ROMUALDO JOSÉ ROMÃO BRITO

**ANÁLISE DA AERAÇÃO EM ESCOAMENTOS DE
ALTAS VELOCIDADES EM CALHAS DE
VERTEDORES**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de Concentração: Engenharia Hidráulica e Saneamento.

Orientador: Prof. Titular Harry Edmar Schulz

São Carlos

2011

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

Brito, Romualdo José Romão
B862a Análise da aeração em escoamento de altas velocidades
em calhas de vertedores / Romualdo José Romão Brito ;
orientador Harry Edmar Schulz. -- São Carlos, 2011.

Dissertação (Mestrado-Programa de Pós-Graduação e Área
de Concentração em Hidráulica e Saneamento) -- Escola de
Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo,
2011.

1. Escoamentos bifásicos. 2. Aeradores de fundo.
3. Cavitação. 4. Enlaçamento de ar. 5. Modelo matemático.
6. Aeração em vertedores. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato(a): Licenciado **ROMUALDO JOSÉ ROMÃO BRITO.**

Dissertação defendida e julgada em 21/02/2011 perante a Comissão Julgadora:

Prof. Titular **HARRY EDMAR SCHULZ** - (Orientador)
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO

Prof. Associado **RODRIGO DE MELO PORTO**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO

Prof. Dr. **ALAN CAVALCANTI DA CUNHA**
(Universidade Federal do Amapá/UNIFAP)

APROVADO

Prof. Associado **EDSON CEZAR WENDLAND**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Hidráulica e Saneamento.

Prof. Associado **PAULO CÉSAR LIMA SEGANTINE**
Presidente da Comissão da Pós-Graduação da EESC

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha esposa Haúa e meus filhos Gisela, António e Ashraf, estímulos que me impulsionaram a buscar vida nova a cada dia, meus agradecimentos por terem aceito se privar da minha companhia pelos estudos, tendo concedido a mim a oportunidade de me realizar ainda mais.

“Fazer da escola a base para o Povo tomar o poder.”
Samora Machel

“Deus quer, o Homem pensa e a Obra nasce.”
Fernando Pessoa

“As ciências não tentam explicar; dificilmente tentam sequer interpretar; elas fazem modelos, principalmente.

Por modelo entenda-se uma construção matemática que, com o acréscimo de certas informações verbais, descreve fenômenos observados.”

Von Neumann

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar a Deus, pela minha vida e oportunidade de realizar este mestrado.

Ao meu orientador Harry Edmar Schulz pela orientação científica, a dedicação, amizade, apoio e empenho incansáveis em todo o trabalho realizado.

À todos professores do programa de Pós-Graduação em Engenharia Hidráulica e Saneamento, pelos conhecimentos adquiridos ao longo do curso.

Ao colega e amigo André Simões pela colaboração incansável prestada na realização deste trabalho.

Aos colegas do Laboratório de Fenômenos de Transporte e do mestrado especialmente Júlio Cesar, Daniel, Tiago, Raquel e Guilherme pelo companheirismo e amizade que nos norteou ao longo destes anos.

À todos funcionários do Departamento especialmente a Pavi, Sá, Rose e Marília por toda gentileza e amabilidade prestada ao longo destes dois anos.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e ao Ministério de Ciência e Tecnologia de Moçambique pela bolsa de estudo concedida.

Ao Instituto Superior Politécnico de Tete pela licença concedida para realizar este treinamento de mestrado.

Ao pessoal da república albergue por toda amizade e acolhimento.

À minha esposa Haúa e filhos Gisela, António e Ashraf, aos quais espero retribuir o tempo dedicado a este trabalho.

À meus irmãos pelo apoio moral.

À todos que diretamente ou indiretamente deram seu apoio para que este projeto hoje fosse uma realidade.

Muito Obrigado!

RESUMO

BRITO, R. J. R. (2011). **Análise da aeração em escoamentos de altas velocidades em calhas de vertedores**. 90 f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos-SP.

A inserção de ar em escoamentos de altas velocidades ao longo de estruturas hidráulicas é uma técnica bastante eficiente para prevenir a cavitação. A sua importância é majorada quando se considera os custos econômicos e as questões de segurança que estão associadas à estabilidade de uma barragem. No presente trabalho são apresentados equacionamentos para quantificar a entrada de ar em vertedores através de aeradores de fundo. Essas equações foram obtidas utilizando princípios físicos de conservação de massa, energia e quantidade de movimento nos escoamentos de ar e água que ocorrem no aerador, permitindo organizar informações advindas de cada fase. Ressalta-se que buscou-se tornar o equacionamento independente da subpressão do jato, uma vez que esta subpressão é um parâmetro de difícil determinação *a priori* pelo projetista. Entretanto, toda formulação é direcionada justamente para melhor representar este parâmetro utilizando os princípios físicos clássicos e as variáveis decorrentes da sua utilização. Buscou-se a validação de modelos teóricos obtidos por meio de formulações baseadas nas leis de conservação de massa, quantidade de movimento e energia para aeradores de fundo. Neste contexto, comparam-se os resultados dos equacionamentos propostos e os dados experimentais encontrados na literatura, tendo se verificado boas correlações. Este tipo de quantificação essencialmente teórica de incorporação do ar em aeradores de fundo ainda é raro e o presente trabalho visa contribuir na validação de modelos com estas características. Adicionalmente, efetua-se a comparação com as equações empíricas e semi-empíricas encontradas na literatura. A experiência adquirida na área mostra que esta é a forma mais adequada de abordar o problema.

PALAVRAS CHAVE: Aeradores de fundo; Cavitação; Enlaçamento de ar; Modelo matemático; Aeração em vertedores; Escoamentos bifásicos.

ABSTRACT

BRITO, R. J. R. (2011). **Analysis of aeration on the high speed flows in channels of spillways**. 90 f. Dissertation (Msc) – School of Engineering of São Carlos, São Paulo University, São Carlos – SP.

The introduction of air in flows around bottom aerators in spillways of dams is an efficient technique to prevent cavitation. Its importance is increased when one considers the costs involved and the safety issues that are associated with the stability of a large dam. Equations are presented in this study to quantify the air inlet through bed aerators in flows along spillways. The equations were obtained using the physical principles of conservation of mass, energy and momentum in both the flows of air and water in the aerator, allowing to organize the information obtained from each phase. It was possible to show the parameters that are relevant for quantifying the induced air flow in bed aerators. In addition, a comparison was conducted between the equations resulting from this analysis and empirical and semi-empirical expressions found in the literature. It is noteworthy to mention that one of the objectives of this study was to obtain a final equation independent of the relative pressure under the jet, since this low pressure is a parameter difficult to determine *a priori* by the designer. However, the entire formulation was directed precisely to better represent this parameter using the principles of classical physics and the variables arising from their use. The experience acquired in this area shows that this is the most appropriate way to address this problem.

KEYWORDS: Aerators background; Cavitation; Air bonding; Mathematical model; Aeration in spillways; Turbulence model.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
2	OBJETIVOS	3
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	4
3.1	Cavitação	4
3.1.1	Espécies de cavitação	4
3.1.2	Tipos de cavitação	5
3.1.3	Número de cavitação	6
3.2	Cavitação em estruturas hidráulicas	7
3.3	Métodos de prevenção da cavitação	10
3.3.1	Modificação do número crítico de cavitação.....	11
3.3.2	Controle da posição do colapso das cavidades.....	11
3.3.3	Aumento da resistência do concreto	11
3.3.4	Aeração.....	12
3.4	Aeração natural em vertedores	12
3.5	Aeração Induzida.....	18
3.5.1	Aeradores de fundo.....	20
3.5.2	Tipos de aeradores de fundo.....	21
3.5.3	Mecanismo de Aeração em aeradores de fundo	24
3.6	Modelos matemáticos aplicados para a quantificação de entrada de ar	26
3.7.	Considerações sobre trabalhos relevantes acerca de aeração induzida	31
3.8.	Projeto de aeradores de fundo	32
4	MATERIAIS E MÉTODOS.....	34
4.1	Formulação Integral Básica.....	34
4.1.1	Conservação de Massa.....	34
4.1.2	Conservação de Quantidade de Movimento	35
4.1.3	Conservação de Energia	35
4.2	Formulação para o Aerador de Fundo	35
4.2.1	Metodologia de obtenção das equações.....	37
4.2.3	Considerações acerca das forças.....	41
4.2.4	Considerações acerca de energia	42
4.2.5	Aproximações para a perda de energia Δh_f	44
4.2.6	Equações para o arraste induzido de ar	45
5	RESULTADOS.....	49
5.1	Ensaio com dados de Carvalho (1997)	49
5.2.	Comparação entre o equacionamento para escoamento turbulento de ar e formulações da literatura.....	57

5.3. Comparação com dados de protótipos.....	63
6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	66
7 REFERÊNCIAS	68
Anexo A – Cálculo da entrada de ar em protótipo utilizando diferentes formulações. (Dados de Emborcação – Pinto, 1991).	73
Anexo B – Cálculo da entrada de ar em protótipo utilizando diferentes formulações. (Dados de Foz de Areia – Pinto, 1991).	74

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 - Esquema da geração de cavidades e sua implosão junto ao fundo de um vertedor. (Fonte: Schulz et al., 2010, página 2).....	8
Figura 3.2 - Classificação das irregularidades dos contornos sólidos e localização das áreas atingidas pela ação erosiva da cavitação (Fonte: Falvey, 1990, página 15).....	8
Figura 3.3 - Erosão por cavitação em um túnel vertedor da Barragem Glen Canyon, Colorado, em 1983 (Fonte: Falvey, 1990, página 82).....	9
Figura 3.4 - Regimes de escoamento quanto à aeração natural (adaptado de Chanson, 1993)	13
Figura 3.5 - Perda de concreto (P) por efeito da cavitação em função da percentagem de ar $V_{ar}/V_{água} * 100$ (%). (Fonte: Pinto, 1988, página 93).....	19
Figura 3.6 - Geometria de um aerador de fundo.....	20
Figura 3.7 - Aplicação prática de aerador num canal de vertedor, UHE Pedra do Cavalo. (Fonte: Kökpınar e Göğüs, 2002, página 886)	22
Figura 3.8 - Tipos de aeradores de vertedores (Fonte: Falvey, 1990, página 60)	22
Figura 3.9 - Soluções para admissão de ar (Fonte: Pinto, 1988, página 98).	23
Figura 3.10 - Regiões do escoamento na vizinhança de um aerador (Fonte: Volkart e Rutschmann, 1991, página 90)	24
Figura 3.11 - Bancada experimental do modelo físico reduzido.....	26
Figura 4.1 - Grandezas que são consideradas na formulação de aeradores de fundo (Fonte: Schulz et al., 2010, página 2)	36
Figura 4.2 - Região de estudo do lado do ar, representado pela região clara que contém a linha de corrente entre os pontos “O” e “S” (Fonte: Schulz et al., 2010, página 5).....	37
Figura 4.3 - Análise do escoamento de água no jato do aerador, constituído pela região escura da figura (Fonte: Schulz et al., 2010, página 7).....	41
Figura 4.4 - Linha de corrente na superfície do jato para análise da perda de energia. (Fonte: Schulz et al., 2010, página 9).	43
Figura 4.5 - Esquema de aerador de fundo com os principais componentes construtivos e escoamento (Fonte: Brito et al., 2010, página 3).....	48
Figura 5.1 - Gráficos (β_c x β_e) para $\theta= 14$ graus, $\alpha= 4, 6, 8$ e 10 graus e ψ indicados, usando a equação 4.35.	50
Figura 5.2 - Gráficos (β_c x β_e) para $\theta= 30$ e 45 graus, $\alpha= 4$ graus, e ψ , indicados, usando a equação 4.35.	51

Figura 5.3 - Gráficos (β_c x β_e) para $\theta=14, 30$ e 45 graus, $\alpha= 4, 6, 8$ e 10 graus, e ψ , indicados, usando a equação 4.35.	52
Figura 5.4 - Gráfico que representa a relação entre ω_4 com ψ para aberturas de $45, 60, 75$ e 90 graus.....	53
Figura 5.5 - Gráficos(β_c x β_e) para todas configurações consideradas.....	54
Figura 5.6 – Perfil médio da superfície livre: perfil $S_2(h_c \geq h \geq h_o)$. (Fonte: Simões, 2010)	56
Figura 5.7 – Perfil médio da superfície livre: perfil $S_3(h_c > h_o > h)$ (Fonte: Simões, 2010)	57
Figura 5.8 – Comparação entre a Equação modificada 5.3 e os dados de Carvalho (1997), mostrando baixa correlação.	58
Figura 5.9 - Comparação entre a formulação de Pfister e Hager (2010) e modelo proposto... ..	59
Figura 5.10 - Comparação entre a formulação de Pinto (1991) e modelo proposto.....	60
Figura 5.11 - Comparação entre a formulação de Rutschmann e Hager (1990) e modelo proposto.	61
Figura 5.12 - Comparação entre a formulação de Kökpınar e Gögüs (2002) e o modelo proposto.	62
Figura 5.13 - Comparação de dados da Barragem de Emborcação com as previsões de β para aeração pela superfície inferior do jato aerador.....	64
Figura 5.14 - Comparação de dados de Barragem Foz de Areia com os valores de coeficientes de incorporação de ar na camada inferior do jato de aeradores de fundo.	64

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 - Critérios para prevenção de erosão por cavitação.	7
Tabela 3.2 - Problemas devido à cavitação em vertedores e descargas de fundo	10
Tabela 3.3 - Concentração média de ar em escoamentos aerados uniformes.....	17
Tabela 5.1 - Valores de constantes de ajuste para diversas aberturas da válvula de borboleta	53
Tabela 5.2 - Tipos de escoamentos de ar para os dados de Carvalho (1997).....	55

LISTA DE SÍMBOLOS

a = aceleração

A_a = área da seção transversal da tubulação atravessada pelo ar

A_w = área da seção transversal do canal atravessada pela água

B = largura do canal

c = coeficiente de descarga do duto de ar relacionada à diferença entre a pressão atmosférica e a pressão sob o jato de água

C = comprimento da tubulação de alimentação do ar

C = concentração do ar local definida como volume de ar por volume de água

C, C_1, C_2, C_3 = coeficientes de ajustes que dependem das geometrias do aerador e do vertedor

C_a = coeficiente de vazão de ar do aerador

C_e = concentração média do ar no escoamento uniforme

c_L = coeficiente que quantifica a intensidade laminar

C_R = coeficiente de resistência de ar ao escoamento

d = altura do degrau

D = diâmetro da tubulação de adução de ar

D_h = diâmetro hidráulico

D^* = razão dada por cA/B

E = distância horizontal média entre a cavidade e o meio externo; espessura horizontal do jato

e = espessura do jato no ponto de lançamento

Eu = número de Euler

f = fator de resistência ou cisalhamento para escoamentos não aerados; símbolo representativo de função

f_e = fator de resistência ou cisalhamento para o escoamento aerado

Fr = número de Froude do escoamento

Fr_c = número de Froude crítico

g = aceleração de gravidade

H = carga do vertedor

h = profundidade de água segundo a normal à direção do escoamento; espessura vertical média do jato

h_c = altura crítica do escoamento

H_0 = altura de água acima da soleira

H_s = perda de carga entre o ponto de início de aeração e o nível do reservatório

i = declividade longitudinal do leito

K = constante de ajuste

k_s = rugosidade absoluta equivalente

L_j = comprimento do jato

m = massa do fluido

p = pressão reinante na cavidade gerada pela deflexão do jato

p_a = pressão atmosférica local

p_v = pressão do vapor do líquido

q = vazão do escoamento aerado

Q_a = vazão de ar enlaçada pelo escoamento de água; vazão de ar succionada pelo escoamento de água

Q_w = vazão de água no canal

q_w = vazão de água por unidade de largura do canal

r = raio de curvatura no plano vertical do fundo do canal (positivo, se côncavo)

Re = número de Reynolds

SC = superfície de controle

T = parâmetro de turbulência

t = tempo

V = Velocidade do escoamento de água

VC = volume de controle

$V_{c=90\%}$ = velocidade correspondente à profundidade característica $Y_{c=90}$

vol = volume

V_x = velocidade na direção x

V_y = velocidade na direção y

We = número de Weber

X = distância ou coordenada horizontal

x_s = coordenada longitudinal medida a partir da crista do vertedor; ponto de afloramento da camada limite

Y = distância ou coordenada vertical

$Y_{c=90}$ = profundidade característica do escoamento aerado em que a concentração do ar é de 90%

y_w = profundidade característica do escoamento de água

z = elevação

ψ = abertura da válvula borboleta no duto de adução de ar

$\vec{F}$ = força

$\dot{Q}$ = potência térmica introduzida ou retirada

$\dot{W}$ = trabalho por unidade de tempo retirada ou introduzido através da fronteira do volume de controle

ν = viscosidade da água

α = ângulo de inclinação da rampa

β = coeficiente de incorporação de ar no escoamento de água ($=Q_a/Q_w$)

γ = peso específico do fluido

δ = espessura da camada limite

Δh = perda de energia

Δy = altura do rampa do aerador

ε = coeficiente de ajuste obtida por regressão linear para protótipos; expoente de equação empírica

θ = ângulo do fundo do canal com o plano horizontal

λ = comprimento relativo do jato

ξ = coeficiente de ajuste obtidos por regressão linear

ρ_a = massa específica de ar

ρ_w = massa específica da água

σ = índice de cavitação do escoamento

σ_c = índice de cavitação crítico

$\omega, \omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6, \omega_7, \omega_8, \omega_9$ = coeficientes de ajuste das equações

1 INTRODUÇÃO

A construção de grandes aproveitamentos hidroelétricos em rios é uma realidade em várias partes do mundo, sendo por isso importante a segurança destas estruturas. Não é preciso dizer que o seu colapso causa grandes problemas para as populações a jusante, sempre envolvendo problemas econômicos às instituições envolvidas no setor.

Os vertedores são estruturas hidráulicas de vital importância para a segurança de barragens, porém variáveis físicas como, por exemplo, as altas velocidades combinadas com pressões baixas, podem induzir a cavitação no fundo e nos lados do canal do vertedor, causando erosões graves do concreto que, por vezes, podem comprometer a estabilidade da barragem.

Entre as várias medidas de proteção destas estruturas, o enlaçamento de ar por meio de aeradores de fundo em vertedores de barragens é uma técnica simples e economicamente viável para evitar o fenômeno da cavitação. As outras opções requerem técnicas de tratamento superficial do concreto bastante severas, o que eleva o custo do empreendimento. Como já mencionado, a importância da implantação de aeradores de fundo se torna evidente quando se considera o custo de uma barragem e as questões de segurança que envolvem a sua estabilidade.

Devido à ação devastadora da cavitação em estruturas hidráulicas, a partir de meados do século passado foram direcionados os esforços de diversos pesquisadores em diferentes partes do globo, visando a definição de critérios para projetos de obras hidráulicas sujeitas à cavitação, o estabelecimento de requisitos de acabamentos de superfície e o uso de aeração induzida, geralmente utilizando resultados de “estudos de caso”. A par de estudos em modelos reduzidos, tem-se desenvolvido modelos matemáticos para predizer a relação entre a vazão de ar introduzida e a vazão de água que passa pelo aerador. Várias formulações existentes na literatura são de origem empírica, mas que dão bons resultados do ponto de vista de engenharia. Da revisão da literatura, nota-se que o desenvolvimento de uma formulação com bases físicas como uma ferramenta de projeto ou pré-projeto destes dispositivos ainda está em aberto, sendo justificável efetuar pesquisas neste sentido.

É sabido (LIMA, 2003) que escoamentos ao longo de vertedores em canais tornam-se aerados devido ao contato entre a superfície livre da água e o ar. A aeração pode ocorrer de forma natural ou induzida, sendo que neste último caso, a introdução do ar tem sempre como objetivo principal a prevenção da ocorrência da cavitação.

