *TIR* do investimento; retorno esperado real do investimento;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

TIR_{ij} = *TIR* do investimento no cenário *j*;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$TIR_{esp_i} = \sum_{j=1}^{j=n} p_j TIR_{ij} \tag{4.5}$$

aplicada à distribuição futura do passo 4,

sendo:

$TIR\,esp_i$ = *TIR* esperada real do projeto de investimento; retorno esperado real do projeto de investimento;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

TIR_{ij} = *TIR* do projeto de investimento no cenário *j*;

6. estimativa do risco do projeto de investimento pela expressão do desvio-padrão da *TIR* do investimento:

$$\sigma(TIR_i) = \sqrt{\sum_{j=1}^{j=n} p_j [TIR_{ij} - E(TIR_i)]^2} \qquad (4.6)$$

sendo:

$\sigma(TIR_i)$ = desvio-padrão da *TIR* do investimento; risco do investimento;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

TIR_{ij} = *TIR* do investimento no cenário *j*;

$E(TIR_i)$ = valor esperado da *TIR* do investimento; retorno esperado real do investimento;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$\sigma(TIR_i) = \sqrt{\sum_{j=1}^{j=n} p_j [TIR_{ij} - TIR_{esp_i}]^2} \qquad (4.7)$$

aplicada à distribuição futura do passo 4,

sendo:

$\sigma(TIR_i)$ = risco do projeto de investimento;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

TIR_{ij} = *TIR* do projeto de investimento no cenário *j*;

$TIR\ esp_i$ = *TIR* esperada real do projeto de investimento; retorno esperado real do projeto de investimento;

6ª etapa: estimativa do *VAR* do projeto de investimento pela expressão fundamental do *VAR* delta-normal:

$$VAR_i = \alpha \ \sigma(r_i) \ W_0 \tag{4.8}$$

sendo:

VAR_i = valor no risco do investimento;

α = fator da distribuição normal padronizada;

$\sigma(r_i)$ = risco do investimento;

W_0 = investimento inicial;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$VAR_i = \alpha \ \sigma(TIR_i) \ W_0 \tag{4.9}$$

sendo:

VAR_i = valor no risco do projeto de investimento;

α = fator da distribuição normal padronizada;

$\sigma(TIR_i)$ = risco do projeto de investimento;

W_0 = investimento inicial;

7ª etapa: avaliação da suportabilidade econômica do projeto de investimento:

- VAR_i < capacidade de absorção de perda de capital da empresa $\Rightarrow$ projeto de investimento suportável do ponto de vista econômico;

- $VAR_i >$ capacidade de absorção de perda de capital da empresa $\Rightarrow$ projeto de investimento não suportável do ponto de vista econômico.

Caso o projeto de investimento seja suportável do ponto de vista econômico, torna-se justificável a avaliação da sua viabilidade econômica, tarefa reservada aos modelos de risco-retorno, isto é, *CAPM* e *APT* (um ou ambos), dada a não abordagem do retorno pelo modelo de risco *VAR*.

4.1.2 Análise de dados históricos

A situação da análise de dados históricos é aplicada para a avaliação econômica passada do projeto de investimento, segundo as seguintes etapas:

1ª etapa: determinação do investimento inicial:

corresponde ao capital desembolsado no início do horizonte de planejamento do projeto de investimento;

2ª etapa: escolha do intervalo de tempo:

não há recomendações específicas, apenas que reflita o tempo mínimo para que a liquidez do projeto de investimento seja realizada de maneira ordenada;

3ª etapa: escolha do nível de confiança:

não deve ser demasiadamente baixo, a ponto de proporcionar uma medida de perda freqüentemente excedida pelo projeto de investimento, nem demasiadamente alta, a ponto de proporcionar uma medida de perda raramente excedida pelo mesmo;

4ª etapa: determinação do fator da distribuição normal padronizada, tabelado em função do nível de confiança escolhido:

tabelado em função do nível de confiança para o projeto de investimento escolhido na 3ª etapa;

5ª etapa: determinação do risco do projeto de investimento, segundo os seguintes passos:

1. especificação da distribuição histórica da *TIR* do projeto de investimento sobre um horizonte histórico predeterminado:

   especificação dos pares probabilidade de ocorrência e TIR_{it} (ocorrida) do projeto de investimento para cada registro histórico, atribuindo para cada um, a mesma probabilidade de ocorrência;

2. determinação da *TIR* média real do projeto de investimento pela expressão da média amostral da *TIR* do investimento:

$$\mu_{TIR_i} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{t=n} TIR_{it} \qquad (4.10)$$

sendo:

μ_{TIRi} = média amostral da *TIR* do investimento; retorno médio real do investimento;

n = quantidade de registros históricos;

TIR_{it} = *TIR* do investimento no período t;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$TIR_{méd_i} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{t=n} TIR_{it} \qquad (4.11)$$

aplicada à distribuição histórica do passo 1,

sendo:

$TIR\ méd_i$ = *TIR* média real do projeto de investimento; retorno médio real do projeto de investimento;

n = quantidade de registros históricos;

TIR_{it} = *TIR* do projeto de investimento no período t;

3. determinação do risco do projeto de investimento pela expressão do desvio-padrão da *TIR* do investimento:

$$\sigma_{TIR_i} = \sqrt{\frac{n}{n-1}\sum_{t=1}^{t=n}\frac{[TIR_{it} - \mu_{TIR_i}]^2}{n}} \qquad (4.12)$$

sendo:

$\sigma_{TIR\,i}$ = desvio-padrão da *TIR* do investimento; risco do investimento;

n = quantidade de registros históricos;

TIR_{it} = *TIR* do investimento no período t;

μ_{TIRi} = média amostral da *TIR* do investimento; retorno médio real do investimento;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$\sigma_{TIR\ i} = \sqrt{\frac{n}{n-1}\sum_{t=1}^{t=n}\frac{[TIR_{it} - TIR_{méd\ i}]^2}{n}} \qquad (4.13)$$

aplicada à distribuição histórica do passo 1,

sendo:

$\sigma_{TIR\,i}$ = risco do projeto de investimento;

n = quantidade de registros históricos;

TIR_{it} = *TIR* do projeto de investimento no período t;

$TIR\ méd_i$ = *TIR* média real do projeto de investimento; retorno médio real do projeto de investimento;

6ª etapa: determinação do *VAR* do projeto de investimento pela expressão fundamental do *VAR* delta-normal:

$$VAR_{\ i} = \alpha\ \sigma_{r_i}\ W_0 \qquad (4.14)$$

sendo:

VAR_i = valor no risco do investimento;

α = fator da distribuição normal padronizada;

σ_{r_i} = risco do investimento;

W_0 = investimento inicial;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$VAR_i = \alpha \ \sigma_{TIR_i} \ W_0 \tag{4.15}$$

sendo:

VAR_i = valor no risco do projeto de investimento;

α = fator da distribuição normal padronizada;

$\sigma_{TIR\,i}$ = risco do projeto de investimento;

W_0 = investimento inicial;

7ª etapa: avaliação da suportabilidade econômica do projeto de investimento:

- VAR_I < capacidade de absorção de perda de capital da empresa $\Rightarrow$ projeto de investimento suportável do ponto de vista econômico;
- VAR_I > capacidade de absorção de perda de capital da empresa $\Rightarrow$ projeto de investimento não suportável do ponto de vista econômico.

Caso o projeto de investimento seja suportável do ponto de vista econômico, torna-se justificável a avaliação da sua viabilidade econômica, tarefa reservada aos modelos

de risco-retorno, isto é, *CAPM* e *APT* (um ou ambos), dada a não abordagem do retorno pelo modelo de risco *VAR*.

4.2 Sistemática de aplicação do *CAPM*

O *CAPM* considera a existência de apenas uma única fonte causadora do risco sistemático, refletida nas movimentações da carteira de mercado, definida como o agregado de todos os ativos de risco da economia e representada no Brasil pelo *IBOVESPA*.

Segundo Bodie, Kane & Marcus (2000, p. 224), a expressão fundamental do *CAPM* fornece o retorno esperado justo que compensa o investidor pelo risco sistemático do investimento. Naturalmente, aplicada à avaliação econômica dos projetos de investimento, tal expressão fornece a taxa mínima justa (ou retorno esperado justo) que compensa a empresa pelo risco sistemático do projeto de investimento, mais conhecida como *TMA* própria do projeto de investimento, extensão das palavras dos autores: "... fornece o retorno que o projeto precisa render para ser aceito pelos investidores":

$$E(r_i) = r_f + \beta_i [E(r_M) - r_f] \tag{4.16}$$

sendo:

$E(r_i)$ = retorno esperado justo ao risco sistemático incorrido pelo investimento;

r_f = taxa do investimento livre de risco;

β_i = beta do investimento relativo ao índice representativo da carteira de mercado;

$E(r_M)$ = valor esperado do retorno do índice representativo da carteira de mercado;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$TMA_{próp_i} = r_f + \beta_i [E(r_M) - r_f] \tag{4.17}$$

sendo:

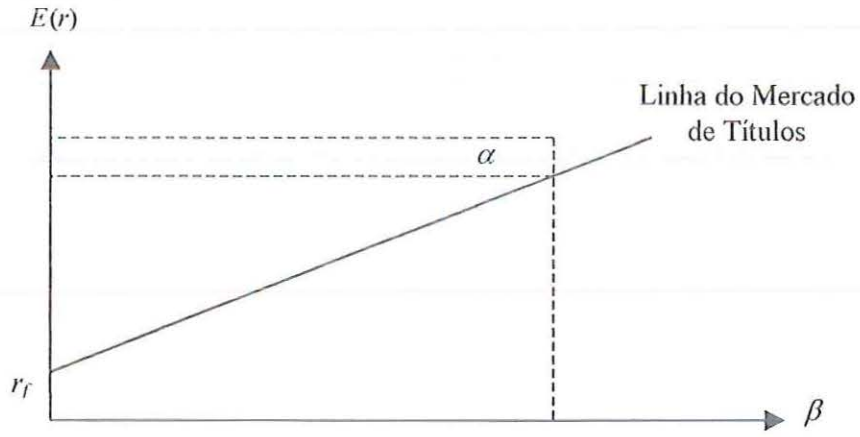
$TMA\ próp_i$ = *TMA* própria do projeto de investimento; retorno esperado justo ao risco sistemático incorrido pelo projeto de investimento;

r_f = taxa do investimento livre de risco;

β_i = sensibilidade do projeto de investimento às movimentações do índice representativo da carteira de mercado;

$E(r_M)$ = valor esperado do retorno do índice representativo da carteira de mercado.

Graficamente, a expressão fundamental do *CAPM* é representada pela linha do mercado de títulos (*LMT*).



Segundo Bodie, Kane & Marcus (2000), os pontos sobre a *LMT* representam o retorno esperado justo que compensa o investidor pelo risco sistemático do investimento, expresso pelo beta. A diferença entre o retorno esperado real e o retorno esperado justo é

chamada de alfa do investimento. Naturalmente, aplicada aos projetos de investimento, os pontos sobre a *LMT* representam a *TMA* própria que compensa a empresa pelo risco sistemático do projeto de investimento, expresso pela sensibilidade. A diferença entre a *TIR* esperada real e a *TMA* própria é chamada de prêmio do projeto de investimento:

$$\alpha_i = E(TIR_i) - E(r_i) \tag{4.18}$$

sendo:

α_i = alfa do investimento;

$E(TIR_i)$ = valor esperado da *TIR* do investimento; retorno esperado real do investimento;

$E(r_i)$ = retorno esperado justo ao risco sistemático incorrido pelo investimento;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$\alpha_i = TIR\ esp_i - TMA\ próp_i \tag{4.19}$$

sendo:

α_i = prêmio do projeto de investimento;

$TIR\ esp_i$ = *TIR* esperada real do projeto de investimento; retorno esperado real do projeto de investimento;

$TMA\ próp_i$ = *TMA* própria do projeto de investimento; retorno esperado justo ao risco sistemático incorrido pelo projeto de investimento;

O investimento terá viabilidade econômica quando o valor esperado da *TIR* do investimento exceder o retorno esperado justo ao risco sistemático incorrido pelo investimento, isto é, quando $E(TIR_i) > E(r_i) \Rightarrow \alpha_i > 0$. Na escolha da melhor alternativa econômica, a preferência recairá sobre o investimento com o maior α (alfa) positivo. Naturalmente, aplicada aos projetos de investimento, tem-se que o projeto de investimento terá viabilidade econômica quando a *TIR* esperada real exceder a *TMA* própria, isto é, quando $TIR\ esp_i > TMA\ próp_i \Rightarrow \alpha_i > 0$. Na escolha da melhor alternativa econômica, a preferência recairá sobre o projeto de investimento com o maior α (ganho) positivo.

Apresentadas as mudanças e interpretações necessárias à aplicação do *CAPM* na avaliação econômica dos projetos de investimento, o passo seguinte é a apresentação das etapas orientadas à aplicação prática, tanto para a análise de cenários, quanto para a análise de dados históricos.

4.2.1 Análise de cenários

A situação da análise de cenários é aplicada para a avaliação econômica futura do projeto de investimento, segundo as seguintes etapas:

1ª etapa: determinação da taxa do investimento livre de risco:

corresponde à taxa do melhor investimento livre de risco disponível;

2ª etapa: estimativa da sensibilidade do projeto de investimento às movimentações do índice representativo da carteira de mercado, segundo os seguintes passos:

1. projeção dos cenários econômicos futuros:

   descrição da expectativa do comportamento futuro da conjuntura econômica na qual encontra-se inserido o projeto de investimento; geralmente, realizada por analistas econômicos e disponível nas revistas e sites especializados, tais como, revista Conjuntura Econômica e site www.patagon.com.br, entre outros; dentre os cenários econômicos futuros mais utilizados, destacam-se os de expansão, estabilidade e retração;

2. estimativa da probabilidade de ocorrência de cada cenário econômico futuro projetado:

   respeitadas as diretrizes do passo 1, tal estimativa corresponde:

   a) de modo direto, à probabilidade de ocorrência atribuída pelos especialistas econômicos para cada cenário econômico futuro projetado;
   b) de modo indireto, ao percentual de especialistas econômicos que acreditam na ocorrência de cada cenário econômico futuro projetado;

3. determinação da *TIR* do projeto de investimento para cada cenário econômico futuro projetado:

$$-C + \sum_{d=1}^{d=n} \frac{F_{dj}}{(1 + TIR_{ij})^{d}} = 0 \qquad (4.20)$$

sendo:

C = investimento inicial;

F_{dj} = valor futuro do projeto de investimento na data d no cenário j;

TIR_{ij} = taxa interna de retorno do projeto de investimento no cenário j;

4. especificação da distribuição futura da TIR do projeto de investimento:

especificação dos pares p_j e TIR_{ij} do projeto de investimento para cada cenário econômico futuro projetado, estimados e determinados nos passos 2 e 3, respectivamente;

5. especificação da distribuição futura do retorno do índice representativo da carteira de mercado, por um dos seguintes modos:

a. através de série histórica, verificando o comportamento do índice nas situações passadas semelhantes aos cenários econômicos futuros projetados; por exemplo: verifica-se através da série histórica qual o comportamento do índice nas situações passadas de expansão, estabilidade, retração e outras eventualmente ocorridas e semelhantes aos cenários projetados; em seguida, adota-se o mesmo comportamento passado para os cenários econômicos futuros de expansão, estabilidade, retração e outros eventualmente projetados, respectivamente; nesse modo de especificação, o comportamento futuro expressa a continuidade do comportamento passado, algo nem sempre verdadeiro;

b. através de projeções de especialistas no projeto de investimento e, principalmente, na economia vigente; nesse modo de especificação,

o comportamento futuro expressa opiniões de especialistas, algo nem sempre disponível à empresa;

6. estimativa da sensibilidade do projeto de investimento às movimentações do índice representativo da carteira de mercado pela expressão do beta do investimento:

$$\beta_i = \frac{Cov\ (TIR_i, r_M)}{\sigma^2(r_M)} \tag{4.21}$$

sendo:

β_i = beta do investimento relativo ao índice representativo da carteira de mercado;

$Cov(TIR_i, r_M)$ = covariância entre a distribuição futura da *TIR* do investimento e a distribuição futura do retorno do índice representativo da carteira de mercado;

$\sigma^2(r_M)$ = variância da distribuição futura do retorno do índice representativo da carteira de mercado;

que aplicada aos projetos de investimento, mantêm-se inalterada:

$$\beta_i = \frac{Cov\ (TIR_i, r_M)}{\sigma^2(r_M)} \tag{4.22}$$

mas com nova interpretação:

sendo:

β_i = sensibilidade do projeto de investimento às movimentações do índice representativo da carteira de mercado;

$Cov(TIR_i, r_M)$ = covariância entre a distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento e a distribuição futura do retorno do índice representativo da carteira de mercado;

$\sigma^2(r_M)$ = variância da distribuição futura do retorno do índice representativo da carteira de mercado;

onde:

$$Cov(TIR_i, r_M) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j [TIR_{ij} - E(TIR_i)][r_{M_j} - E(r_M)] \qquad (4.23)$$

sendo:

$Cov(TIR_i, r_M)$ = covariância entre a distribuição futura da *TIR* do investimento e a distribuição futura do retorno do índice representativo da carteira de mercado;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

TIR_{ij} = *TIR* do investimento no cenário *j*;

$E(TIR_i)$ = valor esperado da *TIR* do investimento; retorno esperado real do investimento;

r_{Mj} = retorno do índice representativo da carteira de mercado no cenário *j*;

$E(r_M)$ = valor esperado do retorno do índice representativo da carteira de mercado;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$Cov\,(TIR_i, r_M) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j\,[TIR_{ij} - TIR_{esp_i}][r_{M_j} - E(r_M)] \qquad (4.24)$$

sendo:

$Cov(TIR_i, r_M)$ = covariância entre a distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento e a distribuição futura do retorno do índice representativo da carteira de mercado;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

TIR_{ij} = *TIR* do projeto de investimento no cenário *j*;

$TIR\,esp_i$ = *TIR* esperada real do projeto de investimento; retorno esperado real do projeto de investimento;

r_{Mj} = retorno do índice representativo da carteira de mercado no cenário *j*;

$E(r_M)$ = valor esperado do retorno do índice representativo da carteira de mercado;

e:

$$\sigma^2(r_M) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j\,[r_{M_j} - E(r_M)]^2 \qquad (4.25)$$

que aplicada aos projetos de investimento, mantêm-se inalterada,

sendo:

$\sigma^2(r_M)$ = variância da distribuição futura do retorno do índice representativo da carteira de mercado;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário j;

r_{Mj} = retorno do índice representativo da carteira de mercado no cenário j;

$E(r_M)$ = valor esperado do retorno do índice representativo da carteira de mercado;

com estimativa da *TIR* esperada real do projeto de investimento dada pela expressão do valor esperado da *TIR* do investimento:

$$E(TIR_i) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j TIR_{ij} \tag{4.26}$$

sendo:

$E(TIR_i)$ = valor esperado da *TIR* do investimento; retorno esperado real do investimento;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário j;

TIR_{ij} = *TIR* do investimento no cenário j;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$TIR_{esp_i} = \sum_{j=1}^{j=n} p_j TIR_{ij} \tag{4.27}$$

aplicada à distribuição futura do passo 4,

sendo:

$TIR\ esp_i$ = *TIR* esperada real do projeto de investimento; retorno esperado real do projeto de investimento;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

TIR_{ij} = *TIR* do projeto de investimento no cenário *j*;

e estimativa do valor esperado do retorno do índice representativo da carteira de mercado dada pela expressão:

$$E(r_M) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j \ r_{M\,j} \tag{4.28}$$

que aplicada aos projetos de investimento, mantêm-se inalterada e aplicada à distribuição futura do passo 5,

sendo:

$E(r_M)$ = valor esperado do retorno do índice representativo da carteira de mercado;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

r_{Mj} = retorno do índice representativo da carteira de mercado no cenário *j*;

3ª etapa: estimativa da *TMA* própria do projeto de investimento pela expressão fundamental do *CAPM*:

$$E(r_i) = r_f + \beta_i [E(r_M) - r_f] \tag{4.29}$$

sendo:

$E(r_i)$ = retorno esperado justo ao risco sistemático incorrido pelo investimento;

r_f = taxa do investimento livre de risco;

β_i = beta do investimento relativo ao índice representativo da carteira de mercado;

