UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
DEPARTAMENTO DE HIDRÁULICA E SANEAMENTO

ANDRÉ LUIZ ANDRADE SIMÕES

Considerações sobre a hidráulica de vertedores em degraus
Metodologias adimensionais para pré-dimensionamento

São Carlos
2008

ANDRÉ LUIZ ANDRADE SIMÕES

**Considerações sobre a hidráulica de vertedores em degraus
Metodologias adimensionais para pré-dimensionamento**

Dissertação apresentada ao Departamento de Hidráulica e Saneamento da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo como parte dos requisitos para obtenção do título de mestre em Hidráulica e Saneamento.

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo de Melo Porto

São Carlos
2008

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

S593c Simões, André Luiz Andrade
 Considerações sobre a hidráulica de vertedores em
 degraus : metodologias adimensionais para pré-
 dimensionamento / André Luiz Andrade Simões ; orientador
 Rodrigo de Melo Porto. -- São Carlos, 2008.

 Dissertação (Mestrado-Programa de Pós-Graduação e Área
 de Concentração em Hidráulica e Saneamento) -- Escola de
 Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo,
 2008.

 1. Vertedores em degraus. 2. Dissipação de energia.
 3. Bacias de dissipação. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **ANDRÉ LUIZ ANDRADE SIMÕES**

Dissertação defendida e julgada em 11/06/2008 perante a Comissão Julgadora:

Prof. Associado **RODRIGO DE MELO PORTO (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Aprovado

Prof. Titular **HARRY EDMAR SCHULZ**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Aprovado

Prof. Dr. **PODALYRO AMARAL DE SOUZA**
(Escola Politécnica/USP)

Aprovado

Prof. Associado **MARCELO ZAIAT**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em
Engenharia (Hidráulica e Saneamento)

Prof. Associado **GERALDO ROBERTO MARTINS DA COSTA**
Presidente da Comissão da Pós-Graduação da EESC

Ao meu filho querido, Andrezinho.

AGRADECIMENTOS

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, pela bolsa de mestrado concedida durante o período do curso.

Especialmente, ao Professor Rodrigo de Melo Porto, por quem tenho grande admiração. Agradeço pela oportunidade de ser seu orientado, pela primorosa leitura e orientação deste trabalho, pelos valiosos ensinamentos e apoio durante o curso, *etc.*

Aos Professores Hans George Arens e Edson Cezar Wendland, pela participação no Exame de Qualificação com importantes sugestões.

Aos Professores Podalyro Amaral de Souza e Harry Edmar Schulz, por participarem da banca examinadora com importantes comentários e sugestões.

Ao Prof. Marcelo G. Marques, do IPH – UFRGS, por contribuir gentilmente com material bibliográfico de grande relevância para este trabalho.

Ao Prof. Willi H. Hager e ao estudante de doutorado Michael Pfister, do VAW, ETH, Zurich, pelos importantes esclarecimentos prestados, bem como pelo material bibliográfico de grande relevância.

Ao Prof. Hubert Chanson, da Universidade de Queensland, Brisbane, Austrália, pelos importantes esclarecimentos prestados, assim como pelo material bibliográfico de grande utilidade.

Ao Prof. Eudes J. Arantes, pelos importantes esclarecimentos sobre a sua tese.

Aos funcionários da oficina mecânica da EESC, pela confecção do modelo didático em acrílico que aparece em algumas figuras deste trabalho.

Aos amigos que ganhei com esta etapa da vida.

Aos funcionários do Departamento de Hidráulica e Saneamento e da EESC/USP.

Aos Professores e amigos Michel Sahade Darzé, Erundino Pousada Presa e Jorge Eurico Ribeiro Matos, da UNIFACS/UFBA. Ao amigo Ivan Silvestre Paganini Marin, pela ajuda na recuperação dos arquivos revisados.

Finalmente, de forma especial, agradeço aos meus pais, pelo apoio indispensável, ao meu querido irmão Tiago Simões, ao meu filho André Simões, preciosidade da minha vida, e a Talita, companheira de todos os momentos.

*Todo corpo continua em seu estado de repouso
ou de movimento uniforme em uma
linha reta, a menos que ele
seja forçado a mudar
aquele estado por
forças imprimidas
sobre ele.*

*Sir Isaac Newton (1642-1727)
Sir Isaac Newton's Mathematical Principles
of Natural Philosophy and his System of the world (1686).*

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	i
LISTA DE TABELAS	viii
LISTA DE SÍMBOLOS	ix
RESUMO	xvi
ABSTRACT	xvii
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 CARACTERÍSTICAS FÍSICAS DE VERTEDOUROS E CANAIS EM DEGRAUS	4
1.2 JUSTIFICATIVA	6
2 OBJETIVOS	8
3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	10
3.1 HISTÓRICO	10
3.1.1 Uso de CCR na Construção de Barragens	11
3.2 REGIMES DE ESCOAMENTO	13
3.2.1 Generalidades	13
3.2.2 Escoamentos em Quedas Sucessivas (<i>Nappe Flow</i>)	15
3.2.2.1 Critérios para a previsão da ocorrência do escoamento em quedas sucessivas	17
3.2.2.2 Caracterização do Escoamento em Quedas Sucessivas	22
3.2.2.3 Transição entre os sub-regimes NA1, NA2 e NA3	24
3.2.2.4 Oscilações e dispositivos ventiladores	25
3.2.2.5 Características do escoamento com ressalto hidráulico (NA1)	27
3.2.2.6 Dissipação de energia (NA1)	30
3.2.2.7 Escoamento com ressalto hidráulico parcialmente desenvolvido (NA2)	35
3.2.2.8 Generalidades sobre o escoamento sem ressalto hidráulico (NA3)	35
3.2.2.9 Dissipação de energia (Sub-regime NA3)	37
3.2.2.10 Esforços hidrodinâmicos sobre os degraus	40
3.2.2.11 Altura dos muros laterais	44

3.2.3 Escoamento de Transição (<i>Transition Flow</i>)	46
3.2.3.1 Características do escoamento de transição	46
3.2.3.2 Cálculo da Posição de Início da Aeração	51
3.2.3.3 Discussão sobre instabilidades e critérios de projeto	52
3.2.4 Escoamento Deslizante sobre Turbilhões (<i>Skimming Flow</i>)	52
3.2.4.1 Caracterização do Escoamento Deslizante sobre Turbilhões	53
3.2.4.2 Início do Escoamento Deslizante sobre Turbilhões (Critérios para identificação dos diferentes regimes de escoamento)	57
3.3 AERAÇÃO DO ESCOAMENTO DESLIZANTE SOBRE TURBILHÕES	60
3.3.1 Considerações Gerais	60
3.3.2 Uma breve Descrição do Fenômeno	61
3.3.3 Cálculo da Posição de Início da Aeração	66
3.3.4 Concentração média de Ar no Escoamento	74
3.3.5 Perfis de concentração de ar	80
3.4 DISTRIBUIÇÃO DE VELOCIDADES EM ESCOAMENTO DESLIZANTE SOBRE TURBILHÕES	83
3.5 CAVITAÇÃO	87
3.5.1 Uma breve descrição do fenômeno e generalidades	87
3.5.2 Distribuição de pressões e cavitação incipiente em vertedouros em degraus	92
3.6 DISSIPACÃO DE ENERGIA	97
3.6.1 Generalidades	97
3.6.2 Fator de Resistência de Darcy-Weisbach	98
3.6.3 Coeficiente de Manning-Strickler	107
3.6.4 Avaliação da Dissipação de Energia	107
3.7 ESCOAMENTO QUASE-UNIFORME EM VERTEDORES EM DEGRAUS	116
3.8 TÓPICOS ESPECÍFICOS RELACIONADOS AO PROJETO DE VERTEDORES EM DEGRAUS (<i>Skimming Flow</i>)	118
3.8.1 Algumas características de ressaltos hidráulicos a jusante de vertedores em degraus	119
3.8.2 Escoamento mergulhante (<i>plunging flow</i>) em vertedores em degraus	123
3.8.2.1 Condições de escoamentos mergulhantes	124

3.8.2.2	<i>Comprimento da região de recirculação em escoamentos mergulhantes</i>	126
3.8.2.3	<i>Dcaimento do perfil de velocidades</i>	128
3.8.3	Perfil da superfície livre e Altura dos muros laterais	129
3.8.4	Projeto da soleira padrão e degraus com alturas variáveis	133
3.8.5	Aeradores de fundo e dispositivos para redução de <i>spray</i>	134
3.8.5.1	<i>Estudos experimentais (VAW, ETH Zurich)</i>	134
3.8.5.2	<i>Simulações numéricas (EESC, USP)</i>	148
3.8.6	Geometrias não convencionais e vertedores em degraus	150
3.8.6.1	<i>Defletor implantado na base de um vertedor em degraus (TOZZI, 1992)</i>	150
3.8.6.2	<i>Estudo experimental em modelo físico com degraus espaçados</i>	151
3.8.6.3	<i>Degraus inclinados e com soleira terminal</i>	152
3.8.6.4	<i>Canais em degraus com manipuladores de turbulência</i>	157
3.8.7	Breves considerações sobre efeitos de escala em vertedores em degraus	159
3.8.8	Breves considerações sobre a re-oxigenação da água	160
4	MATERIAIS E MÉTODOS	165
4.1	CONSTRUÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO UTILIZADO	165
4.1.1	Considerações Iniciais	165
4.1.2	Equacionamento Dimensional	166
4.1.3	Equacionamentos Adimensionais	171
4.1.3.1	<i>Primeira forma adimensional da equação 207</i>	173
4.1.3.2	<i>Segunda forma adimensional da equação 207</i>	175
4.1.4	Solução das Equações 207, 214 e 220	176
4.1.5	Equações Adimensionais Auxiliares	177
4.1.5.1	<i>Dissipação de Energia</i>	177
4.1.5.2	<i>Velocidade Média Adimensional</i>	178
4.1.5.3	<i>Comprimento de bacias de dissipação por ressalto hidráulico</i>	179
4.1.5.4	<i>Cota de fundo da bacia de dissipação Tipo I</i>	181
5	SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES PROPOSTAS E CURVAS ADIMENSIONAIS	184
5.1	INTRODUÇÃO	184
5.1.1	Resultados correspondentes a vertedores com 1V:0,75H e diferentes valores de f	184
5.1.2	Verificação da influência do ângulo α para um mesmo valor de f	190

5.1.3	Verificação da influência do fator de resistência variável	193
6	VALIDAÇÃO DO EQUACIONAMENTO ADIMENSIONAL	196
6.1	INTRODUÇÃO	196
6.1.1	Comparações com dados experimentais e numéricos de diferentes pesquisadores	196
6.1.2	Comparações dos dados experimentais com as equações auxiliares	199
6.1.2.1	<i>Dissipação de energia</i>	199
6.1.2.2	<i>Comprimento adimensional de bacias de dissipação</i>	200
6.1.2.3	<i>Cota de fundo da bacia de dissipação</i>	202
7	PRÉ-DIMENSIONAMENTO DO COMPRIMENTO DA BACIA DE DISSIPACÃO	204
8	DESENVOLVIMENTOS PARA CALHAS LISAS	210
8.1	INTRODUÇÃO	210
8.2	RELAÇÃO ENTRE d_1/d_c e H_{dam}/d_c (Equação 220)	210
8.3	PRÉ-DIMENSIONAMENTO DE BACIAS A JUSANTE DE VERTEDORES LISOS	211
8.4	COMPARAÇÕES ENTRE COMPRIMENTOS DE BACIAS DE DISSIPACÃO A JUSANTE DE CALHAS LISAS E CALHAS EM DEGRAUS	213
8.5	COTA DE FUNDO DA BACIA DE DISSIPACÃO (VERTEDORES LISOS)	214
9	APLICAÇÕES DOS MÉTODOS APRESENTADOS E DESENVOLVIDOS	216
9.1	APLICAÇÃO 1 – BOES e HAGER (2003a)	216
9.1.1	<i>Seleção da largura do vertedor</i>	216
9.1.2	<i>Seleção da Altura dos Degraus (h) e Verificação do Regime de escoamento</i>	216
9.1.3	<i>Ponto de Incipência da Aeração</i>	216
9.1.4	<i>Profundidade do Escoamento na Posição L_A</i>	216
9.1.5	<i>Ocorrência do Escoamento Uniforme</i>	218
9.1.6	<i>Profundidade do Escoamento Uniforme</i>	218
9.1.7	<i>Dissipação de Energia</i>	218
9.1.8	<i>Projeto dos Muros Laterais</i>	220
9.1.9	<i>Comprimento da Bacia de Dissipação</i>	220
9.2	APLICAÇÃO 2 – VERTEDOR EM DEGRAUS COM 1V:0,75H	222
9.3	APLICAÇÃO 3 – VERTEDOR LISO	230
9.4	APLICAÇÃO 4 – VERTEDOR EM DEGRAUS COM 1V:2H	231
10	MODELO MATEMÁTICO PARA O ESCOAMENTO SOBRE UM DEGRAU	234

10.1 INTRODUÇÃO	234
10.2 DEDUÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO	234
10.2.1 Hipóteses Simplificadoras	234
10.2.2 Princípios Básicos da Física e Dedução do Modelo Matemático	234
10.2.3 Comparação com dados empíricos e a metodologia de Rand (1955)	238
11 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	240
REFERÊNCIAS	244

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Alguns exemplos de possíveis características físicas de vertedouros (ou canais) em degraus.....	5
Figura 2 - Represa Arkananian.....	10
Figura 3 - Desenhos esquemáticos dos três regimes de escoamento. Deslizante sobre turbilhões (a); transição (b) e quedas sucessivas (c).....	14
Figura 4 - Três regimes de escoamento na região quase-uniforme. De cima para baixo: <i>skimming flow</i> , <i>transition flow</i> e <i>nappe flow</i>	15
Figura 5 - Exemplos de escoamentos em quedas sucessivas. (a) Rio Tietê em São Paulo; (b) Ilustração de Leonardo da Vinci (RICHTER, 1883, p.236); (c) Canal de transposição de peixes de Itaipu; (d) Estrutura ornamental em São Paulo.....	16
Figura 6 - Critério proposto por Essery e Horner (1978). Determinação dos regimes <i>nappe</i> e <i>skimming</i>	17
Figura 7 - Comparação entre os diferentes critérios apresentados para previsão da ocorrência do escoamento em quedas sucessivas (a). Simulação numérica (CFD), Arantes (2007, p.108) com $d_c/h = 0,5$ e $h/l = 0,2$ (b) e $d_c/h = 0,75$ e $h/l = 0,5$ (c)	21
Figura 8 - Escoamento em quedas sucessivas: ressalto hidráulico plenamente desenvolvido (NA1).....	23
Figura 9 - Escoamento em quedas sucessivas: ressalto hidráulico parcialmente desenvolvido (NA2).....	23
Figura 10 - Escoamento em quedas sucessivas: sem ressalto hidráulico (NA3).....	23
Figura 11 - Transição entre os sub-regimes NA2 e NA3 (Dados experimentais de Horner (1969) e Fael e Pinheiro (2000)) e limite para ocorrência do sub-regime NA1 (Equação proposta por Chanson (1994a, p.72))	25
Figura 12 - Esboço das oscilações ocorridas em um escoamento em quedas sucessivas	25
Figura 13 - Desenho esquemático (NA1) com indicação das variáveis relevantes.....	28
Figura 14 - Desenho esquemático utilizado na dedução da equação 21	31
Figura 15 - Comparação entre dados experimentais e a equação 23	33
Figura 16 - Gráfico correspondente à equação 24. Escoamento em quedas sucessivas.....	34
Figura 17 - Esquema longitudinal da superfície livre para escoamento sem ressalto hidráulico (NA3).....	36

Figura 18 - Comparação entre dados experimentais e as equações 25 e 26	38
Figura 19 - Sub-pressões adimensionais na cavidade de ar abaixo da lâmina vertente.....	44
Figura 20 - Variação longitudinal do adimensional d_{90}/d_c em um dos degraus situados na região de escoamento gradualmente variado (Sub-regime NA3, $h = 0,143$ m, $l = 2,4$ m)	45
Figura 21 - Padrão observado em um escoamento de transição	47
Figura 22 - Escoamento de transição. Esboço do sub-regime TRA1	49
Figura 23 - Escoamento de transição. Esboço do sub-regime TRA2	50
Figura 24 - Escoamento deslizante sobre turbilhões.....	54
Figura 25 - Recirculação instável com interferência esteira-degrau (SK1).....	55
Figura 26 - Recirculação instável com interferência esteira- esteira (SK1)	55
Figura 27 - Escoamento com recirculação estável.....	56
Figura 28 - Classificação dos regimes e sub-regimes de escoamento ao longo de extravasores em degraus	60
Figura 29 - Formação de uma bolha de ar devido à queda livre de uma gota d'água (1); Tombamento de ondas e projeção de partículas de água para cima da superfície livre.	63
Figura 30 - Ar incorporado na região dos vórtices (escoamento deslizante sobre turbilhões)	64
Figura 31 - Regiões do escoamento em regime deslizante sobre turbilhões	64
Figura 32 - Posição de início da aeração. Definição das variáveis.....	67
Figura 33 - Definição da altura de rugosidade dos degraus (k)	67
Figura 34 - Posições de início da aeração do escoamento definidas por Povh (2000)	70
Figura 35 - Comparação entre as diferentes metodologias para o cálculo de L_A/k (a) e y_A/k (b), dados obtidos por meio de simulações numéricas efetuadas por Arantes (2007) e dados experimentais obtidos por Povh (2000).....	74
Figura 36 - Definição das variáveis-(a) e gráfico de $c_i(Z_i)$ -(b) (Equação 76).....	79
Figura 37 - Comparação entre dados experimentais de Boes e Hager (2003b) e equações 82, 84 e 86. Dados experimentais obtidos em um vertedor com $\alpha = 50^\circ$ e $k = 20$ mm	83

Figura 38 - Perfil de velocidades: simbologia empregada	84
Figura 39 - Perfil de velocidade; declividade da calha de 1V:0,75H; eixo “y” com origem no pseudo-fundo	85
Figura 40 - Efeito da cavitação sobre o rotor de uma bomba (Laboratório de Hidráulica - EESC/USP).....	88
Figura 41 - Prejuízos ocasionados pela cavitação. (a) Bacia de dissipação (ŞENTÜRK, 1994, p.172); (b) Paramento de jusante do vertedor Shahid Abbaspour, Março de 1978 (MINOR, 2000, p.4)	89
Figura 42 - Relação entre a resistência do concreto e os danos decorrentes da cavitação. (a) - Relação entre velocidade máxima e resistência mínima (GAL’PERIN <i>et al.</i> , 1971); (b) - Relação entre o tempo de exposição à cavitação e a profundidade erodida pela cavitação para diferentes tipos de concreto (HOUGHTON <i>et al.</i> , 1978).....	90
Figura 43 - Relação entre a perda de peso e a concentração média de ar, com $V = 30,5$ m/s - Peterka (1953) - (a); Relação entre a perda de volume e a concentração média de ar, com $V = 46$ m/s - Russell e Sheehan (1974) - (b)	91
Figura 44 - Probabilidade de ocorrência de pressões na Posição A (não aerada) e Posição B (aerada)	93
Figura 45 - Risco de cavitação incipiente nos degraus; 1V:0,75H, $h = 0,60$ m (protótipo); (Frequência de 1%).....	95
Figura 46 - Fator de resistência em função de h/d_c para escoamento uniforme (equações 114, 117 e 118)	105
Figura 47 - Fator de resistência de Darcy-Weisbach em regime deslizante (429 dados e $\alpha > 20^\circ$).....	106
Figura 48 - Curva e dados experimentais apresentados por Christodoulou (1993) para avaliação da energia dissipada. Neste gráfico N é igual ao número de degraus .	111
Figura 49 - Energia dissipada relativa em regime deslizante no modelo fisico	113
Figura 50 - Ocorrência do escoamento quase-uniforme - Equação 139 (a); simbologia (b).	118
Figura 51 - Influencia da localização do ressalto na avaliação de d_2/d_c	121
Figura 52 - Influencia da localização do ressalto na avaliação de d_2/d_c . Comparação entre dados experimentais de Pegram <i>et al.</i> (1999) com $\alpha = 59,04^\circ$ e Ohtsu <i>et al.</i> (2000b) com $\alpha = 55^\circ$ ($0,6 \leq h/d_c \leq 1,25$)	122
Figura 53 - Variação de d_2/d_c com H_{dam}/d_c para $5,7^\circ \leq \alpha \leq 55^\circ$ e $0,5 \leq h/d_c$ (escoamento deslizante sobre turbilhões)	123
Figura 54 - Definição das variáveis envolvidas.....	124

Figura 55 - Padrões de escoamento em canais em degraus	125
Figura 56 - Efeito do canal em degraus no comprimento da região de recirculação	126
Figura 57 - Relações entre L_c/d_c e h_d/d_c para diferentes canais de forte declividade.....	128
Figura 58 - Redução da velocidade (a), perfis de velocidade (b) e esquema com definições (c)	129
Figura 59 - Projeto dos degraus de transição (CEDEX <i>profile</i>)	134
Figura 60 - Aerador Tipo I (a); Aerador Tipo II (b)	135
Figura 61 - Esboço de um vertedor em degraus com aerador no primeiro degrau (PB = pseudo-fundo)	136
Figura 62 - Variação da concentração de ar no fundo (C_b) ao longo de “z”	137
Figura 63 - Desenho esquemático com indicação das variáveis envolvidas no estudo de Pfister <i>et al.</i> (2006b) (nesta Figura $h_{90} = d_{90}$; PB = pseudo-fundo; z = eixo perpendicular ao PB no 1º degrau)	140
Figura 64 - Modelo estudado por Pfister <i>et al.</i> (2006b): sem aerador (1a, 1b e 1c) e com aerador (2a, 2b e 2c).....	141
Figura 65 - Desenho esquemático do dispositivo utilizado para redução do ângulo de incidência do jato	145
Figura 66 - Redução do <i>spray</i> . (a) Geometria original; (b) Alteração nos dois primeiros degraus; (c) Alteração nos cinco primeiros degraus	145
Figura 67 - Detalhe do aerador (PB = pseudo-fundo; <i>air supply</i> = adução de ar).....	147
Figura 68 - Aerador de fundo desenvolvido e estudado por Arantes (2007): (a) Geometria do aerador; (b) concentrações de ar entre 0% e 7%; (c) campo de pressões na estrutura com aerador e (d) campo de pressões na estrutura sem aerador.....	149
Figura 69 - Desenho esquemático do defletor horizontal (a); Dimensões básicas (b).....	150
Figura 70 - Relação entre os parâmetros l_1/d_c , l_2/d_c e q [L/(s.m)] para $\alpha = 53,13^\circ$ (1V:0,75H), escala 1:15.....	151
Figura 71 - Geometria dos degraus espaçados (a); modelo físico: $q = 10 \text{ m}^2/\text{s}$ (valor referente ao protótipo) (b)	152
Figura 72 - Geometria estudada por Chinnarasri e Wongwises (2006); (a) degraus convencionais; (b) degraus inclinados e (c) degraus com soleira terminal.....	152

Figura 73 - Degraus convencionais (a), inclinados (b) e com soleira terminal (c); escoamento em quedas sucessivas (1), escoamento de transição (2) e escoamento deslizante sobre turbilhões (3).....	154
Figura 74 - Condições do escoamento para degraus com soleira terminal com $\alpha = 30^\circ$; (a) Nappe flow Tipo 1;(b e c) Nappe flow Tipo 2 em regime variável; (d) Nappe flow Tipo 3.....	156
Figura 75 - Comparação entre a energia dissipada por degraus com soleira terminal $m/h > 0$ e sem soleira terminal com o piso horizontal $m/h = 0$	157
Figura 76 - Configurações geométricas (a); detalhe das palhetas triangulares (<i>vanes</i>) em zigzag.....	158
Figura 77 - Exemplos de escoamentos aerados e estruturas hidráulicas	162
Figura 78 - Comparação entre vertedores em degraus submetidos ao regime deslizante sobre turbilhões e vertedores em concreto alisado (Kost dam e Faribault dam) (a); Comparação entre os sub-regimes NA1 e NA2 (quedas sucessivas com e sem ressalto, respectivamente) e escoamento deslizante sobre turbilhões (b).....	164
Figura 79 - Desenho esquemático do problema	167
Figura 80 - Desenho esquemático utilizado na dedução	167
Figura 81 - Comprimento de bacias de dissipação (USBR).....	181
Figura 82 - Determinação da cota de fundo da bacia de dissipação.....	182
Figura 83 - Solução da equação 214 ($1V:0,75H$)	185
Figura 84 - Variação de $H_{dam,u}/d_c$ com f ($1V:0,75H$).....	186
Figura 85 - Solução da equação 220 para $1V:0,75H$ (relação entre Γ e H).....	187
Figura 86 - Velocidade média adimensionalizada com V_o ($1V:0,75H$).....	187
Figura 87 - Velocidade média adimensionalizada com V_c ($1V:0,75H$)	187
Figura 88 - Comprimentos de bacias de dissipação Tipo I, II e III ($1V:0,75H$).....	188
Figura 89 - Dissipação de energia: comparações entre regime uniforme (R. U.) e não uniforme ($1V:0,75H$).....	188
Figura 90 - Determinação da cota de fundo da bacia de dissipação ($1V:0,75H$)	189
Figura 91 - Solução da equação 214 ($f = 0,10$)	190
Figura 92 - Solução da equação 220 ($f = 0,10$)	191

Figura 93 - Velocidade média adimensionalizada com V_o ($f = 0,10$).....	191
Figura 94 - Velocidade média adimensionalizada com V_c ($f = 0,10$).....	192
Figura 95 - Comprimentos de bacias de dissipação Tipo I, II e III ($f = 0,10$)	192
Figura 96 - Determinação da cota de fundo da bacia de dissipação	192
Figura 97 - Resultados obtidos com as equações 207, 99 e 100 e a equação 220 ($H_{dam} = 20$ m; $\Delta x = 0,01$ m)	194
Figura 98 - Resultados obtidos com as equações 207 e 101 e a equação 220 ($H_{dam} = 20$ m; $\Delta x = 0,01$ m)	195
Figura 99 - Resultados obtidos com as equações 207 e 102 e a equação 220 ($H_{dam} = 10$ m; $\Delta x = 0,01$ m)	195
Figura 100 - Validação da formulação adimensional (equação 220).....	198
Figura 101 - Validação da formulação adimensional (equações 220 e 221)	200
Figura 102 - Validação da formulação adimensional (Bacia de Dissipação Tipo I)	201
Figura 103 - Validação da formulação adimensional (Bacia de Dissipação Tipo II).....	201
Figura 104 - Validação da formulação adimensional (Bacia de Dissipação Tipo III).....	202
Figura 105 - Validação da formulação adimensional (Cota de fundo da Bacia de Dissipação Tipo I)	202
Figura 106 - Relação entre os adimensionais L_I/H_{dam} e H_{dam}/d_c (Bacia Tipo I)	204
Figura 107 - Relação entre os adimensionais L_{II}/H_{dam} e H_{dam}/d_c (Bacia Tipo II)	205
Figura 108 - Relação entre os adimensionais L_{III}/H_{dam} e H_{dam}/d_c (Bacia Tipo III).....	205
Figura 109 - Variação do número de Froude supercrítico com H_{dam}/d_c ($f = 0,08$; $\alpha \cong 53,13^\circ$)	209
Figura 110 - Relação entre d_I/d_c e H_{dam}/d_c para calhas lisas com declividades em torno de 1V:0,75H. Validação da formulação adimensional por meio de comparações com dados experimentais.....	210
Figura 111 - Relação entre L_I/H_{dam} e H_{dam}/d_c para calhas lisas com declividades em torno de 1V:0,75H. Validação da formulação adimensional por meio de comparações com dados experimentais.....	211

Figura 112 - Relação entre L_{II}/H_{dam} e H_{dam}/d_c para calhas lisas com declividades em torno de 1V:0,75H. Validação da formulação adimensional por meio de comparações com dados experimentais	212
Figura 113 - Relação entre L_{III}/H_{dam} e H_{dam}/d_c para calhas lisas com declividades em torno de 1V:0,75H. Validação da formulação adimensional por meio de comparações com dados experimentais	212
Figura 114 - Comparação entre o comprimento de bacias de dissipação a jusante de vertedores em degraus e de vertedores lisos calculados com a formulação adimensional proposta ($\cong 1V:0,75H$).....	213
Figura 115 - Cota de fundo da bacia de dissipação (validação para calhas lisas)	215
Figura 116 - Perfil da superfície livre (Aplicação 2).....	225
Figura 117 - Verificação do risco de cavitação através do critério de Gomes (2006)	229
Figura 118 – Resultados da Aplicação 4	232
Figura 119 - Desenho esquemático do escoamento sobre um degrau (a); Volume de controle adotado (b).....	235
Figura 120 - Avaliação do valor do parâmetro K.....	238
Figura 121 - Ajuste da equação proposta à metodologia de Rand (1955) (a); relação entre K e d_c/h (b)	239

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Energia residual relativa.....	3
Tabela 2 - Teses e dissertações desenvolvidas no Brasil	7
Tabela 3 - Algumas barragens brasileiras construídas com a técnica do concreto compactado a rolo.....	12
Tabela 4 – Condições experimentais estudadas por Yasuda e Ohtsu (2000, p.147)	124
Tabela 5 – Dados dos experimentos com aerador (PFISTER, HAGER e MINOR, 2006b). ..	143
Tabela 6 – Dimensões dos degraus inclinados (Chinnarasri e Wongwises (2006)).....	153
Tabela 7 – Constantes adimensionais da equação 226.....	180
Tabela 8 – Informações sobre os dados experimentais utilizados.....	196
Tabela 9 – Valores dos coeficientes das equações 239 e 240	206

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área molhada [m ²]
A'	Raiz cúbica da razão entre o coeficiente de “atrito” para uma calha em degraus e o coeficiente de “atrito” para uma calha lisa, $(c_f/c_f')^{1/3}$ [-]
a	Parâmetro adimensional (equação 34)
B	Largura do canal [m]
b	parâmetro adimensional (equação 35)
C	Concentração de ar ou fração de vazios, definida como a razão entre o volume de ar pelo volume de ar mais água, <i>i.e.</i> $C = V_{ar}/(V_{ar} + V_{água})$. Na região de escoamento variado $C = f(x, y)$ e para escoamento uniforme $C = f(y)$ [-]
c_f	Coeficiente de “atrito” para uma calha em degraus [-]
c_f'	Coeficiente de “atrito” para uma calha lisa [-]
C_{mean}	Concentração média de ar [$C_{mean} = V_{ar}/(V_{ar} + V_{água})$]. Valor médio de “C” ao longo da profundidade do escoamento, <i>i.e.</i> , $C_{mean} = \int_{y=0}^{y=d_{90}} C \cdot dy$ [-]
C_o	Coeficiente de descarga do vertedor [-]
$\bar{C}(Z_i)$	Concentração média de ar ao longo da seção transversal em uma determinada posição Z_i da calha [-]
C_b	Concentração de ar no pseudo-fundo em uma determinada posição da calha e a jusante do ponto de incipiência da aeração [-]
$\bar{C}_i$	Concentração média de ar na posição de início da aeração ou, em outros termos, é a concentração para $Z_i = 0$ [-]
$\bar{C}_u$	Concentração média de ar do escoamento uniforme [-]
Ca	Número de Cauchy definido como a relação entre forças inerciais e elásticas ($\rho \cdot v^2/E_k$) em que “ E_k ” é o módulo de elasticidade (ASCE Task Committee, 1982, p.847) [-]
d	Profundidade equivalente do escoamento (perpendicular ao pseudo-fundo) [m]
d_o	Profundidade do escoamento uniforme [m]
d_c	Profundidade crítica. A profundidade crítica (ou altura crítica) para o escoamento em um canal retangular é definida da seguinte forma: $d_c = (q^2/g)^{1/3}$, em que “g” é a aceleração da gravidade ($g \cong 9,81 \text{ m/s}^2$) e “q” a vazão específica [m]

d_b	Profundidade do escoamento na beirada do degrau [m]
d_p	Profundidade do escoamento na zona de recirculação [m]
d_i	Espessura da lamina vertente (jato em queda livre) na posição de impacto [m]
d_1	Altura conjugada supercrítica do ressalto hidráulico [m]
d_{1a}	Altura conjugada supercrítica aerada do ressalto hidráulico [m]
d_2	Altura conjugada subcrítica do ressalto hidráulico [m]
d_{90}	Profundidade aerada do escoamento correspondente a uma concentração de ar de 90%. Perpendicular ao pseudo-fundo [m]
$d_{90,o}$	Profundidade aerada do escoamento correspondente a uma concentração de ar de 90% e em regime uniforme [m]
D	Parâmetro adimensional utilizado nas equações 79 e 80 [-]. Diferença entre a cota da crista do vertedor e a cota do nível d'água no canal de restituição [m]
D_h	Diâmetro hidráulico ($D_h = 4.R_h$) [m]
D_t	Difusividade turbulenta. Na direção “y” ($D_t = D_y$) [m^2/s]
E	Eficiência na aeração em termos de oxigênio dissolvido [-]
Fr	Número de Froude [-]
Fr_1	Número de Froude na seção de escoamento torrencial do ressalto hidráulico [-]
Fr^*	Número de Froude calculado da seguinte maneira: $Fr^* = q/\sqrt{g.\text{sen}\alpha.(h.\cos\alpha)^3}$ [-]
F_*	Número de Froude calculado da seguinte maneira: $F_* = q/\sqrt{g.h^3.\text{sen}\alpha}$ [-]
Fr'	Número de Froude na base de um vertedor com a calha lisa [-]
F	Frequência de oscilação da lâmina vertente [Hz]
f	Fator de resistência de Darcy-Weisbach [-]
f_b	Fator de resistência de Darcy-Weisbach considerando apenas a rugosidade formada pelos degraus [-]
f_d	Fator de resistência calculado de acordo com a equação desenvolvida por Chanson <i>et al.</i> (2002) [-]
f_e	Fator de resistência de calculado com a profundidade equivalente “d” [-]

$f_{\text{máx}}$	Fator de resistência máximo [-]
g	Aceleração da gravidade [m/s^2]
h	Altura do espelho de um degrau [m]
h_j	Altura do ressalto, definida como $h_j = d_2 - d_1$ [m]
h_d	Altura de jusante (escoamento recirculante) [m]
h_{muros}	Altura dos muros laterais [m]
H	Parâmetro adimensional definido como H_{dam}/d_c
H_m	Energia total a montante (por unidade de peso de fluido) [m]
H_{me}	Altura hidráulica média da seção definida como a razão A/B [m]
H_j	Energia total a jusante (por unidade de peso de fluido) [m]
H_o	Energia por unidade de peso de fluido (ou carga) sobre a soleira do vertedor [m];
H_{dam}	Altura do extravasor desde a soleira padrão até a cota de fundo da bacia de dissipação [m]
$H_{\text{dam,u}}$	Altura desde a crista até a posição de início do escoamento uniforme [m]
$H_{\text{máx}}$	Energia total a montante do extravasor, definida como $H_{\text{dam}} = H_o + H_{\text{dam}}$ [m]
H_{res}	Energia específica no pé do extravasor em degraus [m]
H_{res}'	Energia específica no pé do extravasor liso [m]
I_o	Seno do ângulo α [graus ou rad]
I'	Inteiro que representa o número de comprimentos de onda na lâmina vertente [-]
I_c	Declividade crítica [-]
I_f	Declividade da linha de energia [-]
$\bar{I}_f$	Declividade média da linha de energia [-]
k	Altura de rugosidade $k = h \cdot \cos(\alpha)$ [m]
K^{-1}	Parâmetro que indica a taxa de expansão da na camada de mistura (eq. 105) [-]
l	Comprimento do piso de um degrau [m]

L_A	Distância longitudinal entre o início do desenvolvimento da camada limite e a posição na qual se observa o início da aeração do escoamento [m]
L_c	Comprimento do escoamento recirculante [m]
L_d	alcance do jato em uma queda livre [m]
L_j	Comprimento do ressalto hidráulico [m]
L_r	Comprimento do rolo do ressalto hidráulico [m]
L_s	Distância entre extremidades de degraus consecutivos $L_s = h/\sin\alpha$ [m]
L_I	Comprimento da bacia de dissipação Tipo I (USBR) [m]
L_{II}	Comprimento da bacia de dissipação Tipo II (USBR) [m]
L_{III}	Comprimento da bacia de dissipação Tipo III (USBR) [m]
L_{IV}	Comprimento da bacia de dissipação Tipo IV (USBR) [m]
L_u	Comprimento paralelo ao pseudo fundo, desde a crista padrão, até o início do escoamento quase-uniforme [m]
L_1	Posição de início da aeração da superfície livre da água (POVH, 2000) [m]
L_2	Posição de início da aeração intermitente dos degraus (POVH, 2000) [m]
L_3	Posição de início da aeração contínua dos degraus (POVH, 2000) [m]
L_4	Posição de início da aeração do escoamento totalmente aerado ao longo da profundidade (POVH, 2000) [m]
n	Coefficiente de Manning [$s/m^{1/3}$]
n'	Tamanho da amostra, símbolo utilizado na equação 43 (página 42)
N	Número de degraus existentes ao longo do paramento de jusante do vertedor [-]
N'	Expoente da lei de potência que representa o perfil de velocidades [-]
P	Pressão. O subscrito “x” indica que a pressão varia com “x” [Pa]
P_{atm}	Pressão atmosférica [Pa]
P_{min}	Pressão instantânea mínima na posição correspondente a d_1 [Pa]
$P_{máx}$	Pressão instantânea máxima na posição correspondente a d_1 [Pa]
P_s	Pressão média de estagnação na posição correspondente a d_1 [Pa]

q	Vazão específica definida como $q = Q/B$ [$m^3/(s.m)$ ou m^2/s]
Q	Vazão de água [m^3/s]
Q_{ar}	Vazão de ar [m^3/s]
Q_d	Vazão de projeto relacionada a carga de projeto h_d [m^3/s]
Re	Número de Reynolds. Pode ser definido com R_h ou D_h [-]
R_h	Raio hidráulico ($R_h = D_h/4$) [m]
tgh	Tangente hiperbólica $tgh(x) = [\exp(x) - \exp(-x)]/[\exp(x) + \exp(-x)]$
t	Tempo [s]
u_m	Velocidade média utilizada por Boes e Hager (2003b) para o cálculo de We , definida como a velocidade média da mistura ar-água, sendo a profundidade do escoamento d_{90} . Matematicamente, $u_m = (1/d_{90}) \int_{y=0}^{y=d_{90}} u(y) dy$ em que $u(y)$ é uma velocidade local, função de “y” e correspondente à mistura ar-água.
$(u_r)_{hid}$	Velocidade de ascensão de bolhas de ar na água, submetidas a um gradiente de pressões hidrostático [m/s]
u_*	Velocidade de cisalhamento: $u_* = \sqrt{\tau_o/\rho} = \sqrt{g.R_H.I_f}$ [m/s]
$\bar{V}$	Velocidade média do escoamento [m/s]
V	Velocidade do escoamento [m/s]
V_c	Velocidade crítica (<i>i.e.</i> , para $Fr = 1$) [m/s]
V_{cr}	Velocidade máxima, a partir da qual há risco de cavitação [m/s]
V_i	Velocidade do jato na posição de impacto com o piso [m/s]
V_o	Velocidade do escoamento uniforme correspondente a d_o [m/s]
Vol	Volume [m^3]
V_1	Velocidade na seção de escoamento torrencial do ressalto hidráulico [m/s]
We	Número de Weber definido como $We = u_m/\{[\sigma/(\rho.L_s)]^{1/2}\}$ em que σ é a tensão superficial entre o ar e a água [-]
x	Eixo coordenado perpendicular ao eixo y e positivo no sentido do escoamento [m]
X_i	Distância adimensional $X_i = (x - L_A)/y_A$ [-]

y	Eixo coordenado perpendicular ao pseudo-fundo e com origem no mesmo
y_A	Profundidade do escoamento na posição de início da aeração L_A [m]
z	Energia potencial gravitacional por unidade de peso de fluido [m] ou eixo vertical com origem na crista padrão e positivo para baixo
z_i	Desnível entre a cota da crista do vertedouro e a posição na qual se observa o início da aeração [m]
Z_i	Adimensional $Z_i = (z - z_i)/d_c$ [-]
α	Ângulo entre o paramento de jusante do extravasor e a horizontal
α_1	Coeficiente de Coriolis [-]
α_r	Coeficiente usado na equação 18, de Hager <i>et al.</i> (1991) [-]
β	Coeficiente de Boussinesq [-]
γ	Peso específico da água [N/m ³]
Γ	Parâmetro adimensional definido como d/d_c
δ	Espessura da camada limite correspondente [m]
ΔE	Perda de carga no ressalto hidráulico [m]
ΔH	Perda de carga (diferença entre $H_{\max}$ e H_{res}) [m]
$\Delta H'$	Diferença entre H_{res}' e H_{res} [m]
ΔH_{dam}	Diferença entre H_{dam} e H_{res} [m]
Δl	Distância entre as seções correspondentes a H_m e H_j [m]
ΔP	Diferença entre a pressão atmosférica e a pressão no interior da cavidade de ar, sob o jato em uma queda livre [Pa]
ε_c	Rugosidade absoluta equivalente do concreto [m]
η	Coeficiente de segurança para o pré-dimensionamento dos muros laterais [-]
θ	Ângulo de inclinação do piso do degrau
θ_i	Ângulo de inclinação do jato em uma queda livre

κ	Constante de von Kármán (aproximadamente igual a 0,40 para água sem sedimentos em suspensão) [-]
λ	Parâmetro adimensional definido como $f/(8.tg\alpha)$
μ	Viscosidade dinâmica [kg/(s.m)].
ν	Viscosidade cinemática [m ² /s]
ξ	Parâmetro adimensional definido como d/d_o
ξ_o	Valor inicial de ξ [-]
ρ	Massa específica da água [kg/m ³]
σ	Tensão superficial da água quando utilizado em “We” e desvio padrão na equação 43
τ_o	Tensão média de cisalhamento ao longo do perímetro molhado [Pa]
ϕ'	Proporção de energia dissipada por degrau [-]
Φ	Função adimensional [-]
χ	Parâmetro adimensional utilizado na formulação desenvolvida
ψ_1	Função adimensional que depende do fator de resistência de Darcy-Weisbach, assim como a função ψ_2
ω	Parâmetro adimensional definido como $f/(8.sen\alpha)$

RESUMO

SIMÕES, A. L. A. (2008). **Considerações sobre a hidráulica de vertedores em degraus – Metodologias adimensionais para pré-dimensionamento**. São Carlos. 258p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Neste trabalho apresenta-se uma avaliação do estado da arte de aspectos hidráulicos relacionados aos vertedores em degraus submetidos aos diferentes regimes de escoamento. Em uma segunda parte, é sugerida uma metodologia adimensional e simplificada para o pré-dimensionamento do comprimento de bacias de dissipação por ressalto hidráulico, além de uma abordagem conceitual voltada ao escoamento sobre um degrau. Entre os tópicos tratados na avaliação do estado da arte, pode-se citar, por exemplo, a dissipação de energia promovida pelos degraus, o risco de cavitação, a aeração do escoamento, o uso de aeradores de fundo e geometrias não convencionais. Quanto à metodologia desenvolvida, fundamentada na segunda lei do movimento de Newton associada à equação de Darcy-Weisbach, apresenta-se algumas comparações com dados experimentais de diferentes pesquisadores, além de exemplos de aplicação. Foi possível concluir, com a avaliação do estado da arte, que há um interesse crescente pelo conhecimento das características hidráulicas de vertedores em degraus. Através da metodologia desenvolvida, graças às comparações com dados experimentais de diferentes pesquisadores, foi possível concluir que não há um consenso absoluto sobre a magnitude do fator de resistência de Darcy-Weisbach. Com os exemplos de aplicação apresentados, notou-se que para um mesmo problema, o uso de diferentes métodos pode conduzir a projetos significativamente diferentes.

Palavras-chave: vertedores em degraus; dissipação de energia; bacias de dissipação.

ABSTRACT

SIMÕES, A. L. A. (2008). **Considerations about the hydraulic of stepped spillways – Nondimensional methodologies for preliminary design**. São Carlos. 258p. Dissertation (Mestrado) – São Carlos School of Engineering, University of São Paulo.

This work presents a state-of-the-art evaluation of aspects related hydraulic to stepped spillways submitted to the different flow regimes. In a second part, it is suggested a dimensionless and simplified methodology for preliminary design of the stilling basin length, besides a conceptual approach related to the free fall hydraulics. Among topics treaties in the state-of-the-art evaluation, it can cite, for example, the energy dissipation promoted by the steps, incipient cavitation, the air entrainment, the use of bottom aerator and unconventional geometries. Regarding the developed methodology, based in the Newton's law of motion associate to Darcy-Weisbach equation, it presents some comparisons with experimental data of different researchers, besides application examples. It was possible to conclude, with the state-of-the-art evaluation, that there is an increasing interest for hydraulics characteristic of stepped spillways knowledge. Through the developed methodology, after comparisons with experimental data of different researchers, was possible to conclude that there is not an absolute consensus about the Darcy-Weisbach friction factor magnitude. With the application examples, it noticed that for a same problem, the different methods use can lead for significantly different designs.

Keywords: stepped spillways; energy dissipation; stilling basin.

1 INTRODUÇÃO

Nos projetos de *vertedores-extravasores* (ou simplesmente vertedores), usualmente, especificam-se cristas com acabamento em concreto alisado, cujas formas correspondem a resultados de estudos clássicos amplamente difundidos. A adoção de uma geometria hidrodinâmica implica promover, adequadamente, o assentamento da lâmina vertente sobre toda a soleira, evitando assim, a ocorrência de pressões negativas importantes que podem desencadear um processo de cavitação na estrutura. Além de evitar que as pressões alcancem níveis indesejados, um perfil bem desenhado maximiza o coeficiente de descarga do vertedor, evita descolamento e oscilação na veia vertente bem como, o aparecimento de fortes turbulências. Basicamente, para desenhar uma soleira espessa com a melhor forma, deve-se observar a geometria formada pela parte inferior de uma lâmina vertente bem arejada e sem contrações, proveniente de um vertedor retangular de parede delgada. Tal forma, denominada soleira normal, pode ser analisada teoricamente por meio das equações da cinemática e dos princípios da balística, desprezando-se os efeitos viscosos e a tensão superficial (PORTO, 2006, p.398).

Tendo em vista a obtenção de uma forma geométrica para o perfil da soleira que proporcione uma boa eficiência hidráulica, resguardando a estrutura dos danos provocados pela cavitação, foram realizados exaustivos estudos experimentais e analíticos. Dentre tais estudos, destacam-se os perfis propostos por Creager (1917) e Scimemi (1930). Em função da geometria, discutida anteriormente, e do uso de concreto alisado, a resistência oferecida ao escoamento, ao longo do paramento de jusante do extravasor, é muito pequena. Como consequência, a energia cinética no pé do extravasor é demasiadamente elevada, fato que exige o uso de dissipadores de energia para preservar a integridade estrutural da barragem.

Para que a restituição das vazões ocorra de maneira segura, não provocando erosões significativas no receptor natural das águas, são utilizados dissipadores de energia

normalmente denominados de bacias de dissipação. Estas bacias podem funcionar contendo o ressalto hidráulico ou provocando macro turbulências específicas (bacias desenvolvidas pelo *U. S. Bureau of Reclamation* entre outros). Pode-se ainda promover a dissipação de energia através de estruturas tipo salto esqui, queda livre e jatos cruzados, por exemplo. Diversos fatores intervenientes devem ser considerados quando se pretende escolher uma ou outra estrutura de dissipação de energia, como, por exemplo, a topografia, a geologia, a hidrologia, o tipo de barragem, fatores econômicos entre outros.

Os dissipadores de energia citados anteriormente são confeccionados em concreto armado e representam uma parcela significativa do custo de um sistema extravasor. Entre as inovações tecnológicas no campo dos materiais de construção e dos métodos construtivos, a técnica do concreto compactado a rolo (CCR) foi responsável por um importante avanço na construção de barragens. A comparação dos custos de obras executadas em concreto convencional e com o uso do CCR indica que a adoção da segunda opção é economicamente vantajosa. Resumidamente, pode-se afirmar que este fato se deve ao menor custo do material empregado, ao menor tempo de execução da obra e à possibilidade de executar facilmente a calha do canal de queda com o fundo em degraus. A última possibilidade citada reduz drasticamente a energia residual no pé do vertedor em relação a energia residual a jusante de uma calha lisa, graças à resistência oferecida ao escoamento pelos degraus.

Canais de queda com geometrias convencionais, *i.e.*, com a calha em concreto alisado, promovem a dissipação de aproximadamente 5% da energia total a montante do vertedor. Por outro lado, estudos experimentais como o de Tozzi (1992, f.29), por exemplo, indicam que a dissipação da energia do escoamento, promovida pelo uso dos degraus, é da ordem de 60% da energia total a montante.

A Tabela 1, correspondente a resultados experimentais de Diez-Cascon *et al.* (1991), apresenta a relação entre os valores da energia residual no pé do vertedor em degraus e no do

vertedor em concreto alisado, ilustrando a maior dissipação de energia promovida pela calha em degraus. Os valores contidos na referida tabela têm como consequência o uso de bacias de dissipação mais compactas (menos onerosas) a jusante de estruturas em degraus. Deve-se ressaltar, no entanto, que nem sempre é possível usufruir dos degraus ao longo da calha, visto que, para vazões específicas elevadas, a dissipação de energia passa a ser menos significativa e o risco potencial da ocorrência de cavitação ao longo dos degraus aumenta.

Tabela 1 – Energia residual relativa

q	H_{res}/H'_{res}
$m^3/(s.m)$	(%)
1,8	9
3,6	10
5,4	12

Fonte: DIEZ-CASCON, J. *et al.*, (1991, p.26).

Assim como nos estudos relacionados a perfis de extravasores com a calha lisa, os estudos experimentais voltados à caracterização do escoamento ao longo de extravasores em degraus envolvem a construção de modelos físicos ou a realização de simulações numéricas. Tozzi (1992, f.28-29) apresenta algumas observações relativas aos estudos hidráulicos em modelo reduzido do extravasor em degraus de Cubatão/SC, realizados pelo Centro de Hidráulica e Hidrologia Professor Parigot de Souza – CEHPAR. Entre tais observações, o referido autor afirma que a capacidade de descarga da estrutura não foi influenciada pela presença dos degraus e que a profundidade do escoamento, a partir do ponto onde se inicia a aeração, aumenta ao longo da calha. O autor também comenta que, para a máxima vazão testada ($11,7 \text{ m}^3/(s.m)$, valor de protótipo), a energia residual no pé do extravasor correspondia a 60% da energia total a montante.

1.1 CARACTERÍSTICAS FÍSICAS DE VERTEDOUROS E CANAIS EM DEGRAUS

Vertedouros com o paramento em degraus consistem basicamente de uma crista padrão, uma zona de transição com degraus diferentes e um canal de queda, também denominado rápido ou paramento de jusante (Figura 1). A crista é construída em concreto convencional com formato padrão, definida em função das condições da cheia de projeto, de acordo com o perfil sugerido por Scimemi (1930)¹ ou o perfil Creager (1917). Entre a crista e a calha propriamente dita é usual adotar uma região de transição, formada por degraus de alturas variáveis, de dimensões crescentes no sentido da crista para a calha. A utilidade dessa zona com degraus diferentes é evitar a ocorrência de saltos do escoamento entre degraus quando da operação com vazões reduzidas e perturbações indesejáveis no escoamento para vazões elevadas (TOZZI, 1992, p.247). O paramento de jusante, de declividade única ou não, é formado por degraus de altura constante de modo que a inclinação definida pelo alinhamento das extremidades dos degraus seja igual à inclinação da calha.

Na literatura, é possível encontrar algumas variações em relação à descrição apresentada no parágrafo anterior. Chanson (2002, p.177), por exemplo, indica a possibilidade do uso de comportas. Os trabalhos de Diez-Cascon *et al.* (1991) e Povh (2000) ilustram o uso de arcos de circunferências no pé do extravasor em degraus, como pode ser visto na barragem Dona Francisca (Dona Francisca Energética SA.). Sanagiotto (2003, f.40) afirma que há uma tendência atual em não adotar a região de transição com degraus de altura variável em vertedouros de barragens² e Tozzi (1992, f.89-93) estudou o uso de um defletor implantado no pé do extravasor.

Cabe destacar também que existem estudos nos quais não foi adotada a crista padrão, sobretudo em estruturas com inclinações menores (1V:2H, por exemplo) e, como pode ser visto em Christodoulou (1993, p.645) e em Chanson (2002, p.218), o paramento de montante

¹ Recomendado pela *Waterways Experiment Station* (WES).

² Esta tendência tem como objetivo simplificar a obra.

não precisa ser necessariamente vertical. Quanto à largura do paramento de jusante (B), usualmente constante para evitar a ocorrência de ondas de choque, existem casos nos quais a mesma é variável, havendo um estreitamento em direção ao pé do vertedouro (FRIZELL, 2006, p.46-48).

Estruturas construídas com degraus espaçados, degraus formados por gabiões, com blocos de concreto pré-moldado (normalmente com o piso em declive), com degraus em aclave e com pequenas soleiras na beirada dos degraus (soleiras terminais), são mais alguns exemplos de variações encontradas em publicações sobre o tema.

A Figura 1 apresenta desenhos esquemáticos de perfis de vertedouros em degraus considerando algumas peculiaridades descritas anteriormente. Ressalta-se que o uso simultâneo dos diferentes dispositivos não corresponde, necessariamente, a algum caso real.

Figura 1 – Alguns exemplos de possíveis características físicas de vertedouros (ou canais) em degraus.

1.2 JUSTIFICATIVA

Desenvolvimentos no campo dos materiais de construção e dos métodos construtivos culminaram no concreto compactado a rolo (CCR) que, nos dias de hoje, é amplamente empregado na construção de barragens. Como consequência dessa tecnologia (CCR), muitos vertedouros têm sido projetados e confeccionados com o paramento de jusante em degraus, o que implica redução da energia específica residual na base dos mesmos em relação aos que possuem o paramento de jusante convencional. Relativamente aos custos com materiais e métodos construtivos, o emprego do CCR na construção de barragens normalmente resulta em uma importante economia em relação a aquela de concreto convencional e em alguns casos, até mesmo em relação às de terra e enrocamento (MILLAN, 1993, f.23-26).

Percebe-se, com a leitura de trabalhos sobre o tema em questão, que as pesquisas apontam conclusões convergentes e resultados coerentes entre si. Nota-se também, que diferentes pesquisadores apresentam em seus trabalhos grupos de metodologias conceituais consistentes e de relevante interesse prático. Cabe ressaltar, no entanto, que ainda não existe uma metodologia geral e consagrada para o projeto de vertedores em degraus que inclua todos os aspectos envolvidos no escoamento. Este fato tem motivado o desenvolvimento de pesquisas recentes sobre as características do escoamento e o desenvolvimento de dispositivos auxiliares, como aeradores de fundo, por exemplo.

Em função das observações anteriores, a hidrodinâmica de vertedouros em degraus tem sido estudada há mais de duas décadas em diversos países. Como exemplo deste fato, pode-se mencionar os estudos desenvolvidos em Portugal (Instituto Superior Técnico de Lisboa), na China (*Sichuan University*), na Grécia (*University of Athens*), no Japão (*Nihon University*), na África do Sul (*University of Natal*), na Austrália (Universidade de Queensland), na Suíça (*ETH*), nos Estados Unidos (*Bureau of Reclamation*) e no Canadá (Universidade de Alberta). Especificamente no Brasil, um dos primeiros estudos relacionados

ao tema foi desenvolvido na Universidade de São Paulo – USP em 1992, seguido por pesquisas em outras universidades como pode ser visto na Tabela 2.

Tabela 2 – Teses e dissertações desenvolvidas no Brasil

Autor(a) - 1 Orientador - 2		Ano	Instituição	Declividade do paramento de jusante	Cunho do Trabalho	Trabalho
1	1 - Marcos José Tozzi 2 - Giorgio Brighetti	1992	USP/EP	1V:0,75H; 1V:2,0 H; 1V:6,69H	Experimental	Tese
2	1 - Winston H. Kanashiro 2 - Podalyro Amaral de Souza	1995	USP/EP	1V:0,75H	Experimental	Tese
3	1 - Paulo Henrique Povh 2 - Marcos José Tozzi	2000	UFPR	1V:0,75H	Experimental	Dissertação
4	1 - Julio Cesar Olinger 2 - Giorgio Brighetti	2001	USP/EP	1V:0,75H	Experimental	Tese
5	1 - Daniela G. Sanagiotto 2 - Marcelo Giulian Marques	2003	UFRGS	1V:0,75H	Experimental	Dissertação
6	1 - Maurício Dai Prá 2 - Marcelo Giulian Marques	2004	UFRGS	1V:1H	Experimental	Dissertação
7	1 - Jaime Federici Gomes 2 - Marcelo Giulian Marques	2006	UFRGS	1V:0,75H	Experimental	Tese
8	1 - André Luiz Andrade Simões 2 - Michel Sahade Darzé	2006	UNIFACS	1V:0,75H;1V:0,6H	Numérico	Monografia
9	1 - Eudes José Arantes 2 - Rodrigo de Melo Porto	2007	USP/EESC	1V:0,75H	Numérico (CFD)	Tese

Desta forma, apoiado na adoção freqüente de vertedores com paramento em degraus, graças à economicidade inerente às obras de barragens em CCR e ao fato de ainda não existir uma metodologia consagrada para avaliação do desempenho desta estrutura hidráulica, justifica-se a realização desta dissertação.

2 OBJETIVOS

A presença dos degraus ao longo da calha do vertedor resulta em um escoamento com características complexas³, fato que impossibilitou, até então, a obtenção de uma metodologia consagrada e geral para a avaliação de todas as características relevantes do mesmo. Todavia, numerosos estudos foram conduzidos ao longo de mais de duas décadas em variadas instituições de diferentes países. Este trabalho tem como objetivo básico avaliar o estado da arte do tema em questão, através dos diferentes resultados experimentais e numéricos publicados, com o intuito de identificar possíveis concordâncias/discordâncias de modo que seja possível sugerir uma metodologia destinada ao pré-dimensionamento⁴ de tais estruturas hidráulicas, trazendo assim, uma pequena contribuição ao assunto. Neste contexto, destacam-se os seguintes tópicos a serem estudados:

- 1) Critérios para identificação dos diferentes regimes de escoamento⁵;
- 2) Aeração do escoamento;
- 3) Distribuição de pressões nos degraus e cavitação;
- 4) Dimensionamento dos muros laterais;
- 5) Dissipação de energia ao longo da calha em degraus;
- 6) Ocorrência do escoamento quase-uniforme;
- 7) Energia residual no pé do vertedouro em degraus;
- 8) Comprimento de bacias de dissipação por ressalto hidráulico;
- 9) Particularidades;

³ Tais características são, por exemplo, padrões predominantemente tridimensionais, diferentes configurações da superfície livre em função da geometria dos degraus e da vazão transportada, incorporação de ar no escoamento etc. Maiores detalhes sobre estes aspectos serão abordados ao longo deste trabalho.

⁴ Entende-se que o dimensionamento hidráulico definitivo de vertedouros de barragens deve passar pela via experimental tendo em vista a grande segurança exigida por tais obras. O pré-dimensionamento é recomendado na fase inicial de planejamento e análise prévia de alternativas de projeto, além ser especialmente útil para a condução de experimentos.

⁵ Escoamento deslizante sobre turbilhões “*skimming flow*”, escoamento de transição e escoamento em quedas sucessivas “*nappe flow*”.

Os tópicos de 1 a 4 foram avaliados exclusivamente através da comparação de resultados encontrados na literatura uma vez que são eminentemente experimentais ou requerem o emprego de esquemas numéricos avançados para a solução das equações de Navier-Stokes associadas a modelos de turbulência. Os itens de 5 a 8, por sua vez, podem ser estudados através de modelos teóricos associados a formulações empíricas, considerando que o escoamento ao longo da calha em degraus ocorre em regime permanente gradualmente variado. Para tanto foi utilizado um programa computacional desenvolvido pelo autor para a solução das equações correspondentes⁶.

O último item inclui particularidades encontradas nos diferentes estudos experimentais/numéricos desenvolvidos ao longo dos anos. Pode-se mencionar, por exemplo, o estudo de geometrias não convencionais com degraus espaçados, com pisos inclinados, com soleira terminal e a implantação de um defletor no final da calha em degraus. Também serão abordados brevemente temas como o uso de dispositivos aeradores próximos à extremidade de montante da calha, a ocorrência de escoamentos submersos recirculantes, fenômenos ondulatórios, instabilidades e a re-oxigenação promovida pela aeração do escoamento.