O entendimento do escoamento em torno de aeradores de fundo em escoamentos de alta velocidade para prevenir a cavitação é o foco desta pesquisa, que se concentra especialmente na introdução de ar nesses escoamentos e na proposição dum modelo matemático que seja prático e de fácil uso na fase de pré-dimensionamento de aeradores de fundo.

2 OBJETIVOS

Seguindo as considerações tecidas na Introdução, a quantificação da aeração induzida em aeradores de fundo ainda repousa grandemente em formulações empíricas e análises dimensionais, o que limita a aplicabilidade geral das equações. Partindo desse fato e considerando a importância dos aeradores em projetos de vertedores de barragens, o presente trabalho teórico visa atingir os seguintes objetivos:

- Através da análise do estado de arte sobre os conceitos ligados ao mecanismo de aeração de vertedores, buscar um melhor entendimento dos fenômenos relevantes;
- Propor um modelo matemático fundamentado nas leis de conservação de massa, quantidade de movimento e de energia que quantifique o coeficiente de incorporação de ar em escoamentos de alta velocidade;
- Efetuar uma análise comparativa dos resultados obtidos experimentalmente e os dados teóricos do modelo.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 Cavitação

Cavitação é definida como o processo de formação de bolhas ou cavidades locais no seio de um líquido, devido à redução de pressão abaixo da pressão de vapor. Estas cavidades são causados pela presença de gases dissolvidos ou líquidos evaporáveis. Os núcleos, como o gás ou ar comprimido, devem estar inicialmente dissolvidos no líquido, sendo estes responsáveis pela ocorrência mais comum da cavitação em máquinas e estruturas hidráulicas. Baixas pressões associadas a velocidades elevadas que ocorrem normalmente em vertedores criam situações que propiciam a cavitação. Quando a pressão da água aumenta em torno da região a jusante da região de indução de cavitação, as bolhas ou cavidades colapsam. As implosões ocorrerem em alta frequência, e pressões de cavitação foram registrados em torno de 1500 MPa (LESLEIGHTER, 1983). Quando as implosões ocorrem perto de um contorno sólido, como por exemplo a superfície de concreto de um canal, as pressões instantâneas geradas pela implosão podem resultar em ruptura por fadiga e posterior remoção de pequenas quantidades de material de superfície. A contínua remoção do material de superfície pode causar danos significativos da estrutura (KELLS e SMITH, 1991).

Gikas (1986) define a cavitação como sendo a sequência do crescimento e implosão de bolhas ou cavidades desencadeada pela existência num líquido de um campo de pressões particular em cujo interior se atingem pressões suficientemente reduzidas.

Vale frisar que, apesar dos efeitos negativos da cavitação, ela tem várias aplicações industriais, onde se requer concentração de energia em pequenas superfícies de modo a produzir neles grandes picos de pressão. Como exemplo destas aplicações, cita-se a limpeza de superfícies por meio de ultrasons ou jatos cavitantes; dispersão de partículas no meio líquido; produção de emulsões e no campo da engenharia médica, além do seu uso na massagem terapêutica e na destruição de bactérias (KHATSURIA, 2005).

3.1.1 Espécies de cavitação

Segundo Khatsuria (2005) existem duas espécies de cavitação: vaporosa e gasosa. Ocorre a cavitação gasosa quando há uma grande quantidade de gases suspensos na água ou o processo cavitante é lento. Este fato permite que o aumento de quantidade de ar no interior da

bolha de vapor, como consequência da desgaseificação do líquido. Devido ao aumento do volume de gás, tanto o crescimento quanto o colapso das bolhas são mais lentos, fazendo com que a cavitação gasosa não seja tão agressiva. A cavitação vaporosa, por outro lado, ocorre quando não há ar dissolvido no escoamento de água, o que induz que no interior das bolhas haja somente o vapor. Neste caso, as pressões geradas pelo rompimento das bolhas são elevadas, causando danos às estruturas hidráulicas.

Segundo Pinto (1988), a cavitação que ocorre nas estruturas hidráulicas é vaporosa, sendo um fenômeno que ocorre em fluidos em alta velocidade. O colapso das bolhas de ambas as espécies (gasosa e vaporosa) ocorre em concomitância com fenômenos de naturezas diferentes: Condensação para a cavitação vaporosa (fenômeno termodinâmico) e difusão para a gasosa (fenômeno de transporte).

3.1.2 Tipos de cavitação

De acordo com Knapp, Daily e Hammitt (1970), a classificação da cavitação tendo em conta o meio onde ocorre e as suas características físicas pode ser dividida nos seguintes tipos:

Cavitação móvel: consiste em um conjunto de cavidades individuais transitórias, que se formam no líquido e se movem juntas enquanto se expandem, retraem e implodem. As alterações nas características físicas das cavidades se dão à medida que acompanham o líquido através do campo de pressões.

Cavitação fixa: trata-se da cavidade formada quando o escoamento líquido se desprende da parede de um corpo rígido, formando uma bolsa presa a esta parede. Algumas vezes ocorre uma ação cíclica na qual a cavidade fixa pode crescer e então entrar em colapso por um processo de “entrada de líquido” pela extremidade de jusante da cavidade e enchimento da sua parte traseira. Esta cavidade pode terminar sobre o corpo ou envolvê-lo completamente, fechando-se sobre si mesma bem a jusante do corpo, caso conhecido também como supercavitação.

Cavitação vibratória: trata-se de cavitação que ocorre com velocidades de escoamentos baixas. Tipicamente um dado elemento líquido fica exposto a muitos ciclos de cavitação, causados por uma série contínua de pulsações de pressão de elevada amplitude e alta frequência.

Cavitação em corpos em movimento: não há diferença essencial entre a cavitação numa corrente líquida e a cavitação num corpo em movimento no meio de um líquido em

repouso, dado que os fatores importantes são a velocidade relativa e a pressão absoluta. A diferença essencial está no nível de turbulência do líquido estacionário, que é muito baixo.

Cavitação tipo vórtice: são cavidades encontradas nos núcleos de vórtices que se formam em zonas de cisalhamento elevado. Podem ser cavidades fixas ou móveis. Ocorrem, por exemplo, nas pontas de hélices e recebem freqüentemente o nome de cavitação de extremidade.

3.1.3 Número de cavitação

Os parâmetros hidráulicos mais importantes para avaliar o risco de cavitação são velocidade do escoamento V , a pressão atmosférica p_a , as amplitudes das flutuações da pressão p e a pressão de vapor do líquido p_v (uma função da temperatura local).

O efeito do colapso da bolha de vapor (geralmente indicado por uma pressão) é proporcional à velocidade média (ou a uma potência da velocidade) e isto está convenientemente introduzido no assim denominado índice de cavitação, apresentado geralmente na forma:

$$\sigma = \frac{p - p_v}{\frac{\rho_w V^2}{2}} \quad (3.1)$$

Para um vertedor com curvatura vertical e desprezando a entrada de ar, a pressão local p pode ser calculada como:

$$p = p_a + \rho_w h \left(g \cos \theta \pm \frac{V^2}{r} \right) \quad (3.2)$$

Para avaliar o risco de cavitação, o índice de cavitação para o escoamento é calculado pela expressão:

$$\sigma = \frac{\frac{p_a}{\gamma} - \frac{p_v}{\gamma} + h \cos \theta + \frac{h}{g} \frac{V^2}{r}}{\frac{V^2}{2g}} \quad (3.3)$$

em que:

p_a – pressão atmosférica local;

γ – peso específico da água;

p_v – pressão de vapor de água;

θ – ângulo do fundo do canal com o plano horizontal;

g – aceleração de gravidade;

V – velocidade média da água;

r – raio de curvatura no plano vertical do fundo do canal (positivo, se côncavo);

h – profundidade de água segundo a normal à direção do escoamento.

A possibilidade de ocorrência de cavitação é verificada comparando-se este índice de cavitação do escoamento (σ) com o índice de cavitação crítico (σ_c) obtido experimentalmente para o tipo e dimensões das irregularidades que podem interferir no escoamento.

Segundo Pinto (1988), para uma superfície de concreto satisfatoriamente bem acabada, em que irregularidades graduais são limitadas a um chanfro máximo de razão altura/comprimento de 1:20, tem-se um índice de cavitação crítico de 0,25. Se o número de cavitação estiver abaixo deste limite, a aeração é a melhor alternativa para prevenir a cavitação.

Baseado em observações de protótipos de vertedores, Falvey (1990) sumariza critérios considerando índices de cavitação críticos que podem ser usados para prevenir a erosão por cavitação, como mostrado na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Critérios para prevenção de erosão por cavitação.

Número de cavitação σ	Exigências do projeto
>1.80	Nenhuma proteção contra a erosão por cavitação é requerida.
0.25–1.80	O contorno sólido pode ser protegido por tratamento superficial, por exemplo, suavizando todas irregularidades de superfície.
0.17–0.25	Modificação do projeto, por exemplo, através do aumento da curvatura do contorno sólido.
0.12–0.17	Proteção por aeração induzida por aeradores do tipo ranhura ou degrau.
<0.12	O contorno sólido não pode ser protegido e deve-se assumir outra configuração

(Fonte: Falvey, 1990, página 76)

3.2 Cavitação em estruturas hidráulicas

Como já comentado, a cavitação danifica os contornos sólidos do escoamento, por remoção da sua camada superficial. Segundo Knapp, Daily e Hammitt (1970), a cavitação pode danificar todos os tipos de sólidos, ou seja, qualquer tipo de metal, dútil ou quebradiço duro ou macio, quimicamente ativo ou inerte, plástico, borracha, vidro, concreto, etc.

No caso de vertedores e canais, a maior parte dos “acidentes” observados foi causada por altas velocidades e baixas pressões, associadas a pequenos índices de cavitação, assim

como a irregularidades nas superfícies de concreto. A Figura 3.1 mostra a sequência usual do fenômeno em vertedores. Na região de baixa pressão são geradas as cavidades (bolhas de vapor) que implodem quando atingem regiões de pressão mais elevada no escoamento (SCHULZ et al., 2010). Algumas irregularidades de superfície e causas frequentes da ação erosiva da cavitação em vertedores são mostradas esquematicamente na Figura 3.2.

Figura 3.1 - Esquema da geração de cavidades e sua implosão junto ao fundo de um vertedor.
(Fonte: Schulz et al., 2010, página 2)

Figura 3.2 - Classificação das irregularidades dos contornos sólidos e localização das áreas atingidas pela ação erosiva da cavitação (Fonte: Falvey, 1990, página 15).

O desenvolvimento da erosão por cavitação no concreto é semelhante ao que ocorre em superfícies metálicas e a deterioração ocorre rapidamente após o início de exposição ao fenômeno, promovendo à superfície de concreto uma aparência áspera e esburacada. A Figura 3.3, ilustra o efeito catastrófico da cavitação sobre um túnel vertedor submetido a altas velocidades associadas a baixas pressões.

Figura 3.3 - Erosão por cavitação em um túnel vertedor da Barragem Glen Canyon, Colorado, em 1983 (Fonte: Falvey, 1990, página 82).

Microfissuras na superfície do concreto, bem como entre a argamassa e os agregados, contribuem para que os danos provocados pela cavitação sejam majorados. Nas regiões microfissuradas do concreto as ondas compressivas de água podem causar tensões de tração que propagam as microfissuras já existentes. A repetição do esforço causado pelas ondas pode fazer com que o material se deteriore e que pedaços do mesmo se descolem, criando saliências na superfície. Serra (1986) resume que a erosão por cavitação tende a desgastar a argamassa, promovendo o descolamento dos agregados. Uma vez ocorrido o desgaste, ele só tende a aumentar a intensidade da cavitação, pois com a deterioração da argamassa, os agregados compõem novas irregularidades, favorecendo o fenômeno cavitante. Finalmente, quando os danos causados alteram o perfil do escoamento, outros esforços podem surgir, comprometendo a estabilidade das camadas de concreto mais aparentes. Fadiga devido a vibrações e batimentos da água em alta velocidade nas superfícies irregulares pode ocorrer, sobrecarregando a superfície em questão.

Danos causados pela ação da cavitação foram observados ao longo de vários anos em estruturas hidráulicas, principalmente em vertedores e túneis de descarga. As descargas de fundo estão mais sujeitas a dano de cavitação a jusante das comportas de controle e em pontos de tangência de curvas verticais com trechos geralmente pouco inclinados a jusante devido à ausência (estágio inicial de crescimento) da camada limite. Um resumo de estruturas hidráulicas danificadas pela ação da cavitação é apresentada na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 - Problemas devido à cavitação em vertedores e descargas de fundo

Barragem	Ano	Observações
Sarrans, França	1935	Degradação bastante severa do concreto a jusante da curva.
Boulder, Colorado, EUA	1941	Dano de cavitação durante pequenas descargas devido a curva negativa do vertedor.
Hoover, EUA	1941 1983	Dano por cavitação em 1941, reparado e danificado de novo em 1983.
Grand Coulee, EUA	1960	Dano de cavitação no canal devido a mudança brusca da direção do escoamento.
Palisades, Idaho, EUA	1964	Danos a jusante das comportas de entrada
Aldea-daVila, Portugal	1966	Danos de cavitação no vertedor subterrâneo auxiliar.
Yellowtail, Montana, EUA	1967	Pequenas erosões iniciadas em irregularidades abruptas na curva.
Tuttle Creek, Colorado, EUA	1967	Cavitação no concreto a jusante da placa de vedação.
Tarbela, Paquistão	1977	Cavitação no vertedor subterrâneo devido a irregularidades na superfície da estrutura
Karun, Irão	1977	Dano no canal do vertedor induzido pelas irregularidades da superfície de concreto e devido as altas velocidades.
Glen Canyon, Colorado, EUA	1983	Grande dano no vertedor subterrâneo (com cerca de 11m de profundidade e 50 m de comprimento) devido a cavitação inicial.

(Fonte: Chanson, 1988; Pinto, 1988; Kramer, 2004)

3.3 Métodos de prevenção da cavitação

Segundo Chanson (1994), os danos por cavitação podem ser reduzidos ou eliminados com as seguintes providências: 1- diminuição do número crítico de cavitação, por exemplo, através da remoção de irregularidades na superfície do concreto; 2- aumento da capacidade de resistência à cavitação do material superficial, por exemplo, através de revestimentos de aço; 3- combinação das providências 1 e 2; 4- direcionamento das bolhas de cavitação de forma

que colapsem longe das superfícies do vertedor e 5- indução de escoamento combinado de ar e água.

A seguir apresentam-se resumidamente as medidas de prevenção contra a cavitação.

3.3.1 Modificação do número crítico de cavitação

A prevenção de ocorrência de cavitação pode ser feita pela eliminação de condições favoráveis à separação do escoamento, através de construção de superfícies muito bem acabadas e execução de juntas de construção perfeitamente niveladas, sem ressaltos salientes ou reentrantes (KELLS e SMITH, 1991).

Esta prevenção pode também ser feita através da limitação da velocidade do escoamento em níveis não cavitantes, porém velocidades de escoamento menores são obtidas com rampas ou túneis menos inclinados, o que torna a obra mais cara.

As providências mencionadas alteram o número crítico de cavitação.

3.3.2 Controle da posição do colapso das cavidades

Outra possibilidade para prevenir a cavitação, segundo Kramer (2004) é o uso de formas especiais que provoque o descolamento da veia líquida de modo que as bolhas ou cavidades colapsem no seio do líquido longe das superfícies sólidas do contorno. São exemplos de aplicação desta técnica os blocos de queda e de amortecimento de bacias de dissipação de energia por ressalto hidráulico. No caso de vertedores, este procedimento não se aplica quando a estrutura é muito grande ou nos casos em que as condições de escoamento não são passíveis de controle ao grau requerido (KELLS e SMITH, 1991).

3.3.3 Aumento da resistência do concreto

O aumento da resistência da superfície do concreto ao dano de cavitação pode ser feito através do uso de revestimento de aço, concretos impregnados com polímeros e resinas epóxi e concretos com fibras (fiber reinforced concrete).

O revestimento de aço é empregado em áreas relativamente pequenas, sendo a sua aplicação mais comum feita a jusante de comportas nos condutos de obras de descarga.

Os concretos impregnados de polímeros e os concretos de resinas epóxi têm resistências à erosão por cavitação muito superiores às do cimento comum. É particularmente

vantajosa a sua utilização nas zonas de ligação entre concretos antigos e novos, enchimento de fendas e nas zonas em que a blindagem encontra-se desligada do concreto (CARVALHO, 1997).

3.3.4 Aeração

Para que se possa utilizar o termo sem dúvidas, menciona-se que a absorção de ar pela água é comumente denominada de aeração. Esta pode ocorrer de forma natural ou artificial (CHANSON, 1996). A aeração é geralmente indicada como a técnica mais prática e de menor custo para prevenir a cavitação em vertedores e obras de descarga. A aeração é efetuada na região próxima ao fundo do canal, onde a implosão das bolhas de cavitação são amortecidas pelas bolhas de ar.

Os métodos referidos nos parágrafos anteriores são descritos com mais pormenores em Vischer (1988), Kells e Smith (1991), Hamilton (1983), Falvey (1990), Chanson (1992), Serra (1986), Borsari (1986), Carvalho (1997) entre outros. Vale frisar que o enlaçamento natural do ar em um escoamento em canal ou vertedor inicia quando a camada limite turbulenta aflora na superfície livre da água. Escoamentos como este são ditos auto-aerados. Contudo, a aeração induzida é muitas vezes a única solução viável para proteger estruturas hidráulicas quando as baixas pressões e as altas velocidades não podem ser evitadas.

O arraste de ar pode ser notado pela mudança na aparência da água, de claro e brilhante para branco, leitoso e irregular (SERRA, 1986). Denomina-se comumente esta transição de “águas pretas” para “águas brancas”.

Para o projetista, o conhecimento do campo de concentração de ar no escoamento é muito importante, visto que o escoamento da mistura água-ar é mais turbulento que o escoamento não-aerado. Isso implica em mais cuidados na construção do fundo e das paredes laterais do canal.

3.4 Aeração natural em vertedores

A incorporação do ar é um processo natural em escoamentos livres. O mesmo ocorre em vertedores. Quando a água proveniente do reservatório é descarregada no vertedor, a sua superfície livre apresenta inicialmente uma aparência lisa, como ilustra o esquema da Figura 3.4. Também é natural formar-se, no contorno sólido dos escoamentos, a camada-limite

fluidodinâmica que, para grandes números de Reynolds, converte-se rapidamente em uma camada-limite turbulenta. Esta camada limite cresce gradualmente até atingir a superfície livre da água, causando nela perturbações turbulentas e fazendo com que o ar seja arrastado para o seio da água (enlaçamento do ar). O ponto onde começa este processo é chamado ponto de início de aeração ou ponto de interceptação.

De acordo com Pinto (1988), para vazões específicas inferiores a $10 \text{ m}^3/\text{sm}$, este mecanismo tem se mostrado eficiente em prevenir qualquer dano devido à cavitação, mesmo em superfícies relativamente irregulares. Com o aumento da vazão unitária, geralmente decorrente do aumento da profundidade da água, a turbulência gerada junto ao fundo necessita maior extensão ao longo do escoamento para aflorar na superfície. Da mesma forma, a aeração iniciada na superfície de água necessita de maior extensão para atingir o contorno sólido no fundo. Percebe-se que, no caso de grandes vertedores, com altas velocidades associadas a grandes descargas específicas, a aeração natural dificilmente atingiria a superfície do vertedor ao longo de toda a sua extensão e, quando viesse a atingi-la, em vertedores longos, os danos de erosão por cavitação já teriam ocorrido em algum trecho a montante.

Figura 3.4 - Regimes de escoamento quanto à aeração natural (adaptado de Chanson, 1993)

Chanson (1993) identifica três regiões distintas quanto à aeração natural de escoamentos em vertedores:

- Região onde não há entrada de ar porque a camada limite turbulenta não atingiu a superfície livre;
- Região onde se inicia a entrada de ar no escoamento e o perfil de concentração de ar normal ao fundo não é constante ao longo do escoamento (longitudinal);
- Região onde a entrada de ar está totalmente estabelecida e o perfil de concentração de ar normal ao fundo é constante ao longo do escoamento (longitudinal).