$E(r_M)$ = valor esperado do retorno do índice representativo da carteira de mercado;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$TMA_{\,próp\,i} = r_f + \beta_i [E(r_M) - r_f] \qquad (4.30)$$

sendo:

$TMA\ próp_i$ = *TMA* própria do projeto de investimento; retorno esperado justo ao risco sistemático incorrido pelo projeto de investimento;

r_f = taxa do investimento livre de risco;

β_i = sensibilidade do projeto de investimento às movimentações do índice representativo da carteira de mercado;

$E(r_M)$ = valor esperado do retorno do índice representativo da carteira de mercado;

4ª etapa: avaliação da viabilidade econômica do projeto de investimento:

- *TIR* esp $_i$ > *TMA* próp $_i$ ⇒ projeto de investimento viável do ponto de vista econômico;

- TIR esp $_i$ < TMA próp $_i$ $\Rightarrow$ projeto de investimento inviável do ponto de vista econômico;

com estimativa do prêmio do projeto de investimento dada pela expressão do alfa do investimento:

$$\alpha_i = E(TIR_i) - E(r_i) \tag{4.31}$$

sendo:

α_i = alfa do investimento;

$E(TIR_i)$ = valor esperado da TIR do investimento; retorno esperado real do investimento;

$E(r_i)$ = retorno esperado justo ao risco sistemático incorrido pelo investimento;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$\alpha_i = TIR\ esp_i - TMA\ próp_i \tag{4.32}$$

sendo:

α_i = prêmio do projeto de investimento;

$TIR\ esp_i$ = TIR esperada real do projeto de investimento; retorno esperado real do projeto de investimento;

$TMA\ próp_i$ = TMA própria do projeto de investimento; retorno esperado justo ao risco sistemático incorrido pelo projeto de investimento;

de onde se conclui que:

- $\alpha_i > 0 \Rightarrow$ projeto de investimento viável do ponto de vista econômico;
- $\alpha_i < 0 \Rightarrow$ projeto de investimento inviável do ponto de vista econômico;

5ª etapa: quando pertinente, escolha da melhor alternativa econômica entre projetos de investimento:

segundo Bodie, Kane & Marcus (2000), na escolha da melhor alternativa econômica, a preferência recairá sobre o projeto de investimento com o maior α positivo;

4.2.2 Análise de dados históricos

A situação da análise de dados históricos é aplicada para a avaliação econômica passada do projeto de investimento, segundo as seguintes etapas:

1ª etapa: determinação da taxa do investimento livre de risco:

corresponde à taxa do melhor investimento livre de risco disponível;

2ª etapa: determinação da sensibilidade do projeto de investimento às movimentações do índice representativo da carteira de mercado, segundo os seguintes passos:

1. especificação da distribuição histórica da *TIR* do projeto de investimento sobre um horizonte histórico predeterminado:

especificação dos pares probabilidade de ocorrência e TIR_{it} (ocorrida) do projeto de investimento para cada registro histórico, atribuindo para cada um, a mesma probabilidade de ocorrência;

2. especificação da distribuição histórica do retorno do índice representativo da carteira de mercado sobre o mesmo horizonte histórico predeterminado do passo 1:

   especificação dos pares probabilidade de ocorrência e retorno do índice representativo da carteira de mercado (ocorrido) para cada registro histórico, atribuindo para cada um, a mesma probabilidade de ocorrência;

3. determinação da sensibilidade do projeto de investimento às movimentações do índice representativo da carteira de mercado pela expressão do beta do investimento:

$$\beta_i = \frac{Cov\,(TIR_i\,,\,r_M)}{\sigma^2\,(r_M)} \tag{4.33}$$

sendo:

β_i = beta do investimento relativo ao índice representativo da carteira de mercado;

$Cov\,(TIR_i\,,\,r_M)$ = covariância entre a distribuição histórica da *TIR* do investimento e a distribuição histórica do retorno do índice representativo da carteira de mercado;

$\sigma^2\,(r_M)$ = variância da distribuição histórica do retorno do índice representativo da carteira de mercado;

que aplicada aos projetos de investimento, mantêm-se inalterada:

$$\beta_i = \frac{Cov\ (TIR_i, r_M)}{\sigma^2(r_M)} \tag{4.34}$$

mas com nova interpretação:

sendo:

β_i = sensibilidade do projeto de investimento às movimentações do índice representativo da carteira de mercado;

$Cov(TIR_i, r_M)$ = covariância entre a distribuição histórica da *TIR* do projeto de investimento e a distribuição histórica do retorno do índice representativo da carteira de mercado;

$\sigma^2(r_M)$ = variância da distribuição histórica do retorno do índice representativo da carteira de mercado;

onde:

$$Cov\ (TIR_i, r_M) = \frac{n}{n-1} \sum_{t=1}^{t=n} \frac{1}{n}(TIR_{it} - \mu_{TIR_i})(r_{M_t} - \mu_{r_M}) \tag{4.35}$$

sendo:

$Cov(TIR_i, r_M)$ = covariância entre a distribuição histórica da *TIR* do investimento e a distribuição histórica do retorno do índice representativo da carteira de mercado;

n = quantidade de registros históricos;

TIR_{it} = *TIR* do investimento no período t;

μ_{TIRi} = média amostral da *TIR* do investimento; retorno médio real do investimento;

r_{Mt} = retorno do índice representativo da carteira de mercado no período *t*;

μ_{rM} = média amostral do retorno do índice representativo da carteira de mercado;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$Cov\ (TIR_{i}, r_{M}) = \frac{n}{n-1} \sum_{t=1}^{t=n} \frac{1}{n} (TIR_{it} - TIR_{méd\ i})(r_{M_t} - \mu_{r_M}) \quad (4.36)$$

sendo:

$Cov(TIR_i, r_M)$ = covariância entre a distribuição histórica da *TIR* do projeto de investimento e a distribuição histórica do retorno do índice representativo da carteira de mercado;

n = quantidade de registros históricos;

TIR_{it} = *TIR* do projeto de investimento no período *t*;

$TIR\ méd_i$ = *TIR* média real do projeto de investimento; retorno médio real do projeto de investimento;

r_{Mt} = retorno do índice representativo da carteira de mercado no período *t*;

μ_{rM} = média amostral do retorno do índice representativo da carteira de mercado;

e:

$$\sigma^2(r_M) = \frac{n}{n-1}\sum_{t=1}^{t=n}\frac{1}{n}(r_{M_t} - \mu_{r_M})^2 \qquad (4.37)$$

que aplicada aos projetos de investimento, mantêm-se inalterada,

sendo:

$\sigma^2(r_M)$ = variância da distribuição histórica do retorno do índice representativo da carteira de mercado;

n = quantidade de registros históricos;

r_{Mt} = retorno do índice representativo da carteira de mercado no período t;

μ_{rM} = média amostral do retorno do índice representativo da carteira de mercado;

com determinação da *TIR* média real do projeto de investimento dada pela expressão da média amostral da *TIR* do investimento:

$$\mu_{TIR_i} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{t=n} TIR_{it} \qquad (4.38)$$

sendo:

μ_{TIRi} = média amostral da *TIR* do investimento; retorno médio real do investimento;

n = quantidade de registros históricos;

TIR_{it} = *TIR* do investimento no período t;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$TIR_{méd_i} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{t=n} TIR_{it} \tag{4.39}$$

aplicada à distribuição histórica do passo 1,

sendo:

$TIR\ méd_i$ = TIR média real do projeto de investimento; retorno médio real do projeto de investimento;

n = quantidade de registros históricos;

TIR_{it} = TIR do projeto de investimento no período t;

e determinação da média amostral do retorno do índice representativo da carteira de mercado dada pela expressão:

$$\mu_{r_M} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{t=n} r_{M_t} \tag{4.40}$$

que aplicada aos projetos de investimento, mantêm-se inalterada e aplicada à distribuição histórica do passo 2,

sendo:

μ_{rM} = média amostral do retorno do índice representativo da carteira de mercado;

n = quantidade de registros históricos;

r_{Mt} = retorno do índice representativo da carteira de mercado no período t;

3ª etapa: determinação da *TMA* própria do projeto de investimento pela expressão fundamental do *CAPM*:

$$E(r_i) = r_f + \beta_i [\mu_{r_M} - r_f] \tag{4.41}$$

sendo:

$E(r_i)$ = retorno considerado justo ao risco sistemático incorrido pelo investimento;

r_f = taxa do investimento livre de risco;

β_i = beta do investimento relativo ao índice representativo da carteira de mercado;

μ_{rM} = média amostral do retorno do índice representativo da carteira de mercado;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$TMA_{próp_i} = r_f + \beta_i [\mu_{r_M} - r_f] \tag{4.42}$$

sendo:

$TMA\ próp_i$ = *TMA* própria do projeto de investimento; retorno considerado justo ao risco sistemático incorrido pelo projeto de investimento;

r_f = taxa do investimento livre de risco;

β_i = sensibilidade do projeto de investimento às movimentações do índice representativo da carteira de mercado;

μ_{rM} = média amostral do retorno do índice representativo da carteira de mercado;

4ª etapa: avaliação da viabilidade econômica do projeto de investimento:

- TIR méd $_i$ > TMA próp $_i$ ⇒ projeto de investimento viável do ponto de vista econômico;
- TIR méd $_i$ < TMA próp $_i$ ⇒ projeto de investimento inviável do ponto de vista econômico;

com determinação do prêmio do projeto de investimento dada pela expressão do alfa do investimento:

$$\alpha_i = \mu_{TIR\,i} - E(r_i) \tag{4.43}$$

sendo:

α_i = alfa do investimento;

μ_{TIRi} = média amostral da TIR do investimento; retorno médio real do investimento;

$E(r_i)$ = retorno considerado justo ao risco sistemático incorrido pelo investimento;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$\alpha_i = TIR\ méd_i - TMA\ próp_i \tag{4.44}$$

sendo:

α_i = prêmio do projeto de investimento;

$TIR\ méd_i$ = *TIR* média real do projeto de investimento; retorno médio real do projeto de investimento;

$TMA\ próp_i$ = *TMA* própria do projeto de investimento; retorno considerado justo ao risco sistemático incorrido pelo projeto de investimento;

de onde se conclui que:

- $\alpha_i > 0 \Rightarrow$ projeto de investimento viável do ponto de vista econômico;
- $\alpha_i < 0 \Rightarrow$ projeto de investimento inviável do ponto de vista econômico;

5ª etapa: quando pertinente, escolha da melhor alternativa econômica entre projetos de investimento:

segundo Bodie, Kane & Marcus (2000), na escolha da melhor alternativa econômica, a preferência recairá sobre o projeto de investimento com o maior α positivo.

4.3 Sistemática de aplicação da *APT*

Diferentemente do *CAPM*, a *APT* não se baseia na utilização irrestrita da carteira de mercado, considerando a existência plausível de várias fontes causadoras do risco sistemático, refletidas nas movimentações dos vários índices representativos do mercado, tais como: flutuações do preço internacional do petróleo, da taxa de juro, da taxa de inflação, do produto interno bruto, e daí por diante.

Segundo Bodie, Kane & Marcus (2000), a expressão fundamental de índices múltiplos da *APT* também fornece o retorno esperado justo que compensa o investidor pelo risco sistemático do investimento. Naturalmente, aplicada à avaliação econômica

dos projetos de investimento, tal expressão também fornece a taxa mínima justa (ou retorno esperado justo) que compensa a empresa pelo risco sistemático do projeto de investimento, mais como *TMA* própria do projeto de investimento:

$$E(r_i) = r_f + \beta_{i_1}[E(r_1) - r_f] + \beta_{i_2}[E(r_2) - r_f] + \ldots + \beta_{i_k}[E(r_k) - r_f] \qquad (4.45)$$

sendo:

$E(r_i)$ = retorno esperado justo ao risco sistemático incorrido pelo investimento;

r_f = taxa do investimento livre de risco;

β_{ik} = beta do investimento relativo ao *k*-ésimo índice representativo do mercado;

$E(r_k)$ = valor esperado do retorno do *k*-ésimo índice representativo do mercado;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$TMA_{\,próp_i} = r_f + \beta_{i_1}[E(r_1) - r_f] + \beta_{i_2}[E(r_2) - r_f] + \ldots + \beta_{i_k}[E(r_k) - r_f] \qquad (4.46)$$

sendo:

$TMA\ próp_i$ *TMA* própria do projeto de investimento; retorno esperado justo ao risco sistemático incorrido pelo projeto de investimento;

r_f = taxa do investimento livre de risco;

β_{ik} = sensibilidade do projeto de investimento às movimentações do *k*-ésimo índice representativo do mercado;

$E(r_k)$ = valor esperado do retorno do *k*-ésimo índice representativo do mercado.

Portanto, as mudanças e interpretações necessárias à aplicação da *APT* na avaliação econômica dos projetos de investimento são semelhantes às necessárias à aplicação do *CAPM*, exceto por duas observações importantes:

1ª observação: a multiplicidade de índices apresentada pela *APT* torna necessário:

a) a estimativa do beta do investimento relativo a cada um dos k índices representativos do mercado, que apropriada aos projetos de investimento, torna-se a estimativa da sensibilidade do projeto de investimento às movimentações de cada um dos k índices representativos do mercado;
b) estimativa do valor esperado do retorno de cada um dos k índices representativos do mercado;

2ª observação: no *CAPM*, utiliza-se o *IBOVESPA* como índice representativo da carteira de mercado, cuja unidade de medida representa uma variação percentual entre períodos consecutivos. Por exemplo, um resultado de $p\%$ do *IBOVESPA* no mês atual indica que tal índice sofreu uma variação de $p\%$ em relação ao mês anterior. No entanto, ainda em decorrência da multiplicidade de índices, pode acontecer de algum deles não indicar uma variação percentual entre períodos consecutivos, mas sim, valores absolutos entre tais períodos. Por exemplo, na utilização do preço internacional do petróleo como um dos k índices representativos do mercado, em geral, o que se tem disponível, são os valores absolutos do preço em cada período. Deste modo, torna-se necessário a conversão prévia do preço do índice em retorno do índice, entre tais períodos. Segundo Jorion (1999), o retorno utilizado em finanças é o geométrico:

$$r_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} \tag{4.47}$$

sendo:

r_t = retorno no período t;

P_t = preço no período t;

P_{t-1} = preço no período t - 1;

Apresentadas as mudanças e interpretações necessárias à aplicação da *APT* na avaliação econômica dos projetos de investimento, o passo seguinte é a apresentação das etapas orientadas à aplicação prática, tanto para a análise de cenários, quanto para a análise de dados históricos.

4.3.1 Análise de cenários

A situação da análise de cenários é aplicada para a avaliação econômica futura do projeto de investimento, segundo as seguintes etapas:

1ª etapa: determinação da taxa do investimento livre de risco:

corresponde à taxa do melhor investimento livre de risco disponível;

2ª etapa: escolha dos k índices representativos do mercado; $k = 1, 2, 3, ..., n$:

consiste na escolha dos índices que influenciam de modo significativo o projeto de investimento, realizada por conhecedores do projeto em questão;

3ª etapa: estimativa da sensibilidade do projeto de investimento às movimentações de cada um dos k índices representativos do mercado, segundo os seguintes passos:

1. projeção dos cenários econômicos futuros;

   descrição da expectativa do comportamento futuro da conjuntura econômica na qual encontra-se inserido o projeto de investimento; geralmente, realizada por analistas econômicos e disponível nas revistas e sites especializados, tais como, revista Conjuntura Econômica e site www.patagon.com.br, entre outros; dentre os cenários econômicos futuros mais utilizados, destacam-se os de expansão, estabilidade e retração;

2. estimativa da probabilidade de ocorrência de cada cenário econômico futuro projetado:

   respeitadas as diretrizes do passo 1, tal estimativa corresponde:

   a) de modo direto, à probabilidade de ocorrência atribuída pelos especialistas econômicos para cada cenário econômico futuro projetado;
   b) de modo indireto, ao percentual de especialistas econômicos que acreditam na ocorrência de cada cenário econômico futuro projetado;

3. determinação da *TIR* do projeto de investimento para cada cenário econômico futuro projetado:

$$-C + \sum_{d=1}^{d=n} \frac{F_{dj}}{(1 + TIR_{ij})^{d}} = 0 \qquad (4.48)$$

sendo:

C = investimento inicial;

F_{dj} = valor futuro do projeto de investimento na data d no cenário j;

TIR_{ij} = taxa interna de retorno do projeto de investimento no cenário j;

4. especificação da distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento:

especificação dos pares p_j e TIR_{ij} do projeto de investimento para cada cenário econômico futuro projetado, estimados e determinados nos passos 2 e 3, respectivamente;

5. especificação da distribuição futura do retorno de cada um dos k índices representativos do mercado, por um dos seguintes modos:

a. através de séries históricas, verificando o comportamento de cada um dos k índices nas situações passadas semelhantes aos cenários econômicos futuros projetados; por exemplo: verifica-se através das k séries históricas qual o comportamento de cada um dos k índices nas situações passadas de expansão, estabilidade, retração e outras eventualmente ocorridas e semelhantes aos cenários projetados; em seguida, adota-se o mesmo comportamento passado para os cenários econômicos futuros de expansão, estabilidade, retração e outros eventualmente projetados, respectivamente: neste modo de especificação, o comportamento futuro expressa a continuidade do comportamento passado, algo nem sempre verdadeiro;

b. através de projeções de especialistas no projeto de investimento e, principalmente, na econômica vigente; neste modo de especificação,

o comportamento futuro expressa opiniões de especialistas, algo nem sempre disponível à empresa;

6. estimativa da sensibilidade do projeto de investimento às movimentações de cada um dos k índices representativos do mercado pela expressão do beta do investimento:

$$\beta_{ik} = \frac{Cov\ (TIR_i, r_k)}{\sigma^2 (r_k)} \tag{4.49}$$

sendo:

β_{ik} = beta do investimento relativo ao k-ésimo índice representativo do mercado;

$Cov(TIR_i, r_k)$ = covariância entre a distribuição futura da TIR do investimento e a distribuição futura do retorno do k-ésimo índice representativo do mercado;

$\sigma^2 (r_k)$ = variância da distribuição futura do retorno do k-ésimo índice representativo mercado;

que aplicada aos projetos de investimento, mantêm-se inalterada:

$$\beta_{ik} = \frac{Cov\ (TIR_i, r_k)}{\sigma^2 (r_k)} \tag{4.50}$$

mas com nova interpretação:

sendo:

β_{ik} = sensibilidade do projeto de investimento às movimentações do k-ésimo índice representativo do mercado;

$Cov(TIR_i, r_k)$ = covariância entre a distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento e a distribuição futura do retorno do k-ésimo índice representativo do mercado;

$\sigma^2(r_k)$ = variância da distribuição futura do retorno do k-ésimo índice representativo mercado;

onde:

$$Cov\,(TIR_i, r_k) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j\,[TIR_{ij} - E(TIR_i)][r_{k_j} - E(r_k)] \qquad (4.51)$$

sendo:

$Cov(TIR_i, r_k)$ = covariância entre a distribuição futura da *TIR* do investimento e a distribuição futura do retorno do k-ésimo índice representativo do mercado;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário j;

TIR_{ij} = *TIR* do investimento no cenário j;

$E(TIR_i)$ = valor esperado da *TIR* do investimento; retorno esperado real do investimento;

r_{kj} = retorno do k-ésimo índice representativo do mercado no cenário j;

$E(r_k)$ = valor esperado do retorno do k-ésimo índice representativo do mercado;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$Cov\,(TIR_i, r_k) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j [TIR_{ij} - TIR_{esp_i})][r_{k_j} - E(r_k)] \qquad (4.52)$$

sendo:

$Cov(TIR_i, r_k)$ = covariância entre a distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento e a distribuição futura do retorno do *k*-ésimo índice representativo do mercado;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

TIR_{ij} = *TIR* do projeto de investimento no cenário *j*;

$TIR\,esp_i$ = *TIR* esperada real do projeto de investimento; retorno esperado real do projeto de investimento;

r_{kj} = retorno do *k*-ésimo índice representativo do mercado no cenário *j*;

$E(r_k)$ = valor esperado do retorno do *k*-ésimo índice representativo do mercado;

e:

$$\sigma^2(r_k) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j [r_{k_j} - E(r_k)]^2 \qquad (4.53)$$

que aplicada aos projetos de investimento, mantêm-se inalterada,

sendo:

$\sigma^2(r_k)$ = variância da distribuição futura do retorno do k-ésimo índice representativo mercado;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário j;

r_{kj} = retorno do k-ésimo índice representativo do mercado no cenário j;

$E(r_k)$ = valor esperado do retorno do k-ésimo índice representativo do mercado;

com estimativa da *TIR* esperada real do projeto de investimento dada pela expressão do valor esperado da *TIR* do investimento:

$$E(TIR_i) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j TIR_{ij} \tag{4.54}$$

sendo:

$E(TIR_i)$ = valor esperado da *TIR* do investimento; retorno esperado real do investimento;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário j;

TIR_{ij} = *TIR* do investimento no cenário j;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$TIR_{esp_i} = \sum_{j=1}^{j=n} p_j TIR_{ij} \tag{4.55}$$

aplicada à distribuição futura do passo 4,

sendo:

$TIR\ esp_i$ = *TIR* esperada real do projeto de investimento; retorno esperado real do projeto de investimento;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

TIR_{ij} = *TIR* do projeto de investimento no cenário *j*;

e estimativa do valor esperado do retorno de cada um dos *k* índices representativos do mercado dada pela expressão:

$$E(r_k) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j r_{kj} \tag{4.56}$$

que aplicada aos projetos de investimento, mantêm-se inalterada e aplicada à distribuição futura do passo 5,

sendo:

$E(r_k)$ = valor esperado do retorno do *k*-ésimo índice representativo do mercado;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

r_{kj} = retorno do *k*-ésimo índice representativo do mercado no cenário *j*;

4ª etapa: estimativa da *TMA* própria do projeto de investimento pela expressão fundamental de índices múltiplos da *APT*:

$$E(r_i) = r_f + \beta_{i_1}[E(r_1) - r_f] + \beta_{i_2}[E(r_2) - r_f] + \ldots + \beta_{i_k}[E(r_k) - r_f] \tag{4.57}$$

sendo:

$E(r_i)$ = retorno esperado justo ao risco sistemático incorrido pelo investimento;

r_f = taxa do investimento livre de risco;

β_{ik} = beta do investimento relativo ao k-ésimo índice representativo do mercado;

$E(r_k)$ = valor esperado do retorno do k-ésimo índice representativo do mercado;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$TMA_{próp_i} = r_f + \beta_{i_1}[E(r_1) - r_f] + \beta_{i_2}[E(r_2) - r_f] + \ldots + \beta_{i_k}[E(r_k) - r_f] \quad (4.58)$$

sendo:

$TMA\ próp_i$ *TMA* própria do projeto de investimento; retorno esperado justo ao risco sistemático incorrido pelo projeto de investimento;

r_f = taxa do investimento livre de risco;

β_{ik} = sensibilidade do projeto de investimento às movimentações do k-ésimo índice representativo do mercado;

$E(r_k)$ = valor esperado do retorno do k-ésimo índice representativo do mercado;

5ª etapa: avaliação da viabilidade econômica do projeto de investimento:

- *TIR* esp $_i$ > *TMA* próp $_i$ ⇒ projeto de investimento viável do ponto de vista econômico;
- *TIR* esp $_i$ < *TMA* próp $_i$ ⇒ projeto de investimento inviável do ponto de vista econômico;

com estimativa do prêmio do projeto de investimento dada pela expressão do alfa do investimento:

$$\alpha_i = E(TIR_i) - E(r_i) \tag{4.59}$$

sendo:

α_i = alfa do investimento;

$E(TIR_i)$ = valor esperado da *TIR* do investimento; retorno esperado real do investimento;

$E(r_i)$ = retorno esperado justo ao risco sistemático incorrido pelo investimento;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$\alpha_i = TIR\ esp_i - TMA\ próp_i \tag{4.60}$$

sendo:

α_i = prêmio do projeto de investimento;

$TIR\ esp_i$ = *TIR* esperada real do projeto de investimento; retorno esperado real do projeto de investimento;

$TMA\ próp_i$ = *TMA* própria do projeto de investimento; retorno esperado justo ao risco sistemático incorrido pelo projeto de investimento;

de onde se conclui que:

- $\alpha_i > 0 \Rightarrow$ projeto de investimento viável do ponto de vista econômico;
- $\alpha_i < 0 \Rightarrow$ projeto de investimento inviável do ponto de vista econômico;

6ª etapa: quando pertinente, escolha da melhor alternativa econômica entre projetos de investimento:

segundo Bodie, Kane & Marcus (2000), na escolha da melhor alternativa econômica, a preferência recairá sobre o projeto de investimento com o maior α positivo.

4.3.2 Análise de dados históricos

A situação da análise de dados históricos é aplicada para a avaliação econômica passada do projeto de investimento, segundo as seguintes etapas:

1ª etapa: determinação da taxa do investimento livre de risco:

corresponde à taxa do melhor investimento livre de risco disponível;

2ª etapa: escolha dos k índices representativos do mercado; $k = 1, 2, 3, ..., n$:

consiste na escolha dos índices que influenciam de modo significativo o projeto de investimento, realizada por conhecedores do projeto em questão;

3ª etapa: determinação da sensibilidade do projeto de investimento às movimentações de cada um dos k índices representativos do mercado, segundo os seguintes passos:

1. especificação da distribuição histórica da *TIR* do projeto de investimento sobre um horizonte histórico predeterminado:

   especificação do par probabilidade de ocorrência e TIR_{it} (ocorrida) do projeto de investimento para cada registro histórico, atribuindo para cada um, a mesma probabilidade de ocorrência;

2. especificação da distribuição histórica do retorno de cada um dos *k* índices representativos do mercado sobre o mesmo horizonte histórico predeterminado do passo 1:

   especificação dos pares probabilidade de ocorrência e retorno de cada um dos *k* índices representativos do mercado (ocorrido) para cada registro histórico, atribuindo para cada um, a mesma probabilidade de ocorrência;

3. determinação da sensibilidade do projeto de investimento às movimentações de cada um dos *k* índices representativos do mercado pela expressão do beta do investimento:

$$\beta_{ik} = \frac{Cov\,(TIR_{i}, r_k)}{\sigma^2(r_k)} \tag{4.61}$$

sendo:

β_{ik} = beta do investimento relativo ao *k*-ésimo índice representativo do mercado;

$Cov(TIR_i, r_k)$ = covariância entre a distribuição histórica da *TIR* do investimento e a distribuição histórica do retorno do *k*-ésimo índice representativo do mercado;

$\sigma^2(r_k)$ = variância da distribuição histórica do retorno do *k*-ésimo índice representativo mercado;

que aplicada aos projetos de investimento, mantêm-se inalterada:

$$\beta_{ik} = \frac{Cov\ (TIR_i, r_k)}{\sigma^2(r_k)} \tag{4.62}$$

mas com nova interpretação:

sendo:

β_{ik} = sensibilidade do projeto de investimento às movimentações do *k*-ésimo índice representativo do mercado;

$Cov(TIR_i, r_k)$ covariância entre a distribuição histórica da *TIR* do projeto de investimento e a distribuição histórica do retorno do *k*-ésimo índice representativo do mercado;

$\sigma^2(r_k)$ = variância da distribuição histórica do retorno do *k*-ésimo índice representativo mercado;

onde:

$$Cov\ (TIR_i, r_k) = \frac{n}{n-1}\sum_{t=1}^{t=n}\frac{1}{n}(TIR_{it} - \mu_{TIR_i})(r_{k_t} - \mu_{r_k}) \tag{4.63}$$

sendo:

$Cov(TIR_i, r_k)$ = covariância entre a distribuição histórica da *TIR* do investimento e a distribuição histórica do retorno do *k*-ésimo índice representativo do mercado;

n = quantidade de registros históricos;

TIR_{it} = *TIR* do investimento no período *t*;

μ_{TIRi} = média amostral da *TIR* do investimento; retorno médio real do investimento;

r_{kt} = retorno do *k*-ésimo índice representativo do mercado no período *t*;

μ_{rk} = média amostral do retorno do *k*-ésimo índice representativo do mercado;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$Cov\ (TIR_i, r_k) = \frac{n}{n-1} \sum_{t=1}^{t=n} \frac{1}{n} (TIR_{it} - TIR_{méd\ i})(r_{k_t} - \mu_{r_k}) \qquad (4.64)$$

sendo:

$Cov(TIR_i, r_k)$ = covariância entre a distribuição histórica da *TIR* do projeto de investimento e a distribuição histórica do retorno do *k*-ésimo índice representativo do mercado;

n = quantidade de registros históricos;

TIR_{it} = *TIR* do projeto de investimento no período *t*;

$TIR\ méd_i$ = *TIR* média real do projeto de investimento; retorno médio real do projeto de investimento;

r_{kt} = retorno do k-ésimo índice representativo do mercado no período t;

μ_{rk} = média amostral do retorno do k-ésimo índice representativo do mercado;

e:

$$\sigma^2(r_k) = \frac{n}{n-1}\sum_{t=1}^{t=n}\frac{1}{n}(r_{k_t} - \mu_{r_k})^2 \qquad (4.65)$$

que aplicada aos projetos de investimento, mantêm-se inalterada,

sendo:

$\sigma^2(r_k)$ = variância da distribuição histórica do retorno do k-ésimo índice representativo mercado;

n = quantidade de registros históricos;

r_{kt} = retorno do k-ésimo índice representativo do mercado no período t;

μ_{rk} = média amostral do retorno do k-ésimo índice representativo do mercado;

com determinação da *TIR* média real do projeto de investimento dada pela expressão da média amostral da *TIR* do investimento:

$$\mu_{TIR_i} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{t=n} TIR_{it} \qquad (4.66)$$

sendo:

μ_{TIRi} = média amostral da *TIR* do investimento; retorno médio real do investimento;

n = quantidade de registros históricos;

TIR_{it} = *TIR* do investimento no período t;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$TIR_{méd_i} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{t=n} TIR_{it} \tag{4.67}$$

aplicada à distribuição histórica do passo 1,

sendo:

$TIR\ méd_i$ = *TIR* média real do projeto de investimento; retorno médio real do projeto de investimento;

n = quantidade de registros históricos;

TIR_{it} = *TIR* do projeto de investimento no período t;

e determinação da média amostral do retorno de cada um dos k índices representativos do mercado dada pela expressão:

$$\mu_{r_k} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{t=n} r_{k_t} \tag{4.68}$$

que aplicada aos projetos de investimento, mantêm-se inalterada e aplicada à distribuição histórica do passo 2,

sendo:

μ_{rk} = média amostral do retorno do k-ésimo índice representativo do mercado;

n = quantidade de registros históricos;

r_{kt} = retorno do k-ésimo índice representativo do mercado no período t;

4ª etapa: determinação da *TMA* própria do projeto de investimento pela expressão fundamental de índices múltiplos da *APT*:

$$E(r_i) = r_f + \beta_{i_1}(\mu_{r_1} - r_f) + \beta_{i_2}(\mu_{r_2} - r_f) + \ldots + \beta_{i_k}(\mu_{r_k} - r_f) \qquad (4.69)$$

sendo:

$E(r_i)$ = retorno considerado justo ao risco sistemático incorrido pelo investimento;

r_f = taxa do investimento livre de risco;

β_{ik} = beta do investimento relativo ao k-ésimo índice representativo do mercado;

μ_{rk} = média amostral do retorno do k-ésimo índice representativo do mercado;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$TMA_{\,próp\,i} = r_f + \beta_{i_1}(\mu_{r_1} - r_f) + \beta_{i_2}(\mu_{r_2} - r_f) + \ldots + \beta_{i_k}(\mu_{r_k} - r_f) \qquad (4.70)$$

sendo:

$TMA\ próp_i$ *TMA* própria do projeto de investimento; retorno considerado justo ao risco sistemático incorrido pelo projeto de investimento;

r_f = taxa do investimento livre de risco;

β_{ik} = sensibilidade do projeto de investimento às movimentações do *k*-ésimo índice representativo do mercado;

μ_{rk} = média amostral do retorno do *k*-ésimo índice representativo do mercado;

5ª etapa: avaliação da viabilidade econômica do projeto de investimento:

- TIR méd $_i$ > TMA próp $_i$ ⇒ projeto de investimento viável do ponto de vista econômico;
- TIR méd $_i$ < TMA próp $_i$ ⇒ projeto de investimento inviável do ponto de vista econômico;

com determinação do prêmio do projeto de investimento dada pela expressão do alfa do investimento:

$$\alpha_i = \mu_{TIR\,i} - E(r_i) \tag{4.71}$$

sendo:

α_i = alfa do investimento;

μ_{TIRi} = média amostral da *TIR* do investimento; retorno médio real do investimento;

$E(r_i)$ = retorno considerado justo ao risco sistemático incorrido pelo investimento;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$\alpha_i = TIR\ méd_i - TMA\ próp_i \tag{4.72}$$

sendo:

α_i = prêmio do projeto de investimento;

$TIR\ méd_i$ = *TIR* média real do projeto de investimento; retorno médio real do projeto de investimento;

$TMA\ próp_i$ = *TMA* própria do projeto de investimento; retorno considerado justo ao risco sistemático incorrido pelo projeto de investimento;

de onde se conclui que:

- $\alpha_i > 0 \Rightarrow$ projeto de investimento viável do ponto de vista econômico;
- $\alpha_i < 0 \Rightarrow$ projeto de investimento inviável do ponto de vista econômico;

6ª etapa: quando pertinente, escolha da melhor alternativa econômica entre projetos de investimento:

segundo Bodie, Kane & Marcus (2000), na escolha da melhor alternativa econômica, a preferência recairá sobre o projeto de investimento com o maior α positivo.

4.4 Sistemática de aplicação da diversificação eficiente

A diversificação eficiente é aplicada à carteira de projetos de investimento segundo as seguintes etapas:

1ª etapa: estimativa da *TIR* esperada real da carteira pela expressão do valor esperado do retorno da carteira:

$$E(r_C) = \sum_{i=1}^{i=n} \omega_{A_i} E(r_{A_i}) \tag{4.73}$$

sendo:

$E(r_C)$ = valor esperado do retorno da carteira; retorno esperado real da carteira;

ω_{Ai} = proporção do capital total da carteira investido no ativo;

$E(r_{Ai})$ = valor esperado do retorno do ativo; retorno esperado real do ativo;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$TIR_{esp_C} = \sum_{i=1}^{i=n} \omega_i TIR_{esp_i} \tag{4.74}$$

sendo:

$TIR\ esp_C$ = *TIR* esperada real da carteira; retorno esperado real da carteira;

ω_i = proporção do capital total da carteira investido no projeto de investimento;

$TIR\ esp_i$ = *TIR* esperada real do projeto de investimento; retorno esperado real do projeto de investimento;

onde:

$$E(r_{A_i}) = \sum_{i=1}^{i=n} p_j r_{A_{i_j}} \tag{4.75}$$

sendo:

$E(r_{Ai})$ = valor esperado do retorno do ativo; retorno esperado real do ativo;

p_j probabilidade de ocorrência do cenário j;

r_{Aij} = retorno do ativo no cenário j;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$TIR\ esp_i = \sum_{j=1}^{j=n} p_j TIR_{ij} \tag{4.76}$$

aplicada à distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento,

sendo:

$TIR\ esp_i$ = *TIR* esperada real do projeto de investimento; retorno esperado real do projeto de investimento;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário j;

TIR_{ij} = *TIR* do projeto de investimento no cenário j;

2ª etapa: estimativa do risco da carteira pela expressão do desvio-padrão do retorno da carteira:

$$\sigma(r_C) = \sqrt{\sum_{i=1}^{i=n} \omega_{A_i}^2 \sigma_{A_i}^2 + 2 \sum_{i_a < i_b} \omega_{A_a} \omega_{A_b} Cov(r_{A_a}, r_{A_b})} \tag{4.77}$$

sendo:

$\sigma(r_C)$ = desvio-padrão do retorno da carteira; risco da carteira;

ω_{Ai} = proporção do capital total da carteira investido no ativo;

σ^2_{Ai} = variância da distribuição futura do retorno do ativo;

ω_{Aa} = proporção do capital total da carteira investido no ativo a;

ω_{Ab} = proporção do capital total da carteira investido no ativo b;

$Cov(r_{Aa}, r_{Ab})$ = covariância entre a distribuição futura do retorno do ativo a e a distribuição futura do retorno do ativo b;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$\sigma(TIR_C) = \sqrt{\sum_{i=1}^{i=n} \omega_i^2 \sigma^2(TIR_i) + 2\sum_{a<b} \omega_a \omega_b Cov(TIR_a, TIR_b)} \qquad (4.78)$$

sendo:

$\sigma(TIR_C)$ = risco da carteira;

ω_i = proporção do capital total da carteira investido no projeto de investimento;

$\sigma^2(TIR_i)$ = variância da distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento;

ω_a = proporção do capital total da carteira investido no projeto de investimento a;

ω_b = proporção do capital total da carteira investido no projeto de investimento b;

$Cov(TIR_a, TIR_b)$ = covariância entre a distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento a e a distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento b;

onde:

$$\sigma^2(r_{A_i}) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j [r_{A_{ij}} - E(r_{A_i})]^2 \qquad (4.79)$$

sendo:

σ^2_{Ai} = variância da distribuição futura do retorno do ativo;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário j;

r_{Aij} = retorno do ativo no cenário j;

$E(r_{Ai})$ = valor esperado do retorno do ativo; retorno esperado real do ativo;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$\sigma^2(TIR_i) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j [TIR_{ij} - TIR_{esp_i}]^2 \qquad (4.80)$$

aplicada à distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento,

sendo:

$\sigma^2(TIR_i)$ = variância da distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário j;

TIR_{ij} = *TIR* do projeto de investimento no cenário j;

$TIR\ esp_i$ = *TIR* esperada real do projeto de investimento; retorno esperado real do projeto de investimento;

e

$$Cov\ (r_{A_a}, r_{A_b}) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j [r_{A_{a_j}} - E(r_{A_a})][r_{A_{b_j}} - E(r_{A_b})] \qquad (4.81)$$

sendo:

$Cov\ (r_{Aa}, r_{Ab})$ = covariância entre a distribuição futura do retorno do ativo a e a distribuição futura do retorno do ativo b;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário j;

r_{Aaj} = retorno do ativo a no cenário j;

$E(r_{Aa})$ = valor esperado do retorno do ativo a; retorno esperado real do ativo a;

r_{Abj} = retorno do ativo b no cenário j;

$E(r_{Ab})$ = valor esperado do retorno do ativo b; retorno esperado real do ativo b;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$Cov\ (TIR_a, TIR_b) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j [TIR_{aj} - TIR_{esp_a})][TIR_{bj} - TIR_{esp_b})] \qquad (4.82)$$

sendo:

$Cov\ (TIR_a, TIR_b)$ = covariância entre a distribuição futura da TIR do projeto de investimento a e a distribuição futura da TIR do projeto de investimento b;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário j;

TIR_{aj} = TIR do projeto de investimento a no cenário j;

$TIR\ esp_a$ = *TIR* esperada real do projeto de investimento *a*; retorno esperado real do projeto de investimento *a*;

TIR_{bj} = *TIR* do projeto de investimento *b* no cenário *j*;

$TIR\ esp_b$ = *TIR* esperada real do projeto de investimento *b*; retorno esperado real do projeto de investimento *b*.

4.5 Principais contribuições das aplicações do *VAR*, *CAPM* e *APT* à avaliação econômica dos projetos de investimento em condições de risco

As principais contribuições do *VAR*, *CAPM* e *APT* resumem-se em:

a) fornecer o capital no risco dos projetos de investimento (*VAR*);
b) utilizar uma *TMA* própria, segundo as particularidades de cada projeto de investimento (*CAPM* e *APT*);
c) tratar o risco em projetos de investimento no contexto amplo da diversificação eficiente (*VAR*, *CAPM* e *APT*);
d) avaliar carteiras mistas, composta tanto por projetos de investimento, quanto por ativos financeiros do mercado (*VAR*, *CAPM* e *APT*).

Todavia, tais modelos são mais sofisticados e complicados, comparados às técnicas utilizadas pelas empresas atualmente, o que talvez justifique o ponto de vista apresentado por MacInnes & Carleton (1982), segundo o qual, a popularidade das técnicas utilizadas atualmente é resultado da preferência das empresas por sua robustez, em detrimento da sofisticação dos modelos originários do mercado de capitais.