⁶ Esta hipótese é coerente com observações e experimentos realizados em modelos reduzidos. Detalhes específicos sobre o equacionamento desenvolvido, assim como as formulações empíricas utilizadas, são apresentados a partir da seção 4 do presente trabalho.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 HISTÓRICO

A despeito do que foi dito sobre o CCR nos parágrafos anteriores, a construção do mais antigo vertedor em degraus ocorreu aproximadamente há 3.300 anos na Grécia. Trata-se da barragem Arkananian cujo extravasor apresentava 10,5 m de altura, 25 m de largura, declividade média de 45°, variando entre 39° e 73° e com degraus entre 0,60 m e 0,90 m de altura (KNAUSS, 1995, *apud* CHANSON, 2002, p.36)⁷.

Figura 2 – Represa Arkananian.

Fonte: KNAUSS (1995) *apud* CHANSON (2002, p.44).

Chanson (2002) explica que outros extravasores em degraus antigos, além do extravasor de Arkanania, foram construídos no Oriente Médio como, por exemplo, no Rio Khosr (694 a.C.), situado no Iraque. Algum tempo depois⁸, durante o império romano, extravasores em degraus foram construídos, sendo possível, ainda hoje, encontrar uma parte dos mesmos na Líbia, Síria e Tunísia. Após a queda do Império Romano, engenheiros muçulmanos construíram barragens com extravasores desse tipo no Iraque e na Espanha (CHANSON, 2002, p.36).

⁷ KNAUSS, J. ΤΗΣ ΓΡΙΑΣ ΤΟ ΠΗΔΗΜΑ, der Altweibersprung. Die Rätselhafte Alte Talsperre in der Glosses-Schlucht bei Alyzeia in Arkarnanien. **Archäologischer Anzeiger**, 1995, Helft 5: 138-162 (em Alemão).

⁸ Chanson (2002) não afirma com certeza as datas referentes às realizações romanas no tocante aos extravasores em degraus.

Após a reconquista da Espanha, engenheiros espanhóis, privilegiados pelo conhecimento das civilizações anteriores, projetaram e construíram extravasores em degraus, como por exemplo, nas barragens Almansa, Alicante e Barrarueco de Abajo. Em 1791, construíram o maior extravasor em degraus executado até então, com 50 m de altura, na barragem de Puentes, mas em 1802 ela foi destruída por uma cheia. Observa-se uma forte influência espanhola nos extravasores em degraus encontrados na França, México e Estados Unidos (CHANSON, 2002, p.53).

No século XX, estruturas em degraus começaram a ser projetadas visando, sobretudo, a maximização da dissipação de energia ao longo da calha e, conseqüentemente, a diminuição da bacia de dissipação. O extravasor da barragem de New Croton, construída durante o período de 1892 a 1905, com 90,5 m de altura, declividade aproximada de 53° e degraus com alturas iguais a 2,13 m, provavelmente, é o primeiro extravasor em degraus concebido com esse conceito de maximização da dissipação de energia. Entre quatorze e dezesseis de outubro de 1955, ocorreu uma tempestade que provocou sérios danos à estrutura dessa barragem (CHANSON, 2002, p.266).

3.1.1 Uso de CCR na Construção de Barragens

O uso do CCR para a construção de barragens ocorreu pela primeira vez em Taiwan, entre 1960 e 1961, com aplicação no núcleo da estrutura. A partir de 1986, houve um crescente emprego da referida técnica na construção de barragens. Andriolo (1998, p.12) destaca que, em 1986, em todo o mundo foram construídas quinze barragens. Este número, segundo o mesmo autor, cresceu para 45 barragens, em 1990, 96 barragens, em 1993, e 156 barragens, em 1996.

No Brasil, o concreto compactado a rolo tem sido utilizado intensamente na construção de barragens. A seguir, na Tabela 3, apresenta-se algumas barragens brasileiras construídas em concreto compactado a rolo.

Tabela 3 – Algumas barragens brasileiras construídas com a técnica do concreto compactado a rolo.

NOME	ESTADO	PERÍODO DE CONSTRUÇÃO		PROPRIETÁRIO	TIPO DE EXTRAVASOR
		INÍCIO	FIM		
Saco de Nova Olinda	Paraíba	07/85	06/87	Secretaria de Recursos Hídricos (SRH)	-
Caraíbas	Minas Gerais	04/90	02/91	Companhia Energética de Minas Gerais (CEMIG)	Degraus
Gameleira	Minas Gerais	06/90	05/91	CODEVASF	Degraus
Cova da Mandioca	Bahia	01/93	12/94	CODEVASF	Degraus
Juba I	Mato Grosso	-	-/95	Itamarati Centrais Elétricas	Degraus
Juba II	Mato Grosso	-	-/95	Itamarati Centrais Elétricas	Degraus
Jordão	Paraná	05/94	09/96	COPEL (Companhia Paranaense de Energia)	Liso
Salto Caxias	Paraná	02/95	12/98	COPEL (Companhia Paranaense de Energia)	Liso
Val de Serra	Rio Grande do Sul	07/97	11/98	CORSAN (Companhia Riograndense de Saneamento)	Degraus
Bertarello	Rio Grande do Sul	-/98	-/00	CORSAN (Companhia Riograndense de Saneamento)	Degraus
Jucazinho	Pernambuco	07/96	-/99	DNOCS (Dep. Nacional de Obras Contra a Seca)	Degraus
Rio do Peixe	São Paulo	02/96	-/98	CPEE (Companhia Paulista de Energia Elétrica)	Degraus
Guilman-Amorin	Minas Gerais	-/97	-/00	Belgo Mineira-Samarco	-
Canoas	Ceará	07/93	-/96	SOHIDRA (Secretaria de Recursos Hídricos – CE)	Degraus
Várzea Grande	Paraíba	10/93	-/95	SUPLAN/PB	-
Estreito	Piauí	-/97	-/02	CONDEPI	Degraus
Acauã	Paraíba	-/93	-/95	DNOCS	Degraus
Belo Jardim	Pernambuco	05/95	-/98	DNOCS (Dep. Nacional de Obras Contra a Seca)	Degraus
Ponto Novo	Bahia	05/98	02/00	CERB (Companhia de Engenharia Rural da Bahia)	Liso
Pedras Altas	Bahia	-/00	-/01	CERB	Degraus
Pirapama	Pernambuco	-/00	-/01	CAGEPE	-
Santa Clara	Minas Gerais	-/01	-/05	CEMIG	Liso
Rosal	São Paulo	04/98	-/00	Empresas de Eletricidade Vale Paranapanema	Degraus
Dona Francisca	Rio Grande do Sul	08/98	12/00	Dona Francisca Energética SA	Degraus
Lajeado	Goiás	07/98	12/02	Investco (Tractebel)	-
Cana Brava	Goiás	03/99	10/02	Companhia energética Mercosul of Tractebel	-
Santa Cruz do Apodi	Rio Grande do Norte	-/98	-/00	DNOCS	-
Umari	Rio Grande do Norte	-/98	-/01	DNOCS	Degraus
Castanhão	Ceará	10/99	-/02	DNOCS/Minas Gerais	-
Tucuruí 1ª Fase	Pará	11/75	-	Eletronorte SA	Liso

Tucuruí- 2º Fase	Pará	06/98	10/05	Eletronorte SA	Liso
Serra do Facão	Goiás	-/01	-/05	GEFAC	-
João Leite	Goiás	-/01	-/04	SANEAGO	-
Candonga	Minas Gerais	05/01	05/05	Companhia Vale do Rio Doce	-
Fundão	Rio Grande do Sul	-/01	-/05	ENERJOR	-
Pindobaçu	Bahia	-/01	-/05	CERB	Liso
Bandeira de Melo	Bahia	-/01	-/05	CERB	Liso
Pelo Sinal	Rio Grande do Norte	12/91	-/94	SUPLAN/RN	-
Traíras		09/94	-/95	DER/RN	Degraus
Malhada das Pedras	Bahia	-	-	CERB	-
Mocotó	Bahia	-	-	CERB	-
Rio da Dona	Bahia	-	-		-
Rio da Prata	Pernambuco	09/93	12/94		-
Santa Clara-Jordão	Rio Grande do Sul	-/01	-/05	Elejor	-
Sítio Traíras	Rio Grande do Norte	-	-	Emater	-

Fonte: SIMÕES (2006, f.23).

3.2 REGIMES DE ESCOAMENTO

3.2.1 Generalidades

O escoamento ao longo de canais em degraus é dividido em dois regimes, a saber: *nappe flow* (ou *jet flow regime*) e *skimming flow*, de acordo com Horner (1969), Rajaratnam (1990), Diez-Cascon *et al.* (1991), entre outros pesquisadores. O presente trabalho priorizará a tradução indicada por Matos e Quintela (1995a), que denominaram os regimes *nappe flow* e *skimming flow* como “escoamento em quedas sucessivas” e “escoamento deslizante sobre turbilhões”, respectivamente. Ohtsu e Yasuda (1997) apresentaram uma terceira classificação para os regimes de escoamento, inserindo o conceito de “regime de transição” (do inglês *transition flow*), escoamento que ocorre entre o regime em quedas sucessivas e o regime deslizante sobre turbilhões.

Muitos esboços e fotografias retratando o perfil da superfície livre de escoamentos ao longo de calhas em degraus foram publicados no decorrer de aproximadamente quatro décadas de estudos realizados em diversos países. Atualmente, cada um dos três regimes de escoamento apresentados anteriormente possui pelo menos dois sub-regimes, cujas

particularidades serão apresentadas em seções específicas desta revisão bibliográfica. Os desenhos encontrados na Figura 3, apresentada a seguir, ilustram resumidamente o escoamento em quedas sucessivas (a), de transição (b) e deslizante sobre turbilhões (c).

Figura 3 – Desenhos esquemáticos dos três regimes de escoamento. Deslizante sobre turbilhões (a); transição (b) e quedas sucessivas (c).

Os desenhos apresentados na Figura 3 foram elaborados com base em diversos esquemas e fotografias apresentados por diferentes autores. A imagem exposta na Figura 4 publicada por Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2001, p.522) exemplifica uma situação real correspondente ao trecho de escoamento quase-uniforme dos três regimes em questão. No escoamento em quedas sucessivas é possível notar, em todos os degraus, a existência de uma

cavidade de ar, característica fundamental deste regime. O escoamento de transição, por sua vez, apresenta algumas cavidades preenchidas e outras não, além de oscilações na superfície livre (observadas principalmente a montante do ponto de início da aeração). Finalmente, o escoamento deslizante sobre turbilhões distingue-se dos demais por não apresentar cavidades de ar entre degraus e por apresentar poucas oscilações em relação ao de transição.

Figura 4 – Três regimes de escoamento na região quase-uniforme. De cima para baixo: *skimming flow*, *transition flow* e *nappe flow*.

Fonte: Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2001, p.522).

3.2.2 Escoamentos em Quedas Sucessivas (*Nappe Flow*)

Canais em degraus encontrados nos sistemas de drenagem urbana, estações de tratamento de esgoto, transposição de peixes, estruturas ornamentais e em vertedouros de barragens com degraus de grandes dimensões⁹ são alguns exemplos de estruturas que normalmente operam submetidos ao regime de escoamento em quedas sucessivas. Estudos relacionados a esse tipo de escoamento permitem prever a sua ocorrência em função de variáveis hidráulicas e geométricas, calcular características do escoamento como o perfil da superfície livre, possíveis oscilações da lâmina vertente e dispositivos destinados a evitar tal

⁹ Escavados em rocha, em concreto armado ou em gabiões, por exemplo.

fenômeno. Também é possível encontrar metodologias para a avaliação de concentrações médias de ar, eficiência na oxigenação da água, energia dissipada, pressões médias e flutuações de pressões devidas ao impacto do jato com o piso do degrau.

Com o intuito de ilustrar alguns exemplos de escoamentos em quedas sucessivas, a Figura 5 contém três fotografias de estruturas reais e um interessante desenho elaborado por Leonardo da Vinci (1452-1519). A imagem “a” demonstra uma situação na qual, aparentemente, os degraus foram empregados por razões topográficas, além de atuarem como dissipadores de energia e na oxigenação da água graças à incorporação de ar gerada em função da alta turbulência. O canal em degraus para transposição de peixes (c) é uma das alternativas que permite o deslocamento dos cardumes até às áreas de reprodução (fenômeno da piracema). Finalmente, a fotografia “d” é um exemplo encontrado na cidade de São Paulo do uso de canais em degraus pela arquitetura decorativa.

Figura 5 – Exemplos de escoamentos em quedas sucessivas. (a) Rio Tietê em São Paulo; (b) Ilustração de Leonardo da Vinci (RICHTER, 1883, p.236); (c) Canal de transposição de peixes de Itaipu; (d) Estrutura ornamental em São Paulo.

3.2.2.1 Critérios para a previsão da ocorrência do escoamento em quedas sucessivas

O desenvolvimento de expressões e critérios destinados a prever a ocorrência de um determinado regime de escoamento em canais em degraus traz a tona alguns dentre os primeiros trabalhos científicos publicados sobre o tema. Essery e Horner (1978) efetuaram testes em canais com $0,2 \leq h/l \leq 0,842$ e, com base nos resultados obtidos propuseram curvas adimensionais que permitem identificar a ocorrência dos dois principais regimes (*nappe* e *skimming*). Os resultados obtidos pelos referidos autores é aplicável a degraus com os pisos horizontais ou em aclave, para ângulos (θ em relação a horizontal) iguais a 0° , 5° , 10° , 15° e 20° . A Figura 6 a seguir ilustra o critério de Essery e Horner (1978), para os diferentes ângulos mencionados.

Figura 6 – Critério proposto por Essery e Horner (1978). Determinação dos regimes *nappe* e *skimming*.

Rajaratnam (1990, p.590), ao reavaliar resultados experimentais de Essery e Horner (1978), propôs que a ocorrência do escoamento deslizante sobre turbilhões ocorre se $d_c/h \geq 0,8$, para $0,4 \leq h/l \leq 0,9$ (degraus com o piso horizontal). O mesmo autor comenta que observações de Sorensen (1985) para $h/l = 1,28$ confirmaram este critério. Prosseguindo com os comentários de Rajaratnam (1990), para $d_c/h < 0,8$ esperava-se observar a ocorrência do

escoamento em quedas sucessivas, no entanto, nos experimentos de Sorensen (1985) o escoamento em quedas sucessivas só ocorreu para $d_c/h = 0,16$. Esta breve discussão já apontava a existência de uma faixa de valores, para os referidos adimensionais, na qual o escoamento ocorre em regime de transição.

Chanson (1994a, p.73) após analisar dados experimentais de diversos pesquisadores sugeriu que o limite entre o escoamento em quedas sucessivas e o escoamento deslizante sobre turbilhões, em degraus com o piso horizontal, pode ser avaliado por meio da seguinte equação (equação 1):

$$\frac{d_c}{h} = 1,057 - 0,465 \cdot \frac{h}{l} \quad (1)$$

A equação anterior exprime uma relação linear entre os adimensionais d_c/h e h/l que representa o limite entre os dois sub-regimes (*nappe* e *skimming*). Em outras palavras, para uma dada geometria dos degraus (h/l), se d_c/h for maior do que o valor calculado ocorrerá escoamento deslizante sobre turbilhões, caso contrário ocorrerá o escoamento em quedas sucessivas.

Chamani e Rajaratnam (1999b, p.970-971) assumiram que o escoamento deslizante sobre turbilhões ocorre quando a declividade da superfície livre se torna igual à declividade do canal em degraus (declividade do pseudo-fundo formado pelo alinhamento das quinas dos degraus). A partir desta consideração, do teorema de Daniel Bernoulli, do teorema da quantidade de movimento e de uma equação empírica, os autores mencionados deduziram a seguinte equação:

$$\frac{h}{l} = \sqrt{0,89 \cdot \left[\left(\frac{d_c}{h} \right)^{-1} - \left(\frac{d_c}{h} \right)^{-0,34} + \frac{3}{2} \right] - 1} \quad (2)$$

Considerando que a parte inferior da lamina vertente (parte inferior do jato) colide com a extremidade do degrau, Chamani e Rajaratnam (1999b, p.971) propuseram a equação 3 como critério para avaliar a ocorrência do escoamento em quedas sucessivas.

$$\frac{h}{l} = 0,405 \cdot \left(\frac{d_c}{h} \right)^{-0,62} \quad (3)$$

Um dos pontos interessantes destacados por Chamani e Rajaratnam (1999b, p.971) ao comparar as equações 2 e 3, foi a suposição da existência de um escoamento de transição, situado entre os limites estabelecidos pelas referidas equações.

Mais tarde, Chanson (2001) analisou uma significativa quantidade de dados experimentais e, considerando a existência do regime de transição, propôs uma nova equação para delimitar a ocorrência do escoamento em quedas sucessivas. Assim como a equação 1, o referido autor sugeriu uma relação linear com a seguinte forma:

$$\frac{d_c}{h} = 0,89 - 0,4 \cdot \frac{h}{l} \quad (4)$$

A equação 4, diferente da equação 1, permite a avaliação da ocorrência do escoamento em quedas sucessivas e do escoamento de transição. Maiores detalhes sobre a avaliação dos diferentes regimes de escoamento serão apresentados no decorrer do texto, permitindo assim calcular o limite entre o escoamento de transição e o escoamento deslizante sobre turbilhões.

Yasuda e Ohtsu (1999) e Ohtsu *et al.* (2001, p.524), explicam que o adimensional d_c/h depende do número de Reynolds, da razão de aspecto B/d_c e da relação h/l (ou $\tan \alpha$). Os referidos autores, por meio de estudos experimentais, afirmaram que a razão de aspecto B/d_c e o número de Reynolds ($Re = q/v$, em que v é a viscosidade cinemática) são negligenciáveis para $B/d_c \geq 5$ e $Re \geq 2,0 \cdot 10^4$. Deste modo, considerando o limite entre o escoamento em quedas sucessivas e o escoamento de transição, os referidos autores desenvolveram a seguinte equação:

$$\frac{d_c}{h} = \frac{1}{0,57 \left(\frac{h}{l} \right)^3 + 1,3} \quad (5)$$

Válida para $0,1 \leq h/l \leq 1,43$, $B/d_c \geq 5$ e $Re \geq 2,0 \cdot 10^4$.

Chinnarasri e Wongwises (2004) apresentam resultados de estudos experimentais realizados em canais em degraus com $\alpha = 30^\circ$, $\alpha = 45^\circ$ e $\alpha = 60^\circ$. Estes pesquisadores estudaram calhas em degraus com pisos horizontais e calhas com pisos inclinados (em aclave) com $\theta = 10^\circ$, $\theta = 20^\circ$ e $\theta = 30^\circ$. Com base nos resultados obtidos os referidos autores desenvolveram a equação 6 para avaliação do limite entre o escoamento em quedas sucessivas e o escoamento de transição.

$$\frac{d_c}{h} = 0,927 - 0,005 \cdot \theta - 0,388 \cdot \frac{h}{l} \quad (6)$$

Válida para $0,1 \leq h/l \leq 1,73$.

Arantes (2007, p.107-108) estudou a transição entre os regimes de escoamento por meio da solução numérica das equações de Navier-Stokes, associadas a modelos de turbulência, considerando escoamento bidimensional e uma estrutura com três degraus. Para h/l igual a 0,2 foram simulados $d_c/h = 0,5$, $d_c/h = 0,75$, $d_c/h = 1,0$ e $d_c/h = 2,0$. Para h/l igual a 0,5 foram simulados $d_c/h = 0,5$, $d_c/h = 0,75$ e $d_c/h = 1,0$. Como resultados de suas simulações computacionais, o referido autor apresentou diferentes perfis da superfície livre, sendo estes coerentes com resultados de estudos experimentais representados pelas diversas equações mencionadas até então.

A Figura 7a, elaborada com o intuito de comparar os diferentes critérios para previsão da ocorrência do escoamento em quedas sucessivas, demonstra uma razoável concordância entre as metodologias apresentadas, exceto pela curva de Essery e Horner (1978) e a equação de Chamani e Rajaratnam (1999a). Alguns valores dos adimensionais (d_c/h e h/l) estudados por Arantes (2007, p.108) foram inseridos na referida figura. Através dos perfis simulados

pelo referido autor, pode-se notar resultados consistentes com as metodologias experimentais. A fim de ilustrar este fato, a Figura 7b e 7c inclui a visualização obtida e apresentada por Arantes (2007, p.108). Ressalta-se que o gráfico da Figura 7a será ampliado na seção referente ao início do escoamento deslizante sobre turbilhões, permitindo a determinação do limite entre os três diferentes regimes, além de sub-regimes a serem apresentados.

Figura 7 – Comparação entre os diferentes critérios apresentados para previsão da ocorrência do escoamento em quedas sucessivas (a). Simulação numérica (CFD), Arantes (2007, p.108) com $d_c/h = 0,5$ e $h/l = 0,2$ (b) e $d_c/h = 0,75$ e $h/l = 0,5$ (c).

3.2.2.2 Caracterização do Escoamento em Quedas Sucessivas

O escoamento em questão é caracterizado por sucessivas quedas livres do jato d'água proveniente de um degrau anterior, que impacta total ou parcialmente sobre o piso do degrau imediatamente a jusante. A dissipação de energia ocorre graças à dispersão do jato no ar, pelo impacto do jato com o piso do degrau a jusante e/ou devido a formação de ressaltos hidráulicos nos degraus (CHANSON, 2002, p.92). De acordo com Chanson (2002, p.90) o escoamento em quedas sucessivas pode ser subdividido em três tipos: escoamento com ressalto hidráulico plenamente desenvolvido (NA1); escoamento com ressalto hidráulico parcialmente desenvolvido (NA2) e escoamento sem ressalto hidráulico (NA3).

O primeiro tipo, no qual o ressalto hidráulico se encontra plenamente desenvolvido, ocorre em degraus com o piso horizontal ou em aclave. Um esboço deste sub-regime (NA1) pode ser visto na Figura 8. Se a soma do alcance do jato (L_d) e do comprimento do ressalto (L_j) resulta maior do que a extensão do piso, não é possível observar um ressalto plenamente desenvolvido. Tem-se, neste caso, um escoamento com ressalto hidráulico parcialmente desenvolvido, NA2 (Figura 9).

Para vazões maiores, pisos mais curtos ou em declive, pode ser impossível promover a formação de um ressalto hidráulico (ainda que parcialmente desenvolvido) observando-se, antes da ocorrência do escoamento de transição, o terceiro sub-regime restante (NA3). No escoamento sem ressalto hidráulico não há uma seção de controle, sendo o número de Froude maior que a unidade ao longo de todo o degrau (Figura 10). Cabe destacar ainda que a região a jusante do impacto do jato com o piso é altamente aerada (*spray*) e o escoamento apresenta características tridimensionais, sendo possível notar, por exemplo, ondas de choque (CHANSON, 2002, p.92-93; TOOMBES, 2002, p.19).

Figura 8 - Escoamento em quedas sucessivas: ressalto hidráulico plenamente desenvolvido (NA1).

Figura 9 - Escoamento em quedas sucessivas: ressalto hidráulico parcialmente desenvolvido (NA2).

Figura 10 - Escoamento em quedas sucessivas: sem ressalto hidráulico (NA3).

A classificação apresentada anteriormente é especialmente útil quando se pretende estudar o escoamento em quedas sucessivas e, a ocorrência do ressalto hidráulico é um

aspecto de grande importância na modelação matemática do problema. Para os casos com formação de ressalto, a profundidade crítica ocorre nas proximidades do final do degrau e a análise pode ser efetuada considerando uma série de estruturas idênticas. Se o ressalto hidráulico não é observado (NA3) o tratamento matemático se torna um pouco mais complicado, como será visto em uma seção ulterior.

3.2.2.3 Transição entre os sub-regimes NA1, NA2 e NA3

A partir do alcance do jato (L_d) e do comprimento do ressalto (L_j), Chanson (1994a, p.72), por meio das equações 15 e 19 (a serem apresentadas), desenvolveu a equação 7 que permite avaliar a ocorrência do sub-regime NA1 para degraus com pisos horizontais:

$$\frac{d_c}{h} < 0,0916 \left(\frac{h}{l} \right)^{-1,276} \quad (7)$$

Em que h é a altura do degrau e l o seu comprimento. A equação 7 foi desenvolvida para o intervalo $0,2 \leq h/l \leq 6$ e demonstra que para canais relativamente íngremes, i.e. $h/l > 0,5$, o sub-regime NA1 só ocorrerá para vazões muito pequenas. Considerando como exemplo $h/l = 0,5$ e $h = 0,30$ m, de acordo com a equação 7, o sub-regime NA1 só ocorrerá se a vazão unitária for menor que $0,0537 \text{ m}^2/\text{s}$.

A fim de comparar a equação anterior com resultados empíricos, dados experimentais obtidos por Horner (1969) e Pinheiro e Fael (2000), relativos a degraus com o piso horizontal e em aclave, foram inseridos no gráfico da Figura 11 juntamente com a referida equação. Nota-se que a equação proposta por Chanson (1994a, p.72) apresenta uma boa concordância com a tendência revelada pelos dados experimentais.

Figura 11 – Transição entre os sub-regimes NA2 e NA3 (Dados experimentais de Horner (1969) e Fael e Pinheiro (2000)) e limite para ocorrência do sub-regime NA1 (Equação proposta por Chanson (1994a, p.72)).
Fonte: Adaptado de Chanson (2002, p.94)

3.2.2.4 Oscilações e dispositivos ventiladores

Assim como em vertedores retangulares sem contrações laterais o escoamento em quedas sucessivas apresenta uma cavidade sob a lamina vertente ocupada com ar, como pode ser visto na Figura 12. Se esse espaço não for devidamente ventilado, a pressão no seu interior certamente atingirá valores inferiores à pressão atmosférica provocando oscilações no jato.

Figura 12 – Esboço das oscilações ocorridas em um escoamento em quedas sucessivas.
Fonte: Adaptado de Chanson (2002)

De acordo com Pariset (1955) e Thomas (1976) instabilidades semelhantes a aquelas ilustradas na Figura 12, também conhecidas como instabilidades de *Kelvin - Helmholtz*¹⁰ provocam fortes oscilações que podem ser ouvidas a grandes distâncias. Do ponto de vista estrutural, tais vibrações normalmente não são preocupantes desde que a frequência das mesmas não se aproxime da frequência natural da estrutura.

Chanson (2002, p.98) explica que as oscilações na lâmina vertente são controladas pelo movimento do ar aprisionado sob o jato e que a frequência natural do sistema ar-água depende da massa de água e do volume de ar no interior da cavidade. Considerando degraus com o piso horizontal, o referido autor sugere que as possíveis frequências de oscilação (F) da lâmina vertente podem ser estimadas por meio da seguinte equação:

$$\frac{F}{\sqrt{g/d_c}} = 0,715 \cdot \frac{I' + 0,25}{\sqrt{1 + 1,022 \cdot \frac{h}{d_c} - 1}} \quad (8)$$

Em que h é a altura do degrau, F a frequência de oscilação da lâmina vertente (Hz), g a aceleração da gravidade, d_c a profundidade crítica e I' um inteiro que representa o número de comprimentos de onda na lâmina vertente. Maiores detalhes sobre a equação anterior incluindo comparações com dados experimentais podem ser encontrados em Chanson (2002, p.96-97, 330-331).

Sendo necessária uma ventilação artificial com o objetivo de evitar as oscilações mencionadas, Levin (1968, p.28-37) sugeriu as seguintes equações para o cálculo da vazão de ar requerida:

$$\frac{Q_{ar}}{Q} = 0,19 \left(\frac{h - d_p}{d_b} \right)^{0,95} \quad (9)$$

$$\frac{Q_{ar}}{Q} = 0,21 \left(\frac{h - d_p}{d_b} \right)^{1,03} \quad (10)$$

¹⁰ Lord Kelvin, William Thomson (1824-1907), físico britânico; Hermann Ludwig von Helmholtz (1821-1894), cientista alemão.

Nestas equações Q_{ar} é a vazão de ar (m^3/s) e Q a vazão de água (m^3/s). A equação 9 restringe-se ao intervalo $3 < Fr < 10$ e a equação 10 ao intervalo $13 < Fr < 15$, sendo Fr o número de Froude definido em termos da espessura da lamina vertente (d_i , ver Figura 13, página seguinte). As demais variáveis foram definidas anteriormente.

3.2.2.5 Características do escoamento com ressalto hidráulico (NA1)

O escoamento em quedas sucessivas com ressalto hidráulico plenamente desenvolvido é caracterizado pela ocorrência da profundidade crítica (d_c) a montante da quina do degrau e de uma profundidade (d_b) inferior a crítica exatamente nesta posição graças às componentes verticais da aceleração do fluido. De acordo com Henderson (1966, p.192) a distância desde a beirada do degrau até a posição onde ocorre a profundidade crítica é cerca de 3 a 4 vezes d_c , sendo que em tal seção a distribuição de pressões é aproximadamente hidrostática, em contraste com a distribuição de pressões na aresta. A relação entre d_b e d_c foi investigada por diversos pesquisadores que obtiveram valores relativamente próximos. Para propósitos práticos, seguindo as recomendações de Henderson (1966, p.195) e Chanson (2002, p.326), pode-se utilizar a relação sugerida por Rouse (1936):

$$\frac{d_b}{d_c} = 0,715 \quad (11)$$

Considerando uma lamina vertente arejada e degraus com pisos horizontais, Rand (1955), após analisar uma série de dados experimentais, sugeriu as seguintes equações:

$$\frac{d_1}{h} = 0,54 \cdot \left(\frac{d_c}{h} \right)^{1,275} \quad (12)$$

$$\frac{d_2}{h} = 1,66 \cdot \left(\frac{d_c}{h} \right)^{0,81} \quad (13)$$

$$\frac{d_p}{h} = \left(\frac{d_c}{h} \right)^{0,66} \quad (14)$$

$$\frac{L_d}{h} = 4,30 \cdot \left(\frac{d_c}{h} \right)^{0,81} \quad (15)$$

Sujeito a: $0,045 < d_c/h < 1$. Maiores detalhes sobre a configuração do escoamento podem ser obtidos por meio das equações 16 e 17, apresentadas por Chanson (1995), que fornecem a espessura da lâmina vertente na interseção entre a zona de recirculação e o jato (d_i), assim como a sua inclinação, como indicado na Figura 13 a seguir:

Figura 13– Desenho esquemático (NA1) com indicação das variáveis relevantes.

$$\frac{d_i}{h} = 0,688 \cdot \left(\frac{d_c}{h} \right)^{1,483} \quad (16)$$

$$\text{tg } \theta_i = 0,855 \cdot \left(\frac{d_c}{h} \right)^{-0,582} \quad (17)$$

Considera-se válido mencionar que as equações 16 e 17 foram desenvolvidas a partir das equações da cinemática e do teorema da quantidade de movimento (2ª Lei de Newton). Tal desenvolvimento resultou num sistema de equações adimensionais não lineares que, ao ser resolvido numericamente, forneceu resultados que permitiram o ajuste das referidas equações (CHANSON, 2002, p.325).

Entre as grandezas hidráulicas apresentadas na Figura 13 encontra-se o comprimento do rolo do ressalto hidráulico (L_r), variável inferior ao comprimento do ressalto (L_j). Numerosos estudos destinados ao conhecimento destas grandezas (em canais com seção

transversal retangular) foram conduzidos ao longo dos anos desde o início do século XX. Todavia, graças às dificuldades encontradas nos trabalhos experimentais, ainda hoje não existe um consenso sobre a definição de L_r e L_j . Com o intuito de ilustrar este fato, considera-se válido mencionar algumas definições.

Elevatorski (1959) definiu L_j como a distância entre as seções do ressalto onde não são observadas grandes flutuações de níveis. Rajaratnam (1967), por sua vez, afirmou que o comprimento do ressalto, com início na seção do conjugado supercrítico, termina na posição onde a profundidade do escoamento é igual ao conjugado subcrítico. Marques (2004, p.24-25) analisou a influência do ressalto na flutuação de pressões ao longo de sua extensão e definiu o L_j fundamentado em tais estudos. Finalmente, cabe destacar que uma breve avaliação do estado da arte sobre o tema revelou que existem mais de uma dezena de estudos que propuseram diferentes equações empíricas para o cálculo de L_j .

Assim como o comprimento do ressalto, o comprimento do rolo é definido de diferentes maneiras na literatura. Para propósitos práticos, recomenda-se que a estimativa destas grandezas hidráulicas seja efetuada com base nos trabalhos de Bradley e Peterka (1957), relativos ao comprimento do ressalto¹¹, e de Hager *et al.* (1991, p.602), que fornece as equações 18 e 19, apresentadas a seguir:

$$\frac{L_r}{d_1} = \alpha_r \cdot \tanh\left(\frac{Fr_1}{\alpha_r}\right) - 12 \quad (18)$$

Na qual α_r é um coeficiente que depende da relação entre o conjugado supercrítico (d_1) e a largura do canal (B), *i.e.*, da razão de aspecto d_1/B , com $\alpha_r = 20$ se $d_1/B < 0,1$ e $\alpha_r = 12,5$ se $0,1 \leq d_1/B \leq 0,7$. Na equação anterior $\tanh$ significa tangente hiperbólica e Fr_1 é o número de Froude na seção de escoamento supercrítico. Se $Fr_1 < 6$, a equação 18 pode ser aproximada por meio da seguinte relação linear:

¹¹ O cálculo do comprimento do ressalto pode ser efetuado com a equação 226 apresentada no item 4.1.5.3 do presente trabalho.

$$\frac{L_r}{d_1} = 8.Fr_1 - 12 \quad (19)$$

As equações 18 e 19 foram desenvolvidas a partir do ajuste de dados obtidos em estudos experimentais e apresentam uma razoável concordância com os mesmos. Todavia, cabe destacar que em tais experimentos o ressalto foi estabelecido a jusante de uma comporta, condição que propicia certo paralelismo entre as linhas de corrente na seção contraída o que implica em uma distribuição de pressões aproximadamente hidrostática. No escoamento NA1, se o ressalto estiver localizado próximo do local de impacto do jato com o piso (onde a distribuição de pressões não é hidrostática) é de se esperar que o comprimento do rolo seja diferente daquele calculado com as equações anteriores.

3.2.2.6 Dissipação de energia (NA1)

Conforme foi descrito anteriormente, o escoamento em quedas sucessivas com ressalto hidráulico é caracterizado pela repetição do padrão observado em um degrau. De forma resumida, pode-se dizer que o escoamento, acelerado durante a queda, perde energia devido aos seguintes fenômenos: transição para o escoamento subcrítico (ressalto hidráulico), dispersão do jato no ar, escoamento rotacional na zona de recirculação e impacto do jato com o piso do degrau. A jusante do ressalto hidráulico o escoamento cruza novamente o nível crítico, atingindo, na beirada do degrau, o mesmo nível de energia observado no degrau anterior. Graças a esta repetição, a dissipação de energia entre dois degraus corresponde à perda de energia potencial gravitacional, equivalente à altura do degrau.

Com menção ao desenho da Figura 14, adotando como plano horizontal de referência a bacia de dissipação ($z = 0$), a energia residual (H_{res}) corresponde ao conjugado supercrítico do ressalto d_1 (assumindo que a distribuição de pressões é hidrostática) mais a energia cinética nesta mesma seção, podendo-se escrever a seguinte equação adimensional:

$\frac{H_{res}}{d_c} = \frac{d_1}{d_c} + \frac{1}{d_c} \cdot \frac{V_1^2}{2g}$, sendo a seção transversal retangular, por meio da equação da continuidade e da definição de profundidade crítica (canal retangular), a equação anterior assume a seguinte forma:

$$\frac{H_{res}}{d_c} = \frac{d_1}{d_c} + \frac{1}{2} \cdot \frac{d_c^2}{d_1^2} \quad (20)$$

Figura 14 – Desenho esquemático utilizado na dedução da equação 21.

Desprezando o efeito da não uniformidade do escoamento de aproximação, assim como a resistência oferecida pela crista do vertedor, pode-se assumir que $H_{máx} = H_{dam} + 1,5 \cdot d_c$. Sendo a energia dissipada (ΔH) igual a diferença entre $H_{máx}$ e H_{res} , segue-se com a seguinte dedução:

$$\frac{\Delta H}{H_{máx}} = \frac{H_{máx} - H_{res}}{H_{máx}} = 1 - \frac{H_{res}}{H_{máx}} = 1 - \frac{\left(\frac{d_1}{d_c} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{d_1}{d_c} \right)^{-2} \right)}{\frac{H_{dam}}{d_c} + 1,5}, \text{ combinando este resultado com a}$$

equação empírica 12 (página 27), chega-se à seguinte equação adimensional:

$$\frac{\Delta H}{H_{máx}} = 1 - \left[\frac{0,54 \cdot \left(\frac{d_c}{h} \right)^{0,275} + 1,714 \cdot \left(\frac{d_c}{h} \right)^{-0,55}}{\frac{H_{dam}}{d_c} + 1,5} \right] \quad (21)$$

A equação anterior, semelhante a aquela apresentada por Chanson (2002, p.102-103), representa um modelo semi-empírico que permite avaliar a energia dissipada adimensional ($\Delta H/H_{\text{máx}}$) ou a energia residual adimensional ($H_{\text{res}}/H_{\text{máx}}$) em função dos adimensionais d_c/h e H_{dam}/d_c . Cabe comentar que se o coeficiente de descarga do vertedor for conhecido, a simplificação $H_{\text{máx}} = H_{\text{dam}} + 1,5.d_c$ pode ser modificada a fim de representar melhor as condições de escoamento.

A dedução anterior limita-se ao caso esquematizado na Figura 14, relativo a uma estrutura sem comporta. Um desenvolvimento semelhante, considerando o uso de comportas, conduz ao seguinte resultado:

$$\frac{\Delta H}{H_{\text{máx}}} = 1 - \left[\frac{0,54 \left(\frac{d_c}{h} \right)^{0,275} + 1,714 \left(\frac{d_c}{h} \right)^{-0,55}}{\frac{H_{\text{dam}}}{d_c} + \frac{H_o}{d_c}} \right] \quad (22)$$

Na qual $H_{\text{máx}} = H_{\text{dam}} + H_o$ e H_o é a carga sobre a soleira, a montante da comporta.

Com o intuito de interpretar graficamente a equação 21, permitindo inclusive a sua comparação com dados experimentais, a altura da barragem (H_{dam}) pode ser considerada aproximadamente igual ao produto entre a altura do degrau e o número (N) de degraus ($H_{\text{dam}} = N.h$). Com a modificação sugerida, a equação 21 assume a seguinte forma:

$$\frac{\Delta H}{H_{\text{máx}}} = 1 - \left[\frac{0,54 \left(\frac{d_c}{h} \right)^{0,275} + 1,714 \left(\frac{d_c}{h} \right)^{-0,55}}{N \left(\frac{d_c}{h} \right)^{-1} + 1,5} \right] \quad (23)$$

O gráfico da Figura 15, adaptado de Chanson (2002, p.104), inclui, além das curvas geradas com a equação anterior, dados experimentais de Moore (1943), Rand (1955), Stephenson (1979) e Rajaratnam e Chamani (1995), todos correspondentes ao escoamento sobre um degrau. O referido gráfico inclui também dados relativos a experimentos em canais em degraus obtidos por Horner (1969) e Pinheiro e Fael (2000). Quanto aos dados de Horner (1969), cabe destacar que parte deles corresponde a um canal com $\alpha = 22,8^\circ$, condição que

implica na ocorrência do sub-regime NA3 (sem ressalto hidráulico). Nota-se uma concordância razoável entre a equação 23 e os dados experimentais, sobretudo aqueles de Rajaratnam e Chamani (1995), concernentes ao escoamento sobre um degrau.

Quanto à relação entre os adimensionais encontrados na equação 23, com o auxílio da Figura 15, pode-se concluir que a energia dissipada relativa ($\Delta H/H_{\text{máx}}$) diminui à medida que o adimensional d_c/h aumenta. Tal comportamento, verdadeiro para os diferentes valores de N , é mais acentuado para o caso de N igual a um, diminuindo à medida que o número de degraus aumenta. É possível afirmar também que a dissipação de energia é maior em vertedouros com um maior número de degraus e, que quanto maior for a vazão unitária (ou a profundidade crítica, d_c) menor será a energia dissipada.

Figura 15 – Comparação entre dados experimentais e a equação 23
Fonte: Adaptado de Chanson (2002)

A energia dissipada relativa ($\Delta H/H_{\text{máx}}$) inclui o termo $H_{\text{máx}}$ que por sua vez depende da altura do vertedor e da profundidade crítica. Por esta razão, considera-se válido um segundo equacionamento para que as últimas conclusões, apresentadas no parágrafo anterior, sejam compreendidas com maior clareza. Partindo das definições já destacadas e da equação 12

proposta por Rand (1955), foi desenvolvida uma nova formulação adimensional que relaciona $\Delta H/h$ com N e d_c/h . A referida formulação surge após as seguintes manipulações algébricas:

$$\frac{\Delta H}{h} = \frac{H_{\max} - H_{\text{res}}}{h} = \frac{H_{\text{dam}}}{h} + \frac{3}{2} \cdot \frac{d_c}{h} - \frac{d_1}{h} - \frac{1}{2} \cdot \frac{d_c}{h} \left(\frac{d_c}{d_1} \right)^2 \Rightarrow \text{Substituindo a equação 12:}$$

$$\frac{\Delta H}{h} = N \cdot \frac{h}{h} + \frac{3}{2} \cdot \frac{d_c}{h} - 0.54 \left(\frac{d_c}{h} \right)^{1.275} - \frac{1}{2} \cdot \frac{d_c}{h} \left(0.54 \left(\frac{d_c}{h} \right)^{0.275} \right)^{-2}, \text{ simplificando, chega-se a:}$$

$$\frac{\Delta H}{h} = N + \frac{3}{2} \cdot \frac{d_c}{h} - 0.54 \left(\frac{d_c}{h} \right)^{1.275} - 1.714 \left(\frac{d_c}{h} \right)^{0.45} \quad (24)$$

O gráfico da equação 24, apresentado a seguir, demonstra que a energia dissipada decresce com o aumento da vazão. Pode-se notar também que para vertedouros mais altos, o que corresponde a valores de N maiores, a dissipação de energia é maior, como esperado. Nesta figura também foram incluídos alguns dados experimentais, convenientemente adimensionalizados para a abordagem aqui apresentada.

Figura 16 – Gráfico correspondente à equação 24. Escoamento em quedas sucessivas.

3.2.2.7 *Escoamento com ressalto hidráulico parcialmente desenvolvido (NA2)*

Com base em estudos realizados em vertedores formados por gabiões, Peyras *et al.* (1992, p.711) sugeriram que as equações destinadas ao sub-regime NA1 (equações de Rand (1955)) podem ser aplicadas ao sub-regime (NA2) em avaliações preliminares.

3.2.2.8 *Generalidades sobre o escoamento sem ressalto hidráulico (NA3)*

Estudos voltados à compreensão do escoamento em quedas sucessivas sem a formação de ressalto hidráulico são mais escassos do que aqueles referentes ao sub-regime NA1. O trabalho clássico sobre o tema, desenvolvido por Horner (1969) é um dos poucos que abordam o assunto. Todavia, pesquisas realizadas na Universidade de Queensland, Austrália, promoveram uma significativa contribuição ao tema por meio de estudos experimentais em um canal com 24 m de extensão, 0,5 m de largura, declividade de 3,4°, 10 degraus com pisos horizontais e com $h = 0,143$ m e $l = 2,4$ m, além do estudo detalhado em um único degrau construído especificamente para esse propósito (CHANSON e TOOMBES, 1997; TOOMBES e CHANSON, 2000). Sendo assim, as descrições apresentadas nos parágrafos seguintes, relativas ao sub-regime em questão, seguem os textos dos referidos autores.

De acordo com Chanson (2002, p.105), em todos os experimentos correspondentes ao sub-regime NA3, o escoamento afluente ao modelo apresentava características bidimensionais até o primeiro degrau, observando-se uma pequena incorporação de ar nesta posição. Na primeira queda livre, a jusante da posição de impacto, constatou-se uma intensa turbulência. O escoamento nos primeiros degraus foi classificado como rapidamente variado e a esta região ao longo da calha o referido autor deu o nome de região de estabelecimento do escoamento, onde se observou um padrão tridimensional com ondas de choque e ondas posicionadas nos muros laterais. Significativas alterações puderam ser verificadas de degrau para degrau. Com referência à Figura 17, o autor menciona a ocorrência de ondas de choque no degrau 2 e algumas vezes no degrau 4, além de ondas transversais apenas no degrau 3. Ainda de acordo

com Chanson (2002, p.105), a avaliação da energia dissipada relativa ($\Delta H/H_{\text{máx}}$) revelou valores significativos nos primeiros três degraus, em torno de 60 a 65%. Estendendo-se até o terceiro ou quarto degrau, aproximadamente, a zona de estabelecimento do escoamento observada na Universidade de Queensland (CHANSON e TOOMBES, 1997; TOOMBES e CHANSON, 2000) resultou menos extensa do que aquela relatada por Horner (1969), que terminou no quarto ou quinto degrau.

Figura 17 – Esquema longitudinal da superfície livre para escoamento sem ressalto hidráulico (NA3)
Fonte: Adaptado de Chanson (2002, p.105)

A jusante da zona de estabelecimento do escoamento, o mesmo se torna gradualmente variado com uma contínua disparidade de características de degrau para degrau. Horner (1969) chamou esta região de zona de escoamento uniforme ou zona uniforme simplesmente. O escoamento em um canal com degraus em aclave, estudado pelo mesmo autor, apresentou uma região com escoamento em quedas sucessivas sem ressalto hidráulico seguido por uma região com escoamento do tipo NA1 ou NA2. O referido autor chamou este padrão de categoria de transição.

3.2.2.9 Dissipação de energia (Sub-regime NA3)

A energia residual a jusante de vertedouros em degraus é uma informação de grande utilidade no projeto de tais estruturas uma vez que a mesma é utilizada no dimensionamento de dissipadores de energia. A partir da análise de dados experimentais correspondentes a canais em degraus com diferentes configurações, Chanson (2002, p.111) propõe as equações 25 e 26 para o cálculo da energia residual a jusante de estruturas submetidas ao sub-regime NA3:

$$\frac{H_{res}}{d_c} = 6,0 \cdot \left(\frac{H_{dam}}{d_c} \right)^{-0,30} \quad \text{para } 2 < H_{dam}/d_c < 20 \quad (25)$$

$$\frac{H_{res}}{d_c} = 3,34 \cdot \left(\frac{H_{dam}}{d_c} \right)^{-0,027} \quad \text{para } 30 < H_{dam}/d_c < 75 \quad (26)$$

Estas equações foram desenvolvidas por meio do ajuste de dados experimentais de Horner (1969), correspondentes a um canal com $\alpha = 22,8^\circ$ e $h = 0,45$ m (não houve distinção entre os três sub-regimes), Chanson (2002, p.112), correspondentes ao sub-regime NA3, $\alpha = 3,4^\circ$ e $h = 0,143$ m e Pinheiro e Fael (2000), correspondentes ao sub-regime NA3, $\alpha = 18^\circ$ e $\alpha = 14^\circ$ e $h = 0,05$ m. Ressalta-se que a energia residual calculada com as equações anteriores fornece a profundidade do escoamento equivalente (d), ou seja, apenas de água. A Figura 18, a seguir, inclui os referidos resultados experimentais assim como as curvas correspondentes às equações 25 e 26.

Figura 18 – Comparação entre dados experimentais e as equações 25 e 26.
Fonte: Adaptado de Chanson (2002)

De acordo com Chanson (2002, p.112) a taxa de dissipação de energia também pode ser expressa em termos da declividade da linha de energia ($I_f = -dH/dx$), em que x é um eixo coordenado orientado no sentido do escoamento e medido ao longo do pseudo-fundo. Após uma breve discussão, o referido autor sugere com base em dados experimentais a seguinte equação (denominada pelo autor como declividade da linha de energia modificada):

$$\frac{I_f}{\frac{1}{8}Fr^2} = 0,079 \quad (27)$$

Desenvolvida para $2,5 < H_{dam}/d_c < 14,5$, $\alpha = 3,4^\circ$ e $h = 0,143$ m.

Com o intuito de interpretar o significado da equação 27, a equação de Darcy-Weisbach pode ser escrita da seguinte forma (para um canal retangular largo):

$$I_f = \frac{f}{8} \left(\frac{d_c}{d} \right)^3 \quad (28)$$

Com algumas manipulações algébricas simples e a equação da continuidade, demonstra-se facilmente que, para uma seção retangular, o quadrado do número de Froude é:

$$Fr^2 = \left(\frac{d_c}{d} \right)^3 \quad (29)$$

Portanto, conclui-se que o valor constante é igual a 0,079 proposto por Chanson (2002) na equação 27 corresponde ao fator de resistência de Darcy-Weisbach, como pode ser visto por meio da combinação das equações 28 e 29:

$$f = \frac{I_f}{\frac{1}{8} Fr^2} = 0,079 \quad (30)$$

Chanson (2002, p.113) comparou a declividade da linha de energia modificada (fator de resistência de Darcy-Weisbach) da estrutura em degraus mencionada anteriormente com dados correspondentes a uma estrutura em concreto liso. O referido autor comenta que a taxa de dissipação de energia promovida pelos degraus foi maior do que aquela observada em uma calha lisa.

Sem considerar os sub-regimes mencionados anteriormente, Chamani e Rajaratnam (1994) sugeriram uma formulação para a avaliação da energia dissipada pelos degraus em escoamento em quedas sucessivas. Para tanto, os referidos autores assumiram que existe um parâmetro adimensional que representa a proporção de energia dissipada por degrau (ϕ'). Com o auxílio da Figura 17 e assumindo que na crista do vertedor ocorre a profundidade crítica, a energia dissipada no primeiro degrau é igual a $(\phi').(h + 1,5.d_c)$ de modo que a energia residual vale $(1 - \phi').(h + 1,5.d_c)$. Na base do segundo degrau, seguindo a mesma lógica, os autores explicam que a energia residual é $(1 - \phi').[(1 - \phi').(h + 1,5.d_c) + h]$. Com este argumento, na base do vertedor com N degraus de alturas iguais, a energia residual é representada por:

$$H_{res} = (1 - \phi')^N . (h + 1,5.d_c) + h . \sum_{i=1}^{N-1} (1 - \phi')^i \quad (31)$$

Finalmente, com “h” em evidência e considerando a energia dissipada relativa $\Delta H/H_{m\acute{a}x}$ (com $H_{m\acute{a}x} = 1,5.d_c + H_{dam}$, em que $H_{dam}=N.h$), os referidos autores propuseram a seguinte equação:

$$\frac{\Delta H}{H_{m\acute{a}x}} \approx 1 - \frac{\left\{ (1 - \phi')^N \left[1 + 1,5 \cdot \left(\frac{d_c}{h} \right) \right] + \sum_{i=1}^{N-1} (1 - \phi')^i \right\}}{N + 1,5 \cdot \left(\frac{d_c}{h} \right)} \quad (32)$$

Para o cálculo de (ϕ') , com base em estudos experimentais de Horner (1969), Chamani e Rajaratnam (1994) desenvolveram as seguintes equações:

$$\phi' = a - b \cdot \log \left(\frac{d_c}{h} \right) \quad (33)$$

$$a = 0,30 - 0,35 \cdot \left(\frac{h}{l} \right) \quad (34)$$

$$b = 0,54 + 0,27 \cdot \left(\frac{h}{l} \right) \quad (35)$$

Em relação à equação 21, a formulação anterior, proposta por Chamani e Rajaratnam (1994), apresenta a vantagem de considerar a declividade do canal (h/l) .

3.2.2.10 Esforços hidrodinâmicos sobre os degraus

Os esforços hidrodinâmicos, aos quais os degraus estão submetidos, são de grande relevância para a elaboração de projetos seguros de canais em degraus. Tratando-se de escoamentos em quedas sucessivas, sabe-se que os maiores esforços ocorrem na posição de impacto do jato com o piso, sob o ressalto hidráulico e no espelho do degrau (face vertical) se a cavidade de ar não for devidamente ventilada (CHANSON, 2002, p.279).

No impacto do jato com o piso, pressões muito maiores do que aquelas resultantes de uma distribuição hidrostática são observadas nas proximidades da colisão. De acordo com Chanson (2002, p.279), uma avaliação de dados experimentais relativos ao escoamento sobre um degrau sugere que a pressão média de estagnação P_s , na posição correspondente a d_1 , (referencial absoluto) pode ser avaliada através da seguinte equação (Unidades – SI):

$$\frac{P_s - P_{atm}}{\rho \cdot g \cdot h} = 1,253 \cdot \left(\frac{d_c}{h} \right)^{0,349} \quad (36)$$

Em que P_{atm} é a pressão atmosférica e ρ a massa específica da água. O referido autor apresenta uma breve comparação entre a equação anterior e os dados experimentais que lhe originaram, ilustrando uma concordância razoável entre os mesmos. Valores instantâneos, máximos e mínimos, em torno da pressão média de estagnação P_s podem ser estimados de acordo com as seguintes equações (CHANSON, 2002, p.280):

$$P_{máx} = P_s + 0,9 \cdot \rho \cdot \frac{V_i^2}{2} \quad (37)$$

$$P_{min} = P_s - 0,6 \cdot \rho \cdot \frac{V_i^2}{2} \quad (38)$$

Na qual V_i é a velocidade do jato na posição de impacto com o piso (calculada com a equação 16 e a equação da continuidade).

Considerando a ocorrência do sub-regime NA1, no qual há formação de ressalto hidráulico, é necessário considerar flutuações de pressão em torno de uma possível distribuição quase-hidrostática (que ocorre em média, hipoteticamente, ao longo do ressalto). Estudos experimentais e numéricos desenvolvidos até então sugerem um considerável número de expressões destinadas a tal avaliação. Chanson (2002, p.280) indica as seguintes equações (Unidades – SI):

$$P_{máx}^{ressalto} = P_{hid} + 0,6 \cdot \rho \cdot \frac{V_1^2}{2} \quad (39)$$

$$P_{min}^{ressalto} = P_{hid} - 0,4 \cdot \rho \cdot \frac{V_1^2}{2} \quad (40)$$

Em que P é pressão [N/m^2] (o índice sobrescrito indica apenas que a pressão ocorre sob o ressalto), P_{hid} é a pressão hidrostática na seção considerada e V_1 a velocidade na seção de escoamento torrencial.

Marques (2004, p.16) estudou as características de ressaltos estabelecidos em canais retangulares a jusante de vertedouros e comportas e, entre os resultados obtidos, propôs uma

equação adimensional que permite calcular a pressão média (P_x) em função das profundidades conjugadas e da posição ao longo do ressalto (x), desde o seu início:

$$\frac{P_x - d_1}{h_j} = -0,015 \left(\frac{x}{h_j} \right)^2 + 0,237 \left(\frac{x}{h_j} \right) + 0,07 \quad (41)$$

Válida para o intervalo $0 \leq x/h_j \leq 8$ e $T_w/d_2 = 1$, sendo $h_j = d_2 - d_1$, T_w a altura de água sobre o fundo do degrau a jusante do ressalto e P_x a pressão (unidade de comprimento) na posição x considerada. Ressalta-se que a equação anterior não foi desenvolvida para ressaltos estabelecidos em degraus, de modo que a aplicação da mesma aos casos aqui abordados pode não conduzir a resultados precisos.

Ainda sobre os estudos de Marques (2004), considera-se válido apresentar a equação sugerida pelo referido autor (MARQUES, 2004, p.24) para a avaliação da flutuação de pressões ao longo do ressalto hidráulico. A referida equação envolve, além das variáveis já mencionadas, a perda de carga no ressalto (ΔE) e o valor médio da flutuação de pressão (σ , desvio padrão da amostra), ambas em unidade de comprimento:

$$\left(\frac{\sigma}{\Delta E} \right) \left(\frac{d_2}{d_1} \right) = C_1 \left(\frac{x}{h_j} \right)^2 + C_2 \left(\frac{x}{h_j} \right) + C_3 \quad (42)$$

Em que C_1 , C_2 e C_3 são números adimensionais. Para o intervalo $0 \leq x/h_j < 2,4$, tem-se: $C_1 = -0,159$, $C_2 = -0,537$ e $C_3 = 0,19$. Para o intervalo $2,4 \leq x/h_j \leq 8,25$, tem-se: $C_1 = 0,017$, $C_2 = -0,281$ e $C_3 = 1,229$. Sendo n' o tamanho da amostra, o desvio padrão é definido como:

$$\sigma = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (P_i - P_x)^2}{n'} \quad (43)$$

A partir da diferença entre as energias específicas antes e depois do ressalto, pode-se demonstrar (para um canal com seção transversal retangular) que a perda de carga no ressalto pode ser calculada por meio da seguinte equação (PORTO, 2006, p.344):

$$\Delta E = \frac{(d_2 - d_1)^3}{4 \cdot d_2 \cdot d_1} \quad (44)$$

Toombes (2002, p.89) estudou experimentalmente as características do escoamento ao longo do canal em degraus esquematizado na Figura 17 (página 36) e, entre os seus resultados, encontram-se dados relativos a medições de pressões na cavidade de ar formada na “queda 1”. O referido autor constatou em todas as medições que a pressão na cavidade de ar era inferior à pressão atmosférica. Para vazões unitárias menores que 0,08 m²/s, o autor comenta que a diferença entre a pressão atmosférica e a pressão no interior da cavidade (ΔP) foi da ordem de 140 Pa (valor mínimo) a 150 Pa (valor máximo), sendo aproximadamente independente da vazão unitária. Com o aumento da vazão de 0,08 m²/s para 0,13 m²/s, ΔP decresce de 140 Pa para valores em torno de 30 Pa.

Ao observar os dados experimentais de Toombes (2002, p.89), reproduzidos na Figura 19, foi possível estabelecer a equação 45 através do método dos mínimos quadrados (com coeficiente de determinação igual à unidade). Os dados do referido autor revelam que os valores máximos são em média 6% maiores do que os mínimos. Deste modo, a equação apresentada a seguir, válida para os valores mínimos, pode ser usada para o cálculo de valores máximos pela multiplicação do resultado por 1,06.

$$P_{N(minimo)} = \frac{\Delta P}{\rho \cdot g \cdot d_b} = c_1 \cdot Fr_b^2 + c_2 \cdot Fr_b + c_3 \quad (45)$$

Para $2,22 \leq Fr_b \leq 4,91$, $c_1 = 0,009$, $c_2 = -0,0734$ e $c_3 = 0,5994$. Para $4,91 \leq Fr_b \leq 6,47$, $c_1 = 0,1183$, $c_2 = -1,5927$ e $c_3 = 5,4317$. Em que Fr_b é o número de Froude na quina do degrau, posição na qual ocorre a profundidade d_b .

Figura 19 – Sub-pressões adimensionais na cavidade de ar abaixo da lâmina vertente.
Fonte: Adaptado de Toombes (2002, p.89).

3.2.2.11 Altura dos muros laterais

A elaboração do projeto de um canal ou vertedouro em degraus envolve a determinação da altura dos muros laterais, que deve ser suficientemente alta para que não ocorra extravasamento lateral. Para tanto, é usual utilizar a profundidade do escoamento bifásico (ar-água) d_{90} , correspondente à posição vertical na qual a concentração de ar é igual a 90%. Para escoamentos deslizantes sobre turbilhões, Boes e Hager (2003a, p.677) recomendam que seja empregado um coeficiente de segurança igual a 1,2 para barragens de concreto e 1,4 para vertedouros de emergência e aqueles situados em barragens de terra propensas a erosão. Para o caso de estruturas submetidas ao escoamento em quedas sucessivas, sugere-se que o uso dos valores mencionados seja levado em consideração.

Considerando a ocorrência dos sub-regimes NA1 e NA2, as equações apresentadas anteriormente podem ser utilizadas para a determinação das diferentes profundidades do escoamento. Com os resultados obtidos e os coeficientes de segurança apresentados no parágrafo anterior é possível determinar a altura mínima dos muros laterais para que não ocorra extravasamento lateral.

Para casos nos quais ocorre escoamento sem ressalto hidráulico (NA3), resultados experimentais obtidos por Chanson e Toombes (1997), reproduzidos na Figura 20, apresentada a seguir, podem ser empregados seguindo a recomendação de Chanson (2002, p.117). O mesmo autor destaca que em projetos de vertedouros implantados sobre barragens de terra, um segundo critério pode ser empregado, no qual a profundidade do escoamento bifásico passa a ser d_{98} , ao invés de d_{90} . Quanto aos degraus mais a montante, Chanson e Toombes (1997) observaram que o adimensional d_{90}/d_c variou de 1,1 a 1,2.

