UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

DÉBORA NOGUEIRA RAMALHO VALENTE

**DECISÕES DE INVESTIMENTO EM CONDIÇÕES DE INCERTEZA:
UMA ABORDAGEM COM OPÇÕES REAIS EQUIVALENTES**

SÃO CARLOS

2008

DÉBORA NOGUEIRA RAMALHO VALENTE

**DECISÕES DE INVESTIMENTO EM CONDIÇÕES DE INCERTEZA:
UMA ABORDAGEM COM OPÇÕES REAIS EQUIVALENTES**

Dissertação apresentada ao Departamento de Engenharia de Produção da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, como requisito à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Área de Concentração: Economia e Finanças Corporativas
Orientador: Prof. Assoc. Aquiles Elie Guimarães Kalatzis

SÃO CARLOS

2008

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTES TRABALHOS, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

V154d	<p>Valente, Débora Nogueira Ramalho</p> <p>Decisões de investimentos em condições de incerteza : uma abordagem com opções reais equivalentes / Débora Nogueira Ramalho Valente ; orientador Aquiles Elie Guimarães Kalatzis. -- São Carlos, 2008.</p> <p>Dissertação (Mestrado-Programa de Pós-Graduação e Área de Concentração em Engenharia de Produção) -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2008.</p> <p>1. Decisão administrativa. 2. Decisões de investimento. 3. Opções reais equivalentes. 4. Incerteza. 5. Flexibilidade. 6. Valor Presente Líquido Equivalente (VPLE). 7. Taxa Interna de Retorno Equivalente (TIRE). I. Título.</p>
-------	---

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidata: Engenheira: **DÉBORA NOGUEIRA RAMALHO VALENTE**

Dissertação defendida e julgada em 19/11/2008 perante a Comissão Julgadora:

Prof. Associado **AQUILES ELIE GUIMARÃES KALATZIS (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO

Prof. Titular **JOÃO VITOR MOCCELLIN**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADA

Prof. Dr. **OSCAR TUPY**
(Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária/EMBRAPA)

APROVADO

Prof. Associado **REGINALDO TEIXEIRA COELHO**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em
Engenharia de Produção

Prof. Associado **GERALDO ROBERTO MARTINS DA COSTA**
Presidente da Comissão da Pós-Graduação da EESC

Dedico...

A Deus, por sempre iluminar meu caminho.

*A meu avô, Roberto Dias Nogueira (in memoriam),
pela referência de caráter, amor incondicional e
eterna proteção.*

*A meu esposo, José Francisco Ferreira Valente,
por seu amor, dedicação, incentivo, apoio e
aconchego.*

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Assoc. Aquiles Kalatzis, meu orientador, pela credibilidade e confiança depositada e ao Prof. Dr. Wilson Tachibana pela compreensão e apoio.

À minha sócia incondicional, Karina Lumena, por todas as discussões, que deram mais consistência a este trabalho, e por sua amizade, tão importante para mim.

Aos meus sogros, Maria da Penha e José Valente, pelo incentivo e compreensão, mesmo por tanto distante.

Aos amigos e colegas do Laboratório de Administração e Economia que, das mais diversas maneiras, deram sua contribuição.

Aos funcionários do Departamento de Produção, pelo empenho em sempre ajudar.

RESUMO

VALENTE, D.N.R. **Decisões de investimento em condições de incerteza**: uma abordagem com Opções Reais Equivalentes. 2008. 126 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.

Com a intensificação da competitividade do mercado, empresas que realizam escolhas equivocadas podem comprometer significativamente sua atuação. Portanto, para se destacar dentre as demais, decisões não mais podem ser intuitivas e perdas tornam-se inadmissíveis. Sob o aspecto financeiro, a análise apropriada de projetos de investimento é fundamental para o crescimento solidificado da firma. Quando questionados sobre a implantação de determinado projeto, gestores adeptos de diferentes métodos de análise de investimento tendem a tomar a mesma decisão. Porém, ao depararem-se com uma diversidade de projetos de investimento, métodos usuais de análise de investimento causam divergências, conturbando o processo decisório. Ao priorizar algum projeto de investimento, aparentemente atraente economicamente, em detrimento de outros, a firma pode vir a sofrer prejuízos financeiros, decorrentes de características relevantes desconsideradas pelos métodos usualmente utilizados. A partir da análise crítica de métodos determinísticos, métodos que apreciam a incerteza e métodos que consideram a flexibilidade dos projetos, tornou-se factível a retificação da tomada de decisão na comparação entre investimentos. Assim, adequações dos métodos usuais de análise de investimento foram apresentadas como forma de conduzir a resultados mais eficientes. Nesse sentido, o presente trabalho desenvolve os conceitos de Valor Presente Líquido Equivalente (*VPLE*) e Taxa Interna de Retorno Equivalente (*TIRE*), como métodos determinísticos voltados exclusivamente para a tomada de decisão diante de diversas opções de investimento. Em seguida, com a flexibilização de tais conceitos, determina-se o conceito de Opções Reais Equivalentes como principal ferramenta para a

comparação parametrizada de projetos de investimento. Para a verificação de sua contribuição na análise econômica, um estudo de caso foi realizado e seus resultados comparados com aqueles esperados pelos métodos tradicionais. Logo, concluiu-se que, ao avaliar projetos sob as mesmas condições de contorno, diferentes ferramentas levam a semelhantes resultados. Porém, a parametrização das variáveis e a flexibilização permitida pelas Opções Reais Equivalentes adicionam valor ao investimento e, conseqüentemente, à empresa.

Palavras-chave: Decisões de investimento, Valor Presente Líquido Equivalente (*VPLE*), Taxa Interna de Retorno Equivalente (*TIRE*), Opções Reais Equivalentes, Incerteza, Flexibilidade.

ABSTRACT

VALENTE, D.N.R. **Investment decisions under uncertainty conditions:** a view upon Equivalent Real Options. 2008. 126 f. Dissertation (Master's degree in Production Engineer) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.

Considering the increasing level of competition of many markets, companies that take wrong decision choices for their businesses may compromise its performances. Therefore, in order to reach better performance than its competitors, the decisions should not be based on intuition and unnecessary losses become unacceptable. Under the financial scope, the appropriate analysis of investment projects is essential to promote a solidified growth of a firm. When asked about the implementation of some project, managers that make use of different methods of investment analysis tend to take the same decision choice. However, when the situation involves a variety of investment projects, the usual methods of investment analysis can imply in different results, disturbing the decision process. When any investment project considered apparently more economically attractive is put up front in any company's choice, the ones that are taking this decision may suffer financial losses due to some important issues not considered by the usually methods used. By using a critical analysis of deterministic methods, methods that assess the uncertainty and methods that consider some flexibility of projects, it becomes of major importance to apply some decision-making process to compare the possibilities of investment projects. So, some arrangements in the usual methods of analysis of investment were presented in order to reach more efficient goals. That is the reason that this research development the concepts of Equivalent Net Present Value (*ENPV*) and Equivalent Internal Rate of Return (*EIRR*), as deterministic methods used exclusively to the decision making with a variety of investment projects. After this, with the flexibility of this concepts, it is established the concept of Equivalent Real Options as it main tool to make a

parameterized comparison of investment projects. To prove its contribution to the economic analysis techniques, it was set an application of the proposed methodology and its results were compared to the ones obtained if the traditional methods. Therefore, this paper work got the conclusion that, if analyzed investment projects under the same conditions, different tools generate similar results. However, the same parameters and the flexibility given if used Equivalent Real Options adds value to investment and, consequently, to the company.

Keywords: Investment decision, Equivalent Net Present Value (*ENPV*), Equivalent Internal Rate of Return (*EIRR*), Equivalent Real Options, Uncertainty, Flexibility.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1. Plano de experimento sobre a opção de investimento adotada em função do método utilizado.....	25
Figura 2. Taxa Incremental de Fisher	39
Figura 3. Aspectos conceituais dos métodos derivados do <i>VPL</i>	44
Figura 4. Aspectos conceituais dos métodos derivados da <i>TIR</i>	46
Figura 5. Incerteza versus risco.....	48
Figura 6. Árvore de Decisão	56
Figura 7. Árvore de Decisão com resultados associados	57
Figura 8. Distribuição dos resultados possíveis	59
Figura 9. Árvore de Decisão Estocástica	60
Figura 10. Árvore de eventos, segundo a Análise de Opções Reais	64
Figura 11. Árvore de decisão, segundo a Análise de Opções Reais	69
Figura 12. Árvore de eventos, segundo as Opções Reais Equivalentes.....	75
Figura 13. Árvore de decisão, segundo as Opções Reais Equivalentes.....	78
Figura 14. Árvore de eventos do Projeto A, segundo a Análise de Opções Reais	97
Figura 15. Árvore de decisão do Projeto A, segundo a Análise de Opções Reais.....	98
Figura 16. Árvore de eventos do Projeto B, segundo a Análise de Opções Reais.....	99
Figura 17. Árvore de decisão do Projeto B, segundo a Análise de Opções Reais.....	99
Figura 18. Árvore de eventos do Projeto C, segundo a Análise de Opções Reais.....	100
Figura 19. Árvore de decisão do Projeto C, segundo a Análise de Opções Reais.....	101
Figura 20. Árvore de eventos do Projeto D, segundo a Análise de Opções Reais	102
Figura 21. Árvore de decisão do Projeto D, segundo a Análise de Opções Reais.....	103
Figura 22. Árvore de eventos do Projeto A, segundo as Opções Reais Equivalentes	105
Figura 23. Árvore de decisão do Projeto A, segundo as Opções Reais Equivalentes	106
Figura 24. Árvore de eventos do Projeto B, segundo as Opções Reais Equivalentes	108
Figura 25. Árvore de decisão do Projeto B, segundo as Opções Reais Equivalentes.....	109
Figura 26. Árvore de eventos do Projeto C, segundo as Opções Reais Equivalentes	110
Figura 27. Árvore de decisão do Projeto C, segundo as Opções Reais Equivalentes.....	111
Figura 28. Árvore de eventos do Projeto D, segundo as Opções Reais Equivalentes	112
Figura 29. Árvore de decisão do Projeto D, segundo as Opções Reais Equivalentes	113
Figura 30. Efeito da taxa de reinvestimento (T_r) no <i>VPLE</i>	115
Figura 31. Efeito da taxa de reinvestimento (T_r) na <i>TIRE</i>	116

Figura 32. Efeito do prêmio pelo risco no <i>VPL</i>	117
Figura 33. Efeito do coeficiente de incerteza no <i>VPL</i>	118
Figura 34. Efeito da taxa de reinvestimento (T_r) no valor da opção equivalente	119
Figura 35. Impacto da flexibilização no <i>VPLE</i> dos projetos	120

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Análise de fluxo de caixa do Projeto A	83
Tabela 2 - Análise de fluxo de caixa do Projeto B.....	85
Tabela 3 - Análise de fluxo de caixa do Projeto C.....	86
Tabela 4 - Análise de fluxo de caixa do Projeto D	87
Tabela 5 - Valor Presente Líquido (<i>VPL</i>) dos projetos em análise	88
Tabela 6 - Valor Presente Líquido Equivalente (<i>VPLE</i>) dos projetos em análise	90
Tabela 7 - Taxa Interna de Retorno (<i>TIR</i>) dos projetos em análise	90
Tabela 8 - Taxa Interna de Retorno Equivalente (<i>TIRE</i>) dos projetos em análise.....	91
Tabela 9 - Análise do <i>VPL</i> através da Adição de um Prêmio pelo Risco dos projetos em análise.....	92
Tabela 10 - Análise do <i>VPL</i> com base no Certo-Equivalente dos projetos em análise	93
Tabela 11 - Volatilidade de preço dos projetos em análise.....	94
Tabela 12 - Volatilidade de quantidade dos projetos em análise.....	95
Tabela 13 - Parâmetros calculados para Análise de Opções Reais	96
Tabela 14 - Parâmetros calculados para Análise de Opções Reais Equivalentes	105
Tabela 15 - Análise comparativa de resultados	114

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

$B_{t,n}$	Quantidade de obrigações livres de risco dentro da carteira, no tempo t , após n movimentos ascendentes
d	Movimento descendente
FC_t	Fluxo de caixa previsto no tempo t
$\overline{FC}_t$	Fluxo de caixa mais provável no tempo t
$FC_t^\bullet$	Certo-Equivalente associado ao fluxo de caixa incerto do projeto no tempo t
i	Taxa de rentabilidade exigida a um projeto livre de risco
I	Investimento inicial
I_{eq}	Investimento equivalente
I_{exc}	Investimento excedente
i_k	Taxa Incremental de Fisher
k	Taxa de desconto
k'	Taxa de rentabilidade exigida a um projeto em condições de risco
$m_{t,n}$	Unidades do ativo subjacente dentro da carteira, no tempo t , após n movimentos ascendentes
n	Quantidade de movimentos ascendentes até t
p	Prêmio pelo risco
q	Quantidade de eventos estabelecidos
RO	Restrição orçamentária
ROA	Análise de Opções Reais
R_t	Coeficiente de representatividade do fluxo de caixa do tempo t
t	Período de tempo em análise
T	Tempo de duração do projeto
T^*	Período de tempo analisado
t_i	Período de tempo de início da incerteza

TIR	Taxa Interna de Retorno
$TIRE$	Taxa Interna de Retorno Equivalente
$TIRI$	Taxa Interna de Retorno Integrada
$TIRM$	Taxa Interna de Retorno Modificada
TMA	Taxa mínima de atratividade
T_r	Taxa de reinvestimento
u	Movimento ascendente
V	Valor da opção
$VA_{t,n}$	Valor do ativo em caso de abandono, no tempo t , após n movimentos ascendentes
$VE_{t,n}$	Valor do ativo em caso de expansão, no tempo t , após n movimentos ascendentes
VF	Valor futuro do investimento
VF_{eq}	Valor futuro do investimento equivalente
VF_{exc}	Valor futuro do investimento excedente
VPL	Valor Presente Líquido
$VPLE$	Valor Presente Líquido Equivalente
$VPLI$	Valor Presente Líquido Integrado
$VPLIU$	Valor Presente Líquido Integrado Unitário
VR	Valor Residual
$V_{t,n}^-$	Valor do ativo subjacente antes do fluxo de caixa, no tempo t , após n movimentos ascendentes
$V_{t,n}^+$	Valor do ativo subjacente após o fluxo de caixa, no tempo t , após n movimentos ascendentes
V_0	Valor corrente do ativo subjacente
V_0^*	Valor referência do ativo subjacente
$V'_{t,n}^-$	Valor do ativo flexível antes do fluxo de caixa, no tempo t , após n movimentos ascendentes

$V_{t,n}^{+}$	Valor do ativo flexível após o fluxo de caixa, no tempo t , após n movimentos ascendentes
z	Número de projetos analisados
α_t	Coefficiente de incerteza do fluxo de caixa no tempo t
σ	Desvio padrão da taxa de retorno esperada

SUMÁRIO

1	Introdução.....	17
1.1	Objetivos	21
1.2	Material e Métodos	22
1.2.1	Formulação do Problema	23
1.2.2	Construção das Hipóteses	23
1.2.3	Operacionalização das Variáveis	24
1.2.4	Definição do Plano Experimental	24
1.2.5	Determinação dos Sujeitos.....	25
1.2.6	Determinação do Ambiente	25
1.2.7	Coleta dos Dados	25
1.2.8	Análise e Interpretação dos Dados.....	26
1.2.9	Apresentação das Conclusões	26
1.3	Relevância e Contribuição da Pesquisa	27
1.4	Estrutura da Dissertação.....	27
2	Análise de Investimento.....	29
2.1	Métodos Determinísticos de Análise de Investimento.....	32
2.1.1	Métodos Tradicionais e Derivações.....	32
2.1.1.1	Valor Presente Líquido (<i>VPL</i>).....	33
2.1.1.2	Taxa Interna de Retorno (<i>TIR</i>).....	36
2.1.2	Métodos Propostos para a Comparação entre Investimentos.....	41
2.1.2.1	Valor Presente Líquido Equivalente (<i>VPLE</i>)	42
2.1.2.2	Taxa Interna de Retorno Equivalente (<i>TIRE</i>)	45
2.2	Métodos de Análise de Investimento sob Incerteza.....	47
2.2.1	Adição de um Prêmio pelo Risco.....	51
2.2.2	Certo-Equivalente	53
2.2.3	Árvore de Decisão.....	55
2.3	Opções Reais.....	60
3	Opções Reais Equivalentes.....	73
4	Estudo de Caso	80
4.1	Apresentação do Caso	81
4.2	Dados Iniciais.....	82
4.3	Aplicação	88
4.4	Análise dos Resultados	113
5	Resultados e Conclusões	121

1 INTRODUÇÃO

Em tempos de globalização, informação e conhecimento passam a desempenhar um novo e estratégico papel na conjunção e sinergia de uma série de inovações sociais, tecnológicas, organizacionais, econômicas e políticas (LASTRES; ALBAGLI, 1999). Neste contexto, a capacidade de gerar e absorver inovações vem sendo considerada crucial para que um agente econômico se torne competitivo (LEMOS, 1999).

Para tanto, a integralização entre computadores de todo o mundo através da Internet mostra-se uma valiosa ferramenta na agilização dessas mudanças, propiciando às empresas contato instantâneo e a baixo custo com toda sua cadeia produtiva. Por outro lado, a acessibilidade difundida desta ferramenta torna o cliente mais seletivo, na medida em que disponibiliza aos consumidores preços e características de produtos em poucos instantes.

Assim, as inovações que para alguns representam forte diferenciação, para outros constituem elementos de ruptura.

Lastres e Albagli (1999) observaram que, do ponto de vista econômico, verificam-se novas práticas de produção, comercialização e consumo de bens e serviços, cooperação e competição entre os agentes, além de circulação e valorização do capital, a partir da maior intensidade no uso da informação e do conhecimento nesses processos. Sob esse aspecto, a tomada de decisão em ambiente de incerteza representa um importante obstáculo a ser superado. De acordo com Minardi (2000), a adaptação rápida e mesmo a antecipação às mudanças do ambiente empresarial são imprescindíveis para a sobrevivência de empresas a longo prazo.

Inúmeras alternativas podem ser propostas visando a valorização da empresa e cabe a seus dirigentes a tarefa de realizar aquela que lhe trará melhores resultados. Para reagir às inquietudes do mercado e às exigências da sociedade é possível realizar projetos de investimento, tais como, reestruturar as plantas da empresa, modernizar equipamentos, modificar processos produtivos, alterar o número de funcionários e seus salários, realizar pesquisas e desenvolver novos produtos. Em comum, todos estes projetos de investimento têm a necessidade de mensuração, tanto dos recursos a serem disponibilizados para sua implementação quanto dos fluxos gerados como resultado, caso tais investimentos sejam realizados.

Para quantificar os prováveis resultados fornecidos por cada um de seus projetos, as empresas utilizam-se de diversos métodos de análise de investimento. Entretanto, os métodos mais difundidos apresentam considerações simplistas, sendo responsabilidade do investidor a seleção do método mais adequado à sua realidade. Esta desuniformidade do processo decisivo permite que diferentes investidores tomem diferentes decisões diante de um mesmo cenário.

A padronização do processo decisório, porém, torna-se possível com a reestruturação de alguns dos métodos utilizados. Ferramentas de orçamentação de capital mais robustas e, conseqüentemente, de maior complexidade podem fornecer resultados mais precisos e, quando associados a considerações relevantes, retificar a tomada de decisão.

De acordo com Galesne, Fensterseifer e Lamb (1999) os modelos do Valor Presente Líquido (*VPL*) e da Taxa Interna de Retorno (*TIR*) são os mais empregados pelas empresas. Ao analisar os métodos de orçamentação de capital utilizados por 189 grandes empresas americanas, Schall, Sundem e Geijsbeek Junior (1978) constataram que 86% das firmas pesquisadas aplicavam ao menos uma destas técnicas para análise de investimentos e apenas 16% das firmas baseavam suas decisões exclusivamente em um único método de análise.

O embasamento em múltiplos métodos reflete a insegurança do investidor, resultante da controvérsia e imprecisão dos métodos usuais. Entre *VPL* e *TIR* a ausência de sintonia decorrente de considerações distintas aflora ao confrontarem-se projetos que requerem diferentes montantes de dinheiro a serem implementados, ou ainda, apresentem diferentes tempos de duração.

Outra consideração relevante, frequentemente ignorada na tomada de decisão, é a presença de incerteza nas variáveis. As técnicas do *VPL* e da *TIR* consideram suas variáveis como conhecidas, porém o ambiente de incerteza ao qual estão submetidas reflete-se em seus componentes e intensifica-se no decorrer dos anos. Fluxos de caixa futuros, taxa de desconto e até mesmo o custo e tempo empreendidos no projeto de investimento são incertos e, quando tratados de outra maneira, podem gerar resultados inconsistentes. Tal inconsistência, talvez irrisória ao abordar um único projeto, pode levar a conseqüências significativas quando desprezada na seleção de uma entre diversas possibilidades de investimentos.

Diante deste conflito, métodos para análise de investimentos sob condições de incerteza implementam as adaptações necessárias para a avaliação mais realista de

investimentos. Todavia, a ampliação da dificuldade, com relação aos métodos determinísticos, enfraquece a difusão dos métodos que consideram a incerteza das variáveis entre gestores.

Por outro lado, a complexidade do método está intimamente ligada com as características do projeto, afinal, projetos simples e de menor importância não devem despende o mesmo tempo e esforço que projetos maiores e mais significativos. Isso porque, pequenas diferenças em projetos irrisórios não implicam em problemas significativos para a empresa. Contudo, decisões precipitadas em projetos financeiramente relevantes para a empresa podem causar traumas irreversíveis.

Assim, técnicas mais simples, tais como a Adição de um Prêmio pelo Risco e o Certo-Equivalente, adicionam um coeficiente de minoração à análise do *VPL*, como forma de aumentar a margem de segurança do projeto. Métodos mais complexos, como a Árvore de Decisão e a Árvore de Decisão Estocástica, consideram possíveis conseqüências, fruto das decisões tomadas, e suas probabilidades de ocorrência.