5 APLICAÇÃO PRÁTICA DO *VAR*, *CAPM* E *APT* NA AVALIAÇÃO ECONÔMICA DOS PROJETOS DE INVESTIMENTO

Serão avaliados didaticamente, etapa por etapa, dois projetos de investimento, tanto pela técnica mais utilizada atualmente, apontada por Wan (2001) como a análise de cenários, quanto pelos modelos *VAR*, *CAPM* e *APT*, originários do mercado de capitais.

5.1 Descrição dos projetos de investimento

Considere dois projetos de investimento de uma mesma empresa, com capacidade de absorção de perda de capital estimada em US$ 2.000.000,00.

a) Projeto de investimento 1

Uma empresa petrolífera descobriu que em uma de suas plataformas desativadas, localizada numa região de rica biodiversidade marinha, há um bolsão de petróleo com possibilidade de exploração a curto prazo. Estudos geofísicos apontam que uma reforma da velha plataforma possibilitaria a prospecção ao longo de um período de 12 meses, após o que, por força de uma nova lei de proteção às áreas de biodiversidade marinha, a plataforma seria desativada sem valor residual, ficando seu pessoal comprometido na operação de uma nova plataforma, essa, então, localizada fora da área de proteção. Segundo a área técnica da empresa, o investimento inicial necessário à reforma da plataforma é de US$ 72.000.000,00, a capacidade produtiva esperada é de 13.000

barris de petróleo tipo BRENT ao dia, a expectativa de venda corresponde à própria capacidade produtiva esperada, e os gastos estimados com manutenção e mão-de-obra são inexpressivos.

Nessas condições, o fluxo de caixa do projetos de investimento 1 para o j-ésimo cenário econômico futuro é dado por:

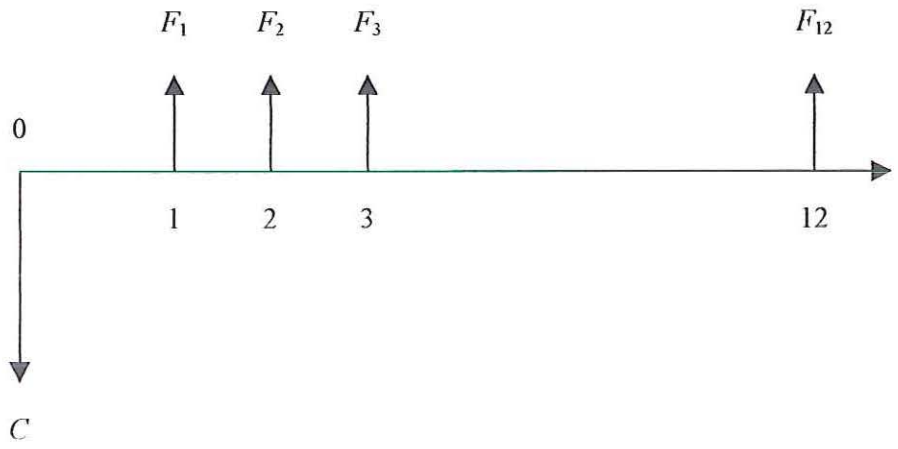


FIGURA 13: Composição do fluxo de caixa do projeto de investimento 1

sendo:

C = investimento inicial, tal que: C = US$ 72.000.000,00;

F_{dj} = valor futuro do projeto de investimento na data d no cenário j, tal que: $F_{1j} = F_{2j} = F_{3j} = ... = F_{12j}$ = 13.000 x 30 x preço esperado de venda do barril no cenário j.

b) Projeto de investimento 2

Com o objetivo de diversificar sua carteira de investimentos, a mesma empresa petrolífera do projeto de investimento 1 está estudando a possibilidade do arrendamento de uma instalação industrial produtora de plásticos especiais para a industria de

armamentos. O prazo de arrendamento corresponde à 12 meses, com preço estipulado de US$ 25.000.000,00, pago em parcela única no ato da assinatura do contrato. Segundo a área técnica da empresa, a capacidade produtiva esperada é de 125.000 kg/mês, a expectativa de venda corresponde à própria capacidade produtiva esperada, e os gastos estimados com manutenção e mão-de-obra são inexpressivos.

Nota → Para o projeto de investimento em questão, o lucro esperado de venda do quilograma do plástico é influenciado direta e unicamente pelo preço esperado de venda do barril de petróleo tipo BRENT, principal custo da produção do plástico.

Nessas condições, o fluxo de caixa do projetos de investimento 2 para o j-ésimo cenário econômico futuro é dado por:

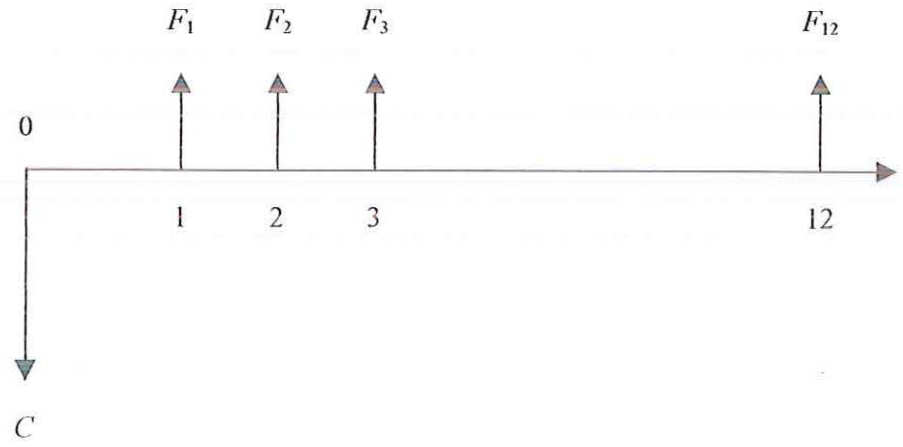


FIGURA 14: Composição do fluxo de caixa do projeto de investimento 2

sendo:

C = investimento inicial, tal que: C = US$ 25.000.000,00;

F_{dj} = valor futuro do projeto de investimento na data d no cenário j, tal que: $F_{1j} = F_{2j} = F_{3j} = ... = F_{12j}$ = 125.000 x lucro esperado de venda do quilograma no cenário j.

5.2 Aplicação prática da técnica da análise de cenários

A técnica da análise de cenários é aplicada segundo as seguintes etapas:

1ª etapa: projeção dos cenários econômicos futuros:

três cenários econômicos futuros são esperados para 2001:

- cenário 1 (C_1): expansão do preço internacional do petróleo;
- cenário 2 (C_2): estabilidade do preço internacional do petróleo;
- cenário 3 (C_3): retração do preço internacional do petróleo;

com estimativa do preço esperado de venda segundo os seguintes passos:

1. determinação de um período de referência e seu preço correspondente:

   período de referência: dezembro de 2000;

   preço correspondente ⇒ preço internacional do petróleo tipo *BRENT* em dezembro de 2000: segundo a revista Conjuntura Econômica (fev./2001), US$ 25,00 / barril;

2. estimativa da distribuição futura do retorno do *BRENT*;

   estimativa através de série histórica;

   segundo a revista Conjuntura Econômica (fev./2001), os retornos históricos do *BRENT* no período de janeiro a dezembro de 2000 foram:

TABELA 4 - Retornos históricos do *BRENT* no período de janeiro a dezembro de 2000

Período em análise		*BRENT*
Mês	Ano	[% am]
Janeiro	2000	0,39
Fevereiro	2000	8,60
Março	2000	-2,17
Abril	2000	-18,45
Maio	2000	19,55
Junho	2000	7,67
Julho	2000	-4,46
Agosto	2000	5,46
Setembro	2000	8,28
Outubro	2000	-5,66
Novembro	2000	5,36
Dezembro	2000	-26,54
Expansão esperada		7,90
Estabilidade esperada		-0,17
Retração esperada		-11,46

- para o cenário econômico futuro de expansão o retorno esperado corresponderá à média aritmética referente apenas aos meses de expansão, isto é, referente apenas aos meses de variação positiva;
- para o cenário econômico futuro de estabilidade o retorno esperado corresponderá à média aritmética do período histórico total;
- para o cenário econômico futuro de retração o retorno esperado corresponderá à média aritmética referente apenas aos meses de retração, isto é, referente apenas aos meses de variação negativa;

a escolha dessa sistemática é justificada tanto no passo 5 da 2ª etapa da aplicação do *CAPM*, quanto no passo 5 da 3ª etapa da aplicação da *APT*;

3. estimativa do preço esperado de venda através da correção do preço de referência pela aplicação do retorno esperado para cada cenário econômico futuro projetado, estimado no passo 2:

TABELA 5 - Preço esperado de venda para cada cenário econômico futuro projetado

Cenários C_j	Preço de referência [US$]	Retorno esperado [% am]	Preço esperado de venda [US$/barril]
C_1	25,00	7,90	25 + 0,0790 (25) = 26,98
C_2	25,00	-0,17	25 – 0,0017 (25) = 24,96
C_3	25,00	-11,46	25 – 0,1146 (25) = 22,14

Todavia, essa tabela indica apenas o preço esperado de venda do barril do petróleo, devendo, portanto, ser construída uma outra para o lucro esperado de venda do kilograma do plástico. Segundo a descrição do projeto de investimento 2, a lucro esperado de venda do kilograma do plástico é influenciado direta e unicamente pelo preço esperado de venda do barril do petróleo, de acordo com a seguinte relação: para o preço internacional do petróleo tipo *BRENT* em dezembro de 2000 de US$ 25,00/barril, tem-se um lucro líquido do plástico de US$ 22,00/kg, valor que, coerentemente, passa a vigorar como o lucro de referência para o plástico. Essa condição de unicidade de influência provoca uma relação inversa perfeita entre o preço esperado de venda do barril do petróleo e o lucro esperado de venda do kilograma do plástico. Por exemplo, para uma expansão esperada no preço de venda do barril

do petróleo de 7,90%, tem-se uma retração esperada no lucro de venda do kilograma do plástico dos mesmos 7,90%, e assim por diante, de onde resulta a seguinte tabela:

TABELA 6 - Lucro esperado de venda para cada cenário econômico futuro projetado

Cenários C_j	Lucro de referência [US$]	Retorno esperado [% am]	Lucro esperado de venda [US$]
C_1	22,00	7,90	22 – 0,0790 (22) = 20,26
C_2	22,00	-0,17	22 + 0,0017 (22) = 22,04
C_3	22,00	-11,46	22 + 0,1146 (22) = 24,52

logo, completando os cenários econômicos futuros projetados inicialmente, tem-se:

- cenário 1 (C_1): expansão do preço internacional do petróleo; preço esperado de venda de US$ 26,98 e lucro esperado de venda de US$ 20,26;
- cenário 2 (C_2): estabilidade do preço internacional do petróleo; preço esperado de venda de US$ 24,96 e lucro esperado de venda de US$ 22,04;
- cenário 3 (C_3): retração do preço internacional do petróleo; preço esperado de venda de US$ 22,14 e lucro esperado de venda de US$ 24,52;

2ª etapa: estimativa da probabilidade de ocorrência de cada cenário econômico futuro projetado:

pesquisa realizada pelo site www.patagon.com.br (jan./2001) junto aos analistas econômicos que atuam no mercado financeiro aponta que, aproximadamente:

- 18% acreditam na expansão do preço internacional do petróleo em 2001;
- 64% acreditam na estabilidade do preço internacional do petróleo em 2001;
- 18% acreditam na retração do preço internacional do petróleo em 2001;

3ª etapa: determinação da *TIR* do projeto de investimento para cada cenário econômico futuro projetado:

$$-C + \sum_{d=1}^{d=n} \frac{F_{dj}}{(1 + TIR_{ij})^d} = 0 \qquad (5.1)$$

sendo:

C = investimento inicial;

F_{dj} = valor futuro do projeto de investimento na data d no cenário j;

TIR_{ij} = taxa interna de retorno do projeto de investimento no cenário j;

TABELA 7 - *TIR* dos projetos de investimento 1 e 2 para cada cenário econômico futuro projetado

Projeto	Cenários	C	F_d $d = 1, 2, 3, ..., 12$	TIR_{ij}
	C_J	[US$]	[US$]	[% am]
	C_1	-72.000.000,00	10.522.200,00	9,91
1	C_2	-72.000.000,00	9.734.400,00	8,36
	C_3	-72.000.000,00	8.634.600,00	6,10
	C_1	-25.000.000,00	2.532.500,00	3,14
2	C_2	-25.000.000,00	2.750.000,00	4,55
	C_3	-25.000.000,00	3.065.000,00	6,50

4ª etapa: estimativa da distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento:

TABELA 8 - Distribuição futura da *TIR* dos projetos de investimento 1 e 2

Projeto	Cenários C_J	p_j [%]	TIR_{ij} [% am]
1	C_1	18,00	9,91
	C_2	64,00	8,36
	C_3	18,00	6,10
2	C_1	18,00	3,14
	C_2	64,00	4,55
	C_3	18,00	6,50

5ª etapa: estimativa do retorno esperado do projeto de investimento pela expressão do valor esperado da *TIR* do projeto de investimento:

$$E(TIR_i) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j TIR_{ij} \tag{5.2}$$

sendo:

$E(TIR_i)$ = retorno esperado do projeto de investimento; valor esperado da *TIR* do projeto de investimento;

P_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

TIR_{ij} = *TIR* do projeto de investimento no cenário *j*;

TABELA 9 - Retorno esperado dos projetos de investimento 1 e 2

Projeto	Cenários C_J	p_j [%]	TIR_{ij} [%] am	$E(TIR_i)$ [% am]
	C_1	18,00	9,91	
1	C_2	64,00	8,36	8,23
	C_3	18,00	6,10	
	C_1	18,00	3,14	
2	C_2	64,00	4,55	4,65
	C_3	18,00	6,50	

6ª etapa: estimativa do risco do projeto de investimento pela expressão do desvio-padrão da *TIR* do projeto de investimento:

$$\sigma(TIR_i) = \sqrt{\sum_{j=1}^{j=n} p_j [TIR_{ij} - E(TIR_i)]^2} \qquad (5.3)$$

sendo:

$\sigma(TIR_i)$ risco do projeto de investimento; desvio-padrão da *TIR* do projeto de investimento

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

TIR_{ij} = *TIR* do projeto de investimento no cenário *j*;

$E(TIR_i)$ = retorno esperado do projeto de investimento; valor esperado da *TIR* do projeto de investimento;

TABELA 10 - Risco dos projetos de investimento 1 e 2

Projeto	Cenários C_J	p_j [%]	TIR_{ij} [%] am	$E(TIR_i)$ [% am]	$\sigma(TIR_i)$ [% am]
	C_1	18,00	9,91		
1	C_2	64,00	8,36	8,23	1,16
	C_3	18,00	6,10		
	C_1	18,00	3,14		
2	C_2	64,00	4,55	4,65	1,02
	C_3	18,00	6,50		

7ª **etapa:** avaliação da viabilidade econômica do projeto de investimento, segundo o critério da *TIR*:

- $E(TIR_i) > TMA \Rightarrow$ projeto de investimento viável do ponto de vista econômico;
- $E(TIR_i) < TMA \Rightarrow$ projeto de investimento inviável do ponto de vista econômico;

$TMA = 6{,}00\%$ am, única e válida para a empresa em seu todo

para os projetos de investimento em questão:

- projeto de investimento 1:

  $8{,}23\% > 6{,}00\% \Rightarrow$ projeto de investimento viável do ponto de vista econômico;

- projeto de investimento 2:

  $4{,}65\% < 6{,}00\% \Rightarrow$ projeto de investimento inviável do ponto de vista econômico;

8ª etapa: quando pertinente, escolha da melhor alternativa econômica entre projetos de investimento, segundo o critério da *TIR*:

nesse caso em questão não é pertinente, pois apenas o projeto de investimento 1 é viável do ponto de vista econômico;

9ª etapa: estimativa da probabilidade da inviabilidade econômica do projeto de investimento, segundo o critério da *TIR*:

$$Z = \frac{TMA - E(TIR_i)}{\sigma(TIR_i)} \tag{5.4}$$

sendo:

Z = variável aleatória da distribuição normal padronizada;

TMA = taxa mínima de atratividade;

$E(TIR_i)$ = retorno esperado do projeto de investimento; valor esperado da *TIR* do projeto de investimento;

$\sigma(TIR_i)$ = risco do projeto de investimento; desvio-padrão da *TIR* do projeto de investimento;

TABELA 11 - Valor da variável aleatória Z da distribuição normal padronizada e valor tabelado correspondente para os projetos de investimento 1 e 2

Projeto	$E(TIR_i)$ [% am]	$\sigma(TIR_i)$ [% am]	Z	Valor tabelado
1	8,23	1,16	-1,92	0,4726
2	4,65	1,02	1,32	0,4066

sendo o valor correspondente à variável aleatória Z dado pela TABELA 1 - Anexo A;

- para Z positivo $\Rightarrow$ $p(inviabilidade) = 0{,}50 +$ (valor tabelado);
- para Z negativo $\Rightarrow$ $p(inviabilidade) = 0{,}50 -$ (valor tabelado);

TABELA 12 - Probabilidade da inviabilidade econômica dos projetos de investimento 1 e 2

Projeto	Valor fixo	Valor tabelado	$p(inviabilidade)$	$p(inviabilidade)$ [%]
1	0,5	0,4726	0,0274	2,74
2	0,5	0,4066	0,9066	90,66

5.3 Aplicação prática do *VAR*

O *VAR* na situação da análise de cenários é aplicado segundo as seguintes etapas:

1ª etapa: determinação do investimento inicial:

- para o projeto de investimento 1:

  W_0 = US$ 72.000.000,00;

- para o projeto de investimento 2:

  W_0 = US$ 25.000.000,00;

2ª etapa: escolha do intervalo de tempo:

em coerência à unidade da *TIR*, será utilizado 1 mês;

3ª etapa: escolha do nível de confiança:

para não gerar uma perda freqüentemente ou raramente excedida, será utilizado 95%;

4ª etapa: determinação do fator da distribuição normal padronizada:

para um nível de confiança de 95% $\Rightarrow$ $\alpha = 1{,}65$;

5ª etapa: estimativa do risco do projeto de investimento, segundo os seguintes passos:

1. projeção dos cenários econômicos futuros:

   coerente aos cenários econômicos futuros projetados inicialmente, tem-se:

   - cenário 1 (C_1): expansão do preço internacional do petróleo;
   - cenário 2 (C_2): estabilidade do preço internacional do petróleo;
   - cenário 3 (C_3): retração do preço internacional do petróleo;

2. estimativa da probabilidade de ocorrência de cada cenário econômico futuro projetado:

   pesquisa realizada pelo site www.patagon.com.br (jan./2001) junto aos analistas econômicos que atuam no mercado financeiro aponta que, aproximadamente:

- 18% acreditam na expansão do preço internacional do petróleo em 2001;
- 64% acreditam na estabilidade do preço internacional do petróleo em 2001;
- 18% acreditam na retração do preço internacional do petróleo em 2001;

3. determinação da *TIR* do projeto de investimento para cada cenário econômico futuro projetado:

$$-C + \sum_{d=1}^{d=n} \frac{F_{dj}}{(1 + TIR_{ij})^d} = 0 \qquad (5.5)$$

sendo:

C = investimento inicial;

F_{dj} = valor futuro do projeto de investimento na data d no cenário j;

TIR_{ij} = taxa interna de retorno do projeto de investimento i no cenário j;

TABELA 13 - *TIR* dos projetos de investimento 1 e 2 para cada cenário econômico futuro projetado

Projeto	Cenários	C	F_t $t = 1, 2, 3, ..., 12$	TIR_{ij}
	C_J	[US$]	[US$]	[% am]
	C_1	-72.000.000,00	10.522.200,00	9,91
1	C_2	-72.000.000,00	9.734.400,00	8,36
	C_3	-72.000.000,00	8.634.600,00	6,10
	C_1	-25.000.000,00	2.532.500,00	3,14
2	C_2	-25.000.000,00	2.750.000,00	4,55
	C_3	-25.000.000,00	3.065.000,00	6,50

4. estimativa da distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento:

TABELA 14 - Distribuição futura da *TIR* dos projetos de investimento 1 e 2

Projeto	Cenários C_J	p_j [%]	TIR_{ij} [% am]
1	C_1	18,00	9,91
	C_2	64,00	8,36
	C_3	18,00	6,10
2	C_1	18,00	3,14
	C_2	64,00	4,55
	C_3	18,00	6,50