Figura 20 – Variação longitudinal do adimensional d_{90}/d_c em um dos degraus situados na região de escoamento gradualmente variado (Sub-regime NA3, $h = 0,143$ m, $l = 2,4$ m).

Fonte: Adaptado de Chanson (2002, p.117).

A tendência observada na Figura 20 permitiu o estabelecimento da equação 46, que representa a envoltória superior dos dados ali encontrados:

$$\frac{d_{90}}{d_c} = 2,1 \operatorname{tgh} \left(0,02^{2,5 \frac{x}{l}} \right) + 0,65 \quad (46)$$

Finalmente, cabe destacar que o uso de coeficientes de segurança no dimensionamento da altura dos muros laterais é altamente recomendado. Este fato decorre da dificuldade encontrada na determinação precisa do perfil longitudinal do escoamento, no qual são

observadas ondas de choque, ondas posicionadas nos muros laterais e intensos respingos de água (*spray*). Um segundo fator que motiva o uso dos referidos coeficientes quando se pretende projetar estruturas com grandes dimensões através das equações apresentadas são possíveis efeitos de escala.

3.2.3 Escoamento de Transição (*Transition Flow*)

Para uma dada geometria da calha em degraus, certo nível de vazão leva a ocorrência de um regime de escoamento compreendido entre o regime em quedas sucessivas e o regime deslizante sobre turbilhões. Os primeiros pesquisadores a introduzir o conceito de regime de transição foram Ohtsu e Yasuda (1997), embora os mesmos não tenham estudado com detalhes as propriedades deste tipo de regime (Chanson, 2002, p.119).

Dois casos de falhas nas barragens do Arizona Canal, em 1905, e New Croton, em 1955, descritos por Chanson (2002), chamam a atenção, pois, de acordo com o referido autor os extravasores operaram submetidos ao regime de transição. A barragem do Arizona Canal, construída em madeira, rompeu com uma fenda de aproximadamente 91 m de largura devido a instabilidades na fundação e, possivelmente por deteriorações na estrutura de madeira (CHANSON, 2002, p.255). Após uma tormenta entre 14 e 16 de outubro de 1955, o vertedor da barragem New Croton foi seriamente danificado, apresentando múltiplas fissuras longitudinais em sua alvenaria (CHANSON, 2002, p.266). É provável que os problemas ocorridos nessas estruturas tenham sido amplificados pelas características instáveis do escoamento de transição, que implica na ocorrência de flutuações de pressão, esforços adicionais e fadiga imposta à estrutura, como explica Chanson (2002).

3.2.3.1 Características do escoamento de transição

Visualmente, o escoamento de transição não exhibe uma superfície livre praticamente sem ondulações como aquela observada em um escoamento deslizante sobre turbilhões. Também não apresenta uma sucessão de jatos, característica do escoamento em quedas

sucessivas. O escoamento de transição é caracterizado pela recirculação de água entre degraus e normalmente por uma pequena cavidade de ar próxima à face superior do espelho do degrau. Além dessas características, pode-se notar um ponto de estagnação que divide o escoamento em duas regiões ao longo do piso do degrau: região com o escoamento rotacional e região com intensos respingos de água. Nota-se, também, que ao longo do piso de um degrau ocorre a desaceleração do escoamento supercrítico, como ilustrado na Figura 21 (Chanson, 2002, p.120).

Figura 21 – Padrão observado em um escoamento de transição
Fonte: Adaptado de Chanson (2002, p.120).

O escoamento de transição tem sido menos explorado pelos estudiosos, quando comparado aos dois regimes mais comuns (*nappe flow* e *skimming flow*). No entanto, trabalhos como os de Chanson (2002), Chanson e Toombes (2004), Sánchez-Juny e Dolz (2005) e Carosi e Chanson (2006) fornecem informações interessantes sobre algumas características do escoamento.

Chanson (2002, p.119-120) menciona que o canal em degraus estudado na Universidade de Queensland, com inclinação de $3,4^\circ$, permitiu a visualização da propagação de ondas de choque e do padrão esquematizado na Figura 21. O referido autor destaca que nos primeiros degraus a energia dissipada adimensional ($\Delta H/H_{\text{máx}}$) atingiu valores significativos, entre 30% e 40% aproximadamente. Na mesma pesquisa também foram efetuados

levantamentos de perfis de concentrações de ar e medições de profundidades aeradas. Segundo Chanson (2002, p.122), medições de concentrações de ar sugeriram que a zona de recirculação é praticamente monofásica e que na região de intensos respingos de água a concentração média de ar (fração de vazios) pode atingir valores de até 40%. Observações efetuadas pelo mesmo autor em um canal com 22° mostraram que não é estabelecida a região de escoamento supercrítico desacelerado em função do pequeno comprimento dos pisos dos degraus.

Uma abrangente pesquisa sobre escoamento de transição foi conduzida na Universidade de Queensland por Chanson e Toombes (2004). A configuração experimental empregada pelos referidos autores incluiu canais com $\alpha = 3,4^\circ$ (com $h = 0,143$ m e $h = 0,071$ m), $\alpha = 21,8^\circ$ (com $h = 0,10$ m) e $\alpha = 15,9^\circ$ (com $h = 0,10$ m)¹². Entre os resultados apresentados no referido trabalho encontram-se critérios para identificar a ocorrência do regime de transição, descrição física do escoamento, propriedades do escoamento bifásico (concentrações médias e perfis de concentrações de ar) e distribuições de velocidades.

De acordo com Chanson e Toombes (2004, p.45,47), para uma determinada geometria da calha em degraus, medições e observações do escoamento bifásico ar-água sugeriram a existência de dois sub-regimes para o escoamento de transição. No primeiro sub-regime (TRA1) os autores observaram que, a jusante do ponto de incipiência da aeração, ocorreu uma alternância irregular entre cavidades de ar grandes e pequenas. Uma segunda constatação mencionada pelos autores se refere aos perfis de concentração de ar que diferiram significativamente daqueles medidos em escoamentos deslizantes sobre turbilhões. O desvio da lâmina vertente também foi observado em alguns degraus a jusante do ponto de início da aeração. Prosseguindo com a descrição do sub-regime TRA1, os referidos autores destacam que frações líquidas (1-C) maiores que 10% foram medidas a distâncias de até 1,5.d_c,

¹²A descrição das técnicas de medição empregadas pelos autores pode ser encontrada em Chanson e Toombes (2004, p.44).

enquanto que um pouco de *spray* atingia 1,25 m além da altura dos muros laterais. A lâmina vertente era re-incorporada ao escoamento na extremidade do degrau a jusante e uma significativa quantidade de ar foi observada, com concentrações médias de ar (C_{mean}) entre 0,63 e 0,78. A Figura 22 a seguir, adaptada de Chanson e Toombes (2004, p.45) ilustra a descrição apresentada sobre o sub-regime TRA1.

Figura 22 – Escoamento de transição. Esboço do sub-regime TRA1.
Fonte: Chanson e Toombes (2004, p.45).

Com respeito ao sub-regime TRA2 (segundo sub-regime definido por Chanson e Toombes (2004, p.47)) também foram notadas alternâncias irregulares de cavidades além de degraus nos quais as cavidades encontravam-se preenchidas por água. Segundo os mesmos autores, o perfil de concentração de ar apresentou um aspecto semelhante ao perfil observado em escoamentos deslizantes sobre turbilhões. A Figura 23 ilustra o sub-regime TRA2.

Figura 23 – Escoamento de transição. Esboço do sub-regime TRA2.
Fonte: Chanson e Toombes (2004, p.45).

Quanto aos perfis de velocidades levantados no estudo de Chanson e Toombes (2004), cabe mencionar que os mesmos diferiram significativamente dos perfis observados em escoamentos do tipo deslizante sobre turbilhões que seguem aproximadamente leis de potencia, como apresentado na seção 3.4. Os referidos perfis revelaram características de um escoamento quase-uniforme, justificadas pelos autores com argumentos concernentes a grande turbulência constatada na mistura entre água e ar.

Adicionalmente, Chanson e Toombes (2004, p.51-52) avaliaram o fator de resistência de Darcy-Weisbach na região de escoamento aerado e teceram comentários sobre a transferência de massa em função da incorporação de ar. Os autores concluíram que a resistência oferecida ao escoamento em regime de transição é comparável a aquela em escoamentos deslizantes sobre turbilhões, tendendo a crescer com a declividade do canal (para $3,4^\circ \leq \alpha \leq 22^\circ$). A combinação entre uma intensa aeração do escoamento e baixas velocidades (comparadas a uma estrutura em concreto liso) resultou numa grande área interfacial e em elevados tempos de residência, sugerindo que o regime de transição é apropriado para maximizar a transferência de gases.

Sánchez-Juny e Dolz (2005, p.542) estudaram o campo de pressões no patamar dos degraus em um vertedouro com o paramento de jusante com 1V:0,8H ($\alpha = 51,34^\circ$). Entre os resultados apresentados por estes pesquisadores, que estudaram os três regimes de escoamento, destaca-se o fato das pressões terem sido superiores no escoamento deslizante sobre turbilhões. Todavia, cabe ressaltar que tal conclusão não invalida as advertências apresentadas por Chanson (2002) graças às restrições inerentes a cada estudo.

3.2.3.2 Cálculo da Posição de Início da Aeração

Carosi e Chanson (2006, p.27-28) estudaram experimentalmente o escoamento ao longo de um canal em degraus com $\alpha = 22^\circ$, $h = 0,1$ m, $l = 0,25$ m, $b = 1,0$ m e $\varepsilon = 0,5$ mm (rugosidade absoluta equivalente da superfície dos degraus). O foco do trabalho desenvolvido por estes pesquisadores estava voltado ao escoamento deslizante sobre turbilhões. Todavia, entre os seus resultados, os mesmos sugeriram uma equação que permite calcular a posição na qual a camada limite turbulenta atinge a superfície livre em escoamentos de transição. A referida equação, válida para $0,45 < d_c/h < 1,6$ e as demais restrições apresentadas anteriormente, é:

$$\frac{L_A}{h \cdot \cos \alpha} = 1,05 + 5,11 \cdot Fr^* \quad (47)$$

Em que L_A é a distancia longitudinal medida desde a crista até o ponto de incipiência da aeração. Fr^* é o número de Froude definido em termos da altura do degrau (ou da altura de rugosidade $k = h \cdot \cos \alpha$) $Fr^* = q / \sqrt{g \cdot \sin \alpha \cdot (h \cdot \cos \alpha)^3}$.

3.2.3.3 Discussão sobre instabilidades e critérios de projeto

Entre os resultados provenientes das pesquisas realizadas na Universidade de Queensland, Chanson (2002, p.130) destaca que o escoamento de transição é caracterizado por um comportamento caótico associado com rápidas variações de suas propriedades em

cada degrau. O referido autor acredita que tais instabilidades estão vinculadas com flutuações de pressão nos espelhos dos degraus.

Em canais com declividade severa ($\alpha = 22^\circ$) submetidos ao escoamento de transição, Chanson (2002, p.131) recomenda que a altura dos muros laterais seja $h_{\text{muros}} = 1,6.d_c$. O mesmo autor sugere que a altura dos muros laterais seja muito maior do que $h_{\text{muros}} = 1,6.d_c$ quando a calha do vertedor estiver próxima de estradas e em regiões com possibilidade de congelamento da água, além de outras situações nas quais os respingos não são aceitáveis. Os mesmos coeficientes de segurança (1,2 a 1,5) também devem ser empregados.

Nota-se que o projeto de vertedouros ou canais em degraus deve ser elaborado de modo que o mesmo não opere submetido ao regime de transição, a menos que sejam conhecidos os esforços atuantes na estrutura por meio de um rigoroso estudo experimental e/ou numérico. Se o vertedor é projetado para funcionar em escoamento deslizante sobre turbilhões sem o uso de comportas, será inevitável a ocorrência do regime de transição para vazões inferiores à de projeto. Em casos como este Chanson (2002, p.135) recomenda que a estrutura opere em regime de transição apenas para vazões pequenas e que estudos em modelos físicos sejam conduzidos para avaliação dos esforços considerando toda a faixa de vazões que implicam neste regime.

3.2.4 Escoamento Deslizante sobre Turbilhões (*Skimming Flow*)

Para vazões específicas e inclinações do paramento de jusante maiores, o escoamento ao longo da calha em degraus ocorre em regime deslizante sobre turbilhões. Para a maioria das barragens, este é o regime de escoamento preponderante, motivo pelo qual existem importantes estudos relacionados a diferentes aspectos do escoamento, como será visto ao longo do texto.

3.2.4.1 Caracterização do Escoamento Deslizante sobre Turbilhões

O regime deslizante sobre turbilhões é caracterizado por um escoamento principal que desliza sobre os degraus e por um escoamento vorticoso encontrado na cavidade formada pelos degraus. No escoamento principal ocorrem regiões distintas ao longo da calha, sendo que próximo à crista do vertedouro o escoamento é não aerado e, a jusante do ponto onde a camada limite aflora, nota-se uma importante incorporação de ar.

Neste regime, segundo Chanson (2002, p.137), o alinhamento das esquinas formadas pelo encontro do piso de um degrau com o espelho do degrau ulterior forma um pseudo fundo sobre o qual desliza o escoamento principal. Abaixo do pseudo fundo, na cavidade formada entre os degraus, desenvolvem-se vórtices preenchendo a região entre o escoamento principal e os degraus. O escoamento rotacional que ocorre na cavidade formada entre o espelho e o piso dos degraus é mantido pela transmissão da tensão cisalhante do escoamento principal, processo pelo qual é dissipada maior parte da energia cinética do escoamento.

Pegram *et al.* (1999, p.500) estudaram o escoamento ao longo de um vertedor em degraus com $1V:0,6H$. Estes autores afirmam que o escoamento deslizante sobre turbilhões ocorre quando a profundidade do escoamento é suficientemente grande quando comparada com a altura dos degraus em um vertedor relativamente íngreme. Como característica principal do escoamento, eles destacam a incorporação de ar e também mencionam a existência de vórtices na região triangular formada entre dois degraus e o pseudo-fundo. Diferente de algumas descrições encontradas na literatura, Pegram *et al.* (1999, p.500), observaram a existência de pequenas cavidades de ar no topo do triângulo. Os autores explicam que a manutenção do escoamento rotacional que ocorre entre degraus não acontece em regime permanente e uniforme, havendo ejeções da água contida nas cavidades para o escoamento principal.

Uma característica notória da ocorrência do escoamento deslizando sobre turbilhões é a aparência da superfície livre. Nas proximidades da crista padrão (WES), a lâmina da água é lisa e bem definida (exceto por perturbações originadas no reservatório) até que a espessura da camada limite alcance a superfície livre. A partir do ponto onde a espessura da camada limite é igual a espessura do escoamento o processo de aeração se inicia e grandes perturbações são verificadas na superfície livre, como pode ser visto na Figura 24. Tal descrição é comum à maior parte dos pesquisadores que desenvolveram estudos em modelos reduzidos de vertedouros em degraus.

Figura 24 – Escoamento deslizando sobre turbilhões.

Chanson (2002), de acordo com a modificação do padrão de escoamento observado em diferentes declividades de calhas em degraus, propõe uma subdivisão para o regime deslizando sobre turbilhões por meio da análise da estabilidade dos vórtices abaixo do pseudo-fundo. A zona que divide o escoamento rotacional (entre os degraus) e o escoamento acima deste é denominada pelo autor como sendo uma esteira.

a. Escoamento com recirculação instável com interferência esteira-degrau (SK1)

Neste caso, a superfície livre apresenta ondulações. A sua ocorrência se dá em paramentos com menores declividades, onde a cavidade abaixo do pseudo fundo é alongada, impossibilitando a formação de um vórtice estável. São formadas esteiras tridimensionais instáveis que atuam isoladamente em cada degrau gerando uma força de arrasto/cisalhante causada por uma interferência esteira-degrau;

Figura 25 – Recirculação instável com interferência esteira-degrau (SK1)

Fonte: Chanson (2002, p.142).

b. Escoamento com recirculação instável com interferência esteira-esteira (SK2)

Para declividades maiores (12° a $15^\circ < \alpha < 15^\circ$ a 25°), a extremidade de jusante da esteira formada em um degrau começa a interferir na próxima esteira e as forças de arrasto atuantes são muito pequenas. Nesta condição a superfície livre é menos ondulada do que no caso anterior;

Figura 26 – Recirculação instável com interferência esteira-esteira (SK1)

Fonte: Chanson (2002, p.142).

c. Escoamento com recirculação estável (SK3)

Declividades maiores ocasionam uma recirculação estável e uma superfície livre quase sem ondulações. Tal recirculação entre os degraus adjacentes formam grandes vórtices bidimensionais que ocupam a região abaixo do pseudo-fundo. A resistência oferecida ao escoamento principal é função da energia utilizada para manter o escoamento rotacional. A manutenção desses vórtices é o principal fenômeno responsável pela dissipação de energia.

Figura 27 – Escoamento com recirculação estável
Fonte: Chanson (2002, p.142).

Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2004) estudaram experimentalmente o escoamento deslizante sobre turbilhões em calhas com diferentes declividades ($5,7^\circ \leq \alpha \leq 55^\circ$). Entre as conclusões apresentadas, os referidos autores mencionam que em função da relação h/d_c o escoamento para calhas com $5,7^\circ \leq \alpha \leq 19^\circ$ pode apresentar características diferentes daquele observado em vertedouros com $19^\circ < \alpha \leq 55^\circ$.

Para $19^\circ < \alpha \leq 55^\circ$ o perfil da superfície livre na região de escoamento quase-uniforme é independente da relação entre a altura do degrau e a profundidade crítica (h/d_c), sendo a declividade da superfície livre aproximadamente igual à declividade do pseudo-fundo. A este sub-regime Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2004) deram o nome de Perfil Tipo A (*type A profile*). Para $5,7^\circ \leq \alpha \leq 19^\circ$, a superfície livre do escoamento deslizante não é sempre paralela

ao pseudo-fundo e o Perfil Tipo A só é formado para pequenos valores de h/d_c , como pode ser visto mais adiante, na Figura 28.

Conforme os valores do adimensional h/d_c se tornam grandes, segundo os mesmos autores, o perfil passa a apresentar profundidades variáveis e dependentes da posição onde a medição é efetuada ao longo de um degrau. O escoamento deslizante se torna, em parte, paralelo ao plano horizontal dos degraus. Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2004) chamaram este sub-regime de Perfil Tipo B (*type B profile*), sendo sua ocorrência limitada a $5,7^\circ \leq \alpha \leq 19^\circ$. Comparando com a classificação proposta por Chanson (2002), o sub-regime SK1 equivale ao Perfil Tipo A, enquanto que o sub-regime SK2 equivale ao Perfil Tipo B (GONZALEZ E CHANSON, 2007, p.230).

3.2.4.2 Início do Escoamento Deslizante sobre Turbilhões (Critérios para identificação dos diferentes regimes de escoamento)

A passagem de um escoamento em quedas sucessivas para um escoamento de transição e em seguida para um escoamento deslizante sobre turbilhões pode ser obtida por meio do aumento da vazão específica ou da declividade do paramento de jusante do extravasor, como foi discutido anteriormente. Através de experimentos, é possível observar a mudança entre os diferentes escoamentos e estabelecer relações que permitam prever a ocorrência de um ou outro regime. Algumas equações foram apresentadas na seção relativa ao escoamento em quedas sucessivas, permitindo a identificação do limite entre este escoamento e o escoamento de transição (ou deslizante no caso das equações mais antigas). A seguir serão apresentadas diferentes metodologias para a subdivisão entre o escoamento de transição e o escoamento deslizante sobre turbilhões.

Ohtsu *et al.* (2001, p.524) comentam que o adimensional d_c/h depende do número de Reynolds, da razão de aspecto B/d_c e da relação h/l (ou $\tan \alpha$). Os referidos autores, por meio de estudos experimentais, afirmaram que a razão de aspecto B/d_c e o número de Reynolds (Re

= q/v , em que v é a viscosidade cinemática) são negligenciáveis para $B/d_c \geq 5$ e $Re \geq 2,0 \cdot 10^4$.

Deste modo, considerando o limite entre o escoamento de transição e o escoamento deslizante, os referidos autores propuseram a seguinte equação:

$$\frac{d_c}{h} = \frac{1}{1,16 \cdot (\operatorname{tg} \alpha)^{0,165}} \quad (48)$$

Em que α é o ângulo de inclinação do paramento do extravasor.

Chanson (2001) analisou uma significativa quantidade de dados experimentais e, considerando a existência do regime de transição, propôs a equação 49 como limite entre este escoamento e o escoamento deslizante sobre turbilhões.

$$\frac{d_c}{h} = 1,2 - 0,325 \cdot \frac{h}{l} \quad (49)$$

A equação 49 foi estabelecida para inclinações (h/l) entre 0,05 e 1,7 e para degraus com o piso horizontal.

Boes e Hager (2003a) estudaram experimentalmente o escoamento ao longo de vertedouros em degraus com o uso de instrumentação de fibra-óptica e concluíram que o início do escoamento deslizante sobre turbilhões depende da profundidade crítica, declividade da calha e da altura dos degraus. Todos os experimentos destes pesquisadores foram conduzidos em uma calha com $B = 0,5$ m, comprimento igual a 5,7 m, $\alpha = 30^\circ$, $\alpha = 40^\circ$ e $\alpha = 50^\circ$. Três alturas (h) de degraus foram investigadas para $\alpha = 30^\circ$, a saber: $h = 23,1$ mm; $h = 46,2$ mm; $h = 92,4$ mm. Para $\alpha = 40^\circ$, foi utilizado $h = 26,1$ mm e para $\alpha = 50^\circ$, $h = 31,1$ mm e $h = 93,3$ mm. Entre os seus resultados, Boes e Hager (2003a, p.672) propuseram que o início do escoamento deslizante pode ser avaliado com a seguinte equação:

$$\frac{d_c}{h} = 0,91 - 0,14 \cdot \frac{h}{l} \quad (50)$$

Válida para $25^\circ < \alpha < 55^\circ$.

Chinnarasri e Wongwises (2004, p.875) apresentam resultados de estudos experimentais realizados em canais em degraus com $\alpha = 30^\circ$, $\alpha = 45^\circ$ e $\alpha = 60^\circ$. Estes pesquisadores estudaram calhas em degraus com pisos horizontais e calhas com pisos inclinados (em auge) com 10° , 20° e 30° . Com base nos resultados obtidos os referidos autores desenvolveram a equação 51 para avaliação do limite entre o escoamento de transição e o escoamento deslizante sobre turbilhões.

$$\frac{d_c}{h} = (0,844 + 0,003.\theta) \left(\frac{h}{l} \right)^{-0,153 + 0,004.\theta} \quad (51)$$

Válida para $0,1 \leq h/l \leq 1,73$.

Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2004) estudaram experimentalmente o escoamento deslizante sobre turbilhões em calhas com diferentes declividades ($5,7^\circ \leq \alpha \leq 55^\circ$). Como discutido anteriormente, estes autores classificaram o escoamento deslizante sobre turbilhões em Tipo A e Tipo B. O limite entre estes dois sub-regimes pode ser avaliado por meio da seguinte equação:

$$\frac{h}{d_c} = 13 \cdot \left(\frac{h}{l} \right)^2 - 2,73 \cdot \left(\frac{h}{l} \right) + 0,373 \quad (52)$$

Válida para $5,7^\circ \leq \alpha \leq 19^\circ$.

A Figura 28, apresentada a seguir, compara parte das equações destinadas a delimitar a ocorrência dos diferentes regimes e sub-regimes de escoamento (exceto pelo sub-regime NA1). Ao observar o referido gráfico, verifica-se coerência entre as metodologias propostas e ficam evidentes as regiões do plano h/l e h/d_c que abrangem os regimes já caracterizados.

Figura 28 – Classificação dos regimes e sub-regimes de escoamento ao longo de extravasores em degraus.
Fonte: Elaborado pelo autor com as equações propostas pelos autores citados na legenda.

3.3 AERAÇÃO DO ESCOAMENTO DESLIZANTE SOBRE TURBILHÕES

3.3.1 Considerações Gerais

Um dos aspectos de grande relevância quando se estuda o escoamento ao longo de vertedouros ou canais em degraus é a aeração do escoamento. A incorporação de ar suscita uma série de fenômenos como o aumento da profundidade do escoamento, dissolução e liberação de gases, um aumento considerável da compressibilidade, redução da resistência oferecida ao escoamento etc.

O aumento da profundidade, acompanhada por intensos respingos de água, tem consequência direta no dimensionamento da altura dos muros laterais. A dissolução de gases, sobretudo de oxigênio, faz dos vertedouros e canais em degraus estruturas hidráulicas de considerável interesse ambiental e sanitário (em estações de tratamento). A água, fluido praticamente incompressível em grande parte das aplicações da engenharia hidráulica, a partir

do ponto de início da aeração passa a ser uma mistura bifásica do tipo ar-água, cuja compressibilidade pode evitar os danos decorrentes da cavitação. Finalmente, o último fenômeno mencionado (redução na resistência oferecida ao escoamento) tem sido estudado por diversos pesquisadores e implica diretamente no dimensionamento de dissipadores de energia (bacias de dissipação) situados no pé dos vertedores.

Experiências conduzidas em diferentes laboratórios permitiram o estabelecimento de equações para o cálculo da espessura da camada limite, posição de início da aeração, concentração média de ar no escoamento aerado e perfis de concentração. Alguns trabalhos específicos, como Chanson (2002) e Toombes (2002), apresentam resultados referentes à oxigenação da água abrangendo os diferentes regimes de escoamento. Quanto à influência da aeração no cálculo da energia residual no pé do vertedouro, tendo em conta a ampla aplicação da equação de Darcy-Weisbach a tais escoamentos, existem metodologias que permitem avaliar a redução no valor do fator de resistência.

3.3.2 Uma Breve Descrição do Fenômeno

O escoamento ao longo de canais em degraus é caracterizado por um elevado nível de turbulência e, a partir da posição na qual a camada limite turbulenta coincide com a superfície livre ocorre uma grande incorporação e transporte de ar no escoamento. Segundo Kobus (1991, p.3-4), em escoamentos com altas velocidades, como aqueles observados em vertedouros e canais, o escoamento turbulento ocasiona perturbações na superfície que implicam arraste de ar. Entre os efeitos de uma multidão de vórtices irregulares de alta energia, nota-se uma contorcida superfície tridimensional, através da qual o ar é continuamente expulso e capturado.

Os principais mecanismos responsáveis pela entrada de ar são os tombamentos das ondas formadas na superfície e a projeção de gotas de água para cima da superfície livre, que posteriormente retornam ao escoamento (Figura 29(1) e 29(2)). Ao penetrar na superfície, as

gotas arrastam ar para dentro da água, como ilustrado na Figura 29(1), apresentada por Volkart (1980, p.416). De acordo com este pesquisador, ocorre a seguinte seqüência de eventos;

- (a) A gota d'água colide quase que perpendicularmente com superfície livre;
- (b) Após a colisão, a gota assume uma forma parcialmente achatada e simultaneamente uma cratera é formada na superfície;
- (c) A gota é incorporada à massa líquida e, inicia-se a formação de uma espécie de anel;
- (d) Sob a influencia da tensão superficial, o referido anel começa a se fechar;
- (e) Finalmente, a bolha é produzida quando o anel está completamente formado. A partir deste instante, a cavidade de ar fica sujeita ao impulso remanescente da queda, tensões superficiais, forças ascensionais, impulsos decorrentes de flutuações turbulentas e diferenças de concentrações térmicas e químicas (transporte de massa pela interface ar-água da bolha). Este último aspecto é de grande importância na re-oxigenação da água.

(1)

Figura 29 – Formação de uma bolha de ar devido à queda livre de uma gota d'água (1); Tombamento de ondas e projeção de partículas de água para cima da superfície livre (2).

Fonte: Volkart (1980, p.415-416).

Considerando o escoamento em um vertedor com a calha lisa, estudos experimentais revelaram que a montante do ponto de início da aeração o escoamento é monofásico e a superfície livre é lisa e bem definida. A jusante da posição na qual a camada limite atinge a superfície livre ocorre uma aeração parcial ao longo da profundidade do escoamento, sendo a mesma crescente ao longo do canal. Em uma determinada posição, a aeração deixa de ser parcial de modo que o ar incorporado pode ser detectado ao longo de toda a profundidade. Se o canal for suficientemente longo, nota-se uma concentração de ar crescente no sentido do escoamento até que o equilíbrio seja alcançado (região de escoamento uniforme).

A descrição apresentada no parágrafo anterior tem como fundamento o trabalho de Chanson (1993) e pode ser aplicada a vertedores em degraus em concordância com observações de campo e estudos experimentais (CHANSON, 2002, p.138). Cabe complementar, no entanto, que entre os degraus abaixo do pseudo-fundo ocorre a formação de um escoamento vorticoso, tridimensional e bifásico. Chamani e Rajaratnam (1999, p.363), por meio de técnicas fotográficas, demonstraram a existência de uma significativa quantidade de ar na região dos vórtices, como pode ser visto na Figura 30 (30a), na qual também foi inserida uma imagem (30b) de Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2001, p.522).

Figura 30 – Ar incorporado na região dos vórtices (escoamento deslizante sobre turbilhões)
 Fonte: (a) Chamani e Rajaratnam (1999a, p.363); (b) Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2001, p.522).

A existência dos degraus ao longo do paramento de jusante eleva significativamente o nível de turbulência do escoamento em relação a uma calha lisa. Este fato favorece o desenvolvimento da camada limite, de modo que a mesma alcança a superfície livre mais a montante do que em uma estrutura em concreto liso. A Figura 31, apresentada a seguir, ilustra as diferentes regiões do escoamento deslizante sobre turbilhões ao longo de um vertedor em degraus. Ressalta-se que o seu desenvolvimento está alicerçado nos trabalhos de diferentes autores, como Sorensen (1985), Tozzi (1992), Matos e Quintela (1995a,b), Chanson (2002) e Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2001).

Figura 31 – Regiões do escoamento em regime deslizante sobre turbilhões.

1. Região de escoamento permanente gradualmente variado (EPGV)

1.1 Trecho com escoamento monofásico (sem aeração):

Situado a montante do ponto de incipiência da aeração, este trecho tem início nas proximidades da crista do vertedor, onde possivelmente ocorre a profundidade crítica. O perfil da superfície livre é liso e bem definido, com profundidades decrescentes no sentido do escoamento. Em vertedouros de barragens, assim como em canais de forte declividade, o escoamento neste trecho é supercrítico e as profundidades situam-se entre o nível crítico e o nível normal (com $I_f < I_o$), sendo caracterizada uma curva de remanso tipo S_2 . No interior desta região a camada limite se desenvolve até alcançar a superfície livre, ponto a partir do qual é iniciado o processo de aeração do escoamento. Este é um trecho crítico em relação à ocorrência da cavitação uma vez que são observadas somente pequenas quantidades esporádicas de ar provenientes do lago.

1.2 Trecho com aeração parcial:

Este trecho tem início na posição onde a espessura da camada limite coincide com a profundidade do escoamento (perpendicular ao pseudo-fundo). É caracterizado por concentrações de ar crescentes ao longo das seções do escoamento, em direção ao pé do vertedor. O ar incorporado só atinge o pseudo-fundo no final do trecho (ver limite de penetração de ar na água). Em função da incorporação de bolhas de ar, a profundidade do escoamento é crescente. O aumento da profundidade do escoamento ao longo do trecho pode ser entendido como resultado da ação combinada do empuxo hidrodinâmico com o empuxo ascensional, que (em média) arrasta as bolhas para jusante e para cima. O comportamento estocástico da turbulência pode revelar padrões instantâneos diferentes.

1.3 Trecho com aeração total:

Neste trecho a aeração é crescente no sentido do escoamento e ocupa toda a seção transversal, superando o limite de penetração de ar na água. O termo gradualmente variado é usado, neste caso, devido ao aumento da concentração no sentido do escoamento.

2. Região de escoamento quase-uniforme

Esta região é caracterizada por padrões uniformes, portanto, para uma mesma vazão, o escoamento apresenta profundidades, distribuições de velocidade e concentrações de ar aproximadamente constantes (em média). Para que esta região se estabeleça é necessário que a calha tenha um comprimento suficientemente longo, para uma dada vazão, inclinação e geometria dos degraus. Em um item específico deste trabalho são apresentadas metodologias destinadas a calcular o comprimento da calha necessário para que o ocorra o escoamento uniforme (item 3.7, p.116).

3.3.3 Cálculo da Posição de Início da Aeração

U. S. Army Corps of Engineers (1977), a partir de dados experimentais de modelos e protótipos de extravasores com o paramento em concreto liso, desenvolveram uma equação que permite a avaliação do desenvolvimento da camada limite. Tal equação relaciona a espessura da camada limite (δ) com a rugosidade absoluta equivalente do concreto (ϵ_c) e a distância (L_A), como indicado na Figura 32. A referida equação é:

$$\frac{y_A}{L_A} = 0,080 \cdot \left(\frac{L_A}{\epsilon_c} \right)^{-0,233} \quad (53)$$

Figura 32 – Posição de início da aeração. Definição das variáveis.

Tozzi (1992, f.206), a partir dos seus resultados experimentais, propôs em sua tese o uso da equação 53 para a determinação da espessura da camada limite ao longo de calhas em degraus com 1V:0,75H ($\alpha = 53,13^\circ$). Para tanto, o referido autor afirma que é necessário substituir a rugosidade absoluta equivalente do concreto pela altura de rugosidade dos degraus (ver Figura 33; $k = h \cdot \cos \alpha$), de modo que a equação 53 assume a seguinte forma (eq. 54):

$$\frac{y_A}{L_A} = 0,080 \cdot \left(\frac{L_A}{k} \right)^{-0,233} \quad (54)$$

Desenvolvida para $\alpha = 53,13^\circ$, $0,50 \text{ cm} \leq k \leq 6,0 \text{ cm}$, $86,1 \text{ L/(s.m)} \leq q \leq 201,4 \text{ L/(s.m)}$.

Figura 33 – Definição da altura de rugosidade dos degraus (k).

Tozzi (1992, f.55) explica que em suas observações experimentais foi constatado que a posição de início da aeração se desloca para jusante com o aumento da vazão específica, para

uma mesma altura do degrau. O referido autor também observa que para uma vazão constante, o início da aeração se desloca para jusante à medida que a altura do degrau decresce.

Matos (1999), para calhas com $\alpha \cong 53^\circ$, propôs que a posição de início da aeração e a profundidade nesta posição, podem ser calculadas por meio das equações 55 e 56:

$$\frac{L_A}{k} = 6,289.F_r^{*0,734} \quad (55)$$

$$\frac{y_A}{k} = 0,361.F_r^{*0,606} \quad (56)$$

Em que y_A é a profundidade do escoamento na posição de início da aeração L_A . O número de Froude que aparece nestas equações inclui a altura de rugosidade (k) dos degraus e é definido como:

$$F_r^* = \frac{q}{\sqrt{g.k^3.\text{sen}\alpha}} \quad (57)$$

Chamani (2000, p.61-67) apresentou resultados de estudos experimentais em modelo reduzido de um vertedor em degraus. Para aquisição de dados (imagens), o referido autor empregou uma câmera de vídeo de alta velocidade (2000 *frames* por segundo), além de outros equipamentos menos sofisticados. As configurações ensaiadas incluíram $l/h = 0,6$ (com $h = 31,25$ mm; $h = 62,5$ mm; $h = 125$ mm) e $l/h = 0,8$ (com $h = 31,25$ mm; $h = 125$ mm). As vazões testadas variaram entre $Q = 21$ L/s e $Q = 62$ L/s e o canal possuía largura de 30 cm. Após analisar os seus dados, Chamani (2000, p.66) propôs a seguinte equação (58):

$$\frac{L_A}{k} = 8,29.\left(\frac{q}{\sqrt{g.k^3.(h/l)}}\right)^{0,85} \quad (58)$$

Povh (2000, f.81-87, 97-99) estudou o escoamento deslizante sobre turbilhões em um modelo reduzido com $1V:0,75H$ e degraus com 2,4 cm. O referido autor comenta que as experiências revelaram uma necessidade de definição do tipo de aeração que se considera. Foram percebidas quatro posições ao longo da calha com características diferentes, a saber: aeração da superfície livre da água, aeração intermitente dos degraus, aeração contínua dos degraus e escoamento totalmente aerado ao longo da profundidade. Para diferentes números de Froude do tipo F_r^* (eq. 57), o referido autor mediu a distância correspondente a cada um dos quatro tipos de aeração. As medições foram efetuadas com início na interseção entre o paramento de montante e o primeiro arco de círculo da soleira padrão do vertedor. A seguir é apresentada uma breve descrição de cada tipo de aeração observada, assim como os seus dados experimentais sob a forma de gráfico (Figura 34).

- 1) **Aeração da superfície livre da água:** identificada na posição onde o perfil da superfície livre começou a apresentar oscilações causadas pela incorporação de ar no escoamento. Esta posição, que segundo Povh (2000, f. 82) corresponde ao afloramento da camada limite, é identificada pelo adimensional L_1/k ;
- 2) **Aeração intermitente dos degraus:** o autor menciona uma zona de separação a jusante do espelho de cada degrau, tendo o mesmo observado a ocorrência de vórtices nesta zona por meio da presença intermitente de ar. A posição adimensional é denominada L_2/k ;
- 3) **Aeração contínua dos degraus:** a aeração contínua foi identificada na posição em que ocorreu a formação de vórtices abaixo do pseudo-fundo, entre degraus, visualizados através da circulação contínua de ar. L_3/k ;
- 4) **Escoamento totalmente aerado ao longo da profundidade:** a jusante da posição na qual foi identificado o início da aeração da superfície livre, Povh (2000, f.83) comenta que ocorreu o desenvolvimento da aeração em direção aos degraus da calha. O autor

explica também que, principalmente a jusante da posição definida por L_3/k , houve um aumento da aeração do escoamento a partir dos degraus em direção à superfície livre. O escoamento totalmente aerado ao longo da profundidade foi identificado na posição onde a aeração proveniente dos degraus e da superfície livre ocorre praticamente de forma permanente. Esta posição foi identificada por L_4/k .

Figura 34 – Posições de início da aeração do escoamento definidas por Povh (2000).

Chanson (2002, p.147-148) explica que o ponto de incipiência da aeração é função da vazão e da altura de rugosidade, tendo o mesmo efetuado uma análise estatística de dados experimentais relativos a este assunto. Ao analisar a equação 59, proposta por Chanson (2002), verifica-se sua coerência com as afirmações de Tozzi (1992, f.55), visto que a mesma indica que L_A é diretamente proporcional à vazão específica e inversamente proporcional à altura do degrau. As conclusões de Chanson (2002) o levaram a propor as seguintes equações:

$$\frac{L_A}{k} = 9,719 \cdot (\text{sen} \alpha)^{0,0796} \cdot F_r^{*0,713} \quad (59)$$

$$\frac{y_A}{k} = \frac{0,4034}{(\text{sen} \alpha)^{0,04}} \cdot F_r^{*0,592} \quad (60)$$

Ressalta-se que as equações 59 e 60 foram obtidas para modelos com a declividade da calha entre 20° e 55°. Wood *et al.* (1983) sugeriram uma equação semelhante a equação 59 exceto pelo coeficiente “9,719”, que na equação de Wood *et al.* (1983) é igual a “13,6” e pela altura de rugosidade “k”, que deve ser substituída por “ ε_c ”, já que a equação foi desenvolvida para calhas lisas.

Boes e Hager (2003b, p.665), definiram o ponto de incipiência da aeração como a posição na qual a concentração média de ar no pseudo-fundo é igual a 1%. Após avaliar dados experimentais encontrados na literatura e resultados de experimentos realizados por Boes (2000), os referidos autores apresentaram as seguintes equações:

$$\frac{z_i}{h} = 5,9.F_*^{0,8} \quad (61)$$

Válida para $26^\circ < \alpha < 75^\circ$. Ressalta-se que o número de Froude utilizado por estes autores é diferente do apresentado anteriormente, sendo definido como: $F_* = q/\sqrt{g.h^3 \text{sen}\alpha}$. A profundidade na posição de início da aeração, de acordo com Boes e Hager (2003b), pode ser calculada por meio da seguinte equação:

$$\frac{y_A}{h} = 0,4.F_*^{0,6} \quad (62)$$

Válida para $26^\circ < \alpha < 55^\circ$. Nota-se com o gráfico apresentado no trabalho dos referidos autores que as equações 61 e 62 foram desenvolvidas para F_* máximo igual a aproximadamente 45. Boes e Hager (2003b) indicam que $z_i \cong L_A.\text{sen}\alpha$, de modo que a equação 61 pode ser escrita da seguinte forma:

$$L_A = \frac{5,9.d_c^{6/5}}{h^{1/5} . (\text{sen}\alpha)^{7/5}} \quad (63)$$

Sanagiotto (2003) estudou experimentalmente o escoamento deslizando sobre turbilhões em um modelo reduzido com 1V:0,75H. Após avaliar os seus resultados em conjunto com os dados de outros pesquisadores, a referida autora propôs as equações 64 e 65, válidas para $50^\circ \leq \alpha \leq 53,13^\circ$.

$$\frac{L_A}{k} = 9,7721.F_r^{*0,7014} \quad (64)$$

$$\frac{y_A}{k} = 0,3965.F_r^{*0,5975} \quad (65)$$

Dai Prá (2004) estudou o escoamento deslizando sobre turbilhões em um modelo físico com 45° (1V:1H). Entre as suas conclusões, o referido autor menciona que a equação 65, proposta por Sanagiotto (2003), pode ter a sua faixa de aplicação ampliada para $45^\circ \leq \alpha \leq 53,13^\circ$. Quanto a posição de início da aeração, o autor propôs a seguinte equação:

$$\frac{z_i + 1,5.d_c}{k} = 7,0.F_r^{*0,755} \quad (66)$$

Arantes (2007) simulou numericamente o escoamento ao longo de um vertedor em degraus com 1V:0,75H e, entre os seus estudos, o referido autor identificou o desenvolvimento da camada limite e a sua interseção com a superfície livre. Em seguida, o mesmo comparou seus resultados com dados experimentais obtidos por Tozzi (1992) e concluiu que houve uma excelente concordância.

As diversas equações apresentadas anteriormente representam bons modelos para estimativa da posição de início da aeração e da profundidade correspondente, como pode ser visto em Matos *et al.* (2000, p.69) e em Povh (2000, p.95-99).

Uma breve comparação, efetuada no presente trabalho para 1V:0,75H, revelou que as equações propostas por Chanson (2002) e Sanagiotto (2003) para o cálculo de L_A/k praticamente não apresentam diferenças entre si. A equação proposta por Matos (1999), por

sua vez, resulta em valores de L_A/k que correspondem, em média, a 70,11% dos valores calculados através das equações de Chanson (2002) e Sanagiotto (2003). Por outro lado, as equações destes três autores para o cálculo de y_A/k apresentaram excelente concordância, como pode ser visto na Figura 35b.

Os dados obtidos por Arantes (2007), através de dinâmica dos fluidos computacional (CFD), foram inseridos nos gráficos da Figura 35 com o intuito de compará-los com as diferentes metodologias experimentais. Como pode ser visto, os mesmos revelaram que a ferramenta empregada pelo autor conduz a resultados coerentes com as equações empíricas. Dados obtidos por Povh (2000), apresentados anteriormente (Figura 34), também foram inseridos na Figura 35a. Com exceção de alguns pontos correspondentes a L_3/k e L_4/k , pode-se notar os dados de Povh (2000) situaram-se entre as curvas ali encontradas.

Figura 35 – Comparação entre as diferentes metodologias para o cálculo de L_A/k (a) e y_A/k (b), dados obtidos por meio de simulações numéricas efetuadas por Arantes (2007) e dados experimentais obtidos por Povh (2000).

3.3.4 Concentração média de ar no escoamento

A concentração média de ar do escoamento ao longo de vertedouros lisos e em degraus é uma característica de relevante importância para o projeto. Como exemplo, pode-se mencionar a sua aplicação na estimativa da altura dos muros laterais, na avaliação do efeito da aeração na redução da resistência oferecida ao escoamento, entre outros aspectos a serem abordados. A concentração de ar nos estudos dos vertedores (lisos e em degraus) é definida como a razão entre o volume de ar e o volume total da mistura, de acordo com a equação 67.

$$C = \frac{Vol_{ar}}{Vol_{água} + Vol_{ar}} \quad (67)$$

Em que Vol = volume. Na literatura internacional, pode-se encontrar C denominado como fração de vazios (*void fraction*), além de concentração de ar.

Uma segunda definição importante para os estudos de escoamentos bifásicos em vertedores e estruturas hidráulicas é a de profundidade equivalente. Matematicamente, a profundidade equivalente “ d ” é definida da seguinte forma:

$$d = \int_0^{d_{90}} (1 - C) dy \quad (68)$$

Em que y um eixo orientado para cima e perpendicular ao pseudo-fundo e d_{90} é a profundidade do escoamento aerado correspondente a uma concentração de ar igual a 90%. No meio técnico é usual representar a superfície livre do escoamento por meio da profundidade d_{90} , apesar de existirem outras propostas¹³.

Considerando uma seção transversal retangular, pode-se demonstrar a equação 69 a partir da equação 67. Esta dedução revela o significado físico da profundidade equivalente “ d ”, que corresponde a uma profundidade equivalente (ou fictícia) apenas de água.

$$d = (1 - C_{mean}) d_{90} \quad (69)$$

Em que C_{mean} é a concentração média de ar ao longo da profundidade, independente da profundidade “ y ” e variável ao longo do canal até a região de escoamento uniforme.

Diez-Cascon *et al.* (1991) consideraram que o mecanismo de entrada de ar no escoamento de uma calha em degraus é semelhante ao que ocorre em um extravasor com a calha lisa. Dessa forma, para estimar a concentração média de ar do escoamento, os referidos autores lançaram mão da equação proposta pelo Comitê Científico da *American Society of Civil Engineers* – ASCE (1961):

$$C_{mean} = 0,743 \cdot \log\left(\frac{\text{sen}\alpha}{q^{1/5}}\right) + 0,723 \quad (70)$$

em que C_{mean} é a concentração média de ar, *i.e.*, a razão entre o volume de ar e a soma do volume de ar com o volume de água. A vazão específica deve estar de acordo com o SI.

Chamani e Rajaratnam (1999a, p.367) estudaram o escoamento deslizante sobre turbilhões em um modelo físico e efetuaram medições de concentrações médias de ar para diferentes vazões e duas inclinações do paramento de jusante (59° e 31,34°). Estes autores compararam os seus resultados experimentais com a equação 70 e não constataram uma

¹³ Devido à dificuldade em definir a superfície livre de escoamentos aerados não há um consenso sobre o uso de d_{90} , de modo que existem trabalhos que consideraram d_{95} , d_{99} e d_{98} (ver Wilhelms e Gulliver, 2005, p.525-526).

concordância satisfatória. Deste modo, propuseram a equação 71, com forma semelhante à equação 70.

$$C_{mean} = 0,93 \cdot \log \left[\frac{(\text{sen} \alpha)^{0,1}}{q^{0,3}} \right] + 1,05 \quad (71)$$

Cabe comentar que ao analisar o trabalho de Chamani e Rajaratnam (1999a), notou-se que não é possível relacionar a concentração média de ar com a altura do vertedor, uma vez que tal informação não foi apresentada pelos autores. A equação 71 é válida para as mesmas condições da equação 58, com “q” em L/(s.m) e o termo entre colchetes, aproximadamente, dentro do intervalo 0,2 e 0,27.

Matos e Quintela (1995a), a partir de resultados experimentais obtidos por diferentes pesquisadores, confirmaram que a concentração média de ar é diretamente proporcional ao adimensional H_{dam}/d_c . Matos (2000a) comenta que para elevados valores do termo H_{dam}/d_c a concentração média de ar tende para um valor constante, que de acordo com os dados apresentados pelo autor se aproxima de 0,63. O autor citado ressalta que para valores pequenos de H_{dam}/d_c , a rugosidade relativa (k/D_h , em que $D_h = 4.R_h$) assume um papel importante. No mesmo estudo, Matos (2000a) sugere a equação 72 como uma expressão simplificada para avaliação qualitativa da concentração média de ar em função de H_{dam}/d_c .

$$C_{mean} = 0,62 - \frac{55,9}{\left(\frac{H_{dam}}{d_c} \right)^2} \quad (72)$$

Válida para $10 < H_{dam}/d_c < 100$ e $1V:0,75H$.

Ohtsu *et al.* (2000a, p.870-871) apresentaram dados correspondentes a concentrações médias de ar obtidas em uma calha com $\alpha = 55^\circ$ e $0,60 \leq h/d_c \leq 1,25$. Sob a forma de gráfico os referidos dados revelaram que C_{mean} é diretamente proporcional a H_{dam}/d_c se $H_{dam}/d_c < 15$ e apresenta variações muito pequenas se $H_{dam}/d_c \geq 15$.

Povh (2000, p.127) estudou o escoamento em um modelo reduzido com $H_{\text{dam}} = 1,66 \text{ m}$ (41,5 m no protótipo), $1V:0,75H$, $h = 2,4 \text{ cm}$ (60 cm no protótipo) e $4,21 \text{ m}^2/\text{s} \leq q \leq 23,82 \text{ m}^2/\text{s}$ (“q” corresponde ao protótipo; escala geométrica 1:25). Entre as suas investigações experimentais, o referido autor avaliou concentrações médias de ar. Para tanto, o autor mediu as alturas conjugadas de ressaltos estabelecidos na bacia de dissipação para diferentes vazões. Com o conjugado subcrítico e o teorema da quantidade de movimento, foram calculadas as alturas supercríticas não aeradas. Com as alturas supercríticas mensuradas (na posição mais elevada do escoamento aerado) e os valores teóricos (não aerados), foi possível estimar as concentrações médias de ar. Segundo referido autor, a concentração média de equilíbrio ficou em torno de 61%. Com base nos seus resultados, Povh (2000) propôs a seguinte equação:

$$C_{\text{mean}} = 0,368 \cdot \log\left(\frac{\text{sen}\alpha}{q^{0,2}}\right) + 0,665 \quad (73)$$

Com q em m^2/s (valores de protótipo). Povh (2000, f.127) comenta que possíveis efeitos de escala não foram considerados.

Povh e Tozzi (2001) ao analisar dados de Povh (2000), Matos (2000a), Diez-Cascon *et al.* (1991) e Tozzi *et al.* (1996), notaram uma incerteza na estimativa teórica da concentração média de ar devido à dispersão dos valores. A partir de tal observação, Povh e Tozzi (2001) propuseram o uso de uma formulação definida por uma envoltória dos dados dos pesquisadores mencionados neste parágrafo. A representação de tal formulação é feita através da equação a seguir, que é função do adimensional H_{dam}/d_c .

$$C_{\text{mean}} = 0,62 - \frac{11}{\left(\frac{H_{\text{dam}}}{d_c}\right)^2} \quad (74)$$

Para o pré-dimensionamento dos muros laterais de calhas em degraus, Povh e Tozzi (2001), entre as suas conclusões, indicam o uso da equação 74.

Boes e Hager (2003b) apresentaram resultados de experimentos realizados em um modelo físico com 0,50 m de largura (B), 5,7 m de extensão longitudinal (L), $\alpha = 30^\circ$, 40° e 50° e degraus com alturas entre 23,1 mm e 93,3 mm. Entre tais resultados, encontram-se metodologias para estimar a concentração média de ar na posição de início da aeração, no pseudo-fundo e ao longo da calha. Estes pesquisadores empregaram sondas de fibra óptica para medir as diferentes concentrações de ar. Segundo os mesmos autores, tal instrumentação utiliza os índices de refração do ar e da água, conduzindo a resultados com erros menores que 5%. A concentração média de ar ao longo da profundidade do escoamento foi analisada como função da distância vertical relativa ao ponto de início da aeração $Z_i = (z - z_i)/d_c$. A equação proposta inclui concentrações médias de ar em diferentes posições da calha, como apresentado a seguir:

$$c_i = \frac{\overline{C}(Z_i) - \overline{C}_i}{\overline{C}_u - \overline{C}_i} = \left\{ gh \left[5 \cdot 10^{-4} \cdot (100^\circ - \alpha) Z_i \right] \right\}^{1/3} \quad (75)$$

Válida para $26^\circ \leq \alpha \leq 55^\circ$ (α em graus) e Z_i com origem no ponto de incipiência da aeração (Figura 36). Em que $\overline{C}(Z_i)$ é a concentração média de ar ao longo da seção transversal em uma determinada posição Z_i da calha. $\overline{C}_i$ é a concentração média de ar na posição de início da aeração ou, em outros termos, é a concentração para $Z_i = 0$. $\overline{C}_u$ é a concentração média de ar do escoamento uniforme (subscrito u = uniforme) que de acordo com os autores pode ser estimada por meio da equação 76 proposta por Hager (1991, p.531) para calhas lisas, como função da inclinação do paramento de jusante.

$$\overline{C}_u = 0,75 \cdot (\sin \alpha)^{0,75} \quad (76)$$

A Figura 36, apresentada a seguir, ilustra algumas variáveis mencionadas (36a), assim como o gráfico de c_i em função de Z_i para $\alpha = 50^\circ$ (36b). Como esperado, percebe-se que c_i tende a unidade à medida que aumenta a distância ao ponto de início da aeração.

Figura 36 – Definição das variáveis-(a) e gráfico de $c_i(Z_i)$ -(b) (Equação 76).
Fonte: adaptado de Boes e Hager (2003b).

Segundo Boes e Hager (2003b), a concentração média de ar do escoamento uniforme em calhas lisas $\bar{C}_u$ foi empregada na equação 76 porque a rugosidade da superfície da estrutura lisa não é relevante para $\bar{C}_u$, em acordo com estudos experimentais. Deste modo, os autores explicam que há uma boa concordância entre $\bar{C}_u$ de uma calha lisa e de uma calha em degraus, para uma mesma declividade do paramento de jusante. Fundamentados em seus resultados experimentais, Boes e Hager (2003b) desenvolveram a equação 77 para o cálculo da concentração média de ar na posição de início da aeração.

$$\bar{C}_i = 1,2 \cdot 10^{-3} \cdot (240^\circ - \alpha) \quad (77)$$

Válida para $26^\circ \leq \alpha \leq 55^\circ$ (α em graus). Nota-se que para $\alpha \cong 53^\circ$ (valor típico de vertedores em degraus) $\bar{C}_i \cong 0,22$, valor próximo daquele sugerido por Matos *et al.* (2000a), igual a $\bar{C}_i \cong 0,20$.

Boes e Hager (2003b, p.667) também apresentaram uma metodologia destinada ao cálculo da concentração de ar no pseudo-fundo, desenvolvida por meio de dados experimentais. Com o auxílio das equações 62 e 63, a equação 78, proposta pelos referidos

pesquisadores, pode ser empregada para o cálculo da concentração no pseudo-fundo (C_b) em uma determinada posição da calha a jusante do ponto de incipiência da aeração.

$$C_b(X_i) = 0,015 \cdot X_i^{\frac{\sqrt{\lg \alpha}}{2}} \quad (78)$$

Na qual $X_i = (x - L_A)/y_A$, x é um eixo orientado no sentido do escoamento, com origem na soleira do vertedor (Figura 36). A equação 78 é válida para $26^\circ < \alpha < 55^\circ$ (α em graus) e é especialmente útil para avaliação da possibilidade de ocorrência da cavitação, fenômeno abordado no item 3.5 deste trabalho.

Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2004, p.867) desenvolveram uma metodologia para a determinação da concentração média de ar na região de escoamento quase-uniforme. Estes pesquisadores estudaram canais e vertedores em degraus com diferentes configurações e concluíram que a variável aqui abordada (C_{mean}) é função do adimensional h/d_c e da inclinação da calha. Deste modo, os referidos autores sugerem as equações 79 e 80, apresentadas a seguir.

$$C_{mean} = D - 0,30 \cdot \exp \left[-5 \cdot \left(\frac{h}{d_c} \right)^2 - 4 \cdot \frac{h}{d_c} \right] \quad (79)$$

Em que D é um parâmetro adimensional originado dos ajustes obtidos. $D = 0,30$ para $5,7^\circ \leq \alpha \leq 19^\circ$ e $0,1 \leq h/d_c \leq (h/d_c)_{onset}$. Em que $(h/d_c)_{onset}$ é o limite para que ocorra o escoamento deslizando sobre turbilhões, definido por meio da equação 48. Se $19^\circ \leq \alpha \leq 55^\circ$ e $0,1 \leq h/d_c \leq (h/d_c)_{onset}$, “ D ” passa a depender de α [graus], sendo calculado com a equação 80.

$$D = -2 \times 10^{-4} \cdot \alpha^2 + 2,14 \times 10^{-2} \cdot \alpha - 3,57 \times 10^{-2} \quad (80)$$

3.3.5 Perfis de concentração de ar

Na seção anterior foram apresentadas algumas metodologias que possibilitam a estimativa de concentrações médias de ar ao longo da profundidade do escoamento em uma

determinada posição ao longo da calha em degraus. Também foi apresentada uma metodologia destinada a calcular a concentração de ar no pseudo-fundo. Alguns dentre os pesquisadores que desenvolveram as equações apresentadas anteriormente também estudaram os perfis de concentração de ar. A seguir serão apresentados alguns tópicos relacionados ao tema em questão.

Chanson (1996, p.118) explica que em um escoamento uniforme a distribuição de concentração de ar é independente da posição ao longo do canal. Para um pequeno volume de controle no escoamento aerado, considerando escoamento permanente e uniforme, equação da continuidade para o ar é (CHANSON, 1996, p.297):

$$\frac{d}{dy} \left(D_t \cdot \frac{dC}{dy} \right) = (u_r)_{hid} \cdot \cos \alpha \cdot \frac{d}{dy} (C \cdot \sqrt{1-C}) \quad (81)$$

Em que D_t [m^2/s] é a difusividade turbulenta na direção “y” ($D_t = D_y$) e $(u_r)_{hid}$ é a velocidade de ascensão das bolhas de ar submetidas a um gradiente de pressões hidrostático, considerada constante. Assumindo turbulência homogênea, *i.e.*, D_t constante, a solução da equação 81, segundo Chanson (1996, p.297) é:

$$C = 1 - tgh^2 \left(K' - \frac{y/d_{90}}{2.D'} \right) \quad (82)$$

Em que tgh é a tangente hiperbólica, K' é uma constante de integração e D' é dado pela seguinte equação:

$$D' = \frac{D_t}{(u_r)_{hid} \cdot d_{90} \cdot \cos \alpha} \quad (83)$$

A constante de integração K' pode ser deduzida a partir da seguinte condição de contorno: $C = 0,9$ implica em $y = d_{90}$. Deste modo, tem-se:

$$K' = tgh^{-1}(\sqrt{0,1}) + \frac{1}{2.D'} \quad (84)$$

Chanson (1996, p.298) explica que se a difusividade é desconhecida, pode-se empregar a concentração média de ar definida da seguinte forma:

$$C_{mean} = \int_0^1 C dy' \quad (85)$$

Em que $y' = y/d_{90}$. Combinando as equações, o referido autor chegou a seguinte solução:

$$C_{mean} = 2.D' \left[\operatorname{tgh}(K') - \operatorname{tgh}(\operatorname{tgh}^{-1}(\sqrt{0,1})) \right] \quad (86)$$

Neste ponto da apresentação da metodologia sugerida por Chanson (1996), cabe ressaltar que o objetivo das equações 85 e 86 é substituir o uso da equação 83, uma vez que a difusividade D_t não é conhecida. Nota-se que para um dado valor de C_{mean} , por meio das equações 84 e 86, haverá um determinado valor de D' . Com este valor de D' , calcula-se K' e em seguida a equação 82 pode ser utilizada para gerar um perfil de concentração de ar que relaciona $y' = y/d_{90}$ com C (para um determinado valor de C_{mean}). Maiores detalhes sobre a dedução das equações anteriores podem ser encontrados em Chanson (1996, p.115-122, 293-303) e em Chanson (2002, p.337-339), incluindo as hipóteses simplificadores assumidas no desenvolvimento da equação 81.

Boes e Hager (2003b, p.667) comentam que a solução analítica proposta por Chanson (1996), apresentada anteriormente, apresenta boa concordância com resultados experimentais, exceto para pequenos valores do adimensional $y' = y/d_{90}$. A Figura 37, apresentada a seguir, ilustra uma breve comparação entre as equações 82, 84 e 86 e alguns dados experimentais apresentados por Boes e Hager (2003b).