Entretanto, tais métodos apresentam resultados significativos na análise de projetos individuais. A definição da melhor opção econômica para a empresa, diante da possibilidade de execução de um entre inúmeros projetos de investimento, torna-se viável com a adequação dos métodos convencionais.

Minardi (2000) observou, porém, que cada vez mais é vital gerenciar empresas de maneira flexível, revendo constantemente estratégias e planos antes concebidos. Para tanto, torna-se pertinente a inclusão da Análise de Opções Reais (*ROA*)¹ no processo decisório, visto que os projetos em avaliação podem, geralmente, ser realizados em etapas. Desta forma, investimentos possivelmente descartados em um primeiro momento passam a ser analisados de maneira segmentada e reavaliados durante o período de implementação.

¹ Do inglês, Real Options Analysis.

Segundo Copeland e Antikarov (2001) as hipóteses restritivas nas quais se alicerça o *VPL* tornam tomadores de decisão experientes bastante céticos a respeito de seu uso. Por outro lado, a flexibilidade operacional permitida pela Análise de Opções Reais integraliza o valor estratégico da tomada de decisão, o que torna a *ROA* uma alternativa atraente para o investidor. É esta flexibilidade gerencial que, de acordo com Minardi (2000), aumenta o valor de oportunidade de um investimento, já que torna possível capitalizar futuras oportunidades favoráveis e diminuir eventuais perdas.

Todavia, restrições também são observadas na Análise de Opções Reais. Assim como os demais métodos, a *ROA* volta-se apenas para a análise individual dos projetos, provocando distorções na comparação entre investimentos.

Portanto, a definição do projeto a ser implementado está diretamente associada ao método de análise de investimento adotado pela empresa. A disparidade nas considerações e as restrições pré-estabelecidas permitem aos métodos de análise de investimento fornecer subsídios para que diferentes investidores priorizem diferentes projetos de investimento e, conseqüentemente, optem por projetos distintos.

1.1 OBJETIVOS

Fundamentados nas considerações apresentadas na seção anterior, os objetivos da pesquisa apresentam-se classificados como objetivo principal e objetivos complementares.

O objetivo principal da pesquisa consiste em desenvolver uma ferramenta matemática específica para auxiliar a tomada de decisão em condições de incerteza perante diversos projetos de investimento.

Buscando atingir o objetivo principal, os seguintes objetivos complementares fazem-se necessários:

- Analisar os métodos tradicionalmente utilizados pelas empresas para a tomada de decisão;
- Propor adequações dos métodos para a tomada de decisão no cenário proposto;
- Implementar a técnica desenvolvida por meio de um estudo de caso;
- Comparar os resultados obtidos através da ferramenta desenvolvida com aqueles resultantes da aplicação dos métodos tradicionais.

1.2 MATERIAL E MÉTODOS

A realização de uma pesquisa reflete os elementos por ela estabelecidos, consequência da definição da estrutura do projeto. Para tanto, torna-se necessária sua prévia classificação.

Segundo Gil (2007), toda e qualquer classificação se faz mediante algum critério, sendo as pesquisas usualmente classificadas com base em seus objetivos e com base nos procedimentos técnicos utilizados. Analogamente, Vergara (2007) propõe a classificação quanto aos seus fins e meios e, sob esta ótica, a presente pesquisa é assim rotulada:

- Quanto aos fins

Trata-se de uma pesquisa aplicada, pois é fundamentalmente motivada pela necessidade de resolver problemas concretos.

- Quanto aos meios

Classifica-se como uma pesquisa pré-experimental, por se tratar de uma investigação empírica, na qual são manipuladas variáveis para análise dos resultados, envolvendo, porém, um único caso, sob o qual não se verifica controles.

Seguindo os elementos de planejamento propostos por Gil (2007), esta pesquisa baseia-se nas fases fundamentais de uma pesquisa experimental, por ser um caso específico de tal, e consiste no desenvolvimento das seguintes etapas:

- Formulação do problema;

- Construção das hipóteses;
- Operacionalização das variáveis;
- Definição do plano de trabalho;
- Determinação dos sujeitos;
- Determinação do ambiente;
- Coleta de dados;
- Análise e interpretação dos dados;
- Apresentação das conclusões.

Porém, na visão de Gil (2007), não há regras fixas acerca da elaboração de um projeto de pesquisa, devido às diferenças entre problemas abordados e estilos dos autores.

Contudo, buscando a adequação do projeto aos elementos previamente dispostos, a presente seção apresenta o método utilizado no projeto de pesquisa.

1.2.1 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

A formulação do problema, apresentada anteriormente nesta seção, pode ser reescrita através da seguinte indagação:

Como obter o projeto de investimento com maior atratividade econômica em condições de incerteza?

1.2.2 CONSTRUÇÃO DAS HIPÓTESES

Fundamentada na definição do problema e diferenciação da pesquisa, a hipótese representa a proposição testável que pode vir a ser a solução do problema. Segundo Gil (2007), a pesquisa experimental freqüentemente envolve uma única hipótese, devido à clareza, precisão e parcimônia que a caracteriza.

Portanto, para responder o problema de pesquisa, procura-se comprovar a seguinte hipótese:

Adequações dos métodos tradicionais de análise de investimento podem fornecer à empresa a opção de investimento mais atrativa economicamente, em condições de incerteza.

Neste caso, a hipótese definida estabelece relação de dependência entre variáveis, apresentando uma associação entre estímulo e resposta. O estímulo, variável independente, consiste nas “adequações dos métodos tradicionais”. A resposta, variável dependente, define-se pela obtenção da “opção de investimento mais atrativa economicamente”.

1.2.3 OPERACIONALIZAÇÃO DAS VARIÁVEIS

Na pesquisa experimental, a operacionalização das variáveis exige que sejam consideradas suas condições de mensuração, sobretudo para que possam ser selecionados instrumentos apropriados (GIL, 2007).

Sob essa ótica, analisa-se diretamente, na pesquisa, a variável dependente, por ser esta mensurável.

1.2.4 DEFINIÇÃO DO PLANO EXPERIMENTAL

O plano experimental baseia-se no número de variáveis e na forma de designação do sujeito. Neste sentido, a pesquisa é definida como um plano de uma única variável, devido à manipulação de uma única variável independente em busca de resultados para a variável dependente.

Nesta pesquisa, a variável independente, “adequações dos métodos tradicionais”, é manipulada através da comparação dos resultados obtidos com os métodos usualmente utilizados, conforme a figura 1.

Adequação dos métodos tradicionais				
A1	A2	A3	...	An+1
utilização da ferramenta proposta	utilização do método tradicional 1	utilização do método tradicional 2		utilização do método tradicional n
Resultado na variável dependente (opção de investimento mais atrativa economicamente)				

Figura 1. Plano de experimento sobre a opção de investimento adotada em função do método utilizado

1.2.5 DETERMINAÇÃO DOS SUJEITOS

Genericamente, uma população representa o número total de elementos de uma classe. Sob esse aspecto, os sujeitos são elementos aleatórios capazes de representar apropriadamente essa classe.

Porém, tratar-se aqui de uma pesquisa com análise de um único elemento, fato o qual a induziu a ser designada como pré-experimental. Assim, não há sujeitos a serem determinados, tendo em vista que amostra não se propõe a representar a população.

1.2.6 DETERMINAÇÃO DO AMBIENTE

A determinação do ambiente é fator fundamental para a análise dos sujeitos. Na existência de um único elemento a ser estudado, o ambiente deve influenciar apenas esse, sendo característica determinante no controle das variáveis.

Entretanto, por se tratar de uma pesquisa de caráter financeiro, onde variáveis dependentes e independentes não são influenciada por forças ou efeitos da natureza, não há necessidade da definição do ambiente.

1.2.7 COLETA DOS DADOS

A coleta de dados em pesquisas experimentais é feita mediante a manipulação de certas condições e a observação dos efeitos produzidos (GIL, 2007).

Neste caso, utilizam-se dados apresentados por Copeland e Antikarov em um estudo de caso realizado em seu livro *Real options: a practitioner's guide*. Por se tratar da análise de um único projeto de investimento, outros dados são arbitrados, simulando a existência de projetos concorrentes. Com isso, torna-se viável comparar resultados e ressaltar discordâncias entre os métodos no processo decisório.

Assim, com base nos resultados decorrentes da aplicação dos métodos usuais abordados e da ferramenta aqui proposta, obtêm-se diferentes respostas para a variável dependente.

1.2.8 ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS DADOS

Para a análise dos resultados verificam-se as alterações das variáveis dependentes em função do método de análise de investimento adotado. Para tanto, são utilizadas análises gráficas e numéricas, que visam apurar a percepção quanto à implicação da escolha do método no processo decisório.

A interpretação dos dados, por sua vez, resulta da conexão entre a análise desenvolvida e a fundamentação teórica previamente realizada.

1.2.9 APRESENTAÇÃO DAS CONCLUSÕES

A conclusão baseia-se fundamentalmente na pesquisa teórica realizada e na ferramenta desenvolvida. A análise de resultados obtida a partir da manipulação dos dados consiste apenas em elemento de confirmação das afirmações teóricas estabelecidas, por não representar a população estudada.

Define-se, também, a extensibilidade das conclusões, para a correta utilização da ferramenta apresentada.

1.3 RELEVÂNCIA E CONTRIBUIÇÃO DA PESQUISA

A análise econômica de investimentos está presente no cotidiano das empresas, onde dirigentes são constantemente submetidos a tomadas de decisão. A responsabilidade sob a escolha entre projetos de investimento agrava-se devido aos recursos financeiros limitados da firma e ao ambiente de incerteza nos quais os projetos estão submersos.

Com ferramentas de análise inadequadas para tal situação, empresas priorizam alguns projetos em detrimento aos demais. Porém, muitas vezes, projetos marginalizados representam maiores ganhos financeiros no longo prazo e, conseqüentemente, maior geração de valor à firma.

Desta forma, a relevância deste trabalho consiste em quantificar as perdas e ganhos financeiros na tomada de decisão na comparação entre os métodos tradicionais de análise de investimento e a ferramenta então implementada. A contribuição da pesquisa revela-se ao constatar-se a possibilidade de utilização de uma ferramenta específica para comparação entre projetos de investimento em condições de incerteza, viabilizando a tomadores de decisão a majoração do valor da empresa.

1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação está estruturada em cinco capítulos, descritos a seguir.

O capítulo 1 apresenta a introdução, com todos os aspectos metodológicos do trabalho. São tratados os objetivos da pesquisa, material e métodos utilizados e sua relevância e contribuição.

O capítulo 2 faz uma fundamentação teórica, onde é realizada a análise crítica dos métodos desenvolvidos para análise de investimentos, além de propostas algumas alterações para implementação no processo decisório. São abordados, nesse capítulo, métodos

determinísticos, métodos utilizados em condições de incerteza e métodos que consideram a flexibilidade como forma de redução da incerteza.

O capítulo 3 apresenta as Opções Reais Equivalentes, método proposto para a obtenção da melhor opção de investimento em condições de incerteza, desenvolvido com base nas análises previamente realizadas.

O capítulo 4 aborda um estudo de caso no qual são analisados os resultados obtidos através da aplicação dos métodos tradicionais e da implementação da ferramenta desenvolvida. Em seguida, são efetuadas análises gráficas e matemáticas para mensuração do impacto das alterações apresentadas no processo decisório e comparação entre os diferentes métodos.

O capítulo 5 discute os resultados obtidos e verifica a veracidade das Opções Reais Equivalentes com base na análise realizada. Finaliza-se a dissertação com a apresentação das conclusões e indicações de trabalhos futuros a serem desenvolvidos.

2 ANÁLISE DE INVESTIMENTO

“Toda decisão tomada por uma empresa tem implicações financeiras e qualquer decisão que afete suas finanças é uma decisão sobre finanças corporativas.” (DAMODARAN, 2002, p. 21).

O princípio fundamental da teoria das finanças corporativas consiste no provimento de ferramentas para que empresas tomem suas decisões com sabedoria. Corriqueiramente, as empresas são submetidas ao desafio de definir qual o melhor projeto de investimento a ser realizado, entre as diversas oportunidades que possui. Esta decisão financeira, aparentemente simples, revela-se árdua diante dos obstáculos na definição de suas variáveis e contradições resultantes dos métodos de análise de investimento.

Downes e Goodman (1993) definem investimento como sendo o uso do capital com o intuito de gerar mais recursos. Conseqüentemente, parte da arte de investir está em conhecer o que analisar e como fazê-lo (LUENBERGER, 1998). Afinal, investimentos feitos no presente

serão determinantes para o futuro dos negócios da empresa (BREALEY; MYERS; ALLEN, 2006).

De acordo com a teoria de finanças corporativas, as decisões financeiras podem ser classificadas como decisões de investimento, decisões de financiamento e decisões de dividendos. Enquanto as decisões de financiamento e dividendos envolvem-se com a captação de recursos, a decisão de investimento trata da aplicação desses. Ao tomar decisões de investimento e financiamento, as finanças corporativas buscam, de forma coerente, maximizar o valor da empresa (DAMODARAN, 2002). Para Assaf Neto (2003) a decisão de investimento pode ser considerada a mais importante de todas, por envolver todo o processo de identificação, avaliação e seleção das alternativas de aplicações de recursos na expectativa de se auferirem benefícios econômicos futuros.

Sob esse aspecto, a sobrevivência de empresas no mercado competitivo depende fortemente da análise adequada de seus projetos de investimento, os quais devem refletir os objetivos da instituição. Como observado por Galesne, Fensterseifer e Lamb (1999), a decisão de investir não deve ser tomada de forma expedita, mas, ao contrário, sintetizar uma série de estudos, ao longo dos quais o projeto de investimento é constantemente colocado em questão.

Porém, não é incomum encontrar gestores que tomam suas decisões embasadas em outros fatores, renegando os métodos e técnicas disponíveis. Kooros (1962) observou que, para gestores de empresas americanas, fatores mais concretos, como volume de vendas, depreciação e idade do equipamento, são mais importantes na decisão de investimento do que a Taxa Interna de Retorno, desenvolvida por Keynes em 1935. Para Kahneman e Tversky (1990)² as pessoas normalmente percebem resultados como ganhos e perdas, mais do que como o estado final de riqueza ou bem-estar.

² Kahneman e Tversky ganharam o Prêmio Nobel de Economia em 2002, por analisar a contribuição do impacto da psicologia na economia.

Contudo, a administração financeira assume como objetivo, no processo de tomada de decisões financeiras, a maximização da riqueza. Desta forma, ao perseguirem esse objetivo, as decisões financeiras não somente beneficiam os investidores, mas também permitem identicamente que se reflita nos recursos econômicos da sociedade, maximizando a riqueza de toda a economia (ASSAF NETO, 2003).

Entretanto, a maximização da riqueza, consenso entre teóricos das finanças corporativas, torna-se razão de discordância quando tem seu conceito refinado. Enquanto alguns acreditam que se deva maximizar a riqueza dos acionistas, outros afirmam ser necessário maximizar a riqueza da empresa, onde, além dos acionistas, beneficiam-se credores, acionistas preferenciais, entre outros. Mesmo entre aqueles que privilegiam a maximização da riqueza dos acionistas há discussão sobre se isto se traduz pela maximização do preço das ações.

Para Damodaran (2002) a maximização do preço das ações é a função objetiva mais limitante, em termos de pressupostos, o que evidencia sua adoção. Tal afirmação baseia-se nos seguintes fatos:

- O preço das ações é o mais identificável entre os diversos índices de desempenho de empresas de capital aberto, atualizando-se freqüentemente e refletindo constantemente o impacto de novas informações;
- A longo prazo, o preço das ações tenta refletir os efeitos de decisões tomadas pela empresa, evidenciando as perspectivas da empresa no mercado;
- A maximização do preço das ações permite afirmações categóricas sobre a melhor forma de selecionar projetos e financiá-los.

Com esse enfoque, considera-se um investimento atraente quando esse contribui para a realização de riqueza do acionista através do aumento do preço das ações, ou seja, o retorno gerado pelo investimento é superior ao custo de oportunidade de capital da firma.

Entretanto, dificilmente uma empresa confia seus recursos em um único investimento. Muitas vezes, para a efetivação de determinado projeto é necessária a utilização de fluxos de caixa gerados por um projeto anterior. Assim, ao considerar-se uma variedade de projetos de investimentos, onde o gestor financeiro deve escolher aqueles que maximizem o valor da empresa, investimentos que, isoladamente, não representem uma alternativa viável, podem vir a ser fundamentais para a posição estratégica da firma.

Dessa forma, para avançar no estudo de avaliação de investimentos, torna-se necessário analisar os principais métodos utilizados para a tomada de decisão, assim como as adaptações abordadas pela literatura visando solucionar suas deficiências.

2.1 MÉTODOS DETERMINÍSTICOS DE ANÁLISE DE INVESTIMENTO

A análise de investimentos baseia-se prioritariamente no valor do dinheiro no tempo, ou seja, na análise do fluxo de caixa descontado. O desconto é a ferramenta utilizada para comparar volumes de dinheiro em tempos diversos, visto que uma unidade monetária hoje vale mais do que uma unidade monetária daqui a um ano e, portanto, não podem ser comparados sem alguma consideração. Assim, são considerados determinísticos os métodos de análise de investimento que consideram fixas suas variáveis. Tal simplificação, apesar de irrealista, favorece a utilização destes métodos devido à facilitação de obtenção de dados e realização de cálculos.

2.1.1 MÉTODOS TRADICIONAIS E DERIVAÇÕES

Entre os vários critérios de análise de investimento, Beaves (1988) cita o Valor Presente Líquido (*VPL*) e a Taxa Interna de Retorno (*TIR*) como os índices de fluxo de caixa descontado mais utilizados e aceitos para avaliação de projetos de investimento. No entanto, questionados entre aceitar ou rejeitar um projeto de investimento, *VPL* e *TIR* conduzem ao

mesmo resultado, porém, quando a questão é mais complexa, a aplicação destes dois critérios freqüentemente produz resultados contraditórios ou ambíguos (SOLOMON, 1956).

Dessa forma, para elucidar as principais diferenças entre os principais métodos determinísticos utilizados para a tomada de decisão, revisaram-se os conceitos do *VPL* e da *TIR*, bem como derivações pertinentes.

2.1.1.1 VALOR PRESENTE LÍQUIDO (*VPL*)

A técnica do *VPL* desconta os fluxos de caixa gerados pelo projeto a uma taxa especificada, a fim de analisar o resultado do investimento no tempo presente. Esta taxa de desconto (k) representa a taxa mínima de rentabilidade exigida pelo investimento, ou seja, a taxa mínima de atratividade (*TMA*) ou custo de oportunidade de capital. Segundo Gitman (2002), a taxa mínima de atratividade (*TMA*) é o retorno mínimo que deve ser obtido por um projeto, de forma a manter inalterado o valor de mercado da firma.

Assim, para a obtenção do *VPL* de um projeto de investimento, basta subtrair o valor investido do valor presente de seus fluxos de caixa, conforme a equação (1).

$$VPL = \sum_{j=1}^T \frac{FC_j}{(1+k)^j} - I \quad (1)$$

onde,

VPL = Valor Presente Líquido

T = Tempo de duração do projeto

FC_j = Fluxo de caixa previsto no tempo j

k = Taxa de desconto

I = Investimento inicial

Um investimento é considerado aceitável quando apresenta um *VPL* positivo, ou seja, quando apresenta uma rentabilidade superior à *TMA* exigida pela empresa. Na comparação

entre investimentos mediante a técnica do Valor Presente Líquido, o projeto que possui o maior *VPL* é aquele que gera maior riqueza aos acionistas e, portanto, deve ser escolhido.

Contudo, o método do Valor Presente Líquido não analisa, explicitamente, as diferenças de dimensão e duração entre os projetos. Observa-se, porém, que, implicitamente, para a técnica do *VPL*, os fundos gerados pelo projeto são reinvestidos à mesma taxa de desconto. Similarmente, ao comparar projetos com investimentos iniciais distintos, a técnica do *VPL* supõe que se faça um investimento complementar de *VPL* nulo, isto é, um investimento complementar cuja taxa de rentabilidade é igual à taxa mínima de atratividade (GALESNE; FESTERSEIFER; LAMB, 1999). Entretanto, a taxa de reinvestimento (T_r) pode ser diferente da *TMA*, conforme o risco dos projetos, da empresa e do mercado.

Devido a tais considerações, o modelo do *VPL* pode não refletir uma real avaliação financeira dos projetos. Dessa forma, para uma comparação efetiva entre projetos de investimento a técnica do Valor Residual apresenta resultados mais apropriados.

O Valor Residual (*VR*) consiste na comparação dos projetos de investimento no término do período analisado (T^*), ou seja, o último período relativo ao projeto de maior duração. Além disso, o *VR* difere-se do *VPL* por incorporar a T_r em seu modelo matemático.

$$VR = \sum_{j=1}^T FC_j \times (1+T_r)^{T^*-j} \quad (2)$$

onde,

VR = Valor Residual

T = Tempo de duração do projeto

FC_j = Fluxo de caixa previsto no tempo j

T_r = Taxa de reinvestimento

T^* = Período de tempo analisado

Assim, é considerado mais atraente o projeto que apresentar maior Valor Residual, ou seja, aquele que criará maior valor aos acionistas no tempo T^* . De acordo com Beidleman

(1984), diante de uma relação de possíveis investimentos, o método do Valor Residual fornece uma melhor classificação dos projetos em relação ao *VPL* e à *TIR*. Tal consideração deve-se ao fato do Valor Residual considerar o reinvestimento dos fluxos de caixa gerados pelo projeto durante todo o período de tempo analisado (T^*), normalizando temporalmente os projetos de investimento analisados.

Entretanto, o Valor Residual não considera a possibilidade de investimentos iniciais distintos na comparação entre projetos, visto que esse se prende apenas aos fluxos gerados. Além disso, através do Valor Residual não é possível obter a real noção do montante esperado, por se tratar da análise dos projetos no futuro, eliminando uma das principais vantagens do *VPL*.