A região intermediária entre o ponto de início de aeração e a região do escoamento uniforme pode ainda ser dividida em duas sub-regiões. A primeira na qual a aeração não atingiu o fundo do canal e a segunda na qual o ar atingiu o fundo do canal mas o perfil de concentração normal ao fundo não é uniforme e varia ao longo do escoamento, conforme mostrado na Figura 3.4.

Segundo Wood (1991), os principais parâmetros envolvidos no estudo da aeração natural em vertedores são:

- a localização do ponto de início de aeração;
- cálculo do regime parcial e totalmente aerado incluindo a concentração média do ar e a profundidade de água no escoamento aerado;
- cálculo da velocidade do ar e da água no escoamento aerado.

Localização do ponto de início de aeração

Existem diversas equações empíricas provenientes de várias pesquisas que prevêem a localização do ponto de início de aeração, com precisão adequada aos propósitos da engenharia.

A partir de dados experimentais, Bauer (1954) sugeriu a seguinte equação para o desenvolvimento longitudinal da camada limite:

$$\frac{\delta}{x_s} = 0,0447 \left(\frac{x_s}{k_s} \right)^{-0,154} \quad (3.4)$$

Posteriormente outra estimativa da espessura da camada limite para vertedores foi feita por Campbell, Cox e Boyd (1965):

$$\frac{\delta}{x_s} = 0,08 \left(\frac{x_s}{k_s} \right)^{-0,233} \quad (3.5)$$

Ainda outra formulação foi apresentada posteriormente por Wood, Ackers e Loveless (1983):

$$\frac{\delta}{x_s} = 0,0212 \left(\frac{x_s}{H_s} \right)^{0,11} \left(\frac{k_s}{x_s} \right)^{0,10} \quad (3.6)$$

em que δ é a espessura da camada limite, x_s é a coordenada longitudinal medida a partir da crista do vertedor, k_s é a rugosidade absoluta equivalente e H_s é a perda de carga entre o ponto de início da aeração e o nível do reservatório.

As Equações 3.4 a 3.6 são relações empíricas e não se pode garantir que sejam independentes da geometria do vertedor. Baseado na análise de dados da literatura e em seus experimentos laboratoriais, Hager e Blaser (1998) propuseram uma outra equação para a determinação do ponto de início de aeração, a qual insere o ângulo de inclinação do vertedor θ como variável relevante, na seguinte forma:

$$\frac{x_s}{h_c} = 16(\sin\theta)^{-0,60} \left(\frac{k_s}{h_c} \right)^{-0,08} \quad (3.7)$$

em que x_s é ponto de afloramento da camada limite (origem da aeração ou, o que é equivalente, onde a profundidade do escoamento coincide com a espessura da camada limite) e h_c é a altura crítica do escoamento.

Fernando e Rico (2002) fundamentaram sua análise na equação de Wood, Ackers e Loveless (1983) e em dados experimentais, apresentando então a seguinte equação:

$$x_s = \left[\frac{q}{0,056443 \cdot k_s^{0,056} \cdot (\sin\theta)^{0,34}} \right]^F \quad (3.8)$$

em que: q é a vazão do escoamento aerado e $F = [1,46443 \cdot k_s^{0,0054} \cdot (\sin\theta)^{0,0027}]^{-1}$

As expressões acima são válidas para vertedores com declividade do canal de 5° a 70° , com vazões entre $0,5$ a $20 \text{ m}^3/\text{sm}$ e rugosidade da superfície entre $0,001\text{m}$ a $0,003\text{m}$.

Essas equações são para aeração natural, que geralmente é suficiente para descargas relativamente pequenas.

Avaliação da Concentração média do ar

A quantidade de ar presente no seio do escoamento é definida em termos da concentração média do ar. Chanson (1996) analisou o escoamento aerado uniforme, e para determinar a concentração média do ar, propôs a seguinte expressão:

$$C_e = \frac{1}{Y_{c=90}} \cdot \int_{y=0}^{y=Y_{c=90}} C \cdot dy \quad (3.9)$$

em que,

C_e = concentração média do ar;

C = concentração de ar local;

$Y_{c=90}$ = profundidade onde a concentração do ar local é 90%.

Hager(1991) sugeriu que a concentração média de ar depende somente da declividade do canal vertedor, apresentando a expressão simples:

$$C_e = 0,75 \cdot (\text{sen}\theta)^{0,75} \quad (3.10)$$

Chanson (1996) avaliou dados de outros autores (Straub e Anderson, 1958 e Wood, Ackers e Loveless, 1983) tendo concluído que a proposta de Hager (1991) é adequada, mas com outros coeficientes ajustáveis.

$$\text{Chanson (1991) sugeriu: } C_e = 0,9 \cdot \text{sen}\theta; \quad \theta \leq 50^\circ \quad (3.11)$$

Adicionalmente, analisando dados de rios em montanhas e canais irregulares com diferentes rugosidades, o autor ainda sugeriu outros coeficientes, inclusive introduzindo o ajuste de um coeficiente independente, levando a uma equação final da forma:

$$C_e = 1,44 \cdot \text{sen}\theta - 0,08 \quad (3.12)$$

Observa-se, neste conjunto de equações, que a declividade da rampa surge como o parâmetro de maior relevância no estabelecimento da concentração média.

Distribuição da velocidade

Dados do vertedor da barragem Aviemore obtidos por Cain (1978) e de modelos reduzidos (CAIN e WOOD, 1981b e CHANSON, 1988) indicaram que a distribuição das velocidades da mistura ar-água não é afetada pela presença de bolhas de ar, sendo bem representada pela expressão:

$$\frac{V}{V_{90}} = \left(\frac{y}{Y_{c=90}} \right)^{1/6,0} \quad (3.13)$$

em que V é a velocidade local e V_{90} é a velocidade correspondente à profundidade $Y_{c=90}$. Esta equação é válida para concentrações de ar entre 0 a 50% (fração de vazios). Como essa faixa engloba o valor da fração de vazios encontrada na região do escoamento aerado uniforme, subentende-se que a presença de ar não afeta o perfil de velocidade nesta região.

Fator de resistência ou de cisalhamento

Chanson (1996) reavaliou os dados da literatura de protótipos e de modelos (STRAUB e ANDERSON, 1958) e comparou com a análise feita por Wood (1985), fornecendo para vertedores a seguinte equação para o fator de resistência ou cisalhamento:

$$\frac{f_e}{f} = 0,5 \cdot \left[1 + \tanh \left(0,628 \cdot \frac{0,514 - C_e}{C_e \cdot (1 - C_e)} \right) \right] \quad (3.14)$$

em que,

f = fator de resistência ou cisalhamento para escoamentos não-aerados;

f_e = fator de resistência ou cisalhamento para escoamento aerado.

A Tabela 3.3 mostra valores de f_e/f para canais com diferentes declividades e, consequentemente, diferentes concentrações médias.

Tabela 3.3 - Concentração média de ar em escoamentos aerados uniformes.

Declividade do canal vertedor Θ (°)	Concentração média de ar C_e	$Y_{c=90}/y_w$	f_e/f
0,0	0,0	1,0	1,0
7,5	0,1608	1,192	0,964
15,0	0,2411	1,318	0,867
22,5	0,3100	1,449	0,768
30,0	0,4104	1,696	0,632
37,5	0,5693	2,322	0,430
45,0	0,6222	2,647	0,360
60,0	0,6799	3,124	0,277
75,0	0,7209	3,583	0,215

(Fonte: Chanson, 1996, página 117)

Para obter a profundidade característica do escoamento, y_w , Chanson (1996) apresentou a equação 3.15 que está de acordo com a formulação de Wood, Ackers e Loveless (1983) para canais largos com escoamento uniforme, na forma:

$$y_w = \sqrt[3]{\frac{q_w^2 \cdot f_e}{8 \cdot g \cdot \sin \theta}} \quad (3.15)$$

A breve revisão apresentada neste item pretendeu fornecer uma visão dos parâmetros mais importantes no estudo da entrada de ar em aeração natural.

Em qualquer momento do presente texto pode-se eventualmente questionar: havendo turbulência no escoamento e estando sua superfície superior sujeita a esta turbulência, então há quebra da superfície e incorporação de ar. Por que, então, usar aeradores de fundo? A resposta também está fornecida nesta breve revisão, no sentido de que grandes velocidades e espessuras de água exigiriam vertedores muito longos para que o ar enlaçado chegasse ao fundo e fosse capaz de protegê-lo. Mesmo nesse caso, todo o espaço a montante dessa região protegida estaria desprotegido.

Ilustrando com números esta afirmação, Khatsuria (2005) menciona testes em alguns vertedores, nos quais uma vazão unitária de $4 \text{ m}^3/\text{s.m}$ impôs o início da aeração a 30 m da crista, enquanto que uma vazão unitária de $18 \text{ m}^3/\text{s.m}$, impõe que este início ocorra a 100 m de distância da crista.

3.5 Aeração Induzida

O texto até agora apresentado enfatiza que a incorporação do ar na camada inferior do escoamento de altas velocidades em vertedores, protege as superfícies contra o dano de cavitação. De acordo com Falvey (1990), com velocidades superiores a 20 até 30 m/s, a tolerância a cavitação torna-se crítica e o custo de materiais resistentes a esta cavitação eleva-se substancialmente. Assim, considerando os custos, é usual proteger a superfície de vertedores com aeradores de fundo ou mesmo nos lados da estrutura. Entretanto, ainda não se comentou como se verificou que a aeração é efetiva contra a erosão por cavitação, nem se enfatizou o mecanismo básico que é explorado nesta proteção.

Peterka (1953) relatou ensaios de laboratório realizados em um equipamento de cavitação tipo Venturi, nos quais a erosão foi induzida através de cavitação. O autor relatou que percentagens de ar da ordem de 7 a 8%, em volume, praticamente eliminaram nos testes qualquer ação erosiva da cavitação. Os resultados dos ensaios foram elegantemente apresentados em forma de gráfico relacionando a perda de material (em Kg) com a concentração (%) de ar injetado no escoamento, conforme ilustrado na Figura 3.5. Nota-se que este estudo relacionou de forma direta os aspectos que interessam aos engenheiros: material degradado (erodido) e concentração de ar (elemento protetor), tendo-se tornado um estudo de referência para os aprofundamentos posteriores.

Figura 3.5 - Perda de concreto (P) por efeito da cavitação em função da percentagem de ar $V_{ar}/V_{água} \cdot 100$ (%). (Fonte: Pinto, 1988, página 93).

Experiências posteriores foram então executadas. Por exemplo, Russell e Sheenan (1974)¹ apud Pinto (1988), relatam que algumas amostras de concreto foram submetidas a velocidades da ordem de 46 m/s, em laboratório, confirmando que uma concentração de ar acima de 5-7% era suficiente para eliminar qualquer erosão.

Estes dois trabalhos clássicos serviram de base para muitos estudos sobre o fenômeno da aeração em vertedores de barragens. Tendo-se verificado que a presença de ar protege a superfície sólida que confina o escoamento, passou-se a averiguar o mecanismo subjacente que garante esta proteção. Inicialmente, como já descrito, reconheceu-se que a erosão por cavitação ocorria porque as cavidades implodiam próximo às superfícies sólidas, liberando grande energia e desagregando o material sólido. O mecanismo de proteção da superfície é essencialmente um “desvio preferencial da energia liberada”. Fornece-se ao escoamento elementos que se posicionam próximo às cavidades e que absorvem mais rapidamente e facilmente a energia liberada quando as cavidades implodem. Ou seja, ao invés de deformar a superfície sólida, essa energia deforma a bolha de ar que está próxima à implosão. De forma global, a mistura ar-água tem um índice de compressibilidade maior do que da água, sendo que liberações de energia são dissipadas por deformações que ocorrem no seio da própria

¹ RUSSELL, S.O; SHEEHAN, G.J. (1974). Effect of entrained air on cavitation damaged. Canadian Journal of Civil Engineering, v.1, p. 97-107.

mistura. Para que a aeração ocorra de forma útil (em tempos e espaços mais curtos), induz-se esta aeração utilizando-se “dispositivos aeradores” como defletores, degraus e ranhuras.

3.5.1 Aeradores de fundo

O aerador de fundo é um dispositivo que impõe um deslocamento da massa de água que escoar. De forma resumida, o dispositivo faz com que a água seja lançada para cima, formando um “salto ou jato” e permitindo a formação de uma cavidade com ar junto ao fundo. O ar na cavidade é enlaçado pelo escoamento da água e, a partir daí, forma-se um escoamento bi-fásico, constituído por ar e água, que se propaga para jusante. Um desenho esquemático de um aerador de fundo típico é mostrado na Figura 3.6.

Figura 3.6 - Geometria de um aerador de fundo
(Fonte: Volkart e Rutschmann, 1991, página 86).

Pinto (1988) descreve o mecanismo de ação do ar na proteção da superfície sólida selecionando duas características distintas. Por um lado, o início do fenômeno de cavitação é retardado e, possivelmente, o abaixamento de pressão é limitado pelo ar que é inserido na zona de baixa pressão. Por outro, como já descrito anteriormente, a pressão resultante do colapso das cavidades de vapor de água é reduzida pelo efeito amortecedor da bolha de ar que, adicionalmente, diminui a celeridade das ondas de choque e, conseqüentemente o impacto sobre o contorno sólido. O ar é geralmente introduzido nos pontos onde o assim denominado índice de cavitação (ou número de cavitação) é menor que o valor crítico.

A presença do aerador causa uma mudança brusca na distribuição de pressões e intensifica a turbulência do escoamento. Junto ao aerador são gerados vórtices que arrastam o

ar através da interface ar-água que se forma entre o escoamento de água e a cavidade de ar junto ao fundo. A turbulência gerada vence os efeitos da tensão superficial e a camada inferior do escoamento de água é rompida facilitando a incorporação do ar nele. Esta turbulência é gerada e intensificada devido às variações de velocidade que resultam do rearranjo do campo de pressões junto ao aerador (PINTO, 1988). Em suma, o aerador gera alterações súbitas que deslocam a massa de água, produzem um salto de pressão junto ao fundo, impõem rearranjos de velocidades e intensificam a turbulência e os vórtices existentes no escoamento.

Junto ao fundo do canal, a intensidade da turbulência é naturalmente maior devido aos efeitos da camada limite que se sobrepõem aos da aceleração convectiva. Com a incorporação do ar no escoamento de água, forma-se uma mistura bifásica fácil de observar (água branca). Uma vez estabelecido o escoamento aerado a jusante do aerador, o campo das pressões é normalizado e o ar incorporado tende a subir devido a ação da gravidade (empuxo) enquanto a mistura turbulenta naturalmente atua no sentido de homogeneizar a concentração de ar na água, ou seja, atua no sentido de evitar o escape de ar. Este fenômeno permite que a proteção à erosão por cavitação se estenda a jusante, pela manutenção do ar induzido pelo aerador no seio da água.

3.5.2 Tipos de aeradores de fundo

Segundo Kökpınar e Göğüs (2002), a construção e o desempenho de um aerador de fundo requer que sejam avaliados os parâmetros do escoamento no canal, como as velocidades e pressões, a quantidade de ar requerida e a geometria do aerador. Os aeradores devem atender a duas finalidades: produzir uma subpressão local de modo que o ar seja succionado em direção à água e fornecer a quantidade de ar necessária ao longo de todo o escoamento de modo a evitar a ocorrência de erosão por cavitação. Embora o uso de aeradores seja bastante comum, conforme ilustrado na Figura 3.7, o seu projeto, com previsão adequada da vazão de ar, ainda é realizado como “estudo de caso” para cada situação, não havendo procedimentos aceitos de forma geral.

Figura 3.7 - Aplicação prática de aerador num canal de vertedor, UHE Pedra do Cavalo.
(Fonte: Kökpınar e Gögüs, 2002, página 886)

Os aeradores mais simples e práticos são compostos de rampas, degraus e ranhuras ou uma combinação destes, instalados nas paredes e fundo das calhas e condutos das obras hidráulicas, como ilustrado na Figura 3.8.

Figura 3.8 - Tipos de aeradores de vertedores (Fonte: Falvey, 1990, página 60)

O defletor é comumente executado com material metálico quando não houve previsão de uso de tal dispositivo e são instalados após o surgimento de problemas com erosão devido

à cavitação. A altura destes dispositivos varia entre 0,10 a 1,00 m. Uma vantagem deste dispositivo é que, mesmo com altura pequena, este cria um comprimento do jato considerável. Por outro lado, uma desvantagem é o aumento de velocidade devido ao salto, resultando no aumento da produção de ondas de choque. A combinação do defletor (rampa) com os outros elementos mostrados na Figura 3.8 D/E tem dado ótimos resultados, uma vez que ele ajuda a produzir maiores sub-pressões sob o jato.

As ranhuras são freqüentemente usadas em túneis e a jusante de comportas. A profundidade dessas ranhuras se situa normalmente entre 1,00 a 2,50 m. A grande desvantagem deste dispositivo é que a camada inferior do escoamento tem pouco contato com o ar. A ranhura pode ser combinada com um defletor (Figura 3.8 F) ou com degrau (Figura 3.8 G) ou com ambos (Figura 3.8 E).

O degrau é utilizado no caso em que a aeração já tinha sido prevista no projeto do vertedor. Freqüentemente, a combinação do degrau com um defletor (Figura 3.8 D) tem surtido bons resultados, visto que o defletor proporciona um melhor desempenho para vazões pequenas enquanto que o degrau supre o espaço necessário sob o jato para a sua completa aeração, quando da ocorrência de grandes vazões. A altura do degrau varia entre 1,00 a 2,00 m.

Outras geometrias possíveis para a admissão de ar são ilustradas na Figura 3.9.

Figura 3.9 - Soluções para admissão de ar (Fonte: Pinto, 1988, página 98).

3.5.3 Mecanismo de Aeração em aeradores de fundo

As regiões principais acima do aerador de fundo, segundo Volkart e Rutschmann (1984) são: 1- região de aproximação do escoamento, que é caracterizada por uma camada de superfície que pode conter bolhas de ar arrastadas no processo de auto-aeração, 2- região de transição, que coincide com o comprimento da rampa, 3- região de aeração e 4- região de deaeração.

Na Figura 3.10, estão representadas esquematicamente as regiões do escoamento, os gráficos de pressões e concentrações de ar junto ao fundo da calha na vizinhança do aerador.

Figura 3.10 - Regiões do escoamento na vizinhança de um aerador (Fonte: Volkart e Rutschmann, 1991, página 90)

Já se comentou, ao longo deste texto, acerca do enlaçamento do ar pela água, de forma que este seja arrastado junto com o escoamento. Algumas explicações, ou interpretações, que pretendem descrever mais detalhadamente essa incorporação podem ser mencionadas. De acordo com Serra (1986), o mecanismo inicial de arraste de ar seria caracterizado pela tensão tangencial na interface entre água e ar imediatamente a jusante do ponto de separação do escoamento (ou seja, no final da rampa, na cavidade do aerador de fundo). A turbulência do escoamento cria então uma rugosidade na superfície do jato de líquido, que aumenta o arraste

de ar à medida que a própria rugosidade aumenta ao longo da trajetória do jato. Assim, quando o jato de água atinge novamente o fundo do vertedor, ele conterá um certo volume de ar que se moverá para jusante como uma mistura água-ar. Segundo Serra (1986), a concentração de ar junto ao fundo do vertedor alcança o valor máximo imediatamente a jusante do ponto de impacto do jato, e vai diminuindo à medida em que a mistura se desloca para jusante até atingir a condição de equilíbrio, após uma eventual interação com o ar arrastado a partir da superfície livre do escoamento. Lima, Schulz e Gulliver (2008) apresentaram resultados de medidas detalhadas da concentração ao longo da espessura do jato, concentrando-se principalmente na superfície inferior do jato. Os autores mostraram que, ao longo do jato, a concentração de ar assume um valor máximo junto à superfície inferior, e que, logo após o ponto de impacto, essa concentração de ar na parte inferior do escoamento diminui bruscamente. Note-se que as medidas mostram que a concentração apresenta valores ainda menores mais a jusante do ponto de impacto, o que coincide com a descrição de Serra (1986). Entretanto, a quantidade de ar realmente incorporado é relativamente menor do que aquela esperada, considerando as altas concentrações observadas antes do ponto de impacto. Lima, Schulz e Gulliver (2008) argumentam que as medidas de concentração não diferenciam entre o ar já enlaçado (sob formas de bolhas) e o ar presente no vale entre dois picos de rugosidade, que pode simplesmente permanecer na cavidade após o impacto do jato com o fundo. Assim, Lima, Schulz e Gulliver (2008) propuseram uma metodologia simplificada para quantificar o ar realmente enlaçado a partir das medidas de concentração feitas ao longo do jato. Essa forma de abordagem, considerando a rugosidade do jato e a correção necessária para utilizar as medidas de concentração, mostra que tanto as medidas como a conceituação estão ainda evoluindo e que as melhores descrições estão paulatinamente sendo atingidas.