Figura 37 – Comparação entre dados experimentais de Boes e Hager (2003b) e equações 82, 84 e 86. Dados experimentais obtidos em um vertedor com $\alpha = 50^\circ$ e $k = 20$ mm.

Cabe destacar que um modelo anterior ao apresentado por Chanson (1996) foi desenvolvido por Wood (1984). De acordo com Matos (1999), comparações entre os perfis de concentração de ar (obtidos em seus experimentos) com o modelo de Wood (1984) revelaram uma boa concordância. Arantes (2007) obteve perfis de concentração de ar por meio de CFD e comparou os seus resultados com os modelos de Wood (1984) e Chanson (1996). O referido autor concluiu que houve uma boa aproximação entre os resultados, sobretudo quando comparados com o modelo de Wood (1984). Maiores informações sobre o modelo de Wood (1984) podem ser obtidas em Chanson (1996, p.294-295). Outras comparações, semelhantes a aquelas apresentadas na Figura 37 podem ser encontradas em Chanson (2000, p.862-865), Matos (2000a, p.866), Chanson (2002, p. 156) e Boes e Hager (2003b, p.667).

3.4 DISTRIBUIÇÃO DE VELOCIDADES EM ESCOAMENTO DESLIZANTE SOBRE TURBILHÕES

A distribuição de velocidades ao longo de uma seção transversal do escoamento é uma informação de relevante interesse prático e científico. Uma das aplicações práticas do perfil de velocidades é o cálculo dos coeficientes de Coriolis e Boussinesq, dados que permitem

melhorar a aproximação de modelos matemáticos simplificados. Uma segunda aplicação é a avaliação do desenvolvimento da camada limite quando os perfis são obtidos em diferentes posições do canal. Outras aplicações menos evidentes também podem ser realizadas, como, por exemplo, o cálculo do fator de resistência de Darcy-Weisbach, apresentado no final desta seção. Os resultados dos trabalhos aqui expostos foram adimensionalizados pelos seus autores e seguem a notação da Figura 38.

Figura 38 – Perfil de velocidades: simbologia empregada.

Tozzi (1992) utilizou diferentes métodos para a obtenção de perfis de velocidade, como o uso de tubos de estagnação, eletrodos (por meio da injeção de solução sal no escoamento) e filmagem de flutuantes (para obtenção de valores na superfície livre). O referido autor obteve distribuições de velocidades em diferentes posições da calha, incluindo a região aerada. Tozzi (1992) estudou experimentalmente modelos com diferentes declividades do paramento de jusante e, para cada um deles propôs um perfil de velocidades adimensional que relaciona $V/V_{máx}$ com $y/y_{máx}$. $V_{máx}$ é a velocidade máxima do perfil, corresponde a uma profundidade $y_{máx}$, nas proximidades da superfície livre. A seguir serão apresentados os resultados para duas das três inclinações estudadas por Tozzi (1992).

Paramento de jusante com 1V:0,75H

$$\frac{V}{V_{máx}} = 1 + 0,47 \cdot \log\left(\frac{y}{y_{máx}}\right) \quad (87)$$

Figura 39 – Perfil de velocidade; declividade da calha de 1V:0,75H; eixo “y” com origem no pseudo-fundo.
Fonte: Adaptado de Tozzi (1992, p.171).

Paramento de jusante com 1V:2,00H

$$\frac{V}{V_{máx}} = 1 + 0,43 \cdot \log\left(\frac{y}{y_{máx}}\right) \quad (88)$$

Percebe-se, por meio da Figura 39, que a equação 87, proposta por Tozzi (1992) apresenta excelente concordância com os dados experimentais. Uma das conclusões obtidas pelo referido autor, com base nos perfis de velocidades, é que o coeficiente de Coriolis (α_1) vale, em média, 1,10 para 1V:0,75H (TOZZI, 1992, p.192).

Chanson (2002, p.156) explica que para a região de escoamento aerado completamente desenvolvido, a distribuição de velocidades pode ser aproximada por uma lei de potência do tipo:

$$\frac{V}{V_{90}} = \left(\frac{y}{d_{90}}\right)^{1/N'} \quad (89)$$

Em que V_{90} é a velocidade na posição $y = d_{90}$, correspondente a $C = 0,90$. Após analisar dados de alguns pesquisadores, Chanson (2002) indica que $N' = 3,7$.

Boes e Hager (2003b, p.668) apresentaram uma expressiva quantidade de pares de valores dos adimensionais encontrados na equação 89, para calhas com inclinações de 30°, 40° e 50°, resultantes de estudos experimentais. Estes autores concluíram em seus estudos que, para $0,04 \leq y/d_{90} \leq 0,80$, a distribuição de velocidades pode ser aproximada por meio da equação 90. Se $y/d_{90} > 0,80$, $V/V_{90} = 1$.

$$\frac{V}{V_{90}} = 1,05 \left(\frac{y}{d_{90}} \right)^{1/4,3} \quad (90)$$

Arantes (2007) simulou o escoamento por meio da dinâmica dos fluidos computacional e obteve perfis de velocidades em diferentes posições da calha e para diferentes alturas de rugosidade. Segundo Arantes (2007, p.90), foi constatada uma boa aproximação entre os resultados numéricos e os resultados experimentais apresentados por Tozzi (1992).

Uma breve avaliação dos dados encontrados na Figura 39 mostrou que a equação 89 pode ser ajustada aos mesmos, com um coeficiente de determinação igual a 0,983. O resultado obtido de tal ajuste revelou um valor de $N' \cong 3,75$. Considerando a definição dos coeficientes de Coriolis e Boussinesq, a partir da equação 89, pode-se demonstrar as equações 91 e 92. Por meio destas equações, conclui-se que $\alpha_1 \cong 1,12$ e $\beta \cong 1,04$, valores próximos daqueles obtidos por Tozzi (1992). Quanto ao paramento de jusante com 1V:2,0H ($\alpha \cong 26,57^\circ$), a substituição do perfil logarítmico por uma lei de potência revelou $N' \cong 4,22$, o que implica em $\alpha_1 \cong 1,10$ e $\beta \cong 1,03$.

$$\alpha_1 = \frac{(N'+1)^3}{N'^2(N'+3)} \quad (91)$$

$$\beta = \frac{(N'+1)^2}{N'(N'+2)} \quad (92)$$

Uma segunda aplicação do perfil de velocidades representado pela equação 89 é o uso do N' para calcular o fator de resistência de Darcy-Weisbach, variável amplamente investigada nos estudos sobre vertedouros em degraus. Chen (1991, p.385) deduziu analiticamente uma relação entre o fator de resistência de Darcy-Weisbach e o expoente N' , tendo o mesmo apresentado a seguinte equação:

$$N' = \kappa \cdot \sqrt{\frac{8}{f}} \quad (93)$$

Em que κ é a constante de von Kármán, igual a 0,40 para água límpida e f o fator de resistência de Darcy-Weisbach.

Considerando os valores de N' mencionados anteriormente, a equação 93 fornece os seguintes valores para o fator de resistência: ($N' = 3,7$; $f = 0,094$), ($N' = 4,22$; $f = 0,072$), ($N' = 4,3$; $f = 0,07$) e ($N' = 3,75$; $f = 0,09$). Será visto mais adiante (item 3.6.2) que estes valores são relativamente próximos daqueles calculados por outros métodos.

3.5 CAVITAÇÃO

3.5.1 Uma breve descrição do fenômeno e generalidades

Quando a água em escoamento, em uma determinada temperatura, passa por uma região de baixa pressão, chegando a atingir o nível correspondente à sua pressão de vapor, naquela temperatura, formam-se bolhas ou cavidades de água vaporizada. Estas bolhas, originadas na mudança de fase da água, sendo arrastadas pelo escoamento para jusante, podem atingir regiões onde a pressão reinante é maior que a pressão existente no seu local de origem. Esta brusca variação de pressão provoca o colapso das bolhas por um processo de implosão. Este processo de criação e colapso das bolhas, chamado cavitação, é extremamente rápido, chegando à ordem de centésimos de segundos, conforme constatações efetuadas com auxílio de fotografia estroboscópica (PORTO, 2006, p.153-154).

De acordo com Porto (2006, p.154), o colapso destas bolhas ocorrendo junto a uma fronteira sólida, como paredes das tubulações ou partes girantes de máquinas hidráulicas, provoca um processo destrutivo de erosão do material, como pode ser visto na Figura 40.

Figura 40 - Efeito da cavitação sobre o rotor de uma bomba (Laboratório de Hidráulica - EESC/USP)

Quando o colapso de uma bolha ocorre em contato com a superfície sólida, uma diminuta área desta superfície é momentaneamente exposta a uma tensão de tração extremamente elevada. A repetição contínua deste efeito por inúmeras bolhas, é como se a superfície sólida fosse bombardeada por pequeníssimas bolas, provocando um processo erosivo de martelagem (PORTO, 2006, p.154).

Apesar das explicações apresentadas por Porto (2006) estarem voltadas às instalações de recalque, considera-se válido destacar alguns pontos gerais levantados pelo referido autor. Atualmente, ainda não há um consenso sobre a explicação do fenômeno. Uma primeira explicação diz que a cavitação induz vibração às zonas mais extensas do metal, sendo então os esforços destrutivos oriundos de um fenômeno oscilatório, durante o qual o líquido é introduzido e expulso dos poros do material, dando origem às elevadas pressões internas. Outros pesquisadores defendem a possibilidade do aparecimento de uma corrosão química devida à liberação de oxigênio do líquido. A terceira suposição diz que as bolhas de vapor e a limalha erodida da superfície do material penetram nos poros do metal, afetando-o por vibrações e pressões oriundas do colapso (PORTO, 2006, p.154).

Os prejuízos decorrentes da cavitação não ocorrem apenas em instalações hidráulicas projetadas inadequadamente. Em estruturas hidráulicas, sujeitas a escoamentos de alta velocidade, a existência de irregularidades nos contornos sólidos pode gerar altas velocidades locais, fato que implica em baixas pressões cujos níveis podem levar à cavitação. Em estruturas construídas em concreto, a ação destrutiva ocorre principalmente no material constituinte menos resistente, *i.e.*, o ligante. Deste modo, a erosão ao redor das partículas de agregado aumenta a rugosidade da superfície e as condições para ocorrência da cavitação podem ser intensificadas (PINTO, 1988, p.81). A Figura 41 apresentada a seguir ilustra dois casos marcantes de danos causados pela cavitação.

Figura 41 – Prejuízos ocasionados pela cavitação. (a) Bacia de dissipação (ŞENTÜRK, 1994, p.172); (b) Paramento de jusante do vertedor Shahid Abbaspour, Março de 1978 (MINOR, 2000, p.4).

Gal'perin *et al.* (1971) e Houghton *et al.* (1978)¹⁴, citados por Chanson (1988, p.8), estudaram a ocorrência da cavitação em concretos com diferentes características. O primeiro autor citado apresentou resultados que relacionam a velocidade do escoamento com a resistência mínima do concreto para que não ocorra cavitação (Figura 42a). O segundo autor

¹⁴ GAL'PERIN, R.S. *et al.* (1971). Cavitation in elements of hydraulic structures. **Hydrotechnical Construction**, n.8, Aug. 1971, p.726-732.; HOUGHTON, D.L. *et al.* (1978) Cavitation resistance of some specials concretes. **ACI Journal**, Dec., 1978, p.664-667.

relacionou o tempo de exposição de diferentes concretos com a profundidade da erosão em milímetros, como indicado na Figura 42b.

Figura 42 – Relação entre a resistência do concreto e os danos decorrentes da cavitação. (a) – Relação entre velocidade máxima e resistência mínima (GAL'PERIN *et al.*, 1971); (b) – Relação entre o tempo de exposição à cavitação e a profundidade erodida pela cavitação para diferentes tipos de concreto (HOUGHTON *et al.*, 1978).

Fonte: Adaptado de Chanson (1988, p.8).

Em vertedores lisos e em degraus, a aeração do escoamento é um fenômeno de grande relevância quando se estuda a cavitação. Peterka (1953) e Russell e Sheehan (1974)¹⁵, citados por Chanson (1988, p.9), realizaram experimentos em superfícies de concreto e mostraram que concentrações de ar entre 1% e 2% reduzem consideravelmente os danos provocados pela cavitação. Isto se deve ao fato da mistura ar-água possuir certa compressibilidade, de modo

¹⁵ RUSSELL, S.O.; SHEEHAN, G.J. (1974). Effect of Entrained Air on Cavitation Damaged. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v.1, 1974.

que o efeito amortecedor do gás não dissolvido é capaz de absorver a energia liberada no colapso das bolhas. Ainda, na mistura ar-água a celeridade das ondas de choque é reduzida, e, conseqüentemente, é menor o impacto sobre o contorno sólido (PINTO, 1988, p.93). Os resultados obtidos por Peterka (1953) e Russell e Sheehan (1974) (Figura 43) revelaram que concentrações de ar maiores que 5% (Figura 43b) e 7% (Figura 43b) evitam a erosão por cavitação.

Figura 43 – Relação entre a perda de peso e a concentração média de ar, com $V = 30,5$ m/s - Peterka (1953) - (a); Relação entre a perda de volume e a concentração média de ar, com $V = 46$ m/s - Russell e Sheehan (1974) - (b);
Fonte: Adaptado de Chanson (1988, p.9).

De acordo com Pinto (1988, p.84), observação experimental e considerações teóricas revelaram que no colapso podem se desenvolver pressões da ordem de 7.000 a 70.000 kg/cm² ($686,42$ MPa a $6,86$ GPa). Todavia, se o colapso se verifica a cerca de $1,0$ mm da superfície sólida as tensões sobre o contorno são muito baixas e não tendem a produzir danos (PINTO, 1988). As breves considerações expostas neste item revelam a importância do fenômeno em questão, todavia deixam alguns tópicos de lado, tendo em vista a extensão do assunto. Para maiores detalhes, recomenda-se a leitura das referências mencionadas, além de Gikas (1986) e Moraes (2007).

3.5.2 Distribuição de pressões e cavitação incipiente em vertedouros em degraus

Tate (1987, p.1096-1097) comentou que para as maiores vazões testadas nos experimentos de Sorensen (1985) uma região ao longo da calha apresentava escoamento não aerado e a ocorrência de baixas pressões poderiam causar danos. Em seguida, o autor chama a atenção para a possibilidade de ocorrência de cavitação associada ao efeito abrasivo provocado pelo escoamento. Segundo Tate (1987), a ocorrência de tais fenômenos deterioraria os degraus, comprometendo a dissipação de energia promovida pelos mesmos, fato que implicaria uma bacia de dissipação inadequada a jusante da estrutura. Esta é, provavelmente, uma das primeiras exortações sobre os possíveis efeitos destrutivos decorrentes da cavitação em vertedouros em degraus.

Tozzi (1992) realizou medições de pressões médias através de piezômetros convencionais em um vertedor com $1V:0,75H$, alturas de rugosidade (k) de 1,0; 2,0; 3,0; e 6,0 cm e vazões de 120,5 L/(s.m) e 201,4 L/(s.m). Entre os resultados, o autor constatou a existência de pressões negativas na região correspondente ao espelho do degrau e pressões positivas no trecho final dos pisos. Graças a este fato, o mesmo conduziu uma verificação detalhada da variação de pressões instantâneas no espelho de dois degraus da calha. Para tanto Tozzi (1992) empregou transdutores de pressão e, a análise dos registros foi condensada em histogramas de pressões instantâneas, identificando a distribuição percentual de ocorrência de pressões em intervalos discretos de variação de 0,10 mH₂O. Tozzi (1992, f. 234) comenta que as pressões instantâneas variaram consideravelmente, situando-se entre -0,50 mH₂O a +0,40 mH₂O. Adicionalmente, o autor relata que houve excelente concordância entre os valores levantados com piezômetros convencionais e os valores médios obtidos dos registros de pressões instantâneas.

As posições ao longo da calha em degraus estudada por Tozzi (1992) foram duas. Na primeira (Posição A) o escoamento não se encontrava aerado e na segunda (Posição B) havia

ar incorporado. Como resultado dos seus experimentos, o referido autor propôs, para cada posição, duas curvas de probabilidade de ocorrência de pressões negativas de 1% e 10 %. Tais curvas (apresentadas na Figura 44) definem, segundo o autor, o grau de risco de ocorrência de pressões negativas e podem auxiliar as decisões de projeto (TOZZI, 1992, f.235).

Figura 44 – Probabilidade de ocorrência de pressões na Posição A (não aerada) e Posição B (aerada)
Fonte: Tozzi (1992, p.240)

Olinger (2001) apresenta uma importante contribuição ao estudo da distribuição de pressões ao longo de extravasores em degraus. Em sua tese, o referido autor destaca que o risco de cavitação incipiente em extravasores tende a aumentar com o avanço tecnológico do CCR, que implica na construção de barragens mais altas e na adoção de vazões específicas mais elevadas.

A maior parte dos estudos voltados à compreensão do escoamento em vertedouros em degraus é realizada através de modelos físicos. Entretanto, Chen *et al.* (2002), apresentaram resultados de simulações numéricas efetuadas por meio do método de volume de fluido associado ao modelo de turbulência κ - ϵ , com malha não estruturada. A simulação foi efetuada para um vertedor de 76 cm de altura, com 1V:0,75H e $h = 0,06$ m. Em seguida, os autores

validaram os seus resultados por meio de experimentos em um modelo físico de mesmas dimensões e concluíram haver uma boa concordância entre o comportamento médio das pressões nos degraus.

Olinger e Brighetti (2004) apresentaram resultados de estudos experimentais realizados em uma calha com $1V:0,75H$. Estes pesquisadores efetuaram medições de pressões médias e instantâneas e, assim como Tozzi (1992) constataram a ocorrência de pressões negativas nos espelhos dos degraus ensaiados. Entre as suas conclusões, os autores comentaram que as pressões médias negativas nos espelhos dos degraus são praticamente independentes do número de Froude. Por outro lado, as pressões médias positivas, que ocorrem nos pisos dos degraus, variaram com o número de Froude.

Ainda sobre os estudos apresentados por Olinger e Brighetti (2004), cabe comentar que as aquisições de flutuações de pressões instantâneas permitiram estabelecer as probabilidades de concorrência das sub-pressões que atingiram a pressão de vapor (da ordem de $-9,5 \text{ mH}_2\text{O}$ a $-10 \text{ mH}_2\text{O}$). Os autores relatam que para cada frequência considerada quanto maior é a velocidade média do escoamento, mais negativas são as pressões.

Segundo Lopardo *et al.* (1982), a cavitação na bacia de dissipação pode ocorrer se a probabilidade de ocorrência das pressões de vapor atingir 1%, em termos de frequência. Seguindo tal conclusão, Olinger e Brighetti (2004) estabeleceram um critério de projeto que permite a definição do risco de incipiência de cavitação nos degraus localizados na região não aerada do escoamento. Para tanto os mesmos apresentaram pressões instantâneas com probabilidade de ocorrência de 1% e 2% e comentaram que a diferença entre 1% e 2% pouco alterou o critério, devido à precisão dos resultados (OLINGER e BRIGHETTI, 2004, p.77).

O gráfico da Figura 45 ilustra o critério desenvolvido por estes autores, sendo válido para a região não aerada. A região acima da linha cheia corresponde à zona de risco de incipiência da cavitação. Levando em conta o fato do perfil da superfície livre decrescer no

sentido do escoamento (a montante da posição de início da aeração) conclui-se que a relação mais desfavorável é dada por $d/k = y_A/k$, sendo a velocidade nesta seção calculada por $V_A = q/y_A$. A linha pontilhada foi desenvolvida por meio dos dados que originaram a curva proposta por Tozzi (1992), Figura 44, Posição A e probabilidade de 1%. Para tanto, Olinger e Brighetti (2004) admitiram uma pressão negativa igual às condições de cavitação ($p/\gamma = -9,5$ mH₂O; referencial efetivo) e calcularam os pares de valores (d/k , V).

Figura 45 – Risco de cavitação incipiente nos degraus; 1V:0,75H, $h = 0,60$ m (protótipo); (Frequência de 1%)
Fonte: Olinger e Brighetti (2004).

Boes e Hager (2003b) sugeriram o uso da equação 78 considerando uma concentração mínima no pseudo-fundo igual a 0,05 (menor valor sugerido por Peterka (1953) a fim de evitar o desenvolvimento da cavitação). Segundo estes pesquisadores, a velocidade a montante da posição onde a concentração de ar no pseudo-fundo (C_b) é igual a 0,05 não deve exceder 20 m/s.

Arantes e Porto (2005) apresentaram resultados de simulações numéricas do escoamento ao longo de um vertedor em degraus com 1V:0,75H, obtidos com um software de

fluidodinâmica computacional. Foram simuladas quatro configurações diferentes, iguais a aquelas estudadas experimentalmente por Olinger (2001). Entre os resultados, encontram-se, por exemplo, campos de velocidades entre degraus, ilustrando o escoamento vorticoso ali existente. Os autores também compararam as pressões médias no piso e no espelho dos degraus e comentaram que houve um comportamento similar entre os valores numéricos e experimentais.

Gomes (2006) estudou as pressões hidrodinâmicas atuantes nos degraus do trecho não aerado em um modelo com 1V:0,75H e três configurações diferentes, a saber: com $h = 0,03$ m, $h = 0,06$ m e $h = 0,09$ m. Após uma considerável análise estatística dos dados obtidos experimentalmente, o referido autor sugere que vazões específicas entre $11,3 \text{ m}^2/\text{s}$ e $15,6 \text{ m}^2/\text{s}$ correspondem a valores máximos permitidos para que não ocorra cavitação. O autor também se refere a uma velocidade média máxima da ordem de 17 m/s na seção de início da aeração.

Gomes (2006, p.138-140) propôs critérios destinados a prever se haverá risco de cavitação em um determinado vertedor em degraus. Um deles estabelece uma relação entre a velocidade média crítica (V_{cr}) e a posição adimensional ao longo da calha x/L_A . Para o intervalo $0,35 \leq x/L_A \leq 1,20$, se as velocidades médias do escoamento (V) forem maiores do que as correspondentes velocidades críticas (V_{cr}), a cavitação poderá se estabelecer. O critério desenvolvido por Gomes (2006) é traduzido pela equação 94, apresentada a seguir.

$$V_{cr} = 16,29 + \frac{9,91}{\left\{ 1 + \exp \left[\left(\frac{x}{L_A} - 0,60 \right) \cdot \frac{1}{0,23} \right] \right\}} \quad (94)$$

Com V_{cr} em $[\text{m/s}]$, válida para $d_v/h \leq 4,09$, $48^\circ \leq \alpha \leq 58^\circ$, vertedouros com muros verticais e orientados no sentido do escoamento (não divergentes e não convergentes), vertedouros sem qualquer elemento sobre a calha (por exemplo, pilares, manipuladores de turbulência), tensão relativa de vapor da água a 20°C , ao nível do mar igual a $-10,09 \text{ mH}_2\text{O}$ e degraus com $h = 0,30$ m, $h = 0,60$ m, $h = 0,90$ m e $h = 1,20$ m.

Arantes (2007) apresentou resultados de simulações numéricas obtidas via dinâmica dos fluidos computacional, incluindo comparações com resultados experimentais obtidos por diferentes pesquisadores. Entre tais resultados, encontram-se dados relativos a pressões em posições dos degraus de difícil acesso para a realização de experimentos, ressaltando assim uma das vantagens das simulações numéricas. O referido autor constatou que as menores pressões ocorrem no espelho dos degraus, reafirmando resultados empíricos.

3.6 DISSIPACÃO DE ENERGIA

3.6.1 Generalidades

A dissipação de energia ao longo do canal de queda, proporcionada pelos degraus, é a principal função desses extravasores. A avaliação da dissipação de energia foi investigada em diferentes partes do mundo por diversos pesquisadores que, por meio de modelos reduzidos, procuraram estabelecer parâmetros e metodologias para estimar a energia residual no pé do extravasor. Entre as metodologias desenvolvidas, pode-se citar como exemplos os trabalhos de Sorensen (1985), Rajaratnam (1990), Diez-Cascon *et al.* (1991), Stephenson (1991), Tozzi (1992), Christodoulou (1993), Chanson (1994), Boes e Hager (2003a) e Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2004).

Graças à dissipação de energia proporcionada pelos degraus, o escoamento chega ao pé da barragem com uma energia bastante reduzida em relação aos vertedores com o paramento liso. Este fato permite a adoção de bacias de dissipação mais econômicas do que as estruturas de dissipação normalmente empregadas a jusante de canais de queda em concreto alisado.

Por se tratar de um aspecto de grande importância prática, a dissipação de energia tem sido estudada em diversos centros de pesquisa. Como resultado de tais estudos, há um grande número de informações coletadas experimentalmente e o desenvolvimento de metodologias para a avaliação da energia dissipada ao longo da calha em degraus. Tozzi (1992), por

exemplo, visando à determinação da energia residual nos extravasores em degraus, utilizou diferentes métodos. O primeiro deles consistiu na medição do conjugado subcrítico de um ressalto hidráulico formado a jusante do modelo reduzido do vertedor em degraus, para posteriormente calcular o conjugado supercrítico e assim estimar a energia residual. Uma segunda metodologia apresentada por Tozzi (1992) consistiu na determinação do perfil da lâmina d'água ao longo do canal em degraus, para posteriormente calcular a energia residual no pé do extravasor.

É válido ressaltar que o uso das metodologias para a avaliação da dissipação de energia proporcionada pelos degraus envolve a determinação da perda de carga ao longo do escoamento. Algumas iniciativas foram tomadas no sentido de se ajustar as equações de resistência (equação de Darcy-Weisbach e equação de Manning-Strickler) a utilização nos escoamentos em degraus. Para tanto, buscou-se determinar o valor do fator de resistência da equação de Darcy-Weisbach e o valor do coeficiente de rugosidade de Manning-Strickler, adequados para o caso dos vertedores em degraus.

No item seguinte, é apresentado um resumo dos estudos realizados até o momento voltados à determinação do fator de resistência da equação de Darcy-Weisbach para o escoamento em foco.

3.6.2 Fator de Resistência de Darcy-Weisbach

Estudos relacionados à dissipação de energia nos extravasores em degraus envolvendo o uso do fator de resistência (f) da equação de Darcy-Weisbach têm sido propostos por alguns pesquisadores desde 1990, aproximadamente. Os diferentes estudos realizados empregaram a referida equação em sua forma geral ou considerando o canal (de seção retangular) largo, hipótese que implica em $R_h \cong d$ (R_h = raio hidráulico). A fim de simplificar a apresentação dos diferentes estudos, considera-se válido apresentar inicialmente a equação universal em sua forma generalizada (PORTO, 2006, p.59):

$$I_f = \frac{f}{4.R_h} \cdot \frac{V^2}{2.g} \quad (95)$$

Em que I_f é a declividade da linha de energia (em regime uniforme $I_f = I_o = \text{sen}\alpha$).

Rajaratnam (1990), ao analisar dados de Sorensen (1985) provenientes de um modelo reduzido de um extravasor com declividade de 1V:0,78H, com degraus de 0,61 m de altura (protótipo), concluiu que o fator de resistência de Darcy-Weysbach estava em torno de 0,72. Para tal avaliação o pesquisador lançou mão de uma análise teórica fundamentada na aplicação da 2ª lei de Newton a um volume de controle correspondente ao caso em estudo. A dedução resultou na equação de Darcy-Weisbach, escrita com a seguinte forma:

$$c_f = \frac{f}{4} = \frac{2.d_o^3.g.\text{sen}\alpha}{q^2} \quad (96)$$

Em que d_o é a profundidade do escoamento uniforme e c_f é o coeficiente de resistência, correspondente a $1/4$ do fator de resistência de Darcy-Weisbach. Ressalta-se que a equação 96 assume como hipótese que o canal é largo, *i.e.*, $R_h \cong d$ (R_h = raio hidráulico).

Stephenson (1991, p.29), assumindo que o escoamento ao longo da calha em degraus atinge uma profundidade uniforme, sugeriu o uso do fator de resistência de Darcy-Weisbach, devendo o mesmo ser calculado a partir da equação geral para escoamentos turbulentos rugosos (equação 97).

$$f = \left(1,14 + 2.\log\left(\frac{4d_o}{k}\right) \right)^{-2} \quad (97)$$

Tozzi (1992, f.147) explica que os estudos realizados para a determinação de leis de resistência associados ao uso de rugosidades artificiais mostraram que tais leis são da forma:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \varphi\left(\frac{d}{k}, I_o\right) \quad (98)$$

Em seus estudos, Tozzi (1992) realizou experimentos em modelos físicos de vertedores com a calha em degraus com declividades iguais a 1V:0,75H, 1V:2,0H e 1V:6,69H. Nesses testes o referido autor usou alturas de rugosidade entre 5 e 60 mm e quatro vazões específicas, entre 86,1 e 201,4 L/(s.m). Após análise dos resultados experimentais o referido autor propôs as seguintes equações:

a) Declividade 1V:0,75H ($\alpha \cong 53,13^\circ$):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2,16 + 1,24 \cdot \log\left(\frac{d}{k}\right) \quad d/k > 1,80 \quad (99)$$

$$f = 0,163 \quad d/k \leq 1,80 \quad (100)$$

b) Declividade 1V:2,0H ($\alpha \cong 26,56^\circ$):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 3,25 + 0,39 \cdot \log\left(\frac{d}{k}\right) \quad 1 \leq d/k \leq 14 \quad (101)$$

c) Declividade 1V:6,69H ($\alpha \cong 8,50^\circ$):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 3,68 + 0,28 \cdot \log\left(\frac{d}{k}\right) \quad 1 \leq d/k \leq 10 \quad (102)$$

Christodoulou (1993) realizou experimentos em um modelos físico com 1V:0,70H e $H_{\text{dam}} = 35,93$ cm. Empregando a equação de Darcy-Weisbach e considerando o canal largo, o autor calculou o coeficiente de resistência ($c_f = f/4$) para as diferentes vazões testadas e em duas posições do vertedor. Ao observar os seus resultados, nota-se que o fator de resistência variou entre 0,192 e 0,684.

Chanson (1993, p.422-435), assim como Rajaratnam (1990), propôs o uso da equação de Darcy-Weisbach para o cálculo do fator de resistência em escoamentos uniformes, sendo que em sua apresentação o autor não considerou o canal largo. Em tal proposição, o referido autor explica que o cálculo deve ser efetuado com profundidades não aeradas. Para o caso de escoamentos aerados, deve-se empregar a profundidade equivalente (equação 68 ou 69):

$$f = \frac{8 \cdot g \cdot d_o^2 \cdot \sin \alpha}{q^2} \cdot \frac{D_H}{4} \quad (103)$$

Povh (2000) estudou o escoamento em um modelo físico com 1V:0,75H, degraus com $h = 2,4$ cm, $B = 0,80$ m com $3,38 \leq d_c/k \leq 11,71$. Em seu estudo, o referido autor mediu o conjugado subcrítico de diferentes ressaltos estabelecidos na bacia de dissipação e em seguida, por meio do teorema da quantidade de movimento, calculou os conjugados supercríticos. Com tais informações, Povh (2000, f.122) afirma ter estimado um valor médio para o fator de resistência de Darcy-Weisbach igual a 0,11, valor próximo daquele sugerido por Matos e Quintela (1995b) para o pré-dimensionamento de vertedores em degraus.

Chanson (1988), referindo-se ao escoamento em calhas lisas, explica que a presença de ar no interior da camada limite turbulenta reduz a tensão de cisalhamento entre camadas de fluido e, conseqüentemente, o fator de resistência de Darcy-Weisbach. Chanson (2002, p.167-168) reafirmou tal conclusão, estendendo-a para escoamentos em vertedores em degraus. Deste modo, o referido autor propôs a equação 104, que relaciona a razão entre o fator de resistência do escoamento aerado (f_e , calculado com a profundidade equivalente “d”) e do escoamento não aerado (f_d) com a concentração média de ar¹⁶.

$$\frac{f_e}{f_d} = 0,5 \cdot \left(1 + \operatorname{tgh} \left(2,5 \cdot \frac{0,5 - C_{mean}}{C_{mean} \cdot (1 - C_{mean})} \right) \right) \quad (104)$$

$$f_d = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{K} \quad (105)$$

¹⁶Segundo Chanson (2002, p.171), o uso da equação 104 para o projeto de extravasores em degraus é conservador e aumenta a segurança da estrutura. Nesta equação, o termo “tgh” significa tangente hiperbólica. A equação 104 foi obtida para concentrações médias de ar entre 0,38 e 0,57 a partir de dados experimentais de diferentes pesquisadores, como explica o autor mencionado.

Válida para $\alpha > 20^\circ$, com $K = 4,5$. A equação 105 é fruto de uma estimativa analítica desenvolvida por Chanson (2002) para a máxima tensão cisalhante na camada de mistura¹⁷, sendo $1/K$ um parâmetro que indica a taxa de expansão da referida camada.

Boes e Hager (2003a) explicam que o cálculo do fator de resistência de Darcy-Weisbach sem considerar o canal como largo engloba a resistência oferecida ao escoamento pelos degraus e pelos muros laterais. Considerando a resistência oferecida pelos muros muito menor do que a resistência oferecida pelo fundo (degraus), os referidos autores propuseram a seguinte equação:

$$\frac{1}{\sqrt{f_b}} = \frac{1}{\sqrt{0,5 - 0,42 \cdot \sin(2\alpha)}} \cdot \left[1,0 - 0,25 \cdot \log\left(\frac{k}{D_h}\right) \right] \quad (106)$$

Válida para $19^\circ \leq \alpha \leq 55^\circ$, $0,1 \leq k/D_h \leq 1,0$ em que f_b é o fator de resistência de Darcy-Weisbach considerando apenas a rugosidade formada pelos degraus, D_h é o diâmetro hidráulico (calculado por meio da profundidade equivalente “d”).

Boes e Hager (2003a, p.676) avaliaram a redução da resistência oferecida ao escoamento em função da incorporação de ar. Estes autores propuseram que tal efeito pode ser modelado por meio da equação 107 proposta por Boes (2000, p.183), um dos primeiros trabalhos que utilizaram esta abordagem aplicada aos vertedores em degraus.

$$\frac{f_e}{f_m} = 0,5 \cdot \left(1 + \operatorname{tgh}\left(\frac{0,25 - C_{mean}}{C_{mean} \cdot (1 - C_{mean})}\right) \right) \quad (107)$$

Em que f_e é o fator de resistência calculado com a profundidade equivalente e f_m é o fator de resistência calculado com profundidades aeradas.

Sanagiotto (2003) estudou o escoamento ao longo de vertedouros lisos e em degraus com 1V:0,75H. Como resultado do seu trabalho, a referida pesquisadora desenvolveu uma metodologia para a determinação do fator de resistência em vertedouros em degraus a partir

¹⁷ Ao detalhar as regiões no interior do escoamento ao longo da calha em degraus, percebe-se que o escoamento, ao passar pela extremidade de um degrau, sofre uma perturbação em sua velocidade. Chanson (2002) denomina a região por onde se propaga tal perturbação como camada de mistura.

do fator de resistência em uma calha lisa. As equações 108 a 110 compõem o método proposto por Sanagiotto (2003, p.71, 73), devendo-se observar cuidadosamente as restrições destacadas, como explica a autora.

$$\frac{f_L}{f} = 1,8162 \cdot \exp\left(-1,7692 \cdot \frac{x}{L_A}\right) \quad (108)$$

$$f_L = 2,6976 \cdot Fr^{-1,7068} \quad (109)$$

$$\frac{d_L}{d_c} = \left(1,647 + 0,53 \cdot \frac{x}{d_c}\right)^{-0,7055} \quad (110)$$

Em que f_L é o fator de resistência correspondente a uma calha lisa, válido para $2,5 \leq Fr \leq 12$ (Fr = número de Froude, calculado com a profundidade d_L , correspondente a uma posição x na calha lisa). As limitações da equação 108 são as seguintes: para $x/L_A < 1$, válida para região não aerada e $d/k \leq 9$; para $1,0 \leq x/L_A \leq 2,0$, válida para região aerada e $d/k \leq 3,0$; para x/L_A entre 2 e 2,5 usar com restrições e para $x/L_A > 2,5$ não utilizar a equação 108. A equação 110, por sua vez, é válida para $1,0 \leq x/d_c \leq 17,0$.

Dai Pra (2004, p.91-92) propôs uma metodologia semelhante a aquela apresentada por Sanagiotto (2003), porém, para vertedouros com $\alpha = 45^\circ$. As equações 111, 112 e 113 resumem o método desenvolvido pelo referido autor.

$$\frac{d_L}{d_c} = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{x}{d_c}\right)^{-0,344} \quad (111)$$

$$f_L = \frac{8 \cdot g \cdot d_L^2 \cdot \text{sen} \alpha}{q^2} \cdot \frac{D_H}{4} \quad (112)$$

$$\frac{f_L}{f} = 1,09 \cdot \exp\left(-0,834 \cdot \frac{x}{L_A}\right) \quad (113)$$

A equação 111 é válida para o intervalo $0 < x/d_c \leq 45$, sendo válida com restrições para x/d_c entre 30 e 45. Para $x/L_A < 0,80$ (escoamento não aerado), a equação 113 é válida; para $0,80 <$

$x/L_A \leq 1,20$ a equação 113 é válida com restrições; para $1,20 < x/L_A < 2,5$ a equação 113 é válida (região aerada); para $x/L_A > 2,5$ recomenda-se não utilizar a equação 113.

Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2004, p.863) explicam que em vertedouros em degraus, o fator de resistência de Darcy-Weisbach depende da rugosidade relativa (d/k), da inclinação do canal e do número de Froude. Considerando a influencia do número Froude pequena, os referidos autores desenvolveram, com base em estudos experimentais, equações que permitem calcular o fator de resistência do escoamento uniforme para $5,7^\circ \leq \alpha \leq 55^\circ$. Para um dado valor de h/d_c , os autores explicam que o fator de resistência atinge um valor máximo ($f_{máx}$), termo que aparece nas equações apresentadas a seguir.

$$f = f_{máx} - A_1 \left(0,5 - \frac{h}{d_c} \right)^2 \quad (114)$$

$$f_{máx} = -4,2 \cdot 10^{-4} \cdot \alpha^2 + 1,6 \cdot 10^{-2} \cdot \alpha + 3,2 \cdot 10^{-2} \quad (115)$$

$$A_1 = -1,7 \cdot 10^{-3} \cdot \alpha^2 + 6,4 \cdot 10^{-2} \cdot \alpha - 1,5 \cdot 10^{-1} \quad (116)$$

Condições para o uso das equações 114, 115 e 116: válidas para $5,7^\circ \leq \alpha \leq 19^\circ$ e $0,1 \leq h/d_c \leq 0,5$. Se $0,5 \leq h/d_c$, desde que ocorra escoamento deslizante sobre turbilhões, $f = f_{máx}$. O ângulo α deve ser utilizado em graus.

$$f_{máx} = 2,32 \cdot 10^{-5} \cdot \alpha^2 - 2,75 \cdot 10^{-3} \cdot \alpha + 2,31 \cdot 10^{-1} \quad (117)$$

$$A_1 = 0,452 \quad (118)$$

Condições para o uso das equações 114, 117 e 118: válidas para $19^\circ \leq \alpha \leq 55^\circ$ e $0,1 \leq h/d_c \leq 0,5$. Se $0,5 \leq h/d_c$, desde que ocorra escoamento deslizante sobre turbilhões, $f = f_{máx}$. O ângulo α deve ser utilizado em graus.

Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2004, p.863) comentaram que o fator de resistência de uma calha lisa varia entre 0,014 e 0,020, enquanto que para uma calha em degraus esta grandeza hidráulica é cerca de 5,5 a 13 vezes maior se $0,5 \leq h/d_c$. A Figura 46, apresentada a

seguir, ilustra as curvas das equações 114, 117 e 118, para diferentes declividades da calha entre $19^\circ \leq \alpha \leq 55^\circ$.

Figura 46 – Fator de resistência em função de h/d_c para escoamento uniforme (equações 114, 117 e 118).

Chanson (2005, p.522) apresenta uma distribuição de probabilidades para o fator de resistência de Darcy-Weisbach, desenvolvida com dados experimentais de diferentes pesquisadores. Para tanto, o referido autor considerou 179 dados correspondentes a estruturas com diferentes configurações na seção de controle¹⁸ (nas proximidades da crista do vertedor) e $3,4^\circ \leq \alpha \leq 63,4^\circ$. Ao observar os resultados apresentados pelo autor, nota-se que o valor dominante foi $f = 0,16$, seguido por $f = 0,28$ e $f = 0,10$.

Como foi dito anteriormente, a relação entre a dissipação de energia nos extravasores em degraus e o fator de resistência de Darcy-Weisbach tem sido objeto de estudo de pesquisadores desde 1990, aproximadamente. Ao observar ao longo do tempo alguns trabalhos sobre o tema, percebe-se que foram propostos diferentes valores para o fator de resistência, encontrando-se variações importantes, como pode ser visto na Figura 47, apresentada por Chanson (2002, p.165).

¹⁸ Crista padrão (WES) com degraus de alturas variáveis (degraus de transição), crista padrão sem degraus de transição, vertedor com seleira espessa e canal em degraus alimentado por um sistema pressurizado.

Figura 47 - Fator de resistência de Darcy-Weisbach em regime deslizante (429 dados e $\alpha > 20^\circ$).
Fonte: Chanson (2002, p.165).

A fim de ilustrar as referidas variações para o fator de resistência, encontradas na literatura, pode-se citar as conclusões de alguns pesquisadores. Rajaratnam (1990), com os dados de Sorensen (1985), encontrou valores de “f” entre 0,44 e 0,80, indicando um valor médio igual a 0,72. Chanson (1993, p. 428), ao avaliar os dados de Sorensen (1985) e Diez-Cascon *et al.* (1991), notou uma variação de 0,6 a 3,5, com valor médio de 1,30. Em uma análise posterior, para estruturas com declividades entre 50° e 55° , Chanson (1994d, p.87) encontrou valores de “f” entre 0,17 e 5,00, com média de 1,00. Matos e Quintela (1995b) sugeriram para o pré-dimensionamento hidráulico de extravasores em degraus um fator de resistência igual a 0,10. O número sugerido por estes autores vai ao encontro do valor médio calculado por Povh (2000) e Povh e Tozzi (2001), que é igual a 0,11. Chanson (2002), com base em resultados experimentais que consideraram a concentração média de ar do escoamento, além de análises teóricas e estatísticas, sugere um fator de resistência igual a 0,20 (SIMÕES, 2006, f.41).

3.6.3 Coeficiente de Manning-Strickler

Uma alternativa para o cálculo da dissipação de energia ao longo dos degraus é a utilização da equação de resistência de Manning-Strickler. Tozzi (1992, f.166-167) apresenta uma metodologia empregada para a obtenção de uma relação entre o coeficiente de Manning-Strickler e a altura de rugosidade dos degraus (k), para a declividade da calha de $1V:0,75H$. No seu desenvolvimento, o referido autor utilizou a equação de Darcy-Weisbach e a equação de Manning-Strickler, associadas à lei de distribuição universal de velocidades para escoamentos hidraulicamente rugosos. Como resultado de tal dedução, Tozzi (1992) apresenta uma relação entre o coeficiente de Manning-Strickler e a altura de rugosidade dos degraus, que pode ser escrita da seguinte forma¹⁹:

$$n = \frac{k^{1/6}}{20} \quad (119)$$

Em que n é o coeficiente de Manning-Strickler. Ressalta-se que, ao deduzir a equação (119), foram utilizadas as equações 99 e 100, o que restringe o seu emprego a valores de $d/k \geq 1,80$ (TOZZI, 1992, f.242). Considerando $h = 0,60$ m, valor usual em vertedores em degraus, $k = 0,36$ m de modo que $n = 0,042$.

3.6.4 Avaliação da Dissipação de Energia

Além da iniciativa de avaliação do fator de resistência da equação de Darcy-Weisbach, alguns pesquisadores propuseram equações e gráficos para avaliação da energia residual no pé de vertedores em degraus. Algumas dessas equações são deduzidas analiticamente, apoiadas nas equações fundamentais da hidráulica, e outras, além da formulação analítica, apresentam ingredientes empíricos.

¹⁹ Deve-se utilizar o sistema internacional de unidades (SI) quando a equação 119 for aplicada, uma vez que, o número 20 encontrado na referida equação não é adimensional e está de acordo com o SI.

Sorensen (1985) desenvolveu modelos reduzidos com a finalidade de investigar o comportamento hidráulico do extravasor da barragem de Monksville. Foram utilizados modelos nas escalas 1:10 e 1:25, inclusive com a calha lisa, com altura de 1,464 m, declividade 1V:0,78H, degraus de 2,44 cm e vazões específicas entre 0,006 m³/(s.m) e 0,144 m³/(s.m). O autor avaliou a dissipação de energia no pé do extravasor a partir das velocidades do escoamento, obtidas indiretamente por meio de medições de níveis e calculadas pela equação da continuidade. Para as vazões ensaiadas, o referido autor concluiu que a energia cinética da calha em degraus correspondia a valores entre 6 e 12% daqueles obtidos para a calha lisa.

Baseado nos dados de Sorensen (1985), Rajaratnam (1990) propôs uma equação teórica para avaliar a dissipação de energia de um extravasor em degraus em relação a um extravasor com a calha lisa. A referida equação é:

$$\frac{\Delta H'}{H'_{res}} = \frac{(1 - A') + \frac{Fr'^2 \cdot (A'^2 - 1)}{2 \cdot A'^2}}{1 + \frac{Fr'^2}{2}} \quad (120)$$

Nesta equação, $\Delta H' = H'_{res} - H_{res}$, com H'_{res} igual a energia específica no pé do extravasor liso e H_{res} igual a energia específica no pé do extravasor em degraus; Fr' é o número de Froude na base do extravasor com a calha lisa; $A' = (c_f/c'_f)^{1/3}$, c'_f é o coeficiente de resistência para a calha lisa, adotado pelo autor com valor igual a 0,0065.

Rajaratnam (1990) analisou a equação 120 admitindo que o número de Froude é muito grande. Tal consideração implica uma simplificação da equação 120, que ao ser utilizada com $c_f = 0,18$ e c'_f com o valor citado anteriormente, leva a uma dissipação de energia relativa ($\Delta H'/H'_{res}$) de 88,89%.

Stephenson (1991) afirmou que a dissipação de energia aumenta até o ponto em que a altura do escoamento sobre a calha é aproximadamente 1/3 da altura crítica do escoamento²⁰. O mesmo autor explica que para o extravasor funcionar satisfatoriamente como dissipador de energia, deve-se projetar pretendendo que seja estabelecido o escoamento uniforme ao longo da calha. Deste modo, considerando a ocorrência do escoamento uniforme ao longo da calha, Stephenson (1991) sugeriu a aplicação da equação universal da perda de carga para a determinação da dissipação de energia em extravasores com o paramento em degraus. O seu desenvolvimento levou à seguinte equação:

$$\frac{\Delta H_{\text{dam}}}{H_{\text{dam}}} = 1 - \left(\frac{4.I_f}{f} + 1 \right) \left(\frac{f}{8.I_f} \right)^{1/2} \cdot \frac{d_c}{H_{\text{dam}}} \quad (121)$$

Em que ΔH_{dam} é a diferença entre a altura do extravasor (H_{dam}) e a energia específica no pé do extravasor, I_f é a declividade da linha de energia definida por $I_f = f.q^2/(8.g.d^3)$ e “f” deve ser calculado com a equação 97.

Tozzi (1992, f.191, 212) apresenta uma metodologia para a determinação do perfil da superfície livre e a partir dela determinar a energia residual teórica na bacia de dissipação à jusante do extravasor em degraus. Como em tal proposição o escoamento é considerado gradualmente variado, é necessário o uso de um método numérico para a solução das equações envolvidas. Para tanto, o referido autor empregou diferenças finitas, por meio da aplicação da equação de Bernoulli generalizada, escrita da seguinte forma:

$$H_m - H_j = \bar{I}_f . \Delta l \quad (122)$$

Em que H_m e H_j são as energias totais do escoamento nas seções de montante e jusante, respectivamente, e o termo do lado direito da igualdade corresponde à perda de energia,

²⁰ Tozzi (1992, f.214), em análise semelhante à realizada por Stephenson (1991), concluiu que a dissipação de energia é maximizada quando a relação d/d_c é igual a 0,294, valor próximo daquele proposto por Stephenson (1991).

expressa pelo produto entre a declividade média da linha de energia e a distância Δl entre as seções correspondentes a H_m e H_j^{21} .

Para determinar a declividade da linha de energia em cada seção, Tozzi (1992, f.191-192) indica o uso da equação de Darcy-Weisbach, sendo o fator de resistência calculado com as equações 99 e 100. Em função dos resultados experimentais, Tozzi (1992, f.192) propõe a utilização do coeficiente de Coriolis (α_1) igual a 1,10, como comentado anteriormente.

Tozzi (1992) obteve a energia residual por outros dois métodos. O primeiro envolveu a medição da distribuição de velocidades do escoamento no final da calha (E_v). O segundo método, considerado indireto, foi realizado através da imposição da formação de um ressalto hidráulico na bacia de dissipação. Na avaliação da energia residual (H_{res}) através da formação de um ressalto hidráulico, o autor mediu a profundidade de jusante do ressalto (d_2) e, com a aplicação do teorema da quantidade de movimento, calculou a profundidade supercrítica (d_1) do ressalto.

Ao comparar as energias residuais teóricas e experimentais, Tozzi (1992, f. 212) observou que os resultados teóricos apresentam diferenças máximas da ordem de 14% e de 15% em relação aos valores de H_{res} e de E_v , respectivamente. Em um item seguinte, o referido autor observou que a dissipação de energia aumenta até certo limite em função das dimensões dos degraus. Com base nesta conclusão, o referido autor sugeriu a equação 123, que estabelece uma relação entre a altura de rugosidade [m] e a vazão específica [m^2/s] que conduz a uma máxima dissipação de energia (TOZZI, 1992, f.213):

$$k_{max} = 0,0764.q^{2/3} \quad (123)$$

Christodoulou (1993) realizou estudos experimentais sobre extravasores em degraus no Laboratório de Hidráulica Aplicada da Universidade Nacional Técnica de Atenas. O perfil utilizado foi do tipo indicado pela WES, com $h = 2,5$ cm e $l = 1,75$ cm, $\alpha = 55^\circ$, $H_{dam} = 35,93$

²¹ Ressalta-se que o termo “energia” é utilizado no presente trabalho por uma questão de tradição na terminologia técnica. Contudo, sabe-se que o termo p/γ corresponde ao trabalho executado pela força de pressão.

cm, precedido de uma transição composta de degraus de dimensões variáveis entre a crista e o paramento com degraus de dimensões constantes. Foram efetuadas medições de níveis em dois degraus da calha, para vazões entre 0,02 e 0,09 m³/(s.m), correspondendo ao regime de escoamento deslizante sobre turbilhões. Como resultado do seu trabalho, Christodoulou (1993, p.648) propôs o gráfico apresentado na Figura 48, que relaciona a energia dissipada relativa com um adimensional que envolve a profundidade crítica (d_c) com a altura dos degraus (h) e o número de degraus (N). Ressalta-se que este gráfico deve ser empregado com cuidado, uma vez que o modelo estudado pelo referido autor possuía pequenas dimensões. Em relação ao produto $N.h$, deve-se ter o cuidado de verificar a ocorrência do regime deslizante sobre turbilhões, além de adotar valores usuais para a altura “ h ”.

Figura 48 – Curva e dados experimentais apresentados por Christodoulou (1993) para avaliação da energia dissipada. Neste gráfico N é igual ao número de degraus.

Fonte: Adaptado de Christodoulou (1993).

Hager (1995, p.165) propôs a equação 124 (válida para $d_c/(N.h) < 0,25$) ajustada aos dados de Sorensen (1985) e Christodoulou (1993) apresentados na Figura 48.

$$\frac{\Delta H}{H_{\max}} = \exp\left(-30 \cdot \frac{d_c}{N \cdot h}\right) \quad (124)$$

Chanson (1993), assumindo que o regime deslizante sobre turbilhões atinge características uniformes ao longo da calha do extravasor, apresentou as equações 125 e 126.

$$\frac{\Delta H}{H_{\max}} = 1 - \frac{\left(\frac{f_e}{8 \cdot \text{sena}}\right)^{1/3} \cdot \cos \alpha + 0,5 \cdot \left(\frac{f_e}{8 \cdot \text{sena}}\right)^{-2/3}}{\frac{3}{2} + \frac{H_{\text{dam}}}{d_c}} \quad [\text{vertedor sem comportas}] \quad (125)$$

$$\frac{\Delta H}{H_{\max}} = 1 - \frac{\left(\frac{f_e}{8 \cdot \text{sena}}\right)^{1/3} \cdot \cos \alpha + 0,5 \cdot \left(\frac{f_e}{8 \cdot \text{sena}}\right)^{-2/3}}{\frac{H_{\text{dam}} + H_o}{d_c}} \quad [\text{vertedor com comportas}] \quad (126)$$

Sendo f_e calculado a partir das equações propostas pelo autor, H_{dam} igual a altura do extravasor, $H_{\max}$ é a soma da altura do vertedor com a carga sobre a soleira e $\Delta H = H_{\max} - H_{\text{res}}$, com $H_{\text{res}} = d \cdot \cos(\alpha) + q^2 / (2 \cdot g \cdot d^2)$. A dedução da equação 125 pode ser encontrada em Simões (2006, f.51-52). H_o é a carga a montante da comporta.

Chamani e Rajaratnam (1999a, p.367) apresentaram resultados correspondentes a dissipação de energia proporcionada pelos degraus. Os modelos estudados por estes pesquisadores possuíam degraus com $h = 125 \text{ mm}$, $h = 62,5 \text{ mm}$, $h = 31,5 \text{ mm}$ e declividades correspondentes a $\alpha = 59,03^\circ$ e $\alpha = 51,34^\circ$. A Figura 49, apresentada a seguir, ilustra os resultados destes pesquisadores, relacionando a energia dissipada ($\Delta E = \Delta H$ apenas nesta Figura) em relação a energia total a montante ($E_u = H_{\max}$, apenas nesta Figura) com a vazão específica no modelo físico.

Figura 49 – Energia dissipada relativa em regime deslizante no modelo físico.
Fonte: Chamani e Rajaratnam (1999a, p.367).

Povh (2000) avaliou a dissipação de energia em modelo reduzido construído na escala 1:25, correspondente a um extravasor com o paramento em degraus com declividade de 1V:0,75H, altura de 41,5 m, degraus de 0,60 m de altura, com vazões entre 4,21 e 27,11 m³/(s.m). Este autor fez uso do método indireto descrito anteriormente, posicionando o ressalto hidráulico 15 cm a jusante do pé do extravasor. Nesse estudo o modelo utilizado possuía uma contracurva em concreto alisado no pé do extravasor, fato que influenciou os resultados relativos à dissipação da energia. Utilizando os resultados obtidos, os referidos autores sugeriram o uso das equações 127 e 128 para estimar a energia residual na base do vertedor em degraus:

$$\frac{H_{res}}{H_{max}} = 1 - 0,039 \cdot \frac{H_{dam}}{d_c}, \text{ válida para } \frac{H_{dam}}{d_c} \leq 13,25 \quad (127)$$

$$\frac{H_{res}}{H_{max}} = 0,719 \cdot e^{-0,03 \cdot \frac{H_{dam}}{d_c}}, \text{ válida para } 13,25 < \frac{H_{dam}}{d_c} \leq 34,07 \quad (128)$$

Boes e Hager (2003a), com base em estudos experimentais e considerações teóricas desenvolveram um modelo destinado a prever a energia residual em função de H_{dam}/d_c , k/D_h e

α . A metodologia proposta por estes autores envolve as equações 129, 123, 124 e 125, devendo-se observar as condições indicadas para a aplicação de cada uma delas.

$$\frac{H_{res}}{H_{max}} = \exp \left[\left(-0,045 \left(\frac{k}{D_h} \right)^{0,1} \cdot (sen\alpha)^{-0,8} \right) \cdot \frac{H_{dam}}{d_c} \right] \quad (129)$$

Válida para $H_{dam}/d_c < 15$ a 20. Para calcular o diâmetro hidráulico D_h , os autores sugerem o uso da equação 130, que fornece a profundidade equivalente do escoamento uniforme. Se o escoamento uniforme não é atingido, Boes e Hager (2003a, p.677) sugerem uma interpolação linear entre a profundidade uniforme (d_o), calculada com a equação 130, e a profundidade no ponto de incipiência da aeração (y_A), calculada com a equação 62. Deve-se, no entanto, considerar apenas a profundidade de água (profundidade equivalente) no ponto de incipiência. Deste modo, é necessário calcular a concentração média de ar nesta posição por meio da equação 77 e em seguida calcular a profundidade equivalente $d_A = y_A \cdot (1 - \bar{C}_i)$, com a qual é efetuada a interpolação linear com a profundidade d_o .

$$\frac{d_o}{d_c} = 0,215 \cdot (sen\alpha)^{-1/3} \quad (130)$$

$$\frac{H_{res}}{H_{max}} = \frac{\omega}{\frac{H_{dam}}{d_c} + \omega} \quad (131)$$

$$\omega = \left(\frac{f_b}{8 \cdot sen\alpha} \right)^{1/3} \cdot \cos\alpha + \frac{\alpha_1}{2} \cdot \left(\frac{f_b}{8 \cdot sen\alpha} \right)^{-2/3} \quad (132)$$

Válida para $H_{dam}/d_c \geq 15$ a 20. O uso da equação 132 envolve o cálculo de f_b , que deve ser efetuado com a equação 106.

Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2004) explicam, com base em estudos experimentais, que se o adimensional h/d_c é maior do que 0,25, a energia residual relativa H_{res}/d_c varia muito pouco com h/d_c . Para a região de escoamento quase-uniforme, considerando a ocorrência do escoamento deslizante sobre turbilhões Tipo A (ver Figura 28), os referidos autores propuseram o uso da seguinte equação:

$$\left(\frac{H_{res}}{d_c}\right)_{uniforme} = \left(\frac{f}{8 \cdot \sin \alpha}\right)^{1/3} \cdot \cos \alpha + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{f}{8 \cdot \sin \alpha}\right)^{-2/3} \quad (133)$$

Para o escoamento deslizando sobre turbilhões Tipo B (ver Figura 28):

$$\left(\frac{H_{res}}{d_c}\right)_{uniforme} = \left(\frac{f}{8 \cdot \sin \alpha}\right)^{1/3} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{f}{8 \cdot \sin \alpha}\right)^{-2/3} \quad (134)$$

Para o uso das equações 133 e 134, deve-se determinar o fator de resistência com as equações 114 a 118. Os referidos autores comentam que em vertedores em concreto alisado, a equação 133 pode ser empregada com f entre 0,014 e 0,020. As equações 133 e 134 são conceituais.

Para a região de escoamento não uniforme, Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2004) explicam que H_{res}/d_c depende de H_{dam}/d_c , h/d_c e α . Com o objetivo de calcular a energia residual em estruturas nas quais o escoamento uniforme não é estabelecido, os referidos autores desenvolveram uma formulação empírica, apresentada a seguir.

$$\left(\frac{H_{res}}{d_c}\right)_{n\tilde{a}o-uniforme} = 1,5 + \left[\left(\frac{H_{res}}{d_c}\right)_{uniforme} - 1,5 \right] \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{H_{dam}}{H_{dam,u}}\right)^m \right] \quad (135)$$

$$m = -\frac{\alpha}{25} + 4 \quad (136)$$

Válida para $5,7^\circ \leq \alpha \leq 55^\circ$, com α em graus; $0,1 \leq h/d_c$ (desde que ocorra escoamento deslizando) e $5 \leq H_{dam}/d_c \leq H_{dam,u}/d_c$. Em que $H_{dam,u}$ é a altura necessária para que ocorra o escoamento uniforme. A equação necessária para o cálculo deste valor será apresentada na seção correspondente a ocorrência do escoamento uniforme (equação 139).

As formulações e resultados apresentados neste item do trabalho estão fundamentados quase que exclusivamente em estudos experimentais. Arantes (2007), como mencionado em alguns tópicos anteriores, simulou o escoamento em vertedores em degraus por meio da dinâmica dos fluidos computacional. Entre os seus resultados numéricos o autor encontrou uma boa concordância com resultados experimentais de Sorensen (1985) e Christodoulou (1933). O autor também realizou uma segunda comparação, empregando a equação 125, com

$f = 0,235$, e, exceto para pequenos valores de H_{dam}/d_c , Arantes (2007) comenta que houve uma aproximação razoável entre os resultados.