5. estimativa da *TIR* esperada real do projeto de investimento pela expressão do valor esperado da *TIR* do investimento:

$$E(TIR_i) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j TIR_j \qquad (5.6)$$

sendo:

$E(TIR_i)$ = valor esperado da *TIR* do investimento; retorno esperado real do investimento;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

TIR_{ij} = *TIR* do investimento no cenário *j*;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$TIR\ esp_i = \sum_{j=1}^{j=n} p_j TIR_j \tag{5.7}$$

aplicada à distribuição futura do passo 4,

sendo:

$TIR\ esp_i$ = *TIR* esperada real do projeto de investimento; retorno esperado real do projeto de investimento;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

TIR_{ij} = *TIR* do projeto de investimento no cenário *j*;

TABELA 15 - *TIR* esperada real dos projetos de investimento 1 e 2

Projeto	Cenários C_j	p_j [%]	TIR_j [% am]	$TIR\ esp_i$ [% am]
1	C_1	18,00	9,91	8,23
	C_2	64,00	8,36	
	C_3	18,00	6,10	
2	C_1	18,00	3,14	4,65
	C_2	64,00	4,55	
	C_3	18,00	6,50	

6. estimativa do risco do projeto de investimento pela expressão do desvio-padrão da *TIR* do investimento:

$$\sigma(TIR_i)\sqrt{\sum_{j=1}^{j=n} p_j[TIR_j - E(TIR_i)]^2} \qquad (5.8)$$

sendo:

$\sigma(TIR_i)$ = desvio-padrão da *TIR* do investimento; risco do investimento;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

TIR_{ij} = TIR do investimento no cenário *j*;

$E(TIR_i)$ = valor esperado da TIR do investimento; retorno esperado real do investimento;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$\sigma(TIR_i) = \sqrt{\sum_{j=1}^{j=n} p_j[TIR_{ij} - TIR\,esp_i]^2} \qquad (5.9)$$

aplicada à distribuição futura do passo 4,

sendo:

$\sigma(TIR_i)$ = risco do projeto de investimento;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

TIR_{ij} = *TIR* do projeto de investimento no cenário *j*;

$TIR\,esp_i$ = *TIR* esperada real do projeto de investimento; retorno esperado real do projeto de investimento;

TABELA 16 - Risco dos projetos de investimento 1 e 2

Projeto	Cenários C_J	p_j [%]	TIR_{ij} [%] am	$TIR\ esp_i$ [% am]	$\sigma(TIR_i)$ [% am]
	C_1	18,00	9,91		
1	C_2	64,00	8,36	8,23	1,16
	C_3	18,00	6,10		
	C_1	18,00	3,14		
2	C_2	64,00	4,55	4,65	1,02
	C_3	18,00	6,50		

6ª etapa: estimativa do *VAR* do projeto de investimento pela expressão fundamental do *VAR* delta-normal:

$$VAR_i = \alpha\ \sigma_i\ W_0 \tag{5.10}$$

sendo:

VAR_i = valor no risco do investimento;

α = fator da distribuição normal padronizada;

σ_i = risco do investimento;

W_0 = investimento inicial;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$VAR_i = \alpha\ \sigma(TIR_i)\ W_0 \tag{5.11}$$

sendo:

VAR_i = valor no risco do projeto de investimento;

α = fator da distribuição normal padronizada;

$\sigma(TIR_i)$ = risco do projeto de investimento;

W_0 = investimento inicial;

TABELA 17 - *VAR* dos projetos de investimento 1 e 2

Projeto	α	$\sigma(TIR_i)$ [% am]	$\sigma(TIR_i)$	W_0 [US$]	VAR [US$]
1	1,65	1,16	0,0116	72.000.000,00	1.378.080,00
2	1,65	1,02	0,0102	25.000.000,00	420.750,00

7ª **etapa:** avaliação da suportabilidade econômica do projeto de investimento:

- VAR_i < capacidade de absorção de perda de capital da empresa ⇒ projeto de investimento suportável do ponto de vista econômico;
- VAR_i > capacidade de absorção de perda de capital da empresa ⇒ projeto de investimento não suportável do ponto de vista econômico;

para os projetos de investimento em questão:

- projeto de investimento 1:

  VAR = US$ 1.378.080,00 < US$ 2.000.000,00 ⇒ projeto de investimento suportável do ponto de vista econômico;

- projeto de investimento 2:

  VAR = US$ 420.750,00 < US$ 2.000.000,00 ⇒ projeto de investimento suportável do ponto de vista econômico;

5.4 Aplicação prática do *CAPM*

O *CAPM* na situação da análise de cenários é aplicado segundo as seguintes etapas:

1ª etapa: determinação da taxa do investimento livre de risco:

pela fácil disponibilidade, será utilizado o ganho real da poupança = 0,5% am;

2ª etapa: estimativa da sensibilidade do projeto de investimento às movimentações do *IBOVESPA*, segundo os seguintes passos:

1. projeção dos cenários econômicos futuros:

   coerente aos cenários econômicos futuros projetados inicialmente, tem-se:

   - cenário 1 (C_1): expansão do preço internacional do petróleo, com conseqüente retração da bolsa;
   - cenário 2 (C_2): estabilidade do preço internacional do petróleo, com conseqüente estabilidade da bolsa;
   - cenário 3 (C_3): retração do preço internacional do petróleo, com conseqüente expansão da bolsa;

2. estimativa da probabilidade de ocorrência de cada cenário econômico futuro projetado:

pesquisa realizada pelo site www.patagon.com.br (jan./2001) junto aos analistas econômicos que atuam no mercado financeiro aponta que, aproximadamente:

- 18% acreditam na expansão do preço internacional do petróleo em 2001;
- 64% acreditam na estabilidade do preço internacional do petróleo em 2001;
- 18% acreditam na retração do preço internacional do petróleo em 2001;

3. determinação da *TIR* do projeto de investimento para cada cenário econômico futuro projetado:

$$-C + \sum_{d=1}^{d=n} \frac{F_{dj}}{(1 + TIR_{ij})^{d}} = 0 \qquad (5.12)$$

sendo:

C = investimento inicial;

F_{dj} = valor futuro do projeto de investimento na data d no cenário j;

TIR_{ij} = taxa interna de retorno do projeto de investimento i no cenário j;

TABELA 18 - *TIR* dos projetos de investimento 1 e 2 para cada cenário econômico futuro projetado

Projeto	Cenários	C	F_d $d = 1, 2, 3, ..., 12$	TIR_{ij}
	C_J	[US$]	[US$]	[% am]
	C_1	-72.000.000,00	10.522.200,00	9,91
1	C_2	-72.000.000,00	9.734.400,00	8,36
	C_3	-72.000.000,00	8.634.600,00	6,10
	C_1	-25.000.000,00	2.532.500,00	3,14
2	C_2	-25.000.000,00	2.750.000,00	4,55
	C_3	-25.000.000,00	3.065.000,00	6,50

4. estimativa da distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento:

TABELA 19 - Distribuição futura da *TIR* dos projetos de investimento 1 e 2

Projeto	Cenários	p_j	TIR_{ij}
	C_J	[%]	[% am]
	C_1	18,00	9,91
1	C_2	64,00	8,36
	C_3	18,00	6,10
	C_1	18,00	3,14
2	C_2	64,00	4,55
	C_3	18,00	6,50

5. estimativa da distribuição futura do retorno do *IBOVESPA*:

estimativa através de série histórica;

segundo a revista Conjuntura Econômica (fev./2001), os retornos históricos do *IBOVESPA* no período de janeiro a dezembro de 2000 foram:

TABELA 20 - Retornos históricos do *IBOVESPA* no período de janeiro a dezembro de 2000

Período em análise		*IBOVESPA*
Mês	Ano	[% am]
Janeiro	2000	-4,11
Fevereiro	2000	7,76
Março	2000	0,91
Abril	2000	-12,81
Maio	2000	-3,74
Junho	2000	11,84
Julho	2000	-1,63
Agosto	2000	5,42
Setembro	2000	-8,17
Outubro	2000	-6,66
Novembro	2000	-10,63
Dezembro	2000	14,84
Expansão esperada		8,15
Estabilidade esperada		-0,58
Retração esperada		-6,82

- para o cenário econômico futuro de expansão o retorno esperado corresponderá à média aritmética referente apenas aos meses de expansão, isto é, referente apenas aos meses de variação positiva;
- para o cenário econômico futuro de estabilidade o retorno esperado corresponderá à média aritmética do período histórico total;
- para o cenário econômico futuro de retração o retorno esperado corresponderá à média aritmética referente apenas aos meses de retração, isto é, referente apenas aos meses de variação negativa;

a utilização dessa sistemática é justificada pelos valores expressivos encontrados para os cenários econômicos futuros de expansão e retração, quando utilizada a tradicional sistemática da soma e subtração do desvio-padrão à média amostral. Demonstrando: o índice em questão apresenta média amostral e desvio-padrão de -0,58% am e 8,89% am, respectivamente. Utilizando-se 2 desvios-padrão, obtém-se os valores 17,2% am e -18,36% am, para os cenários econômicos futuros de expansão e retração, respectivamente, valores que, segundo a tabela 20, de ocorrência pouco provável. Uma das alternativas para diminuir esses valores é a utilização de apenas 1 desvio-padrão. No entanto, tal alternativa pode ocasionar a ocorrência de muitos valores fora da região considerada, sobretudo os maiores em termos absolutos. Por outro lado, a sistemática escolhida garante que todos os pontos de expansão entrarão na estimativa do retorno esperado do cenário econômico futuro de expansão, e, inversamente, que todos os pontos de retração entrarão na estimativa do retorno esperado do cenário econômico futuro de retração;

EESC-USP Biblioteca Campus de S. Carlos

TABELA 21 - Distribuição futura do retorno do *IBOVESPA*

Cenários C_J	p_j [%]	r_{Ij} [% am]
C_1	18,00	-6,82
C_2	64,00	-0,58
C_3	18,00	8,15

6. estimativa da sensibilidade do projeto de investimento às movimentações do *IBOVESPA* pela expressão do beta do investimento:

$$\beta_i = \frac{Cov\ (TIR_i, r_I)}{\sigma^2(r_I)} \tag{5.13}$$

sendo:

β_i = beta do investimento relativo ao *IBOVESPA*;

$Cov(TIR_i, r_I)$ = covariância entre a distribuição futura da *TIR* do investimento e a distribuição futura do retorno do *IBOVESPA*;

$\sigma^2(r_I)$ = variância da distribuição futura do retorno do *IBOVESPA*;

que aplicada aos projetos de investimento, mantêm-se inalterada:

$$\beta_i = \frac{Cov\ (TIR_i, r_I)}{\sigma^2(r_I)} \tag{5.14}$$

mas com nova interpretação,

sendo:

β_i = sensibilidade do projeto de investimento às movimentações do *IBOVESPA*;

$Cov(TIR_i, r_I)$ = covariância entre a distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento e a distribuição futura do retorno do *IBOVESPA*;

$\sigma^2(r_I)$ = variância da distribuição futura do retorno do *IBOVESPA*;

onde:

$$Cov(TIR_i, r_I) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j [TIR_{ij} - E(TIR_i)][r_{I_j} - E(r_I)] \qquad (5.15)$$

sendo:

$Cov(TIR_i, r_I)$ = covariância entre a distribuição futura da *TIR* do investimento e a distribuição futura do retorno do *IBOVESPA*;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

TIR_{ij} = *TIR* do investimento no cenário *j*;

$E(TIR_i)$ = valor esperado da *TIR* do investimento; retorno esperado real do investimento;

r_{Ij} = retorno do *IBOVESPA* no cenário *j*;

$E(r_I)$ = valor esperado do retorno do *IBOVESPA*;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$Cov\,(TIR_i, r_I) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j [TIR_{ij} - TIR_{esp_i}][r_{I_j} - E(r_I)] \qquad (5.16)$$

sendo:

$Cov(TIR_i, r_I)$ = covariância entre a distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento e a distribuição futura do retorno do *IBOVESPA*;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

TIR_{ij} = *TIR* do projeto de investimento no cenário *j*;

$TIR\,esp_i$ = *TIR* esperada real do projeto de investimento; retorno esperado real do projeto de investimento;

r_{Ij} = retorno do *IBOVESPA* no cenário *j*;

$E(r_I)$ = valor esperado do retorno do *IBOVESPA*;

e:

$$\sigma^2(r_I) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j [r_{I_j} - E(r_I)]^2 \qquad (5.17)$$

que aplicada aos projetos de investimento, mantêm-se inalterada,

sendo:

$\sigma^2(r_I)$ = variância da distribuição futura do retorno do *IBOVESPA*;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

r_{Ij} = retorno do *IBOVESPA* no cenário *j*;

$E(r_I)$ = valor esperado do retorno do *IBOVESPA*;

com estimativa da *TIR* esperada real do projeto de investimento dada pela expressão do valor esperado da *TIR* do investimento:

$$E(TIR_i) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j TIR_{ij} \tag{5.18}$$

sendo:

$E(TIR_i)$ = valor esperado da *TIR* do investimento; retorno esperado real do investimento;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

TIR_{ij} = *TIR* do investimento no cenário *j*;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$TIR\ esp_i = \sum_{j=1}^{j=n} p_j TIR_{ij} \tag{5.19}$$

aplicada à distribuição futura do passo 4,

sendo:

$TIR\ esp_i$ = *TIR* esperada real do projeto de investimento; retorno esperado real do projeto de investimento;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

TIR_{ij} = *TIR* do projeto de investimento no cenário *j*;

TABELA 22 - *TIR* esperada real dos projetos de investimento 1 e 2

Projeto	Cenários C_J	p_j [%]	TIR_{ij} [% am]	$TIR\ esp_i$ [% am]
	C_1	18,00	9,91	
1	C_2	64,00	8,36	8,23
	C_3	18,00	6,10	
	C_1	18,00	3,14	
1	C_2	64,00	4,55	4,65
	C_3	18,00	6,50	

e estimativa do valor esperado do retorno do índice representativo da carteira de mercado dada pela expressão:

$$E(r_I) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j \ r_{I\,j} \tag{5.20}$$

que aplicada aos projetos de investimento, mantêm-se inalterada e aplicada à distribuição futura do passo 5,

sendo:

$E(r_I)$ = valor esperado do retorno do *IBOVESPA*;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

r_{Ij} = retorno do *IBOVESPA* no cenário *j*;

TABELA 23 - Valor esperado do retorno do *IBOVESPA*

Cenários C_J	p_j [%]	r_{1j} [% am]	$E(r_1)$ [% am]
C_1	18,00	-6,82	
C_2	64,00	-0,58	-0,13
C_3	18,00	8,15	

agrupando os dados em uma única tabela, tem-se:

TABELA 24 - Dados para a estimativa da covariância entre a distribuição futura da *TIR* dos projetos de investimento 1 e 2 e a distribuição futura do retorno do *IBOVESPA*, bem como, para a estimativa da variância da distribuição futura do retorno do *IBOVESPA*

Projeto	Cenários C_J	p_j [%]	TIR_{ij} [% am]	$TIR\ esp_i$ [% am]	r_1 [% am]	$E(r_1)$ [% am]
	C_1	18,00	9,91		-6,82	
1	C_2	64,00	8,36	8,23	-0,58	-0,13
	C_3	18,00	6,10		8,15	
	C_1	18,00	3,14		-6,82	
2	C_2	64,00	4,55	4,65	-0,58	-0,13
	C_3	18,00	6,50		8,15	

de onde resulta:

TABELA 25 - Estimativa da sensibilidade dos projetos de investimento 1 e 2 às movimentações do *IBOVESPA*

Projeto	$Cov\ (TIR, r_I)$ [% am]	$VAR\ (r_I)$ [% am]	β_i
1	-5,24	20,53	-0,26
2	4,60	20,53	0,22

3ª etapa: estimativa da *TMA* própria do projeto de investimento pela expressão fundamental do *CAPM*, já adequada ao *IBOVESPA*:

$$E(r_i) = r_f + \beta_i [E(r_I) - r_f] \tag{5.21}$$

sendo:

$E(r_i)$ = retorno esperado justo ao risco sistemático incorrido pelo investimento;

r_f = taxa do investimento livre de risco;

β_i = beta do investimento relativo ao *IBOVESPA*;

$E(r_I)$ = valor esperado do retorno do *IBOVESPA*;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$TMA_{\ próp\ i} = r_f + \beta_i [E(r_I) - r_f] \tag{5.22}$$

sendo:

$TMA\ próp_i$ = *TMA* própria do projeto de investimento; retorno esperado justo ao risco sistemático incorrido pelo projeto de investimento;

r_f = taxa do investimento livre de risco;

β_i = sensibilidade do projeto de investimento às movimentações do *IBOVESPA*;

$E(r_I)$ = valor esperado do retorno do *IBOVESPA*;

TABELA 26 - *TMA* própria dos projetos de investimento 1 e 2

Projeto	r_f [% am]	β_i [% am]	$E(r_I)$ [% am]	*TMA próp* $_i$ [% am]
1	0,50	-0,26	-0,13	0,66
2	0,50	0,22	-0,13	0,36

4ª etapa: avaliação da viabilidade econômica do projeto de investimento:

- *TIR* esp $_i$ > *TMA* próp $_i$ ⇒ projeto de investimento viável do ponto de vista econômico;
- *TIR* esp $_i$ < *TMA* próp $_i$ ⇒ projeto de investimento inviável do ponto de vista econômico;

com estimativa do prêmio do projeto de investimento dada pela expressão do alfa do investimento:

$$\alpha_i = E(TIR_i) - E(r_i) \tag{5.23}$$

sendo:

α_i = alfa do investimento;

$E(TIR_i)$ = valor esperado da *TIR* do investimento; retorno esperado real do investimento;

$E(r_i)$ = retorno esperado justo ao risco sistemático incorrido pelo investimento;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$\alpha_i = TIR\ esp_i - TMA\ próp_i \tag{5.24}$$

sendo:

α_i = prêmio do projeto de investimento;

$TIR\ esp_i$ = *TIR* esperada real do projeto de investimento; retorno esperado real do projeto de investimento;

$TMA\ próp_i$ = *TMA* própria do projeto de investimento; retorno esperado justo ao risco sistemático incorrido pelo projeto de investimento;

de onde se conclui que:

- $\alpha_i > 0 \Rightarrow$ projeto de investimento viável do ponto de vista econômico;
- $\alpha_i < 0 \Rightarrow$ projeto de investimento inviável do ponto de vista econômico;

para os projetos de investimento em questão:

- projeto de investimento 1:

  $\alpha_1 = 8{,}23 - 0{,}66 = 7{,}57\%$ am $\Rightarrow$ projeto de investimento viável do ponto de vista econômico;

- projeto de investimento 2:

$\alpha_2 = 4{,}65 - 0{,}36 = 4{,}29\%$ am $\Rightarrow$ projeto de investimento viável do ponto de vista econômico;

5ª etapa: quando pertinente, escolha da melhor alternativa econômica entre projetos de investimento:

segundo Bodie, Kane & Marcus (2000), na escolha da melhor alternativa econômica, a preferência recairá sobre o projeto de investimento com o maior α positivo;

para os projetos de investimento em questão:

$\alpha_1 > \alpha_2 \Rightarrow$ o projeto de investimento 1 representa a melhor alternativa econômica.