Os estudos de maior sucesso neste tema foram desenvolvidos ao longo das últimas três a quatro décadas, com destaque para os trabalhos de Semenov e Lentiaev (1973), Pan e Shao (1984), Pinto (1979), (1984) e (1988), Volkart e Rutschmann (1984), Chanson (1989), Kökpınar e Göğüs (2002), Falvey (1990), Carvalho (1997), Lima (2003), Lima, Schulz e Gulliver (2008) entre outros.

Os três últimos trabalhos mencionados no parágrafo anterior foram desenvolvidos no Departamento de Hidráulica e Saneamento da Escola de Engenharia de São Carlos, e fundamentaram-se no equipamento construído por Carvalho (1997). O equipamento constituiu-se de um modelo físico de canal reduzido, convenientemente projetado para possibilitar a realização de ensaios com inclinações da canaleta e da rampa do aerador variáveis.

O canal da bancada tem 0,20 m de largura, 0,36 m de altura e 5,0 m de comprimento, permitindo variar a sua inclinação entre 0 e 45°. Os ângulos ensaiados até o momento foram 3, 14, 30 e 45 graus de inclinação. A rampa do aerador também pode ser variada, e os ângulos até o momento ensaiados (α) foram de 4, 6, 8 e 10 graus. A construção do canal foi feita em acrílico, incluindo piezômetros para medição de pressão ao longo do fundo do canal, conforme ilustra a Figura 3.11.

Figura 3.11 - Bancada experimental do modelo físico reduzido.

(Fonte: Carvalho, 1997, página 76).

Em suas conclusões, o autor apresentou uma análise crítica da bancada experimental, bem como comparações com as expressões encontradas em suas referências bibliográficas, agrupando-as e apresentou comparações com outros trabalhos com o intuito de investigar os sistemas de admissão de ar entre as diversas configurações ensaiadas e a influência do escoamento aerado a montante sobre o coeficiente de arraste de ar. Parte do acervo de dados de Carvalho (1997) é utilizado na presente pesquisa.

3.6 Modelos matemáticos aplicados para a quantificação de entrada de ar

Nesta revisão comparam-se alguns modelos matemáticos de determinação da descarga de ar e do coeficiente de arraste do ar sob o jato em escoamentos sobre aeradores desenvolvidos por diferentes pesquisadores:

Pinto, Neidert e Otta (1982) apresentaram uma análise bem fundamentada para o coeficiente de arraste do ar, β , definido como $\beta = Q_a / Q_w$, onde Q_a é a vazão de ar enlaçada pelo

escoamento de água com vazão Q_w . Segundo Pinto, Neidert e Otta (1982), β está linearmente relacionado ao comprimento relativo do jato $\lambda=L/e$, onde L é o comprimento do jato e e é a sua espessura, como:

$$\beta = \frac{Q_a}{Q_w} = K \left(\frac{L}{e} \right) \quad (3.16)$$

em que as variáveis mencionadas foram relacionadas como $Q_a = KVL$ e $Q_w = Ve$ onde K é uma constante de ajuste. Esta constante foi obtida de testes do vertedor protótipo da barragem de Foz de Areia assumindo valores médios de 0,033 e 0,023 para suprimento de ar simétrico e assimétrico, respectivamente, através das torres de entrada de ar laterais.

Posteriormente Pinto e Neidert (1983) sugeriram que a constante K deveria ser expressa de forma mais detalhada, como:

$$K = K \left(Fr, Eu, \frac{\Delta y + d}{e} \right) \quad (3.17)$$

em que Fr é o número de Froude do escoamento, Eu é o número de Euler relacionado com a subpressão sob o jato, Δy é o tamanho da rampa e d é a altura do degrau.

Seguindo a conclusão de Pinto, Neidert e Otta (1982), Rutschmann e Volkart (1988) também encontraram uma dependência linear entre a taxa de arraste do ar β com o comprimento relativo do jato, embora com uma translação de origem, conforme a equação:

$$\beta = 0,0372\lambda - 0,2660 \quad (3.18)$$

Esta equação foi recomendada para inclinações do vertedor variando entre 20 a 25%, inclinações da rampa entre 5 e 20% e alturas do degrau até 4 vezes a altura da rampa para o comprimento relativo do jato menor do que 50.

Koschitzky e Kobus (1988) consideraram a seguinte relação funcional para avaliar β :

$$\beta = Q_a / Q_w = f(F_r, \Delta p / \rho_w g e, \text{geometria do aerador}) \quad (3.19)$$

Da qual resultou a seguinte equação empírica geral:

$$\beta = C_1 (F_r - F_{rc})^{C_3} [1 - C_2 \cdot (\Delta p / \rho_w g e)] \quad (3.20)$$

em que F_{rc} é um número de Froude crítico em que $\beta=0$ para uma dada geometria, $C_3 = 1,5$ e C_1 e C_2 são coeficientes que dependem das geometrias do aerador e do vertedor.

Note-se que o número de Froude passou a ser relevante em diferentes formulações, passando a ser considerado, portanto, um parâmetro importante na quantificação de β . Continuando no estudo da relação entre β e F_r , Rutschmann e Hager (1990) propuseram que:

$$\beta_{\max} = (\tan \theta)^{1,15} e^{(1,15 \tan \alpha)^2} (Fr - 5,4)^e \quad (3.21)$$

Nesse caso, $\beta_{\max}$ representa a maior vazão de ar absorvida, obtida mantendo as características do escoamento constantes e impondo a subpressão na cavidade igual a zero. Para subpressões diferentes de zero, os mesmos autores sugeriram que

$$\frac{\beta}{\beta_{\max}} = \left\{ \frac{2}{\pi} \arctg \left[0,003 \left(Eu^2 - Eu^2 \Big|_{\beta=0} \right) \right] \right\} \quad (3.22)$$

Com as relações adicionais entre β e L/e , foram obtidas expressões similares às equações (3.16) e (3.17), na forma:

$$\beta_{\max} = 0,030 \left(\frac{L}{e} \right) \quad \text{para } F_r > 6 \quad (3.23a)$$

$$\beta_{\max} = 0,030 \left(\frac{L}{e} - 5 \right) \quad \text{para } \frac{L}{e} > 7 \quad (3.23b)$$

Condições de camada-limite (escoamento desenvolvido ou não) no aerador determinam o uso de uma ou outra expressão (3.23a ou 3.23b), em conjunto com os limites de F_r e L/e .

Pinto (1991) através de testes em modelos físicos das usinas de Foz de Areia (Brasil), Emborcação (Brasil), Amaluza (Equador), Colbun (Chile) e Tarbela (Paquistão) e uma análise dimensional sobre os parâmetros que influenciam o coeficiente de incorporação de ar concluiu que $\beta = f(F_r, D^*/e)$ em que $D^* = cA/B$; c é o coeficiente de descarga do duto de ar relacionado à diferença entre a pressão atmosférica e a pressão sob o jato de água; A é a área da seção transversal do orifício de controle e B é a largura do canal. O autor mencionado apresentou uma expressão de incorporação de ar para os protótipos das usinas mencionadas, que, apesar da diversidade de geometrias dos aeradores, foi convenientemente expressa na forma:

$$\beta = 0,29 \cdot (F_r - 1)^{0,62} \cdot (D^*/e)^{0,59} \quad (3.24)$$

Esta equação resultou em um fator de correlação de 97,6%. Os dados de protótipos cobriram uma faixa de número de Froude de 4 a 21 e D^*/e de 0,028 a 3,23.

Observa-se que as equações e as condições de uso de cada aproximação tornam-se paulatinamente mais complexas, sendo possível questionar se todas essas condições serão conhecidas na fase de projeto de um aerador para um vertedor. Outra observação interessante é o fato de que o conjunto dos estudos mencionados não considerou as características do escoamento de ar no aerador. A descrição do escoamento de água em volta do aerador, com suas características cinemáticas e dinâmicas associadas a princípios físicos, foi conduzida em uma série de artigos por Chanson (1989 a 2007). As suas contribuições envolvem, por

exemplo, a quantificação dos perfis de concentração de ar, a descrição dos fenômenos que ocorrem intrinsicamente no escoamento bifásico (vinculados às bolhas) e o estudo da deaeração que parece ocorrer na região de impacto entre o jato e o fundo do canal.

Um estudo que utiliza um grande volume de dados foi apresentado por Kökpinar e Göğüs (2002), e que conduziu a uma expressão empírica para β na forma:

$$\beta = 0,0189 \cdot \left(\frac{L_j}{e} \right)^{0,83} \cdot \left[\left(\frac{A_a}{A_w} \right) \cdot (1 + \operatorname{tg} \theta) \right]^{0,24} \quad (3.25)$$

Esta equação apresenta duas características interessantes, que a diferenciam das demais anteriormente propostas. A primeira é o fato de que a dependência entre β e L/e não é linear e a segunda é que foi introduzido um parâmetro vinculado ao escoamento de ar. A razão A_a/A_w expressa a relação entre a área atravessada apenas pelo ar, na tubulação de suprimento, e a área atravessada apenas pela água, no início do salto sobre o aerador.

Algumas formulações empíricas encontradas na literatura sugerem β em função do número de Froude F_r (RUTSCHMANN e HAGER, 1990; KÖKPINAR e GÖĞÜS, 2002; PFISTER e HAGER, 2010). A partir de dados experimentais realizados recentemente, Pfister e Hager (2010) comprovaram forte influência do ângulo de inclinação do canal vertedor θ , e propuseram a seguinte expressão empírica:

$$\beta = 0,0028 \cdot F_r^2 \cdot [1 + F_r \cdot \operatorname{tg} \theta] - 0,1 \quad \text{para } 0 < \beta < 0,80 \quad (3.26)$$

Para o uso prático da formulação, os autores recomendam que o número de Froude esteja entre 5,8 a 16,1, a inclinação da rampa esteja entre 0° a $11,3^\circ$ e a inclinação do canal vertedor se situe entre 0° a 50° .

Moraes (2007) utilizou uma modelação matemática para o coeficiente de arraste do ar inicialmente proposta por Souza (2003), que foi também gentilmente cedida pelo autor para Lima (2003), baseada no princípio de conservação de massa e na primeira lei da Termodinâmica.

Para a equação da vazão de ar do aerador, o autor propôs:

$$Q_a = C_a \left(\frac{\pi D^2}{4} \right) \sqrt{-\frac{2P}{\rho_a}} \quad (3.27)$$

em que C_a é o coeficiente de vazão de ar do aerador; D é o diâmetro da tubulação de adução; P é a subpressão sob o jato; Q_a é a vazão do ar do aerador; ρ_a é a massa específica do ar.

Usando a equação da conservação de massa e princípios da balística, Souza (2003), citado por Lima (2003) e Moraes (2007), obteve a seguinte expressão para a vazão de água:

$$Q_w = \frac{BL_j e}{\cos \alpha} \sqrt{\frac{\rho_w g e - P}{2[L_j(\tan \alpha + i) + \Delta y] \rho_w e}} \quad (3.28)$$

em que B =largura do canal; e =espessura do jato no ponto de lançamento; g =aceleração gravitacional; i =declividade longitudinal do leito; L_j =comprimento do jato; P =subpressão sob o jato; Δy =altura da rampa do aerador; ρ_w =massa específica da água; Q_w =vazão de água, α =ângulo de lançamento do jato sobre o defletor.

Considerando a simples divisão entre as vazões de ar e água, o coeficiente de arraste de ar é dado pela expressão:

$$\beta = \frac{Q_a}{Q_w} = \frac{C_a \pi D^2 \cos \alpha}{4BL_j e} \sqrt{\frac{-4P\rho_w e[L_j(\tan \alpha + i) + \Delta y]}{\rho_a(\rho_w g e - P)}} \quad (3.29)$$

Simplificando

$$\beta = \frac{Q_a}{Q_w} = \frac{C_a \pi D^2 \cos \alpha}{4BL_j e} \sqrt{\frac{-4P[L_j(\tan \alpha + i) + \Delta y]}{\rho_a \left(g - \frac{P}{\rho_w e} \right)}} \quad (3.30)$$

Vale frisar que nesta última equação não foi considerada a resistência ao movimento do jato. Adicionalmente, uma vez que se busca a vazão de ar que é suprida ao escoamento de água, esta equação deve forçosamente conduzir ao mesmo resultado que a Equação 3.27. Nesse sentido, apenas se adicionou uma maior quantidade de parâmetros paralelos, sem suprimir nenhum dos parâmetros inicialmente presentes na Equação 3.27. Esse procedimento mostra que a Equação 3.30 é, de fato, supérflua se se conhece a subpressão P e o coeficiente C_a , uma vez que a Equação 3.27 é bem mais simples que a Equação 3.30. Como a variável P é de difícil medida exata, notadamente para pressões de cavidade muito próximas ao valor da pressão atmosférica, a presença do parâmetro pressão sob o jato é fator que não permite o uso pleno (seguro) de equações desse tipo no dimensionamento de um aerador. Para contornar esta situação, torna-se pertinente a obtenção duma equação também baseada em princípios da Física e que não dependa necessariamente da subpressão. É na busca de uma equação com essas características que o presente estudo está concentrado.

3.7. Considerações sobre trabalhos relevantes acerca de aeração induzida

Os estudos experimentais em modelos reduzidos tem um papel importante na pesquisa sobre aeradores de fundo em vertedores (por exemplo, CARVALHO, 1997, LIMA, 2003, KRAMER, HAGER e MINOR, 2006, e mais recentemente PFISTER e HAGER, 2010). No caso da aeração induzida, vários trabalhos foram desenvolvidos visando a modelagem matemática do fenômeno. Considerando procedimentos numéricos, Arantes et al. (2010) compararam dados experimentais disponíveis na literatura com resultados de simulações de mecânica de fluidos computacional (CFD) tendo verificado uma correlação bastante adequada entre a experiência e a simulação. Entretanto, os autores frisam que a ordem de grandeza da absorção de ar foi atingida, porém os resultados não reproduzem os detalhes da absorção, sendo necessário efetuar mais estudos. Na mesma linha, Aydin e Ozturk (2009) geraram resultados numéricos que reproduzem de forma bastante próxima dados coletados na literatura. Nesse caso, os detalhes foram melhor reproduzidos. Estes dois últimos trabalhos realçam a importância da experimentação e de simulações no estudo da aeração induzida.

Para os projetistas, os estudos experimentais dão a possibilidade de otimizar as formas e dimensões de aeradores e representam a perspectiva de estabelecimento de leis que ajudem a estimar a vazão de ar e o espaçamento entre os aeradores. Por outro lado, simulações e modelos matemáticos estão sendo elaborados para otimizar com suficiente precisão estes dispositivos.

Como indicado no Item 3.6, as investigações experimentais sobre aeradores em vertedores tem resultado em equações empíricas destinadas a fins práticos.

No Brasil, com o advento da construção de grandes aproveitamentos hidroelétricos entre as décadas de 1970 e 1980, muitos estudos em aeração em vertedores foram desenvolvidos. Destacam-se novamente aqui as primeiras conclusões apresentadas por Pinto, Neidert e Otta (1982), acrescentando-se outros autores nacionais como Borsari (1986), Serra (1986), Carvalho (1997), Lima (2003), Moraes (2007), Lima, Schulz e Gulliver (2008) e Arantes et al. (2010), que evoluíram nos estudos para a otimização destes dispositivos. Entende-se, evidentemente, que a aplicação prática destas pesquisas ainda requer medições mais detalhadas em protótipos, agregadas ao uso de simulações por meio de pacotes computacionais, bem como de formulações de projeto que considerem mais coerentemente as bases físicas envolvidas na aeração.

3.8. Projeto de aeradores de fundo

Segundo Pinto (1988), o projeto dos dispositivos de aeração para prevenir a erosão de cavitação envolve as seguintes questões:

- Local da implantação do primeiro aerador de montante;
- Vazão de ar arrastado pelo escoamento, ou seja, essencialmente a função $Q_a = f(Q_w)$;
- Espaçamento entre os aeradores de forma a manter um nível adequado de aeração.

A primeira questão faz com que o projetista tenha que considerar as condições que propiciem a cavitação, como os limites de irregularidades, e as tolerâncias permitidas, que sendo muito severas, podem implicar em altos custos quando da execução do vertedor.

As considerações econômicas devem nortear o projetista quando efetua a avaliação dos valores críticos da cavitação para eventuais irregularidades. Já “considerando custos”, Falvey (1990) recomenda que se deve implantar o primeiro aerador quando a velocidade do escoamento se situa entre 20 a 30 m/s. No caso de aerador com degrau, Chanson (1995) recomenda que o número de Froude deve estar entre 7 a 8 no local de implantação do primeiro aerador.

Para a segunda questão, o projetista deve disponibilizar concentrações de ar que devem ser superiores ou iguais a 8% próximo à superfície de concreto a ser protegida (PETERKA, 1953). O volume de ar arrastado pelo aerador deve ser previsto de modo a proteger o vertedor ao longo do trecho mais sujeito à erosão, visto que a concentração de ar junto ao fundo do canal vai reduzindo ao longo do escoamento (as bolhas de ar tendem a subir).

Em relação ao espaçamento entre os aeradores, a literatura consultada não permitiu encontrar um critério definido para calcular a taxa de diminuição da concentração de ar (que forneceria o espaçamento máximo entre aeradores). No entanto, em projetos mais antigos foi usado um espaçamento entre 30 a 90 metros (VOLKART e RUTSCHMANN, 1991). O projetista atualmente ainda deve se basear nos dados do modelo reduzido de seu projeto particular, em critérios adotados em outros dispositivos em funcionamento ou em critérios de situações similares (PINTO, 1988).

Detalhes relacionados com a aeração natural e induzida em vertedores de barragens podem ser encontrados em Jansen (1988), Wood (1991), Chanson (1996), Vischer e Hager (1998), Khatsuria (2005), entre outros.

Esta breve síntese pretendeu expor alguma informação considerada relevante na vasta literatura disponível sobre os fenómenos de cavitação e aeração em vertedores.

4 MATERIAIS E MÉTODOS

4.1 Formulação Integral Básica

A abordagem da quantificação da aeração em vertedores a que a presente pesquisa se vincula baseia-se em leis físicas básicas, que derivam das noções discutidas comumente na disciplina de Física Básica, particularmente da Mecânica e Termodinâmica. Os procedimentos de resolução do problema proposto seguem a formulação integral, visto que envolve a escolha de um volume adequado para o caso em estudo. Este volume é denominado, seguindo a denominação tradicional da área, de “Volume de controle”. A modelação matemática do presente problema de aerador de fundo se baseia em formulações que envolvem a massa, energia e quantidade de movimento. Sendo assim, as leis pertinentes consideradas na formulação são:

- Conservação de massa;
- Conservação de energia;
- Conservação de quantidade de movimento.

4.1.1 Conservação de Massa

O enunciado do princípio de massa é: a massa de um sistema permanece constante, ou seja, não há perda e nem ganho de massa dentro do volume de controle. A formulação integral de volume de controle de Conservação de Massa tem a seguinte expressão:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho dvol + \int_{SC} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (4.1)$$

em que VC é o volume de controle; SC é a superfície de controle; A é a área; ρ é a massa específica do fluido; t é o tempo.