3.7 ESCOAMENTO QUASE-UNIFORME EM VERTEDORES EM DEGRAUS

A ocorrência do escoamento quase-uniforme em vertedores em degraus foi investigada por alguns pesquisadores como Matos e Quintela (1995a), Yildiz e Kas (1998), Christodoulou (1999), citado por Boes e Minor (2000)²², Boes e Minor (2000), Boes e Hager (2003a,b), Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2004) e Simões (2006). Matos e Quintela (1995a) sugeriram que o escoamento uniforme em calhas com declividade em torno de 1V:0,75H ocorre para H_{dam}/d_c maior que valores entre 25 e 30, aproximadamente. Yildiz e Kas (1998), para declividade semelhante (1V:0,75H), indicaram que $H_{\text{dam}}/d_c \geq 20$ levam a ocorrência do escoamento uniforme. Christodoulou (1999), citado por Boes e Minor (2000), desenvolveu a equação 137 para a avaliação da ocorrência do escoamento uniforme.

$$L_u = \frac{8,6.q^{0,71}}{h^{0,07} \cdot (\cos \alpha)^{0,07} \cdot (\sin \alpha)^{0,28}} \quad (137)$$

Em que L_u é o comprimento longitudinal (paralelo ao pseudo-fundo) medido desde a crista do vertedor até a posição de início do escoamento uniforme.

Boes e Minor (2000, p.167) sugeriram que o escoamento uniforme ocorrerá se o comprimento da calha for maior ou igual a $L_u = 30.d_c$ (para $\alpha = 30^\circ$) ou maior ou igual a $L_u = 45,7.d_c$ (para $\alpha = 50^\circ$).

Boes e Hager (2003a, p.674), a partir da equação diferencial do escoamento permanente gradualmente variado (EPGV) e da equação de Manning, desenvolveram a equação 138 para o cálculo da altura $H_{\text{dam},u}$, em função da inclinação da calha e da profundidade crítica. A metodologia empregada por estes pesquisadores (curva de remanso) fornece, a partir de uma determinada distância, profundidades que se aproximam

²² CHRISTODOULOU, G. (1999). Design of stepped spillways for optimal energy dissipation. *Hydropower & Dams*. 6(5): 90-93.

assintoticamente da profundidade uniforme. Deste modo, os referidos autores assumiram que posição de escoamento uniforme é aquela na qual a profundidade do escoamento é 2% maior do que a profundidade uniforme.

$$\frac{H_{dam,u}}{d_c} \cong 24.(\sin \alpha)^{2/3} \quad (138)$$

Em uma formulação mais abrangente, Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2004), para calhas com α entre $5,7^\circ$ e 55° desenvolveram a equação 139 para a determinação da posição de início da zona de escoamento quase-uniforme. Percebe-se que a formulação apresentada por estes autores indica que o adimensional $H_{dam,u}/d_c$ é função da altura do degrau (h), da profundidade crítica (d_c) e do ângulo de inclinação da calha (α), tendo sido obtida a partir do ajuste a dados experimentais. Em função da dificuldade encontrada nas medições de profundidades aeradas, Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2004) utilizaram uma metodologia indireta para a avaliação da ocorrência do escoamento quase-uniforme que consistiu medir a profundidade subcrítica de ressaltos hidráulicos formados a jusante da calha em degraus.

$$\frac{H_{dam,u}}{d_c} = \frac{5,7 + 6,7 \cdot \exp\left(-6,5 \cdot \frac{h}{d_c}\right)}{-1,21 \cdot 10^{-5} \cdot \alpha^3 + 1,60 \cdot 10^{-3} \cdot \alpha^2 - 7,13 \cdot 10^{-2} \cdot \alpha + 1,30} \quad (139)$$

Segundo Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2004), a equação 139 é válida para $5,7^\circ \leq \alpha \leq 55^\circ$ e $0,1 \leq h/d_c \leq 1$, e o ângulo α deve ser utilizado em graus. A Figura 50 a seguir ilustra graficamente a equação anterior, destacando uma importante semelhança entre as equações 138 e 139, ou seja, a partir de determinado valor do adimensional h/d_c , em torno de 0,4, a ocorrência do escoamento quase-uniforme, indicada pelo adimensional $H_{dam,u}/d_c$, depende apenas do ângulo de inclinação da calha em degraus, como indicado pela equação 138.

Figura 50 – Ocorrência do escoamento quase-uniforme - Equação 139 (a); simbologia (b).
Fonte: desenvolvido pelo autor com a equação proposta por (OHTSU, YASUDA e TAKAHASHI, 2004).

Simões (2006, f.84-85), a partir da equação diferencial do escoamento permanente gradualmente variado e da equação de Darcy-Weisbach obteve, para diferentes valores do fator de resistência, curvas que relacionam $H_{res}/H_{máx}$ com H_{dam}/d_c . O referido autor também empregou a formulação correspondente ao escoamento uniforme para o cálculo da relação entre $H_{res}/H_{máx}$ e H_{dam}/d_c (equação 125). A interseção entre os resultados do regime uniforme e não uniforme indicou uma possível posição para ocorrência do escoamento uniforme. No trabalho mencionado os resultados variaram com o fator de resistência e , considerando $f = 0,20$, demonstrou-se que $H_{dam,u}/d_c = 16$ (resultado conservador em relação aos demais).

3.8 TÓPICOS ESPECÍFICOS RELACIONADOS AO PROJETO DE VERTEDORES EM DEGRAUS (*Skimming Flow*)

Neste item serão apresentados alguns resultados e métodos específicos sobre o projeto de vertedores em degraus. Entre os tópicos a serem abordados, encontram-se, por exemplo, profundidades subcríticas de ressaltos estabelecidos na bacia de dissipação, critérios para dimensionamento dos muros laterais, ressaltos submersos e extensão do escoamento recirculante.

3.8.1 Algumas características de ressaltos hidráulicos a jusante de vertedores em degraus

Diez-Cascon *et al.* (1991) estudaram experimentalmente dois modelos de vertedores em degraus com 1V:0,75H, $H_{\text{dam}} = 3,8 \text{ m}$, $B = 0,80 \text{ m}$, $h = 3,0 \text{ cm}$ e $h = 6,0 \text{ cm}$, construídos na escala geométrica 1:10. A concordância entre a calha em degraus e a bacia de dissipação foi feita através de um arco de circunferência com raio igual a 46 cm. As vazões específicas empregadas nos experimentos variaram entre $0,68 \text{ m}^2/\text{s}$ e $8,85 \text{ m}^2/\text{s}$, sendo que o regime deslizante sobre turbilhões ocorreu para vazões superiores a $1,25 \text{ m}^2/\text{s}$ (valores de protótipo). Em função da dificuldade de se obter medições precisas de profundidades ao longo da calha em degraus, os autores mediram conjugados subcríticos de ressaltos estabelecidos na bacia de dissipação.

Os referidos autores calcularam os quadrados dos números de Froude correspondentes aos conjugados subcríticos (Fr_2^2) e notaram que este adimensional permaneceu aproximadamente constante e igual a 0,041. Com base neste resultado, Diez-Cascon *et al.* (1991) obtiveram a equação 140, que relaciona a vazão específica (q) com o conjugado subcrítico (d_2), devendo ser utilizada de acordo com o sistema internacional de unidades.

$$d_2 = 1,355.q^{2/3} \quad (140)$$

Além das medições de “ d_2 ”, Diez-Cascon *et al.* (1991) obtiveram profundidades na zona em degraus do vertedouro (para $h = 0,60$) e consideraram tais valores iguais aos conjugados supercríticos (d_1). Os autores comentaram que estas profundidades (d_1) foram maiores do que os valores teóricos calculados com a equação da quantidade de movimento aplicada a um ressalto estabelecido em um canal retangular (equação 141), sendo este fato justificado pelo ar incorporado ao escoamento.

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8.Fr_2^2} - 1 \right) \quad (141)$$

Finalmente, considerando a equação 140, a equação 70 (para estimar a concentração média de ar do escoamento) e o teorema da quantidade de movimento, Diez-Cascon *et al.*

(1991, p.26) sugerem o uso da equação 142 para o cálculo da profundidade aerada a montante do ressalto.

$$\left(\frac{d_{1a}}{d_2}\right)^3 - \left(\frac{d_{1a}}{d_2}\right)\left(\frac{1,08}{\rho_1/\rho_2}\right) + \frac{0,08}{(\rho_1/\rho_2)^2} = 0 \quad (142)$$

Em que ρ_1 = massa específica da mistura bifásica ar-água a montante do ressalto e ρ_2 = massa específica da água a jusante do ressalto. Note que $1 - C_{mean} = \rho_1/\rho_2$ se a massa de ar em ρ_1 for considerada aproximadamente igual a zero. O uso desta equação consiste nos seguintes passos: para uma dada vazão específica “q” a equação 140 fornece d_2 . A razão entre as massas específicas é calculada com a equação 70 e o quadrado de Fr_2 é igual a 0,041. Deste modo, resta apenas o conjugado supercrítico aerado (d_{1a}), calculado com a equação 142.

Estudos experimentais realizados na África do Sul por Pegram *et al.* (1999) em modelos físicos com 1V:0,6H ($\alpha = 59,04^\circ$) permitiram a obtenção de conjugados subcríticos de ressaltos estabelecidos a jusante do vertedor para diferentes vazões específicas. Considerando uma escala de transposição de 1:10, os autores obtiveram resultados para $H_{dam} = 30$ m, $h = 0,25$ m, $h = 0,50$ m, $h = 1,0$ m, $h = 2,0$ m e vazões entre $0,8$ m²/s e $3,8$ m²/s. Para uma escala de 1:20, os resultados corresponderam a $H_{dam} = 58$ m, $h = 0,50$ m, $h = 1,0$ m, $h = 2,0$ m e vazões entre $1,8$ m²/s e $21,7$ m²/s (para $h = 2,0$ m) e $q \leq 9$ m²/s (para $h = 1,0$ m). Após analisar os seus resultados, os referidos autores chegaram à equação 143.

$$d_2 = 2,96.d_c^{0,89} \quad (143)$$

Considerando a definição de profundidade crítica para um canal retangular, nota-se que a equação 143 é semelhante à equação 140, proposta por Diez-Cascon *et al.* (1991), válida, porém, para 1V:0.6H, além das restrições impostas pelo modelo físico. Adicionalmente os autores apresentaram uma relação entre a energia residual e a profundidade d_2 , representada pela equação 144 e válida para o modelo na escala 1:20.

$$H_{res} = 5,35.d_2^{0,692} \quad (144)$$

Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2000b, p.950) explicam que, com respeito à profundidade subcrítica de um ressalto formado imediatamente a jusante de um vertedor em degraus, uma análise dimensional conduz à seguinte relação funcional (Φ):

$$\frac{d_2}{d_c} = \Phi \left(\frac{H_{dam}}{d_c}, \frac{h}{d_c}, \text{tg} \alpha \right) \quad (145)$$

Com base em dados experimentais e considerações teóricas, Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2000b, p.951) demonstraram que d_2/d_c é independente da relação h/d_c , enquanto varia com H_{dam}/d_c até um determinado valor. Como exemplo, os autores afirmam que para $\alpha = 55^\circ$, se $H_{dam}/d_c > 28$ o adimensional $d_2/d_c = 2,55$ ($0,6 \leq h/d_c \leq 1,25$). Prosseguindo com a discussão, Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2000b, p.951) chamam a atenção para a influência da localização do ressalto nos resultados experimentais. De acordo com os autores, se o início do ressalto ocorrer no espelho do degrau (Figura 51a), os valores de d_2/d_c serão maiores do que no caso de um ressalto com início na posição onde a pressão no fundo é máxima em função da curvatura das linhas de corrente (Figura 51b).

Figura 51 – Influencia da localização do ressalto na avaliação de d_2/d_c .
Fonte: Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2000b, p.950-951).

Os dados obtidos por Pegram *et al.* (1999), que originaram as equações 143 e 144, correspondem à Figura 51a. Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2000b, p.951) compararam os seus dados com aqueles obtidos por Pegram *et al.* (1999) e concluíram haver uma boa concordância, considerando a posição do ressalto (Figura 52). Nesta mesma figura, Ohtsu,

Yasuda e Takahashi (2000b, p.951) também demonstram as afirmações do parágrafo anterior, com respeito à influência da posição do ressalto.

Figura 52 – Influência da localização do ressalto na avaliação de d_2/d_c . Comparação entre dados experimentais de Pegram *et al.* (1999) com $\alpha = 59,04^\circ$ e Ohtsu *et al.* (2000b) com $\alpha = 55^\circ$ ($0,6 \leq h/d_c \leq 1,25$).
Fonte: Adaptado de Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2000b, p.951).

Para vertedores em degraus com $5,7^\circ \leq \alpha \leq 55^\circ$, Ohtsu *et al.* (2004) apresentaram resultados semelhantes aos apresentados na Figura 52. O gráfico proposto pelos autores, encontrado na Figura 53, é válido para $0,5 \leq h/d_c$ (desde que ocorra o escoamento deslizante sobre turbilhões) e possui uma faixa de aplicação considerável graças aos limites estudados. Além dos trabalhos mencionados anteriormente, pode-se citar estudos realizados por Tozzi (1992) e Povh (2000), que também obtiveram as profundidades conjugadas do ressalto a jusante de vertedores em degraus. Os resultados obtidos por estes pesquisadores, assim como aqueles citados antes deles, serão utilizados posteriormente em comparações com o modelo desenvolvido no presente trabalho.

Figura 53 – Variação de d_2/d_c com H_{dam}/d_c para $5,7^\circ \leq \alpha \leq 55^\circ$ e $0,5 \leq h/d_c$ (escoamento deslizante sobre turbilhões)
 Fonte: Adaptado de Ohtsu *et al.* (2004, p.862).

3.8.2 Escoamento mergulhante (*plunging flow*) em vertedores em degraus

A transição de um escoamento de supercrítico para subcrítico em um canal íngreme seguido de um canal horizontal inclui uma considerável recirculação do escoamento. No interior do fluido os perfis de velocidade revelam um escoamento reverso característico de ressaltos submersos. Por questões de segurança, a redução do comprimento da região de recirculação é de grande importância para o projeto de bacias de dissipação a jusante de vertedores. Este item do trabalho apresentará um método, desenvolvido por Yasuda e Ohtsu (2000), destinado a reduzir o comprimento do escoamento recirculante por meio do uso de vertedores em degraus. As variáveis envolvidas na metodologia em questão já foram apresentadas anteriormente, exceto pelo comprimento do escoamento recirculante (L_c) e pela altura de jusante h_d , como indicado na Figura 54a.

Figura 54 – Definição das variáveis envolvidas (a) e exemplo de escoamento mergulhante (b) (modelo didático, SHS/EESC/USP, 2008).

Com base em estudos experimentais, Yasuda e Ohtsu (2000, p.147) afirmaram que o uso de canais em degraus reduz a região de recirculação em relação aos canais em concreto alisado. Estes pesquisadores investigaram o fenômeno considerando uma grande variedade de condições experimentais, como destacado na Tabela 4, a seguir.

Tabela 4 – Condições experimentais estudadas por Yasuda e Ohtsu (2000, p.147)

$\alpha = 5,7^\circ$	$9,5 \leq H_{dam}/d_c \leq 19,1$	$0,2 \leq h/d_c \leq 0,8$	$2,0 \leq h_d/d_c \leq 11,0$
$\alpha = 11,3^\circ$	$6,2 \leq H_{dam}/d_c \leq 11,0$	$0,2 \leq h/d_c \leq 0,9$	$2,0 \leq h_d/d_c \leq 5,8$
$\alpha = 19^\circ$	$6,2 \leq H_{dam}/d_c \leq 19,0$	$0,3 \leq h/d_c \leq 0,9$	$2,1 \leq h_d/d_c \leq 9,0$
$\alpha = 30^\circ$	$9,1 \leq H_{dam}/d_c \leq 33,3$	$0,2 \leq h/d_c \leq 1,0$	$2,3 \leq h_d/d_c \leq 10,0$
$\alpha = 55^\circ$	$6,3 \leq H_{dam}/d_c \leq 41,8$	$0,2 \leq h/d_c \leq 1,2$	$2,5 \leq h_d/d_c \leq 9,0$

3.8.2.1 Condições de escoamentos mergulhantes

Yasuda e Ohtsu (2000, p.149) explicam que as condições do escoamento mergulhante em vertedores em degraus dependem da vazão (ou vazão específica), do ângulo de inclinação do canal (α) e da profundidade de jusante para uma determinada altura do vertedor (H_{dam}) e altura dos degraus (h).

Para $0^\circ \leq \alpha \leq 14^\circ$ - 19° , os referidos autores comentam que nem sempre o escoamento mergulhante é estabelecido, sendo observáveis diferentes configurações do perfil da superfície

livre, como indicado na Figura 55 (a-d). Para $19^\circ \leq \alpha \leq 55^\circ$ o escoamento mergulhante sempre ocorre graças a forte declividade do canal Figura 55 (e-g). Nestes casos, os autores relatam que a comprimento de escoamento circulante é menor do que em estruturas sem degraus. Particularmente, em relação aos canais com maiores inclinações e submetidos a grandes profundidades de jusante (h_d), o escoamento principal ascende desde o fundo do canal em pequenas distâncias, como na Figura 55g (YASUDA e OHTSU, 2000, p.149).

Figura 55 – Padrões de escoamento em canais em degraus.
Fonte: Yasuda e Ohtsu (2000, p.148).

Considerando uma estrutura sem degraus, Ohtsu e Yasuda (1991) dividiram o escoamento em duas categorias. A primeira categoria, correspondente a $0^\circ < \alpha \leq 19^\circ$, se destaca pela formação de um ressalto hidráulico com rolo na superfície. Para pequenas profundidades de jusante, o ressalto ocorre nas duas partes do canal, *i.e.*, no trecho inclinado e no trecho horizontal. Para grandes profundidades de jusante o ressalto é estabelecido na parte inclinada do canal. Se $\alpha \geq 23^\circ$, as condições do escoamento dependem da profundidade de jusante. Para grandes valores de h_d (profundidade de jusante), ocorre um escoamento de alta velocidade ao longo do fundo do canal que se estende ao longo de grandes distâncias para jusante. Neste caso, observa-se uma extensa região de escoamento recirculante, sendo muito pequeno o efeito do rolo do ressalto na dissipação de energia cinética.

3.8.2.2 Comprimento da região de recirculação em escoamentos mergulhantes

O comprimento da região de escoamento recirculante pode ser avaliado a partir de considerações fundamentadas em análise dimensional. Considerando as informações anteriores, Yasuda e Ohtsu (2000, p.149) sugerem a seguinte função adimensional:

$$\frac{L_c}{d_c} = \Phi \left(\frac{H_{dam}}{d_c}, \alpha, \frac{h}{d_c}, \frac{h_d}{d_c} \right) \quad (146)$$

Em que L_c é o comprimento da região de escoamento recirculante e d_c é a profundidade crítica ($d_c = (q^2/g)^{1/3}$, para um canal retangular). O final da região de recirculação é definido na primeira seção onde o escoamento, observado na superfície, não se desloca para montante (YASUDA e OHTSU, 2000, p.149).

Para degraus altos ($0,4-0,6 \leq h/d_c \leq 1,20$), o efeito do adimensional h/d_c no comprimento da região de circulação (L_c/d_c) é muito pequeno, como pode ser visto na Figura 56. Neste caso, a resistência oferecida pelos degraus ao escoamento é constante para uma determinada inclinação. As Figuras 57a, 57b e 57c mostram a relação entre L_c/d_c e h_d/d_c para vertedores em degraus ($0,4-0,6 \leq h/d_c \leq 0,9-1,2$) e estruturas lisas (YASUDA e OHTSU, 2000).

Figura 56 – Efeito do canal em degraus no comprimento da região de recirculação.
Fonte: Yasuda e Ohtsu (2000, p.150).

Para $0^\circ < \alpha \leq 14^\circ$ - 19° , L_c/d_c em um vertedor em degraus é sempre menor do que em um canal liso (Figura 57a), e a região de circulação forma-se completamente em um dos degraus, como mostrado nas Figuras 55a e 55d (YASUDA e OHTSU, 2000).

Para $19^\circ \leq \alpha \leq 55^\circ$, o comprimento relativo L_c/d_c em vertedores em degraus depende de h_d/d_c e H_{dam}/d_c para uma determinada inclinação do canal (Figura 57b). Se a altura da barragem H_{dam} é aumentada ($H_{dam}/d_c \geq 16$), o efeito da profundidade de jusante h_d/d_c sobre o comprimento L_c/d_c é reduzido. Para maiores valores de h_d/d_c o comprimento da região de circulação do escoamento pode ser reduzido para mais de 50% em relação a calhas íngremes sem degraus. Em tais casos, o escoamento no canal em degraus fica aerado e o decaimento da velocidade do escoamento supercrítico é maior do que em estruturas lisas (YASUDA e OHTSU, 2000).

Figura 57 – Relações entre L_c/d_c e h_d/d_c para diferentes canais de forte declividade.
Fonte: Adaptado de Yasuda e Ohtsu (2000, p.150).

3.8.2.3 Decaimento do perfil de velocidades

As Figuras 58a e 58b mostram o decaimento da velocidade e a distribuição de velocidades do escoamento mergulhante em canais em degraus. A Figura 58c apresenta algumas definições como a velocidade máxima do perfil (U_m), a profundidade equivalente (d), o número de Froude [$Fr = V/(g.d.\cos\alpha)^{1/2}$] e a velocidade média ($V = q/d$). Na Figura 58a, d_2 é o conjugado subcrítico de um ressalto livre (não submerso definido como $d_2/d = \{(8.Fr^2.\cos\alpha + 1)^{1/2} - 1\}/2$ e na Figura 58c, l_o é o comprimento da região de recirculação ao longo do fundo do canal.

Figura 58 – Redução da velocidade (a), perfis de velocidade (b) e esquema com definições (c).
Fonte: Adaptado de Yasuda e Ohtsu (2000, p.150).

A Figura 58a mostra que o decaimento da velocidade máxima em um canal em degraus (linha pontilhada) e em uma estrutura sem degraus ($h/dc = 0$, linha cheia). Nota-se que a velocidade máxima (U_m) decai dentro de uma menor distância, sendo reconhecido o efeitos dos degraus no decaimento da velocidade, como explicam Yasuda e Ohtsu (2000, p.152).

3.8.3 Perfil da superfície livre e altura dos muros laterais

O conhecimento do perfil da superfície livre do escoamento é de fundamental importância para a determinação da altura dos muros laterais. A descrição do escoamento deslizante sobre turbilhões revela que ao longo do paramento de jusante do vertedor existem regiões do escoamento com características diferentes. Nas proximidades da crista, o perfil da superfície livre é liso e bem definido com profundidades decrescentes em direção a base do vertedor. A jusante do ponto de incipiência da aeração este comportamento é drasticamente

alterado em função da incorporação de ar, de modo que as profundidades passam a crescer no sentido do escoamento, até que seja atingido o escoamento quase-uniforme (se $H_{\text{dam}} \geq H_{\text{dam,u}}$).

Boes e Minor (2000, p.169), fundamentados no desenvolvimento apresentado em Hager e Boes (2000), sugeriram a equação 147. Estes pesquisadores recomendam o seu uso para o projeto dos muros laterais em conjunto com a equação 148 (α entre 30° e 50°).

$$d_{90}(x) = 0,55 \cdot \left(\frac{q^2 \cdot h}{g \cdot \sin \alpha} \right)^{1/4} \cdot \operatorname{tgh} \left(\frac{\sqrt{g \cdot h \cdot \sin \alpha}}{3 \cdot q} \cdot (x - L_A) \right) + 0,42 \cdot \left[\frac{q^{10} \cdot h^3}{(g \cdot \sin \alpha)^5} \right]^{1/18} \quad (147)$$

Em que $d_{90}(x)$ é a profundidade correspondente a $C = 0,9$ (variável dependente) e x a posição longitudinal ao longo da calha.

$$L_A = 9,72 \cdot \frac{q^{0,86} \cdot \cos \alpha}{g^{0,43} \cdot (\sin \alpha)^{0,43} \cdot h^{0,29}} \quad (148)$$

Boes e Minor (2000, p.169) comentam que a porção volumétrica de água acima da profundidade d_{90} é negligenciável, mas o desenvolvimento de intensos respingos (*spray*) pode implicar na formação de nevoeiros ou em estradas cobertas com gelo, além de outros efeitos indesejados. A profundidade d_{95} (correspondente a $C = 0,95$) é cerca de 12% maior do que d_{90} , ao passo que $d_{99}/d_{90} \cong 1,40$ (BOES, 2000). Isto deve ser levado em conta no projeto dos muros guias, sobretudo quando o corpo da barragem for propenso a erosões. Boes e Minor (2000, p.169) sugerem o uso da seguinte relação:

$$h_{\text{muros}} = \eta \cdot d_{90} \quad (149)$$

Em que h_{muros} é a altura de projeto dos muros e η um fator de segurança, igual a 1,20 para barragens de concreto sem preocupações com erosões na face de jusante e 1,50 em casos de vertedores de emergência em barragens de terra propensas a erosões. Os fatores de segurança levam em conta o aumento da altura do *spray* no protótipo, ocasionado pelo elevado grau de turbulência, que é mais alto do que nos modelos físicos (BOES, 2000).

Frizell, Matos e Pinheiro (2000, p.184) com base em estudos experimentais realizados em vertedores com 1V:2H, 1V:4H e 0,8V:1H indicam que a altura dos muros pode ser calculada por meio da profundidade d_{90} . Para o cálculo desta variável, os referidos autores sugerem o uso das equações 150 e 151. A equação 150 (Darcy-Weisbach) fornece a profundidade equivalente, devendo-se empregar $f = 0,08$. A equação 151 permite o cálculo da concentração média de ar para uma determinada posição x , sendo que L_A e y_A devem ser calculados com as equações 59 e 60. Finalmente, a profundidade d_{90} é obtida por meio da equação 69 [$d = (1 - C_{mean}) \cdot d_{90}$].

$$f = \frac{2 \cdot g \cdot D_h \cdot \sin \alpha}{q^2 / d^2} \quad (150)$$

$$C_{mean} = 0,23 + 0,017 \cdot \left(\frac{x - L_A}{y_A} \right)^{0,46} \quad (151)$$

Em que $D_h = 4 \cdot R_h = 4 \cdot B \cdot d / (B + 2 \cdot d)$ e B = largura do vertedor.

Esta metodologia foi recomendada em um artigo específico sobre o projeto de degraus para a proteção de barragens de terra. De acordo com os autores, muitas barragens deste tipo têm sido consideradas inseguras em função da capacidade inadequada dos seus vertedores, sobretudo quando da ocorrência de cheias extremas. Este fato tem motivado o desenvolvimento de sistemas de proteção de barragens de terra, dentre os quais se encontra o uso de coberturas com blocos de concreto de tal maneira que a geometria final se assemelhe a um canal em degraus.

Matos (2000b) apresentou resultados provenientes de estudos realizados no Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC) em um modelo físico com 1V:0,75H, $h = 0,08$ m, $H_{dam} = 2,90$ m e $B = 1,0$ m. Vazões de até 200 L/s foram testadas nos experimentos. Entre as suas recomendações, o referido autor sugere o uso das equações 55, 56, 69, 152 e/ou 153, 154 e 155, com as quais é possível calcular d_{90} .

$$C_{mean} = 0,210 + 0,297 \cdot \exp \left\{ -0,497 \left[\ln \left(\frac{x - L_A}{y_A} \right) - 2,972 \right]^2 \right\} \quad (152)$$

Válida para $0 < (x - L_A)/y_A < 30$.

$$C_{mean} = \left[0,888 - 1,065 \cdot \left(\frac{x - L_A}{y_A} \right)^{-0,5} \right]^2 \quad (153)$$

Válida para $(x - L_A)/y_A \geq 30$.

$$\frac{d}{y_A} = \frac{1}{1 + J_1 \cdot \left(\frac{x - L_A}{y_A} \right)^{0,5}} \quad (154)$$

$$J_1 = \left[21,338 - \frac{13,815}{(d_c / h)^2} \right]^{-1} \quad (155)$$

Tatewar e Ingle (2000), para estruturas com declividade em torno de 1V:0,70H sugerem o uso da equação 76, proposta por Hager (1991), em conjunto com a equação 156, sugerida por Straub e Anderson (1958). Nota-se que o uso da equação 156 requer o cálculo da profundidade equivalente (d). Para tanto, os referidos autores indicam o uso da equação de Manning considerando o canal largo. O coeficiente de Manning, por sua vez, deve ser calculado com a equação 157, desenvolvida por Knight e MacDonald (1979). As equações 76 e 156 foram desenvolvidas para calhas lisas, mas os referidos autores comentam que checaram a validade das mesmas por meio de comparações com os dados de Sorensen (1985) e Diez-Cascon *et al.* (1991).

$$\frac{d_{90}}{d} = \left[1 + 2 \cdot (\bar{C}_u - 0,25)^2 \right] \quad (156)$$

$$\left(\frac{q \cdot n}{\sqrt{\sin \alpha}} \right)^{0,1} \cdot \frac{1}{n \cdot g^{1/2}} = 0,25 + 19 \cdot \log \left(\frac{1}{\cos \alpha} \right) + 5,75 \cdot \log \left[\left(\frac{q \cdot n}{\sqrt{\sin \alpha}} \right)^{0,6} \cdot \frac{1}{k} \right] \quad (157)$$

Em que n é o coeficiente de Manning e k a altura de rugosidade dos degraus ($k = h \cdot \cos \alpha$).

Povh e Tozzi (2001a) sugerem o uso do *Standard Step Method* para o cálculo das profundidades do escoamento ao longo da calha em degraus. Os resultados assim obtidos correspondem a profundidades equivalentes (não aeradas), devendo-se empregar a equação 74 para estimativa da concentração média de ar e, em seguida, a equação 69, para o cálculo de d_{90} . Os autores destacam que este método deve ser empregado no pré-dimensionamento da altura dos muros, restringindo-se a declividade de 1V:0,75H e características semelhantes a aquelas do modelo estudado por Povh (2000), apresentado anteriormente.

3.8.4 Projeto da soleira padrão e degraus com alturas variáveis

Os perfis Creager (1917) e Scimemi (1930) são amplamente utilizados projeto de vertedores lisos e em degraus com declividades em torno de 1V:0,75H. Entre soleira padrão e a calha com degraus de alturas constantes, normalmente são construídos degraus com dimensões variadas, crescentes no sentido da crista para a calha. Em vertedores lisos, o perfil padrão da soleira é projetado até o ponto de tangência. A partir do ponto de tangência traça-se um trecho com inclinação constante. De acordo com Khatsuria (2005, p.122-123), o emprego de um perfil alisado até o ponto de tangência pode não ser a melhor opção em vertedores em degraus, uma vez que o uso dos degraus a montante deste ponto implica em uma maior dissipação de energia.

Elviro García e Mateos Iguacel (1995)²³, citados por Drewes e Gehrke (2000, p.23-24), desenvolveram um perfil, denominado CEDEX²⁴ *profile*, no qual o primeiro degrau começa a uma distância $H_o/3$ do eixo axial da soleira padrão (H_o = carga de projeto), sendo o seu comprimento igual a $H_o/8$ e a sua altura determinada por meio do perfil padrão. As dimensões dos pisos dos degraus subseqüentes são $H_o/7$, $H_o/6,5$, $H_o/6$, $H_o/5,5$, $H_o/5$ etc. até o ponto de tangência, como indicado na Figura 59.

²³ ELVIRO GARCÍA, V.; MATEOS IGUACEL, C. (1995). Aliviaderos escalonados. Diseño de la transición entre al umbral y la rápida escalonada. Ingeniería Civil, n.99.

²⁴ Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas (CEDEX), Madrid Espanha.

Figura 59 – Projeto dos degraus de transição (CEDEX *profile*).

Diferentes exemplos de geometrias de transição podem ser encontrados na literatura, como em Tozzi (1992, p.57-58), referentes a estudos realizados no Centro de Hidráulica e Hidrologia Professor Parigot Souza (CEHPAR), Povh (2000, p.77) e Sanagiotto (2003). Quanto ao projeto da soleira padrão, recomenda-se o uso dos trabalhos clássicos, que podem ser encontrados em Porto (2006, p.397-400).

3.8.5 Aeradores de fundo e redução de *spray*

3.8.5.1 Estudos experimentais (VAW, ETH Zurich)

Como mencionado em seções anteriores, ao longo do escoamento deslizante sobre turbilhões ocorrem regiões com características diferentes. A montante do ponto de incipiência da aeração, devido ao fato do escoamento ser praticamente monofásico, existe a possibilidade de ocorrência de cavitação, sobretudo para elevadas vazões específicas (ou velocidades). De acordo com Pfister, Hager e Minor (2006a, p.850), a adoção de vertedores em degraus está limitada a vazões específicas de até $30 \text{ m}^2/\text{s}$ ($h = 1,20 \text{ m}$), enquanto que estruturas lisas podem operar com até $100 \text{ m}^2/\text{s}$. A introdução artificial de ar no escoamento é uma possível solução quando se pretende construir vertedores submetidos a altas velocidades, levando em conta que

concentrações de ar, em volume, da ordem de 7% a 8%, praticamente eliminam qualquer ação erosiva da cavitação de acordo com estudos de Peterka (1953) e Russell e Sheehan (1974).

Pfister, Hager e Minor (2006a, p.850) estudaram o uso de dois tipos de aeradores de fundo em um modelo físico com $B = 0,50$ m, $\alpha = 50^\circ$, $h = 0,093$ m e vazão de projeto da crista padrão igual a $0,863$ m²/s. A altura dos degraus no protótipo foi de $h = 1,20$ m e a vazão igual a 40 m²/s, com um fator de escala de 1:12,9. Para vazões que variaram de $0,11$ m²/s a $0,86$ m²/s, foram obtidas profundidades do escoamento (com uma ponta medidora), concentrações de ar locais e velocidades (por meio de uma sonda de fibra óptica).

A diferença entre os dois dispositivos estudados por estes pesquisadores consistiu basicamente na posição em que foi implantado um defletor. O aerador Tipo I, esquematizado na Figura 60a, possuía um defletor montado sobre a crista padrão e imediatamente a montante do primeiro degrau. No Tipo II o defletor foi posicionado no espelho do primeiro degrau, como pode ser visto na Figura 60b. Em ambos os casos havia um conduto para adução de ar posicionado nos muros laterais, como indicado nas referidas figuras.

Figura 60 – Aerador Tipo I (a); Aerador Tipo II (b)
Fonte: Adaptado de Pfister, Hager e Minor (2006a, p.851).

Considerando “z” como um eixo vertical com origem na soleira padrão e orientado para baixo, os referidos autores identificaram quatro regiões principais do escoamento ao longo do vertedor, como indicado na Figura 61.

Figura 61 – Esboço de um vertedor em degraus com aerador no primeiro degrau (PB = pseudo-fundo).

Fonte: Pfister, Hager e Minor (2006a, p.851).

A Região 1 é caracterizada por um escoamento não aerado ao longo de z_A ($z \leq z_A$), sendo que nesta região é identificado o comprimento do salto (escoamento defletido) ao longo de z_B . A Região 2, denominada região de transição, estende-se ao longo de z_C e z_D [para $0 < z_2 < (z_C + z_D)$]. A Região 3 é descrita como a região de desenvolvimento do escoamento ao longo de z_E ($0 < z_3 < z_E$). Finalmente, a Região 4 apresenta escoamento bifásico (mistura ar-água) uniforme $z_3 > z_E$ (PFISTER, HAGER e MINOR 2006a, p.851).

Ao longo do comprimento z_c , a concentração de ar no fundo (C_b) decresce significativamente, desde $C_b = 1$ (na cavidade sob o escoamento defletido) até valores muito menores do que este. Ao longo de z_D tal decrescimento é menos acentuado, ocorrendo até atingir um mínimo em $z_2 = z_C + z_D$. Nota-se que entre as regiões 1 e 2 o ar passa a ser incorporado ao escoamento através da superfície livre (Figura 61), de modo que ao longo de z_E a concentração de ar no fundo é crescente. A partir da região 4 (z_F), Pfister, Hager e Minor (2006a) explicam que o escoamento alcança características uniformes, ou seja, a concentração no fundo (C_b) deixa de variar com “ z ”, sendo representada por C_{bu} (concentração de ar uniforme no fundo). A Figura 62, apresentada a seguir, ilustra a descrição anterior.

Figura 62 – Variação da concentração de ar no fundo (C_b) ao longo de “ z ”.

Fonte: Pfister, Hager e Minor (2006a, p.851).

Após analisar os dados experimentais relativos aos dois tipos de aeradores (defletor na soleira e defletor no espelho), Pfister, Hager e Minor (2006a) concluíram que o alcance do jato defletido (posição z_B) é independente do aerador empregado. Com o intuito de prever o alcance do jato (z_B), os referidos autores sugeriram a equação 158.

$$\frac{z_B}{d_c} = 0,16 \left(\frac{d_c}{z_A} \right)^{-2} \quad (158)$$

Válida para $0,20 < d_c/z_A < 1,0$. Em que d_c = profundidade crítica [$d_c = (q^2/g)^{1/3}$].

Os autores comentam que o decréscimo da concentração de ar ocorreu até a posição $z_C/h = 1,5$, sendo este valor independente da vazão. Conseqüentemente, a maior parte do ar incorporado junto ao pseudo-fundo foi expulso em uma distância menor do que $2.h$, como explicam os autores. Baseados em observações de imagens de vídeos obtidas com equipamentos de alta velocidade, Pfister, Hager e Minor (2006a) explicam que a significativa quantidade de ar expelida do escoamento pôde ser associada a colisões do jato com o piso do degrau e a formação de vórtices que arrastam grande quantidade de ar.

A jusante de z_C , ao longo de z_D , os autores constataram que a relação entre a concentração de ar normalizada [$C_b(d_c/h)$] com o número do degrau $(z_2 - z_C)/h$ apresentou um comportamento senoidal. Tal anomalia foi atribuída a flutuações de pressões na cavidade de

ar (região 1) que implicaram um escoamento pulsante junto ao pseudo-fundo. Adicionalmente, os autores ressaltam que uma investigação detalhada do escoamento de ar junto ao pseudo-fundo provou que nenhuma quantidade de ar é perdida (entre degraus), ao longo de z_D . Considerando a concentração média de ar no pseudo-fundo ao longo de z_D , os referidos autores desenvolveram a equação 159.

$$C_{bm} \left(\frac{d_c}{h} \right) = 0,1 \cdot 10^{-0,035 \left(\frac{z_2 - z_c}{h} \right)} \quad (159)$$

Válida para $(z_2 - z_c)/h \geq 0$, em que C_{bm} é a concentração média de ar junto ao fundo. A relação entre z_D/h e d_c/h , por sua vez, resultou em duas curvas diferentes, dependendo do tipo de aerador. Dependendo da vazão, a curva $C_{bm}(q)$ da equação 159 é independente do tipo de aerador, de modo que os autores desenvolveram a seguinte equação²⁵:

$$\frac{z_D}{h} = 1,5 \cdot \left(\frac{d_c}{h} \right)^2 \quad (160)$$

Válida para $1 < d_c/h < 3$.

A jusante de z_D Pfister, Hager e Minor (2006a) ajustaram o crescimento da concentração de ar junto ao fundo por meio da equação 161 (com coeficiente de determinação $R^2 = 0,95$). Finalmente, os autores comentam que o uso dos aeradores estudados proporciona efeitos locais, uma vez que na região de equilíbrio a concentração de ar é semelhante a aquela encontrada em uma estrutura sem aeradores.

$$\frac{C_b}{C_{bu}} = \tanh \left[0,22 \cdot \left(\frac{z_3}{h} \right) \right] \quad (161)$$

Válida para $z_3 \geq 0$. Em que $\tanh$ = tangente hiperbólica. Para o cálculo da concentração de ar uniforme, os autores sugerem a equação 162, desenvolvida por Boes (2000, p.155)²⁶.

$$C_{bu} = 0,268 - 5,69 \cdot 10^{-3} \cdot F_* \quad (162)$$

²⁵ Pfister *et al.* (2006a) não mencionaram que vazões levaram à equação 160.

²⁶ O artigo que originou esta breve apresentação (PFISTER, HAGER e MINOR, 2006a) cita a equação 162 com um pequeno equívoco em F_* .

Válida para $\alpha = 50^\circ$.

Como discutido anteriormente, um dos fenômenos que pode limitar o uso de vertedores em degressos é a cavitação. Pfister, Hager e Minor (2006b) destacam que além do risco de cavitação, a ocorrência de intensos respingos de água (*spray*) é um segundo fenômeno que pode ocasionar alguns problemas, sobretudo quando o vertedor funciona com pequenas vazões. A ocorrência de *spray* é um incômodo para a engenharia hidráulica por várias razões, podendo-se mencionar, por exemplo, a possibilidade de erosão de maciços de terra adjacentes, a formação de névoas e estradas cobertas com gelo (em regiões frias), a perda de grande quantidade de água pela ação do vento e a necessidade de muros laterais elevados.

Em um modelo físico com características semelhantes ao modelo estudado por Pfister, Hager e Minor (2006a), Pfister, Hager e Minor (2006b) estudaram um aerador diferente daquele apresentado anteriormente. Os autores comentam que a idéia de empregar um defletor é uma abordagem lógica, mas implica em colisões do jato com degressos mais a jusante, resultando na formação de *spray* e expulsão de parte do ar incorporado. Estudos relacionados a distribuições de pressões nos degressos, como aqueles citados em seções anteriores, revelaram que as características do escoamento ao longo do vertedor ocasionam baixas pressões nos espelhos. O aerador estudado por Pfister, Hager e Minor (2006b) faz uso deste fenômeno e consiste basicamente em uma borda bidimensional curvada para baixo, composta por uma porção horizontal com origem no espelho e uma parte inclinada para baixo, como esquematizada na Figura 63b.

Figura 63 – Desenho esquemático com indicação das variáveis envolvidas no estudo de Pfister *et al.* (2006b) (nesta Figura $h_{90} = d_{90}$; PB = pseudo-fundo; z = eixo perpendicular ao PB no 1º degrau)
 Fonte: Pfister, Hager e Minor (2006a, p.851).

De acordo com Pfister, Hager e Minor (2006b), o princípio de funcionamento do aerador pode ser entendido da seguinte forma: a cavidade formada entre espelho e o piso do primeiro degrau é dividida uma zona com pressões positivas abaixo do aerador (devido à colisão do jato) e uma segunda zona com pressões negativas acima do aerador. De acordo com os autores, sem o uso de tal elemento de separação seriam necessárias pressões muito pequenas para que o ar fosse arrastado satisfatoriamente, de acordo com testes preliminares. Entre os resultados publicados por Pfister, Hager e Minor (2006b), encontram-se fotografias do modelo físico em funcionamento sem o uso do aerador e com o aerador. As Figuras 64(1a, 1b e 1c) e 64(2a, 2b e 2c) apresentam as referidas imagens, sendo que a Figura 64(1a) e a Figura 64(2a) correspondem às mesmas condições de ensaio, exceto pelo uso do aerador no

experimento ilustrado na Figura 64(2a). As demais fotografias apresentam a mesma correspondência entre si e os dados relativos a cada um dos três ensaios (a, b, c) podem ser vistos na Tabela 5.

Figura 64 – Modelo estudado por Pfister *et al.* (2006b): sem aerador (1a, 1b e 1c) e com aerador (2a, 2b e 2c)
 Fonte: Pfister, Hager e Minor (2006b, p.278-279).

A aparência esbranquiçada da água abaixo do pseudo-fundo (Figura 64(2b e 2c)), sobretudo a montante da posição de início da aeração superficial, permite visualizar claramente o efeito do aerador em relação ao modelo sem este dispositivo (Figura 64(1b e 1c)). Nota-se também a redução do *spray*, proporcionada pelo aerador (principalmente para a

menor vazão). Quanto aos valores encontrados na Tabela 5, cabe mencionar que aqueles em *itálico* foram obtidos por meio de equações propostas por Boes (2000) e Boes e Hager (2003a, 2003b). Após verificar os cálculos dos referidos valores em *itálico*, foi possível concluir que a profundidade equivalente uniforme (d_o) foi obtida com a equação 163. A concentração de ar média em regime uniforme (C_{au}) com a equação 164 e a concentração junto ao fundo (C_{bu}) com a equação 162, equações propostas por Boes (2000, p.135, 155). As profundidades d_{90o} foram calculadas partir da definição de profundidade equivalente e de C_{au} , equação 165.

$$\frac{d_o}{h} = 0,23 \cdot \left(\frac{q}{\sqrt{g \cdot h^3 \cdot \sin \alpha}} \right)^{0,65} \quad (163)$$

$$C_{au} = 0,6 - \frac{6,11}{10^3} \cdot \left(\frac{q}{\sqrt{g \cdot h^3 \cdot \sin \alpha}} \right) \quad (164)$$

$$C_{bu} = 0,268 - 5,69 \cdot \left(\frac{q}{\sqrt{g \cdot h^3 \cdot \sin \alpha}} \right) \quad (162)$$

$$d_{90o} = \frac{d_o}{1 - C_{au}} \quad (165)$$

Em relação ao cálculo de $x_i = 2,506 \text{ m}$ (posição de início da aeração com origem ($x = 0$) no primeiro degrau), Pfister explica que foi utilizada a equação 61 e, em seguida, subtraído o valor correspondente a distância desde a crista (origem de z_i) até o primeiro degrau (igual a 0,46 m). Entretanto, como $z_i - 0,46 = 2,38 - 0,46 = 1,92 \text{ m}$ é uma coordenada vertical e x_i inclinada, foi efetuada a rotação de z_i dividindo pelo seno de 50° (informação pessoal)²⁷.

²⁷ PFISTER, Michael. Mensagem recebida por simoes@sc.usp.br em 6 mar. 2008.

Tabela 5 – Dados dos experimentos com aerador (PFISTER, HAGER e MINOR, 2006b)

Teste	d_c [m]	h_o [m]	q [m ² /s]	q_{ar} [L/(s.m)]	x_i [m]	d_o [m]	C_{au} [-]	C_{bu} [-]	d_{900} [m]	β [%]
a	0,090	0,028	0,084	1,767	0,243	0,022	0,559	0,262	0,050	2,10
b	0,173	0,071	0,226	0,865	0,877	0,043	0,582	0,251	0,102	0,38
c	0,289	0,132	0,487	0,520	2,506	0,070	0,562	0,232	0,161	0,11

Simbologia: d_c = profundidade crítica; h_o = profundidade do escoamento perpendicular a interseção entre a soleira padrão e o espelho do primeiro degrau (ver Figura 61a); q = vazão específica de água; q_{ar} = vazão de ar por unidade de largura; x_i = posição de aeração incipiente no fundo; d_o = profundidade equivalente do escoamento uniforme; d_{900} = profundidade aerada do escoamento uniforme correspondente a $C = 0,9$; C_{au} = concentração média de ar do escoamento uniforme; C_{bu} = concentração de ar no fundo em escoamento uniforme; $\beta = q_{ar}/q_{\text{água}}$.

Como resultados dos seus estudos, os referidos pesquisadores desenvolveram as equações 166, 167, 168, 169, 170 e 171. A equação 166 relaciona a razão entre a concentração máxima de ar na seção transversal ($C_{\text{máx}}$) e o parâmetro $\beta = q_{ar}/q_{\text{água}}$, com a distância x/d_c .

$$\frac{C_{\text{máx}}}{\beta} = 7,5 \left(\frac{x}{d_c} \right)^{-1} \quad (166)$$

Válida para $0,5 < x/d_c < 5,0$. para o cálculo

Para um determinado valor de β , a concentração de ar máxima ($C_{\text{máx}}$) reduz linearmente desde a origem. Com o intuito de calcular a posição $z_{\text{máx}}$, correspondente a $C_{\text{máx}}$, os autores desenvolveram a equação 167, a partir do ajuste de dados experimentais.

$$\frac{z_{\text{máx}}}{d_c} = 0,035 \cdot \frac{x}{d_c} - 0,009 \quad (167)$$

Válida para $0,3 < x/d_c < 3,0$.

A espessura da camada da mistura ar-água acima do pseudo-fundo (z_A), indicada nas Figuras 63a e 63c, pode ser avaliada por meio da seguinte equação:

$$\frac{z_A}{d_c} = 0,3 \cdot \text{tgh} \left(\frac{x}{3 \cdot d_c} \right) \quad (168)$$

Válida para $0 < x/d_c < 5,0$.

Em relação à influência do aerador na dissipação de energia, os autores comentam que este dispositivo não prejudica o funcionamento do vertedor em degraus. Quanto à ocorrência do escoamento uniforme, Pfister, Hager e Minor (2006b) relatam que o mesmo não foi verificado em função do comprimento insuficiente da calha. Para a determinação do perfil da superfície livre de profundidades equivalentes, os autores sugeriram a equação 169.

$$\frac{d}{d_o} = 2 - 0,7 \cdot \log \left[\left(\frac{x - x_i}{d_c} \right) + 10 \right] \quad (169)$$

Válida para $-10 < (x - x_i)/d_c < +10$. Em que $d = [1 - C_{\text{mean}}] \cdot d_{90}$.

Para a avaliação do parâmetro β , os autores apresentaram a equação 170. Nesta equação, F_o é o número de Froude definido em termos de v_o e h_o (velocidade e profundidade do escoamento em $x = 0$ de acordo com a Figura 63a).

$$\beta = 0,0077 \cdot (F_o - 3,2) \quad (170)$$

Válida para $3,2 < F_o < 6,0$.

Redução dos respingos de água (*spray*)

Pfister, Hager e Minor (2006b, p.277-278) comentam que a adoção de um perfil com degraus de transição, como aquele apresentado na seção 3.8.4, reduz a formação de intensos respingos de água (*spray*), de modo que o vertedor funciona adequadamente para pequenas vazões²⁸. No entanto, os autores destacam que em função do elevado grau de dificuldade encontrado na execução da geometria de transição, a mesma apresenta um custo considerável.

Se um jato de água colide perpendicularmente com uma placa plana, observa-se a formação de uma grande quantidade de *spray*. De outro modo, para pequenos ângulos de incidência do jato, a formação de *spray* é bastante reduzida. Fundamentados neste princípio, Pfister, Hager e Minor (2006b) estudaram experimentalmente a redução da formação de *spray* por meio da alteração geométrica da extremidade do degrau, como esquematizado na Figura

²⁸ Tozzi (1992, p.247) explica que a geometria de transição evita que o escoamento salte entre degraus para pequenas vazões.

65. Os autores relataram que, para uma vazão $q = 0,040 \text{ m}^2/\text{s}$, a alteração da geometria dos dois primeiros degraus implicou na colisão do jato com o piso do terceiro degrau, de modo que o spray foi consideravelmente reduzido. O uso de tal dispositivo nos cinco primeiros degraus, segundo os referidos autores, promoveu a aderência do escoamento ao fundo de modo que o mesmo ocorreu em regime deslizante sobre turbilhões. A Figura 66 ilustra os dois casos mencionados, além da situação sem o dispositivo.

Figura 65 – Desenho esquemático do dispositivo utilizado para redução do ângulo de incidência do jato.
Fonte: Adaptado de Pfister, Hager e Minor (2006b, p.281).

Figura 66 – Redução do *spray*. (a) Geometria original; (b) Alteração nos dois primeiros degraus;
(c) Alteração nos cinco primeiros degraus.
Fonte: Pfister, Hager e Minor (2006b, p.281).

Com o uso de fotografias e o tratamento das mesmas, Pfister, Hager e Minor (2006b) definiram o limite entre a mistura ar-água e o *spray*. A altura máxima do *spray* foi definida como a profundidade d_{98} , correspondente a $C = 0,98$, sendo medida a jusante do último degrau modificado. Para apresentação de alguns resultados, os autores criaram uma origem

virtual para o escoamento do *spray*, definida como $x_o = (n_m + 1).h/\text{sen}\alpha$, em que n_m é o número de degraus modificados. Para vazões entre 0,020 m²/s e 0,160 m²/s, os referidos pesquisadores obtiveram dados experimentais que permitiram o ajuste da seguinte equação:

$$Y_s = [1,3.X_s.\exp(1 - 1,3.X_s)]^{1/2} \quad (171)$$

Válida para $0 < X_s < 1,5$. Em que $Y_s = (h_s - h_o)/(h_{s,\text{máx}} - h_o)$, $X_s = (x - x_o)/(h.F_o)$, h_s = altura do *spray* em função de “x”, h_o = profundidade no primeiro de grau (Figura 63a), $h_{s,\text{máx}}$ = valor máximo de h_s , x_o = definido no parágrafo anterior, h = altura do degrau e F_o = número de Froude em $x = 0$.

Quanto à máxima altura do *spray*, $h_{s,\text{máx}}$, o referidos autores propuseram, a partir do ajuste de dados experimentais, a seguinte equação adimensional:

$$\frac{h_{s,\text{máx}}}{h_o} = 6,6 \left(\frac{d_c}{h} \right)^{-2.\Omega} \quad (172)$$

Válida para $0,35 < (d_c/h)^\Omega < 1,5$. Em que $\Omega = (1+n_m)^{-1/3}$.

Recentemente, Zamora *et al.* (2008) apresentaram resultados de um terceiro estudo experimental sobre aeradores em vertedores em degraus. As características do modelo físico estudado são as mesmas daquele apresentado neste item do trabalho. O aerador estudado por estes pesquisadores (implantado no primeiro degrau) consistiu em um conduto com altura igual a $0,1.h$, instalado no espelho e conectado com a atmosfera. Adicionalmente, foi implantado um elemento horizontal acima do piso e abaixo do conduto. Tal elemento, segundo os autores, teve como objetivo melhorar o fornecimento de ar. Os autores constataram que acima de uma vazão máxima ($q_{\text{máx}}$) nenhum ar era transportado pelo duto, sendo este valor dependente da relação c/c_d e do ângulo ϕ (ver Figura 67). Após uma série de testes, concluiu-se que os valores empregados deveriam ser $c/c_d = 0,93$ e $\phi = 50^\circ$.

Figura 67 – Detalhe do aerador (PB = pseudo-fundo; *air supply* = adução de ar).
Fonte: Zamora *et al.* (2008, p.128).

Assim como nas investigações conduzidas por Pfister, Hager e Minor (2006b), Zamora *et al.* (2008) desenvolveram equações a partir do ajuste de dados experimentais com o intuito de descrever os fenômenos observados. Tais equações encontram-se apresentadas a seguir com os seus respectivos limites de aplicação. A simbologia é semelhante a aquela utilizada em equações anteriores.

1) Vazão de ar transportada (Q_{ar}/Q):

$$\beta = 0,0016.(F_o - 2,7)^3 + 0,001 \quad (173)$$

Sujeito a: $2,7 < F_o < 5,5$.

2) Posição vertical correspondente à máxima concentração de ar ($z_{máx}$):

$$\frac{z_{máx}}{d_c} = 0,025.x.\left(\frac{h}{d_c^3}\right)^{1/2} \quad (174)$$

Sujeito a: $0,1 < x.(h/d_c^3)^{1/2} < 2,3$.

3) Espessura da camada limite de ar (z_A):

$$\frac{z_A}{d_c} = 0,3.tgh.\left(\frac{x}{3.d_c}\right) \quad (175)$$

Sujeito a: $0 < x/d_c < 4$. Nota-se que esta equação é semelhante à equação 168, mas com intervalo o de validade diferente.

4) Máxima concentração de ar na seção transversal ($C_{máx}$):

$$\frac{C_{máx}}{C_o} = 5,0 \left(\frac{x}{d_c} \right)^{-1/2} \quad (176)$$

Sujeito a: $0,5 < x/d_c < 5$. Em que $C_o = Q_{ar}/(Q_{ar} + Q)$.

5) Dissipação de energia ($\Delta H = H_{máx} - H_{res}$):

$$\frac{\Delta H}{d_c} = 0,73 \cdot x \cdot \left(\frac{h}{d_c^3} \right)^{1/2} \quad (177)$$

Sujeito a: $0 < x \cdot (h/d_c^3)^{1/2} < 20$.

3.8.5.2 Simulações numéricas (EESC, USP)

Arantes (2007) menciona que o risco de cavitação é o principal problema em vertedores em degraus, de modo que a adoção de tais estruturas hidráulicas está limitada a vazões específicas da ordem de $10 \text{ m}^2/\text{s}$ a $15 \text{ m}^2/\text{s}$. O autor também destaca que a incorporação de ar ao escoamento é um fenômeno que pode evitar o risco de cavitação. Fundamentado neste fato, Arantes (2007) desenvolveu e simulou numericamente um aerador de fundo em um vertedor com $1V:0,75H$, $h = 0,50 \text{ m}$, para uma vazão máxima igual a $11,7 \text{ m}^2/\text{s}$. A geometria do aerador, incluindo detalhes específicos, pode ser encontrada em Arantes (2007, p.122-123) e é ilustrada na Figura 68a.

Entre os seus resultados, o referido autor relata que o aerador promove uma incorporação de ar suficiente para evitar a ocorrência de cavitação nos degraus mais próximos da entrada de ar. Arantes (2007) também concluiu que a energia dissipada pelos degraus é reduzida em função do uso do aerador, podendo chegar a valores até 13% menores em relação a uma estrutura sem aerador. A Figura 68b ilustra uma das visualizações dos resultados

3.8.6 Geometrias não convencionais e vertedores em degraus

3.8.6.1 Defletor implantado na base de um vertedor em degraus (TOZZI, 1992)

Objetivando afastar o local de dissipação de energia residual do escoamento do pé da barragem/vertedor, Tozzi (1992) estudou um defletor implantado na parte terminal da estrutura, cuja geometria pode ser vista na Figura 69, apresentada a seguir.

Figura 69 – Desenho esquemático do defletor horizontal (a); Dimensões básicas (b)
Fonte: Adaptado de Tozzi (1992, f.89, 91).

Segundo Tozzi (1992, f.89), os estudos permitiram a caracterização dos jatos efluentes do defletor, por meio da medição dos alcances “ l_1 ” e “ l_2 ” (Figura 69a). Para assegurar que a lâmina inferior do jato ficasse sujeita à pressão atmosférica, o referido autor instalou junto à parede lateral um tubo de aeração. As vazões específicas e alturas de rugosidade (k) para as quais Tozzi (1992) obteve os alcances do jato variaram entre 86,1 L/(s.m) e 201,4 L/(s.m) e entre 0,50 cm e 6,0 cm, respectivamente.

Após efetuar uma análise dimensional, envolvendo o alcance do jato (l), a profundidade do escoamento no final do defletor (d), vazão específica (q), aceleração da gravidade (g) e a altura de rugosidade (k), Tozzi (1992, f.229) chegou a seguinte função adimensional:

$$\frac{l}{d} = \Phi\left(F_r, \frac{d}{k}\right) \quad (178)$$

Em que F_r é o número de Froude em termos de “d”.

Tozzi (1992, f.229) comenta que, devido à incorporação de ar no escoamento, a profundidade no final do defletor não foi obtida experimentalmente, mas calculada pelo método das diferenças finitas. Após algumas considerações, o referido autor propôs duas curvas (reproduzidas na Figura 70) que relacionam l_1/d_c e l_2/d_c com q [L/(s.m)], válidas para escoamento uniforme e $d/k < 1,80$ (TOZZI, 1992, f.229).

Figura 70 – Relação entre os parâmetros l_1/d_c , l_2/d_c e q [L/(s.m)] para $\alpha = 53,13^\circ$ (1V:0,75H), escala 1:15
Fonte: Adaptado de Tozzi (1992, f.233).

3.8.6.2 Estudo experimental em modelo físico com degraus espaçados

Kanashiro (1995) estudou, através de um modelo físico (escala 1:15), o uso de degraus espaçados ao longo da calha e o efeito desta geometria na dissipação de energia. O aspecto geral da estrutura investigada por este autor pode ser visto na Figura 71. A obtenção experimental de velocidades médias foi feita por meio de um minimolinete e através da medição do alcance do jato a jusante do final da calha. Entre as suas conclusões, Kanashiro (1995) comenta que a dissipação de energia depende do espaçamento entre degraus (L) e da relação entre a profundidade do escoamento e altura de rugosidade (k). Para um dado

espaçamento, o referido autor destaca que a dissipação de energia diminui com o aumento da vazão, assim como em um vertedor com degraus convencionais.

Figura 71 – Geometria dos degraus espaçados (a); modelo físico: $q = 10 \text{ m}^2/\text{s}$ (valor referente ao protótipo) (b).
Fonte: Adaptado de Kanashiro (1995).

3.8.6.3 Degráus inclinados e com soleira terminal

Chinnarasri e Wongwises (2006) apresentaram resultados de estudos experimentais relacionados a canais em degraus com geometrias não convencionais. Como esquematizado na Figura 72, as configurações estudadas por estes pesquisadores incluíram calhas em degraus com pisos horizontais e com pisos inclinados. Adicionalmente, os mesmos analisaram e apresentaram resultados provenientes dos estudos realizados por Chaturabul (2002)²⁹ citado por Chinnarasri e Wongwises (2006), em degraus com soleira terminal.