5.5 Aplicação prática da *APT*

A *APT* na situação da análise de cenários é aplicada segundo as seguintes etapas:

1ª etapa: determinação da taxa do investimento livre de risco:

pela fácil disponibilidade, será utilizado o ganho real da poupança = 0,5% am;

2ª etapa: escolha dos k índices representativos do mercado; $k = 1, 2, 3, ..., n$:

três índices serão utilizados $\Rightarrow$ $k = 1$, 2 e 3;

1. carteira de mercado, novamente representada pelo *IBOVESPA* (I);
2. preço internacional do petróleo, representado pelo *BRENT* (B);
3. taxa de juro da economia brasileira, representada pela *SELIC* (S);

3ª etapa: estimativa da sensibilidade do projeto de investimento às movimentações do *IBOVESPA*, *BRENT* e *SELIC*, segundo os seguintes passos:

1. projeção dos cenários econômicos futuros;

   coerente aos cenários econômicos futuros projetados inicialmente, tem-se:

   - cenário 1 (C_1): expansão do preço internacional do petróleo, com conseqüente retração da bolsa e expansão da taxa de juro
   - cenário 2 (C_2): estabilidade do preço internacional do petróleo, com conseqüente estabilidade da bolsa e da taxa de juro;
   - cenário 3 (C_3): retração do preço internacional do petróleo, com conseqüente expansão da bolsa e retração da taxa de juro;

2. estimativa da probabilidade de ocorrência de cada cenário econômico futuro projetado:

   pesquisa realizada pelo site www.patagon.com.br (jan./2001) junto aos analistas econômicos que atuam no mercado financeiro aponta que, aproximadamente:

   - 18% acreditam na expansão do preço internacional do petróleo em 2001;
   - 64% acreditam na estabilidade do preço internacional do petróleo em 2001;
   - 18% acreditam na retração do preço internacional do petróleo em 2001;

3. determinação da *TIR* dos projetos de investimento para cada cenário econômico futuro projetado:

$$-C + \sum_{d=1}^{d=n} \frac{F_{dj}}{(1 + TIR_{ij})^d} = 0 \qquad (5.25)$$

sendo:

C = investimento inicial;

F_{dj} = valor futuro do projeto de investimento na data d no cenário j;

TIR_{ij} = taxa interna de retorno do projeto de investimento i no cenário j;

TABELA 27 - *TIR* dos projetos de investimento 1 e 2 para cada cenário econômico futuro projetado

Projeto	Cenários	C	F_d $d = 1, 2, 3, ..., 12$	TIR_{ij}
	C_J	[US$]	[US$]	[% am]
	C_1	-72.000.000,00	10.522.200,00	9,91
1	C_2	-72.000.000,00	9.734.400,00	8,36
	C_3	-72.000.000,00	8.634.600,00	6,10
	C_1	-25.000.000,00	2.532.500,00	3,14
2	C_2	-25.000.000,00	2.750.000,00	4,55
	C_3	-25.000.000,00	3.065.000,00	6,50

4. estimativa da distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento:

TABELA 28 - Distribuição futura da *TIR* dos projetos de investimento 1 e 2

Projeto	Cenários	p_j	TIR_{ij}
	C_J	[%]	[% am]
	C_1	18,00	9,91
1	C_2	64,00	8,36
	C_3	18,00	6,10
	C_1	18,00	3,14
2	C_2	64,00	4,55
	C_3	18,00	6,50

5. estimativa da distribuição futura do retorno do *IBOVESPA*, *BRENT* e *SELIC*:

estimativa através de série histórica;

segundo a revista Conjuntura Econômica (fev./2001), os retornos históricos do *IBOVESPA*, *BRENT* e *SELIC* no período de janeiro a dezembro de 2000 foram:

TABELA 29 - Retornos históricos do *IBOVESPA*, *BRENT* e *SELIC* no período de janeiro a dezembro de 2000

Período em análise		*IBOVESPA*	*BRENT*	*SELIC*
Mês	Ano	[% am]	[% am]	[% am]
Janeiro	2000	-4,11	0,39	-9,16
Fevereiro	2000	7,76	8,60	-0,69
Março	2000	0,91	-2,17	0,00
Abril	2000	-12,81	-18,45	-10,92
Maio	2000	-3,74	19,55	13,64
Junho	2000	11,84	7,67	-6,95
Julho	2000	-1,63	-4,46	-5,93
Agosto	2000	5,42	5,46	7,36
Setembro	2000	-8,17	8,28	-14,47
Outubro	2000	-6,66	-5,66	5,58
Novembro	2000	-10,63	5,36	-5,58
Dezembro	2000	14,84	-26,54	-1,65
Expansão esperada		8,15	7,90	8,86
Estabilidade esperada		-0,58	-0,17	-2,40
Retração esperada		-6,82	-11,46	-6,92

- para o cenário econômico futuro de expansão o retorno esperado corresponderá à média aritmética referente apenas aos meses de expansão, isto é, referente apenas aos meses de variação positiva;
- para o cenário econômico futuro de estabilidade o retorno esperado corresponderá à média aritmética do período histórico total;
- para o cenário econômico futuro de retração o retorno esperado corresponderá à média aritmética referente apenas aos meses de retração, isto é, referente apenas aos meses de variação negativa;

a utilização dessa sistemática é justificada pelos valores expressivos encontrados para os cenários econômicos futuros de expansão e retração, quando utilizada a tradicional sistemática da soma e subtração do desvio-padrão à média amostral. Demonstrando: tome como exemplo o *IBOVESPA*; o índice em questão apresenta média amostral e desvio-padrão de -0,58% am e 8,89% am, respectivamente. Utilizando-se 2 desvios-padrão, obtém-se os valores 17,2% am e -18,36% am, para os cenários econômicos futuros de expansão e retração, respectivamente, valores que, segundo a tabela 29, de ocorrência pouco provável. Uma das alternativas para diminuir esses valores é a utilização de apenas 1 desvio-padrão. No entanto, tal alternativa pode ocasionar a ocorrência de muitos valores fora da região considerada, sobretudo os maiores em termos absolutos. Por outro lado, a sistemática escolhida garante que todos os pontos de expansão entrarão na estimativa do retorno esperado do cenário econômico futuro de expansão, e, inversamente, que todos os pontos de retração entrarão na estimativa do retorno esperado do cenário econômico futuro de retração;

TABELA 30 - Distribuição futura do retorno do *IBOVESPA*

Cenários	p_j	r_{Ij}
C_J	[%]	[% am]
C_1	18,00	-6,82
C_2	64,00	-0,58
C_3	18,00	8,15

TABELA 31 - Distribuição futura do retorno do *BRENT*

Cenários	p_j	r_{Bj}
C_J	[%]	[% am]
C_1	18,00	7,90
C_2	64,00	-0,17
C_3	18,00	-11,46

TABELA 32 - Distribuição futura do retorno da *SELIC*

Cenários	p_j	r_{Sj}
C_J	[%]	[% am]
C_1	18,00	8,86
C_2	64,00	-2,40
C_3	18,00	-6,92

6. estimativa da sensibilidade do projeto de investimento às movimentações do *IBOVESPA* (I); *BRENT* (B) e *SELIC* (S) pela expressão do beta do investimento:

$$\beta_{ik} = \frac{Cov\,(TIR_i, r_k)}{\sigma^2(r_k)} \tag{5.26}$$

sendo:

β_{ik} = beta do investimento relativo ao k-ésimo índice representativo do mercado; $k = I, B$ e S;

$Cov(TIR_i, r_k)$ = Covariância entre a distribuição futura da *TIR* do investimento e a distribuição futura do retorno do k-ésimo índice representativo do mercado;

$\sigma^2(r_k)$ = variância da distribuição futura do retorno do k-ésimo índice representativo mercado;

que aplicada aos projetos de investimento, mantêm-se inalterada:

$$\beta_{ik} = \frac{Cov\,(TIR_i, r_k)}{\sigma^2(r_k)} \tag{5.27}$$

mas com nova interpretação,

sendo:

β_{ik} = sensibilidade do projeto de investimento às movimentações do k-ésimo índice representativo do mercado; $k = I, B$ e S;

$Cov(TIR_i, r_k)$ covariância entre a distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento e a distribuição futura do retorno do *k*-ésimo índice representativo do mercado;

$\sigma^2(r_k)$ = variância da distribuição futura do retorno do *k*-ésimo índice representativo mercado;

onde:

$$Cov\,(TIR_i, r_k) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j [TIR_{ij} - E(TIR_i)][r_{k_j} - E(r_k)] \qquad (5.28)$$

sendo:

$Cov(TIR_i, r_k)$ = covariância entre a distribuição futura da *TIR* do investimento e a distribuição futura do retorno do *k*-ésimo índice representativo do mercado; $k = I, B$ e S;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

TIR_{ij} = *TIR* do investimento no cenário *j*;

$E(TIR_i)$ = valor esperado da *TIR* do investimento; retorno esperado real do investimento;

r_{kj} = retorno do *k*-ésimo índice representativo do mercado no cenário *j*;

$E(r_k)$ = valor esperado do retorno do *k*-ésimo índice representativo do mercado;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$Cov\,(TIR_i, r_k) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j [TIR_{ij} - TIR_{esp_i})][r_{k_j} - E(r_k)] \qquad (5.29)$$

sendo:

$Cov(TIR_i, r_k)$ = covariância entre a distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento e a distribuição futura do retorno do *k*-ésimo índice representativo do mercado; $k = I, B$ e S;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

TIR_{ij} = *TIR* do projeto de investimento no cenário *j*;

$TIR\ esp_i$ = *TIR* esperada real do projeto de investimento; retorno esperado real do projeto de investimento;

r_{kj} = retorno do *k*-ésimo índice representativo do mercado no cenário *j*;

$E(r_k)$ = valor esperado do retorno do *k*-ésimo índice representativo do mercado;

e:

$$\sigma^2(r_k) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j [r_{k_j} - E(r_k)]^2 \qquad (5.30)$$

que aplicada aos projetos de investimento, mantêm-se inalterada,

sendo:

$\sigma^2(r_k)$ = variância da distribuição futura do retorno do *k*-ésimo índice representativo do mercado; $k = I, B$ e S;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

r_{kj} = retorno do *k*-ésimo índice representativo do mercado no cenário *j*;

$E(r_k)$ = valor esperado do retorno do *k*-ésimo índice representativo do mercado;

com estimativa da *TIR* esperada real do projeto de investimento dada pela expressão do valor esperado da *TIR* do investimento:

$$E(TIR_i) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j TIR_{ij} \tag{5.31}$$

sendo:

$E(TIR_i)$ = valor esperado da *TIR* do investimento; retorno esperado real do investimento;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

TIR_{ij} = *TIR* do investimento no cenário *j*;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$TIR\ esp_i = \sum_{j=1}^{j=n} p_j TIR_{ij} \tag{5.32}$$

aplicada à distribuição futura do passo 4,

sendo:

$TIR\ esp_i$ = *TIR* esperada real do projeto de investimento; retorno esperado real do projeto de investimento;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

TIR_{ij} = *TIR* do projeto de investimento no cenário *j*;

TABELA 33 - *TIR* esperada real dos projetos de investimento 1 e 2

Projeto	Cenários C_J	p_j [%]	TIR_{ij} [% am]	$TIR\ esp_i$ [% am]
	C_1	18,00	9,91	
1	C_2	64,00	8,36	8,23
	C_3	18,00	6,10	
	C_1	18,00	3,14	
1	C_2	64,00	4,55	4,65
	C_3	18,00	6,50	

e estimativa do valor esperado do retorno de cada um dos k índices representativos do mercado dada pela expressão:

$$E(r_k) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j r_{kj} \tag{5.33}$$

que aplicada aos projetos de investimento, mantêm-se inalterada e aplicada à distribuição futura do passo 5,

sendo:

$E(r_k)$ = valor esperado do retorno do k-ésimo índice representativo do mercado; $k = I, B$ e S;

p_j = Probabilidade de ocorrência do cenário j;

r_{kj} = retorno do k-ésimo índice representativo do mercado no cenário j;

TABELA 34 - Valor esperado do retorno do *IBOVESPA*

Cenários	p_j	r_{Ij}	$E(r_I)$
C_J	[%]	[% am]	[% am]
C_1	18,00	-6,82	
C_2	64,00	-0,58	-0,13
C_3	18,00	8,15	

TABELA 35 - Valor esperado do retorno do *BRENT*

Cenários	p_j	r_{Bj}	$E(r_B)$
C_J	[%]	[% am]	[% am]
C_1	18,00	7,90	
C_2	64,00	-0,17	-0,75
C_3	18,00	-11,46	

TABELA 36 - Valor esperado do retorno da *SELIC*

Cenários	p_j	r_{Sj}	$E(r_S)$
C_J	[%]	[% am]	[% am]
C_1	18,00	8,86	
C_2	64,00	-2,40	-1,19
C_3	18,00	-6,92	

agrupando os dados em uma única tabela para cada um dos 3 índices representativos do mercado, tem-se:

TABELA 37 - Dados para a estimativa da covariância entre a distribuição futura da *TIR* dos projetos de investimento 1 e 2 e a distribuição futura do retorno do *IBOVESPA*, bem como, para a estimativa da variância da distribuição futura do retorno do *IBOVESPA*

Projeto	Cenários	p_j	TIR_{ij}	$TIR\ esp_i$	r_{Ij}	$E(r_I)$
	C_J	[%]	[% am]	[% am]	[% am]	[% am]
	C_1	18,00	9,91		-6,82	
1	C_2	64,00	8,36	8,23	-0,58	-0,13
	C_3	18,00	6,10		8,15	
	C_1	18,00	3,14		-6,82	
2	C_2	64,00	4,55	4,65	-0,58	-0,13
	C_3	18,00	6,50		8,15	

TABELA 38 - Dados para a estimativa da covariância entre a distribuição futura da *TIR* dos projetos de investimento 1 e 2 e a distribuição futura do retorno do *BRENT*, bem como, para a estimativa da variância da distribuição futura do retorno do *BRENT*

Projeto	Cenários	p_j	TIR_{ij}	$TIR\ esp_i$	r_{Bj}	$E(r_B)$
	C_J	[%]	[% am]	[% am]	[% am]	[% am]
	C_1	18,00	9,91		7,90	
1	C_2	64,00	8,36	8,23	-0,17	-0,75
	C_3	18,00	6,10		-11,46	
	C_1	18,00	3,14		7,90	
2	C_2	64,00	4,55	4,65	-0,17	-0,75
	C_3	18,00	6,50		-11,46	

TABELA 39 - Dados para a estimativa da covariância entre a distribuição futura da *TIR* dos projetos de investimento 1 e 2 e a distribuição futura do retorno da *SELIC*, bem como, para a estimativa da variância da distribuição futura do retorno da *SELIC*

Projeto	Cenários	p_j	TIR_{ij}	$TIR\ esp_i$	r_{Sj}	$E(r_S)$
	C_J	[%]	[% am]	[% am]	[% am]	[% am]
	C_1	18,00	9,91		8,86	
1	C_2	64,00	8,36	8,23	-2,40	-1,19
	C_3	18,00	6,10		-6,92	
	C_1	18,00	3,14		8,86	
2	C_2	64,00	4,55	4,65	-2,40	-1,19
	C_3	18,00	6,50		-6,92	

de onde resulta:

TABELA 40 - Estimativa da sensibilidade dos projetos de investimento 1 e 2 às movimentações do *IBOVESPA*

Projeto	$Cov\ (TIR_i, r_I)$ [% am]	$VAR\ (r_I)$ [% am]	β_{II}
1	-5,24	20,53	-0,26
2	4,60	20,53	0,22

TABELA 41 - Estimativa da sensibilidade dos projetos de investimento 1 e 2 às movimentações do *BRENT*

Projeto	$Cov\ (TIR_i, r_P)$ [% am]	$VAR\ (r_B)$ [% am]	β_{IB}
1	6,77	34,33	0,20
2	-5,95	34,33	-0,17

TABELA 42 - Estimativa da sensibilidade dos projetos de investimento 1 e 2 às movimentações da *SELIC*

Projeto	$Cov\ (TIR_i, r_S)$ [% am]	$VAR\ (r_S)$ [% am]	β_{IS}
1	5,14	25,03	0,21
2	-4,56	25,03	-0,18

4ª etapa: estimativa da *TMA* própria do projeto de investimento pela expressão fundamental de índices múltiplos da *APT*:

$$E(r_i) = r_f + \beta_{i_1}[E(r_1) - r_f] + \beta_{i_2}[E(r_2) - r_f] + \ldots + \beta_{i_k}[E(r_k) - r_f] \quad (5.34)$$

sendo:

$E(r_i)$ = retorno esperado justo ao risco sistemático incorrido pelo investimento;

r_f = taxa do investimento livre de risco;

β_{ik} = beta do investimento relativo ao *k*-ésimo índice representativo do mercado;

$E(r_k)$ = valor esperado do retorno do *k*-ésimo índice representativo do mercado;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$TMA_{próp_i} = r_f + \beta_{i_1}[E(r_1) - r_f] + \beta_{i_2}[E(r_2) - r_f] + \ldots + \beta_{i_k}[E(r_k) - r_f] \quad (5.35)$$

sendo:

$TMA\ próp_i$ *TMA* própria do projeto de investimento; retorno esperado justo ao risco sistemático incorrido pelo projeto de investimento;

r_f = taxa do investimento livre de risco;

β_{ik} = sensibilidade do projeto de investimento às movimentações do *k*-ésimo índice representativo do mercado;

$E(r_k)$ = valor esperado do retorno do *k*-ésimo índice representativo do mercado;

para os projetos de investimento em questão:

$k = 1, 2$ e 3, tal que:

1 = *IBOVESPA* (I);

2 = *BRENT* (B);

3 = *SELIC* (S);

TABELA 43 - Dados para a estimativa da *TMA* própria dos projetos de investimento 1 e 2

Projeto	r_f [% am]	β_{iI} [% am]	$E(r_I)$ [% am]	β_{iB} [% am]	$E(r_B)$ [% am]	β_{iS} [% am]	$E(r_S)$ [% am]
1	0,50	-0,26	-0,13	0,20	-0,75	0,21	-1,19
2	0,50	0,22	-0,13	-0,17	-0,75	-0,18	-1,19

TABELA 44 - *TMA* própria dos projetos de investimento 1 e 2

Projeto	$TMA\ próp_i$ [% am]
1	0,07
2	0,88

5ª etapa: avaliação da viabilidade econômica do projeto de investimento:

- *TIR* esp $_i$ > *TMA* próp $_i$ ⇒ projeto de investimento viável do ponto de vista econômico;
- *TIR* esp $_i$ < *TMA* próp $_i$ ⇒ projeto de investimento inviável do ponto de vista econômico;

com estimativa do prêmio do projeto de investimento dada pela expressão do alfa do investimento:

$$\alpha_i = E(TIR_i) - E(r_i) \tag{5.36}$$

sendo:

α_i = alfa do investimento;

$E(TIR_i)$ = valor esperado da *TIR* do investimento; retorno esperado real do investimento;

$E(r_i)$ = retorno esperado justo ao risco sistemático incorrido pelo investimento;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$\alpha_i = TIR\ esp_i - TMA\ próp_i \tag{5.37}$$

sendo:

α_i = prêmio do projeto de investimento;

$TIR\ esp_i$ = *TIR* esperada real do projeto de investimento; retorno esperado real do projeto de investimento;

$TMA\ próp_i$ = *TMA* própria do projeto de investimento; retorno esperado justo ao risco sistemático incorrido pelo projeto de investimento;

de onde se conclui que:

- $\alpha_i > 0 \Rightarrow$ projeto de investimento viável do ponto de vista econômico;
- $\alpha_i < 0 \Rightarrow$ projeto de investimento inviável do ponto de vista econômico;

para os projetos de investimento em questão:

- projeto de investimento 1:

  $\alpha_1 = 8{,}23 - 0{,}07 = 8{,}16\% \Rightarrow$ projeto de investimento viável do ponto de vista econômico;

- projeto de investimento 2:

  $\alpha_2 = 4{,}65 - 0{,}88 = 3{,}77\% \Rightarrow$ projeto de investimento viável do ponto de vista econômico;

6ª etapa: quando pertinente, escolha da melhor alternativa econômica entre projetos de investimento:

segundo Bodie, Kane & Marcus (2000), na escolha da melhor alternativa econômica, a preferência recairá sobre o projeto de investimento com o maior α positivo;

para os projetos de investimento em questão:

$\alpha_1 > \alpha_2 \Rightarrow$ o projeto de investimento 1 representa a melhor alternativa econômica.