4.1.2 Conservação de Quantidade de Movimento

A lei de conservação de quantidade de movimento em um sistema é dada pela formulação da segunda lei de Newton. As transformações de Reynolds permitem formulá-la para um volume de controle não submetido à aceleração, obtendo-se a seguinte expressão:

$$\sum_{\text{Sistema}} \vec{F} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{V} \rho d\text{vol} + \int_{SC} \vec{V} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (4.2)$$

Esta equação estabelece que o somatório de todas as forças externas atuando sobre o volume de controle é igual à soma da taxa de variação da quantidade de movimento no interior do volume de controle com a taxa líquida do fluxo de quantidade de movimento atravessando a superfície de controle.

4.1.3 Conservação de Energia

A equação que descreve a conservação de energia em um volume de controle é apresentada da seguinte forma:

$$\dot{Q} + \dot{W} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \left(\frac{1}{2} V^2 + gz + u \right) \rho d\text{vol} + \int_{SC} \left(\frac{1}{2} V^2 + gz + u \right) \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (4.3)$$

em que o termo $\dot{Q}$ representa a potência térmica introduzida ou retirada, sendo considerada positiva quando entra no volume de controle; o termo $\dot{W}$ representa o trabalho por unidade de tempo retirado ou introduzido através da fronteira do volume de controle, sendo positivo quando nele introduzido; A é a área da seção de controle; SC é a superfície de controle; V é a velocidade média do escoamento; vol é o volume; VC é o volume de controle.

As formulações acima apresentadas podem ser encontradas com mais detalhes em Schulz (2003) e Fox, McDonald e Philip (2006), por exemplo, sendo que nesta revisão estas são apresentadas com intuito de dar ao leitor uma visão das bases físicas usadas em toda a formulação adiante apresentada.

4.2 Formulação para o Aerador de Fundo

Sendo a aeração um fenômeno interfacial sujeito a intensa turbulência, não há equacionamento definitivo na literatura. Historicamente, as formulações para aeração se

fundamentam em análises dimensionais, nas quais uma grande gama de parâmetros são inicialmente considerados e posteriormente descartados. Em termos de análise dimensional, a incorporação relativa de ar (vazão de ar em relação à vazão de água) é geralmente apresentada, quando considerado apenas o escoamento de água, na forma:

$$\beta = \frac{Q_a}{Q_w} = f \left(\frac{V}{\sqrt{ge}}, \frac{Ve}{v}, \frac{V}{\sqrt{\Delta p / \rho_w}}, \frac{V}{\sqrt{\sigma / \rho_w e}}, \frac{L}{e}, \frac{\Delta y}{e}, \frac{d}{e}, \text{tg}\theta, \text{tg}\alpha, T \right) \quad (4.4)$$

em que Q_a/Q_w =Razão entre a vazão de ar absorvida e a vazão de água, designada pela letra grega β , $V/(ge)^{0.5}$ =Número de Froude (Fr), Ve/v =Número de Reynolds (Re), $V/(\Delta p/\rho_w)^{0.5}$ =Número de Euler (Eu), $V/(\sigma/\rho_w e)^{0.5}$ =Número de Weber (We), L/e , $\Delta y/e$, d/e =Relações geométricas, $\text{tg}\theta$, $\text{tg}\alpha$ =Inclinação da canaleta e inclinação da rampa, T =Parâmetro de turbulência (indefinido). As grandezas individuais são g =aceleração da gravidade, L =comprimento do jato, ρ_w =massa específica da água, σ =tensão superficial, Δp =subpressão na cavidade, Δy =altura da rampa, e =espessura do jato, v =viscosidade da água. d representa a diferença de nível do fundo do canal antes e depois do aerador, ou seja, a altura do degrau (quando existir). A Figura 4.1 apresenta um esquema das grandezas mencionadas. Nesta figura nota-se que há mais grandezas a considerar, uma vez que o dispositivo de inserção de ar envolve uma parte com escoamento apenas de ar, e não de água. Assim, ainda devem ser inseridos na análise: ρ_a =massa específica do ar, D e A_a =respectivamente o diâmetro e a área do tubo de alimentação do aerador, C =comprimento do tubo de alimentação, B =largura do canal. A apresentação da formulação aqui feita segue as descrições encontradas em Schulz et al. (2010) e Brito et al. (2010).

Figura 4.1 - Grandezas que são consideradas na formulação de aeradores de fundo (Fonte: Schulz et al., 2010, página 2)

A modelagem matemática que a seguir se apresenta se fundamenta essencialmente nas três leis físicas acima apresentadas, sendo que algumas hipóteses simplificadoras foram adotadas, nomeadamente:

- Escoamento permanente;
- Fluidos incompressíveis (ar e água);
- Distribuição hidrostática de pressões;
- Simetria cilíndrica do duto de adução de ar.

4.2.1 Metodologia de obtenção das equações

Na presente abordagem dividiu-se o problema nas duas fases do escoamento, ou seja, considerando o lado do ar e o lado da água. Para cada fase foram consideradas as equações de conservação adequadas.

Fase gasosa

A Figura 4.2 mostra a região de estudo (cavidade + tubo de admissão de ar), na qual foram aplicados os princípios de conservação de massa e de energia.

Figura 4.2 - Região de estudo do lado do ar, representado pela região clara que contém a linha de corrente entre os pontos “0” e “S” (Fonte: Schulz et al., 2010, página 5).

Em Hidráulica, as questões referentes às variações de energia ao longo de um escoamento são geralmente quantificadas macroscopicamente com o uso da equação de energia com perdas (frequentemente denominada de Equação de Bernoulli com perdas). No caso do escoamento de ar entre os pontos “0” e “S”, resulta:

$$z_0 + \frac{p_0}{\rho_a g} + \frac{V_0^2}{2g} = z_S + \frac{p_S}{\rho_a g} + \frac{V_S^2}{2g} + f \frac{C}{D} \frac{V_C^2}{2g} + k \frac{V_C^2}{2g} \quad (4.5)$$

O ponto “S” está colocado na superfície inferior do jato, na região de subpressão e ρ_a representa a massa específica do ar. Desprezando diferenças de cotas e considerando nula a velocidade no ponto “0”, resulta:

$$\frac{p_0 - p_S}{\rho_a g} = \frac{\Delta p}{\rho_a g} = \frac{V_S^2}{2g} + \frac{V_C^2}{2g} \left(k + f \frac{C}{D} \right) \quad (4.6)$$

Utilizando a conservação de massa e considerando $A_S = \omega LB$, onde ω é uma constante de proporcionalidade que leva em conta a curvatura da superfície inferior do jato e as irregularidades devido à turbulência, tem-se

$$V_C \cdot A_a = V_S \cdot \omega \cdot L \cdot B \Rightarrow V_C = V_S \frac{\omega LB}{A_a} \quad (4.7)$$

Substituindo a Equação 4.7 na Equação 4.6 e definindo $c_R = \left(k + f \frac{C}{D} \right)$ resulta:

$$\frac{\Delta p}{\rho_a g} = \frac{V_S^2}{2g} \left[1 + \frac{\omega^2 L^2 B^2}{A_a^2} c_R \right] \quad (4.8)$$

Isolando V_S e lembrando que $Q_a = V_S \omega LB$ e $A_w = Be$, tem-se

$$V_S = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho_a} \frac{1}{\left[1 + c_R \left(\frac{\omega LB}{A_a} \right)^2 \right]}} \text{ e } Q_{ar} = \omega LB \frac{A_a}{A_w} \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho_{ar}} \frac{1}{\left[\left(\frac{A_a}{A_w} \right)^2 + c_R \left(\frac{\omega L}{e} \right)^2 \right]}} \quad (4.9)$$

Nota-se que, conhecendo o déficit de pressão sob o jato e algumas características geométricas básicas do duto de admissão de ar, a vazão de ar é facilmente calculável. Entretanto, a dificuldade inerente ao uso apenas desta formulação reside justamente no conhecimento *a priori* da subpressão. Além de ser uma grandeza desconhecida ao projetista, a sua medida precisa é difícil, como pode ser visto no estudo de Carvalho (1997), no qual diversas situações de aeração efetiva foram registradas, sem, contudo, ser possível medir um valor de subpressão (devido a seu valor extremamente baixo).

Nesses casos, Equações como 3.27 e 4.9, que utilizam a subpressão, são ainda de pouca valia como ferramenta de projeto ou previsão. Entretanto, a equação 4.9 possui algumas características que permitem uma primeira análise do fenômeno em estudo. Por exemplo, ela mostra que a resistência ao escoamento de ar, representado pela presença da constante c_R , permite definir dois casos extremos para Q_{ar} . Considerando baixas resistências, isto é, $c_R \rightarrow 0$, tem-se que Q_{ar} depende de L . A vazão de ar aparece como proporcional ao comprimento do jato, conforme proposto por Pinto, Neidert e Otta (1982), mas vale a ressalva de que Δp também pode depender de L , o que pode afetar esta linearidade. Entretanto,

verifica-se de qualquer forma a preponderância do parâmetro L na quantificação de Q_{ar} . Por outro lado, havendo grande resistência ao escoamento de ar, (grandes valores de c_R) conclui-se que $Q_{ar} \propto A_a/c_R$, ou seja, a geometria de entrada do ar, expressa pela área A_a e pelo coeficiente de resistência, passam a dominar a quantificação. Para entender esta conclusão de forma mais expedita, basta considerar, por exemplo, áreas de admissão de ar de pequenas dimensões. Quanto menor a área, mais restrita será a admissão de ar. No caso extremo, com a área de admissão tendendo a zero, não haverá entrada de ar, uma situação que é independente do comprimento do jato (que pode variar grandemente sem que haja qualquer inserção de ar). Esta descrição reproduz a realidade física e a Equação 4.9 permite visualizar esta realidade.

Uma observação adicional pode ser feita, relativa ao coeficiente de resistência c_R , que assume o sentido de um coeficiente de ajuste a ser determinado com dados experimentais. A Equação 4.9, com c_R constante, representa melhor escoamentos plenamente turbulentos (lado do ar). Pode-se eventualmente ter escoamento laminar ou de transição em parte da tubulação de entrada, com turbulência nas singularidades, por exemplo. Nesse caso, tem-se:

$$z_0 + \frac{p_0}{\rho_a g} + \frac{V_0^2}{2g} = z_s + \frac{p_s}{\rho_a g} + \frac{V_s^2}{2g} + f_L \frac{C}{D} \frac{V_C^2}{2g} + c_R \frac{V_C^2}{2g} \quad (4.10)$$

Considerando nula a velocidade em “0” e $z_0 = z_s$ resulta:

$$\frac{\Delta p}{\rho_a g} = \frac{V_s^2}{2g} + c_R \frac{V_C^2}{2g} + f_L \frac{C}{D} \frac{V_C^2}{2g} \quad (4.11)$$

Substituindo a Equação 4.7 na Equação 4.11, tem-se:

$$\frac{2\Delta p}{\rho_a} = V_s^2 \left[1 + c_R \left(\frac{A_w}{A_a} \right)^2 \left(\frac{\omega L}{e} \right)^2 \right] + f_L \frac{C}{D} V_C^2 \quad (4.12)$$

De acordo com Simões, Schulz e Porto (2010) para tubos curtos vale a seguinte relação para o fator de cisalhamento para escoamento laminar, onde c_L é uma constante:

$$f_L = \frac{\text{const}}{Re_C} = \frac{64c_L}{Re_C} \quad (4.13)$$

em que Re_C é o número de Reynolds dado por:

$$Re_C = \frac{V_C D}{\nu_a} \quad (4.14)$$

Substituindo as Equações 4.13 e 4.14 na Equação 4.12 e após simplificações tem-se:

$$\frac{2\Delta p}{\rho_a} = V_s^2 \left[\left(\frac{A_a}{A_w} \right)^2 + c_R \left(\frac{\omega L}{e} \right)^2 \right] \cdot \left(\frac{A_w}{A_a} \right)^2 + \frac{64c_L \nu_a C}{D^2} \cdot \frac{A_s}{A_a} V_s \quad (4.15)$$

Considerando a equação de continuidade tem-se $A_s = \omega \frac{L}{e} A_w$, rearranjando a Equação

4.15 tem-se:

$$\frac{2\Delta p}{\rho_a} = \left(\frac{A_w}{A_a}\right)^2 \left[\left(\frac{A_a}{A_w}\right)^2 + c_R \left(\frac{\omega L}{e}\right)^2 \right] V_s^2 + 64c_L v_a \omega \frac{C}{D^2} \cdot \left(\frac{A_a}{A_w}\right) V_s \quad (4.16)$$

Da Equação 4.16 surge um polinômio do 2º grau dada pela seguinte expressão:

$$\frac{2\Delta p}{\rho_a} \cdot \left(\frac{A_a}{A_w}\right)^2 = \left[\left(\frac{A_a}{A_w}\right)^2 + c_R \left(\frac{\omega L}{e}\right)^2 \right] \cdot V_s^2 + 64c_L v_a \omega \frac{C}{D^2} \frac{L}{e} \left(\frac{A_a}{A_w}\right) V_s \quad (4.17)$$

Resolvendo a Equação 4.17 tem-se:

$$V_s = \frac{-32c_L \omega v_a \frac{C}{D^2} \frac{L}{e} \left(\frac{A_a}{A_w}\right)}{\left[\left(\frac{A_a}{A_w}\right)^2 + c_R \left(\frac{\omega L}{e}\right)^2 \right]} + \sqrt{\left[\left(\frac{A_a}{A_w}\right)^2 + c_R \left(\frac{\omega L}{e}\right)^2 \right]^2 + \frac{32c_L v_a \omega \frac{C}{D^2} \frac{L}{e} \left(\frac{A_a}{A_w}\right)}{\left[\left(\frac{A_a}{A_w}\right)^2 + c_R \left(\frac{\omega L}{e}\right)^2 \right]}} + \frac{2\Delta p}{\rho_a} \frac{\left(\frac{A_a}{A_w}\right)^2}{\left[\left(\frac{A_a}{A_w}\right)^2 + c_R \left(\frac{\omega L}{e}\right)^2 \right]} \quad (4.18)$$

Substituindo V_s na expressão $Q_{ar} = V_s A_s$, finalmente tem-se a vazão do ar dada pela expressão:

$$Q_{ar} = -J + \sqrt{J^2 + \frac{\frac{2\Delta p}{\rho_a} \left(\frac{A_a}{A_w}\right)^2 (\omega BL)^2}{\left[\left(\frac{A_a}{A_w}\right)^2 + c_R \left(\frac{\omega L}{e}\right)^2 \right]}} \text{ em que } J = \frac{c_L 32 \omega^2 B v_a \frac{C}{D^2} \frac{L^2}{e} \frac{A_a}{A_w}}{\left(\frac{A_a}{A_w}\right)^2 + c_R \left(\frac{\omega L}{e}\right)^2} \quad (4.19)$$

Na Equação 4.19, c_L é um coeficiente que quantifica a intensidade do efeito laminar e v_a é a viscosidade do ar. Se $c_L = 0$, a Equação 4.19 é reduzida à Equação 4.9.

Fase líquida

Como mencionado, a Equação 4.9 engloba a subpressão (pressão na cavidade do jato), cujo conhecimento *a priori* não é trivial. Para avaliar essa subpressão, o escoamento de água, que, fisicamente, é o seu causador, foi então analisado. De forma geral, o escoamento da água é influenciado pela diferença de pressões entre a parte superior e inferior do jato, uma

característica também utilizada por Souza (2003), conforme citado por Lima (2003) e Moraes (2007), tendo gerado a Equação 3.30.

Entretanto, no presente estudo foram consideradas influências da diferença de pressão tanto no sentido horizontal como no vertical, e tornou-se o equacionamento final explicitamente independente da subpressão (ou seja, ela foi quantificada à parte), para que a relação final possa ser utilizada como ferramenta de previsão (basicamente para projetistas). Os princípios físicos utilizados foram a conservação de massa, de quantidade de movimento e de energia para o lado da água.

4.2.3 Considerações acerca das forças

Para aplicar o princípio da conservação da quantidade de movimento, considerou-se uma “fatia” de escoamento ao longo do jato, conforme esquematizado na Figura 4.3, e verificou-se quais efeitos podem estar influenciando o seu movimento.

Figura 4.3 - Análise do escoamento de água no jato do aerador, constituído pela região escura da figura (Fonte: Schulz et al., 2010, página 7).

Para a direção x , a força resistiva ao movimento pode ser expressa como decorrente da diferença entre as pressões atuantes nos dois lados da fatia de água, na forma:

$$m \frac{\partial V_x}{\partial t} = F_x = \frac{\partial p}{\partial x} dx Bh \quad (4.20)$$

A variação exata da pressão ao longo da distância horizontal exige simulações computacionais para a sua quantificação. A busca de uma formulação de projeto induz ao uso de simplificações. Para o presente caso considerou-se $\partial p / \partial x \sim -\Delta p / E$, sendo E a distância

horizontal média entre a cavidade e o meio externo (espessura horizontal do jato). Uma constante de proporcionalidade passa a ser inserida, representada pelo fator ω_1 . Dessa forma a expressão 4.20 passa a ter a forma:

$$\rho_w B h dx \frac{\partial V_x}{\partial t} = -\omega_1 \frac{\Delta p}{E} dx B h \quad (4.21)$$

ρ_w representa a massa específica da água. Adicionalmente ocorrem dissipações de energia devido aos movimentos turbulentos no jato e sua interação com as paredes, que afetam a velocidade na direção x. Eventuais distorções da equação 4.20 devidas à turbulência também são considerados no fator de correção ω_1 . Dessa forma a expressão 4.21 passa a ter a forma:

$$a_x = -\omega_1 \frac{\Delta p}{\rho_w E} \quad (4.22)$$

O mesmo desenvolvimento se aplica para a direção y. Nesse caso, o peso também é causador de alterações na velocidade, o que implica no uso da aceleração da gravidade. As perdas de energia por efeitos da turbulência e das paredes são computadas através de um fator corretivo ω_2 e considera-se, agora, a espessura vertical média do jato (h). Tem-se, então:

$$\frac{\partial V_y}{\partial t} = a_y = g + \omega_2 \frac{\Delta p}{\rho_w h} \quad (4.23)$$

As alterações de velocidade aplicadas às fatias de água, decorrentes das acelerações apresentadas, podem ser expressas com base nas expressões usuais do movimento uniformemente variado, como:

$$V_x^2 = V_{0x}^2 - 2\omega_1 \frac{\Delta p}{\rho_w E} \Delta x \quad (4.24a)$$

$$V_y^2 = V_{0y}^2 + 2 \left(g + \omega_2 \frac{\Delta p}{\rho_w h} \right) \Delta y \quad (4.24b)$$

Nota-se que a subpressão aparece como causadora de alterações de velocidade tanto na direção vertical como na direção horizontal, o que é fisicamente real e que não foi considerado explicitamente nas aproximações encontradas na literatura.

4.2.4 Considerações acerca de energia

Assim como para a fase gasosa, também para a fase líquida a energia é quantificada com o uso da equação de energia com perdas na forma:

$$z_{0*} + \frac{p_{0*}}{\rho_w g} + \frac{V_{0*}^2}{2g} = z_{s*} + \frac{p_{s*}}{\rho_w g} + \frac{V_{s*}^2}{2g} + \Delta h_f \quad (4.25)$$

No presente estudo considerou-se uma linha de corrente convenientemente localizada na superfície do jato, aplicando-se a equação 4.25 entre os pontos 0^* e s^* mostrados na Figura 4.4.

Figura 4.4 - Linha de corrente na superfície do jato para análise da perda de energia. (Fonte: Schulz et al., 2010, página 9).