Outra adaptação da técnica do Valor Presente Líquido é a sugerida por Machline (1966), onde, para eliminar o efeito decorrente da diferença entre durações de diversos projetos, considera-se como referência temporal o mínimo múltiplo comum de anos das alternativas consideradas. Dessa forma, todos os projetos seriam analisados com o mesmo efeito. Porém, tal consideração consiste em realizar renovações do investimento até que todas as alternativas encontrem-se no mesmo tempo final, o que não ocorre na prática.

Para incorporar a variação de tempo entre projetos, Galesne, Fensterseifer e Lamb (1999) desenvolveram o Valor Presente Líquido Integrado (*VPLI*). Nesse caso, todos os fluxos de caixa são levados ao mesmo tempo T^* , aplicados à T_r , conforme a equação (3).

$$VPLI = \frac{\sum_{j=1}^T FC_j \times (1 + T_r)^{T^* - j}}{(1 + k)^{T^*}} - I \quad (3)$$

onde,

VPLI = Valor Presente Líquido Integrado

T = Tempo de duração do projeto

FC_j = Fluxo de caixa previsto no tempo j

T_r = Taxa de reinvestimento

k = Taxa de desconto

T^* = Período de tempo analisado

I = Investimento inicial

No cenário proposto pelos autores, onde se busca definir uma carteira de projetos, a técnica descrita é eficaz de maneira global, ou seja, remete à melhor carteira de investimentos ao comparar o *VPLI* das diversas possíveis carteiras formadas. Nesse caso, não haveria diferença entre investimentos iniciais das carteiras elaboradas, já que foi considerado investimento em ações como artifício para igualá-los.

Porém, para obter um valor presente por projeto, de forma a mensurá-los individualmente, os autores desenvolveram o Valor Presente Líquido Integrado Unitário (*VPLIU*), onde é calculado o *VPLI* por unidade monetária, conforme a equação (4).

$$VPLIU = \frac{VPLI}{I} \quad (4)$$

onde,

VPLIU = Valor Presente Líquido Integrado Unitário

VPLI = Valor Presente Líquido Integrado

I = Investimento inicial

Dessa forma, são solucionadas as deficiências relacionadas ao tempo e à duração, apresentadas pelo *VPL*. Porém o *VPLIU* apresenta seus resultados em forma de taxa, descaracterizando a função inicial da técnica do Valor Presente Líquido.

2.1.1.2 TAXA INTERNA DE RETORNO (*TIR*)

A *TIR* é a taxa de desconto que iguala o valor presente dos fluxos de caixa com o investimento inicial, ou seja, é a taxa em que o *VPL* é igual a zero, conforme a equação (5).

$$I = \sum_{j=1}^T \frac{FC_j}{(1 + TIR)^j} \quad (5)$$

onde,

I = Investimento inicial

T = Tempo de duração do projeto

FC_j = Fluxo de caixa previsto no tempo j

TIR = Taxa Interna de Retorno

Porém, a técnica da TIR considera que as entradas obtidas a partir do investimento inicial são reinvestidas à mesma taxa do projeto. Entretanto, na maioria das vezes, isto não ocorre e as entradas de fluxo de caixa passam a ser investidas a um dado custo de oportunidade oferecido pelo mercado, ou seja, à taxa de reinvestimento (T_r).

A consideração de uma taxa única de desconto e reinvestimento implica na possibilidade de múltiplas taxas, desqualificando a tomada de decisão através da TIR (SHULL, 1994). Este fenômeno é decorrente das mudanças de sinais existentes nos fluxos de caixa. Assim, pode haver tantas Taxas Internas de Retorno para um projeto quantas as mudanças de sinal ocorridas (BREALEY; MYERS; ALLEN, 2006).

Dessa forma, para uma análise mais real da rentabilidade de um projeto de investimento, a Taxa Interna de Retorno Modificada ($TIRM$) leva em consideração tais distorções.

A Taxa Interna de Retorno Modificada ($TIRM$) é a taxa de desconto que iguala o valor presente dos fluxos de caixa, aplicados a uma dada taxa de reinvestimento (T_r), com o investimento inicial, conforme a equação (6).

$$I = \frac{\sum_{j=1}^T FC_j \times (1 + T_r)^{T-j}}{(1 + TIRM)^T} \quad (6)$$

onde,

I = Investimento inicial

T = Tempo de duração do projeto

FC_j = Fluxo de caixa previsto no tempo j

T_r = Taxa de reinvestimento

$TIRM$ = Taxa Interna de Retorno Modificada

Contudo, para um resultado condizente, a taxa de reinvestimento (T_r) é aplicada apenas aos fluxos de caixa gerados pelo projeto. Eventuais investimentos previstos no decorrer do tempo devem ser descontados à taxa de desconto (k) e incorporados ao investimento inicial. Desta forma, a $TIRM$ extingue, também, o problema das taxas múltiplas, ao eliminar mudanças de sinais nos fluxos de caixa.

Assim, um investimento é considerado aceitável quando apresenta uma $TIRM$ superior à TMA . Na comparação entre investimentos através da técnica da Taxa Interna de Retorno Modificada, o projeto que possui a maior $TIRM$ é aquele que gera maior rentabilidade ao investidor e, portanto, deve ser escolhido.

Todavia, assim como o VPL , as técnicas da TIR e da $TIRM$ não analisam, explicitamente, as diferenças de dimensão e duração entre os projetos. Nesse caso, os fundos gerados são considerados, implicitamente, reinvestidos à própria TIR e $TIRM$, respectivamente, o que não deve acontecer.

Gitman (2002) cita que sua incapacidade para resolver a questão dos conflitos de classificação de projetos e sua inferioridade teórica em relação ao VPL têm feito com que a $TIRM$ receba pouca atenção e aceitação na literatura financeira.

Com uma abordagem focada na comparação entre projetos de investimento, Irving Fisher analisou o fluxo de caixa incremental gerado pela diferença entre os fluxos de caixa dos projetos. Desta forma, projetos com diferentes investimentos iniciais e tempos de duração

distintos passaram a ser comparados através da Taxa Incremental de Fisher (i_k)³, a qual representa o ponto onde os projetos analisados apresentam mesmo *VPL*, conforme a figura 2.

Figura 2. Taxa Incremental de Fisher

Enquanto o *VPL* varia de acordo com a taxa de desconto adotada, a *TIR* é definida no instante em que o *VPL* do projeto é nulo. A figura 2 mostra dois projetos de investimento, onde Y representa um investimento com rentabilidade tardia em relação a X , verificada por sua curva mais inclinada. Por outro lado, o investimento X é significativamente mais representativo no início do projeto, já que apresenta menor impacto à taxa de desconto.

Nesse caso, adeptos do método da *TIR* optariam, sem questionamentos, pelo projeto X , tendo em vista que sua taxa é cerca de dez por cento superior à apresentada por Y . Porém, os defensores do *VPL* hesitariam, dependendo da taxa de desconto adotada. Assim, a Taxa Incremental de Fisher representa, exatamente, a taxa de desconto que iguala os projetos de investimento.

³ Fisher publicou o conceito de taxa incremental em sua obra *The theory of interest*, em 1930.

Ao analisar-se o fluxo incremental, a Taxa Incremental de Fisher representa, também, a Taxa Interna de Retorno do fluxo incremental. Dessa forma, para a comparação de projetos com diferentes investimentos e durações distintas, passou-se a calcular, além da *TIR* dos projetos de investimento, a *TIR* do fluxo de caixa incremental, ou seja, a *TIR* da diferença entre os fluxos de caixa dos investimentos. Segundo Brealey, Myers e Allen (2006), a menos que seja analisado o investimento incremental, a *TIR* não é um critério em que se possa confiar para ordenar projetos de diferentes grandezas.

De acordo com o método de Fisher, tendo os projetos de investimento *TIR* superior à *TMA*, escolhe-se o projeto de investimento inicial maior quando a *TIR* do fluxo incremental for superior à *TMA* e o projeto de investimento inicial menor quando a *TIR* do fluxo incremental for inferior à *TMA*.

Entretanto, o método de Fisher não fornece uma taxa de retorno sobre custo com a qual poderiam ser classificadas diversas possibilidades de investimento, visto que as classificações se alteram de acordo com as mudanças na taxa de juros (ALCHIAN, 1955). Apesar de tratar de forma explícita as diferenças de dimensão e duração entre os investimentos, o método desenvolvido por Fisher mantém a consideração inicial da *TIR*, onde a T_r é igual *TMA*, tropeçando nos mesmos conflitos de sua precursora.

A partir das mesmas considerações do *VPLI*, Galesne, Fensterseifer e Lamb (1999) desenvolveram a Taxa Interna de Retorno Integrada (*TIRI*), como forma de corrigir as deficiências da *TIR*. Nesse caso, todos os fluxos de caixa são levados ao mesmo tempo T^* aplicados à T_r , conforme a equação (7).

$$I = \frac{\sum_{j=1}^T FC_j \times (1 + T_r)^{T^* - j}}{(1 + TIRI)^{T^*}} \quad (7)$$

onde,

I = Investimento inicial

T = Tempo de duração do projeto

FC_j = Fluxo de caixa previsto no tempo j

T_r = Taxa de reinvestimento

$TIRI$ = Taxa Interna de Retorno Integrada

T^* = Período de tempo analisado

Desta forma, a $TIRI$ diferencia-se da TIR por analisar todos os projetos com a mesma referência temporal. Diante da carteira de investimento proposta pelos autores a $TIRI$ pode ser considerada eficiente, já que todos os fluxos gerados pelos projetos existentes na carteira podem vir a ser aplicados a uma taxa diferente da TMA , isto é, à T_r . Porém, ao desmembrar tal carteira e comparar os projetos isoladamente, diferenças de capital investido não são abordadas, inviabilizando a comparação entre projetos de investimento de maneira generalizada.

2.1.2 MÉTODOS PROPOSTOS PARA A COMPARAÇÃO ENTRE INVESTIMENTOS

Na comparação entre projetos de investimento, Brealey, Myers e Allen (2006) observaram a existência de divergências quanto ao critério mais apropriado para a decisão quando apresentados projetos com investimentos iniciais distintos. Já Galesne, Fensterseifer e Lamb (1999) notaram que divergências ocorrem devido a diferenças entre prováveis períodos de duração dos projetos.

Visando eliminar tal distorção, propõe-se a parametrização das variáveis tempo e investimento inicial, permitindo a comparação de diferentes projetos. Para tanto, considera-se a existência de z projetos de investimento independentes, a serem analisados por um período de T^* anos. Participam dessa análise apenas projetos que necessitem de um investimento igual ou inferior à restrição orçamentária da empresa (RO) e apresentem duração igual ou inferior a T^* .

2.1.2.1 VALOR PRESENTE LÍQUIDO EQUIVALENTE (VPLE)

O Valor Presente Líquido Equivalente (VPLE) enfoca, com base na técnica do VPL, a comparação entre diferentes projetos de investimento a partir da padronização do tempo e do recurso empregado.

Supondo-se a existência de um determinado projeto, onde investimentos podem ocorrer em vários períodos, considera-se o investimento inicial (I) como sendo a soma do valor presente desses investimentos, isto é, o valor presente de todas as saídas de caixa previstas durante o tempo de duração do projeto de investimento.

Para a comparação entre investimentos é considerada a aplicação de todo o capital disponível, ou seja, a restrição orçamentária da empresa (RO). Assim, denomina-se investimento excedente, I_{exc} , do projeto a diferença entre RO e I .

$$I_{exc} = RO - I \quad (8)$$

Nesta proposta, o VPLE representa o Valor Presente Líquido dos fluxos gerados pelo investimento I somado ao Valor Presente Líquido dos fluxos gerados pelo investimento excedente I_{exc} , considerando-se ambos aplicados a uma taxa T_r até o instante T^* . Desta forma, define-se o investimento equivalente I_{eq} como sendo a soma de I e I_{exc} .

$$I_{eq} = I + I_{exc} \quad (9)$$

A equivalência tratada neste trabalho consiste na formação de um portfólio de investimentos, I e I_{exc} , com o intuito de igualar-se ao capital disponível, RO . Ao substituir-se (8) em (9), nota-se esta equivalência.

$$I_{eq} = RO \quad (10)$$

Na análise dos resultados apresentados pelos investimentos, define-se inicialmente o valor futuro obtido por estes. Aplicam-se, então, os fluxos de caixa previstos (FC_t), gerados a partir do investimento I , e o investimento excedente I_{exc} à taxa de reinvestimento (T_r). Assim, o valor futuro do investimento inicial (VF) e o valor futuro do investimento excedente (VF_{exc}) são representados pelas equações (11) e (12), respectivamente.

$$VF = \sum_{j=1}^T FC_j \times (1 + T_r)^{T^* - j} \quad (11)$$

$$VF_{exc} = I_{exc} \times (1 + T_r)^{T^*} \quad (12)$$

Substituindo-se (8) em (12), obtêm-se:

$$VF_{exc} = (RO - I) \times (1 + T_r)^{T^*} \quad (13)$$

Portanto, o valor futuro referente ao investimento equivalente do projeto (VF_{eq}) pode ser calculado a partir da soma do valor futuro do investimento inicial (VF) com o valor futuro do investimento excedente (VF_{exc}).

$$VF_{eq} = VF_{exc} + VF \quad (14)$$

Substituindo-se (11) e (13) em (14), obtêm-se:

$$VF_{eq} = (RO - I) \times (1 + T_r)^{T^*} + \sum_{j=1}^T FC_j \times (1 + T_r)^{T^* - j} \quad (15)$$

Sendo VF_{eq} o valor futuro referente aos fluxos de caixa do investimento equivalente, ao descontar-se a TMA obtêm-se, então, seu respectivo valor presente. Assim como no método do VPL , desconta-se do valor presente o investimento inicial (I_{eq}) para a obtenção do $VPLE$ do projeto, conforme a equação (16).

$$VPLE = \frac{VF_{eq}}{(1+k)^{T^*}} - I_{eq} \quad (16)$$

Substituindo-se (10) e (15) em (16), obtêm-se:

$$VPLE = \frac{(RO - I) \times (1 + T_r)^{T^*} + \sum_{j=1}^T FC_j \times (1 + T_r)^{T^* - j}}{(1 + k)^{T^*}} - RO \quad (17)$$

Dessa forma, ao comparar-se o Valor Presente Líquido Equivalente dos projetos, atribui-se àquele que apresentar maior valor a condição de projeto de investimento mais rentável. Esta afirmação justifica-se pelo fato do *VPLE* de todos os projetos basearem-se nas mesmas considerações, isto é, todos os projetos são analisados tendo como referência a restrição orçamentária (*RO*), o tempo completo do programa (T^*) e a taxa de reinvestimento (T_r).

Logo, a comparação eficaz de diferentes projetos de investimento é possível com a padronização de tempo e investimento. Assim, as diferenças conceituais das técnicas baseadas no *VPL* relevantes ao processo decisório podem ser sintetizadas na figura 3.

Método	Conceito	Investimento	Duração
Valor Presente Líquido (VPL)	✓	✗	✗
Valor Residual (VR)	✗	✗	✓
Valor Presente Líquido Integrado (VPLI)	✓	✗	✓
Valor Presente Líquido Integrado Uniforme (VPLIU)	✗	✓	✓
Valor Presente Líquido Equivalente (VPLE)	✓	✓	✓

Figura 3. Aspectos conceituais dos métodos derivados do *VPL*

Se, por um lado, *VR* e *VPLIU* isentam-se da função de fornecer ao investidor o valor presente dos projetos em análise, por outro, outras técnicas usuais pecam ao não considerar a possibilidade de investimento da diferença entre capitais dos projetos, seja essa devido a custos iniciais distintos ou diferentes durações.

2.1.2.2 TAXA INTERNA DE RETORNO EQUIVALENTE (*TIRE*)

A Taxa Interna de Retorno Equivalente (*TIRE*) enfoca, com base na técnica da *TIR*, a comparação entre diferentes projetos de investimento a partir da padronização do tempo e do recurso empregado.

Ao considerar a taxa de reinvestimento (T_r) em sua definição, a *TIRE* aproxima-se dos preceitos da *TIRM*, diferenciando-se, porém, por abordar as possíveis diferenças dimensionais e temporais dos projetos de investimento. Nesse sentido, supondo-se a existência de um determinado projeto, onde investimentos podem ocorrer em vários períodos, a Taxa Interna de Retorno Equivalente (*TIRE*) do projeto é a taxa de desconto que aplicada ao valor futuro equivalente (VF_{eq}) iguala-o ao investimento inicial equivalente (I_{eq}), conforme apresentado na equação (18).

$$I_{eq} = \frac{VF_{eq}}{(1 + TIRE)^{T^*}} \quad (18)$$

Isolando-se a *TIRE*, na expressão, obtêm-se:

$$TIRE = \left(\frac{VF_{eq}}{I_{eq}} \right)^{1/T^*} - 1 \quad (19)$$

Substituindo-se (7) e (12) em (19), obtêm-se:

$$TIRE = \left(\frac{(RO - I) \times (1 + T_r)^{T^*} + \sum_{j=1}^T FC_j \times (1 + T_r)^{T^* - j}}{RO} \right)^{1/T^*} - 1 \quad (20)$$

Assim, ao comparar-se a Taxa Interna de Retorno Equivalente dos projetos, atribui-se àquele que apresentar maior valor a condição de projeto de investimento mais rentável. Analogamente ao *VPLE*, esta afirmação justifica-se pelo fato da *TIRE* de todos os projetos

basearem-se nas mesmas considerações, isto é, todos os projetos são analisados tendo como referência a restrição orçamentária (RO), o tempo completo do programa (T^*) e a taxa de reinvestimento (T_r).

Logo, a comparação eficaz de diferentes projetos de investimento é possível com a padronização de tempo e investimento. Assim, as diferenças conceituais das técnicas baseadas na *TIR* relevantes ao processo decisório podem ser sintetizadas na figura 4.

Método	Conceito	Investimento	Duração
Taxa Interna de Retorno (TIR)	✓	✗	✗
Taxa Interna de Retorno Modificada (TIRM)	✓	✗	✗
Taxa Incremental de Fisher (i_k)	✗	✓	✓
Taxa Interna de Retorno Integrada (TIRI)	✓	✗	✓
Taxa Interna de Retorno Equivalente (TIRE)	✓	✓	✓

Figura 4. Aspectos conceituais dos métodos derivados da *TIR*

Se, por um lado, a Taxa Incremental de Fisher (i_k) não fornecer ao investidor uma taxa com a qual mensurar os ganhos dos projetos em análise, por outro, as demais técnicas usuais pecam ao não considerar a possibilidade de investimento da diferença entre capitais dos projetos, seja essa devido a custos iniciais distintos ou diferentes durações.

Destarte, *VPLE* e *TIRE* mostram-se eficientes na comparação entre projetos independentes com investimentos iniciais distintos e diferentes durações, fornecendo resultados idênticos devido à parametrização de suas variáveis.

Entretanto, as técnicas apresentadas revelam três novas variáveis em relação àquelas empregadas ao *VPL* e à *TIR*.

- Restrição orçamentária (RO);
- Tempo completo do programa (T^*);
- Taxa de reinvestimento (T_r).

Enquanto a restrição orçamentária (RO) e o tempo completo do programa (T^*) são facilmente definidos pelos gestores, a taxa de reinvestimento (T_r) é alvo de discórdias. De

acordo com Meyer (1979), o principal problema na tomada de decisão consiste em determinar a taxa de reinvestimento apropriada para a análise. Por outro lado, as técnicas do *VPLE* e da *TIRE* permitem ao gestor arbitrar diferentes taxas de reinvestimento para os diferentes projetos em análise, refletindo a expectativa futura decorrente de cada opção de investimento isoladamente.

Além disso, a característica determinística dos métodos apresentados influencia na classificação de projetos com diferentes graus de incerteza. Outro ponto a ser analisado é o caráter irreversível da maioria dos projetos de investimento. Segundo Pindyck (1991), o *VPL* e técnicas baseadas em seus conceitos estão incorretos quando investimentos são irreversíveis e decisões de investir podem ser adiadas. Essa consideração reflete o efeito de postergar a decisão de investir, que, conseqüentemente, reduz a incerteza do projeto devido à maior quantidade de informações adquirida sobre suas variáveis.

Sendo assim, busca-se, com o auxílio das técnicas apresentadas, adequar métodos de análise de investimento em condições de incerteza às necessidades de gestores expostos à comparação de projetos com investimentos iniciais distintos e diferentes durações.

2.2 MÉTODOS DE ANÁLISE DE INVESTIMENTO SOB INCERTEZA

A análise de investimento não pode ser considerada eficaz se não for analisada a incerteza intrínseca em suas variáveis. Afinal, a aleatoriedade existente no universo econômico impede que tomadores de decisão prevejam o futuro com clareza. Pindyck (1991) notou ainda que, para a maioria das firmas, uma parte substancial de seu valor de mercado é atribuída às suas opções de investir e seu crescimento futuro e não ao capital já empregado, o que ressalta ainda mais a importância da análise da incerteza de projetos de investimento.

Todavia, a incerteza de um projeto não implica que esse seja arriscado. De acordo com Galesne, Fensterseifer e Lamb (1999), risco e incerteza, embora ligados, são noções distintas,

sendo que o risco de um projeto de investimento é a consequência da incerteza associada ao projeto e, embora incerto, um projeto somente é arriscado quando suscetível a apresentar resultados não desejados.

Assim, na comparação entre resultados previstos de projetos de investimento, nem sempre aquele que apresenta maior incerteza é o mais arriscado. Muitas vezes, um projeto de investimento é considerado pela firma uma realização de elevado grau de incerteza, devido à falta de conhecimento, com certa segurança, das variáveis que o influenciam. Porém, se tal projeto apresentar um custo relativamente baixo para a empresa, a incerteza existente pode não interferir na sua viabilização. Por outro lado, uma firma pode ter em vista um projeto de investimento no qual as variáveis são bem definidas, apresentando uma pequena variabilidade. Porém, se o custo do projeto for alto em relação aos ganhos esperados, mesmo apresentando uma baixa incerteza, o projeto pode ser significativamente arriscado para a empresa.