5.6 Aplicação prática da diversificação eficiente

A diversificação eficiente é aplicada à carteira de projetos de investimento segundo as seguintes etapas:

1ª etapa: estimativa da *TIR* esperada real da carteira pela expressão do valor esperado do retorno da carteira:

$$E(r_C) = \sum_{i=1}^{i=n} \omega_{A_i} E(r_{A_i}) \tag{5.38}$$

sendo:

$E(r_C)$ = valor esperado do retorno da carteira; retorno esperado real da carteira;

ω_{Ai} = proporção do capital total da carteira investido no ativo;

$E(r_{Ai})$ = valor esperado do retorno do ativo; retorno esperado real do ativo;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$TIR_{esp_C} = \sum_{i=1}^{i=n} \omega_i TIR_{esp_i} \tag{5.39}$$

sendo:

$TIR\ esp_C$ = *TIR* esperada real da carteira; retorno esperado real da carteira;

ω_i = proporção do capital total da carteira investido no projeto de investimento;

$TIR\ esp_i$ = *TIR* esperada real do projeto de investimento; retorno esperado real do projeto de investimento;

onde:

$$E(r_{A_i}) = \sum_{i=1}^{i=n} p_j r_{A_{ij}} \tag{5.40}$$

sendo:

$E(r_{Ai})$ = valor esperado do retorno do ativo; retorno esperado real do ativo;

p_j probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

r_{Aij} = retorno do ativo no cenário *j*;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$TIR_{esp_i} = \sum_{j=1}^{j=n} p_j TIR_{ij} \tag{5.41}$$

aplicada à distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento,

sendo:

$TIR\ esp_i$ = *TIR* esperada real do projeto de investimento; retorno esperado real do projeto de investimento;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

TIR_{ij} = *TIR* do projeto de investimento no cenário *j*;

TABELA 45 - *TIR* esperada real dos projetos de investimento 1 e 2

Projeto	Cenários C_J	p_j [%]	TIR_{ij} [%] am	$TIR\ esp_i$ [% am]
	C_1	18,00	9,91	
1	C_2	64,00	8,36	8,23
	C_3	18,00	6,10	
	C_1	18,00	3,14	
2	C_2	64,00	4,55	4,65
	C_3	18,00	6,50	

TABELA 46 - *TIR* esperada real da carteira

ω_1	$TIR\ esp_1$ [% am]	ω_2	$TIR\ esp_2$ [% am]	$TIR\ esp_C$ [% am]
0,7423	8,23	0,2577	4,65	7,31

2ª etapa: estimativa do risco da carteira pela expressão do desvio-padrão do retorno da carteira:

$$\sigma(r_C) = \sqrt{\sum_{i=1}^{i=n} \omega_{A_i}^2 \sigma_{A_i}^2 + 2\sum_{i_a < i_b} \omega_{A_a} \omega_{A_b} Cov(r_{A_a}, r_{A_b})} \quad (5.42)$$

sendo:

$\sigma(r_C)$ = desvio-padrão do retorno da carteira; risco da carteira;

ω_{Ai} = proporção do capital total da carteira investido no ativo;

σ^2_{Ai} = variância da distribuição futura do retorno do ativo;

ω_{Aa} = proporção do capital total da carteira investido no ativo a;

ω_{Ab} = proporção do capital total da carteira investido no ativo b;

$Cov(r_{Aa}, r_{Ab})$ = covariância entre a distribuição futura do retorno do ativo a e a distribuição futura do retorno do ativo b;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$\sigma(TIR_C) = \sqrt{\sum_{i=1}^{i=n} \omega_i^2 \sigma^2(TIR_i) + 2\sum_{a<b} \omega_a \omega_b Cov(TIR_a, TIR_b)} \quad (5.43)$$

sendo:

$\sigma(TIR_C)$ = risco da carteira;

ω_i = proporção do capital total da carteira investido no projeto de investimento;

$\sigma^2(TIR_i)$ = variância da distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento;

ω_a = proporção do capital total da carteira investido no projeto de investimento a;

ω_b = proporção do capital total da carteira investido no projeto de investimento b;

$Cov(TIR_a, TIR_b)$ = covariância entre a distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento a e a distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento b;

onde:

$$\sigma^2(r_{A_i}) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j [r_{A_{ij}} - E(r_{A_i})]^2 \qquad (5.44)$$

sendo:

σ^2_{Ai} = variância da distribuição futura do retorno do ativo;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário j;

r_{Aij} = retorno do ativo no cenário j;

$E(r_{Ai})$ = valor esperado do retorno do ativo; retorno esperado real do ativo;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$\sigma^2(TIR_i) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j [TIR_{ij} - TIR_{esp_i}]^2 \qquad (5.45)$$

aplicada à distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento,

sendo:

$\sigma^2(TIR_i)$ = variância da distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário *j*;

TIR_{ij} = *TIR* do projeto de investimento no cenário *j*;

$TIR\ esp_i$ = *TIR* esperada real do projeto de investimento; retorno esperado real do projeto de investimento;

TABELA 47 - Variância dos projetos de investimento 1 e 2

Projeto	Cenários C_J	p_j [%]	TIR_{ij} [%] am	$TIR\ esp_i$ [% am]	$\sigma^2(TIR_i)$ [%^{2} am]
	C_1	18,00	9,91		
1	C_2	64,00	8,36	8,23	1,35
	C_3	18,00	6,10		
	C_1	18,00	3,14		
2	C_2	64,00	4,55	4,65	1,04
	C_3	18,00	6,50		

e

$$Cov\ (r_{A_a}, r_{A_b}) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j [r_{A_{a_j}} - E(r_{A_a})][r_{A_{b_j}} - E(r_{A_b})] \qquad (5.46)$$

sendo:

$Cov(r_{Aa}, r_{Ab})$ = covariância entre a distribuição futura do retorno do ativo *a* e a distribuição futura do retorno do ativo *b*;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário j;

r_{Aaj} = retorno do ativo a no cenário j;

$E(r_{Aa})$ = valor esperado do retorno do ativo a; retorno esperado real do ativo a;

r_{Abj} = retorno do ativo b no cenário j;

$E(r_{Ab})$ = valor esperado do retorno do ativo b; retorno esperado real do ativo b;

que aplicada aos projetos de investimento, torna-se:

$$Cov\ (TIR_a, TIR_b) = \sum_{j=1}^{j=n} p_j [TIR_{aj} - TIR_{esp_a})][TIR_{bj} - TIR_{esp_b})] \qquad (5.47)$$

sendo:

$Cov(TIR_a, TIR_b)$ = covariância entre a distribuição futura da TIR do projeto de investimento a e a distribuição futura da TIR do projeto de investimento b;

p_j = probabilidade de ocorrência do cenário j;

TIR_{aj} = TIR do projeto de investimento a no cenário j;

$TIR\ esp_a$ = TIR esperada real do projeto de investimento a; retorno esperado real do projeto de investimento a;

TIR_{bj} = TIR do projeto de investimento b no cenário j;

$TIR\ esp_b$ = TIR esperada real do projeto de investimento b; retorno esperado real do projeto de investimento b.

TABELA 48 - Covariância entre a distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento 1 e a distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento 2

Projeto	Cenários C_J	p_j [%]	TIR_{ij} [%] am	$TIR\ esp_i$ [% am]	$Cov\ (TIR_1, TIR_2)$
1	C_1	18,00	9,91	8,23	-1,17
	C_2	64,00	8,36		
	C_3	18,00	6,10	-1,17	
2	C_1	18,00	3,14	4,65	
	C_2	64,00	4,55		
	C_3	18,00	6,50		

TABELA 49 - Risco da carteira

ω_1	$\sigma^2(TIR_1)$ [%^{2} am]	ω_2	$\sigma^2(TIR_2)$ [%^{2} am]	$Cov\ (TIR_1, TIR_2)$ [%^{2} am]	$\sigma(TIR_C)$ [% am]
0,7423	1,35	0,2577	1,04	-1,17	0,60

6 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS, CONCLUSÕES E PROPOSTA PARA ESTUDOS FUTUROS

6.1 Discussão dos resultados

As avaliações econômicas pela técnica da análise de cenários e pelos modelos *VAR*, *CAPM* e *APT* demonstraram a igualdade entre o valor esperado da *TIR* do projeto de investimento, nomenclatura utilizada pela técnica, e a *TIR* esperada real do projeto de investimento, nomenclatura desenvolvida e utilizada pelo presente estudo para os modelos. Para o projeto de investimento 1, o valor esperado da *TIR*, ou, igualmente, a *TIR* esperada real, foi estimada em 8,23% am, enquanto para o projeto de investimento 2, foi estimada em 4,65% am. Naturalmente, essa mesma igualdade é valida para o risco. Para o projeto de investimento 1, o risco foi estimado em 1,16% am, enquanto para o projeto de investimento 2, foi estimado em 1,02% am.

Para a aplicação da técnica da análise de cenários foi utilizada uma *TMA* única para a empresa em seu todo, que em decorrência das diversas alternativas econômicas de risco semelhante à disposição, foi fixada em 6,00% am. Desse modo, pela aplicação da referida técnica, o projeto de investimento 1 foi considerado viável do ponto de vista econômico, pois apresentou um valor esperado da *TIR* maior que a *TMA* da empresa em seu todo, isto é, 8,23% am > 6,00% am, enquanto o projeto de investimento 2 foi considerado inviável do ponto de vista econômico, pois apresentou um valor esperado da *TIR* menor que a *TMA* da empresa em seu todo, isto é, 4,65% am < 6,00% am.

Ainda pela aplicação da técnica da análise de cenários, a probabilidade da inviabilidade econômica do projeto de investimento 1 foi estimada em 2,74%, enquanto para o projeto de investimento 2, foi estimada em 90,66%. É importante ressaltar que, embora o projeto de investimento 1 tenha apresentado um risco maior em valor absoluto, isto é, 1,16% am contra 1,02% am do projeto de investimento 2, proporcionalmente ao valor esperado da *TIR* ele é menor, o que justifica sua probabilidade da inviabilidade econômica menor, comparada à do projeto de investimento 2. Essa necessidade da avaliação do risco proporcionalmente ao valor esperado da *TIR* se explica pelo fato da sua mensuração ser dada pelo desvio-padrão da própria *TIR*, que, estatisticamente, representa a dispersão das *TIRs* do projeto de investimento, determinadas para cada cenário econômico futuro projetado, em torno do valor esperado. Para o projeto de investimento 1, as *TIRs* para os cenários 1, 2 e 3 foram determinadas em 9,91% am, 8,36% am e 6,10% am, respectivamente, enquanto para o projeto de investimento 2, foram determinadas em 3,14% am, 4,55% am e 6,50% am, respectivamente. Portanto, o projeto de investimento 1 apresentou viabilidade econômica nos três cenários, enquanto o projeto de investimento 2, apresentou apenas no cenário 3. Logo, é coerente que a probabilidade da inviabilidade econômica do projeto de investimento 1 tenha sido menor, comparada à do projeto de investimento 2.

A estimativa da probabilidade da inviabilidade econômica dependeu de três medidas: da *TMA* da empresa em seu todo, do valor esperado da *TIR* e do desvio-padrão da *TIR*. Desse modo, embora tal estimativa conste como etapa apenas das técnicas utilizadas pelas empresas atualmente, sua extensão para os modelos *VAR*, *CAPM* e *APT* é trivial, com apenas duas ressalvas: primeiro, a substituição da *TMA* da empresa em seu todo pela *TMA* própria do projeto de investimento; segundo, a substituição do valor esperado da *TIR* pela *TIR* esperada real. Todavia, tal extensão não é uma prática comum, motivo pelo qual, não foi realizada pelo presente estudo.

Para a aplicação do modelo de risco *VAR* foram utilizados horizonte de tempo de um mês e nível de confiança de 95%. Desse modo, o capital no risco para o projeto de

investimento 1 foi estimado em US$ 1.378.080,00, enquanto para o projeto de investimento 2, foi estimado em US$ 420.750,00. O maior capital no risco apresentado pelo projeto de investimento 1 resultou dos maiores risco e investimento inicial, comparados aos do projeto de investimento 2. Para o projeto de investimento 1, o risco e o investimento inicial foram estimados em 1,16% am e US$ 72.000.000,00, respectivamente, enquanto para o projeto de investimento 2, foram estimados em 1,02% am e US$ 25.000.000,00, respectivamente. Contudo, tanto o projeto de investimento 1, quanto o projeto de investimento 2, foram considerados suportáveis do ponto de vista econômico, pois em ambos, o capital no risco estimado foi inferior à capacidade de absorção de perda de capital da empresa, fixada em US$ 2.0000.000,00. A suportabilidade tornou justificável a avaliação da viabilidade econômica, primeiramente, pelo *CAPM*, e, logo na seqüência, pela *APT*.

Para a aplicação do modelo de risco-retorno de índice único *CAPM*, foi utilizado o *IBOVESPA* como índice representativo das movimentações da carteira de mercado. Em tal modelo, a avaliação da viabilidade econômica foi realizada segundo a *TMA* própria do projeto de investimento, a qual representa a taxa mínima justa que compensa a empresa pelo risco sistemático do projeto em questão, estimada pela expressão fundamental do *CAPM*. Para o projeto de investimento 1, a *TMA* própria foi estimada em 0,66% am, enquanto para o projeto de investimento 2, foi estimada em 0,36% am. Portanto, em ambos os casos, bem abaixo da *TMA* única da empresa em seu todo, fixada em 6,00% am. Desse modo, pela aplicação do referido modelo, tanto o projeto de investimento 1, quanto o projeto de investimento 2, foram considerados viáveis do ponto de vista econômico, pois ambos apresentaram uma *TIR* esperada real maior que a *TMA* própria, isto é, 8,23% am > 0,66% am e 4,65% am > 0,36% am, para os projetos de investimento 1 e 2, respectivamente. Em outras palavras, ambos foram considerados viáveis do ponto de vista econômico porque apresentaram um prêmio positivo, o qual representa o retorno em excesso à *TMA* própria, isto é, 7,57% am e 4,29% am, para os projetos de investimento 1 e 2, respectivamente. Contudo, a escolha da melhor alternativa econômica recaiu sobre o

projeto de investimento 1, pois apresentou um prêmio maior, comparado ao do projeto de investimento 2, isto é, 7,57% am > 4,29% am.

Para a aplicação do modelo de risco-retorno de índices múltiplos *APT*, foram utilizados o *IBOVESPA*, como índice representativo das movimentações do mercado, o *BRENT*, como índice representativo das movimentações do preço internacional do petróleo, e a *SELIC*, como índice representativo das movimentações da taxa de juro da economia brasileira. Em tal modelo, a avaliação da viabilidade econômica foi realizada segundo a *TMA* própria do projeto de investimento, a qual representa a taxa mínima justa que compensa a empresa pelo risco sistemático do projeto em questão, estimada pela expressão fundamental de índices múltiplos da *APT*. Para o projeto de investimento 1, a *TMA* própria foi estimada em 0,07% am, enquanto para o projeto de investimento 2, foi estimada em 0,88% am. Portanto, em ambos os casos, bem abaixo da *TMA* única da empresa em seu todo, fixada em 6,00% am. Desse modo, pela aplicação do referido modelo, tanto o projeto de investimento 1, quanto o projeto de investimento 2, foram considerados viáveis do ponto de vista econômico, pois ambos apresentaram uma *TIR* esperada real maior que a *TMA* própria, isto é, 8,23% am > 0,07% am e 4,65% am > 0,88% am, para os projetos de investimento 1 e 2, respectivamente. Em outras palavras, ambos foram considerados viáveis do ponto de vista econômico porque apresentaram um prêmio positivo, o qual representa o retorno em excesso à *TMA* própria, isto é, 8,16% am e 3,77% am, para os projetos de investimento 1 e 2, respectivamente. Contudo, a escolha da melhor alternativa econômica recaiu sobre o projeto de investimento 1, pois apresentou um prêmio maior, comparado ao do projeto de investimento 2, isto é, 8,16% am > 3,77% am.

Para a comprovação da compensação gerada pela diversificação eficiente, foi composta uma carteira nas seguintes proporções em capital: 74,23% aplicados no projeto de investimento 1, e o restante, isto é, 25,77%, aplicados no projeto de investimento 2. A covariância entre a distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento 1 e a distribuição futura da *TIR* do projeto de investimento 2, foi estimada em -1,17% am. Para tais proporções

e covariância, a *TIR* esperada real e o risco da carteira foram estimados em 7,31% am e 0,60% am, respectivamente. Resumindo: para o projeto de investimento 1, isoladamente, a *TIR* esperada real e o risco foram estimados em 8,23% am e 1,16% am, respectivamente; para o projeto de investimento 2, isoladamente, a *TIR* esperada real e o risco foram estimados em 4,65% am e 1,02% am, respectivamente; para a carteira, a *TIR* esperada real e o risco foram estimados em 7,31% am e 0,60% am, respectivamente. Portanto, tais valores mostram que, diante de uma redução pequena de 11,18% da *TIR* esperada real, isto é, de 8,23% am para 7,31% am, houve uma redução substancial de 48,28% do risco, isto é, de 1,16% am para 0,60% am, comparados aos valores apresentados pelo projeto de investimento 1. Contudo, a compensação somente ocorreu porque a diversificação foi eficiente, comprovada pelo valor negativo apresentado pela covariância, isto é, -1,17.

6.2 Conclusões

As técnicas utilizadas pelas empresas atualmente para a avaliação econômica dos projetos de investimento em condições de risco apresentam três importantes limitações, como comprovado pela aplicação da técnica da análise de cenários. São elas: não fornecem o capital no risco, utilizam uma *TMA* única para a empresa em seu todo, desprezando as particularidades de cada caso, e tratam o risco isoladamente, fora do contexto amplo da diversificação eficiente. Tais limitações, delimitaram o problema abordado, motivando a busca de novas propostas. Nesse contexto, o objetivo do presente estudo foi aplicar o valor no risco (*VAR*), o modelo de precificação dos ativos de capital (*CAPM*) e a teoria de precificação por arbitragem (*APT*), originários do mercado de capitais, na eliminação de tais limitações.

A eliminação da primeira limitação foi alcançada pela aplicação do modelo de risco *VAR*. Na busca da eliminação dessa limitação, o presente estudo comprovou que tal modelo possibilita a estimativa do capital no risco do projeto de investimento, permitindo às

empresas a avaliação precedente da suportabilidade econômica. Se o capital no risco for menor que a capacidade de absorção de perda de capital da empresa, o projeto de investimento será considerado suportável do ponto de vista econômico, justificando, portanto, a avaliação da sua viabilidade econômica. Caso contrário, se o capital no risco for maior que a capacidade de absorção de perda de capital da empresa, o projeto de investimento será considerado não-suportável do ponto de vista econômico, não justificando, portanto, a avaliação da sua viabilidade econômica.

A eliminação da segunda limitação foi alcançada pela aplicação dos modelos de risco-retorno *CAPM* e *APT*. Na busca da eliminação dessa limitação, o presente estudo comprovou que tais modelos possibilitam a estimativa da *TMA* própria do projeto de investimento, permitindo às empresas a avaliação da viabilidade econômica segundo as particularidades de cada caso. Ao utilizar uma *TMA* única para a empresa em seu todo, como fazem as técnicas utilizadas pelas empresas atualmente, corre-se o risco de se descartar projetos de investimento bons, que embora apresentem retornos considerados pequenos e menores, comparativamente à *TMA* da empresa, possuem um nível de risco baixo e aceitável. Inversamente, corre-se o risco de se concretizar projetos de investimento ruins, que embora apresentem retornos considerados grandes e maiores, comparativamente à *TMA* da empresa, possuem um nível de risco alto e inaceitável. Outra conseqüência desvantajosa da utilização de uma *TMA* única para a empresa em seu todo reside no fato da avaliação da viabilidade econômica depender sempre da *TMA* utilizada. Por fim, é do conhecimento que cada projeto de investimento apresenta um risco próprio. Desse modo, a *TMA* utilizada deve refletir a taxa mínima justa ao risco incorrido pelo projeto de investimento em questão, não ao risco incorrido pela a empresa em seu todo.

A eliminação da terceira limitação foi alcançada pela aplicação tanto do modelo de risco *VAR*, quanto pela aplicação dos modelos de risco-retorno *CAPM* e *APT*. Na busca da eliminação dessa limitação, o presente estudo comprovou que tais modelos possibilitam tratar o risco em projetos de investimento no contexto amplo da diversificação eficiente,

permitindo às empresas a exploração da compensação benéfica gerada por ela. A diversificação eficiente pode ser entendida da seguinte maneira: partindo de uma carteira de risco composta por um único projeto de investimento, considere uma estratégia ingênua de diversificação, acrescentando à carteira um outro projeto de investimento independente estatisticamente. Dessa forma, dada uma oscilação, para cima ou para baixo, no retorno do primeiro projeto de investimento, o segundo, pela sua independência estatística em relação ao primeiro, produzirá um efeito compensador, que estabilizará o retorno da carteira. A compensação será mais provável, quanto maior for a quantidade de projetos de investimento independentes estatisticamente compondo a carteira de risco. Em outras palavras, será maior, quanto maior for a diversificação eficiente da carteira de risco. Todavia, mesmo a diversificação extensiva não é capaz de eliminar o componente de risco que afeta o mercado em seu todo, pois neste caso, há a perda da independência estatística relativa às causas do risco entre os diversos projetos de investimento que compõem a carteira de risco, provocando, também, a perda do efeito compensador que poderia ser gerado pela diversificação. Às empresas, cabe recompensa apenas pelo risco sistemático do projeto de investimento, e tão somente na proporção em que o mesmo contribui para o risco total da carteira.