Figura 72 – Geometria estudada por Chinnarasri e Wongwises (2006); (a) degraus convencionais; (b) degraus inclinados e (c) degraus com soleira terminal.
Fonte: Chinnarasri e Wongwises (2006)

²⁹ CHATURABUL, T (2002). “Experimental study of flow behavior through stepped channels with end sills”. MS thesis, King Mongkut’s University of Technology Thonburi, Bangkok, Thailand (em Tailandês).

Para modelos com $B = 40$ cm, $H_{\text{dam}} = 1,50$ m ($\alpha = 30^\circ$; $h = 7,5$ mm), $H_{\text{dam}} = 2,12$ m ($\alpha = 45^\circ$; $h = 10,6$ mm) e $H_{\text{dam}} = 2,60$ m ($\alpha = 60^\circ$; $h = 13$ mm), as vazões testadas variaram entre 4 L/s e 68 L/s. Detalhes sobre as dimensões dos parâmetros geométricos envolvidos nos estudos relativos aos degraus inclinados podem ser vistos na Tabela 6. Quanto aos degraus com soleira terminal, os valores de m (altura característica) avaliados foram 5 mm, 10 mm e 15 mm.

Tabela 6 – Dimensões dos degraus inclinados (Chinnarasri e Wongwises (2006))

α [graus]	l [cm]	h [cm]	θ [graus]	m [cm]
30	13,0	7,5	10	2,29
			20	4,73
			30	7,51
45	10,6	10,6	10	1,87
			20	3,86
			30	6,12
60	7,5	13,0	10	1,32
			20	2,73
			30	4,33

Algumas características dos escoamentos ao longo dos canais mencionados foram ilustradas por Chinnarasri e Wongwises (2006), como apresentado na Figura 73. As Figuras 73(1a), 73(2a) e 73(3a) correspondem a uma estrutura convencional, com degraus horizontais, submetidas aos escoamentos quedas sucessivas, transição e deslizante sobre turbilhões, respectivamente. A identificação das demais ilustrações segue a mesma lógica. A predição da ocorrência de um dos três regimes de escoamento pode ser efetuada com as equações 6 e 51, propostas pelos mesmos autores. Para degraus com soleira terminal, entretanto, deve-se substituir o ângulo θ por $\text{tg}^{-1}(m/l)$.

Figura 73 – Degraus convencionais (a), inclinados (b) e com soleira terminal (c); escoamento em quedas sucessivas (1), escoamento de transição (2) e escoamento deslizando sobre turbilhões (3).

(*free-falling nappe* - escoamento em queda livre; *air pocket* - cavidade de ar; *spray* - intensos respingos; *hydraulic jump* - ressalto hidráulico; *recirculation pool* - piscina de recirculação; *flow recirculation* - escoamento vorticoso ou recirculante).

Fonte: Chinnarasri e Wongwises (2006, p.73-74).

Para degraus inclinados e com soleira terminal, Chinnarasri e Wongwises (2006) avaliaram a dissipação de energia para diferentes configurações dos parâmetros envolvidos. Entre os seus resultados, estes pesquisadores sugeriram uma metodologia para o cálculo da energia dissipada relativa ($\Delta H/H_{\text{máx}}$, em que $H_{\text{máx}}$ = energia total a montante). Para tanto, deve-se utilizar a equação 178 em conjunto com as equações 179 e 180 ou 181 e 182 para o cálculo dos coeficientes envolvidos.

$$\frac{\Delta H}{H_{\text{máx}}} = \zeta_1 \left(\frac{d_c}{h} \right)^{\zeta_2} \quad (178)$$

a) Degraus inclinados ($0,682 \leq \zeta_1 \leq 0,792$; $-0,255 \leq \zeta_2 \leq -0,211$; $0,10 \leq m/h \leq 1,0$):

$$\zeta_1 = -0,034 \cdot \ln \left(\frac{h^2}{m \cdot l} \right) + 0,767 \quad (179)$$

$$\zeta_2 = -0,015 \cdot \ln\left(\frac{l}{m}\right) - 0,216 \quad (180)$$

b) Com soleira terminal ($0,700 \leq \zeta_1 \leq 0,782$; $-0,245 \leq \zeta_2 \leq -0,192$; $0,04 \leq m/h \leq 0,20$):

$$\zeta_1 = -0,028 \cdot \ln\left(\frac{h^2}{m \cdot l}\right) + 0,812 \quad (181)$$

$$\zeta_2 = -0,030 \cdot \ln\left(\frac{l}{m}\right) - 0,149 \quad (182)$$

Considera-se válido destacar algumas observações sobre as equações anteriores. Sabe-se que a dissipação de energia ($\Delta H/H_{\text{máx}}$) depende do parâmetro H_{dam}/d_c , como os próprios autores mencionaram em uma breve análise dimensional. Entretanto, tal relação não é levada em consideração na metodologia apresentada. O termo $H_{\text{máx}}$, neste caso não é necessariamente igual a $H_{\text{dam}} + 1,5 \cdot d_c$, pois os autores não especificaram a carga sobre a soleira. No entanto, julga-se razoável adotar a simplificação $H_{\text{dam}} + 1,5 \cdot d_c$, sobretudo porque a soleira do modelo estudado era horizontal e espessa. Para avaliar o limite de aplicação das equações anteriores, em relação ao parâmetro H_{dam}/d_c , sugere-se o uso das informações relativas à configuração experimental, descrita anteriormente.

Em um estudo anterior, Chinnarasri e Wongwises (2004) desenvolveram a equação empírica adimensional 183 para o cálculo da velocidade média no início da bacia de dissipação, válida para degraus inclinados com a mesma geometria descrita acima, com θ em graus e d_c/h entre 0,25 e 2, aproximadamente.

$$\frac{V_1}{\sqrt{g \cdot H_{\text{dam}}}} = 0,131 \cdot \ln\left(\frac{d_c}{H_{\text{dam}}}\right)^3 + 0,036 - 0,0009 \cdot \theta \quad (183)$$

Takahashi, Yasuda e Ohtsu (2008) apresentaram, em uma breve discussão, resultados de estudos correspondentes a um canal em degraus com soleira terminal e $\alpha = 30^\circ$. De acordo com estes pesquisadores, o escoamento em quedas sucessivas em estruturas com tais características pode ser subdividido em três classes: (1) *nappe flow* Tipo 1, sem formação de

rolo na superfície (para elevadas vazões ou pequenos valores do termo h/d_c); (2) *nappe flow* Tipo 3, com formação de rolo na superfície (para pequenas vazões ou elevados valores de h/d_c) e (3) *nappe flow* Tipo 2, padrão intermediário que caracteriza uma transição entre os dois outros. Neste caso, em alguns degraus ocorre a formação de rolo na superfície, enquanto que em outros não. A Figura 74, a seguir, ilustra os diferentes tipos descritos.

Figura 74 – Condições do escoamento para degraus com soleira terminal com $\alpha = 30^\circ$; (a) *Nappe flow* Tipo 1; (b) e c) *Nappe flow* Tipo 2 em regime variável; (d) *Nappe flow* Tipo 3.

Fonte: Takahashi, Yasuda e Ohtsu (2008, p.115).

Maiores informações, como critérios para identificação de cada um dos tipos de escoamentos descritos anteriormente (*nappe flow* Tipos 1, 2 e 3) podem ser encontradas em Takahashi, Yasuda e Ohtsu (2008). Para a geometria estudada, os referidos autores concluíram que a energia dissipada pelos degraus com soleira terminal é maior do que aquela correspondente a degraus com pisos horizontais, como pode ser visto na Figura 75, a seguir.

Figura 75 – Comparação entre a energia dissipada por degraus com soleira terminal $m/h > 0$ e sem soleira terminal com o piso horizontal $m/h = 0$.
Fonte: Takahashi, Yasuda e Ohtsu (2008, p.115).

3.8.6.4 Canais em degraus com manipuladores de turbulência

Gonzalez e Chanson (2008) apresentaram resultados de estudos experimentais relativos a canais em degraus com $h = 0,10$ m, $3,3$ m de comprimento, $1,0$ m de largura, declividade de $1V:2,5H$ ($\alpha = 21,8^\circ$) e vazões entre $0,10$ e $0,19$ m³/s. Tais condições, segundo ao autores, resultaram na ocorrência do escoamento deslizante sobre turbilhões, com números de Reynolds ($Re = V.D_h/\nu$) entre 4.10^5 e 8.10^5 .

No referido trabalho, foram testadas sete configurações geométricas, dentre as quais seis eram não convencionais. Como ilustrado na Figura 76a, foram instaladas palhetas triangulares (*vanes* ou manipuladores de turbulência) entre as cavidades formadas pelos degraus. Sendo “W” a largura do canal e “b” o espaçamento entre palhetas, a configurações testadas foram: (1) $b = W = 1,0$ m (sem *vanes*); (2) $b = W/4 = 0,25$ m (3 *vanes* em fila); (3) $b = W/4 = 0,25$ m (3 ou 4 *vanes* em zigzag); (4) $b = W/8 = 0,125$ m (7 *vanes* em fila); (5) $b = W/8 = 0,125$ m (7 ou 8 *vanes* em zigzag); (6) $b = W/8 = 0,125$ m (7 *vanes* em fila, com alternância entre degraus) e (7) $b = W/8 = 0,125$ m (7 ou 8 *vanes* em zigzag, com alternância entre degraus).

Figura 76 – Configurações geométricas (a); detalhe das palhetas triangulares (*vanes*) em zigzag.
 Fonte: (a) - Gonzalez e Chanson (2008); (b) - Gonzalez e Chanson (2007).

Para cada configuração testada, Gonzalez e Chanson (2008) apresentaram distribuições adimensionais de concentração de ar e de velocidades, além de terem avaliado a intensidade da turbulência³⁰ e a magnitude do fator de resistência de Darcy-Weisbach. Segundo os autores, a influência das palhetas triangulares na distribuição de concentração de ar foi insignificante. Para valores de y/d_{90} menores que 0,5 a 0,7, o efeito dos manipuladores

³⁰ Para estudar a intensidade da turbulência, estes pesquisadores utilizaram o adimensional $Tu = u'/V$, em que u' é o desvio padrão da componente longitudinal da velocidade V , calculada com dados obtidos com uma sonda condutora. O valor de Tu apresentado pelos autores não correspondeu a um valor local, mas a uma média espacial entre dois sensores das sondas. Maiores detalhes podem ser encontrados em Gonzalez (2005).

de turbulência foram significativos na distribuição de velocidades (V/V_{90}). Quanto à distribuição do nível de turbulência (Tu , y/d_{90}), os autores comentam que o uso das palhetas aumenta a turbulência em 40%, quando comparada com uma estrutura sem estes dispositivos, sendo que os valores máximos ocorreram para as configurações 3 e 5.

Em relação ao fator de resistência calculado com profundidades equivalentes, Gonzalez e Chanson (2008) apresentaram resultados obtidos em diferentes posições transversais z/b (ver eixo “ z ” na Figura 76a). De acordo com os mesmos, os resultados revelaram que a configuração em zigzag ofereceu maior resistência ao escoamento do que as demais. Considerando médias ao longo da largura do canal (z/b), foram apresentados valores do fator de resistência iguais a 0,16 (sem *vanes*), 0,21 (3 e 7 *vanes* em fila), 0,20 (7 *vanes* em fila com alternância entre degraus). Para as configurações em zigzag, (configurações 3, 5 e 7), foram obtidos valores do fator de resistência iguais a 0,22; 0,22 e 0,21, respectivamente.

3.8.7 Breves considerações sobre efeitos de escala em vertedores em degraus

Efeito de escala é a consequência da não similaridade entre o modelo físico e o protótipo, resultante do fato de que nem todos os números adimensionais pertinentes são iguais no modelo e no protótipo (ASCE Task Committee, 1982, p.848). Os modelos físicos de vertedores em degraus são normalmente concebidos por meio da lei de semelhança de Froude (Fr), todavia, aspectos como a aeração do escoamento e o campo de pressões devem levar em conta outros adimensionais. Entre tais parâmetros, pode-se mencionar, por exemplo, os números de Reynolds (Re), Weber (We) e Cauchy (Ca).

Investigações experimentais relativas a um aerador de fundo implantado em uma calha lisa, conduzidas por Pinto (1988, p.100), em modelos de escalas 1:50, 1:30, 1:15 e 1:8 revelaram que o fenômeno de aeração depende do número de Weber a menos que este parâmetro atinja um valor crítico, situado entre 500 e 1000.

Chanson, Yasuda e Ohtsu (2002, p.817) recomendam que modelos físicos de vertedores em degraus construídos através da lei de semelhança de Froude tenham degraus com alturas maiores que 2 cm e $Re > 10^5$ [$Re = q.D_h/(d.v)$], quando se pretende estudar o fator de resistência de Darcy-Weisbach. Estes pesquisadores avaliaram mais de 38 estudos em modelos reduzidos e quatro protótipos com α entre 5,7° e 55°.

Boes e Hager (2003b, p.662) comentam que para uma similaridade verdadeira entre modelo e protótipo, quando se estuda a aeração, deveriam ser consideradas leis de semelhança de Froude, Reynolds e Weber. Entre as suas conclusões, os autores recomendam que $Re \geq 10^5$ e $We \geq 100$, em que $Re = q/v$ e $We = u_m/\{[\sigma/(\rho.L_s)]^{1/2}\}$. Considerando vertedores com $h = 60$ cm, os referidos autores sugerem que o fator de escala seja menor do que 15.

Chanson e Gonzalez (2005, p.249), após a avaliação de dados experimentais obtidos em modelos físicos de vertedores em degraus com α entre 3,4° e 16°, h entre 0,05 m e 0,143 m e $B = 0,5$ m e $B = 1,0$ m concluíram que a modelagem física de tais estruturas é mais sensível aos efeitos de escala do que a de vertedores lisos, quando se utiliza a similaridade de Froude.

3.8.8 Breves considerações sobre a re-oxigenação da água

Um dos mais importantes parâmetros de qualidade da água de rios é a quantidade de oxigênio dissolvido, de modo que a concentração deste gás na água é o principal indicador de qualidade. Barragens construídas nas seções transversais de rios influenciam a dinâmica de transferência de oxigênio entre o ar e a água, alterando assim as condições existentes antes da implantação deste tipo de estrutura. O funcionamento do sistema extravasor propicia uma significativa incorporação de ar no escoamento, condição esta favorável à absorção de oxigênio da atmosfera.

Em vertedores seguidos de bacias de dissipação por ressalto hidráulico, além da incorporação de ar a jusante do ponto de início da aeração, ocorre uma importante entrada de

ar graças à elevada turbulência gerada no interior da onda estacionária, como pode ser visto nas Figuras 77a e 77b. Estruturas submetidas ao escoamento em quedas sucessivas também proporcionam entrada de ar e conseqüente re-oxigenação da água, como na Figura 77 (c). Exemplos diferentes dos vertedores em degraus são vertedores lisos tipo salto esqui e o escoamento sobre um degrau, como pode ser visto nas Figuras 77 (d-h).

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

Figura 77 – Exemplos de escoamentos aerados e estruturas hidráulicas: (a) e (b) Ressalto hidráulico a jusante de um vertedor em degraus (modelo didático, SHS/EESC/USP, 2008); (c) Vertedor em degraus da barragem Gold Creek, Austrália (TOOMBES, 2002); (d) Barragem Pindobaçu (Bahia), com vertedor Creager, paramento de jusante liso e *flip bucket*; (e) Vertedor salto esquí de Itaipu; (f, g) Modelo físico de um vertedor salto esquí da ETH/VAW, Suíça (SCHMOCKER *et al.*, 2008); (h) Escoamento sobre um degrau no Córrego do Tijuco Preto, São Carlos/SP.

Considerando um vertedor em degraus, sabe-se que as velocidades médias são menores em relação a uma calha lisa. Consequentemente, o tempo de residência das bolhas de ar no interior da massa líquida é maior. Sendo assim, espera-se que os vertedores em degraus sejam mais eficientes na re-oxigenação da água do que os vertedores lisos. Certamente outros fatores podem favorecer o processo de re-oxigenação, como o escoamento vorticoso entre degraus. Nesta região, apesar do fluido ser renovado devido a ejeções aleatórias, diversos resultados de estudos experimentais revelaram uma considerável recirculação de ar.

Chanson (2002, p.196) apresentou uma comparação entre calhas lisas e em degraus. Como parâmetro, o referido autor utilizou a eficiência na aeração em termos de oxigênio dissolvido (E_{15}) a 15°C (subscrito “15”), com indicado na equação 184, a seguir.

$$E = \frac{C_{DS} - C_{US}}{C_S - C_{US}} \quad (184)$$

Em que C representa, neste caso, a concentração de oxigênio na água [M].[L⁻³]. O subscrito “DS” indica que a concentração foi medida a jusante da barragem, “US” a montante e “S” indica a concentração de saturação.

A Figura 78, a seguir, ilustra a avaliação realizada por Chanson (2002), em que o parâmetro E_{15} varia com H_{dam}/d_c . Nota-se na Figura 78(a) que os resultados experimentais

confirmam as hipóteses levantadas na discussão apresentada anteriormente, ou seja, para um mesmo valor de H_{dam}/d_c , a aeração promovida pela calha em degraus é maior do que aquela observada em estruturas lisas.

A Figura 78 (b) por sua vez, contém informações relativas aos sub-regimes NA1 e NA2 e o regime deslizante sobre turbilhões. Sobre os dados ali encontrados, é interessante notar que a transferência de oxigênio aumenta com a altura de queda (H_{dam} ou h no caso de um degrau), para uma mesma vazão. Observa-se também que para pequenos valores de H_{dam}/d_c o parâmetro E_{15} (ou E_{15} (oxygen) como indicado nas figuras) é muito pequeno. Isto se deve ao fato de que para elevadas vazões ou pequenas alturas H_{dam} a aeração do escoamento é muito pequena (ou nula) e, conseqüentemente, o processo de re-oxigenação também é reduzido. Sobre o regime deslizante sobre turbilhões, Chanson (2002, p.198) comenta que a declividade da calha e o parâmetro h/d_c influem muito pouco na eficiência E_{15} .

(a)

Figura 78 - Comparação entre vertedores em degraus submetidos ao regime deslizante sobre turbilhões e vertedores em concreto alisado (Kost dam e Faribault dam) (a); Comparação entre os sub-regimes NA1 e NA2 (quedas sucessivas com e sem ressalto, respectivamente) e escoamento deslizante sobre turbilhões (b)
Fonte: Chanson (2002, p.196-197).

Para obtenção dos valores calculados (linha pontilhada e linha tracejada na Figura 78(a)), o referido autor empregou uma formulação semi-empírica, baseada na Lei de Fick associada à Lei de Henry. Adicionalmente, foram utilizadas equações empíricas para o cálculo do coeficiente de transferência de massa e resultados experimentais para o cálculo da área interfacial (entre o ar contido nas bolhas e a água que as cerca). Maiores detalhes podem ser encontrados em Chanson (2002, p.181-198).

Com esta breve apresentação sobre aspectos relacionados à re-oxigenação da água, percebe-se mais uma vantagem proporcionada pelos degraus ao longo da calha em relação a uma estrutura lisa. Nota-se também que o escoamento em queda livre, ou sobre um degrau, proporciona uma considerável re-oxigenação da água. Além dos aspectos comentados, Toombes (2002, p.4) explica que canais em degraus podem ser uma opção para a remoção de componentes orgânicos voláteis em estações de tratamento.

4 MATERIAIS E MÉTODOS

4.1 CONSTRUÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO UTILIZADO

4.1.1 Considerações Iniciais

A dedução desenvolvida neste item tem como objetivo expor os fundamentos e limitações do modelo matemático empregado no presente trabalho. Trata-se da construção de uma formulação que inicialmente pode ser classificada como conceitual e determinística, uma vez que a mesma tem origem na 2ª Lei do Movimento de Newton e não leva em conta a chance de ocorrência das variáveis. Como será visto mais adiante, o uso do equacionamento proposto só foi possível em conjunto com equações ou parâmetros obtidos pela via experimental, portanto, a formulação final é classificada como semi-empírica.

Com respeito aos pontos de partida da modelação, cabe destacar algumas questões e suas respectivas respostas. De acordo com Wendland (2003, p.6), na fase de planejamento do modelo dever-se-ia primeiramente responder algumas questões relevantes, dentre as quais, destacam-se:

1. Qual o problema?
2. Qual é o objetivo e quais respostas estou necessitando?
3. Quais são os dados disponíveis (conhecidos)?
4. É possível aferir o modelo por meio de resultados experimentais?
5. Quais processos são considerados?

Quanto à primeira questão, pode-se dizer que o problema consiste em estudar o escoamento ao longo de um canal de forte declividade com o fundo em degraus. Uma vez solucionado o problema, espera-se obter relações entre variáveis hidráulicas (valores médios) e parâmetros geométricos que possibilitem o pré-dimensionamento de protótipos ou o dimensionamento de modelos físicos. Em casos específicos, quando se pretende construir estruturas hidráulicas com características usuais, é possível que o modelo forneça respostas

úteis para o dimensionamento de protótipos. O terceiro questionamento foi sucintamente respondido ao longo da revisão bibliográfica, quando foram apresentadas algumas informações relativas a estudos experimentais e numéricos. Tais informações serviram como complemento para o modelo matemático (coeficientes de Coriolis e Boussinesq, fator de resistência de Darcy-Weisbach, coeficiente de Manning etc.) e permitiram, de certa forma, a aferição do mesmo.

Uma das limitações da formulação a ser apresentada é a impossibilidade de simulação do escoamento bifásico (ar-água), característico de vertedouros em degraus. Todavia, com o auxílio de equações empíricas, foi possível considerar alguns efeitos decorrentes da entrada de ar no escoamento. As demais limitações surgirão quando forem enumeradas as hipóteses simplificadoras e as restrições inerentes ao problema estudado.

4.1.2 Equacionamento Dimensional

Neste item é deduzida a equação diferencial do escoamento permanente gradualmente variado (EPGV), cujo objetivo é permitir o cálculo da variação da profundidade do escoamento ao longo do canal em degraus. Trata-se de uma equação que pode ser obtida de diferentes maneiras. A apresentação aqui exposta fundamenta-se na segunda lei do movimento de Newton, sob o ponto de vista euleriano. Com respeito ao problema em questão, ilustrado nas Figuras 79 e 80, cabe enumerar as seguintes hipóteses simplificadoras:

- 1) O escoamento é permanente;
- 2) O escoamento é unidimensional e o fluido incompressível;
- 3) O coeficiente de Boussinesq não varia entre as seções 1 e 2;
- 4) O canal é de grande declividade e “ α ” é assumido constante ao longo de “ x ”;
- 5) O canal é prismático e o seu fundo coincide com o pseudo-fundo;
- 6) Considera-se válido o uso de uma equação de resistência destinada ao regime uniforme para avaliação da declividade da linha de energia (I_f).

A aplicação do teorema da quantidade de movimento (2ª Lei de Newton) ao fluido que no instante t ocupa um volume de controle genérico é dada por:

$$\sum_{\text{Sistema}} \vec{F} = \int_{S.C.} \vec{V} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} + \frac{\partial}{\partial t} \int_{V.C.} \vec{V} \rho dVol \quad (185)$$

Figura 79 – Desenho esquemático do problema ($y_{90} = d_{90}$)

Figura 80 – Desenho esquemático utilizado na dedução

As forças aplicadas ao volume de controle da Figura 80 são: a resultante da força de pressão nas seções 1 e 2, a componente da força gravitacional no sentido do escoamento e a força decorrente da resistência oferecida ao escoamento. Estas três forças podem ser determinadas da seguinte maneira:

a) Força da gravidade

A componente do peso (W) na direção do escoamento (W_x) é dada por:

$$W_x = -\gamma \cdot A \cdot \frac{dz}{dx} \cdot \delta x \quad (186)$$

Em que $\sin \alpha = -dz/dx$.

b) Força de pressão

Como o canal é de grande declividade, a distribuição de pressões é avaliada a partir da condição de equilíbrio, na direção “d”, do elemento de volume de espessura infinitesimal dx , como esquematizado na Figura 80 (PORTO, 2006, p.232).

$$dx \cdot p = \gamma \cdot d \cdot dx \cdot \cos \alpha \Rightarrow \frac{p}{\gamma} = d \cdot \cos \alpha \quad (187)$$

Entre as seções 1 e 2, ocorrem as seguintes variações.

A profundidade do escoamento na seção 1 é d e na seção 2 é:

$$d_{seção(2)} = d + \frac{dd}{dx} \cdot \delta x \quad (188)$$

A área da seção transversal 1 é A e da seção 2 é:

$$A_{seção(2)} = A + \frac{dA}{dx} \cdot \delta x \quad (189)$$

A força de pressão sobre uma superfície plana submersa de área A , em que $\bar{d}$ é a distância desde a superfície livre até o centro de gravidade (CG) da área, é igual ao produto entre a pressão no centro de gravidade e a área. Deste modo, as forças F_1 e F_2 valem:

$$F_1 = \gamma \cdot \bar{d} \cdot A \cdot \cos \alpha \quad (190)$$

$$F_2 = \gamma \left(\bar{d} + \frac{d\bar{d}}{dx} \cdot \delta x \right) \cdot \cos \alpha \left(A + \frac{dA}{dx} \cdot \delta x \right) \quad (191)$$

Desprezando as diferenças de ordem superior e simplificando, a equação 191 pode ser escrita da seguinte maneira:

$$F_2 = \gamma \cdot \bar{d} \cdot A \cdot \cos \alpha + \gamma \cdot \cos \alpha \cdot \frac{d(\bar{d} \cdot A)}{dx} \cdot \delta x \quad (192)$$

Portanto, nota-se que entre as seções 1 e 2 existe uma força de pressão desbalanceada igual a:

$$dF = F_1 - F_2 = -\gamma \cdot \cos \alpha \cdot \frac{d(\bar{d} \cdot A)}{dx} \cdot \delta x \quad (193)$$

Como tanto $\bar{d}$ quanto A são função de “ d ” e este, por sua vez, é função de “ x ”, pode-se escrever:

$$\frac{d(\bar{d} \cdot A)}{dx} = \frac{d(\bar{d} \cdot A)}{dd} \cdot \frac{dd}{dx} \quad (194)$$

Como a coordenada do C.G. de uma área plana, segundo a Figura 80, é dada por:

$$d_{CG} = d - \bar{d} = \frac{\int d \cdot dA}{A} \therefore \bar{d} \cdot A = d \cdot A - \int d \cdot dA \Rightarrow \frac{d(\bar{d} \cdot A)}{dd} = A + d \cdot \frac{dA}{dd} - \frac{d}{dd} \int d \cdot dA$$

mas como $\frac{d}{dd} \int d \cdot dA = d \cdot \frac{dA}{dd}$, vem finalmente:

$$\frac{d(\bar{d} \cdot A)}{dd} = A \quad (195)$$

$$\frac{d(\bar{d} \cdot A)}{dx} = A \cdot \frac{dd}{dx} \quad (196)$$

Substituindo na equação 193, a resultante das forças de pressão na direção “ x ” fica:

$$dF = -\gamma \cdot \cos \alpha \cdot A \cdot \frac{dd}{dx} \cdot \delta x \quad (197)$$

c) Resistência

A força (F_t) decorrente da tensão tangencial que se opõe ao movimento é igual ao produto da tensão média de cisalhamento “ τ_0 ” pela área de contato com o perímetro molhado.

$$F_t = -\tau_o.P.\delta x \quad (198)$$

O somatório das três forças na direção do escoamento (equações 186, 197 e 198) é dado por:

$$\sum F_x = W_x + dF + F_t = -\gamma.A.\delta x \left(\frac{dz}{dx} + \frac{dd}{dx} \cdot \cos \alpha + \frac{\tau_o}{\gamma.R_h} \right) \quad (199)$$

Retornando a equação 185 e levando em conta que o regime é permanente, resta determinar o fluxo por unidade de tempo da quantidade de movimento através da superfície de controle. Sendo assim, tem-se:

$$\begin{aligned} \int_{s.c.} \rho.\vec{V}.\vec{V}.d\vec{A} &= -\beta.\rho.V^2.A + \beta.\rho.V^2.A + \beta.\frac{d}{dx}(\rho.V^2.A).\delta x = \beta.\frac{d}{dx}(\rho.V^2.A).\delta x \Rightarrow \\ \int_{s.c.} \rho.\vec{V}.\vec{V}.d\vec{A} &= \beta.\frac{d}{dx}(\rho.V^2.A).\delta x = \beta.\rho.V^2.\frac{dA}{dx}.\delta x + 2.\beta.\rho.V.A.\frac{dV}{dx}.\delta x \Rightarrow \\ \int_{s.c.} \rho.\vec{V}.\vec{V}.d\vec{A} &= \beta.\rho.V \left(V.\frac{dA}{dx} + 2.A.\frac{dV}{dx} \right) \delta x \end{aligned} \quad (200)$$

Em que β é o coeficiente de Boussinesq ou da quantidade de movimento.

Igualando as equações 199 e 200,

$$-\gamma.A.\delta x \left(\frac{dz}{dx} + \frac{dd}{dx} \cdot \cos \alpha + \frac{\tau_o}{\gamma.R_h} \right) = \beta.\rho.V \left(V.\frac{dA}{dx} + 2.A.\frac{dV}{dx} \right) \delta x$$

e simplificando ($\gamma = g.\rho$), chega-se a:

$$-g.A \left(\frac{dz}{dx} + \frac{dd}{dx} \cdot \cos \alpha + \frac{\tau_o}{\gamma.R_h} \right) = \beta \left(V^2.\frac{dA}{dx} + 2.A.V.\frac{dV}{dx} \right) \quad (201)$$

Por meio da equação da continuidade, pode-se demonstrar que: $\frac{dV}{dx} = -\frac{Q}{A^2}.B.\frac{dd}{dx}$

Em relação à variação da área (A) com x, pode-se escrever: $\frac{dA}{dx} = \frac{dA}{dd} \cdot \frac{dd}{dx} = B.\frac{dd}{dx}$

Combinando as relações anteriores com a equação 201 e simplificando, tem-se:

$$\frac{dz}{dx} + \frac{dd}{dx} \cdot \cos \alpha + \frac{\tau_o}{\gamma.R_h} = \beta \cdot \frac{Q^2.B}{g.A^3} \cdot \frac{dd}{dx} \quad (202)$$

O número de Froude, por definição é:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{g.A/B}} \Rightarrow Fr^2 = \frac{Q^2.B}{g.A^3} \quad (203)$$

Finalmente, comparando com a equação 202 e isolando dd/dx , chega-se a:

$$\frac{dd}{dx} = \frac{-\frac{dz}{dx} - \frac{\tau_o}{\gamma.R_h}}{\cos \alpha - \beta.Fr^2} \quad (204)$$

Assumindo válida, para o escoamento permanente gradualmente variado, a equação generalizada de Darcy-Weisbach (equação 95) e a equação 205, o termo que envolve a tensão tangencial pode ser interpretado como a declividade da linha de energia (I_f).

$$I_f = \frac{f}{4.R_h} \cdot \frac{V^2}{2.g} \quad (95)$$

$$\tau_o = \frac{\rho.f.V^2}{8} \quad (205)$$

$$\frac{\tau_o}{\gamma.R_h} = I_f \quad (206)$$

Substituindo a equação 206 na equação 204 e lembrando que $\sin \alpha = -dz/dx = I_o$, a equação 204 passa a ter a seguinte forma:

$$\frac{dd}{dx} = \frac{I_o - I_f}{\cos \alpha - \beta.Fr^2} \quad (207)$$

4.1.3 Equacionamentos Adimensionais

Para uma dada vazão, declividade de fundo, geometria da seção transversal do canal, fator de resistência³¹ e seção de controle, a solução da equação 207 fornece o perfil da superfície livre (ou curva de remanso). Em função das declividades e velocidades que normalmente ocorrem em vertedores em degraus, a curva de remanso observada é do tipo S_2 ³². Considerando um vertedor com altura H_{dam} e largura B constantes, a equação 207 pode

³¹ Considerado constante ou obtido por meio de uma equação, sendo função de d/k ($k = h.\cos \alpha$), por exemplo.

³² Esta curva ocorre em canais de declividade severa. Ela nasce quase que perpendicularmente ao nível crítico e tende a jusante assintoticamente ao regime uniforme.

ser resolvida para diversas vazões específicas, de modo que para cada valor de “ q ” haverá uma profundidade do escoamento no final da calha correspondente. Com tais resultados é possível gerar, por exemplo, uma curva adimensional que relacione d/d_c com H_{dam}/d_c . Os valores de d/d_c , por sua vez, podem ser utilizados para o pré-dimensionamento do comprimento da bacia de dissipação por ressalto hidráulico, assumindo que “ d ” é igual ao conjugado supercrítico do ressalto.

Neste item do trabalho foram deduzidas duas formas adimensionais da equação 207. Tal formulação, como será visto, apresenta a principal vantagem de reduzir o procedimento para obtenção de uma curva (H_{dam}/d_c , d/d_c) a apenas uma solução. Para tanto, faz-se necessário o uso de três hipóteses simplificadoras, a saber:

- 1) O canal é retangular e largo ($B \gg d$);
- 2) Considera-se válido o uso da equação de resistência de Darcy-Weisbach;
- 3) O fator de resistência de Darcy-Weisbach é constante.

A primeira hipótese, que considera o canal como retangular e largo é coerente com a maior parte dos casos relacionados a projetos de vertedouros em degraus, uma vez que os mesmos normalmente correspondem a $B \gg d$. Para estruturas nas quais a largura não é tão expressiva o autor considera que a hipótese de canal largo ainda seja válida. Esta consideração apóia-se no fato da resistência oferecida pelas paredes ser muito menor do que o efeito provocado pelos degraus no fundo, além das limitações inerentes ao equacionamento.

O uso do fator de resistência variável pode ser feito através da equação 207 em conjunto com as equações de Tozzi (1992), por exemplo. Entretanto, a hipótese de “ f ” constante é necessária para a obtenção das equações adimensionais aqui propostas. Quanto a esta simplificação, foram efetuadas algumas comparações com o uso do procedimento que emprega a equação 207. A seguir são apresentadas as referidas formulações adimensionais.

4.1.3.1 Primeira forma adimensional da equação 207

Sendo a profundidade crítica (d_c) em um canal retangular dada pela equação 208,

$$d_c = \left(\frac{Q^2}{B^2 \cdot g} \right)^{1/3} \quad (208)$$

o quadrado do número de *Froude* pode ser escrito da seguinte maneira:

$$F_r^2 = \left(\frac{d_c}{d} \right)^3 \quad (209)$$

Inicialmente foram adotados dois adimensionais para que a formulação seja obtida. O primeiro deles (ξ) relaciona uma profundidade do escoamento (d = função de x) com a profundidade do escoamento uniforme (ou quase-uniforme, d_o). Já o segundo adimensional (χ) não possui um significado físico tão claro quanto o do primeiro de modo que a sua apresentação é feita antes das referidas manipulações apenas por simplicidade. Os referidos adimensionais são³³:

$$\xi = \frac{d}{d_o} \Rightarrow dd = d_o \cdot d\xi \quad (210)$$

$$\chi = \text{sen}\alpha \cdot \left(\frac{d_o}{d_c} \right)^3 \cdot \frac{x}{d_o} \Rightarrow dx = \frac{d_o}{\text{sen}\alpha} \left(\frac{d_o}{d_c} \right)^{-3} \cdot d\chi \quad (211)$$

Assumir que o canal é largo implica em $R_h \cong d$. Sendo assim, a equação de Darcy-Weisbach, para o escoamento permanente gradualmente variado (EPGV) e escoamento uniforme, pode ser escrita com as seguintes formas:

$$I_f = \frac{f \cdot Q^2}{4 \cdot R_h \cdot 2 \cdot g \cdot A^2} \cong \frac{f \cdot Q^2}{8 \cdot g \cdot B^2} \cdot \frac{1}{d^3} \quad [\text{EPGV}] \quad (212)$$

$$\text{sen}\alpha = \frac{f \cdot Q^2}{8 \cdot g \cdot B^2} \cdot \frac{1}{d_o^3} \quad [\text{escoamento uniforme}] \quad (213)$$

³³ O parâmetro “ χ ”, equação 211, foi utilizado por Hager e Blaser (1998) em um estudo relacionado a calhas lisas e, posteriormente, por Boes (2000) em sua tese sobre vertedores em degraus.

Finalmente, com as equações 209, 210, 211, 212 e 213, pode-se adimensionalizar a equação 207 por meio das seguintes manipulações algébricas:

$$\begin{aligned} \frac{d\xi}{d\chi} &= \frac{\text{sen}\alpha - I_f}{\cos\alpha - \beta \cdot F_r^2} \cdot \left[\frac{d_o}{\text{sen}\alpha} \cdot \left(\frac{d_c}{d_o} \right)^3 \right] \cdot \frac{1}{d_o} = \frac{1 - I_f / \text{sen}\alpha}{\cos\alpha - \beta \cdot \left(\frac{d_c}{d} \right)^3} \cdot \left(\frac{d_c}{d_o} \right)^3 = \frac{1 - \left(\frac{d_o}{d} \right)^3}{\cos\alpha - \beta \cdot \left(\frac{d_c}{d} \right)^3} \cdot \left(\frac{d_c}{d_o} \right)^3 = \\ &= \frac{(1 - \xi^{-3})d_c^3}{d_o^3 \cdot \cos\alpha - \beta \cdot d_c^3 \cdot \xi^{-3}} = \frac{(\xi^3 - 1)d_c^3}{d_o^3 \cdot \cos\alpha \cdot \xi^3 - \beta \cdot d_c^3} = \frac{\xi^3 - 1}{\frac{d_o^3}{d_c^3} \cdot \cos\alpha \cdot \xi^3 - \beta} \cdot \frac{d_o^3}{d_c^3} = \frac{f}{8 \cdot \text{sen}\alpha} \Rightarrow \frac{d\xi}{d\chi} = \frac{\xi^3 - 1}{\left(\frac{f}{8 \cdot \text{tg}\alpha} \right) \cdot \xi^3 - \beta} \\ \frac{d\xi}{d\chi} &= \frac{\xi^3 - 1}{\lambda \cdot \xi^3 - \beta} \end{aligned} \quad (214)$$

Em que:

$$\lambda = f / (8 \cdot \text{tg}\alpha);$$

f = fator de resistência de Darcy-Weisbach;

α = ângulo formado entre o pseudo-fundo e a horizontal;

β = coeficiente de Boussinesq;

$$\xi = d / d_o$$

$$\chi = \text{sen}\alpha \cdot (d_o / d_c)^3 \cdot (x / d_o)$$

d = profundidade do escoamento (função de x);

d_o = profundidade do escoamento uniforme;

d_c = profundidade crítica;

x = eixo orientado no sentido do escoamento (Figura 80).

Uma breve análise da equação 214 revela que se $\xi = 1$ (escoamento uniforme) a variação deste parâmetro com χ é nula, já que o numerador do lado direito da igualdade é anulado. Por meio da equação 212, pode-se estimar a declividade crítica por $I_c = f/8$, expressão que resulta em valores muito inferiores aos de I_o típicos de vertedores em degraus, para f em torno de 0,20, por exemplo. Sendo assim, pelo fato de $I_o > I_c$, a profundidade em regime uniforme é menor do que a crítica. Assumindo que nas proximidades da crista padrão

$d \cong d_c$, espera-se que para $1 < \xi < d_c/d_o$ a derivada $d\xi/d\chi$ tenha sinal negativo. Esta condição foi atendida em todas as soluções, demonstrando assim a consistência da equação 214.

Como foi dito anteriormente, em $x = 0$, $d \cong d_c$. Sendo assim, o valor inicial de ξ é:

$$\xi_0 = \frac{d_c}{d_o} = \frac{q^{2/3}}{g^{1/3}} \cdot \frac{(8.g.\text{sen}\alpha)^{1/3}}{f^{1/3}.q^{2/3}} = \left(\frac{8.\text{sen}\alpha}{f} \right)^{1/3} = \left(\frac{\cos\alpha}{\lambda} \right)^{1/3} \quad (215)$$

4.1.3.2 Segunda forma adimensional da equação 207

Para que o adimensional χ tenha um significado físico mais claro, uma segunda formulação adimensional pode ser obtida a partir da equação 214 por meio de algumas substituições de variáveis. Considerando que $H_{dam} \cong x.\text{sen}\alpha$, a equação 211 passa a ser:

$$\chi = H_{dam} \left(\frac{d_o}{d_c} \right)^3 \cdot \frac{1}{d_o} \quad (216)$$

A partir da equação de Darcy-Weisbach, em regime uniforme, tem-se:

$$d_o^3 = \frac{f.Q^2}{8.g.B^2} \cdot \frac{1}{\text{sen}\alpha} = \frac{f}{8.\text{sen}\alpha} \cdot \frac{q^2}{g} = \frac{f}{8.\text{sen}\alpha} . d_c^3 \Rightarrow d_o = \left(\frac{f}{8.\text{sen}\alpha} \right)^{1/3} . d_c = \varpi^{1/3} . d_c \Rightarrow$$

$$\frac{d_c}{d_o} = \varpi^{-1/3} \therefore \varpi = \left(\frac{f}{8.\text{sen}\alpha} \right) \quad (217)$$

Substituindo as variáveis adimensionais:

$$\xi = \frac{d}{d_c} \cdot \frac{1}{\varpi^{1/3}} \Rightarrow \Gamma = \frac{d}{d_c} = \xi.\varpi^{1/3} \Rightarrow \frac{d\Gamma}{d\xi} = \varpi^{1/3} \Rightarrow$$

$$d\xi = \varpi^{-1/3} . d\Gamma \quad (218)$$

$$H = \frac{H_{dam}}{d_c} = \left(\frac{d_c}{d_o} \right)^2 . \chi = \varpi^{-2/3} . \chi \Rightarrow \frac{dH}{d\chi} = \varpi^{-2/3} \Rightarrow$$

$$d\chi = \varpi^{2/3} . dH \quad (219)$$

Substituindo as equações 218 e 219 na equação 214:

$$\frac{d\Gamma}{dH} = \frac{\left(\frac{d}{d_c}\right)^3 - \left(\frac{f}{8.\text{sen}\alpha}\right)}{\left(\frac{f}{8.\text{tg}\alpha}\right)\left(\frac{f}{8.\text{sen}\alpha}\right)^{-1}\left(\frac{d}{d_c}\right)^3 - \beta} = \frac{\left(\frac{d}{d_c}\right)^3 - \omega}{\cos\alpha\left(\frac{d}{d_c}\right)^3 - \beta} \therefore \varpi = \left(\frac{f}{8.\text{sen}\alpha}\right); \lambda = \left(\frac{f}{8.\text{tg}\alpha}\right)$$

$$\frac{d\Gamma}{dH} = \frac{\Gamma^3 - \omega}{\cos\alpha.\Gamma^3 - \beta} \quad (220)$$

Em que:

$$\Gamma = d / d_c ;$$

$$H = H_{\text{dam}}/d_c;$$

$$\varpi = f/(8.\text{sen}\alpha) \text{ ou } \varpi = (d_o / d_c)^3 ;$$

f = fator de resistência de Darcy-Weisbach;

α = ângulo formado entre o pseudo-fundo e a horizontal;

β = coeficiente de Boussinesq;

$$\xi = d / d_o$$

$$\chi = \text{sen}\alpha.(d_o / d_c)^3.(x / d_o)$$

d = profundidade do escoamento (função de x);

d_o = profundidade do escoamento uniforme;

d_c = profundidade crítica;

x = eixo orientado no sentido do escoamento (Figura 80).

Diferente da equação 214, a equação 220 tem como valor inicial o $\Gamma_o = 1$. A ocorrência do escoamento uniforme implica em $d\Gamma/dH = 0$, condição confirmada pela equação 220 em conjunto com a definição de “ ω ”.

4.1.4 Solução das Equações 207, 214 e 220

Apesar das simplificações adotadas na dedução da equação 207, cabe mencionar que esta ainda apresenta baixo grau de analiticidade, sobretudo quando o fator de resistência é considerado como uma função de variáveis e parâmetros envolvidos no problema. É provável

que a única solução analítica para a equação diferencial do EPGV tenha sido apresentada pelo matemático e hidráulico francês Jacques Antoine Charles Bresse (1822-1883)³⁴. Entretanto, apesar de Bresse ter assumido a hipótese de canal largo e utilizado a equação de Chezy, em sua solução o coeficiente de Coriolis³⁵ é igual à unidade e a declividade de fundo deve ser pequena. Sendo assim, as equações desenvolvidas neste trabalho foram solucionadas com o uso de um método numérico apropriado.

Existem diferentes métodos numéricos para a solução de problemas de valor inicial, dentre os quais, pode-se citar o método de Euler, métodos do tipo preditor corretor, Crank-Nicolson e os métodos de Runge-Kutta. Neste trabalho, as soluções das equações 207, 214 e 220 foram obtidas com o método numérico de Runge-Kutta de quarta ordem, através de um programa computacional escrito pelo autor em linguagem C.

4.1.5 Equações Adimensionais Auxiliares

A solução numérica da equação 214 (ou 220), em conjunto com as definições dos adimensionais utilizados, permite a determinação de relações entre diferentes variáveis hidráulicas. A maior parte de tais relações pode ser obtida por meio de simples multiplicações entre adimensionais, em conjunto com a equação da continuidade e através de equações empíricas. Neste item é apresentada a série de adimensionais a ser obtida com as equações propostas, incluindo algumas observações sobre as informações experimentais necessárias.

4.1.5.1 Dissipação de Energia

Uma das relações mais apresentadas na literatura é aquela que envolve a energia dissipada relativa ($\Delta H/H_{\text{máx}}$) com a altura do vertedor adimensional (H_{dam}/d_c). Sendo assim, considerando as definições destas variáveis e a equação da continuidade, prossegue-se com a seguinte dedução:

³⁴ A equação obtida por Bresse pode ser encontrada em Henderson (1966, p.131-132).

³⁵ É interessante notar que a maior parte das deduções para a obtenção da equação 207 utiliza a equação da energia, resultando em uma equação diferencial idêntica a 207, exceto pelo coeficiente de Boussinesq.

$$\frac{\Delta H}{H_{\text{máx}}} = \frac{H_{\text{máx}} - H_{\text{res}}}{H_{\text{máx}}} = 1 - \frac{H_{\text{res}}}{H_{\text{máx}}} = 1 - \frac{d \cdot \cos \alpha + \frac{\alpha_1 \cdot q^2}{2 \cdot g \cdot d^2}}{H_{\text{máx}}} = 1 - \frac{d \cdot \cos \alpha + d_c \cdot \frac{\alpha_1 \cdot d_c^2}{2 \cdot d^2}}{1,5 \cdot d_c + H_{\text{dam}}} \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta H}{H_{\text{máx}}} = 1 - \frac{\frac{d}{d_c} \cdot \cos \alpha + \frac{\alpha_1}{2} \cdot \left(\frac{d}{d_c}\right)^{-2}}{1,5 + \frac{H_{\text{dam}}}{d_c}} \quad (221)$$

$$\frac{H_{\text{res}}}{H_{\text{máx}}} = 1 - \frac{\Delta H}{H_{\text{máx}}} \quad (222)$$

Deste modo, com os resultados calculados por meio da equação diferencial 220, é possível avaliar a energia dissipada relativa (adimensional) assim como a energia residual adimensional. Nota-se que a equação 221 é parecida com a equação 125 correspondente ao regime uniforme. Estas equações fornecem os mesmos resultados a partir de determinados valores de H_{dam}/d_c , como pode ser visto na Figura 89, apresentada no item 5.1.1.

4.1.5.2 Velocidade Média Adimensional

A partir da equação de Darcy-Weisbach, a profundidade do escoamento uniforme pode ser escrita da seguinte maneira:

$$d_o = d_c \cdot \left(\frac{f}{8 \cdot \sin \alpha} \right)^{1/3} \quad (223)$$

A partir da equação da continuidade e da equação 223, pode-se mostrar que a velocidade do escoamento uniforme (V_o) em relação a uma velocidade qualquer ao longo da calha (V), correspondente a uma profundidade “ d ”, é:

$$\frac{V_o}{V} = \frac{d}{d_c} \cdot \left(\frac{f}{8 \cdot \sin \alpha} \right)^{-1/3} \quad (224)$$

Como para cada valor de d/d_c há um correspondente H_{dam}/d_c , é possível determinar a relação entre V_o/V e H_{dam}/d_c . De outro modo, a velocidade média (V) pode ser adimensionalizada em relação à velocidade crítica [$V_c = (g \cdot d_c)^{1/2}$] da seguinte maneira:

$$\frac{V^2}{V_c^2} = \frac{q^2}{d^2} \cdot \frac{1}{g \cdot d_c} = \frac{d_c^3}{d^2 \cdot d_c} = \frac{d_c^2}{d^2} \Rightarrow$$

$$\frac{V}{V_c} = \left(\frac{d}{d_c} \right)^{-1} \quad (225)$$

4.1.5.3 Comprimento de bacias de dissipação por ressalto hidráulico

Peterka (1984) apresenta uma síntese dos estudos realizados no USBR para o desenvolvimento de critérios de projeto de bacias de dissipação por ressalto hidráulico e dissipadores de energia³⁶. Entre os resultados apresentados no referido trabalho, encontram-se recomendações (sob a forma de curvas) para o comprimento de quatro tipos de bacias de dissipação. Tais curvas, ajustadas a dados experimentais, relacionam o comprimento da bacia adimensionalizado em relação à profundidade subcrítica do ressalto (L_j/d_2) com o número de Froude na seção torrencial (Fr_1).

Assumindo que a profundidade equivalente (d) é igual ao conjugado supercrítico do ressalto (d_1), é possível estabelecer uma relação adimensional entre o comprimento do ressalto e o parâmetro H_{dam}/d_c . Para tanto, a fim de viabilizar os cálculos, foi desenvolvida a equação 226, que se ajusta às curvas sugeridas por Peterka (1984).

$$\frac{L_j}{d_2} = \frac{Fr_1^2 + C_A \cdot Fr_1 + C_B}{C_C + C_D \cdot Fr_1} \quad (226)$$

Em que L_j é o comprimento da bacia de dissipação (que pode ser Tipo I (L_I), II (L_{II}), III (L_{III}) e IV (L_{IV})) e C_A , C_B , C_C e C_D são constantes adimensionais que dependem do tipo de bacia, como especificado na Tabela 7, a seguir.

³⁶ As bacias de dissipação descritas por Peterka (1984), em um documento conhecido como Monografia 25, foram apresentadas em uma série de seis artigos publicados por Alvin Joseph Peterka (1911-1983) e Joseph N. Bradley. Não se sabe ao certo por que o nome do segundo autor não aparece na referida monografia (HAGER e FALVEY, 2003, p.658).

Tabela 7 – Constantes adimensionais da equação 226

Tipo	C_A	C_B	C_C	C_D
I e IV	-81,85	61,13	-0,62	-10,71
II	-85,88	13,87	-28,52	-14,5
III	-67,76	6,87	-54,20	-15,62

As curvas obtidas com a equação 226, assim como dados experimentais publicados por Peterka (1984), relativos às bacias Tipo I e Tipo IV, podem ser vistos na Figura 81. Quanto aos limites de aplicação de cada bacia, considera-se válido destacar as seguintes observações, extraídas de Porto (1986).

Bacia de Dissipação Tipo I: pode ser utilizada em quedas superiores a 60 m e com vazões maiores que $45 \text{ m}^2/\text{s}$ (calhas lisas). Números de Froude compreendidos entre 4,5 e 9 são os mais recomendáveis. O seu comprimento é igual ao comprimento do ressalto hidráulico, sendo calculado com a equação 226.

Bacia de Dissipação Tipo II: em função dos blocos de queda e soleira dentada, é uma estrutura mais compacta do que a anterior, podendo ser utilizada com quedas e vazões unitárias não superiores a 60 m e $45 \text{ m}^2/\text{s}$, respectivamente e, com $Fr \geq 4,50$ e $V_1 \geq 18 \text{ m/s}$ (calhas lisas).

Bacia de Dissipação Tipo III: esta estrutura apresenta blocos de queda, blocos de amortecimento e soleira terminal contínua. É mais compacta do que a anterior e recomendada para $V_1 \leq 18 \text{ m/s}$, $q < 18 \text{ m}^2/\text{s}$ e $Fr \geq 4,50$ (calhas lisas).

Bacia de Dissipação Tipo IV: recomendada para números de Froude entre 2,5 e 4,5, em que o ressalto é oscilante, esta bacia possui blocos defletores e soleira terminal (calhas lisas).

Figura 81 – Comprimento de bacias de dissipação (USBR)

Finalmente, cabe ressaltar que o autor desconhece o uso das bacias II, III e IV em conjunto com vertedores em degraus de barragens. Sendo assim, as aplicações aqui exploradas com estas estruturas (bacias II, III e IV) só devem ser utilizadas em pré-dimensionamentos, devendo-se efetuar rigorosos estudos experimentais através de modelos físicos. Tal observação se aplica até mesmo aos casos usuais, ou seja, vertedores com 1V:0,75H e degraus com $h = 0,6$ m. Destaca-se também que os limites mencionados anteriormente, relativos à vazão específica, se referem a calhas lisas³⁷.

4.1.5.4 Cota de fundo da bacia de dissipação Tipo I

A utilização do ressalto como dissipador de energia impõe que a altura conjugada do regime fluvial não seja maior que a altura d'água no canal de restituição. Se esta condição não for atendida, o ressalto se deslocará para jusante, até que se alcance uma altura d'água, no regime torrencial, que seja conjugada da altura no canal (PORTO, 1986, p.25).

A cota de fundo da bacia de dissipação é um parâmetro de grande importância para que o ressalto se estabeleça junto ao pé do vertedor e dentro dos limites da bacia de dissipação. O cálculo da cota de fundo pode ser efetuado, por um processo de tentativas,

³⁷ Um exemplo de combinação entre vertedores em degraus e blocos dissipadores na bacia de dissipação pode ser encontrado no reservatório de controle de cheias Aricanduva V ($h = 1,0$ m; $l = 2,5$ m; $H_{\text{dam}} = 5,3$ m), localizado na zona leste da cidade de São Paulo, no bairro Cidade Líder (RAIMUNDO, 2007, p.124-125, 131).

utilizando-se as equações da continuidade, da energia e das alturas conjugadas do ressalto. Neste item do trabalho é apresentada uma formulação adimensional que possibilita, em conjunto com a equação 220, a estimativa da cota de fundo da bacia de dissipação.

Considerando as variáveis encontradas na Figura 82, pode-se notar que:

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{H_{dam} - D}{d_1} \quad (227)$$

Figura 82 – Determinação da cota de fundo da bacia de dissipação.

Sendo a bacia de dissipação um canal retangular, desprezando a tensão tangencial no fundo e assumindo distribuição de pressões hidrostática nas seções correspondentes as profundidades d_1 e d_2 , pode-se (a partir do teorema da quantidade de movimento) demonstrar que relação entre as alturas conjugadas é dada por (PORTO, 2006, p.340):

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8.Fr_1^2} - 1 \right) \quad (228)$$

O número de Froude na seção de escoamento torrencial pode ser escrito da seguinte forma:

$$Fr_1^2 = \left(\frac{d_c}{d_1} \right)^3 \quad (229)$$

Combinando as equações 227 e 228 e 229 e, multiplicando por d_1/d_c , chega-se a seguinte formulação:

$$\frac{H_{dam}}{d_c} = \frac{D}{d_c} + \frac{d_1}{d_c} \cdot \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + 8 \left(\frac{d_1}{d_c} \right)^{-3}} - 1 \right] \quad (230)$$

Em conjunto com a equação 220, a equação 230 possibilita o estabelecimento de uma relação entre H_{dam}/d_c e D/d_c , útil na estimativa da cota de fundo da bacia de dissipação, ou simplesmente de H_{dam} . Destaca-se que o uso desta metodologia inclui as hipóteses adotadas na dedução da equação 220, assim como aquelas inerentes à equação 228.

5 SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES PROPOSTAS E CURVAS ADIMENSIONAIS

5.1 INTRODUÇÃO

Neste item são apresentadas as curvas obtidas com as equações diferenciais 207, 214 e 220 e as equações auxiliares desenvolvidas anteriormente. Para que as equações adimensionais sejam solucionadas, é necessário estabelecer a declividade do canal, o fator de resistência de Darcy-Weisbach e o coeficiente de Boussinesq.

As declividades escolhidas correspondem a valores usuais, de modo que seja possível efetuar comparações com dados experimentais ou metodologias empíricas encontrados na literatura. Os valores do fator de resistência de Darcy-Weisbach utilizados variaram entre 0,09 e 0,20, em conformidade com os valores médios encontrados por diferentes pesquisadores. Na seção 5.1.3, entretanto, a influência desta variável hidráulica é analisada com alguns ajustes, equações empíricas e o uso da equação 207. O coeficiente de Boussinesq, por sua vez, foi assumido igual a 1,05 com base na avaliação do estado da arte sobre o tema.

Finalmente, frisa-se que a metodologia desenvolvida e representada pelas curvas deste item do trabalho não levam em conta a altura de rugosidade dos degraus (k), parâmetro de significativa relevância. Considera-se que o valor de k está implicitamente incluído no valor médio do fator de resistência de Darcy-Weisbach.

5.1.1 Resultados correspondentes a vertedores com 1V:0,75H e diferentes valores de f

A Figura 83 a seguir, apresenta resultados obtidos com a equação 214 para 1V:0,75H, f entre 0,09 e 0,20 e $\beta = 1,05$, valores que correspondem a λ entre $8,44 \cdot 10^{-3}$ e $1,88 \cdot 10^{-2}$. O passo de cálculo adotado foi $\Delta\chi = 0,001$. Percebe-se que há uma variação sutil entre duas curvas com fatores de resistência consecutivos. Por este motivo, as curvas subsequentes foram construídas com quatro valores de f (0,09; 0,12; 0,16; 0,20).

Figura 83 – Solução da equação 214 (1V:0,75H).

Ainda sobre os resultados encontrados na Figura 83, nota-se que as curvas tendem assintoticamente a unidade, indicando assim a ocorrência do escoamento quase-uniforme, como esperado. Assumindo que $x \cdot \sin \alpha \cong H_{\text{dam}}$, a partir da definição do adimensional χ e da equação de Darcy-Weisbach, pode-se escrever a seguinte equação:

$$\frac{H_{\text{dam}}}{d_c} = \chi \left(\frac{8 \cdot \sin \alpha}{f} \right)^{2/3} \quad (231)$$

Adotando $\xi \cong 1,02$ como critério para ocorrência do escoamento quase-uniforme, é possível obter, para cada valor de f , um valor de χ_u correspondente (em que o subscrito u indica o regime quase-uniforme). Como resultado desta avaliação, obteve-se equação 232 ($R^2 = 1$), correspondente ao gráfico da Figura 84.

$$\frac{H_{\text{dam},u}}{d_c} = 3,534 \cdot f^{-0,719} \quad (232)$$

É interessante notar a consistência dos resultados obtidos e representados na Figura 84. Percebe-se que para valores maiores do fator de resistência de Darcy-Weisbach, menor é a altura necessária ($H_{\text{dam},u}$) para que o regime quase-uniforme se estabeleça.

Figura 84 – Variação de $H_{dam,u}/d_c$ com f (1V:0,75H).

As curvas apresentadas a seguir (Figura 85) correspondem à solução da equação 220 com passo de cálculo $\Delta(H_{dam}/d_c) = 0,01$. Observa-se que as mesmas nascem quase que perpendicularmente ao nível crítico e apresentam o comportamento assintótico esperado. Para um mesmo valor de H_{dam}/d_c , o parâmetro d/d_c aumenta com o fator de resistência, demonstrando assim a consistência dos resultados obtidos. Constatou-se que para $H_{dam}/d_c < 2,5$ a máxima diferença relativa entre os resultados é menor do que 5%.

As Figuras 86, 87 e 88 apresentam resultados obtidos com as formulações adimensionais auxiliares. Nestas figuras, as curvas apresentam as mesmas propriedades elementares descritas anteriormente, ou seja, comportamento assintótico (indicando a ocorrência do escoamento quase-uniforme) e a influencia do fator de resistência no efeito convectivo. Em outros termos, para um mesmo valor de H_{dam}/d_c , a velocidade média decresce com o aumento de f , assim como o comprimento das bacias de dissipação.

Figura 85 – Solução da equação 220 para 1V:0,75H (relação entre Γ e H).

Figura 86 – Velocidade média adimensionalizada com V_o (1V:0,75H).