Tais características são observadas na figura 5, onde são apresentados dois projetos de investimento, X e Y, analisados através da Taxa Interna de Retorno (*TIR*).

Figura 5. Incerteza versus risco

Nesse caso, nota-se que o projeto *X* é mais vantajoso, de acordo com a *TIR*, mesmo apresentando uma incerteza bastante elevada em relação ao projeto *Y*. Porém, supondo-se uma *TMA* igual a 15%, o projeto *Y* é significativamente arriscado, devido a grande possibilidade de insucesso.

Entretanto, os métodos usuais de análise de investimento remetem exclusivamente a resultados pontuais, não fornecendo um intervalo através do qual se analisar a incerteza intrínseca aos projetos de investimento.

Para Pindyck (1991), um problema com os métodos existentes é que eles ignoram duas importantes características da maioria dos gastos de investimentos. Primeiro, os gastos são amplamente irreversíveis, isto é, geralmente não podem ser recuperados. Segundo, os investimentos podem ser postergados, dando à firma uma oportunidade de esperar por novas informações para chegar a preços, custos e outras condições de mercado antes de comprometer recursos.

A irreversibilidade considerada nos investimentos se deve ao fato desses serem específicos, ou seja, não serem facilmente negociáveis em caso de insucesso, tendo interesse para poucas empresas que, certamente, oferecer-lhes-ão um valor bastante reduzido. Entretanto, investimentos não específicos podem ser considerados parcialmente irreversíveis, pois bens como computadores, veículos, equipamentos de escritório, entre outros, perdem valor a partir do momento em que são adquiridos.

Assim, ao adiar uma decisão irreversível, o investidor obtém maior flexibilidade em seus investimentos, refletindo, muitas vezes, em melhores resultados para seu capital. Segundo Clemen e Reilly (2001), um tomador de decisão deveria sempre considerar as possibilidades de não realizar uma ação, de esperar para obter mais informações ou de proteger-se, de alguma maneira, contra possíveis perdas.

Para Pindyck (1991), a irreversibilidade torna investimentos especialmente sensíveis a várias formas de risco, tais como a incerteza sobre os fluxos de caixa do projeto, as taxas de juros futuras e o custo e tempo do próprio investimento. Dessa maneira, tais variáveis devem ser cautelosamente analisadas, levando-se em conta as suas possíveis variações. Por outro lado, variáveis que apresentam pequena incerteza e menor impacto nos resultados não requerem tal observância.

Assim, em busca da solução de um problema complexo, o primeiro passo é identificar os elementos da situação. Clemen e Reilly (2001) sugerem que tais elementos podem ser classificados da seguinte forma:

- Valores e objetivos, sendo que, para sociedades anônimas, o dinheiro é sempre o objetivo primário, podendo existir, porém, objetivos e valores secundários, os quais também devem ser considerados;
- Decisões a tomar, baseadas nos objetivos e valores da firma e complicadas diante da possibilidade de influência de projetos de investimento prévios;
- Eventos incertos, onde apenas aqueles cujo resultado tem algum impacto em, no mínimo, um de seus objetivos, são considerados relevantes;
- Conseqüências, representadas pelo resultado das escolhas feitas, isto é, o atendimento ou não dos objetivos da firma.

Uma caracterização eficiente desses elementos em conjunto com a adoção de um método adequado para a análise da incerteza remete a resultados representativos.

Porém, a definição do método a ser utilizado requer especial atenção. Afinal, o objetivo principal de implementação da incerteza é a obtenção de resultados mais precisos e próximos da realidade das empresas. Entretanto, métodos inadequados ou uma estimativa errônea de suas variáveis podem comprometer a análise dos resultados e, consequentemente,

conduzir a resultados equivocados quando utilizados na comparação entre projetos de investimentos.

Galesne, Fensterseifer e Lamb (1999) destacaram a importância do montante das receitas, dos custos anuais, da vida útil do bem investido e do nível de rentabilidade dos fluxos de caixa do projeto sobre a rentabilidade de um projeto de investimento. Com base em tais elementos, analisou-se a significância de métodos bastante difundidos, bem como suas influências na comparação entre projetos independentes com investimentos iniciais distintos e diferentes durações.

2.2.1 ADIÇÃO DE UM PRÊMIO PELO RISCO

A adição de um prêmio pelo risco à taxa de desconto utilizada pela empresa tem como objetivo ajustar a *TMA* de acordo com o risco do projeto. Esta taxa representa a taxa de rentabilidade exigida pela empresa em condições de risco e substitui a taxa de desconto (k) durante a análise de um projeto de investimento.

$$k' = i + p \quad (21)$$

onde,

k' = Taxa de rentabilidade exigida a um projeto em condições de risco

i = Taxa de rentabilidade exigida a um projeto livre de risco

p = Prêmio pelo risco

Para Pindyck (1991), o custo de oportunidade é altamente sensível à incerteza sobre o valor futuro do projeto, a ponto de mudanças nas condições econômicas que afetam o perigo percebido de fluxos de caixa futuros terem um impacto superior em gastos com investimento do que uma mudança na taxa de juros.

Diante de projetos independentes com investimentos iniciais distintos e diferentes durações, a adequação do método do Valor Presente Líquido Equivalente (*VPLE*) remete à equação (22).

$$VPLE = \frac{(RO - I) \times (1 + T_r)^{T^*} + \sum_{j=1}^T \overline{FC_j} \times (1 + T_r)^{T^* - j}}{(1 + k')^{T^*}} - RO \quad (22)$$

onde,

VPLE = Valor Presente Líquido Equivalente

RO = Restrição orçamentária

I = Investimento inicial

T_r = Taxa de reinvestimento

T^{}* = Período de tempo analisado

T = Tempo de duração do projeto

$\overline{FC_j}$ = Fluxo de caixa mais provável no tempo *j*

k' = Taxa de rentabilidade exigida a um projeto em condições de risco

Nesse caso, adaptando-se a equação (17), a incerteza é expressa pela adoção da taxa de rentabilidade *k'* associada ao fluxo de caixa mais provável *FC_j*.

Na análise através da Taxa Interna de Retorno Equivalente (*TIRE*), porém, não há alterações diretamente no equacionamento. Entretanto, seu resultado não mais deve ser comparado à *TMA*, mas sim à taxa de rentabilidade exigida a um projeto em condições de risco, *k'*.

O prêmio pelo risco no qual se baseia *k'* é absorvido pelos métodos de análise de investimento como um coeficiente de segurança, o qual reduz o valor esperado pelo projeto como forma de proteção contra possíveis resultados indesejados para a empresa. Assim, na comparação entre diferentes projetos são usadas diferentes *k'*, de acordo com a classe de risco em que o projeto está classificado. Tal classificação é realizada arbitrariamente, utilizando como referência projetos considerados de risco normal, aos quais corresponderiam a taxa

mínima de atratividade (*TMA*) da empresa. De acordo com Galesne, Fensterseifer e Lamb (1999), o prêmio pelo risco associado a um projeto é muito mais ligado à sua origem ou natureza do que às suas características financeiras.

Segundo Robichek e Myers (1966), a definição de k' determina uma estreita relação entre o grau de risco das entradas líquidas de caixa do projeto e seu distanciamento no tempo, representada por uma curva exponencial ascendente, que nem sempre acontece. Para evitar um viés sistemático na comparação entre projetos, os autores sugerem a separação de tempo e risco, através do método do Certo-Equivalente.

2.2.2 CERTO-EQUIVALENTE

O método do Certo-Equivalente consiste na incorporação da incerteza diretamente no fluxo de caixa esperado, através de um coeficiente de minoração aplicado no numerador da expressão.

$$VPL = \sum_{j=1}^T \frac{FC_j^{\bullet}}{(1+i)^j} - I \quad (23)$$

onde,

VPL = Valor Presente Líquido

T = Tempo de duração do projeto

$FC_j^{\bullet}$ = Certo-Equivalente associado ao fluxo de caixa incerto do projeto no tempo j

i = Taxa de rentabilidade exigida a um projeto livre de risco

I = Investimento inicial

Para a obtenção do Certo-Equivalente associado ao fluxo de caixa ($FC_t^{\bullet}$), um coeficiente α_t , delimitado entre zero e um, é multiplicado ao fluxo de caixa esperado para o projeto (FC_t), exprimindo sua incerteza, conforme a equação (24).

$$FC_t^{\bullet} = \alpha_t \times FC_t \quad (24)$$

onde,

$FC_t^\bullet$ = Certo-Equivalente associado ao fluxo de caixa incerto do projeto no tempo t

α_t = Coeficiente de incerteza do fluxo de caixa no tempo t

FC_t = Fluxo de caixa previsto no tempo t

Segundo Galesne, Fensterseifer e Lamb (1999), os valores de α_t são construídos por meio de referência à função utilidade do tomador de decisão. Assim, quanto maior for o risco estimado para os fluxos de caixa do projeto, menor será o valor de α_t e maiores as chances do projeto não ser aceito.

Portanto, ao aplicar o coeficiente de incerteza no numerador, elimina-se a arbitrariedade da taxa de desconto (k) do *VPL*, visto que, adota-se como taxa de desconto a taxa de rentabilidade livre de risco (i). Por consequência, na comparação entre projetos de investimento através das técnicas do Valor Presente Líquido Equivalente (*VPLE*) e da Taxa Interna de Retorno Equivalente (*TIRE*), as equações (25) e (26) representam, respectivamente, essa adequação.

$$VPLE = \frac{(RO - I) \times (1 + T_r)^{T^*} + \sum_{j=1}^T FC_j^\bullet \times (1 + T_r)^{T^* - j}}{(1 + i)^{T^*}} - RO \quad (25)$$

$$TIRE = \left(\frac{(RO - I) \times (1 + T_r)^{T^*} + \sum_{j=1}^T FC_j^\bullet \times (1 + T_r)^{T^* - j}}{RO} \right)^{1/T^*} - 1 \quad (26)$$

De acordo com Galesne, Fensterseifer e Lamb (1999), tanto o método de Adição de um Prêmio pelo Risco quanto o Certo-Equivalente supõem que os dirigentes de empresa tenham antecipadamente uma idéia, com certa precisão, acerca da variabilidade potencial da rentabilidade dos projetos em estudo. Afinal, os coeficientes inseridos por ambos os métodos

são arbitrários e de responsabilidade dos tomadores de decisão. Sendo assim, suas aplicações pressupõem uma significativa experiência dos gestores da empresa, restringindo expressivamente a utilização de ambos.

Para eliminar esse caráter intuitivo da análise de projetos de investimento em condições de incerteza utilizam-se métodos com abordagem probabilística, tais como a árvore de decisão, o qual configura uma avaliação mais adequada dos projetos.

2.2.3 ÁRVORE DE DECISÃO

A Árvore de Decisão de Magee⁴ consiste em dividir um projeto em etapas e analisar suas implicações na etapa posterior. Segundo Minardi (2000), a Árvore Decisão busca antecipar as ações gerenciais da empresa em virtude de mudanças das condições de mercado.

Este método é utilizado como uma alternativa às empresas para limitar riscos de fracasso, ao substituir um comprometimento único e total de recursos em um momento determinado por uma série de comprometimentos limitados, distribuídos no tempo e decididos com base em novas informações (GALESNE; FESTERSEIFER; LAMB, 1999).

Para tanto, uma árvore de decisão é formada por nós, representando os pontos de tomada de decisão ($\square$) e suas possíveis conseqüências (O), e ramos, caracterizando os eventos passíveis de ocorrência ($<$), conforme a figura 6.

Na figura 6, D_1 representa o instante em que os gestores da empresa tomam sua primeira decisão com relação ao investimento, ou seja, optam entre A e A' . Após a decisão tomada, C_1 e C_1' representam as conseqüências esperadas, fruto da escolha anterior que podem remeter ou não a novos momentos de decisão, como D_2 . Cada conseqüência

⁴ Magee apresentou o conceito de Árvore de Decisão em seu artigo *Decision trees for decision-making* e aplicou-o na análise de investimentos através de *How to use decision trees in capital investment*, ambos publicados na *Harvard Business Review*, em 1964.

proveniente de uma tomada de decisão gera resultados, aos quais são atribuídas probabilidades.

Figura 6. Árvore de Decisão

Assim, decisões, conseqüências e resultados aparecem em etapas até que se finalize toda série de comprometimentos estabelecida. Para eventos com mais de uma tomada de decisão, as probabilidades, por exemplo $p(\beta_i/\alpha_i)$ ⁵, são classificadas como condicionais e, quando do término da análise, representam a probabilidade de um determinado evento ocorrer após uma dada seqüência de acontecimentos, conforme a equação (27).

$$P(\beta_i / \alpha_i) = \frac{P(\alpha_i \cap \beta_i)}{P(\alpha_i)} \quad (27)$$

Conseqüentemente, a soma das probabilidades geradas depois de cada decisão é igual à unidade.

⁵ Probabilidade de β_i dado α_i .

Figura 7. Árvore de Decisão com resultados associados

Inicia-se, então, o processo recursivo com os resultados referentes às conseqüências oriundas da última decisão tomada, neste caso, C_2 e C_2' , conforme as equações (29) e (30), respectivamente.

$$E(B) = \sum_{j=1}^2 p(\beta_j / \alpha_1) \times y_j \quad (29)$$

$$E(B') = \sum_{j=1}^2 p(\beta'_j / \alpha_1) \times y'_j \quad (30)$$

Entre os dois resultados obtidos nesta etapa, $E(B)$ e $E(B')$, aquele que possuir maior valor esperado será preferido pelos gestores, que, por conseqüência eliminará o de menor valor esperado. Assim, x_1 representa essa escolha, conforme a equação (31).

$$x_1 = \text{Máx}[E(B); E(B')] \quad (31)$$

Desta forma, realiza-se a segunda etapa do processo recursivo, com os resultados referentes às conseqüências oriundas da primeira decisão tomada, neste caso, C_1 e C_1' , conforme as equações (32) e (33), respectivamente.

$$E(A) = \sum_{j=1}^2 p(\alpha_j) \times x_j \quad (32)$$

$$E(A') = \sum_{j=1}^3 p(\alpha'_j) \times x'_j \quad (33)$$

Enfim, o valor esperado para o projeto é o maior entre $E(A)$ e $E(A')$ e representa a melhor opção entre todas as decisões possíveis. Assim, x representa essa escolha, conforme a equação (34).

$$x = \text{Máx}[E(A); E(A')] \quad (34)$$

Entretanto, a Árvore de Decisão considera alguns valores como perfeitamente conhecidos, como os investimentos realizados em D_t . Outros parâmetros são devidamente reconhecidos como incertos, porém, restritos a valores pontuais.

Buscando adequar este método, Hespos e Strassmann desenvolveram a árvore de decisão estocástica⁶, a qual, ao abordar a incerteza, analisa os possíveis resultados derivados de uma consequência C_t através de distribuição de probabilidades, conforme a figura 8.

Figura 8. Distribuição dos resultados possíveis

Porém, para não sobrecarregar a Árvore de Decisão desnecessariamente, Hespos e Strassmann adotaram uma simbologia para representar a distribuição dos resultados mostrada na figura 8. Tal simplificação é justificada devido ao fato dos resultados serem obtidos através de processos de simulação ao invés de uma estimativa *a priori*. Assim, a Árvore de Decisão Estocástica apresenta-se conforme a figura 9.

Dessa forma, os valores esperados como resultados de tomadas de decisão tornam-se mais realistas, na medida em que é possível estabelecer a distribuição mais adequada a cada variável incerta embutida no processo decisório.

Contudo, ao incluir diferentes incertezas à análise de diferentes projetos de investimento, resultados observados através dos métodos determinísticos podem sofrer

⁶ Hespos e Strassmann estudaram o conceito da Árvore de Decisão Estocástica em seu artigo *Stochastic decision trees for the analysis of investment decisions* publicado na *Management Science*, em 1965.

alterações significativas, intrigando a percepção de gestores. Se por um lado a adição da incerteza enfraquece financeiramente o valor do projeto, por outro a possibilidade de flexibilizar o investimento o fortalece de maneira mais realista e solidificada.

Figura 9. Árvore de Decisão Estocástica

2.3 OPÇÕES REAIS

O conceito de Opções Reais baseia-se no conceito de opções utilizado no mercado financeiro. O principal propósito das opções financeiras é fornecer ao investidor o direito, mas não a obrigação, de comprar ou vender um bem, mediante o pagamento de uma quantia pré-estabelecida (DOWNES; GOODMAN, 1993). Assim, as opções fornecem ao investidor a possibilidade de restringir suas perdas, sem limitar seus ganhos.

Copeland e Antikarov (2001) comparam a Análise de Opções Reais com as opções financeiras ao descreverem cinco variáveis básicas que influenciam o valor da opção.

- Valor do ativo subjacente sujeito ao risco

Enquanto opções de investimento têm como ativo subjacente um valor mobiliário, como ações ou títulos, as opções reais aplicam-se a algo tangível, como projetos de investimento. Logo, um aumento do valor do ativo subjacente resulta em um aumento no valor da opção.

- Preço de exercício

Trata-se do montante necessário para exercer a opção⁷. Assim, à medida que o preço de exercício aumenta, o valor da opção diminui.

- Prazo de vencimento da opção

Denota o tempo em que se permite exercer a opção. Quanto maior o prazo de uma opção, maior a flexibilidade tolerada e, conseqüentemente, maior o valor da opção.

- Desvio padrão do valor do ativo subjacente sujeito ao risco

Representa a incerteza com relação ao valor do ativo. Assim, quanto maior o desvio padrão, maior as incertezas quanto ao retorno do ativo e, portanto, maior o valor da opção.

- Taxa de juros livre de risco

Por ser referência ao ativo subjacente, um aumento da taxa de juros livre de risco aumenta o valor da opção.

Além dessas, os autores adicionam os dividendos a serem pagos pelo ativo subjacente como uma sexta variável aplicável às opções reais.

De acordo com Minardi (2000), a Teoria de Opções é a melhor abordagem para integrar estratégia e finanças, pois considera, analiticamente, as opções de crescimento e as flexibilidades gerenciais que circundam a estratégia empresarial.

Entretanto, devido à sua maior complexidade, é freqüente a utilização de algumas simplificações da Teoria das Opções. O modelo Black-Sholes de precificação de opções é considerado um caso específico para valoração de opções e baseia-se em sete hipóteses fundamentais.

- A opção só pode ser exercida em seu vencimento;
- Só há uma fonte de incerteza;

⁷ Nesse caso, aborda-se a opção de compra por seu paralelo com as opções reais.

- A opção está embasada em um único ativo subjacente sujeito a risco;
- O ativo subjacente não paga dividendos;
- O preço de mercado corrente e o processo estocástico⁸ seguido pelo ativo subjacente são observáveis;
- A variância do retorno sobre o ativo subjacente é constante ao longo do tempo;
- O preço de exercício é conhecido e constante.

Apesar de amplamente difundido, Copeland e Antikarov (2001) analisam tais hipóteses como sendo demasiadamente restritivas para serem aplicadas em opções reais. Ao se basear no conceito de opção européia, Black-Sholes não considera a possibilidade de exercer a opção no decorrer de seu período de vida. Além disso, opções do tipo arco-íris, onde mais de uma variável são consideradas incertas, e opções compostas, que permitem o planejamento de investimentos em fase, são excluídas diante de suas restrições. Todavia, é a maior facilidade de cálculo das opções financeiras em relação às opções reais que difundem tal modelo.

Ao aplicar os conceitos de opções financeiras em projetos de investimento, Minardi (2004) define a flexibilidade gerencial como uma possibilidade, mas não uma obrigação, de alterar um projeto de investimento em diferentes etapas de sua vida útil operacional. Tais alterações abrangem as seguintes hipóteses:

- Postergar um projeto;
- Expandir ou contrair a escala de produção;
- Abandonar temporariamente ou definitivamente um projeto;
- Alterar as matérias-primas ou produtos de um projeto;
- Realizar investimentos subsequentes.

⁸ Um processo estocástico é uma família de variáveis aleatórias definidas no mesmo espaço de probabilidade.

Entre tais objetivos, que podem ocorrer isoladamente ou em conjunto, consideram-se mais relevantes a este trabalho as opções de adiar, expandir e abandonar um projeto. O adiamento do projeto é considerado uma forma de redução de sua incerteza, já que ao postergá-lo a empresa aguarda, até que o mercado lhe forneça mais informações. Assim, em um segundo momento, o investimento pode ser reavaliado, permitindo ao investidor expandi-lo, realizá-lo conforme planejado ou abandoná-lo.

Enquanto a abordagem das Opções Reais (*ROA*) informa a viabilidade de iniciar um projeto de investimento imediatamente e o valor do direito de adiá-lo indefinidamente, o método do Valor Presente Líquido (*VPL*) trata o diferimento apenas como um conjunto de datas de adiamento que se excluem mutuamente (COPELAND; ANTIKAROV, 2001).

Na implantação de um investimento, o valor da opção de adiá-lo refere-se à diferença entre o ganho de capital ao considerar a flexibilidade do projeto e o ganho de capital ao realizar o investimento no presente. Segundo Dixit e Pindyck (1994), a decisão de investir ou esperar depende dos parâmetros que especificam o modelo, principalmente a dimensão da incerteza e a taxa de desconto. Assim, o valor da opção aumenta com a diminuição do custo do investimento e com o aumento do grau de incerteza sobre o preço futuro.

Para Copeland e Antikarov (2001), um processo de avaliação de opções reais baseia-se, fundamentalmente, em quatro etapas:

- Análise do *VPL* do projeto;
- Elaboração da árvore de eventos;
- Elaboração da árvore de decisão;
- Avaliação dos retornos obtidos.

A fixação de tais etapas é consequência direta do preceito de que preços adequadamente antecipados flutuam aleatoriamente, independentemente dos padrões estocásticos dos fluxos de caixa futuros, demonstrado por Samuelson (1965).

Inicialmente, o cálculo do *VPL*, apesar de não considerar a flexibilidade do projeto, é utilizado como base para a elaboração da árvore de eventos e verificação dos resultados obtidos através da precificação da opção. A convergência entre os resultados obtidos e o *VPL* constata-se sob a hipótese de ausência de flexibilidade.