Como as pressões nos dois pontos igualam a pressão atmosférica, a equação 4.25 restringe-se a:

$$z_{0^*} - z_{s^*} + \frac{V_{0x}^2}{2g} - \frac{V_{sx}^2}{2g} = \Delta h_f \quad (4.26)$$

Pelo esquema da Figura 4.4 vê-se que $z_{0^*} - z_{s^*} = \Delta y$. A energia cinética total do movimento pode ser expressa pela soma das energias cinéticas de suas componentes, o que leva a:

$$\Delta y + \frac{V_{0x}^2 - V_{sx}^2}{2g} - \frac{V_{0y}^2 - V_{sy}^2}{2g} = \Delta h_f \quad (4.27)$$

Podemos usar as conclusões das Equações 4.24, obtidas para um sistema composto de uma fatia de água, fazendo com que os pontos considerados na análise da linha de corrente (Equação 4.27) coincidam com as posições da fatia de água estudada. Dessa forma obtém-se:

$$\frac{\omega_1 \frac{\Delta p}{\rho_w E} \Delta x}{g} - \frac{\omega_2 \frac{\Delta p}{\rho_w h} \Delta y}{g} = \Delta h_f \quad (4.28)$$

Isolando Δp nessa equação, resulta:

$$\Delta p = \frac{\rho_w g \Delta h_f}{\left(\omega_1 \frac{\Delta x}{E} - \omega_2 \frac{\Delta y}{h} \right)} \quad (4.29)$$

Ou seja, a subpressão é calculável a partir das características do escoamento de água. Esta conclusão é importante, porque consubstancia os desenvolvimentos empíricos e semi-empíricos empregados até o momento na literatura. De fato, esta equação fornece o suporte teórico necessário à validação das análises fundamentadas exclusivamente na experimentação e em argumentos dimensionais, e que desconsideram a subpressão em suas equações finais.

4.2.5 Aproximações para a perda de energia Δh_f

Utilizando a equação de Darcy-Weisbach para Δh_f da Equação 4.29, tem-se:

$$\Delta h_f = f \frac{\Delta s^*}{D_h} \frac{V^2}{2g} \quad (4.30)$$

f é o fator de resistência. O diâmetro hidráulico D_h é definido como quatro vezes a razão entre a área molhada e o perímetro molhado. No caso de jatos, a definição do perímetro molhado pode levar a uma equação final dependente da largura do canal (B), eventualmente pouco representativa da realidade. Assim, utilizou-se aqui a definição usual de canais retangulares largos, que produz $D_h=4e$. As Equações 4.29 e 4.30 produzem, portanto:

$$\Delta p = \frac{f \rho_w \frac{\Delta s^*}{8e} V^2}{\left(\omega_1 \frac{\Delta x}{E} - \omega_2 \frac{\Delta y}{h} \right)} \quad (4.31)$$

As espessuras médias do jato nas direções vertical e horizontal podem ser obtidas do esquema apresentado na Figura 4.3, fornecendo $h=e/\cos\theta$ e $E=e/\sin\theta$. Isso conduz a:

$$\Delta p = \frac{(f/8)\rho_w V^2}{\left(\omega_1 \frac{\Delta x}{\Delta s^*} \sin\theta - \omega_2 \frac{\Delta y}{\Delta s^*} \cos\theta \right)} \quad (4.32)$$

A equação 4.32 pode ainda ser considerada um resultado geral (evidentemente restrita ao uso da equação de Darcy-Weisbach). A partir dela passa-se a trabalhar com a geometria de cada aerador. Restam duas avaliações importantes: 1) as relações geométricas $\Delta x/\Delta s^*$ e $\Delta y/\Delta s^*$ e 2) a velocidade V .

As relações geométricas evidentemente dependem das disposições construtivas de cada aerador e de seu funcionamento. Por exemplo, pode-se considerar o comprimento total do jato (L) ou a geometria na saída da rampa (em $x=0$). O comprimento total pode ser mais adequado para jatos longos, nos quais pode haver grande variação de velocidade e das características geométricas do próprio jato, enquanto que as características na saída da rampa podem ser adequadas para jatos curtos, que eventualmente mantenham a sua velocidade ao

longo do salto, bem como características geométricas como a espessura. Em termos quantitativos, isso pode ser apresentado, para o primeiro caso, como:

$$\frac{\Delta x}{\Delta s^*} = \frac{X}{L} \sim \cos\theta \quad \text{e} \quad \frac{\Delta y}{\Delta s^*} = \frac{Y}{L} = \sin\theta \quad (4.33a)$$

Note-se que X é menor do que a projeção horizontal de L (ver Figura 4.4), motivo pelo qual o sinal de aproximação foi utilizado. Para o segundo caso tem-se:

$$\left. \frac{\Delta x}{\Delta s^*} \right|_{x=0} = \cos(\theta - \alpha) \quad \text{e} \quad \left. \frac{\Delta y}{\Delta s^*} \right|_{x=0} = \sin(\theta - \alpha) \quad (4.33b)$$

Como mencionado, diferentes equações podem ser apresentadas, considerando os detalhes dos aeradores usados. No presente estudo apenas foi considerada a situação representada pelas Equações 4.33b.

Para a avaliação da velocidade V , em sendo o jato curto, esta velocidade pode ser simplesmente aquela na saída da rampa, ou seja,

$$V^2 = V^2 \Big|_{x=0} = V_o^2 \quad (4.34)$$

4.2.6 Equações para o arraste induzido de ar

O conjunto de equações e considerações permite que sejam apresentadas equações de arraste induzido de ar em aeradores de fundo, para as diferentes condições sugeridas.

O uso conjunto das Equações 4.9, 4.32, 4.33b e 4.34, proposta para jatos ditos curtos, produz:

$$\beta = \omega_3 \sqrt{\frac{\rho_w}{\rho_a} \frac{L}{e} \frac{A_a}{A_w}} \sqrt{\frac{1}{\left[\left(\frac{A_a}{A_w} \right)^2 + \omega_4 \left(\frac{L}{e} \right)^2 \right]}} \cdot \sqrt{\frac{1}{[\omega_5 \sin\theta \cos(\theta - \alpha) - \sin(\theta - \alpha) \cos\theta]}} \quad (4.35)$$

sendo que ω_3 , ω_4 e ω_5 indicam as constantes de ajuste, cujos valores dependem de resultados experimentais. Já o uso conjunto das Equações 4.19, 4.32, 4.33b e 4.34, uma combinação que considera a possibilidade de parte do escoamento na tubulação de entrada do ar ser laminar, produz:

$$\beta = -M + \sqrt{M^2 + \frac{\omega_7 \frac{\rho_w}{\rho_a} \left(\frac{A_a}{A_w}\right)^2 \left(\frac{L}{e}\right)^2}{\left[\left(\frac{A_a}{A_w}\right)^2 + \omega_8 \left(\frac{L}{e}\right)^2\right] \frac{1}{(\omega_9 \sin \theta \cos(\theta - \alpha) - \sin(\theta - \alpha) \cos \theta)}}} \quad \text{em que} \quad (4.36)$$

$$M = \frac{\omega_6 \frac{v_a}{v_w} \frac{1}{Re} \frac{CL^2}{eD^2} \left(\frac{A_a}{A_w}\right)}{\left[\left(\frac{A_a}{A_w}\right)^2 + \omega_8 \left(\frac{L}{e}\right)^2\right]}$$

em que ω_6 , ω_7 , ω_8 e ω_9 indicam as constantes de ajuste. Nota-se, nesse caso, o aparecimento do número de Reynolds, $Re (=Ve/v_w)$, relacionado ao escoamento de água. Adicionalmente, se ω_6 for igualado a zero, as Equações 4.35 e 4.36 tornam-se iguais.

A Equação 4.35, considerada como aquela que mais se adequa aos casos práticos entre aquelas aqui apresentadas, foi construída para levar em conta parte da geometria do aerador (o que aparece com a presença do ângulo α , entre a rampa e o fundo do canal). Em termos simples, esta equação considera a relação entre as áreas de passagem do ar e da água (A_a/A_w), o comprimento relativo do jato (L/e), características geométricas (ângulos θ e α) e características dos fluidos (ρ_w/ρ_a). Com exceção das características dos fluidos, exatamente essas grandezas foram consideradas no equacionamento empírico de Kökpinar e Gögüs (2002), representado pela Equação 3.25.

Devido à coerência conceitual, à simplicidade e às coincidências entre a Equação 4.35 e as informações empíricas da literatura, Brito et al. (2010) efetuaram um estudo comparativo entre a presente formulação e dados experimentais de Carvalho (1997) obtidos sob condições controladas. Frisa-se que o estudo de Brito et al. (2010) foi desenvolvido no contexto da presente pesquisa, sendo que a divulgação dos resultados decorrentes deste estudo é uma decorrência natural dos esforços aqui concentrados. Os resultados mostram a adequação desta forma de abordagem.

A metodologia adotada na presente pesquisa envolveu a digitalização dos dados obtidos por Carvalho (1997) para a planilha Excel[®], o que foi feito durante a geração da formulação básica reportada em Schulz (2008). Posteriormente, na sequência desta linha de pesquisa, foram elaborados procedimentos utilizando ferramentas existentes na própria planilha Excel[®] relativos ao ajuste de constantes de equações com base em dados numéricos. Utilizou-se o método dos mínimos quadrados, minimizando o erro quadrático dos desvios entre previsão e resultados experimentais. O ajuste efetuado foi não-linear, uma possibilidade

de análise disponível na planilha Excel[®]. Os coeficientes foram ajustados livremente para a equação 4.35, para cada ângulo de abertura da válvula borboleta existente na tubulação de adução de ar. Ou seja, os três coeficientes obtidos foram ajustados concomitantemente e automaticamente. Posteriormente verificou-se qual é o efeito do ângulo de abertura da válvula borboleta sobre esses coeficientes. Para a equação 4.36 adotou-se procedimento algo diferente. Inicialmente permitiu-se que a constante ω_6 variasse livremente juntamente com os outros coeficientes para cada ângulo de abertura da válvula borboleta. Posteriormente fixou-se um valor para esta constante, para cada ângulo de abertura da válvula, permitindo que os demais coeficientes se ajustassem concomitantemente. Este procedimento se justificou pela verificação de que o escoamento de ar apresentava números de Reynolds abrangendo regimes laminares e turbulentos, em se considerando escoamento pleno no tubo. Note-se que o fator de cisalhamento $f=64/Re$ não pode ser utilizado indiscriminadamente porque se trata de um tubo curto, e o fator numérico 64 pode não ser aplicável (conforme evidenciado no estudo de Simões, Schulz e Porto, 2010). Pelo fato de o regime de escoamento não poder ser caracterizado como laminar, turbulento, ou de transição, sendo isto uma causa de dispersão, buscou-se o ajuste direcionado, ou seja, impondo constantes maiores para as situações de escoamento com menores números de Reynolds. Entretanto, observou-se que um número irrelevante de experimentos analisados nesta pesquisa não preencheu a condição de escoamento turbulento. Assim, todo o estudo aqui apresentado foi efetuado com a condição de turbulência plena.

Em termos de equipamento utilizado para obter os dados, vale a descrição fornecida por Carvalho (1997). Os dados foram coletados pelo autor mencionado no Laboratório de Hidráulica Ambiental do Centro de Recursos Hídricos e Ecologia Aplicada–CRHEA da Escola de Engenharia de São Carlos–USP. Como já mencionado no item 3.5.3, o equipamento constituiu-se de uma canaleta de bancada com 0,20 m de largura, 0,36 m de altura e 5,0 m de comprimento útil. A água era injetada através de uma comporta no lado da canaleta que admitia movimento vertical. Para tanto, um comprimento adicional de 1,0 m foi acrescido à canaleta. Quando erguendo esta extremidade da canaleta, os ângulos de inclinação (θ) foram ajustados para 3, 14, 30 e 45 graus e os ângulos da rampa (α) foram ajustados para 0, 4, 6, 8 e 10 graus. As paredes e o fundo da canaleta foram confeccionados em acrílico, havendo piezômetros ao longo do fundo, conforme pode ser visto na Figura 3.11 (mangueiras de plástico que aparecem fixas ao fundo).

A Figura 4.5 mostra esquematicamente os principais componentes do experimento de Carvalho (1997) e os parâmetros considerados neste trabalho. Alguns desses parâmetros já foram definidos na explicação das Equações 4.35 e 4.36.

Figura 4.5 - Esquema de aerador de fundo com os principais componentes construtivos e escoamento (Fonte: Brito et al., 2010, página 3).

O conjunto de dados experimentais coletados foi muito amplo, envolvendo muitas combinações de vazões de ar e água, além de presença de rugosidades na rampa e de desnível localizado (degrau) entre as cotas de fundo a montante e a jusante do aerador. Frisa-se que na presente análise foram considerados os dados obtidos para rampas lisas e sem degraus no aerador. Além disso, houve o cuidado de executar experimentos controlados de perda de carga na alimentação de ar. Ou seja, a vazão de ar era regulada através da abertura controlada de uma válvula borboleta, montada junto à seção de alimentação do duto de ar. Esta válvula foi fixada alternadamente, durante os experimentos, em seis posições angulares relativas à seção transversal do escoamento ($\psi=90, 75, 45, 30$ e 15 graus de abertura, correspondendo o ângulo de 90 graus à abertura total da válvula). Por conseguinte, a depressão sob o jato podia ser parcialmente controlada, a partir do controle da vazão de ar.

No presente estudo foram consideradas todas as combinações entre θ e α , a menos da situação $\theta=3^\circ$, porque implicava em lançamento do jato para cima (positivo em relação à horizontal), enquanto que os demais ângulos do canal implicavam em lançamento do jato para baixo (negativo em relação à horizontal). Essa disposição geométrica (lançamento para cima) não está representada no tratamento teórico (Equações 4.35 e 4.36) aqui relatado, embora seja tema desta linha de pesquisa.

5 RESULTADOS

Os resultados que a seguir são apresentados referem-se à análise comparativa entre os modelos propostos nesta pesquisa e dados experimentais disponíveis na literatura, destacando-se o trabalho de Carvalho (1997) e dados de protótipos das barragens de Emborcação e Foz de Areia apresentados em Pinto (1991). Neste capítulo é também apresentada uma análise comparativa entre o modelo que considera o escoamento turbulento do ar com as formulações empíricas encontradas na literatura.

5.1 Ensaios com dados de Carvalho (1997)

Como comentado, a fonte básica de dados para o estudo aqui apresentado é o trabalho de Carvalho (1997), obtidos no Laboratório de Hidráulica Ambiental da Escola de Engenharia de São Carlos. Os dados coletados formam um banco de dados organizados em cerca de 2800 linhas, o que representa uma fonte valiosa para estudos de aeração em escoamentos de altas velocidades em canais inclinados. A análise desenvolvida pelo autor citado representa um primeiro esforço de previsão, cujos passos são interessantes para os iniciantes no estudo experimental e teórico da aeração em vertedores de barragens. O banco de dados é evidentemente de valor inestimável para estudos como este aqui apresentado. Carvalho (1997) considerou, além de inclinações variáveis de canaleta e rampa, variações da rugosidade da rampa e incorporação de um degrau. Para a validação e análise da consistência da formulação desenvolvida no contexto do presente trabalho são considerados nominalmente:

- inclinações de canaleta de 14, 30 e 45°;
- ângulos de rampa de 4, 6, 8 e 10°;
- sem degrau;
- sem rugosidade (rampas lisas).

Para inclinações do canal de 30 e 45 graus considerou-se apenas a inclinação da rampa de 4 graus.

A seguir se apresentam diferentes análises feitas com base nos dados de Carvalho (1997) e outros autores, que permitem fazer uma avaliação da formulação aqui apresentada. Os dados digitalizados e a ferramenta Solver da planilha Excel[®] permitiram obter parâmetros de ajuste do modelo dado pela equação 4.35, que considera o escoamento turbulento do ar.

A apresentação dos resultados está ordenada segundo três fases: 1) a primeira considerando a avaliação separada de diferentes ângulos da rampa e diferentes aberturas da válvula borboleta esquematizada na Figura 4.5; 2) a segunda considerando a análise conjunta das inclinações do canal e dos diferentes ângulos da rampa; 3) a terceira culminando com a obtenção de uma formulação de cunho prático para o cálculo do coeficiente de incorporação do ar.

Nos primeiros testes verificou-se a adequação da formulação para situações particulares. Os gráficos apresentados na Figura 5.1 foram obtidos com a Equação 4.35 para os diferentes ângulos α , $\theta=14^\circ$ e todos os ângulos ψ .

Figura 5.1 - Gráficos ($\beta_c \times \beta_e$) para $\theta = 14$ graus, $\alpha = 4, 6, 8$ e 10 graus e ψ indicados, usando a equação 4.35.

Nas figuras β_e e β_c são coeficientes de incorporação experimentais e calculados, respectivamente. Vê-se boa aderência à reta de ajuste perfeito. As constantes ajustaram-se nos

intervalos $9,25 \cdot 10^{-6} \leq \omega_3 \leq 1,4 \cdot 10^{-4}$, $7,7 \cdot 10^{-5} \leq \omega_4 \leq 31,7$ e $0 \leq \omega_5 \leq 1,97$. As previsões estão preferencialmente entre as linhas de erro de $\pm 20\%$ o que indica uma boa estimativa dos valores previstos em relação aos dados experimentais.

A mesma tendência também é observada para as restantes configurações consideradas, conforme ilustrado na Figura 5.2. Assim, nesta primeira fase houve a indicação de que a Equação 4.35 contém os parâmetros necessários para a quantificação de β .

Figura 5.2 - Gráficos (β_c x β_e) para $\theta=30$ e 45 graus, $\alpha=4$ graus, e ψ , indicados, usando a equação 4.35.

Posteriormente buscou-se generalizar a análise para todos os ângulos θ e α , buscando também considerar todos os ângulos ψ . A equação 4.35 mostrou bom ajuste aos dados experimentais para os ângulos de abertura da válvula iguais a 45° , 60° , 75° e 90° , como apresentado na Figura 5.3. Para os ângulos $\psi=15^\circ$, $\psi=30^\circ$ os melhores ajustes envolvem coeficientes particulares, como mostrado nas Figuras 5.1 e 5.2. Não obstante, o gráfico conjunto da Figura 5.5 envolve também os dados de $\psi=15^\circ$ e $\psi=30^\circ$, que se mostram mais dispersos em relação aos demais dados (são dados no intervalo $0 < \beta < 0.2$). Mesmo mais dispersos, considerou-se que esses resultados devem ser inseridos na análise global, uma vez que justamente busca-se verificar a qualidade das previsões obtidas com o modelo em teste. As constantes correspondentes aos ajustes que produziram a Figura 5.5 encontram-se indicadas na Tabela 5.1.

Figura 5.3 - Gráficos ($\beta_c \times \beta_e$) para $\theta=14, 30$ e 45 graus, $\alpha= 4, 6, 8$ e 10 graus, e ψ , indicados, usando a equação 4.35.

A constante ω_4 está relacionada à energia dissipada na tubulação de adução de ar, que tem forte influência da válvula presente no duto. O seu significado físico é, portanto, claro, devendo esta constante ser tanto maior quanto menor for a abertura da válvula (maior perda de energia). Os dados da Tabela 5.1 corroboram tal previsão. Utilizando esses valores de melhor ajuste para ω_4 propôs-se uma equação empírica para relacionar ω_4 e ψ , indicada na Equação 5.1. Observa-se que os valores de ω_4 para aberturas de 15 e 30 graus são muito maiores dos que os seus valores para os demais ângulos. Considerando os valores de ω_4 calculados para $45, 60, 75$ e 90 graus, constatou-se a existência de uma boa correlação entre ω_4 e ψ (ver Figura 5.4) que permitiu o estabelecimento da equação 5.1, cujo coeficiente de determinação (R^2) é igual a 1.

Tabela 5.1 - Valores de constantes de ajuste para diversas aberturas da válvula de borboleta

ψ [°]	ω_3 [-]	ω_4 [-]	ω_5 [-]
15	0.023	34.28	1.54
30	0.0048	1.58	1.17
45	0.00015	0.0006	1.064
60	0.00012	0.00016	1.02
75	0.00011	0.00045	0.99
90	0.00016	0.00013	1.09

$$\omega_4 = 0.0263 \cdot \exp(-0.085 \psi) \quad (5.1)$$

Figura 5.4 - Gráfico que representa a relação entre ω_4 com ψ para aberturas de 45, 60, 75 e 90 graus.