Figura 87 – Velocidade média adimensionalizada com V_c (1V:0,75H).

Figura 88 – Comprimentos de bacias de dissipação Tipo I, II e III (1V:0,75H).

Figura 89 – Dissipação de energia: comparações entre regime uniforme (R. U.) e não uniforme (1V:0,75H).

A Figura 89 apresenta resultados correspondentes ao escoamento gradualmente variado e ao escoamento uniforme. As curvas do regime uniforme foram desenvolvidas com a equação 233, semelhante à equação 125, exceto pelo coeficiente de Coriolis (α_1), adotado igual a 1,10, como sugerido por Tozzi (1992). Nota-se que para cada valor do fator de resistência há um valor de H_{dam}/d_c que conduz à ocorrência do escoamento uniforme, identificado pelo encontro entre as curvas. Este aspecto é coerente com o comportamento assintótico das demais curvas apresentadas anteriormente, além de fortalecer a solução numérica obtida no que diz respeito à sua estabilidade.

Nota-se na Figura 89 que para $0 < H_{\text{dam}}/d_c < 2,5$ há uma parte das curvas em destaque, denominada região “A”. Para o desenvolvimento da relação entre $\Delta H/H_{\text{máx}}$ e H_{dam}/d_c (em escoamento permanente gradualmente variado) foi utilizada a equação 221 em conjunto com os resultados numéricos que originaram a Figura 85. Percebe-se que para $0 < H_{\text{dam}}/d_c < 2,5$ as inclinações das curvas da Figura 85 são elevadas, características de curvas S_2 . O uso da equação 221 associado a este fator certamente resultou na inconsistência observada na região “A”. Nesta região, a distribuição de pressões adotada conduz a erros ainda maiores devido ao não paralelismo das linhas de corrente. Entretanto, na prática o adimensional H_{dam}/d_c é maior do que 5 (aproximadamente), de modo que a região “A” pode ser desprezada nas aplicações desenvolvidas.

$$\frac{\Delta H}{H_{\text{máx}}} = 1 - \frac{\left(\frac{f}{8 \cdot \sin \alpha}\right)^{1/3} \cdot \cos \alpha + \frac{\alpha_1}{2} \cdot \left(\frac{f}{8 \cdot \sin \alpha}\right)^{-2/3}}{1,5 + \frac{H_{\text{dam}}}{d_c}} \quad (233)$$

Figura 90 – Determinação da cota de fundo da bacia de dissipação (1V:0,75H).

A Figura 90, elaborada com a equação 230 e os dados numéricos obtidos com a equação 220, revela que a determinação da cota de fundo da bacia dissipação, de acordo com o método aqui proposto, é praticamente independente do fator de resistência ($0,09 \leq f \leq 0,20$).

Percebe-se também que a relação entre H_{dam}/d_c e D/d_c é aproximadamente linear, podendo ser descrita através da equação 234. Esta equação foi desenvolvida por mínimos quadrados e corresponde aos resultados obtidos com $f = 0,20$.

$$\frac{H_{dam}}{d_c} = 1,01 \cdot \frac{D}{d_c} + 2,15 \quad (234)$$

5.1.2 Verificação da influência do ângulo α para um mesmo valor de f

Atualmente, como apresentado na revisão bibliográfica, existem estudos e métodos relacionados a diferentes valores da declividade de fundo (I_0). Este item do trabalho tem como objetivo apresentar soluções das equações adimensionais para diferentes valores de I_0 e fator de resistência constante, igual a 0,10. Em itens posteriores, como na seção 5.1.3, valores específicos de I_0 foram utilizados com o objetivo de realizar comparações com dados experimentais e metodologias encontradas na literatura.

Para $5^\circ \leq \alpha \leq 65^\circ$, $f = 0,10$ e $\beta = 1,05$ a Figura 91 apresenta diferentes curvas obtidas com a equação 214. Assim como nos resultados anteriores, observa-se o comportamento assintótico esperado. Nota-se também que os resultados diferem mais acentuadamente, entre duas curvas consecutivas, à medida que o ângulo (α) diminui.

Figura 91 - Solução da equação 214 ($f = 0,10$)

As curvas apresentadas nas Figuras 92 a 93 correspondem à solução da equação 220 e o uso das equações auxiliares, para $15^\circ \leq \alpha \leq 65^\circ$, $f = 0,10$ e $\beta = 1,05$. A Figura 95 ilustra a influência de I_0 no valor de L_j/d_c , para $35^\circ \leq \alpha \leq 65^\circ$, $f = 0,10$ e $\beta = 1,05$. Finalmente, com respeito à cota de fundo da bacia de dissipação, a Figura 96 demonstra que a equação 234 pode ter os seus limites de aplicação ampliados para as condições simuladas nesta seção do trabalho, uma vez que as variações observadas são pequenas.

Figura 92 - Solução da equação 220 ($f = 0,10$)

Figura 93 – Velocidade média adimensionalizada com V_o ($f = 0,10$)

Figura 94 – Velocidade média adimensionalizada com V_c ($f = 0,10$)

Figura 95 – Comprimentos de bacias de dissipação Tipo I, II e III ($f = 0,10$)

Figura 96 – Determinação da cota de fundo da bacia de dissipação.

Cabe ressaltar que as curvas obtidas e apresentadas anteriormente tiveram como objetivo apenas demonstrar o comportamento das equações propostas sob diferentes condições. Apesar de $f = 0,10$ ser um valor coerente com estudos experimentais para calhas com ângulos entre 22° e 53° (MATOS, 2005, p.526), destaca-se que existem estudos que revelam a dependência desta variável com d_c/h , como apresentado na revisão bibliográfica. Para $\alpha = 53^\circ$, Matos (2005, p.526), com base em estudos experimentais realizados no LNEC e em outros laboratórios, comenta que na região de escoamento quase-uniforme $f = 0,10$ para $d_c/h = 1,6$ e $f = 0,06$ para $d_c/h = 1,1$.

5.1.3 Verificação da influência do fator de resistência variável

Na região de escoamento gradualmente variado o fator de resistência não é constante e depende da rugosidade relativa d/k , como demonstrado por Tozzi (1992). As formulações adimensionais propostas neste trabalho não levam em conta tal variação, como foi dito anteriormente. Sendo assim, com o objetivo de estudar a influência da variação do fator de resistência nas soluções adimensionais propostas, a equação 207 foi utilizada em conjunto com as equações 99 a 102, desenvolvidas por Tozzi (1992).

A Figura 97, apresentada a seguir, contém resultados obtidos para $1V:0,75H$, $h = 0,60$ m, $h = 0,30$ m, $H_{\text{dam}} = 20$ m e a curva desenvolvida com a equação 220, para $f = 0,16$. Para vazão específica simulada, calculou-se a profundidade no pé do vertedor com a equação 207 em conjunto com as equações 99 e 100, de modo que foi possível obter 17 pares (H_{dam}/d_c , d/d_c) para cada altura dos degraus.

Nota-se que o aumento na altura do degrau (h) de $0,30$ para $0,60$ tem como consequência valores de d/d_c ligeiramente maiores. Este resultado é coerente com a realidade física, uma vez que degraus com maiores alturas resultam em uma maior dissipação de energia. O uso da formulação adimensional (eq. 220), com $f = 0,16$ (valor próximo daquele indicado na equação 100) resultou em uma boa concordância com os dados numéricos

calculados com a equação 207 e as equações de Tozzi (1992). As maiores diferenças observadas ocorreram para a altura do degrau igual a 0,30 m. Entretanto, devido a magnitude de tais diferenças e às limitações inerentes ao método utilizado, considera-se razoável a aproximação obtida com a equação adimensional 220.

Figura 97 – Resultados obtidos com as equações 207, 99 e 100 e a equação 220 ($H_{\text{dam}} = 20$ m; $\Delta x = 0,01$ m).

O uso da equação 101 (Tozzi (1992), $1V:2,0H$; $\alpha = 26,57^\circ$) em conjunto com a equação 207 permitiu a obtenção dos resultados encontrados na Figura 98, correspondentes a duas alturas dos degraus ($h = 0,30$ m e $h = 0,60$ m). Nesta figura também foi inserida a solução obtida com a equação 220, para $f = 0,09$ e $\alpha = 26,57^\circ$. Em todos os cálculos o coeficiente de Boussinesq utilizado foi igual a 1,05, o passo de cálculo $\Delta x = 0,01$ m e $1 < d/k < 14$. Percebe-se que a influência da altura dos degraus apresenta comportamento semelhante ao observado na Figura 97, porém, em menores proporções. O uso da formulação adimensional (eq. 220), com $f = 0,09$ (valor que corresponde à média dos valores calculados com a equação 94) resultou em uma boa concordância com os dados numéricos calculados com as equações 207 e 101.

Figura 98 – Resultados obtidos com as equações 207 e 101 e a equação 220 ($H_{\text{dam}} = 20$ m; $\Delta x = 0,01$ m).

Assim como nas avaliações anteriores, os resultados obtidos com f variável para inclinação da calha 1V:6,69H ($\alpha \cong 8,5^\circ$) apresentaram boa concordância com a formulação adimensional com f constante (eq. 220). Para esta inclinação ($\alpha \cong 8,5^\circ$), o valor médio do fator de resistência calculado foi igual a 0,068. Os resultados abrangeram o limite de aplicação da equação 102 ($1,0 \leq d/k \leq 10,0$) e não apresentaram diferenças significativas para as duas alturas dos degraus adotadas.

Figura 99 – Resultados obtidos com as equações 207 e 102 e a equação 220 ($H_{\text{dam}} = 10$ m; $\Delta x = 0,01$ m).

6 VALIDAÇÃO DO EQUACIONAMENTO ADIMENSIONAL

6.1 INTRODUÇÃO

Alguns, dentre os trabalhos apresentados na revisão bibliográfica, publicaram não só metodologias sob a forma de gráficos e equações, mas também os dados experimentais e numéricos correspondentes. Nesta seção, com o intuito de validar o equacionamento adimensional (equação 220), foram realizadas algumas comparações com os referidos dados encontrados na literatura.

6.1.1 Comparações com dados experimentais e numéricos de diferentes pesquisadores

A Tabela 8, apresentada a seguir, contém informações específicas sobre cada um dos trabalhos utilizados nas comparações aqui apresentadas. Nota-se que as declividades das calhas correspondem a valores usuais, em torno de 1V:0,75H.

Tabela 8 – Informações sobre os dados experimentais utilizados

Referência	α [graus]	Altura dos degraus [cm]	h/d_c	Tipo de Informação	H_{dam} [m]	Nº de dados	Cunho do trabalho
Diez-Cascon <i>et al.</i> (1991) (Espanha)	53,13	3,0; 6,0	0,159 a 0,534	(1)	3,80	42	experimental
Tozzi (1992) (Brasil)	53,13	0,83; 1,66; 3,33; 5,0; 10,0	0,05 a 1,10	(1)	2,17	20	experimental
Christodoulou (1993) (Grécia)	55	2,5	0,266 a 0,726	(2)	0,3593	16	experimental
Pegram <i>et al.</i> (1999) (África do Sul)	59,04	2,5; 5,0; 10,0; 20,0	0,278 a 3,574	(1.1)	3,0	32	experimental
Povh (2000) (Brasil)	53,13	2,4	0,142 a 0,492	(1)	1,66	18	experimental
Boes e Hager (2003) (Suíça)	50	3,11; 9,33	[-]	(3)	4,37	15	experimental
Sanagiotto (2003) (Brasil)	53,13	3,0; 6,0; 9,0	0,0814 a 0,894	(2)	2,44	225	experimental
Dai Prá (2004) (Brasil)	45	3,0; 6,0; 9,0	0,0815 a 0,9	(2)	2,44	297	experimental
Ohtsu <i>et al.</i> (2004) (Japão)	55	0,625 a 10,0	0,03 a 1,21	(1.1)	0,45 a 2,47	23	experimental
Meireles <i>et al.</i> (2004) (Portugal)	53,13	4,0; 8,0	0,92 a 0,25	(1.1); (1.2)	2,90	20	experimental
Arantes (2007) (Brasil)	53,13	5,0; 10,0	0,311 a 1,274	(2)	2,17	30	numérico (CFD)

(1) Significa que o autor correspondente obteve conjugados subcríticos de ressaltos estabelecidos na bacia de dissipação; (1.1) Foram obtidos conjugados subcríticos assim como em (1), entretanto, os dados utilizados foram digitalizados a partir de gráficos apresentados pelos autores; (1.2) Os valores de d_1 foram determinados a partir de medições de pressões no pé do vertedor; (2) Significa que os autores obtiveram profundidades do escoamento em diferentes posições ao longo da calha, incluindo profundidades na região aerada. Estas profundidades são perpendiculares ao pseudo-fundo; (3) Indica que os valores de d_1/d_c foram calculados a partir de dados experimentais correspondentes a $\Delta H/H_{max}$ (ou H_{res}/H_{max}), com a equação 221.

Os diferentes trabalhos citados na Tabela 8 permitiram a comparação da equação 220 com 708 dados experimentais e 30 dados numéricos (Figura 100). Em tais comparações foram assumidas as seguintes hipóteses:

- 1) A profundidade adimensional equivalente d/d_c , calculada com a equação 220, pode ser considerada igual a d_1/d_c , em que d_1 é o conjugado supercrítico do ressalto formado na bacia de dissipação (ver Figura 82);
- 2) Os dados experimentais correspondentes a profundidades não aeradas medidas ao longo da calha em degraus (informação tipo 2 na Tabela 8), assim como os valores de d/d_c calculados com a equação 220, podem ser considerados iguais a d_1/d_c ;
- 3) Os conjugados subcríticos obtidos experimentalmente (informações tipo 1 e 1.1 na Tabela 8) podem ser utilizados em conjunto com a equação 228 para o cálculo do adimensional d_1/d_c ;

Em relação às hipóteses 1 e 2, cabe mencionar que a brusca mudança de declividade (do paramento de jusante para a bacia de dissipação horizontal) certamente ocasiona alterações na configuração das linhas de corrente (ou no campo de velocidades). Quanto à terceira hipótese, destaca-se que a mesma pode conduzir a resultados conservadores quando se trata do dimensionamento do comprimento da bacia de dissipação. Para calhas com 1V:0,75H, Meireles *et al.* (2004) constataram experimentalmente que a relação entre a profundidade calculada de tal maneira e a profundidade calculada a partir de medições de pressões na seção correspondente a d_1 é cerca de 1,20.

Figura 100 – Validação da formulação adimensional (equação 220).

Os resultados experimentais apresentados na Figura 100 correspondem aos trabalhos dos diferentes pesquisadores citados na Tabela 8. Observa-se que, para $H_{dam}/d_c < 5$, há boa concordância entre a formulação adimensional (eq. 220) e os pontos obtidos de medidas experimentais, publicados por Sanagiotto (2003) e Dai Prá (2004).

Para $H_{dam}/d_c > 5$, verifica-se que uma parte dos dados se afasta da curva adimensional e não apresentam um comportamento bem definido. Estes dados correspondem a profundidades aeradas do escoamento, cuja determinação experimental é complicada graças à formação de intensos respingos de água e oscilações da superfície livre. Relatos sobre dificuldades encontradas na determinação do perfil da superfície livre aerada podem ser encontrados, por exemplo, em Tozzi (1992, f.82) e Dai Prá (2004, f.54).

Com respeito aos estudos de Boes e Hager (2003a), considera-se válido destacar algumas observações. Estes pesquisadores obtiveram profundidades aeradas do escoamento ao longo da calha em degraus, assim como as concentrações de ar correspondentes. Em seguida, com tais informações, os mesmos calcularam as profundidades equivalentes

(profundidade apenas de água). Foi com estas profundidades que estes pesquisadores avaliaram a energia residual relativa ($H_{res}/H_{m\acute{a}x}$), com as equações 221 e 222, para $\alpha_1 = 1,10$. Por meio dos dados apresentados na Figura 100, percebe-se que o procedimento utilizado por Boes e Hager (2003a) conduz a resultados próximos daqueles correspondentes a medições de conjugados subcríticos.

Finalmente, cabe comentar que os pontos experimentais, relativos às medições de conjugados subcríticos de ressaltos estabelecidos na bacia de dissipação, apresentam uma concordância razoável com a equação 220. Nota-se que, com exceção de alguns dados, os mesmos situam-se entre as curvas correspondentes a valores do fator de resistência entre 0,07 e 0,20. De um modo geral, pode-se concluir que, dentro das limitações inerentes ao modelo semi-empírico e das dificuldades próprias de estudos experimentais, houve um ajuste razoável entre a teoria e a experimentação.

6.1.2 Comparações dos dados experimentais com as equações auxiliares

6.1.2.1 Dissipação de energia

Os resultados apresentados a seguir (Figura 101) foram obtidos com as equações 220 e 221 e os dados experimentais dos autores citados na Tabela 8. Nesta figura (Figura 101), os pontos experimentais relativos às profundidades aeradas, apresentados na Figura 100, não foram utilizados. Destaca-se que os pontos (H_{dam}/d_c , $\Delta H/H_{m\acute{a}x}$) correspondentes aos dados experimentais foram gerados com a equação 221, a partir dos pares (H_{dam}/d_c , d_1/d_c).

Ao observar os resultados apresentados na Figura 101, nota-se que os dados experimentais de Diez-Cascon *et al.* (1991) apresentam melhor concordância com a curva correspondente ao fator de resistência igual a 0,07. Com respeito à curva desenvolvida com $f = 0,10$, observa-se que os dados de Povh (2000) foram os que melhor aderiram à mesma. O fator de resistência igual a 0,20, sugerido por Chanson (2002) para o pré-dimensionamento de vertedores em degraus, resultou em uma curva adimensional mais próxima dos dados de

Sanagiotto (2003), Dai Prá (2004), Ohtsu *et al.* (2004) e Meireles *et al.* (2004). Com exceção de alguns dados, vê-se que a maior parte dos pontos está compreendida entre as curvas correspondentes aos valores de f adotados (0,07 e 0,20).

Figura 101 – Validação da formulação adimensional (equações 220 e 221).

6.1.2.2 Comprimento adimensional de bacias de dissipação

Para $H_{dam}/d_c > 20$, as Figuras 102, 103 e 104 apontam que a maior parte dos dados experimentais se aproximou das curvas correspondentes a $f = 0,07$ e $f = 0,10$. Entretanto, como pode ser visto, há muitos pontos entre as curvas geradas com $f = 0,07$ e $f = 0,20$. Mais uma vez, pode-se afirmar que há uma aproximação razoável entre a metodologia semi-empírica e os dados experimentais e numéricos (CFD).

Figura 102 – Validação da formulação adimensional (Bacia de Dissipação Tipo I)

Figura 103 – Validação da formulação adimensional (Bacia de Dissipação Tipo II)

Figura 104 – Validação da formulação adimensional (Bacia de Dissipação Tipo III)

6.1.2.3 Cota de fundo da bacia de dissipação

Figura 105 – Validação da formulação adimensional (Cota de fundo da Bacia de Dissipação Tipo I)

A comparação dos dados experimentais com a metodologia proposta para a determinação da cota de fundo da bacia de dissipação revelou uma boa aproximação entre a teoria e a experimentação, como pode ser visto na Figura 105. Sendo assim, sugere-se mais uma vez o uso da equação 234 para a estimativa da cota de fundo da bacia Tipo I.

7 PRÉ-DIMENSIONAMENTO DO COMPRIMENTO DA BACIA DE DISSIPÇÃO

Um importante parâmetro envolvido no projeto de sistemas extravasores é o comprimento da bacia de dissipação, motivo pelo qual esta grandeza foi avaliada em itens anteriores. Simões (2006) apresentou uma relação entre L_j/H_{dam} e H_{dam}/d_c que, assim como a relação entre L_j/d_c e H_{dam}/d_c , permite a estimativa do comprimento do ressalto na bacia Tipo I. Um ponto interessante encontrado na relação entre L_j/H_{dam} e H_{dam}/d_c é a possibilidade de estabelecer, por mínimos quadrados, uma simples equação para a avaliação destas grandezas, além de condensar as variações encontradas nos dados experimentais adimensionalizados.

Por meio de algumas manipulações algébricas nos dados adimensionais apresentados anteriormente (Figuras 102, 103 e 104) foram desenvolvidas as curvas encontradas nas Figuras 106, 107 e 108, que relacionam os adimensionais sugeridos por Simões (2006). Mais uma vez, percebe-se que a maior parte dos dados está limitada pelas curvas correspondentes aos valores do fator de resistência utilizados.

Figura 106 –Relação entre os adimensionais L_j/H_{dam} e H_{dam}/d_c (Bacia Tipo I).

Figura 107 –Relação entre os adimensionais L_{II}/H_{dam} e H_{dam}/d_c (Bacia Tipo II).

Figura 108 –Relação entre os adimensionais L_{III}/H_{dam} e H_{dam}/d_c (Bacia Tipo III).

Para calhas com $1V:0,75H$ e bacias Tipo I, Simões (2006, f.68) apresentou as equações 235, 236 e 237, que relacionam os adimensionais L_I/H_{dam} , H_{dam}/d_c e f . Nos seus estudos, o referido autor limitou a aplicação destas equações aos intervalos $5,80 \leq H_{dam}/d_c \leq$

46,50, $1,52 \leq d_c/k \leq 32,1$ e $0,10 \leq f \leq 0,20$. O limite envolvendo a altura de rugosidade dos degraus (d_c/k) foi estabelecido com base nos dados experimentais analisados.

$$\frac{L_I}{H_{dam}} = \psi_1 \left(\frac{H_{dam}}{d_c} \right)^{\psi_2} \quad (235)$$

Em que ψ_1 e ψ_2 são funções que dependem do valor do fator de resistência adotado no pré-dimensionamento da bacia de dissipação Tipo I (equações 236 e 237).

$$\psi_1 = -53,664 \cdot f^2 + 12,669 \cdot f + 12,811 \quad (236)$$

$$\psi_2 = 2,3449 \cdot f^2 - 1,1215 \cdot f - 0,8366 \quad (237)$$

Com o intuito de ampliar a aplicação das equações 235 a 237, incluindo as bacias Tipo II e III, valores de f entre 0,08 e 0,20 e os limites relacionados aos experimentos avaliados (Tabela 8), foram realizados ajustes por mínimos quadrados a partir dos dados numéricos que originaram as curvas adimensionais das Figuras 106, 107 e 108. Como resultado, propõe-se para o pré-dimensionamento do comprimento das referidas bacias as equações 238, 239 e 240 em conjunto com a Tabela 9. O coeficiente de determinação de todas as equações resultou $R^2 \cong 1,0$.

$$\frac{L_i}{H_{dam}} = \psi_1 \left(\frac{H_{dam}}{d_c} \right)^{-\psi_2} \quad (238)$$

$$\psi_1 = C_{b1} \cdot f^2 + C_{b2} \cdot f + C_{b3} \quad (239)$$

$$\psi_2 = C_{b4} \cdot f^2 + C_{b5} \cdot f + C_{b6} \quad (240)$$

Tabela 9 – Valores dos coeficientes das equações 239 e 240.

Bacia Tipo	C_{b1}	C_{b2}	C_{b3}	C_{b4}	C_{b5}	C_{b6}
I	-11,28	-6,83	15,09	-1,22	0,56	0,92
II	-15,55	-0,69	8,82	-1,82	0,87	0,86
III	-7,39	-0,44	4,65	-1,89	0,98	0,80

Válidas para $0,08 \leq f \leq 0,20$ e $5 \leq H_{dam}/d_c \leq 80$ (Tipo I), $2,5 \leq H_{dam}/d_c \leq 80$ (Tipo II) e $1,26 \leq H_{dam}/d_c \leq 80$ (Tipo III). Em que C_{b1} , C_{b2} , C_{b3} , C_{b4} , C_{b5} e C_{b6} , são coeficientes adimensionais

que dependem do tipo de bacia de dissipação, de acordo com a Tabela 9; L_i é o comprimento da bacia de dissipação, sendo que o subscrito “i” indica o tipo de bacia (I, II ou III).

Considerando $f = 0,08$, pode-se escrever, para as bacias de dissipação Tipo I, II e III, as equações 241, 242 e 243, respectivamente.

$$\frac{L_I}{H_{dam}} = 14,47 \left(\frac{H_{dam}}{d_c} \right)^{-0,95} \quad (241)$$

$$\frac{L_{II}}{H_{dam}} = 8,66 \left(\frac{H_{dam}}{d_c} \right)^{-0,91} \quad (242)$$

$$\frac{L_{III}}{H_{dam}} = 4,56 \left(\frac{H_{dam}}{d_c} \right)^{-0,87} \quad (243)$$

Isolando “ L_i ” e utilizando a definição de profundidade crítica [$d_c = (q^2/g)^{1/3}$], com $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, as equações anteriores (241 a 243) podem ser escritas da seguinte maneira (Com unidades de acordo com o Sistema Internacional):

$$L_I = 7,02 \cdot q^{0,633} \cdot H_{dam}^{0,05} \quad (244)$$

$$L_{II} = 4,33 \cdot q^{0,607} \cdot H_{dam}^{0,09} \quad (245)$$

$$L_{III} = 2,35 \cdot q^{0,58} \cdot H_{dam}^{0,13} \quad (246)$$

Uma vez que a faixa de aplicação de cada uma das bacias de dissipação está relacionada ao número de Froude Fr_1 , recomenda-se o uso da Figura 109, para avaliação deste parâmetro adimensional. Finalmente, sobre as equações anteriores, cabe destacar as seguintes observações:

- 1) O limite de aplicação das equações desenvolvidas está relacionado aos limites dos estudos experimentais utilizados na validação da formulação adimensional. Sendo assim, apesar de terem sido obtidas para $1V:0,75H$, as mesmas podem ser empregadas para $45^\circ \leq \alpha \leq 59^\circ$;

- 2) O fator de resistência adotado ($f = 0,08$) é conservador em relação a alguns valores encontrados na literatura e em relação a uma parte dos dados experimentais utilizados na validação do modelo. Deste modo, o comprimento da bacia de dissipação calculado com a metodologia proposta pode resultar maior do que aquele determinado por outros métodos;
- 3) Percebe-se, pelos expoentes de “ q ” e “ H_{dam} ”, que o comprimento da bacia de dissipação depende muito menos de H_{dam} do que da vazão específica (q). Nota-se também que este efeito diminui entre as bacias Tipo I, Tipo II e Tipo III;
- 4) Apesar do considerável número de pontos experimentais utilizados na validação do modelo matemático proposto, as equações desenvolvidas só devem ser utilizadas em avaliações preliminares na fase de anteprojeto ou no pré-dimensionamento seguido de verificação em modelos físicos. Em casos nos quais os riscos associados são pequenos, é possível que as equações propostas forneçam resultados que possam ser utilizados no dimensionamento (como em estruturas de pequeno porte, por exemplo);
- 5) Apesar dos limites de validade relacionados ao adimensional H_{dam}/d_c , mencionados anteriormente, deve-se observar que os valores extremos deste parâmetro não são usuais em vertedores de barragens (por exemplo, $H_{\text{dam}}/d_c < 5$);
- 6) Nota-se, no desenvolvimento das equações, que não foi feita qualquer consideração sobre o posicionamento do ressalto. Para o uso adequado da metodologia proposta, o ressalto deve se formar junto ao pé do vertedor, uma vez que o seu deslocamento para jusante exigiria um comprimento maior do que o calculado com as equações apresentadas. Deve-se observar atentamente as recomendações sobre a relação entre o conjugado subcrítico e o nível d’água no canal de restituição, encontradas em Peterka (1984);

- 7) O projeto de uma bacia de dissipação, como se sabe, não envolve apenas aspectos hidráulicos. Deste modo, se o canal de fundo for constituído por materiais estáveis, o comprimento da bacia de dissipação pode ser drasticamente alterado.

Figura 109 – Variação do número de Froude supercrítico com H_{dam}/d_c ($f = 0,08$; $\alpha \cong 53,13^\circ$).

8 DESENVOLVIMENTOS PARA CALHAS LISAS

8.1 INTRODUÇÃO

As equações diferenciais adimensionalizadas, apresentadas anteriormente, também podem ser aplicadas aos vertedores em concreto alisado, desde que seja utilizado um fator de resistência de Darcy-Weisbach apropriado. De acordo com Chanson (2004, p.489-490), valores típicos de f para estruturas lisas podem variar entre 0,01 e 0,05. Sendo assim, com o intuito de estender a aplicação da metodologia proposta aos vertedores lisos, foram desenvolvidas curvas e equações semelhantes a aquelas apresentadas anteriormente. Tal desenvolvimento também foi utilizado para ilustrar a economia resultante do uso de vertedores em degraus.

8.2 RELAÇÃO ENTRE d_1/d_c e H_{dam}/d_c (Equação 220)

Figura 110 – Relação entre d_1/d_c e H_{dam}/d_c para calhas lisas com declividades em torno de 1V:0,75H. Validação da formulação adimensional por meio de comparações com dados experimentais.

A Figura 110 foi desenvolvida através da equação 220 ($\beta = 1,05$) e com dados experimentais apresentados por Tozzi (1992), Sanagiotto (2003) e Dai Prá (2004). Nota-se que para os valores de f adotados, as curvas adimensionais apresentam uma aproximação razoável com os dados experimentais, validando assim o uso da metodologia para calhas lisas.

Percebe-se também que não há diferenças significativas entre as curvas correspondentes a $f = 0,01$ para as declividades testadas (1V:1H e 1V:0,75H).

8.3 PRÉ-DIMENSIONAMENTO DE BACIAS A JUSANTE DE VERTEDORES LISOS

Assim como para o caso de vertedores em degraus, as Figuras 111 a 113 apresentam curvas correspondentes aos adimensionais L_i/H_{dam} e H_{dam}/d_c , porém com valores de f correspondentes a calhas lisas. Considerando $f = 0,01$, obteve-se para as bacias de dissipação Tipo I, II e III, as equações 247, 248 e 249, respectivamente (o sobrescrito “liso” indica apenas que o comprimento “L” corresponde a uma bacia de dissipação projetada a jusante de uma calha lisa).

$$\frac{L_I^{liso}}{H_{dam}} = 14,69 \left(\frac{H_{dam}}{d_c} \right)^{-0,91} \quad (247)$$

$$\frac{L_{II}^{liso}}{H_{dam}} = 8,42 \left(\frac{H_{dam}}{d_c} \right)^{-0,84} \quad (248)$$

$$\frac{L_{III}^{liso}}{H_{dam}} = 4,58 \left(\frac{H_{dam}}{d_c} \right)^{-0,80} \quad (249)$$

Figura 111 – Relação entre L_I/H_{dam} e H_{dam}/d_c para calhas lisas com declividades em torno de 1V:0,75H. Validação da formulação adimensional por meio de comparações com dados experimentais (Bacia Tipo I).

Figura 112 – Relação entre L_{II}/H_{dam} e H_{dam}/d_c para calhas lisas com declividades em torno de 1V:0,75H. Validação da formulação adimensional por meio de comparações com dados experimentais (Bacia Tipo II).

Figura 113 – Relação entre L_{III}/H_{dam} e H_{dam}/d_c para calhas lisas com declividades em torno de 1V:0,75H. Validação da formulação adimensional por meio de comparações com dados experimentais (Bacia Tipo III).

8.4 COMPARAÇÕES ENTRE COMPRIMENTOS DE BACIAS DE DISSIPACÃO A JUSANTE DE CALHAS LISAS E CALHAS EM DEGRAUS

Com o intuito de evidenciar a redução no comprimento das bacias de dissipação em função da adoção de vertedores em degraus, a Figura 114 demonstra, para as três bacias estudadas, a variação da relação $L_{(liso)}/L_{(degraus)}$ com H_{dam}/d_c . A variável “L” representa o comprimento de uma das três bacias de dissipação e o subscrito entre parênteses indica se a bacia está à jusante de uma estrutura lisa ou em degraus. Por meio da legenda da referida figura é possível identificar as particularidades próprias de cada curva.

Figura 114 – Comparação entre o comprimento de bacias de dissipação a jusante de vertedores em degraus e de vertedores lisos calculados com a formulação adimensional proposta ($\cong 1V:0,75H$).

Para os valores de “f” iguais a 0,01 e 0,08 e $H_{dam}/d_c > 40$, os resultados demonstram que a jusante de uma estrutura lisa, a bacia Tipo I resultaria 20% maior do que a jusante de um vertedor em degraus. Para bacias de dissipação Tipo II e III, nota-se que este valor passaria para 30%, aproximadamente.

Ao multiplicar o fator de resistência da calha lisa por três ($f = 0,03$) e, adotando o valor de $f = 0,15$ para vertedores em degraus, percebe-se que $L_{(liso)}/L_{(degraus)}$ assume um valor

constante igual a 1,38 se $H_{dam}/d_c > 45$, para bacias Tipo I. Tal relação, considerando as bacias de dissipação Tipo II e III, assume valores iguais a 1,53 e 1,61, respectivamente.

As curvas da Figura 114 também demonstram que quanto maior for a vazão específica (ou a profundidade crítica), para uma dada altura do vertedor (H_{dam}) menor será a eficiência dos degraus na dissipação de energia. Este fato, como mencionado na revisão bibliográfica, foi constatado experimentalmente por diversos pesquisadores.

Finalmente, cabe comentar que mesmo para os resultados mais conservadores ($f = 0,08$), a estrutura em degraus propicia uma redução considerável no comprimento da bacia de dissipação por ressalto hidráulico.

8.5 COTA DE FUNDO DA BACIA DE DISSIPACÃO (VERTEDORES LISOS)

A metodologia apresentada para a determinação da cota de fundo da bacia de dissipação foi utilizada em conjunto com os resultados correspondentes a $f = 0,01$ (calha lisa). Do mesmo modo, os dados experimentais também apresentaram excelente concordância com as curvas semi-empíricas, como pode ser visualizado na Figura 115. Como resultado, foi possível obter a equação 250, semelhante à equação 234. Por meio destas equações, nota-se que para um determinado valor de “ D/d_c ”, a cota de fundo (ou simplesmente H_{dam}) de uma bacia a jusante de uma calha lisa resultará maior do que a jusante de um vertedor em degraus.

$$\frac{H_{dam}}{d_c} = 1,02 \cdot \frac{D}{d_c} + 2,89 \quad (250)$$

Figura 115 – Cota de fundo da bacia de dissipação (validação para calhas lisas).

9 APLICAÇÕES DOS MÉTODOS APRESENTADOS E DESENVOLVIDOS

As curvas e equações desenvolvidas a partir das formulações adimensionais propostas, podem ser empregadas em avaliações preliminares na fase de pré-dimensionamento de vertedores em degressos ou em problemas de verificação de estruturas existentes. Este item do trabalho apresenta exemplos de aplicação de alguns métodos existentes na literatura (apresentados na revisão bibliográfica) e da metodologia aqui desenvolvida.

9.1 APLICAÇÃO 1 – BOES e HAGER (2003a)

Considere que uma calha em degressos deve ser projetada para uma barragem, sendo conhecidas as seguintes condições de contorno:

- 1) Altura da crista do vertedouro, desde o fundo da bacia de dissipação: $H_{\text{dam}} = 60 \text{ m}$;
- 2) Largura do rio a jusante: $B = 40 \text{ m}$;
- 3) Inclinação do paramento de jusante: $1V:0,8H$;
- 4) Vazão de projeto: $Q_d = 800 \text{ m}^3/\text{s}$;
- 5) Espessura das camadas de CCR: $0,6 \text{ m}$

9.1.1 Seleção da largura do vertedor

A fim de evitar a ocorrência indesejada de ondas de choque devido a convergência dos muros laterais ao longo do paramento de jusante, a largura do vertedor será igual a largura do rio a jusante, ou seja, $B = 40 \text{ m}$. Consequentemente, a vazão específica será igual a $q = 800/40 = 20 \text{ m}^3/(\text{s.m})$. Sendo a seção transversal retangular, a profundidade crítica vale $d_c = (20^2/9,81)^{1/3} = 3,44 \text{ m}$.

9.1.2 Seleção da Altura dos Degraus (h) e Verificação do Regime de Escoamento

Graças à espessura das camadas de CCR, foi adotado $h = 1,20 \text{ m}$, o que facilita a construção do vertedouro, além de assegurar uma elevada dissipação de energia. Para a descarga de projeto, a relação $d_c/h = 3,44/1,20 = 2,87$ é maior do que o valor mínimo requerido, de acordo com a equação 50, para ocorrência do escoamento deslizante sobre

turbilhões. Por meio da Figura 28, também é possível concluir que o escoamento ocorrerá em regime deslizante sobre turbilhões.

$$\frac{d_c}{h} = 0,91 - 0,14 \cdot \frac{h}{l} = 0,91 - 0,14 \cdot \frac{1,20}{0,8 \cdot 1,20} = 0,735$$

Em outros termos, o escoamento em quedas sucessivas só ocorrerá para vazões pequenas, cujo valor limite pode ser avaliado da seguinte maneira:

$$\frac{d_c}{h} = 0,735 \Rightarrow q = \left[(0,735 \cdot 1,20)^3 \cdot 9,81 \right]^{1/2} = 2,59 \text{ m}^2 / \text{s}$$

Deste modo, vazões específicas inferiores a 2,59 m²/s levam à ocorrência do escoamento em quedas sucessivas (ou regime de transição).

9.1.3 Ponto de Incipiência da Aeração

De acordo com a equação 63, a posição de início da aeração (L_A) é:

$$L_A = \frac{5,90 \cdot d_c^{6/5}}{(\sin \alpha)^{7/5} \cdot h^{1/5}} = \frac{5,90 \cdot 3,44^{6/5}}{(\sin(51,34))^{7/5} \cdot 1,20^{1/5}} = 35,42 \text{ m}$$

9.1.4 Profundidade do Escoamento na Posição L_A

De acordo com a equação 62, calcula-se:

$$\frac{y_A}{h} = 0,4 \cdot F_*^{0,6} \therefore F_* = q / (g \cdot h^3 \cdot \sin \alpha)^{0,5} \Rightarrow y_A = 1,33 \text{ m}$$

Deste modo, a velocidade do escoamento bifásico na posição L_A é:

$$V(y_A) = q / y_A = 20 / 1,33 \cong 15 \text{ m} / \text{s}$$

Todavia, em função da concentração média de ar no ponto de incipiência da aeração (calculada de acordo com a equação 77), a profundidade equivalente do escoamento, somente de água, no ponto de incipiência da aeração deve ser avaliada da seguinte maneira:

$$\bar{C}_i = 1,2 \cdot 10^{-3} \cdot (240^\circ - \alpha) \cong 0,23$$

$$d_A = y_A (1 - \bar{C}_i) = 1,33 (1 - 0,23) = 1,02 \text{ m}$$

Que resulta numa velocidade, sem considerar o fluxo de ar, superior a anterior:

$$V(d_A) = q / d_A = 20 / 1,02 \cong 19,6 \text{ m/s}$$

Este valor é menor do que o valor crítico para o início da cavitação (20 m/s) na zona de escoamento não aerado, de acordo com Boes e Hager (2003b).

9.1.5 Ocorrência do Escoamento Uniforme

De acordo com a equação 138, a distância vertical requerida para ocorrência do escoamento uniforme (ou quase-uniforme) é:

$$\frac{H_{dam,u}}{d_c} = 24.(\text{sen } \alpha)^{2/3} \Rightarrow H_{dam,u} = 70 \text{ m} > H_{dam}$$

Deste modo, como a distância vertical requerida é superior à altura do vertedouro, o escoamento não alcançará condições uniformes.

9.1.6 Profundidade do Escoamento Uniforme

Se o vertedouro fosse suficientemente longo para que o escoamento uniforme se estabelecesse, a profundidade do escoamento uniforme (profundidade equivalente, apenas de água) seria (de acordo com a equação 130):

$$\frac{d_o}{d_c} = 0,215.(\text{sen } \alpha)^{-1/3} \Rightarrow d_o = 0,80 \text{ m}$$

Considerando a mistura ar-água, os autores utilizaram a equação 251, apresentada a seguir.

$$\frac{d_{90,o}}{h} = 0,5.F_*^{(0,1.tg\alpha+0,5)} \quad (251)$$

$$d_{90,o} = 1,74 \text{ m}$$

Com este valor é possível calcular a concentração média de ar, no escoamento uniforme, de acordo com a equação 69:

$$\bar{C}_u = 1 - \frac{d_o}{d_{90,o}} \cong 0,54$$

9.1.7 Dissipação de Energia

Como a condição uniforme do escoamento não é alcançada, a energia dissipada deve ser calculada por meio da equação 129. A profundidade equivalente (d), no pé do vertedouro

(posição vertical H_{dam}) pode ser aproximada por meio de uma interpolação linear entre a profundidade equivalente no ponto de incipiência ($d_A = 1,02$ m) e a profundidade equivalente do escoamento uniforme ($d_o = 0,80$ m), para as distâncias verticais desde a crista até $z_i \cong L_A \cdot \sin \alpha = 27,7$ m e $H_{dam,u} = 70$ m, respectivamente. Deste modo, a interpolação linear pode ser escrita da seguinte maneira:

$$d = \frac{(d_A - d_o)}{(z_i - H_{dam,u})} \cdot (H_{dam} - H_{dam,u}) + d_o = 0,85m$$

Considerando o canal retangular e largo, o diâmetro hidráulico é $D_h = 4 \cdot d = 4 \cdot 0,85 = 3,4$ m e a altura de rugosidade dos degraus $k = h \cdot \cos \alpha = 0,75$ m. Sendo assim, a rugosidade relativa vale $k/D_h = 0,75/3,4 = 0,22$. Com $H_{dam}/d_c = 17,44$, utiliza-se a equação 129:

$$\frac{H_{res}}{H_{m\acute{a}x}} = \exp \left[\left(-0,045 \left(\frac{k}{D_{h,w}} \right)^{0,1} \cdot (\sin \alpha)^{-0,8} \right) \cdot \frac{H_{dam}}{d_c} \right] = 0,439$$

Sendo $H_{m\acute{a}x} = H_{dam} + 1,5 \cdot d_c = 65,16$ m, a energia residual vale $H_{res} = 28,6$ m. Calculando, $(1 - 28,6/65,16) = 0,56$, pode-se afirmar que aproximadamente 56% da energia cinética foi dissipada ao longo da calha.

A partir da definição de energia residual $[H_{res} = d \cdot \cos \alpha + \alpha_1 \cdot V^2 / (2 \cdot g)]$, sendo “d” a incógnita, chega-se a $d = 0,89$ m, confirmando assim a aproximação obtida com a interpolação. Finalmente, por meio do valor médio (sugerido pelos autores) $d_{(m\acute{e}dio)} = 0,5 \cdot (0,85 + 0,89) = 0,87$ m e da equação da continuidade, calcula-se a velocidade terminal, igual a $20/0,87 = 23$ m/s.

Se a calha fosse longa o bastante para que o escoamento atingisse condições uniformes, ou seja, $H_{dam} = 70$ m, a energia residual relativa seria $H_{res}/H_{max} = 0,36$ e, de acordo com as equações 131 e 132, $f_b = 0,067$. Neste caso 64% da energia total a montante seria dissipada pelo vertedouro resultando numa velocidade terminal igual a $20/0,80 = 25$ m/s.

9.1.8 Projeto dos Muros Laterais

Sendo o coeficiente de segurança para represas de concreto igual a 1,20, os autores sugerem que a altura requerida para os muros laterais seja avaliada com a equação 149 e a profundidade do escoamento uniforme. Deste modo, chega-se a:

$$h_{muros} = \eta \cdot d_{90,o} = 1,20 \cdot 1,74 = 2,09m$$

Portanto, propõe-se uma altura de 2,1 m. Se o paramento de jusante da barragem é propenso a erosões, o fator de segurança deve ser de 1,50, como discutido anteriormente. Todavia, deve-se fazer distinção entre casos onde a crista, acima do ponto de tangencia, é lisa ou em degraus. Se acima do ponto de tangência existem degraus, a altura dos muros exigida é $1,50 \cdot 1,74 = 2,61$ m. Caso contrário, a altura dos muros deveria ser igual a altura do *spray*, cujo cálculo, segundo os autores é efetuado da seguinte maneira: $4 \cdot h = 4 \cdot 1,20 = 4,80$ m até a posição longitudinal $L = 25 \cdot h = 25 \cdot 1,20 = 30$ m.

9.1.9 Comprimento da Bacia de Dissipação

De acordo com Boes e Hager (2005, p.528) a bacia de dissipação pode ser dimensionada de acordo com os métodos convencionais, considerando a profundidade equivalente (d) no pé do vertedouro igual ao conjugado supercrítico do ressalto. Deste modo, de acordo com os resultados obtidos anteriormente, pode-se calcular o comprimento do ressalto a jusante do vertedouro, a partir do qual é possível dimensionar a bacia de dissipação.

$$d_{(médio)} = d_1 = 0,87 \text{ m}; V_1 = 20/0,87 = 23 \text{ m/s}; Fr_1 = 7,88$$

Por meio da equação 252, ajustada aos dados de Peterka (1984) e proposta por Hager *et al.* (1990), calcula-se o comprimento do ressalto (ou Bacia Tipo I - USBR):

$$\frac{L_j}{d_1} = 220 \cdot \text{tgh} \left(\frac{Fr_1 - 1}{22} \right) \quad (252)$$

$$\frac{L_j}{d_1} = 220 \cdot \text{tgh} \left(\frac{7,88 - 1}{22} \right) \Rightarrow L_j = 66,64 \cdot 0,87 \cong 58m$$

Utilizando as equações 226 e 228, o comprimento da bacia Tipo I calculado é $L_I = L_j \cong 57$ m, valor próximo daquele calculado com a equação 252 e os dados provenientes da metodologia de Boes e Hager (2003a).

A aplicação da equação 244, originada da formulação adimensional proposta, requer apenas o conhecimento da vazão específica “q” e da altura do extravasor “ H_{dam} ”. Sendo assim, com a referida equação, obtém-se:

$$L_I = 7,02 \cdot q^{0,633} \cdot H_{dam}^{0,05} = 7,02 \cdot 20^{0,633} \cdot 60^{0,05} \cong 57,4m$$

Valor coerente com aquele avaliado através da metodologia de Boes e Hager (2003a).

A altura dos muros laterais também pode ser estimada por meio dos resultados oriundos da formulação adimensional. Entretanto, é necessário utilizar uma equação empírica para o cálculo da concentração média de ar. Assumindo que a equação 74, proposta por Povh e Tozzi (2001), é válida para 1V:0,8H, chega-se o seguinte resultado:

$$C_{mean} = 0,62 - \frac{11}{\left(\frac{H_{dam}}{d_c}\right)^2} = 0,62 - \frac{11}{\left(\frac{60}{3,44}\right)^2} = 0,58$$

Com esta concentração e a definição de profundidade equivalente, pode-se então pré-dimensionar a altura dos muros laterais. Para o cálculo da profundidade equivalente “d” existem diferentes alternativas. Uma delas consiste em utilizar a curva da Figura 109 que resulta em $Fr_1 \cong 8,4$, para $H_{dam}/d_c \cong 17,44$. Sendo assim, calcula-se $d_1 = d \cong 0,83$ m e em seguida $d_{90} \cong 0,83/(1-0,58) \cong 2,0$ m. Adotando o coeficiente de segurança mencionado ($\eta = 1,20$), obtém-se a altura dos muros laterais $h_{muros} = \eta \cdot d_{90} \cong 2,40$ m, trinta centímetros mais alto do que aquele dimensionado por Boes e Hager (2003a).

Finalmente, cabe ressaltar que a altura dos muros h_{muros} é menor do que a profundidade crítica e, portanto, menor do que as profundidades nas proximidades da crista padrão. Sendo assim, a altura dos muros laterais nesta região deve ser avaliada através do perfil da superfície livre.

9.2 APLICAÇÃO 2 – VERTEDOR EM DEGRAUS COM 1V:0,75H

Uma barragem será construída em concreto compactado a rolo e o seu extravasor terá o paramento de jusante com 1V:0,75H ($\alpha = 53,13^\circ$). Através dos dados fornecidos a seguir, avalie a altura dos degraus, regime de escoamento, ponto de incipiência da aeração, cota de fundo da bacia de dissipação, perfil da superfície livre, a altura dos muros laterais, ocorrência do escoamento quase-uniforme, comprimento de uma bacia de dissipação a jusante do vertedor e o risco de cavitação (com a equação 94).

Dados para o projeto:

- 1) Cota da soleira do vertedor: $CS = 875,0$ m;
- 2) Cota de fundo do canal de aproximação: $CF = 838,0$ m;
- 3) Largura da soleira: $B = 80$ m;
- 4) Vazão de projeto: $Q = 1120$ m³/s;
- 5) Cota do nível d'água no canal de restituição: $C_{TW} = 832,72$ m;

Com os dados anteriores, seguem-se os seguintes passos:

a) Altura dos degraus

A escolha da altura dos degraus envolve aspectos construtivos relacionados a espessura das camadas de CCR e, portanto, não é uma decisão puramente hidráulica. Entretanto, uma primeira aproximação pode ser obtida através da equação 123, desenvolvida por Tozzi (1992). Inicialmente, calcula-se a altura de rugosidade [$k_{\max} = h \cdot \cos(\alpha)$] e em seguida a altura dos degraus, como indicado a seguir:

$$q = Q/B = 1120/80 = 14,0 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$k_{\max} = 0,0764 \cdot q^{2/3} = 0,0764 \cdot 14^{2/3} = 0,44 \text{ m} \Rightarrow h = 0,73 \text{ m}$$

A altura calculada não corresponde a um valor prático, mas fornece uma indicação interessante para avaliações preliminares. Sendo assim, pode-se adotar, por exemplo, $h = 0,60$ m ou $h = 0,90$ m, valores habitualmente empregados em vertedores de barragens, já que 30

cm é uma espessura usual das camadas de CCR. O valor adotado é $h = 0,90$ m. Consequentemente, o piso terá comprimento $l = 0,75 \cdot 0,90 = 0,675$ m.

b) Verificação do regime de escoamento

$$d_c = (q^2/g)^{1/3} = (14^2/9,81)^{1/3} = 2,71 \text{ m}$$

Com $h/l = 0,90/0,675 = 1,33$ e $h/d_c = 0,9/2,71 = 0,33$, a Figura 28 indica a ocorrência do escoamento deslizante sobre turbilhões, considerando todas as metodologias ali apresentadas.

c) Ponto de incipiência da aeração

Adotando a equação 59, proposta por Chanson (2002), calcula-se a posição de início da aeração (L_A), como indicado a seguir.

$$F_r^* = \frac{q}{\sqrt{g \cdot k^3 \cdot \text{sen} \alpha}} = \frac{14}{\sqrt{9,81 \cdot (0,9 \cdot \cos 53,13^\circ)^3 \cdot \text{sen} 53,13^\circ}} \cong 12,6$$

$$\frac{L_A}{k} = 9,719 \cdot (\text{sen} \alpha)^{0,0796} \cdot F_r^{*0,713} \Rightarrow L_A \cong 31,4 \text{ m} \Rightarrow \frac{z_i}{d_c} \cong \frac{L_A}{d_c} \cdot \text{sen} \alpha \cong 9,3$$

A profundidade do escoamento nesta posição, de acordo com a equação 60, vale:

$$\frac{y_A}{k} = \frac{0,4034}{(\text{sen} \alpha)^{0,04}} \cdot F_r^{*0,592} \Rightarrow y_A \cong 0,99 \text{ m}$$

Com as equações 61 e 62, propostas por Boes e Hager (2003a), calculam-se:

$$F_r^* = \frac{q}{\sqrt{g \cdot h^3 \cdot \text{sen} \alpha}} = \frac{14}{\sqrt{9,81 \cdot 0,9^3 \cdot \text{sen} 53,13^\circ}} \cong 5,85$$

$$\frac{z_i}{h} = 5,9 \cdot F_*^{0,8} = 5,9 \cdot 5,85 = 34,52 \Rightarrow z_i = 34,52 \cdot 0,9 = 31,1 \text{ m} \Rightarrow \frac{z_i}{d_c} \cong 11,5$$

$$\frac{y_A}{h} = 0,4 \cdot F_*^{0,6} \Rightarrow y_A \cong 1,04 \text{ m}$$

d) Concentração média de ar ao longo da calha em degraus

Neste item é utilizada a equação 75 em conjunto com as equações 76 e 77 e os resultados anteriores. Sendo assim, a concentração média de ar na posição de início da aeração é avaliada por meio da equação 77 da seguinte maneira:

$$\bar{C}_i = 1,2 \cdot 10^{-3} \cdot (240^\circ - \alpha) = 1,2 \cdot 10^{-3} \cdot (240^\circ - 53,13^\circ) = 0,224$$

A concentração média de ar em regime uniforme, por sua vez, é obtida com a equação 76:

$$\bar{C}_u = 0,75 \cdot (\sin \alpha)^{0,75} = 0,75 \cdot (\sin 53,13^\circ)^{0,75} = 0,634$$

Finalmente, sendo $Z_i = (z - z_i)/d_c$, obtém-se uma função, por meio da equação 75, que relaciona a concentração média de ar em com a posição vertical ao longo da calha:

$$\frac{\bar{C}(Z_i) - \bar{C}_i}{\bar{C}_u - \bar{C}_i} = \left\{ \tanh \left[5 \cdot 10^{-4} \cdot (100^\circ - \alpha) Z_i \right] \right\}^{1/3} \Rightarrow \frac{\bar{C}(Z_i) - 0,224}{0,634 - 0,224} = \left\{ \tanh \left[5 \cdot 10^{-4} \cdot (100^\circ - 53,13^\circ) Z_i \right] \right\}^{1/3} \Rightarrow$$

$$\bar{C}(z/d_c) = 0,41 \cdot \left\{ \tanh \left[0,023435 \cdot \left(\frac{z}{d_c} - 11,5 \right) \right] \right\}^{1/3} + 0,224 \quad (253)$$

Com a equação anterior será possível esboçar o perfil da superfície livre, como será visto.

e) Determinação da cota de fundo da bacia de dissipação (ou H_{dam})

Os dados do problema indicam que $D = 875,0 - 832,72 = 42,28$ m. Com a equação 234, $H_{dam}/d_c = 1,01 \cdot D/d_c + 2,15 = 17,91$ logo, $H_{dam} = 48,53$ m. De acordo com a equação 250, a altura H_{dam} , para uma calha lisa, seria igual a 51 m.

f) Perfil da superfície livre e altura dos muros laterais

Por meio da definição de profundidade equivalente, pode-se escrever a seguinte equação:

$$\frac{d_{90}}{d_c} = \frac{d}{d_c} \cdot \frac{1}{(1 - C_{mean})} \quad (254)$$

Com as equações 253 e 254 e o perfil fictício de profundidades equivalentes calculado com a equação diferencial 220 ($f = 0,08$ e $\beta = 1,05$), obtém-se o perfil da superfície livre, apresentado a seguir:

Figura 116 – Perfil da superfície livre (Aplicação 2)

Com os dados apresentados na Figura 116, pode-se pré-dimensionar o perfil dos muros laterais, devendo-se empregar o coeficiente de segurança igual a 1,20.

É interessante observar que o fator de resistência adotado neste exemplo de projeto é conservador quando se trata do dimensionamento da bacia de dissipação. Entretanto, como pode ser constatado facilmente através da Figura 100, se fosse utilizado $f = 0,20$, obter-se-ia $d/d_c = 0,32$ para $H_{dam}/d_c \cong 18$. Este valor é superior ao indicado na Figura 116 e deve ser levado em conta no projeto, uma vez que não se sabe qual o valor do fator de resistência que melhor corresponde à realidade física.

De acordo com a Figura 116, na posição $H_{dam}/d_c = 18$, a altura dos muros deve ser igual a $h_{muros} = \eta \cdot d_{90} = 1,20 \cdot 0,43 \cdot 2,71 = 1,40$ m. Se o fator de resistência igual a 0,20 associado à formulação proposta corresponder à realidade física do problema, ocorrerá $d_{90} =$

$0,32.2,71/(1-0,44) \cong 1,55$ m, em que 0,44 é a concentração média de ar calculada com a equação 253. Deste modo, tem-se $h_{\text{muros}} = \eta \cdot d_{90} = 1,20 \cdot 1,55 = 1,86$ m.

Nota-se com este item do exemplo que a incerteza associada ao fator de resistência de Darcy-Weisbach pode resultar em muros com alturas insuficientes, mesmo com o uso do fator de segurança recomendado. Sendo assim, por razões de segurança, sugere-se a verificação efetuada anteriormente. Em casos especiais, onde qualquer extravasamento lateral é inaceitável, o autor recomenda o uso de $f = 0,20$ para o cálculo da profundidade d_{90} e pré-dimensionamento dos muros. Apesar das observações anteriores, deve-se ter em mente que o valor de $f = 0,08$ pode corresponder à realidade, uma vez que o mesmo tem fundamento em resultados experimentais.

Ainda neste exemplo de aplicação (item h) a metodologia apresentada por Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2004) é empregada para calcular a profundidade equivalente (d) no pé do vertedor. O valor desta variável, calculado com a metodologia destes pesquisadores, resultou em $d \cong 0,81$ m. Com as equações 79 e 80, propostas pelos referidos autores, calcula-se a concentração média de ar, resultado em $C_{\text{mean}} = 0,49$, consequentemente, $d_{90} \cong 1,59$ m. Por questões de segurança, os autores sugerem $\eta = 1,40$, de modo que $h_{\text{muros}} = 1,4 \cdot 1,59 \cong 2,23$ m. Nota-se que o valor obtido com a metodologia dos autores citados resulta em muros laterais mais altos do que aqueles avaliados com $f = 0,20$.

g) Ocorrência do escoamento quase-uniforme

Através da equação 232, com $f = 0,08$, chega-se a $H_{\text{dam,u}}/d_c = 21,7 > H_{\text{dam}}/d_c$. Portanto, conclui-se que o escoamento quase-uniforme não será atingido.

Considerando a equação 137, proposta por Christodoulou (1999), a avaliação da ocorrência do escoamento uniforme é efetuada da seguinte maneira:

$$L_u = \frac{8,6 \cdot q^{0,71}}{h^{0,07} \cdot (\cos \alpha)^{0,07} \cdot (\sin \alpha)^{0,28}} = \frac{8,6 \cdot 14^{0,71}}{0,90^{0,07} \cdot (\cos 53,13^\circ)^{0,07} \cdot (\sin 53,13^\circ)^{0,28}} \cong 62,25 \text{ m}$$

Assumindo que $H_{\text{dam},u} = L_u \cdot \text{sen} \alpha = 49,8 \text{ m}$, conclui-se que não ocorrerá escoamento uniforme, apesar deste valor ser menor do que o calculado com a metodologia desenvolvida (eq. 232).

Com a equação 138, proposta por Boes e Hager (2003a), conclui-se que o escoamento uniforme não é alcançado, como pode ser visto a seguir:

$$\frac{H_{\text{dam},u}}{d_c} \cong 24 \cdot (\text{sen} 53,13^\circ)^{2/3} = 20,7$$

Como $h/d_c = 0,90/2,71 = 0,33$, a metodologia representada pela equação 139, proposta por Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2004), pode ser utilizada. Ressalta-se que o ângulo α deve ser utilizado em graus. Após efetuar os cálculos, conclui-se que $H_{\text{dam},u}/d_c = 30,31 > H_{\text{dam}}/d_c$ (ou $H_{\text{dam},u} = 82,14 \text{ m} > 48,53 \text{ m} = H_{\text{dam}}$). Nota-se que o escoamento uniforme não é alcançado e que o valor obtido é superior aos demais.

h) Comprimento da bacia de dissipação Tipo I

Com a equação 244, $L_I = 7,02 \cdot 14,0^{0,633} \cdot 48,53^{0,05} = 45,3 \text{ m}$. Com a equação 247, o comprimento de uma bacia de dissipação a jusante de uma calha lisa seria $L_I^{\text{liso}} \cong 51,0 \text{ m}$. Uma postura menos conservadora em relação ao uso da equação 244, por meio do uso das equações 238 a 240, conduz os seguintes resultados: $L_I = 43,0 \text{ m}$ ($f = 0,10$); $L_I = 39,6 \text{ m}$ ($f = 0,16$); $L_I = 37,8 \text{ m}$ ($f = 0,20$).

Considerando a equação de resistência de Manning-Strickler, com o coeficiente de Manning calculado de acordo com a equação 119, proposta por Tozzi (1992), foi utilizado um programa computacional denominado dEGR., desenvolvido pelo autor, para avaliação do comprimento da bacia de dissipação Tipo I. Como resultado, obteve-se $L_I = 39,90 \text{ m}$, valor próximo daquele calculado com $f = 0,16$, no parágrafo anterior.