Em seguida, a construção da árvore de eventos engloba as incertezas do projeto. Considerando-se a Análise de Monte Carlo, as diversas incertezas que influenciam o valor do projeto são combinadas para a obtenção da distribuição dos retornos previstos. Esse agrupamento de expectativas, denominado abordagem consolidada, visa simplificar a elaboração da árvore de eventos nos casos em que as incertezas presentes não influenciam individualmente na possibilidade de execução do projeto.

Assim, para um projeto de investimento inicial I e fluxos de caixa FC_t positivos incertos a partir do período seguinte, a árvore de eventos binomial apresenta-se conforme a figura 10.

Figura 10. Árvore de eventos, segundo a Análise de Opções Reais

Por ser elaborada a partir de $t = 0$, a árvore de eventos desenvolve-se a partir do *VPL* do projeto. De tal modo, todos os nós da árvore de eventos posteriores ao investimento inicial (*I*) representam combinações do valor corrente do ativo subjacente (V_0), obtido através da equação (35).

$$V_0 = VPL + I \quad (35)$$

Assim, a partir de V_0 , são definidos dois novos possíveis eventos, apresentados no período seguinte como situações de otimismo e pessimismo. Tais eventos são decorrentes da adição dos coeficientes u e d , que representam o movimento ascendente e descendente do fluxo anterior, respectivamente.

$$V_{1,1}^+ = u \times V_0 \quad (36)$$

$$V_{1,0}^+ = d \times V_0 \quad (37)$$

onde,

$V_{1,1}^+$ = Valor do ativo subjacente após o fluxo de caixa, no tempo 1 , após 1 movimentos ascendentes

$V_{1,0}^+$ = Valor do ativo subjacente após o fluxo de caixa, no tempo 1 , após 0 movimentos ascendentes

u = Movimento ascendente

d = Movimento descendente

V_0 = Valor corrente do ativo subjacente

Assim, ao se descontar a parcela representativa do fluxo de caixa do período torna-se possível a obtenção do valor do ativo anterior ao fluxo de caixa gerado para cada um dos possíveis eventos, base para o período subsequente.

$$V_{1,1}^- = u \times V_0 \times (1 - R_1) \quad (38)$$

$$V_{1,0}^- = d \times V_0 \times (1 - R_1) \quad (39)$$

onde,

$V_{1,1}^-$ = Valor do ativo subjacente antes do fluxo de caixa, no tempo 1, após 1 movimentos ascendentes

$V_{1,0}^-$ = Valor do ativo subjacente antes do fluxo de caixa, no tempo 1, após 0 movimentos ascendentes

u = Movimento ascendente

d = Movimento descendente

V_0 = Valor corrente do ativo subjacente

R_1 = Coeficiente de representatividade do fluxo de caixa do tempo 1

Generalizando-se para o instante t , o valor do ativo após o fluxo de caixa do período ($V_{t,n}^+$) e antes do fluxo de caixa do período ($V_{t,n}^-$) são representados pelas equações (40) e (41), respectivamente.

$$V_{t,n}^+ = u^n \times d^{q-n-1} \times V_0 \times \prod_{j=0}^{t-1} (1 - R_j) \quad (40)$$

$$V_{t,n}^- = u^n \times d^{q-n-1} \times V_0 \times \prod_{j=0}^t (1 - R_j) \quad (41)$$

onde,

$V_{t,n}^+$ = Valor do ativo subjacente após o fluxo de caixa, no tempo t , após n movimentos ascendentes

$V_{t,n}^-$ = Valor do ativo subjacente antes do fluxo de caixa, no tempo t , após n movimentos ascendentes

u = Movimento ascendente

d = Movimento descendente

n = Quantidade de movimentos ascendentes até t

q = Quantidade de eventos estabelecidos

V_0 = Valor corrente do ativo subjacente

t = Período de tempo em análise

R_j = Coeficiente de representatividade do fluxo de caixa do tempo j

Substituindo-se (40) em (41), observa-se a parcela referente ao fluxo de caixa para cada período.

$$V_{t,n}^- = V_{t,n}^+ \times (1 - R_t) \quad (42)$$

Considerando-se a ocorrência de novos eventos apenas depois de decorrido inteiramente um período de tempo, u e d são os parâmetros de incerteza que influenciam o valor do projeto, tendo como base o desvio padrão da taxa de retorno esperada (σ), conforme as equações (43) e (44).

$$u = e^{\sigma} \quad (43)$$

$$d = e^{-\sigma} \quad (44)$$

Assim, para cada período de tempo analisado (t) posterior ao período de tempo de início da incerteza (t_i) a quantidade de eventos estabelecidos (q) é obtida a partir da equação (45).

$$q = t - t_i + 1 \quad (45)$$

Ou seja, para cada período posterior ao início da incerteza são definidos q eventos, obtendo-se q valores a serem atribuídos a n e, conseqüentemente, q possíveis valores para o ativo no tempo t . Contudo, devido à possibilidade de inexistência de movimentos ascendentes, define-se $0 \leq n \leq q - 1$.

Por sua vez, o coeficiente de representatividade do fluxo de caixa gerado em t (R_t) é obtido através da equação (46).

$$R_t = \frac{FC_t}{\sum_{j=t}^T \frac{FC_j}{(1+k)^{j-t}}} \quad (46)$$

onde,

R_t = Coeficiente de representatividade do fluxo de caixa do tempo t

FC_j = Fluxo de caixa previsto no tempo j

k = Taxa de desconto

t = Período de tempo em análise

T = Tempo de duração do projeto

Dessa forma, a árvore de eventos é projetada até o instante T , onde são observados os valores atuais dos possíveis resultados do investimento.

De acordo com Copeland e Antikarov (2001), a árvore de eventos alicerça-se na hipótese de continuidade da incerteza integrada ao projeto ao longo do tempo, o qual reflete a realidade da evolução do valor de mercado da empresa. Porém, projetos diretamente relacionados a fatores de impacto pontuais, tais como tecnologias, regulamentações e atividades concorrentes, não seguem um processo browniano⁹, por solucionarem-se em um determinado instante. Nesses casos, a árvore de eventos apresenta-se assimétrica.

Com base nos resultados então alcançados, elabora-se a árvore decisão. Ao contrário da etapa precedente, esta incorpora as decisões em sua estrutura e fornece ao investidor subsídios para a realização da avaliação do investimento, conforme a figura 11.

Contrariamente à árvore de eventos, a árvore de decisão é elaborada através do processo recursivo, iniciando-se no término do período de análise (T) e finalizando-se com a obtenção do valor do ativo no início do período de incerteza (t_i). Dessa forma, decisões são tomadas desde o último período de análise do projeto e suas conseqüências são verificadas durante toda a árvore.

⁹ Movimento Browniano é um processo estocástico contínuo no tempo com as seguintes propriedades: é um processo de Markov, isto é, a distribuição de probabilidade dos valores futuros do processo depende apenas do valor presente; tem incrementos independentes, isto é, a distribuição de probabilidade para a mudança no processo sobre qualquer intervalo de tempo é independente de qualquer outro intervalo; as mudanças no processo sobre qualquer intervalo de tempo são normalmente distribuídas, com uma variância que aumenta linearmente com o intervalo de tempo.

Figura 11. Árvore de decisão, segundo a Análise de Opções Reais

Assim, no instante T , o valor do ativo flexível antes do fluxo de caixa consiste na melhor opção financeira entre prosseguir, expandir e abandonar o projeto, conforme expresso pela equação (47).

$$V'_{T,n} = \text{Máx}(V_{T,n}^-; VE_{T,n}; VA_{T,n}) \quad (47)$$

onde,

$V'_{T,n}^-$ = Valor do ativo flexível antes do fluxo de caixa, no tempo T , após n movimentos ascendentes

$V_{T,n}^-$ = Valor do ativo subjacente antes do fluxo de caixa, no tempo T , após n movimentos ascendentes

$VE_{T,n}$ = Valor do ativo em caso de expansão, no tempo T , após n movimentos ascendentes

$VA_{T,n}$ = Valor do ativo em caso de abandono, no tempo T , após n movimentos ascendentes

Assim, ao se adicionar a parcela representativa do fluxo de caixa do período torna-se possível a obtenção do valor do ativo flexível após o fluxo de caixa gerado para cada um dos possíveis eventos, base para o período anterior.

$$V'_{T,n}{}^{+} = V'_{T,n}{}^{-} + (V_{T,n}{}^{+} - V_{T,n}{}^{-}) \quad (48)$$

onde,

$V'_{T,n}{}^{+}$ = Valor do ativo flexível após o fluxo de caixa, no tempo T , após n movimentos ascendentes

$V'_{T,n}{}^{-}$ = Valor do ativo flexível antes do fluxo de caixa, no tempo T , após n movimentos ascendentes

$V_{T,n}{}^{+}$ = Valor do ativo subjacente após o fluxo de caixa, no tempo T , após n movimentos ascendentes

$V_{T,n}{}^{-}$ = Valor do ativo subjacente antes do fluxo de caixa, no tempo T , após n movimentos ascendentes

Substituindo-se (42) em (48) e desenvolvendo, obtém-se:

$$V'_{T,n}{}^{+} = V'_{T,n}{}^{-} + V_{T,n}{}^{+} \times R_T \quad (49)$$

Generalizando-se para o instante t , o valor do ativo flexível após o fluxo de caixa do período ($V'_{t,n}{}^{+}$) é representado pela equação (50).

$$V'_{t,n}{}^{+} = V'_{t,n}{}^{-} + V_{t,n}{}^{+} \times R_t \quad (50)$$

onde,

$V'_{t,n}{}^{+}$ = Valor do ativo flexível após o fluxo de caixa, no tempo t , após n movimentos ascendentes

$V'_{t,n}{}^{-}$ = Valor do ativo flexível antes do fluxo de caixa, no tempo t , após n movimentos ascendentes

$V_{t,n}{}^{+}$ = Valor do ativo subjacente após o fluxo de caixa, no tempo t , após n movimentos ascendentes

R_t = Coeficiente de representatividade do fluxo de caixa do tempo t

Portanto, o valor do ativo flexível antes do fluxo de caixa em um determinado período de tempo t , diferente de T , será sempre referenciado pelo período subsequente, ou seja, $t+1$, através da técnica de portfólios replicados¹⁰, conforme a equação (51).

$$V'_{t,n} = Máx(m_{t,n} \times V_{t,n} + B_{t,n}; VE_{t,n}; VA_{t,n}) \quad (51)$$

onde,

$V'_{t,n}$ = Valor do ativo flexível antes do fluxo de caixa, no tempo t , após n movimentos ascendentes

$m_{t,n}$ = Unidades do ativo subjacente dentro da carteira, no tempo t , após n movimentos ascendentes

$V_{t,n}$ = Valor do ativo subjacente antes do fluxo de caixa, no tempo t , após n movimentos ascendentes

$B_{t,n}$ = Quantidade de obrigações livres de risco dentro da carteira, no tempo t , após n movimentos ascendentes

$VE_{t,n}$ = Valor do ativo em caso de expansão, no tempo t , após n movimentos ascendentes

$VA_{t,n}$ = Valor do ativo em caso de abandono, no tempo t , após n movimentos ascendentes

Na técnica de portfólios replicados, as unidades de ativo subjacente ($m_{t,n}$) e a quantidade de obrigações livres de risco ($B_{t,n}$) que representam a flexibilidade do projeto são obtidos com base no seguinte sistema formado pelas equações (52) e (53), onde i representa a taxa livre de risco.

$$\begin{cases} m_{t,n} \times V_{t+1,n+1} + B_{t,n} \times (1+i) = V'_{t+1,n+1} \end{cases} \quad (52)$$

$$\begin{cases} m_{t,n} \times V_{t+1,n} + B_{t,n} \times (1+i) = V'_{t+1,n} \end{cases} \quad (53)$$

¹⁰ O portfólio replicado consiste na elaboração de uma carteira formada por m unidades do ativo subjacente e B unidades de títulos de dívida sem risco.

Assim, para $t < T$, encontra-se a relação entre $m_{t,n}$ e $B_{t,n}$ que torna o valor do ativo subjacente após o fluxo de caixa do período em $t+1$ igual ao valor do ativo flexível após o fluxo de caixa do período em $t+1$. Desenvolvendo-se o sistema, obtêm-se:

$$m_{t,n} = \frac{V'_{t+1,n+1} - V'_{t+1,n}}{V_{t+1,n+1} - V_{t+1,n}} \quad (54)$$

$$B_{t,n} = \frac{V'_{t+1,n+1} - V_{t+1,n+1} \times m_{t,n}}{1+i} \quad (55)$$

Após o desenvolvimento integral da árvore de decisão, o valor da opção do ativo consiste na diferença entre o valor presente do ativo flexível obtido em t_i e o investimento inicial.

$$V = \frac{V'_{t_i,0}}{(1+k)^{t_i}} - I \quad (56)$$

onde,

V = Valor da opção

$V'_{t_i,0}$ = Valor do ativo flexível após o fluxo de caixa, no tempo t_i

k = Taxa de desconto

t_i = Período de tempo de início da incerteza

I = Investimento inicial

Entretanto, assim como os métodos determinísticos e métodos de análise de investimento em ambiente de incerteza, a Análise de Opções Reais é voltada para a verificação de projetos individualmente, não considerando as diferenças de tempo e duração quando aplicado à comparação entre projetos de investimentos. Com o intuito de apurar sua aplicabilidade na situação especificada, desenvolve-se a seguir o conceito de Opções Reais Equivalentes.

3 OPÇÕES REAIS EQUIVALENTES

Assim como nas adequações propostas para os métodos determinísticos e métodos de análise de investimentos em condições de incerteza, a modelagem matemática aqui desenvolvida fundamenta-se na parametrização das variáveis tempo e capital investido.

Reconhecidamente eficaz na análise de projetos flexíveis, as Opções Reais podem, através de sua generalização, tornar-se uma ferramenta diferenciada na priorização de projetos de investimento. Ao normalizar o tempo de análise dos investimentos e aplicação de recursos, torna-se factível a comparação direta entre os resultados obtidos, dissipando a subjetividade do processo decisório.

Para tanto, considera-se a existência de z projetos de investimento independentes, a serem analisados por um período de T^* anos. Participam desta análise apenas projetos que necessitam de um investimento igual ou inferior à restrição orçamentária da empresa (RO) e apresentem duração igual ou inferior a T^* .

Similarmente à Análise de Opções Reais, as Opções Reais Equivalentes baseiam-se em quatro etapas fundamentais:

- Análise do *VPLE* do projeto;
- Elaboração da árvore de eventos;
- Elaboração da árvore de decisão;
- Avaliação dos retornos obtidos.

Inicialmente, nota-se a diferenciação do método ao considerar o Valor Presente Líquido Equivalente (*VPLE*) como parâmetro comparativo para análise dos projetos de investimento. Dessa forma, tempo de duração e capital aplicado são definidos previamente como T^* e RO , respectivamente.

Ao estabelecer tal referência, planejam-se os fluxos de caixa posteriores ao período de projeto (T), seja esse estabelecido através do reinvestimento de um possível valor de término do projeto ou através de uma perpetuidade estimada.

Posteriormente, desenvolve-se a árvore de eventos, considerando-se as expectativas de fluxo de caixa até o tempo T^* , conforme a figura 12.

Similarmente à árvore de eventos elaborada na Análise de Opções Reais, desenvolve-se a árvore de eventos de cada projeto a partir de $t = 0$. Porém, por considerar como referencial de tempo T^* para todos os projetos em análise, as Opções Reais Equivalentes iniciam a árvore de eventos baseando-se no *VPLE*.

Figura 12. Árvore de eventos, segundo as Opções Reais Equivalentes

De tal modo, todos os nós da árvore de eventos posteriores ao investimento inicial (I) representam combinações do valor referência do ativo subjacente (V_0^*), obtido através da equação (57).

$$V_0^* = \frac{\sum_{j=1}^T FC_j \times (1 + T_r)^{T^* - j}}{(1 + k)^{T^*}} \quad (57)$$

onde,

V_0^* = Valor referência do ativo subjacente

T = Tempo de duração do projeto

FC_j = Fluxo de caixa previsto no tempo j

T_r = Taxa de reinvestimento

T^* = Período de tempo analisado

k = Taxa de desconto

Assim, V_0^* representa a parcela do *VPLE* referente ao capital investido diretamente no projeto. Tal consideração é pertinente por limitar a flexibilidade apreciada apenas aos valores relacionados ao projeto. Por não apresentar a incerteza do projeto e não estar sujeito a decisões ao longo do tempo, distingui-se o investimento excedente (I_{exc}) das demais variáveis analisadas ao excluí-lo, inicialmente, do valor do ativo. Todavia, fundamental para a comparação entre projetos, I_{exc} é inserido no modelo posteriormente.

Conseqüentemente, os valores do ativo após o fluxo de caixa do período ($V_{t,n}^+$) e antes do fluxo de caixa do período ($V_{t,n}^-$) são representados pelas equações (58) e (59), respectivamente.

$$V_{t,n}^+ = u^n \times d^{q-n-1} \times V_0^* \times \prod_{j=0}^{t-1} (1 - R_j) \quad (58)$$

$$V_{t,n}^- = u^n \times d^{q-n-1} \times V_0^* \times \prod_{j=0}^t (1 - R_j) \quad (59)$$

onde,

$V_{t,n}^+$ = Valor do ativo subjacente após o fluxo de caixa, no tempo t , após n movimentos ascendentes

$V_{t,n}^-$ = Valor do ativo subjacente antes do fluxo de caixa, no tempo t , após n movimentos ascendentes

u = Movimento ascendente

d = Movimento descendente

n = Quantidade de movimentos ascendentes até t

q = Quantidade de eventos estabelecidos

V_0^* = Valor referência do ativo subjacente

t = Período de tempo em análise

R_j = Coeficiente de representatividade do fluxo de caixa do tempo j

Substituindo-se (58) em (59), observa-se a parcela referente ao fluxo de caixa para cada período.

$$V_{t,n}^- = V_{t,n}^+ \times (1 - R_t) \quad (60)$$

Por sua vez, o coeficiente de representatividade do fluxo de caixa gerado em t (R_t) é obtido com base no término do tempo de análise (T^*), conforme a equação (61).

$$R_t = \frac{FC_t}{\sum_{j=t}^{T^*} FC_j \times (1 + T_r)^{T^*-j}} \quad (61)$$

onde,

R_t = Coeficiente de representatividade do fluxo de caixa do tempo t

FC_j = Fluxo de caixa previsto no tempo j

T_r = Taxa de reinvestimento

t = Período de tempo em análise

T^* = Período de tempo analisado

Assim, o fluxo de caixa previsto no tempo t (FC_t) carrega em sua essência a possibilidade de reinvestimento. Supondo uma taxa de reinvestimento (T_r) superior à taxa mínima de atratividade (TMA), os fluxos de caixa iniciais se tornam ainda mais representativos, fornecendo maior segurança ao investidor.

Com base nos resultados então alcançados, elaborase a árvore decisão, conforme a figura 13.

Contrariamente à árvore de eventos, a árvore de decisão é elaborada através do processo recursivo, iniciando-se no término do período de análise (T^*) e finalizando-se com a obtenção do valor do ativo no início do período de incerteza (t_i). Dessa forma, decisões são tomadas desde o último período de análise do projeto e suas conseqüências são verificadas durante toda a árvore.

Figura 13. Árvore de decisão, segundo as Opções Reais Equivalentes

Assim, no instante T^* , o valor do ativo flexível antes do fluxo de caixa consiste na melhor opção financeira entre prosseguir, expandir e abandonar o projeto, conforme expresso pela equação (62).

$$V'_{T^*,n} = \text{Máx}(V_{T^*,n}^-; VE_{T^*,n}; VA_{T^*,n}) \quad (62)$$

Similarmente ao processo realizado na Análise de Opções Reais, calculam-se, em seguida, os valores do ativo para os demais períodos, através da técnica dos portfólios replicados.

Após a execução integral da árvore de decisão, o valor da opção do ativo consiste na diferença entre o valor presente do ativo flexível obtido em t_i somado do valor presente do investimento excedente (I_{exc}) aplicado até T^* e a restrição orçamentária.

$$V = \frac{V'_{t_i,0}^+}{(1+k)^{t_i}} + \frac{(RO-I) \times (1+T_r)^{T^*}}{(1+k)^{T^*}} - RO \quad (63)$$

onde,

V = Valor da opção

$V'_{t_i,0}^+$ = Valor do ativo flexível após o fluxo de caixa, no tempo t_i

k = Taxa de desconto

t_i = Período de tempo de início da incerteza

RO = Restrição orçamentária

I = Investimento inicial

T_r = Taxa de reinvestimento

T^* = Período de tempo analisado

Com base nas Opções Reais Equivalentes, prioriza-se o projeto que apresentar maior valor de opção entre todos aqueles analisados. Destarte, projetos com diferentes investimentos iniciais e durações distintas são parametrizados ao adotar-se T^* e RO como referências a todos os projetos em análise, propiciando ao investidor uma criteriosa tomada de decisão em termos econômicos.

4 ESTUDO DE CASO

Visando evidenciar a aplicabilidade das Opções Reais Equivalentes e elucidar suas principais vantagens e desvantagens frente aos demais métodos de análise de investimento na comparação entre projetos de investimento, realizou-se um estudo de caso.

Para tanto, a necessidade de definições de variáveis raramente avaliadas pelas empresas durante o processo de análise de projetos de investimento induziu à busca por casos já analisados na literatura. Tal dificuldade resulta da maior complexidade das Opções Reais Equivalentes, consequência direta do intuito primordial deste trabalho de eliminar as distorções na tomada de decisão.

Assim, para a realização deste estudo de caso, foram adotados os dados, já validados, apresentados por Copeland e Antikarov (2001), ao avaliar um projeto de implantação de um portal de Internet. A predileção por tal ensaio se deu pelo embasamento do método desenvolvido na Análise de Opções Reais, havendo necessidade, apenas, de pequenas adequações e algumas suposições para implementação.