Em resumo, as principais contribuições dos modelos *VAR*, *CAPM* e *APT* comprovadas pelo presente estudo foram: fornecer o capital no risco dos projetos de investimento (*VAR*); utilizar a *TMA* própria dos projetos de investimento, segundo as particularidades de cada caso (*CAPM* e *APT*); tratar o risco em projetos de investimento no contexto amplo da diversificação eficiente (*VAR*, *CAPM* e *APT*); possibilitar a avaliação de carteiras mistas, composta tanto por projetos de investimento, quanto por ativos financeiros do mercado (*VAR*, *CAPM* e *APT*). Tais contribuições permitem concluir, portanto, que o objetivo almejado foi alcançado, pois comprovaram a capacidade dos referidos modelos na eliminação das limitações apresentadas pelas técnicas utilizadas pelas empresas atualmente, as quais delimitaram o problema em estudo. No entanto,

tais modelos mostraram-se mais sofisticados e complicados, comparados às técnicas. Esse fato, talvez, justifique o ponto de vista apresentado por MacInnes & Carleton (1982), segundo o qual, a popularidade das técnicas utilizadas atualmente é resultado da preferência das empresas por sua robustez, em detrimento da sofisticação dos modelos originários do mercado de capitais.

6.3 Proposta para estudos futuros

A precisão dos modelos *VAR*, *CAPM* e *APT* depende das projeções futuras dos índices utilizados. No presente estudo, tais projeções foram realizadas através da série histórica de cada índice, de onde foi verificado o comportamento de cada um nas situações passadas semelhantes aos cenários econômicos futuros projetados. Em seguida, foi adotado o mesmo comportamento passado para os cenários em questão.

Portanto, não houve no presente estudo, uma preocupação com a dinâmica temporal de cada série histórica analisada. No entanto, quando devidamente tratada, a dinâmica temporal é capaz de fornecer informações importantes sobre cada índice, tais como, seus possíveis valores futuros e momentos de ocorrência. Tais informações, criam a expectativa na melhoria das projeções, e, consequentemente, da precisão dos modelos *VAR*, *CAPM* e *APT*.

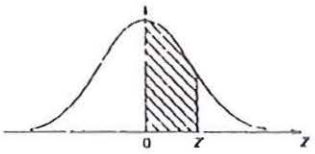
Dentre as técnicas utilizadas atualmente para a análise da dinâmica temporal das séries históricas, destacam-se o *GARCH* e o suavizamento exponencial. No entanto, tanto uma quanto a outra, fazem considerações acerca da normalidade da distribuição gerada pelos dados históricos analisados, incorporando erros técnicos. Uma das alternativas para eliminar tais considerações, e, consequentemente, os erros técnicos, é a aplicação dos modelos de redes neurais artificiais. Tais modelos, são capazes de aprender e generalizar uma regra de análise sem considerações acerca do tipo de distribuição gerada pelos dados históricos analisados. Explicando de uma outra maneira, tais modelos são capazes

de aprender e generalizar uma regra de análise sobre qualquer tipo de distribuição, sem quaisquer considerações que possam incorporar erros técnicos.

Diante desse contexto, duas propostas para trabalhos futuros se abrem: primeiro, a aplicação das técnicas utilizadas atualmente, isto é, a aplicação do *GARCH* e do suavizamento, com o objetivo de complementar o presente estudo; segundo, a aplicação dos modelos de redes neurais artificias na análise da dinâmica temporal das séries históricas, com a expectativa de superar a precisão apresentada pelas técnicas utilizadas atualmente.

Anexo A - TABELA 1: Distribuição normal padronizada

TABELA DE PROBABILIDADES [1]



$$P = \int_0^Z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz$$

A Probabilidade corresponde à área sob a curva normal padrão.

Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,00000	0,00399	0,00798	0,01197	0,01595	0,01994	0,02392	0,02790	0,03188	0,03586
0,1	0,03983	0,04380	0,04776	0,05172	0,05567	0,05962	0,06356	0,06749	0,07142	0,07535
0,2	0,07926	0,08317	0,08706	0,09095	0,09483	0,09871	0,10257	0,10642	0,11026	0,11409
0,3	0,11791	0,12172	0,12552	0,12930	0,13307	0,13683	0,14058	0,14431	0,14803	0,15173
0,4	0,15542	0,15910	0,16276	0,16640	0,17003	0,17364	0,17724	0,18082	0,18439	0,18793
0,5	0,19146	0,19497	0,19847	0,20194	0,20540	0,20884	0,21226	0,21566	0,21904	0,22240
0,6	0,22575	0,22907	0,23237	0,23565	0,23891	0,24215	0,24537	0,24857	0,25175	0,25490
0,7	0,25804	0,26115	0,26424	0,26730	0,27035	0,27337	0,27637	0,27935	0,28230	0,28524
0,8	0,28814	0,29103	0,29389	0,29673	0,29955	0,30234	0,30511	0,30785	0,31057	0,31327
0,9	0,31594	0,31859	0,32121	0,32381	0,32639	0,32894	0,33147	0,33398	0,33646	0,33891
1,0	0,34134	0,34375	0,34614	0,34850	0,35083	0,35314	0,35543	0,35769	0,35993	0,36214
1,1	0,36433	0,36650	0,36864	0,37076	0,37286	0,37493	0,37698	0,37900	0,38100	0,38298
1,2	0,38493	0,38686	0,38877	0,39065	0,39251	0,39435	0,39617	0,39796	0,39973	0,40147
1,3	0,40320	0,40490	0,40658	0,40824	0,40988	0,41149	0,41309	0,41466	0,41621	0,41774
1,4	0,41924	0,42073	0,42220	0,42364	0,42507	0,42647	0,42786	0,42922	0,43056	0,43189
1,5	0,43319	0,43448	0,43574	0,43699	0,43822	0,43943	0,44062	0,44179	0,44295	0,44408
1,6	0,44520	0,44630	0,44738	0,44845	0,44950	0,45053	0,45154	0,45254	0,45352	0,45449
1,7	0,45543	0,45637	0,45728	0,45818	0,45907	0,45994	0,46080	0,46164	0,46246	0,46327
1,8	0,46407	0,46485	0,46562	0,46638	0,46712	0,46784	0,46856	0,46926	0,46995	0,47062
1,9	0,47128	0,47193	0,47257	0,47320	0,47381	0,47441	0,47500	0,47558	0,47615	0,47670
2,0	0,47725	0,47778	0,47831	0,47882	0,47932	0,47982	0,48030	0,48077	0,48124	0,48169
2,1	0,48214	0,48257	0,48300	0,48341	0,48382	0,48422	0,48461	0,48500	0,48537	0,48574
2,2	0,48610	0,48645	0,48679	0,48713	0,48745	0,48776	0,48809	0,48840	0,48870	0,48899
2,3	0,48928	0,48956	0,48983	0,49010	0,49036	0,49061	0,49086	0,49111	0,49134	0,49158
2,4	0,49180	0,49202	0,49224	0,49245	0,49266	0,49286	0,49305	0,49324	0,49343	0,49361
2,5	0,49379	0,49396	0,49413	0,49430	0,49446	0,49461	0,49477	0,49492	0,49506	0,49520
2,6	0,49534	0,49547	0,49560	0,49573	0,49585	0,49598	0,49609	0,49621	0,49632	0,49643
2,7	0,49653	0,49664	0,49674	0,49683	0,49693	0,49702	0,49711	0,49720	0,49728	0,49736
2,8	0,49744	0,49752	0,49760	0,49767	0,49774	0,49781	0,49788	0,49795	0,49801	0,49807
2,9	0,49813	0,49819	0,49825	0,49831	0,49836	0,49841	0,49846	0,49851	0,49856	0,49861
3,0	0,49865	0,49869	0,49874	0,49878	0,49882	0,49886	0,49889	0,49893	0,49897	0,49900
3,1	0,49903	0,49906	0,49910	0,49913	0,49916	0,49918	0,49921	0,49924	0,49926	0,49929
3,2	0,49931	0,49934	0,49936	0,49938	0,49940	0,49942	0,49944	0,49946	0,49948	0,49950
3,3	0,49952	0,49953	0,49955	0,49957	0,49958	0,49960	0,49961	0,49962	0,49964	0,49965
3,4	0,49966	0,49968	0,49969	0,49970	0,49971	0,49972	0,49973	0,49974	0,49975	0,49976
3,5	0,49977	0,49978	0,49978	0,49979	0,49980	0,49981	0,49981	0,49982	0,49983	0,49983
3,6	0,49984	0,49985	0,49985	0,49986	0,49986	0,49987	0,49987	0,49988	0,49988	0,49989
3,7	0,49989	0,49990	0,49990	0,49990	0,49991	0,49991	0,49992	0,49992	0,49992	0,49992
3,8	0,49993	0,49993	0,49993	0,49994	0,49994	0,49994	0,49994	0,49995	0,49995	0,49995
3,9	0,49995	0,49995	0,49996	0,49996	0,49996	0,49996	0,49996	0,49996	0,49997	0,49997
4,0	0,49997	0,49997	0,49997	0,49997	0,49997	0,49997	0,49998	0,49998	0,49998	0,49998
4,1	0,49998	0,49998	0,49998	0,49998	0,49998	0,49998	0,49998	0,49998	0,49999	0,49999
4,2	0,49999	0,49999	0,49999	0,49999	0,49999	0,49999	0,49999	0,49999	0,49999	0,49999
4,3	0,49999	0,49999	0,49999	0,49999	0,49999	0,49999	0,49999	0,49999	0,49999	0,49999
4,4	0,49999	0,49999	0,50000	0,50000	0,50000	0,50000	0,50000	0,50000	0,50000	0,50000

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1989). *NBR 6023-Referências Bibliográficas*. Rio de Janeiro, ABNT.

BERNESTEIN, P.L.; DAMODARAN, A. (2000). *Administração de investimentos*. Trad. por Cyro Patarra e José Carlos Barbosa dos Santos. 1.ed. Porto Alegre, Bookman.

BODIE Z.; KANE A. MARCUS, A. J. (2000). *Fundamentos de investimentos*. Trad. por Robert Brian Taylor. 3.ed. Porto Alegre, Bookman.

BUARQUE, C. (1991). *Avaliação econômica de projetos*. Rio de Janeiro, Campus.

CLEMENTE, A. et al. (1998). *Projetos empresariais e públicos*. 1ed. São Paulo, Atlas.

CONJUNTURA estatística (2001). *Revista Conjuntura Econômica*, v.55, n.2, p. I-XIX, fev.

CONTADOR, C.R. (1997). *Projetos sociais:* avaliação e prática. 3ed. São Paulo, Atlas.

COSTA Jr., N.C.A.; NEVES M.B.E. (2000). Variáveis fundamentalistas e os retornos das ações. *Revista Brasileira de Economia*, v.54, n.1, p.123-37, jan./mar.

HIRSCHFELD H. (1992). *Engenharia econômica e análise de custos*. São Paulo, Atlas.

JORION, P. (1999). *Value at risk:* a nova fonte de referência para o controle do risco de mercado. Trad. por Bolsa de Mercadorias & Futuros. São Paulo, Cultura.

MACINNES, J.M.; CARLETON, W.J. (1982). Theory, models and implementation in financial management. *Management Science*, p.957-78, Sept.

MELNICK, J. (1981). *Manual de projetos de desenvolvimento econômico*. Trad. por Ciema de Oliveira Silva. 1.ed. Rio de Janeiro, Unilivros Cultural.

SECURATO, J.R. (1993). *Decisões financeiras em condições de risco*. São Paulo, Atlas.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO. Escola de Engenharia de São Carlos. Serviço de Biblioteca (1996). *Diretrizes para elaboração de dissertações e teses na EESC-USP*. São Carlos.

WAN, S.P. (2001). Capital budgeting and risk analysis. http://cbe.elmhurst.edu/cbe/wan.htm (27 June).

WOILER, S.; MATHIAS, W.F. (1996). *Projetos:* planejamento, elaboração e análise. 1.ed. São Paulo, Atlas.

(2001). *Cenários Econômicos para 2001*. http://www.patagon.com.br. (15 jan.).

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

BARNETT, W.; LIU, Y. (1996). *The CAPM extended divisia monetary aggregate with exact tracking under risk*. http://netec.mcc.ac.uk/WoPEc/data/Papers/wpawuwpfi9402001.html (25 June).

BERNESTEIN, P.L. (1997). *Desafios aos deuses:* a fascinante história do risco. Trad. por Ivo Korytowski. 1.ed. Rio de Janeiro, Campus.

BLANCO, C.; BLOMSTROM S. (1999). *VAR is as useful as you decide to make it*. http:// www.fea.com/library.html (2 May).

BUTLER, J. S.; SCHACHTER, B. (1996). *Improving value-at-risk estimates by combining kernel estamation with historical simulation*. http://netec.mcc.ac.uk/WoPEc/data/Papers/ wpawuwpfi9402001.html (25 June).

CASAROTTO FILHO, N.; KOPITTKE, B.H. (2000). *Análise de Investimentos*. 9.ed. São Paulo, Atlas.

CHATTERJEE, S. (1999). *Toward a strategic theory of risk premium:* moving beyond CAPM. http://www.findarticles.com (25 June).

COCHRANE, J.H. (1995). *What the VARs mean?:* measuring the output effects of monetary policy. http://netec.mcc.ac.uk/WoPEc/data/Papers/wpawuwpfi9402001.html (25 June).

DANIEL, K.D.; HIRSHLEIFER, D.; SUBRAHMANYAM, A. (2001). Overconfidece, arbitrage, and equilibrium asset pricing. *The journal of finance*, v.56, n.3, p. 921-65, June.

ENGEL, C. (1993). *Test of CAPM on an international portfolio of bonds and stocks*. http:// netec.mcc.ac.uk/WoPEc/data/Papers/wpawuwpfi9402001.html (25 June).

FAMA, F.; FRENCH, K. (1992). The cross-section of expected stock returns. *Journal of Finance*, v.47, n.2, p.427-65, June.

_____. (1999). The corporate cost of capital and the return on corporate investment. *The journal of finance*, v.54, n.6, p.1939-67, Dec.

GARMAN, M.B. (1996). *Improving on VAR*. http://www.fea.com/library.html (2 May).

_____. (1999). *Risk management:* getting ready to asset your risk. http://www.fea.com/library.html (2 May).

GEWEKE, J.; ZHOU, G. (1995). *Measuring the pricing error of the arbitrage pricing theory*. http://netec.mcc.ac.uk/WoPEc/data/Papers/wpawuwpfi9402001.html (25 June).

GIBSON, M.S.; PRITSKER, M. (2000). *Improving grid-based methods for estimating value at risk of fixed-income portfolios*. http://netec.mcc.ac.uk/WoPEc/data/Papers/wpawuwpfi9402001.html (25 June).

GITMAN, L. J. (1987). *Princípios de administração financeira*. Trad. por Jacob Ancelevicz. 3.ed. São Paulo, Harbra.

HENS, T. (1995). *Market demand functions in the CAPM*. http://netec.mcc.ac.uk/WoPEc/data/Papers/wpawuwpfi9402001.html (25 June).

JAGANNATHAN, R.; WANG, Z. (1994). *The CAPM is alive and well*. http://netec.mcc.ac.uk/WoPEc/data/Papers/wpawuwpfi9402001.html (25 June).

_____. (1996). *The conditional CAPM and the cross-section of expected returns*. http://netec.mcc.ac.uk/WoPEc/data/Papers/wpawuwpfi9402001.html (25 June).

KAUE, L.K.N. et. al. (1991). *Diretrizes para apresentação de dissertações e teses*. São Paulo, EPUSP.

LETTAU, M.; LUDVIGSON, S. (1999). *Resurrecting the CAPM: a cross-sectional test when risk premia are time-varying*. http://netec.mcc.ac.uk/WoPEc/data/Papers/wpawuwpfi9402001.html (25 June).

LEUSNER, J. (1996). *Solving an empirical puzzle in the capital asset pricing model*. http://netec.mcc.ac.uk/WoPEc/data/Papers/wpawuwpfi9402001.html (25 June).

LINSMEIER, T.J.; PEARSON, N.D. (1996). *Risk measurement:* an introdution to value-at-risk. http://netec.mcc.ac.uk/WoPEc/data/Papers/wpawuwpfi9402001.html (25 June).

LLINSKI, K. (1999). *Virtual arbitrage pricing theory*. http://netec.mcc.ac.uk/WoPEc/data/Papers/wpawuwpfi9402001.html (25 June).

LONGSTAFF, F.A. (2000). Arbitrage and the expectations hypothesis. *The journal of finance*, v.55, n.2, p. 989-94, Apr.

LUEHRMAN, T.A. (1997). What's it worth? A general manager's guide to valuation. *Harvard Business Review*, p.132-42, May-June.

LUNA, S.V. (1998). *Planejamento de pesquisa:* elementos para uma análise metodológica. São Paulo, Educ.

MANFREDO, M.R.; LEUTHOLD, R.M. (1998). *Agricutural applications of valu-at-risk:* a perspective. http://netec. mcc. ac. uk/ WoPEc / data / Papers / wpawuwpfi 940200.html (25 June).

_____. (1999). *Market risk measurement and the cattle feeding margin:* an application of value-at-risk. http://netec.mcc.ac.uk/WoPEc/data/ Papers/wpawuwpfi9402001.html (25 June).

MARKOWITZ, H. (1952). Portfolio selection, *Journal of Finance*, v.12, p.77, Mar.

NELLY, C. ; ROY A.; WHITEMAN, C. (1998). *Risk aversion vs. Intertemporal substitution:* identification failure in the intertemporal consumption CAPM. http://netec. mcc.ac.uk/WoPEc/data/Papers/wpawuwpfi9402001.html (25 June).

RAJAN, R. ; SERVAES, H.; ZINGALES, L. (2000). The cost of diversity: the diversification discount and inefficient investment. *The journal of finance*, v.55, n.1, p. 35-80, Feb.

RAVIKUMAR, B. ; RAY, S.; SAVIN, N.E. (1999). *CAPM reconsidered:* a robust finite sample evalution. http://netec.mcc.ac.uk/WoPEc/data/Papers/wpawuwpfi9402001.html (25 June).

REIGANUM, M.R. (1981). Empirical test of multi-factor pricing model: the arbitrage pricing theory. *The Journal of Finance*, v.36, n.2, p.313-21, May.

_____. (1981). A new empirical perspective on the CAPM. *Journal of Financial and Qualitive Analysis*, v.16, p.439-.

ROSS, S.A. (1976). The arbitrage theory of capital asset pricing. *Journal of Economic Theory*, n.13, p.341-60, Dec.

_____ ; ROLL, R. (1984) The arbitrage pricing theory approach to strategic portifolio planning. *Financial Analysts Journal*, p. 14-26, May/June.

_____ ; WESTERFIELD, R. W.; JORDAN, B.D. (1998). *Princípios de administração financeira*. Trad. por Antonio Sanvicente . São Paulo, Atlas.

SACK, B. (1998). *Does the Fed act gradually?:* a VAR analysis. http://netec.mcc.ac.uk/WoPEc/data/Papers/wpawuwpfi9402001.html (25 June).

SHARPE, W.F. (1962). A simplified model for porftolio returns. *Management Science*, p.277./Resumo/

_____. (1964). Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*, v.19, n.3, p.425-42, Sept.

_____. (1984). Factor models, CAPM, and the ABT: linking them together provides a valuable framework. *The Journal of Portfolio Management*, p.21-5.

_____; ALEXANDER, G. J.; BAILEY, J. V. (1995). *Investiments*. 5.ed. New Jersey, Prentice Hall International Editions.

SCHOR, A. ; BONOMO, M.; PEREIRA, P.L.V. (1998). *Arbitrage pricing theory e variáveis macroeconômicas*. Um estudo empírico sobre o mercado acionário brasileiro. http://netec.mcc.ac.uk/WoPEc/data/Papers/wpawuwpfi9402001.html (25 June).

THIAGARAJAN, S.R. (2000). *Risk measurement and hedging:* with and without derivatives. http://www.findarticles.com (25 June).

VAN HORNE, J.C. (1994). *Financial market rates and flows*. 4.ed. New Jersey, Prentice Hall International Editions.