Com a equação 128, proposta por Povh (2000), a energia residual relativa vale $H_{\text{res}}/H_{\text{máx}} = 0,42$. Sendo $H_{\text{máx}} \cong H_{\text{dam}} + 1,5 \cdot d_c = 48,53 + 1,5 \cdot 2,71 \cong 52,6 \text{ m}$, $H_{\text{res}} = 22,1 \text{ m}$.

Consequentemente, $d_1 \cong 0,67$ m. Com este valor, o comprimento de uma bacia de dissipação Tipo I é $L_1 = 45,0$ m, valor próximo daquele obtido com a equação 244 ($L_1 = 45,3$ m).

A metodologia apresentada por Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2004), aplicada ao caso aqui estudado, consiste nos seguintes passos:

- 1) Através da Figura 28, conclui-se que ocorrerá escoamento deslizante com Perfil Tipo A;
- 2) Através da equação 139, como apresentado anteriormente, conclui-se que não ocorrerá escoamento uniforme;
- 3) Com as equações 114, 117 e 118, calcula-se o fator de resistência de Darcy-Weisbach:

$$f_{\max} = 2,32 \cdot 10^{-5} \cdot \alpha^2 - 2,75 \cdot 10^{-3} \cdot \alpha + 2,31 \cdot 10^{-1} = 0,15$$

$$A_1 = 0,452$$

$$f = f_{\max} - A_1 \cdot \left(0,5 - \frac{h}{d_c} \right)^2 = 0,15 - 0,452 \cdot \left(0,5 - \frac{0,90}{2,71} \right)^2 = 0,137$$

- 4) Com a equação 133, calcula-se H_{res}/d_c correspondente ao regime uniforme:

$$\left(\frac{H_{\text{res}}}{d_c} \right)_{\text{uniforme}} = \left(\frac{0,137}{8 \cdot \sin 53,13^\circ} \right)^{1/3} \cdot \cos 53,13^\circ + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{0,137}{8 \cdot \sin 53,13^\circ} \right)^{-2/3} = 6,65$$

- 5) Com as equações 135 e 136, calcula-se H_{res}/d_c correspondente ao regime não-uniforme:

$$\left(\frac{H_{\text{res}}}{d_c} \right)_{\text{não-uniforme}} = 1,5 + \left[\left(\frac{H_{\text{res}}}{d_c} \right)_{\text{uniforme}} - 1,5 \right] \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{H_{\text{dam}}}{H_{\text{dam},u}} \right)^m \right]$$

$$m = -\frac{\alpha}{25} + 4, \text{ substituindo os valores obtidos anteriormente,}$$

$$\left(\frac{H_{\text{res}}}{d_c} \right)_{\text{não-uniforme}} = 1,5 + (6,65 - 1,5) \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{48,53}{82,14} \right)^{1,875} \right] = 5,69 \Rightarrow H_{\text{res}} = 15,42 \text{ m}$$

Com a energia residual calculada, obtém-se $d_1 \cong 0,81$ m e $L_1 = 40,0$ m, valor próximo daquele obtido com a metodologia proposta no presente trabalho, para $f = 0,16$, que foi $L_1 = 39,6$ m.

i) Risco de cavitação

Para avaliar o risco de cavitação foi utilizada a equação 94, desenvolvida por Gomes (2006). O valor de L_A adotado foi aquele calculado com a equação de Chanson (2002) no item “c”. A fim de comparar os dados obtidos com a equação adimensional 220, o sistema de coordenadas da equação 94 foi alterado de “x” para “ z/d_c ” (ou H_{dam}/d_c , como vem sendo utilizado neste trabalho). A velocidade V_{cr} (equação 94) foi adimensionalizada com a velocidade crítica $V_c = (g \cdot d_c)^{1/2}$, e os resultados podem ser vistos na Figura 117.

$$V_{cr} = 16,29 + \frac{9,91}{\left\{ 1 + \exp \left[\left(\frac{x}{L_A} - 0,60 \right) \cdot \frac{1}{0,23} \right] \right\}} \quad (94)$$

Conclui-se, de acordo com o critério utilizado, que não há risco de cavitação, uma vez que as velocidades médias entre $0,35 \leq x/L_A \leq 1,20$ não ultrapassam o limite estabelecido pela equação 94. Para $x/L_A > 1,20$ as velocidades médias equivalentes (calculadas com “d”) não ultrapassam o valor crítico V_{cr} . Se ultrapassassem, em função da elevada concentração de ar do escoamento, o risco de cavitação seria praticamente nulo, levando em consideração a discussão apresentada na seção correspondente à cavitação.

Figura 117 – Verificação do risco de cavitação através do critério de Gomes (2006).

9.3 APLICAÇÃO 3 – VERTEDOR LISO

1) “Determinar a elevação do fundo de uma bacia de dissipação, requerida para que o ressalto hidráulico se forme no pé do vertedor de uma barragem, conhecendo os seguintes dados” (PORTO, 1986, p.28):

- a) Descarga unitária: $9,30 \text{ m}^2/\text{s}$;
- b) Elevação do nível d’água no reservatório: $750,00 \text{ m}$;
- c) Elevação da crista do vertedor: $747,00 \text{ m}$;
- d) Elevação do canal de restituição: $736,00 \text{ m}$.

Assumindo que o vertedor possui $1V:0,75H$ e com os dados fornecidos, calcula-se $d_c = 2,07 \text{ m}$ e $D = 747,00 - 736,00 = 11,00 \text{ m}$. Aplicando a equação 250, obtém-se $H_{\text{dam}} = 17,19 \text{ m}$, de modo que a cota de fundo da bacia de dissipação será: $747,00 - 17,19 \cong 729,80 \text{ m}$. O resultado encontrado no problema original, calculado com o método gráfico adimensional do Prof. Elevatorski da Universidade do Arizona, é $729,90 \text{ m}$, revelando assim uma boa concordância entre os diferentes métodos.

2) “A crista de um vertedor-extravador de uma barragem, tendo uma declividade no paramento de jusante de $0,7H:1V$, está $26,85 \text{ m}$ acima do piso horizontal da bacia de dissipação. A carga sobre a crista é $3,15 \text{ m}$ e a descarga unitária máxima é $q = 13,0 \text{ m}^2/\text{s}$. Determine as dimensões de uma bacia de dissipação tipo II.” (PORTO, 1986, p.51)

A solução completa do problema original envolve a determinação de todas as dimensões da bacia Tipo II. Entretanto, este item tem como objetivo apenas ilustrar a aplicação das equações desenvolvidas, de modo que só é apresentado o cálculo do comprimento da estrutura de dissipação. Sendo assim, com os dados fornecidos, calcula-se $d_c = 2,58 \text{ m}$ e $H_{\text{dam}}/d_c \cong 10,40 \text{ m}$. Com a equação 248, obtém-se o comprimento da bacia de dissipação Tipo II: $L_{\text{II}}^{\text{liso}} = (8,42) \cdot (26,85) \cdot (10,40)^{-0,84} = 31,60 \text{ m}$. O problema original, por meio da metodologia apresentada pelo USBR para avaliação da velocidade no pé do vertedor,

apresenta $L_{II}^{\text{iso}} = 31,00$ m. Nota-se que, para este problema, a metodologia conduziu a um resultado conservador em relação ao método clássico do USBR.

9.4 APLICAÇÃO 4 – VERTEDOR EM DEGRAUS COM 1V:2H

Considere um vertedor com 1V:2H, $h = 0,30$ m, $l = 0,60$ m, $H_{\text{dam}} = 20$ m e $B = 45$ m. Para uma vazão $Q = 225$ m³/s, obtenha a curva de remanso (x , d), adimensionalise os resultados e apresente a relação entre d/d_c e H_{dam}/d_c . Para tanto, adote $\beta = 1,05$ e f variável, calculado com a equação 101, desenvolvida por Tozzi (1992). Em seguida compare as curvas obtidas de tal maneira com aquela proveniente da equação 220 com $f = 0,09$. Verifique indiretamente a estabilidade do método numérico de Runge-Kutta de 4ª ordem por meio de comparações com o método de Crank-Nicolson (C-N).

Por meio do programa dEGR., mencionado anteriormente, foi obtida a curva apresentada na Figura 118, com $\Delta x = 0,10$ m. Os pontos correspondentes ao método de Crank-Nicolson, por sua vez, foram determinados através do seguinte modo:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 3,25 + 0,39 \cdot \log\left(\frac{d}{k}\right) \quad 1 \leq d/k \leq 14 \quad (101)$$

$$\frac{dd}{dx} = \frac{I_o - I_f}{\cos \alpha - \beta \cdot F_r^2} \quad (207)$$

A equação de Darcy-Weisbach, para um canal retangular, pode ser escrita da seguinte maneira:

$$I_f = \frac{f}{8} \cdot \frac{d_c^3}{d^3} \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{d}{B}\right) \quad (255)$$

Considerando o valor intermediário entre d_n e d_{n+1} , ou seja, a média aritmética entre estas profundidades, a equação anterior assume a seguinte forma:

$$\bar{I}_f = \frac{\bar{f} \cdot d_c^3}{8} \cdot \frac{(1 + (d_n + d_{n+1})/B)}{[(d_n + d_{n+1})/0,5]^3} \quad (256)$$

O quadrado do número de Froude intermediário, por sua vez, é escrito como:

$$\overline{Fr}^2 = \frac{d_c^3}{d^3} = \frac{d_c^3}{[0,5.(d_n + d_{n+1})]^3} \quad (257)$$

Substituindo as equações 256 e 257 na equação 207:

$$\frac{d_{n+1} - d_n}{\Delta x} = \frac{\sin \alpha - \frac{\overline{f} \cdot d_c^3}{8} \cdot \frac{(1 + (d_n + d_{n+1})/B)}{[(d_n + d_{n+1}) \cdot 0,5]^3}}{\cos \alpha - \beta \cdot \frac{d_c^3}{[0,5.(d_n + d_{n+1})]^3}} \quad (258)$$

Quanto ao fator de resistência (equação 101), pode-se escrever:

$$\frac{1}{\sqrt{\overline{f}}} = 3,25 + 0,39 \cdot \log\left(\frac{(d_n + d_{n+1}) \cdot 0,5}{k}\right) \Rightarrow \overline{f} = \left[3,25 + 0,39 \cdot \log\left(\frac{(d_n + d_{n+1}) \cdot 0,5}{k}\right)\right]^{-2} \quad (259)$$

Combinando as equações discretizadas anteriormente, vem:

$$d_n + \Delta x \cdot \left\{ \frac{\sin \alpha - \left[3,25 + 0,39 \cdot \log\left(\frac{(d_n + d_{n+1}) \cdot 0,5}{k}\right)\right]^{-2} \cdot \frac{d_c^3}{8} \cdot \frac{(1 + (d_n + d_{n+1})/B)}{[(d_n + d_{n+1}) \cdot 0,5]^3}}{\cos \alpha - \beta \cdot \frac{d_c^3}{[0,5.(d_n + d_{n+1})]^3}} \right\} - d_{n+1} = 0 \quad (260)$$

Em d_{n+1} é a única incógnita a ser determinada. Esta é uma forma parecida com aquela encontrada em Porto (2006, p.435-437), recomendada para curvas S_2 . Existem diferentes métodos e recursos para resolver a equação 260, dentre os quais, destaca-se o método de *Newton-Raphson* e o recurso *solver* do software Microsoft® Office Excel, por exemplo. Por simplicidade, os resultados apresentados neste exemplo foram obtidos por meio do *solver*.

Figura 118 – Resultados da Aplicação 4 ($\Delta x_{C-N} = 0,1$ m).

Nota-se que a formulação adimensional proposta com $f = 0,09$ e os demais resultados praticamente não apresentaram diferenças entre si. Mais uma vez, a hipótese de canal largo, adotada na formulação adimensional, não influenciou os resultados de modo expressivo. Percebe-se também que o método de Runge-Kutta de quarta ordem, com a discretização adotada, implica em soluções estáveis, como pode ser visto na figura anterior. Para $\Delta x > 0,25$ m, os resultados obtidos com o método de Runge-Kutta passam a apresentar algumas diferenças em relação ao de C-N e ao de R-K com os passos de cálculo adotados anteriormente, sobretudo para $x < 5$ m (dd/dx elevado).

10 MODELO MATEMÁTICO PARA O ESCOAMENTO SOBRE UM DEGRAU

10.1 INTRODUÇÃO

Este item do trabalho tem como objetivo apresentar um equacionamento adimensional para o escoamento sobre um degrau em um canal retangular, que relaciona os parâmetros h/d_c com d_1/d_c . Em seguida, a formulação proposta é comparada com alguns dados experimentais encontrados na literatura.

10.2 DEDUÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO

10.2.1 Hipóteses Simplificadoras

Com respeito ao desenho esquemático do problema, apresentado a seguir (Figura 119), é necessário destacar algumas hipóteses simplificadoras a serem utilizadas na dedução do modelo matemático proposto. Tais hipóteses são:

- 1) Distribuição de pressões hidrostática nas seções correspondentes a d_p e d_1 ;
- 2) Pressão atmosférica na cavidade de ar sob o jato e pressão nula na seção “a”;
- 3) As tensões tangenciais decorrentes da resistência oferecida ao escoamento podem ser desprezadas na aplicação do princípio de conservação da quantidade de movimento;
- 4) O escoamento ocorre em regime permanente ($\partial V/\partial t = 0$);
- 5) Os coeficientes de Coriolis e Boussinesq são iguais à unidade;
- 6) A vazão “Q” através da seção “a” é igual à vazão “Q” através da seção d_1 ;

10.2.2 Princípios Básicos da Física e Dedução do Modelo Matemático

Levando em conta as hipóteses destacadas anteriormente, os princípios fundamentais a serem utilizados são:

- 1) Conservação da massa;
- 2) Conservação da quantidade de movimento (2ª Lei do Movimento de Newton);
- 3) Conservação da energia (1ª Lei da Termodinâmica).

Figura 119 – Desenho esquemático do escoamento sobre um degrau (a); Volume de controle adotado (b).

O teorema da quantidade de movimento aplicado ao volume de controle da Figura 119(b) resulta no seguinte desenvolvimento:

$$\sum F_x = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot d_p^2 - \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot d_1^2 = \rho \cdot q \cdot V_1 \cdot \cos \theta_i + \rho \cdot q \cdot V_1 = \rho \cdot q \cdot V_1 \cdot (1 - \cos \theta_i)$$

$$d_p^2 - d_1^2 = \frac{2}{g} \cdot q \cdot V_1 \cdot (1 - \cos \theta_i) \Rightarrow$$

$$d_p = \sqrt{\frac{2}{g} \cdot d_1 \cdot V_1^2 \cdot (1 - \cos \theta_i) + d_1^2} \quad (261)$$

A “equação de Bernoulli com perdas” (1ª Lei da Termodinâmica) entre as seções 1 (a montante da queda, na seção correspondente a d_c) e 2 (na superfície da zona de recirculação, onde, por hipótese, $V \cong 0$) fornece:

$$h + \frac{3}{2} \cdot d_c = d_p + K \cdot \frac{V_1^2}{2 \cdot g} \quad (262)$$

Na equação anterior, o termo que envolve o parâmetro adimensional “K” foi adotado para levar em conta a dissipação de energia ocorrida entre as seções 1 e 2.

Substituindo a equação 261 na equação 262 e dividindo por d_c , obtém-se:

$$\frac{h}{d_c} + \frac{3}{2} = \frac{1}{d_c} \sqrt{\frac{2}{g} \cdot d_1 \cdot V_1^2 \cdot (1 - \cos \theta) + d_1^2} + \frac{K}{d_c} \cdot \frac{V_1^2}{2 \cdot g} \quad (263)$$

Através da definição de profundidade crítica para um canal retangular e da equação da continuidade, a equação anterior assume a seguinte forma:

$$\frac{h}{d_c} + \frac{3}{2} = \sqrt{2 \cdot \left(\frac{d_1}{d_c}\right)^{-1} \cdot (1 - \cos \theta) + \left(\frac{d_1}{d_c}\right)^2} + \frac{K}{2} \cdot \left(\frac{d_1}{d_c}\right)^{-2} \quad (264)$$

A equação 264 corresponde ao modelo mencionado anteriormente, proposto no presente trabalho. Nota-se que a sua aplicação prática consiste em determinar a relação entre h/d_c e d_1/d_c . Entretanto, vê-se também que é necessário o conhecimento do ângulo de incidência θ_i e do parâmetro K. Para resolver esta indeterminação, foram empregadas as equações da cinemática e resultados experimentais, respectivamente.

Com respeito ao desenho apresentado na Figura 119(b), sendo V_b a velocidade correspondente à profundidade d_b na beirada da queda e “y” um eixo vertical com origem nesta posição e positivo para cima, pode-se escrever:

$$V_b = \frac{x}{t} \quad (265)$$

$$y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad (266)$$

Combinando as equações 265 e 266, pode-se obter a equação 267, apresentada a seguir:

$$y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{x}{V_b} \right)^2 \quad (267)$$

Sendo $x \cong L_d$ o alcance do jato, correspondente a $y = -h$, obtém-se a seguinte relação:

$$L_d = V_b \cdot \left(2 \cdot \frac{h}{g} \right)^{1/2} \quad (268)$$

Por meio da equação 267, a derivada dy/dx é:

$$\frac{dy}{dx} = -g \cdot \frac{x}{V_b^2} \quad (269)$$

No ponto correspondente a $x \cong L_d$ (equação 268), pode-se demonstrar que:

$$tg \theta_i = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x \cong L_d} = -\frac{1}{V_b} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \Leftrightarrow \|tg \theta_i\| = \frac{1}{V_b} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad (270)$$

Com o uso da equação da continuidade, da relação empírica $d_b = 0,715 \cdot d_c$, sugerida por Rouse (1936), e da definição de profundidade crítica para um canal retangular, pode-se escrever:

$$\begin{aligned} \|tg \theta_i\| &= \frac{0,715 \cdot d_c}{q} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \frac{0,715 \cdot d_c}{d_c \cdot \sqrt{g \cdot d_c}} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 0,715 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{h}{d_c}} \Rightarrow \\ \|tg \theta_i\| &= 0,715 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{h}{d_c}} \Leftrightarrow \theta_i = \arctg \left(0,715 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{h}{d_c}} \right) \end{aligned} \quad (271)$$

A equação anterior, desenvolvida a partir dos princípios da cinemática e da relação sugerida por Rouse (1936), permite que a equação 264 seja utilizada em conjunto com dados experimentais com o intuito de verificar o valor do parâmetro “K”.

Adicionalmente, através da equação 268 e das definições básicas utilizadas até então, pode-se demonstrar que o alcance do jato adimensionalizado com d_c é dado por:

$$\frac{L_d}{d_c} = \frac{\sqrt{2}}{0,715} \cdot \sqrt{\frac{h}{d_c}} \quad (272)$$

10.2.3 Comparação com dados empíricos e a metodologia de Rand (1955)

O objetivo deste item é avaliar o valor do coeficiente “K” encontrado na equação 264. Para tanto foram utilizados os dados e a equação de Rand (1955), certamente um dos trabalhos clássicos mais difundidos sobre o tema. A equação proposta por este pesquisador foi citada no início da revisão bibliográfica (equação 12) e pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{d_1}{d_c} = 0,54 \left(\frac{d_c}{h} \right)^{0,275} \quad (273)$$

Válida para $0,045 < d_c/h < 1$.

A equação 273 (ou equação 12) foi desenvolvida por Rand (1955) a partir de dados experimentais obtidos por ele, e dados experimentais publicados por More (1943). A curva correspondente a esta equação pode ser vista na Figura 120, em conjunto com os dados experimentais mencionados. No mesmo gráfico foi inserida a curva correspondente a equação 264, com $K = 0,77$, valor obtido após algumas tentativas. Nota-se que, para $d_c/h > 0,60$, as metodologias apresentadas apresentam boa concordância. Verificou-se também que o uso de um valor constante para o parâmetro K impossibilita um perfeito ajuste entre as equações.

Figura 120 – Avaliação do valor do parâmetro K.

Considerando a equação de Rand (1955) como um modelo que corresponde à realidade física do problema, percebe-se que o parâmetro K não é uma constante, mas uma

função. Parece razoável que esta hipótese seja verdadeira, já que, entre os mecanismos responsáveis pela dissipação de energia, pode-se mencionar a dispersão do jato no ar (que depende de d_c/h), o impacto do jato com o piso e o escoamento vorticoso na zona de recirculação. A fim de ilustrar o ajuste entre a equação proposta e a equação de Rand (1955), além da variação de K com d_c/h , foram obtidas as curvas apresentadas na Figura 121(a,b).

Figura 121 – Ajuste da equação proposta à metodologia de Rand (1955) (a); relação entre K e d_c/h (b).

Além da equação de Rand (1955), há mais de uma dezena de estudos sobre o escoamento em queda livre, dentre os quais, trabalhos que datam de 1932 a 2006. Uma considerável revisão sobre o tema pode ser encontrada em Monteiro (2006), que resgatou trabalhos importantes relacionados a queda livre.

11 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Considerando-se os objetivos traçados no início desta dissertação, e através da avaliação do estado da arte e dos resultados apresentados nas seções anteriores, as seguintes conclusões e recomendações podem ser evidenciadas:

- 1) As soluções das equações adimensionais propostas, diferenciais e algébricas, possibilitaram o desenvolvimento de uma metodologia destinada ao pré-dimensionamento hidráulico de vertedores em degraus com diferentes características. Com as discussões apresentadas ao longo do trabalho, concluiu-se que as equações adimensionais responderam bem às várias comparações com metodologias empíricas e resultados experimentais provenientes de diferentes fontes;
- 2) No item 5.1.3 foi avaliada a influência do fator de resistência variável com o uso das equações de Tozzi (1992) para o cálculo desta grandeza. Com os resultados obtidos para diferentes alturas dos degraus e declividades do paramento de jusante, pôde-se concluir que as equações adimensionais propostas apresentam resultados satisfatórios quando empregadas com o uso de um fator de resistência constante. Verificou-se que os valores do fator de resistência que implicam em melhores resultados são: $f = 0,16$, $f = 0,09$ e $f = 0,068$, para vertedores com $1V:0,75H$, $1V:2,0H$ e $1V:6,69H$, respectivamente;
- 3) A validação da formulação adimensional desenvolvida no presente trabalho revelou que houve um ajuste razoável entre a teoria e a experimentação. Com referência a este tópico, concluiu-se que o fator de resistência de Darcy-Weisbach para vertedores em degraus com declividades em torno de $1V:0,75H$ está situado, aproximadamente, entre $0,08$ e $0,20$. Para os valores de f testados, as curvas obtidas revelaram boa concordância com dados experimentais de diferentes autores, como exposto na relação entre os adimensionais d_1/d_c , $\Delta H/H_{máx}$ e H_{dam}/d_c (Figuras 100 e 101, p.198 e 200).

- 4) Concluiu-se que a metodologia proposta para a determinação da cota de fundo de bacias de dissipação Tipo I, representada pelas equações 234 e 250, apresenta bons resultados quando comparada com dados experimentais;
- 5) Nos itens 7 e 8, relativos ao pré-dimensionamento do comprimento de diferentes bacias de dissipação a jusante de estruturas lisas e em degraus, notou-se que os adimensionais L_i/H_{dam} e H_{dam}/d_c condensam adequadamente as variações encontradas nos dados experimentais adimensionalizados. Mais uma vez, reafirmou-se a conclusão de que o fator de resistência de Darcy-Weisbach está situado entre 0,08 e 0,20, para calhas com declividades em torno de $1V:0,75H$ e diferentes alturas dos degraus (Tabela 8, página 196). Ainda sobre os resultados apresentados nestes itens, verificou-se que a metodologia proposta pode ser aplicada satisfatoriamente a vertedores lisos, desde que seja utilizado um valor de f adequado;
- 6) Concluiu-se que a relação $L_{(\text{liso})}/L_{(\text{degraus})}$ resulta em uma importante economia quando da utilização dos degraus ao longo da calha (Figura 114), que também proporcionam um menor aprofundamento da bacia de dissipação em relação a uma calha lisa;
- 7) Para o pré-dimensionamento do comprimento da bacia de dissipação, conclui-se que o uso da metodologia desenvolvida com o fator de resistência igual a 0,08 é mais apropriado, uma vez que não se sabe ao certo qual o valor correto entre o intervalo mencionado (0,08 a 0,20). Entretanto, acredita-se que com o estudo em modelo físico, incluindo todo o sistema extravasor (vertedor, canal em degraus e bacia de dissipação), o comprimento calculado com a equação desenvolvida possa ser reduzido;
- 8) Como há incertezas consideráveis associadas aos valores do fator de resistência, conclui-se que, para o pré-dimensionamento dos muros laterais, é recomendável verificar a altura dos mesmos assumindo que $f = 0,20$, por questões de segurança. Tal sugestão deve ser observada principalmente em vertedores construídos em barragens

propensas a erosões, como barragens de terra e enrocamento, em regiões geladas, nas quais existe a possibilidade de congelamento do *spray* e em regiões onde a velocidade dos ventos é elevada;

- 9) A avaliação do estado da arte mostrou que, em função do grande número de estudos sobre o tema, realizados em diversas partes do mundo, fica evidente o interesse pelo conhecimento das características hidráulicas de vertedores em degraus. Como mencionado, tal interesse tem como fundamento a economia inerente às obras de CCR e a vantagem adicional de reduzir os custos com estruturas de dissipação no pé do vertedor, graças à dissipação de energia promovida pelos degraus;
- 10) Foi possível identificar que o interesse pelo conhecimento das características hidráulicas de vertedores e canais em degraus não é motivado apenas pela economia proporcionada pelo concreto compactado a rolo, mas também por questões ambientais, uma vez que tais estruturas promovem uma melhor re-oxigenação da água do que vertedores lisos;
- 11) Quanto aos regimes de escoamento, concluiu-se que há uma tendência em subdividir os três principais regimes (deslizante sobre turbilhões, transição e quedas sucessivas) a fim de identificar melhor as características de cada um deles;
- 12) Notou-se que as metodologias mais recentes para a identificação de um determinado regime de escoamento são mais consistentes entre si. Pode-se afirmar também que, dentre as equações destinadas a identificar a transição entre os três regimes, aquelas puramente empíricas apresentam melhores concordâncias quando comparadas;
- 13) Percebeu-se que o escoamento em quedas sucessivas tem sido menos estudado do que o escoamento deslizante sobre turbilhões, quando se trata do número de pesquisas provenientes de diferentes instituições. Quanto ao escoamento de transição, pode-se dizer o mesmo;

- 14) Sobre possíveis esforços adicionais impostos à estrutura, decorrentes da ocorrência do escoamento de transição, o autor considera que são necessárias pesquisas experimentais e numéricas adicionais. Tal conclusão tem como fundamento a identificação de resultados divergentes;
- 15) Notou-se que há um interesse atual em relação aos aeradores de fundo implantados em vertedores em degraus, sobretudo devido à possibilidade de ampliar a faixa de aplicação destes vertedores, incluindo vazões específicas e velocidades mais elevadas;
- 16) Para pesquisas futuras, recomenda-se a realização de estudos sobre a cavitação, incluindo a determinação da perda de massa de concretos com características iguais a aquelas dos concretos usualmente utilizados no acabamento final dos degraus. Sugere-se também que sejam estudados concretos de alto desempenho. Neste caso, deve-se observar a resistência dos agregados, custos envolvidos e a rugosidade superficial.
- 17) Recomenda-se a verificação das equações propostas para o pré-dimensionamento do comprimento das bacias de dissipação avaliadas. Em um estudo como este, considera-se que é de grande relevância avaliar o campo de pressões e concentrações de ar ao longo de diferentes bacias de dissipação e, se possível, a adequação geométrica das mesmas às características próprias de vertedores em degraus;
- 18) Para avaliação da energia residual a jusante do vertedor, sugere-se o desenvolvimento de uma metodologia padrão, baseada nas características do escoamento observado a jusante do vertedor. Com tal recomendação, pretende-se apenas dirimir as diferenças observadas entre os resultados procedentes de diferentes fontes;
- 19) Sugere-se que sejam desenvolvidos estudos sobre aeradores de fundo, considerando diferentes geometrias em um estudo numérico, seguido de verificações experimentais. Em uma pesquisa como esta, considera-se relevante a avaliação da re-oxigenação, *stripping* e remoção de gases, além de aspectos relacionados ao risco de cavitação.

REFERÊNCIAS

ANDRIOLLO, F. R. (1998). **The use of roller compacted concrete**. São Paulo: Oficina de Textos, 554 p.

_____. (2002). **RCC brasilian practices**. São Paulo: Oficina de Textos, 95 p.

ARANTES, E. J. (2007). **Caracterização do escoamento sobre vertedouros em degraus via CFD**. 206 f. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

ARANTES, E. J.; PORTO, R. M. (2005). **Simulação do escoamento sobre vertedores em degraus via CFD**. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 16, 2005, João Pessoa, **Anais...** Porto Alegre: ABRH: 2005. 18p.

ASCE TASK COMMITTEE (1982). Modeling hydraulic phenomena: a glossary of terms. By the ASCE Task Committee on Glossary of Hydraulic Modeling Terms of the Committee on Research of the Hydraulics Division. **ASCE, Journal of Hydraulic Engineering**. v.108, n.HY7, p.845-852, July, 1982.

BRADLEY, J. N.; PETERKA, A. J. (1957). The hydraulic design of stilling basins. **ASCE, Journal of Hydraulic Engineering**. v.83, n.HY5, p.1401-1406, Oct., 1957.

BOES, R. (2000). **Zweiphasenströmung und Energieumsetzung an Grosskaskaden**. 2000. 309 f. Tese (Doutorado) – Instituto Federal Suíço de Tecnologia - Laboratório de Hidráulica, Hidrologia e Glaciologia, Zurich, 2000.

BOES, R. M.; MINOR, H. E. (2000). **Guidelines for the hydraulic design of stepped spillways**. Proc. Int. Workshop on Hydraulics of Stepped Spillways, VAW, ETH, Zurich. Balkema Rotterdam, p. 163-170, 2000.

BOES, R. M.; HAGER, W. H. (2003a). Hydraulic design of stepped spillways. **ASCE, Journal of Hydraulic Engineering**. v.129, n.9, p.671-679, Sep., 2003a.

BOES, R. M.; HAGER, W. H. (2003b). Two-Phase flow characteristics of stepped spillways. **ASCE, Journal of Hydraulic Engineering**. v.129, n.9, p.661-670, 2003b.

BOES, R. M.; HAGER, W. H. (2005). Closure to “Hydraulic design of stepped spillways.” June, 2005. **ASCE, Journal of Hydraulic Engineering**. v.129, n.9, p.671-679, Sep., 2003a.

CAROSI, G.; CHANSON, H. (2006). **Air-water time and length scales in skimming flows on a stepped spillway. Application to the spray characterization.** The University of Queensland, Brisbane, Austrália, 2006.

CHAMANI, M. R. (2000). Air inception in skimming flow regime over stepped spillways. In. H. E. Minor e W. H. Hager (Ed.) **International Workshop on Hydraulics of Stepped Spillways**, Zürich, Switzerland: 61-67. Balkema, 2000.

CHAMANI, M. R.; RAJARATNAM, N. (1994). Jet flow on stepped spillways. **ASCE, Journal of Hydraulic Engineering**. v.120, n.2, p.254-259, Feb, 1994.

CHAMANI, M. R.; RAJARATNAM, N. (1999a). Characteristic of skimming flow over stepped spillways. **ASCE, Journal of Hydraulic Engineering**. v.125, n.4, p.361-368, April, 1999a.

CHAMANI, M. R.; RAJARATNAM, N. (1999b). Onset of skimming flow on stepped spillways. **ASCE, Journal of Hydraulic Engineering**. v.125, n.9, p.969-971, Sept, 1999b.

CHANSON, H. (1988). **Study of air entrainment and aeration devices on spillways model.** Ph.D. Thesis – Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Canterbury, Nova Zelândia, 1988.

_____. (1993). Stepped spillway flows and air entrainment. **Canadian Journal of Civil Engineering**. v.20, n.3, p.422-435, Jun, 1993.

_____. (1994a). Hydraulics of nappe flow regime above stepped chutes and spillways. **Journal of Hydraulic Research**, v.32, n.3, p.445-460, Jan., 1994a.

_____. (1994b). Comparison of energy dissipation between nappe and skimming flow regimes on stepped chutes. **Journal of Hydraulic Research, IAHR**, Delft, v.32, n.2, p.213-218, Oct., 1994b.

_____. (1994c). Hydraulics of skimming flows over stepped channels and spillways. **Australian Civil Engineering Transactions**, v.36, n.1, p.69-76, 1994c.

_____. (1994d). **Hydraulic design of stepped cascades, channels, weirs and spillways.** Pergamon Oxford, 1994d.

_____. (1996). **Air bubble entrainment in free-surface turbulent shear flows**. Academic Press, San Diego, California, 1996.

_____. (2000). Characteristics of skimming flow over stepped spillways. **Journal of Hydraulics Engineering**, v.126, n.11, p.865-869, Nov. 2000. Discussão de: CHAMANI, M. R.; RAJARATNAM, N. Characteristic of skimming flow over stepped spillways. **ASCE, Journal of Hydraulic Engineering**. v.125, n.4, p.361-368, April, 1999a.

_____. (2001). Hydraulic design of stepped spillways and downstream energy dissipation. **Dam Engineering**, v.11, n.4, p.205-242, 2001.

_____. (2002). **The hydraulics of stepped chutes and spillways**. The Netherlands: A. A. Balkema Publishers, 2002. 384 p.

_____. (2004). **The Hydraulics of open channel flow: an introduction**. Oxford: Elsevier, 2004. 585 p.

_____. (2005). Discussion of “Hydraulic design of stepped spillways”. **Journal of Hydraulics Engineering**, p.521-524, June. 2005. Discussão de: BOES, R. M.; HAGER, W. H. (2003a). Hydraulic design of stepped spillways. **ASCE, Journal of Hydraulic Engineering**. v.129, n.9, p.671-679, Sep., 2003a.

CHANSON, H.; TOOMBES, L. (1997). Energy dissipation in stepped waterway. In F. M. Holly Jr. e A. Alsaffar (ed.) Proc. 27th IAHR Congress, San Francisco, USA, Vol. D: 595-600, 1997.

CHANSON, H.; TOOMBES, L. (2002). Experimental investigation of air entrainment in transition and skimming flows down a stepped chute. **Canadian Journal of Civil Engineering**. v.29, p. 145-156. 2002.

CHANSON, H.; TOOMBES, L. (2004). Hydraulics of stepped chutes: the transition flow. **Journal of Hydraulic Research, IAHR** v.42, n.1, p.43-54, Jun., 2004.

CHANSON, H.; YASUDA, Y.; OHTSU, I. (2002). Flow resistance in skimming flows in stepped spillways and its modelling. **Canadian Journal of Civil Engineering**. v.29, p.809-819. 2002.

CHANSON, H.; GONZALEZ, C.A. (2005). Physical modelling and scale effects of air-water flows on stepped spillways. **Journal of Zhejiang University SCIENCE**. p.243-250, 2005.

CHATURABUL, T (2002). “Experimental study of flow behavior through stepped channels with end sills”. MS thesis, King Mongkut’s University of Technology Thonburi, Bangkok, Thailand (em Tailandês).

CHEN, Cheng-lung (1991). Unified theory on power laws for flow resistance. **ASCE, Journal of Hydraulic Engineering**. v.117, n.3, p.371-389, March, 1991.

CHEN, Q.; DAI, G.; LIU, H. (2002). Volume of fluid model for turbulence numerical simulation of stepped spillway overflow. **Journal of Hydraulic Engineering**, v.128, n.7, p.683-688, July, 2002.

CHINNARASRI, C.; WONGWISES, S. (2004). Flow regime and energy loss on chutes with upward inclined steps. **Canadian Journal of Civil Engineering**. v.31, p.870-879, Oct., 2004.

CHINNARASRI, C.; WONGWISES, S. (2006). Flow patterns and energy dissipation over various stepped chutes. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, v.132, n.1, p.70-76, Jan/Feb, 2006.

CHOW, V.T. (1959). **Open channel hydraulics**. New York: McGraw-Hill, 1959. 680 p.

CHRISTODOULOU, G. C. (1993). Energy dissipation on stepped spillways. **Journal of Hydraulic Engineering**, v.119, n.5, p.644-650, May, 1993.

CHRISTODOULOU, G. (1999). Design of stepped spillways for optimal energy dissipation. **Hydropower & Dams**. 6(5): 90-93.

CREAGER, W. P. (1917). **Engineering of Masonry dams**. John Wiley & Sons: New York, 1917.

CUNHA, M. C. C. (2000). **Métodos numéricos**. 2º ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2000.

DAI PRÁ, M. (2004). **Características do escoamento sobre vertedouros em degraus de declividade 1V:1H**. 2004. 134 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Instituto de Pesquisas Hidráulicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2004.

DIEZ-CASCON, J. *et al.* (1991). Studies on the hydraulic behavior of stepped spillways. **Water Power & Dam Construction**, v.43, n.9, p.22-26, Sept., 1991.

DREWES, U.; GEHRKE, T. (2000). The stepped spillway for the Mhlathuzane dam, Swaziland. In: H. E. Minor e W. H. Hager (Ed.) **International Workshop on Hydraulics of Stepped Spillways**, Zürich, Switzerland: 21-26. Balkema, 2000.

ELEVATORSKY, E. A. (1959). **Hydraulic Energy Dissipators**. New York, McGraw-Hill, 1959.

ELVIRO GARCÍA, V.; MATEOS IGUACEL, C. (1995). Aliviaderos escalonados. Diseño de la transición entre al umbral y la rapida escalonada. Ingeniería Civil, n.99.

ESSERY, I.T.S.; HORNER, M.W. (1971). The hydraulic design of stepped spillways. **Constr. Industry Res. And Information Assoc.**, London, 1971.

ESSERY, I.T.S.; HORNER, M.W. (1978). **The hydraulic design of stepped spillways**. 2a ed London: Construction Industry Research and Information Association, 1978. 45p. (Ciria Report 33)

FRIZELL, K.H. (2006). Research state-of-the-art and needs for hydraulic design of stepped spillways. **Water Resources Researches Laboratory**. Denver, Colorado, Junho, 2006.

FRIZELL, K.H.; MATOS, J.; PINHEIRO, A.N. (2000). Design of concrete stepped overlay protection for embankment dams. In: H. E. Minor e W. H. Hager (Ed.) **International Workshop on Hydraulics of Stepped Spillways**, Zürich, Switzerland: 179-86. Balkema, 2000.

GAL'PERIN, R.S.; KUZ'MIN, K.K.; NOVIKOVA, I.S.; OSKOLKOV, A.G.; SEMENKOV, V.M.; TSEDROV, G.N. (1971). Cavitation in elements of hydraulic structures. **Hydrotechnical Construction**, n.8, Aug. 1971, p.726-732.

GIKAS, Ioannis (1986). **Tópicos de cavitação**. 1986. 271 f. Dissertação (Mestrado)-Universidade de São Paulo, São Paulo, 1986.

GOMES, J.F. (2006). **Campo de pressões: condições de incipiência à cavitação em vertedouros em degraus com declividade 1V:0,75H**. 2006. 161 f. Tese (Doutorado) – Instituto de Pesquisas Hidráulicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

GONZALEZ, C.A. (2005). **An experimental study of free-surface aeration on embankment stepped chutes**. PhD Thesis, Department of Civil Engineering, University of Queensland, Brisbane, Australia.

GONZALEZ, C.A.; CHANSON, H. (2007). Hydraulic design of stepped spillways and downstream energy dissipators for embankment dams. **Dam Engineering**, v. XXVII, Issue 4, p. 223-244, 2007.

GONZALEZ, C.A.; CHANSON, H. (2007). Turbulence manipulation in air-water flows on a stepped chute: An experimental study. *European Journal of Mechanics B/Fluids* (2007), doi: 10.1016/j.euromechflu.2007.09.003

GONZALEZ, C.A.; CHANSON, H. (2008). Turbulence and cavity recirculation in air-water skimming flows on stepped spillway. **Journal of Hydraulic Research**, v.46, n.1. p.65-72, 2008.

HAGER, W.H. (1993). Uniform aerated chute flow. **Journal of Hydraulic Engineering**, v.117, n.4, p.528-533, April, 1993.

HAGER, W. H. (1992). **Energy dissipators and hydraulic jump**. Springer, 1992. 268 p.

HAGER, W.H. (1995). Cascades, drops and rough channels. In.: VISCHER, D.L.; HAGER, W.H. (Ed.). **Energy dissipators IAHR, Hydraulics Structures Design Manual**. v.9, p.151-165, Rotterdam, Netherlands, 1995.

HAGER, W.H.; BREMEN, R.; KAWAGOSHI, N. (1990). Classical hydraulic jump: length of roller. **Journal of Hydraulic Research**. v. 28, p. 591-608, 1990.

HAGER, W.H.; BLASER, F. (1998). Drawdown curve and incipient aeration for chute flow. **Canadian Journal of Civil Engineering**. v.25, p.467-473, 1998.

HAGER, W.H.; BOES, R.M. (2000). Backwater and drawdown curves in stepped spillway flow. In. H. E. Minor e W. H. Hager (Ed.) **International Workshop on Hydraulics of Stepped Spillways**, Zürich, Switzerland: 129-136. Balkema, 2000.

HAGER, W.H.; FALVEY, H.T. (2003). Alvin Peterka – Hydraulic Engineer. **Forum, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE**, p.657-659, September, 2003.

HENDERSON, F. M . (1966). **Open Channel Flow**. New York: MacMillan, 1966.

HORNER, M.W. (1969). **An analysis of flow on cascades of steps**. 1969. Tese (Doutorado) – Universidade de Birmingham, UK.

HOUGHTON, D.L.; BERGE, O.E.; PAXTON, J.A. (1978) Cavitation resistance of some special concretes. **ACI Journal**, Dec., 1978, p.664-667.

KANASHIRO, W. H. (1995). **Vertedores em degraus: avaliação de efeitos do espaçamento dos degraus na dissipação da energia**. 1995. 62 f. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1995.

KHATSURIA, R.M. (2005). **Hydraulic of spillways and energy dissipators**. CRC Press: Marcel Dekker, 2005. 629p.

KNAUSS, J. (1995). ΤΗΣ ΓΡΙΑΣ ΤΟ ΠΗΛΗΜΑ, der Altweibersprung. Die Rätselhafte Alte Talsperre in der Glosses-Schlucht bei Alyzeia in Arkarnanien. **Archäologischer Anzeiger**, 1995, Heft 5: 138-162 (in German).

KNIGHT, D.W.; MACDONALD, J.A. (1979). Hydraulic resistance of artificial strip roughness. **ASCE, Journal of Hydraulic Engineering**. v.105, n.6, p.675-690, June, 1979.

KOBUS, H. (1991). Introduction to air-water flows. WOOD, I.R. (Ed.). **Air entrainment in free-surface flows. IAHR, Hydraulics Structures Design Manual**. v.4, p.142, Rotterdam, Netherlands, 1991.

LANE, E.W. (1939). Entrainment of air in swiftly flowing water, *Civil Engr.* v.9, n.2, 1939, p.89-91.

LENCASTRE, A. (1983). **Hidráulica geral**. 2. ed. Lisboa: Hidroprojecto, 1983. 654 p.

LEVIN, L. (1968). Formulaire des conduites forcées, Oléoducs et Conduits d'Aération. (Handbook of Pipes, Pipelines and Ventilation Shafts). Paris: Dunod (em Francês), 1968.

LOPARDO, R.A.; DE LIO, J.C.; VERNET, G.F. (1982). Physical modeling cavitation tendency for macriturbulence of hydraulic jump. In.: International Conference on the Hydraulic Modelling of Civil Engineering Structures, Sept. 1982, Coventry, England. Papers ... Cranfield: BHRA Fluid Engineering, 1982, Paper C3, p.109-121.

MARQUES, M. G. (2004). Análise da macroturbulência em estruturas de dissipação de energia por meio do estudo de variação instantânea das propriedades dos escoamentos. MARQUES, M.G.; CHAUDHRY, F.H.; REIS, L.F.R. **Estruturas hidráulicas para aproveitamento de recursos hídricos**. São Carlos: RiMa, Cap. 1, p. 3-42, 2004.

MASSEY, B. S. (2002). **Mecânica dos fluidos**. 6. ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2002.

MATOS, J. S.G., QUINTELA, A. C. (1995a). Flow resistance and energy dissipation in skimming flow over stepped spillways. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON WATER RESOURCES ENGINEERING, 1., 1995a, San Antonio, Texas. **Proceedings...** New York, ASCE, 1995a, v.2, p. 1121-1126.

_____. (1995b). Descarregadores de cheias em degraus: posição actual da avaliação da dissipação de energia. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 11, Recife, **Anais...** Recife: ABRH, 1995b, v. 4, p. 65-71.

MATOS, J.S.G. (1999). Emulsão de ar e dissipação de energia do escoamento em descarregadores em degraus. Research Report, IST, Lisbon, Portugal.

MATOS, J.S.G. (2000a). Characteristics of skimming flow over stepped spillways. **Journal of Hydraulics Engineering**, v.126, n.11, p.865-869, Nov. 2000. Discussão de: CHAMANI, M. R.; RAJARATNAM, N. Characteristic of skimming flow over stepped spillways. **ASCE, Journal of Hydraulic Engineering**. v.125, n.4, p.361-368, April, 1999a.

MATOS, J.S.G. (2000b). Hydraulic design of stepped spillways over RCC dams. In: H. E. Minor e W. H. Hager (Ed.) **International Workshop on Hydraulics of Stepped Spillways**, Zürich, Switzerland: 187-194. Balkema, 2000.

MATOS, J. (2005). Hydraulic design of stepped spillways. **Discussions and Closures**, p.525-527, June, 2005. Discussão de: BOES, R. M.; HAGER, W. H. (2003a). Hydraulic design of stepped spillways. **ASCE, Journal of Hydraulic Engineering**. v.129, n.9, p.671-679, Sep., 2003a.

MATOS, J.S.G.;QUINTELA, A.; JUNY, S.; DOLZ, J. (2000). Air entrainment and safety against cavitation damage in stepped spillways over RCC dams. In: H. E. Minor e W. H. Hager (Ed.) **International Workshop on Hydraulics of Stepped Spillways**, Zürich, Switzerland: 69-76, Balkema, 2000.

MAYS, L. W. (1999). **Hydraulic design handbook**. New York: McGraw-Hill, 1999. 1500 p.

MEIRELES, I.; MATOS, J.; MELO, J.F.. (2004). Energia específica residual do escoamento em descarregadores de cheias em degraus. Aplicação do ressalto hidráulico. 7º Congresso da Água, Associação Portuguesa dos Recursos Hídricos, 2004.

MILLAN, A. N. (1993). **Estruturas hidráulicas adaptadas a barragens de concreto compactado a rolo (CCR)**. 1993. 115 f. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1993.

MINOR, Hans-Erwin. (2000). Spillways for high velocities. In: H. E. Minor e W. H. Hager (Ed.) **International Workshop on Hydraulics of Stepped Spillways**, Zürich, Switzerland: 3-10. Balkema, 2000.

MONTEIRO, E.A. (2006) **Modelação matemática da queda livre**. 2006. 113 f. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

MOORE, W. L. (1943). Energy loss at the base of a free overfall. **Transactions, ASCE, Journal of Hydraulics Engineering**, v.108, n.2204, 1943, p.1343-1392.

MORAES, Alisson Gomes de; **Desenvolvimento e validação de um modelo conceitual de aeração em vertedores**. 2007, 111 f. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

OHTSU, I.; YASUDA, Y. (1997). Characteristics of flow conditions on stepped channels. In: BIENNIAL CONGRESS, 27, San Francisco, **Anais...** San Francisco: IAHR, 1997, p. 583-588.

OHTSU, I.; YASUDA, Y. (1991). Hydraulic jump in sloping channels. **ASCE, Journal of Hydraulic Engineering**. v.117, n.7, p.905-921, April, 1991.

OHTSU I., YASUDA Y., TAKAHASHI, M. (2000a). Characteristic of skimming flow over stepped spillways. Nov., 2000. Discussão de: CHAMANI, M. R.; RAJARATNAM, N. (1999a) Characteristic of skimming flow over stepped spillways. **ASCE, Journal of Hydraulic Engineering**. v.125, n.4, p.361-368, April, 1999a.

OHTSU I., YASUDA Y., TAKAHASHI, M. (2000b). Discussion of “Hydraulics of skimming flow on modeled stepped spillways”. Dec., 2000, p.950-951. Discussão de: PEGRAM, G. G. S.; OFFICER, A. K.; MOTTRAM, S. R. (1999). Hydraulics of skimming flow on modeled stepped spillways. **Journal of Hydraulic Engineering**, v.125, n.5, p.500-510, May 1999.

OHTSU I., YASUDA Y., TAKAHASHI, M. (2001). Onset of skimming flow on stepped spillways – Discussion. **Journal of Hydraulic Engineering**. v. 127, p. 522-524, 2001. Discussão de: CHAMANI, M. R.; RAJARATNAM, N. Onset of skimming flow on stepped spillways. **ASCE, Journal of Hydraulic Engineering**. v. 125, n.9, p.969-971, Sept, 1999b.

OHTSU I., YASUDA Y., TAKAHASHI, M. (2004). Flows characteristics of skimming flows in stepped channels. **ASCE, Journal of Hydraulic Engineering**. v.130, n.9, p.860-869, Sept, 2004.

OLINGER, J. C. (2001). **Contribuição ao estudo da distribuição de pressões nos vertedouros em degraus**. 2001. 230 f. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2001.

OLINGER, J. C. BRIGHETTI, G. (2004). Distribuição de Pressões em Vertedouros em Degraus. **RBRH: Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v.9, n.1, p.67-83, Jan/Mar., 2004.

PARISET, E. (1955). Etude sur la vibration des lames Déversantes. (Study of the vibration of free-falling nappes) Proc. 6th IAHR Congress, The Hague, v.3, paper C21: 1-15, 1955.

PEGRAM, G. G. S.; OFFICER, A. K.; MOTTRAM, S. R. (1999). Hydraulics of skimming flow on modeled stepped spillways. **Journal of Hydraulic Engineering**, v.125, n.5, p.500-510, May 1999.

PETERKA, A. J. (1953). The effect of entrained air on cavitation pitting. **Joint Meeting Paper, IAHR/ASCE**, Minneapolis, Minnesota, Aug., 1953

PETERKA, A. J. (1984). **Hydraulic design of spillways and energy dissipators**. A Water Resources Technical Publication, Engineering Monograph N° 25, United States Department of the Interior, Bureau of Reclamation. Denver, Colorado: eight printing, May, 1984.

PEYRAS, L.; ROYET, P.; DEGOUTTE, G. (1992). Flow and energy dissipation over stepped gabion weirs. **Journal of Hydraulic Engineering**, v.118, n.5, p.707-717, May 1992.

PFISTER, M.; HAGER, W.H.; MINOR, Hans-Erwin. (2006a). Bottom aeration of stepped spillways. **(Technical Notes) Journal of Hydraulic Engineering**, v.132, n.8, p.850-853, Aug., 2006.

PFISTER, M.; HAGER, W.H.; MINOR, Hans-Erwin. (2006b). Stepped chutes: pre-aeration and spray reduction. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 32, p.269-284, 2006b.

PFISTER, Michael. **Response_Simoes**. Mensagem recebida por <simoes@sc.usp.br> em 6 março de 2008.

PINTO, Nelson L. de S. **Noções básicas sobre cavitação e aeração em fluxos de alta velocidade: notas de aula, Agosto de 1983**. Revista latino americana de hidráulica, n.3, Maio 1988. Associação internacional de pesquisas hidráulicas (AIPH), 1988.

PINHEIRO, A. N.; FAEL, C.S. (2000). Nappe flow in stepped channels – Occurrence and energy dissipation. In: H. E. Minor e W. H. Hager (ed.) **International Workshop on Hydraulics of Stepped Spillways**, Zürich, Switzerland: 119-126. Balkema, 2000.

PORTO, R.M.. **Tópicos de hidráulica aplicada**. (notas de aula), Serviço Gráfico/EESC/USP, São Carlos, 1986.

PORTO, R.M. (2006). **Hidráulica básica**. 4.ed. São Carlos: EESC-USP, 2006. 540p.

POVH, P.H. (2000). **Avaliação da energia residual a jusante de vertedouros em degraus com fluxos em regime skimming flow**. 2000. 142 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Hidráulica) - Departamento de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2000.

POVH, P.H.; TOZZI, M.J. (2001a). **Concentração média de ar do escoamento na base de vertedouros em degraus**. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 14, 2001, Aracaju, **Anais...** Porto Alegre: ABRH: 2001. 18p.

POVH, P.H.; TOZZI, M.J. (2001b). **Avaliação da energia residual a jusante de vertedouros em degraus: estudo de caso**. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 15, 2001, Aracaju. **Anais...** Porto Alegre: ABRH: Associação Brasileira de Recursos Hídricos, 2001. 20p.

POVH, P.H.; TANIGUCHI, E.R.; OTA, J.J.; TOZZI, M.J. (2004). Início da aeração e pressões ao longo de vertedouros em degraus. **RBRH: Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v.9, n. 1, p. 97-111, jan/mar 2004.

RAIMUNDO, Ana Paula (2007). Estruturas hidráulicas utilizadas em reservatórios de controle de cheias. 2007. 179p. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

RAJARATNAM, N. (1967). Hydraulic jumps. *Advances Hydrosience*, V.T. Chow, ed.4, Academic Press, New York, NY, p.198-280.

RAJARATNAM, N. (1990). Skimming flow in stepped spillways. **Journal of Hydraulic Engineering**, v.116, n.4, p. 587-591, April, 1990.

RAJARATNAM, N.; CHAMANI, M. R. (1995). Energy loss at drops. *Journal of Hydraulic Research, IAHR*, Vol. 33, nº3, p. 373-384, 1995.

RAND, W. (1955). Flow geometry at straight drop spillways. **Journal of the Hydraulics Division, Proceedings, ASCE**, v. 81, nº791, Sept., p. 1-13, 1955.

RICHTER, Jean Paul (1883). **Scritti letterari di Leonardo da Vinci**. Sampson Low, Marston, Searle & Rivington, Londra. In due parti, p.1198 (volume 2, p.236). Disponível em: <<http://www.archive.org/details/literaryworksof01leonuoft>>, Acesso em: 16/04/2008.

ROUSE, H. (1936). Discharge Characteristics of the free Overfall. *Civil Engineering*, v.6, April: 257, 1936.

RUSSELL, S.O.; SHEEHAN, G.J. (1974). Effect of Entrained Air on Cavitation Damaged. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v.1, 1974.

SANAGIOTTO, D.G. (2003). **Características do escoamento sobre vertedouros em degraus de declividade 1v:0,75h**. 2003. 137 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Pesquisas Hidráulicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

SÁNCHEZ-JUNY, M.; DOLZ, J. (2005). Experimental study of transition and skimming flows on stepped spillways in RCC dams: qualitative analysis and pressures measurements. **Journal of hydraulic research**. v. 43, n.5, p. 540-548. 2005.

SCHULZ, H.E. (2003). **O essencial em fenômenos de transporte**. São Carlos: EESC/USP, 2003. 398 p.

SCIMEMI, E. (1930). Sulla Forma delle Vene Tracimanti. **L'Energia Elettrica**, v.7, n.4, p. 293-305, 1930.

ŞENTÜRK, Fuat (1994). **Hydraulics of dams and reservoirs**. Water Resources Publications. Colorado, 1994.

SIMÕES, André Luiz Andrade (2006). **Considerações sobre a hidrodinâmica de extravasores em degraus**. 2006. 90 f. Monografia (Graduação) – Universidade Salvador – UNIFACS, Salvador, 2006.

SORENSEN, R.M. (1985). Stepped spillway hydraulic model investigation. **Journal of Hydraulic Engineering**, v.111, n.12, p. 1461-1472. Dec. 1985.

STEPHENSON, D. (1979). Gabion energy dissipators. Proc. 13th ICOLD Congress, New Delhi, Q. 50, R.3, p. 33-34, 1979.

STEPHENSON, D. (1991). Energy dissipation down stepped spillways. **Water Power & Dam Construction**, v. 43, n. 9, p. 27-30, Sept. 1991.

STRAUB, L.G.; ANDERSON, A.G. (1958). Experiments on self-aerated flow in open channels. **Journal of Hydraulic Division, ASCE Proc. ASCE**, v.87, n.HY7, paper 1890, p.1890-1 a 1890-35.

TAKAHASHI, M.; YASUDA, Y.; OHTSU, I. (2008). Discusión of “Flow patterns and energy dissipation over various stepped chutes.” **Journal of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE**, p.114-116, Jan/Feb, 2008. CHINNARASRI, C.; WONGWISES, S. (2006). Flow patterns and energy dissipation over various stepped chutes. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, v.132, n.1, p.70-76, Jan/Feb, 2006.

TATE, C.H. (1987). Stepped spillway hydraulic model investigation. **Journal of Hydraulic Engineering, ASCE**, v.113, n.8, Aug. 1987, p.1096-1097. Discussão de: SORENSEN, R.M. (1985). Stepped spillway hydraulic model investigation. **Journal of Hydraulic Engineering, ASCE**, v.111, n.12, p. 1461-1472. Dec. 1985.

TATEWAR, S.P.; INGLE, R.N. (2000). Design of stepped spillway for skimming flow regime. In. H. E. Minor e W. H. Hager (Ed.) **International Workshop on Hydraulics of Stepped Spillways**, Zürich, Switzerland: 195-200. Balkema, 2000.

THOMAS, H.H. (1976). **The engineering of large dams**. London: John Wiley & Sons. 2 vol., 1976.

TOOMBES, L. (2002). **Experimental study of air-water flow properties on low-gradient stepped cascades**. 2002, 262 p. Tese (Doutorado) – Universidade de Queensland, Brisbane, Austrália, 2002.

TOOMBES, L.; CHANSON, H. (2000). Air-water flow and gas transfer at aeration cascades: a comparative study of smooth and stepped chutes. In. H. E. Minor e W. H. Hager (Ed.) **International Workshop on Hydraulics of Stepped Spillways**, Zürich, Switzerland: 77-84. Balkema, 2000.

TOZZI, M.J. (1992). **Caracterização/comportamento de escoamentos em vertedouros com paramento em degraus**. 1992. 302 f. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 1992.

TOZZI, M.J.; TANIGUCHI, E.; OTA, J.J. (1996). Concentração de ar em escoamentos sobre vertedouros com degraus. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE CONCRETO COMPACTADO COM ROLO, 2, 1996, Curitiba. **Anais...** Curitiba: COPEL, 1996, p. 52-56.

YASUDA, Y.; OHTSU, I. (1999). Flow resistance of skimming flows in stepped channels. Proc., 28th IAHR Congr., International Association for Hydraulic Research, Delft, The Netherland, Session B14 (CD-Rom), 1999.

YASUDA, Y.; OHTSU, I. (2000). Characteristics of plunging flows in stepped channel chutes. In: H. E. Minor e W. H. Hager (Ed.) **International Workshop on Hydraulics of Stepped Spillways**, Zürich, Switzerland: 147-152. Balkema, 2000.

YILDIZ, D.; KAZ, I. (1998). Hydraulic performance of stepped chute spillways. **Hydropower & Dams**. p.64-70, 1998.

UNITED STATES DEPARTMENT OF THE INTERIOR. Bureau of Reclamation. (1987). **Design of small dams**. Third Edition, 1987.

U.S. Army Corps of Engineers. (1997). **Hydraulic design criteria**. Vicksburg, 1977. Sheets 111-18.

VOLKART, P. (1980). The mechanism of air bubble entrainment in self-aerated flow. **International Journal of Multiphase Flow**, v.6, p.411-423, 1980.

WENDLAND, E. (2003). **Modelos matemáticos e métodos numéricos em águas subterrâneas**. São Carlos, SP, 2003. Notas em Matemática Aplicada 3, Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional, 2003.

WILHELMS, S.C.; GULLIVER, J.S. (2005). Bubbles and waves description of self-aerated spillway flow. **Journal of Hydraulic Research**, v. 43, n.5, p. 522-531. 2005

WOOD, I.R. *et al.* (1983). General method for critical point on spillways. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 109, n. 27, p. 308-312, 1985.

WOOD, I.R. (1984). Air entrainment in high speed flows. **Symposium on scale Effects in modelling hydraulic structures, IAHR**, KOBUS, H. (Ed.), paper 4.1, September, 1984.

ZAMORA, A.S.; PFISTER, M.; HAGER, W.H.; MINOR, Hans-Erwin (2008). Hydraulic performance of step aerator. **Journal of Hydraulic Engineering, ASCE**. v.134, n.2, p. 127-137, Feb., 2008.