Por objetivar a comparação adequada entre projetos de investimento, foram pré-estabelecidas três variações plausíveis dos dados apresentados por Copeland e Antikarov (2001), como forma de simular outros possíveis projetos sob análise da empresa.

Dessa forma, analisam-se os resultados obtidos através das Opções Reais Equivalentes quando aplicadas na comparação entre projetos de investimentos. Para tanto, são confrontados tais resultados com aqueles fornecidos pelos principais métodos de análise de investimento previamente apresentados.

4.1 APRESENTAÇÃO DO CASO

Copeland e Antikarov (2001) apresentam um estudo de caso baseado em dados de uma empresa de software com dez anos de existência nos Estados Unidos. Como principal produto a empresa apresenta um software de recuperação de sistemas, adaptado às necessidades de cada cliente.

Porém, devido ao caráter exclusivo do produto e conseqüente limitação de vendas, a gestora da empresa notou ter atingido um ponto de estagnação. Para alavancar a empresa, acreditava-se na necessidade de início de uma atividade de pesquisa e desenvolvimento, na busca por um software com apelo de massa. Como um diferencial, tal produto teria a possibilidade de comercialização via Internet. Por outro lado, as altas comissões cobradas pelos canais de distribuição de vendas pela Internet desmotivavam a investida.

Uma possível solução seria o espaço próprio da empresa na rede. Entretanto, o receio de entrar em um segmento já congestionado e o provável conflito com seus atuais distribuidores incentivaram a hipótese de atuação no mercado externo. Por conhecer a elevada demanda por produtos voltados à proteção e recuperação de dados e o grande potencial para abertura de empresas alicerçadas na Internet, a França foi considerada o país ideal.

O estabelecimento da empresa no mercado francês permitiria adquirir valiosas informações sobre aspectos específicos desse mercado. Além disso, ao estabelecer uma estrutura de vendas via Internet na França, abrir-se-ia a possibilidade futura de vender produtos de outros fornecedores, conforme o desempenho do site.

Diante de tais aspectos, definiram-se as variáveis para análise do projeto.

4.2 DADOS INICIAIS

Com base em pesquisas realizadas pelo departamento financeiro da empresa, obtiveram-se custos e receitas esperados para implementação do projeto. Todavia, para efeito comparativo dos métodos de análise de investimento com as Opções Reais Equivalentes, definiram-se, neste trabalho, três variações do projeto original.

Entretanto, alguns dados foram padronizados, seja por representar características preestabelecidas do país ou da empresa. A alíquota tributária na França foi estimada em 40% sobre o lucro. Com base em dados passados, estimou-se a taxa anual livre de risco em 5,12% e, ao se considerar o risco de mercado e o risco cambial, definiu-se a taxa mínima de atratividade (*TMA*) em 13,88% ao ano.

Assim, designou-se por Projeto A aquele apresentado por Copeland e Antikarov (2001), utilizado como referência para a delimitação dos demais. A partir de um investimento inicial de US\$ 35 milhões em máquinas e equipamentos, estima-se a venda inicial de 200 programas a um preço unitário de US\$ 30 mil e custo unitário de US\$ 9 mil. Espera-se,

porém, a duplicação das vendas em cinco anos, quando a erosão dos preços deve reduzir o valor unitário para US\$ 20 mil e o custo unitário para US\$ 7 mil. Após esse período, prevê-se um crescimento anual de 4,71%¹¹. Além disso, considerou-se o aluguel do espaço para escritórios e estocagem ao custo anual de US\$ 200 mil e despesas administrativas de 10% da receita. Projetou-se, também, a depreciação do maquinário continuamente, em um período de dez anos.

Com base nos dados fornecidos, projetou-se os fluxos de caixa do investimento, conforme apresentado na tabela 1.

Tabela 1 - Análise de fluxo de caixa do Projeto A

Item	Ano						
	0	1	2	3	4	5	6
Quantidade (un)		200	230	264	303	348	400
Cresc. anual contínuo	13,86%						
Preço unitário (mil US\$)		30,0	27,7	25,5	23,5	21,7	20,0
Cresc. anual contínuo	-8,11%						
Custo unitário (mil US\$)		9,0	8,6	8,1	7,7	7,4	7,0
Cresc. anual contínuo	-5,03%						
Receita (mil US\$)		6.000	6.355	6.732	7.130	7.553	8.000
Custo total (mil US\$)		1.800	1.966	2.148	2.346	2.563	2.800
Renda bruta (mil US\$)		4.200	4.389	4.584	4.784	4.990	5.200
Margem bruta		70%	69%	68%	67%	66%	65%
Aluguel (mil US\$)		200	200	200	200	200	200
Despesas (mil US\$)		600	636	673	713	755	800
Depreciação (mil US\$)		3.500	3.500	3.500	3.500	3.500	3.500
LAIR (mil US\$)		(100)	54	211	371	534	700
Crescimento do LAIR			-154%	294%	76%	44%	31%
Impostos (mil US\$)			21	84	148	214	280
Lucro Líquido (mil US\$)		(100)	32	126	223	321	420
Depreciação (mil US\$)		3.500	3.500	3.500	3.500	3.500	3.500
Invest. inicial (mil US\$)	(35.000)						
Fluxo de caixa (mil US\$)	(35.000)	3.400	3.532	3.626	3.723	3.821	3.920
Varição do fluxo de caixa			4%	3%	3%	3%	3%
Cresc. de continuidade	4,71%						
Valor de cont. (mil US\$)							44.747

¹¹ Segundo Copeland e Antikarov (2001), após o último período de análise espera-se um crescimento contínuo de 4%, considerando uma taxa de retorno perpétua de 12%. Porém, ao considerarem-se fluxos de caixa postecipados, a perpetuidade é adicionada ao último período de análise. Assim, alterou-se o valor da taxa para 4,71%, visando elaborar corretamente a análise sem influenciar o resultado obtido.

Assim, verifica-se inicialmente a expectativa de crescimento da quantidade, do preço e do custo unitário, através da capitalização contínua. Em seguida, são abatidos os demais custos previstos para o projeto para a obtenção do lucro líquido. Enfim, repondo-se a depreciação, obtêm-se os fluxos de caixa previstos para os seis períodos de análise e seu crescimento estimado. A previsão de continuidade, por sua vez, é calculada como uma perpetuidade prevista a partir do sétimo período.

Para a elaboração do Projeto B, considerou-se a implantação de uma estrutura de menor porte, visando oferecer produtos mais acessíveis e, conseqüentemente, aumentar a atuação da firma no mercado. Com um investimento inicial de US\$ 25 milhões em máquinas e equipamentos, estima-se a venda inicial de 320 programas a um preço unitário de US\$ 20 mil e custo unitário de US\$ 8 mil. Porém, devido às características do produto oferecido, espera-se um aumento nas vendas de apenas 12,5% após três anos. Em paralelo, estima-se uma redução do valor unitário para US\$ 18 mil e do custo unitário para US\$ 6 mil, no mesmo período. Após esse período, prevê-se um crescimento anual de 2%. Além disso, considerou-se o aluguel do espaço para escritórios e estocagem ao custo anual de US\$ 160 mil e despesas administrativas de 10% da receita. Projetou-se, também, a depreciação do maquinário continuamente, em um período de dez anos.

Com base nos dados fornecidos, projetou-se os fluxos de caixa do investimento, conforme apresentado na tabela 2.

Com a execução das mesmas etapas realizadas para o projeto A, obtêm-se os fluxos de caixa previstos para os quatro períodos de análise e seu crescimento estimado. A previsão de continuidade, por sua vez, é calculada como uma perpetuidade prevista a partir do quinto período.

Tabela 2 - Análise de fluxo de caixa do Projeto B

Item	Ano				
	0	1	2	3	4
Quantidade (un)		320	333	346	360
Cresc. anual contínuo	3,93%				
Preço unitário (mil US\$)		20,0	19,3	18,6	18,0
Cresc. anual contínuo	-3,51%				
Custo unitário (mil US\$)		8,0	7,3	6,6	6,0
Cresc. anual contínuo	-9,59%				
Receita (mil US\$)		6.400	6.427	6.453	6.480
Custo total (mil US\$)		2.560	2.419	2.286	2.160
Renda bruta (mil US\$)		3.840	4.008	4.167	4.320
Margem bruta		60%	62%	65%	67%
Aluguel (mil US\$)		160	160	160	160
Despesas (mil US\$)		640	643	645	648
Depreciação (mil US\$)		2.500	2.500	2.500	2.500
LAIR (mil US\$)		540	705	862	1.012
Crescimento do LAIR			0	0	0
Impostos (mil US\$)		216	282	345	405
Lucro Líquido (mil US\$)		324	423	517	607
Depreciação (mil US\$)		2.500	2.500	2.500	2.500
Invest. inicial (mil US\$)	(25.000)				
Fluxo de caixa (mil US\$)	(25.000)	2.824	2.923	3.017	3.107
Variação do fluxo de caixa			0	0	0
Cresc. de continuidade	2,00%				
Valor de cont. (mil US\$)					26.671

O Projeto C foi elaborado supondo-se o fornecimento de produtos mais sofisticados, idealizado para suprir as necessidades de empresas de grande porte. Para tanto, considerou-se um investimento inicial de US\$ 50 milhões em máquinas e equipamentos, estimando-se uma venda inicial de 140 programas a um preço unitário de US\$ 100 mil e custo unitário de US\$ 35 mil. Acredita-se, porém, que as vendas atinja 200 unidades em sete anos, impulsionadas pela redução do valor unitário para US\$ 70 mil e do custo unitário para US\$ 22 mil. Após esse período, prevê-se um crescimento anual de 1%. Além disso, considerou-se o aluguel do espaço para escritórios e estocagem ao custo anual de US\$ 220 mil e despesas administrativas de 10% da receita. Projetou-se, também, a depreciação do maquinário continuamente, em um período de dez anos.

Com base nos dados fornecidos, projetou-se os fluxos de caixa do investimento, conforme apresentado na tabela 3.

Tabela 3 - Análise de fluxo de caixa do Projeto C

Item	Ano								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Quantidade (un)		140	147	155	163	172	181	190	200
Cresc. anual contínuo	5,10%								
Preço unitário (mil US\$)		100,0	95,0	90,3	85,8	81,6	77,5	73,7	70,0
Cresc. anual contínuo	-5,10%								
Custo unitário (mil US\$)		35,0	32,8	30,7	28,7	26,8	25,1	23,5	22,0
Cresc. anual contínuo	-6,63%								
Receita (mil US\$)		14.000	14.000	14.000	14.000	14.000	14.000	14.000	14.000
Custo total (mil US\$)		4.900	4.825	4.752	4.679	4.608	4.537	4.468	4.400
Renda bruta (mil US\$)		9.100	9.175	9.248	9.321	9.392	9.463	9.532	9.600
Margem bruta		65%	66%	66%	67%	67%	68%	68%	69%
Aluguel (mil US\$)		220	220	220	220	220	220	220	220
Despesas (mil US\$)		1.400	1.400	1.400	1.400	1.400	1.400	1.400	1.400
Depreciação (mil US\$)		5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000
LAIR (mil US\$)		2.480	2.555	2.628	2.701	2.772	2.843	2.912	2.980
Crescimento do LAIR			3%	3%	3%	3%	3%	2%	2%
Impostos (mil US\$)		992	1.022	1.051	1.080	1.109	1.137	1.165	1.192
Lucro Líquido (mil US\$)		1.488	1.533	1.577	1.621	1.663	1.706	1.747	1.788
Depreciação (mil US\$)		5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000
Invest. inicial (mil US\$)	(50.000)								
Fluxo de caixa (mil US\$)	(50.000)	6.488	6.533	6.577	6.621	6.663	6.706	6.747	6.788
Variação do fluxo de caixa			1%	1%	1%	1%	1%	1%	1%
Cresc. de continuidade	1,00%								
Valor de cont. (mil US\$)									53.216

Com a execução das mesmas etapas realizadas para os projetos A e B, obtêm-se os fluxos de caixa previstos para os oito períodos de análise e seu crescimento estimado. A previsão de continuidade, por sua vez, é calculada como uma perpetuidade prevista a partir do nono período.

Com o intuito de reduzir a incerteza global do investimento, o Projeto D foi desenvolvido utilizando matéria-prima de baixa volatilidade. A partir de um investimento inicial de US\$ 24 milhões em máquinas e equipamentos, acredita-se alcançar, inicialmente, 200 programas vendidos, a um preço unitário de US\$ 50 mil e custo unitário de US\$ 27 mil. Em nove anos, porém, espera-se que as vendas atinjam 300 unidades, a um valor unitário de US\$ 45 mil e ao mesmo custo unitário. Após esse período, prevê-se um crescimento anual de 2%. Além disso, considerou-se o aluguel do espaço para escritórios e estocagem ao custo

anual de US\$ 280 mil e despesas administrativas de 10% da receita. Projetou-se, também, a depreciação do maquinário continuamente, em um período de dez anos.

Com base nos dados fornecidos, projetou-se os fluxos de caixa do investimento, conforme apresentado na tabela 4.

Tabela 4 - Análise de fluxo de caixa do Projeto D

Item	Ano										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quantidade (un)		200	209	219	229	239	251	262	274	287	300
Cresc. anual contínuo	4,51%										
Preço unitário (mil US\$)		50,0	49,4	48,8	48,3	47,7	47,2	46,6	46,1	45,5	45,0
Cresc. anual contínuo	-1,17%										
Custo unitário (mil US\$)		27,0	27,0	27,0	27,0	27,0	27,0	27,0	27,0	27,0	27,0
Cresc. anual contínuo											
Receita (mil US\$)		10.000	10.339	10.690	11.052	11.427	11.814	12.215	12.629	13.057	13.500
Custo total (mil US\$)		5.400	5.649	5.909	6.181	6.466	6.764	7.076	7.402	7.743	8.100
Renda bruta (mil US\$)		4.600	4.690	4.780	4.871	4.961	5.050	5.139	5.227	5.314	5.400
Margem bruta		46%	45%	45%	44%	43%	43%	42%	41%	41%	40%
Aluguel (mil US\$)		280	280	280	280	280	280	280	280	280	280
Despesas (mil US\$)		1.000	1.034	1.069	1.105	1.143	1.181	1.221	1.263	1.306	1.350
Depreciação (mil US\$)		2.400	2.400	2.400	2.400	2.400	2.400	2.400	2.400	2.400	2.400
LAIR (mil US\$)		920	976	1.032	1.085	1.138	1.189	1.237	1.284	1.328	1.370
Crescimento do LAIR			6%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	3%	3%
Impostos (mil US\$)		368	391	413	434	455	475	495	514	531	548
Lucro Líquido (mil US\$)		552	586	619	651	683	713	742	770	797	822
Depreciação (mil US\$)		2.400	2.400	2.400	2.400	2.400	2.400	2.400	2.400	2.400	2.400
Invest. inicial (mil US\$)	-24.000										
Fluxo de caixa (mil US\$)	-24.000	2.952	2.986	3.019	3.051	3.083	3.113	3.142	3.170	3.197	3.222
Variação do fluxo de caixa			1%	1%	1%	1%	1%	1%	1%	1%	1%
Cresc. de continuidade	2,00%										
Valor de cont. (mil US\$)											27.657

Com a execução das mesmas etapas realizadas para os demais projetos, obtêm-se os fluxos de caixa previstos para os dez períodos de análise e seu crescimento estimado. A previsão de continuidade, por sua vez, é calculada como uma perpetuidade prevista a partir do décimo primeiro período.

Assim, a definição dos fluxos de caixa dos diferentes projetos de investimento a serem analisados viabiliza a aplicação dos métodos previamente apresentados, exposta na próxima seção.

4.3 APLICAÇÃO

Com base nos dados apresentados, a aplicação dos métodos de análise de investimento busca alcançar a melhor opção para o investidor. Entretanto, como já discutido anteriormente, os métodos usuais de análise avaliam projetos isoladamente, provocando, freqüentemente, distorções na comparação entre projetos. Para mensurar tais distorções, apresenta-se a seguir os resultados referentes aos métodos de avaliação de investimento abordados.

Inicialmente, aplica-se o método do Valor Presente Líquido (*VPL*) nos projetos em análise. Os resultados obtidos são apresentados na tabela 5.

Tabela 5 - Valor Presente Líquido (*VPL*) dos projetos em análise

Projeto analisado	Ano										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Fluxo de caixa	(35.000)	3.400	3.532	3.626	3.723	3.821	48.667	-	-	-	-
A Fluxo de caixa descontado	(35.000)	2.986	2.723	2.455	2.213	1.994	22.309	-	-	-	-
VPL	(319)										
Fluxo de caixa	(25.000)	2.824	2.923	3.017	29.778	-	-	-	-	-	-
B Fluxo de caixa descontado	(25.000)	2.480	2.254	2.043	17.704	-	-	-	-	-	-
VPL	(520)										
Fluxo de caixa	(50.000)	6.488	6.533	6.577	6.621	6.663	6.706	6.747	60.004	-	-
C Fluxo de caixa descontado	(50.000)	5.697	5.037	4.453	3.936	3.479	3.074	2.716	21.209	-	-
VPL	(400)										
Fluxo de caixa	(24.000)	2.952	2.986	3.019	3.051	3.083	3.113	3.142	3.170	3.197	30.879
D Fluxo de caixa descontado	(24.000)	2.592	2.302	2.044	1.814	1.609	1.427	1.265	1.121	992	8.415
VPL	(418)										

A partir dos fluxos de caixa previstos para cada projeto, aplicou-se como fator de desconto a taxa mínima de atratividade (*TMA*) de 13,88%, obtendo-se os respectivos fluxos de caixa descontados. Do somatório desses, obteve-se o *VPL* correspondente a cada projeto.

Assim como constatado por Copeland e Antikarov (2001) no Projeto A, os demais projetos também apresentam *VPL* negativo, inviabilizando financeiramente sua execução. Ainda assim, na comparação entre todos os projetos analisados através do *VPL*, o Projeto A mostra-se economicamente menos oneroso.

Como adequação da técnica do Valor Presente Líquido (*VPL*) na comparação entre projetos de investimento, o Valor Presente Líquido Equivalente (*VPLE*) padroniza investimento e duração dos projetos. Contudo, para implementar a técnica, há necessidade de definição da restrição orçamentária (*RO*), do tempo completo do programa (T^*) e da taxa de reinvestimento (T_r) a ser aplicada.

Ciente da capacidade da empresa de realização de qualquer um dos projetos propostos, definiu-se a restrição orçamentária (*RO*) como o valor máximo a ser investido em um único projeto, ou seja, US\$ 50 milhões, e o tempo de análise (T^*) como o tempo máximo analisado em um projeto, ou seja, 10 anos. Além disso, estimou-se a taxa de reinvestimento (T_r) em 15%¹² para todos os projetos.

Devido à existência do valor de continuação dos projetos, estimaram-se os fluxos de caixa posteriores ao tempo de análise a partir da taxa de crescimento anual definida para cada projeto. Além disso, a aplicação do investimento excedente à taxa de reinvestimento normaliza as condições para efeito comparativo. Com isso, os resultados obtidos são apresentados na tabela 6.

Ao considerar o reinvestimento do investimento excedente e dos fluxos de caixa até o último período de análise (T^*), obteve-se o valor futuro dos fluxos de caixa. Do somatório desses, descontado à *TMA*, deduziu-se a *RO*, obtendo-se o *VPLE* de cada projeto.

Diferentemente do resultado obtido pelo *VPL*, a análise do *VPLE* forneceu valores positivos para todos os projetos. Tal divergência reflete a possibilidade de aplicação dos fluxos de caixa gerados a uma taxa superior à taxa mínima de atratividade (*TMA*) adotada pela empresa.

¹² Valor arbitrado com base na taxa Selic de 13,75%, em 12 de setembro de 2008.

Ao analisar os projetos isoladamente, notam-se resultados semelhantes àqueles apresentados pelo *VPL*. Afinal, a *TIR* de todos os projetos é inferior à *TMA*, de 13,88%. Contudo, ao compararmos os projetos entre si, observa-se a sutil vantagem econômica do Projeto C em relação aos demais.

Diferentes resultados apresentados por *VPL* e *TIR* são esperados na comparação de projetos com diferentes investimentos e tempos de análise. Todavia, em decorrência de tal conflito, gestores se dividem em defesa do método que consideram mais eficaz.

Visando fornecer um resultado consistente na comparação entre projetos de investimento aos adeptos da *TIR*, a Taxa Interna de Retorno Equivalente (*TIRE*) padroniza investimento e tempo de todos os projetos. A partir das mesmas considerações estabelecidas para o *VPLE*, os resultados obtidos são apresentados na tabela 8.

Tabela 8 - Taxa Interna de Retorno Equivalente (*TIRE*) dos projetos em análise

Projeto analisado	Ano										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	Investimento excedente	15.000									
	Fluxo de caixa gerado		3.400	3.532	3.626	3.723	3.821	3.920	4.105	4.298	58.505
	Fluxo de caixa reinvestido	60.683	11.961	10.805	9.646	8.611	7.684	6.856	6.243	5.684	58.505
	<i>TIRE</i>	14,39%									
	Investimento excedente	25.000									
B	Fluxo de caixa gerado		2.824	2.923	3.017	3.107	3.169	3.233	3.297	3.363	33.535
	Fluxo de caixa reinvestido	101.139	9.934	8.941	8.026	7.187	6.375	5.654	5.015	4.448	33.535
	<i>TIRE</i>	14,53%									
	Investimento excedente	0									
	Fluxo de caixa gerado		6.488	6.533	6.577	6.621	6.663	6.706	6.747	6.788	61.211
C	Fluxo de caixa reinvestido	0	22.824	19.984	17.495	15.314	13.402	11.728	10.261	8.977	61.211
	<i>TIRE</i>	14,23%									
	Investimento excedente	26.000									
	Fluxo de caixa gerado		2.952	2.986	3.019	3.051	3.083	3.113	3.142	3.170	30.879
	Fluxo de caixa reinvestido	105.185	10.385	9.134	8.030	7.058	6.200	5.445	4.779	4.193	30.879
D	<i>TIRE</i>	14,58%									

Ao contrário do resultado fornecido pela *TIR*, a análise da *TIRE* classificou todos os projetos como economicamente interessantes. Assim como o observado no *VPLE*, a viabilidade dos projetos reflete a possibilidade de aplicação dos fluxos de caixa gerados a uma taxa superior à taxa mínima de atratividade (*TMA*) adotada pela empresa.