Com a intenção de simplificar a metodologia proposta, assumiu-se inicialmente como válidos os valores médios de ω_3 e ω_5 (aproximadamente independentes de ψ), calculados a partir das informações encontradas na Tabela 5.1 para os ângulos entre 45 e 90 graus. A Equação 5.1 foi inserida na Equação 4.35, juntamente com os valores médios de ω_3 e ω_5 , iguais a 0,00014 e 1,043, respectivamente. Como resultado, foi obtida a Equação 5.2, empregada para gerar o gráfico da Figura 5.5. Esta figura contém uma comparação entre os valores experimentais e os valores calculados com a Equação 5.2 para os ângulos citados. Para 15 e 30 graus, os pontos correspondem aos valores experimentais e calculados com a Equação 4.35 e os dados da Tabela 5.1 (sem médias ou ajustes). Como resultado, nota-se que há uma concordância muito boa entre a teoria e a experimentação. Os maiores desvios ocorreram para o ângulo de 90 graus.

$$\beta = 0,00014 \cdot \sqrt{\frac{\rho_w}{\rho_a} \frac{L}{e} \frac{A_a}{A_w}} \sqrt{\frac{1}{\left[\left(\frac{A_a}{A_w}\right)^2 + (0,0263 \cdot \exp(-0,085\psi))\left(\frac{L}{e}\right)^2\right]}} \cdot \sqrt{\frac{1}{[1,043 \cdot \sin\theta \cos(\theta - \alpha) - \sin(\theta - \alpha)\cos\theta]}} \quad (5.2)$$

Figura 5.5 - Gráficos(β_c x β_e) para todas configurações consideradas.

Como mencionado, a “constante” ω_4 apresenta o comportamento esperado, variando grandemente com o ângulo de abertura ψ , uma vez que esta constante quantifica a perda de carga. Da mesma maneira, a constante ω_5 apresenta valores próximos da unidade para toda a gama de variação de ψ . Esta constante decorre das hipóteses feitas para a fase líquida, quando se fez a aproximação para $\frac{\partial p}{\partial x}$ e $\frac{\partial p}{\partial y}$ e, portanto, idealmente independentes da válvula borboleta na adução de ar, o que foi observado. A constante ω_3 efetua o ajuste da “proporcionalidade” entre os valores calculados com a equação e os valores medidos. Em outras palavras, é a constante multiplicativa, que pode ser influenciada pelas diferentes condições experimentais. No presente estudo, há pouca influência do ângulo ψ para o intervalo entre 45° e 75°, mas seu efeito é sentido fora desse intervalo.

As previsões obtidas com as equações existentes na literatura foram também lançadas em gráficos, permitindo a análise comparativa da qualidade dos ajustes em relação às

previsões da presente aproximação (ver item 5.2). A Equação 5.2 foi utilizada nas comparações subsequentes da presente pesquisa.

Considerando a possibilidade de escoamentos laminares, menciona-se novamente que a Equação 4.36 é indicada, em princípio, quando se tem parte da tubulação de adução de ar com escoamento laminar. No presente estudo localizaram-se alguns números de Reynolds que pediriam uma análise mais criteriosa do modelo a usar. Por exemplo, há um caso em que $Re \sim 1700$ para abertura de $\psi=15^\circ$, sendo este o valor mínimo encontrado. Também há um caso em que $Re \sim 3000$ para $\psi=30^\circ$. O que se observou é que há muito poucas situações com Reynolds suficientemente baixos, que poderiam implicar em um escoamento tendendo à laminaridade. Os escoamentos foram essencialmente turbulentos para $\psi=45, 60, 75$ e 90° , justificando plenamente o uso da Equação 4.35.

A possibilidade da existência de números de Reynolds reduzidos para $\psi=15$ e 30° justifica também a mudança comportamental no coeficiente ω_4 . É conhecida a abrupta variação do fator de cisalhamento da equação universal de perda de carga para regimes de transição, que se reflete nesta constante. Foi efetuada uma inspeção dos números de Reynolds na tubulação de ar para todos os experimentos utilizados, a qual é apresentada na Tabela 5.2. Verifica-se que, dos 822 experimentos analisados, apenas 2 possuíam números de Reynolds suficientemente baixos para se aventar a possibilidade de tendência ao regime laminar, e apenas 10 puderam ser classificados como característicos de regime de transição.

Tabela 5.2 - Tipos de escoamentos de ar para os dados de Carvalho (1997)

$\psi(^{\circ})$	Escoamento Laminar	Escoamento de transição	Escoamento turbulento
15	2	9	103
30	0	1	115
45	0	0	92
60	0	0	113
75	0	0	112
90	0	0	287
Total	2	10	822

Inferiu-se que a formulação 4.36, para escoamento laminar do ar, não é aplicável ao conjunto de dados usado. Caso se possua situações com baixos números de Reynolds, estudos criteriosos devem ser conduzidos para validar a aplicação desta formulação.

Como última observação referente ao ajuste dos dados, menciona-se que no gráfico da Figura 5.5, para a abertura de 90° da válvula do duto de ar, duas tendências distintas podem

ser visualizadas. Os dados previstos tendem a “fugir” da reta de ajuste perfeito, concentrando-se em duas “nuvens” distintas, uma acima dessa reta e outra abaixo dela. Duas hipóteses foram levantadas para explicar esta bifurcação. A primeira levanta a possibilidade de ocorrerem diferentes perfis para a superfície da água, e a segunda considera comportamentos distintos do escoamento quanto da abertura e do fechamento da comporta. Os comportamentos experimentais da superfície, a seguir apresentados, foram observados por Simões (2010), tendo sido gentilmente cedidos para o presente estudo.

Perfil Medido S₂: O perfil S₂ é previsto teoricamente para a situação de trabalho a partir da equação diferencial do escoamento gradualmente variado. Ele ocorre em canais de forte declividade (com $I_0 > I_c$) e é caracterizado por profundidades decrescentes no sentido do escoamento. Como pode ser visto na Figura 5.6, o adimensional Γ ($=h/h_c$) decresce ao longo de H ($=z/h_c$). Este é o comportamento de um perfil S₂. Para $H > 3,4$, as profundidades crescem devido à entrada de ar através da superfície livre (este experimento foi realizado sem aerador de fundo e com degraus no fundo do canal, que tem declividade de 45°).

Figura 5.6 – Perfil médio da superfície livre: perfil S₂ ($h_c \geq h \geq h_0$). (Fonte: Simões, 2010)

Perfil Medido S₃: Para uma vazão maior e uma profundidade inicial menor (obtida com o fechamento da comporta situada na extremidade de montante), observou-se a ocorrência de um perfil S₃, como ilustrado na Figura 5.7. Assim como o perfil S₂, o perfil S₃ ocorre em canais de forte declividade e é previsto teoricamente pela mesma equação diferencial. Em todos os casos, as profundidades correspondem a valores médios obtidos com ultrassom a partir de amostras com 6000 pontos obtidos com frequência de 50 Hz.

Figura 5.7 – Perfil médio da superfície livre: perfil S_3 ($h_c > h_o > h$) (Fonte: Simões, 2010)

A possibilidade da existência de dois comportamentos para a superfície da água (S_2 e S_3) representa uma possível causa hidráulica para a bifurcação da nuvem de pontos da Figura 5.5.

A segunda hipótese está relacionada ao comportamento do rolo formado abaixo do jato, quando este reencontra o fundo (impacto do jato). Trata-se de uma região de grande turbulência, que pode ter implicações na incorporação de ar no escoamento. Embora não se tenha atentado para esse detalhe quando dos experimentos, é possível que o tamanho desse rolo quando a comporta é aberta seja diferente do tamanho quando a comporta é fechada. Havendo esta “histerese”, o comprimento útil do jato fica afetado (L) e, consequentemente, o valor de β . Note-se que a medida de L sempre foi feita utilizando piezômetros distribuídos ao longo do eixo longitudinal do fundo do canal. O ponto de maior pressão foi tomado como aquele que define o comprimento do jato. Isto, evidentemente, não contempla eventuais efeitos de histerese no comprimento útil (sempre menor do que o comprimento obtido a partir do pico de pressão). Assim, se o rolo provocado pelo impacto apresentou tamanhos diferentes, também o comprimento útil foi afetado. Nesse caso, trata-se de um erro sistemático que pode ser considerado em análises posteriores mais detalhadas.

5.2. Comparação entre o equacionamento para escoamento turbulento de ar e formulações da literatura

Como introdução a este item, vale mencionar que as análises que levaram à Figura 5.5, nas quais se quantificou a subpressão a partir de características do escoamento de água que a causou, podem similarmente ser aplicadas às equações 3.27 e 3.28 do item 3.6, nas quais o efeito desta pressão foi mantido na formulação final. Substituindo a subpressão nessas equações, obtém-se a seguinte equação modificada:

$$\beta = C_a \sqrt{2 \frac{\rho_w}{\rho_a} \frac{A_a}{A_w}} \sqrt{2 \cos^2 \alpha \left[\operatorname{tg} \alpha + i + \frac{\Delta y}{L} \right] \frac{e}{L} - \frac{1}{F_r^2}} \quad (5.3)$$

Note-se que a equação 5.3 possui um único parâmetro de ajuste, o que simplifica a sua aplicação a dados de literatura. Entretanto, as previsões obtidas com a equação modificada mostraram uma correlação de apenas 45% com os dados de Carvalho (1997), o que se reflete no grande espalhamento observado na Figura 5.8. Assim, embora também fundamentada em considerações acerca da física do fenômeno, esta equação modificada revelou-se menos adequada que a formulação 5.2. Não obstante, as propostas do Prof. Souza, convenientemente descritos em Lima (2003) e Moraes (2007), que induziram à apresentação da equação 5.3, foram alguns dos elementos motivadores para os trabalhos da presente linha de pesquisa.

Figura 5.8 – Comparação entre a Equação modificada 5.3 e os dados de Carvalho (1997), mostrando baixa correlação.

Na sequência deste item é feita uma comparação entre as previsões da formulação dada pela expressão 5.2 e as formulações existentes na literatura, apresentadas por Pinto (1991), Rutschmann e Hager (1990), Kökpinar e Gögüs (2002) e Pfister e Hager (2010). Neste item a comparação é feita com dados de Carvalho (1997).

Os gráficos comparativos para as diferentes formulações e o modelo proposto são apresentados de forma sequencial.

Observa-se, na Figura 5.9, que os valores calculados pela formulação de Pfister e Hager (2010) fornecem previsões super-dimensionadas, encontrando-se concentrados acima dos valores calculados pelo modelo desta pesquisa.

Figura 5.9 - Comparação entre a formulação de Pfister e Hager (2010) e modelo proposto.

A Figura 5.10 compara a formulação de Pinto (1991) e a Equação 5.2. Observa-se grande concordância visual entre os dois equacionamentos. Mas o cômputo do coeficiente de correlação com a totalidade dos dados mostra maior aderência da presente formulação com os dados experimentais. Verificou-se um coeficiente de correlação de 91% para a Equação 5.2 e de 78% para a formulação de Pinto (1991), para os dados aqui analisados.

Figura 5.10 - Comparação entre a formulação de Pinto (1991) e modelo proposto.

A Figura 5.11 apresenta a comparação entre a formulação de Rutschmann e Hager (1990) e a Equação 5.2. Como ocorreu com a formulação de Pfister e Hager (2010), os valores previstos pela formulação empírica se encontram acima dos levantados experimentalmente.

Figura 5.11 - Comparação entre a formulação de Rutschmann e Hager (1990) e modelo proposto.

A Figura 5.12 mostra previsões obtidas com a Equação 5.2 e a proposta de Kökpinar e Göğüs (2002), para os diferentes ângulos de abertura da válvula de adução de ar. Para todas as aberturas, verifica-se que os valores dos coeficientes de incorporação de ar teóricos são próximos dos valores experimentais, tanto para a formulação de Kökpinar e Göğüs (2002) como para a Equação 5.2. Em termos de espalhamento das previsões, aquele produzido pela formulação de Kökpinar e Göğüs (2002) é maior do que aquele da Equação 5.2. O coeficiente de correlação entre os dados experimentais e os obtidos pela formulação de Kökpinar e Göğüs (2002) é de 80%, enquanto que para a Equação 5.2, como já foi dito, é de 91%.

Figura 5.12 - Comparação entre a formulação de Kökpınar e Gögüs (2002) e o modelo proposto.

Com base nas comparações feitas, as equações de Rutschmann e Hager (1990) e Pfister e Hager (2010) superavaliam β . Já as equações de Kökpınar e Gögüs (2002) e Pinto (1991) aproximam melhor os dados medidos. Entretanto, a formulação proposta neste trabalho produz as melhores previsões no contexto das equações testadas.

Enfatiza-se ainda que os modelos empíricos aqui considerados foram obtidos a partir de diferentes análises dimensionais e diferentes conjuntos originais de dados. Assim, o seu uso em situações distintas é sempre acompanhado de alguma incerteza. O fato de as formulações de Pinto (1991) e Kökpınar e Gögüs (2002) mostrarem boas correlações também para os dados da presente pesquisa mostra uma feliz escolha de parâmetros adimensionais na determinação da equação. Já a Equação 5.2, cuja formulação parte de princípios físicos gerais, não apresenta, em princípio, restrições evidentes de aplicação. É esperado, entretanto, que limitações surjam a partir do momento em que há constantes a serem ajustadas utilizando de dados experimentais. Como escoamentos de ar e água envolvem coeficientes de resistência

cujo equacionamento definitivo ainda não foi atingido (a turbulência ainda não foi definitivamente quantificada), essas possíveis limitações devem ser testadas experimentalmente. No presente estudo houve a “felicidade” de a equação em tela mostrar boa aderência aos dados.

5.3. Comparação com dados de protótipos

Neste item é feita uma comparação entre as previsões da Equação 5.2, utilizando parâmetros de ajuste de escala, e as formulações da literatura já mencionadas no item 5.2. Os fatores de escala são utilizados porque são agora utilizados dados de protótipos de aeradores já instalados nas barragens de Emborcação e Foz de Areia no Brasil (PINTO, 1991).

Nas Figuras 5.13 e 5.14 estão representados os dados do coeficiente de incorporação de ar dos protótipos e os valores correspondentes calculados com os modelos considerados.

O efeito de escala foi contornado considerando as correções propostas por Kökpinar e Göğüs (2002), que definem as seguintes relações entre os valores de β de protótipos e de experimentos em laboratório:

Para vertedores aerados simetricamente tem-se:

$$(\beta_{\text{prot}})_c = \xi'(\beta_e)^{\varepsilon'} \quad (5.4)$$

Para vertedores aerados assimetricamente tem-se:

$$(\beta_{\text{prot}})_c = \xi''(\beta_e)^{\varepsilon''} \quad (5.5)$$

em que o subscrito c indica o valor calculado para o protótipo. $\xi' (= 5,194)$, $\xi'' (= 4,186)$, $\varepsilon' (= 1,150)$ e $\varepsilon'' (= 1,388)$ são os fatores de escala, representados por constantes experimentais obtidas através de análises de regressão.

Devido a insuficiência de dados para condições assimétricas, a comparação foi feita utilizando apenas os três pontos dos dados fornecidos por Pinto (1991), conforme o anexo B.

A Figura 5.13 é referente aos dados da Barragem de Emborcação. Nela estão apresentados os valores previstos e as linhas para a faixa de erro de $\pm 15\%$, indicando que a equação 5.2 produz uma boa correlação para as previsões e experimentos.

Novamente as equações de Pinto (1991), Kökpinar e Göğüs (2002) e a Equação 5.2 mostram os melhores resultados para o cálculo do coeficiente de incorporação de ar β . Os resultados de Rutschmann e Hager (1990) e Pfister e Hager (2010) superdimensionam β .

Na presente análise ficou evidenciada a importância do parâmetro L/e na aeração através da superfície inferior do jato, corroborando a proposta de Pinto, Neidert e Otta (1982) e a discussão feita após a Equação 4.9. Nesse caso, não se verifica um efeito muito restritivo decorrente da resistência à passagem de ar pela tubulação ou estrutura de adução. Adicionalmente, informa-se que as tabelas geradas mostraram que β cresce com o aumento dos parâmetros A_a/A_w , θ e Fr .

Figura 5.13 - Comparação de dados da Barragem de Emborcação com as previsões de β para aeração pela superfície inferior do jato aerador.

Também no que se refere aos dados da barragem de Foz de areia, apresentados na Figura 5.14, constata-se que as formulações que melhor aderem a reta de ajuste perfeito são a Equação 5.2 e as formulações de Kökpinar e Gögüs (2002) e Pinto (1991).

Figura 5.14 - Comparação de dados de Barragem Foz de Areia com os valores de coeficientes de incorporação de ar na camada inferior do jato de aeradores de fundo.

Como o modelo aqui apresentado foi obtido aplicando princípios físicos e reproduz com boa qualidade o fenômeno real, sugere-se o seu uso como ferramenta de pré-projeto para β . Os coeficientes de ajuste utilizados (e sugeridos) no modelo (Equação 5.2) para os dados de protótipos são: $\omega_3=0,00014$; $\omega_4=0,00014$ e $\omega_5=1,043$ (que correspondem a um ângulo de abertura da válvula de adução entre 45° e 60° na Tabela 5.1, mas com esses valores a equação pode ser considerada válida para abertura até 90°). Nos anexos A e B são apresentados os dados de dois protótipos e a comparação entre os valores experimentais e teóricos para o coeficiente de incorporação de ar das diversas formulações consideradas.

6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O estudo comparativo entre dados experimentais e modelos teóricos é essencial para a adoção prática desses últimos. No presente trabalho foram desenvolvidas equações teóricas para o cálculo do coeficiente de incorporação do ar em aeradores de fundo utilizados em vertedores e canais de escoamentos de água a altas velocidades. As equações foram obtidas aplicando princípios físicos de conservação de massa, energia e quantidade de movimento ao escoamento de ar e ao escoamento de água. Para o lado do ar mostrou-se que o equacionamento geral envolve a resistência ao escoamento na tubulação de captação. Foi considerada a possibilidade de ocorrência de escoamento laminar e turbulento nesta tubulação, sendo que a análise dos dados disponíveis neste estudo apontou que os escoamentos estudados eram turbulentos em sua quase totalidade.

Salientou-se que, em se conhecendo a subpressão sob o jato, não há necessidade de conhecer qualquer propriedade do escoamento de água, pois o escoamento de ar depende diretamente desta subpressão e a sua formulação já fornece a vazão de ar que flui no aerador. Porém, o fato de a subpressão ser um parâmetro de difícil conhecimento *a priori* (para projetistas) fez com que se buscasse a sua quantificação utilizando as características da fase líquida.

As equações obtidas mostraram-se coerentes quanto aos parâmetros envolvidos na quantificação do arraste de ar, coincidindo, em termos de parâmetros relevantes, com aqueles apresentados nas equações empíricas da literatura.

Foi feito um esforço direcionado ao fornecimento de uma formulação que auxilie o engenheiro na fase de pré-projeto e projeto de aeradores de fundo. Nesse sentido, os resultados do modelo com bases físicas mostram-se confiáveis, uma vez que produzem boas correlações em diferentes situações de aplicação. De forma geral, as estimativas (previsões) aproximaram-se dos correspondentes valores experimentais. Verificou-se que os parâmetros de ajuste apresentam variações compatíveis com as expectativas decorrentes da análise do fenômeno físico. O parâmetro que apresentou a variação mais ampla foi aquele que quantifica a perda de carga na tubulação de adução, que é dependente da velocidade do escoamento e da perda de carga imposta pela válvula que controla a passagem de ar. O segundo parâmetro que apresentou variação foi o fator multiplicativo global, que também corrige efeitos decorrentes de diferentes condições experimentais. Nesse caso a faixa de variação foi bem menor do que

para o parâmetro anteriormente mencionado. Finalmente, o terceiro parâmetro, decorrente de hipóteses simplificadoras efetuadas na fase líquida, mostrou-se razoavelmente constante.