Entretanto, observa-se que a *TIRE* dos projetos é inferior à taxa de reinvestimento. Esse fenômeno, que ocorre sempre que a *TIR* de um projeto for inferior à *TMA*, deve-se ao fato dos projetos não serem interessantes por si só, mas pelo seu potencial, ou seja, sua influência nos futuros investimentos da firma.

Assim, todos os projetos analisados estão aptos a serem executados, visto que geram receita ao investidor. Entretanto, similarmente ao resultado alcançado pelo *VPLE*, o Projeto D é preferível em relação aos demais. Tal convergência reflete a consistência dos métodos, que atribuem sempre classificações idênticas a todos os projetos analisados.

Entretanto, por não considerarem a incerteza presente nos projetos de investimentos, os métodos determinísticos perdem confiabilidade diante de métodos de análise de investimento que ponderam tal fenômeno.

Para o cálculo do *VPL* através da Adição de um Prêmio pelo Risco, definiu-se a taxa a ser utilizada como prêmio pelo risco igual a 9%¹³, para todos os projetos. Assim, os resultados obtidos são apresentados na tabela 9.

Tabela 9 - Análise do *VPL* através da Adição de um Prêmio pelo Risco dos projetos em análise

Projeto analisado	Ano										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Fluxo de caixa	(35.000)	3.400	3.532	3.626	3.723	3.821	48.667	-	-	-	-
A Fluxo de caixa descontado	(35.000)	2.979	2.712	2.440	2.195	1.974	22.033	-	-	-	-
VPL	(667)										
Fluxo de caixa	(25.000)	2.824	2.923	3.017	29.778	-	-	-	-	-	-
B Fluxo de caixa descontado	(25.000)	2.475	2.244	2.030	17.557	-	-	-	-	-	-
VPL	(694)										
Fluxo de caixa	(50.000)	6.488	6.533	6.577	6.621	6.663	6.706	6.747	60.004	-	-
C Fluxo de caixa descontado	(50.000)	5.685	5.016	4.425	3.903	3.443	3.036	2.677	20.859	-	-
VPL	(956)										
Fluxo de caixa	(24.000)	2.952	2.986	3.019	3.051	3.083	3.113	3.142	3.170	3.197	30.879
D Fluxo de caixa descontado	(24.000)	2.587	2.293	2.031	1.799	1.593	1.409	1.247	1.102	974	8.242
VPL	(724)										

¹³ Na indisponibilidade de dados passados, o prêmio pelo risco (*p*) foi arbitrado com base na diferença entre a taxa mínima de atratividade (*TMA*) e a taxa livre de risco (*i*).

Semelhantemente ao *VPL* tradicional, o risco é incorporado no fator de desconto aplicado aos fluxos de caixa. Todavia, resultados distintos foram obtidos devido à taxa então estabelecida. Adicionando-se a taxa livre de risco ao prêmio pelo risco arbitrado, encontra-se um fator de desconto de 14,12%. Por ser superior à *TMA*, aplicada ao *VPL* tradicional, seu impacto nos fluxos mais longínquos é mais significativo e, conseqüentemente, esses se tornam menos representativos.

Portanto, todos os projetos são considerados economicamente inviáveis. Todavia, na comparação entre eles, o Projeto A é considerado mais atraente. Embora tal predileção também tenha sido notada no *VPL* tradicional, não se define uma convergência de resultados entre os projetos, pois a variação do prêmio pelo risco influencia diretamente na escolha do projeto pela empresa.

Por outro lado, a incerteza pode ser aplicada diretamente aos fluxos de caixa. Nesse caso, o Certo-Equivalente requer a definição do coeficiente de incerteza do fluxo de caixa, aqui arbitrado em 0,7¹⁴. Deste modo, os resultados obtidos são apresentados na tabela 10.

Tabela 10 - Análise do *VPL* com base no Certo-Equivalente dos projetos em análise

Projeto analisado	Ano										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Fluxo de caixa	(35.000)	2.380	2.472	2.538	2.606	2.674	34.067	-	-	-	-
A Fluxo de caixa descontado	(35.000)	2.264	2.237	2.185	2.134	2.084	25.248	-	-	-	-
VPL	1.152										
Fluxo de caixa	(25.000)	1.977	2.046	2.112	20.845	-	-	-	-	-	-
B Fluxo de caixa descontado	(25.000)	1.881	1.852	1.818	17.071	-	-	-	-	-	-
VPL	(2.379)										
Fluxo de caixa	(50.000)	4.542	4.573	4.604	4.634	4.664	4.694	4.723	42.003	-	-
C Fluxo de caixa descontado	(50.000)	4.320	4.138	3.963	3.795	3.634	3.479	3.330	28.171	-	-
VPL	4.831										
Fluxo de caixa	(24.000)	2.066	2.090	2.113	2.136	2.158	2.179	2.200	2.219	2.238	21.615
D Fluxo de caixa descontado	(24.000)	1.966	1.891	1.819	1.749	1.681	1.615	1.551	1.488	1.428	13.119
VPL	4.308										

¹⁴ Na indisponibilidade de dados passados, o coeficiente de incerteza (α_t) foi considerado constante e arbitrado com base nos resultados de *VPL* do Projeto.

Assim, o Projeto B demonstra significativa incerteza quanto ao preço, ao apresentar um desvio padrão cerca de 5% superior aos demais. Em contra partida, os demais projetos mostram-se equilibrados sob tal aspecto, circundando os 6%.

Foram traçados, também, os valores limites de quantidade para cada período de tempo, obtendo-se o desvio padrão da variável, apresentado na tabela 12.

Tabela 12 - Volatilidade de quantidade dos projetos em análise

Projeto analisado		Ano									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	Valor limite de quantidade	190									
	Limite superior	200	320	423	540	678	842	-	-	-	-
	Limite inferior	200	165	165	170	179	190	-	-	-	-
	Desvio padrão	16,65%									
B	Valor limite de quantidade	300									
	Limite superior	320	370	402	432	-	-	-	-	-	-
	Limite inferior	320	300	298	300	-	-	-	-	-	-
	Desvio padrão	5,26%									
C	Valor limite de quantidade	160									
	Limite superior	140	160	175	189	203	218	234	250	-	-
	Limite inferior	140	135	138	141	145	150	155	160	-	-
	Desvio padrão	4,22%									
D	Valor limite de quantidade	240									
	Limite superior	200	225	243	260	278	296	314	334	354	375
	Limite inferior	200	194	197	201	206	212	218	225	232	240
	Desvio padrão	3,72%									

Nesse caso, o Projeto A demonstra significativa incerteza quanto à quantidade, ao apresentar um desvio padrão superior a 15%. Por outro lado, os demais projetos mostram-se equilibrados sob tal aspecto, com desvios padrão inferiores a 6%.

Com isso, desenvolveu-se a análise de sensibilidade dos projetos, simulando-se a incerteza inerente de cada variável em cada período de tempo, a partir da geração de mil números aleatórios. Conforme definição dos gestores da empresa, atribuiu-se ao crescimento das variáveis uma distribuição normal, com média igual à taxa de crescimento contínuo encontrada para as variáveis e variância igual ao quadrado de cada desvio padrão obtido (tabelas 11 e 12).

Com base nos resultados alcançados, foram calculados os demais parâmetros necessários para o desenvolvimento da Análise de Opções Reais, apresentados na tabela 13¹⁵.

Tabela 13 - Parâmetros calculados para Análise de Opções Reais

Projeto analisado	Valor corrente do ativo subjacente	Desvio padrão anual da taxa de retorno	Movimento ascendente (u)	Movimento descendente (d)
A	34.681	30%	1,3499	0,7408
B	24.480	25%	1,2840	0,7788
C	49.600	15%	1,1618	0,8607
D	23.582	35%	1,4191	0,7047

Para cada projeto, o valor corrente do ativo subjacente (V_0) corresponde ao valor presente dos fluxos de caixa previstos, ainda sem o investimento inicial. Já os coeficientes u e d são calculados a partir do desvio padrão anual da taxa de retorno, obtido através da simulação desenvolvida.

Com a definição de tais parâmetros, tornou-se possível a elaboração da árvore de eventos de cada projeto e, posteriormente, suas respectivas árvores de decisão, para a realização da Análise de Opções Reais.

Dessa maneira, para o Projeto A, elaborou-se a árvore de eventos, conforme a figura 14.

Desenvolvida a partir de $t = 0$, a árvore de eventos do Projeto A parte do VPL de US\$ 319 mil negativos e projeta-se até o último período de análise, $T = 6$. Para tanto, aplicam-se os coeficientes u e d (tabela 13) em cada período, obtendo-se suas possíveis situações de otimismo e pessimismo. No último período, são verificados os diversos resultados previstos, decorrentes das expectativas de toda a árvore e referência para o processo recursivo a ser realizado na árvore de decisão.

¹⁵ Devido à variabilidade dos números gerados, adotou-se uma precisão de 0,05 para o desvio padrão anual.

Figura 14. Árvore de eventos do Projeto A, segundo a Análise de Opções Reais

Para o desenvolvimento da árvore de decisão foram identificadas as opções reais a serem exercidas pela gerência. Considerou-se a possibilidade de abandono, em caso de insucesso, com o qual a empresa recuperaria através da venda de seus equipamentos US\$ 15 milhões. Outra possibilidade, a expansão da empresa no mercado, custaria US\$ 10,5 milhões e aumentaria o fluxo de caixa da empresa em 30%¹⁶. Assim, a árvore de decisão do Projeto A é representada pela figura 15.

Desenvolvida a partir de $T = 6$, a árvore de decisão do Projeto A parte da comparação entre os resultados fornecidos pela árvore de eventos e aqueles obtidos com a possibilidade de abandono ou expansão. Assim, através do processo recursivo, tais resultados são projetados até o primeiro período de incerteza, $t = 1$. Para tanto, utiliza-se a técnica dos portfólios replicados em cada período e, em $t = 1$, obtém-se o valor esperado para os fluxos de caixa gerados pelo projeto com flexibilidade, igual a US\$ 42.121.

¹⁶ As opções reais então consideradas foram fornecidas como dados, apresentados por Copeland e Antikarov (2001), e tornaram-se referência para a definição das opções reais adotadas para os demais projetos.

Figura 15. Árvore de decisão do Projeto A, segundo a Análise de Opções Reais

Portanto, ao descontar-se a *TMA* do valor obtido e deduzir o valor do investimento inicial, encontra-se o valor da opção do Projeto A, igual a US\$ 1,986 milhão. Conforme analisado por Copeland e Antikarov (2001), a flexibilidade do projeto elevou significativamente seu valor. Ao incrementar ganhos em caso de sucesso e amenizar prejuízos em caso de fracasso, as opções reais acresceram ao valor do projeto cerca de US\$ 2,3 milhões, tornando-o interessante.

Para alcançar o efeito comparativo procurado, realizou-se a análise do Projeto B. A figura 16 representa sua árvore de eventos.

Desenvolvida a partir de $t = 0$, a árvore de eventos do Projeto B parte do *VPL* de US\$ 520 mil negativos e projeta-se até o último período de análise, $T = 4$. Para tanto, aplicam-se os coeficientes u e d (tabela 13) em cada período, obtendo-se suas possíveis situações de otimismo e pessimismo. No último período, são verificados os diversos resultados previstos, decorrentes das expectativas de toda a árvore e referência para o processo recursivo a ser realizado na árvore de decisão.

Figura 16. Árvore de eventos do Projeto B, segundo a Análise de Opções Reais

Para o desenvolvimento da árvore de decisão foram estabelecidas as opções reais a serem exercidas pela gerência. Considerou-se a possibilidade de abandono, em caso de insucesso, com o qual a empresa recuperaria através da venda de seus equipamentos US\$ 13 milhões. Outra possibilidade, a expansão da empresa no mercado, custaria US\$ 8 milhões e aumentaria o fluxo de caixa da empresa em 40%. Assim, a árvore de decisão do Projeto B é representada pela figura 17.

Figura 17. Árvore de decisão do Projeto B, segundo a Análise de Opções Reais

Desenvolvida a partir de $T = 4$, a árvore de decisão do Projeto B parte da comparação entre os resultados fornecidos pela árvore de eventos e aqueles obtidos com a possibilidade de abandono ou expansão. Assim, através do processo recursivo, tais resultados são projetados até o primeiro período de incerteza, $t = 1$. Para tanto, utiliza-se a técnica dos portfólios

replicados em cada período e, em $t = 1$, obtém-se o valor esperado para os fluxos de caixa gerados pelo projeto com flexibilidade, igual a US\$ 20,223 milhões.

Portanto, ao descontar-se a TMA do valor obtido e deduzir o valor do investimento inicial, encontra-se o valor da opção do Projeto B, igual a US\$ 1,539 milhão. Embora inferior ao valor obtido através da flexibilização do Projeto A, nota-se a elevação do valor do Projeto B em US\$ 2 milhões.

Elaborou-se, então, a árvore de eventos do Projeto C, representada pela figura 18.

Figura 18. Árvore de eventos do Projeto C, segundo a Análise de Opções Reais

Desenvolvida a partir de $t = 0$, a árvore de eventos do Projeto C parte do VPL de US\$ 400 mil negativos e projeta-se até o último período de análise, $T = 8$. Para tanto, aplicam-se os coeficientes u e d (tabela 13) em cada período, obtendo-se suas possíveis situações de otimismo e pessimismo. No último período, são verificados os diversos resultados previstos, decorrentes das expectativas de toda a árvore e referência para o processo recursivo a ser realizado na árvore de decisão.

Para o desenvolvimento da árvore de decisão foram estabelecidas as opções reais a serem exercidas pela gerência. Considerou-se a possibilidade de abandono, em caso de insucesso, com o qual a empresa recuperaria através da venda de seus equipamentos US\$ 8 milhões. Outra possibilidade, a expansão da empresa no mercado, custaria US\$ 6 milhões e aumentaria o fluxo de caixa da empresa em 20%. Assim, a árvore de decisão do Projeto C é representada pela figura 19.

Figura 19. Árvore de decisão do Projeto C, segundo a Análise de Opções Reais

Desenvolvida a partir de $T = 8$, a árvore de decisão do Projeto C parte da comparação entre os resultados fornecidos pela árvore de eventos e aqueles obtidos com a possibilidade de abandono ou expansão. Assim, através do processo recursivo, tais resultados são projetados até o primeiro período de incerteza, $t = 1$. Para tanto, utiliza-se a técnica dos portfólios replicados em cada período e, em $t = 1$, obtém-se o valor esperado para os fluxos de caixa gerados pelo projeto com flexibilidade, igual a US\$ 60,486 milhões.

Portanto, ao descontar-se a *TMA* do valor obtido e deduzir o valor do investimento inicial, encontra-se o valor da opção do Projeto C, igual a US\$ 3,112 milhões. Superior aos valores obtidos através da flexibilização do Projeto A e do Projeto B, o Projeto C mostra-se mais atraente economicamente, com elevação de cerca de US\$ 3,5 milhões do valor do projeto em relação ao *VPL* tradicional.

Restando a análise do Projeto D, elaborou-se sua árvore de eventos, representada pela figura 20.

Figura 20. Árvore de eventos do Projeto D, segundo a Análise de Opções Reais

Desenvolvida a partir de $t = 0$, a árvore de eventos do Projeto D parte do *VPL* de US\$ 418 mil negativos e projeta-se até o último período de análise, $T = 10$. Para tanto, aplicam-se os coeficientes u e d (tabela 13) em cada período, obtendo-se suas possíveis situações de

otimismo e pessimismo. No último período, são verificados os diversos resultados previstos, decorrentes das expectativas de toda a árvore e referência para o processo recursivo a ser realizado na árvore de decisão.

Para o desenvolvimento da árvore de decisão foram estabelecidas as opções reais a serem exercidas pela gerência. Considerou-se a possibilidade de abandono, em caso de insucesso, com o qual a empresa recuperaria através da venda de seus equipamentos US\$ 4 milhões. Outra possibilidade, a expansão da empresa no mercado, custaria US\$ 3 milhões e aumentaria o fluxo de caixa da empresa em 15%. Assim, a árvore de decisão do Projeto D é representada pela figura 21.

Figura 21. Árvore de decisão do Projeto D, segundo a Análise de Opções Reais

Desenvolvida a partir de $T = 10$, a árvore de decisão do Projeto D parte da comparação entre os resultados fornecidos pela árvore de eventos e aqueles obtidos com a

possibilidade de abandono ou expansão. Assim, através do processo recursivo, tais resultados são projetados até o primeiro período de incerteza, $t = 1$. Para tanto, utiliza-se a técnica dos portfólios replicados em cada período e, em $t = 1$, obtém-se o valor esperado para os fluxos de caixa gerados pelo projeto com flexibilidade, igual a US\$ 27,921 milhões.

Portanto, ao descontar-se a *TMA* do valor obtido e deduzir o valor do investimento inicial, encontra-se o valor da opção do Projeto D, igual a US\$ 518 mil. Inferior aos demais projetos analisados, o Projeto D apresenta uma elevação do valor do projeto, devido à flexibilidade, de quase US\$ 1 milhão.

Assim, conclui-se que o Projeto C é o mais atraente ao investidor, de acordo com a Análise de Opções Reais. Ao considerar a flexibilidade individual dos projetos, o Projeto C destaca-se dos demais apresentando a maior valorização, devido ao incremento de ganhos em caso de sucesso e redução de prejuízos em caso de fracasso.

Para validação da Análise de Opções Reais Equivalentes, foram parametrizadas as variáveis tempo e investimento inicial. Assim como nas análises do *VPLE* e da *TIRE*, considerou-se como tempo de análise (T^*) a mais longa duração entre os projetos estudados, ou seja, um período de dez anos, e como restrição orçamentária (*RO*) o maior valor exigido para a implementação de um projeto, ou seja, US\$ 50 milhões.

A partir da estimação dos fluxos gerados para todos os períodos, compôs-se o valor referência do ativo subjacente (V_0^*) de cada projeto, necessário para a aplicação da técnica. Para mensurar a incerteza, projetaram-se os fluxos de caixa para os períodos posteriores a T , até T^* , com base nos resultados já obtidos na análise de sensibilidade. Assim, obteve-se o desvio padrão dos projetos em análise, base para o cálculo dos demais parâmetros necessários para o desenvolvimento das Opções Reais Equivalentes, apresentados na tabela 14¹⁷.

¹⁷ Devido à variabilidade dos números gerados, adotou-se uma precisão de 0,05 para o desvio padrão anual.

Tabela 14 - Parâmetros calculados para Análise de Opções Reais Equivalentes

Projeto analisado	Valor referência do ativo subjacente	Desvio padrão anual da taxa de retorno	Movimento ascendente (u)	Movimento descendente (d)
A	35.747	30%	1,3499	0,7408
B	25.362	25%	1,2840	0,7788
C	51.530	15%	1,1618	0,8607
D	24.467	40%	1,4918	0,6703

Para cada projeto, o valor referência do ativo subjacente (V_0^*) corresponde ao valor presente dos fluxos de caixa previstos, ainda sem a restrição orçamentária. Já os coeficientes u e d são calculados a partir do desvio padrão anual da taxa de retorno, obtido através da simulação desenvolvida.

Sob essa ótica, elaborou-se a árvore de eventos do Projeto A, apresentada na figura 22.

Figura 22. Árvore de eventos do Projeto A, segundo as Opções Reais Equivalentes

Desenvolvida a partir de $t = 0$, a árvore de eventos do Projeto A parte da adição do investimento inicial ao V_0^* , totalizando US\$ 747 mil, e projeta-se até o último período de análise, $T^* = 10$. Para tanto, aplicam-se os coeficientes u e d (tabela 14) em cada período, obtendo-se suas possíveis situações de otimismo e pessimismo. No último período, são verificados os diversos resultados previstos, decorrentes das expectativas de toda a árvore e referência para o processo recursivo a ser realizado na árvore de decisão.

Para o desenvolvimento da árvore de decisão foram utilizadas opções reais idênticas àquelas aplicadas na Análise de Opções Reais. Todavia, a flexibilização do projeto através da Análise de Opções Reais Equivalentes permite expansão e abandono até T^* , majorando o valor do projeto. Desse modo, a árvore de decisão do Projeto A é representada pela figura 23.

Figura 23. Árvore de decisão do Projeto A, segundo as Opções Reais Equivalentes

Desenvolvida a partir de $T^* = 10$, a árvore de decisão do Projeto A é executada através do processo recursivo, assim como a Análise de Opções Reais. Porém, por tomar como base valores distintos obtém-se, em $t = 1$, o valor esperado para os fluxos de caixa gerados pelo projeto com flexibilidade igual a US\$ 44,542 milhões.

Portanto, o valor da opção equivalente do Projeto A é de US\$ 5,650 milhões. Desses, US\$ 4,112 milhões representam o valor presente do projeto flexibilizado até T^* e US\$ 1,538 milhão advém do reinvestimento do investimento excedente.

A superioridade de cerca de US\$ 3,3 milhões com relação ao valor obtido com a Análise de Opções Reais tradicional justifica-se pela adição da possibilidade de abandono e expansão por mais quatro anos e por considerar, ainda, a aplicação dos US\$ 15 milhões excedentes a uma taxa superior a *TMA*.

Para o Projeto B, elaborou-se a árvore de eventos, sob a ótica da Análise de Opções Reais Equivalentes, apresentada na figura 24.

Desenvolvida a partir de $t = 0$, a árvore de eventos do Projeto B parte da adição do investimento inicial ao V_0^* , totalizando US\$ 362 mil, e projeta-se até o último período de análise, $T^* = 10$. Para tanto, aplicam-se os coeficientes u e d (tabela 14) em cada período, obtendo-se suas possíveis situações de otimismo e pessimismo. No último período, são verificados os diversos resultados previstos, decorrentes das expectativas de toda a árvore e referência para o processo recursivo a ser realizado na árvore de decisão.

Figura 24. Árvore de eventos do Projeto B, segundo as Opções Reais Equivalentes

Assim como realizado para o Projeto A, desenvolveu-se a árvore de decisões, utilizando opções reais idênticas às aquelas aplicadas na Análise de Opções Reais convencional. Desse modo, a árvore de decisão do Projeto B é representada pela figura 25.

Portanto, o valor da opção equivalente do Projeto B é de US\$ 6,127 milhões. Desses, US\$ 3,564 milhões representam o valor presente do projeto flexibilizado até T^* e US\$ 2,563 milhões advêm do reinvestimento do investimento excedente.

A superioridade de aproximadamente US\$ 4,5 milhões com relação ao valor obtido com a Análise de Opções Reais tradicional justifica-se pela adição da possibilidade de abandono e expansão por mais seis anos e por considerar, ainda, a aplicação dos US\$ 25 milhões excedentes a uma taxa superior a TMA .

Figura 25. Árvore de decisão do Projeto B, segundo as Opções Reais Equivalentes

Tal resultado reflete-se na análise conjunta dos projetos. Ao apresentar uma significativa elevação de valor, o Projeto B supera o valor esperado para o Projeto A, tornando-se mais atraente ao investidor.

Assim, a árvore de eventos do Projeto C, elaborada sob a ótica da Análise de Opções Reais Equivalentes, é representada pela figura 26.

Desenvolvida a partir de $t = 0$, a árvore de eventos do Projeto C parte da adição do investimento inicial ao V_0^* , totalizando US\$ 1,530 milhão, e projeta-se até o último período de análise, $T^* = 10$. Para tanto, aplicam-se os coeficientes u e d (tabela 14) em cada período, obtendo-se suas possíveis situações de otimismo e pessimismo. No último período, são verificados os diversos resultados previstos, decorrentes das expectativas de toda a árvore e referência para o processo recursivo a ser realizado na árvore de decisão.

Figura 26. Árvore de eventos do Projeto C, segundo as Opções Reais Equivalentes

Adotando-se as mesmas opções reais anteriormente utilizadas na Análise de Opções Reais convencional, a árvore de decisão do Projeto C é representada pela figura 27.

Portanto, o valor da opção equivalente do Projeto C é de US\$ 5,428 milhões, representado, exclusivamente, pelo valor presente do projeto flexibilizado até T^* .

A superioridade de mais de US\$ 2,3 milhões com relação ao valor obtido com a Análise de Opções Reais tradicional justifica-se pela adição da possibilidade de abandono e expansão por mais dois anos. Todavia, a elevação de valor inferior a dos demais projetos até então analisados impediu que o Projeto C se destacasse.

Figura 27. Árvore de decisão do Projeto C, segundo as Opções Reais Equivalentes

Enfim, elaborou-se a árvore de eventos do Projeto D sob a ótica da Análise de Opções Reais Equivalentes, representada pela figura 28.

Desenvolvida a partir de $t = 0$, a árvore de eventos do Projeto D parte da adição do investimento inicial ao V_0^* , totalizando US\$ 467 mil, e projeta-se até o último período de análise, $T^* = 10$. Para tanto, aplicam-se os coeficientes u e d (tabela 14) em cada período, obtendo-se suas possíveis situações de otimismo e pessimismo. No último período, são verificados os diversos resultados previstos, decorrentes das expectativas de toda a árvore e referência para o processo recursivo a ser realizado na árvore de decisão.

Figura 28. Árvore de eventos do Projeto D, segundo as Opções Reais Equivalentes

Com base nas opções reais aplicadas na Análise de Opções Reais convencional, a árvore de decisão do Projeto D é representada pela figura 29.

Portanto, o valor da opção equivalente do Projeto D é de US\$ 4,326 milhões. Desses, US\$ 1,660 milhão representa o impacto referente ao maior desvio padrão e US\$ 2,666 milhões advêm do reinvestimento do investimento excedente.

A superioridade de mais de US\$ 3,8 milhões com relação ao valor obtido com a Análise de Opções Reais tradicional justifica-se, principalmente, pela adição da possibilidade de aplicação dos US\$ 26 milhões excedentes a uma taxa superior a *TMA*. Embora represente uma opção viável ao investidor, o Projeto D mostrou-se economicamente inferior ao demais.

Figura 29. Árvore de decisão do Projeto D, segundo as Opções Reais Equivalentes

Com a implementação dos diversos métodos de análise abordados, a análise dos resultados é apresentada a seguir.

4.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Com base nos resultados apresentados, observa-se a associação direta entre o método adotado e o projeto escolhido. Assim, torna-se necessária uma avaliação global dos projetos, comparando os resultados apresentados pelos diversos métodos implementados, conforme apresentado na tabela 15.

A disparidade dos resultados apresentados pelos diferentes métodos de análise de investimento enfatiza a necessidade de discussão dos preceitos dos métodos de utilizados.

Tabela 15 - Análise comparativa de resultados

Método de análise	Projeto A	Projeto B	Projeto C	Projeto D	opção indicada
Valor Presente Líquido (VPL)	(319)	(520)	(400)	(418)	A
Valor Presente Líquido Equivalente (VPLE)	2.285	2.925	1.530	3.133	D
Taxa Interna de Retorno (TIR)	13,67%	13,19%	13,71%	13,57%	C
Taxa Interna de Retorno Equivalente (TIRE)	14,39%	14,53%	14,23%	14,58%	D
Adição de um Prêmio pelo Risco	(667)	(694)	(956)	(724)	A
Certo-Equivalente	1.152	(2.379)	4.831	4.308	C
Opções Reais	1.986	1.539	3.112	518	C
Opções Reais Equivalentes	5.650	6.127	5.428	4.326	B

Com base nos resultados apresentados, observa-se a associação direta entre o método adotado e o projeto escolhido. A heterogeneidade dos métodos chega ao ponto de todos os projetos serem apontados como a melhor opção financeira para o investidor. Todavia, tais resultados se justificam através da análise comparativa dos métodos.

Dentre os métodos determinísticos, *VPLE* e *TIRE* focam a comparação entre projetos de investimento, baseando-se nos mesmos preceitos. Ao arbitrar a taxa de reinvestimento (T_r) estimada para cada projeto, ambos convergem na definição do investimento mais atraente ao investidor. Para demonstrar tal tendência, analisa-se particularmente a relação intrínseca entre a taxa de reinvestimento (T_r) e o valor do projeto.

A figura 30 apresenta tal relação na análise do Valor Presente Líquido Equivalente (*VPLE*).

Assim, nota-se o acréscimo do valor dos projetos diretamente relacionado ao aumento da taxa de reinvestimento (T_r) esperada. Enquanto o impacto gerado aos Projetos B e D é bastante significativo, o valor do Projeto C apresenta menor relação com a T_r . Tal sensibilidade justifica a predileção da técnica do *VPLE* pelo Projeto D, diante de uma perspectiva otimista de reinvestimento. Por outro lado, taxas pessimistas de reinvestimento dos fluxos gerados destacariam o Projeto C como opção mais rentável.

Figura 30. Efeito da taxa de reinvestimento (T_r) no *VPLE*

Todavia, ao considerar a T_r idêntica à *TMA*, os valores obtidos pelo *VPLE* igualam-se àqueles fornecidos pelo *VPL*, onde o Projeto A é preferido. Tal convergência é fruto dos preceitos dos métodos e válida sempre.

Semelhantemente, a relação da taxa de reinvestimento (T_r) com análise da Taxa Interna de Retorno Equivalente (*TIRE*) é apresentada na figura 31.

A relação direta entre as variáveis e os resultados similares aos obtidos na análise do *VPLE* ratificam a correlação existente entre os métodos. Ao referenciarem-se nos mesmos conceitos, valor acumulado e taxa de retorno conduzem sempre à mesma decisão.

Assim como no *VPLE*, onde resultados positivos são observados para taxas de reinvestimento superiores a 14%, a *TIRE* excede à *TMA* nos mesmos pontos, precisamente.

Figura 31. Efeito da taxa de reinvestimento (T_r) na TIRE

Em ambiente de incerteza, valores arbitrados para o prêmio pelo risco influenciam diretamente na escolha do projeto pela empresa. Influenciando a taxa de desconto aplicada ao projeto, a figura 32 demonstra suas consequências.

Por aplicar-se à taxa de desconto, o prêmio pelo risco potencializa-se com o tempo. Assim, fluxos mais distantes são mais afetados, devido à sua maior vulnerabilidade à incerteza. Tal comportamento se confirma pelo baixo impacto da variável observada no Projeto B, projetado para apenas quatro anos.

Além disso, quando a adição do prêmio pelo risco (p) à taxa livre de risco (i) se iguala à TMA, resultados idênticos aos obtidos através do VPL são encontrados, já que, pela Adição de um Prêmio pelo Risco, a incerteza é incorporada na taxa de desconto.

Figura 32. Efeito do prêmio pelo risco no VPL

Quando a incerteza é aplicada diretamente nos fluxos de caixa esperados, a fixação do coeficiente de incerteza impacta nos valores estimados dos projetos. Sob tal aspecto, observa-se o comportamento do VPL dos projetos decorrentes da análise do Certo-Equivalente, apresentado na figura 33.

Por se tratar de um coeficiente aplicado diretamente ao fluxo de caixa, a minoração do valor do projeto através do coeficiente de incerteza considerado constante ocorre linearmente. Além disso, ao aplicar a taxa de desconto livre de risco, fluxos longínquos potencializam tal efeito, impactando mais fortemente em projetos que requerem mais recursos para sua execução.

Figura 33. Efeito do coeficiente de incerteza no VPL

Através da Análise de Opções Reais, a flexibilidade influencia os resultados esperados pela empresa. Abandono e expansão são determinantes, limitando os efeitos negativos da incerteza.

Porém, a parametrização das condições de contorno através da Análise de Opções Reais Equivalentes insere a taxa de reinvestimento (T_r) ao cálculo do projeto. A figura 34 demonstra o impacto dessa variável no valor dos projetos.

Assim como observado na análise do VPLE (figura 30), o Projeto C não sofre grande influência da T_r , enquanto os projetos B e D crescem exponencialmente com o aumento da mesma.

Figura 34. Efeito da taxa de reinvestimento (T_r) no valor da opção equivalente

Embora diferentes, os resultados similares do Valor Presente Líquido Equivalente (*VPLE*) e das Opções Reais Equivalentes sugerem que, apesar de não incorporar a flexibilidade à análise dos projetos de investimentos, o *VPLE* representa uma opção viável de comparação entre projetos de investimento ao tomador de decisão. Tal compatibilidade reflete a semelhança entre os conceitos aplicados em ambos os métodos e são verificados na figura 35.

Na figura, as barras brancas representam o *VPLE* dos projetos e as barras pretas delimitam o valor da opção equivalente dos projetos. Assim, ao analisar os projetos isoladamente, nota-se o movimento compatível entre os métodos, sendo a flexibilização o diferencial alcançado pela Análise de Opções Reais Equivalentes.

Figura 35. Impacto da flexibilização no *VPLE* dos projetos

Entretanto, os diferentes impactos da flexibilização notados entre os projetos são decorrentes das diferentes características dos mesmos. Assim, projetos mais sensíveis à variação da T_r apresentam menor influência da flexibilização e projetos menos sensíveis a variação da T_r apresentam maior influência da flexibilização. Tal resultado justifica a não convergências dos métodos quanto ao projeto a ser implementado.

Portanto, pode-se afirmar que, ao considerar o ambiente incerto no qual as variáveis estão imersas, o projeto B mostra-se a melhor opção para o investidor, devido à sua significativa flexibilidade, fundamental para prevenção de perdas da empresa.

Destarte, a próxima seção apresenta os resultados e as conclusões pertinentes ao trabalho.

5 RESULTADOS E CONCLUSÕES

O presente trabalho procurou desenvolver uma ferramenta matemática específica para a comparação de projetos de investimento em condições de incerteza. Para tanto, realizou-se a abordagem crítica dos principais métodos de análise de investimento e de algumas das adaptações propostas na literatura, quando utilizados na seleção de projetos.

Embora o debate sobre os métodos de análise de investimento seja bastante intenso, não foram encontrados estudos com profundidade teórica que comparasse métodos determinísticos, métodos em condições de incerteza e métodos considerando a flexibilização de projetos de investimento, no cenário proposto. Galesne, Fensterseifer e Lamb (1999) aprofundam-se no tema ao desenvolver métodos voltados para a definição da melhor carteira

de investimento para a firma. Porém, ao abordar a flexibilização de projetos, os autores concluem que, exceto para alguns casos específicos, não há técnicas quantitativas de valoração de opções reais.

Buscando contribuir com a literatura, foram realizadas adequações dos métodos convencionais específicas para a comparação e seleção de projetos de investimento, aqui denominados Valor Presente Líquido Equivalente (*VPLE*) e Taxa Interna de Retorno Equivalente (*TIRE*). Já com esse enfoque, tornou-se possível extrapolar os resultados alcançados para métodos de análise de investimento em condições de incerteza. Porém, o maior diferencial do trabalho consiste na inserção de tais conceitos na Análise de Opções Reais, diferenciada por flexibilizar a tomada de decisão.

Assim, as Opções Reais Equivalentes foram desenvolvidas a partir da parametrização das variáveis tempo e investimento. Ao abordar os projetos de investimento considerando-se o mesmo período de análise (T^*) e a restrição orçamentária da empresa (*RO*) como referências, as distorções e contradições freqüentemente enfrentadas por tomadores de decisão são eliminadas e o processo de escolha torna-se retilíneo.

Para validar o método desenvolvido, um estudo de caso baseado nos dados apresentados por Copeland e Antikarov em seu livro *Real options: a practitioner's guide* foi realizado. Com isso, tornou-se viável comparar resultados e ressaltar discordâncias entre os métodos no processo decisório.

Ao aplicar oito diferentes métodos de análise na comparação de quatro projetos de investimento, verificou-se a permissividade dos métodos. Entre resultados positivos e negativos, todos os projetos foram escolhidos ao menos por um dos métodos de análise.

Entre os métodos determinísticos, *VPL* e *TIR* apresentaram resultados contraditórios. Apesar de concordarem quanto à inviabilidade econômica de execução de todos os projetos, o *VPL* destacou o Projeto A como menos oneroso, enquanto a *TIR* priorizou o Projeto C.

Diante da aplicação do *VPLE* e da *TIRE*, resultados positivos foram obtidos. Tal divergência com relação a seus predecessores justifica-se ao considerar-se o reinvestimento dos fluxos de caixa a uma taxa superior à *TMA*. Assim, o Projeto D foi indicado por ambos como a melhor opção para o investidor, seguido, em ordem de preferência, pelos projetos B, A e C. Por outro lado, através da análise gráfica, pôde-se observar o comportamento dos projetos em relação à taxa de reinvestimento (T_r) adotada pela empresa. Assim, constatou-se que, para $T_r < TMA$, a expectativa de retorno dos projetos se inverte e os mesmos passam a ser classificados inversamente.

Ao inserir a incerteza na análise dos projetos, resultados diferentes daqueles obtidos através dos métodos determinísticos eram esperados. Isso porque, ao adicionar-se uma nova variável, a reclassificação dos projetos é uma consequência natural. Porém, entre as técnicas abordadas a discordância persistiu. Devido às diferentes abordagens da Adição de um Prêmio pelo Risco e do Certo-Equivalente para a variável, projetos distintos se destacaram, compreendendo diferentemente a incerteza.

Com a flexibilização dos projetos, a Análise de Opções Reais permitiu uma abordagem diferenciada ao considerar as possibilidades de abandono e expansão no decorrer dos anos, conforme seu desempenho. Com isso, projetos economicamente inviáveis, pela análise determinística do *VPL*, tornaram-se bastante atraentes, com destaque para o Projeto C. Porém, sob a ótica comparativa no qual se baseia este trabalho, à Análise de Opções Reais cabe apenas a verificação da viabilidade econômica dos projetos, individualmente.

Para a comparação entre os projetos em um cenário flexível, as Opções Reais Equivalentes compatibilizaram as variáveis e permitiram, ao investidor, uma análise mais realista. Assim, o Projeto B, preterido pelos demais métodos, mostrou-se a melhor opção.

Embora embasado na técnica do *VPLE*, os diferentes resultados apresentados pelas Opções Reais Equivalentes representam o impacto da flexibilidade na análise. Porém, ao se

comparar o efeito da taxa de reinvestimento (T_r) em ambos, observou-se um impacto proporcional para todos os projetos, confirmando sua correlação.

Portanto, após seu desenvolvimento teórico e análise prática, as Opções Reais Equivalentes demonstram-se apropriadas à comparação de investimentos, permitindo a adição de valor aos projetos devido à flexibilização de maneira coerente e realista.

Assim, o presente trabalho procurou aprofundar o debate ao redor da análise de investimento, fornecendo ao âmbito empresarial uma ferramenta específica para a comparação entre projetos. Embora os resultados alcançados tenham relevância prática e teórica, o desenvolvimento de programações ainda mais complexas podem vir a ser desafios para estudos futuros.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ALCHIAN, A.A. The rate of interest, Fisher's rate of return over costs and Keynes' internal rate of return. **The American Economic Review**, v. 45, n. 5, p. 938-943, dez. 1955.

ASSAF NETO, A. **Finanças corporativas e valor**. São Paulo: Atlas, 2003. 609 p.

BEAVES, R.G. Net present value and rate of return: implicit and explicit reinvestment assumptions. **The Engineering Economist**, v. 33, n. 4, p. 275-302, 1988.

BEIDLEMAN, C.R. Discounted cash flow reinvestment rate assumptions. **The Engineering Economist**, v. 29, n. 2, p. 127-139, 1984.

BREALEY, R.A.; MYERS, S.C.; ALLEN, F. **Principles of corporate finance**. 8ª ed. New York: McGraw-Hill, 2006. 1030 p.

CLEMEN, R.T., REILLY, T. **Making hard decisions with DecisionTools**. 2ª ed. Pacific Grove: Duxbury, 2001. 733 p.

COPELAND, T.; ANTIKAROV, V. **Real options: a practitioner's guide**. New York: Texere, 2001. 372 p.

DAMODARAN, A. **Finanças corporativas aplicadas: manual do usuário**. Tradução: Jorge Ritter. Porto Alegre: Bookman, 2002. 576 p.

DIXIT, A.K.; PINDYCK, R.S. **Investment under uncertainty**. New Jersey: Princeton, 1994. 468 p.

DOWNES, J.; GOODMAN, J.E. **Dicionário de termos financeiros e de investimento**. Tradução: Ana Rocha Tradutores Associados. São Paulo: Nobel, 1993. 650 p.

GALESNE, A.; FENSTERSEIFER, J.E.; LAMB, R. **Decisões de investimentos da empresa**. São Paulo: Atlas, 1999. 295 p.

GIL, A.C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4ª ed. São Paulo: Atlas, 2007. 175 p.

GITMAN, L.J. **Princípios de administração financeira**. Tradução: Jean Jacques Salim e João Carlos Douat. 7ª ed. São Paulo: Harbra, 2002. 841 p.

KAHNEMAN, D.; TVERSKY, A. Prospect theory: an analysis of decision under risk. In: MOSER, P.K. (Ed.). **Rationality in action: contemporary approaches**. Cambridge: Cambridge University, 1990. Cap. 6, p. 140-170.

KOOROS, A. The theory of investment programing: a suggested econometric model. **The Journal of Finance**, v. 17, n. 1, p. 141-142, mar. 1962.

LASTRES, H.M.M.; ALBAGLI, S. Chaves para o terceiro milênio na era do conhecimento. In: LASTRES, H.M.M.; ALBAGLI, S. (Org.). **Informação e globalização na era do conhecimento**. Rio de Janeiro: Campus, 1999. Introdução, p.7-26.

LEMOS, C. Inovação na era do conhecimento. In: LASTRES, H.M.M.; ALBAGLI, S. (Org.). **Informação e globalização na era do conhecimento**. Rio de Janeiro: Campus, 1999. Cap. 5, p.122-144.

LUENBERGER, D.G. **Investment science**. New York: Oxford University Press, 1998. 494 p.

MACHLINE, C. Análise de investimentos e inflação. **Revista de Administração de Empresas**, v. 6, n. 18, p. 51-126, out.-dez. 1966.

MEYER, R.L. A note on capital budgeting techniques and the reinvestment rate. **The Journal of Finance**, v. 34, n. 5, p. 1251-1254, dez. 1979.

MINARDI, A.M.A.F. **Teoria de opções aplicada a projetos de investimento**. São Paulo: Atlas, 2004. 135 p.

MINARDI, A.M.A.F. Teoria de opções aplicada a projetos de investimento. **Revista de Administração de Empresas**, v. 40, n. 2, p. 74-79, abr.-jun. 2000.

PINDYCK, R.S. Irreversibility, uncertainty, and investment. **Journal of Economic Literature**, v. 29, n. 3, p. 1110-1148, set. 1991.

ROBICHEK, A.A.; MYERS, S.C. Conceptual problems in the use of risk-adjusted discounted rates. **The Journal of Finance**, v. 21, n. 4, p. 727-730, dez. 1966.

SAMUELSON, P.A. Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly. **Industrial Management Review**, v. 6, n. 2, p. 41-49, 1965.

SCHALL, L.D.; SUNDEM, G.L.; GEIJSBEEK JUNIOR, W.R. Survey and analysis of capital budgeting methods. **The Journal of Finance**, v. 33, n. 1, p. 281-287, mar. 1978.

SHULL, D.M. Overall rates of return: investment bases, reinvestment rates and time horizons. **The Engineering Economist**, v. 39, n. 2, p. 139-163, 1994.

SOLOMON, E. The arithmetic of capital-budgeting decisions. **The Journal of Business**, v. 29, n. 2, p. 124-129, abr. 1956.

VERGARA, S.C. **Projetos e relatórios de pesquisa em administração**. 8ª ed. São Paulo: Atlas, 2007. 96 p.