Conclui-se que a expressão proposta para o arraste induzido de ar pode ser usada no pré-dimensionamento de aeradores de fundo. Verificou-se que as condições de perda de carga na adução são importantes, mas as previsões aderiram bem aos dados de protótipo utilizando parâmetros de ajuste que correspondem a uma posição da válvula de adução entre 45° e 60°, valores também sugeridos para fins práticos. Finalmente, menciona-se a conveniência da aplicação dos fatores de escala de Kökpınar e Göğüs (2002), que se mostraram úteis para as previsões.

Como sugestões para a continuação de estudos ligados a formulação física para aeradores de fundo, tem-se:

- verificação mais detalhada da possibilidade de uso do equacionamento que considera o escoamento laminar do ar.
- incorporação dos parâmetros físicos medidos, mas não utilizados na presente análise, como a rugosidade da rampa e a presença de degraus. Há a expectativa de que surjam alterações no valor dos parâmetros de ajuste.
- considerar correções para a bifurcação que aparece nos dados de 90°. Nesse caso, em sendo um erro sistemático, a correção apenas se aplica aos dados experimentais aqui analisados e deve ser incorporada no valor de L para esses dados.
- aplicação do equacionamento apresentado a dados de outras fontes, efetuar a calibração de simulações numéricas, bem como implementar softwares eventualmente mais gerais para o cálculo dos parâmetros de ajuste.

7 REFERÊNCIAS

ARANTES, E.J. et al. (2010). Lower nappe aeration in smooth channels: Experimental data and Numerical simulation. **Anais da Academia Brasileira de Ciências**, Rio de Janeiro, v. 82, n.2, 17p.

AYDIN, M.C.; OZTURK, M. (2009). Verification and validation of a computational fluid dynamics (CFD) model for air entrainment at spillway aerators. **Canadian Journal Civil Engineering**, Ottawa, v. 36, p. 826-836.

BAUER, W.J. (1954). Turbulent boundary layer on steep slopes. **Transactions of American Society of Civil Engineers**, New York, v. 119, p. 1212-1233.

BORSARI, R.D. (1986). A cavitação por irregularidade de superfície e a aeração como forma de prevenção. 246 f. Dissertação (mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

BRITO, R.J.R. et al. (2010). Incorporação de ar por aeradores de escoamentos de alta velocidade em vertedores: análise de dados e modelos. In: CONGRESSO LATINOAMERICANO DE HIDRAULICA, 24., Punta del Este, **Memorias...** Punta del Este, Uruguay.

CAIN, P. (1978). **Measurements within self-aerated flow on a large spillway**. Ph.D (Thesis), Dept. of Civil Eng., University of Canterbury, Christchurch, New Zealand.

CAIN, P.; WOOD, I.R. (1981a). Instrumentation for aerated flow on spillways. **Journal of Hydraulic Division - ASCE**, New York, v. 107, HY 11, p. 1407-1424.

CAIN, P.; WOOD, I.R. (1981b). Measurements of Self-Aerated Flow on a Spillway. **Journal of Hydraulic Division - ASCE**, New York, v 107, HY 11, p. 1425-1444.

CAMPBELL, F.F; COX, R.G.; BOYD, M.B. (1965) boundary layer and spillway energy losses. **Journal of Hydraulic Division - ASCE**, New York, v 91, HY 3, proc. Paper 4331. p. 149-163.

CARVALHO, P.D. (1997). **Aeração de Escoamentos de Alta Velocidade em Canais de Forte Declividade**. Tese de Doutorado apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, Univ. de São Paulo, São Carlos, S.P.

CHANSOON, H. (1988). **A Study of air entrainment and aeration devices on a spillway model**. Ph. D. (Thesis)- Dept. of Civil Eng., University of Canterbury, New Zealand.

CHANSOON, H. (1989). Study of air entrainment and aeration devices. **Journal of Hydraulic Research**, Delft, v.27, n.3, p.301-319.

CHANSOON, H. (1991). Aeration of a free jet above a spillway. **Journal of Hydraulic Research**, Delft, v.29, n. 5, p.655-667.

- CHANSON, H. (1992). Air entrainment on chute and spillways. Proc. 11st Australasian Fluid Mechanics Conference AFMC, v.1, paper 1D-3, Hobart, Australia, p. 83-86.
- CHANSON, H. (1993). Self-aerated flow on chutes and spillways. **Journal of Hydraulic Engineering - ASCE**, New York, v. 119, n. 2, p. 220-243.
- CHANSON, H. (1994). Aeration and de-aeration at bottom aeration devices. **Canadian Journal Civil Engineering**, Ottawa , v. 21, n.3, p.404-409.
- CHANSON, H. (1995). Predicting the filling of ventilated cavities behind spillway aerators. **Journal of Hydraulic Research**, Delft, v.33, n. 3, p.361-372.
- CHANSON, H. (1996) Air bubble entrainment in free-surface turbulent shear flows. London: Academic Press. 348 p.
- CHANSON, H. (2007). Air entrainment processes in a full-scale rectangular dropshaft at large flows. **Journal of Hydraulic Research**, Delft, v.45, n. 1, p.43-53
- FALVEY, H.T. (1990). **Cavitation in chutes and spillways**. Denver: Bureau of Reclamation. (Engineering Monograph 42).
- FERNANDO, A.M.; RICO, J.R. (2002). On the incipient aerated flow in chutes and spillways. **Journal of Hydraulic Research**, Delft, v.40, n. 1, p. 95-7.
- FOX, R.W.; MCDONALD, A.T.; PHILIP, J. (2006). **Introdução à mecânica dos fluidos**. 6 ed. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora.
- GIKAS, IONNAIS (1986). Tópicos de Cavitação. 271 f. Dissertação de Mestrado – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – São paulo, 1986.
- HAGER, W.H. (1991) Uniform aerated chute flow. **Journal of Hydraulic Engineering - ASCE**, New York, v. 117, n.4, p. 528-533.
- HAGER, H.W.; BLASER, F. (1998) Drawdown curve and incipient aeration for chute flow. **Canadian Journal Civil Engineering**, Ottawa , v. 25, p.467-473.
- HAMILTON, W.S. (1983). Preventing cavitation damage to hydraulic structures. **Water Power & Dam Construction**, London, v.35, n.11, p. 40-43.
- JANSEN, R.B. (1988). **Advanced dam engineering for design, construction and rehabilitation**. New York: Van Nostrand Reynolds, 811p.
- KELLS, J.A.; SMITH, C.D. (1991). Reduction of cavitation on spillways by induced air entrainment. **Canadian Journal of Civil Engineering**, Ottawa, v.18, p. 358-377.
- KHATSURIA, R.M (2005) **Hidraulic of Spillways and Energy Dissipators**. New York: Marcel Dekker, 629 p.
- KNAPP, R.T.; DAILY, J.W.; HAMMITT, F.G. (1970). **Cavitation**. New York: McGraw-Hill Book Company.

KÖKPINAR, M. A.; GÖGÜS, M. (2002). High-speed jet flow over spillway aerators. **Canadian Journal of Civil Engineering**, Ottawa, v. 29, p. 885-898.

KOSCHITZKY, H.P.; KOBUS, H. (1988). Hydraulics and Design of Spillways Aerators for Cavitation Prevention in High Speed Flows. International Symp. on Hydr. for High Dams, IAHR, p. 724-733.

KRAMER, R. (2004). Development of Aerated Chute Flow, Mitteilungen No. 183, VAW-ETH, Zürich.

KRAMER, K.; HAGER, W.H.; MINOR, H.E. (2006) Development of air concentration on chute spillways. **Journal of Hydraulic Engineering - ASCE**, New York, v. 132, n.3, p. 908-915.

LESLEIGHTER, E. (1983). Cavitation in High-Head Gated Outlets-Prototype Measurements and Model Simulation. Proc. 20th IAHR Congress, Moscow, Vol. 3, sec. B, p 495-503

LIMA, A.C.M. (2003). **Caracterização da estrutura turbulenta em escoamentos aerados em canal de forte declividade com auxílio de velocimetria a laser**. 387 f. Tese (Doutorado), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

LIMA, A.C.M.; SCHULZ, H.E.; GULLIVER, J.S. (2008). Air uptake along the lower nappe of a spillway aerator. **Journal of Hydraulic Research**, Delft, v. 46, n. 6, p.839-843.

MORAES, A.G. (2007). **Desenvolvimento e validação de um modelo conceitual de aeração em vertedores**. Dissertação (Mestrado), Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo.

PAN, S.; SHAO, Y. (1984). Scale effects in modelling air demand by a ramp slot. In: SYMPOSIUM ON SCALE EFFECTS IN MODELLING HYDRAULIC STRUCTURES, 4.7: p. 1-4. H. Kobus, ed. Esslingen am Neckar.

PETERKA, A.J. (1953). The Effect of entrained air on cavitation pitting. In: IAHR-ASCE Joint Conference, Minnesota, Minneapolis, p. 507-518.

PFISTER, M.; HAGER, W. H. (2010). Chute aerators II: hydraulic design. **Journal Hydraulics Engineering**, New York, v. 136, n.6, p. 360-367.

PINTO, N.L.S. (1979). **Cavitação e aeração em fluxos de alta velocidade**. Publicação No 35 CEHPAR, Universidade Federal do Paraná/COPEL, Curitiba, Brasil.

PINTO, N.L.S (1984) Model evaluation of aerators in shooting flow. In: SYMPOSIUM ON SCALE EFFECTS IN MODELLING HYDRAULIC STRUCTURES, p. 4.2-1/4.2-6, Esslingen, Germany.

PINTO, N.L.S (1988) Noções básicas sobre cavitação e aeração de fluxos de alta velocidade – notas de aulas (agosto de 1983). Associação Internacional de Pesquisas Hidráulicas – **Revista Latino Americana de Hidráulica**, São Paulo, v. 3, p. 81-112.

PINTO, N.L.S. (1991). Prototype aerator measurements. IAHR Hydraulic Structures Design Manual 4 In: WOOD, I.R. (Ed.) **Air entrainment in free-surface flows**. Balkema, Rotterdam: Brookfield. p 115-130.

PINTO, N.L.S.; NEIDERT, S.H. (1983). Evaluating entrained air flow through aerators. **International Water Power & Dam Construction**, United Kingdom, v.35, n.8, p. 40-42.

PINTO, N.L.S.; NEIDERT, S.H.; OTTA, J.J. (1982). Aeration at high velocity flows. **International Water Power & Dam Construction**, Kingdom, v.34, n.2, p. 34-38/ 42-44.

RUTSCHMANN, P.; HAGER, W.H. (1990). Air entrainment by spillway aerators. **Journal of Hydraulic Engineering - ASCE**, New York, v. 116, n. 6, p. 762-765.

RUTSCHMANN, P.; VOLKART, P. (1988). Spillway chute aeration. **International Water Power & Dam Construction**, Kingdom, v.40, n.1, p. 10-15.

SCHULZ, H.E. (2003). O essencial em fenômenos de transporte. São Carlos: EESC-USP.

SCHULZ, H.E. (2008). **Desenvolvimento de modelo teórico para a absorção de ar em aeradores de fundo**. In: RELATORIO FINAL DE PESQUISA NO EXTERIOR (Report), Proc. CAPES BEX2201/06-2, Saint Anthony Falls Laboratory, Dept. of Civil Eng. University of Minnesota, U.S.A. p.94-100.

SCHULZ, H.E. et al. (2010). Modelos teóricos para análise de aeração em aeradores de fundo utilizando princípios físicos. In: CONGRESSO LATINOAMERICANO DE HIDRAULICA, 24., Punta del Este, **Memorias...** Punta del Este, Uruguay.

SEMENKOV, V.M.; LENTYAEV, L. D. (1973). Spillway with nappe aeration. **Gidrotekhnicheskoe Stroitel'stvo**, Moscow, n. 5, may, p. 16-20.

SERRA, P.C.G. (1986). O uso de dispositivos de aeração em vertedouros para o controle da erosão por cavitação. 92p. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – São Paulo.

SIMÕES, A.L.A. (2010). Escoamentos em canais e vertedores com o fundo em degraus: desenvolvimentos experimentais, teóricos e numéricos. Relatório de Pesquisa (Doutorado), Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo.

SIMÕES, A.L.A.; SCHULZ; H.E., PORTO, R.M. (2010). Escoamento laminar desenvolvido em seção genérica: simulação numérica e cálculo do fator de resistência. In: CONGRESSO LATINOAMERICANO DE HIDRAULICA, 24., Punta del Este, **Memorias...** Punta del Este, Uruguay.

SOUZA, P.A. (2003) – Report escrito pelo Prof. Podalyro Amaral de Souza, fornecido gentilmente a Lima (2003).

STRAUB, L.G.; ANDERSON, A.G. (1958). Experiments on self-aerated flow in open channels. **Journal of the Hydraulics Division / American Society of Civil Engineers. Proceedings**, New York, v. 84, n. HY7, paper 1890, p. 1-35.

VISCHER, D.L.(1988) Recent development in spillway design. **International Water Power & Dam Construction**, Kingdom, v.40, n.1, p. 8-9

VISCHER, D.L.; HAGER, W.H. (1998). **Dam Hydraulics**, John Wiley & Sons, Chichester.

VOLKART, P.; RUTSCHMANN, P. (1984) Rapid flow in spillway chutes with and without deflectors – a model-prototype comparison. In: SYMPOSIUM ON SCALE EFFECTS IN MODELLING HYDRAULIC STRUCTURES, p. 4.5-1/4.5-7, Esslingen, Germany.

VOLKART, P.; RUTSCHMANN, P. (1991). Aerators on spillways. IAHR Hydraulic Structures Design. In: WOOD, I.R. (Ed.) **Air entrainment in free-surface flows**. Balkema, Rotterdam: Brookfield. p.85-113

WOOD, I.R. (1985) Air water flows. 21st IAHR Congress, Melbourne, Australia, Aug., p. 18-28.

WOOD, I.R. (1991). Free surface air entrainment on spillways. IAHR Hydraulic Structures Design. In: WOOD, I.R. (Ed.) **Air entrainment in free-surface flows**. Balkema, Rotterdam: Brookfield. p.55-84.

WOOD, I.R. (1993). Uniform region of self-aerated flow. **Journal of Hydraulic Engineering**, Delft, v.109, n.3, p. 447-461.

WOOD, I.R.; ACKERS, P.; LOVELESS, J. (1983). General method for critical point on spillway. **Journal of Hydraulics Engineering- ASCE**, New York, v. 109, n.2, p. 308-312.

Anexo A – Cálculo da entrada de ar em protótipo utilizando diferentes formulações. (Dados de Emborcação – Pinto, 1991).

Fr	Δy (m)	d (m)	e (m)	B (m)	$(\Delta y + d)/e$	α (°)	tg θ	A_a (m ²)	A_w (m ²)	A_a/A_w	L_j/e	β prot	β_c^*	β_c^{**}	β_c^{***}	β_c^{****}	β_c^{*****}
8,50	0,300	0	0,440	29,25	0,68	7,10	0,180	6,3 s	12,87	0,49	16,64	0,68	0,64	0,34	0,31	0,68	0,68
8,8	0,300	0	0,460	29,25	0,65	7,10	0,180	6,3 s	13,46	0,47	17,40	0,68	0,64	0,37	0,35	0,70	0,71
9,10	0,300	0	0,480	29,25	0,63	7,10	0,180	6,3 s	14,04	0,45	18,18	0,67	0,64	0,39	0,39	0,72	0,73
9,20	0,300	0	0,510	29,25	0,59	7,10	0,180	6,3 s	14,92	0,42	18,14	0,65	0,62	0,39	0,40	0,71	0,72
9,30	0,300	0	0,540	29,25	0,56	7,10	0,180	6,3 s	15,80	0,40	18,11	0,63	0,61	0,39	0,42	0,70	0,71
8,70	0,300	0	0,830	29,25	0,36	7,10	0,180	6,3 s	24,28	0,26	13,85	0,48	0,45	0,26	0,34	0,48	0,50
7,20	0,300	0	1,660	29,25	0,18	7,10	0,180	6,3 s	48,56	0,13	7,79	0,26	0,26	0,08	0,17	0,23	0,25
8,50	0,200	0	0,440	29,25	0,45	7,10	0,180	6,3 s	12,87	0,49	13,92	0,66	0,66	0,26	0,31	0,57	0,57
8,80	0,200	0	0,460	29,25	0,43	7,10	0,180	6,3 s	13,46	0,47	14,56	0,65	0,65	0,29	0,35	0,59	0,59
9,40	0,200	0	0,470	29,25	0,43	7,10	0,180	6,3 s	13,75	0,46	16,22	0,64	0,65	0,33	0,43	0,65	0,66
9,50	0,200	0	0,500	29,25	0,40	7,10	0,180	6,3 s	14,63	0,43	16,16	0,63	0,68	0,33	0,45	0,64	0,65
9,50	0,200	0	0,530	29,25	0,38	7,10	0,180	6,3 s	15,50	0,41	15,83	0,63	0,64	0,32	0,45	0,62	0,63
9,60	0,200	0	0,780	29,25	0,26	7,10	0,180	6,3 s	22,82	0,28	14,07	0,51	0,51	0,27	0,46	0,50	0,51
8,60	0,200	0	1,480	29,25	0,14	7,10	0,180	6,3 s	43,29	0,15	9,26	0,29	0,33	0,12	0,32	0,28	0,29

Anexo B – Cálculo da entrada de ar em protótipo utilizando diferentes formulações. (Dados de Foz de Areia – Pinto, 1991).

Fr	Δy (m)	d (m)	e (m)	B (m)	$(\Delta y + d)/e$	α (°)	tg θ	A_a (m ²)	A_w (m ²)	A_a/A_w	L_j/e	β prot	β_c^*	β_c^{**}	β_c^{***}	β_c^{****}	β_c^{*****}
9,12	0,200	0	0,810	70,60	0,25	7,10	0,260	14,4s	57,19	0,25	12,68	0,45	0,41	0,23	0,39	0,45	0,45
9,98	0,200	0	0,590	70,60	0,34	7,10	0,260	14,4s	41,65	0,35	16,60	0,55	0,52	0,34	0,52	0,63	0,62
10,00	0,200	0	0,460	70,60	0,43	7,10	0,260	14,4s	32,48	0,44	18,19	0,66	0,61	0,39	0,53	0,72	0,73
9,93	0,150	0	0,390	70,60	0,38	7,10	0,260	14,4s	27,53	0,52	16,78	0,75	0,65	0,35	0,51	0,71	0,69
9,93	0,100	0	0,390	70,60	0,26	7,10	0,260	14,4s	27,53	0,52	14,04	0,72	0,63	0,27	0,52	0,60	0,57
9,99	0,100	0	0,390	70,60	0,26	7,10	0,260	14,4s	27,53	0,52	14,19	0,73	0,63	0,28	0,53	0,61	0,58
9,99	0,200	0	0,390	70,60	0,51	7,10	0,260	7,2as	27,53	0,26	20,45	0,36	0,38	0,46	0,52	0,38	0,34
8,95	0,200	0	0,590	70,60	0,34	7,10	0,260	7,2as	41,65	0,17	14,57	0,23	0,21	0,28	0,37	0,22	0,20
9,99	0,150	0	0,390	70,60	0,38	7,10	0,26	7,2as	27,53	0,26	18,01	0,42	0,37	0,39	0,52	0,33	0,51

* Valores de β estimados pela Eq. 3.24 (Pinto, 1991).

** Valores de β estimados pela Eq. 3.23b (Rutschmann e Hager, 1990).

*** Valores de β estimados pela Eq. 3.26 (Pfister e Hager, 2010).

**** Valores de β estimados pela Eq. 3.25 (Kökpınar e Gögüs, 2002).

***** Valores de β estimados pela Eq. 5.2 (Modelo proposto nesta pesquisa).